

Construction d'une solution de rente en unités de compte répondant aux contraintes du triptyque assureur/assuré/apporteur

Nicolas ZUMAQUERO, Jihad LAHLOU

Février 2019

Mémoire rédigé en vue de l'obtention du diplôme d'actuaire du CEA (Centre d'Etudes
Actuarielles)

Directeurs de Mémoire : David CLERMONT/ Olivier REVERCHON

Résumé

Mots clés : assurance vie, retraite, création de produit, rente, unités de compte, simulateur, Générateur de Scénario Economique, Lee-Carter, coût des options et garanties, rentabilité, scénario équivalent, solvabilité

Le contexte actuel, avec d'une part l'entrée en vigueur de référentiels de solvabilité économique basés sur les risques comme le Swiss Solvency Test (SST) et Solvabilité 2, et d'autre part la persistance de taux d'intérêts bas, pousse les assureurs vie à adapter leurs produits et leurs modes de distributions. En France, les réformes régulières des régimes de retraite, l'allongement de la durée de vie et le pouvoir d'achat des retraités deviennent des sujets d'inquiétude grandissante pour les français et les encouragent à rechercher des produits d'investissements rémunérateurs.

Depuis plusieurs années, le marché de l'assurance vie majoritairement en euro a donc entrepris un virage significatif vers les unités de compte, avec des marges plus élevées et moins de contraintes en termes de solvabilité. En témoigne la très forte progression de la part des unités de compte dans les cotisations (qui est passée de 14% en 2013 à 29% en 2017) et dans la collecte (qui est passée de 30% en 2013 à 258% en 2017) du marché français de l'assurance vie. Ainsi, la majorité des assureurs vie propose désormais un très grand nombre d'options financières sur leurs produits multi-supports, permettant de promouvoir ces unités de compte en phase d'épargne (allocations déléguées, grilles de pilotage, options d'arbitrages automatiques des plus ou moins-values, sécurisation ou investissement progressif...) mais aucun assureur ne met en avant une solution en unités de compte sur la phase de rente. A ce jour, la phase de rente reste donc quasiment intégralement en euro chez l'ensemble des assureurs de la place et dégrade leurs marge et efficacité en capital globales.

C'est dans ce contexte que nous nous sommes intéressés à la construction d'une solution innovante de rente en unités de compte répondant aux contraintes du triptyque assuré/assureur/apporteur.

Dans la première partie de ce mémoire, nous présentons le cadre et le contexte dans lesquels se sont inscrits nos travaux, en mettant l'accent sur :

- Le positionnement stratégique de SwissLife France sur le marché français qui en fait un des leaders en termes de part en unités de compte et sur le marché de la retraite,
- Le poids des rentes et des produits avec sortie en rente obligatoire dans le portefeuille de SwissLife France,
- Les options de rente en euro actuellement commercialisées par SwissLife France et les limites de celles-ci pour le triptyque assureur/assuré/apporteur.

Après une analyse de l'existant sur le marché français, nous détaillons dans la seconde partie du mémoire les caractéristiques et la mise en œuvre de notre solution de rente en unités de compte en tenant compte des contraintes de toutes les parties prenantes :

- Assuré : maximisation du niveau de sa rente sur la durée en fonction de son profil de risque
- Assureur :
 - o Mise en place d'une solution produit efficace et à moindre coût,
 - o Optimisation du couple rentabilité/ efficacité en capital.
- Appporteur : maximisation de sa rémunération pour une solution claire et adaptée à l'assuré

A la fin de cette partie, nous construisons un simulateur de rente en unités de compte, basé sur le modèle de Black & Scholes et à destination de l'appporteur pour les projets d'avant-vente et de l'assuré pour faire son choix de rente au moment de la liquidation de son contrat retraite.

Enfin, dans la dernière partie de ce mémoire, nous nous intéresserons aux impacts de notre solution de rente en unités de compte sur la rentabilité et la solvabilité de l'assureur. Après avoir mis en œuvre des outils de simulations stochastique de l'aléa financier (ESG via l'outil Prophet) et de l'aléa de longévité (construction de tables de mortalité prospective grâce au modèle de Lee-Carter), nous avons vérifié que ce produit n'engendrait pas de coût d'options et garanties et que l'ajout de garantie complémentaire de type cliquet ou plancher ne permettait plus de maintenir un équilibre économique satisfaisant pour le triptyque. Nous avons ensuite comparé la rentabilité de notre solution à celle de la rente en euro actuellement commercialisée par SwissLife et avons vérifié l'efficacité de notre solution en termes de solvabilité. Et enfin nous avons analysé la sensibilité au choix des options de rente, au tarif et au support en unités de compte sur l'intérêt de l'assureur/assuré/apporteur.

Abstract

Key words: Life insurance, pension, new product creation, annuities, unit linked, simulator, Economic Scenario Generator, Lee-Carter, Time Value of Options and Guarantees, profitability, equivalent scenario, solvency

In the current context characterized by both the entry into force of risk-based solvency regulations - such as the Swiss Solvency Test (SST) and Solvency 2 - and the persistence of difficult financial economic conditions with the sustainability of low interest rates, life insurers had to adapt their product offers and their distribution methods. In France, the regular reforms of pension schemes along with the lengthening of the lifespan and the question of maintaining a suitable purchasing power once retired have become important concerns for French people, encouraging them to explore new and more profitable investment products.

Over the last few years, the life insurance market first largely developed on euro funds have made a strategic move towards unit-linked products with higher margins and less capital/solvency appetite. This is supported by the strong increase on the French life insurance market of the unit-linked share in the premiums (progressing from 14% in 2013 to 29% in 2017) and in the inflows (progressing from 30% to 258% in 2017). The great majority of life insurers are now promoting several financial options on their multi-support products enabling to further encourage unit-linked solutions during the savings stage (delegated allocations, automatic arbitrages of capital gains or losses, securisation or stepwise investment...). However, no actor brings forward unit-linked solutions for the annuity stage. Up to date, the annuity stage remains almost entirely on euro for all the life insurance market players degrading their global margins and solvency.

In this context, we chose to study an innovative solution of unit-linked annuities answering the constraints of the three main counterparts: insurer/policyholder/distributor.

Our thesis was hence built on three main sections. In the first section, we present the framework and the context in which we shaped our analyses focusing essentially on:

- The strategic positioning of SwissLife France making it one of the great leaders on the French market in terms of unit-linked share and on the pension market,
- The weight of annuities and the products with compulsory annuities within SwissLife's portfolio,
- The euro annuities options currently commercialized by SwissLife and their limits on the three main counterparts: insurer/policyholder/distributor.

Further to an analysis of the existing solutions on the French market, the second section of our thesis focuses on the design and the operational implementation of our unit-linked annuities solution considering all constraints of the three main counterparts:

- Policyholder: optimization of the annuities level considering his risk appetite
- Insurer:
 - o Development of a cost-efficient new solution,
 - o Optimization of the profitability/capital efficiency couple.
- Distributor: optimization of his fees with a clear and appropriate product for the client

At the end of this section, we propose a unit-linked annuities simulator based on Black & Scholes model, as a pre-sale tool for the distributor and as a decision helper for the client prior to his pension wind-up.

For the last section of this thesis, we measured the impacts of our unit-link annuities solution on the profitability and the solvency of the insurer. Based on a financial simulation tool (ESG through Prophet) and a prospective mortality table (built with a stochastic modelling based on Lee-Carter model), we ensured the absence of Time Value of Options and Guarantees. On the opposite, we demonstrated that the implementation of a financial option (such as a ratchet or a floor) no longer enables an economical balance for the involved counterparts. Then we compared the profitability of our solution to the classic euro annuities commercialized by SwissLife France and checked its capital efficiency. Ultimately, we conducted sensitivity analyses to different parameters (annuity options, tariff and unit-linked supports choice) on the insurer/policyholder/distributor interests.

Remerciements

Nous tenons à remercier nos directeurs de mémoire David Clermont et Olivier Reverchon, respectivement responsable ALM et Chief Actuary de Swisslife France pour leurs aides et leurs conseils tout au long de la réalisation de notre mémoire.

Nous remercions également Jean Pierre Lassus, CFO de Swisslife France, pour nous avoir donné l'opportunité de réaliser ce mémoire, et accordé sa confiance.

Et nous remercions plus généralement la société Swisslife qui nous a donné la matière, le cadre et le support pour ce travail.

Table des matières

I.	Partie introductive.....	12
1)	Préambule.....	12
2)	Rappels sur le principe de rente viagère.....	12
a)	Généralités	12
b)	Impacts de la table de mortalité et du taux technique	14
c)	Les 3 grandes familles de produits de retraite avec sortie en rente : rentes viagères différées versus phase de constitution puis restitution	16
d)	Rappels de la réglementation applicables aux différents produits d'assurance avec sortie en rente	16
3)	SwissLife France et le portefeuille de SwissLife Assurances et Patrimoine	19
a)	Description générale.....	20
b)	Rentes en portefeuille : taux technique/table de mortalité.....	22
c)	Produits retraite : taux technique/table de mortalité garantis sur le portefeuille de SwissLife	23
4)	Les affaires nouvelles de SwissLife Assurances et Patrimoine	24
a)	Description générale.....	24
b)	Produits retraite	24
5)	Les rentes (en euro) actuellement proposées par SwissLife.....	25
a)	Les garanties proposées par SwissLife.....	25
b)	Les options de rente à choisir au moment de la liquidation	25
i)	Rente à vie non réversible simple	26
ii)	Réversion.....	26
iii)	Annuités garanties	27
iv)	Indexation	29
v)	Palier	29
vi)	Synthèse des options de rente proposées par SwissLife.....	30
c)	Le tarif.....	31
d)	Erosion des revalorisations dans un contexte durable de baisse des taux	31
6)	Limites/contraintes des rentes actuelles pour le triptyque Assureur/Assuré/Apporteur	32
a)	Pour l'assuré : faible revalorisation (levier des assureurs pour tirer de la marge financière), adaptation impossible au profil de risque	32
b)	Pour l'apporteur : absence de valorisation du portefeuille de rentiers (en particulier problématique des cessions de portefeuille pour les courtiers/CGPI).....	32
c)	Pour l'assureur.....	32
II.	Construction d'une solution de rente en Unités de compte	33
1)	Etude de marché.....	33
a)	Variable annuités non applicables pour les « vrais » produits de retraite	33
b)	Quelques essais de rente en unités de compte sur le marché français... pas très concluants.....	34
2)	Les solutions « produit » retenues pour répondre aux contraintes du triptyque Assureur/Assuré/Apporteur	36
a)	Philosophie globale de la solution	36
b)	Support retenu	37

I. Partie introductive

i)	Contraintes IT	37
ii)	Enquête réseau SwissLife	38
iii)	Niveau de rétrocession.....	38
c)	Adaptation au profil de risque de l'assuré.....	40
d)	Options compatibles avec les rentes en unités de compte : nouvelle option d'indexation négative pour les rentes en unités de compte uniquement	40
e)	Mise à jour de la valeur liquidative : gestion du différentiel d'ACAV par l'assureur et problématique de la mutualisation du résultat technique	41
f)	Niveau de frais.....	43
g)	Optimisation de la phase de constitution via des pilotages retraite adaptés	44
3)	Construction d'un simulateur de rente en unités de compte, basé sur le modèle de Black & Scholes...	46
a)	Préambule	46
b)	Rappels sur la théorie de Black & Scholes	48
c)	Projection de la valeur de la rente	49
d)	Estimation de la rente espérée.....	51
e)	Estimation d'un intervalle de confiance à 95%	52
f)	Rente en unités de compte versus rente en euro - Sensibilité au choix des options.....	53
g)	Rente en unités de compte versus rente en euro - Sensibilité au choix de l'unité de compte et au niveau de frais.....	56
III.	Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte	59
1)	Coût des options et garanties de notre solution de rente en unités de compte	59
a)	Modélisation de l'aléa financier via l'ESG (Economic Scenario Generator) groupe	60
i)	Préambule	60
ii)	Modèles utilisés sous Prophet	61
iii)	Applications numériques.....	63
b)	Modélisation de l'aléa de mortalité via la construction d'un modèle de Lee Carter	66
i)	Présentation du modèle de Lee-Carter et hypothèses	66
ii)	Estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter	66
iii)	Extrapolation de la composante temporelle.....	67
iv)	Fermeture de la table : Extrapolation aux grands âges.....	68
v)	Modèle de Lee Carter : applications numériques	69
c)	Coût des options et garanties.....	82
2)	Coût de l'ajout d'options financières sur le montant de la rente en unités de compte	85
a)	Coût d'une garantie cliquet sur le montant de la rente	85
b)	Coût d'une garantie plancher sur le montant de la rente	88
3)	Rentabilité de la rente en unités de compte versus rente en euro	91
4)	Impact sous solvabilité 2.....	94
a)	Scénario Equivalent	94
b)	Efficacité de notre solution de rente en unités de compte versus la rente en euro	95
5)	Sensibilité de l'intérêt assuré/assureur au tarif, choix de l'UC et option de rente.....	96
IV.	Conclusions/perspectives.....	99

I. Partie introductive

Annexe 1 - Références	100
Annexe 2 – Mortalité : Notations et préliminaires actuariels	101
Annexe 3 – Analyse des résidus du modèle de Lee-Carter	104
Annexe 4 – Extrapolation de la composante temporelle du modèle de Lee-Carter	107
Annexe 5 – Simulations composante temporelle du modèle de Lee-Carter et intervalles de confiance	110
Annexe 6 – Détail de la simulation du scénario le plus favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96%.....	111
Annexe 7 – Détail de la simulation du scénario déterministe sans mortalité pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96%	112
Annexe 8 – Détail de la simulation du scénario déterministe sans mortalité pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% et indexation négative de -1%	113
Annexe 9 – Détail de la simulation du scénario déterministe sans mortalité pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans en rente en euro	114
Annexe 10 – Sensibilité de l'intérêt assuré/assureur au tarif, choix de l'UC et option de rente	115

Table des figures et tableaux

Figure 1 : Evolution de la rente en fonction du taux technique et taux de participation aux bénéfices (encours de 100k€ converti avec la TGF05 pour une génération 1953 sans frais d'arréage)	14
Figure 2 : Historique des TME et des taux technique maximum réglementaire	15
Figure 3 : Chiffre d'affaires de SwissLife France consolidé 2017 par métier	19
Figure 4 : Composantes du SCR Souscription de SLAP	21
Figure 5 : Diminution du taux technique moyen du portefeuille de SLAP	21
Figure 6 : Evolution des taux techniques dans les provisions mathématiques de SLAP	22
Figure 7 : Illustration du fonctionnement des rentes réversibles	26
Figure 8 : Illustration du fonctionnement des rentes réversibles avec annuités garanties pendant la période d'annuités garanties.....	27
Figure 9 : Illustration du fonctionnement des rentes réversibles avec annuités garanties au-delà de la période d'annuités garanties.....	28
Figure 10 : Illustration du fonctionnement des rentes à palier	29
Figure 11 : Historique des TME 10 ans.....	31
Figure 12 : Grilles de pilotage retraite existantes sur l'ensemble des produits retraite SwissLife.....	45
Figure 13 : Profils de pilotage retraite "compatibles" avec notre solution de rente en unités de compte	46
Figure 14 : Extrait d'un projet d'avant-vente - Projection des différentes options de rente sur le scénario central de projection de l'encours	48
Figure 15 : Exemples de simulations d'évolution de la valeur liquidative	50
Figure 16 : Exemples de simulations d'évolution de rente en unités de compte	50
Figure 17 : Espérance de la valeur liquidative.....	51
Figure 18 : Espérance de la rente en unités de compte.....	51
Figure 19 : Espérance et intervalle de confiance de la valeur liquidative	52
Figure 20 : Espérance et intervalle de confiance de la rente en unités de compte	52
Figure 21 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte	53
Figure 22 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 50% en unités de compte	54
Figure 23 : Simulation rente viagère annuelle 100% en unités de compte avec indexation négative de -1%.....	54
Figure 24 : Simulation rente viagère annuelle 100% en unités de compte avec indexation négative de -0,5%...	55
Figure 25 : Simulation rente viagère annuelle 50% en unités de compte avec indexation négative de -0,5%.....	55
Figure 26 : Simulation rente viagère annuelle 100% en unités de compte avec indexation négative de -0,5% versus rente en euro avec un taux technique de 1%	56
Figure 27 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte mais avec le support SwissLife Funds (LUX) Harmony EUR R.....	57
Figure 28 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte sans aucun frais de gestion	58
Figure 29 : Partage des profits sur le fonds en euro	59
Figure 30 : Simulations de la courbe des taux ZC.....	64
Figure 31 : Comparaison taux ZC 1 an Prophet et EIOPA.....	64
Figure 32 : Comparaison taux ZC spot an Prophet et EIOPA.....	64
Figure 33 : Simulations de l'évolution de l'indice d'une action	65
Figure 34 : Test de martingalité sur les moyennes des indices de l'action actualisés	65
Figure 35: Comparaison des mx des tables de mortalités HMD et des $\mu x = DxEx$ pour les femmes	69
Figure 36 : Comparaison des mx des tables de mortalités HMD et des $\mu x = DxEx$ pour les hommes.....	70
Figure 37 : Surfaces de mortalités de la population françaises	70
Figure 38 : Evolution des logarithmes des taux de mortalités instantanés à des périodes données	70
Figure 39 : Evolution des logarithmes des taux de mortalités instantanés à des âges donnés	71
Figure 40 : Evolution des fonctions de survie à la naissance	71
Figure 41 : Comparaison des logarithmes des taux de mortalité instantanés pour les années/ générations 1960 et 1980	72
Figure 42 : Logarithmes des taux de mortalités instantanés extrapolés jusqu'à 128 ans.....	73
Figure 43 : Taux de mortalités bruts extrapolés jusqu'à 128 ans $qx, t = 1 - \exp(-\mu x, t)$	73
Figure 44 : Comparaison des courbes extrapolées et des courbes d'origine des logarithmes des taux de mortalités instantanés.....	74

Figure 45 : Estimation du paramètre αx du modèle de Lee Carter pour les femmes et les hommes sur la période 1950 - 2016	74
Figure 46 : Estimation des paramètres βx et κt du modèle de Lee Carter pour les femmes et les hommes sur la période 1950 - 2016	75
Figure 47 : Comparaison des décès théoriques (via Lee-Carter) et des décès réels sur la période 1950 - 2016 ..	76
Figure 48 : Comparaison des décès théoriques post-ajustement de κt et des décès réels sur la période 1950 - 2016	76
Figure 49 : Paramètres définitifs du modèle de Lee-Carter	77
Figure 56 : Surfaces des qx, t	78
Figure 57 : Extrapolations de la composante temporelle	78
Figure 58 : Surfaces des qx, t extrapolés pour les femmes	79
Figure 59 : Surfaces des qx, t extrapolés pour les hommes	79
Figure 60 : Extrapolations des κt * moyens pour les femmes et les hommes	80
Figure 61 : Surface de mortalités des femmes	80
Figure 62 : Surface de mortalités des hommes	81
Figure 63 : Comparaison des qx par Lee-Carter aux tables par génération TGF05 et TGH05 pour l'année 1950	81
Figure 64 : Calcul de la TVOG sans garantie complémentaire - Analyse du scénario moyen	83
Figure 65 : Calcul de la TVOG sans garantie complémentaire - Analyse d'un scénario favorable	84
Figure 66 : Calcul de la TVOG sans garantie complémentaire - Analyse d'un scénario défavorable	84
Figure 67 : Illustration de la garantie cliquet envisagée	85
Figure 68 : Calcul de la TVOG avec garantie cliquet - Analyse d'un scénario favorable	86
Figure 69 : Calcul de la TVOG avec garantie cliquet - Analyse d'un scénario défavorable	87
Figure 70 : Calcul de la TVOG avec garantie cliquet - Analyse du scénario central	87
Figure 71 : Illustration de la garantie plancher envisagée	88
Figure 72 : Calcul de la TVOG avec garantie plancher - Analyse d'un scénario défavorable	90
Figure 73 : Simulation rente en unités de compte sans indexation	92
Figure 74 : Simulation rente en unités de compte avec indexation négative de -1%	93
Figure 75 : Détail rentabilité rente en euro	93
Figure 76 : PVFP rente en unités de compte - scénario équivalent	95
Figure 77 : Principaux intérêts pour le triptyque sur la phase de rente	97
Figure 78 : Sensibilité de l'intérêt global du triptyque aux paramètres de solution retenue	98
Figure 50 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les femmes (vision par année)	104
Figure 51 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les hommes (vision par année)	104
Figure 52 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les femmes (vision par génération)	104
Figure 53 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les hommes (vision par génération)	105
Figure 54 : Moyennes et variances des résidus du modèle de Lee-Carter pour les femmes	105
Figure 55 : Moyennes et variances des résidus du modèle de Lee-Carter pour les hommes	106
Figure 79 : Différenciation à l'ordre 1 de la composante temporelle κt *	107
Figure 80 : Autocorrélogramme et autocorrélogramme partiel pour les femmes	107
Figure 81 : Autocorrélogramme et autocorrélogramme partiel pour les hommes	108

Tableau 1 : Historique des tables de mortalité réglementaires.....	15
Tableau 2 : Sensibilité du taux de conversion à la table de mortalité et au taux technique (périodicité annuelle et sans frais d'arrérage).....	16
Tableau 3 : Principales spécificités réglementaires des produits d'assurance retraite	17
Tableau 4 : Cotisations des contrats d'assurance retraite en France en 2017 et 2016	19
Tableau 5 : Chiffre d'affaires 2017 Epargne/Retraite de SLAP	20
Tableau 6 : Provisions mathématiques Epargne/Retraite de SLAP au 31 décembre 2017	21
Tableau 7 : Ventilation des provisions mathématiques de rente à fin décembre 2017 en fonction des garanties	23
Tableau 8 : Ventilation des provisions mathématiques des produits retraite (phase de constitution) à fin décembre 2017 en fonction des garanties pour la conversion en rente	23
Tableau 9 : New Business Production 2017/2016 SLAP	24
Tableau 10 : Production Retraite de SLAP par dispositif.....	25
Tableau 11 : Compatibilité de options de rentes proposées par SwissLife.....	30
Tableau 12 : Adéquation besoin client/option de rente	30
Tableau 13 : Historique des taux de participation aux bénéficiaires sur les rentes	31
Tableau 14 : Performances historiques du fonds AGIPI Inflation FR0010606681(source = Morningstar)	34
Tableau 15 : Grille de transformation progressive de la rente en unités de compte - Extrait de la Notice d'Information de la Mondiale Retraite	35
Tableau 16 : Rétrocessions sur les supports envisagés.....	39
Tableau 17 : Performance historique du fonds SwissLife Prudent R LU0367327417 (source = Morningstar)	39
Tableau 18 : Extrait d'un projet d'avant-vente – Rentes initiales en fonction des différentes options de rente sur les différents scénarii de projection de l'encours	47
Tableau 19 : Calcul TVOG sans garantie complémentaire - Synthèse des simulations réalisées.....	82
Tableau 20 : Calcul TVOG avec garantie cliquet - Synthèse des simulations réalisées	85
Tableau 21 : Impact d'une retarification sur la rentabilité avec garantie cliquet	88
Tableau 22 : Calcul TVOG avec garantie plancher - Synthèse des simulations réalisées	89
Tableau 23 : Impact d'une retarification sur la rentabilité avec garantie plancher	90
Tableau 24 : Comparaison de la rentabilité de notre solution de rente en unités de compte versus rente en euro « classique »	92
Tableau 25 : Chocs du scénario équivalent.....	94

Introduction

L'entrée en vigueur du nouveau référentiel Solvabilité II au 1er janvier 2016 a constitué un changement de paradigme pour les assureurs. Les risques portés par les sociétés d'assurance constituent désormais le cœur et l'âme de ces référentiels. Cette attention portée sur les risques et les impacts sur l'exigence en capital, dans un contexte de taux bas durable, poussent les assureurs vie à adapter leurs produits ainsi que leurs modes de distributions.

Sur le marché de l'assurance vie français, la bascule du marché, historiquement très orienté euro, vers les unités de compte, avec des marges plus élevées et moins de contraintes en termes de solvabilité, en est l'exemple le plus criant. Pour preuve, la part des unités en compte dans les cotisations est passée de 14% en 2013 à 29% en 2017 et dans la collecte, elle est passée de 30% en 2013 à 258% en 2017.

Ainsi, la majorité des assureurs vie propose désormais, sur leurs produits multi-supports, un très grand nombre d'options financières permettant de promouvoir ces unités de compte en phase d'épargne et d'optimiser leurs parts dans le chiffres d'affaires et les provisions mathématiques (allocations déléguées, grilles de pilotage, options d'arbitrages automatiques des plus ou moins-value, de réallocation, sécurisation ou investissement progressif...) mais aucun assureur ne met en avant une solution de rente en unités de compte. A ce jour donc, la phase de rente reste quasiment intégralement en euro chez tous les assureurs de la place et dégrade leurs marge et efficacité en capital globales. Par exemple, comme nous le présentons dans le mémoire, les affaires nouvelles réalisées par SwissLife France sont à plus de 60% en unités de compte sur les produits de retraite individuels mais sans solution de rente en unités de compte, l'intégralité des sommes sur ces affaires sera arbitrée sur l'euro au moment de la liquidation. De plus, la pression concurrentielle appliquée par le marché sur les frais des rentes en euro (3% de frais d'arrérages étant le standard du marché), la rentabilité de cette phase de rente est souvent très médiocre pour les assureurs.

C'est dans ce contexte que nous nous sommes intéressés à la construction d'une solution innovante de rente en unités de compte répondant aux contraintes du triptyque assuré/assureur/apporteur.

Dans la première partie de ce mémoire, nous présentons le cadre et le contexte dans lesquels se sont inscrits nos travaux, en mettant l'accent sur :

- Le positionnement stratégique de SwissLife France sur le marché français qui en fait un des leaders en termes de part en unités de compte et sur le marché de la retraite,
- Le poids des rentes et des produits avec sortie en rente obligatoire dans le portefeuille de SwissLife France,
- Les options de rente en euro actuellement commercialisées par SwissLife France et les limites de celles-ci pour le triptyque assureur/assuré/apporteur.

Après une analyse de l'existant sur le marché français, nous détaillons dans la seconde partie du mémoire les caractéristiques et la mise en œuvre de notre solution de rente en unités de compte en tenant compte des contraintes de toutes les parties prenantes :

- Assuré : maximisation du niveau de sa rente sur la durée en fonction de son profil de risque
- Assureur :
 - o Mise en place d'une solution produit efficace et à moindre coût,
 - o Optimisation du couple rentabilité/ efficacité en capital.
- Appporteur : maximisation de sa rémunération pour une solution claire et adaptée à l'assuré

A la fin de cette partie, nous construisons un simulateur de rente en unités de compte, basé sur le modèle de Black & Scholes et à destination de l'appporteur pour les projets d'avant-vente et de l'assuré pour faire son choix de rente au moment de la liquidation de son contrat retraite.

Enfin, dans la dernière partie de ce mémoire, nous nous intéresserons aux impacts de notre solution de rente en unités de compte sur la rentabilité et la solvabilité de l'assureur. Après avoir mis en œuvre des outils de simulations stochastique de l'aléa financier (ESG via l'outil Prophet) et de l'aléa de longévité (construction de tables de mortalité prospective grâce au modèle de Lee-Carter), nous avons vérifié que ce produit n'engendrait pas de coût d'options et garanties et que l'ajout de garantie complémentaire de type cliquet ou plancher ne permettait plus de maintenir un équilibre économique satisfaisant pour le triptyque. Nous avons ensuite

I. Partie introductive

comparé la rentabilité de notre solution à celle de la rente en euro actuellement commercialisée par SwissLife et avons vérifié l'efficacité de notre solution en termes de solvabilité. Et enfin nous avons analysé la sensibilité au choix des options de rente, au tarif et au support en unités de compte sur l'intérêt de l'assureur/assuré/apporteur.

I. Partie introductive

1) Préambule

Dans cette partie introductive, nous présentons le cadre et le contexte des travaux menés lors de notre mémoire.

Dans la partie 2, nous rappelons :

- Le principe de rente viagère avec l'impact des différents paramètres techniques sur les montants d'arrérage,
- La réglementation régissant les différents produits d'assurance avec sortie en rente.

Puis dans les parties 3 et 4, nous présentons les portefeuilles et les affaires nouvelles de la société d'assurance vie SwissLife Assurance et Patrimoine sur lesquels la solution de rente en unités de compte que nous proposons est applicable.

Dans la partie 5, nous présentons toutes les rentes en euro que SwissLife propose actuellement et que notre solution de rente en unités de compte pourra compléter.

Et enfin, dans la partie 6, nous illustrons les contraintes des rentes actuellement proposées pour le triptyque assureur/assuré/apporteur que notre solution de rente en unités de compte solutionne en grande partie.

2) Rappels sur le principe de rente viagère

a) Généralités

La rente viagère est un revenu régulier versé par l'assureur à l'assuré jusqu'à son décès. L'assuré abandonne la propriété d'un capital/encours (ou d'une prime dans le cas d'une rente viagère immédiate) au profit de l'assureur en échange du versement à vie d'une somme (arrérage de rente) qui sera revalorisée au fil des années.

Au décès de l'assuré, le versement de la rente est arrêté sauf s'il a été prévu des clauses particulières (par exemple la réversion ou les annuités garanties).

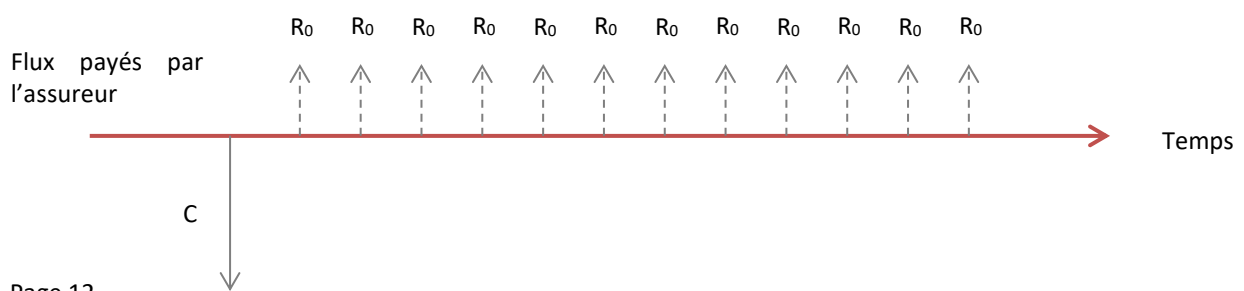
La rente viagère est intéressante pour un assuré tant qu'il y a une incertitude sur son espérance de vie résiduelle : plus l'écart type sur l'espérance de vie est important, plus la rente viagère peut être intéressante pour justement se couvrir contre cet aléa.

La rente viagère distribuée résulte d'un processus en 2 étapes :

1. La première, intervient uniquement au moment de l'aliénation du capital (transfert de la propriété du capital à l'assureur) => c'est la transformation du capital en rente.
2. Et la seconde, en cours de service de la rente, tous les ans => c'est la revalorisation annuelle.

1. Lors de la transformation du capital (C) en rente, le montant de la rente initiale (R_0) est déterminé en égalisant le capital/encours à la date de la conversion (ou prime dans le cas de rentes viagères immédiates ou différées) avec la valeur actuelle probable des arrérages de rente.

Par exemple, pour une rente simple payée à terme échu :



I. Partie introductive

Ce qui se traduit par l'expression :

$$C = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{R_0 \times p_i}{(1+r)^i}$$

Avec :

- p_i = la probabilité pour l'assureur d'avoir à payer le flux à l'instant i (i.e. probabilité que l'assuré soit encore en vie à la fin de l'année i dans le cas d'une rente simple annuelle) => calculée à partir de tables de mortalités
- r = le taux technique ou taux d'actualisation correspondant à l'anticipation de produits financiers futurs au taux annuel r

D'après la formule ci-dessus on remarque que :

- Plus le taux technique est élevé, plus le montant de la rente initiale est élevé
- Plus les probabilités de survie sont élevées, plus le montant de la rente initiale est faible

Dans la partie suivante, nous nous intéressons à la sensibilité du montant de la rente initiale à la table de mortalité et au taux technique.

Si on inclut des frais sur arrérages (f_a = frais prélevés par l'assureur proportionnellement au montant des arrérages versés et donc prélevés au fur et à mesure du paiement de la rente), la formule devient :

$$C = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(1+f_a) \times R_0 \times p_i}{(1+r)^i} = R_0 \times (1+f_a) \times \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_i}{(1+r)^i}}_{= 1/\text{Taux de conversion}}$$

= 1/Taux de conversion
=> Taux de conversion correspond au taux qu'il faut appliquer à l'encours pour obtenir le montant de la rente initiale

D'après la formule ci-dessus, on remarque que plus les frais d'arrérages sont élevés, plus le niveau de rente initiale est faible. Par contre, les frais d'arrérages ne jouent pas sur la revalorisation de la rente (contrairement aux frais sur provision mathématique de rente).

Si on tient compte du fractionnement (qui constitue la grande majorité des rentes), on peut démontrer, via la formule de passage entre le taux périodique et le taux annuel et un développement limité à l'ordre 2, que :

$$C \approx R_0 \times (1+f_a) \times \left[\frac{k-1}{2k} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_i}{(1+r)^i} \right]$$

Avec :

- k = le fractionnement (égal à 1, 2, 4 ou 12 si le fractionnement est respectivement annuel, semestriel, trimestriel ou mensuel)
- R_0 = la rente initiale annuelle et R_0/k = la rente initiale fractionnée

Dans toute la suite du mémoire, nous raisonnons sur des rentes avec un fractionnement annuel pour éviter d'avoir le terme $\frac{k-1}{2k}$ dans toutes les formules de calcul.

2. En cours de service, la rente est revalorisée annuellement en fonction :

- Du taux de participation aux bénéfices techniques et financiers distribué annuellement par l'assureur,
- Du taux technique de la rente (utilisé pour définir le montant de rente initial)

I. Partie introductive

La revalorisation annuelle prend en compte uniquement l'excédent entre la participation aux bénéfices distribuée et les produits financiers anticipés (taux technique, déjà inclus dans le montant de rente initial).

Ainsi $R_{N+1} = R_N \times \max\left[\frac{(1+PB_N)}{(1+r)}; 1\right]$ avec :

- R_N = Arrérage payé en année N
- PB_N = taux de participation aux bénéfices au titre de l'année N

Exemples :

- Pour un taux de participation aux bénéfices de 3% et un taux technique de 0,50%, la revalorisation effective de la rente s'effectue au taux de 2,49% soit $((1+3\%) / (1+0,50\%)) - 1$
- Pour un taux de participation aux bénéfices de 3% et un taux technique de 0% la revalorisation effective de la rente s'effectue au taux de 3% soit $((1+3\%) / (1+0\%)) - 1$
- Pour un taux de participation aux bénéfices de 2% et un taux technique de 3%, la rente ne sera pas revalorisée

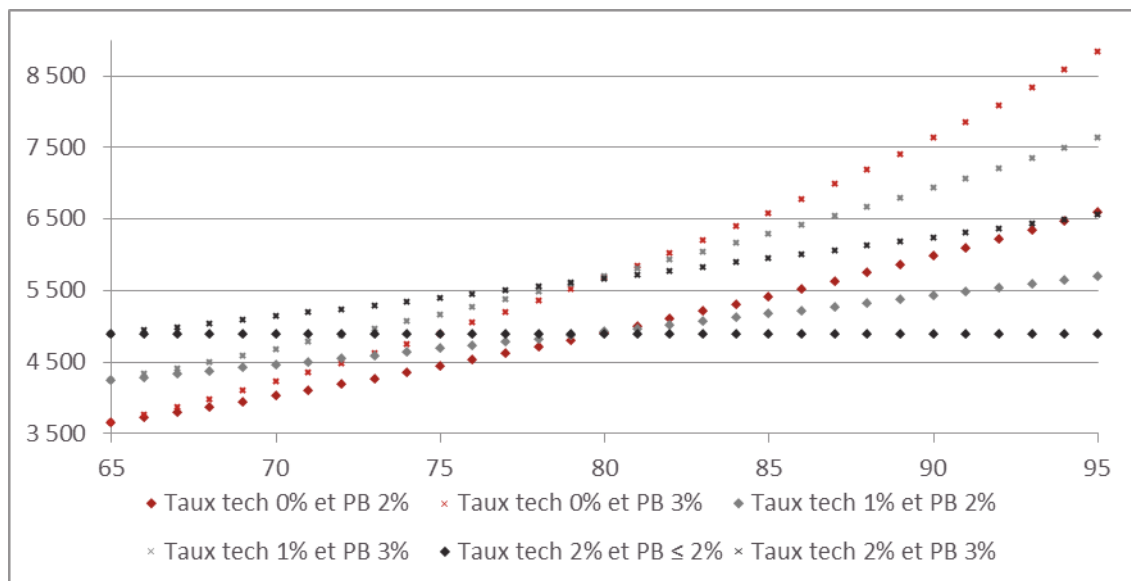


Figure 1 : Evolution de la rente en fonction du taux technique et taux de participation aux bénéfices (encours de 100k€ converti avec la TGF05 pour une génération 1953 sans frais d'arrérage)

- ⇒ Plus le taux technique est élevé, plus le montant de la rente initiale sera important, en contrepartie d'une revalorisation ultérieure plus faible (le taux technique « anticipe » des produits financiers futurs).
- ⇒ Toutes choses égales par ailleurs, plus le taux technique est faible, plus la revalorisation de la rente sera importante par la suite.

Remarque :

Si le contrat prévoit des frais de gestion annuel (ou frais sur provision mathématique de rente), la participation aux bénéfices annuelle est amputée de ces frais.

b) Impacts de la table de mortalité et du taux technique

Pour limiter les engagements pris par les assureurs, il existe des contraintes réglementaires sur le taux technique maximum et la table de mortalité à utiliser pour le calcul des rentes :

- Le taux technique à utiliser par les assureurs est régi en France par l'article A.132-1 du Code des Assurances :
 - Entre 1976 et le 01/01/1985, le Code des Assurances fixe les taux techniques en fonction de la nature des contrats (entre 3,5 % et 5 %)
 - Entre le 01/01/1985 et le 01/07/ 1993, à l'exception des contrats de rente immédiate, le taux technique maximal des contrats d'assurance vie est de 4,5 %
 - Entre le 01/07/1993 et le 01/06/1995, le taux technique ne peut excéder 4,5 % au-delà de 8 ans

I. Partie introductive

- Depuis le 01/06/1995, le taux technique ne peut excéder, au-delà de 8 ans, ni 3,5 %, ni 60 % du taux moyen des emprunts de l'État français calculé sur une base semestrielle
- Depuis l'arrêté du 2/01/1998, l'article A.132-1 est complété par l'article A.132-1-1, qui précise en synthèse :
 - Le taux technique maximal est calculé chaque mois sur une échelle de taux graduée en quarts de points de pourcentage (25 points de base) ;
 - Le calcul fait intervenir le taux moyen des emprunts de l'État français. Il s'agit d'un indice mensuel dont on prend la moyenne arithmétique sur les six mois précédents ;
 - On multiplie cette moyenne semestrielle par 60 % pour obtenir le taux de référence mensuel (TRM) sur les activités vie (contrats de plus de 8 ans) ;
 - Si le TRM s'écarte du taux technique précédent de moins de 10 points de base à la baisse ou de 35 points de base à la hausse, le taux technique reste à sa valeur précédente. Dans le cas contraire, le nouveau taux technique est le TRM du mois arrondi par défaut au quart de point de pourcentage ;
 - Les entreprises disposent d'un délai de trois mois pour appliquer les changements de taux technique garanti maximum sur les produits qu'elles commercialisent.
- En synthèse ci-dessous l'historique du taux technique maximum réglementaire :

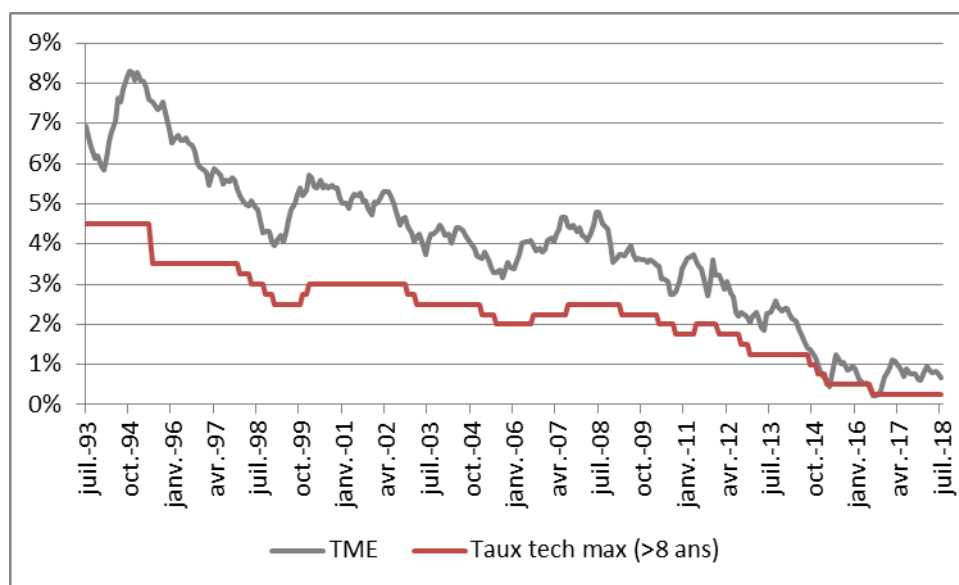


Figure 2 : Historique des TME et des taux technique maximum réglementaire

- Les tables de mortalité à utiliser par les assureurs pour les rentes viagères (hors incapacité/invalidité) sont régies en France par l'article A.335-1 du Code des Assurances. L'assureur peut utiliser :
 - Soit des tables établies ou non par sexe par l'entreprise d'assurance et certifiées par un actuair indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaire reconnues par l'autorité mentionnée à l'article L. 310-12
 - Soit des tables homologuées par arrêté du ministre de l'économie et des finances, établies par sexe, sur la base de populations d'assurés pour les contrats de rente viagère, et sur la base de données publiées par l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques pour les autres contrats. Ci-dessous l'historique des tables de mortalités réglementaire à utiliser pour le calcul des rentes viagères :

A partir du	1984	07/1993	01/2007	12/2012
Table réglementaire	PF 60-64	TV73/77	TPRV93	TGH05 ou TGF05 en fonction du sexe
				TGF05 uniquement pour les contrats individuels

Tableau 1 : Historique des tables de mortalité réglementaires

I. Partie introductive

Ci-dessous l'impact du taux technique et de la table de mortalité sur le taux de conversion à 65 ans :

Table de mortalité \ Taux technique	4%	2%	0%
TV73/77	8,7%	7,3%	5,9%
TV88/90	7,9%	6,5%	5,2%
TPG93	6,1%	4,7%	3,5%
TPRV93 (génération 1954)	6,7%	5,3%	4,1%
TGH05 (génération 1954)	6,8%	5,4%	4,1%
TGF05 (génération 1954)	6,3%	4,9%	3,6%
TGH05 (génération 2005)	5,9%	4,5%	3,2%
TGF05 (génération 2005)	5,5%	4,1%	2,9%

Tableau 2 : Sensibilité du taux de conversion à la table de mortalité et au taux technique (périodicité annuelle et sans frais d'arréage)

La baisse du taux technique ainsi que la mise à jour régulière des tables de mortalité réglementaires ont considérablement réduit les taux de conversion appliqués par les assureurs.

c) Les 3 grandes familles de produits de retraite avec sortie en rente : rentes viagères différées versus phase de constitution puis restitution

Sur le marché, il existe 3 grandes familles de produits retraite avec sortie en rente :

- **Les contrats de retraite par capitalisation (épargne convertie en rente à la liquidation) :** Il y a accumulation d'une épargne (bloquée ou non suivant les produits) qui est transformée en rente viagère immédiate au moment de la retraite. L'épargne peut être gérée en euros, en unités de compte ou sur un contrat multi-supports. On parle de :
 - Phase de constitution pour la phase d'accumulation de l'épargne
 - Liquidation pour la transformation en rente viagère
 - Phase de restitution pour la phase de rente
- **Les contrats de rentes viagères différées (contrat en pieds de rente) :** Il y a transformation immédiate de chaque cotisation en élément de rente viagère différée sur la base d'un âge théorique de liquidation de la rente (en général 65 ans), d'un taux technique de rente (souvent le maximum autorisé), d'une table de mortalité (celle en vigueur à la date de transformation) et d'une éventuelle réversion. Ces éléments de rente sont toujours « exprimés en euros ».
- **Les contrats en unités ou points de rente :** Il s'agit des contrats dits « L441-1 » (en référence à l'article du Code des Assurances qui les encadre). Il y a transformation des cotisations en points, cumul annuel de ces points et revalorisation globale par revalorisation de la valeur du point. Ce sont des régimes à gestion paritaire. Ces contrats encore appelés contrats collectifs en points ont été profondément modifiés par un décret du 14 juin 2004.

