

**Mémoire présenté le :  
pour l'obtention du diplôme  
de Statisticien Mention Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuares**

Par : Madame / Monsieur Amétépé Sévérino AKAKPO	
<b>Titre du mémoire :</b> <i>Rentabilité d'un contrat d'assurance emprunteur dans l'environnement Solvabilité 2</i>	
Confidentialité : <input type="checkbox"/> NON <input checked="" type="checkbox"/> OUI (Durée : <input type="checkbox"/> 1 an <input checked="" type="checkbox"/> 2 ans)	
Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.	
<u>Membres présents du jury de la filière :</u>	Signature : <u>Entreprise :</u>  Nom : MACSF  Signature : 
	<u>Directeur de mémoire en entreprise</u>
<u>Membres présents du jury de l'Institut des Actuares :</u>	Signature :    Nom : MENDY Signature : Stéphane
	<u>Invité :</u> Nom : Signature :
<b>Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)</b>	
<u>Signature du responsable entreprise :</u>  	
<u>Signature du candidat :</u> 	

# Résumé

**Mots clés :** Solvabilité 2, Provision Best Estimate (BE), Exigence en Capital de Solvabilité (SCR), Ratio de couverture S2, Rentabilité des fonds propres (ROE)

Ce mémoire porte sur l'étude de rentabilité d'un organisme assureur (sous-entité d'un groupe) souhaitant diversifier son activité par la commercialisation d'un produit d'assurance emprunteur. La réflexion s'articule sur l'impact de ce nouveau produit non seulement sur le bilan de l'assureur, mais également sur sa rentabilité en norme S2 à travers un choix cohérent d'indicateurs adaptés.

Nous présentons au préalable l'assurance emprunteur de façon générale qui est un produit quelques peu particulier en prévoyance ainsi que la réglementation associée. Une description de la directive Solvabilité 2 est également mise en relief afin de contextualiser notre étude et de repérer les indicateurs à déterminer à posteriori. Dans l'optique de mesurer l'évolution du nouveau produit, un Business Plan stratégique a été défini avec un horizon de 5 ans.

S'agissant d'un nouveau produit, la population souscriptrice est construite en se basant sur un portefeuille similaire déjà existant au sein du groupe. Les caractéristiques de cette population sont déterminées à l'aide d'une méthode statistique de partitionnement de donnée (méthode des *kmeans*), afin d'obtenir une population qui reflète au mieux celle des produits emprunteur déjà commercialisés par les autres entités du groupe.

Nous présentons par la suite le modèle de projection des flux de trésorerie futurs, qui, dans le cas de l'assurance emprunteur est un modèle à états prenant en compte les différents états de l'emprunteur tout au long de son contrat, ainsi que les probabilités de transitions entre états. Ces probabilités sont utiles autant pour la tarification que pour le provisionnement. Pour modéliser le risque décès, nous nous basons sur une table de mortalité certifiée en interne et correspondant à un abattement de la TF 00-02. Pour le risque arrêt de travail, nous utilisons les tables du BCAC et les lois d'incidence et de résiliations sont fournies et construites en interne.

La projection des flux, une fois actualisée avec la courbe des taux, permet d'aboutir au Best Estimate puis au SCR après variation entre le BE choqué et central. Pour finalement mesurer la rentabilité de l'assureur les métriques choisies sont le ratio de couverture S2 qui mesure le taux de couverture des fonds propres sur le SCR ainsi que le *Return on Equity* (ROE) qui mesure la part du résultat net sur les fonds propres. Ces métriques sont évaluées dans un scénario central puis sous quatre scénarii portant sur la politique de souscription qui peut être retenue.

Nous avons pu constater que l'intégration du produit emprunteur entraîne une croissance du ROE et une dégradation temporaire des ratios de solvabilité qui se stabilisent au bout des deux dernières années. Toutefois, les scénarii de souscription envisagés dans le dernier chapitre permettent d'envisager quelques améliorations des Ratios S2 et des ROE.

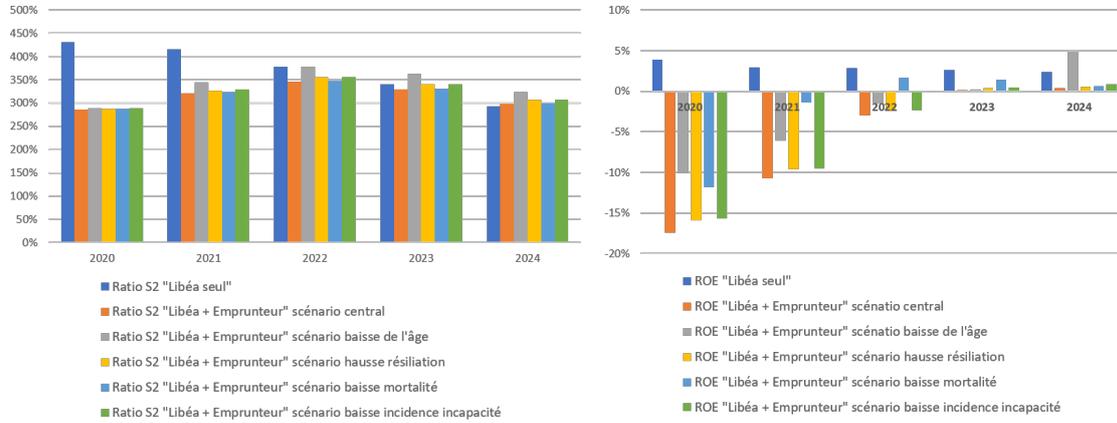


FIGURE 1 – Évolution des ratios S2 et des ROE

# Abstract

**Key words :** Solvency 2, Best Estimate Provision (BE), Solvency Capital Requirement (SCR), S2 Coverage Ratio, Return on Equity (ROE)

This thesis is the subject of a profitability study of an insurer (sub-entity of a group) wishing to diversify its activity by marketing a loan insurance product under Solvency 2. The reflection is structured on the impact of this new product not only on the insurer's balance sheet, but also on its profitability through a consistent choice of suitable indicators.

We first present loans insurance in general, which is a somewhat specific product in Provident insurance area, as well as the associated regulations. A description of the Solvency II directive is also highlighted in order to contextualize our study and identify the indicators to be determined ex-post. In order to measuring the evolution of the new product, a Strategic Business Plan has been defined with a horizon of 5 years.

As this is a new product, the subscriber population is built on the basis of a similar portfolio already existing within the group. The characteristics of this population are determined using a statistical method of data partitioning which is the *kmeans* method, in order to obtain a population which best reflects the one already marketed by the group.

We then present the model for projecting future cash flows, which, in the case of loans insurance, is a state-based model taking into account the various states of the borrower throughout his contract, as well as the probabilities of transitions between states. These probabilities are useful for both pricing and provisioning. To model the risk of death, we use an internally certified mortality table corresponding to a reduction in TF 00-02. For the work stoppage risk, we use the BCAC tables and the incidence and termination laws are provided and built in-house.

The projection of flows, once updated with the yield curve, leads to the Best Estimate then to the SCR after variation between the shocked and central BE. To finally measure the insurer's profitability, the metrics chosen are the S2 coverage ratio which measures the equity coverage ratio on the SCR as well as the *Return on Equity* (ROE) which measures the share of net income on equity. These metrics are evaluated in a central scenario then under four sensitivity scenarios on the subscription and on the bio-metric and behavioral laws.

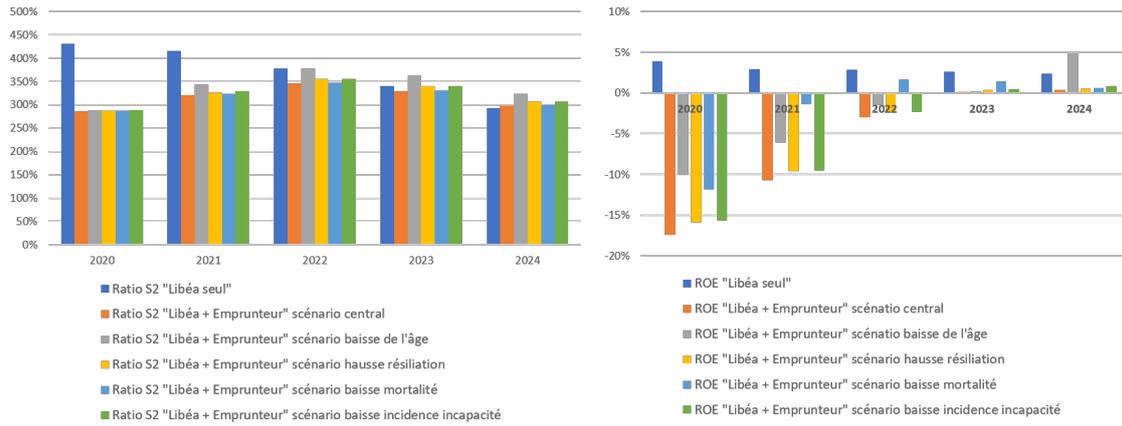


FIGURE 2 – Evolution of S2 ratios and ROEs

We have seen that the integration of the loans product leads to growth in ROE and a temporary deterioration in solvency ratios, which stabilize after the last two years. stabilizing only the last two years. However, the stress scenarios will allow more or less slight improvements in the S2 Ratios and the ROE.

# Remerciements

Au terme de ce travail, je saisis cette occasion pour exprimer ma sincère gratitude à toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce mémoire.

Je tiens à remercier chaque membre de l'équipe Actuariat Non Vie de la MACSF pour son accueil, sa gentillesse, et pour m'avoir intégré dans une ambiance conviviale, motivante et chaleureuse.

Je remercie également Jérôme DANNEQUIN, responsable Actuariat Métier Groupe pour m'avoir accueilli au sein du département. Mes remerciements s'adressent en particulier à Stéphane MENDY pour avoir accepté de m'encadrer dans ce mémoire. Je le remercie pour son implication, son soutien et ses encouragements tout au long de ce travail.

Je remercie mon directeur de mémoire académique, Olivier LOPEZ, directeur de l'ISUP, pour son orientation tout au long de ce mémoire. La pertinence de ses critiques et ses conseils m'ont permis d'approfondir mes travaux.

Je remercie enfin mes parents qui ont toujours été à mes côtés et qui m'ont toujours encouragé.

# Table des matières

Introduction	9
<b>I L'assurance emprunteur et la réglementation</b>	<b>11</b>
<b>1 Contexte de l'étude : l'assurance emprunteur</b>	<b>12</b>
1.1 Présentation de la société : un portefeuille particulier . . . . .	12
1.2 Fonctionnement de l'assurance emprunteur . . . . .	14
1.2.1 Définition et contexte . . . . .	14
1.2.1.1 L'assurance emprunteur et la réglementation . . . . .	15
1.2.1.2 Deux types de contrats . . . . .	16
1.2.1.3 Un contrat tripartite . . . . .	16
1.2.2 Les garanties . . . . .	17
1.2.2.1 Décès . . . . .	18
1.2.2.2 Perte Totale et Irréversible d'Autonomie . . . . .	18
1.2.2.3 Incapacité temporaire de travail . . . . .	18
1.2.2.4 Invalidité permanente . . . . .	18
1.2.3 Formalités d'adhésion . . . . .	19
1.2.3.1 La sélection médicale . . . . .	19
1.2.3.2 La convention AERAS . . . . .	20
1.2.4 Les emprunts et leurs caractéristiques . . . . .	21
1.2.4.1 Les types de prêts . . . . .	21
1.2.4.2 Les modalités de remboursements . . . . .	22
<b>2 La directive Solvabilité 2</b>	<b>25</b>
2.1 De Solvabilité 1 à Solvabilité 2 . . . . .	25
2.2 Organisation de la directive Solvabilité 2 . . . . .	26
2.2.1 Pilier 1 : Exigences quantitatives . . . . .	26
2.2.1.1 Le SCR . . . . .	27
2.2.1.2 Le MCR . . . . .	29
2.2.1.3 Les chocs réglementaires selon Solvabilité 2 . . . . .	29
2.2.2 Les Provisions Techniques . . . . .	30
2.2.3 Pilier 2 : Exigences qualitatives et supervision . . . . .	31
2.2.4 Pilier 3 : Reporting prudentiel et informations publiques . . . . .	33

<b>II</b>	<b>Modélisation d'un portefeuille Emprunteur</b>	<b>34</b>
<b>3</b>	<b>Description du produit emprunteur étudié</b>	<b>35</b>
3.1	Présentation du produit . . . . .	35
3.2	Etude statistique du portefeuille existant . . . . .	37
3.2.1	Données liées au sociétaire . . . . .	37
3.2.2	Données liées au contrat : . . . . .	38
3.2.3	Données liées au prêt : . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Hypothèses de modélisation retenues</b>	<b>41</b>
4.1	Présentation du modèle de projection . . . . .	41
4.2	Les lois de probabilité . . . . .	42
4.2.1	Loi de mortalité . . . . .	42
4.2.2	Loi de résiliation . . . . .	43
4.2.3	Les lois en arrêt de travail . . . . .	46
4.2.3.1	Loi d'incidence en incapacité . . . . .	46
4.2.3.2	Les lois du BCAC . . . . .	48
4.3	Calcul des probabilités de transition inter-état . . . . .	49
4.4	Diffusion des effectifs . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Tarifification</b>	<b>53</b>
5.1	Engagement de l'assureur . . . . .	54
5.1.1	La prime unique pure de la garantie décès . . . . .	54
5.1.2	La prime unique pure de la garantie arrêt de travail . . . . .	55
5.2	Engagement de l'assuré et calcul du taux de prime . . . . .	56
5.3	Présentation du tarif retenu . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Les flux de trésorerie et provisions</b>	<b>59</b>
6.1	Les flux liés aux Sinistres Futurs . . . . .	59
6.1.1	Les flux entrants . . . . .	59
6.1.1.1	Les Primes . . . . .	59
6.1.1.2	Les chargements . . . . .	60
6.1.2	Les flux sortants . . . . .	60
6.1.2.1	Les Prestations . . . . .	61
6.1.2.2	Les Frais . . . . .	62
6.1.2.3	Les commissions . . . . .	63
6.2	Les flux liés aux sinistres en cours . . . . .	64
6.2.1	Les flux entrants . . . . .	64
6.2.2	Les flux sortants . . . . .	64
6.3	Les provisions . . . . .	65
6.3.1	Provision de prime . . . . .	65
6.3.2	Provision de sinistres . . . . .	65
<b>III</b>	<b>Evaluation de la rentabilité et scénarii de souscription</b>	<b>66</b>
<b>7</b>	<b>Intégration du nouveau produit</b>	<b>67</b>
7.1	Objectifs du Business Plan . . . . .	67

7.2	Choix des métriques . . . . .	68
7.3	Principe de projection par année d'évaluation . . . . .	68
7.4	Hypothèses du Model Point . . . . .	69
7.5	Calcul des indicateurs intermédiaires . . . . .	71
7.5.1	Le Best Estimate . . . . .	71
7.5.2	Le SCR . . . . .	74
7.5.2.1	Le SCR "Life" . . . . .	77
7.5.2.2	Le SCR "Health SLT" . . . . .	78
7.5.3	La Risk Margin . . . . .	79
7.5.4	Le compte de résultat . . . . .	79
7.5.5	Les fonds propres . . . . .	84
7.6	Projection et analyse des métriques de risque . . . . .	85
7.6.1	Le ratio de couverture du SCR . . . . .	85
7.6.2	Le ROE . . . . .	87
<b>8</b>	<b>Impact du scénario de souscription sur la rentabilité S2 de l'entité</b>	<b>89</b>
8.1	Scénario « baisse de l'âge à la souscription » . . . . .	89
8.2	Scénario « hausse de la résiliation » . . . . .	91
8.3	Scénario « baisse de la mortalité » . . . . .	94
8.4	Scénario « baisse de l'incidence en incapacité » . . . . .	96
<b>9</b>	<b>Complément de l'étude</b>	<b>99</b>
9.1	Le type de prêt . . . . .	99
9.2	Le produit . . . . .	100
9.3	Tarifification . . . . .	101
9.4	Résultats négatifs les premières années et évolution de la PRC . . . . .	104
9.4.1	PRC Décès . . . . .	105
9.4.2	PRC Arrêt de travail . . . . .	106
9.5	Justification de la méthode de construction du bilan global . . . . .	109
	<b>Conclusion</b>	<b>110</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>112</b>
	<b>Annexes</b>	<b>116</b>
<b>A</b>	<b>Loi de mortalité</b>	<b>117</b>
<b>B</b>	<b>Loi d'incidence en incapacité</b>	<b>118</b>
<b>C</b>	<b>Loi de résiliation</b>	<b>119</b>
<b>D</b>	<b>Algorithme <i>Kmeans</i></b>	<b>120</b>
D.1	Principe . . . . .	120
D.2	Fonctionnement de l'algorithme . . . . .	121
D.3	Exemple d'application . . . . .	121

# Introduction

L'activité des organismes d'assurance est soumise à la directive Solvabilité 2 depuis le 1<sup>er</sup> Janvier 2016. Cette réglementation intervient afin d'améliorer le respect des engagements pris par l'assureur vis-à-vis des assurés ainsi que la protection de ces derniers. La directive Solvabilité 2 est déclinée en trois piliers distincts. Le premier pilier concerne les exigences quantitatives de capitaux. Le deuxième pilier se focalise sur les exigences qualitatives de gestion des risques et système de gouvernance. Ce pilier traite entre autre de l'ORSA, processus destiné à l'évaluation interne des risques et de la solvabilité de l'assureur. Le dernier pilier porte sur les exigences de reporting auprès des autorités de contrôle et sur la communication envers le grand public.

Tout assureur étant soumis à la directive Solvabilité 2, notre étude se concentre particulièrement sur les deux premiers piliers de cette dernière. Ainsi, l'objectif de ce mémoire est de mesurer l'impact de l'intégration d'un produit d'assurance emprunteur sur la rentabilité d'un organisme assureur. Les comportements de cette rentabilité dépendront des scénarii de souscription liés au nouveau produit. Cet exercice permettrait ainsi d'optimiser le pilotage stratégique ainsi que l'activité de l'organisme assureur.

Le choix du produit d'assurance emprunteur est motivé par le fait que ces dernières années au niveau national, cette activité connaît une forte croissance sur le marché. Ceci s'explique notamment par la mise en place de diverses lois ayant permis une amélioration significative des droits du consommateur et ayant favorisé la concurrence équitable. Parmi ces lois nous pouvons citer la loi Lagarde, la loi Hamon, ou encore la loi Sapin 2.

Ces nouveaux changements obligent les assureurs à s'adapter et ainsi pour la plupart à diversifier leur activité ou du moins à adapter les produits d'assurance emprunteur proposés au consommateur.

Nous débuterons notre étude par une présentation de l'assurance emprunteur de façon générale et de son contexte réglementaire.

Dans un second temps, après une description contractuelle et statistique du produit étudié, nous nous focaliserons sur la modélisation d'un portefeuille emprunteur à travers la tarification et le provisionnement.

Enfin la dernière partie sera consacrée à l'évaluation de la rentabilité de l'assureur, en y intégrant le nouveau produit modélisé. L'impact de ce produit pourra être davantage appréciable après application de différents scénarii de crise. Ainsi au vu des

résultats obtenus, l'assureur pourra envisager ou non, la diversification de son activité.

## Première partie

# L'assurance emprunteur et la réglementation

# Chapitre 1

## Contexte de l'étude : l'assurance emprunteur

### 1.1 Présentation de la société : un portefeuille particulier

Le groupe MACSF, Mutuelle d'Assurances du Corps de Santé Français est une Société d'Assurance Mutuelle (SAM) française créée en 1935 et administrée par des professionnels de santé. Sa mission est d'assurer les professionnels de la santé dans leur vie personnelle et professionnelle. De ce fait, le portefeuille de l'entreprise est particulier, car les sociétaires font tous partie du même secteur d'activité. Cela favorise une homogénéité de la population assurée et une meilleure connaissance du risque.

Assureur mutualiste, le groupe MACSF est leader sur son marché avec plus d'un million de sociétaires. Sans actionnaire ni capital à rémunérer, la MACSF travaille sur le long terme. Ses produits et services répondent aux besoins réels de ses sociétaires en les accompagnant dans l'évolution de leur métier et de leurs projets.

Étant un regroupement de sociétés d'assurances mutuelles régies par le code des assurances, le groupe MACSF propose ainsi divers produits d'assurance et services à travers ses différentes sociétés présentées ci-dessous :

Dénomination juridique	Type de société	Activité
MACSF SGAM	Société de Groupe d'Assurance Mutuelle	Coordination de l'ensemble des activités entre les différents services du groupe
MACSF Assurances	Société d'Assurance Mutuelle	Assurances IARD, Responsabilité Civile Professionnelle, Protection Juridique
LIBEA	Société Anonyme	Assurances IARD, Assurance de Personnes, Financements
MACSF Financement	Société Anonyme à Directoire	Financements, Prêts Immobiliers, Crédits Auto, Installation ou achat de matériels
MACSF Prévoyance	Société d'Assurance Mutuelle	Protection des personnes : GAV, Décès, Complémentaire Santé, Plans de Prévoyance, Assurance emprunteur
MACSF Epargne Retraite	Société Anonyme	Retraite, Epargne, Santé (RES), Plans d'épargne retraite populaire (PEI-PERCOI), Gestion des actifs du groupe MACSF

TABLE 1.1 – Présentation des sociétés du groupe

En 2009, le groupe MACSF crée une branche nommée **Libéa**, société anonyme régie par le code des assurances. Sa clientèle cible est constituée de professions libérales (architectes, avocats, comptables, etc. . .), de proches de sociétaires MACSF, ainsi que des personnes n'exerçant plus d'activité médicales. Libéa est une société d'assurance « Non Vie » agréée pour pratiquer les risques accidents corporels et maladie, ainsi que tous les risques dommages y compris l'assistance. Elle voudrait à présent commercialiser un produit d'assurance emprunteur. C'est sur cette activité, l'assurance emprunteur, que nous allons nous concentrer tout au long de ce mémoire.

## 1.2 Fonctionnement de l'assurance emprunteur

### 1.2.1 Définition et contexte

En France, l'octroi de prêt se fait de plus en plus fréquent. En effet, un tiers des ménages possède un crédit. Selon la Banque de France, en 2019, les encours de crédits accordés aux ménages s'élèvent à 1 302 milliards d'euros contre 1 225 milliards d'euros en 2018.

Date	Décembre 2016	Décembre 2017	Décembre 2018	Décembre 2019
<b>Total</b>	<b>1 096</b>	<b>1 160</b>	<b>1 225</b>	<b>1 302</b>
Habitat	899	955	1 010	1 078
Consommation	161	170	179	191
Autres	36	35	36	33

TABLE 1.2 – Encours bruts des crédits en France en milliards d'euros (Source - Banque de France)

Cependant, toute personne souhaitant effectuer un prêt auprès d'une institution financière est tenue de souscrire une assurance emprunteur. Du moins, les banques exigent systématiquement une assurance en cas de décès, même si elle n'est pas légalement obligatoire : l'organisme prêteur la considère comme une condition sine qua non à l'octroi du prêt.

En effet, le remboursement d'un prêt est conditionné par l'état de santé et la situation professionnelle de l'emprunteur. Autrement dit, en cas de survenance de certains événements, ce dernier peut rencontrer des difficultés à rembourser son crédit. Cela constitue donc un risque pour l'organisme prêteur. C'est la raison pour laquelle le contrat d'assurance emprunteur intervient, car il garantit ainsi la prise en charge de tout ou partie des échéances de remboursement ou du capital restant dû.

Quant aux cotisations en assurance emprunteur, elles s'élèvent à près de 9,8 milliards d'euros en 2019. Ci-dessous l'évolution des cotisations ces dernières années.

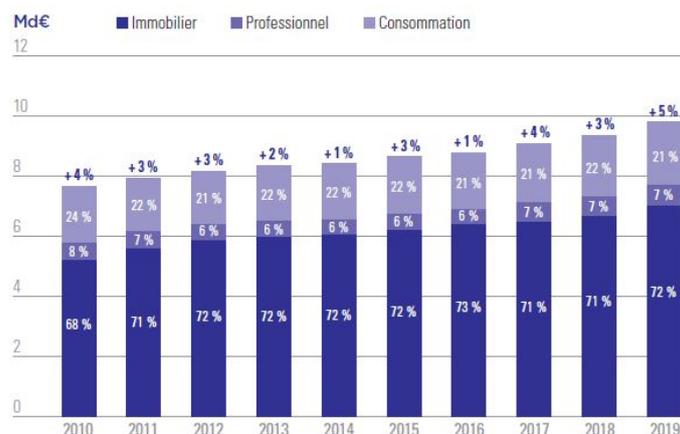


FIGURE 1.1 – Cotisations par types de prêt (Source - FFA)

Le marché de l'assurance emprunteur est fortement dominé par les banques. Afin de favoriser la concurrence, plusieurs mesures réglementaires ont été mises en place.

### 1.2.1.1 L'assurance emprunteur et la réglementation

L'assurance emprunteur a été jalonnée par diverses lois. Ces dernières ont pour objectif une concurrence équitable sur le marché et une amélioration du pouvoir d'achat du consommateur.

La convention AERAS	2007	S'Assurer et Emprunter avec un Risque Aggravé de Santé (Mise en place)
La loi LAGARDE	2008 2010	Mise en place Possibilité de choisir l'assurance emprunteur souhaitée
La « Gender Directive »	2012	Interdiction aux assureurs de faire une différenciation de tarif entre les hommes et les femmes
La loi HAMON	2014	Possibilité de résilier seulement la première année
La loi SAPIN 2	2016	Résiliation à la date anniversaire du contrat

TABLE 1.3 – Les lois relatives à l'assurance emprunteur

### 1.2.1.2 Deux types de contrats

On distingue deux types de contrats en assurance emprunteurs : le contrat de groupe ou contrat collectif et le contrat individuel.

— **Le contrat collectif :**

Selon l'article L141-1 du Code des Assurances, le contrat de groupe « *Est un contrat d'assurance de groupe le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes répondant à des conditions définies au contrat, pour la couverture des risques dépendant de la durée de la vie humaine, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque de chômage. Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur.* »

Dans le cas de l'assurance emprunteur, c'est l'organisme prêteur (la banque) qui souscrit un contrat collectif auprès d'un assureur, pour le compte de ses clients. Cette pratique permet de mutualiser les risques. Ainsi, les emprunteurs payent tous une cotisation soit relativement similaire, soit adaptée selon l'âge, les garanties optionnelles, etc.

— **Le contrat individuel :**

En assurance emprunteur, le contrat individuel peut être souscrit par l'emprunteur dans le cadre de la délégation d'assurance (auprès de l'assureur de son choix).

En effet les organismes prêteurs sont tenus d'informer l'emprunteur quant à sa liberté de choix de l'assurance emprunteur souhaitée.

Le contrat individuel est généralement moins cher pour les jeunes emprunteurs car ils constituent de « bons » risques pour l'assureur mais il est plus cher pour les emprunteurs âgés ou à risque, qui eux constituent de « mauvais » risques pour l'assureur.

### 1.2.1.3 Un contrat tripartite

L'assurance emprunteur, contrairement à un contrat d'assurance classique, met en relation trois intervenants, à savoir :

- **L'assuré :** c'est l'emprunteur (personne physique ou morale). L'assuré a également le rôle de souscripteur dans le cas d'un contrat individuel. Il rembourse le prêt avec des intérêts et paye les cotisations
- **L'assureur :** c'est la compagnie d'assurance. Elle rembourse le capital restant dû en cas de sinistre de l'assuré
- **Le bénéficiaire :** il s'agit de la banque qui, dans le cas d'un contrat collectif, endosse le rôle de souscripteur. Il prête le capital à l'assuré et reçoit un remboursement provenant de l'assuré ou de l'assureur.

### 1.2.2 Les garanties

Dans cette section, nous présentons les garanties généralement proposées dans un contrat d'assurance emprunteur.

Les événements le plus souvent à l'origine du risque pour l'assureur sont le décès, la perte totale et irréversible d'autonomie, l'invalidité permanente, l'incapacité temporaire de travail et la perte d'emploi. Ce sont donc ces événements qui sont garantis dans le contrat d'assurance emprunteur.

Il existe tout de même une répartition inégale des cotisations par types de garanties car selon l'organisme assureur, certaines garanties peuvent être obligatoires ou non. Pour l'année 2017 en assurance emprunteur, les cotisations perçues par les assureurs sur le marché s'élèvent à 9,083 Mds d'euros et se répartissent de la façon suivante :

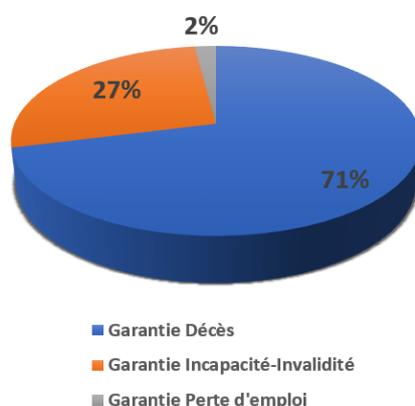


FIGURE 1.2 – Cotisations par type de garanties en 2017 (Source - FFA)

Pour la plupart des assureurs, y compris la MACSF, les garanties Décès et Perte Totale et Irréversible d'Autonomie sont des garanties obligatoires tandis que l'Incapacité Totale Temporaire de travail et l'Invalidité Permanente sont des garanties facultatives.

La garantie Perte d'emploi n'étant pas proposée dans les contrats de notre portefeuille, nous ne nous y intéressons pas.

Avant de présenter les différentes garanties du contrat étudié, nous allons définir quelques notions essentielles :

— Quotité :

La quotité est un terme employé dans le cadre d'un co-emprunt. Elle désigne la répartition de la couverture entre les emprunteurs et correspond à la part de capital à garantir. La quotité ne peut dépasser 100% quelque soit le nombre d'emprunteurs.

— Franchise :

La franchise désigne la période d'incapacité de travail suite à un arrêt de travail non pris en charge par l'assureur et au terme de laquelle débute le versement des prestations.

— Cessation de garantie :

Dans les contrats de notre portefeuille, il y a des âges limites de garantie : on parle de cessation des garanties. C'est lorsque l'assuré atteint un âge ne lui permettant plus d'être couvert par une ou plusieurs garanties du contrat. La date de cessation des garantie est donc prévue contractuellement.

### 1.2.2.1 Décès

Tous les contrats d'assurance emprunteur disposent obligatoirement de la garantie décès. Cependant, cette garantie fait l'objet d'un âge limite. Autrement dit, au-delà de la limite d'âge, il n'y a plus de couverture, donc plus de garantie. Le contrat devient alors obsolète.

L'objet de cette garantie est le remboursement du capital restant dû par l'assureur au prêteur, en cas de décès de l'assuré et selon les exclusions prévues par le contrat. Cette disposition est valable quel que soit la cause du décès excepté en cas de suicide.

L'assureur, s'il le souhaite, peut rembourser le décès par suicide, soit :

- A partir de la deuxième année d'assurance ;
- Dès la première année d'assurance, si le prêt est inférieur à 120 000 euros et sert à financer l'acquisition du logement principal de l'assuré.

### 1.2.2.2 Perte Totale et Irréversible d'Autonomie

La garantie « Perte Totale et Irréversible d'Autonomie » (PTIA), est mise en jeu lorsqu'il est impossible à l'assuré d'effectuer une activité rémunérée. Il se trouve dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance totale et constante d'une tierce personne pour effectuer les actes ordinaires de la vie courante. Cette PTIA doit intervenir avant l'âge limite prévu au contrat, sans quoi le risque n'est pas couvert.

### 1.2.2.3 Incapacité temporaire de travail

La garantie « Incapacité Temporaire de Travail » (ITT) correspond à une inaptitude, suite à un accident ou une maladie, soit d'exercer temporairement toute activité professionnelle, soit d'exercer temporairement l'activité professionnelle exercée avant l'arrêt de travail de l'assuré.

Pour que cette garantie soit mise en jeu, il faut que l'interruption d'activité soit totale. La prise en charge prend automatiquement fin, dès la reprise même partielle de l'activité.

### 1.2.2.4 Invalidité permanente

Dans le contrat d'assurance emprunteur, le terme invalidité correspond à une inaptitude au travail. On distingue deux types d'invalidités.

Le premier type d'invalidité couvert est l'Invalidité Permanente Totale (IPT), causée par un accident ou une maladie. Soit l'assuré est totalement inapte à l'exercice

de toute activité pouvant lui procurer gains et profits, soit il est totalement inapte à l'exercice de l'activité exercée au jour du sinistre.

La mise en jeu de cette garantie dépend du taux d'invalidité qui doit être au moins égal à 66 %. Ce taux est fourni par les experts médicaux selon un barème préalablement mentionné dans le contrat d'assurance.

Le deuxième type d'invalidité couvert est l'Invalidité Permanente Partielle (IPP). Intervenant de la même façon qu'une IPT, mais de façon partielle, elle est mise en jeu si l'assuré présente un taux d'invalidité au moins égal à 26 % et inférieur à 66 % (C'est le cas de notre contrat mais c'est pas une généralité).

Il est important de noter que la garantie IPP ne peut être souscrite qu'en complément d'une garantie IPT et n'est donc pas proposée dans tous les contrats.

Le versement de prestations pour l'invalidité ne peut avoir lieu si l'invalidité survient dans les 90 jours suivant la souscription.

### 1.2.3 Formalités d'adhésion

Avant de présenter les formalités de souscription qui s'offrent au candidat à l'emprunt, nous allons introduire quelques définitions.

#### — **Surprime**

La surprime est une cotisation supplémentaire exigée par l'assureur en cas de risque aggravé (lié à la santé, à l'âge ou à une activité personnelle ou une profession à risques) ou pour couvrir un risque nouveau.

#### — **Exclusion**

Une exclusion (de garantie) est une clause par laquelle l'assureur exclut de la garantie certains événements ou certains types de dommages. Pour être valable, l'exclusion doit être « formelle et limitée » (article L113-1 du Code des Assurances) et mentionnée au contrat en « caractères très apparents » (article L112-4 du Code des Assurances).

#### 1.2.3.1 La sélection médicale

La sélection médicale est une étape importante pour souscrire un contrat d'assurance emprunteur. Il s'agit d'un processus regroupant un ensemble de questionnaires permettant de connaître les antécédents médicaux de l'assuré ainsi que son style de vie. La sélection médicale en plus d'améliorer la connaissance du risque porté par l'assureur fournit les éléments permettant à ce dernier d'accepter ou de rejeter le risque.

Selon les cas, la sélection médicale est déclinée le plus souvent en trois niveaux :

- **Une déclaration d'état de santé**, à laquelle s'ajoute (selon les réponses), le **questionnaire de santé**, à remplir par le candidat à l'assurance
- **Le questionnaire médical complémentaire**, à remplir par le médecin traitant si une pathologie est déclarée
- **L'examen médical**, qui consiste en une visite médicale comprenant un test sanguin et éventuellement des examens médicaux complémentaires

Le niveau de sélection médicale adapté à l'assuré est déterminé par le capital emprunté, représentant le risque financier pris par l'assureur, ainsi que l'âge de l'assuré à la souscription.