SwissLife ne propose que des contrats de retraite par capitalisation. La solution de rente en unités de compte proposée dans ce mémoire est adaptée à ce type de contrats.

d) Rappels de la réglementation applicables aux différents produits d'assurance avec sortie en rente

La retraite supplémentaire constitue le 3^{ème} étage du système de retraites en France. Elle est une forme de retraite que l'on peut percevoir en plus des régimes obligatoires (base et complémentaires). Au fil des années, les gouvernements successifs ont mis en place différents dispositifs, très réglementés, destinés à différentes populations. Comme illustré ci-dessous, la majorité de ces dispositifs assurantiels, visant à promouvoir la constitution d'une épargne en vue de la retraite, bénéficient d'avantages fiscaux en phase de constitution mais, en contrepartie, sont non rachetables et avec des prestations sous forme de rente fiscalisée dans la grande majorité des cas.

I. Partie introductive

	Adhésion/Souscription individuelle			Souscription collective
	PERP	Madelin	Assurance Vie (marketé retraite) pour comparaison	PERE (Article 83)
Cible	Tout le monde	TNS uniquement	Tout le monde	Salariés
Alimentation du contrat	Libre	Régulière et obligatoire	Libre	Cotisations entreprise obligatoires (avec part salariale éventuelle) + Versements Individuels Facultatifs
Rachetable	Non	Non	Oui	Non
Transfert	Vers PERP uniquement	Vers Madelin ou PERP ou PERE	NA	Vers Madelin ou PERP ou PERE
Terme du contrat	A partir de l'âge normal de départ en retraite ou date de liquidation de la retraite. Max = espérance de vie résiduelle moins 15 ans	A partir de l'âge normal de départ en retraite ou date de liquidation de la retraite.	Pas de terme	A partir de l'âge normal de départ en retraite ou date de liquidation de la retraite.
Cas de déblocage anticipé	5 cas « exceptionnels » du L 132-23 + PERP de faible montant (sous condition)	5 cas « exceptionnels » du L 132-23	Rachetable à tout moment	5 cas « exceptionnels » du L 132-23
Mode de sortie au terme	- Max 20% en capital, le reste en rente - 100% en capital si achat résidence principale	Rente uniquement	Capital (fractionnement possible) et/ou rente	Rente uniquement
Prestation en cas de décès avant terme	Rente uniquement	Rente uniquement	Capital (fractionnement possible) et/ou rente	Rente et/ou capital (Sauf pour les garanties complémentaires)
Fiscalité avant liquidation	Primes déductibles des revenus	Primes déductibles des revenus	Primes non déductibles des revenus	Versements Individuels Facultatifs déductibles des revenus
Plafond de déductibilité	80% du PASS N-1	185% du PASS N	NA	80% du PASS N-1
Fiscalité à la sortie	Fiscalité des rentes à titre gratuit : les rentes rentrent dans l'assiette de l'impôt sur le revenu	Fiscalité des rentes à titre gratuit : les rentes rentrent dans l'assiette de l'impôt sur le revenu	- En cas de rachat : IRPP ou PFL + PFU pour les plus-values - En cas de sortie en rente : fiscalité des rentes à titre onéreux	Fiscalité des rentes à titre gratuit : les rentes rentrent dans l'assiette de l'impôt sur le revenu
IFI	Exonéré	Exonéré	Dans le périmètre	Exonéré
Table de mortalité sexuées possible	Non	Non	Non	Oui
Taux technique	0%	Max réglementaire	Max réglementaire	Max réglementaire

Tableau 3 : Principales spécificités réglementaires des produits d'assurance retraite

I. Partie introductive

Pour compléter le tableau ci-dessus, il existe également sur le marché de la retraite (mais avec des volumes beaucoup plus faibles que les produits détaillés ci-dessus => voir l'illustration sur les volumes SwissLife à la partie I.3)) :

- Des contrats de retraite collective à prestations définies (ou Article 39 ou Fonds collectifs) : il s'agit d'un type de contrat de retraite supplémentaire financé intégralement par l'employeur dont uniquement les salariés présents dans l'entreprise au moment de leur départ à la retraite peuvent bénéficier => une directive européenne du 16 avril 2014, qui devait être transposée avant le 21 mai 2018, va obliger les assureurs à modifier/supprimer cette condition de présence,
- Des contrats de retraite article 62/82 : ces contrats sont des contrats d'assurance vie « classiques » (avec les mêmes caractéristiques énoncées dans le tableau ci-dessus pour les produits d'assurance vie marketés retraite) mais ils peuvent être alimentés par la structure professionnelle (les sommes versées par la structure professionnelle sont considérées comme du sur salaire),
- Des Plans d'Épargne pour la Retraite Collective (PERCO) : ces produits de retraite non assurantiels sont commercialisés par les gestionnaires d'épargne salariale.

A noter que cet environnement réglementaire est en train d'être redessiné avec le projet de loi PACTE (Plan d'Action pour la croissance et la Transformation des Entreprises) dont le contour n'est pas finalisé au moment de la rédaction de ce mémoire.

Sur les contrats d'assurance vie marketés retraite, la sortie en rente est optionnelle. Sur ces contrats nous constatons que, même si la souscription du contrat a été faite avec l'objectif de se constituer une rente viagère, une fois à la retraite, les assurés choisissent très rarement la rente viagère (environ 1% constaté sur le portefeuille SwissLife). Les principales raisons sont les suivantes :

- L'aliénation du capital lors de la conversion en rente viagère effraie les assurés donc quand ils ont le choix, ils préfèrent le capital.
- La fiscalité des rentes à titre onéreux n'est pas très incitative : celles-ci sont assujetties à l'impôt sur le revenu pour une fraction de leurs montants, en fonction de l'âge du rentier lors de l'entrée en jouissance (même si à la fin de phase de constitution le contrat est en moins-value et alors que l'assuré n'a pas bénéficié d'avantage fiscal lors de la phase de constitution). Cette fraction est fixée forfaitairement à :
 - 70 % si l'assuré est alors âgé de moins de 50 ans ;
 - 50 % de 50 à 59 ans ;
 - 40 % de 60 à 69 ans ;
 - 30 % après 69 ans.

Concernant le paiement des rentes, pour éviter aux assureurs d'avoir à gérer des rentes de faibles montants, le Code des Assurances (A 160-2) permet **aux assureurs** de régler la prestation en une seule fois plutôt que sous forme de rente, lorsque le montant de la rente annuelle est inférieur à 480€. C'est un droit pour l'assureur et non à la main des assurés.

Sur les contrats réglementés, les options financières proposées par les assureurs de la place en phase de constitution sont assez riches (allocations déléguées, grilles de pilotage retraite, arbitrages automatiques des plus ou moins-values latente, investissements progressifs de l'épargne, réallocation automatique de l'épargne) et permettent d'« optimiser » le caractère multi-support des contrats mais les options de rente sont relativement pauvres et s'appuient, dans la très grande majorité des cas, sur des rentes exclusivement en euro (voir dans la partie I.5), les options de rente proposées par SwissLife, assureur proposant un des plus large choix d'option de rente du marché sur les contrats réglementés ci-dessus).

I. Partie introductive

A titre indicatif, ci-dessous le poids de chaque dispositif dans l'ensemble des cotisations des contrats d'assurance retraite en France (source = Etude FFA 2017) :

Cotisations			
(en millions d'euros)	2016	2017	Evolution
Ensemble	12 023	11 950	-0,6 %
Entreprises	6 432	6 166	-4,1 %
PER Entreprises (Art. 83 du CGI + pere)	2 374	3 170	+33,5%
Contrats à prestations définies (Art. 39 du CGI)	2 369	1 593	-32,8%
Contrats d'indemnités de fin de carrière	1 419	1 123	-20,9%
Contrats en sursalaire (Art. 82 du CGI)	211	225	+6,6%
Autres contrats (divers)	59	55	-6,7%
Particuliers	5 591	5 784	+3,5 %
Contrats de retraite « Madelin TNSNA »	2 698	2 741	+1,6 %
Contrats de retraite « Madelin agricole »	242	235	-2,9 %
Perp	2 199	2 391	+8,7 %
Autres contrats (Préfon, Fonpel, CRH...)	452	417	-7,7 %
Supports unités de compte (ensemble)	3 134	3 528	+12,6%
Supports euros (ensemble)	8 889	8 422	-5,3 %

Tableau 4 : Cotisations des contrats d'assurance retraite en France en 2017 et 2016

3) SwissLife France et le portefeuille de SwissLife Assurances et Patrimoine

SwissLife France détient trois entités juridiques d'assurance principales :

- SLAP (SwissLife Assurance et Patrimoine) pour l'Épargne/retraite (+ emprunteur et prévoyance, offrant des garanties décès et arrêt de travail, en plus faibles volumes)
- SLPS (SwissLife Prévoyance et Santé) pour la santé/prévoyance individuelle et collective
- SLAB (SwissLife assurance de bien) pour l'assurance non-vie.

Le chiffre d'affaires consolidé 2017 de SwissLife France est de 4 773 millions d'euros (M€) avec la décomposition par métier ci-dessous :

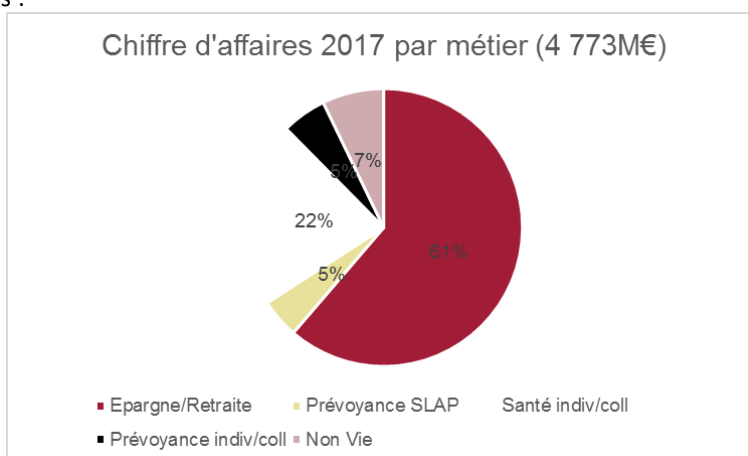


Figure 3 : Chiffre d'affaires de SwissLife France consolidé 2017 par métier

Dans la suite de cette partie, nous décrivons en détail le portefeuille épargne/retraite de SwissLife Assurance et Patrimoine qui correspond au périmètre sur lequel notre solution de rente en unités de compte est applicable.

I. Partie introductive

a) Description générale

Le portefeuille épargne/retraite de SLAP contient principalement les produits et garanties suivants :

- Des produits d'épargne contenant des options de rachats ainsi que des options de conversion future en rentes.
- Des produits de retraite (notamment des articles 83 du Code Général des Impôts, des produits Madelin et des produits PERP) avec une conversion en rente obligatoire à l'âge de la retraite. Ces produits sont non rachetables (sauf dans des cas exceptionnels) mais sont sujets à des options de transfert vers une autre compagnie => voir le détail à la partie I.2)d)

Les produits d'épargne et de retraite de SLAP peuvent être « multi-supports », c'est-à-dire qu'ils peuvent être investis non seulement sur le fonds Euro de la compagnie, mais également sur des unités de compte. C'est le cas des produits commercialisés par SLAP depuis plusieurs années. SLAP possède également en portefeuille des produits mono-support Euro qui ne sont plus commercialisés mais représentent encore une part non négligeable des encours.

Pour avoir les ordres de grandeurs de chaque dispositif, le tableau ci-dessous présente la ventilation des primes acquises en épargne/retraite en 2017 :

Chiffre d'Affaires 2017 (M€)	Euro	UC	TOTAL	Part UC
Total Epargne/Retraite	1 281	1 646	2 926	56%
dont Epargne	869	1 109	1 978	56%
dont Retraite	412	536	948	57%
dont Retraite Madelin	122	189	311	61%
dont PERP	59	135	193	70%
dont Retraite Entreprise	86	68	154	44%
dont PERE (Article 83)	59	42	101	42%
dont Article 62/82	12	25	38	67%
dont IFC & Fonds Collectifs	37	9	46	20%
dont Autres (fiscalité Ass. Vie)	109	136	245	56%

Tableau 5 : Chiffre d'affaires 2017 Epargne/Retraite de SLAP

Les produits réglementés avec sortie en rente obligatoire (Madelin, PERP, PERE, Article 39) représentent 22% du chiffre d'affaires 2017 épargne/retraite de SLAP. Sur le marché de la retraite, la part de marché de SwissLife est importante, en particulier sur le marché de l'individuel :

- Retraite Madelin : 11% de part de marché en 2017, 4^{ème} assureur de la place
- PERP : 8% de part de marché en 2017, 3^{ème} assureur de la place

⇒ Il y a donc un vrai enjeu pour SwissLife à rester compétitif sur ce marché en proposant des produits/options toujours plus innovants. Notre solution de rente en unités de compte s'inscrit dans cette démarche.

En raison des produits qui le constituent, le portefeuille de SLAP contient principalement les options et garanties suivantes :

- Taux minimum garantis
- Participation aux bénéfices contractuelle
- Participation aux bénéfices réglementaire minimum
- Participation aux bénéfices additionnelle discrétionnaire
- Option de rachat ou de transfert vers une autre compagnie
- Option d'arbitrage (Euro vers UC ou inversement)
- Garanties de tables et/ou de taux technique pour la conversion en rente future.

SLAP est essentiellement exposée aux risques financiers et à des risques assurantiels tels que les rachats, les frais et la longévité et dans une certaine mesure à la mortalité. Ces derniers sont bien diversifiés avec les risques financiers.

I. Partie introductive

Le graphique suivant donne la répartition des composantes du SCR souscription Vie (brutes d'absorption par les passifs, nettes de réassurance et après répartition de l'effet de diversification) :

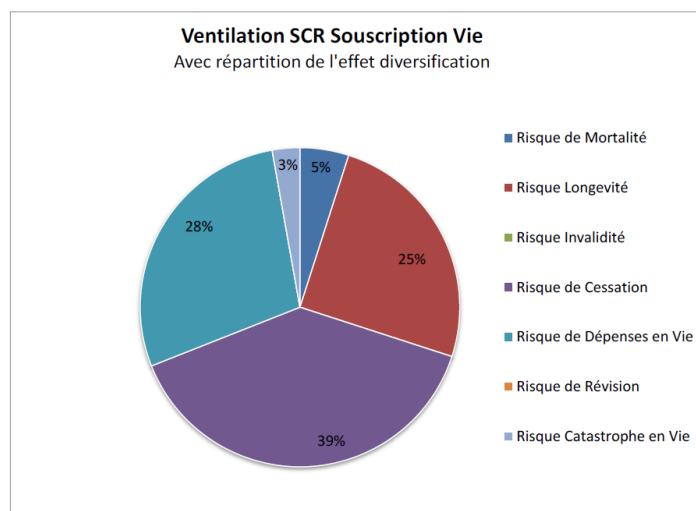


Figure 4 : Composantes du SCR Souscription de SLAP

Le tableau ci-dessous présente la ventilation des provisions mathématiques épargne/retraite de SLAP par dispositif au 31 décembre 2017.

PM 31/12/2017 (M€)	Euro	UC	TOTAL	Part UC
Total Epargne/Retraite	14 304	8 810	23 114	38%
dont Epargne	7 325	6 833	14 157	48%
dont Retraite (phase de constitution)	5 091	1 978	7 069	28%
dont Retraite Madelin	1 680	792	2 472	32%
dont PERP	255	391	646	60%
dont Retraite Entreprise	1 517	287	1 803	16%
dont IFC & Fonds Collectifs	220	15	235	7%
dont Autres (fiscalité Ass. Vie)	1 419	493	1 912	26%
dont Rentes	1 888	0	1 888	0%

Tableau 6 : Provisions mathématiques Epargne/Retraite de SLAP au 31 décembre 2017

On peut constater que les provisions mathématiques (PM) à fin décembre 2017 sont composées à 61% d'épargne et 39% de retraite (dont 1,9 milliards d'euros (Md€) de rente intégralement en euro), avec une composante UC (unités de compte) significative qui représente 38% des provisions mathématiques (PM) totales au 31 décembre 2017. Sur les 7Md€ de PM retraite en phase de constitution, environ 5Md€ sont amenés à sortir en rente obligatoire dans le futur (avec la réglementation actuelle). Il est donc important pour SwissLife d'« optimiser » la phase de rente en termes de rentabilité et de solvabilité : notre solution de rente en unités de compte s'inscrit également dans cette démarche.

Concernant le fonds Euro, le taux technique moyen du portefeuille s'élève à environ 1,4% au 31 décembre 2017, et est en diminution constante sur les dernières années, comme le montre le graphique ci-dessous :

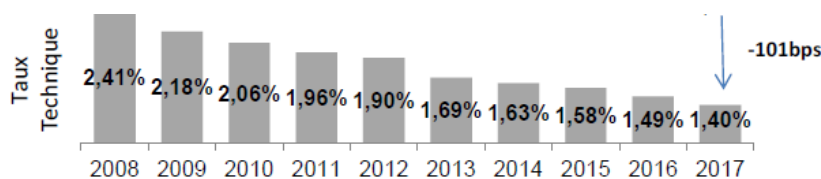


Figure 5 : Diminution du taux technique moyen du portefeuille de SLAP

Cette diminution du taux technique moyen a été accélérée par la souscription d'affaires nouvelles avec de faibles garanties sur le fonds Euro, diluant le taux technique du stock. Cependant ce portefeuille comporte toujours une

I. Partie introductive

PM Euro relative à d'anciens contrats mono-support Euro avec des niveaux de garanties élevées (garantie de Taux Minimum Garanti en phase de constitution et/ou garantie de taux technique pour la phase de restitution) comme le montre le graphique ci-dessous.

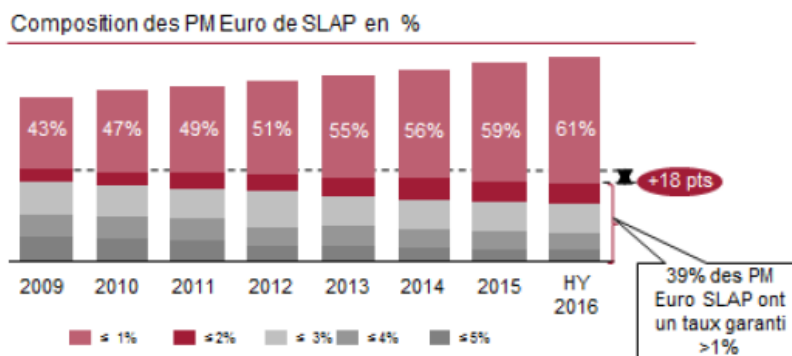


Figure 6 : Evolution des taux techniques dans les provisions mathématiques de SLAP

Comme nous le verrons dans la suite du mémoire, notre solution de rente en unités de compte pourrait venir en remplacement de rente en euro avec taux technique et permettrait donc d'avoir un effet positif sur la diminution du taux technique global du portefeuille de SLAP.

b) Rentes en portefeuille : taux technique/table de mortalité

Suivant la génération des produits retraite commercialisés, la phase de rente était :

- Soit avec des taux de conversion garantis dès la souscription/adhésion sur tous les versements ou uniquement sur les primes périodiques prévues à la souscription/adhésion (pour les versements exceptionnels ou les augmentations des primes périodiques ce sont les conditions techniques au moment de l'opération qui s'appliquent => table de mortalité et taux technique au moment de la souscription/adhésion garantis) :
 - Comme la majorité des assureurs de la place, SwissLife a arrêté cette pratique à partir de fin 2012
 - Mais un grand nombre de contrats souscrits avant cette date ne sont pas encore liquidés et se liquideront avec les conditions techniques de « l'époque », générant :
 - Des malis de liquidation (en cas de table de mortalité « historique » garantie)
 - Et des pertes financières tout au long de la durée de la rente (en cas de taux technique garanti supérieur à la participation aux bénéfices discrétionnaire distribuée sur les rentes).
- Soit avec la table de mortalité de la souscription/adhésion garantie mais le taux technique au moment de liquidation (le client pourra choisir entre un taux technique à 0% ou le taux technique en vigueur chez SwissLife au moment de la liquidation) => c'est la pratique de SwissLife sur l'ensemble des produits actuellement commercialisés (à l'exception des PERP qui sont, réglementairement, sans garantie de table et avec un taux technique à 0%)
- Soit sans aucune garantie au moment de la souscription/adhésion : ce sont la table de mortalité et le taux technique en vigueur chez SwissLife au moment de la liquidation qui seront appliqués pour la conversion en rente.

I. Partie introductive

Ainsi les garanties techniques sur les rentes en stocks à fin 2017 (fonction de la date de souscription/adhésion des différents contrats et/ou de la date de leur liquidation) se décomposent comme suit :

Table de mortalité\Taux tech.	<=1%	<=2%	<=3%	>3%	Total
TGF05	5%	2%	0%	0%	7%
TGFH05 en fonction du sexe	3%	21%	0%	0%	24%
TPRV93	0%	6%	32%	21%	59%
Autres plus vieilles tables	0%	0%	0%	10%	11%
Total général	9%	28%	32%	31%	100%

Tableau 7 : Ventilation des provisions mathématiques de rente à fin décembre 2017 en fonction des garanties

- ⇒ Plus de 90% des rentes en stocks sont avec de fortes garanties : taux technique supérieur à 1% et/ou table de mortalité « historique » garantie.
- ⇒ La solution de rente en unités de compte que nous proposons ne remplacera pas les rentes déjà ouvertes (les rentes déjà ouvertes ne pourront pas être transformées en rente en unités de compte) mais sera proposée comme nouvelle option de rente à tous les contrats, même ceux déjà souscrits avant la mise en place de cette nouvelle option.

c) Produits retraite : taux technique/table de mortalité garantis sur le portefeuille de SwissLife

Ci-dessous le détail des garanties techniques pour la conversion en rente sur les 7Md€ de provisions mathématiques à fin 2017 sur les produits retraite en phase de constitution :

Table de mortalité\Taux tech.	Non Garanti	<=2%	<=3%	> 3%	Total
Non Garantie	25%	0%	0%	0%	25%
TGF05	12%	9%	0%	1%	23%
TGFH05 en fonction du sexe	2%	20%	0%	0%	22%
TPRV93	0%	4%	17%	6%	27%
Autres plus vieilles tables	0%	0%	0%	2%	2%
Total	39%	34%	18%	9%	100%

Tableau 8 : Ventilation des provisions mathématiques des produits retraite (phase de constitution) à fin décembre 2017 en fonction des garanties pour la conversion en rente

- ⇒ Un quart des provisions mathématiques sont sans aucune garantie pour la phase de restitution.
- ⇒ Notre solution de rente en unités de compte sera proposée comme nouvelle option de rente à tous ces contrats souscrits avant la mise en place de cette nouvelle option. Par contre, pour les contrats avec taux technique garanti au moment de la souscription/adhésion, l'assuré devra renoncer à son taux technique pour pouvoir bénéficier de la rente en unités de compte :
 - 39% des provisions mathématiques sont sans taux technique garanti => nous verrons dans le paragraphe II que notre solution de rente en unités de compte pourra être une solution alternative à la rente en euro classique très intéressante pour cette population d'assurés,
 - 34% des provisions mathématiques sont avec un taux technique garanti inférieur à 2% => nous verrons dans le paragraphe II qu'en combinant notre solution de rente en unités de compte avec une indexation négative, ces assurés pourront espérer avec notre solution, une rente initiale assez proche du niveau de rente en euro avec taux technique tout en bénéficiant d'une revalorisation moyenne positive,
 - 27% des provisions mathématiques sont avec un taux technique supérieur à 2% => à priori, un abandon du taux technique pour la souscription d'une rente en unités de compte est très improbable sur ces assurés.
- ⇒ Ainsi notre solution de rente en unités de compte pourra être une solution alternative à la rente en euro classique pour les assurés représentant 73% des provisions mathématiques de produit retraite à fin 2017 ainsi que pour toutes les nouvelles souscriptions/adhésions qui se font sans taux technique garanti.

4) Les affaires nouvelles de SwissLife Assurances et Patrimoine

a) Description générale

Les affaires nouvelles vendues depuis plusieurs années sont principalement des produits d'épargne/retraite multi-supports, avec une part UC élevée, et avec un taux garanti nul sur le fonds Euro. Le tableau ci-dessous présente la ventilation des affaires nouvelles de SLAP en 2017, selon un indicateur appelé NBP (New Business Production) égal pour les affaires nouvelles aux primes uniques et dix fois les primes périodiques annualisées.

	YTD 2016	YTD 2017	YTD 17 / YTD 16
NBP SLAP	2 975	3 541	19%
Saving	1 468	1 949	33%
Traditional	829	849	2%
Modern	639	1 100	72%
% modern	43,5%	56,4%	13 pts
Pension	1 317	1 389	5%
Traditional	335	288	-14%
Modern	982	1 101	12%
% modern	74,5%	79,2%	6%
Protection	189	203	7%
Prévoyance	49	30	-40%
Emprunteur	140	173	24%

Tableau 9 : New Business Production 2017/2016 SLAP

L'essentiel de la production SLAP est de la production épargne/retraite pour 3 338 M€ réalisée à 66% en unités de compte. Il y a également une production réalisée en prévoyance pour 203 M€, constituée principalement de produits emprunteur.

La part très importante des unités de compte dans la production (bien supérieure au marché français) s'explique par :

- Une liste d'unités de compte très large :
 - Plus de 500 unités de compte sur tous les produits multi-supports commercialisés,
 - SwissLife travaille en architecture ouverte avec les principales sociétés de gestion de la place (Carmignac, Meeschaert, Sofidy, DNCA, Rothschild, ...), en plus des sociétés de gestion « maison » (SwissLife Asset Managers),
 - En plus des OPC « traditionnels », SwissLife propose des unités de compte structurées et des SCPI sur l'ensemble de ses produits individuels, et aussi des ETF (Exchange Traded Funds) et actions en direct sur quelques produits.
- Une politique de participation aux bénéficiaires en faveur des assurés exposés en unités de compte : bonus de participation aux bénéficiaires en fonction de la part des unités de compte dans l'encours,
- Une palette d'options d'arbitrage automatique parmi la plus large du marché et des grilles de pilotage retraite performantes (pilotées avec plafond de volatilité),
- Un réseau de distribution formé pour proposer des unités de compte,
- Un positionnement client « haut de gamme » avec des encours moyens nettement supérieurs à la moyenne du marché et avec une aversion au risque plus faible.

La section suivante détaille les affaires nouvelles sur les produits retraite.

b) Produits retraite

Tous les contrats retraite actuellement commercialisés par SwissLife sont des produits :

- Multi-supports sans taux minimum garanti sur le fonds en euro
- Avec table de mortalité garantie à la souscription/adhésion pour les primes périodiques prévues à la souscription/adhésion (table de mortalité au moment de l'opération pour les versements exceptionnels et les augmentations de primes périodiques)
- Sans taux technique garanti pour le calcul de la conversion en rente (c'est le taux technique au moment de la liquidation qui sera utilisé)

Retraite SLAP	NBP 2017	dont UC	% UC
Total	1 389	1 101	79%
dont Retraite Madelin	458	399	87%
dont SwissLife PERP	234	178	76%
dont Retraite Entreprises	213	150	70%
dont IFC & Fonds Collectifs	77	36	46%
dont Autres Retraite	407	339	83%

Tableau 10 : Production Retraite de SLAP par dispositif

La part en unités de compte est très importante sur les produits de retraite commercialisés car nos différents réseaux vendent très majoritairement les contrats avec le pilotage retraite (grilles d'allocation prédéfinies avec désensibilisation à l'approche de la retraite : ces grilles sont détaillées à la partie II.2.g)) que ce soit sur les produits individuels ou sur les produits de retraite entreprise où le pilotage retraite est souvent mis par défaut par les entreprises souscriptrices pour les salariés du collège assuré.

Seuls les produits Indemnités de Fin de Carrière (IFC) et Fonds Collectifs, pour lesquels il n'y a pas de terme prévisionnel, ne sont pas compatibles avec le pilotage retraite. C'est une des raisons qui explique pourquoi sur ces contrats, la part en unités de compte est plus faible que sur les autres produits de retraite.

Notre solution de rente en unités de compte est particulièrement adaptée aux affaires nouvelles car :

- Les assurés sont déjà fortement exposés en unités de compte pendant la phase de constitution et connaissent donc déjà les avantages et inconvénients de ce type de support (nous verrons qu'en plus, l'unité de compte choisie pour notre solution de rente en unités de compte est déjà présente dans les grilles de pilotage existantes donc les assurés auront un « historique » de performances sur le support au moment de faire leur choix de rente à la liquidation)
- Les contrats ne prévoient pas de taux technique garanti (que les assurés doivent abandonner, le cas échéant, pour bénéficier de notre solution de rente en unités de compte).

5) Les rentes (en euro) actuellement proposées par SwissLife

a) Les garanties proposées par SwissLife

Sur la gamme des produits retraite (hors PERP) actuellement commercialisée, SwissLife garantit pour la sortie en rente :

- La table de mortalité :
 - À la souscription/adhésion pour tous les versements prévus à la souscription/adhésion
 - Au moment du versement pour tous les versements non prévus à la souscription
- Le taux technique : choix entre 0% et le taux technique en vigueur chez SwissLife au moment de la liquidation. Sachant que le taux technique en vigueur chez SwissLife depuis octobre 2016 est de 0%.

Jusqu'en 2012, SwissLife garantissait la table de mortalité **et le taux technique** de la souscription/adhésion pour tous les versements prévus à la souscription/adhésion. C'est pourquoi sur le portefeuille de contrats en stock, il existe des taux techniques garantis.

Conformément à la réglementation, SwissLife ne garantit ni la table de mortalité, ni le taux, sur ses PERP.

Sur tous les produits actuellement commercialisés, les rentes sont payées à terme échu et l'assuré choisit la périodicité (mensuelle, trimestrielle, semestrielle ou annuelle).

b) Les options de rente à choisir au moment de la liquidation

Sur ses produits de retraite, SwissLife laisse le choix de la rente à l'assuré jusqu'à la liquidation du contrat. Quelques rares concurrents imposent le choix de la rente au moment de l'adhésion/souscription mais cette pratique qui n'est pas souple pour l'assuré n'a pas été retenue par SwissLife.

Ainsi au moment de son départ à la retraite, l'assuré peut choisir entre plusieurs options de rentes en fonction de ses besoins et de ses objectifs. Son encours à la date de la liquidation sera converti en rente et le taux de conversion dépendra :

I. Partie introductive

- Des paramètres techniques du contrat : table de mortalité et taux technique prévus au contrat,
- Des options de rentes choisies par l'assuré parmi les options ci-dessous.

i) Rente à vie non réversible simple

C'est une rente qui est versée à l'assuré tant qu'il est en vie. Elle s'éteint à son décès.

Le montant de la rente initiale se calcule à partir de la formule donnée à la partie I.2)a)

ii) Réversion

Si l'assuré décède pendant le service de la rente, l'assureur verse une rente de réversion au bénéficiaire que l'assuré a désigné à cet effet. La rente cesse d'être versée au décès de ce bénéficiaire. L'assuré choisit le taux de réversion de la rente qui est servie entre 30% et 200% (100% max sur le PERP car réglementairement les garanties décès ne peuvent pas être supérieures aux garanties en cas de vie).

Si le bénéficiaire désigné pour la réversion décède avant l'assuré, la garantie de réversion cesse ses effets ; la rente reste payable sur la seule tête de l'assuré et cesse à son décès.

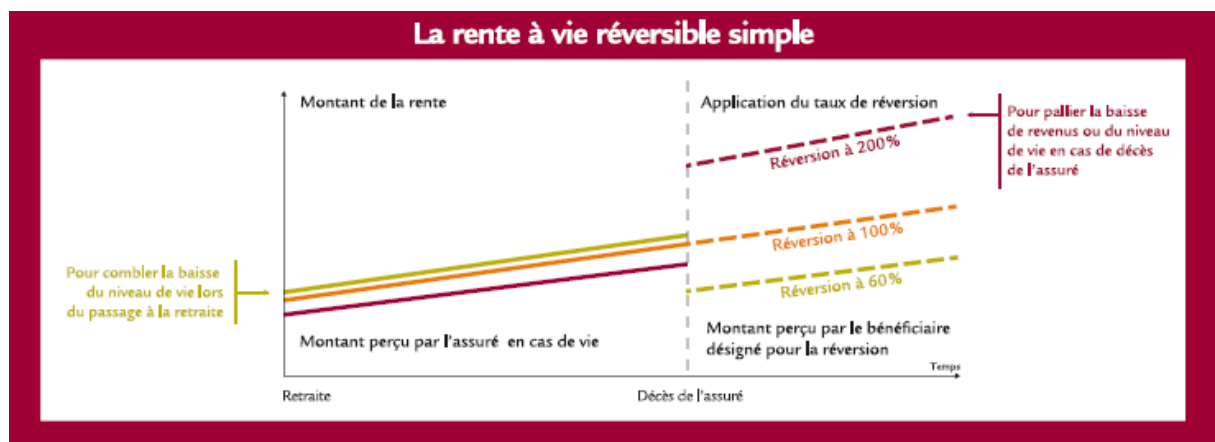


Figure 7 : Illustration du fonctionnement des rentes réversibles

D'un point de vue mathématique, la formule de détermination du montant de la rente initiale de la partie I.2)a) devient :

$$C = R_0 \times (1 + f_a) \times \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_{1i}}{(1+r)^i} + \underbrace{Rev \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_{2i}}{(1+r)^i}}_{\text{Terme 2}} \right]$$

Avec les nouveaux paramètres ci-dessous :

- P_{1i} = la probabilité pour l'assureur d'avoir à payer le flux à l'instant i à l'assuré (i.e. probabilité que l'assuré soit encore en vie à la fin de l'année i) => calculée à partir de tables de mortalités,
- P_{2i} = la probabilité pour l'assureur d'avoir à payer le flux à l'instant i au bénéficiaire de la réversion (i.e. probabilité que l'assuré soit décédé et le bénéficiaire de la réversion encore en vie à la fin de l'année i) => calculée à partir de tables de mortalités,
- Rev = le pourcentage de réversion choisi par l'assuré au moment de la liquidation.

Avec l'option de réversion, le montant de la rente initiale est toujours plus faible que sans l'option de réversion (car le terme 2 de l'équation ci-dessus est > 0) mais la durée de la rente ne pourra être que supérieure ou égale à la durée sans option.

Plus le taux de réversion est important, plus le montant de la rente initiale est faible.

I. Partie introductive

iii) Annuités garanties

Cette rente permet à l'assuré de bénéficier d'un complément de revenu régulier jusqu'à la fin de sa vie tout en garantissant le versement d'un certain nombre d'annuités en cas de décès « prématuré » de l'assuré. Le nombre d'annuités garanties est plafonné en fonction de l'espérance de vie de l'assuré de laquelle on déduit 5 ans (contrainte réglementaire) et avec un maximum de 25 ans.

- **Pendant la période d'annuités garanties** : en cas de décès de l'assuré pendant la période d'annuités garanties, le(s) bénéficiaire(s) désigné(s) pour les annuités garanties (par l'assuré au moment de la liquidation de sa rente) perçoit(vent) les annuités garanties restantes dans leur intégralité.
- **Au-delà de la période d'annuité garanties** : en cas de décès de l'assuré au-delà de la période d'annuités garanties, la rente s'éteint.

Cette option peut être associée à l'option de réversion. Dans ce cas :

- **Pendant la période d'annuités garanties** :

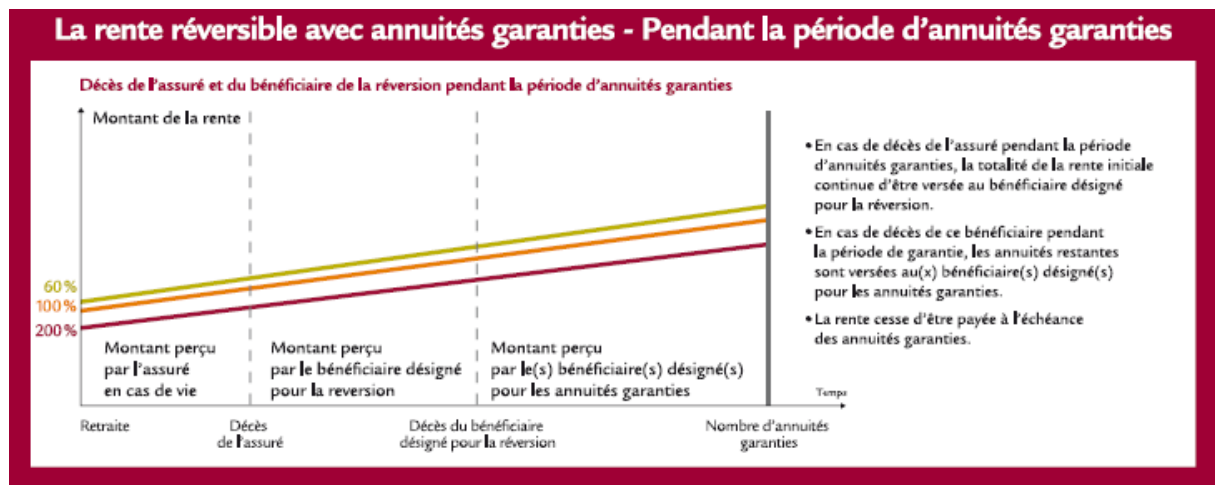


Figure 8 : Illustration du fonctionnement des rentes réversibles avec annuités garanties pendant la période d'annuités garanties

I. Partie introductive

- Au-delà de la période d'annuités garanties :

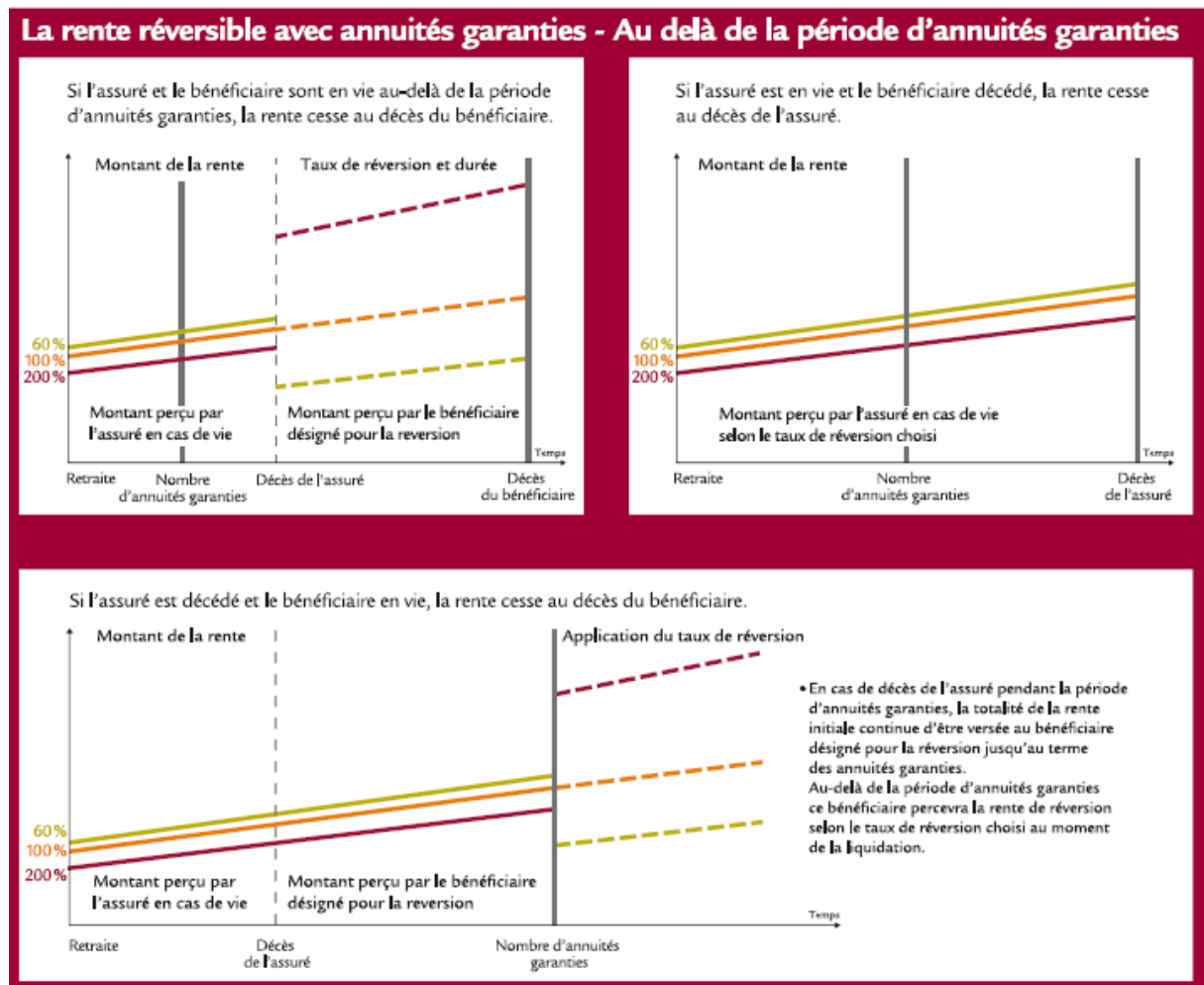


Figure 9 : Illustration du fonctionnement des rentes réversibles avec annuités garanties au-delà de la période d'annuités garanties

D'un point de vue mathématique, la formule de détermination du montant de la rente initiale de la section I.2)a) devient :

$$C = R_0 \times (1 + f_a) \times \left[N + \sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{p_{1i}}{(1+r)^i} + Rev \times \sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{p_{2i}}{(1+r)^i} \right]$$

Avec le nouveau paramètre ci-dessous :

- N = le nombre d'annuités garanties (le nombre d'annuités maximum correspond au minimum entre 25 ans et l'espérance de vie résiduelle au moment de la liquidation – 5 ans => calculée à partir de tables de mortalités).

Avec l'option d'annuités garanties, le montant de la rente initiale est toujours plus faible que sans l'option (car les N premières annuités sont forcément payées et non plus payées qu'en cas de vie) mais la durée de la rente ne pourra être que supérieure ou égale à la durée sans option.

Plus le nombre d'annuités garantie est important, plus le montant de la rente initiale est faible.

I. Partie introductive

iv) Indexation

En choisissant cette option, le montant de la rente augmente « mécaniquement », chaque année, de 2% en plus de la revalorisation annuelle de la rente.

Les taux de conversion en rente avec cette option sont inférieurs à ceux des rentes non indexées. De fait pour un même montant d'épargne constituée, le montant initial de la rente sera moins élevé mais la rente progressera plus rapidement.

Cette option de rente est compatible avec toutes les options de rente décrites ci-dessus.

D'un point de vue mathématique, tous les termes en $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_i}{(1+r)^i}$ sont à remplacer par $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_i \times (1+2\%)^i}{(1+r)^i}$ dans les formules de détermination du montant de la rente initiale.

v) Palier

En fonction des besoins de l'assuré à court, moyen ou long terme, il lui est possible d'adapter le montant de sa rente à la hausse ou à la baisse.

En pratique, au terme d'une période définie par l'assuré allant de 3 à 10 ans, la rente peut être augmentée ou diminuée jusqu'à 50%.

L'assuré sélectionne à la fois le niveau du palier (jusqu'à +/- 50%) et l'échéance du changement de palier (entre 3 et 10 ans).

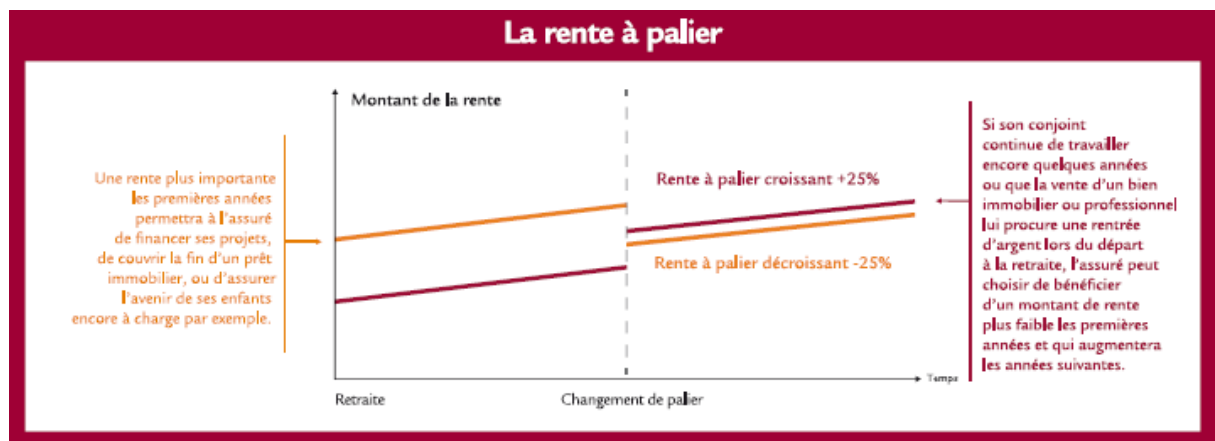


Figure 10 : Illustration du fonctionnement des rentes à palier

D'un point de vue mathématique, tous les termes en $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{p_i}{(1+r)^i}$ sont à remplacer par $\sum_{i=1}^D \frac{p_i}{(1+r)^i} + \sum_{i=D+1}^{\infty} \frac{p_i \times (1+X\%)}{(1+r)^i}$ dans les formules de détermination du montant de la rente initiale.

Avec les nouveaux paramètres ci-dessous :

- D = la durée avant l'application du palier à la hausse ou à la baisse (compris entre 3 et 10 ans),
- X% = le palier à la hausse ou à la baisse (compris entre -50% et +50%).

Avec un palier à la hausse, le montant de la rente initiale est toujours plus faible que sans palier et avec un palier à la baisse, le montant de la rente initiale est toujours plus élevé que sans palier.

Avec un palier à la hausse, plus la durée avant l'application du palier est importante, plus le montant de la rente initiale est important.

Avec un palier à la baisse, plus la durée avant l'application du palier est importante, plus le montant de la rente initiale est faible.

I. Partie introductive

vi) Synthèse des options de rente proposées par SwissLife

- Compatibilité des options de rente proposées par SwissLife :

	Avec indexation	Avec palier
Rente à vie simple	compatible	compatible
Rente à vie non réversible, avec annuités garanties	compatible	incompatible
Rente à vie simple réversible	compatible	compatible
Rente à vie réversible avec annuités garanties	compatible	incompatible

Tableau 11 : Compatibilité de options de rentes proposées par SwissLife

- Synthèse de l'adéquation besoin client/option de rente :

	Assuré	Bénéficiaire de la réversion	Bénéficiaire(s) des annuités garanties
Rente à vie simple	Protéger l'assuré jusqu'à son décès		
Rente à vie non réversible, avec annuités garanties			Sécuriser l'avenir d'un proche en cas de décès prématuré de l'assuré
Rente à vie simple réversible		Protéger un proche jusqu'à son décès suite au décès de l'assuré	
Rente à vie réversible avec annuités garanties		Protéger un proche jusqu'à son décès suite au décès de l'assuré	Sécuriser l'avenir d'un proche en cas de décès prématuré de l'assuré et du bénéficiaire de la réversion

Tableau 12 : Adéquation besoin client/option de rente

+ option d'indexation pour se protéger en cas d'augmentation du coût de la vie

+ option de palier décroissant pour permettre de financer des projets juste après la liquidation ou palier croissant pour bénéficier d'une rente plus importante après une période temporaire (conjoint qui continue de travailler encore quelques années après la liquidation par exemple).

Sur le portefeuille de rentiers à fin décembre 2017 :

- Environ 47% des provisions mathématiques sont avec une garantie de réversion
- Environ 34% des provisions mathématiques sont avec des annuités garanties
- Moins de 1% des provisions mathématiques sont avec des options d'indexation ou palier

⇒ La réversion et les annuités garanties sont des garanties très prisées par les assurés car elles permettent de réduire le risque que le capital soit « perdu » en cas de décès prématurés de l'assuré. Les options d'indexation et de paliers sont importantes pour se démarquer de la concurrence mais sont très peu choisies par les assurés.

⇒ Dans notre solution de rente en unités de compte, toutes les options ci-dessus resteront disponibles (en plus d'une option d'indexation négative qui sera réservée aux rentes en unités de compte).

I. Partie introductive

c) Le tarif

Sur la gamme SwissLife des produits retraite actuellement commercialisée les tarifs ci-dessous sont appliqués aux rentes :

- Pour tous les produits à l'exception des PERP : 3% de frais d'arrérages (correspond au tarif de marché)
- Pour les PERP : Pas de frais d'arrérages mais des frais sur provision mathématique de rente alignés sur la phase de constitution (0,96%/an).

Sur les anciennes gammes de produits, uniquement des frais d'arrérages sont appliqués, principalement à 3%.

d) Erosion des revalorisations dans un contexte durable de baisse des taux

Ces dernières années, le contexte économique et financier s'est considérablement dégradé pour les assureurs avec une baisse des taux extrêmement importante pesant de manière significative sur la rentabilité des investissements de la collecte nette sur le fonds en euros et des réinvestissement des remboursements obligataires et donc diluant le taux de rendement global de l'actif général des compagnies d'assurance.

Le graphique ci-dessous présente l'évolution des taux d'intérêts (OAT 10 ans) sur la période récente :



Figure 11 : Historique des TME 10 ans

Dans ce contexte, la participation aux bénéfices des fonds en euros des assureurs n'a cessé de diminuer. Ci-dessous, l'historique des taux de participation aux bénéfices distribuée par SwissLife sur ses rentes en portefeuille :

	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Taux de participation aux bénéfices pour les rentes hors PERP	2,80%	2,60%	2,30%	2,30%	2,20%	2,20%	2,00%	1,50%

Tableau 13 : Historique des taux de participation aux bénéfices sur les rentes

6) Limites/contraintes des rentes actuelles pour le triptyque Assureur/Assuré/Apporteur

a) Pour l'assuré : faible revalorisation (levier des assureurs pour tirer de la marge financière), adaptation impossible au profil de risque

Les rentes en euro actuellement commercialisées ne sont pas optimales pour les assurés :

- Comme illustré ci-dessus, dans le contexte actuel de taux bas, les taux de participation aux bénéfices se sont érodés au fil des années et se rapprochent du niveau de l'inflation (1% pour l'année 2017 – source France-inflation.com). De plus, la majorité des assureurs du marché utilise le portefeuille de rentiers pour tirer leur marge financière globale : la participation aux bénéfices attribuées aux rentiers, qui sont « bloqués » chez l'assureur une fois leur contrat liquidé, est ainsi souvent plus faible que celle attribuée aux assurés en phase de constitution, pour lesquels la pression concurrentielle est forte.
- En phase de constitution, les assureurs proposent des unités de compte et des options pour optimiser les contrats multi-supports en fonction du profil de risque (grilles de pilotage ou de désensibilisation, investissements progressifs, arbitrages automatiques des plus ou moins-values...). La rente en euro, proposée à tous les assurés quel que soit leur profil de risque au moment de la liquidation, n'est pas forcément adaptée. Pourquoi optimiser la phase de constitution en fonction du profil de risque de l'assuré et pas la phase de restitution ?

⇒ La solution de rente en unités de compte proposée dans la seconde partie de ce mémoire permet de répondre à ses deux limites.

b) Pour l'apporteur : absence de valorisation du portefeuille de rentiers (en particulier problématique des cessions de portefeuille pour les courtiers/CGPI)

La valorisation des portefeuilles des courtiers ou CGPI (Conseillers en Gestion de Patrimoine Indépendants) est généralement un multiple des commissions annuelles récurrentes sur le portefeuille de contrats (i.e. commissions sur les primes périodiques mises en place sur les contrats en portefeuille et commissions sur les encours des contrats).

Sur le marché, la grande majorité des assureurs ne rémunèrent pas les contrats en phase de restitution car il n'y a mécaniquement plus de primes périodiques sur ces contrats et il n'y a souvent pas de frais de gestion annuel sur les provisions mathématiques de rente pour permettre de payer des commissions sur encours. Ainsi sur les contrats en phase de restitution, les courtiers ou CGPI doivent potentiellement répondre aux interrogations de leurs clients (par exemple sur la revalorisation de leur rente, le fonctionnement de leur option de rente...) sans avoir de rémunération sur ces contrats.

⇒ La solution de rente en unités de compte proposée dans la seconde partie de ce mémoire permet de commissionner assez fortement la phase de rente et ainsi augmenter la valorisation des portefeuilles de rentiers.

c) Pour l'assureur

Nous verrons dans la troisième partie de ce mémoire que la rentabilité des rentes en euro et l'impact marginal de celles-ci en solvabilité sont nettement inférieurs à ceux de la solution de rente en unités de compte proposée dans la seconde partie.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

Dans ce second chapitre, nous présentons notre solution de rente en unités de compte envisagée.

Dans la partie 1, nous analysons l'existant sur le marché français, en termes de rente en unités de compte et tentons de comprendre pourquoi ces solutions existantes n'ont pas eu un franc succès commercial.

Puis dans la partie 2, nous présentons de manière détaillée les caractéristiques de notre solution de rente en unités de compte en développant toutes les contraintes et optimisations qui ont été intégrées au design de notre solution.

Et enfin, dans la partie 3, nous illustrons le fonctionnement de notre solution de rente en unités de compte et les gains potentiels pour l'assuré par rapport à une rente « classique » en euro via la construction d'un simulateur, basé sur le modèle de Black & Scholes, qui pourra être utilisé dans les outils d'avant-vente de notre réseau de distribution et dans les études réalisées au moment de la liquidation pour le choix de la rente la plus adaptée.

1) Etude de marché

a) Variable annuities non applicables pour les « vrais » produits de retraite

Les Variable Annuities (« contrats à annuités variables » en français) sont des produits d'assurance vie en provenance des Etats-Unis (première offre commercialisée par AXA en 1996) qui ont été introduites en Europe à partir de 2005 avec un succès très limité en France car, comme nous le verrons dans cette partie, leur fonctionnement n'est pas applicable aux produits de retraite réglementés.

Les « Variables Annuities » sont des unités de compte avec des garanties en options, permettant la sécurisation de l'investissement de l'assuré. Une des caractéristiques des contrats Variable Annuities est d'offrir des revenus viagers déterminés par avance, d'où leurs intérêts pour la retraite. Le versement de ce revenu n'est possible qu'à partir d'un certain âge, souvent compris entre 55 ans et 75 ans (selon les contrats).

Les objectifs des « Variable Annuities » sont :

- Se constituer un complément de revenus durant toute la période de retraite ;
- S'affranchir des fluctuations des marchés ;
- Coupler sortie en capital et sortie en rentes.

Les « Variable Annuities » permettent de bénéficier de certains avantages des fonds euros (garantie du capital) et de rendements potentiellement supérieurs. Néanmoins, la mécanique repose, non pas sur un fonds euros, mais sur des unités de compte avec des garanties prévoyance et financières.

4 principaux types de garanties sont actuellement proposés, avec possibilité de les associer :

- Garantie de capital minimum en cas de décès (GMDB = Guaranteed Minimum Death Benefit) : en cas de décès de l'assuré, le capital versé aux bénéficiaires correspond au maximum entre la somme des primes versées et le montant de l'épargne atteinte. Le capital minimum peut dans certains cas faire l'objet d'une revalorisation. Elle reprend le principe des garanties planchers.
- Garantie de capital en cas de vie (GMAB = Guaranteed Minimum Accumulation Benefit) : cette garantie à la différence de la première repose non pas sur le décès de l'assuré mais sur sa survie à une date fixée. Ainsi, si l'assuré est toujours en vie à une date fixée, le capital qui lui est versé correspond au maximum entre les primes versées et le montant de l'épargne atteinte.
- Garantie de revenus minimums (GMIB = Guaranteed Minimum Income Benefit) : si l'assuré est toujours en vie à une date fixée, une rente viagère d'un montant minimum fixé au moment de la souscription de l'option lui est garantie. Il s'agit d'une combinaison d'une garantie en capital et d'une garantie d'un taux de conversion en rentes. Suivant les contrats, il faut souvent attendre quelques années pour pouvoir l'exercer et elle doit être choisie avant un certain âge, 85 ans en général.
- Garantie de rachats minimum (GMWB = Guaranteed Minimum Withdrawal Benefit) : cette option donne à l'assuré la possibilité de protéger son investissement (son capital retraite) contre la baisse des marchés financiers en lui permettant de retirer un pourcentage maximum de son investissement total chaque

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

année jusqu'à ce que son investissement initial ait été compensé. Cette option peut également être viagère (GMWB-L = GMWB for Life). Trois phases sont à distinguer :

- La phase d'accumulation : correspond à la phase d'épargne, avec possibilité de versements complémentaires. Cette phase peut être assortie d'une garantie de revalorisation minimum ou d'un effet cliquet.
- La phase de mise à disposition du complément de ressources : les revenus minimums sont réorientés sur un compartiment sans risque ; il est alors possible d'effectuer des rachats partiels. Pour la garantie GMWB, il y a une durée définie à la souscription planifiant le terme du contrat.
- La phase de déclenchement de la rente viagère (pour GMWB-L) : si la valeur de rachat du contrat ne permet plus de réorienter le montant garanti, une rente viagère se met en place (égale au dernier montant de rachat partiel programmé).

Malheureusement le fonctionnement de cette dernière garantie, qui fait l'intérêt principal des Variables Annuities, n'est pas compatible avec les produits de retraite français car, comme exposé à la partie I.2)d), réglementairement ces produits ne sont pas rachetables (donc la phase de mise à disposition des ressources est impossible à mettre en place) et leur liquidation est conditionnée à la liquidation du régime de base (donc la date effective de la fin de la phase d'accumulation n'est pas connue au moment de la souscription).

b) Quelques essais de rente en unités de compte sur le marché français... pas très concluants

Quelques assureurs ont proposé des solutions de rente en unités de compte sur le marché français :

1. AXA :

- Produit CLER (assurance vie) souscrit par l'association AGIPI (génération 02/2011)
 - Produit FAR (Madelin) souscrit par l'association AGIPI (génération 01/2014)
- ⇒ Le fonctionnement des rentes en unités de compte proposées sur ces 2 produits est assez similaire au fonctionnement de la solution de rente en unités de compte que nous proposons (voir partie suivante) avec un panachage avec la rente en euro possible mais sans option d'indexation négative pour permettre de commencer avec une rente initiale « boostée » comparée à une rente en euro.
- ⇒ L'option de rente en unités de compte a été considérée comme un point positif des produits dans la presse (L'express, Assur innov...) sans qu'aucune véritable communication n'ait été faite par AXA.
- ⇒ Quelles sont les raisons probables de l'« échec » commercial de cette option de rente en unités de compte ?
- De manière générale, les 2 produits AGIPI sont reconnus pour la performance du fonds en euro plus que pour leurs unités de compte (uniquement une dizaine de supports « maison » sont proposées pour la phase de constitution). A priori les assurés qui ont choisi AGIPI n'ont donc pas forcément une appétence particulière pour les unités de compte.
 - Le niveau des frais : frais sur arrrages fixes identiques à ceux de la rente en euro (5€ pour une périodicité trimestrielle et 2€ pour une périodicité mensuelle) auxquels s'ajoute 1% de frais sur encours en unités de compte => donc à la conversion en rente, la rente initiale en unités de compte est identique à celle de la rente en euro => pas d'incitation au moment de la liquidation.
 - Sur ces 2 produits, la table de mortalité est garantie au moment de chaque versement et non à la souscription/adhésion.
 - La rente en unités de compte est adossée à un seul support : le fonds AGIPI inflation. Depuis plusieurs années, les projections d'inflation n'anticipent pas une flambée de l'inflation qui auraient pu pousser les assurés à vouloir se couvrir en particulier contre ce risque. Et les performances de ce fonds sur les dernières années, dans un contexte de faible inflation, ne tiennent pas la comparaison d'un fonds en euro :

	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Moyenne annualisée
Performance annuelle	8,41	-3,01	1,03	1,91	1,41	0,84	-1,27	1,28
Sur ou sous performance vs la moyenne de la Catégorie (%)	-2,35	-0,16	-3,62	1,20	-1,99	0,40	0,94	
Classement dans la catégorie	72	50	90	15	92	44	17	

Tableau 14 : Performances historiques du fonds AGIPI Inflation FR0010606681(source = Morningstar)

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

Entre 2012 et 2018, la performance moyenne annualisée est de 1,28% avant application des frais de gestion de 1%, soit 0,28% net, bien en dessous des revalorisations de rentes en euro du marché.

2. AG2R La mondiale : Produit Mondiale Retraite (assurance vie) souscrit par l'association AMPHITEA (génération 10/2009)

⇒ Là aussi, le fonctionnement de la rente en unités de compte proposée sur ce produit est assez similaire au fonctionnement de la solution de rente en unités de compte que nous proposons (voir partie suivante) pour la part en unités de compte mais :

- Part en unités de compte fixée à 30% sur 2 supports « maison » AG2R à la liquidation si l'assuré fait le choix de la rente en unités de compte => le choix de la part en unités en compte n'est pas possible. Puis transformation progressive de la portion de rente en unités de compte en rente en euro classique dans les 10 ans suivant la liquidation (l'assuré peut également rebasculer sa rente en unités de compte 100% euro à tout moment, avant la fin des 10 ans) :

Durée courue depuis le terme	La Mondiale Dynamic	La Mondiale Classic	Actif général
Terme de l'adhésion	20 %	10 %	70 %
Après 1 an	17 %	13 %	70 %
Après 2 ans	15 %	15 %	70 %
Après 3 ans	13 %	15 %	72 %
Après 4 ans	12 %	13 %	75 %
Après 5 ans	10 %	15 %	75 %
Après 6 ans	8 %	12 %	80 %
Après 7 ans	6 %	9 %	85 %
Après 8 ans	4 %	6 %	90 %
Après 9 ans	2 %	3 %	95 %
Après 10 ans et +			100 %

Tableau 15 : Grille de transformation progressive de la rente en unités de compte - Extrait de la Notice d'Information de la Mondiale Retraite

- Pas d'option d'indexation négative pour permettre de commencer avec une rente initiale « boostée » comparée à une rente en euro.
- ⇒ Nous n'avons pas réussi à trouver des communications de la part d'AG2R La Mondiale sur cette option de rente en unités de compte.
- ⇒ Quelles sont les raisons probables de l'« échec » commercial de cette option de rente en unités de compte ?
 - Cette option de rente est proposée sur un contrat à fiscalité assurance vie pour lesquels nous avons vu que les assurés préfèrent la sortie en capital (sur le portefeuille SwissLife, moins de 1% des assurés choisissent la rente sur les produits d'assurance vie marketés retraite).
 - Impossible de moduler la part en unités de compte en fonction du profil de risque de l'assuré.
 - Sur la partie en euro, le taux technique appliqué est de 2% (donc un niveau de rente environ 35% plus élevé qu'avec un taux technique à 0%) et sur la partie en unités de compte, le taux technique est nul et il n'y a pas d'option d'indexation négative donc la rente totale avec 30% en unités de compte est environ 8% plus faible que la rente 100% euro.

Dans la partie suivante, nous décrivons notre solution de rente en unités de compte en proposant des solutions adaptées pour répondre aux raisons probables des échecs commerciaux des options des produits ci-dessus.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

2) Les solutions « produit » retenues pour répondre aux contraintes du triptyque Assureur/Assuré/Appporteur

a) Philosophie globale de la solution

L'objectif est de proposer une solution de rente en unités de compte répondant aux contraintes du triptyque Assureur/Assuré/Appporteur :

Intérêts Assureur	<ul style="list-style-type: none"> • Solution rentable et à moindre coût en capital • Solution facile à mettre en œuvre et à gérer
Intérêts Assuré	<ul style="list-style-type: none"> • Solution, en moyenne, meilleure qu'une rente en euro classique • Solution adaptée à son profil de risque
Intérêts Appporteur	<ul style="list-style-type: none"> • Solution générant une rémunération additionnelle (justifiant le temps passé pour la mise en place et le suivi en cours de vie de la rente)

L'idée de base est la suivante :

- A la liquidation de la rente :
 - On calcule le montant d'arrérage en euro « classique » à partir de l'encours à la date de la liquidation, de la table de mortalité prévue au contrat et avec un taux technique de 0%,
 - Cet arrérage en euro est lui-même converti en nombre de parts d'un support en unités de compte à partir de la valorisation de cette unité de compte au moment de la liquidation,
 - C'est cet arrérage de rente **en nombre de parts qui est garanti de manière viagère.**
- En cours de service, la rente est revalorisée via une mise à jour de la valeur liquidative (VL) du support en unités de compte,
- Absence d'options financières du type cliquet ou plancher car comme nous le démontrons dans le chapitre III du mémoire, l'impact sur le tarif pour maintenir une rentabilité assureur cible n'est pas viable commercialement.

De manière plus détaillée :

Choix retenus	Les + pour le triptyque	Les points d'attention assureur
Rente en unités de compte = nouvelle option de rente disponible sur tout le stock de contrats non encore liquidés	<ul style="list-style-type: none"> - Permet de faire profiter de la nouvelle offre au plus grand nombre d'assurés - Permet de supprimer les éventuels taux techniques garantis pour les assurés choisissant la rente en unités de compte - Permet aux apporteurs de mieux valoriser leur portefeuille de contrat en proposant des rentes en unités de compte 	Avenant dédié pour supprimer les éventuels taux techniques garantis sur les contrats en stock
Choix du client au moment de la liquidation	<ul style="list-style-type: none"> - Comme pour toutes autres options de rente : argument à la souscription pour l'appporteur mais sans engagement de la part du client - l'assuré choisira la rente la plus adaptée au moment de la liquidation de son contrat 	Pousser l'assuré à rencontrer son appporteur au moment de la liquidation pour avoir une simulation de rente en unités de compte
1 unique support d'investissement	<ul style="list-style-type: none"> - Discours commercial « simple » : un seul support « pas trop » volatile qui permet d'avoir en moyenne une revalorisation supérieure à une rente en euro - Gestion plus simple : pas besoin de gérer plusieurs supports en unités de compte dans l'outil de gestion des rentes qui n'est pas optimisé pour gérer des unités de compte 	<ul style="list-style-type: none"> - Projet de souscription complexe : volatilité sur la phase de rente à expliquer au client => d'où la construction d'un simulateur de rente en unités de compte dans la partie II.3) du mémoire - Le niveau de rétrocession du support retenu doit être suffisamment important pour permettre de gagner en rentabilité (versus marge financière + frais d'arrérages de 3% sur la rente en €)

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

Choix retenus	Les + pour le triptyque	Les points d'attention assureur
	- Permet de construire des grilles de pilotage retraite (utilisées en phase de constitution) adaptées (qui convergent vers le support en unités de compte retenu)	
Panachage rente €/rente UC possible	Permet de s'adapter au profil de risque de l'assuré	Potentiellement 2 ouvertures de rentes sur un même contrat : plus complexe en gestion, éditique...
Frais sur rente alignés sur la phase de constitution : 0,96% sur la provision mathématique de rente	Permet de commissionner fortement le réseau (jusqu'à reversement à 100% des frais possible) pour pousser les rentes UC. Pas de frais d'arrérage, contrairement aux rentes en euro proposées par SwissLife => niveau de rente initiale supérieur aux rentes en euro.	
Indexation négative possible jusqu'à -1% (en plus des options de rente « classiques » déjà disponibles sur les rentes en euro) mais taux technique à 0%	Permet de commencer avec une rente initiale environ 20% plus élevée qu'une rente € classique	« Risque supplémentaire » pour l'assuré : si performance annuelle du support inférieure aux frais de gestion et à l'indexation négative, la rente décroît. Attention au devoir de conseil.
Mise à jour annuelle de la valeur liquidative	- Plus simple pour le client (une mise à jour annuelle comme pour une rente € classique) et en gestion - Interfaçage de l'outil de gestion des rentes et de l'outil de gestion d'actif pas forcément nécessaire (mise à jour manuelle annuelle pour la revalorisation des rentes et trimestrielle pour les inventaires)	Attention à la gestion du différentiel d'ACAV sur les liquidations et/ou arrérages versés en cours d'année => rentes temporaires annuelles en euro pour « sécuriser » les arrérages de l'année qui sont à montant fixe.
2 nouvelles grilles de pilotage retraite	Phase de constitution cohérente avec phase de rente : permet de converger au terme vers 2 répartitions « standard » (50% ou 100% SL Prudent et le complément en €) => permet d'augmenter la rentabilité de l'assureur sur la phase de constitution également	2 nouvelles grilles de pilotage retraite à construire

Les sections suivantes de cette partie II.2) précisent le fonctionnement de notre solution.

b) Support retenu

i) Contraintes IT

Chez SwissLife :

- L'outil de gestion permettant de gérer la phase de constitution/épargne des contrats multi-supports est un outil « maison » (Klife). Cet outil est interfacé :
 - Avec notre outil de gestion d'actif et gère donc des valeurs liquidatives de manière quotidienne pour l'ensemble des unités de compte proposées en phase de constitution/épargne (sachant que SwissLife travaille en architecture « ouverte » avec un grand nombre de sociétés de gestion et propose donc une liste d'unités de compte de plus de 500 supports sur l'ensemble de ces produits vie)
 - Avec notre outil de gestion de rente (décrit ci-dessous). A la liquidation des contrats retraite :
 - Klife calcule le montant de la rente initiale à partir de la table de mortalité et du taux technique prévus aux contrats et du choix de rente du client,
 - Le montant de rente et le choix de rente sont envoyés à l'outil de gestion des rentes.
- L'outil de gestion des rentes est un outil de place (Assurex) sur lequel SwissLife peut demander des adaptations limitées à l'éditeur :
 - Cet outil permet de gérer toutes les options de rente en euro que commercialise SwissLife,
 - Cet outil permet de gérer des rentes en point mais ne permet pas, en l'état, de gérer des rentes en unités de compte « complexes ».

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

D'un point de vue budgétaire, notre solution de rente en unités de compte devait être à « moindre coût » :

- Sans remplacement des outils de gestion utilisés actuellement,
- Avec une adaptation limitée d'Assurex.

⇒ Nous avons donc choisi de proposer un seul support en unités de compte pour notre solution de rente en unités de compte. Le choix du support a été fait à partir d'une enquête auprès de notre réseau de distribution détaillée dans la partie suivante et en tenant compte du niveau de rétrocession perçue pour assurer un niveau de rentabilité satisfaisant. Nous verrons également à la partie II.2)g) que l'utilisation d'un unique support pour notre solution de rente en unités de compte permet également de proposer des profils de pilotage retraite cohérents pour la phase de constitution.

ii) Enquête réseau SwissLife

Pour choisir le support de notre solution de rente en unités de compte, nous avons fait une présélection de supports que nous jugeons pertinents (OPCI, SCPI, fonds profilé prudent, fonds profilé équilibré ou fonds à horizon) et réalisé une enquête auprès de notre réseau de distribution.

SwissLife a une stratégie de distribution « multicanal » avec :

- Un réseau de distribution propriétaire : environ 400 commerciaux salariés et 400 agents généraux
- Un réseau de distribution « ouvert » : environ 2500 courtiers, 800 CGPI (Conseillers en Gestion de Patrimoine Indépendants) et plusieurs banques privées commercialisent les produits SwissLife.

Notre solution de rente en unités de compte étant applicable à l'ensemble des produits retraites SwissLife, nous avons donc réalisé notre enquête sur un panel représentatif du réseaux SwissLife et obtenus 63 retours de la part de :

- 21 agents généraux,
- 27 courtiers,
- 13 commerciaux salariés,
- 2 CGPI.

Les principales conclusions de cette enquête sont les suivantes :

- ⇒ 91% des répondants estiment que l'offre retraite de SwissLife est suffisamment étoffée d'un point de vue général,
- ⇒ 85% des répondants sont pour une nouvelle option de rente en unités de compte, dont 90% seraient à l'aise pour vendre une telle option mais en insistant sur le besoin d'un simulateur dans leur outil d'aide à la vente pour pouvoir expliquer simplement le mécanisme à leurs clients,
- ⇒ 89% estiment que cette nouvelle option de rente serait un argument commercial fort dès la souscription et 63% estiment que cette nouvelle option serait un argument pour promouvoir les versements volontaires sur les contrats en stock,
- ⇒ Ils estiment à 45% les clients intéressés ou très intéressés par une rente en unités de compte et à 16% les non intéressés (38% restant d'indécis),
- ⇒ 38% des répondants estiment qu'un fonds diversifié prudent serait le support idéal (sachant que le fonds SwissLife Prudent est un des meilleurs de sa catégorie d'après Morningstar) pour la solution de rente en unités de compte, 10% votent pour un fonds diversifié équilibré (soit 48% au global pour un fonds diversifié), 24% pour un OPCI, 19% pour un fonds à horizon et 9% pour une SCPI.

Pour information, nous n'avons pas évoqué de rémunération spécifique sur les rentes en unités de compte dans l'enquête réalisée ci-dessus.

iii) Niveau de rétrocession

La majorité des sociétés de gestion reversent, sous forme de rétrocessions aux assureurs, une partie des frais de gestion qu'elles prélèvent sur les OPCVM investis via leurs contrats d'assurances. Suivant la nature du support, ces rétrocessions peuvent être annuelles (c'est le cas de la majorité des supports : OPC par exemple) ou en une seule fois au moment de l'investissement (on parle d'« Up-Front » sur les SCPI ou les unités de compte structurées par exemple).

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

Ci-dessous les rétrocessions perçues des sociétés de gestion sur les différents supports envisagés pour notre solution de rente en unités de compte :

Support	Rétrocession
OPCI : FR0010956904 – SwissLife Dynapierre	0,75%/an
SCPI : Pierre Capital (SwissLife Reim)	6% Up-Front
OPCVM Prudent : LU0367327417 - SwissLife Funds (LUX) Prudent EUR R	0,80%/an
OPCVM Equilibré : LU0367332680 - SwissLife Funds (LUX) Harmony EUR R	1,00%/an

Tableau 16 : Rétrocessions sur les supports envisagés

Ces rétrocessions sont des produits qui viennent, toutes choses égales par ailleurs, augmenter la rentabilité de l'assureur (à l'exception des produits PERP ou les rétrocessions sont acquises au canton et doivent être redistribuées aux assurés sous forme de participation aux bénéfices) qui peut décider d'en reverser une partie à l'apporteur sous forme de commission. Comme nous le verrons dans le chapitre III du mémoire, le niveau de rétrocession est un élément important du niveau de rentabilité obtenu sur notre solution de rente en unités de compte.

Dans les unités de compte envisagées, nous avons privilégié des fonds « maison » sur lesquels la société de gestion du groupe marge en plus de la marge « assureur ».

- ⇒ En tenant compte des résultats de l'enquête réalisée sur notre réseau de distribution (voir partie II.2)b)ii)) et du niveau de rétrocession sur les supports envisagés, nous avons retenu le support SwissLife Funds (LUX) Prudent EUR R qui paraît un bon compromis :
- Choix numéro 1 du réseau de distribution
 - 2^{ème} en termes de niveau de rétrocession parmi les supports envisagés
 - Le fonds est très reconnu sur le marché :
 - C'est l'unité de compte la plus présente dans l'encours en unités de compte de SwissLife France avec plus de 1,2Md€ sur les 8,8Md€ au global à fin 2017 (grâce aux pilotages retraite massivement souscrits sur les produits retraite et à notre réseau propriétaire le proposant également en épargne pour les assurés choisissant la gestion libre).
 - Les performances historiques de ce fonds le classent parmi les meilleurs de sa catégorie :

	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Moyenne annualisée
Performance (%)	6,06	7,10	7,54	-0,86	5,22	4,59	-5,18	3,40
Sur ou sous performance vs la moyenne de la Catégorie (%)	-1,05	4,02	2,19	-1,62	3,30	2,48	-0,24	
Classement dans la catégorie	62	9	28	77	9	11	58	

Tableau 17 : Performance historique du fonds SwissLife Prudent R LU0367327417 (source = Morningstar)

Entre 2012 et 2018, la performance moyenne annualisée est de 3,40%, en cohérence avec les données de long terme données par la société de gestion :

- Un rendement cible moyen de 3%
- Une volatilité cible de 4,77%

Le rendement cible long terme permet d'« absorber » les frais de gestion annuels prévus sur la rente en unités de compte et « autorise » la mise en place d'une indexation négative : un rendement cible brut de 3% se traduit par une revalorisation de la rente en unités de compte, nette des frais de gestion de 0,96%, de 2,01% ($= (1+3\%) \times (1-0,96\%) - 1$) et nette d'une indexation négative additionnelle de -1%, de 1,01%.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

c) Adaptation au profil de risque de l'assuré

Pour permettre une adaptation au profil de risque de l'assuré au moment de son départ à la retraite, l'assuré pourra choisir, au moment de la liquidation, la part de son encours qu'il souhaite convertir en rente en unités de compte et le reliquat sera converti en rente en euro => les rentes mixtes seront autorisées.

Par contre, dans un souci de simplicité informatique et en gestion (pour éviter d'avoir un nouvel acte de gestion à gérer), cette décision est irrévocable pour toute la durée de la rente, la rente en unités de compte ne pourra pas être transformée/arbitrée en rente en euro.

D'un point de vue commercial :

- La part de rente en euro est un revenu complémentaire « assuré »
- La part de rente en unités de compte permet de dynamiser la revalorisation de la rente.

Concrètement, à la liquidation, l'assuré choisit la part de son encours à convertir en rente en euro et la part à convertir en unités de compte :

⇒ Sur la part de son encours à convertir en rente en unités de compte :

- L'encours est converti « classiquement » en rente à partir des formules vues dans le chapitre I. Le montant de la rente initiale est déterminé en fonction des paramètres techniques prévus au contrat (table de mortalité garantie à la souscription ou non, taux technique fixé à 0% et frais d'arrérages fixés à 0%) ou choisis par le client (réversion, annuités garanties, indexation, palier) :

$$Encours_{Liquidation (J)} \times Taux\ de\ conversion = Montant\ de\ Rente_{initial (J)}$$

- Le montant de rente obtenu est divisé par la valeur liquidative de l'unité de compte en J+1 (pour une bonne gestion du différentiel d'ACAV => voir partie suivante) pour être converti en nombre de parts :

$$\frac{Montant\ de\ Rente_{initial (J)}}{Valeur\ liquidative_{J+1}} = Nombre\ de\ parts_{initial}$$

⇒ Sur la part de son encours à convertir en rente en euro : l'encours est converti « classiquement » en rente à partir des formules vues dans la partie I. Le montant de la rente initiale est déterminé en fonction des paramètres techniques prévus au contrat (table de mortalité et taux technique garantis à la souscription ou non, frais d'arrérages prévus au contrat : 3%) ou choisis par le client (réversion, annuités garanties, indexation, palier).

d) Options compatibles avec les rentes en unités de compte : nouvelle option d'indexation négative pour les rentes en unités de compte uniquement

Toutes les options de rente disponibles sur les rentes en euro (réversion, annuités garanties, palier et indexation) le seront également sur les rentes en unités de compte avec les mêmes compatibilités (voir tableau 11).

En cas de rente mixte :

- Les options de réversion, d'annuités garanties et de palier seront communes entre la partie en euro et la partie en unités de compte.
- Par contre, l'option d'indexation sera propre à chaque nature de rente :
 - Sur la rente en euro : l'assuré pourra choisir une indexation de 2% comme aujourd'hui,
 - Sur la rente en unités de compte : l'assuré pourra choisir une indexation de 2% ou une indexation négative de -0,5% ou -1%.

Concernant la rente en unités de compte, c'est la solution avec indexation négative qui sera mise en avant, en alternative à la rente en euro, dans les projets d'avant-vente et dans les études de liquidations car :

- Cette option permet de commencer avec une rente initiale significativement plus élevée qu'une rente en euro « classique » car comme nous l'avons vu dans la partie I, intégrer une indexation négative de -1% revient à remplacer R_0 par $R_0 \times (1-1\%)^i$ dans la formule de calcul de la rente initiale et comme $R_0 \times (1-1\%)^i \approx R_0 / (1+1\%)^i$, une indexation revient quasiment à mettre un taux technique à 1% en termes de

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

montant de rente initiale (par contre l'impact sur la revalorisation annuelle de la rente est complètement différent : avec une indexation négative de -1%, la rente décroît de -1% en complément de la participation aux bénéficiaires sans garantir une revalorisation globale positive),

- Tout en bénéficiant d'une revalorisation annuelle moyenne nette de frais non négligeable.
- ⇒ Des exemples chiffrés sont donnés à la partie II.3)f).

Sur la partie rente en euro, nous ne souhaitons pas proposer des indexations négatives car, en cas de poursuite de l'érosion des taux de participations aux bénéficiaires, les rentes en euro avec indexations négatives pourraient devenir structurellement décroissantes.

e) Mise à jour de la valeur liquidative : gestion du différentiel d'ACAV par l'assureur et problématique de la mutualisation du résultat technique

La gestion du différentiel d'ACAV chez SwissLife pour les opérations courantes en unités de compte (versements, arbitrages, rachats...) :

La date de valeur du passif des contrats SwissLife est calée à J+1 de la réception de la demande par le service de gestion (théoriquement la saisie de l'opération est réalisée le jour de la réception de la demande). Ce qui permet d'aligner la date de valeur du passif avec la date effective de l'investissement à l'actif (via un batch de nuit : l'outil de gestion des contrats multi-supports, Klife, recense toutes les opérations saisies le jour J sur tous les supports en unités de compte et envoie les opérations d'investissement/désinvestissement « globalisées » à réaliser en J+1 sur les différents supports à l'outil de gestion de l'actif puis l'outil de gestion d'actif envoie, par batch de nuit également, les valeurs liquidatives du jour à Klife pour correctement valoriser les passifs).