La sélection médicale permet à l'assureur d'émettre les décisions suivantes :

- Acceptation du risque au tarif normal
- Acceptation du risque avec application d'une surprime
- Acceptation du risque avec la présence d'une exclusion
- Acceptation du risque avec la présence d'une surprime et d'une exclusion
- Refus du risque

Les dépenses entraînés par les examens médicaux sont remboursés en cas d'acceptation, de refus ou d'ajournement de la demande par l'Assureur

### 1.2.3.2 La convention AERAS

Entrée en vigueur le 7 janvier 2007, la convention AERAS (s'Assurer et Emprunter avec un Risque Aggravé de Santé) est une convention qui permet l'amélioration de l'accès à l'assurance emprunteur et l'accès au crédit pour les personnes présentant ou ayant présenté un risque aggravé de santé. Elle succède à une première convention de septembre 1991 et à une deuxième de septembre 2001, dite Convention Belorgey, qui n'avaient pas totalement répondues aux attentes suscitées.

Les demandes d'emprunt provenant de personnes ayant, ou ayant eu, un grave problème de santé sont de plus en plus fréquents en France. Selon la Fédération Française de l'Assurance, au cours de l'année 2017, 14 % des demandes d'assurance de prêts immobiliers et professionnels proviennent de personnes présentant un risque aggravé de santé.

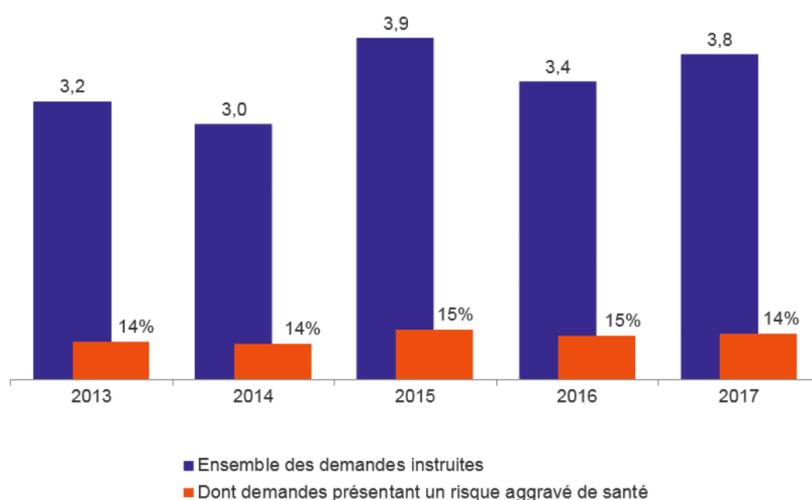


FIGURE 1.3 – Demandes d'assurances de prêts en millions (Source - FFA)

Au vu de ce pourcentage important, il a été jugé nécessaire de faciliter pour ces personnes, l'accès à l'assurance emprunteur. Ainsi, la convention AERAS fût signée par les pouvoirs publics, les établissements de crédit, les assureurs et les associations représentant les personnes malades ou handicapées.

Parmi les améliorations instaurées par la convention AERAS, on peut citer les mesures suivantes :

- La couverture de la garantie Décès et de la garantie Invalidité pour les personnes présentant un risque aggravé de santé ;
- La mise en place d'un dispositif de limitation des surprimes pour les personnes ayant souscrit un prêt immobilier ou professionnel ;
- La création d'un comité de médiation chargé d'examiner les réclamations des candidats à l'emprunt ;
- La signature en septembre 2015 d'un avenant à la convention, préconisant le « droit à l'oubli » autorisant au candidat à l'emprunt anciennement malade d'un cancer, l'absence de déclaration, après un certain délai de rémission, sans exclusion de garantie ni majoration tarifaire.

Concrètement, pour une personne présentant un risque aggravé de santé et souhaitant souscrire une assurance emprunteur, le dispositif de la convention AERAS est décliné en trois niveaux.

Dans le premier niveau, une analyse classique des risques est effectuée par l'assureur et le dossier du candidat à l'assurance peut être accepté ou refusé.

En cas de refus, il passe au deuxième niveau où des examens médicaux complémentaires peuvent être demandés. C'est à cette étape qu'une surprime ou une exclusion de garantie peut être proposée par l'assureur.

En cas de nouveau refus, il passe alors au troisième niveau. Le candidat à l'emprunt ainsi que l'organisme prêteur doivent alors trouver ensemble une solution alternative comme une caution ou une hypothèque par exemple.

## 1.2.4 Les emprunts et leurs caractéristiques

### 1.2.4.1 Les types de prêts

Il existe différents types de prêts proposés par les organismes de financement. Nous allons présenter dans cette partie, une liste non exhaustive des types de prêts les plus répandus sur le marché.

- Les prêts immobiliers :  
Il s'agit de crédits permettant de financer l'achat ou la construction d'une résidence principale, secondaire ou d'un logement locatif.
- Les prêts à la consommation :  
Ces prêts sont destinés au financement d'achat de biens (d'équipements courants) et de services.

- Les prêts professionnels :  
Les prêts professionnels permettent de financer un bien réservé à un usage strictement professionnel dans le cadre de la création, reprise ou développement d'une entreprise par exemple.
- Le crédit-bail :  
Le crédit-bail est un contrat de location d'un bien acquis par le crédit-bailleur, à la disposition d'une personne morale ou physique (bénéficiaire du bien) pour une période déterminée, moyennant le paiement d'une redevance périodique. Au terme du contrat, le bénéficiaire peut soit restituer le bien, soit l'acquérir pour un montant défini à la signature du contrat, soit renouveler le contrat.
- Le prêt relais :  
Le prêt relais est un crédit permettant d'obtenir une avance partielle de l'organisme prêteur sur la vente du logement actuel. Il finance ainsi l'achat d'un nouveau logement tout en laissant à l'emprunteur le temps de revendre sa résidence actuelle au meilleur prix.

#### 1.2.4.2 Les modalités de remboursements

Le montant du remboursement d'un prêt diffère selon les modalités du contrat choisies par l'emprunteur. On distingue trois types de remboursements : les remboursements *in fine*, les remboursements à annuités constantes et les remboursements à amortissements constants.

Les notations utilisées dans cette partie sont les suivantes :

- $CI$  : le capital initial emprunté ;
- $i$  : le taux d'emprunt annuel ;
- $N$  : la durée de l'emprunt en année ;
- $E_t$  : l'échéance ou l'annuité (le montant remboursé périodiquement) au pas  $t$  ;
- $CRD_t$  : le capital restant dû au pas  $t$  (avec  $CRD_{debut}$  et  $CRD_{fin}$ , les CRD respectifs de début et de fin de période) ;
- $A_t$  : le montant de l'amortissement à la date  $t$  ( $A_t = CRD_{t-1} - CRD_t$ ) ;
- $I_t$  : le montant de l'intérêt à la date  $t$  ( $I_t = CRD_{t-1} \times i$ , sauf pour les prêts *in fine*).

##### Les remboursements *in fine* :

Pendant toute la durée de ce type de prêt, seuls les intérêts sont remboursés par l'emprunteur à chaque échéance. Le capital initial n'est remboursé qu'à la dernière échéance.

Le tableau d'amortissement associé à ce type de remboursement est défini ci-dessous :

Année	$CRD_{debut}$	Intérêts	Amortissements	Echéances	$CRD_{fin}$
$1 \leq t < N$	$CI$	$I_t = i \times CI$	$A_t = 0$	$E_t = I_t$	$CRD_t = CI$
$N$	$CI$	$I_t = i \times CI$	$A_N = CI$	$E_N = CI + I_N$	$CRD_N = 0$

TABLE 1.4 – Tableau d'amortissement pour un prêt à remboursement *in fine***Les remboursements à amortissements constants :**

L'amortissement désigne la dépréciation ou la variation du capital restant dû à chaque échéance. Le montant du remboursement quant à lui sera variable à chaque échéance, car si l'amortissement est constant, les intérêts ne le sont pas.

Le tableau d'amortissement associé à ce type de remboursement est défini ci-dessous :

Année	$CRD_{debut}$	Intérêts	Amortissements	Echéances	$CRD_{fin}$
1	$CI$	$I_1 = i \times CI$	$A_1 = \frac{CI}{N}$	$E_1 = I_1 + A_1$	$CRD_1 = CI \times (1 - \frac{1}{N})$
$1 < t \leq N$	$CRD_{t-1} = CI \times (1 - \frac{t-1}{N})$	$I_t = i \times CRD_{t-1}$	$A_t = \frac{CI}{N}$	$E_t = I_t + A_t = \frac{CI}{N} [1 + i \times (N - t + 1)]$	$CRD_t = CI \times (1 - \frac{t}{N})$

TABLE 1.5 – Tableau d'amortissement pour un prêt à amortissements constants

**Les remboursements à annuités constantes :**

Pour ce type de prêt, le montant du remboursement est constant à chaque échéance, pendant toute la durée du prêt ( $E_t = E$ ). La valeur actuelle de la somme empruntée (capital initial) est égale à la somme actualisée des échéances.

$$CI \times (1 + i)^{-0} = E \times (1 + i)^{-1} + \dots + E \times (1 + i)^{-N} \quad (1.1)$$

$$= E \times \sum_{j=1}^N (1 + i)^{-j} \quad (1.2)$$

$$\Rightarrow CI = E \times \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \quad (1.3)$$

Finalement le montant remboursé à chaque période vaut :

$$CI \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-N}} \quad (1.4)$$

Le tableau d'amortissement associé à ce type de remboursement est défini ci-dessous :

Année	$CRD_{debut}$	Intérêts	Amortissements	Echéances	$CRD_{fin}$
1	$CI$	$I_1 = i \times CI$	$A_1 = E_1 - I_1$	$E_1 = \frac{CI \times i}{1 - (1+i)^{-N}}$	$CRD_1 = CI - A_1$
$1 < t \leq N$	$CRD_{t-1}$	$I_t = i \times CRD_{t-1}$	$A_t = E_t - I_t = \frac{CI \times i \times (1+i)^{-N+t-1}}{1 - (1+i)^{-N}}$	$E_t = \frac{CI \times i}{1 - (1+i)^{-N}}$	$CRD_t = \frac{CI \times (1+i)^{-N+t}}{1 - (1+i)^{-N}}$

TABLE 1.6 – Tableau d'amortissement pour un prêt à remboursements constants

# Chapitre 2

## La directive Solvabilité 2

### 2.1 De Solvabilité 1 à Solvabilité 2

Un organisme d'assurance est solvable s'il est capable de faire face à ses engagements, c'est-à-dire s'il est en mesure de verser à chacun de ses assurés, les montants qui leur sont dus. Comme pour toute entreprise, cette solvabilité est observée à travers les états financiers. Il s'agit d'une représentation financière structurée des événements affectant l'entreprise et des transactions réalisées par celle-ci. L'objectif des états financiers est donc de fournir des informations sur la situation financière, la performance et les flux de trésorerie de l'entreprise. Nous retrouvons dans les états financiers, le bilan et le compte de résultat.

Différents risques peuvent compromettre la solvabilité d'un organisme d'assurance, comme par exemple une sous estimation des engagements, une sous tarification des garanties, une dérive de la sinistralité ou encore des pertes sur les marchés financiers. Pour limiter ces risques, les compagnies d'assurance doivent s'assurer d'une constitution de provisions et de fonds propres importants. La réglementation a ainsi permis de normer les pratiques des organismes d'assurance.

C'est dans cette optique qu'a été mise en place dans un premier temps, la directive Solvabilité 1 en 1973, qui se concentrait uniquement sur les aspects quantitatifs. De plus, les calculs forfaitaires proposés étaient non adaptés au profil de risque des organismes assureurs. Elle exigeait aux organismes assureurs la constitution de provisions techniques et d'une marge de solvabilité « suffisantes ». Cependant toutes ces notions étaient peu ou mal définies.

Pour renforcer les exigences de Solvabilité 1, la directive Solvabilité 2 est entrée en application le 1er janvier 2016. Elle instaure les règles relatives à la solvabilité applicables aux entreprises d'assurances et de réassurance dans l'Union européenne. Le cadre de Solvabilité 2 est défini par trois textes réglementaires :

— Textes de niveau 1 : La Directive

Votée en 2009 par le Parlement Européen, elle est complétée en 2014 par la Directive Omnibus 2 qui fixe les mesures transitoires et des ajustements sur les branches longues ;

- Textes de niveau 2 : Le Règlement Délégué  
Rédigé par la Commission Européenne; fixe les règles exactes à appliquer en explicitant certains calculs et le contenu attendu de la documentation réglementaire;
- Textes de niveau 3 : Le Technical standards et les guidelines  
Rédigés en 2015 par l’EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority), ce sont des règles venant compléter les textes de niveau 2.

Le schéma ci-dessous illustre la différence des bilans entre la vision Solvabilité 1 et celle de Solvabilité 2 :

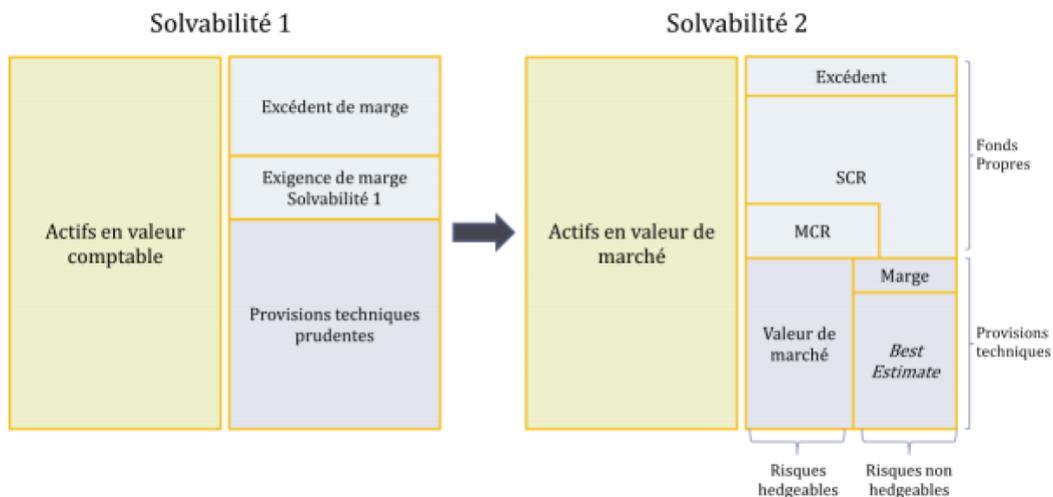


FIGURE 2.1 – Comparaison des bilans économiques sous Solvabilité 1 et Solvabilité 2

## 2.2 Organisation de la directive Solvabilité 2

Les exigences de la directive Solvabilité 2 sont réparties en trois piliers.

### 2.2.1 Pilier 1 : Exigences quantitatives

Le pilier 1 de Solvabilité 2 définit les règles de calcul des actifs et des passifs, mais aussi des exigences en capital et leurs méthodes de calcul.

Dans le bilan prudentiel de l’assureur sous Solvabilité 1, les actifs étaient évalués en valeur comptable (valeur historique). Sous Solvabilité 2, ils sont désormais évalués en « valeur de marché », c’est-à-dire qu’on estime la valeur qu’ils ont à la clôture des comptes, valeur à laquelle il serait vendu d’une entreprise à une autre.

Le passif quant à lui, est constitué de Fonds Propres et des Engagements (Provisions Techniques). Une partie des Fonds Propres contient le surplus ou l’Excédent de Fonds Propres. Tandis que l’autre représente les exigences en capital.

### 2.2.1.1 Le SCR

Le SCR (Solvency Capital Requirement ou Capital de Solvabilité Requis) représente le capital cible nécessaire pour absorber des pertes inattendues. Il correspond au montant de fonds propres à détenir pour limiter la probabilité de ruine à un an à 0,5%.

Pour déterminer les exigences de capital, l'assureur peut utiliser soit la Formule standard, soit un modèle interne complet ou partiel et après autorisation par le superviseur. Dans le cadre de notre mémoire, nous allons nous intéresser à la méthode de calcul avec la formule standard.

Le SCR formule standard est calculé selon une approche modulaire, indiquée dans le schéma ci-dessous :

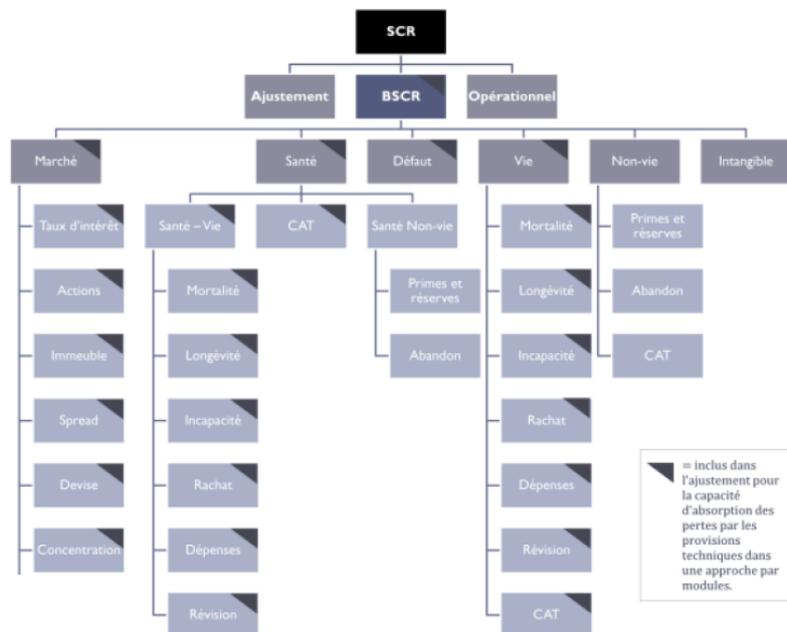


FIGURE 2.2 – Le SCR : Approche modulaire de la formule standard

Selon la formule standard, le SCR est composé de trois éléments que l'on observe dans la formule suivante.

$$SCR = BSCR + Ajustement + SCR_{opérationnel} \quad (2.1)$$

Avec :

- $BSCR$  le capital de solvabilité requis de base
- $Ajustement$  l'ajustement qui correspond à la capacité d'absorption de pertes des provisions techniques et des impôts différés, afin d'ajuster le SCR
- $SCR_{opérationnel}$  l'exigence de capital pour risque opérationnel.

Le SCR de base se calcule de la façon suivante :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangibles} \quad (2.2)$$

où :

- $Corr_{i,j}$ <sup>1</sup> est le coefficient de corrélation entre les modules  $i$  et  $j$  ;
- $SCR_i$  est le SCR relatif au module  $i$  ;
- $SCR_j$  est le SCR relatif au module  $j$  ;
- $SCR_{intangibles}$  est le SCR calculé pour les actifs incorporels.

Chaque module de risque est lui-même composé de sous-modules, comme le montre la Figure 2.2. Une formule généralisée du SCR relatif à un module de risque est la suivante :

$$SCR_{risque} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrRisque_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} \quad (2.3)$$

où :

- $CorrRisque_{i,j}$  est le coefficient de corrélation entre deux sous-modules  $i$  et  $j$  d'un même risque ;
- $SCR_i$  est le SCR relatif au sous-module  $i$  ;
- $SCR_j$  est le SCR relatif au sous-module  $j$ .

Pour chacun des sous-modules élémentaires, le SCR est calculé à partir d'une variation de l'actif net réévalué. Cette variation appelée NAV (Net Asset Value) est défini comme suit :

$$NAV = BE_{Actif} - BE_{Passif} \quad (2.4)$$

Cette variation est obtenue en appliquant un scénario de choc et est défini par l'EIOPA. On peut ainsi écrire la formule du  $SCR_{sous\ module}$  :

$$SCR_{sous\ module} = \Delta NAV \quad (2.5)$$

$$= NAV^{avant\ choc} - NAV^{apres\ choc} \quad (2.6)$$

$$= (BE_{Actif}^{avant\ choc} - BE_{Passif}^{avant\ choc}) - (BE_{Actif}^{apres\ choc} - BE_{Passif}^{apres\ choc}) \quad (2.7)$$

Lorsque le choc n'impacte pas la valeur de l'actif ou en cas de non modélisation de l'actif :

$$SCR_{sous\ module} = BE_{Passif}^{apres\ choc} - BE_{Passif}^{avant\ choc} \quad (2.8)$$

---

1. Ce coefficient est issu de la matrice de corrélation fournie par l'EIOPA. Dans le cadre de notre mémoire, il s'agira de la corrélation entre les modules Vie et Santé.

### 2.2.1.2 Le MCR

Le MCR (Minimum Capital Requirement ou Minimum de Capital Requis) correspond au niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'autorité de contrôle intervient systématiquement pour rétablir la santé de l'établissement concerné. Il se calcule de la façon suivante :

$$MCR = \max(MCR_{combine}; AMCR) \quad (2.9)$$

où :

- $MCR_{combine}$  représente le minimum de capital requis combiné ;
- $AMCR$  (Absolute MCR) représente le seuil de plancher absolu visé par la directive Solvabilité 2 en fonction de l'activité de l'entreprise.

Le minimum de capital requis combiné se calcule comme suit :

$$MCR_{combine} = \min(\max(MCR_{lineaire}; 25\%SCR); 45\%SCR) \quad (2.10)$$

### 2.2.1.3 Les chocs réglementaires selon Solvabilité 2

La directive Solvabilité 2 impose à l'assureur l'application de chocs qui pourraient augmenter ses flux sortants. Les Actes Délégués précisent les chocs à appliquer lors du calcul du SCR pour chaque sous-module de risque. Les modules Santé et Vie de la figure 2.2 sont les modules de risques auxquels appartient l'assurance emprunteur de façon générale. Ainsi pour un contrat emprunteur, la garantie décès est rattachée au **module Vie** et la garantie arrêt de travail est rattachée au **module Santé**. Les chocs à appliquer en assurance emprunteur sont présentés de façon plus explicite dans les tableaux ci-dessous :

Hausse mortalité	15%
Hausse longévité (Baisse mortalité)	20%
Hausse rachat	50%
Baisse rachat	50%
Rachat massif	40%
Hausse montant frais (Augmentation des dépenses futures)	10%
Hausse montant frais (Augmentation par an du taux d'inflation des dépenses)	1%
Cat Vie (Hausse mortalité première année)	0,15%

TABLE 2.1 – Les chocs réglementaires du module Vie selon Solvabilité 2

Hausse mortalité	15%
Hausse taux d'incidence en arrêt de travail (première année)	35%
Hausse taux d'incidence en arrêt de travail (années suivantes)	25%
Baisse taux de reprise (retour à l'état de validité)	20%
Hausse rachat	50%
Baisse rachat	50%
Rachat massif	40%
Hausse montant frais (Augmentation des dépenses futures)	10%
Hausse montant frais (Augmentation par an du taux d'inflation des dépenses)	1%
Cat Santé (Accident de masse - Décès accidentel)	10%
Cat Santé (Accident de masse - incapacité longue)	5%
Cat Santé (Accident de masse - incapacité courte)	13,5%
Cat Santé (Concentration d'accident - Décès accidentel)	10%
Cat Santé (Concentration d'accident - incapacité longue)	5%
Cat Santé (Concentration d'accident - incapacité courte)	13,5%
Cat Santé (Pandémie)	0,0075%

TABLE 2.2 – Les chocs réglementaires du module Santé SLT selon Solvabilité 2

## 2.2.2 Les Provisions Techniques

Dans la partie inférieure du bilan prudentiel, nous retrouvons les Provisions Techniques. Selon la directive Solvabilité 2, elles doivent être « prudentes, fiables et objectives ». Elles sont constituées des éléments suivants :

— **Le Best Estimate :**

Le Best Estimate (Meilleur Estimation) est le montant que doit détenir l'assureur pour être en mesure d'indemniser ses assurés. Autrement dit, c'est la valeur actuelle attendue des flux futurs de trésorerie (jusqu'à leur extinction). Les flux futurs de trésorerie représentent l'ensemble des encaissements et décaissements relatifs à la pratique de l'activité de l'assurance. Il s'agit donc de l'espérance de ces flux de trésorerie, actualisée avec la courbe de taux sans risque pertinente fournie par l'EIOPA.

On peut écrire la formule du Best Estimate de la façon suivante :

$$BestEstimate = \sum_{i=1}^N \frac{Flux_i}{(1 + r_i)^i} \quad (2.11)$$

Avec :

- $i$  l'année de projection
- $Flux_i$  les flux de trésorerie relatifs à l'année de projection  $i$
- $r_i$  le taux sans risque relatif à l'année de projection  $i$

— **Le Risk Margin :**

Le Risk Margin (Marge de risque) est un montant qui vient s'ajouter au Best Estimate de l'assureur, toujours dans le but de pouvoir honorer ses engagements. Ce montant représente le coût de transfert des engagements en cas de transfert de ces derniers à un autre organisme assureur.

La formule du Risk Margin est la suivante :

$$RiskMargin = CoC \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \quad (2.12)$$

Avec :

- $CoC$  le facteur du coût du capital (Cost of Capital) qui vaut 6% sous Solvabilité 2
- $SCR_t$  le SCR à la date  $t$
- $(1 + r_{t+1})^{t+1}$  le facteur d'actualisation à la date  $t + 1$

### 2.2.3 Pilier 2 : Exigences qualitatives et supervision

Dans le pilier 2 de Solvabilité 2, on retrouve d'une part les exigences des règles de gouvernance et de gestion des risques, et d'autre part l'évaluation propre des risques de la solvabilité (ORSA : Own Risk and Solvency Assessment). Dans le cadre de ce mémoire, nous ne rappellerons pas les règles et la structure de gouvernance. Nous nous focaliserons directement sur l'ORSA.

Défini par l'article 45 de la Directive Solvabilité 2, l'ORSA désigne l'évaluation interne des risques et de la solvabilité de l'organisme assureur. Concrètement, c'est une évaluation prospective des exigences du pilier 1 sur un horizon de temps préalablement défini par le Business Plan de l'entreprise.

L'évaluation de l'ORSA porte au moins sur les trois éléments suivants :

- Le Besoin Global de Solvabilité ;
- Le respect permanent des exigences de capital et des exigences concernant les provisions techniques ;
- L'écart entre le profil de risque et les hypothèses sous-jacentes.

Nous allons présenter brièvement ces trois principes.

— **Le Besoin Global de Solvabilité :**

Le Besoin Global de Solvabilité (BGS) est la première exigence de l'ORSA. Il s'agit d'une nouvelle métrique du risque, dont le choix est propre à chaque organisme assureur. Cependant, son évaluation reste encadrée et doit prendre en compte les éléments suivants :

- **Le profil de risque** : C'est le niveau de risque actuel auquel est exposé l'entreprise. S'il existe un risque pouvant impacter les Fonds Propres, il doit être pris en compte par l'ORSA. Le profil de risque comprend les risques du pilier 1 de Solvabilité 2, ainsi que les autres risques possibles quantifiables ou non.

Il existe des risques non pris en compte dans la formule standard mais qui peuvent être inclus dans l'ORSA, comme les risques souverains, de réputation ou de liquidité par exemple.

- **L'appétence au risque** : C'est le niveau de risque acceptable de la compagnie selon sa stratégie de gestion des risques.
- **La tolérance au risque** : Il désigne le niveau de risque global maximal que la compagnie est prête à prendre.
- **La limite au risque** : C'est le niveau de risque que la compagnie est prête à prendre, par classe de risque.
- **Les mesures de risque** : Le choix des métriques à utiliser, qu'elles soient quantitatives ou qualitatives, est propre à chaque compagnie. Elles peuvent être généralisables à l'ensemble des risques. Parmi les métriques généralement utilisées, on peut citer le SCR, le MCR, les montants de Fonds Propres et de Best Estimate, le ratio S/P, etc. Pour avoir une vision plus globale de l'ORSA, plusieurs métriques sont utilisées.

Les mêmes métriques sont utilisées pour apprécier la tolérance et l'appétence au risque. Par contre, pour les limites au risque, les métriques doivent être adaptées aux différents risques.

Une fois les métriques choisies, il faut tenir compte des risques auxquels la compagnie est et pourrait être confrontée. Cela implique des mesures de sensibilités (chocs réglementaires) mais aussi des projections afin de mesurer l'impact de ces chocs.

#### — Le respect des exigences :

Il s'agit d'un contrôle effectué pour les exigences en capital de l'organisme assureur, ainsi que pour ses Provisions Techniques.

Pour respecter les exigences en capital, il faut pouvoir montrer que si l'activité de la compagnie augmente, le surplus de couverture ne sera pas absorbé par cette évolution d'activité. Pour cela, le pilier 1 doit être respecté (chocs inclus) en calculant le SCR avec la formule standard, puis en le projetant sur un horizon de temps au moins égal à celui du Business Plan de l'entreprise. Une fois le SCR projeté, des scénarii d'analyse de la sensibilité du profil de risque seront mis en place.

Les Provisions Techniques doivent être calculées conformément aux règles de Solvabilité 2.

— **Ecart entre le profil de risque et les hypothèses sous-jacentes :**

Dans cette dernière exigence, l'assureur doit déterminer la mesure dans laquelle son profil de risque s'écarte des hypothèses qui sous-tendent le SCR prévu, calculé à l'aide de la formule standard. L'organisme assureur doit ensuite vérifier si tous les risques importants sont inclus dans le calcul du SCR.

### **2.2.4 Pilier 3 : Reporting prudentiel et informations publiques**

Ce pilier vise à expliciter les exigences en matière de transparence vis-à-vis des autorités de contrôle et de communication au public. L'objectif est d'harmoniser la publication d'informations à l'échelle de l'Union Européenne.

Deux reportings narratifs sont exigés (articles 35 et 51 de la Directive Européenne) :

- Le SFCR (Solvency and Financial Condition Report) est un rapport sur la solvabilité et la situation financière de l'entreprise, destiné au public ;
- Le RSR (Regular Supervisory Report) est un rapport destiné à l'autorité de contrôle.

Des reportings quantitatifs sont également exigés : il s'agit des états quantitatifs (QRT : Quantitative Reporting Templates) qui doivent être publiés annuellement et trimestriellement.

Le pilier 3 de la directive renforce également l'exigence de qualité des données. Il définit notamment trois mesures de la qualité des données : l'exactitude, l'exhaustivité et la pertinence.

La dernière exigence du pilier 3 concerne la rédaction d'un rapport ORSA, précisant la méthode de réalisation ainsi que son intégration aux décisions stratégiques de l'entreprise.

## Deuxième partie

# Modélisation d'un portefeuille Emprunteur

# Chapitre 3

## Description du produit emprunteur étudié

L'objectif de ce mémoire est de mesurer l'impact de la commercialisation d'un nouveau produit sur la rentabilité d'une entité d'assurance. Pour ce faire, nous allons dans un premier temps présenter, de manière spécifique le nouveau produit que l'assureur souhaite commercialiser. Puis nous décrirons la base de donnée utilisée dans un second temps. Suite à cela, nous présenterons dans les chapitres suivants, les hypothèses de modélisation retenues pour le calcul et la projection de nos flux de trésorerie. Ces flux vont nous permettre de calculer les métriques de risques retenues par l'assureur afin de mesurer sa rentabilité.

### 3.1 Présentation du produit

Afin de diversifier son activité, Libéa qui est une société du groupe MACSF, souhaite commercialiser un produit d'assurance emprunteur. La société MACSF Prévoyance commercialise déjà ce type de produit depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2018.

Par hypothèse nous considérons que Libéa souhaite répliquer le contrat déjà commercialisé par la MACSF.

Dans la suite de notre étude, nous emploierons par abus de langage le terme « garantie décès » (DC) pour désigner les garanties Décès, PTIA et IPT et le terme « garantie arrêt de travail » (AT) pour désigner les garanties ITT et IPP.

Les caractéristiques du contrat sont les suivantes :

Garanties	Décès, PTIA, IPT ITT IPP
Franchises ( <i>en cas d'ITT</i> )	30 jours 90 jours
Rechute ( <i>en cas d'ITT</i> )	Le nombre de rechutes est illimité et le délai maximum de prise en compte est de un an
Type de prêts assurables	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Les prêts amortissables par versements périodiques (durée maximum = 35 ans)</li> <li>• Les prêts relais remboursables en une seule fois au terme (durée maximum = 36 mois)</li> <li>• Les prêts <i>in fine</i> remboursables en une seule fois au terme (durée maximum = 20 ans)</li> <li>• Les crédit-bails ou location avec option d'achat (durée maximum = 84 mois)</li> </ul>
Prime	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Constante (fonction du CI)</li> <li>• Fonction du tarif en vigueur à l'adhésion mais aussi de l'âge de l'assuré à la souscription</li> <li>• Pas d'exonération de prime en cas d'ITT ou d'IPP</li> </ul>
Prestation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Décès, PTIA, IPT <math>\rightarrow</math> Prestation = Quotité <math>\times</math> CRD</li> <li>• ITT <math>\rightarrow</math> Prestation = Quotité <math>\times</math> Échéance</li> <li>• IPP <math>\rightarrow</math> Prestation = Quotité <math>\times</math> Échéance <math>\times</math> <math>Tx_{inval}</math></li> </ul>
Condition d'adhésion	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Âge à la souscription &lt; 75 ans pour tous les types de prêts assurables (pour les prêts amortissables et <i>in fine</i>)</li> <li>• Âge à la souscription &lt; 70 ans pour les prêts relais et les crédits-bails</li> </ul>
Cessation de garantie	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Au terme normal ou anticipé du prêt</li> <li>• Pour la garantie décès : au 31/12 de l'année où l'assuré atteint 80 ans</li> <li>• Pour la garantie PTIA : au 31/12 de l'année où l'assuré atteint 65 ans</li> <li>• Pour les autres garanties : au 31/12 de l'année où l'assuré atteint 68 ans</li> <li>• Au jour du règlement des prestations suivantes : Décès, PTIA, IPT</li> </ul>

TABLE 3.1 – Description synthétique du contrat

## 3.2 Etude statistique du portefeuille existant

Un contrat emprunteur étant déjà commercialisé par la MACSF, nous disposons d'un portefeuille emprunteur de référence. Nous allons présenter une vision de ce portefeuille au 31/12/2019.

### 3.2.1 Données liées au sociétaire

#### Le sexe :

Le portefeuille existant est composé de 49 % d'hommes et 51 % de femmes. De façon générale, il y a à peu près autant d'hommes que de femmes dans le portefeuille.

#### L'âge à la souscription :

L'âge de l'assuré à la souscription est calculé en faisant la différence entre l'année de la souscription et l'année de naissance du sociétaire. En tenant compte du fait que l'âge d'adhésion doit être compris entre 18 et 70 ans, voire 75 ans pour certaines garanties, la répartition des âges à la souscription des individus de notre portefeuille est représentée ci-dessous :

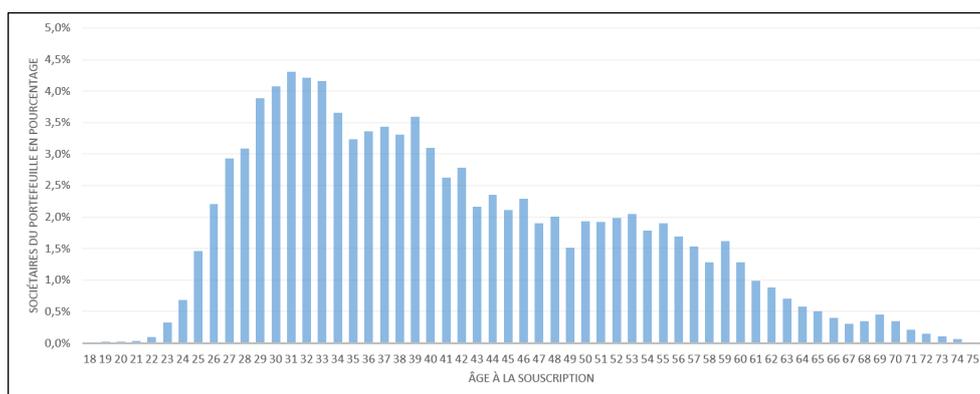


FIGURE 3.1 – Pyramide des âges

Du fait que le contrat soit assez nouveau (commercialisation en 2018), il est intéressant d'observer une forte concentration de sociétaires entre 30 et 50 ans. En effet cette tranche d'âge est plus souvent amenée à souscrire un emprunt que la moyenne.