La gestion du différentiel d'ACAV pour notre solution de rente en unités de compte :

Pour plus de simplicité client, le montant de la rente en unités de compte ne sera mis à jour qu'annuellement (exactement comme une rente en euro « classique ») :

- L'année de la liquidation, comme pour les opérations courantes, c'est la valeur liquidative à J+1 de la demande de liquidation qui servira de référence pour le montant des arrérages de l'année de la liquidation.
 - Les années suivantes c'est la valeur liquidative au 31/12/N (ou dernier jour ouvré coté) qui servira de référence pour les montants des arrérages de l'année N+1.
- ⇒ Pour pouvoir gérer cela il est donc nécessaire de « sécuriser » les arrérages de l'année, qui sont d'un montant fixe, car basés sur une valeur liquidative de référence (J+1 de la liquidation puis 31/12/N), via une rente temporaire en euro.
- ⇒ Dans les faits, notre solution de rente en unités de compte, sera gérée via :
- Une rente temporaire en euro pour les arrérages de l'année en cours,
 - Une rente viagère différée au 01/01/N+1 en unités de compte pour les arrérages des années suivantes,
 - En cas de survie de l'assuré au 01/01/N+1, la rente différée en unités de compte est transformée en :
 - Une nouvelle rente temporaire en euro pour les arrérages l'année N+1,
 - Une nouvelle rente viagère différée au 01/01/N+2 en unités de compte pour les arrérages des années suivantes.

Concrètement d'un point de vue informatique, en cas de rente mixte :

- A la liquidation (jour J) :
 - En J : l'opération de liquidation est saisie par le gestionnaire dans Klife (l'outil de gestion de la phase de constitution). En fonction :
 - Des choix client : proportion de l'encours à convertir en rente euro et unités de compte, périodicité et options de rente,
 - Des éléments techniques prévus au contrat : table de mortalité et/ou taux technique pour la rente en euro,
- Klife calcule les montants **en euro** des arrérages de la rente en euro et de la rente unités de compte, et des capitaux constitutifs :
- De la rente en euro « classique »,

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- De la rente temporaire en euro pour sécuriser les arrérages de l'année de la rente en unités de compte,
- De la rente viagère différée => c'est ce montant en euro qui est à investir sur l'unité de compte de la rente en unités de compte et qui sera à envoyer à l'outil de gestion d'actif pour investissement.
- En J+1 (en jours ouvrés) : l'investissement sur le support de la rente en unités de compte est réalisé côté actif
- En J+2 :
 - Klife connaît la valeur liquidative utilisée pour la valorisation de la rente en unités de compte et peut donc calculer le montant de la rente en unités de compte **en nombre de parts**
 - Klife transmet à Assurex (l'outil de gestion des rentes), les caractéristiques des 3 rentes à ouvrir :
 - Une rente en euro « classique »,
 - Une rente temporaire en euro pour les arrérages de l'année en cours,
 - Une rente viagère différée **en nombre de parts** pour l'engagement futur.
- En cours d'année :
 - Chaque fin de mois, en cas survie de l'assuré ou de l'éventuel réversataire, et en fonction de la périodicité choisie par l'assuré, les arrérages sont payés à partir des deux rentes en euro (la « classique » et la temporaire),
 - En cas de décès de l'assuré, Assurex envoie, le jour de la saisie du décès, à l'outil de gestion de l'actif, le montant de la provision mathématique d'ouverture de la rente viagère différée en nombre de parts pour désinvestissement,
 - Chaque fin de trimestre, Assurex calcule pour l'inventaire les provisions mathématiques des 3 rentes et l'actuariat valorise les provisions mathématiques de la rente viagère différée en nombre de parts avec la valeur liquidative de clôture. Mais le réadossment actif/passif sur les survivants ne sera fait qu'une seule fois, en fin d'année, avec la mise à jour du montant de l'arrérage de la rente en unités de compte.
- Au 31 décembre de chaque année :
 - La valeur liquidative du support de notre solution de rente en unités de compte est renseignée dans Assurex
 - Pour chaque rente viagère différée en nombre de parts encore en stock :
 - Assurex recalcule, le nouvel arrérage en nombre de parts de la rente en unités de compte après application des frais de gestion et des potentielles indexations/paliers (voir partie ci-dessous)
 - Assurex transforme la rente viagère différée existante par :
 - Une nouvelle rente en euro temporaire jusqu'au 31/12/N+1 d'un montant de [arrérage en nombre de parts calculé ci-dessus x valeur liquidative au 31/12/N] qui servira à payer les arrérages de l'année
 - Une nouvelle rente viagère différée en nombre de parts pour l'engagement futur
 - Assurex envoie, à l'outil de gestion de l'actif, la variation des provisions mathématiques en nombre de parts pour désinvestissement à l'actif (ce sera forcément un désinvestissement à réaliser car, même en cas de survie de l'assuré, la provision mathématique d'une rente viagère différée d'un an supplémentaire est toujours inférieure à la provision mathématique de la rente viagère initiale) => sur les survivants le réadossment actif/passif se fait à ce moment-là.

D'un point de vue comptable, le Code des Assurances ne prévoit pas le traitement comptable des rentes en unités de compte. En particulier, le résultat technique, lié à un différentiel entre la mortalité constatée et la mortalité prévue par la table utilisée pour tarifier la rente, adossé à une unité de compte ne devrait pas être intégré dans le calcul de la participation aux bénéfices minimum qui est basé sur les catégories ministérielles réglementaires en euro. Même si, d'un point de vue « philosophique », l'idée de la participation aux bénéfices minimum est de mutualiser les risques techniques entre les assurés et assureurs. Pour notre solution de rente en unités de compte qui s'appuie sur une rente temporaire en euro pour le paiement des arrérages, nous

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

envisageons le traitement comptable ci-dessous, qui mériterait une validation de la part de nos commissaires aux comptes :

- En cas de décès de l'assuré, le gain technique constaté sera égal à :
 - Sur l'euro : PM d'ouverture sur la rente temporaire – arrérages versés sur l'année > 0
 - Sur l'UC : PM d'ouverture sur la rente viagère différée en nombre de parts x valeur liquidative en J+1 de la saisie du décès > 0
 - En cas de survie de l'assuré, la perte technique constatée à la clôture de l'exercice N sera égale à :
 - Sur l'euro : PM d'ouverture sur la rente temporaire pour payer les arrérages de l'année N – arrérages versés au cours de l'année N – PM de clôtures sur la rente temporaire pour payer les arrérages de l'année N+1 < 0
 - Sur l'UC : (PM d'ouverture sur la rente viagère différée d'un an en nombre de parts – PM de clôture sur la nouvelle rente viagère différée d'un an en nombre de parts) x valeur liquidative au 31/12/N > 0 car la provision mathématique d'une rente viagère différée d'un an supplémentaire est toujours inférieure à la provision mathématique de la rente viagère différée initiale.
 - Sans « arbitrage » entre provision mathématique euro et UC lors de la « transformation annuelle » de la rente viagère différée en nombre de parts.
- ⇒ Sur l'unité de compte, le résultat technique serait toujours positif par construction alors que sur la partie en euro, le résultat technique serait positif en cas de décès de l'assuré et négatif en cas de survie.
- ⇒ Pour le calcul de la participation aux bénéfices minimale réglementaire, l'ensemble du résultat technique des rentes en unités de compte (euro + UC) sera intégré pour ne pas léser le fonds en euro du résultat technique structurellement positif réalisé sur la partie en unités de compte. Dans la modélisation de la rentabilité de notre solution de rente en unités de compte de le chapitre III du mémoire, nous retenons les hypothèses prudentes ci-dessous :
- Reversement des gains techniques réalisés sur la rente en unités de compte sous forme de participations aux bénéfices pour le stock en euro,
 - Absence de reversement sur les pertes techniques (en particulier pour le choc de longévité sous solvabilité II)

f) Niveau de frais

En termes de frais, nous avons opté pour la rente en unités de compte :

- Frais de gestion annuels (sur provision mathématique de rente) : 0,96%/an prélevés en nombre de parts contre 0% pour la rente en euro => calés sur la phase de constitution pour plus de simplicité d'un point de vue commercial => pas de discontinuité en termes de frais entre encours en unités de compte pendant la phase de constitution et pendant la phase de restitution,
- Frais sur arrérage : 0% contre 3% pour la rente en euro => « incitation » commerciale : permet, à la liquidation, d'avoir un niveau de rente en unités de compte 3% supérieur à la rente en euro.

D'un point de vue rentabilité assureur, toutes choses égales par ailleurs, des frais de gestion annuels de 0,96%/an permettent une meilleure rentabilité que des frais d'arrérages de 3% (équivalents à une unique prise de frais de 3% sur l'encours mais prélevés au fil de l'eau) car la durée moyenne des passifs à la liquidation d'une rente est d'environ 10 ans.

Ces frais seront prélevés annuellement sur le nombre de parts. Concrètement pour le client :

- L'impact sur la rente en unités de compte sur laquelle le nombre de parts est garanti est le suivant :

$$\begin{aligned} \text{Nombre de parts}_{\text{année } N+1} &= \text{Nombre de parts}_{\text{année } N} \times (1 - 0,96\%) \\ &\times (1 + \text{taux d'indexation}) \text{ si rente indexée} \\ &\times (1 + \text{palier}) \text{ si rente à palier et durée du palier atteinte} \\ &\times \text{taux de réservation si rente réversible et décès de la 1ère tête en année } N \end{aligned}$$

- En termes de montant en euro :

$$\text{Montant de Rente}_{\text{année } N+1} = \text{Nombre de parts}_{\text{année } N+1} \times \text{Valeur Liquidative}_{31/12/N}$$

- Dans le cas d'une rente simple (sans option) :

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- Il faudra donc que la performance de l'unité de compte soit supérieure à 0,97%, pour que le niveau de la rente ne diminue pas d'une année sur l'autre car :

$$\text{Montant de Rente}_{\text{année } N+1} > \text{Montant de Rente}_{\text{année } N}$$

$$\frac{\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N}}{\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N-1}} > \frac{\text{Nombre de parts}_{\text{année } N}}{\text{Nombre de parts}_{\text{année } N+1}} = \frac{1}{1 - 0,96\%} = 100,97\%$$

- Avec le rendement cible du support retenu de 3%, la revalorisation moyenne nette de frais de la rente en unités de compte est de 2,01% $(=(1+3\%)(1-0,96\%)-1)$
- Dans le cas d'une rente avec indexation négative de -1% :
 - Il faudra que la performance de l'unité de compte soit supérieure à 1,99%, pour que le niveau de la rente ne diminue pas d'une année sur l'autre car :

$$\text{Montant de Rente}_{\text{année } N} > \text{Montant de Rente}_{\text{année } N-1}$$

$$\frac{\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N}}{\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N-1}} > \frac{\text{Nombre de parts}_{\text{année } N}}{\text{Nombre de parts}_{\text{année } N+1}} = \frac{1}{(1 - 0,96\%) \times (1 - 1\%)} = 101,99\%$$

- Avec le rendement cible du support retenu de 3%, la revalorisation moyenne net de frais de la rente en unités de compte est de 0,99% $(=(1+3\%)(1-0,96\%)(1-1\%)-1)$
 - De la même manière, dans le cas d'une rente avec indexation négative de -0,5% :
 - Il faudra que la performance de l'unité de compte soit supérieure à 1,48%, pour que le niveau de la rente ne diminue pas d'une année sur l'autre,
 - Avec le rendement cible du support retenu de 3%, la revalorisation moyenne net de frais de la rente en unités de compte est de 1,50% $(=(1+3\%)(1-0,96\%)(1-0,5\%)-1)$
- ⇒ Dans les outils d'aide à la vente et dans les études de choix de rente au moment de la liquidation, c'est cette dernière solution avec indexation négative de -0,5% que nous mettrons en avant en alternative de la rente en euro (même si une indexation négative jusqu'à -1% sera permise). Cette solution est une bonne alternative avec :
- Une rente initiale en unités de compte environ 10% plus élevée que la rente initiale en euro.
 - Une revalorisation moyenne de 1,50% pour la rente en unités de compte contre une revalorisation annuelle long terme de la rente en euro projetée à 1,30% actuellement dans les outils d'aide à la vente.
- Voir les simulations réalisées dans la partie II.3)

- ⇒ Nous verrons dans le chapitre III du mémoire, que l'intégralité des frais de gestion prélevés peut être redistribuée à l'apporteur sous forme de commission sur encours tout en maintenant un niveau de rentabilité assureur très satisfaisant. Cette redistribution des frais de gestion, pouvant aller jusqu'à 100%, sera le levier pour inciter fortement le réseau si besoin et « rétribuer » le temps passé à la mise en place de la rente et le suivi en cours de vie de la rente.

g) Optimisation de la phase de constitution via des pilotages retraite adaptés

A l'heure actuelle, 3 profils de pilotage retraite sont proposés sur l'ensemble des produits retraite commercialisés par SwissLife :

- Un profil prudent,
- Un profil équilibré,
- Un profil dynamique.

Les profils de pilotage retraite ont l'avantage :

- Pour l'assuré : il n'a pas à se préoccuper de son allocation, c'est une solution « clé en main » qui permet de bénéficier du rendement des unités de compte sans se préoccuper de son allocation au jour le jour. L'épargne est dynamisée sur le long terme puis sécurisée progressivement à l'approche du départ à la

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

retraite (sécurisation via une allocation en unités de compte plus prudente puis via un arbitrage progressif vers le fonds en euro).

- Pour l'assureur : c'est une solution qui permet d'avoir une forte part en unités compte moyenne pendant la phase de constitution avec un effet positif sur la rentabilité et la solvabilité.
- Pour l'apporteur : c'est une solution qui répond au devoir de conseil quel que soit le profil de risque de l'assuré, tout en étant fortement orientée en unités de compte donc avec une rémunération attractive. Ainsi, la très grande majorité des contrats de retraite SwissLife sont vendus avec un pilotage retraite par nos réseaux.

De plus, tous les fonds utilisés sur les 3 profils de pilotage sont des fonds « maison » gérés par notre société de gestion (SwissLife Asset Managers – donc la marge faite sur la gestion des fonds reste dans le groupe SwissLife) via des plafonds de volatilité. Tout au long de la phase de constitution de son contrat et en fonction du profil choisi, l'assuré connaît la volatilité maximale de son contrat.

Ci-dessous le détail des 3 profils de pilotage retraite existants :

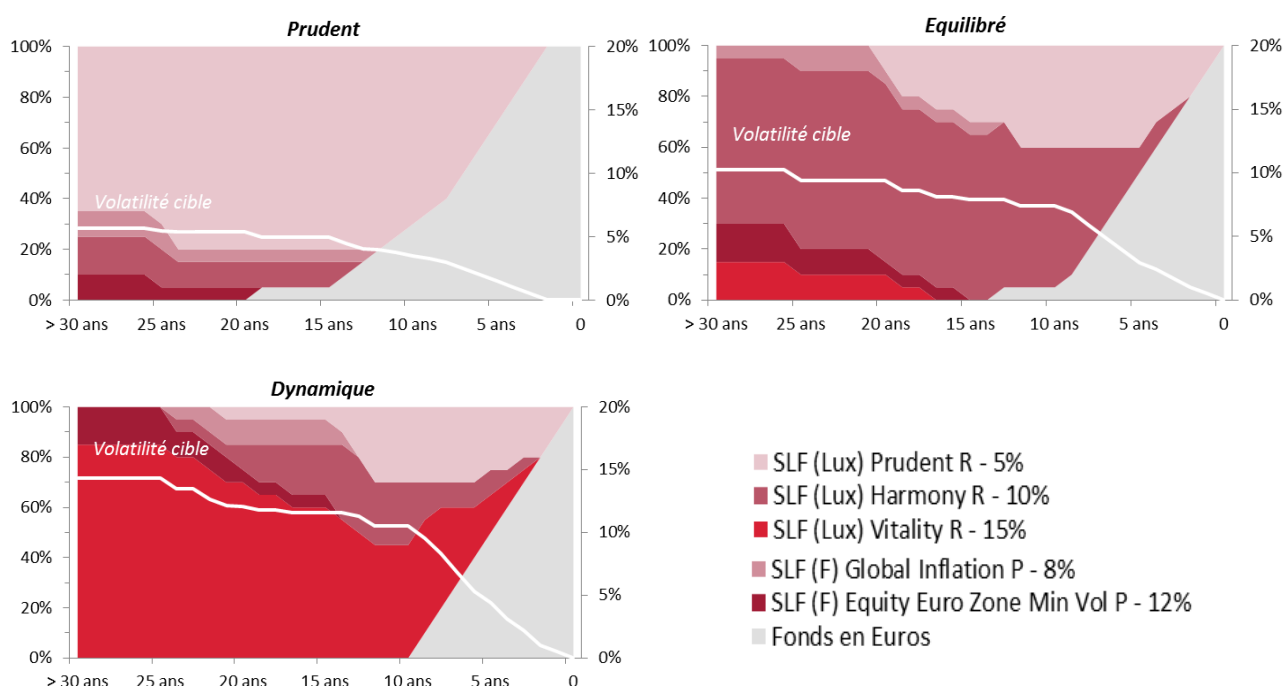


Figure 12 : Grilles de pilotage retraite existantes sur l'ensemble des produits retraite SwissLife

Les 3 profils de pilotage retraite existants convergent vers le fonds en euro, ce qui est cohérent avec la sortie en rente en euro => il n'y a ainsi pas de discontinuité dans l'allocation de l'assuré entre phase de constitution et phase de restitution.

Mais ces 3 profils ne sont donc pas « compatibles » avec une sortie en rente en unités de compte. Par exemple, un assuré souhaitant dès la souscription liquider son contrat en une rente 100% en unités de compte et souhaitant du pilotage retraite se retrouvera avec une forte discontinuité dans son allocation au moment de la liquidation : 100% euro l'année précédant la liquidation (car les 3 grilles existantes convergent sur du 100% euro à un an de l'échéance) et 100% en unités de compte après avoir liquidé en rente en unités de compte.

Pour répondre au besoin des assurés souscrivant leur contrat avec l'intention de liquider sous forme de rente en unités de compte (même si le choix de la rente se fait au moment de la liquidation donc aucun engagement définitif ne se fait au moment de la souscription), nous avons construit 2 nouvelles grilles de pilotage retraite pour compléter les 3 grilles existantes :

- Un nouveau profil « dynamique » convergeant à 100% vers le support retenu pour la rente en unités de compte : pour les assurés qui souscrivent avec l'intention de liquider avec une rente 100% en unités de compte.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- Un nouveau profil « équilibré » convergeant à 50% en euro et 50% vers le support retenu pour la rente en unités de compte : pour les assurés qui souscrivent avec l'intention de liquider avec une rente mixte (euro et unités de compte).

Ci-dessous les 2 nouveaux profils de pilotage retraite envisagés pour compléter notre solution rente en unités de compte :

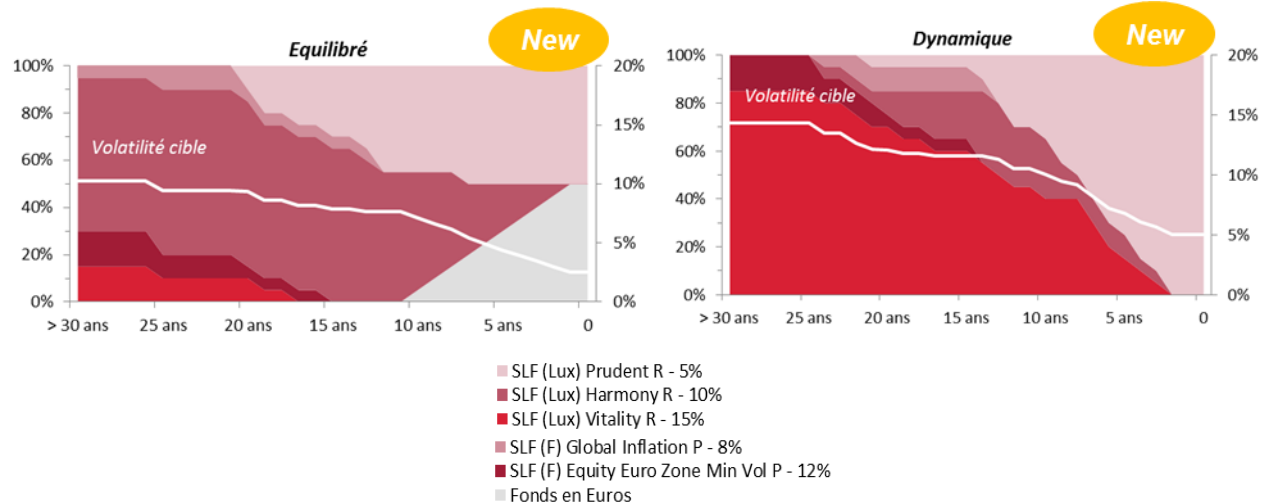


Figure 13 : Profils de pilotage retraite "compatibles" avec notre solution de rente en unités de compte

Ces 2 profils étant avec une part en unités compte plus importante sur la durée que les 3 profils déjà existants, ils auront un effet positif en termes rentabilité pour l'assureur pendant la phase de constitution (en plus du gain en rentabilité de la phase de rente en elle-même – calculé dans le chapitre III).

3) Construction d'un simulateur de rente en unités de compte, basé sur le modèle de Black & Scholes

a) Préambule

Dans cette partie 3, nous construisons un simulateur de rente en unités de compte qui doit permettre :

- À l'apporteur :
 - De guider l'assuré dans son choix de rente parmi toutes les options proposées par SwissLife
 - D'illustrer le discours commercial « une composante en unités de compte permet d'espérer une revalorisation de la rente plus importante, avec un risque maîtrisé »
- À l'assuré de comprendre le risque pris en choisissant une rente avec une composante en unités de compte. Concrètement, le simulateur doit permettre à l'assuré de répondre aux questions pratiques ci-dessous :
 - Quel niveau de rente pourra-t-il espérer sur la durée ?
 - Jusqu'à quel niveau pourra descendre la rente jusqu'à son extinction ?

Concrètement, ce simulateur de rente en unités de compte pourra :

- Etre intégré dans l'outil d'aide à la vente des commerciaux pour générer des simulations de rente en unités de compte dans les projets d'avant-vente,
- Etre utilisé pour intégrer des simulations de rente en unités de compte dans les courriers de liquidation envoyés aux assurés pour faire leur choix de rente à la liquidation. En cas de choix de rente avec une composante en unités de compte à la liquidation, on imposera à l'assuré de passer par son apporteur pour calibrer correctement la proportion de rente en unités de compte et les options de rente en fonction de ses besoins et de son appétence aux risques. En contrepartie, l'apporteur sera rémunéré par une commission sur encours (ou une commission up-front équivalente, en tenant compte de la durée moyenne des rentes, en fonction du type d'apporteur).

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

Pour construire ce simulateur, nous nous sommes appuyés sur la théorie de Black & Scholes qui est déjà utilisée dans l'outil d'avant-vente des commerciaux pour simuler la phase de constitution investie en unités de compte.

Par contre, les problématiques pour les simulations de la phase de constitution et la phase de restitution ne sont pas exactement les mêmes :

- Phase constitution :
 - C'est uniquement la projection de l'encours à la date prévisionnelle du départ à la retraite qui intéresse l'assuré (les points de passage entre la date du calcul et la date prévisionnelle de départ à la retraite importent peu)
 - La projection doit tenir compte des versements futurs prévisionnels
 - Plusieurs unités compte peuvent être choisies et combinées, il faut donc tenir compte du rendement moyen et de la volatilité de chaque unité de compte :
 - Pour les fonds « maison », c'est notre société de gestion qui transmet les hypothèses à utiliser : **pour le support retenu pour notre solution de rente en unités de compte, nous utilisons donc les mêmes hypothèses que celles actuellement utilisées pour modéliser la phase de constitution.**
 - Pour les fonds externes, un rendement moyen et une volatilité sont attribués à tous les OPCVM d'un même profil de risque (7 profils de risques AMF).
- Phase de restitution :
 - C'est la projection de la rente sur toute la durée de celle-ci qui intéresse l'assuré,
 - Pas de versement futur à intégrer à la projection,
 - Uniquement une unité de compte possible pour la rente en unités de compte.

Pour information, concernant les rentes, des simulations de rente en euro, basées sur le niveau d'encours projeté à la date de départ à la retraite prévisionnelle, sont déjà présentes dans les projets d'avant-vente pour expliquer la différence entre les différentes options de rente :

- Une vision statique = Projection du niveau de rente initiale pour chaque option de rente et dans 4 scénarii (scénario central = conversion de la projection moyenne de l'encours à la date de départ à la retraite de l'assuré en fonction de son allocation choisie, scénarii bas et haut = intervalle de confiance à 95% déterminé à partir du modèle de Black & Scholes et Fonds en euro pour comparaison) :

Rente à vie	Montant annuel de votre retraite calculé avec le taux de conversion garanti (table de mortalité et taux technique 0.00 % garantis)			
	Scénario bas	Scénario central	Scénario haut	Fonds euros
non réversible <i>Taux de conversion 3,7534 %.</i>	3 184,08 €	3 275,76 €	3 320,68 €	3 240,84 €
non réversible avec 20 annuités garanties <i>Taux de conversion 3,5408 %.</i>	3 003,72 €	3 090,20 €	3 132,56 €	3 057,24 €
non réversible et palier de +50% après 3 ans	2 178,60 €	2 241,32 €	2 272,08 €	2 217,44 €
non réversible et palier de -50% après 3 ans	5 913,08 €	6 083,36 €	6 166,80 €	6 018,52 €

Les montants de rente sont calculés avec une table de mortalité TOFOS garantie à l'adhésion pour toutes cotisations périodiques et bruts de prélèvements sociaux.

Taux technique garanti : 0,00 %.

Pour les rentes à palier, le montant de rente annoncé correspond au montant initial de la rente. Celui-ci sera :

- majoré de 50,00 % à compter de la 3ème année pour les rentes croissantes,

- minoré de 50,00 % à compter de la 3ème année pour les rentes décroissantes.

Les résultats de ces simulations ne correspondent à aucun engagement de l'assureur.

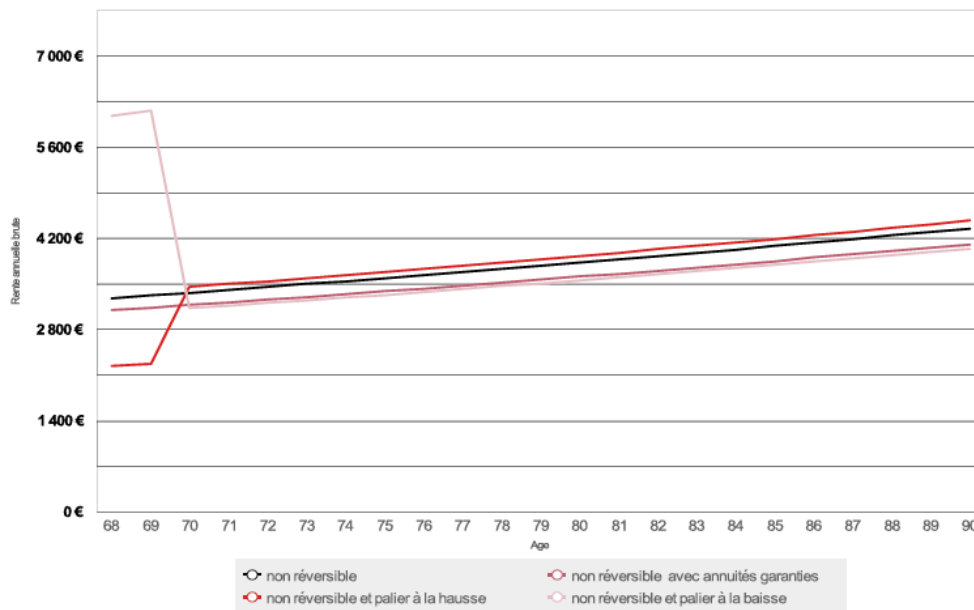
Le scénario bas ne constitue pas un minimum garanti.

Tableau 18 : Extrait d'un projet d'avant-vente – Rentes initiales en fonction des différentes options de rente sur les différents scénarii de projection de l'encours

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- Une vision dynamique, avec une projection des différentes options de rente dans le scénario central uniquement :

Comparaison des divers types de rentes



Au taux technique de 0,00 %.

Hypothèse de revalorisation des rentes de 1,30 % nette, non contractuelle

Figure 14 : Extrait d'un projet d'avant-vente - Projection des différentes options de rente sur le scénario central de projection de l'encours

- ⇒ Pour la projection de la rente en euro c'est une revalorisation long terme de 1,30% qui est actuellement utilisée dans les projets d'avant-vente. **Nous garderons la même hypothèse dans notre simulateur pour la comparaison entre notre solution de rente en unités de compte et la rente en euro.**

b) Rappels sur la théorie de Black & Scholes

Le premier modèle d'évolution des actifs financiers a été proposé par Louis Bachelier dans sa thèse en 1900. Les actifs risqués étaient supposés Gaussiens et pouvaient donc prendre des valeurs négatives. Pour remédier à ce défaut, le modèle retenu par la suite est un modèle rendant les actifs risqués log-normaux, afin de s'assurer qu'ils restent toujours positifs. Ce modèle a le nom de modèle de Black & Scholes. En effet, en 1973, Fisher Black, Robert Merton et Myron Scholes proposent l'idée de définir le prix d'un produit dérivé comme celui de son portefeuille de couverture et l'appliquent à ce modèle Log-normal. Ils ont obtenu le prix Nobel d'économie en 1997 pour ces travaux.

Dans le modèle de Black & Scholes :

- Les hypothèses sur le marché sont les suivantes :
 - Les actifs sont divisibles à l'infini ;
 - Le marché est liquide : on peut acheter ou vendre à tout instant ;
 - On peut emprunter et vendre à découvert ;
 - Les échanges ont lieu sans coût de transaction ;
 - On peut emprunter et prêter au même taux constant r .

Même si toutes les hypothèses ci-dessus sont discutables, ce modèle est très utilisé.

- L'actif risqué a la dynamique donnée par l'équation différentielle stochastique (EDS) ci-dessous :
$$dS_t = S_t (\mu dt + \sigma dW_t)$$
 avec S_t le prix de l'actif à l'instant t et W mouvement brownien standard
 - L'interprétation de cette EDS est la suivante : $d \log S_t \sim \frac{S_{t+h} - S_t}{S_t} \sim \mu h + \sigma (W_{t+h} - W_t)$ est l'accroissement relatif du prix de l'actif, soit son rendement sur une petite durée h . On dit que

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

la loi est « log-normale » (le log de l'actif suit une loi gaussienne, dont un petit accroissement représente le rendement de l'action)

- Ce modèle est le modèle le plus simple que l'on puisse imaginer pour modéliser l'évolution d'un actif risqué tout en imposant qu'il soit positif.
- Il s'agit d'une EDS linéaire explicitement résoluble qui admet pour unique solution : $S_t = S_0 e^{\sigma W_t + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t}$ avec μ et σ deux constantes correspondant à la tendance et à la volatilité du prix de l'actif.

Nous utilisons ce modèle pour projeter la valeur liquidative de l'unité de compte sous-jacente de la rente en unités de compte.

c) Projection de la valeur de la rente

La rente en unités de compte proposée est une rente en nombre de parts avec une mise à jour annuelle de la valeur liquidative.

Pour rappel :

- Au moment de la liquidation du contrat (jour J) :
 - L'encours est converti « classiquement » en rente. Le montant de la rente initial est déterminé en fonction des paramètres techniques prévus au contrat (table de mortalité garantie à la souscription ou non, taux technique fixé à 0% et frais d'arrérages fixé à 0) ou choisi par le client (réversion, annuités garanties, indexation, palier) :

$$\text{Encours}_{\text{Liquidation (J)}} \times \text{Taux de conversion} = \text{Montant de Rente}_{\text{initial (J)}}$$

- Le montant de rente obtenu est divisé par la valeur liquidative de l'unité de compte en J+1 pour être converti en nombre de parts :

$$\frac{\text{Montant de Rente}_{\text{initial (J)}}}{\text{Valeur liquidative}_{J+1}} = \text{Nombre de parts}_{\text{initial}}$$

- Au 31 décembre de l'année N :
 - Le nombre de parts de la rente en unités de compte est mis à jour pour tenir compte des frais de gestion annuels et des options éventuelles :

$$\text{Nombre de parts}_{\text{année N+1}} = \text{Nombre de parts}_{\text{année N}} \times (1 - \text{taux de frais de gestion})$$

$$\times (1 + \text{taux d'indexation}) \text{ si rente indexée}$$

$$\times (1 + \text{palier}) \text{ si rente à palier et durée du palier atteinte}$$

$$\times \text{taux de réservation si rente réversible et décès de la 1ère tête en année N}$$

- La valeur liquidative de l'unité de compte est mise à jour

$$\Rightarrow \text{Montant de Rente}_{\text{année N+1}} = \text{Nombre de parts}_{\text{année N+1}} \times \text{Valeur Liquidative}_{31/12/N}$$

Composante avec aléa viager, comme sur une rente en euro « classique » : en cas de survie, la chronique est connue en fonction des options de rente

Composante avec aléa financier => Modélisée via le modèle de Black & Scholes

Nous avons utilisé le modèle de Black & Scholes pour projeter l'évolution annuelle de la valeur liquidative de l'unité de compte dans le temps :

$$\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N} = \text{Valeur Liquidative}_{31/12/N-1} \times e^{\sigma(W_N - W_{N-1}) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)}$$

Et comme W_t est un mouvement brownien, on a : $W_N - W_{N-1} \sim N(0,1)$

Ainsi, la valeur liquidative de l'unité de compte pourra être simulée de proche en proche à partir de la formule ci-dessous :

$$\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N} = \text{Valeur Liquidative}_{31/12/N-1} \times e^{\sigma N(0,1) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)}$$

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

L'unité de compte choisie dans notre solution de rente en unités de compte est le fonds SwissLife Funds (LUX) Prudent R. Ce fonds est géré par la société de gestion du groupe SwissLife Asset Managers avec :

- Un rendement cible continu de 3% (correspond au terme μ dans l'équation de Black & Scholes)
- Une volatilité cible de 4,77% (correspond au terme σ dans l'équation de Black & Scholes)

Ci-dessous 4 exemples de simulations d'évolution de la valeur liquidative de cette unité de compte faites sous Excel à partir d'une base 100 :

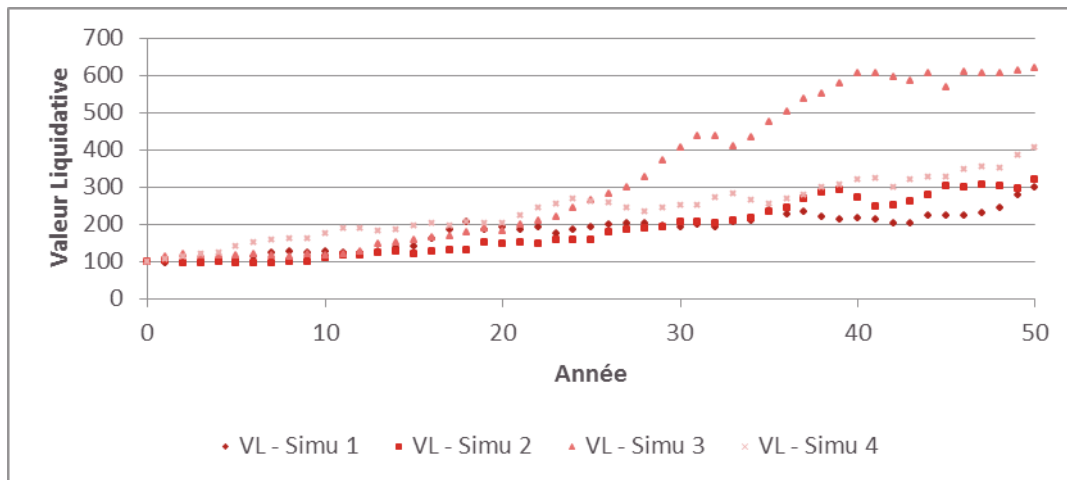


Figure 15 : Exemples de simulations d'évolution de la valeur liquidative

Et ci-dessous les évolutions de valeurs de la rente simple (sans aucune option) correspondant en supposant une rente initiale de 1000€/an :

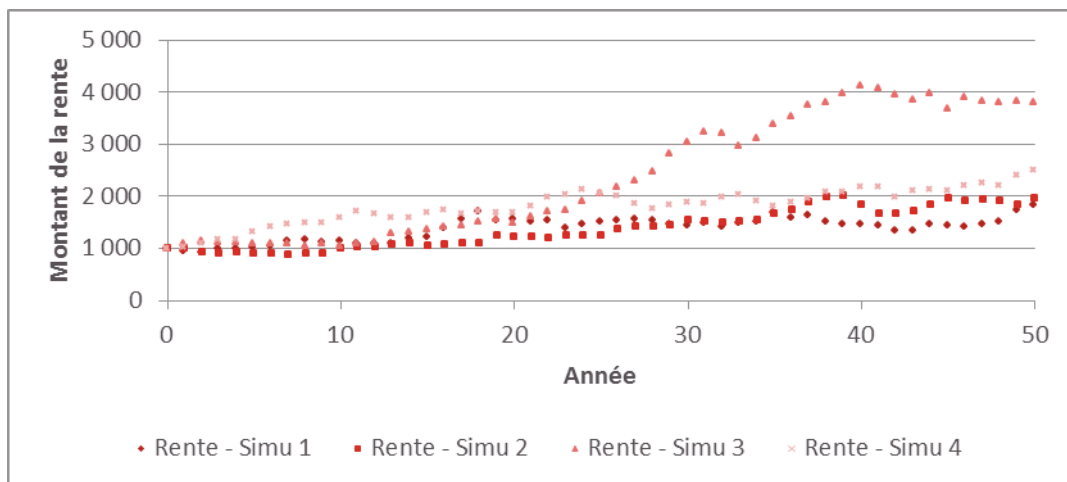


Figure 16 : Exemples de simulations d'évolution de rente en unités de compte

La rente en unités de compte croît évidemment moins vite que la valeur liquidative (par exemple, rapport de 1 à 6 au bout de 50 ans pour la valeur liquidative dans la simulation 3 contre un rapport de 1 à 4 pour la rente) car les frais de gestion annuels de 0,96% viennent diminuer le nombre de parts d'une année sur l'autre (au bout de 50 ans, le nombre de parts de rente aura diminué de $38\% = 1 - [1 - 0,96\%]^{50}$).

Dans la formule de l'évolution de la valeur liquidative qui découle du modèle de Black & Scholes, le terme en exponentielle de loi normale, permet à la valeur liquidative de l'unité de compte, et donc à la rente en unités de compte, d'atteindre à tout moment, une infinité de valeur entre 0 et l'infini. La rente en unités de compte choisie par l'assuré pourra donc prendre en théorie une infinité de valeur entre 0 et l'infini. Pour permettre à l'assuré d'avoir une meilleure compréhension du risque pris en choisissant une rente en unités de compte, nous calculons dans les deux parties suivantes la rente moyenne espérée et construisons un intervalle de confiance à 95% du montant de la rente sur la durée.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

d) Estimation de la rente espérée

On souhaite calculer l'espérance de la valeur liquidative à une date t .

En repartant de la formule de l'actif risqué du modèle de Black & Scholes, on a :

$$E[Valeur Liquidative_t] = Valeur Liquidative_0 \times e^{\mu t} \times E\left[e^{\sigma W_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t}\right]$$

Or si on choisit F filtration naturelle du mouvement brownien (W_t) et $s < t$:

$$E\left[e^{\sigma W_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t} | F_s\right] = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 t} \times E\left[e^{\sigma(W_t - W_s)} e^{\sigma W_s} | F_s\right] = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 t} \times e^{\sigma W_s} \times E\left[e^{\sigma(W_t - W_s)}\right]$$

Et comme W_t est un mouvement brownien, on a : $W_t - W_s \sim N(0, t - s)$ et la transformée de Laplace de la Gaussienne donne $E\left[e^{\sigma(W_t - W_s)}\right] = e^{\frac{1}{2}\sigma^2(t-s)}$

D'où $E\left[e^{\sigma W_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t} | F_s\right] = e^{\sigma W_s - \frac{1}{2}\sigma^2 s} \Rightarrow e^{\sigma W_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t}$ est une martingale $\Rightarrow E\left[e^{\sigma W_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t}\right] = 1$

On trouve donc $E[Valeur Liquidative_t] = Valeur Liquidative_0 \times e^{\mu t}$ (résultat logique car le terme μ représente la tendance de l'actif risqué dans le modèle de Black & Scholes).