### 3.2.2 Données liées au contrat :

#### La franchise :

D'après les conditions générales (CG) du contrat, la garantie DC est obligatoire, et la garantie AT est facultative avec plusieurs choix de franchises associées. Sur l'ensemble des individus de notre portefeuille, plus de 20 % choisissent de ne pas s'équiper de la garantie arrêt de travail. Pour ceux ayant choisit de souscrire la garantie arrêt de travail, la répartition des franchises choisies est la suivante :

Franchise	Pourcentage
30 jours	23 %
90 jours	77 %

TABLE 3.2 – Répartition des franchises choisies pour la garantie AT

On constate que la franchise de 30 jours est moins choisie que celle de 90 jours par les sociétaires ayant souscrit la garantie arrêt de travail.

#### La quotité assurée :

Il est fréquent que plusieurs individus réalisent ensemble un même emprunt. Ils se répartissent alors le remboursement du prêt : ce sont des co-emprunteurs. L'assurance emprunteur couvre chaque co-emprunteur à hauteur de son engagement dans le prêt. Ainsi, la quotité assurée désigne la répartition de la couverture entre co-emprunteurs et correspond à la part de capital à garantir. La quotité assurée de chaque prêt doit être au minimum de 100 %.

Cependant, la vision de notre portefeuille étant une vision tête par tête (et non par prêt), il est tout à fait possible d'observer une quotité inférieure à 100 % pour une tête. Cela voudrait simplement dire que l'individu en question partage son prêt avec un ou plusieurs co-emprunteurs afin d'atteindre une quotité de 100 %.

La proportion des individus du portefeuille avec une quotité inférieure à 100 % est de 27 %.

### 3.2.3 Données liées au prêt :

#### Le capital initial :

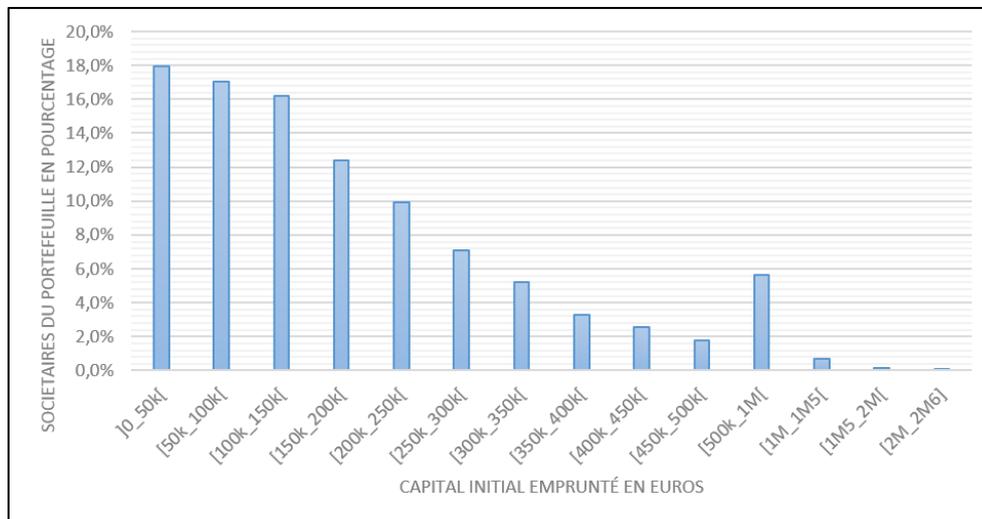


FIGURE 3.2 – Répartition de la population selon le capital initial

Le capital initial représente le montant emprunté à la date de souscription du prêt et sert de base au calcul des cotisations d'assurance.

Dans le portefeuille existant, plus de la moitié de la population (59%) empruntent un capital initial situé entre 100 et 500 000 euros, 35% empruntent pour moins de 100 000 euros, et seulement 6% pour plus de 500 000 euros.

#### Le taux du prêt :

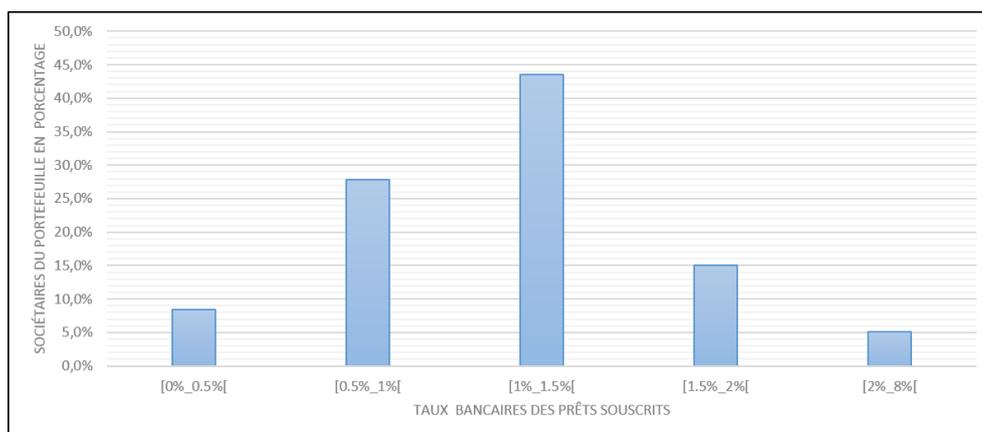


FIGURE 3.3 – Répartition de la population selon les taux de prêts

On observe une forte concentration de la population autour des prêts ayant un taux de 0.5 à 1,5%. Les emprunteurs de notre portefeuille souscrivent des prêts à des

taux relativement faibles : le taux d'emprunt moyen est de 1.52%. À noter que le taux bancaire dépend d'autres facteurs (le capital emprunté ou encore la durée initiale du prêt) et donc sera amené à évoluer en même temps que ces facteurs.

**La durée initiale :**

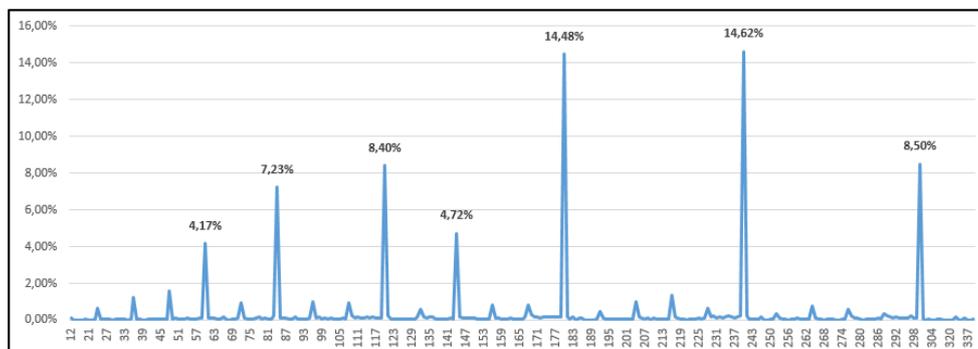


FIGURE 3.4 – Répartition de la population selon les durées initiales des prêts

Les durées de prêt les plus fréquentes sont des durées de 180 mois (15 ans) et 240 mois (20 ans). Ces deux durées représentent plus de 28% des prêts souscrits. On observe également quelques pics de population qui se démarquent pour des durées de 5, 7, 10, 12 et 25 ans, représentant un total de plus de 30% des prêts.

# Chapitre 4

## Hypothèses de modélisation retenues

### 4.1 Présentation du modèle de projection

L'objectif de cette partie est de présenter le modèle et l'outil de projection réalisé. Cet outil a été développé sous VBA et permet de projeter les flux de trésorerie jusqu'à extinction des prêts ou des garanties.

Un individu ayant souscrit une assurance emprunteur contre les risques Décès et Arrêt de Travail (Incapacité et Invalidité), évolue suivant différents états jusqu'à la fin de son contrat.

Les états possibles dans lesquels peut se trouver l'individu à une période  $t$  sont :

- Valide noté  $v$  ;
- Décès noté  $d$  ;
- Incapacité noté  $inc$  ;
- Invalidité noté  $inv$  ;
- Résiliation (contrat résilié ou racheté) noté  $r$ .

On appelle *l'espace d'états*, l'ensemble des valeurs ou états possibles noté  $E$ . Nous observons cinq états possibles : l'espace d'état est donc fini et dénombrable. De plus, la projection se fait à pas mensuel. Le modèle de projection détermine à chaque pas de calcul les probabilités d'être dans l'espace d'états.

#### Processus de Markov :

Un processus de Markov à temps discret ou chaîne de Markov selon les auteurs, est une suite de variables aléatoires dans le temps ou conditionnellement au présent, le futur ne dépend pas du passé.

*Soit  $X = \{X_n; n > 0\}$  une suite de variables aléatoires à valeurs dans  $E$ . On dit que  $X$  est une chaîne de Markov si, pour tout  $x_0, \dots, x_{n+1} \in E$ , on a :*

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n) \quad (4.1)$$

Notre modèle est un processus de Markov à temps discret et à espace d'états discret. Au sein de notre espace d'états, certains états sont tels que l'individu peut y rester d'une période à une autre. Autrement dit, une fois que l'individu entre dans ces états, le processus s'arrête. Ces états sont dits « absorbants ». Tout état non absorbant est dit « transient ». De plus, dans notre modèle, l'individu vieillit à chaque pas de projection. Le modèle est dit non-homogène dans le temps.

### Matrice de transition :

Soit  $X = \{X_n; n > 0\}$  une suite de variables aléatoires à valeurs dans  $E$ . Pour tout  $i$  et  $j \in E^2$ , la probabilité de transition de l'état  $i$  à l'état  $j$  s'écrit :

$$P(X_1 = j \mid X_0 = i) = p_{ij} \quad (4.2)$$

La matrice de transition est une matrice stochastique qui contient toutes les probabilités  $p_{ij}$  relatives à chaque état.

Le schéma ci-dessous représente le Processus de transition inter-états :

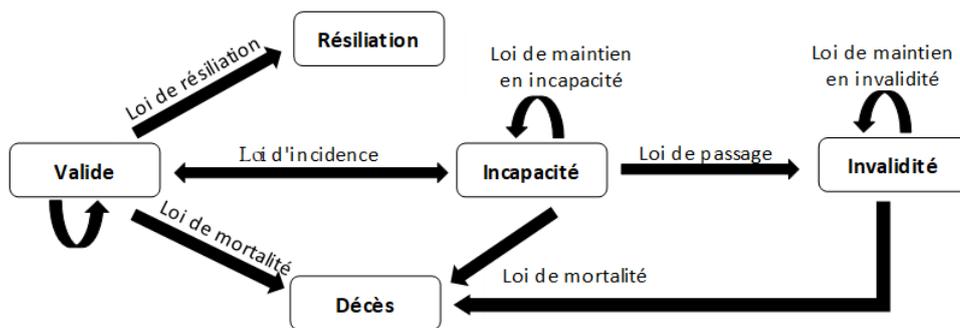


FIGURE 4.1 – Processus de transition inter-état

Dans la section suivante, nous présenterons les hypothèses biométriques et comportementales retenues : autrement dit les lois de probabilité intervenant dans notre modèle.

## 4.2 Les lois de probabilité

Le choix des lois de probabilité est indispensable pour notre étude étant donné que nous évaluons des valeurs actuelles probables aussi bien pour la tarification que pour le provisionnement. Les probabilités relatives aux différents états de notre processus se calculent à l'aide de lois de probabilités décrivant le comportement aléatoire des différents risques couverts. Nous allons présenter les lois d'expériences et les lois réglementaires utilisées dans notre étude.

### 4.2.1 Loi de mortalité

La loi de mortalité est décrite au travers d'une table de mortalité ou table de survie d'expérience construite en interne puis certifiée. Elle permet d'étudier le nombre de

décès, les probabilités de décès ou de survie et l'espérance de vie selon l'âge et le sexe. Tout d'abord, nous définissons la probabilité qu'un individu d'âge  $x$  survive jusqu'à l'année  $j$  comme suit :

$${}_j p_x = \frac{l_{x+j}}{l_x} \quad (4.3)$$

avec :

- $l_x$  : le nombre de survivants à l'âge  $x$  parmi 100 000 nouveaux-nés.

Ainsi, la probabilité qu'un individu d'âge  $x$  de décède en année  $x + j$  s'écrit :

$${}_j q_x = 1 - {}_j p_x \quad (4.4)$$

La MACSF a fait le choix d'une table unisexe. La table d'expérience retenue est obtenue à partir de la table TF 00-02 à laquelle un abattement a été appliqué pour mieux rendre compte de la mortalité des individus en portefeuille. Une hypothèse importante de notre étude liée à la loi de mortalité est l'absence de surmortalité pour les sociétaires en arrêt de travail. C'est-à-dire que la table de mortalité appliquée aux sinistrés est la même que celle des valides.

À noter que le pas de projection de notre modèle est un pas mensuel. Afin de mensualiser notre table de mortalité, nous appliquons une **interpolation linéaire** entre les âges entiers en supposant une répartition uniforme des décès entre deux âges. Ainsi, pour tout  $t \in [0, 1]$  on a :

$$l_{x+t} = l_x + t \times (l_{x+1} - l_x) \quad (4.5)$$

Ce qui revient à écrire :

$${}_t q_x = t \times q_x \quad (4.6)$$

## 4.2.2 Loi de résiliation

Par le terme « résiliation », nous regroupons toute sortie du portefeuille autre que la fin contractuelle du prêt (et donc du contrat) ou le décès. Le terme « sortie » lui sera généralement associé par abus de langage. Est donc considéré comme « résiliation », toute sortie ayant pour origine soit :

- le rachat anticipé total du prêt par le sociétaire ;
- la résiliation due aux lois HAMON et SAPIN 2 ;
- la renégociation du prêt auprès d'une nouvelle banque en cas de taux plus avantageux.

Les taux de résiliation retenus sont des taux annuels empiriques, segmentés selon l'ancienneté du contrat. Ils sont obtenus par observation du portefeuille sur un historique de 2000 à 2019.

Il faut noter que l'observation porte sur les contrats et non sur les individus, car un même individu peut posséder plusieurs contrats. Sachant cela, la première étape pour déterminer le taux de rachat est le calcul de l'exposition.

La période d'observation d'un contrat de façon générale correspond à la durée pendant laquelle le risque étudié est susceptible de se réaliser. Dans notre cas en particulier, elle correspond à la durée de validité du contrat selon la période d'observation choisie. On retient également que l'exposition est proratisée pour prendre en compte les cas de troncatures et de censures.

La méthodologie de calcul de l'exposition est représentée sur la figure ci-dessous :

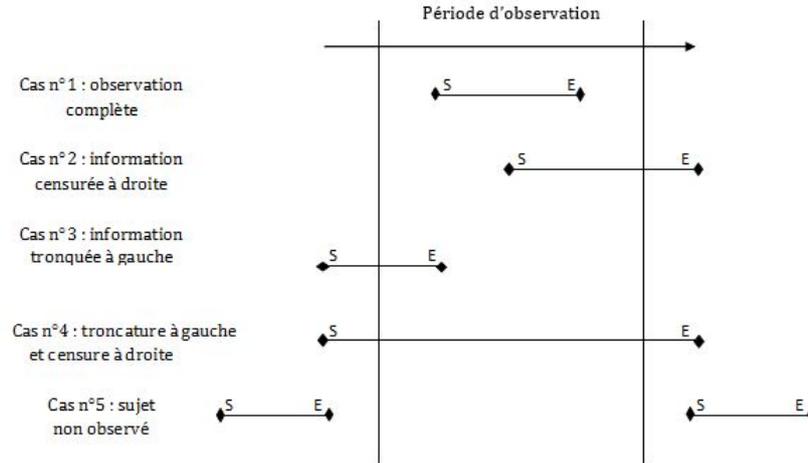


FIGURE 4.2 – Méthodologie de calcul de l'exposition

Sur la figure ci-dessus, on distingue les notations suivantes :

- $S$  : la date de souscription du contrat ;
- $E$  : la date de rachat, résiliation, décès ou fin de contrat.

Quant à l'ancienneté à une date  $j$  donnée comprise dans la période d'observation, elle s'écrit :

$$anc(j) = \min(j, F_{obs}, E) - \max(S, D_{obs}) \quad (4.7)$$

avec :

- $D_{obs}$  : la date de début d'observation
- $F_{obs}$  : la date de fin d'observation

Une fois toutes ces composantes calculées, le taux de résiliation relatif aux contrats ayant pour ancienneté  $t$  s'écrit :

$$tx_{resil}(t) = \frac{Nb_{resil}(t)}{Expo(t)} \quad (4.8)$$

avec :

- $Nb_{resil}(t)$  : le nombre de rachats observés pour l'ancienneté  $t$  ;
- $Expo(t)$  : l'exposition relative à l'ancienneté  $t$ .

La figure ci-dessous représente le taux de rachat empirique observé selon l'année d'observation.

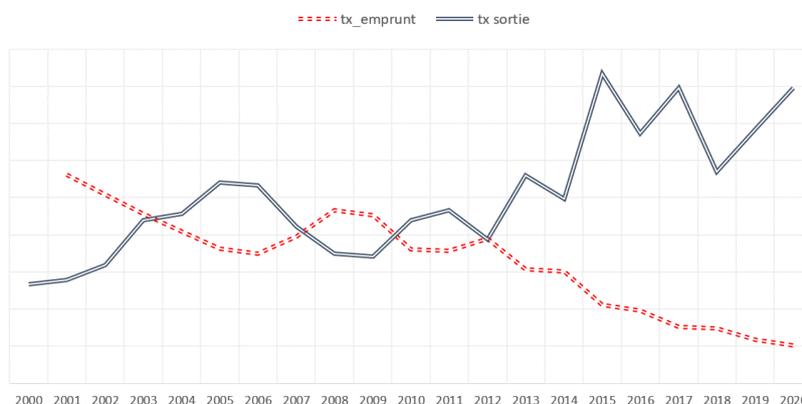


FIGURE 4.3 – Taux de sortie/résiliation selon l'année d'observation

On observe une tendance globalement croissante du taux de résiliation sur notre historique. Il est important de noter l'effet miroir observé avec la courbe des taux d'emprunt du marché (source : <https://www.observatoirecreditlogement.fr/>). Il s'agit d'un effet miroir : l'importance des résiliations est inversement proportionnelle à celle des taux d'emprunt. En effet, à l'inverse des comportements observés en épargne par exemple, plus les taux d'emprunt sont bas et plus les résiliations seront importantes. Cet effet miroir n'est pas surprenant, car les sociétaires auront plus tendance à rechercher à des taux d'emprunts avantageux.

La figure ci-dessous représente le taux de rachat empirique observé selon l'ancienneté.

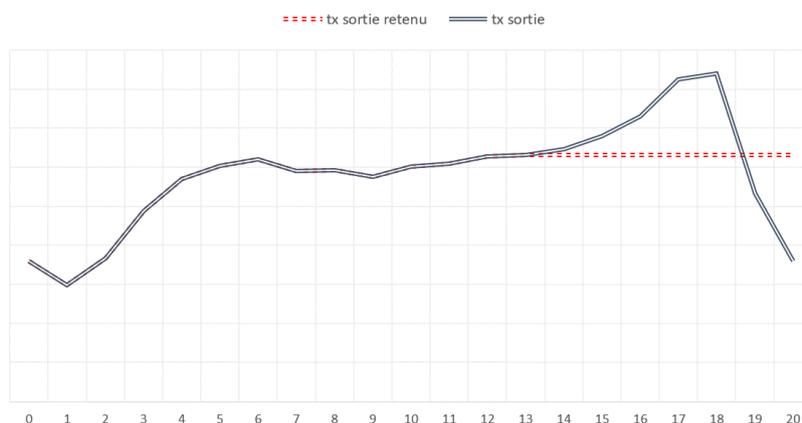


FIGURE 4.4 – Taux de sortie/résiliation selon l'ancienneté (en année)

On observe un taux de résiliation moins volatile avec une segmentation par ancienneté. Toutefois, à partir de 15 ans d'ancienneté, la faible volumétrie des contrats du portefeuille fait dériver notre taux de rachat. C'est pour cela qu'un taux flat de 5,9% a été retenu à partir de la dixième année d'ancienneté.

## 4.2.3 Les lois en arrêt de travail

### 4.2.3.1 Loi d'incidence en incapacité

Le groupe MACSF dispose de vieux contrats qui ont servi à la construction de la loi d'incidence. L'historique de données est basé sur une période d'observation de 2000 à fin 2018. Cette loi d'incidence utilisée est une loi d'expérience empirique.

Les lois construites prennent en compte les franchises, étant donné que l'assureur ne verse les prestations qu'une fois la franchise passée. Il s'agit donc de calculer la probabilité d'entrer en incapacité et de se maintenir dans cet état jusqu'à la franchise.

Il est aussi nécessaire de prendre en compte les rechutes pour estimer la durée effective de l'arrêt. En effet, contractuellement, les rechutes peuvent survenir autant de fois que possible sur une durée maximale d'un an. Passé ce délai, un nouveau sinistre est ouvert avec une nouvelle date de survenance et application de la franchise.

Les sociétaires choisissant en majorité les franchises de 30 et 90 jours, nous construisons des taux d'incidence respectivement relatifs à ces deux franchises. La méthode de calcul est similaire à celle de la loi de résiliation présentée dans la section 4.2.2. Il s'agit de calculer par année d'observation et par âge des taux d'incidence bruts qui seront lissés par la suite. Ce taux brut est égal au nombre de sinistres divisé par la population exposée.

En effectuant un rapport entre la sinistralité et l'exposition, on obtient :

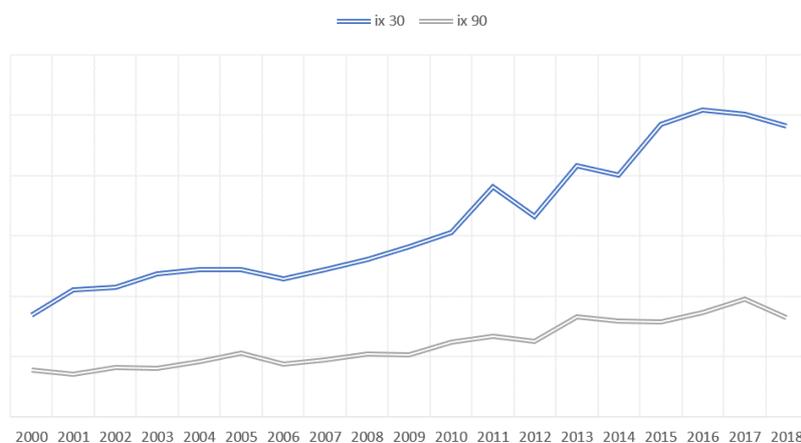


FIGURE 4.5 – Taux d'incidence en incapacité par année d'observation

Ci-dessous les taux bruts calculés segmenté par âge :

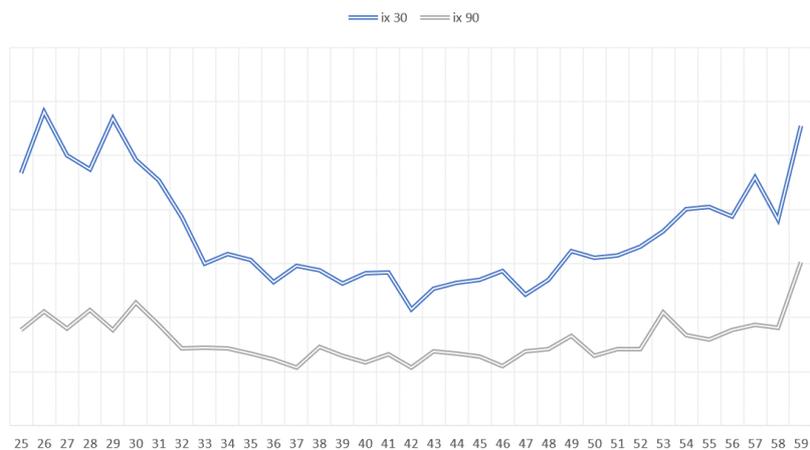


FIGURE 4.6 – Taux d'incidence en incapacité par année d'observation

Les taux bruts obtenus sont ensuite lissés via la méthode *LOESS* (*Locally Weighted Scatterplot Smoothing*). C'est une méthode non paramétrique de régression locale polynomiale. Elle consiste à approximer localement le nuage de points des taux bruts par une droite ou un polynôme de second degré, en utilisant les plus proches voisins de chaque point.

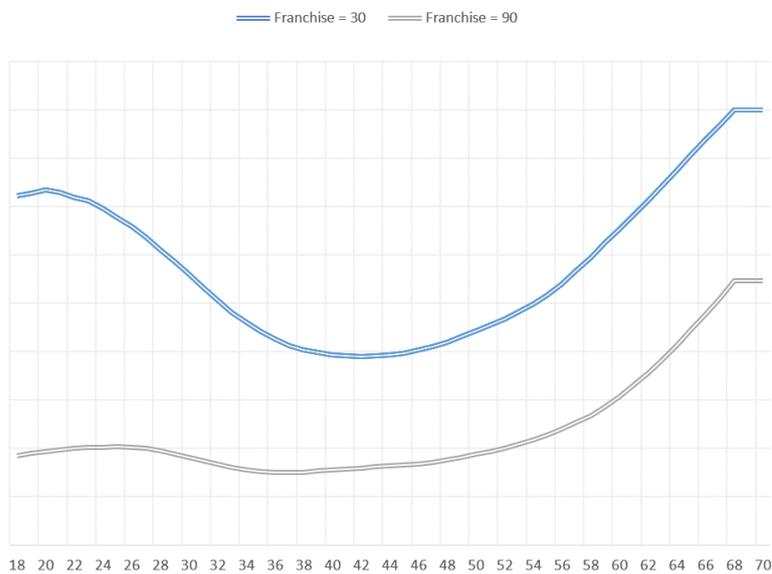


FIGURE 4.7 – Taux d'incidence en incapacité par âge

#### 4.2.3.2 Les lois du BCAC

Le Bureau Commun d'Assurances Collectives (BCAC) fournit les tables de provisionnement visées à l'article A331-22 du Code des Assurances. Ces tables en vigueur depuis le 28 Mars 1996 ont été prolongées de deux années par l'arrêté du 24 décembre 2010 dans le cadre de la Réforme des retraites. Nous utilisons dans notre modèle les tables du BCAC 2010 pour le maintien en incapacité, le passage en invalidité et le maintien en invalidité.

Les tables d'expérience utilisées ont été prolongées puis mensualisées.

L'âge de cessation de garantie du contrat X est fixé à 68 ans tandis que les tables du BCAC s'arrêtent à 66 ans pour le maintien en incapacité, 61 ans pour le passage en invalidité et 64 ans pour le maintien en invalidité.

La méthode de prolongement pour la table de **maintien en incapacité** est la suivante :  $L_{x,j}^{Inc} = L_{66,j}^{Inc}$  avec  $x = 67$  ou  $68$  et  $j = 1, \dots, 36$ .

Pour le prolongement de la table de **maintien en invalidité**, on considère que la seule cause de sortie de l'état d'invalidité est le décès. Ainsi, de 65 ans à 68 ans la table TD88-90 (survies d'hommes entre 1988 et 1990) est utilisée pour estimer le décès des invalides.

Le prolongement de la table de **passage en invalidité** est réalisé comme suit :  $S_{x,j} = S_{61,j}$  avec  $x = 62, \dots, 68$  et  $j = 1, \dots, 35$ .

Quant à la mensualisation, elle a été réalisée par interpolation linéaire entre deux âges.

### 4.3 Calcul des probabilités de transition inter-état

Après avoir présenté les lois de probabilités, présentons la méthode d'estimation des probabilités de transition inter-états. D'après la définition du processus de Markov en section 4.1, pour calculer les probabilités de transition entre états à un instant  $n + 1$ , il faut donc prendre en compte l'état à l'instant  $n$  ainsi que le temps passé dans cet état. Notre espace d'états est un ensemble de variables aléatoires discrètes munies chacune d'une fonction de probabilité.

Le choix de modélisation suivants ont été retenus :

- Les flux de trésorerie sont projetés sur un horizon de 30 ans afin de prendre en compte l'ensemble des durées d'engagement existantes dans le portefeuille ;
- Les projections sont réalisées suivant un pas mensuel. Ce choix permet d'estimer avec réalisme les prestations et primes futures ;
- Un individu valide ne peut pas passer directement dans un état d'invalidité. L'état d'invalidité n'est accessible qu'à partir de l'état d'incapacité ;
- Par hypothèse, un individu en arrêt de travail ne peut pas résilier son contrat d'assurance. Cette hypothèse est choisie par souci de cohérence avec la réalité : une banque n'accorde généralement pas de nouveau prêt à une personne en arrêt de travail.

Nous allons maintenant calculer l'ensemble des probabilités relatives à tous les états possibles du processus. Introduisons tout d'abord quelques notations.

Notations :

- $q_x$  : la probabilité qu'un individu d'âge  $x$  décède dans le mois ;
- $i_x$  : la probabilité qu'un individu d'âge  $x$  entre en incapacité dans le mois ;
- $r(anc)$  : la probabilité de résilier dans le mois pour une ancienneté  $anc$  (en mois) dans le prêt ;
- $P_v(n)$  : la probabilité d'être valide au pas  $n$  ;
- $P_d(n)$  : la probabilité d'être décédé au pas  $n$  ;
- $P_{d_{n-1}}(n)$  : la probabilité de décéder entre  $[n - 1$  et  $n]$  ;
- $P_r(n)$  : la probabilité d'avoir résilié au pas  $n$  ;
- $P_{r_{n-1}}(n)$  : la probabilité de résilier entre  $[n - 1$  et  $n]$  ;
- $P_{at}(n)$  : la probabilité d'être en arrêt de travail au pas  $n$  ;
- $P_{inc_{n-1}}(n)$  : la probabilité d'entrer en état d'incapacité entre  $[n - 1$  et  $n]$  ;
- $P_{inc}(n)$  : la probabilité d'être en état d'incapacité au pas  $n$  ;
- $P_{inv}(n)$  : la probabilité d'être en état d'invalidité au pas  $n$  ;
- $P_{x,k}^{maintien}$  : la probabilité de maintien en arrêt de travail pendant  $k$  mois pour un individu entré en incapacité à l'âge  $x$  ;

- $L_{x,a}^{Inc}$  : le nombre d'individus entrés en incapacité à l'âge  $x$  et toujours dans cet état après  $a$  mois ;
- $L_{x,a}^{Inv}$  : le nombre d'individus entrés en invalidité à l'âge  $x$  et toujours dans cet état après  $a$  mois ;
- $S_{x,a}$  : les effectifs entrés en incapacité à l'âge  $x$  et passant en invalidité au mois  $a$ .

Une fois les notations introduites, nous pouvons expliciter les probabilités relatives à nos différents états. Pour cela, nous considérons un individu d'âge  $x$  qui a, en début de période, une ancienneté dans le prêt noté  $anc$ .

$$P_{d_{n-1}}(n) = [P_v(n-1) + P_{at}(n-1)] \times q_{x+n-1} \quad (4.9)$$

$$P_{inc_{n-1}}(n) = i_{x+n-1} \times P_v(n-1) \times [1 - q_{x+n-1}] \quad (4.10)$$

$$P_{r_{n-1}}(n) = r(anc + n) \times P_v(n-1) \times [1 - q_{x+n-1}] \times [1 - P_{inc_{n-1}}(n)] \quad (4.11)$$

$$P_{at}(n) = P_{inc}(n) + P_{inv}(n) \quad (4.12)$$

$$P_d(n) = P_d(n-1) + P_{d_{n-1}}(n) \quad (4.13)$$

$$P_r(n) = P_r(n-1) + P_{r_{n-1}}(n) \quad (4.14)$$

$$P_v(n) = 1 - P_{at}(n) - P_d(n) - P_r(n) \quad (4.15)$$

$$P_{inc}(n) = \sum_{k=\max(n-35;1)}^n P_{inc_{k-1}}(k) \times P_{x+k-1,n-k+1}^{maintien,Inc} \quad (4.16)$$

Où :

$$— P_{x,k}^{maintien,Inc} = \frac{L_{x,k}^{Inc}}{L_{x,0}^{Inc}}$$

Comme mentionné précédemment, le passage en invalidité est conditionné par l'entrée en incapacité puis par le maintien en incapacité. Nous introduisons ainsi la probabilité de passer en invalidité au pas  $n$  qui s'écrit :

$$P_{inc \rightarrow inv}(n) = \sum_{k=\max(n-35;1)}^n P_{inc_{k-1}}(k) \times P_{x+k-1,n-k+1}^{maintien,Inc} \times \frac{S_{x+k-1,n-k}}{L_{x+k-1,n-k}^{Inc}} \quad (4.17)$$

Écrivons maintenant la probabilité d'être en invalidité au pas  $n$ , pour laquelle on observe deux cas de figure.

Dans le premier cas, conformément aux conditions générales du contrat X, lorsque le taux d'invalidité est supérieur à 66%, le contrat est traité comme un décès et prévoit donc le remboursement du capital restant dû : l'invalidité est donc un état absorbant lorsque le taux d'invalidité est supérieur à 66%.

Dans le cas contraire, lorsque le taux d'invalidité est inférieur à 66%, la prestation correspond à un remboursement partiel des échéances. Dans ce cas de figure, la probabilité d'être en invalidité dépend du passage en invalidité et du maintien en invalidité jusqu'au pas de calcul. On a alors :

$$P_{inv}(n) = \sum_{k=1}^n P_{inc \rightarrow inv}(n) \times P_{x+k-1, n-k+1}^{maintien, Inv} \quad (4.18)$$

Où :

$$— P_{x,k}^{maintien, Inv} = \frac{L_{x,k}^{Inv}}{L_{x,0}^{Inc}}$$

Enfin, le modèle prend également en compte les franchises proposées dans nos contrats : 30 jours, et 90 jours. L'assureur n'a connaissance du sinistre que si la durée de ce dernier dépasse celle de la franchise. À cet effet, afin de prendre en compte la franchise dans notre modèle, il suffit de réécrire la probabilité de maintien en incapacité comme suit.

$$P_{x,k}^{maintien, Inc} = \frac{L_{x,k}^{Inc}}{L_{x,f}^{Inc}} \quad (4.19)$$

Avec :

- $L_{x,f}^{Inc}$  : le nombre d'individus entrés en incapacité à l'âge  $x$  et toujours dans cet état après la franchise  $f$ .

## 4.4 Diffusion des effectifs

Afin d'implémenter notre modèle, il est nécessaire de déterminer les effectifs futurs probables de notre portefeuille sur tout l'horizon de projection. En effet, pour projeter nos flux de trésorerie il nous faut connaître le nombre de têtes à prendre en compte à chaque pas de projection. Les flux entrants et les flux sortants dépendent respectivement du nombre futur de payeurs de primes et du nombre futur de têtes sinistrés. Ces nombres n'étant pas connus en date d'évaluation<sup>1</sup>, ils sont estimés à l'aide des probabilités de transition inter-états définies dans la section 4.3.