Ainsi, pour l'unité de compte SwissLife Funds (LUX) Prudent R (avec rendement cible de 3%) retenue pour notre solution de rente en unités de compte, on obtient comme valeur liquidative espérée à partir d'une base 100 :

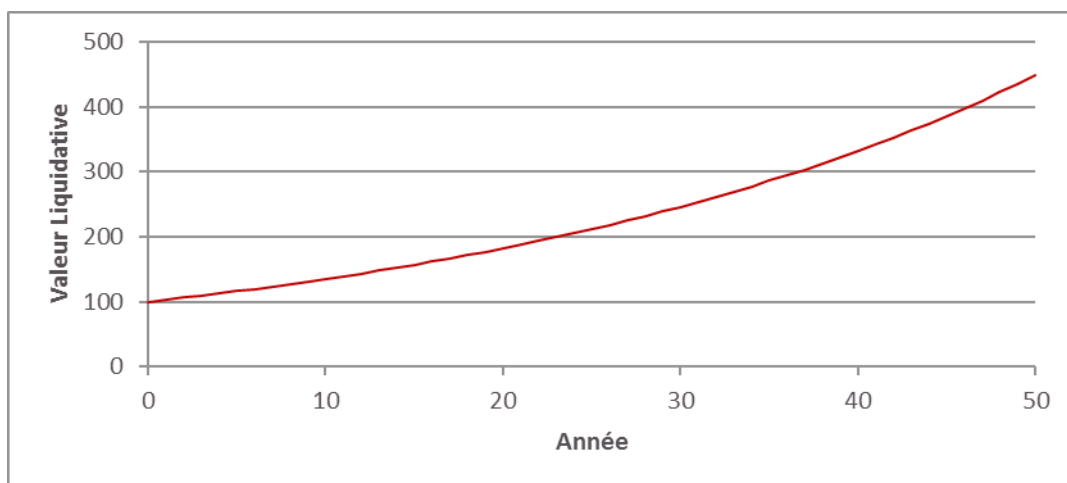


Figure 17 : Espérance de la valeur liquidative

Et ci-dessous l'évolution de l'espérance de la valeur de la rente simple (sans aucune option) en supposant une rente initiale de 1000€/an :

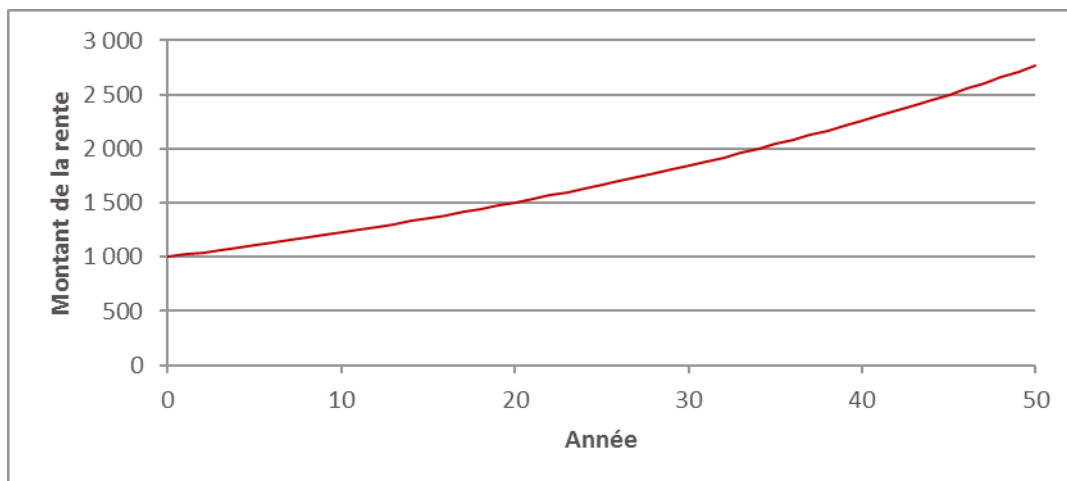


Figure 18 : Espérance de la rente en unités de compte

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

e) Estimation d'un intervalle de confiance à 95%

On souhaite déterminer un intervalle de confiance à 95% de la valeur liquidative à une date t . En repartant de la formule de l'actif risqué du modèle de Black & Scholes, on a :

$$\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N} = \text{Valeur Liquidative}_0 \times e^{\sigma N(0,N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)N}$$

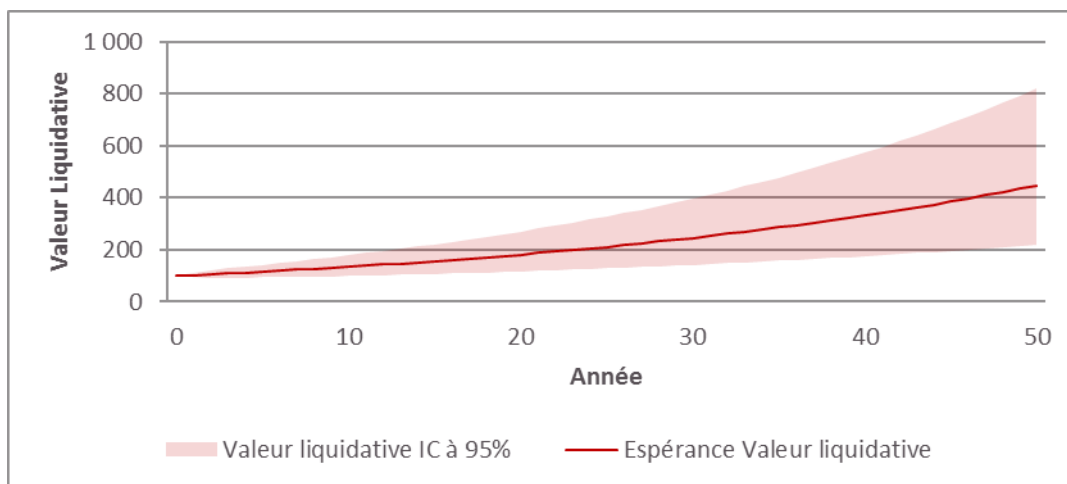
$$\text{Valeur Liquidative}_{31/12/N} = \text{Valeur Liquidative}_0 \times e^{\sigma\sqrt{N}N(0,1) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)N}$$

Comme $P[-1,96 \leq N(0,1) \leq 1,96] = 95\%$

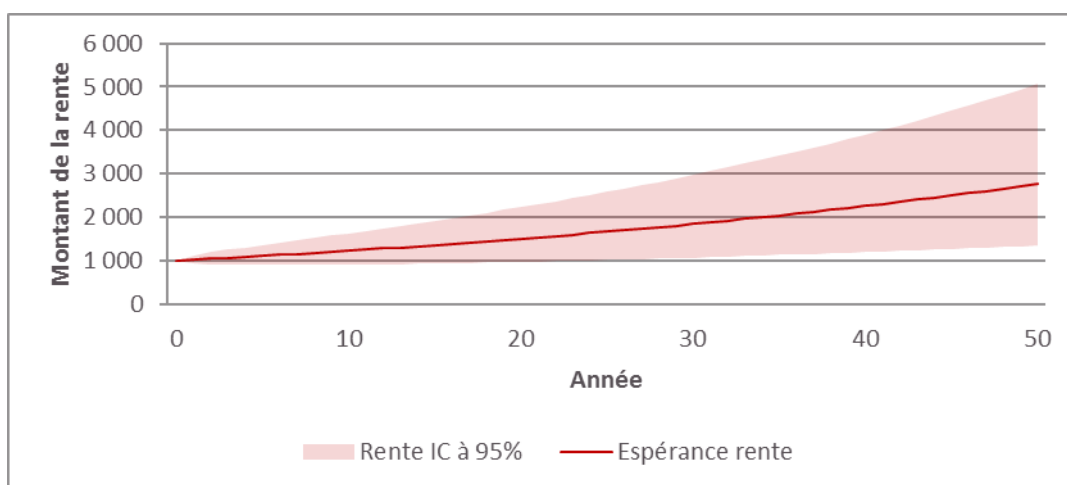
$$\Leftrightarrow \text{Au } 31/12/N : IC_{95\%} = \left[-1,96 \times \sigma\sqrt{N} + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \times N ; 1,96 \times \sigma\sqrt{N} + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \times N \right]$$

$$IC_{95\%} = \left[\text{Valeur Liquidative}_0 \times e^{-1,96 \times \sigma\sqrt{N} + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)N} ; \text{Valeur Liquidative}_0 \times e^{+1,96 \times \sigma\sqrt{N} + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)N} \right]$$

Ainsi, pour l'unité de compte SwissLife Funds (LUX) Prudent R (avec rendement cible de 3% et volatilité de 4,77%) retenue pour notre solution de rente en unités de compte, on obtient comme valeur liquidative espérée et comme intervalle de confiance à 95% à partir d'une base 100 :



Et ci-dessous l'évolution de l'espérance de la valeur de la rente simple (sans aucune option) en supposant une rente initiale de 1000€/an :



II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

Dans la partie suivante, nous combinons les éléments des sections II.3)c), II.3)d), II.3)e), pour réaliser le simulateur de rente en unités de compte et pour restituer la simulation en fonction des options de rente choisies par l'assuré.

f) Rente en unités de compte versus rente en euro - Sensibilité au choix des options

Ci-dessous des simulations de notre solution de rente en unités de compte pour un assuré né en 1952, liquidant en 2017 (donc à 65 ans) avec les conditions techniques en vigueur à l'heure actuelle chez SwissLife (table de mortalité = TGF05 et taux technique = 0%) et avec un encours de 50k€ (correspondant à l'encours moyen des assurés SwissLife au moment de la liquidation) pour différentes options de rente :

- Cas 1 = Rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte :

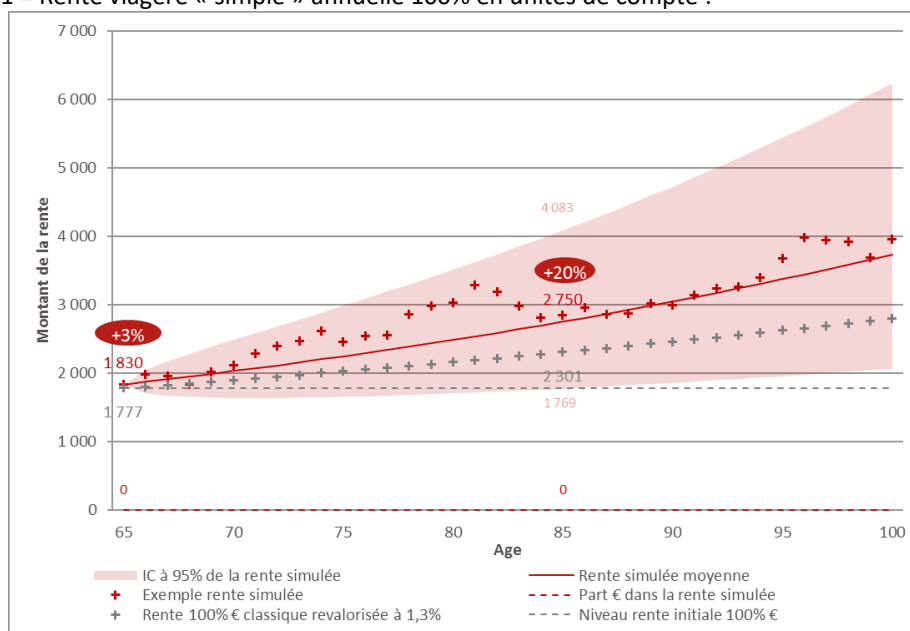
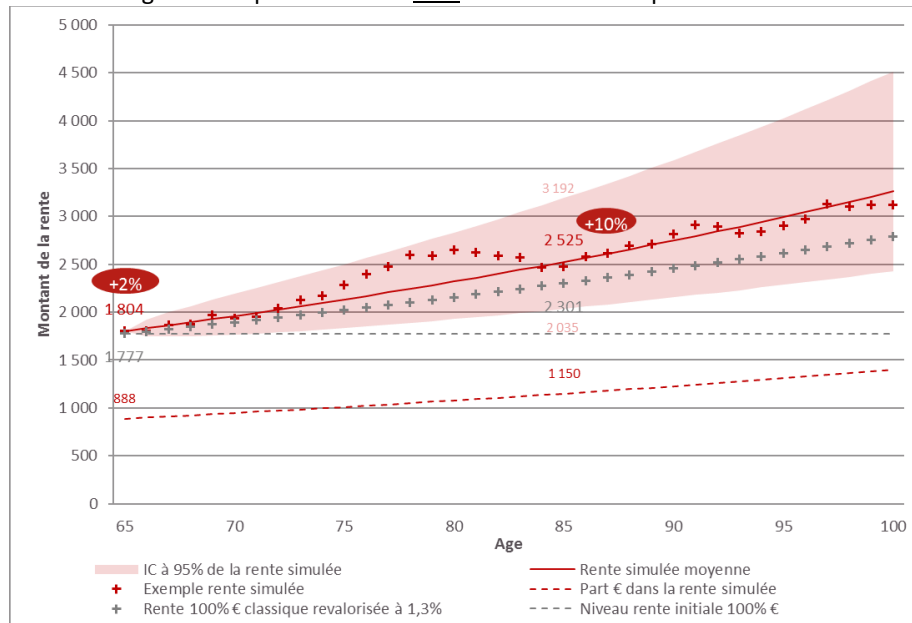


Figure 21 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte

- ⇒ La rente initiale en unités de compte (1830€) est 3% plus élevée que la rente en euro classique (1777€) : cela est dû à l'absence de frais d'arrérages sur la rente en unités de compte versus 3% sur la rente en euro.
- ⇒ La rente en unités de compte est revalorisée en moyenne de 2,0% ($= (1+3\%) \times (1-0,96\%) - 1$) contre une hypothèse de revalorisation long terme de 1,3% pour la rente en euro => dans ces conditions, au bout de 20 ans, la rente en unités de compte sera en moyenne 20% plus élevée que la rente en €.
- ⇒ A 85 ans, la rente en unités de compte a 95% de chance d'être comprise entre 1769€ et 4083€.
- ⇒ Le point bas de l'intervalle de confiance à 95% est à 1633€ à 71 ans.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- Cas 2 = Rente viagère « simple » annuelle **50%** en unités de compte :



- ⇒ Le fait d'intégrer une composante en euro dans notre solution de rente en unités de compte :
- Réduit légèrement le niveau de la rente initiale : 1804€ ici contre 1830€ dans le cas 1 car des frais d'arrérages à 3% sont appliqués à la composante en euro.
 - Réduit la revalorisation moyenne de la rente globale car une composante de la rente est revalorisée à 1,30% (hypothèse long terme des rentes en euro) et ne profite pas du rendement cible sur le support en unités de compte (2% net de frais de gestion)
 - « Comprime » l'intervalle de confiance à 95% autour de la moyenne => la volatilité globale de la rente est réduite. A 85 ans, la rente simulée à 95% de chance d'être comprise entre 2035€ et 3192€ contre 1769€ et 4083€ dans le cas 1.
 - Permet de bénéficier d'une rente minimale « assurée » : même si la valeur liquidative de l'unité de compte tombe à 0€, la composante de la rente en euro n'est pas impactée (888€ à la liquidation dans notre exemple puis 1150€ à 85 ans avec une hypothèse de revalorisation de 1,3%)

- Cas 3 = Rente viagère annuelle 100% en unités de compte **avec indexation négative de -1%**

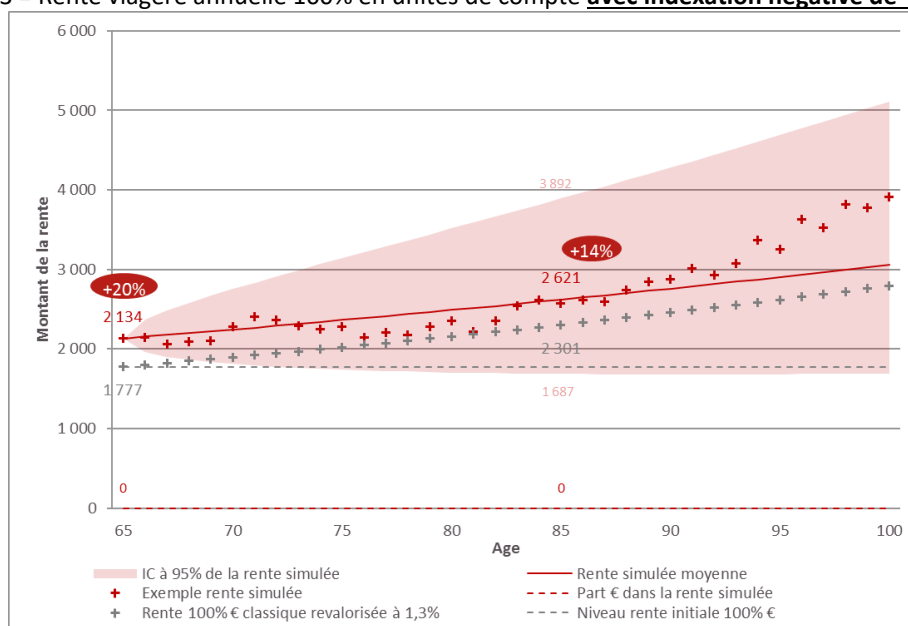


Figure 23 : Simulation rente viagère annuelle 100% en unités de compte **avec indexation négative de -1%**

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- ⇒ Le fait d'intégrer une indexation négative de -1% dans notre solution de rente en unités de compte :
 - Augmente significativement le niveau de la rente initiale : 2134€ ici contre 1830€ dans le cas 1 et contre 1777€ pour une rente en euro « classique » (+20%)
 - Réduit la revalorisation moyenne de la rente : -1% dû à l'indexation versus le cas 1, soit une revalorisation moyenne de 1% inférieure à la revalorisation long terme de la rente en euro retenue à 1,3%

- Cas 4 = Rente viagère annuelle 100% en unités de compte **avec indexation négative de -0,5%**

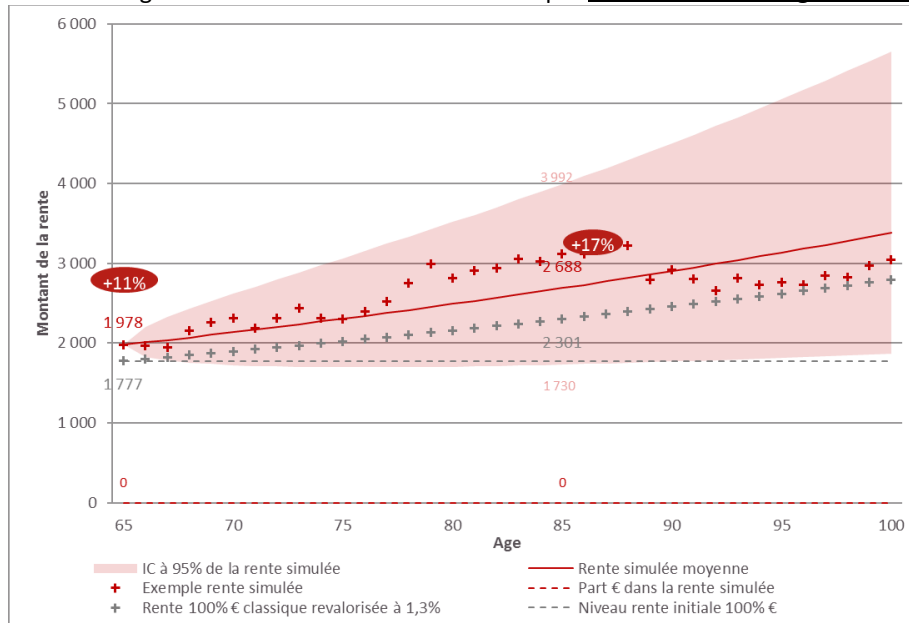


Figure 24 : Simulation rente viagère annuelle 100% en unités de compte **avec indexation négative de -0,5%**

- ⇒ Le fait d'intégrer une indexation négative de -0,5% dans notre solution de rente en unités de compte paraît un bon compromis entre :
 - Un niveau de rente initiale 11% plus élevé que la rente en euro « classique »
 - Un niveau de revalorisation satisfaisant à 1,50%
- ⇒ **C'est cette solution 100% en unités de compte qui sera mise en avant en alternative à la rente en euro « classique » dans les projets d'avant-vente et dans les courriers de liquidation.**

- Cas 5 = Rente viagère annuelle **50%** en unités de compte **avec indexation négative de -0,5%**

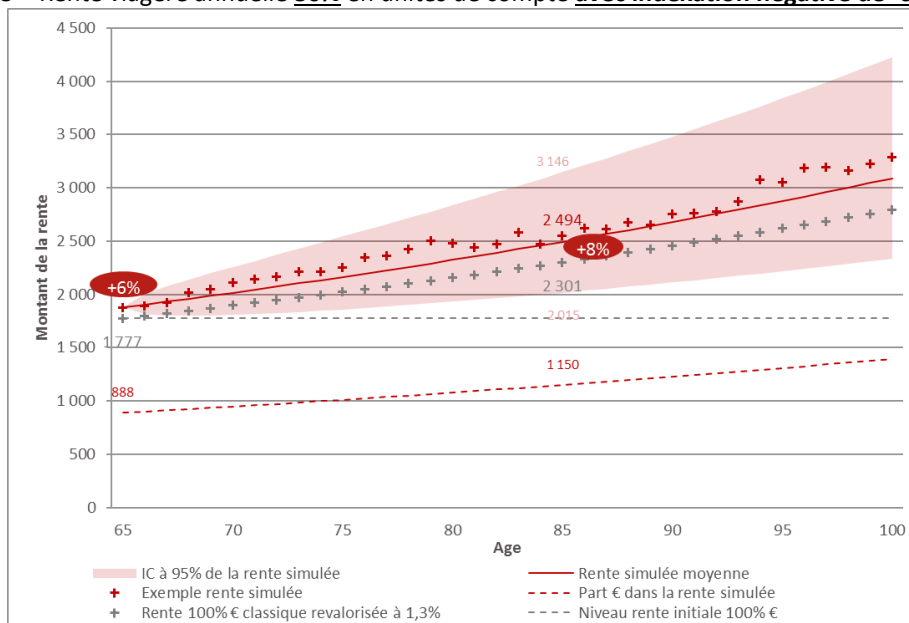


Figure 25 : Simulation rente viagère annuelle **50%** en unités de compte **avec indexation négative de -0,5%**

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- ⇒ Cette solution paraît également un bon compromis :
 - Un niveau de rente initiale 6% plus élevé que la rente en euro « classique »
 - Un niveau de revalorisation satisfaisant à 1,50%
 - « Compresse » l'intervalle de confiance à 95% autour de la moyenne => la rente simulée a plus de 95% de chance de rester, tout au long de sa durée, supérieure au niveau initial de la rente en euro « classique »
 - Permet de bénéficier d'une rente minimale « assurée » : même si la valeur liquidative de l'unité de compte tombe à 0€, la composante de la rente en euro n'est pas impactée.
- ⇒ **Cette solution mixte pourrait également être mise en avant en alternative à la rente en euro « classique » dans les projets d'avant-vente et dans les courriers de liquidation.**
- Cas 6 = Rente viagère annuelle **100%** en unités de compte **avec indexation négative de -0,5% versus rente en euro avec un taux technique de 1%**

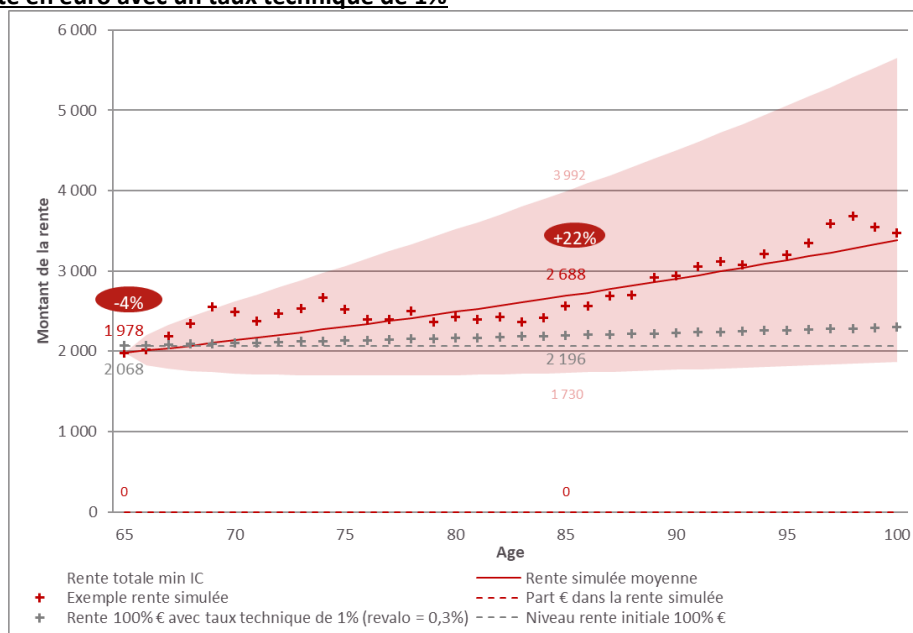


Figure 26 : Simulation rente viagère annuelle 100% en unités de compte avec indexation négative de -0,5% versus rente en euro avec un taux technique de 1%

- ⇒ Même face à une rente en euro avec un taux technique de 1%, notre solution de rente en unités de compte avec indexation négative paraît une bonne alternative avec une rente initiale 4% plus faible mais une revalorisation moyenne de 1,50% contre une hypothèse de revalorisation long terme de 1,3% pour la rente en euro.

Remarque : les options de réversion et d'annuités garanties, très massivement souscrites, pourront également être souscrites sur notre solution de rente en unités de compte. Les conclusions des analyses réalisées ci-dessus restent inchangées avec ces options, le niveau des rentes initiales sera juste plus bas avec que sans ces options.

g) Rente en unités de compte versus rente en euro - Sensibilité au choix de l'unité de compte et au niveau de frais

Nous avons expliqué plus haut, le choix du support de la rente en unités de compte et le niveau des frais de gestion. Cependant nous analysons dans cette partie, grâce au simulateur construit, l'impact de ces 2 choix sur notre solution de rente en unités de compte, d'un point de vue assuré :

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- Cas 7 = Rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte mais avec le support SwissLife Funds (LUX) Harmony EUR R à la place du support retenu pour notre solution (SwissLife Funds (LUX) Prudent EUR R) :

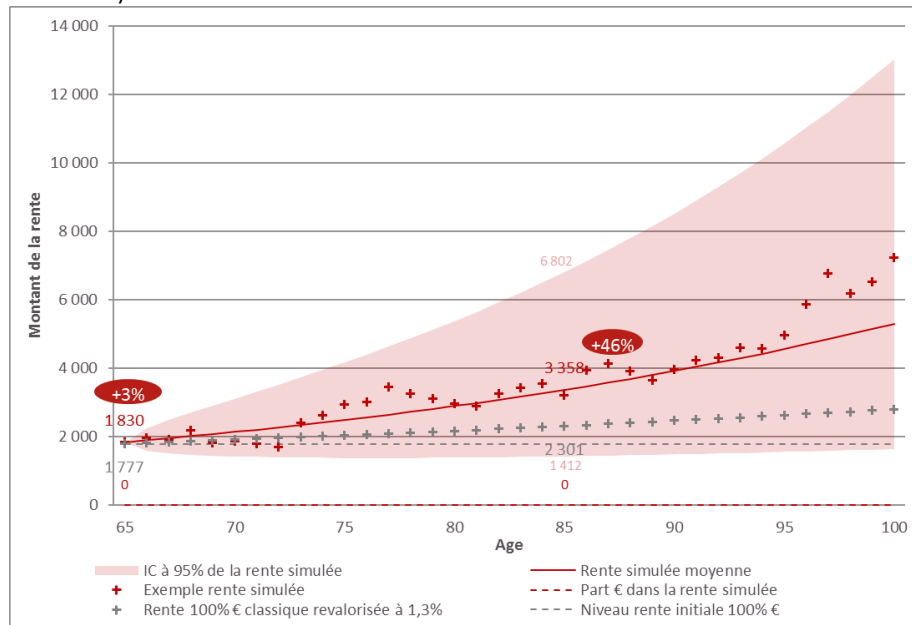


Figure 27 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte mais avec le support SwissLife Funds (LUX) Harmony EUR R

- ⇒ SwissLife Funds (LUX) Harmony EUR R est le 2ème choix de support qui est ressorti de l'enquête réalisée auprès de notre réseau de distribution. C'est également un fonds « maison » mais plus risqué que le support retenu (rendement cible = 4% et volatilité cible = 8,97%). Et pour rappel, ce support à un niveau de rétrocession de 1% contre 0,8% pour le support retenu donc, toutes choses égales par ailleurs, la rentabilité assureur est meilleure avec ce support.
- ⇒ La rente en unités de compte est revalorisée en moyenne de 3,0% ($= (1+4\%) \times (1-0,96\%) - 1$) contre 2% avec le support retenu mais l'intervalle de confiance est beaucoup plus large :
 - Le point bas de l'intervalle de confiance à 95% est à 1365€ à 76 ans
 - La borne basse est systématiquement inférieure à la rente initiale sur toute la durée de la rente
 - Pour un niveau d'aversion au risque donné, l'assuré diminuera la part en unités de compte avec ce support versus avec le support retenu avec un effet négatif sur la rentabilité assureur et sur la solvabilité. Par exemple, pour obtenir un point bas de l'intervalle de confiance à 95% proche de notre solution de rente 100% en unités de compte, il faut une part en unités de compte de 52% avec ce nouveau support, soit un taux de rétrocession moyen à la liquidation de $52\% \times 1\% = 0,52\% \ll 0,8\%$ correspondant au taux de rétrocession du support retenu dans notre solution.

II. Construction d'une solution de rente en Unités de compte

- Cas 8 = Rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte mais sans aucun frais de gestion contre 0,96%/an dans notre solution :

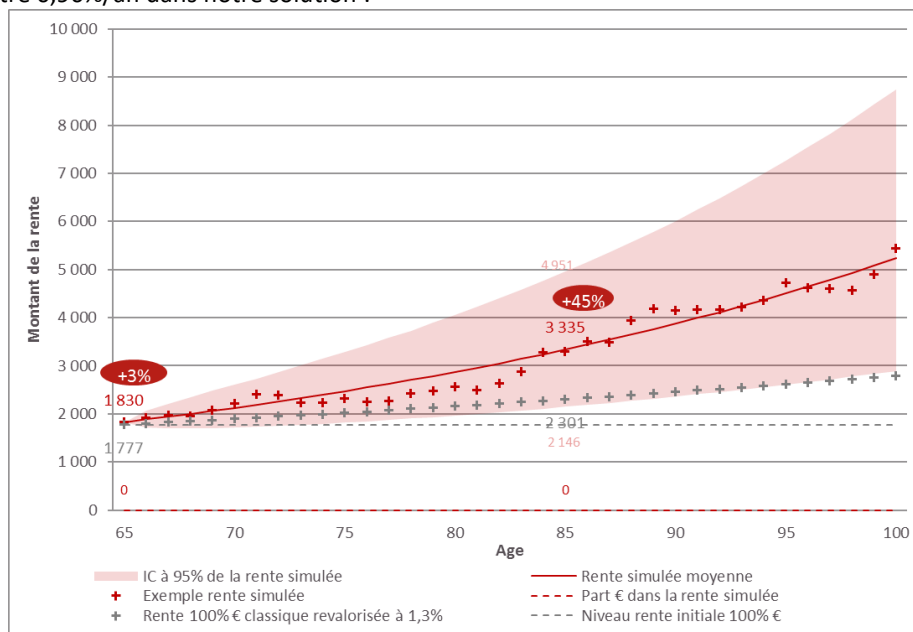


Figure 28 : Simulation rente viagère « simple » annuelle 100% en unités de compte sans aucun frais de gestion

- ⇒ Evidemment, sans aucun frais, la vision Assuré est bien meilleure avec une revalorisation moyenne de 3,0% contre 2% avec le support retenu pour un intervalle de confiance équivalent.
- ⇒ Cependant, nous voulons garder une marge de manœuvre suffisante pour pouvoir commissioner fortement le réseau de distribution sur notre solution et comme nous l'avons vu plus haut, même avec des frais de gestion à 0,96%, notre solution de rente en unités de compte reste une alternative intéressante par rapport à la rente en euro « classique ».

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Dans ce dernier chapitre, nous analysons l'impact de notre solution de rente en unités de compte pour l'assureur en termes de rentabilité et solvabilité.

Dans la partie 1, nous vérifions que, contrairement à une rente en euro « classique », notre solution de rente en unités de compte n'intègre pas de coût d'options et garanties.

Puis dans la partie 2, nous analysons l'impact qu'aurait l'intégration de garanties financières complémentaires (cliquet et plancher) sur la rentabilité.

Dans la partie 3, nous comparons la rentabilité assureur de notre solution de rente en unités de compte, sous plusieurs hypothèses de commissionnement du réseau, à la rentabilité de la rente en euro actuellement commercialisée.

Puis dans la partie 4, nous démontrons que notre solution est également efficace en solvabilité 2 via l'utilisation du scénario équivalent.

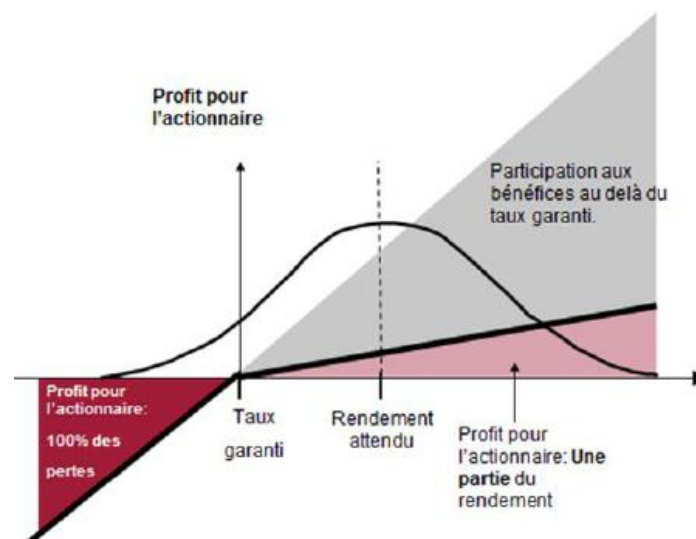
Et enfin, dans la partie 5, nous analysons la sensibilité de l'intérêt assuré/assureur/apporteur au tarif et au choix du support en unités de compte.

1) Coût des options et garanties de notre solution de rente en unités de compte

Dans ce paragraphe, nous voulons vérifier l'absence de coût d'options et garanties sur notre solution de rente en unités de compte.

En effet, de manière intuitive :

- Il y a clairement un coût des options et garanties sur le fonds en euro lié à l'asymétrie dans le partage de la valeur entre l'assureur et l'assuré suivant les conditions économiques :



=> Si on considère que la courbe de forme gaussienne représente la loi de distribution des différents scénarii économiques, on comprend que la moyenne des profits pour l'assureur sur l'ensemble des scénarii projetés va être inférieure à la valeur sur le scénario moyen, du fait de la non-linéarité du profit pour l'actionnaire selon le taux de rendement de l'actif. Cet écart est appelé TVOG (Time Value of Options and Guarantees) et mesure le coût des options et garanties.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Sur les unités de compte en phase de constitution :
 - En l'absence de garantie financière, l'intégralité du risque financier étant porté par l'assuré, il n'existe pas une telle dissymétrie sur les profits de l'assureur. L'évolution des marchés financiers aura un impact sur la valorisation des unités de compte et donc sur l'assiette de la rémunération sur encours mais sans forte dissymétrie comme on peut le constater sur le fonds en euro.
 - Avec des garanties financières (de type cliquet ou plancher), une dissymétrie peut être introduite et donc une TVOG peut exister.
- Sur notre solution de rente en unités de compte :
 - En l'absence de garantie financière, le risque financier est intégralement porté par l'assuré mais le risque de mortalité reste, comme pour une rente en euro « classique » porté par l'assureur. Par contre, contrairement à une rente en euro « classique », le résultat technique va dépendre de la valeur liquidative du support de notre solution de rente en unités de compte au moment où ce résultat est constaté => la rente en unités de compte introduit une forte corrélation entre l'aléa de mortalité et l'aléa financier avec des effets « croisés » sur le résultat technique. Même si intuitivement cette corrélation entre aléa de mortalité et financier n'induit pas de dissymétrie dans les profits assureurs nous nous en assurons dans la section c) de cette partie.
 - Avec l'introduction de garanties financières, de type cliquet et plancher, sur le montant de la rente, une dissymétrie est introduite et génère, comme on le démontre dans la partie 2) de ce chapitre, un coût des options et garanties significatif.

Pour calculer le coût des options et garantie, nous avons :

- Utilisé, pour la modélisation de l'aléa financier, l'ESG (Economic Scenario Generator) Groupe utilisé pour tous les calculs stochastiques de SwissLife France en environnement risque neutre à fin 2017 : Market Consistent Embedded Value (MCEV), Value of New Business (VNB), Best Estimate of Liabilities (BEL) => 2000 scénarii avec une durée de projection de 40 ans.
- Construit un modèle de Lee Carter pour la modélisation de l'aléa de mortalité : voir paragraphe b)
- Calculé la valeur actuelle nette probable des résultats futurs hors frais fixes pour 2000 scénarii puis comparé la valeur de la moyenne de ces 2000 scénarii à la valeur résultant du scénario économique moyen associé au scénario de mortalité moyen.

a) Modélisation de l'aléa financier via l'ESG (Economic Scenario Generator) groupe

i) Préambule

La projection sur le long-terme de l'évolution des valeurs de marché des actifs financiers et des variables économiques sous-jacentes, représente un enjeu déterminant dans la gestion actif-passif (ALM) d'une société d'assurance, en particulier celle détenant des engagements longs (type produits de retraite). Elle constitue une étape importante pour l'évaluation de la rentabilité d'un nouveau produit avant sa commercialisation mais aussi pour l'évaluation des provisions des options financières sur les contrats d'épargne dans le cadre de Solvabilité 2 ou SST (Swiss Solvency Test, référentiel suisse utilisé par SwissLife pour les besoins Groupe).

Dans cette perspective, un ESG (Economic Scenario Generator) s'avère un outil efficace de simulation stochastique de grandeurs économiques/ financières dans le temps et permettant ainsi l'évaluation des rendements des actifs (actions, obligations, immobilier...) et la valorisation des passifs (en particulier les provisions techniques). Il permet également à l'entreprise d'avoir un outil de décision et d'anticipation sur le choix des paramètres techniques tels que le taux d'intérêt garanti et la marge financière de l'assureur.

Initialement basés sur des méthodes déterministes, les ESG reposent aujourd'hui sur des modélisations stochastiques grâce aux développements des méthodes de simulations mais aussi des performances informatiques.

La majorité des modèles stochastiques de base sont similaires dans des environnements risque-neutre et risque réel. Cela permet la cohérence entre les différents scénarios élaborés. Aussi, dans la plupart des modèles, les

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

paramètres des modèles risque-neutre et risque réel diffèrent seulement par rapport aux données de calibration. Une exception reste le modèle de taux LMM+ (Libor Market Model) pour lequel il n'y a pas de calibration possible avec des données réelles.

La valorisation « risque-neutre » facilite le calcul du prix des actifs (les théories modernes de pricing des options reposent sur l'hypothèse risque-neutre) et sont ainsi utilisées pour la valorisation des actifs et passifs sous Prophet. Techniquement, la différence entre risque-neutre et risque réel peut être décrite comme une transformation de mesure de la probabilité historique P à la probabilité risque-neutre Q .

Sous la probabilité risque-neutre, les investisseurs sont considérés comme averse au risque. Ils espèrent un rendement égal au taux sans risque et l'absence de primes de risque. La projection sous la probabilité risque-neutre sous-tend que la valeur actualisée du processus de flux est une martingale et ont un drift égal au taux sans risque. Ainsi, les processus de prix de tous les actifs (actions, obligations...) évoluent, en moyenne, au taux sans risque.

Les modèles risque-neutre sont calibrés de manière « market consistent » i.e. sur la base de la volatilité implicite au lieu de la volatilité historique.

Tous les modèles ESG supposent l'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA).

ii) Modèles utilisés sous Prophet

A. Simulations de Monte-Carlo

La méthode de Monte Carlo permet de résoudre certains problèmes mathématiques (calcul de valeurs numériques en utilisant des processus aléatoires) dans le but de modéliser les fluctuations du prix d'un sous-jacent. La méthode est basée sur un modèle de simulation de base pour l'évolution des actifs dans le futur. Dans notre cas, les simulations effectuées permettent de modéliser une action et ainsi d'obtenir la distribution du cours de cette action dans le temps. Il sera ainsi possible d'évaluer la provision mathématique du support et le rendement financier à chaque fin d'année. Etant donné que la méthode de Monte Carlo fait usage de la discrétisation d'équations différentielles stochastiques, la simulation d'un grand nombre de trajectoires permettra l'estimation notamment du coût des options et garanties de notre solution de rentes en UC.

Le processus de simulations par la méthode de Monte Carlo peut être divisé en plusieurs étapes :

- Construction du modèle analytique ;
- Détermination de la variabilité des paramètres utilisés ;
- Simulation d'un grand nombre de scénarii ;
- Calcul de la moyenne arithmétique.

B. Modèle de taux

Sous Prophet et l'hypothèse risque-neutre, les taux sans risque (zéro-coupons ou ZC) sont modélisés grâce au Libor Market Model (LMM) à 2 facteurs et avec une volatilité stochastique. Il permet de déduire le comportement des ZC en modélisant l'évolution de l'ensemble des taux forward et ainsi déduire la courbe des taux spot.

Le LMM+ suppose que la dynamique des taux Libor forward déplacés d'un facteur de déplacement constant est log-normale. Il a donc la possibilité de générer des taux forward négatifs (et donc des taux spot) bornés par l'opposé du facteur de déplacement.

Soit $ZC(t,T)$ l'obligation zéro-coupon de maturité $T > t$ et de valeur nominale 1. On introduit aussi $f_j(t)$ la valeur à l'instant t du taux forward sur la période $[T_j, T_{j+1}]$. La relation entre taux forward et obligation zéro-coupon s'écrit :

$$f_j(t) = \frac{1}{T_{j+1} - T_j} \times \left(\frac{ZC(t, T_j)}{ZC(t, T_{j+1})} - 1 \right)$$

Le LMM+ projette ainsi les taux forward f_j via l'équation différentielle stochastique suivante :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

$$\frac{df_j(t)}{f_j(t) + \delta} = \mu_j(t)dt + \zeta_j(t) \cdot dZ_t$$

Où :

- $\mu_j(t)$: le drift sous l'hypothèse d'AOA
- δ : facteur de déplacement
- Z_t : mouvement brownien
- $\zeta_j(t)$: la volatilité stochastique définie par $\zeta_j(t) = \sqrt{V(t)} \cdot \gamma_j(t)$ avec :
 - ✓ $V(t)$: le taux court modélisé par le processus Cox-Ingersoll-Ross (CIR) sous la forme :

$$dV(t) = \kappa(\theta - V(t))dt + \sigma\sqrt{V(t)}dW_t$$

Avec :

κ : vitesse de convergence vers la moyenne

θ : moyenne du taux sur le long terme

σ : volatilité du processus

W_t : mouvement brownien

- ✓ $\gamma_j(t)$: facteur déterministe dépendant de la durée jusqu'à l'échéance i.e. $\gamma_j(t) = \gamma_{j-m(t)}$ où $m(t)$ est le plus petit entier tel que : $T_{m(t)} \geq t$
- La corrélation entre les 2 mouvements browniens est donnée par :

$$\sigma_j(t)dt = \mathbb{E}\left[\left(\frac{\gamma_j(t)}{\|\gamma_j(t)\|} \cdot dZ_t\right) dW_t\right]$$

C. Modèles actions et dividendes

Pour la simulation d'évolution de la valeur liquidation de notre solution de rente en unités de compte, nous avons pris comme raccourci que celle-ci se comporterait comme le prix d'une action. Il s'agit d'une hypothèse prudente dans le mesure ou le support retenu (SwissLife Funds Prudent R) n'est investi qu'autour de 30% en actions.

• **Cours des actions**

Pour projeter le cours des actions, Prophet s'appuie sur l'équation classique de diffusion stochastique du cours d'une action (déjà rappelé ci-dessus). En temps continu, la rentabilité à une date future suit une loi normale de paramètres μ et σ constants :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Où :

- μ : le drift, rendement instantané du titre
- σ : volatilité instantanée du titre
- W_t : mouvement brownien

Avec le lemme d'Itô, l'équation donnant le cours de l'action à l'instant t est :

$$S_t = S_0 \exp\left(\sigma W_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right)$$

L'équation de diffusion est discrétisée en retenant le pas $\Delta t = 1$. Le cours de l'action est ainsi simulé annuellement.

L'équation stochastique utilisée est la suivante :

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp\left(\sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t\right)$$

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Où $\varepsilon_t \sim N(0,1)$

Le modèle de Black & Scholes retenu ici, suppose que le taux d'intérêt μ est constant. Cette hypothèse n'est pas réaliste dans la mesure où les taux d'intérêt évoluent en continu. Il faut donc inclure les variations des taux suivant le modèle décrit précédemment. Aussi il est nécessaire d'introduire un coefficient de corrélation entre les actions et les taux ZC (entre les mouvements browniens respectifs des 2 modèles).

- **Dividendes**

Sous Prophet, il est possible d'introduire une hypothèse de versement de dividende. Les dividendes sont supposés être versés en temps continu et réinvestis dans le même titre (action). Le taux de dividendes Y est supposé suivre un processus log-normal, autorégressif d'ordre 1 de la forme :

$$\ln\left(\frac{Y_{t+\Delta t}}{Y_t}\right) = \alpha \cdot (\mu - \ln(Y_t))\Delta t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t}$$

Où α représente la vitesse de convergence (ou de retour) vers la moyenne

Les mouvements du taux de dividendes sont étroitement liés aux rendements de l'action. Les mouvements de prix de l'action sont nettement plus volatiles que le paiement des dividendes. De ce fait, il existe une forte corrélation négative entre les mouvements du taux de dividendes et des prix de l'action.

Le paramètre α traduit le fait que le prix de l'action réagit plus fort aux nouvelles informations du marché. Une chute de prix de l'action liée à un environnement économique défavorable augmente tout d'abord le taux de dividendes. En effet, il y a normalement un temps avant l'ajustement de la politique de versement des dividendes aux nouvelles conditions économiques. En outre, dans le monde « réel », les dividendes ne sont pas payés en temps continu mais plutôt trimestriellement ou annuellement. Sur la durée, le paiement des dividendes est réajusté (i.e. à la baisse dans le cas de conditions économiques défavorables) ce qui fait tendre les rendements vers la moyenne long-terme. Comme l'incertitude sur le taux de dividendes est essentiellement liée à la volatilité du prix de l'action, le modèle ESG suppose que la volatilité du taux de dividendes est égale à la volatilité du rendement total de l'action.

Les données en sortie de Prophet, l'indice de l'action correspond au rendement total de l'indice de l'action (et non le prix de l'action). La relation reliant le taux de rendement des dividendes et le rendement total de l'action à un instant t est donnée par :

$$S_t = S_{t-1} \cdot \frac{1 + R_t}{1 + Y_t}$$

Où R_t représente le rendement total de l'action.

Ainsi, le dividende payé à un instant t est : $D_t = S_t \cdot Y_t$

iii) Applications numériques

A. Projections taux zéro-coupon

Le modèle de taux décrit précédemment est calibré sur la base de la courbe des taux ZC EIOPA au 31 décembre 2017 y compris Volatility Adjustment. Ci-dessous sont montrées une vingtaine de simulations de la courbe des taux ZC 1 an obtenues grâce à l'outil Prophet :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

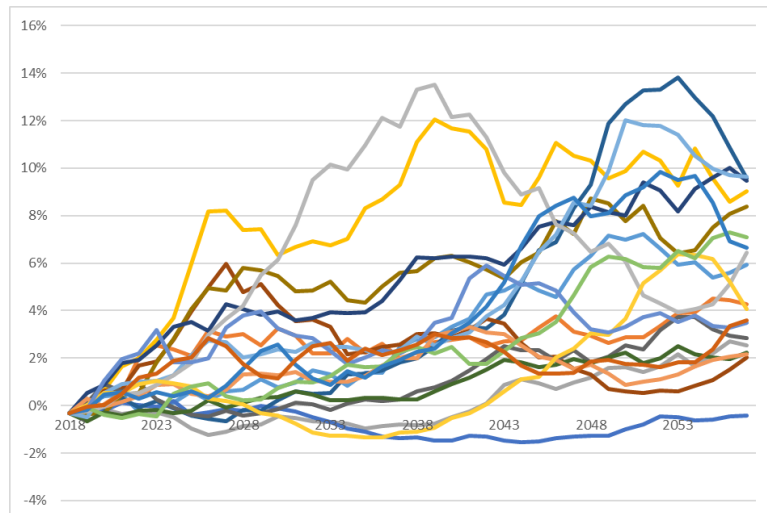


Figure 30 : Simulations de la courbe des taux ZC

Nous observons bien que le modèle projette des taux ZC négatifs sur certaines simulations.

Afin de back-tester le modèle, nous comparons la courbe moyenne de 2000 simulations (convergence vers l'intervalle de confiance à 95%) avec la courbe EIOPA utilisée pour le calibrage. Nous obtenons alors le graphique suivant qui montre que le modèle reproduit assez fidèlement la courbe EIOPA :

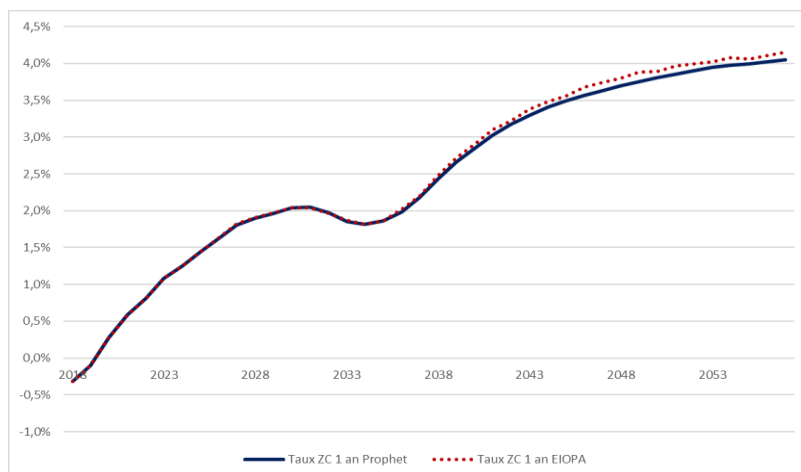


Figure 31 : Comparaison taux ZC 1 an Prophet et EIOPA

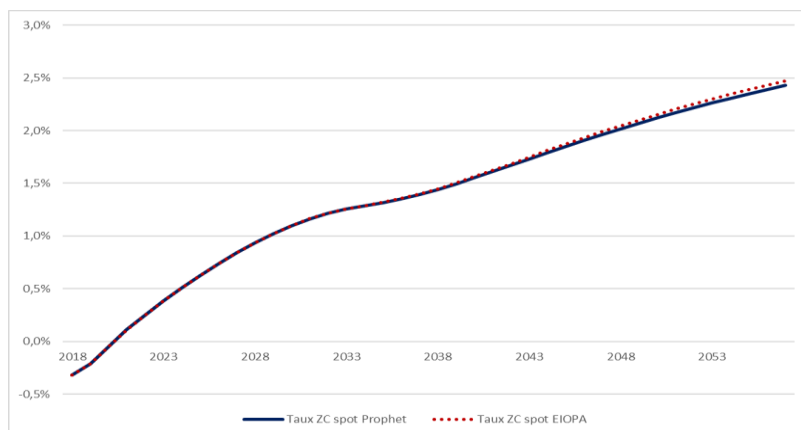


Figure 32 : Comparaison taux ZC spot an Prophet et EIOPA

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

B. Projections indice Action

Nous considérons à $t=0$, une action de nominal 1 versant un dividende de 2,89%. Le modèle de diffusion de l'indice de l'action tenant compte de la valeur à $t=0$, du taux de dividendes et des taux ZC déterminés précédemment donne les exemples de courbes ci-dessous (20 simulations) :

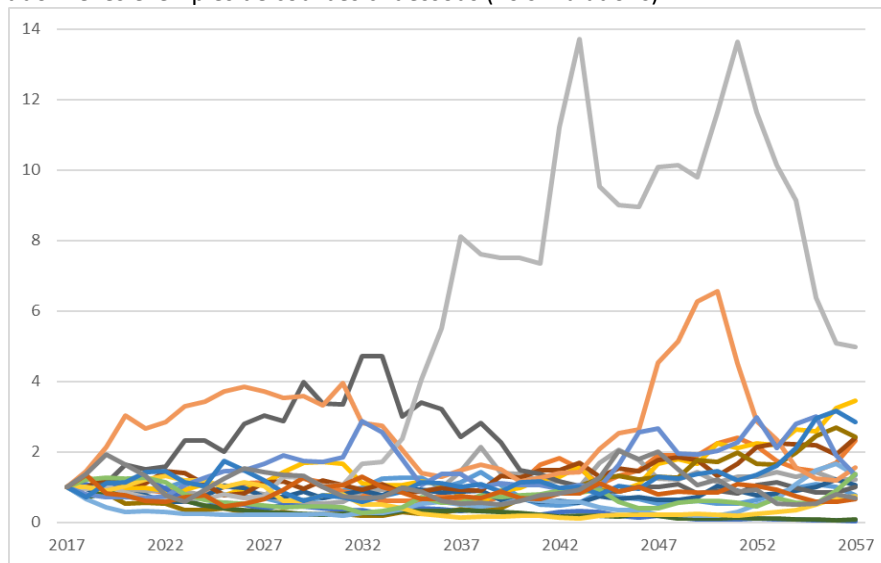


Figure 33 : Simulations de l'évolution de l'indice d'une action

C. Test de martingalité

Afin de s'assurer de la fiabilité du modèle, un test de martingalité est réalisé en comparant les moyennes des indices actualisés à l'indice à l'instant $t=0$ (i.e. 1). Le test retourne les résultats suivants :

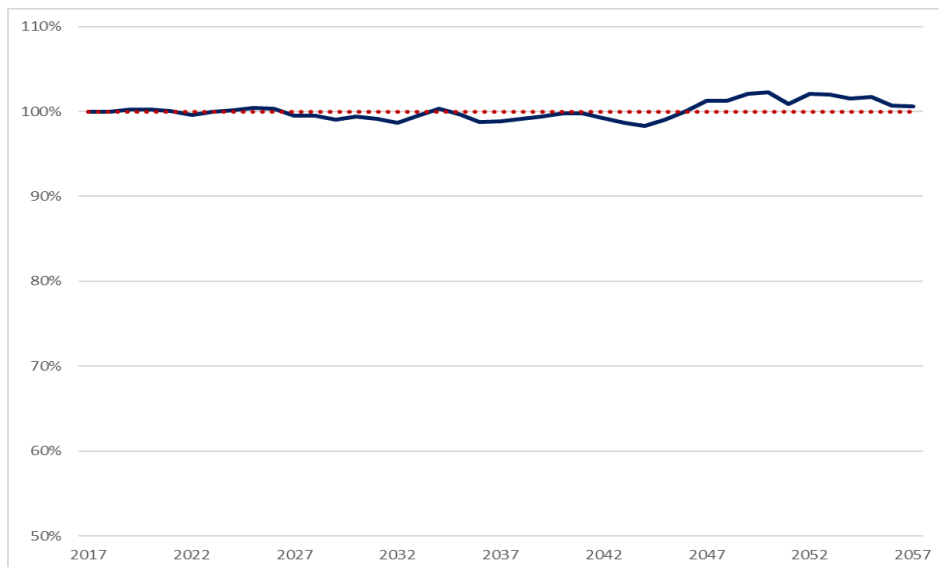


Figure 34 : Test de martingalité sur les moyennes des indices de l'action actualisés

Nous notons que la moyenne des valeurs actualisées de l'indice action oscille autour de la valeur de départ en restant en moyenne dans l'intervalle $[-2\% ; 2\%]$ que nous jugeons non significatif.

Les données issues de Prophet sont ainsi validées et nous retenons les 2000 simulations pour l'estimation du coût des options et garanties.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

b) Modélisation de l'aléa de mortalité via la construction d'un modèle de Lee Carter

i) Présentation du modèle de Lee-Carter et hypothèses

Le modèle proposé par Lee et Carter (1992) est un modèle assez simple qui s'est rapidement imposé comme une référence pour la construction de tables de mortalités prospectives. Ce modèle a fait l'objet de critiques et de propositions d'améliorations qui ne sont pas abordées dans ce mémoire.

Le modèle de Lee-Carter suppose que le logarithme du taux instantané de mortalité se décompose selon deux composantes liées d'une part à l'âge et d'autre part au temps (composante tendancielle). Le modèle s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \times \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$$

Avec :

- $\mu_{x,t}$: taux de mortalité instantané à la date t pour l'âge x. Avec l'hypothèse de constance par morceaux des taux instantanés (hypothèse exponentielle), nous avons :

$$\mu_{x,t} = -\ln(1 - q_{x,t})$$

$$\mu_{x,t} = m_{x,t}$$

- α_x : paramètre spécifique à l'âge qui décrit le comportement moyen des $\ln(\mu_{x,t})$ dans le temps,
- β_x : paramètre spécifique à l'âge qui décrit la sensibilité de la mortalité instantanée par rapport à l'évolution générale (moyenne) de la mortalité, i.e. l'écart des $\ln(\mu_{x,t})$ par rapport à κ_t . Ainsi :

$$\beta_x = \frac{d \ln(\mu_{x,t})}{d \kappa_t}$$

- κ_t : paramètre décrivant l'évolution générale de la mortalité au cours du temps,
- $\varepsilon_{x,t}$: terme d'erreur (résidu) qui reflète les particularités propres à l'âge x ou à la date t qui ne sont pas captées par le modèle.

Ce modèle repose en outre sur 2 principales hypothèses/ contraintes :

- Identifiabilité du modèle sans quoi les paramètres β_x et κ_t admettraient plusieurs solutions :

$$\sum_x \beta_x = 1 \quad \text{et} \quad \sum_t \kappa_t = 0$$

- Homoscédasticité du terme d'erreur $\varepsilon_{x,t}$ (nécessaire à l'estimation par la méthode des moindres carrés (MCO)) : $\varepsilon_{x,t}$ sont des variables aléatoires supposées indépendantes, identiquement distribuées selon une loi normale d'espérance nulle et de variance σ^2 .

Cette hypothèse constitue l'une des principales sources de critique du modèle car la variance des taux de mortalité augmente avec l'âge du fait d'effectifs observés plus restreints aux âges plus élevés.

ii) Estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter

Dans le modèle de Lee-Carter, il n'y a pas de variable explicative exogène (observable). Les trois paramètres décrits ci-dessus sont tous à estimer.

La méthode de résolution utilisée est la méthode des moindres carrés ordinaires dont l'objectif est de minimiser la somme des carrés des résidus. Les paramètres sont alors estimés via le problème d'optimisation suivant :

$$(\hat{\alpha}_x, \hat{\beta}_x, \hat{\kappa}_t) = \underset{\alpha, \beta, \kappa}{\operatorname{argmin}} \sum_{x,t} (\ln(\hat{\mu}_{x,t}) - \alpha_x - \beta_x \times \kappa_t)^2$$

Estimation de α_x :

En dérivant l'équation ci-dessus par α_x et en annulant le terme obtenu, et comme $\sum_t \kappa_t = 0$, nous trouvons :

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{\text{nombre d'année observées}} \times \sum_t \ln(\hat{\mu}_{x,t})$$

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Estimation de β_x et κ_t :

Nous construisons la matrice Z définie par :

$$z_{x,t} = \ln(\hat{\mu}_{x,t}) - \hat{\alpha}_x$$

L'estimation des deux paramètres se fait par la méthode de décomposition en valeur singulière de la matrice Z. On note u_1 et v_1 les vecteurs propres respectivement des matrices $Z^T \times Z$ et $Z \times Z^T$ associés à la plus grande valeur propre λ_1 .

Dans le cas où la valeur propre λ_1 domine largement les autres (i.e. où le taux d'inertie/ pourcentage de variance expliquée donné par $\frac{\lambda_1}{\sum_{i \geq 1} \lambda_i}$ est jugé significatif), nous obtenons les estimations suivantes des paramètres β_x et κ_t :

$$\hat{\beta}_x = \frac{v_1}{\sum_{j \geq 1} v_{1j}} \text{ et } \hat{\kappa}_t = \lambda_1 \times (\sum_{j \geq 1} v_{1j}) \times u_1$$

On vérifie aisément que la contrainte sur β_x est vérifiée.

La contrainte sur $\hat{\kappa}_t$ est vérifiée de par la construction de Z où $\sum_t z_{x,t} = 0$ pour tout x.

Réajustements de la composante temporelle κ_t :

Afin que le modèle reproduise au mieux les décès observés pour chaque année, la méthode de Lee-Carter propose de réajuster le paramètre $\hat{\kappa}_t$ étant donnés les $\hat{\alpha}_x$ et $\hat{\beta}_x$ précédemment estimés.

Le nouvel estimateur de $\hat{\kappa}_t = \bar{\kappa}_t$ doit ainsi vérifier l'égalité suivante pour tout t :

$$\sum_x D_{x,t} = \sum_x E_{x,t} \times \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \times \bar{\kappa}_t)$$

La résolution de cette équation peut être réalisée par la méthode de Newton-Raphson en posant $F(\bar{\kappa}_t) = \sum_x (D_{x,t} - \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \times \bar{\kappa}_t))$. On approche donc la valeur optimale de $\bar{\kappa}_t$ par itérations successives en prenant à chaque itération i :

$$\bar{\kappa}_{i+1} = \bar{\kappa}_i + \frac{F(\bar{\kappa}_i)}{F'(\bar{\kappa}_i)}$$

Avec $\bar{\kappa}_0 = \hat{\kappa}_t$ initialement identifié.

Nous terminons par une transformation de $\hat{\alpha}_x$ et $\bar{\kappa}_t$ pour respecter les contraintes du modèle de Lee-Carter :

$$\hat{\alpha}_x^* = \hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \times \bar{\kappa}_t$$
$$\bar{\kappa}_t^* = \bar{\kappa}_t - \bar{\kappa}_t$$

Avec $\bar{\kappa}_t$ la moyenne des $\bar{\kappa}_t$.

iii) Extrapolation de la composante temporelle

Afin d'extrapoler la mortalité au-delà des périodes ayant servi au calibrage du modèle, nous utilisons un processus ARIMA(p,d,q) en appliquant la méthode de Box et Jenkins sur la série des $\bar{\kappa}_t^*$. Dans cette méthode, les taux futurs ne sont estimés qu'à l'aide des tendances passées ce qui constitue une autre limite aux tables de mortalité ainsi projetées.

La projection de $\bar{\kappa}_t$ selon un processus ARIMA se fait au travers des étapes suivantes :

- 1- Identifier une éventuelle tendance/ saisonnalité de la série
- 2- Différencier la série de manière à rendre les résidus de la série stationnaire => détermination du paramètre d
- 3- Etudier les autocorrélogrammes et autocorrélogrammes partiels afin d'identifier les ordres possibles pour AR(p) et MA(q)
- 4- Evaluer les critères AIC et BIC augmentés et identifier les ordres p et q minimisant ces 2 critères
- 5- Estimation des paramètres du processus (cf. ci-dessous)

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- 6- Analyser les résidus du modèle pour s'assurer que ceux-ci réalisent bien un bruit blanc gaussien (Shapiro-Wilk et Q-Q plot)
- 7- Projeter $\bar{\kappa}_t^*$ tel que :

$$(1 - L)^n \bar{\kappa}_t^* = \sum_{i=0}^p \varphi_i \times \bar{\kappa}_{t-i}^* + \sum_{i=0}^q \theta_i \times \varepsilon_{t-i}$$

Avec :

L : opérateur de retard qui à tout élément d'une série temporelle associe l'observation précédente.
 φ_i et θ_i : paramètres réels du processus ARIMA(p,d,q)
 ε_t : bruit blanc de variance σ^2 et est le paramètre qui confère à la série (et à fortiori la table de mortalité) un caractère stochastique. Pour générer un tel paramètre sous Excel, nous utilisons la fonction LOI.NORMALE.INVERSE.N(ALEA() ; 0 ; σ).

iv) Fermeture de la table : Extrapolation aux grands âges

La solution que nous étudions dans le cadre de ce mémoire étant une option viagère, il est important voire nécessaire d'accorder une attention particulière aux âges extrêmes. Les données que nous utilisons par la suite s'arrêtent à 110 ans et il serait intéressant de pouvoir prolonger les tables au-delà de cet âge pour mieux apprécier le risque de longévité lors des calculs de rentabilité et de solvabilité.

Plusieurs méthodes d'extrapolation ont été proposées (Coale et Kisker, Kannisto, Denuit-Goderniaux). Nous utiliserons par la suite la méthode de Denuit-Goderniaux qui est largement utilisée dans la littérature sur le sujet (prouvée empiriquement plus efficace et plus précise) en lui apportant toutefois quelques ajustements.

Cette méthode s'applique initialement aux probabilités de décès bruts en proposant une forme polynomiale d'ordre 2 pour ajuster les logarithmes des taux de mortalité :

$$\ln(\hat{q}_x) = a + bx + cx^2 + \varepsilon_x$$

Où ε_x est un bruit blanc gaussien.

En outre, deux contraintes viennent compléter cette relation pour assurer une convergence du taux de mortalité vers 1 à l'âge maximal défini et donner aux courbes de mortalité aux âges élevés un aspect concave avec une tangente horizontale (pour empêcher une éventuelle décroissance des taux de mortalité aux âges extrêmes). L'âge limite proposé par Denuit-Goderniaux est 130 ans. Le choix de fixer un âge limité à une certaine valeur > 110 ans reste toutefois très subjectif.

Avec ces contraintes, l'équation ci-dessus devient :

$$\ln(\hat{q}_x) = c(130^2 - 260x + x^2) + \varepsilon_x$$

L'équation n'est plus déterminée que par le paramètre c que nous estimerons par la méthode des moindres carrés.

Habituellement, cette méthode est appliquée post-établissement de la table de mortalité via le modèle de Lee-Carter en cherchant à identifier, pour chaque année, l'âge de raccord > 50 ans maximisant le R^2 et à partir duquel les taux de mortalité précédemment identifiés seront remplacés par la formule ci-dessus.

Il convient par la suite d'accorder une attention particulière aux discontinuités qui apparaissent lors du passage à l'âge raccord. Pour lisser cette discontinuité, les valeurs entourant l'âge raccord sont remplacées une moyenne géométrique de 5 ans sur les probabilités de décès.

Par la suite les données brutes que nous exploiterons pour le calibrage du modèle ont déjà fait l'objet d'un lissage aux âges extrêmes (cf. ci-après). Ces données brutes ne présentent donc pas de volatilité particulière à ces âges.

Dans le but de pouvoir disposer d'une projection stochastique jusqu'aux âges élevés et s'abstraire de la difficulté d'identifier un âge raccord pour les différents scénarii projetés (d'autant qu'il est légitime de se dire que pour chaque scénario un âge limite différent peut être envisagé) et comme les données dont nous disposons sont de bonnes qualités, nous décidons d'extrapoler la mortalité aux âges extrêmes directement sur les données brutes. Le modèle de Lee-Carter sera ensuite calibré sur ces données préalablement extrapolées.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

En outre, nous choisissons d'appliquer la méthode de Denuit-Goderniaux aux taux instantanés de mortalité (vs taux bruts dans la méthode originale) en faisant tendre ce taux vers 1 à un âge limite prédéterminé (définis toujours de manière subjective). Cette méthode sous-entend ainsi qu'il n'y aurait pas d'âge maximal de survie (en faisant tendre les taux de mortalité bruts vers $1 - \frac{1}{e}$). Cette hypothèse répond bien à la problématique des produits viagers et donc au besoin de prudence dans l'estimation de la mortalité.

Il est toutefois important de rappeler que le choix d'une méthode d'extrapolation est bien plus arbitraire que celui d'une méthode de lissage. En effet, et contrairement aux lissages pour lesquels nous possédons des taux bruts fiables et cohérents, les méthodes d'extrapolation sont utilisées lorsque ceux-ci ne sont plus disponibles. Par conséquent, les tests réalisés sur les lissages pour évaluer la fidélité aux données brutes n'ont plus de sens.

v) Modèle de Lee Carter : applications numériques

Dans cette partie, nous présentons les données sources utilisées pour calibrer le modèle de Lee-Carter ainsi que les résultats des estimations des différents paramètres concourant à la construction de nos tables de mortalités prospectives :

A. Base de données

Les données sources qui nous serviront de base à la calibration et à l'extrapolation (aux grands âges et aux périodes futures) de la mortalité du modèle de Lee-Carter sont issues du site The Human Mortality Database (HMD) (www.mortality.org).

Cette base de données a été créée à l'initiative département de démographie de l'Université de Berkeley (Californie) et le l'institut Max Planck (Allemagne). Elle recense de nombreuses informations démographiques pour les femmes, hommes et l'ensemble de la population avec par exemple l'évolution de la taille de la population, le nombre de naissances/ décès, l'exposition au risque, les taux de mortalité bruts, l'espérance de vie, des tables par génération...Ce site référence les informations pour 40 pays dont la France.

Les données pour la France proviennent de l'INSEE ou de l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques). Les périodes disponibles sur le site couvrent les années de 1816 à 2016 et les âges jusqu'à 110 ans. En réalité les données pour l'âge de 110 ans regroupent les informations pour les âges supérieurs ou égaux à 110 ans.

Pour la suite de notre étude, nous nous appuyons sur les tables de mortalités par sexe disponibles sur le site. Ces tables ont préalablement fait l'objet d'un lissage aux grands âges (au-delà de 80 ans) via le modèle de Kannisto pour absorber les fortes volatilités observées.

Afin de visualiser ce lissage, nous montrons ci-dessous les graphiques d'évolution des m_x pour $x \geq 80$ ans pour quelques années en comparant les q_x des tables ci-dessus (à gauche) et les $\mu_x = \frac{D_x}{E_x}$ (à droite) calculés grâce aux données brutes D_x et E_x également disponibles sur le site :

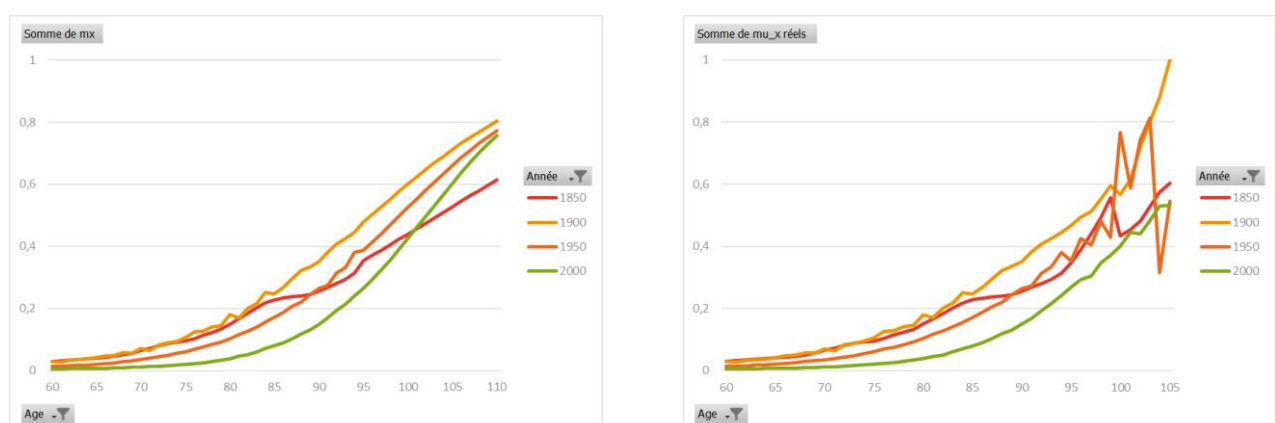


Figure 35: Comparaison des m_x des tables de mortalités HMD et des $\mu_x = \frac{D_x}{E_x}$ pour les femmes

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

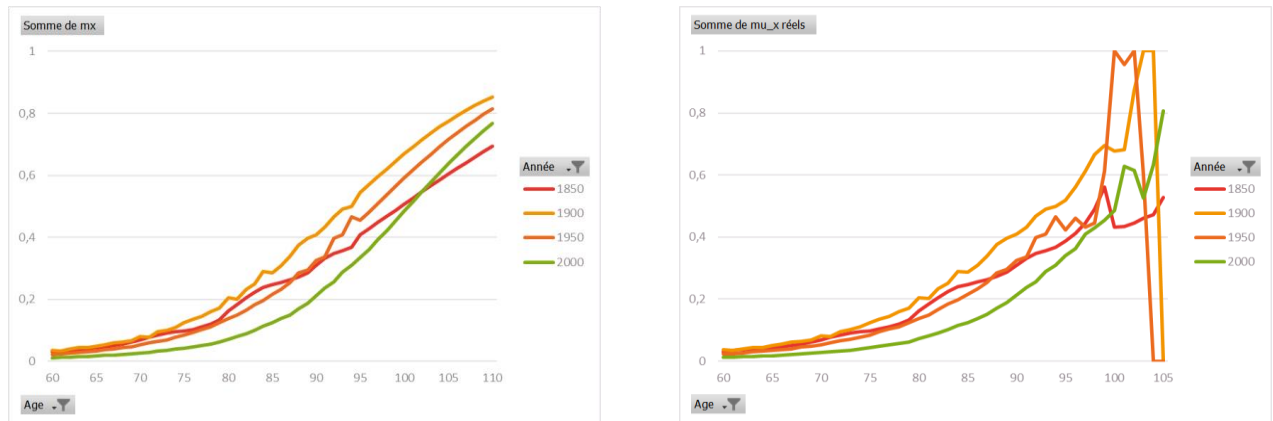


Figure 36 : Comparaison des m_x des tables de mortalités HMD et des $\mu_x = \frac{D_x}{E_x}$ pour les hommes

B. Analyse de l'évolution de la mortalité en France

Grâce aux données utilisées, nous pouvons représenter les surfaces de mortalité $(x, t) \rightarrow \ln(\mu_x)$ pour les femmes (à gauche) et les hommes (à droite) :

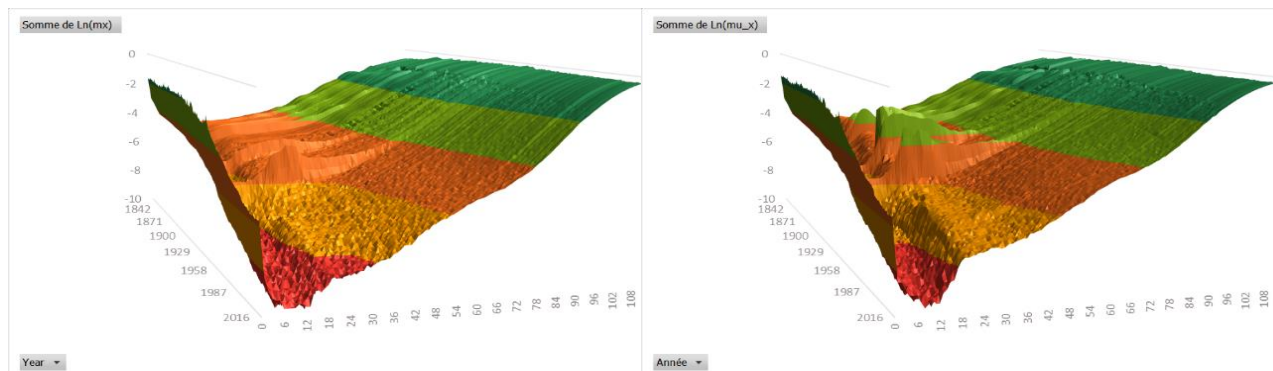


Figure 37 : Surfaces de mortalités de la population françaises

En fixant une date/ âge sur la surface, on étudie respectivement la mortalité de personnes d'âges différents à un moment donné/ de même âge à différentes dates. Les figures obtenues sont les suivantes (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

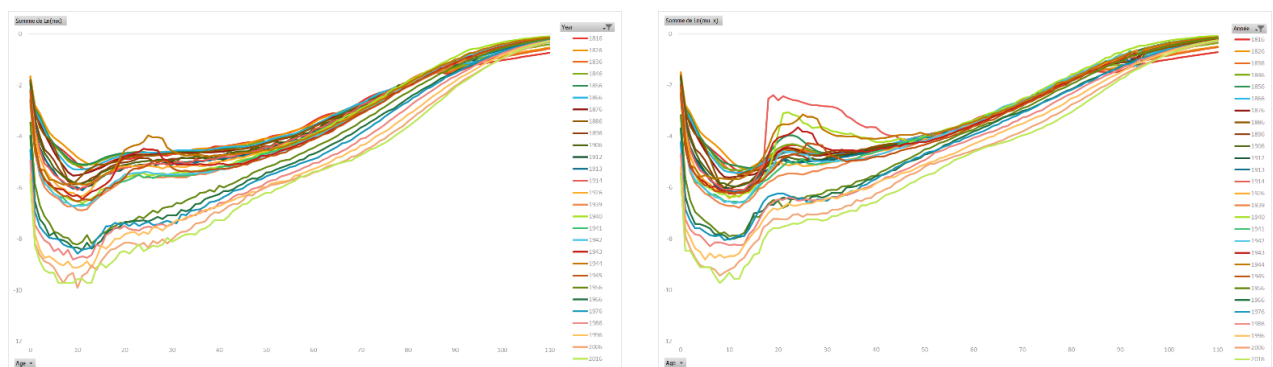


Figure 38 : Evolution des logarithmes des taux de mortalités instantanés à des périodes données

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

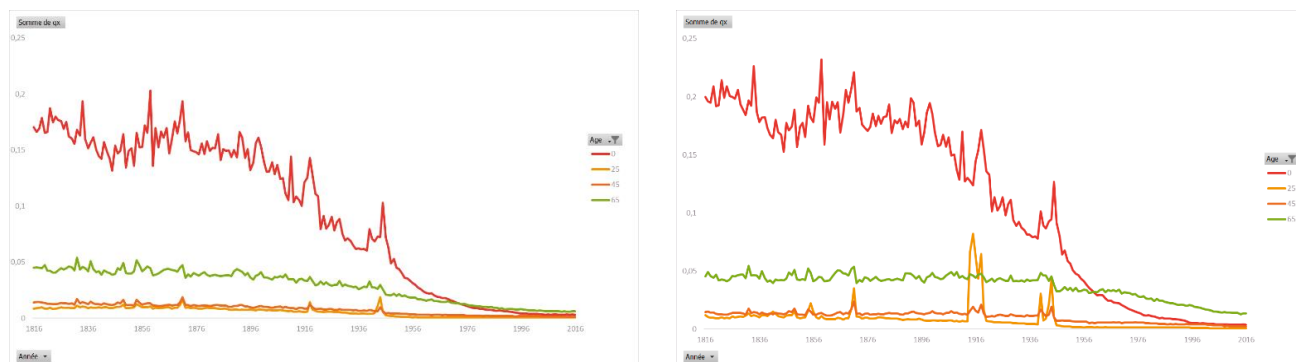


Figure 39 : Evolution des logarithmes des taux de mortalités instantanés à des âges donnés

Les constats mis en évidence par ces différents graphiques sont les suivants :

- La tendance générale de l'évolution de la mortalité selon la période et l'âge est similaire chez les femmes et les hommes.
- La mortalité chez les femmes est globalement plus faible que celle des hommes.
- Les pics de mortalité observés aux jeunes âges (pour les hommes en particulier) correspondent aux périodes de guerre (1^{ère} et 2^{ème} guerres mondiales).
Hors les effets guerres ci-dessus, on remarque un bond de mortalité entre 15 et 20 ans : ceci correspond à la "bosse de l'accident" causée par les accidents automobiles des jeunes conducteurs ou les actes inconscients.
- La mortalité infantile est restée relativement élevée quelle que soit la période (mort subite du nourrisson).
- En dehors des périodes de guerres, après 20 ans les taux de mortalité progressent avec constance selon l'âge.
- Chez les femmes et les hommes, la mortalité a significativement reculé sur les dernières décennies. Ceci peut être mis en parallèle de l'amélioration des conditions de vie et des progrès médicaux constatés depuis plusieurs années.

Il est également possible de confirmer ces constats via l'évolution dans le temps des fonctions de survie à la naissance (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

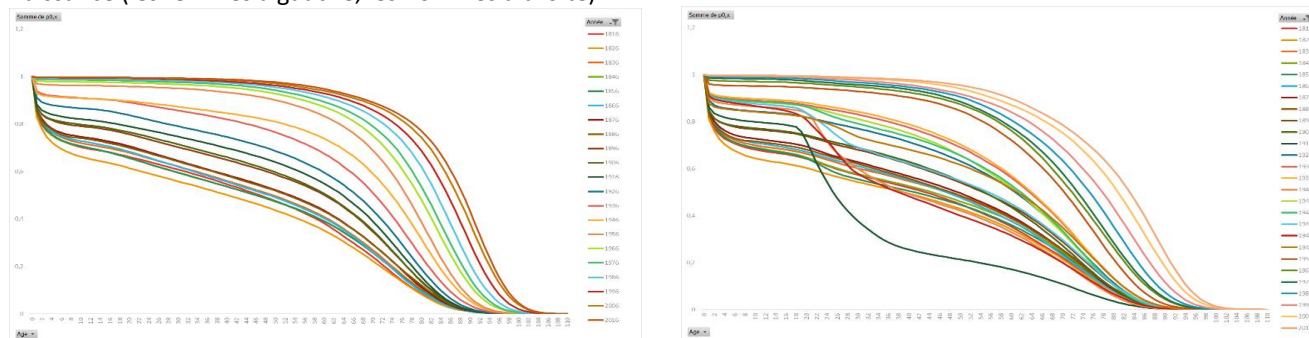


Figure 40 : Evolution des fonctions de survie à la naissance

Les probabilités de survie se sont fortement améliorées avec un effet rectangularisation des fonctions de survie traduisant l'amélioration de la survie aux jeunes âges.

Les analyses ci-dessus sont assises sur des tables qui estiment la mortalité à un instant donné pour l'ensemble de la population quel que soit l'âge. Ainsi, pour des âges différents, les personnes qui contribuent à l'estimation du taux de mortalité proviennent de générations différentes. Ces tables ne représentent donc pas la mortalité d'une génération donnée mais la mortalité d'une population à un instant donné. Elles ne peuvent donc être utilisées que pour des contrats à courte durée ou pour lesquels l'allongement de la durée de la vie ne représente pas un risque pour l'assureur.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Dans le cadre de ce mémoire et du produit étudié, nous devons tenir compte de l'aspect dynamique de l'évolution de la mortalité dans le temps afin de mieux appréhender l'effet d'allongement de la durée de vie. Il est donc nécessaire de pouvoir suivre l'évolution de la mortalité par génération.

Pour mettre en évidence ce point, nous comparons ci-dessous l'évolution de la mortalité pour différentes générations avec les taux de mortalité observés à cette date :

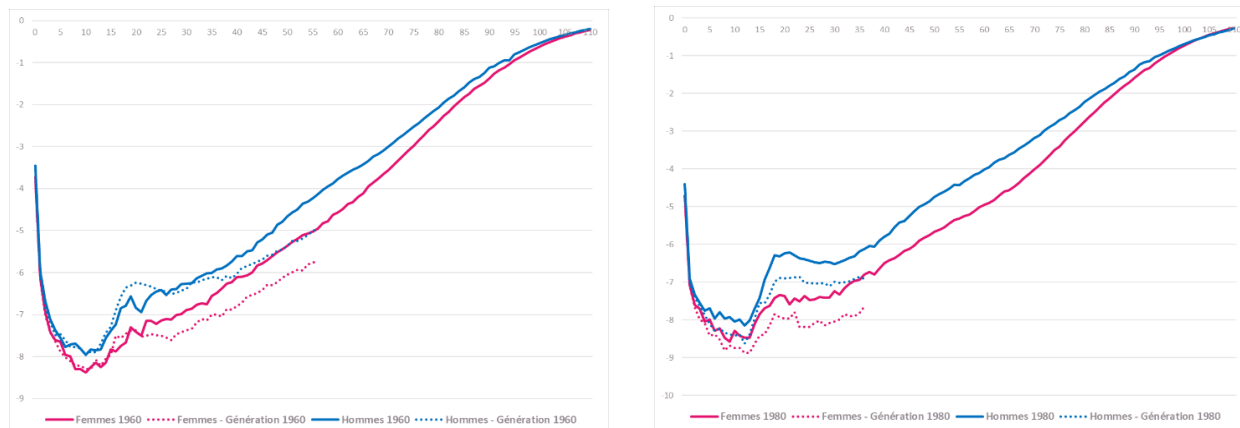


Figure 41 : Comparaison des logarithmes des taux de mortalité instantanés pour les années/ générations 1960 et 1980

On constate effectivement un biais entre ces deux taux. Les taux par génération apparaissent plus faibles que les taux observés sur une population et sur une année données. Ainsi, si un assureur tarifie ou provisionne pour un contrat viager avec le taux de mortalité d'une année donnée, il risque de sous-estimer le risque de longévité.

L'évolution du taux de mortalité par génération est plus logique et pertinente mais ne permet pas d'avoir des taux de mortalité sur les années à venir. Il est donc nécessaire de prédire les taux de mortalité pour les compléter aux âges plus élevés atteints post 2016.

Ceci fera l'objet du travail de la section suivante grâce au modèle de Lee-Carter. Toutefois et au préalable, nous définirons la période la plus adéquate des données pour la calibration du modèle et nous extrapolerons les taux de mortalité aux âges extrêmes (au-delà de 10 ans).

C. Définition de la période de calibration

Des graphiques ci-dessus de l'évolution des logarithmes des taux de mortalités à des âges donnés, nous constatons qu'à partir de l'année 1950, les taux de mortalité diminuent beaucoup moins et présentent moins de volatilités par rapport aux taux des années précédentes.

Nous restreignons ainsi les données que nous utiliserons pour la calibration à la période 1950-2016.

D. Extrapolation aux grands âges

Les données dont nous disposons permettent d'avoir les taux de mortalités préalablement lissés jusqu'à l'âge de 110 ans. Afin de répondre à l'objectif souhaité d'évaluer le risque de longévité sur les produits en rentes UC, nous choisissons de prolonger ces taux de mortalités au-delà de 110 ans.

Habituellement dans la littérature sur le sujet, cette extrapolation est réalisée après calibration du modèle de Lee-Carter et en utilisant la méthode de Denuit-Goderniaux aux taux bruts de mortalité.