Pour projeter les flux liés au stock de sociétaires présents dans le portefeuille, la diffusion des effectifs se fait tête par tête. Toute probabilité utilisée est propre à chaque tête assurée et dépend des caractéristiques de cette dernière (âge, capital initial, taux et durée du prêt, quotité, ancienneté, annuité, cotisations, etc. . .).

Toutefois, l'article 35 des actes délégués nous autorise à regrouper les contrats en profils synthétiques de sociétaires appelés « Model Points ». Les affaires nouvelles étant prises en compte dans l'évaluation, nous choisissons de les projeter non plus par une approche tête par tête comme pour le stock, mais plutôt par Model Points à condition que les têtes agrégées aient toutes un profil de risque similaire. Ainsi un Model Point ou « génération » désigne une aggrégation d'une ou plusieurs têtes (sociétaires) possédant les mêmes caractéristiques et ayant toutes souscrit à la même date. Si les effectifs sont estimés tête par tête, le nombre de sociétaires présents au sein d'une même génération vaut 1.

Nous pouvons maintenant estimer les effectifs futurs probables selon la garantie souscrite :

---

1. Date d'arrêté à laquelle on se positionne pour projeter les flux : 31/12/N

- La garantie décès étant obligatoire, tous les sociétaires doivent payer une prime décès, aussi bien les valides que les sinistrés (pas d'exonération prévu au contrat). Ainsi le nombre de payeurs de prime décès au pas de projection  $n$  s'écrit :

$$Nb_{payeurs}^{DC}(n) = Nb_{soc}^{gen} \times [P_v(n) + P_{at}(n)] \quad (4.20)$$

avec :

- $Nb_{soc}^{gen}$  : le nombre de sociétaires présents au sein d'une même génération à l'instant initial ;
  - $P_v(n)$  : la probabilité d'être valide au pas  $n$  ;
  - $P_{at}(n)$  : la probabilité d'être en arrêt de travail au pas  $n$ .
- Pour les contrats d'assurance emprunteur de la MACSF, les garanties incapacité et invalidité sont contractuellement indissociables : tout sociétaire ayant souscrit une garantie incapacité est forcément couvert contre l'invalidité (et inversement). De plus, le sociétaire sinistré n'est contractuellement pas dispensé du paiement des primes. En ce sens, les payeurs de primes arrêt de travail sont aussi bien les valides que les sinistrés. Le nombre de payeurs de prime arrêt de travail au pas de projection  $n$  s'écrit

$$Nb_{payeurs}^{AT}(n) = Nb_{soc,AT}^{gen} \times [P_v(n) + P_{at}(n)] \quad (4.21)$$

avec :

- $Nb_{soc,AT}^{gen}$  : le nombre de sociétaires présents au sein d'une même génération et ayant souscrit une garantie arrêt de travail ;
  - $P_v(n)$  : la probabilité d'être valide au pas  $n$  ;
  - $P_{at}(n)$  : la probabilité d'être en arrêt de travail au pas  $n$ .
- A présent, afin de projeter les flux sortants, nous devons estimer le nombre de sinistrés futurs probable. Ainsi, le nombre de sinistrés futurs probable ayant souscrit une garantie décès au pas de projection  $n$  s'écrit :

$$Nb_{sinistrés}^{DC}(n) = Nb_{soc}^{gen} \times [P_v(n)] \quad (4.22)$$

avec :

- $Nb_{soc}^{gen}$  : le nombre de sociétaires présents au sein d'une même génération ;
  - $P_v(n)$  : la probabilité d'être valide au pas  $n$  ;
  - $P_{at}(n)$  : la probabilité d'être en arrêt de travail au pas  $n$ .
- Le nombre de sinistrés futurs probable en arrêt de travail au pas de projection  $n$  s'écrit :

$$Nb_{sinistrés}^{AT}(n) = Nb_{soc,AT}^{gen} \times P_{at}(n) \quad (4.23)$$

avec :

- $Nb_{soc,AT}^{gen}$  : le nombre de sociétaires présents au sein d'une même génération et ayant souscrit une garantie arrêt de travail ;
- $P_{at}(n)$  : la probabilité d'être en arrêt de travail au pas  $n$ .

# Chapitre 5

## Tarifification

La prime exigée par l'assureur est appelée « prime commerciale ». Elle se décompose de la façon suivante, aussi bien pour la garantie décès que pour l'arrêt de travail :

$$Prime_{commerciale} = Prime_{pure} + Chargements + Commission_{sur\ prime} \quad (5.1)$$

En assurance emprunteur, le calcul de la prime pure diffère selon les modalités de remboursements fixés à la souscription du contrat. Il résulte de la multiplication entre d'un côté le taux de prime et de l'autre le capital initial ou le capital restant dû. C'est ce taux de prime qui constitue le tarif et qu'il va falloir déterminer. **Dans le cadre de notre étude, le tarif sera fonction du capital initial.**

Le taux de prime est déterminé selon le principe d'équité actuarielle :

$$VAP(Engagements\ Assureur)_{t=0} = VAP(Engagements\ Assure)_{t=0} \quad (5.2)$$

Étant donné que notre taux de prime est déterminé selon le capital initial (CI), la prime pure versée périodiquement par l'assuré sera constante pendant toute la durée du contrat. Ainsi, pour chaque période  $t$ , la prime pure du contrat que nous souhaitons modéliser se calcule comme suit :

$$Prime_{pure}(t) = TauxPrime_{CI} \times CI \quad (5.3)$$

L'objectif de ce chapitre est de décomposer les engagements respectifs de l'assureur et de l'assuré, afin d'en tirer une relation permettant de calculer un taux de prime.

## 5.1 Engagement de l'assureur

L'engagement de l'assureur, plus précisément sa valeur actuelle probable en date de souscription ( $t = 0$ ) correspond à l'ensemble des prestations à verser au bénéficiaire et constitue le premier calcul nécessaire à l'évaluation du tarif en assurance emprunteur. Nous nommerons ce montant « prime unique pure » (PUP).

### 5.1.1 La prime unique pure de la garantie décès

Conformément à notre contrat l'engagement de l'assureur est de verser le capital restant dû en cas de décès de l'assuré et ce uniquement si le contrat n'est pas résilié. Introduisons à présent quelques hypothèses et notations.

#### Hypothèses :

- Par hypothèse les intérêts du prêt ne sont pas remboursés par l'assureur jusqu'à la date du décès. En réalité, l'assureur rembourse le dernier CRD plus le relicat des intérêts. Mais ça ne représente pas beaucoup ;
- Le pas de projection choisi est un pas mensuel ;
- Les prêts sont à échéances constantes mensuelles ;
- On considère que les décès ont lieu en milieu de période ;
- La période couverte correspond à la durée du prêt, dans la limite du respect de l'âge de cessation de la garantie décès qui est de 80 ans ;
- La loi de mortalité utilisé est la table réglementaire abattue de 30% décrite dans la section 4.2 et les probabilités sont mensualisées par interpolation linéaire.

#### Notations :

- $i_v$  : le taux technique actuariel vie ;
- $v = (1 + i_v)^{-1}$  : le facteur d'actualisation ;
- *Quotité* : la quotité assurée ;
- $P_d(n)$  : la probabilité d'être décédé au pas  $n$  introduite dans la section 4.3 ;
- $n^* = \min(\text{durée}_{\text{initiale}}, 80 - \text{âge}_{\text{sous}})$  : la durée de couverture du prêt conditionnée à l'âge limite de cessation de la garantie décès avec  $\text{durée}_{\text{initiale}}$  la durée initiale du prêt et  $\text{âge}_{\text{sous}}$  l'âge de l'emprunteur à la souscription ;
- $CRD_k$  : le montant du capital restant dû au pas  $k$  selon la formule de la table 1.6.

Ainsi, la prime unique pure d'une garantie décès souscrite par un emprunteur d'âge  $x$ , ayant emprunté un montant  $CI$  sur une durée  $n$  est donnée par la formule suivante :

$$PUP_{DC} = \sum_{k=1}^{n^*} P_d(k) \times CRD_k \times \text{Quotité} \times v^{k+0.5} \quad (5.4)$$

### 5.1.2 La prime unique pure de la garantie arrêt de travail

Pour la garantie arrêt de travail, l'engagement de l'assureur est de rembourser les échéances de prêt à l'organisme prêteur en cas d'incapacité de l'emprunteur ou d'invalidité pour un taux d'invalidité inférieur à 66%. L'assureur verse le capital restant dû en cas d'invalidité lorsque ce taux est supérieur 66%. Intoduisons à présent quelques hypothèses et notations.

#### Hypothèses :

- Par hypothèse les intérêts du prêt ne sont pas remboursés par l'assureur jusqu'à la date du décès. En réalité, l'assureur rembourse le dernier CRD plus le relicat des intérêt. Mais ça ne représente pas beaucoup ;
- Le pas de projection choisi est un pas mensuel ;
- Les prêts sont à échéances constantes mensuelles ;
- On considère que les arrêts de travail surviennent en début de période ;
- La période couverte correspond à la durée du prêt, dans la limite du respect de l'âge de cessation de la garantie arrêt de travail qui est de 68 ans ;
- Les échéances sont mensuelles et à terme échu selon la formule présentée dans la table 1.6 ;
- Les lois utilisées relatives à l'arrêt de travail sont celles décrites dans la section 4.2 et les probabilités sont mensualisées.

#### Notations :

- $i_{nv}$  : le taux technique actuariel non vie ;
- $taux_{inval}^{moyen}$  est le taux moyen d'invalidité, correspondant à la part des invalides du portefeuille ayant un taux d'invalidité inférieur à 66% ;
- $taux_{inval}^{moyen sup}$  est le taux moyen d'invalidité, correspondant à la part des invalides du portefeuille ayant un taux d'invalidité supérieur à 66% ;
- $v = (1 + i_{nv})^{-1}$  : le facteur d'actualisation ;
- *Quotité* : la quotité assurée ;
- $E$  : l'échéance ou la mensualité du prêt contracté ;
- $P_{inc}(n)$  : la probabilité d'être en état d'incapacité au pas  $n$  introduite dans la section 4.3 ;
- $P_{inv}(n)$  : la probabilité d'être en état d'invalidité au pas  $n$  introduite dans la section 4.3 ;
- $P_{inc \rightarrow inv}(n)$  : la probabilité de passer en invalidité au pas  $n$  introduite dans la section 4.3 ;
- $n^* = \min(durée_{initiale}, 68 - \hat{age}_{sous})$  : la durée de couverture du prêt conditionnée à l'âge limite de cessation de la garantie arrêt de travail avec  $durée_{initiale}$  la durée initiale du prêt et  $\hat{age}_{sous}$  l'âge de l'emprunteur à la souscription ;
- $CRD_k$  : le montant du capital restant dû au pas  $k$  selon la formule de la table 1.6.

Ainsi, la prime pure unique de la garantie arrêt de travail peut s'écrire comme suit :

$$PUP_{AT} = \sum_{k=1}^{n^*} [E \times (P_{inc}(k) + \text{taux}_{inval}^{moyen} P_{inv}(k)) + P_{inc}(k) P_{inc \rightarrow inv}(k) \times \text{taux}_{inval\ sup}^{moyen} CRD_k] \times \text{Quotité} \times v^k \quad (5.5)$$

## 5.2 Engagement de l'assuré et calcul du taux de prime

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré en date de souscription ( $t = 0$ ) correspond à l'ensemble des cotisations à régler par l'assuré tout au long de la durée du contrat. Dans notre contrat, la prime est mensuelle, fonction du capital initial et payable à terme échu. De plus, les individus sinistrés ne sont pas exonérés du paiement des primes.

Ainsi, la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré autant pour la garantie décès que pour la garantie arrêt de travail s'écrit :

$$VAP_{assuré}^{DC\ ou\ AT} = \tau_{Prime}^{DC\ ou\ AT} \times \text{Capital}_{Initial} \times \sum_{k=1}^{n^*} (p_v(n) + p_{at}(n)) \times v^k \quad (5.6)$$

avec :

- $\tau_{Prime}^{DC\ ou\ AT}$  : le taux de prime décès ou arrêt de travail ;
- $n^*$  : la durée de couverture décrite dans la section précédente 5.1 : elle est différente selon le risque ;
- $P_v(n)$  et  $P_{at}(n)$  : les probabilités respectives d'être valide (cotisant) et d'être en arrêt de travail au pas  $n$  introduites dans la section 4.3.

En repartant de l'égalité actuarielle entre les VAP de l'assureur et de l'assuré, on peut ainsi déduire le taux de prime comme suit :

$$\tau_{Prime}^{DC\ ou\ AT} = \frac{PUP_{DC\ ou\ AT}}{\text{Capital}_{Initial} \times \sum_{k=1}^{n^*} (p_v(n) + p_{at}(n)) \times v^k} \quad (5.7)$$

avec :

- $PUP_{DC\ ou\ AT}$  : la prime unique pure décès ou arrêt de travail introduites dans la section précédente 5.1.

Le tarif que nous choisissons de présenter est un segmenté par âge. Nous rappelons qu'il est interdit de tarifier en prenant en compte le sexe, conformément à la « Gender Directive » mentionnée dans la table 1.3.

### 5.3 Présentation du tarif retenu

Nous présentons dans cette section l'évolution de la cotisation exprimé en fonction du capital initial. Nous choisissons d'effectuer un tarif par âge, en fixant une durée moyenne de prêt de 15 ans pour tout profil de sociétaire.

Ci-dessous le tarif en euros d'un sociétaire ayant emprunté un capital initial de 200 000 €, avec un taux d'intérêt annuel de 2% pour chaque franchise proposée, en fonction de l'âge à la souscription :

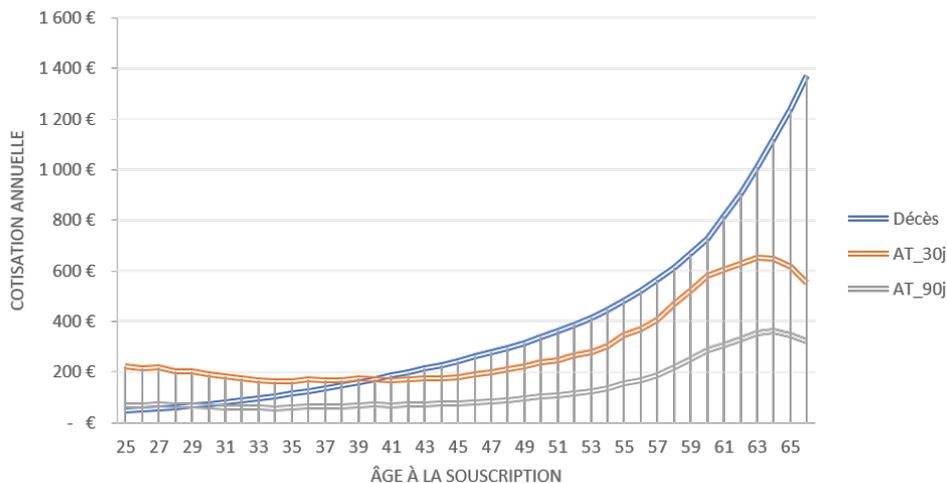


FIGURE 5.1 – Évolution du tarif annuel selon l'âge à la souscription

On observe que le tarif annuel augmente lorsque l'âge à la souscription est plus élevé. Une particularité pour le risque arrêt de travail est la décroissance observée à partir d'environ 63 ans.

En effet, passé un certain âge, selon les tables du BCAC, les individus se maintiennent moins longtemps en incapacité comme en invalidité. Passé un certain âge (62ans , 63 ans), il y a de moins en moins d'individus maintenus en arrêt de travail (le maintien n'atteint pas les 3 ans). Cette baisse de maintien pour les âges élevés peut s'expliquer par des passages en invalidité, des décès, ou encore des départs à la retraite. De plus la garantie arrêt de travail s'arrête 12 ans plus tôt que la garantie décès.

#### Remarques :

- la construction de notre tarification ne prend pas en compte de segmentation selon la durée ou le taux du prêt. Les montants de primes ne dépendront que de l'âge et du capital initialement emprunté.
- Pour une tarification selon le capital initial, comme son nom l'indique, le tarif dépend du capital. Plus le capital est élevé, plus la prime est élevée. Cependant, le montant du capital emprunté n'a aucun impact sur le taux de prime. En effet, les primes uniques pures décès et arrêt de travail contiennent respectivement le

CRD et l'échéance : valeurs qui dépendent toutes deux du capital initial. Ainsi, comme présenté dans la formule 5.7, l'effet du capital initial sera neutralisé car il apparaît à la fois au numérateur et au dénominateur.

# Chapitre 6

## Les flux de trésorerie et provisions

L'objectif de ce mémoire est de mesurer, pour un organisme assureur, la rentabilité d'un nouveau produit d'assurance emprunteur. Dans cette optique, après avoir tarifé notre produit, il nous faut évaluer toutes les entrées et sorties futures relatives à ce produit mais aussi les provisions techniques associées qui permettront à l'assureur de faire face à ses engagements.

En effet, nous serons amenés à calculer les exigences en capitaux du Pilier 1 de Solvabilité 2 afin d'intégrer notre produit au portefeuille déjà existant. Provisionner notre nouveau produit est non seulement indispensable, mais nous servira par la suite dans la construction du compte de résultat et du Best Estimate. Les variations de ce BE permettront ainsi de calculer les exigences en capitaux.

Le modèle présenté dans le chapitre précédent va être très utile, car les probabilités de transitions inter-états définies plus haut vont également servir à projeter nos flux de trésoreries.

### 6.1 Les flux liés aux Sinistres Futurs

Dans cette section, nous présenterons la projection des flux de trésoreries engendrés par les sinistres futurs. Il est important pour l'assureur d'effectuer ses projections jusqu'à extinction du portefeuille car il est engagé jusqu'à la fin du contrat alors que l'assuré peut résilier à chaque date anniversaire du contrat (Loi Sapin 2) : c'est la notion de frontière de contrat.

#### 6.1.1 Les flux entrants

Les flux entrants désignent l'ensemble des sommes collectés par l'organisme assureur. Ils sont constitués des primes et des chargements.

##### 6.1.1.1 Les Primes

Les primes (décès ou arrêt de travail) représentent les cotisations versées par l'emprunteur à l'assureur. En effet en cas de survenance du risque garanti, l'assureur s'engage à rembourser soit le capital restant dû, soit les échéances du prêt.

La prime pure correspond le coût du risque seul. Elle représente l'engagement de prestations futures, en ne tenant pas compte des frais liés à l'activité de l'entreprise d'assurance (les chargements permettent de couvrir ces frais).

Comme mentionné dans le chapitre précédent, les primes perçues sont mensuelles, déterminées selon le capital initial (prime pure fixe pour chaque tête) et projetées en début de mois.

En fonction de l'âge limite de cessation de garantie définit contractuellement et pour chaque pas de projection  $n$ , ces primes sont projetées selon la formule suivante :

$$Prime_{proj}(n)^{DC \text{ ou } AT} = Prime_{pure}^{DC \text{ ou } AT} \times (P_v(n) + P_{at}(n)) \quad (6.1)$$

avec :

- $P_v(n)$  : la probabilité d'être valide au pas définie ci-dessus  $n$  ;
- $P_{at}(n)$  : la probabilité d'être en arrêt de travail au pas définie ci-dessus  $n$  ;
- $Prime_{pure}^{DC \text{ ou } AT} = \tau_{Prime}^{DC \text{ ou } AT} \times Capital_{Initial}$

### 6.1.1.2 Les chargements

Les chargements désignent le montant que l'assureur prélève lorsqu'un assuré souscrit un contrat. Ces chargements permettent de couvrir les frais d'adhésion, frais de constitution de dossier, ou frais de gestion notamment. Le montant des chargements dépend du taux de chargement qui est propre à l'assureur..

Il s'agit donc d'une prime, versée à la signature, qui couvre les frais de la compagnie d'assurance, et qui est un des éléments importants de sa santé financière. La formule des chargements sur primes au pas de projection  $n$  est la suivante :

$$Chargements(n) = Taux_{Chargement} \times Prime_{proj}(n) \quad (6.2)$$

Les taux de chargement relatifs aux contrats de notre portefeuille sont présentés ci-dessous :

Garantie Décès	Garantie Arrêt de Travail
28%	25%

TABLE 6.1 – Les taux de chargements selon la garantie souscrite

### 6.1.2 Les flux sortants

Les flux sortants désignent l'ensemble des sommes dépensées par l'organisme assureur. Ils sont constitués des prestations, des frais et des commissions.

### 6.1.2.1 Les Prestations

Les prestations représentent l'engagement de l'assureur envers le sociétaire qui est également l'emprunteur. En l'occurrence, dans notre cas il s'agit soit du versement du CRD, soit des échéances de prêt au bénéficiaire (l'organisme prêteur). Le versement et le type de la prestation est bien évidemment conditionné à la survenance du risque couvert : le décès ou l'arrêt de travail.

#### En cas de décès

En cas de décès, les contrats prévoient le remboursement du CRD dans la limite de la quotité assurée. Par hypothèse, les prestations en cas de décès sont actualisées en milieu de mois et leur formule de projection s'écrit :

$$Prestation_{proj}^{décès}(n) = CRD_n \times Quotité \times P_d(n) \quad (6.3)$$

où :

- $n$  est le pas de projection ;
- $P_d(n)$  est la probabilité d'être décédé au pas  $n$  définie ci-dessus ;
- $CRD_n$  est le capital restant dû calculé à chaque pas de projection  $n$  suivant le tableau d'amortissement d'un prêt amortissable à échéance constante (*Confère Table 1.6*).

#### En cas d'incapacité

La prestation en cas d'incapacité correspond au remboursement des mensualités selon la quotité assurée dans le contrat. Le montant des échéances est estimé en considérant qu'il s'agit d'un prêt à échéance constante (*Confère Table 1.6*). Cette prestation s'écrit :

$$Prestation_{proj}^{incap}(n) = E \times Quotité \times P_{inc}(n) \quad (6.4)$$

où :

- $n$  est le pas de projection ;
- $P_{inc}(n)$  est la probabilité d'être en état d'incapacité au pas  $n$  définie ci-dessus ;
- $E$  est l'échéance ou la mensualité du prêt contracté.

#### En cas d'invalidité

La prestation invalidité est projetée à partir de la formule suivante lorsque le taux d'invalidité est inférieur à 66% :

$$Prestation_{proj}^{inval}(n) = E \times Quotité \times \text{taux}_{inval}^{moyen} \times P_{inv}(n) \quad (6.5)$$

où :

- $n$  est le pas de projection ;
- $\text{taux}_{inval}^{moyen}$  est le taux moyen d'invalidité, correspondant à la part des invalides du portefeuille ayant un taux d'invalidité inférieur à 66%

- $P_{inv}(n)$  est la probabilité d'être en état d'invalidité au pas  $n$  ;
- $E$  est l'échéance ou la mensualité du prêt contracté.

Lorsque le taux d'invalidité est supérieur à 66% la prestation correspond au versement du capital restant dû à la date de la survenance du sinistre.

### 6.1.2.2 Les Frais

Les frais représente toutes les charges de l'assureur en dehors du versement des prestations (engagement de l'assureur envers l'assuré). Selon le *Règlement Délégué article 31 – Dépenses*, les frais à projeter pour le calcul de la meilleure estimation, doivent tenir compte de toutes les dépenses qui se rapportent aux engagements d'assurance et de réassurance.

Les frais à projeter sont : les frais administratifs (ou frais d'administration), les frais de gestion (des sinistres), les frais de placement (ou frais de gestion des investissements) et les frais d'acquisition (en cas d'affaire nouvelle).

Le choix de la modélisation des frais est très important selon la nature de ces derniers. En effet ce choix aura un impact direct sur l'évaluation du Best Estimate. On distingue le frais fixes et les frais variables. C'est-à-dire que les hypothèses retenues peuvent être des frais en coût unitaires, ou en pourcentage d'autres flux comme les provisions ou les sinistres par exemple.

L'hypothèse retenue dans ce mémoire est une projection des frais en **coûts unitaires** variant avec le nombre de contrats, le nombre de sinistres projeté et de l'évolution des coûts. En effet il faut prendre en compte l'inflation sur les coûts qui dépend de la nature de ces derniers ainsi que de leurs facteurs d'évolution.

#### Les frais d'administration

Ces frais sont liés à la gestion des contrats. Ils doivent donc être estimés tant que le contrat n'a pas pris fin. La formule de projection des frais d'administration s'écrit :

$$Frais_{admin}(n) = Nb_{payeurs}(n) \times CU_{frais}^{admin} \times Tx_{inflation}(n) \quad (6.6)$$

avec :

- $Nb_{payeurs}(n)$  : le nombre de payeurs de prime futur probable au pas de projection  $n$  (il vaut  $Nb_{payeurs}^{DC}(n)$  ou  $Nb_{payeurs}^{AT}(n)$  selon la garantie souscrite : *confère section 4.4*) ;
- $CU_{frais}^{admin}$  : le coût unitaire des frais d'administration ;
- $Tx_{inflation}(n)$  : le taux d'inflation au pas de projection  $n$ .

#### Les frais de gestion

Ces frais sont liés à la gestion des sinistres. La formule de projection des frais de gestion s'écrit :

$$Frais_{gestion}(n) = Nb_{sinistrés}(n) \times CU_{frais}^{gestion} \times Tx_{inflation}(n) \quad (6.7)$$

avec :

- $Nb_{sinistrés}(n)$  : le nombre de sinistrés futur probable au pas de projection  $n$  (il vaut  $Nb_{sinistrés}^{DC}(n)$  ou  $Nb_{sinistrés}^{AT}(n)$  selon la garantie souscrite : *confère section 4.4*);
- $CU_{frais}^{gestion}$  : le coût unitaire des frais de gestion;
- $Tx_{inflation}(n)$  : le taux d'inflation au pas de projection  $n$ .

### Les frais de placement

L'assureur, pour garantir ses engagement et tirer des bénéfices, investit les primes collectés et les provisions, sous la surveillance des autorités de controle. Les frais de placement sont donc les frais liés à la gestion de ces investissements. La formule de projection de ces frais s'écrit :

$$Frais_{placement}(n) = Provision_{proj}(n) \times Tx_{frais}^{placement} \quad (6.8)$$

avec :

- $Provision_{proj}(n)$  : la provision au pas de projection  $n$ . Il s'agit de la Provision Mathématique (PM pour le risque décès) ou la Provision pour Risque Croissant (PRC pour le risque arrêt de travail), toutes deux projetées à chaque pas;
- $Tx_{frais}^{placement}$  : le taux de frais de placement.

### Remarque :

Nous ne projetons pas de frais d'aquisition car les projections sont effectuées en « run-of » et sont faites au 31/12 de chaque année. À cette date pas besoin de projeter des frais d'aquisition car elles sont déjà acquises.

#### 6.1.2.3 Les commissions

Les commissions désignent une somme d'argent versée par l'assureur à un intermédiaire en assurance. Est qualifié d'intermédiaire en assurance, toute personne physique ou morale qui exerce une « *activité qui consiste à présenter, proposer ou aider à conclure des contrats d'assurances ou de réassurances ou à réaliser d'autres travaux préparatoires à leur conclusion* » (article L. 511-1 du Code des assurances).

Autrement dit, c'est une rémunération versée à des apporteurs d'affaires. **Les sociétés du groupe MACSF distribuent eux mêmes leurs contrats, et n'ont pas besoin d'intermédiaire en assurance. De ce fait, il n'y a pas de commissions à projeter.**

## 6.2 Les flux liés aux sinistres en cours

Comme pour la section précédente, nous allons expliciter les flux liés aux sinistres en cours et leurs modes de projection. Cette section ne concerne que les flux sortants à savoir les prestations et les frais associés.

### 6.2.1 Les flux entrants

- En cas de décès, l'assureur ne perçoit plus de primes, l'emprunteur est décédé et le contrat prend fin.
- En cas d'arrêt de travail survenus et toujours en cours, l'assureur verse une prime. Cette prime ainsi que les chargements associés sont projetés de la même manière que dans les sections 6.1.1.1 et 6.1.1.2.

### 6.2.2 Les flux sortants

#### En cas de décès :

Par hypothèse, on considère que les décès sont totalement et immédiatement indemnisés dès leurs survenances. Nous choisisons donc d'écouler la totalité des prestations décès la même année de survenance du sinistre. Ainsi, pour un nouveau contrat, la première année d'évaluation, les prestations décès ainsi que les frais associés seront nuls.

#### En cas d'arrêt de travail :

Rappelons qu'à chaque date d'évaluation, deux types de flux sont projetés. D'un côté les flux liés aux sinistres futurs probables susceptibles de survenir après la date d'évaluation (que nous avons décrit dans la section précédente), et de l'autre, les flux liés aux sinistres en cours, survenus avant la date d'évaluation (dont il sera question dans cette section). À chaque pas de projection, il faut bien s'assurer de régler les prestations ou sinistres ayant une survenance antérieure au pas de projection.

Les sinistres étant déjà survenus et connus par l'assureur, les prestations et frais associés ne concernent que les individus déjà arrêtés. Ainsi, la prestation arrêt de travail des sinistres en cours pour un individu entré en arrêt à l'âge  $x$  et n'ayant pas atteint l'âge limite de la cessation de garantie (65 ans), s'écrit :

$$Prestation_{proj}^{at\ survenus}(n) = E \times Quotité \times (P_{x,n}^{maintien,Inc} + P_{x+35,n}^{maintien,Inv} \times taux_{inval}^{moyen}) \quad (6.9)$$

où :

- $n$  est le pas de projection ;
- $taux_{inval}^{moyen}$  est le taux moyen d'invalidité, correspondant à la part des invalides du portefeuille ayant un taux d'invalidité inférieur à 66% ;
- $P^{maintien,Inc}$  et  $P^{maintien,Inv}$  sont les probabilités respectives de maintien en incapacité et en invalidité définies dans la section 4.3 ;
- $E$  est l'échéance ou la mensualité du prêt contracté.

**Remarque :**

La projection des frais se fait de la même façon que dans la section 6.1.2.2.

## 6.3 Les provisions

La projection des flux présentée ci-dessus sera utilisée dans la projection du compte de résultat. À cet effet, nous explicitons dans cette section, les provisions normes françaises, qui serviront à déterminer le résultat de l'assureur.

### 6.3.1 Provision de prime

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le tarif évoluait selon l'âge à la souscription de l'emprunteur. Cependant, ce tarif sera fixe sur toute la durée de couverture, pour chaque individu.

Il peut arriver que la prime soit ajustée, mais c'est une pratique rare. Dans la majorité des cas (en l'occurrence dans ce mémoire), elle est toujours constante et ne correspond pas nécessairement au niveau de risque supporté par l'assureur. Les risques décès et arrêt de travail évoluent avec l'âge de l'assuré. Il devient donc nécessaire pour l'assureur de constituer une provision dite « de primes » pour ce risque qui est croissant avec le temps. On parlera alors de Provision pour Risques Croissants (PRC), calculée pour la garantie "arrêt de travail". Pour la garantie "décès" on ne parlera pas de PRC mais plutôt de Cette Provision Mathématique (PM), toutes deux calculées de la même façon. Ainsi, les PRC sont égales à la différence entre les engagements respectivement pris par l'assureur et l'assuré.

### 6.3.2 Provision de sinistres

Dans cette section, nous faisons référence aux provisions pour sinistres en cours qui correspondent à une évaluation du montant qui sera versé postérieurement à la date d'évaluation, et qui est lié aux sinistres survenus antérieurement à cette même date. On parle généralement de Provisions pour Sinistres à Payer (PSAP) pour le décès, et de provision Mathématique (PM) pour l'arrêt de travail.

**Remarque :**

Dans notre étude, on considère que les flux sont payés sans délais. Les sinistres survenus dans le cadre de ce mémoire sont toujours connus de l'assureur : nous n'évaluons pas de sinistres tardifs et donc pas de provisions pour sinistres à payer (PSAP) pour nos deux garanties.

Ainsi, nous ne projetons qu'une PM "arrêt de travail". Cette provision est égale à la somme des prestations projetées des sinistres en cours, actualisé au taux technique actuariel non vie.

## Troisième partie

# Evaluation de la rentabilité et scénarii de souscription

# Chapitre 7

## Intégration du nouveau produit

Dans l'étude menée dans ce mémoire, nous diversifions le portefeuille de l'assureur en intégrant un produit emprunteur à son activité et à son évaluation ORSA. Cet exercice consiste en une analyse prospective du profil de risque de l'entreprise sur un horizon donné. Dans cette optique, nous présenterons dans un premier temps le business plan de l'entreprise ainsi que les métriques retenues par l'assureur pour mesurer la rentabilité. Dans un second temps nous expliquerons la mécanique d'évolution du stock de contrats au sein d'un processus ORSA avec prise en compte des affaires nouvelles. Enfin, après avoir défini nos hypothèses concernant la structure et l'évolution des affaires nouvelles, nous réaliserons la projection des métriques de risques de notre nouveau contrat emprunteur, afin des les rajouter aux métriques déjà existantes de l'entité Libéa.

### 7.1 Objectifs du Business Plan

Le business plan est une documentation visant à présenter les projets de l'entreprise. Bien qu'étant une étape de création de société, le business plan est également utilisé lors du développement d'activité dans une entreprise déjà existante (c'est le cas dans ce mémoire). L'idée est de présenter les objectifs de l'entreprise sur un horizon de temps donné, ainsi que les moyens mis en oeuvre pour y parvenir.

En général, l'objectif principal est la projection des états financiers de l'entreprise, (le compte de résultat, le bilan) sur l'horizon de temps fixé. Par cette analyse prospective, l'assureur dispose d'une estimation des flux entrants et sortants futurs probables, et peut observer l'évolution de ses indicateurs stratégiques.

Dans le cadre de ce mémoire, nous choisissons un business plan qui vise les points suivants :

- l'augmentation du nombre d'assuré ;
- l'évaluation du compte de résultat ;
- l'évaluation des provisions techniques en vision Best Estimate ;
- la rentabilité du nouveau produit via un indicateur cohérent ;
- le respect des exigences en capital du pilier 1 ;

## 7.2 Choix des métriques

L'ORSA étant un outil de pilotage stratégique interne et d'évaluation des risques et de la solvabilité, il convient de choisir des indicateurs facilitant la prise de décision et répondant aux objectifs de l'entreprise.

Un des objectifs de l'ORSA est d'assurer le respect permanent des exigences de capital. À cet effet, nous choisissons le **ratio de couverture du SCR** comme première métrique qui n'est autre que le ratio entre les fonds propres et le SCR.

Afin d'apprécier la rentabilité du nouveau produit à commercialiser, la seconde métrique choisie est le **ROE** (Return on Equity) qui est un ratio entre le résultat net et les fonds propres.

Rappelons que nous souhaitons intégrer un contrat emprunteur à l'activité de "Libéa". Les flux projetés de "Libéa" nous ont été fournis par un service interne du groupe MACSF. Pour cette entité, nous disposons déjà de tous les indicateurs nécessaires à notre étude. L'objectif dans la suite est de projeter nos flux emprunteurs et de parvenir au calcul de ces mêmes indicateurs afin de les intégrer à ceux de "Libéa" déjà disponibles.

## 7.3 Principe de projection par année d'évaluation

Dans la suite, le terme « New Business » (NB) désigne les affaires nouvelles souscrites par l'assureur.