Notre objectif par la suite étant de simuler l'impact de plusieurs scénarii stochastiques sur le produit en rentes UC, il sera difficile de déterminer l'âge raccord à partir duquel le modèle de Denuit-Goderniaux sera appliqué. Afin de s'abstraire de cette difficulté, nous choisissons d'extrapoler les taux de mortalité aux âges extrêmes dès cette étape et calibrer par la suite le modèle de Lee-Carter sur ces données préalablement extrapolées.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

De plus, nous utilisons la méthode Denuit-Goderniaux aux taux de mortalité instantanés en fixant un âge limite tel que $\mu_{\text{âge max}} = 1$. Le choix d'un âge limite pour la mortalité restant assez arbitraire, cette méthode sous-entend ainsi qu'il n'y aurait pas d'âge maximal de survie (en faisant tendre les taux de mortalité bruts vers $1 - \frac{1}{e}$) et introduit également une notion de prudence dans l'estimation de la mortalité aux grands âges.

Enfin, nous définissons un âge limite de 128 ans pour les femmes et les hommes. Ce choix a été défini de manière à prolonger de façon prudente les courbes des données brutes lissées au-delà de 90 ans. A noter que ce choix est relativement élevé par rapport aux âges maximum atteints observés et répertoriés par le Gerontology Research Group sur les doyens de l'humanité (122 ans chez les femmes et 116 ans chez les hommes).

En appliquant la méthode de Denuit-Goderniaux aux taux instantanés telle que décrite ci-dessus et nous obtenons les résultats suivants (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

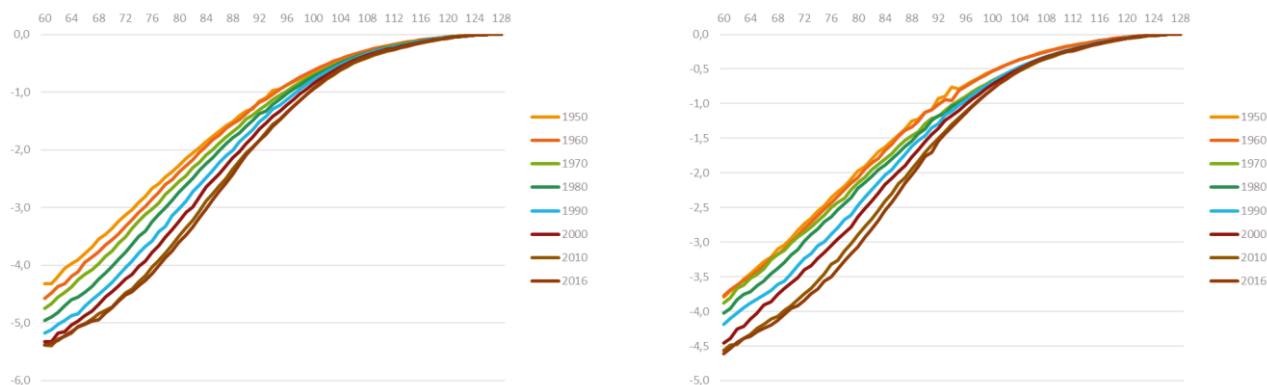


Figure 42 : Logarithmes des taux de mortalités instantanés extrapolés jusqu'à 128 ans

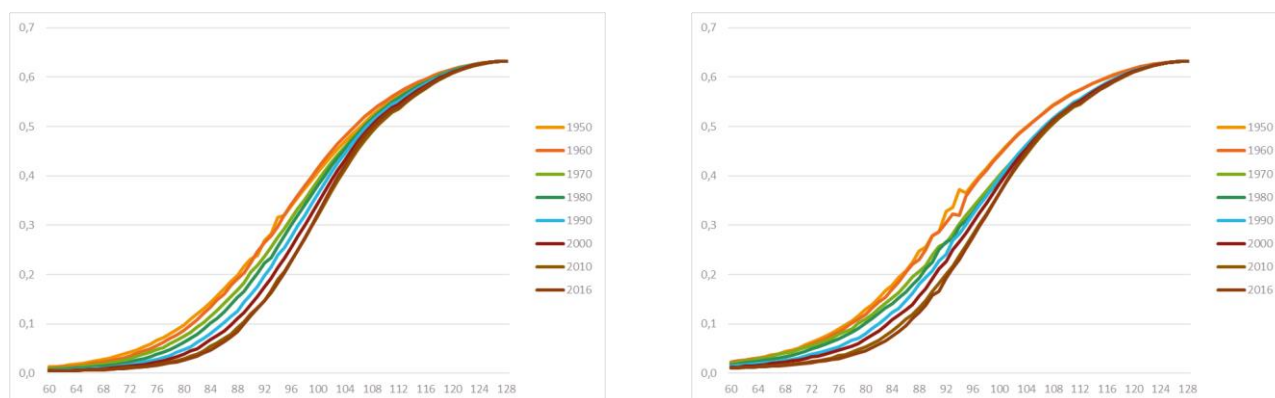


Figure 43 : Taux de mortalités bruts extrapolés jusqu'à 128 ans $q_{x,t} = 1 - \exp(-\mu_{x,t})$

Nous comparons ensuite ci-dessous, l'écart pour certains âges entre les logarithmes des taux de mortalités instantanés extrapolés (trait plein) et les logarithmes des taux de mortalités d'origine (trait pointillé) (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

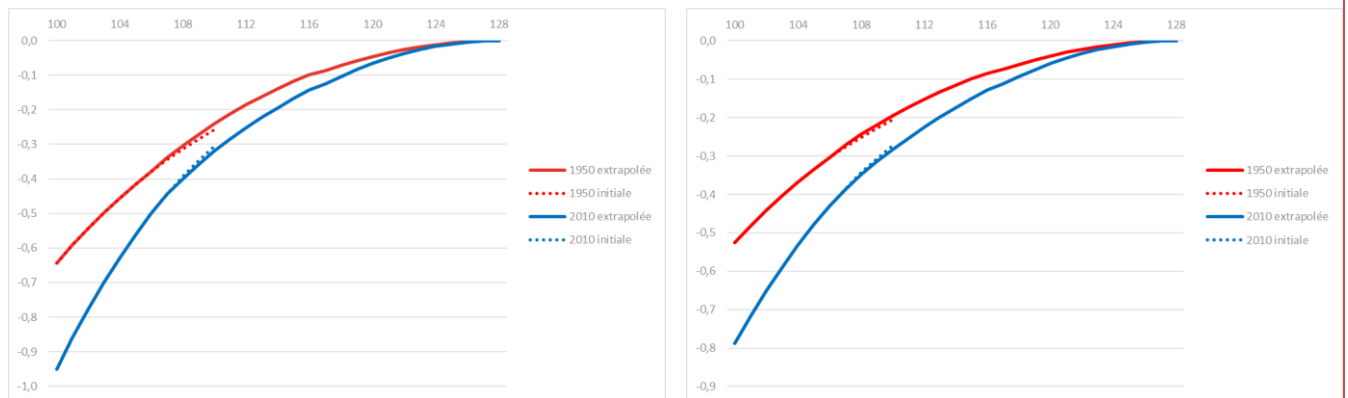


Figure 44 : Comparaison des courbes extrapolées et des courbes d'origine des logarithmes des taux de mortalités instantanés

Sur la partie commune (i.e. 100-110 ans), nous notons que les courbes sont assez proches avec une très légère surestimation sur les premières années de projection puis une très légère sous-estimation sur les dernières années. Malgré un lissage aux abords de l'âge raccord, il reste également de très légères « cassures » autour de 116 ans. Les écarts étant non significatifs, nous choisissons de valider les extrapolations ainsi obtenues.

E. Modèle de Lee-Carter

Dans cette section, nous déroulons la méthodologie décrite dans le chapitre précédent pour le calibrage du modèle de Lee-Carter avec les données extraites du site The Human Mortality Database sur la période définie de 1950 à 2016 et après extrapolation aux âges entre 110 et 128 ans :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \times \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$$

Estimation de α_x :

Le paramètre α_x est spécifique à l'âge et décrit le comportement moyen des $\ln(\mu_{x,t})$ dans le temps. Nous obtenons le graphique suivant décrivant l'évolution de α_x :

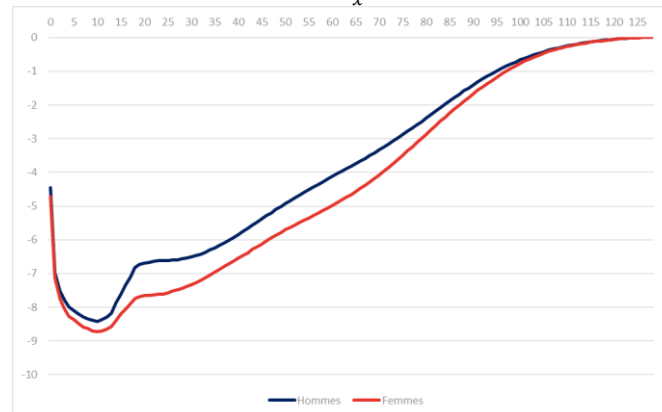


Figure 45 : Estimation du paramètre α_x du modèle de Lee Carter pour les femmes et les hommes sur la période 1950 - 2016

Le paramètre α_x tel qu'estimé ci-dessus est conforme aux observations démographiques du chapitre précédent avec en particulier :

- Quel que soit l'âge < 110 ans, la mortalité chez les femmes est globalement plus faible que celles des hommes. Pour les âges > 110 ans, les courbes se rapprochent fortement du fait de l'extrapolation réalisée jusqu'à l'hypothèse commune pour les hommes et pour les femmes d'un âge maximal de 128 ans,
- La « bosse de l'accident » ressort clairement pour les âges entre 15 et 20 ans.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Estimation de β_x et κ_t :

L'estimation de ces deux paramètres se fait par la méthode de décomposition en valeur singulière de la matrice Z telle que définie ci-dessus. Nous utilisons l'outil R pour réaliser cette décomposition.

Pour les femmes et les hommes, nous obtenons des taux d'inertie (pourcentage de variance expliquée) à l'ordre 1 de respectivement 95% et 94%. Il nous est donc possible d'approximer la matrice par les premiers vecteurs propres des matrices de décomposition associés à la première valeur propre.

Nous obtenons alors les estimations suivantes des paramètres β_x et κ_t :

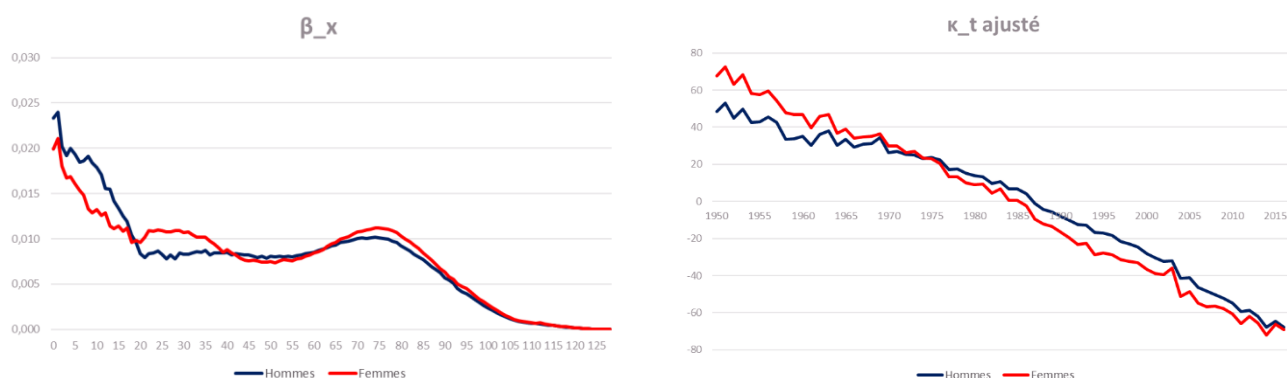


Figure 46 : Estimation des paramètres β_x et κ_t du modèle de Lee Carter pour les femmes et les hommes sur la période 1950 - 2016

Nous pouvons ainsi faire les constats suivants :

- L'allure décroissante de κ_t traduit bien nos précédents constats sur la baisse du niveau général de mortalité dans le temps grâce aux améliorations des conditions vie et aux progrès de la médecine
- La forme de β_x montre que l'amélioration relative de la mortalité est la plus importante sur la période 0-20 ans puis aux alentours de 80 ans
- Les âges élevés (> 95 ans) sont les moins sensibles à l'amélioration relative de la mortalité. Ceci peut être mis en parallèle des limites biologiques intrinsèque au corps humain (même si celles-ci se sont largement améliorées depuis la fin du 19ème siècle).

Les estimations obtenues ci-dessus pour les femmes et les hommes respectent également bien les contraintes du modèle de Lee-Carter à savoir :

$$\sum_x \beta_x = 1 \quad \text{et} \quad \sum_t \kappa_t = 0$$

Réajustements de la composante temporelle κ_t :

Le nombre de décès théorique reproduit par le modèle de Lee-Carter avec les paramètres définis ci-dessus ne reproduit pas exactement le nombre de décès réellement observés cf. ci-dessous (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

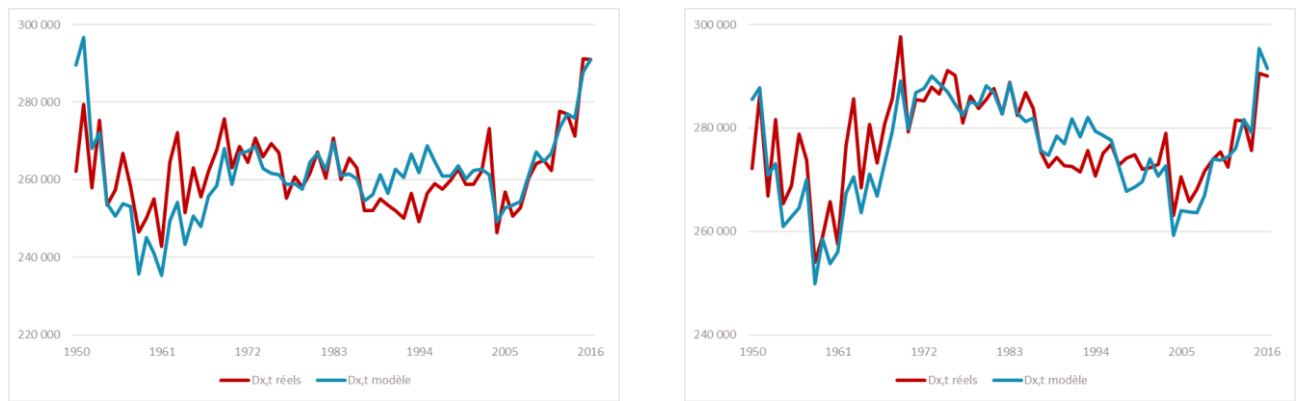


Figure 47 : Comparaison des décès théoriques (via Lee-Carter) et des décès réels sur la période 1950 - 2016

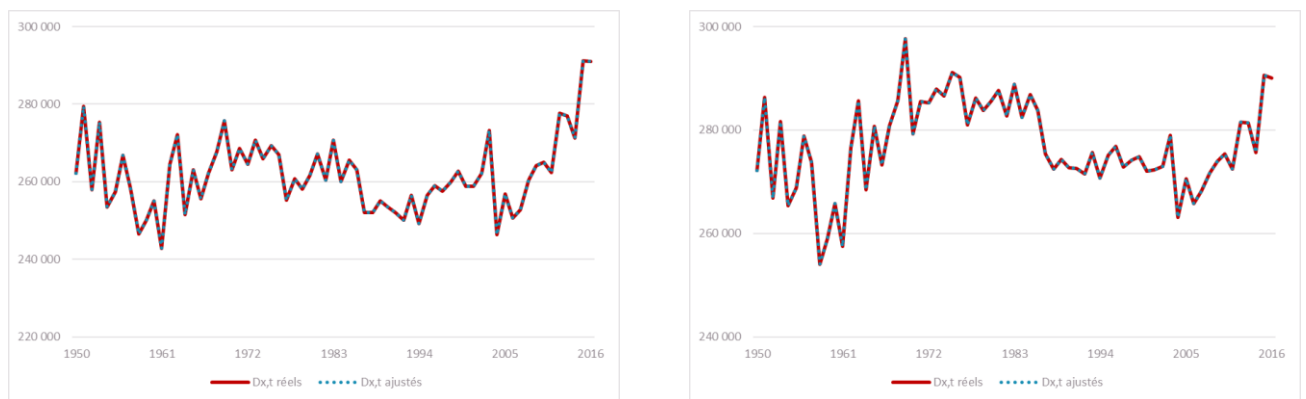
Afin de corriger cela, il est nécessaire à cette étape de réajuster la composante temporelle κ_t afin que le modèle reproduise au mieux les décès observés pour chaque année.

Ainsi, nous cherchons à définir un nouvel estimateur de $\hat{\kappa}_t = \bar{\kappa}_t$ tel que pour tout t :

$$\sum_x D_{x,t} = \sum_x E_{x,t} \times \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \times \bar{\kappa}_t)$$

Cette équation est résolue par la méthode de Newton-Raphson et après quelques itérations nous obtenons le nouveau paramètre $\bar{\kappa}_t$.

Après ajustement, nous obtenons alors les graphiques suivants du nombre de décès théoriques vs réels (les femmes à gauche, les hommes à droite) :



Post-ajustement le nombre de décès théoriques se confond avec le nombre de décès réels

Figure 48 : Comparaison des décès théoriques post-ajustement de κ_t et des décès réels sur la période 1950 - 2016

PARAMETRES LEE-CARTER DEFINITIFS :

Pour respecter les contraintes du modèle de Lee-Carter, nous faisons une dernière transformation de $\hat{\alpha}_x$ et $\bar{\kappa}_t$:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_x^* &= \hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \times \bar{\bar{\kappa}}_t \\ \bar{\kappa}_t^* &= \bar{\kappa}_t - \bar{\bar{\kappa}}_t \end{aligned}$$

Avec $\bar{\bar{\kappa}}_t$ la moyenne des $\bar{\kappa}_t$.

Les paramètres définitifs du modèle de Lee-Carter sont finalement les suivants :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

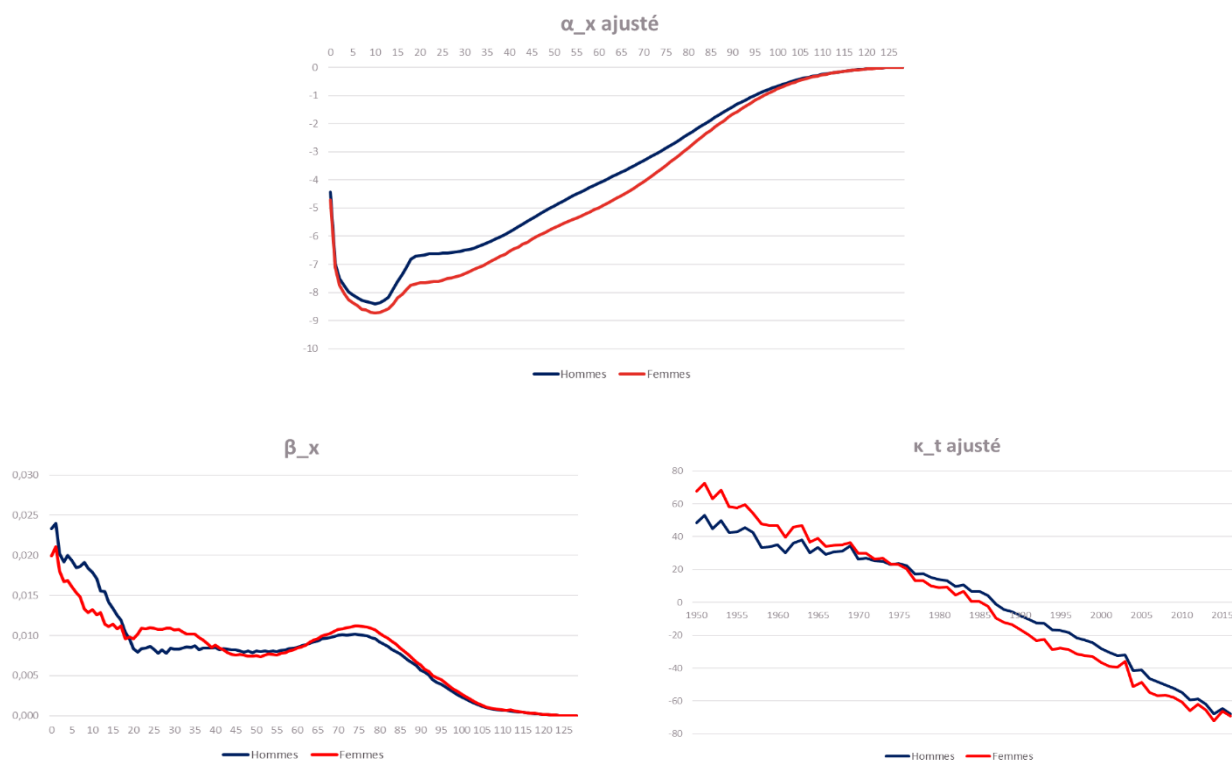


Figure 49 : Paramètres définitifs du modèle de Lee-Carter

Analyse des résidus :

L'analyse des résidus est donnée en Annexe 3. Cette analyse confirme la principale critique retenue aujourd'hui contre le modèle de Lee-Carter, à savoir l'hypothèse d'homoscédasticité des résidus. En effet, cette hypothèse n'est pas vérifiée en pratique car la variance du logarithme des taux de décès croît avec l'âge, du fait de la baisse de la population vivante aux âges élevés. Cette forte variabilité est également présente sur les âges infantiles.

Dans la suite, et pour l'évaluation du risque de longévité sur les rentes en UC, nous nous intéresserons plus particulièrement aux âges supérieurs à 60 ans (liquidation de la rente) et aux générations entre 1950 et 1980 (constituant l'essentiel de la population en portefeuille). Sur ces tranches d'âges/ périodes, la performance du modèle semble suffisante pour répondre à nos problématiques.

Surfaces des $q_{x,t}$ par Lee-Carter :

Finalement, nous obtenons les surfaces des $q_{x,t}$ déduits des logarithmes des taux de mortalité calculés précédemment (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

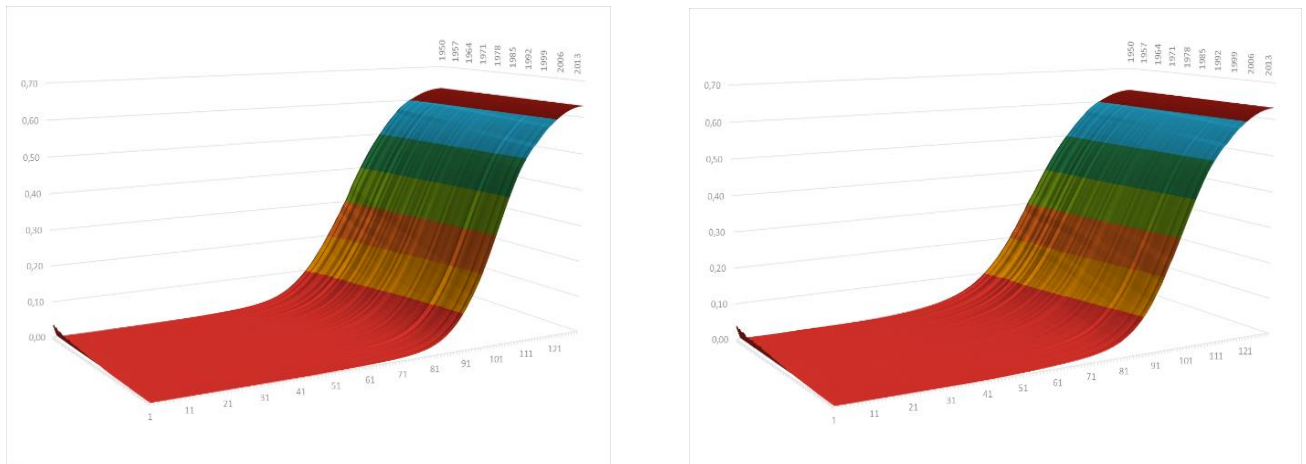


Figure 50 : Surfaces des $q_{x,t}$

F. Extrapolation de la composante temporelle

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, l'évolution du taux de mortalité par génération ne permet pas d'avoir des taux de mortalité à tous les âges sur les années à venir. Il est donc nécessaire d'extrapoler les taux de mortalité pour les compléter aux âges plus élevés atteints post 2016.

Nous extrapolons donc la composante temporelle $\bar{\kappa}_t^*$ en utilisant les modèles ARIMA(p,d,q) appropriés pour les femmes et pour les hommes. Nous choisissons une période d'extrapolation de 2017 à 2110.

Les étapes de l'extrapolation (rappelées en Annexe 4) permettent de déduire les processus ARIMA à retenir pour les femmes et les hommes qui sont respectivement les processus ARIMA (2,1,0) et ARIMA (1,1,0).

Une fois les modèles ARIMA identifiés pour les femmes et les hommes, nous projetons les composantes temporelles à partir de l'année 2017 jusqu'en 2110.

Les graphiques ci-dessous représentent cent simulations stochastiques des composantes temporelles jusqu'en 2110 (les femmes à gauche, les hommes à droite) :

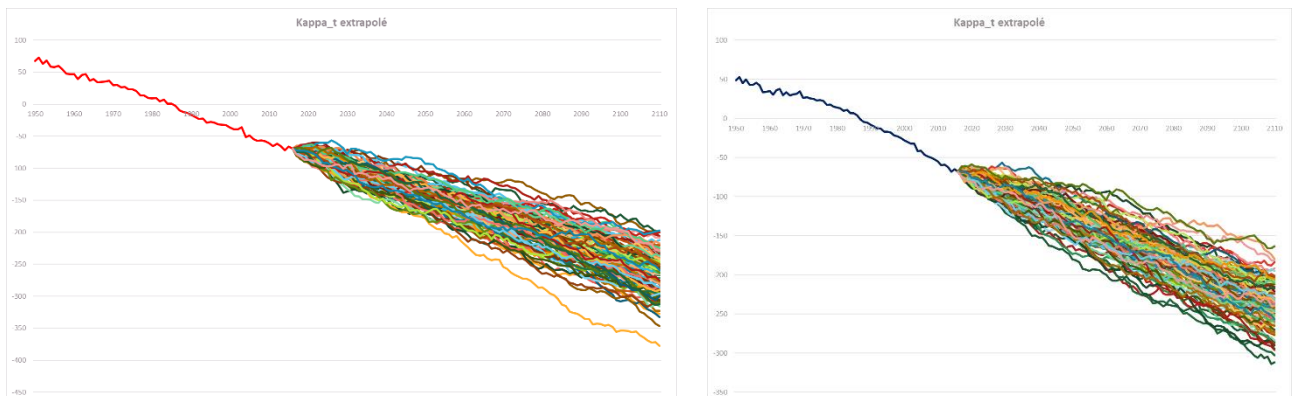


Figure 51 : Extrapolations de la composante temporelle

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

G. Surfaces des $q_{x,t}$ extrapolés

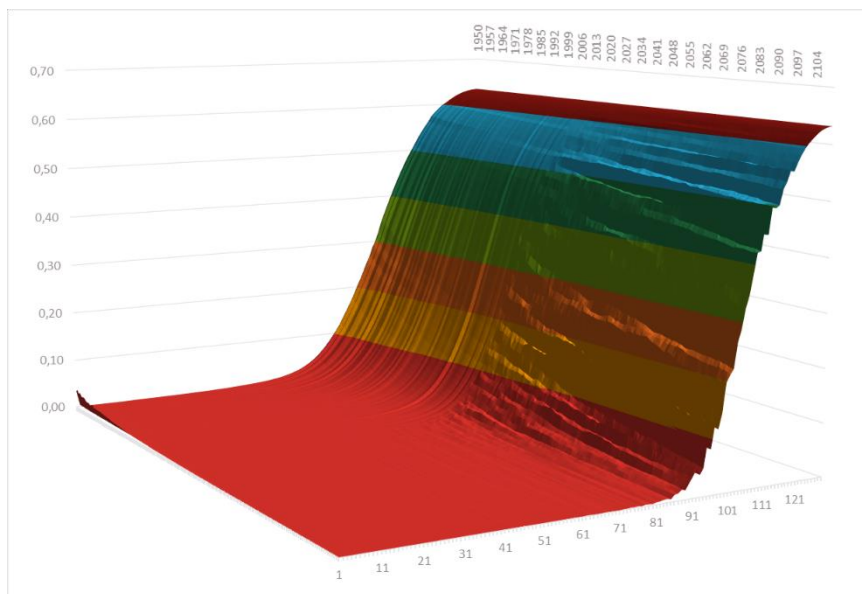


Figure 52 : Surfaces des $q_{x,t}$ extrapolés pour les femmes

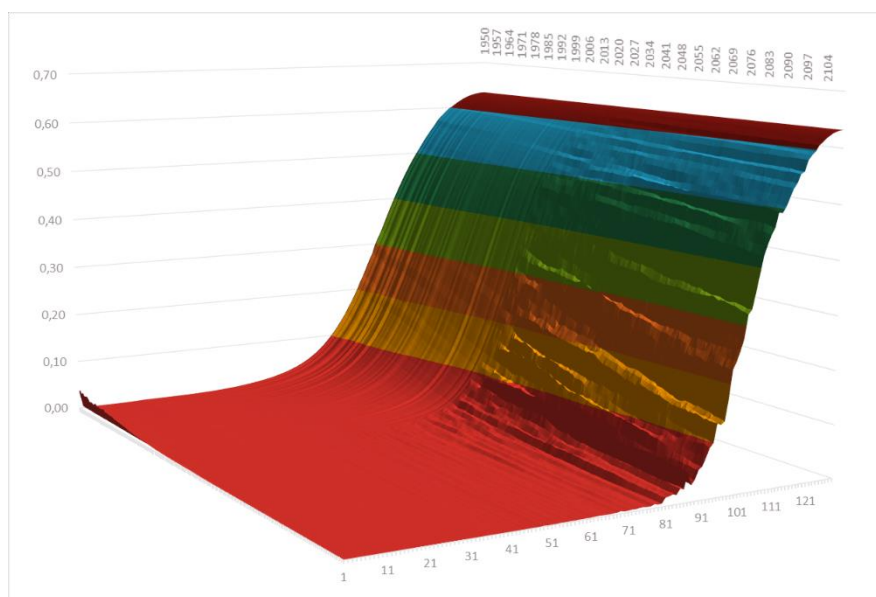


Figure 53 : Surfaces des $q_{x,t}$ extrapolés pour les hommes

H. Construction des tables moyennes

Une fois que nous aurons démontré la nullité des coûts des options et garanties sur le produit de rentes en UC, nous nous baserons sur des données déterministes pour évaluer la rentabilité de ce produit. Aussi, nous utiliserons les tables moyennes déduites des simulations ci-dessus.

Les tables moyennes sont ainsi construites sur la base de la moyenne de 2000 simulations sur le paramètre $\bar{\kappa}_t^*$. En effet, nous constatons que la moyenne de ces 2000 simulations converge vers les intervalles de confiance à 95% (cf. en Annexe 5). Les $\bar{\kappa}_t^*$ moyens extrapolés sont montrés ci-dessous (les femmes à gauche et les hommes à droite) :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

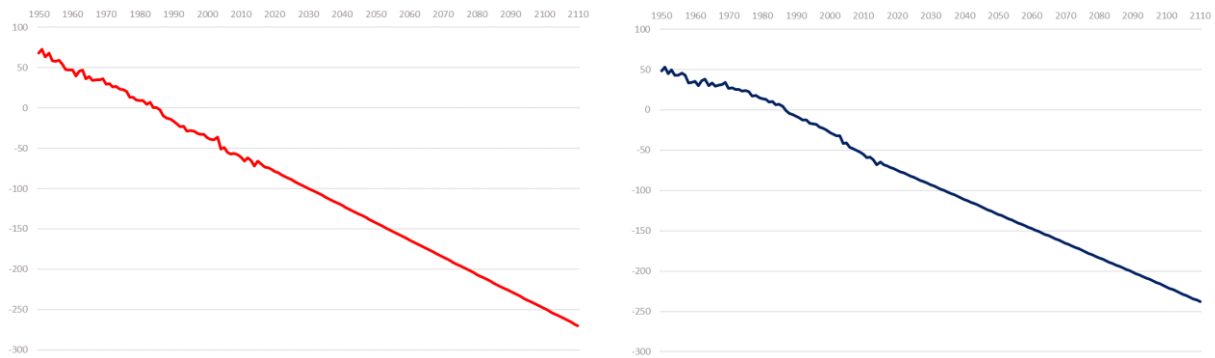


Figure 54 : Extrapolations des $\bar{\kappa}_t^*$ moyens pour les femmes et les hommes

Il est important de souligner que les extrapolations des composantes temporelles au-delà de 2016 reproduisent la tendance décroissante observée lors du calibrage du modèle de Lee-Carter. Ainsi, on ne capte pas les effets des mécanismes sous-jacents à la mortalité, comme les potentielles futures avancées médicales, les changements environnementaux ou encore les guerres et les épidémies.

La stricte décroissance de la composante temporelle sous-entend que le niveau général de la mortalité sera strictement décroissant dans le temps, alors qu'il semble plus vraisemblable qu'à partir d'un moment donné, ce paramètre resterait stable (ou décroîtrait moins vite).

Nous obtenons alors les tables de mortalités suivantes :

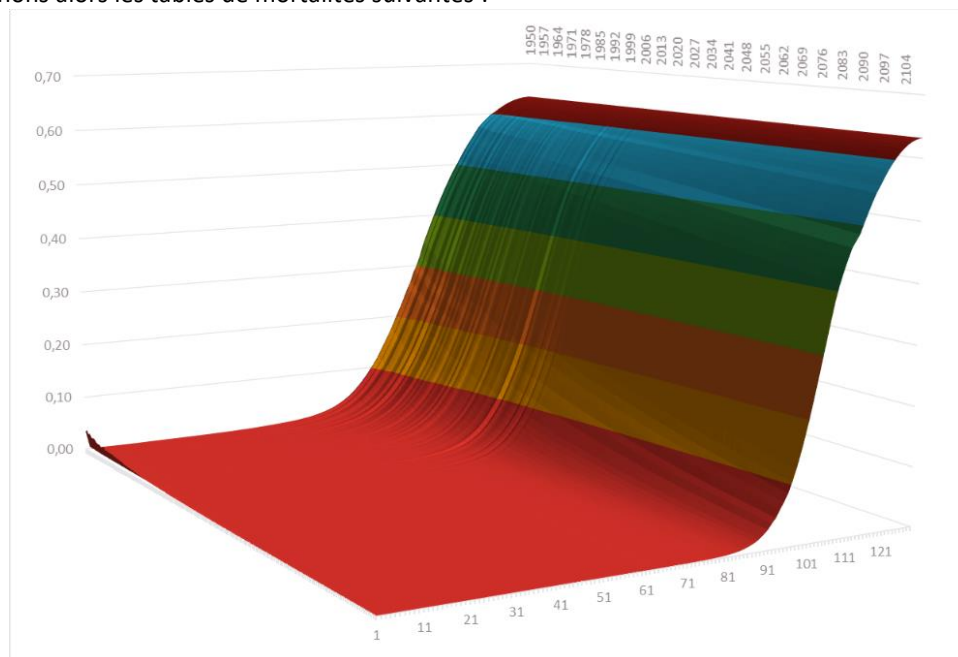


Figure 55 : Surface de mortalités des femmes

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

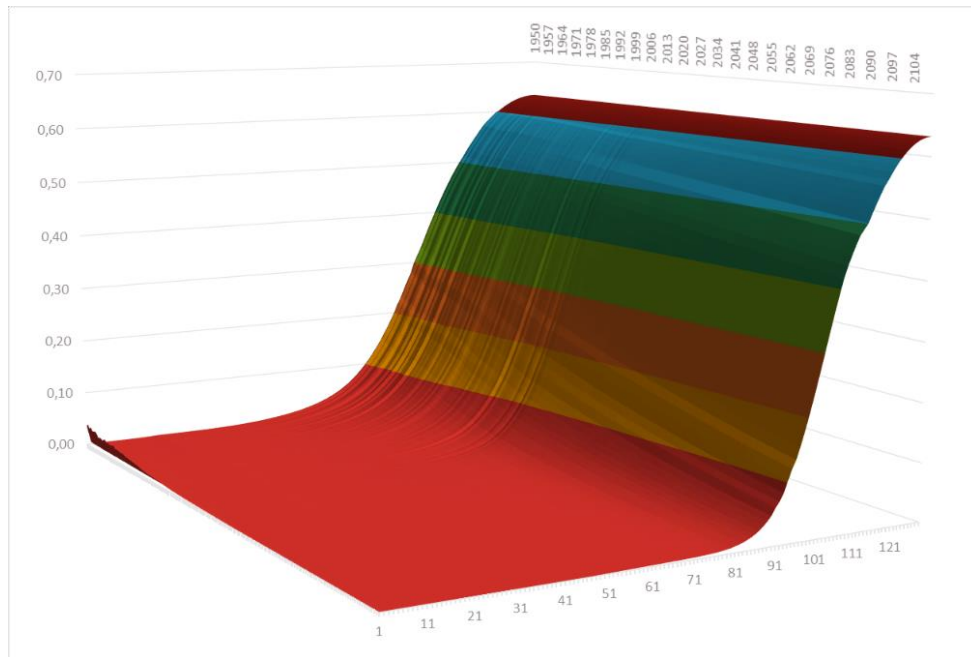


Figure 56 : Surface de mortalités des hommes

I. Comparaison des $q_{x,t}$ par Lee-Carter aux tables par génération TGF05 et TGH05

Il est intéressant de comparer les taux de mortalité par génération déduits du modèle de Lee-Carter à ceux issus des tables TGF5 et TGH05 (utilisées habituellement pour la tarification et le provisionnement de produits d'assurance de type viagers).

Pour rappel, les tables TGF et TGH 05 ont été construites à partir des données de la population ayant touchées des rentes (comprenant 2 millions de rentes, dont 700 000 en cours de liquidation) entre 1993 et 2005. Comme le nombre de données disponibles était faible, elles ont été complétées par rapport à des tables INSEE hommes et femmes des années 1962 à 2000.

On compare ci-dessous les taux de mortalité de la génération 1950 pour les femmes (à gauche) et les hommes (à droite) :

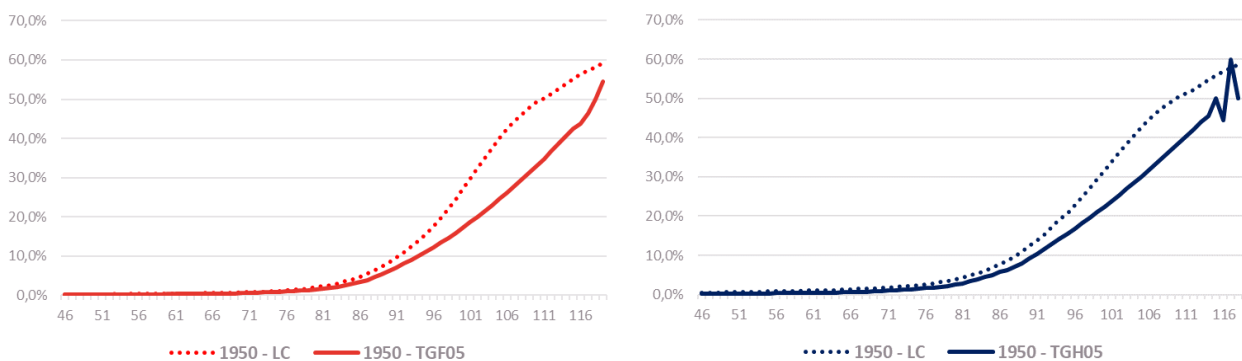


Figure 57 : Comparaison des q_x par Lee-Carter aux tables par génération TGF05 et TGH05 pour l'année 1950

On constate des différences significatives entre les 2 tables en particulier aux grands âges.

Cet écart provient essentiellement de la base de données utilisée pour la projection. En effet, les tables de Lee-Carter sont calibrées sur la base des données de l'ensemble de la population femmes et hommes tandis que les TGF/ TGH ont été construites sur un échantillon plus réduit de population de rentiers. En outre, les tables TGF/ TGH sont des tables qui par nature ont été construites dans une perspective de prudence en cas de vie. Elles

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

devaient permettre de tarifier et provisionner les contrats de rentes viagères (engagements de très longue durée pour les assureurs).

Même si en moyenne les tables de mortalité par Lee-Carter sont moins prudente que le TGF/TGH, le niveau absolu de la mortalité importe peu pour nos analyses de TVOG des parties 1) et 2). Ces tables ne sont in fine utilisées que pour :

- Introduire une composante stochastique sur la mortalité, correctement calibrée,
- Comparer les niveaux de rentabilité moyenne sous plusieurs hypothèses (âge, frais, garanties financières).

c) Coût des options et garanties

Pour calculer le coût des options et garanties de notre solution de rente en unités de compte, nous avons, à partir des 2 modèles financier et de mortalité décrits ci-dessous, calculé sur Excel la valeur actuelle nette probable des profits futurs hors frais fixes, projetés sur 40 ans, pour les 2000 scénarii économiques projetés auxquels nous avons associé de manière aléatoire 2000 scénarii de mortalité.