Comme expliqué dans le chapitre 6, pour projeter les flux arrrêtés à l'année N, on effectue un décalage des flux de l'année N-1, en prenant en compte le New Business. En pratique, seuls les flux liés au New business sont projetés à chaque date d'évaluation. Ils seront pris en compte dans le stock à la future date d'évaluation. Ainsi les flux du stock en N correspondent aux flux du stock en N-1 et des affaires nouvelles en N-1 :

$$Flux_t(Stock_N) = Flux_{t+1}(Stock_{N-1}) + Flux_{t+1}(NB_{N-1}) \quad (7.1)$$

Ci-dessous, la représentation synthétique de cette formule de projection :

Stock	$Flux_1(Stock)^{N-1}$	$Flux_2(Stock)^{N-1}$	...	$Flux_n(Stock)^{N-1}$
New Business	$Flux_1(NB)^{N-1}$	$Flux_2(NB)^{N-1}$	...	$Flux_n(NB)^{N-1}$
Stock	$Flux_1(Stock)^N$	$Flux_2(Stock)^N$	...	$Flux_n(Stock)^N$
New Business	$Flux_1(NB)^N$	$Flux_2(NB)^N$	...	$Flux_n(NB)^N$

TABLE 7.1 – Principe de projection des flux liés au stock

## 7.4 Hypothèses du Model Point

Nous nous intéressons dans cette section au New Business du nouveau contrat à commercialiser. En effet, le chiffre d'affaire de l'assureur est sensé évoluer avec le temps, notamment du fait des nouveaux contrats. Afin de fournir une vision prospective du profil de risque, une des propriétés de l'ORSA est la prise en compte du New Business pour chaque année d'évaluation.

Étant donné que nous ne connaissant pas le volume de souscription futur probable du nouveau contrat à commercialiser, nous avons émis une hypothèse de souscription sur 5 ans. Nous choisissons un nombre arbitraire de 3 000 affaires nouvelles en début de commercialisation (2020). Pour chaque année d'évaluation, le New Business est défini selon les choix retenus dans le Business Plan. Ce principe d'évolution du New Business est représenté sur la figure ci-dessous :

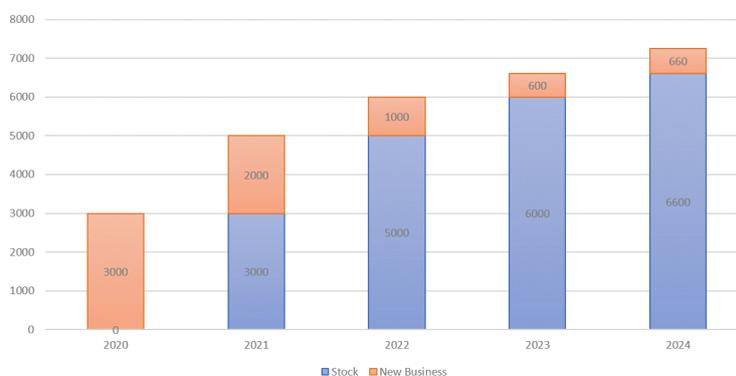


FIGURE 7.1 – Hypothèse d'évolution du New Business

Comme le chiffre d'affaire du stock évolue en raison des décès et des résiliation, le stock diminue.

En résumé, notre Model Point est construit en se basant sur un portefeuille existant. Nos emprunteurs devront avoir des caractéristiques réalistes et cohérentes avec la réalité du marché, mais également avec nos hypothèses de lancement du nouveau produit.

La méthode qui a été retenue pour la construction de nos Models Points est la méthode des *Kmeans*. Il s'agit d'une méthode de partitionnement de données. Elle consiste en un choix d'un nombre prédéfini de regroupements d'individus (par exemple 3 000 pour la première année). Ces regroupements sont appelés des classes et possèdent un nombre similaire de caractéristiques. Ainsi, on pourrait imaginer par exemple que chaque classe sera constituée de plus ou moins 5 individus (sous conditions qu'ils aient des caractéristiques similaires comme le même âge ou la même franchise par exemple). L'objectif est de déterminer la valeur la plus proche des caractéristiques de ces individus. Pour se faire on procède à un calcul de barycentre intra-classe afin de déterminer la valeur la plus proche de nos individus pour une variable recherchée. Cette méthode est décrite plus en profondeur dans l'annexe D.

À ce stade de notre étude, nous construisons pour l'instant, un premier scénario de souscription que nous nommerons « scénario central ».

On suppose que la population retenue comme New Business a souscrit le nouveau contrat X. Nous rappelons que notre nouveau produit emprunteur de Libéa est construit à l'image de celui déjà existant pour l'entité MACSF Prévoyance. En effet, ce contrat est le plus récent du portefeuille emprunteur de la MACSF et il n'est pas en run-off<sup>1</sup>. Le choix d'un contrat récent a été fait pour prendre en compte des durées de prêt et des taux d'emprunts les plus proches de la réalité actuelle du marché.

Nous présenterons dans le chapitre suivant différents scénarii de souscription qui dérivent le scénario A, afin d'observer leurs impact sur l'ORSA de l'assureur.

Le Model Point est construit selon les hypothèses suivantes :

- Les prêts et les assurances associées sont souscrits à la même date, en début d'année au 01/01/N.
- Les variables comme le sexe, l'âge à la souscription, la franchise, la quotité, la durée du prêt, ainsi que le capital initial ont été déterminées à l'aide de la méthode des Kmeans. Résumons le raisonnement par un exemple sur la variable capital initial. La question que l'on se pose pour cette méthode de partitionnement est la suivante : « Au vu de la structure du portefeuille emprunteur de la MACSF déjà existant, quel capital un homme de 42 ans à la souscription souhaitant une franchise de 90 jours, est susceptible d'emprunter sur une durée de 20 ans ? » Ainsi, la variable cible recherchée est bien le capital initial, et les variables constituant notre cluster sont l'âge, le sexe, la franchise et la durée. La valeur est ensuite déterminée par un barycentre comme mentionnée précédemment.
- Le taux annuel du prêt choisi est la moyenne des taux annuels du marché en fonction de la durée du prêt ;
- Le New Business entrant en milieu d'année, l'ancienneté en date d'évaluation est de 12 mois ;
- Toutes les têtes ont souscrit par hypothèse un prêt *in fine* à annuités constantes. La mensualité du prêt est donc fonction du capital initial et est calculée selon la formule définie dans le tableau 1.6.
- Les primes perçues par l'assureur sont déterminées selon le capital initial et sont donc fixes pour chaque tête. La prime décès et arrêt de travail du Model Point sont calculés à l'aide des taux de primes évalués en section 5.3.

---

1. On dit qu'un contrat est en « run-off » s'il n'est plus du tout commercialisé par l'assureur. Dans le portefeuille de la MACSF, le contrat A est en run-off.

## 7.5 Calcul des indicateurs intermédiaires

Afin d'intégrer notre nouveau produit à l'ORSA déjà existant et d'en évaluer la rentabilité, nous avons choisi comme première métrique le ratio de couverture du SCR. Cette métrique implique le calcul et la projection du SCR. Pour cela, nous procédons par calcul puis chocs sur le Best Estimate. Commençons tout d'abord par décrire la méthode de calcul de ce premier indicateur.

### 7.5.1 Le Best Estimate

Le Best Estimate va nous être utile afin de calculer le SCR du fait de sa variation une fois choquée. Comme mentionné dans la première partie, le Best Estimate est la valeur actuelle probable attendue des flux futurs de trésorerie.

$$BestEstimate = \sum_{i=1}^N \frac{Flux_i}{(1 + r_i)^i} \quad (7.2)$$

Avec :

- $i$  l'année de projection
- $Flux_i$  les flux de trésorerie relatifs à l'année de projection  $i$   
( $Flux_i = Flux_{sortants} - Flux_{entrants}$ )
- $r_i$  le taux sans risque relatif à l'année de projection  $i$

#### Remarque :

Pour chaque année d'évaluation de notre horizon de 5 ans, nous distinguons les flux du stock de sociétaires des flux du New Business : ainsi de la même façon, nous calculons un BE pour le stock et un BE pour le New Business. Cependant, que ce soit pour le risque décès ou le risque arrêt de travail, le Best Estimate global retenu est la somme des BE du stock et du new Business comme schématisé ci-dessous :

Année d'évaluation	1	2	3	4	5
Flux Stock	0	BE Stock	BE Stock	BE Stock	BE Stock
Flux New Business	BE New Business	BE New Business	BE New Business	BE New Business	BE New Business
BE total	BE New Business	BE Stock + BE New Business			

FIGURE 7.2 – Schématisation du BE Emprunteur retenu

Le BE du stock de la première année d'évaluation est nul puisqu'il s'agit d'un nouveau contrat : il n'y a pas de stock de sociétaires la première année mais juste des affaires nouvelles.

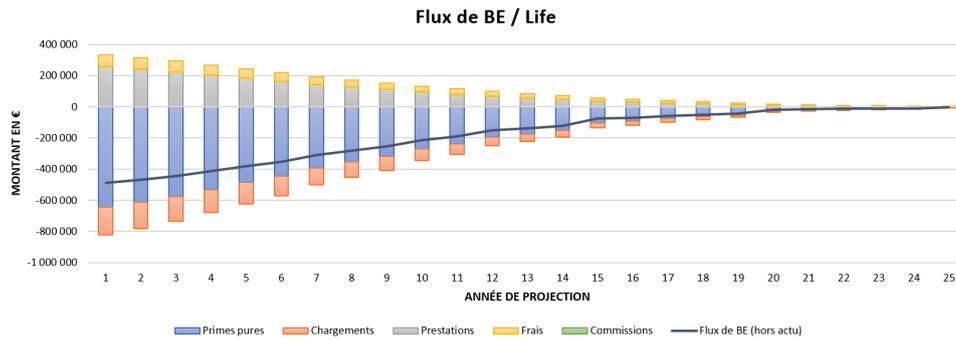


FIGURE 7.3 – Répartition des flux de BE Vie

Ci-dessous la répartition des flux de BE Vie en scénario central du New Business, pour la première année d'évaluation :

Nous observons un BE Vie négatif sur toute la durée de projection. Cela est dû aux primes décès élevées : la garantie décès s'avère à priori rentable. En effet ayant tarifé et provisionné avec la même table, le tarif est censé être à l'équilibre. Ce constat des flux entrants élevés est lié à la structure du portefeuille notamment l'effet durée.

La croissance des flux de BE s'explique par les fins des prêts mais aussi les résiliations. La garantie "décès" est rentable, mais l'impact des résiliations sur ces contrats rentables se répercute sur le BE qui augmente : ce qui implique une perte de rentabilité.

Ci-dessous la répartition des flux de BE Santé SLT pour scénario central du New Business la première année d'évaluation :

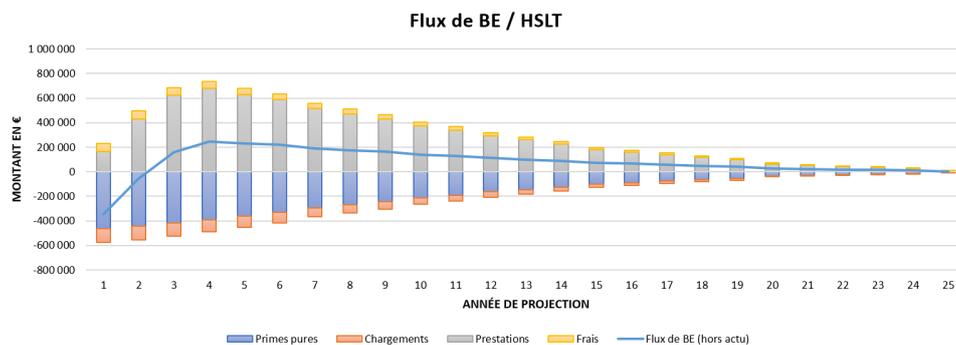


FIGURE 7.4 – Répartition des flux de BE SLT

On observe un BE négatif les deux premières années de projection avec une croissance des flux jusqu'à la quatrième année. En suite les flux de BE diminuent tout en restant positifs.

Les franchises longues proposées dans notre nouveau contrat emprunteur vont entraîner des arrêts de longues durées qui vont se cumuler chaque année, ce qui explique l'augmentation. Cependant, parmi l'effectif assuré, il y a des résiliations chaque année

ainsi que la durée de couverture qui diminue. Ces deux phénomènes prennent le dessus sur le cumul et la durée des arrêts : ce qui entraîne la baisse des flux de BE les années d'après.

Nous présentons ci-dessous également le BE pur hors frais et le BE de frais des risques décès et arrêt de travail, pour vérifier la part du gain sur les frais.

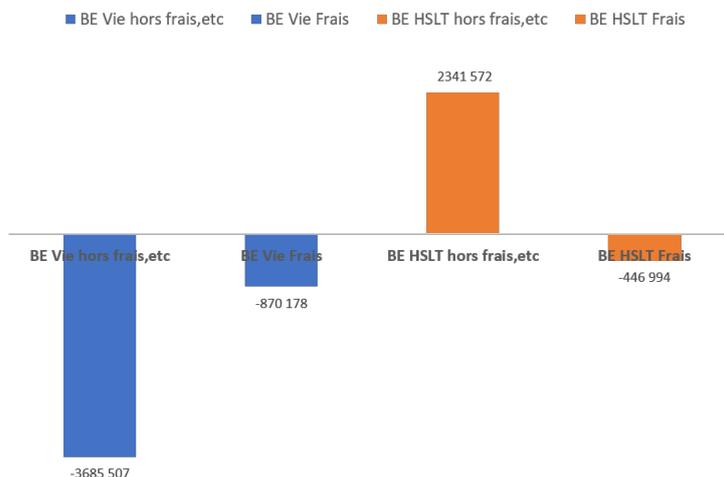


FIGURE 7.5 – BE de frais et hors frais des risques décès et arrêt de travail

Le BE de frais pour le risque Vie représente 19% du BE "Vie" total. Le BE de frais pour le risque arrêt de travail représente -24% du BE "Santé SLT" total.

Pour avoir une vision de l'évolution des ces BE sur les 5 prochaines années, nous représentons ci-dessous le BE central global (stock + New Business) sur les 5 années de l'horizon de projection retenu :

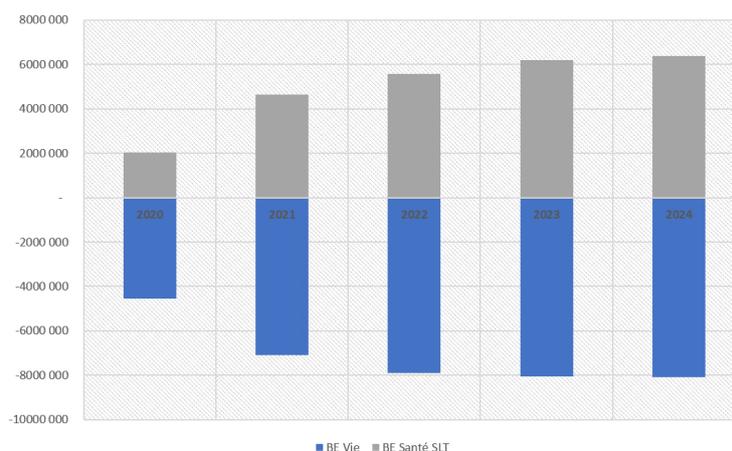


FIGURE 7.6 – Evolution du Best Estimate

Avec une mise en commercialisation du nouveau produit à partir de 2020, il n'y a pas encore de stock au début de la première année : il n'y a que du New Business

(dont les flux ont été détaillés plus haut). Il est donc normal d'observer un BE moins important en 2020 que pour les années d'après. Le New Business vient s'ajouter au Stock de contrat en portefeuille au fur et à mesure des années.

Après avoir déterminé notre Best Estimate sur tout l'horizon de projection, nous pouvons à présent passer au calcul du SCR en effectuant les chocs S2.

### 7.5.2 Le SCR

Pour rappel, comme mentionné dans la première partie de ce mémoire, le SCR (Solvency Capital Requirement) est le capital dont doit disposer l'assureur pour limiter la probabilité de ruine à un an à 0,5%.

Pour calculer cet indicateur, nous allons évaluer la variation de la NAV (Net Asset Value). Nous avons vu précédemment que dans le cas d'une assurance emprunteur, le SCR formule standard est calculé selon les modules Vie et Santé SLT.

Ci-dessous, la segmentation détaillée de nos garanties ( du nouveau contrat emprunteur) en LoB (*Line of Business*) selon Solvabilité 2 :

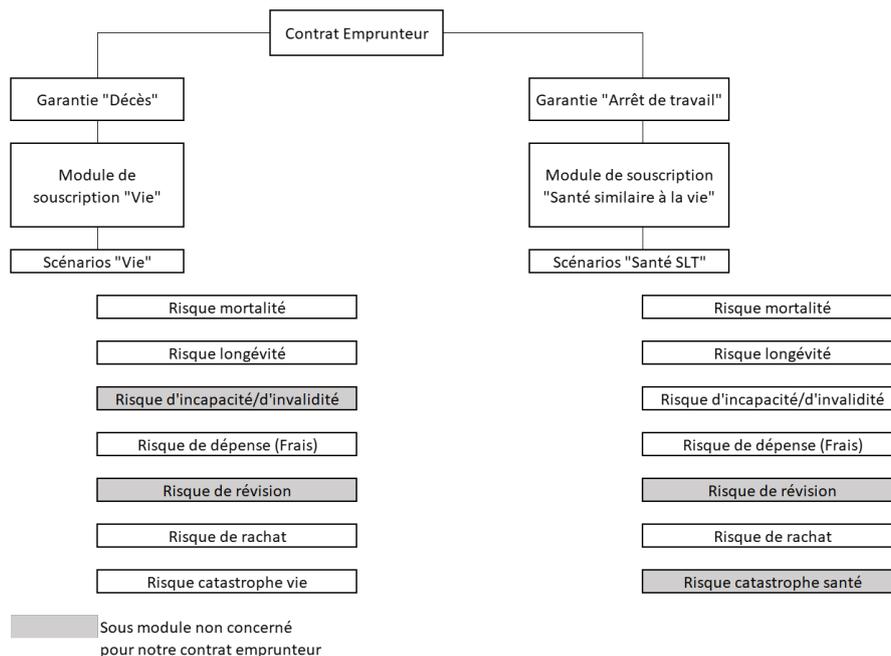


FIGURE 7.7 – Segmentation des garanties emprunteur en LoB S2

Rappelons la formule généralisée du SCR relatif à un module de risque :

$$SCR_{risque} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrRisque_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} \quad (7.3)$$

où :

- $CorrRisque_{i,j}$  est le coefficient de corrélation entre deux sous-modules  $i$  et  $j$  d'un même risque ;
- $SCR_i$  est le SCR relatif au sous-module  $i$  ;
- $SCR_j$  est le SCR relatif au sous-module  $j$ .

Nos modules de risques pour notre nouveau contrat emprunteur étant les modules "Vie" et "Santé", nous affichons ci-dessous la matrice de corrélation entre ces deux risques :

	SCR_VIE	SCR_Santé_SLT
SCR_VIE	1	
SCR_Santé_SLT	0,25	1

FIGURE 7.8 – Matrice de corrélation entre les modules "Vie" et "Santé SLT"

Ci-dessous les matrices de corrélation entre les sous modules que contiennent les risques/modules "Vie" et "Santé SLT" :

	Mortalité	Longévité	Incapacité	Rachat	Frais	Révision	CAT Vie
Mortalité	1						
Longévité	-0,25	1					
Incapacité	0,25	0	1				
Rachat	0	0,25	0	1			
Frais	0,25	0,25	0,5	0,5	1		
Révision	0	0,25	0	0	0,5	1	
CAT Vie	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0	1

FIGURE 7.9 – Matrice de corrélation entre les sous-modules du risque "Vie"

	Mortalité	Longévité	Incapacité	Rachat	Frais	Révision
Mortalité	1					
Longévité	-0,25	1				
Incapacité	0,25	0	1			
Rachat	0	0,25	0	1		
Frais	0,25	0,25	0,5	0,5	1	
Révision	0	0,25	0	0	0,5	1

FIGURE 7.10 – Matrice de corrélation entre les sous-modules du risque "Santé SLT"

Les matrices de corrélation présentées ci-dessus sont fournies par l'EIOPA.

Comme mentionnée dans la première partie de ce mémoire, le SCR de chaque sous-module élémentaire est calculé à partir de la variation de la NAV dont la formule est rappelée ci-dessous :

$$NAV = BE_{Actif} - BE_{Passif} \quad (7.4)$$

Cette variation est obtenue en appliquant un scénario de choc et est défini par l'EIOPA. On peut ainsi écrire la formule du  $SCR_{sous\ module}$  :

$$SCR_{sous\ module} = \Delta NAV \quad (7.5)$$

$$= NAV^{avant\ choc} - NAV^{apres\ choc} \quad (7.6)$$

$$= (BE_{Actif}^{avant\ choc} - BE_{Passif}^{avant\ choc}) - (BE_{Actif}^{apres\ choc} - BE_{Passif}^{apres\ choc}) \quad (7.7)$$

Etant donné que les chocs étudiés n'impactent pas la valeur de l'actif :

$$SCR_{sous\ module} = \max(0; BE_{Passif}^{apres\ choc} - BE_{Passif}^{avant\ choc}) \quad (7.8)$$

Observons tout d'abord les chocs appliqués sur nos flux de Best Estimate calculés dans la section précédente, pour la première année d'évaluation. Ci-dessous le BE Vie ainsi que les BE choqués pour la première année d'évaluation :

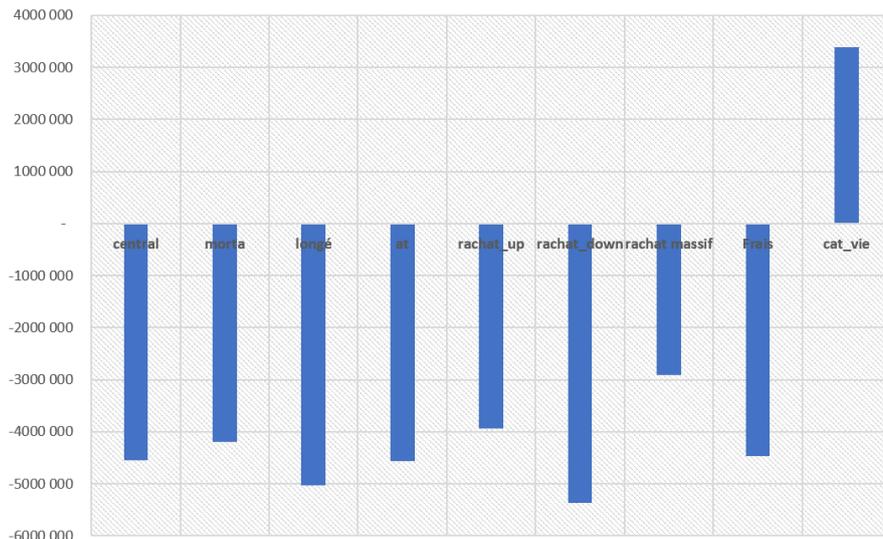


FIGURE 7.11 – Chocs Best Estimate Vie

On observe que le choc le plus coûteux pour l'assureur pour le risque vie est le choc "Cat Vie". En effet, ce choc correspond à une surmortalité exceptionnelle la première année comme une pandémie, une catastrophe naturelle, ou un attentat terroriste par exemple. Ce choc se traduit par une augmentation additive ponctuelle du taux de décès de 0,15% (Pour tout âge et seulement la première année de projection). Dans un tel scénario, l'assureur verserait des prestations très importantes : beaucoup plus importantes que les primes perçues. Ainsi, le Best Estimate va augmenter considérablement, par rapport aux autres chocs.

Ci-dessous le BE Santé SLT ainsi que les BE choqués pour la première année d'évaluation :

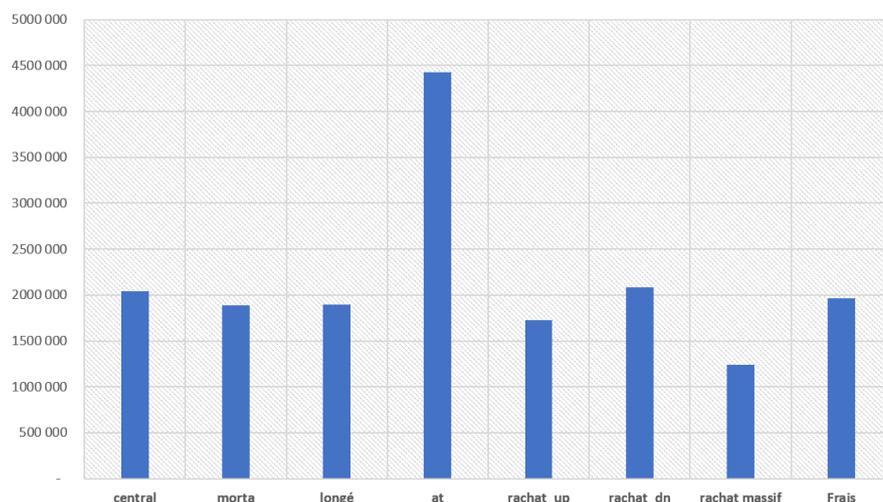


FIGURE 7.12 – Chocs Best Estimate Santé

Pour le risque Santé, le choc le plus impactant est le choc "incapacité/invalidité", que nous avons noté "AT". Le risque arrêt de travail est décomposé en incidence, puis en maintien dans l'arrêt. De ce fait, il s'agit d'une application de deux chocs simultanés à savoir l'augmentation de l'incidence en arrêt (35% la première année puis 25% les années suivantes) d'un côté et la diminution du rétablissement de 20% de l'autre (ce qui correspond finalement à une augmentation du maintien en arrêt). Il n'est donc pas surprenant que le choc "AT" soit le choc le plus défavorable au Best Estimate Santé de l'assureur.

Contrairement au choc "incapacité/invalidité", les chocs "rachats" (surtout le rachat massif) sont intéressants pour l'assureur. Le sous-choc "rachat massif" correspond à une hausse des taux de rachat de 40% la première année seulement. Ce choc entraîne une diminution du BE central de l'assureur qui est favorable à ce dernier car il lui permet de générer aucun besoin en capital.

À présent que nous avons choqué nos Best Estimate, nous présentons maintenant les SCR "Life" et "Health SLT".

### 7.5.2.1 Le SCR "Life"

Le graphique ci-dessous présente la décomposition du SCR sur l'ensemble des scénarios du module « Life », pour la première année d'évaluation.

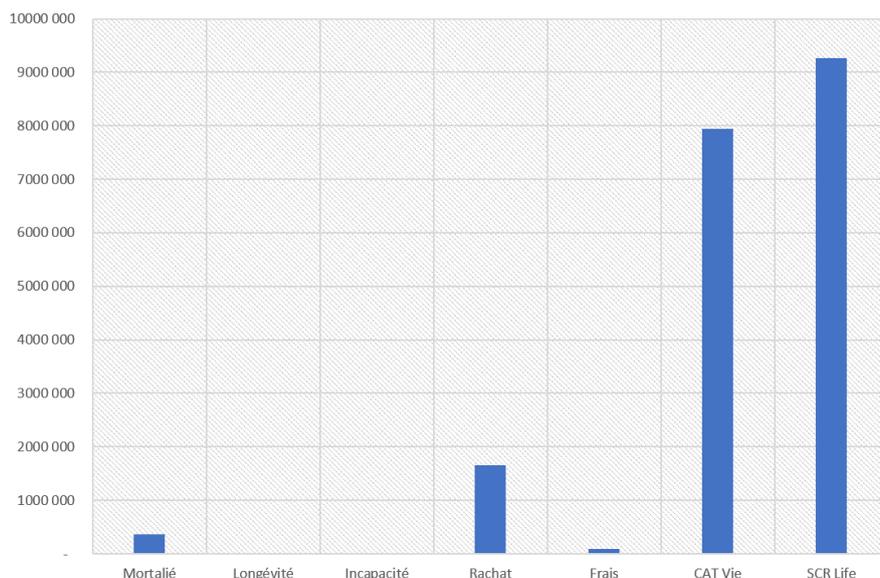


FIGURE 7.13 – Décomposition du SCR Life

Le scénario catastrophe constitue quasiment la totalité du capital requis. L'impact du choc sur la "mortalité" et les "rachats" est moins important.

Rappelons que, comme il s'agit d'une garantie en cas de décès, le choc de long vitt  est favorable à l'assureur et ne génère donc aucun besoin de capital supplémentaire.

### 7.5.2.2 Le SCR "Health SLT"

Le graphique ci-dessous présente la décomposition du SCR sur l'ensemble des scénarii du module « Health SLT » pour la première année d'évaluation.

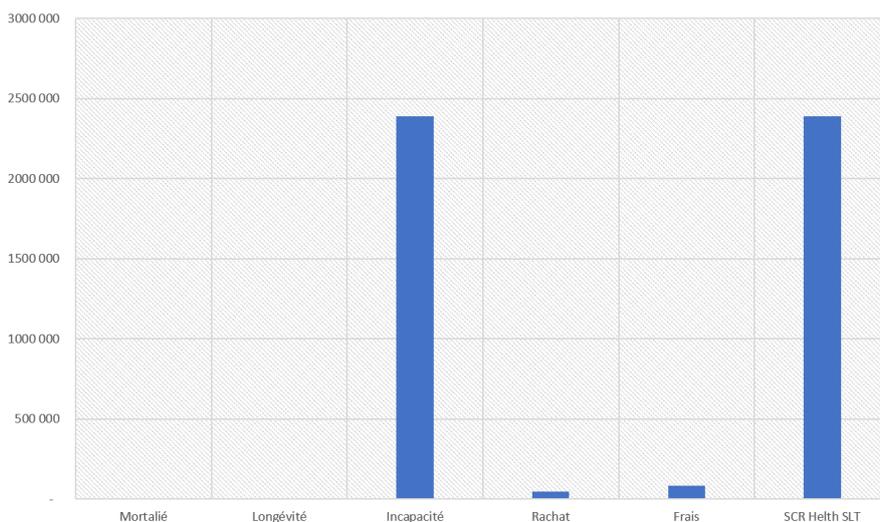


FIGURE 7.14 – Décomposition du SCR Health SLT

On observe ici que le scénario "incapacité/invalidité" est principalement à l'origine

du besoin en capital de l'assureur. Comme expliqué précédemment, ce choc est constitué d'une part d'une aggravation des taux d'incidence et d'autre part d'un allongement des durées de maintien dans l'arrêt. Les chos "rachat" et "frais", quant à eux, génèrent du capital en très faible proportion.

### 7.5.3 La Risk Margin

Partie intégrante des provisions techniques du passif de l'assureur, cet indicateur vient compléter le BE et représente le coût de transfert éventuel de nos engagements vers un autre assureur. Nous rappelons ci-dessous sa formule :

$$RiskMargin = CoC \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \quad (7.9)$$

Avec :

- $CoC$  le facteur du coût du capital (Cost of Capital) qui vaut 6% sous Solvabilité 2
- $SCR_t$  le SCR à la date  $t$
- $(1 + r_{t+1})^{t+1}$  le facteur d'actualisation à la date  $t + 1$

Le calcul de cet indicateur nécessite la projection du SCR sur chaque année futur. Ces projections étant assez difficiles, nous utilisons une simplification autorisée qui est "la méthode proportionnelle". Cette méthode consiste à considérer que les SCR de chaque année future  $t$  sont proportionnels au Best Estimate de la même année  $t$ . Le facteur de proportionnalité est le rapport entre le SCR en 0 et les provisions en 0. On a ainsi la formule suivante :

$$SCR_t = \frac{SCR_0}{BE_0} \cdot BE_t \quad (7.10)$$

### 7.5.4 Le compte de résultat

La seconde métrique ORSA que nous avons choisi d'étudier dans ce mémoire est le ROE, définit précédemment comme étant le rapport entre le résultat net et les fonds propres de l'assureur. Il nous faut donc calculer ces deux quantités. Commençons par le résultat net, qui découle du compte de résultat ;

Le compte de résultat (CR) fait partie des états financiers de l'entreprise, au même titre que le bilan. Il s'agit d'une documentation comptable où figurent les produits et les charges d'une société durant un exercice comptable ;

Ci-dessous les postes du compte de résultats pour les garanties (vie ou arrêt de travail) de notre produit emprunteur :

Résultat Technique =	+ Primes - Prestations - Provisions de clôture + Provisions d'ouverture + Chargements sur primes - Frais (gestion, administration, etc...)
Résultat Net =	+Résultat Technique + Produits financiers - Taxes - Impôts

TABLE 7.2 – Décomposition du compte de résultat

**Remarque :**

Nous apportons quelques précisions concernant notre compte de résultat :

- Comme expliqué dans la deuxième partie de ce mémoire, les entités du groupe MACSF distribuent eux même leurs contrat. Par conséquent, il n'y a donc pas de commissions à calculer, d'où leurs absence dans notre compte de résultat.
- Les taxes correspondent à 0,16% du chiffre d'affaires, conformément à la *Contribution Sociale de Solidarité des Sociétés (C3S)* : il s'agit d'un impôt permettant de financer la sécurité sociale payable par toute entreprise dont le chiffre d'affaire est supérieur à 760 000 euros.
- Dans le cadre de ce mémoire, les produits financiers obtenus sont les placements des différentes provisions. Leurs montants est considéré comme étant égal à 0,5% de la variation de provisions.
- Les impôts (impôts sur les sociétés) représentent ici 33,333% de l'ensemble des bénéfices imposables de tout société ayant un chiffre d'affaire supérieur ou égal à 7 630 000 euros.

Ci-dessous, nous présentons les résultats nets pour la garantie décès et arrêt de travail de notre nouveau contrat emprunteur, sur notre horizon de projection :

Année d'évaluation	2020	2021	2022	2023	2024
Primes	642 676	1 037 492	1 209 566	1 290 492	1 346 478
Prestations	-259 589	-436 411	-509 258	-541 646	-562 458
Chargements	179 949	290 498	338 678	361 338	377 014
Variation de provisions	-6 896 022	-4 904 118	-1 549 394	-135 954	74 751
Frais	-74 296	-121 928	-143 430	-154 054	-162 066
Produits Financiers	34 480	24 521	7 747	680	-374
Taxes (-)	0	- 1 660	- 1 935	- 2 065	-2 154
Impôts	0	0	0	0	0
<b>Résultat Net</b>	<b>-6 372 802</b>	<b>-4 111 606</b>	<b>-648 026</b>	<b>818 791</b>	<b>1 071 191</b>

TABLE 7.3 – Compte de résultat "décès" par année d'évaluation

Année d'évaluation	2020	2021	2022	2023	2024
Primes	461 229	744 284	871 091	931 040	972 872
Prestations	-163 714	-547 463	-997 866	-1 333 670	-1 512 744
Chargements	115 307	94 344	203 458	128 622	4 127
Variation de provisions	-3 110 357	-2 903 396	-1 256 867	-322 466	-110 142
Frais	-66 089	-111 508	-131 824	-140 736	-146 726
Produits Financiers	-18 002	-14 517	-6 284	-1 612	-551
Taxes (-)	0	-1 660	-1 935	-2 065	-2 154
Impôts	0	0	0	0	0
<b>Résultat Net</b>	<b>-3 272 326</b>	<b>-2 739 916</b>	<b>-1 320 229</b>	<b>-740 887</b>	<b>-795 318</b>

TABLE 7.4 – Compte de résultat "arrêt de travail" par année d'évaluation

Nous constatons que la garantie décès de notre nouveau produit assurance emprunteur n'est rentable et ne permet de dégager des bénéfices que les deux dernières années d'évaluation. La première année d'évaluation, il n'y a pas de provisions d'ouverture, ce qui entraîne une variation de provision négative et donc un résultat négatif en première année. Ce déficit se réduit chaque année avec le cumul des nouvelles souscriptions et le résultat devient positif au bout de trois ans.

Comme mentionnée précédemment, nous considérons que nos flux sont payés sans délai. Nous n'avons pas de sinistres tardifs et donc pas de provisions pour sinistres à payer. De plus on observe qu'il y a moins de primes "arrêt de travail" que de primes "décès". Ce constat est conforme à la tarification effectuée dans la deuxième partie de ce mémoire : le risque "décès coûte plus cher que le risque "arrêt de travail".

Le résultat "arrêt de travail" est négatif sur les 5 années d'évaluation. On constate que ce résultat évolue au même rythme que la variation de provisions. Comme avec le résultat "décès", nos résultats "arrêt de travail" négatifs en première année s'expliquent par l'absence de provisions à l'ouverture (aussi bien les PM que les PRC) car nous sommes en première année d'évaluation d'un nouveau contrat à peine commercialisé. Ce déficit se poursuit les années suivantes et nos provisions de clôture sont toujours inférieures aux provisions d'ouverture. C'est ce qui explique notre variation de provisions et nos résultats constamment négatifs. Toutefois, le résultat augmente sur les 5 années d'évaluation.

Nous approfondissons ci-dessous l'analyse des résultats en présentant l'évolution de nos effectifs ainsi que de certains de nos flux de trésoreriers.

• **Effectifs :**

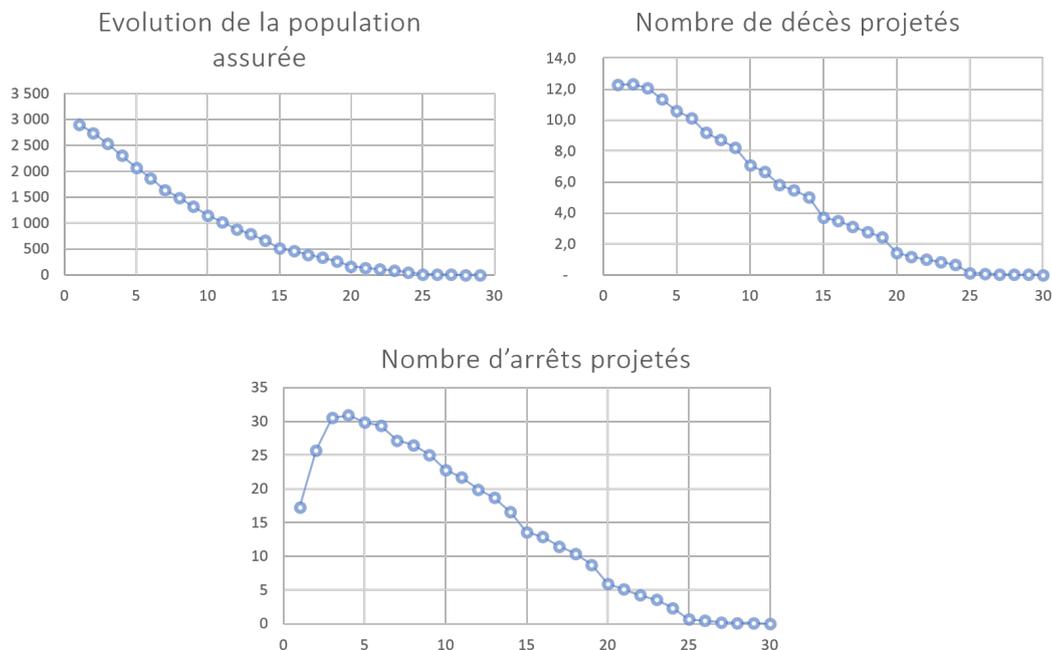


FIGURE 7.15 – Effectif et nombre de sinistres projetés

- La population assurée diminue essentiellement à cause des résiliations et des fins de prêts. Les décès viennent également justifier cette baisse, mais en très faible quantité.
- Le nombre de décès diminue car l'effectif assuré diminue également (résiliations et fin des prêts), comme nous l'avons vu dans le graphique précédent.
- On constate une évolution des arrêts les trois premières années. Comme nos franchises proposées sont des franchises longues, les individus sinistrés vont se maintenir longtemps : ces arrêts seront plus graves et vont se cumuler, ce qui explique cette augmentation. Ensuite la baisse des arrêts projetés se justifie par

la baisse d'effectif liée aux résiliations, à la fin des prêts, mais également à l'âge limite de cessation de la garantie (si le sociétaire atteint ses 68 ans).

### • Primes et prestations :

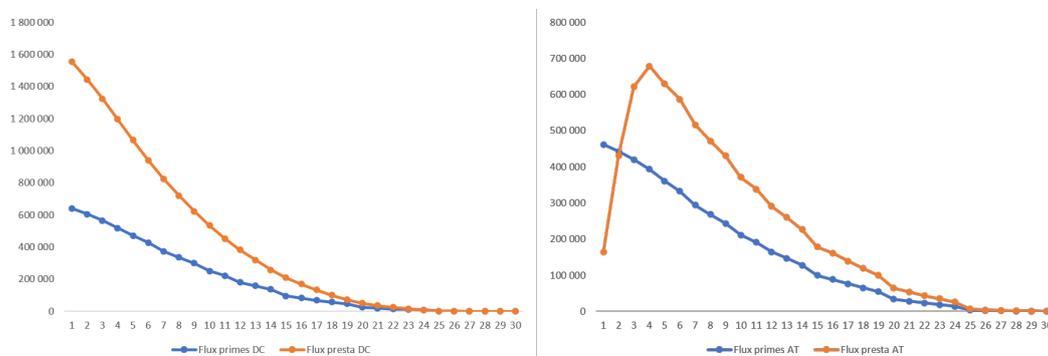


FIGURE 7.16 – Primes et Prestations projetés

- Les primes et les prestations "décès" diminuent de façon linéaire en raison de la réduction de l'effectif et de la durée de couverture : cette baisse est cohérente avec les effectifs et nombres de décès projetés.
- Les primes "arrêt de travail" diminuent de façon linéaire toujours en raison de la baisse des effectifs et de la fin des prêts. Quant aux prestations "arrêt de travail", elles sont cohérentes avec le nombre d'arrêts projeté.

### • Provisions :

Enfin, dans les graphiques ci-dessous, nous présentons l'évolution des PM et des PRC "décès" et "arrêt de travail".

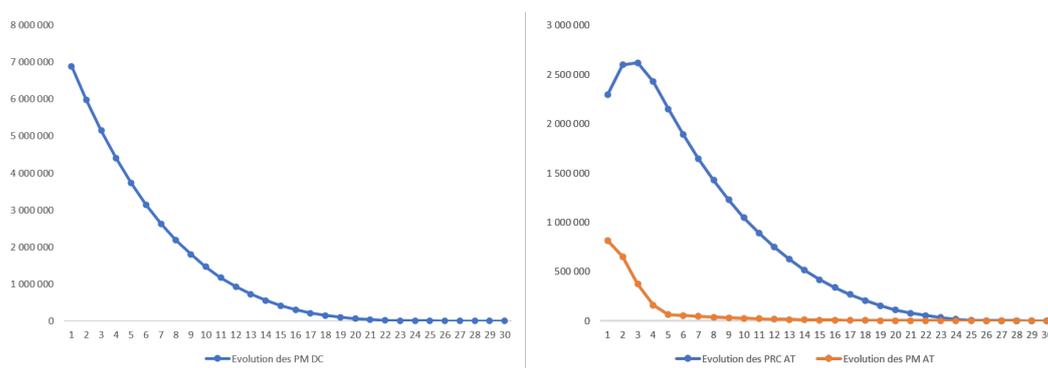


FIGURE 7.17 – Évolution des provisions

- La PM "décès" décroît sur toute la durée de projection de façon cohérente avec les nombres de décès, primes et prestations "décès" projetés.

- La PRC "AT" croit légèrement les premières années puis diminue progressivement les années d'après. Son évolution est cohérente avec les primes et les prestations projetées. La baisse de PRC est due à la réduction des durées de couverture ainsi qu'aux résiliations.
- La PM "AT" décroît car les nombres d'arrêts en cours ainsi que la durée de l'engagement diminuent chaque année.

### 7.5.5 Les fonds propres

Les deux métriques de risques que nous avons choisi de présenter dans ce mémoire font toutes deux appel aux fonds propres. En effet, le ratio de couverture du SCR n'est autre que le rapport entre les fonds propres et le SCR. Quant au ROE (*Return On Equity*), il s'agit du rapport entre le résultat net et les fonds propres.

Les indicateurs intermédiaires comme le SCR et le résultat net ayant déjà été calculés dans les sections précédentes, nous nous focaliserons ici sur les fonds propres.

Les fonds propres sont constitués du SCR (y compris le MCR), et d'éventuels excédents. Dans le cas de notre nouveau produit emprunteur, la quantité qu'il nous manque ici ce correspond aux excédents qui sera déterminé à l'aide de l'actif.

Cependant, ne modélisant pas l'actif dans ce mémoire, **nous considérons que le montant de l'actif à chaque année d'évaluation correspond aux provisions globales S1, qui figurent dans notre compte de résultats.**

BILAN ECONOMIQUE SOUS SOLVABILITE II		
Actifs	Fonds propres	Capital excédentaire
		SCR
		MCR
	Provisions techniques	Risk Margin
		Best Estimate

FIGURE 7.18 – Schéma simplifié du bilan économique sous Solvabilité 2

## 7.6 Projection et analyse des métriques de risque

Dans cette section, nous allons présenter les métriques qui vont nous permettre d'analyser l'impact de l'intégration du produit emprunteur sur la rentabilité de la société Libéa, sur un horizon de projection de 5 ans. Ces métriques seront présentées avec et sans le nouveau produit emprunteur, afin de quantifier l'impact de celui-ci sur l'activité de "Libéa".

### 7.6.1 Le ratio de couverture du SCR

Nous présentons ci-dessous les postes du bilan prudentiel Solvabilité 2 projeté sur cinq ans, de l'entité "Libéa" seule qui nous a été fourni par un service du groupe, puis les bilans globaux (Libéa + Emprunteur) projetés. Un facteur multiplicatif a été appliqué aux chiffres des bilans présentés dans ce mémoire par souci de confidentialité.

Libéa 2020		Libéa 2021		Libéa 2022		Libéa 2023		Libéa 2024	
Investissements (en VM)	Excédent								
353 410 €	162 234 €	360 400 €	163 274 €	370 715 €	161 410 €	386 168 €	158 427 €	405 665 €	150 098 €
	SCR								
	49 050 €		51 723 €		58 212 €		66 009 €		77 908 €
	Marge de Risque								
	12 089 €		12 962 €		14 355 €		16 120 €		18 443 €
	Best Estimate								
	128 452 €		129 761 €		133 221 €		141 385 €		154 664 €
BE cédé		BE cédé		BE cédé		BE cédé		BE cédé	
9 402 €		7 386 €		5 978 €		4 927 €		3 956 €	
Impôts différés actifs	Impôts différés passifs								
- €	6 076 €	- €	5 153 €	- €	4 583 €	- €	4 245 €	- €	3 597 €
Autres actifs	Autres passifs								
29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €
Total Actif	Total Passif								
392 466 €	392 466 €	397 439 €	397 439 €	406 347 €	406 347 €	420 749 €	420 749 €	439 275 €	439 275 €
Ratio S2									
431%	416%	377%	340%	293%					

FIGURE 7.19 – Bilan projeté de "Libéa"

Libéa + Emprunteur 2020		Libéa + Emprunteur 2021		Libéa + Emprunteur 2022		Libéa + Emprunteur 2023		Libéa + Emprunteur 2024	
Investissements (en VM)	Excédent								
405 893 €	180 006 €	451 920 €	219 225 €	476 267 €	237 166 €	494 012 €	236 350 €	513 686 €	227 582 €
	SCR								
	97 066 €		99 423 €		96 662 €		103 132 €		114 965 €
	Marge de Risque								
	12 089 €		12 962 €		14 355 €		16 120 €		18 443 €
	Best Estimate								
	115 147 €		117 631 €		124 567 €		134 182 €		148 144 €
BE cédé		BE cédé		BE cédé		BE cédé		BE cédé	
9 402 €		7 386 €		5 978 €		4 927 €		3 956 €	
Impôts différés actifs	Impôts différés passifs								
- €	6 076 €	- €	5 153 €	- €	4 583 €	- €	4 245 €	- €	3 597 €
Autres actifs	Autres passifs								
29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €
Total Actif	Total Passif								
444 948 €	444 948 €	488 959 €	488 959 €	511 898 €	511 898 €	528 593 €	528 593 €	547 296 €	547 296 €
Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2	
285%		320%		345%		329%		298%	

FIGURE 7.20 – Bilan projeté de "Libéa + Emprunteur"

Ci-dessous, une représentation graphique de l'évolution des ratios de couverture S2 avec et sans emprunteur :

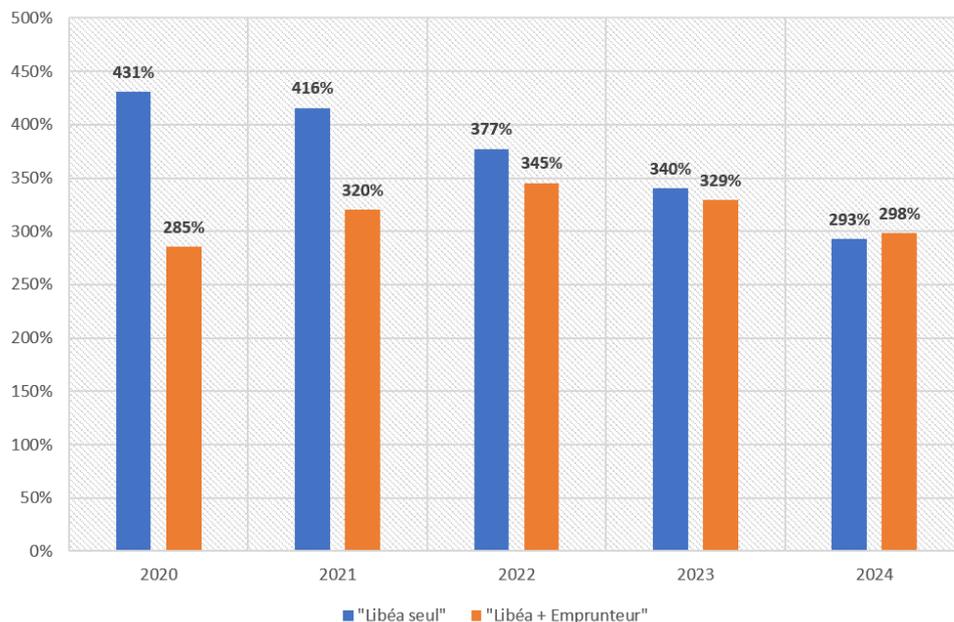


FIGURE 7.21 – Évolution des ratios de couverture du SCR

Les ratios de solvabilité se dégradent après l'introduction de notre nouveau produit emprunteur. Cet écart est important la première année (145%) puis se réduit à chaque année d'évaluation.

Le minimum requis en matière de ratio de solvabilité étant de 100%, malgré la dégradation du ratio de couverture S2, l'introduction du produit emprunteur permet toujours à l'assureur de couvrir son besoin en capital sur les cinq années d'évaluation, puisque les ratios sont toujours supérieurs à la limite réglementaire.

## 7.6.2 Le ROE

Notre seconde métrique de risque est le ROE (*Return on Equity*). En environnement Solvabilité 2, le ROE est un indicateur mesurant la rentabilité financière de l'exigence de marge de solvabilité requise (les fonds propres). Le ROE est généralement utilisé pour comparer la rentabilité financière des entreprises opérant dans le même secteur. L'analyse de ce ratio nous a ainsi paru pertinent dans notre étude car il nous permettra de déterminer la part du résultat net par rapport à l'exigence de la marge de solvabilité de l'entité "Libéa" avec et sans Emprunteur.

$$ROE = \frac{\text{Résultat net}}{\text{Fonds propres}} \quad (7.11)$$

Ci-dessous l'évolution des résultats nets avec et sans emprunteur :



FIGURE 7.22 – Évolution du résultat net

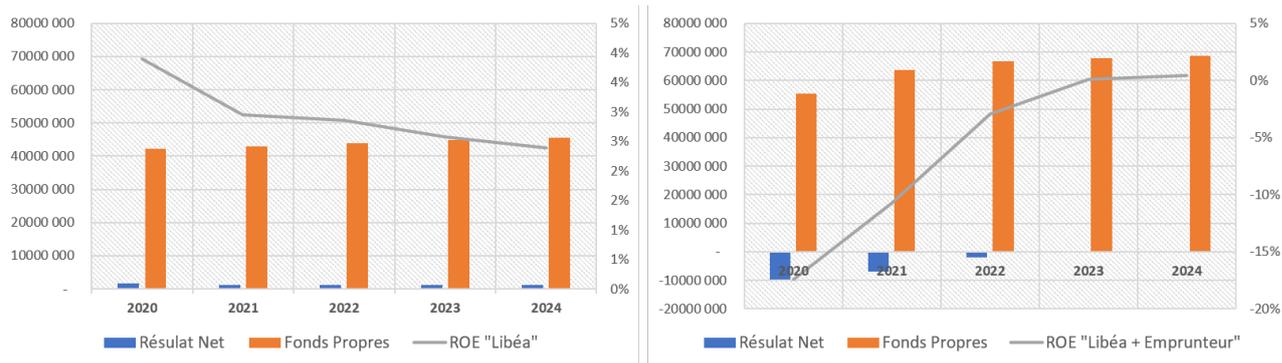


FIGURE 7.23 – Évolution des ROE

Avec notre scénario de souscription actuel, on observe que la part du résultat net par rapport aux fonds propres est très négligeable, avec ou sans produit emprunteur. L'observation du ROE nous indique que, sans produit emprunteur, "Libéa" dispose d'une capacité (certes très faible) à générer du profit mais non suffisante pour financer les fonds propres. De plus, on note que cette capacité se détériore chaque année.

Avec le produit emprunteur, le ROE est fortement dégradé. On note que sur les cinq années, le résultat net ne permet de financer aucune part de l'exigence en capital. Cependant l'évolution du ROE chaque année pourrait laisser envisager des profits futurs permettant de financer des parts de plus en plus importantes des fonds propres.

# Chapitre 8

## Impact du scénario de souscription sur la rentabilité S2 de l'entité

Après avoir présenté nos résultats en « scénario central », qui est notre scénario de souscription de référence, nous souhaitons dans ce chapitre identifier un scénario de souscription qui permettrait d'optimiser la politique de risque de l'assureur. Nous proposerons dans un premier temps, différents scénarii de souscriptions basée sur les caractéristiques de nos futurs emprunteurs mais aussi sur les lois biométriques. Enfin nous présenterons pour chaque scénario, l'évolution de nos métriques de risques après intégration de l'assurance emprunteur.

### 8.1 Scénario « baisse de l'âge à la souscription »

Dans ce premier scénario, nous nous intéressons à une population plus jeune que celle considérée initialement. L'âge moyen du portefeuille "emprunteur" seul étant de 41 ans, nous choisissons de diminuer l'âge à la souscription de nos sociétaires de 7 ans. Nous présentons ci-dessous, les métriques du chapitre précédent et analysons les différence avec le "scénario central".

Libéa + Emprunteur 2020		Libéa + Emprunteur 2021		Libéa + Emprunteur 2022		Libéa + Emprunteur 2023		Libéa + Emprunteur 2024	
Investissements (en VM)	Excédent								
405 893 €	181 680 €	451 920 €	229 533 €	476 267 €	250 792 €	494 012 €	251 489 €	513 686 €	241 760 €
	SCR								
	96 128 €		93 663 €		90 138 €		95 880 €		108 271 €
	Marge de Risque								
	12 089 €		12 962 €		14 355 €		16 120 €		18 443 €
	Best Estimate								
	114 410 €		113 083 €		117 465 €		126 294 €		140 659 €
	BE cédé								
	9 402 €		7 386 €		5 978 €		4 927 €		3 956 €
Impôts différés actifs	Impôts différés passifs								
- €	6 076 €	- €	5 153 €	- €	4 583 €	- €	4 245 €	- €	3 597 €
Autres actifs	Autres passifs								
29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €
Total Actif	Total Passif								
444 948 €	444 948 €	488 959 €	488 959 €	511 898 €	511 898 €	528 593 €	528 593 €	547 296 €	547 296 €
Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2	
289%		345%		378%		362%		323%	

FIGURE 8.1 – Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'âge

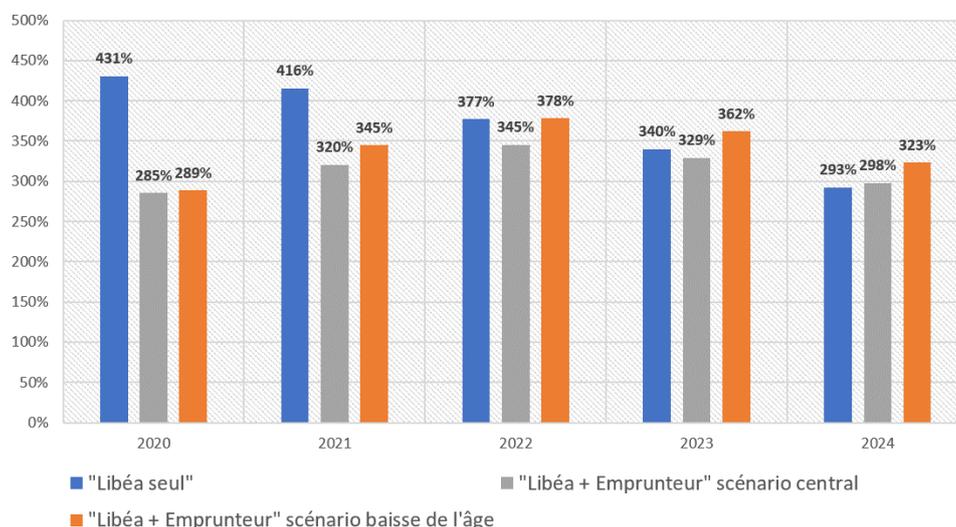


FIGURE 8.2 – Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'âge

Dans un scénario où la population est plus jeune de 7 ans, le ratio de couverture du SCR est supérieur par rapport à celui du "scénario central" (+25% en moyenne). Une population plus jeune sous-entend un risque moins important, moins de provisions Best Estimate, et donc moins de besoin en capital réglementaire : c'est ce que l'on observe sur le bilan "avec emprunteur". Le SCR étant en baisse, cela implique une augmentation du ratio de couverture S2.

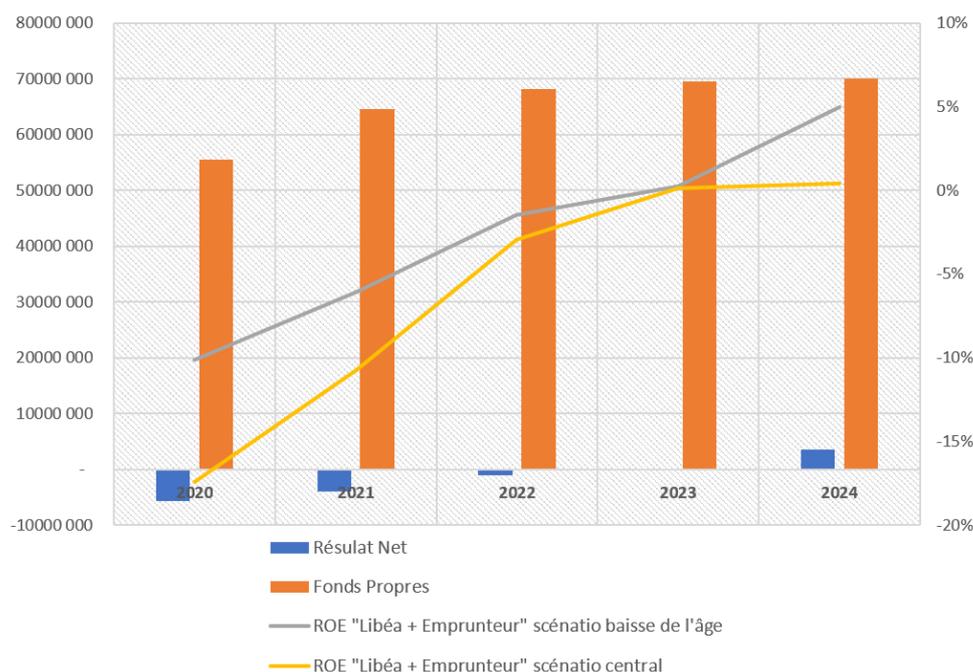


FIGURE 8.3 – Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'âge

Nous observons dans ce scénario, des résultats qui évoluent de façon similaire à ceux du "scénario central", mais plus élevés. En ajoutant à ce constat la diminution des besoins en fonds propres (en raison d'un portefeuille plus jeune), on peut constater une évolution des ROE beaucoup plus importante chaque année. Ce scénario de baisse de l'âge à la souscription permet à l'assureur de dégager du profit plus rapidement que pour le scénario central. Ce profit permet de financer les deux dernières années d'évaluation, une petite partie des fonds propres.

## 8.2 Scénario « hausse de la résiliation »

Le contexte réglementaire actuel octroie davantage de liberté au sociétaire et favorise la concurrence en assurance emprunteur. En effet, la loi Bourquin ou Sapin 2 permet aux emprunteurs d'effectuer une délégation d'assurance (i.e. choisir une assurance différente de celle proposée par la banque). De plus, l'emprunteur a la possibilité de changer d'assurance chaque année à la date d'anniversaire du contrat. Cette réglementation relativement récente pourrait impliquer une augmentation du nombre de rachats annuels. C'est le constat qui est fait sur les produits emprunteurs du groupe ces deux dernières années. Ci-dessous, le taux de résiliation (hors rachat anticipé total) observé sur un contrat du groupe :

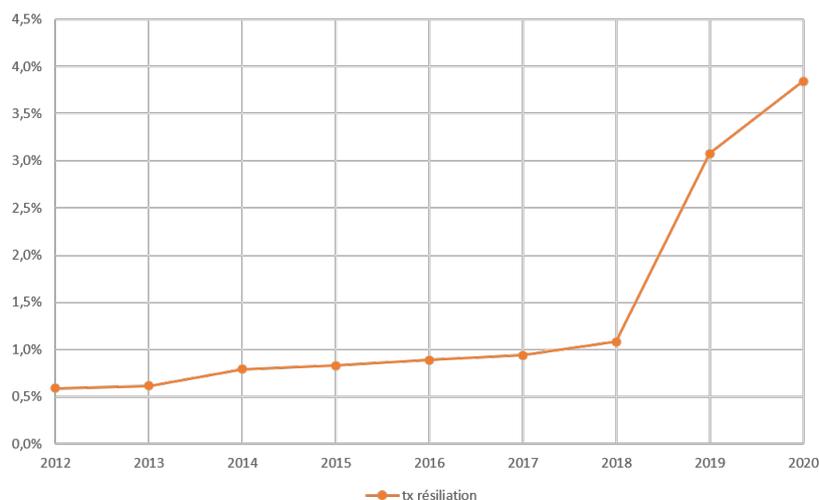


FIGURE 8.4 – Évolution du taux de résiliation par année d'observation

Afin de mesurer cette hausse de résiliations, nous choisissons de modéliser un scénario dans lequel le taux de résiliation augmente de 40% chaque année puis nous projetons les métriques dans ce cadre.

Libéa + Emprunteur 2020		Libéa + Emprunteur 2021		Libéa + Emprunteur 2022		Libéa + Emprunteur 2023		Libéa + Emprunteur 2024	
Investissements (en VM)	Excédent								
405 893 €	179 559 €	451 920 €	219 236 €	476 267 €	237 792 €	494 012 €	237 364 €	513 686 €	228 842 €
	SCR								
	95 676 €		96 660 €		92 956 €		98 877 €		110 422 €
	Marge de Risque								
	12 089 €		12 962 €		14 355 €		16 120 €		18 443 €
	Best Estimate								
	116 984 €		120 384 €		127 647 €		137 423 €		151 427 €
	BE cédé								
	9 402 €		7 386 €		5 978 €		4 927 €		3 956 €
Impôts différés actifs	Impôts différés passifs								
- €	6 076 €	- €	5 153 €	- €	4 583 €	- €	4 245 €	- €	3 597 €
Autres actifs	Autres passifs								
29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €
Total Actif	Total Passif								
444 948 €	444 948 €	488 959 €	488 959 €	511 898 €	511 898 €	528 593 €	528 593 €	547 296 €	547 296 €
Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2	
288%		327%		356%		340%		307%	

FIGURE 8.5 – Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario hausse des résiliations

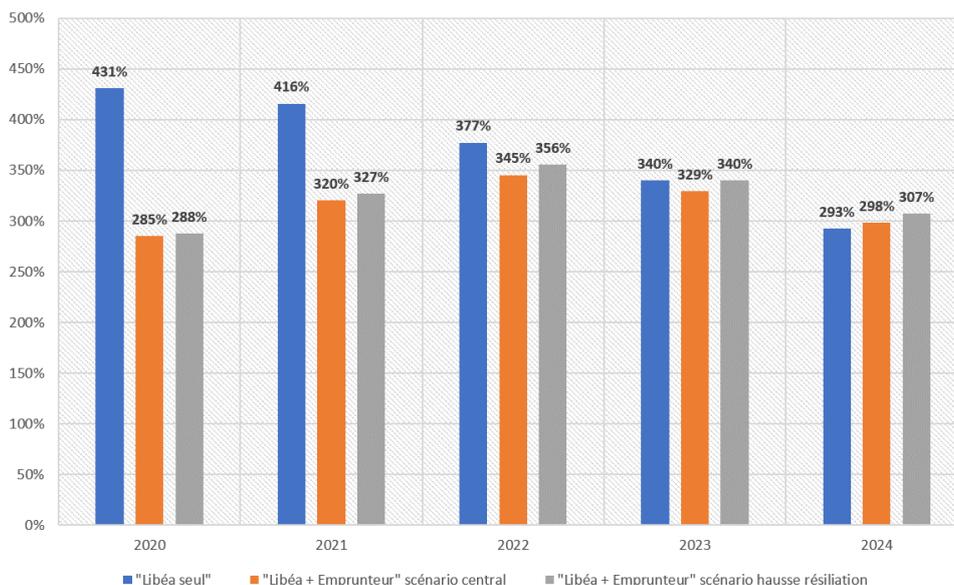


FIGURE 8.6 – Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario hausse des résiliations

Les ratios sont toujours dégradés en début de projection après introduction de ce nouveau scénario de rachat. Les ratios S2 engendrés par ce scénario sont globalement supérieurs à ceux du "scénario central". L'écart entre les deux scénarii est toute fois faible (+8% en moyenne). L'assureur doit alors constituer moins de provisions chaque année puisque la population assurée diminue. Le besoin en capital va également diminuer : ce qui justifie l'augmentation des ratios de couverture.

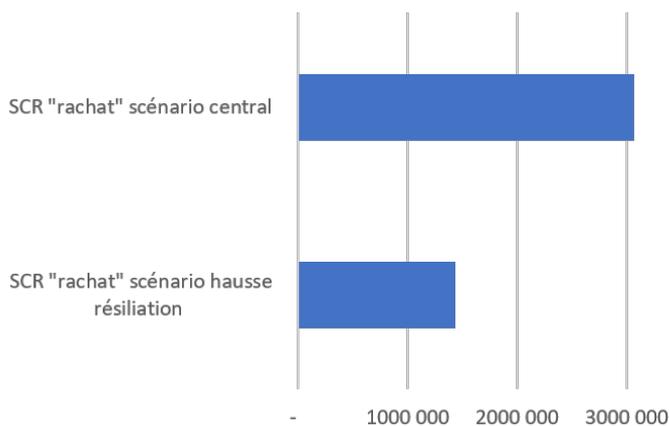


FIGURE 8.7 – Impact sur le SCR rachat

Ci-dessous, nous observons l'impact de ce scénario sur le SCR "rachat" (rachat massif) qui diminue fortement (-53%).

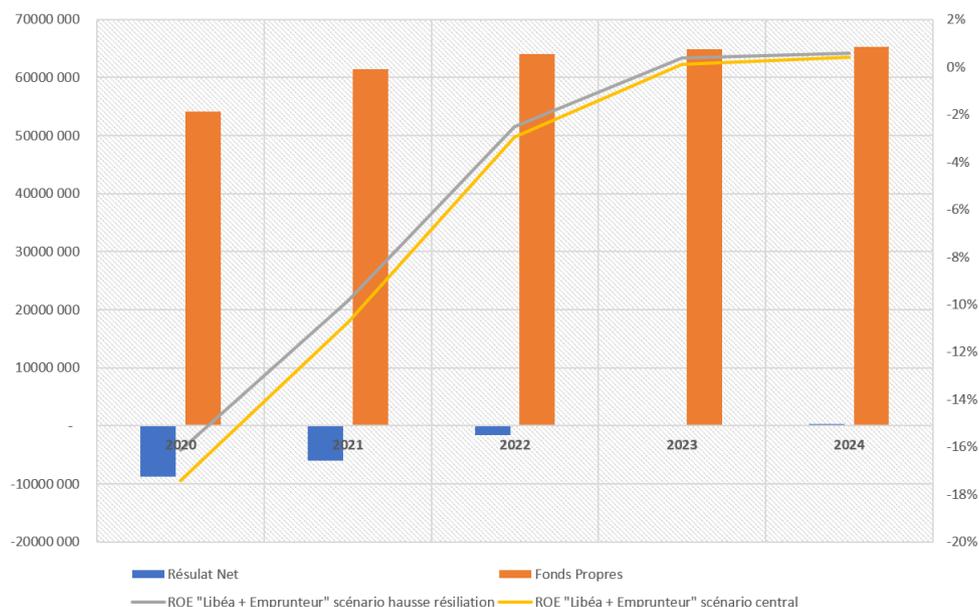


FIGURE 8.8 – Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario hausse des résiliations

La population assurée diminuant plus rapidement en raison des forts taux de résiliation, les résultats de l'assureur sont meilleurs qu'en "scénario central". On constate alors un ROE plus élevé. L'allure du ROE reste croissante, en raison du cumul de nouvelles souscription chaque année, comme pour le scénario central. Ce scénario de hausse des résiliations ne permet à l'assureur de dégager du profit que les deux dernières années et ce profit ne permet pas de financer la totalité des fonds propres.

### 8.3 Scénario « baisse de la mortalité »

Nous envisageons un scénario où la mortalité serait en baisse, ce qui équivaut à une augmentation de la longévité. Dans une optique de renforcement de la sélection médicale de l'assureur, ce dernier aurait une meilleure connaissance de son risque car la sélection privilégierait les "bon risques". Cette initiative est fortement susceptible d'impacter les lois biométriques utilisées. Afin de tester ce cas de figure, nous choisissons d'appliquer une baisse de 30% sur la mortalité et d'en mesurer l'impact sur nos métriques de risque.

Libéa + Emprunteur 2020		Libéa + Emprunteur 2021		Libéa + Emprunteur 2022		Libéa + Emprunteur 2023		Libéa + Emprunteur 2024	
Investissements (en VM)	Excédent								
405 893 €	182 778 €	451 920 €	223 711 €	476 267 €	241 963 €	494 012 €	241 219 €	513 686 €	232 508 €
	SCR								
	97 863 €		100 885 €		98 598 €		105 139 €		116 935 €
	Marge de Risque								
	12 089 €		12 962 €		14 355 €		16 120 €		18 443 €
	Best Estimate								
	111 578 €		111 683 €		117 833 €		127 306 €		141 248 €
	BE cédé								
	9 402 €		7 386 €		5 978 €		4 927 €		3 956 €
Impôts différés actifs	Impôts différés passifs								
- €	6 076 €	- €	5 153 €	- €	4 583 €	- €	4 245 €	- €	3 597 €
Autres actifs	Autres passifs								
29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €
Total Actif	Total Passif								
444 948 €	444 948 €	488 959 €	488 959 €	511 898 €	511 898 €	528 593 €	528 593 €	547 296 €	547 296 €
Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2	
287%		322%		345%		329%		299%	

FIGURE 8.9 – Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de la mortalité

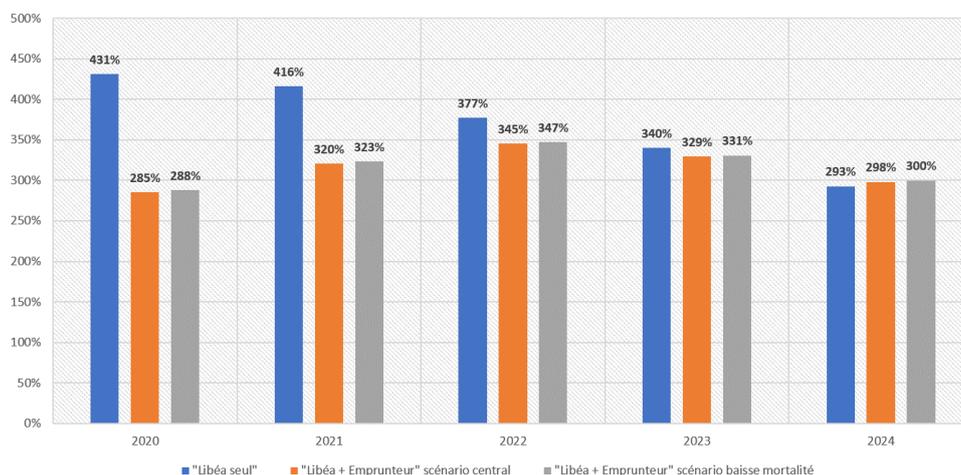


FIGURE 8.10 – Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de la mortalité

On observe une légère augmentation des ratios avec la baisse de la mortalité par rapport au ratios du "scénario central". L'écart entre les deux scénarii est faible (+4% en moyenne). Une baisse de la mortalité implique une sinistralité plus faible, et donc des provisions plus faibles. Le besoin en capital réglementaire diminue, ce qui fait augmenter le ratio de couverture du SCR.

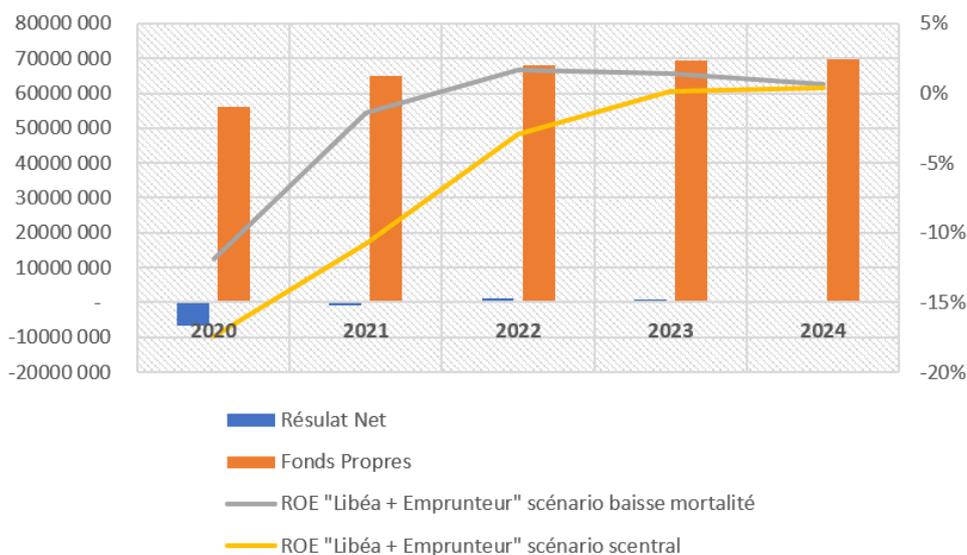


FIGURE 8.11 – Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de la mortalité

On constate que la baisse de la mortalité génère plus de résultats qu'en "scénario central", surtout les premières années. Les ROE des deux scénarii croît les premières années, puis se stabilisent jusqu'à atteindre environ 2% des fonds propres la cinquième année d'évaluation.

## 8.4 Scénario « baisse de l'incidence en incapacité »

Enfin, le dernier scénario que nous souhaitons illustrer est un scénario de baisse de l'incidence en incapacité. Toujours dans la même optique de renforcement du processus de sélection médicale de l'assureur, il est intéressant d'analyser le comportement de nos métriques projetées dans une situation comme celle-ci. Nous appliquons une réduction de 15% du taux d'incidence en incapacité. Ci-dessous, les résultats obtenus pour ce scénario.

Libéa + Emprunteur 2020		Libéa + Emprunteur 2021		Libéa + Emprunteur 2022		Libéa + Emprunteur 2023		Libéa + Emprunteur 2024	
Investissements (en VM)	Excédent								
401 204 €	181 343 €	443 714 €	222 640 €	466 563 €	241 100 €	483 902 €	240 775 €	503 408 €	232 077 €
	SCR								
	96 176 €		97 166 €		94 231 €		100 291 €		112 054 €
	Marge de Risque								
	12 089 €		12 962 €		14 355 €		16 120 €		18 443 €
	Best Estimate								
	110 011 €		108 267 €		113 360 €		122 488 €		136 282 €
BE cédé		BE cédé		BE cédé		BE cédé		BE cédé	
9 402 €		7 386 €		5 978 €		4 927 €		3 956 €	
Impôts différés actifs	Impôts différés passifs								
- €	6 076 €	- €	5 153 €	- €	4 583 €	- €	4 245 €	- €	3 597 €
Autres actifs	Autres passifs								
29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €	29 654 €	34 565 €
Total Actif	Total Passif								
440 260 €	440 260 €	480 754 €	480 754 €	502 194 €	502 194 €	518 483 €	518 483 €	537 018 €	537 018 €
Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2		Ratio S2	
289%		329%		356%		340%		307%	

FIGURE 8.12 – Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'incidence en incapacité

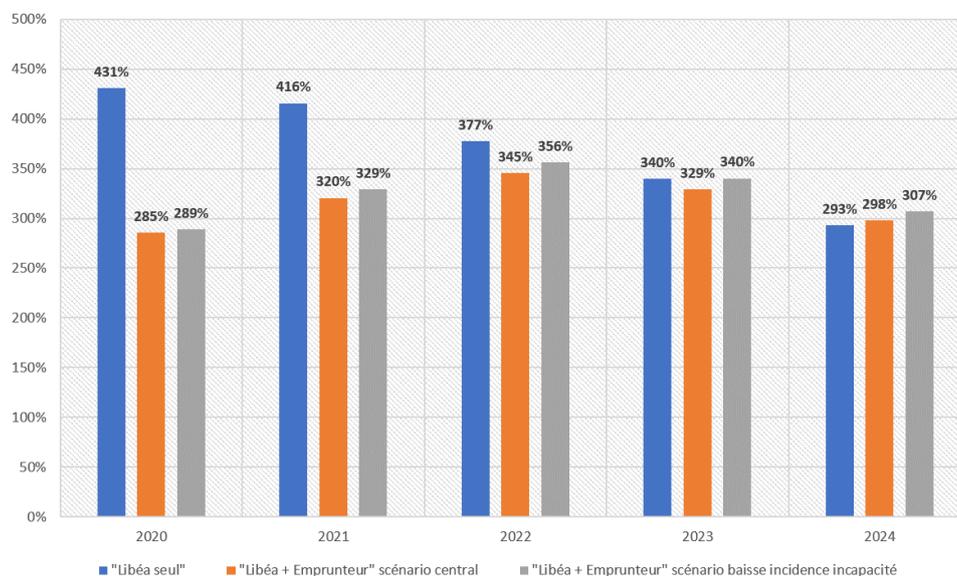


FIGURE 8.13 – Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'incidence en incapacité

Nous pouvons noter une légère augmentation des ratios S2 avec la baisse de l'incidence en incapacité par rapport aux ratios du "scénario central". L'écart entre les deux scénarii est très faible (+12% en moyenne). Une baisse de l'incidence implique une sinistralité plus faible. Ce scénario étant favorable à l'assureur, ce dernier aura moins de sinistres à régler et donc des provisions plus faibles. La diminution du SCR fait augmenter le ratio de couverture du SCR.

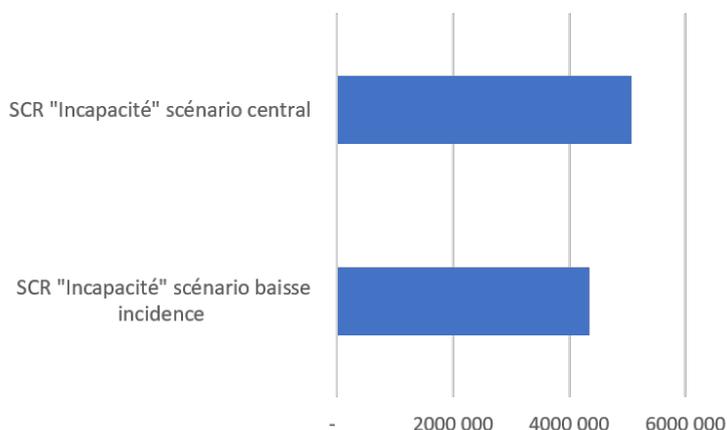


FIGURE 8.14 – Impact sur le SCR incapacité

Nous observons sans surprise que le SCR "incapacité" est fortement impacté par ce scénario de baisse de l'incidence : ce scénario entraîne une baisse de 14% du SCR "incapacité".

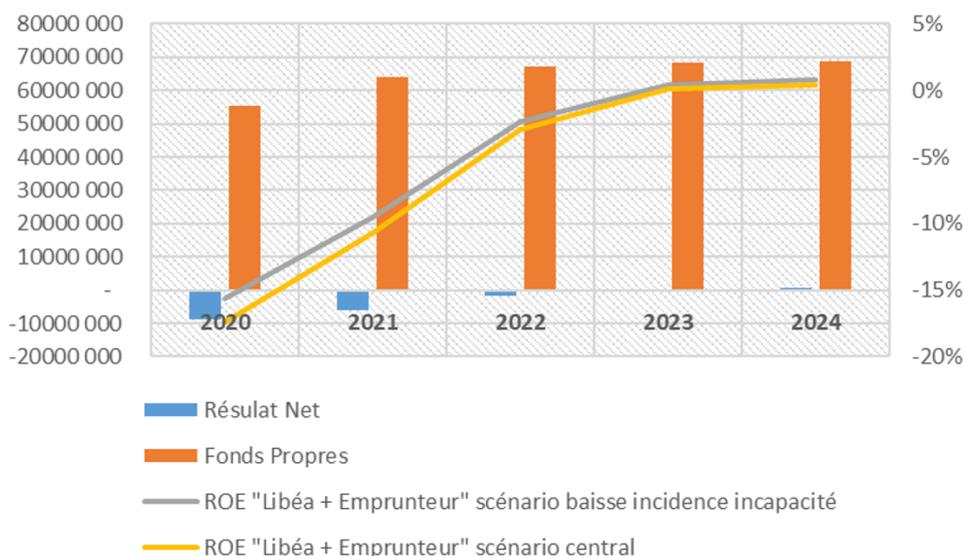


FIGURE 8.15 – Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'incidence en incapacité

Le ROE en "scénario baisse de l'incidence en incapacité" se comporte de façon similaire au "scénario central". On constate que la baisse de l'incidence en incapacité génère légèrement plus de résultats qu'en "scénario central", notamment les deux dernières années où le résultat est positif. Les deux scénarii étant très similaires, on observe un ROE croissant, mais très faible (moins de 2% des fonds propres la cinquième année d'évaluation).

# Chapitre 9

## Complément de l'étude

Dans ce chapitre nous apporterons un certain nombre de précisions sur différents points de ce mémoire, suite aux recommandations du jury.

### 9.1 Le type de prêt

#### Les types de prêts assurables :

Le produit modélisé dans ce mémoire est basé sur un produit existant déjà commercialisé par une entité du groupe.

Présentons tout d'abord, les types de prêts assurables proposés par le produit existant.

- **Les prêts amortissables :** par versements périodiques d'une durée maximale de 35 ans. On distingue les amortissements dits différés avec paiement d'intérêt immédiat, les amortissements avec paiement d'intérêts différés, les amortissements par palier, les amortissements réguliers et les prêts à remboursements constants.
- **Les prêts relais :** remboursables en une seule fois au terme. On distingue les prêts relais avec paiement d'intérêts et les prêts relais sans paiement d'intérêts.
- **Les prêts In Fine :** remboursables en une seule fois au terme. On distingue les prêts In Fine avec paiement d'intérêts et les prêts In Fine sans paiement d'intérêts.
- **Les crédits-bails :** ou location avec option d'achat.

Ce mémoire fait l'objet d'une étude de rentabilité d'un nouveau produit d'assurance emprunteur. Dans la modélisation, les tableaux d'amortissement de chaque contrat sont reconstitués en considérant les prêts comme des **prêts à échéances constantes**. Ce type de prêt représente la majeure partie des contrats sur le périmètre du produit existant.

Le produit emprunteur étudié dans ce mémoire couvre uniquement les prêts à **remboursement constant**.

## 9.2 Le produit

Le produit d'assurance emprunteur modélisé dans ce mémoire est basé sur un produit existant, déjà commercialisé par la MACSF. Ces produits sont complémentaires.

Une distinction particulière doit être faite entre ces deux produits. En effet, bien que l'ancien contribue énormément à la conception du nouveau, ces deux produits **ne sont pas en compétition**. Libéa est une entité du groupe MACSF, qui commercialise un tout nouveau produit. Sa clientèle cible regroupe les proches ou anciens professionnels de santé, mais aussi les libéraux non professionnels de santé, notamment les architectes, avocats ou encore les comptables. À contrario nous avons un ancien produit déjà existant et commercialisé par MACSF Prévoyance dont la clientèle cible regroupe les professionnels de santé.

Les deux clientèles cibles sont des catégories socio-professionnelles similaires, mais les profils sont différents. Les produits ne sont donc pas en compétition.

À titre complémentaire, est renseignée ci-dessous, une étude sur l'ancien produit commercialisé par le groupe nommé "A952".

### Caractéristiques du produit existant :

Le contrat "A952" est un contrat d'assurance emprunteur individuel souscrit par une association souscriptrice auprès de la MACSF Assurance. Ce contrat remplace le "A951" (2012) depuis le 01/01/2018.

Au 31/12/2019, 17 803 sociétaires sont assurés par la MACSF pour le contrat "A952".

Par hypothèse notre nouveau produit se rapproche de celui existant de par ses garanties et caractéristiques. Mais nous rappelons qu'ils ne sont pas en compétition du fait des clientèles différentes et commercialisées par des entités différentes.

Les caractéristiques de ce produit sont les suivantes :

Garanties	Décès, PTIA ITT IPP (25% ≤ tx_inval < 66%) et IPT (66% ≤ tx_inval < 100%)
Codes garantie	<< Décès, PTIA >> => A1, AA << ITT, IPP, IPT >> => C3 (30j), C4 (90j), C5 (60j)
Franchises (en cas d'ITT)	30 jours, 60 jours, 90 jours
Rechutes (en cas d'ITT)	Nombre de rechute illimité Délai maximum de prise en compte = 1 an
Types de prêts assurables	Prêts <b>amortissables</b> par versements périodiques (durée max = 35 ans) Prêts <b>relais</b> remboursable en une seule fois au terme (durée max = 36 mois) Prêts <b>In Fine</b> remboursables en une seule fois au terme (durée max = 20 ans) <b>Crédits-bails</b> ou location avec option d'achat (durée max = 84 mois)
Prime	Constante (fonction du CI) ou variable (fonction du CRD) Pas d'exonération de prime en cas d'ITT ou IPP
Prestation	Décès, PTIA, IPT => Prestation = Quotité x CRD ITT => Prestation = Quotité x Échéance IPP => Prestation = Quotité x Échéance x Tx_inval
Condition d'adhésion	Âge à la souscription ≤ 75 ans (prêts amortissables et in fine) Âge à la souscription ≤ 70 ans (prêts relais et crédits-bails)
Cessation de garantie	Au terme normal ou anticipé du prêt Au jour du règlement des prestations Décès, PTIA et IPT Pour la garantie Décès = au 31/12 de l'année où l'assuré atteint ses 80 ans Pour la garantie PTIA = au 31/12 de l'année où l'assuré atteint ses 65 ans Pour les autres garanties = au 31/12 de l'année où l'assuré atteint ses 68 ans

FIGURE 9.1 – Caractéristiques du contrat existant "A952"

### 9.3 Tarification

Cette section est consacrée à la partie tarification. Le produit modélisé dans ce mémoire étant basé sur un produit existant, nous comparons le tarif du produit existant avec celui du nouveau produit.

Nous apportons ci-dessous des éclaircissements relatifs à la tarification effectuée dans ce mémoire.

	Garantie << Décès/PTIA >>	Garantie << ITT/IPP/IPT >>
Franchise		Franchise de 30 jours Franchise de 90 jours
Table de mortalité	TF-002 Abattue -30%	
Incidences annuelles (donnée MACSF)		
Table maintien incap		BCAC 2010
Table passage inval		BCAC 2010
Table maintien inval		BCAC 2010
Loi d'incidence		
Loi de résiliation	Table construite en interne	Table construite en interne
Formules taux technique	max [ 60% x Moyenne_TME (6 derniers mois) ; 3,5% ]	min [ 75% x Moyenne_TME (24 derniers mois) ; 3,5% ]
Taux technique annuel	0,00%	0,37%
Taux de chargement annuel	28%	25%
Durée du prêt	15 ans	15 ans
Taux d'emprunt	1,56%	1,56%

FIGURE 9.2 – Paramètres tarifaires du nouveau produit

Il faut rappeler que le tarif de notre nouveau produit est un tarif uniquement par âge. Une durée fixe de 15 ans a été utilisée. Cette durée est la durée moyenne des prêts

observés sur le portefeuille existant. Ce choix de non prise en compte de la durée a été fait par souci de simplicité. De plus un taux fixe a été choisi. Il correspond au taux moyen du marché et est de 1,56% pour la durée retenue (15 ans).

Présentons à présent, les tarifs de l'ancien produit existant et du nouveau produit.

### Le tarif décès :

Le tarif décès du produit existant est un tarif par âge et par durée du prêt, tandis que pour le nouveau produit, le tarif décès est uniquement par âge (avec certes une durée moyenne fixée à 15 ans).

Ci-dessous une comparaison des tarifs décès de l'ancien et du nouveau produit pour un emprunt à remboursement constant de 200 000 €.

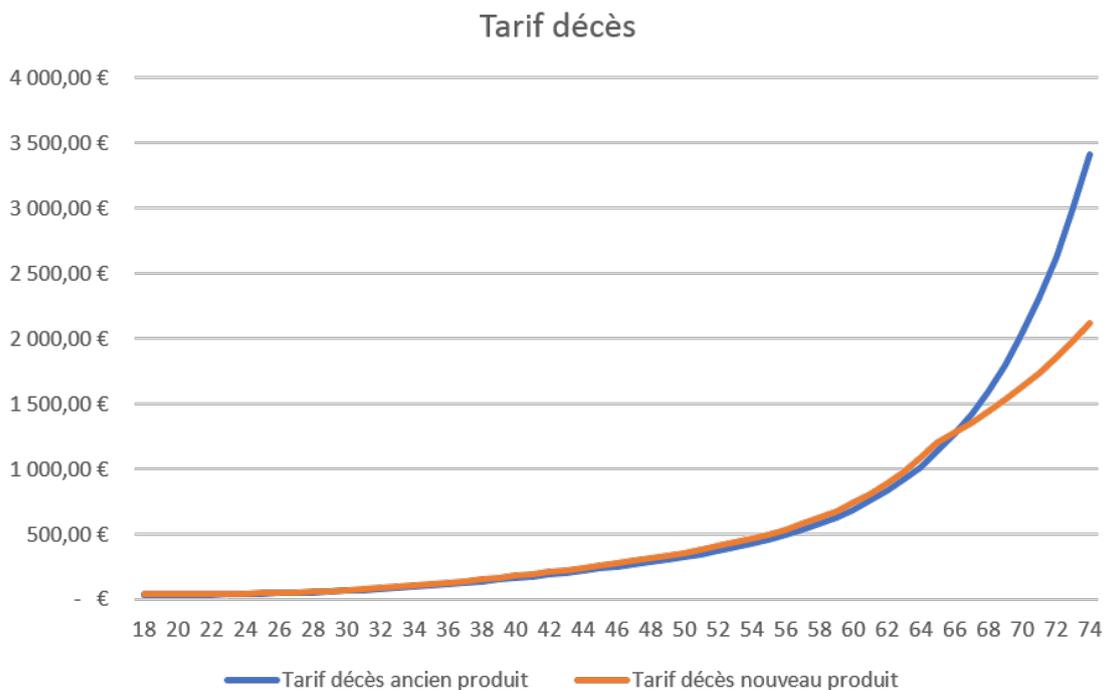


FIGURE 9.3 – Tarif "décès" du produit existant

Nous observons que le tarif actuel est proche avec l'ancien produit qui prend largement le dessus à partir de 66 ans environ. Cela s'explique par le fait que pour l'ancien produit existant, l'âge limite de cessation de la garantie décès (80 ans) n'est pas prise en compte. Dans ce cas précis, passé 66 ans, la durée de couverture est censé diminuer, ce qui n'est pas pris en compte dans le tarif décès du produit existant. Quant au nouveau produit, il prend en compte cette réduction de la durée de couverture, et le tarif décès est donc adapté. Ce qui est à l'origine de cet écart en fin de courbe.

### Le tarif arrêt de travail :

Le tarif arrêt de travail est quant à lui un tarif uniquement par âge à la souscription, aussi bien pour l'ancien produit que pour le nouveau. Contrairement au tarif décès de l'ancien produit existant, il est indépendant de la durée du prêt. Du moins, au vu des informations disponibles en interne, il semble être construit, sans prise en compte de la durée du prêt.

Si nous avons toutefois utilisé une durée fixe de 15 ans pour construire le tarif du nouveau produit, nous ne disposons malheureusement d'aucune informations en interne concernant la durée utilisée pour le tarif de l'ancien produit. De ce fait, il est difficile de faire une comparaison comme il se doit. Nous affichons toutefois ces tarifs ci-dessous pour un emprunt à remboursement constant de 200 000 €.

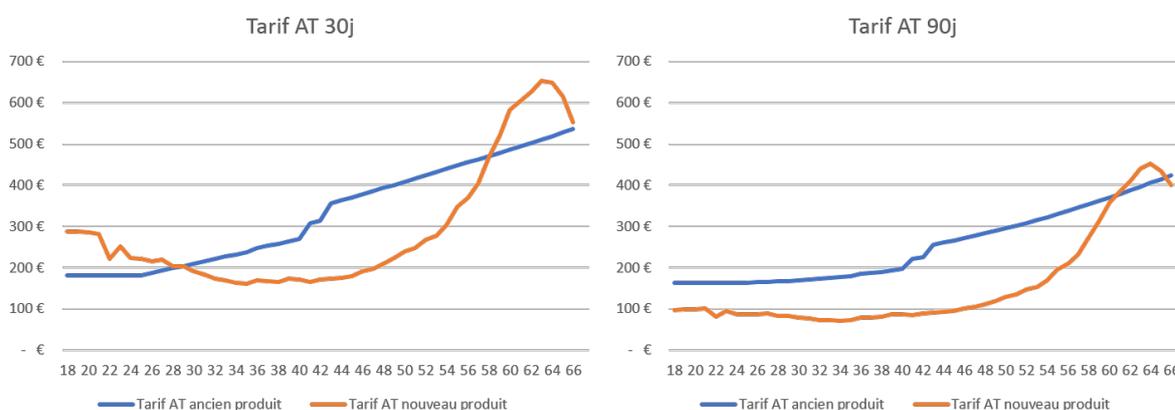


FIGURE 9.4 – Tarif "arrêt de travail" du produit existant

Ne pouvant pas réellement comparer les deux tarifs, nous pouvons cependant commenter le tarif du nouveau contrat. On observe que le tarif annuel évolue selon l'âge à la souscription aussi bien pour la franchise 30 jours que pour la franchise 90 jours.

On note une décroissance au début, chez les plus jeunes, pour la franchise 30 jours en raison de la couverture des arrêts grossesses pathologiques.

Une décroissance est observée également pour les deux franchises à partir d'environ 63 ans. En effet, à partir d'un certain âge, il y a de moins en moins d'individus maintenus sur toute la durée d'incapacité (moins de 3 ans). Cette baisse de maintien pour les âges élevés peut s'expliquer par la survenance des décès pendant la période d'arrêts, ou encore des départs à la retraite. De plus, la durée d'engagement de l'assureur est limitée par l'âge limite de cessation de la garantie arrêt de travail (68 ans) alors que les prêts peuvent se poursuivre au-delà. Ces facteurs vont ainsi faire baisser le tarif pour les âges élevés.

## 9.4 Résultats négatifs les premières années et évolution de la PRC

Selon l'article R331-6 du Code des Assurances, la Provision pour risques croissants est : « *une provision pouvant être exigée, dans les conditions fixées par le décret prévu à l'avant-dernier alinéa de l'article R. 331-1, pour les opérations d'assurance contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés.* »

La PRC est projetée jusqu'à extinction des prêts donc nous allons la présenter sur un horizon de 30 ans (durée maximale d'extinction de tous les prêts du portefeuille).

Nous observons tout d'abord des résultats négatifs, notamment la première année. En effet particulièrement pour la garantie décès, le résultat est très négatif la première année. Ce résultat très bas s'explique par la variation de provision dans le compte de résultat. Cette variation est une différence entre les provisions d'ouvertures et les provisions de clôture. Cependant, il s'agit d'un tout nouveau contrat et en première année, il n'y a pas de provision d'ouverture. Nous n'avons que des provisions de clôture.

De plus ces provisions sont des provisions de primes. Il s'agit des PM décès (ici calculées comme étant des Provisions pour Risques Croissants). En comparaison aux prestations décès, ces provisions sont assez élevées. C'est la PRC qui en est la cause. En effet, la prime est constante pour le nouveau contrat modélisé, alors que le niveau de risque augmente avec l'âge. L'assureur, au bout d'un certain temps ne percevra pas assez de primes pour couvrir son risque. En ce sens, il est nécessaire de constituer une provision relative à ce risque. Cette PRC correspond à la différence entre les engagements respectivement pris par l'assureur et l'assuré, maximisée par zéro.

La PRC prenant en compte les flux sur toute la durée de couverture, il n'est pas surprenant qu'elle soit élevée principalement pour la première année. Elle est ainsi calculée selon la réglementation sans possibilité de mutualisation : ce qui apporte une prudence, au détriment d'un bon résultat.

Nous présentons dans la suite de cette section, l'évolution des composantes de la PRC tout d'abord en décès puis en arrêt de travail.

### 9.4.1 PRC Décès

Nous présentons ci-dessous les composantes de la PRC, pour le risque décès :

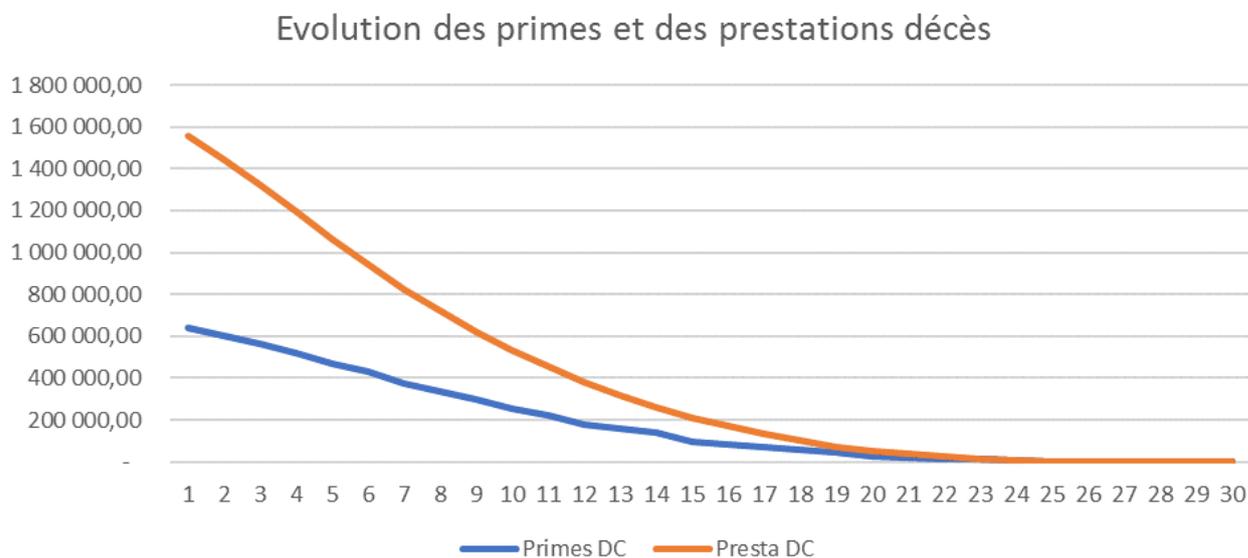


FIGURE 9.5 – Evolution des primes et prestations décès

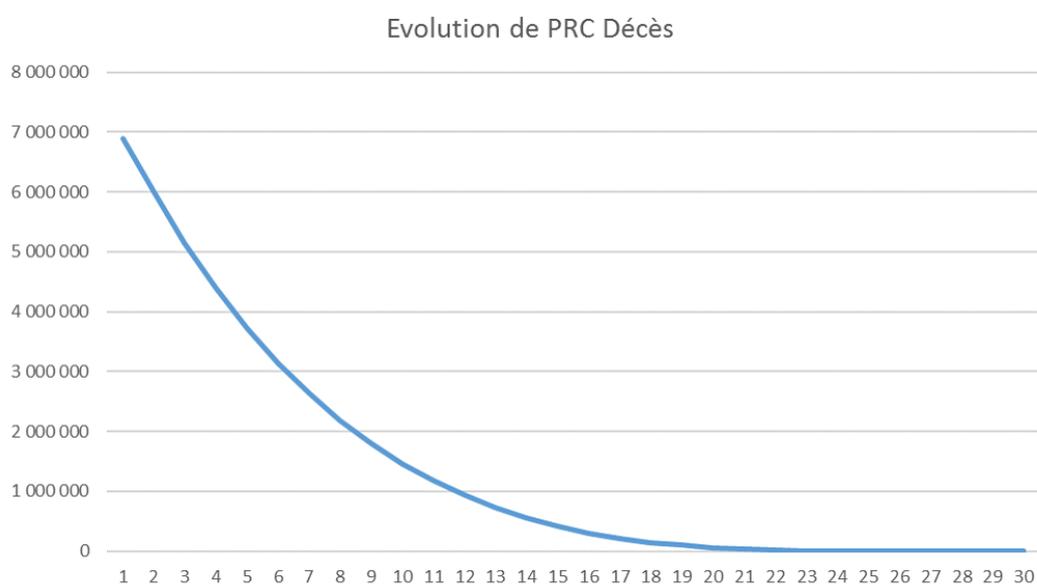


FIGURE 9.6 – Evolution de la PRC "décès"

Les flux sont projetés sur 30 ans (jusqu'à extinction des prêts). Nous constatons un écart entre les primes et les prestations qui se réduit au fil des années de projection.

La baisse des primes observée est causée par différents effets. Tout d'abord il y a la fin des prêts consécutifs qui entraîne une diminution des primes collectées. L'avènement

des résiliations est également un facteur justifiant cette baisse. Enfin, il y a l'aspect mortalité qui intervient, mais en plus petite proportion.

Nous observons également une diminution des prestations, qui est d'ailleurs assez contradictoire avec l'augmentation de la mortalité dans le temps. Néanmoins, le versement des prestations décès correspond au remboursement du capital restant dû, qui baisse lui même avec le temps. En y rajoutant l'effet des fins de prêts, les prestations se retrouvent diminuées avec le temps.

Il faut aussi préciser qu'il n'y a pas de mutualisation des risques.

Ainsi, nous observons bel et bien que les primes collectées ne permettent pas de couvrir les prestations : d'où l'intérêt de la constitution PRC.

### 9.4.2 PRC Arrêt de travail

Nous présentons ci-dessous les composantes de la PRC, pour le risque arrêt de travail.

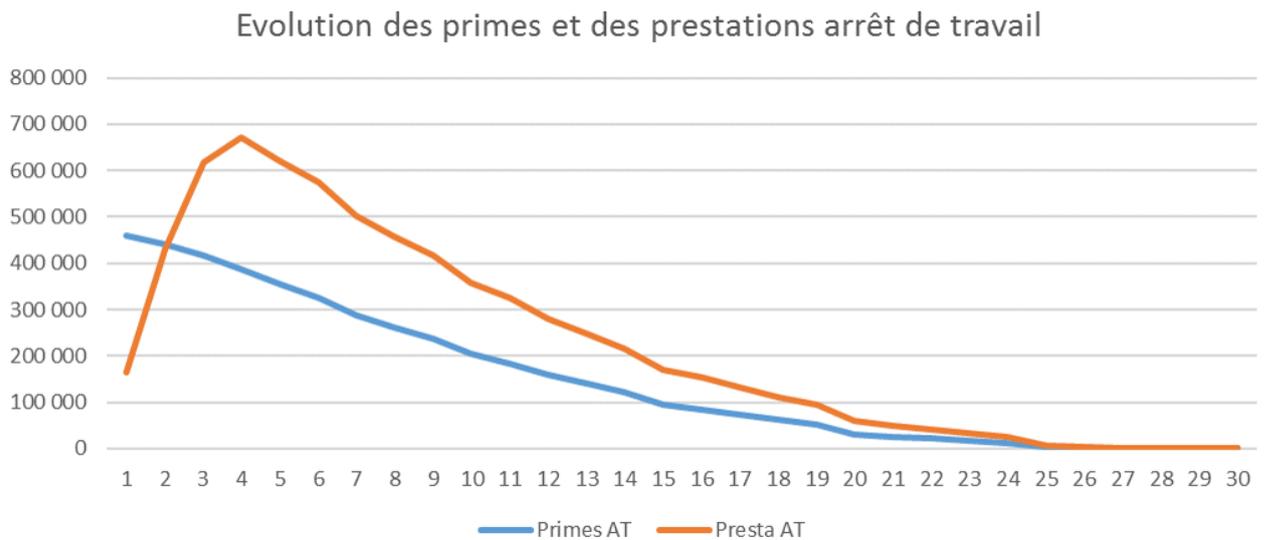


FIGURE 9.7 – Evolution des primes et prestations arrêt de travail

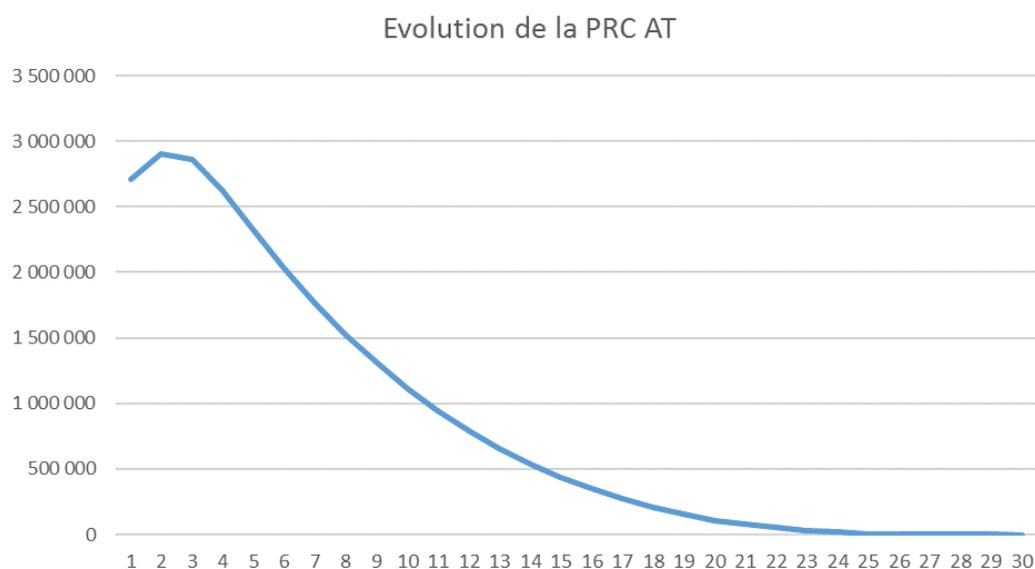


FIGURE 9.8 – Evolution de la PRC "arrêt de travail"

Les primes arrêt de travail diminuent sans surprise pour les mêmes raisons que pour celles du risque décès à savoir, les fins de prêts, les résiliations ainsi que la mortalité en plus faible proportion.

Les prestations quant à elles croient les premières années en raison du cumul des arrêts, puis diminue par la suite toujours en raison de la baisse des effectifs, des résiliations et des fins de prêts.

Afin d'apporter davantage de précisions à notre analyse de la PRC, nous représentons ci-dessous les indicateurs qui influent sur son évolution.

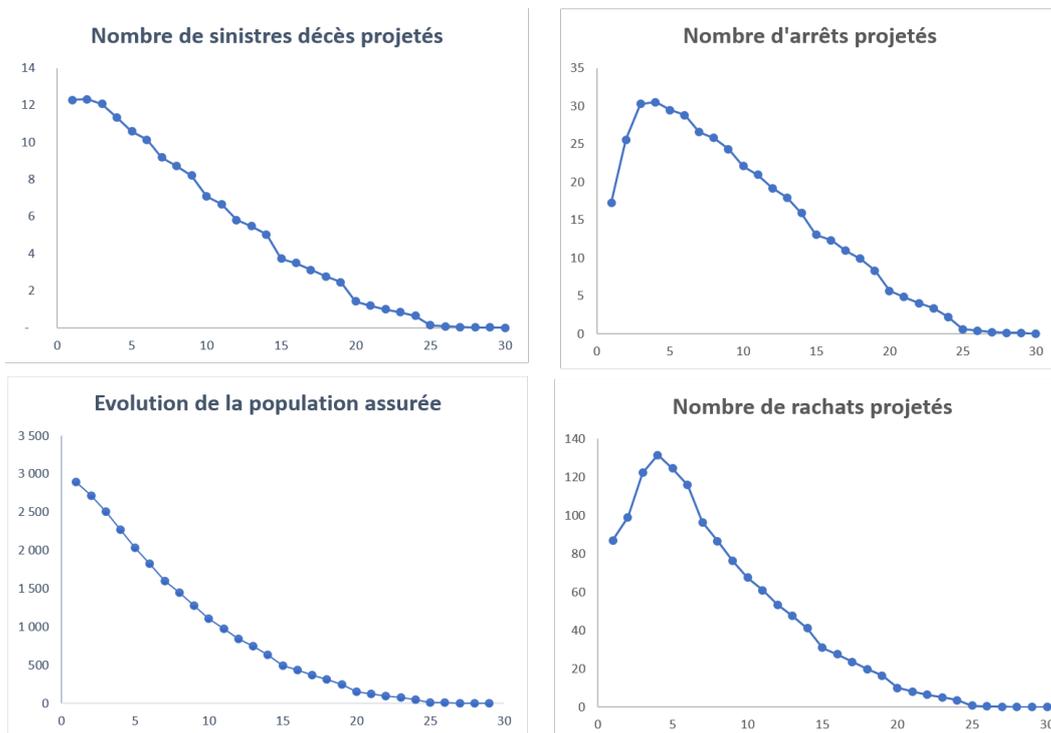


FIGURE 9.9 – Effectifs projetés

En conclusion, l'assureur se doit de constituer une PRC, pour les raisons énoncées précédemment. Les risques n'étant pas mutualisés, il n'est pas surprenant que les montants de la PRC soient aussi importants : ce qui impacte fortement le résultat en début d'année, d'autant plus qu'il s'agit d'un nouveau contrat et donc pas de provisions d'ouverture. Toutefois, la PRC diminue chaque année. En effet, étant la somme des différences actualisées entre les flux sortants et entrants, plus les années passent et plus les flux (primes et prestations) diminuent : il y aura donc de moins en moins de provisions à constituer. De plus, l'impact sur le résultat se neutralisera et sera bien moins important que la première année de constitution de cette provision de prime.

## 9.5 Justification de la méthode de construction du bilan global

Dans ce mémoire nous avons constitué un bilan S2 pour le produit emprunteur seul. Le bilan de l'entité Libéa seul nous a été fourni en interne par le service en charge de l'ORSA. Afin d'obtenir le bilan global après introduction du produit emprunteur, **une somme des bilans S2 a été effectuée.**

Cette pratique choisie dans ce mémoire peut toutefois générer un biais. En effet les SCR des différentes entités ne sont pas additifs.

Toutefois, les deux entités sont indépendantes au niveau de leurs modules de risques, conformément à la formule standard S2. Le schéma ci-dessous détaille les modules de risques relatifs à Libéa et ceux liés au nouveau contrat emprunteur.

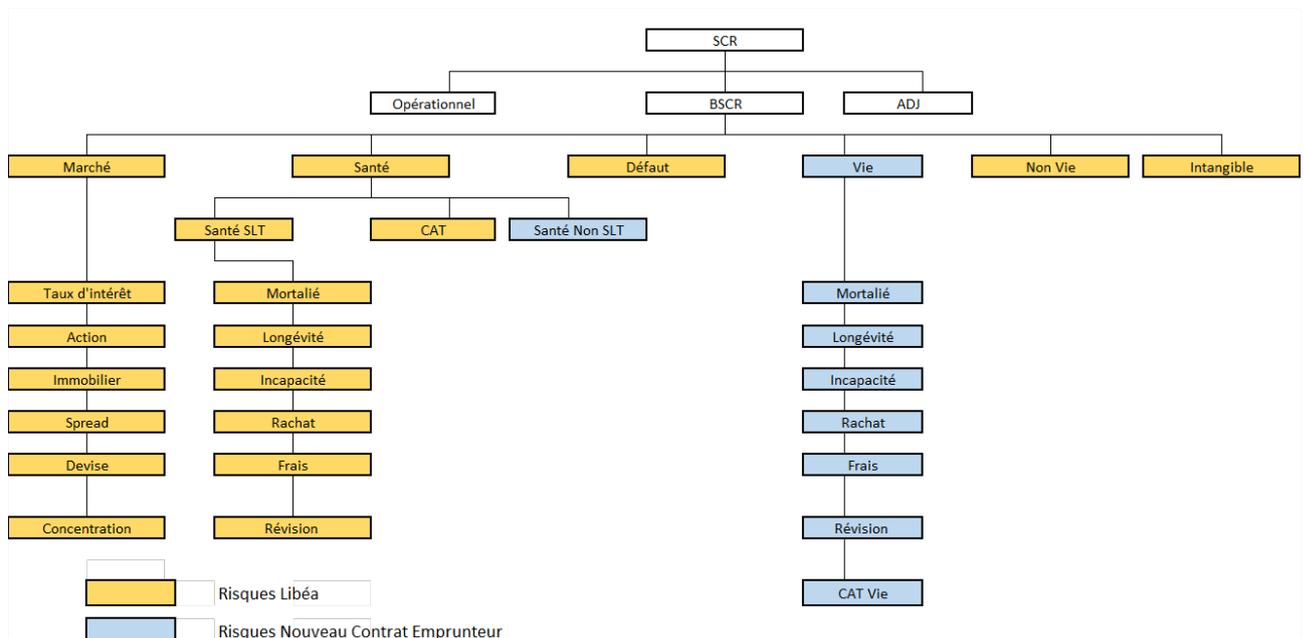


FIGURE 9.10 – Répartition des risques selon la formule standard

En effet, les modules de risque du nouveau contrat emprunteur sont différents de ceux de Libéa. Bien entendu, le SCR global après introduction de l'emprunteur est calculé en prenant en compte la matrice de corrélation fournie par l'EIOPA. C'est la raison pour laquelle une somme de bilans des deux entités a été choisie (tout en respectant l'additivité des différents indicateurs et postes des bilans).

# Conclusion

L'objectif de ce mémoire a été de mesurer, en environnement Solvabilité 2, la rentabilité d'un assureur souhaitant diversifier son activité à travers la commercialisation d'un produit d'assurance emprunteur. L'aboutissement de notre étude a été jalonnée par différentes étapes.

Dans un premier temps, nous avons défini le nouveau produit à commercialiser, sur la base d'un produit similaire déjà existant au sein du groupe. Afin de modéliser ce nouveau produit, nous avons utilisé un modèle à états, modélisant tous les états possibles du sociétaire pendant toute la durée du contrat. Il a fallu procéder au choix des hypothèses biométriques et comportementales qui ont permis de définir les probabilités de transitions inter-états. Par la suite, nous avons établi une évolution arbitraire du nombre de souscription, conformément à la taille et à la structure du portefeuille de notre assureur. Les caractéristiques de notre population ont été déterminées via une méthode statistique de partitionnement de données.

Dans un second temps, nous avons modélisé l'ensemble des flux de trésorerie du nouveau produit dans le respect de la notion de frontière de contrat. La projection de ces flux de trésorerie nous a permis d'aboutir à un compte de résultat ainsi qu'au calcul du Best Estimate après actualisation par la courbe des taux sans risques. Par la suite nous avons identifié les modules de risques auxquels appartient notre produit d'assurance emprunteur et avons appliqué les chocs règlementaire de souscription "Vie" et "Santé SLT" au Best Estimate pour en déduire le capital de solvabilité requis.

Les métriques choisies pour mesurer la rentabilité de notre nouveau produit sont le ratio de couverture du SCR et le ROE (*Return On Equity*). Ces métriques nous ont amené à établir et projeter un bilan prudentiel Solvabilité 2 de l'assureur, avec et sans emprunteur sur un horizon de projection de cinq ans. Le bilan projeté de l'entité nous a été fourni par le service du groupe en charge des évaluations ORSA. L'objectif a été de projeter le bilan du produit emprunteur seul puis de l'intégrer à celui de l'assureur. Ne disposant pas de modélisation de l'actif, nous avons considéré le montant de l'actif comme étant égal aux provisions Solvabilité 1. Ainsi nous avons pu aboutir à un bilan équilibré, chaque année d'évaluation.

Les résultats de notre étude ont montré que l'introduction du produit emprunteur entraîne une croissance du ROE de façon générale. Ce produit vient dégrader le ratio S2 de l'assureur seulement les premières années avant de se stabiliser par la suite, tout en restant toujours supérieur au ratio S2 minimum requis qui est de 100%. Ce constat est le même quelque soit les scénarii de chocs appliqués portant sur la souscription et lois biométriques et comportementales. L'écart des ratios se réduit chaque année, et se stabilise seulement au bout de la cinquième année.

Les scénarii présentés dans ce mémoire entraînent une augmentation des ratios S2 et des ROE par rapport au scénario central. La baisse de l'âge implique un portefeuille plus jeune et moins risqué qui nécessite moins de provisions qu'en scénario central d'où l'augmentation du ratio S2 et des ROE. Avec l'avènement de la loi Sapin 2, une hausse des résiliations va réduire la population assurée ainsi que les provisions associées, ce qui va faire augmenter le ratio S2 et le ROE. Dans une optique de renforcement du processus de sélection médicale du nouveau produit emprunteur, on applique des chocs sur la mortalité et l'incidence en incapacité. La baisse de la mortalité entraîne une sinistralité plus faible et donc moins de provisions : le SCR diminue et le ratio S2 augmente de même que le ROE. Enfin, dans une situation de baisse de l'incidence en incapacité, l'assureur observe moins de sinistres et constitue moins de provisions, d'où l'augmentation du ratio de couverture du SCR et du ROE.

Certaines limites rencontrées dans notre étude comme la non modélisation de l'actif ainsi qu'une approche dynamique de la construction des taux de rachats, constitueraient des axes d'amélioration pour un éventuel perfectionnement de ce projet.

# Bibliographie

## [ Ouvrages : ]

- [1] Code des assurances
- [2] Code de la consommation, *www.legifrance.fr*.
- [3] Les actes délégués

## [ Articles et publications : ]

- [4] EIOPA, *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency 2*, 2011.
- [5] FFA, *L'assurance Française, données clés*, 2019.

## [ Mémoires : ]

- [6] Mahmoud LAKKIS, *Projection d'un portefeuille d'assurance emprunteur et analyse de la sensibilité des provisions Best Estimate en formule standard*, 2013.
- [7] Laura PEREZ, *Étude d'une opportunité de diversification par l'ORSA : application à l'assurance emprunteur*, 2017.
- [8] Stéphane MENDY, *Étude d'un contrat d'assurance emprunteur dans le contexte Solvabilité 2*, 2017.

## [ Cours : ]

- [9] Charlotte KAULT, *Solvabilité 2, aspects théoriques et pratiques*, 2019.

# Table des figures

1	Évolution des ratios S2 et des ROE . . . . .	2
2	Evolution of S2 ratios and ROEs . . . . .	4
1.1	Cotisations par types de prêt (Source - FFA) . . . . .	15
1.2	Cotisations par type de garanties en 2017 (Source - FFA) . . . . .	17
1.3	Demandes d'assurances de prêts en millions (Source - FFA) . . . . .	20
2.1	Comparaison des bilans économiques sous Solvabilité 1 et Solvabilité 2	26
2.2	Le SCR : Approche modulaire de la formule standard . . . . .	27
3.1	Pyramide des âges . . . . .	37
3.2	Répartition de la population selon le capital initial . . . . .	39
3.3	Répartition de la population selon les taux de prêts . . . . .	39
3.4	Répartition de la population selon les durées initiales des prêts . . . . .	40
4.1	Processus de transition inter-état . . . . .	42
4.2	Méthodologie de calcul de l'exposition . . . . .	44
4.3	Taux de sortie/résiliation selon l'année d'observation . . . . .	45
4.4	Taux de sortie/résiliation selon l'ancienneté (en année) . . . . .	45
4.5	Taux d'incidence en incapacité par année d'observation . . . . .	46
4.6	Taux d'incidence en incapacité par année d'observation . . . . .	47
4.7	Taux d'incidence en incapacité par âge . . . . .	47
5.1	Évolution du tarif annuel selon l'âge à la souscription . . . . .	57
7.1	Hypothèse d'évolution du New Business . . . . .	69
7.2	Schématisation du BE Emprunteur retenu . . . . .	71
7.3	Répartition des flux de BE Vie . . . . .	72
7.4	Répartition des flux de BE SLT . . . . .	72
7.5	BE de frais et hors frais des risques décès et arrêt de travail . . . . .	73
7.6	Evolution du Best Estimate . . . . .	73
7.7	Segmentation des garanties emprunteur en LoB S2 . . . . .	74
7.8	Matrice de corrélation entre les modules "Vie" et "Santé SLT" . . . . .	75
7.9	Matrice de corrélation entre les sous-modules du risque "Vie" . . . . .	75
7.10	Matrice de corrélation entre les sous-modules du risque "Santé SLT" . . . . .	75
7.11	Chocs Best Estimate Vie . . . . .	76
7.12	Chocs Best Estimate Santé . . . . .	77
7.13	Décomposition du SCR Life . . . . .	78
7.14	Décomposition du SCR Health SLT . . . . .	78

7.15	Effectif et nombre de sinistres projetés . . . . .	82
7.16	Primes et Prestations projetés . . . . .	83
7.17	Évolution des provisions . . . . .	83
7.18	Schéma simplifié du bilan économique sous Solvabilité 2 . . . . .	84
7.19	Bilan projeté de "Libéa" . . . . .	85
7.20	Bilan projeté de "Libéa + Emprunteur" . . . . .	86
7.21	Évolution des ratios de couverture du SCR . . . . .	86
7.22	Évolution du résultat net . . . . .	87
7.23	Évolution des ROE . . . . .	88
8.1	Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'âge . . . . .	90
8.2	Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'âge . . . . .	90
8.3	Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'âge . . . . .	91
8.4	Évolution du taux de résiliation par année d'observation . . . . .	92
8.5	Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario hausse des résiliations . . . . .	92
8.6	Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario hausse des résiliations . . . . .	93
8.7	Impact sur le SCR rachat . . . . .	93
8.8	Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario hausse des résiliations . . . . .	94
8.9	Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de la mortalité . . . . .	95
8.10	Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de la mortalité . . . . .	95
8.11	Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de la mortalité . . . . .	96
8.12	Bilan prudentiel "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'incidence en incapacité . . . . .	97
8.13	Ratio de couverture S2 "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'incidence en incapacité . . . . .	97
8.14	Impact sur le SCR incapacité . . . . .	98
8.15	Évolution du ROE "Libéa + Emprunteur" scénario baisse de l'incidence en incapacité . . . . .	98
9.1	Caractéristiques du contrat existant "A952" . . . . .	101
9.2	Paramètres tarifaires du nouveau produit . . . . .	101
9.3	Tarif "décès" du produit existant . . . . .	102
9.4	Tarif "arrêt de travail" du produit existant . . . . .	103
9.5	Evolution des primes et prestations décès . . . . .	105
9.6	Evolution de la PRC "décès" . . . . .	105
9.7	Evolution des primes et prestations arrêt de travail . . . . .	106
9.8	Evolution de la PRC "arrêt de travail" . . . . .	107
9.9	Effectifs projetés . . . . .	108
9.10	Répartition des risques selon la formule standard . . . . .	109
A.1	Évolution de la mortalité par âge . . . . .	117
B.1	Évolution de l'incidence en incapacité par âge . . . . .	118
C.1	Évolution de la résiliation par ancienneté . . . . .	119

# Liste des tableaux

1.1	Présentation des sociétés du groupe . . . . .	13
1.2	Encours bruts des crédits en France en milliards d'euros (Source - Banque de France) . . . . .	14
1.3	Les lois relatives à l'assurance emprunteur . . . . .	15
1.4	Tableau d'amortissement pour un prêt à remboursement <i>in fine</i> . . . .	23
1.5	Tableau d'amortissement pour un prêt à amortissements constants . . .	23
1.6	Tableau d'amortissement pour un prêt à remboursements constants . .	24
2.1	Les chocs réglementaires du module Vie selon Solvabilité 2 . . . . .	29
2.2	Les chocs réglementaires du module Santé SLT selon Solvabilité 2 . . .	30
3.1	Description synthétique du contrat . . . . .	36
3.2	Répartition des franchises choisies pour la garantie AT . . . . .	38
6.1	Les taux de chargements selon la garantie souscrite . . . . .	60
7.1	Principe de projection des flux liés au stock . . . . .	68
7.2	Décomposition du compte de résultat . . . . .	80
7.3	Compte de résultat "décès" par année d'évaluation . . . . .	81
7.4	Compte de résultat "arrêt de travail" par année d'évaluation . . . . .	81
D.1	Calcul des variances intra-classe $V(x_i, M_i)$ . . . . .	122
D.2	Calcul des variances intra-classe $V(x_i, M_i)$ . . . . .	123

# Annexes

# Annexe A

## Loi de mortalité

Nous présentons dans cette annexe la loi de mortalité utilisée dans ce mémoire. Les données n'ont pas été renseignés par souci de confidentialité.

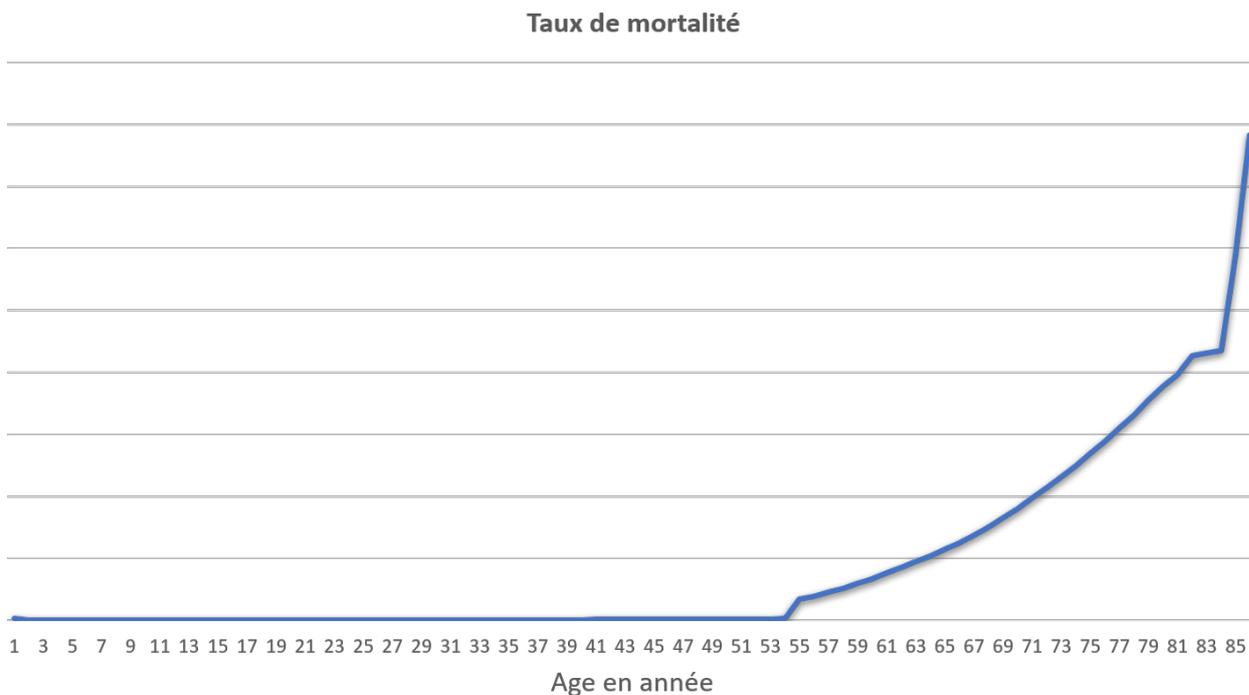


FIGURE A.1 – Évolution de la mortalité par âge

# Annexe B

## Loi d'incidence en incapacité

Nous présentons dans cette annexe la loi d'incidence en incapacité utilisée dans ce mémoire. Les données n'ont pas été renseignés par souci de confidentialité.

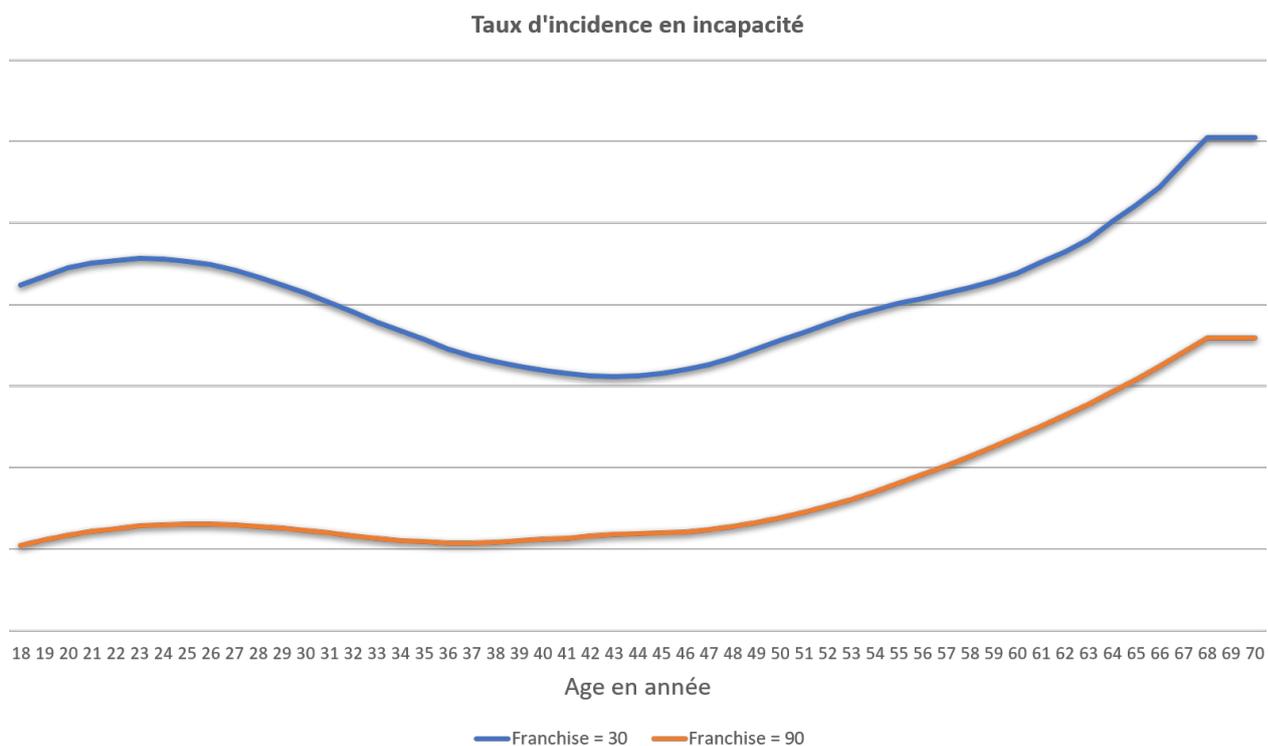


FIGURE B.1 – Évolution de l'incidence en incapacité par âge

# Annexe C

## Loi de résiliation

Nous présentons dans cette annexe la loi de résiliation utilisée dans ce mémoire. Les données n'ont pas été renseignées par souci de confidentialité.

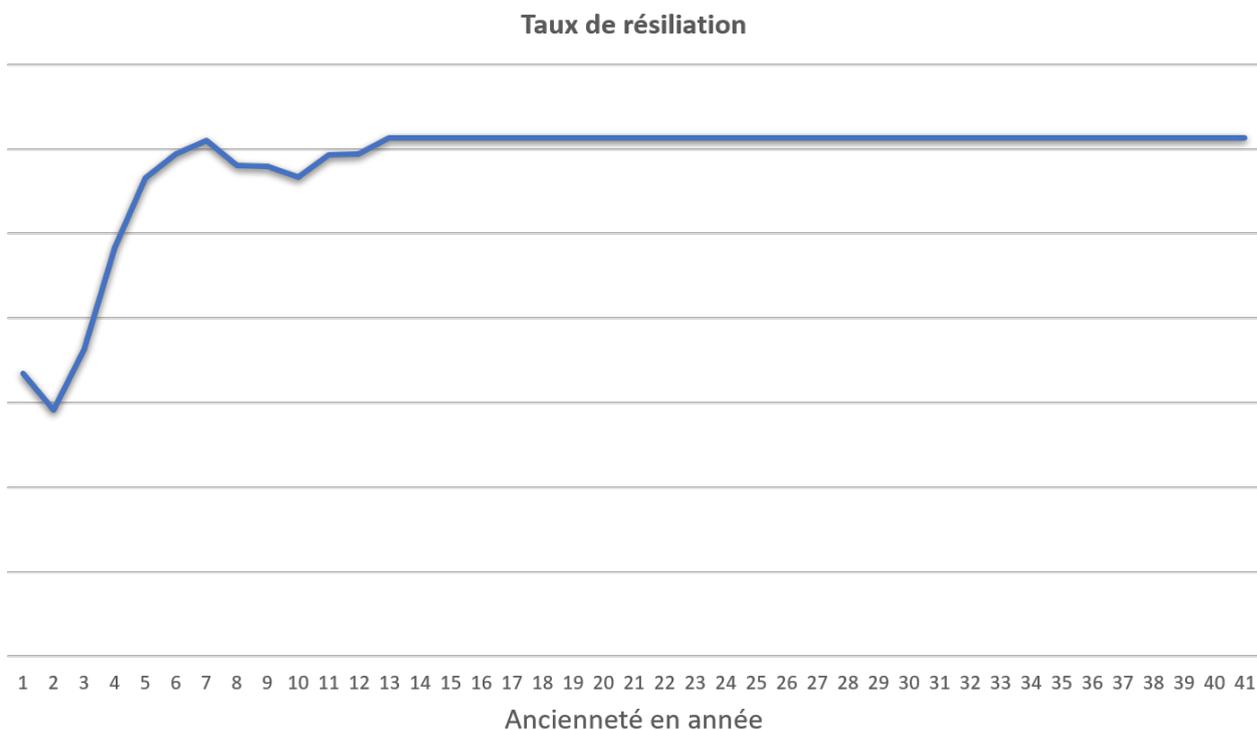


FIGURE C.1 – Évolution de la résiliation par ancienneté

# Annexe D

## Algorithme *Kmeans*

L'objectif de la méthode des *Kmeans* est d'identifier des groupes d'observations ayant des caractéristiques similaires. Dans notre étude, il s'agit donc de construire des groupes d'emprunteurs qui se ressemblent, ces groupes sont appelés des *clusters*. La méthode des *Kmeans* fait donc partie des algorithmes de classification non supervisée en machine learning. Cette méthode est également une approche de clustering non-hiérarchique. C'est-à-dire qu'à l'intérieur d'un cluster les points ne sont pas ordonnés en fonction de leurs ressemblances.

### D.1 Principe

La méthode des *Kmeans* permet de regrouper en  $K$  clusters distincts les observations d'un jeu de données. Ainsi les données similaires se retrouveront dans un même cluster, caractérisé par son centre appelé « centroïde »<sup>1</sup>. Par ailleurs, une observation ne peut se retrouver que dans un cluster à la fois (exclusivité d'appartenance). Une même observation ne pourra donc pas appartenir à deux clusters différents.

Pour comparer le degré de similarité entre deux objets, l'algorithme *Kmeans* utilise la **distance euclidienne** définie comme suit :

Soient deux points  $X(x_1, \dots, x_n)$  et  $Y(y_1, \dots, y_n)$  dans l'espace vectoriel  $E^n$ . La distance euclidienne entre  $X$  et  $Y$  se calcule comme suit :

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}.$$

Cette distance euclidienne est utilisée pour calculer la **variance intra-classe**. En effet la méthode des *Kmeans* repose sur la minimisation de la somme des distances euclidiennes au carré, entre chaque point et le centroïde de son cluster. On parle alors de minimisation de la **variance intra-classe**.

À noter que le nombre de *clusters*  $K$  est un choix aléatoire effectué en amont, au début de l'algorithme : cela revient à choisir un nombre de centroïdes.

---

1. Le centroïde d'un *cluster* n'est autre que son barycentre au sens mathématique.

## D.2 Fonctionnement de l'algorithme

Soit  $X$  un ensemble de  $n$  objets  $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  que nous souhaitons regrouper en  $K$  clusters. L'algorithme *kmeans* se construit alors comme suit :

1. Choix aléatoire de  $K$  objets parmi l'ensemble  $X$  pour former  $K$  clusters  $(C_1, \dots, C_i, \dots, C_k)$ , avec pour centroïdes  $(M_1, \dots, M_i, \dots, M_k)$ .  
Par défaut, chaque *cluster* est initialement constitué de son unique centroïde :  $C_i = \{M_i\}$ ;
2. Calcul de la variance intra-classe entre  $x_i$  de l'ensemble  $X$  et chaque centroïde  $M_i$  des  $K$  clusters :

$$V(x_i, M_i) = d^2(x_i, M_i)$$

3. Affectation de chaque objet  $x_i$  de  $X$  au cluster dont le centroïde  $M_i$  est le plus proche ;
4. Calcul des centroïdes ou barycentres  $M_i$  des nouveaux *clusters* formés :

$$M_i = \frac{1}{\text{Card}(C_i)} \sum_{x_i \in C_i} x_i$$

5. Répétition des étapes 2 à 4 jusqu'à convergence : stabilisation des centroïdes des clusters lors des itérations.

## D.3 Exemple d'application

Considérons l'ensemble  $X = \{3, 6, 8, 10, 15, 17, 20, 31, 39\}$ , à partir duquel nous souhaitons créer trois *clusters*.

1. Choix aléatoire de trois centroïdes :  $M_1 = 5, M_2 = 17, M_3 = 39$ .  
Ces centroïdes sont associés aux *clusters*  $C_1 = \{5\}, C_2 = \{17\}, C_3 = \{39\}$ .
2. Calcul de la variance intra-classe :

On rappelle la formule de la variance intra-classe :

$$V(x_i, M_i) = d^2(x_i, M_i) = (x_i - M_i)^2$$

$x_i \backslash M_i$	5	17	39
3	4	196	1296
6	1	121	1089
8	9	81	961
10	25	49	841
15	100	4	576
17	144	0	484
20	225	9	361
31	676	196	64
39	1156	484	0

TABLE D.1 – Calcul des variances intra-classe  $V(x_i, M_i)$ 

3. Affectation de chaque objet  $x_i$  à un *cluster*  $C_i$  :  
 Nous identifions trois nouveaux *clusters*

$$C_1 = \{3, 6, 8, 10\}$$

$$C_2 = \{15, 17, 20\}$$

$$C_3 = \{31, 39\}$$

4. Calcul des centroïdes des nouveaux *clusters* formés en appliquant la formule de l'étape 4 décrite plus haut :

Le *clusters*  $C_1 = \{3, 6, 8, 10\}$  a pour centre  $M_1 = 6$

Le *clusters*  $C_2 = \{15, 17, 20\}$  a pour centre  $M_2 = 17$

Le *clusters*  $C_3 = \{31, 39\}$  a pour centre  $M_3 = 39$

5. On répète la deuxième étape de l'algorithme avec comme centres :  $M_1 = 6$ ;  $M_2 = 17$  et  $M_3 = 39$

$x_i \backslash M_i$	6	17	39
3	9	196	1296
6	0	121	1089
8	4	81	961
10	16	49	841
15	81	4	576
17	121	0	484
20	196	9	361
31	625	196	64
39	1089	484	0

TABLE D.2 – Calcul des variances intra-classe  $V(x_i, M_i)$

Affectation de chaque objet  $x_i$  à un *cluster*  $C_i$  et calcul des centroïdes des nouveaux *clusters* formés :

Nous identifions trois nouveaux *clusters*

$$C_1 = \{3, 6, 8, 10\} \text{ de centre } M_1 = 8$$

$$C_2 = \{15, 17, 20\} \text{ de centre } M_2 = 17$$

$$C_3 = \{31, 39\} \text{ de centre } M_3 = 39$$

On constate que les centroïdes sont restés stables après cette itération. Nous avons ainsi bien délimité nos *clusters* ainsi que leurs centres.