Au préalable, quelques précisions sur les calculs réalisés :

- Ils sont basés sur une tête liquidant 100k€ en rente « simple » 100% en unités de compte fin 2017 (la table TGF05 et un taux technique à 0% sont utilisés pour calculer le taux de conversion) => des sensibilités en fonction de l'âge de l'assuré à la liquidation ont été réalisées. Mais comme nous rapportons la valeur actuelle nette probable des profits futurs **hors frais fixes** au montant d'encours convertit en rente, le montant d'encours ne joue pas dans les calculs => le fait de ne pas intégrer de frais fixes rend le ratio stable quel que soit le montant d'encours à convertir (raisonnement en marge sur coût variable).
- En approche stand-alone mais en supposant un reversement des gains techniques sous forme de participation aux bénéficiaires au stock,
- Avec en produits : les chargements sur encours (0,96%) + les rétrocessions (0,80%) + le résultat technique (calculer à partir d'un enroulement des provisions mathématiques) positif net de reversement à 90% sous forme de participation aux bénéficiaires au stock (participation minimum règlementaire appliquée),
- Avec en charges : commissions sur encours (2 calculs ont été fait pour chaque tête : 0%, correspondant à une hypothèse basse, et 0,96%, correspondant à une hypothèse haute) + les potentielles pertes techniques sans reversement sous forme de PB au stock,
- Impôts : la chronique de taux d'imposition suivante a été utilisée (correspondant aux taux d'imposition futur pour SwissLife France suite à la publication de la dernière loi de finance) :

2018-2019	2020	2021	2022	2023 et après
34,43%	32,02%	28,92%	27,37%	25,83%

Ci-dessous la synthèse des simulations réalisées :

Sans garantie complémentaire	Commission sur encours à 0,96%								Commission sur encours à 0%							
	Femme				Homme				Femme				Homme			
	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans
Scénario \ Âge à la liquidation																
1	7,7%	7,2%	6,5%	5,8%	7,9%	7,4%	6,8%	6,1%	16,2%	14,9%	13,3%	11,5%	15,8%	14,4%	12,9%	11,2%
2	8,3%	7,5%	6,8%	6,0%	8,4%	7,7%	7,0%	6,4%	17,3%	15,6%	13,8%	12,0%	16,7%	15,0%	13,4%	11,8%
...
scénario le plus favorable	60,3%	46,3%	35,8%	27,7%	57,9%	43,4%	34,9%	27,2%	125,0%	93,9%	73,0%	55,6%	111,2%	84,3%	66,1%	50,4%
...
scénario le moins favorable	2,2%	2,1%	2,0%	1,9%	2,2%	2,2%	2,2%	2,1%	4,1%	3,9%	3,7%	3,5%	4,1%	4,0%	3,8%	3,6%
...
1999	2,6%	2,5%	2,3%	2,2%	2,7%	2,6%	2,5%	2,4%	5,0%	4,7%	4,4%	4,1%	5,0%	4,7%	4,4%	4,1%
2000	30,7%	27,4%	23,6%	19,9%	31,1%	27,7%	24,1%	20,6%	65,9%	58,1%	49,6%	41,0%	62,9%	54,9%	46,8%	38,6%
Moyenne 2000 scénarii	9,8%	8,8%	7,8%	6,7%	9,9%	8,9%	8,0%	7,1%	20,5%	18,2%	15,9%	13,5%	19,7%	17,5%	15,2%	13,0%
Central	9,8%	8,8%	7,8%	6,7%	9,9%	9,0%	8,0%	7,1%	20,5%	18,3%	15,9%	13,5%	19,7%	17,5%	15,2%	13,0%
TVOG	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Central avec mortalité TGF05	9,6%	8,6%	7,6%	6,5%	9,6%	8,6%	7,6%	6,5%	20,6%	18,4%	16,0%	13,6%	20,6%	18,4%	16,0%	13,6%

 =scénarii analysés en détail dans la suite du mémoire

Tableau 19 : Calcul TVOG sans garantie complémentaire - Synthèse des simulations réalisées

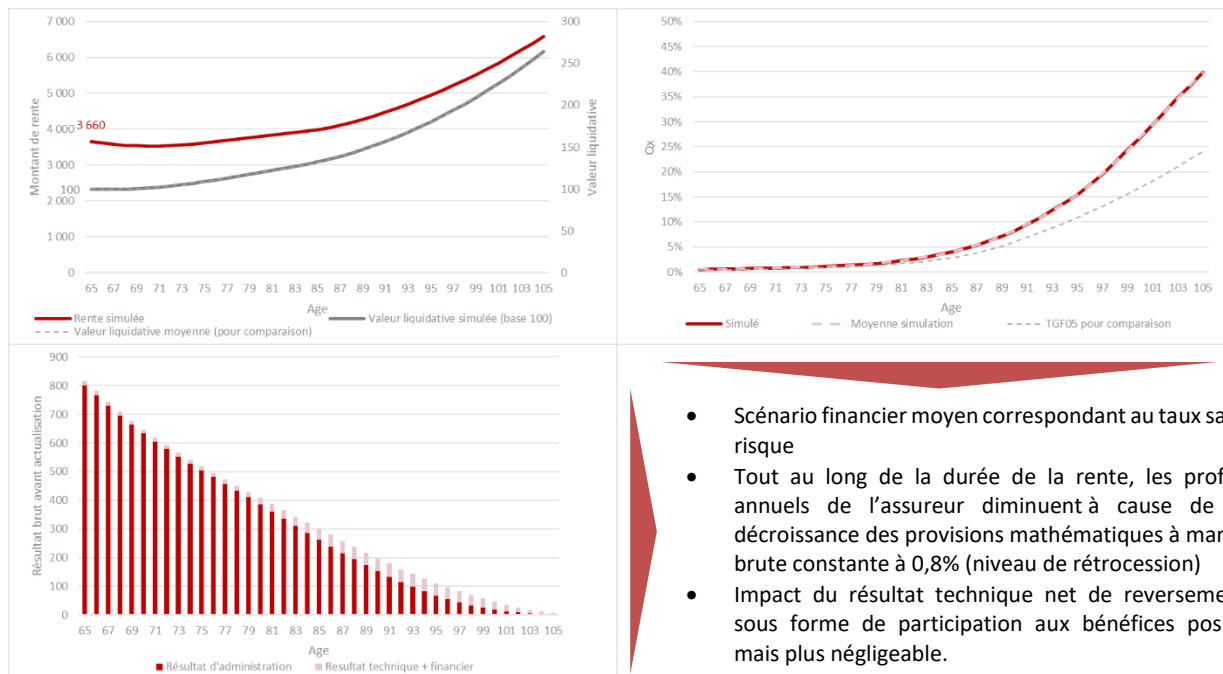
III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

⇒ On constate que :

- Comme nous l'avons envisagé de manière intuitive, **la TVOG est bien nulle pour notre solution de rente en unités de compte** pour toutes les têtes simulées et quel que soit le niveau de commissionnement.
- Plus l'assuré liquide tôt, plus la durée de la rente en unités de compte est élevée et plus la rentabilité de celle-ci est élevée en moyenne.
- La rentabilité moyenne sur les hommes est plus élevée que sur les femmes car les résultats techniques sont plus élevés dû à une mortalité plus précoce.

⇒ Nous avons réalisé plusieurs tests de cohérence sur les résultats obtenus :

- Nous avons vérifié la convergence de la moyenne des scénarii pour s'assurer que le nombre de simulations (2000) était suffisamment élevé.
- Nous avons vérifié que le résultat technique obtenu était bien nul en cas d'utilisation de la table de mortalité du tarif et du provisionnement (TGF05) pour simuler la mortalité.
- Nous avons analysé le scénario central et les cas extrêmes :
 - Le scénario central pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 7,8%) qui correspond à la moyenne des 2000 scénarii car la TVOG est nulle :



- Scénario financier moyen correspondant au taux sans risque
- Tout au long de la durée de la rente, les profits annuels de l'assureur diminuent à cause de la décroissance des provisions mathématiques à marge brute constante à 0,8% (niveau de rétrocession)
- Impact du résultat technique net de reversement sous forme de participation aux bénéfices positif mais plus négligeable.

Figure 58 : Calcul de la TVOG sans garantie complémentaire - Analyse du scénario moyen

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Le scénario le plus favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 35,8% => le détail des calculs est donné en Annexe 6) :

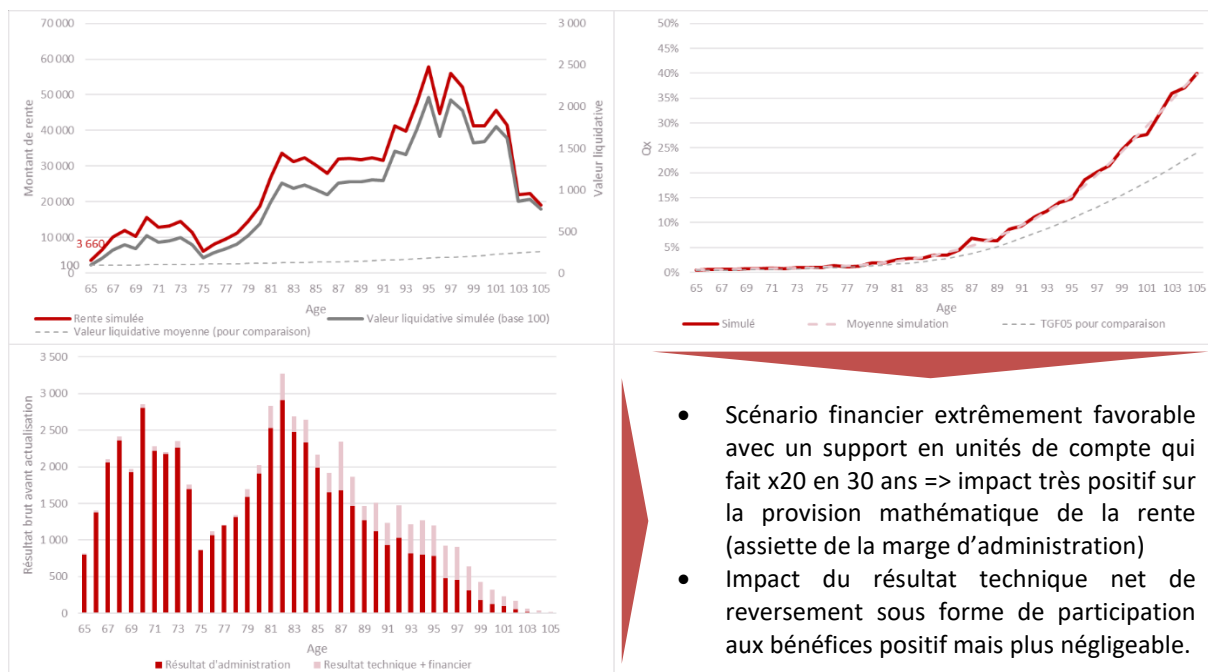


Figure 59 : Calcul de la TVOG sans garantie complémentaire - Analyse d'un scénario favorable

- Scénario financier extrêmement favorable avec un support en unités de compte qui fait x20 en 30 ans => impact très positif sur la provision mathématique de la rente (assiette de la marge d'administration)
- Impact du résultat technique net de reversement sous forme de participation aux bénéfices positif mais plus négligeable.

- Le scénario le moins favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 2,0%) :

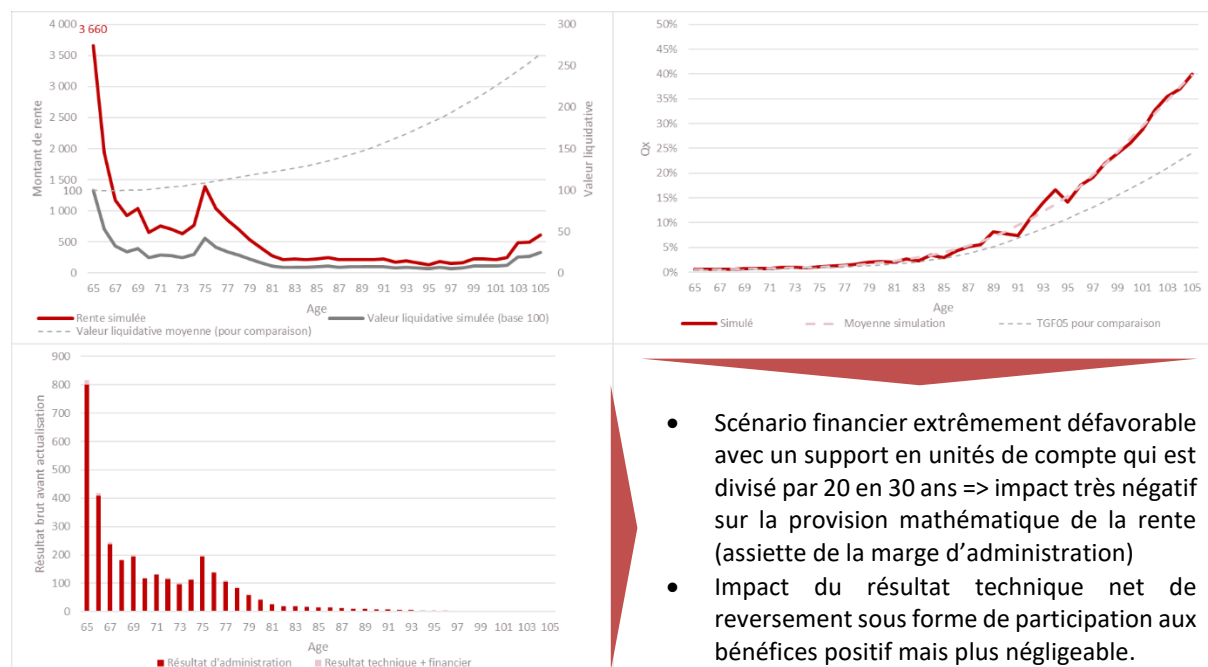


Figure 60 : Calcul de la TVOG sans garantie complémentaire - Analyse d'un scénario défavorable

- Scénario financier extrêmement défavorable avec un support en unités de compte qui est divisé par 20 en 30 ans => impact très négatif sur la provision mathématique de la rente (assiette de la marge d'administration)
- Impact du résultat technique net de reversement sous forme de participation aux bénéfices positif mais plus négligeable.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

2) Coût de l'ajout d'options financières sur le montant de la rente en unités de compte

a) Coût d'une garantie cliquet sur le montant de la rente

Dans cette partie, nous analysons le coût d'une garantie cliquet complémentaire sur le montant de la rente. On envisage une garantie cliquet permettant de cranter chaque année le montant minimum de la rente à celui de l'an dernier :

- Si la rente en unités de compte sans option pour l'année N est inférieure à la rente en unités de compte avec option cliquet de l'année N-1, la rente avec option reste stable
- Si la rente en unités de compte sans option pour l'année N est supérieure à la rente en unités de compte avec option cliquet de l'année N-1, la rente avec option prend le montant de la rente sans option.

Ce qui donne graphiquement :

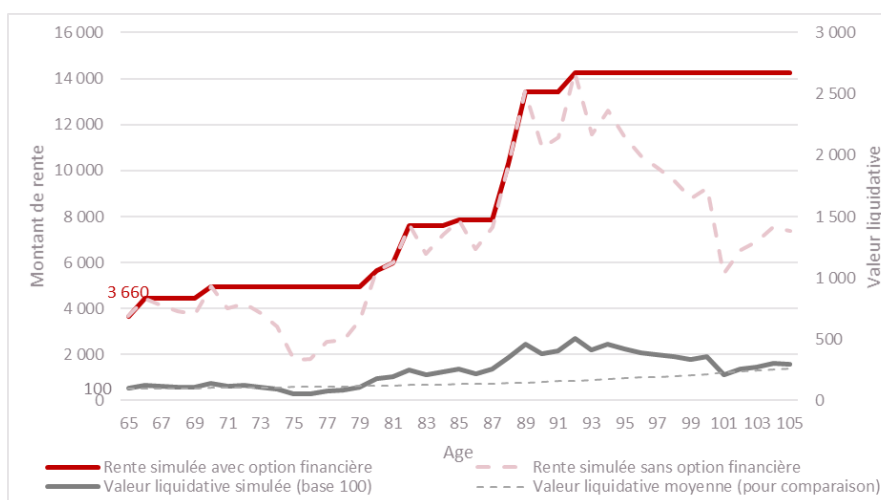


Figure 61 : Illustration de la garantie cliquet envisagée

Le coût de ce type de garantie ne peut pas être valorisé dans un scénario déterministe sans risque car, avec une courbe de taux toujours croissante, elle ne s'active jamais (sauf actuellement où elle s'activerait les premières années à cause des taux négatifs). C'est pourquoi il est nécessaire d'avoir recours à des scénarii stochastiques pour valoriser ces garanties.

Nous avons utilisé exactement la même démarche que dans la partie 1c) et la synthèse des résultats est donnée ci-dessous :

Avec garantie cliquet	Commission sur encours à 0,96%								Commission sur encours à 0%							
	Femme				Homme				Femme				Homme			
	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans
Scénario 1	-4,5%	-4,9%	-4,8%	-4,9%	-3,9%	-3,8%	-3,7%	-4,3%	7,1%	5,4%	4,1%	2,6%	6,9%	5,5%	4,2%	2,2%
Scénario 2	-1,9%	-6,1%	-10,7%	-14,3%	-4,1%	-8,3%	-11,8%	-13,8%	10,5%	5,0%	-1,0%	-6,1%	7,3%	1,7%	-3,2%	-6,6%
...
scenarior le plus favorable	104,6%	78,8%	55,7%	38,9%	93,7%	64,3%	49,2%	31,6%	174,5%	130,6%	98,4%	71,0%	151,4%	109,2%	85,1%	58,0%
...
scenarior le moins favorable	-179,0%	-170,2%	-158,1%	-142,1%	-169,9%	-158,3%	-144,1%	-124,2%	-163,1%	-156,6%	-146,5%	-130,4%	-155,6%	-146,3%	-132,2%	-114,0%
...
1999	-63,3%	-63,6%	-63,6%	-62,6%	-62,6%	-62,3%	-61,4%	-59,3%	-54,4%	-55,6%	-56,7%	-56,7%	-54,4%	-55,1%	-55,1%	-54,1%
2000	46,8%	33,2%	17,6%	3,2%	39,5%	26,5%	11,6%	-0,1%	90,9%	71,3%	49,5%	28,7%	79,1%	60,1%	39,1%	21,3%
Moyenne 2000 scenarii	-16,9%	-17,4%	-17,5%	-17,0%	-15,9%	-15,9%	-15,6%	-14,6%	-1,8%	-4,2%	-6,4%	-8,0%	-2,1%	-4,2%	-5,9%	-6,8%
Central	9,3%	8,3%	7,2%	6,0%	9,4%	8,4%	7,3%	6,2%	20,2%	17,9%	15,4%	12,9%	19,3%	17,0%	14,6%	12,3%
TVOG	-26,2%	-25,6%	-24,6%	-23,0%	-25,2%	-24,3%	-22,9%	-20,9%	-22,0%	-22,1%	-21,8%	-20,9%	-21,4%	-21,2%	-20,5%	-19,1%
Central avec mortalité TGF05	9,2%	8,1%	6,9%	5,7%	9,2%	8,1%	6,9%	5,7%	20,3%	18,0%	15,5%	12,9%	20,3%	18,0%	15,5%	12,9%

...=scenarii analysés en détail dans la suite du mémoire

Tableau 20 : Calcul TVOG avec garantie cliquet - Synthèse des simulations réalisées

⇒ On constate que :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Comme nous l'avons envisagé de manière intuitive, l'intégration d'une garantie cliquet crée une **TVOG significative => même sans commission sur encours, la rentabilité moyenne reste négative sur toutes les têtes.**
 - La rentabilité du scénario moyen est légèrement plus faible que sans garantie cliquet (rentabilités calculées à la partie 1)c) car la garantie s'active les premières années à cause des taux d'intérêts négatifs et du faible niveau des taux ne permettant pas d'amortir les frais de gestion.
 - Plus l'assuré liquide tôt, plus la durée de la rente en unités de compte est élevée et plus la TVOG est importante.
- ⇒ Là aussi, nous avons réalisé plusieurs tests de cohérence sur les résultats obtenus :
- Nous avons vérifié la convergence de la moyenne des scénarii pour s'assurer que le nombre de simulations (2000) était suffisamment élevé.
 - Nous avons vérifié que le résultat technique obtenu était bien nul en cas d'utilisation de la table de mortalité du tarif et du provisionnement (TGF05) pour simuler la mortalité.
 - Nous avons analysé les cas extrêmes et le scénario central :
 - Le scénario le plus favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% avec garantie cliquet (VAN/Encours converti = 55,7%) :

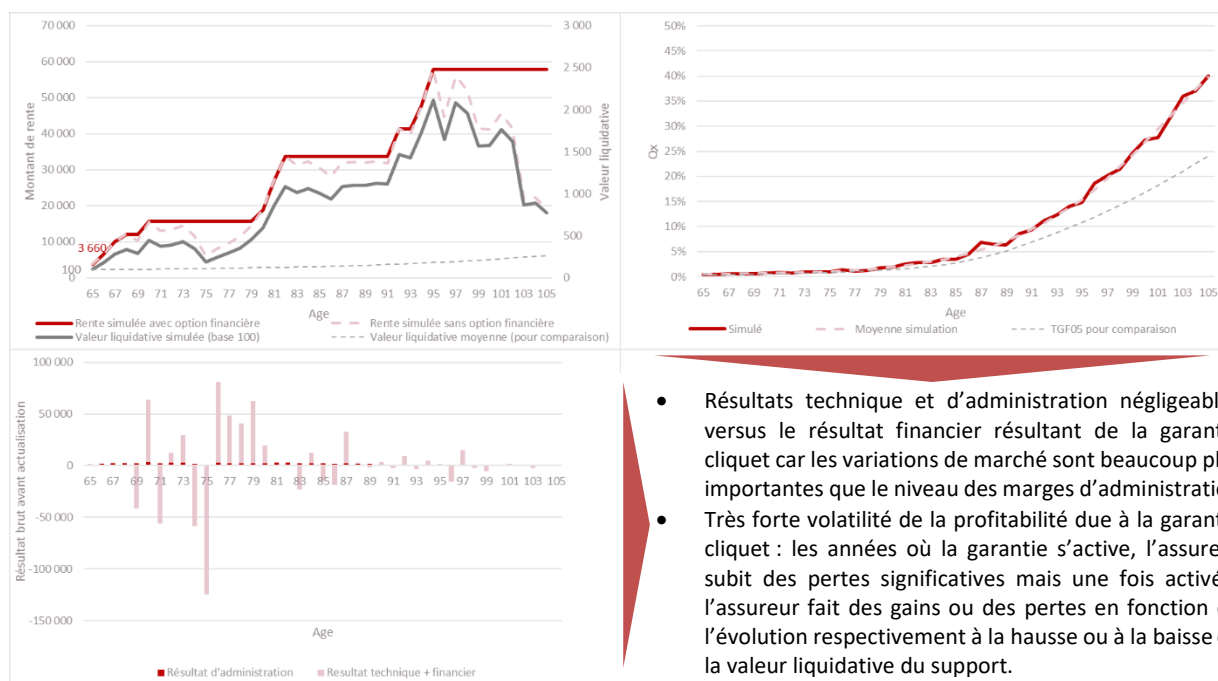


Figure 62 : Calcul de la TVOG avec garantie cliquet - Analyse d'un scénario favorable

- Résultats technique et d'administration négligeables versus le résultat financier résultant de la garantie cliquet car les variations de marché sont beaucoup plus importantes que le niveau des marges d'administration
- Très forte volatilité de la profitabilité due à la garantie cliquet : les années où la garantie s'active, l'assureur subit des pertes significatives mais une fois activée, l'assureur fait des gains ou des pertes en fonction de l'évolution respectivement à la hausse ou à la baisse de la valeur liquidative du support.

Ce scénario fait partie des quelques scénarii où la garantie cliquet améliore la rentabilité assureur. En effet, quand la valeur liquidative chute violemment, l'assureur doit racheter des unités de compte pour garantir le cliquet mais si la valeur liquidative remonte, l'assureur « profite » d'un gain financier sur la remontée. Par exemple, de manière simplifiée, si l'assureur garantit 100 unités à une valeur liquidative initiale de 1€ et que la valeur liquidative chute de -50% à 0,5€, l'assureur va devoir racheter 100 unités à 0,5€ (pour 50€) pour avoir au global 100€ (200 unités à 0,5€). Mais si la valeur liquidative remonte à 1€, l'assureur aura 200€ (200 unités à 1€) alors qu'il garantit 100€, soit un gain de 100€ => au global, il aura fait une perte de 50€ l'année de la chute de la valeur liquidative mais un gain de 100€ l'année suivante. Dans ce scénario la valeur liquidative croît globalement, malgré des chutes brutales fréquente, mais globalement conduit à un résultat financier positif pour l'assureur.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Le scénario le moins favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% avec garantie cliquet (VAN/Encours converti = -158%) :

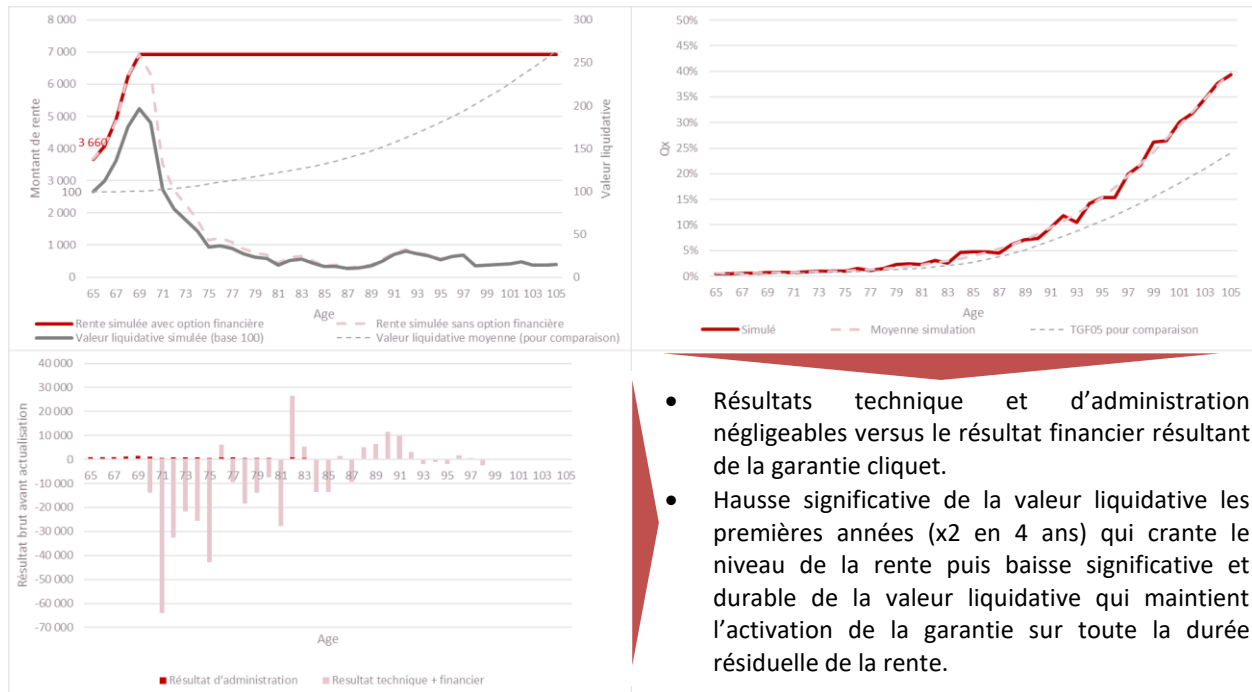


Figure 63 : Calcul de la TVOG avec garantie cliquet - Analyse d'un scénario défavorable

- Résultats technique et d'administration négligeables versus le résultat financier résultant de la garantie cliquet.
- Hausse significative de la valeur liquidative les premières années (x2 en 4 ans) qui crante le niveau de la rente puis baisse significative et durable de la valeur liquidative qui maintient l'activation de la garantie sur toute la durée résiduelle de la rente.

- Le scénario central pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 7,2%) qui ne correspond pas à la moyenne des 2000 scénarii car la TVOG est non nulle :

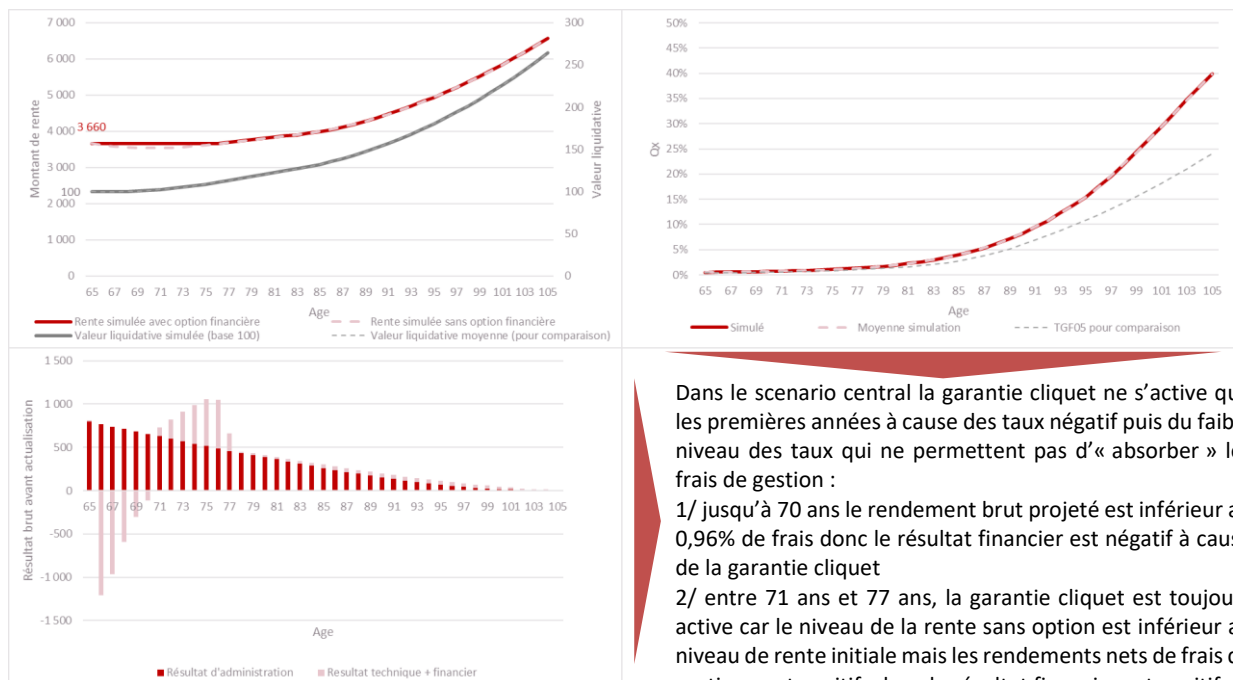


Figure 64 : Calcul de la TVOG avec garantie cliquet - Analyse du scénario central

- Dans le scénario central la garantie cliquet ne s'active que les premières années à cause des taux négatif puis du faible niveau des taux qui ne permettent pas d'« absorber » les frais de gestion :
- jusqu'à 70 ans le rendement brut projeté est inférieur au 0,96% de frais donc le résultat financier est négatif à cause de la garantie cliquet
 - entre 71 ans et 77 ans, la garantie cliquet est toujours active car le niveau de la rente sans option est inférieur au niveau de rente initiale mais les rendements nets de frais de gestion sont positifs donc le résultat financier est positif

Comme, nous l'avons vu dans le tableau de synthèse, avec des frais de gestion sur encours à 0,96% et même sans commission, la rentabilité assureur est systématiquement négative avec l'introduction d'une garantie cliquet. Il

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

est donc inconcevable de proposer une telle garantie dans ces conditions. Ci-dessous l'impact de la revue à la hausse des frais de gestion sur la rentabilité assureur pour une femme liquidant à 65 ans :

Femme liquidant à 65 ans	Sans cliquet		Avec cliquet		Avec cliquet retarifé	
	0,96%	0,96%	0,96%	0,96%	2,00%	3,00%
Frais de gestion	0,96%	0,96%	0,96%	0,96%	2,00%	3,00%
Scénario\Commissions sur encours	0,96%	0,00%	0,96%	0,00%	0,96%	0,00%
1	6,5%	13,3%	-4,8%	4,1%	0,7%	10,5%
2	6,8%	13,8%	-10,7%	-1,0%	-8,5%	1,9%
...
scenario le plus favorable	35,8%	73,0%	55,7%	98,4%	85,7%	144,2%
...
scenario le moins favorable	2,0%	3,7%	-158,1%	-146,5%	-152,5%	-136,6%
...
1999	2,3%	4,4%	-63,6%	-56,7%	-63,6%	-56,6%
2000	23,6%	49,6%	17,6%	49,5%	35,2%	73,0%
Moyenne 2000 scenarii	7,8%	15,9%	-17,5%	-6,4%	-11,5%	3,1%
Central	7,8%	15,9%	7,2%	15,4%	10,3%	18,5%
TVOG	0,0%	0,0%	-24,6%	-21,8%	-21,8%	-15,4%
Central avec mortalité TGF05	7,6%	16,0%	6,9%	15,5%	10,5%	18,9%

= résultats déjà présentés plus haut dans le mémoire pour comparaison

Tableau 21 : Impact d'une retarification sur la rentabilité avec garantie cliquet

⇒ Même avec :

- Des frais de gestion à 3% qui supprimeraient complètement l'intérêt client (car avec un rendement brut cible du support de notre solution de rente en unités de compte à 3%, le rendement net cible deviendrait nul),
- Et sans commissions, qui supprimeraient complètement l'intérêt apporteur

La rentabilité espérée n'est pas au niveau de la rentabilité attendu sur notre solution de rente en unités de compte sans garantie cliquet.

⇒ **Dans ces conditions, nous n'envisageons pas de proposer une garantie cliquet sur notre solution de rente en unités de compte.**

b) Coût d'une garantie plancher sur le montant de la rente

Dans ce paragraphe, nous analysons le coût d'une garantie plancher complémentaire sur le montant de la rente. On envisage une garantie plancher permettant de garantir le montant minimum de la rente à celui de la rente initiale. Ce qui donne graphiquement :

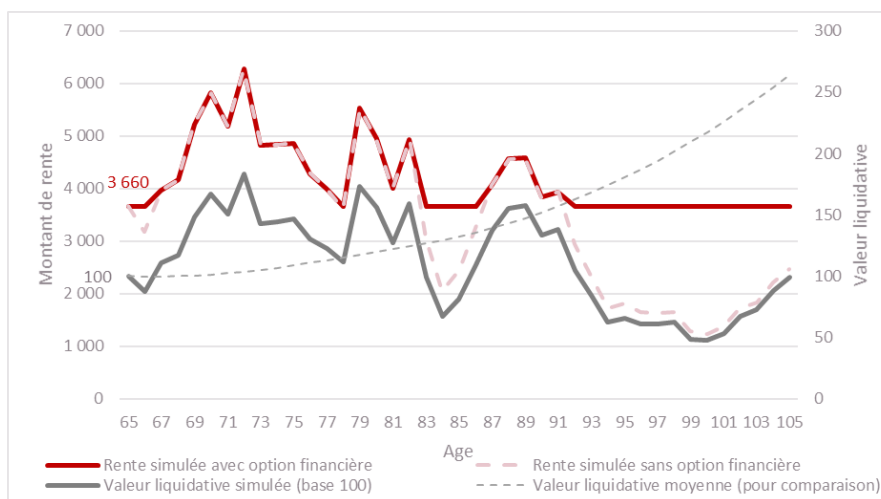


Figure 65 : Illustration de la garantie plancher envisagée

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Le coût de ce type de garantie ne peut pas être valorisé dans un scénario déterministe sans risque car, avec une courbe de taux toujours croissante, elle ne s'active jamais (sauf actuellement où elle s'activerait les premières années à cause des taux négatifs). C'est pourquoi il est nécessaire d'avoir recourt à des scénarii stochastiques pour valoriser ces garanties.

Nous avons utilisé exactement la même démarche que dans la partie 1)c) et la synthèse des résultats est donnée ci-dessous :

Avec garantie plancher	Commission sur encours à 0,96%								Commission sur encours à 0%							
	Femme				Homme				Femme				Homme			
	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans
Scénario\Age à la liquidation																
1	0,8%	0,1%	-0,4%	-1,0%	1,1%	0,7%	0,2%	-0,8%	11,8%	9,9%	8,2%	6,1%	11,3%	9,6%	7,8%	5,4%
2	7,7%	5,0%	2,0%	-0,4%	6,4%	3,7%	1,4%	0,0%	18,1%	14,3%	10,0%	6,4%	16,0%	12,1%	8,6%	6,0%
...
scénario le plus favorable	60,3%	46,3%	35,8%	27,7%	57,9%	43,4%	34,9%	27,2%	125,0%	93,9%	73,0%	55,6%	111,2%	84,3%	66,1%	50,4%
...
scénario le moins favorable	-113,6%	-109,0%	-102,2%	-93,0%	-108,7%	-102,3%	-94,3%	-83,3%	-103,3%	-100,1%	-94,6%	-86,8%	-99,3%	-94,2%	-87,6%	-77,9%
...
1999	-63,3%	-63,6%	-63,6%	-62,6%	-62,6%	-62,3%	-61,4%	-59,3%	-54,4%	-55,6%	-56,7%	-56,7%	-54,4%	-55,1%	-55,1%	-54,1%
2000	30,7%	27,4%	23,6%	19,9%	31,1%	27,7%	24,1%	20,6%	65,9%	58,1%	49,6%	41,0%	62,9%	54,9%	46,8%	38,6%
Moyenne 2000 scenarii	-3,0%	-4,1%	-5,2%	-6,0%	-2,7%	-3,7%	-4,5%	-5,0%	10,1%	7,3%	4,5%	2,0%	9,2%	6,6%	4,1%	2,1%
Central	9,3%	8,3%	7,2%	6,0%	9,4%	8,4%	7,3%	6,2%	20,2%	17,9%	15,4%	12,9%	19,3%	17,0%	14,6%	12,3%
TVOG	-12,3%	-12,4%	-12,4%	-12,0%	-12,1%	-12,1%	-11,8%	-11,2%	-10,1%	-10,6%	-10,9%	-10,8%	-10,1%	-10,4%	-10,5%	-10,2%
Central avec mortalité TGF05	9,2%	8,1%	6,9%	5,7%	9,2%	8,1%	6,9%	5,7%	20,3%	18,0%	15,5%	12,9%	20,3%	18,0%	15,5%	12,9%

=scenarii analysés en détail dans la suite du mémoire

Tableau 22 : Calcul TVOG avec garantie plancher - Synthèse des simulations réalisées

- ⇒ On constate que comme nous l'avons envisagé de manière intuitive, l'intégration d'une garantie financière complémentaire crée une **TVOG** mais **évidemment moins importante que la garantie cliquet qui crante la rente à un niveau plus haut.**
- ⇒ Là aussi, nous avons réalisé plusieurs tests de cohérence sur les résultats obtenus :
 - Nous avons vérifié la convergence de la moyenne des scénarii pour s'assurer que le nombre de simulations (2000) était suffisamment élevé.
 - Nous avons vérifié que le résultat technique obtenu était bien nul en cas d'utilisation de la table de mortalité du tarif et du provisionnement (TGF05) pour simuler la mortalité.
 - Nous avons analysé les cas extrêmes et le scénario central :
 - Le scénario le plus favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% avec garantie cliquet (VAN/Encours converti = 35,8%) => voir la Figure 65 : dans ce scénario financier extrêmement favorable, la garantie plancher ne s'active jamais.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Le scénario le moins favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% avec garantie cliquet (VAN/Encours converti = -102%) :

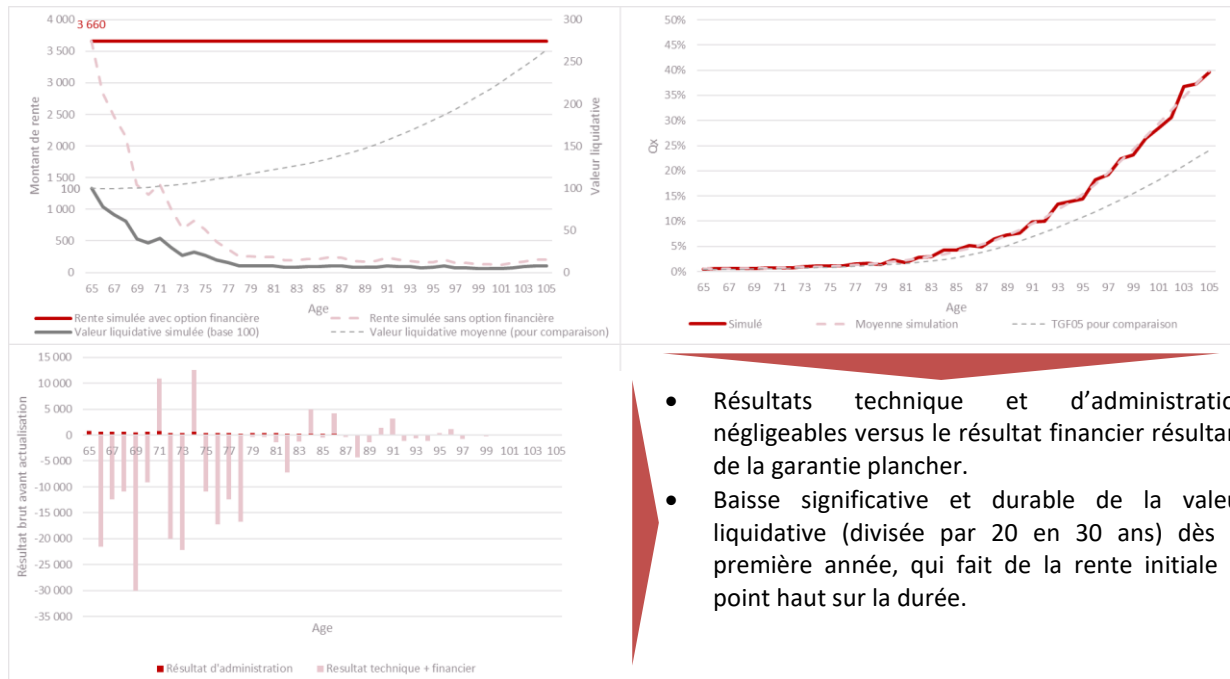


Figure 66 : Calcul de la TVOG avec garantie plancher - Analyse d'un scénario défavorable

- Par exemple, le scénario central pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 7,2%) qui ne correspond pas à la moyenne des 2000 scénarii car la TVOG est non nulle => voir la figure 70.

Comme, nous l'avons vu dans le tableau de synthèse, avec des frais de gestion sur encours à 0,96% et même sans commission, la rentabilité assureur est très significativement dégradée avec l'introduction d'une garantie plancher. Il est donc inconcevable de proposer une telle garantie dans ces conditions. Ci-dessous l'impact de la revue à la hausse des frais de gestion sur la rentabilité assureur pour une femme liquidant à 65 ans :

Femme liquidant à 65 ans	Sans plancher		Avec plancher		Avec plancher retarifé			
	0,96%		0,96%		2,00%		3,00%	
	0,96%	0,00%	0,96%	0,00%	0,96%	0,00%	0,96%	0,00%
1	6,5%	13,3%	-0,4%	8,2%	1,8%	10,3%	2,1%	10,5%
2	6,8%	13,8%	2,0%	10,0%	5,7%	13,6%	7,0%	14,8%
...
scenario le plus favorable	35,8%	73,0%	35,8%	73,0%	66,5%	99,3%	89,1%	118,2%
...
scenario le moins favorable	2,0%	3,7%	-102,2%	-94,6%	-102,2%	-94,6%	-102,1%	-94,5%
...
1999	2,3%	4,4%	-63,6%	-56,7%	-63,6%	-56,6%	-63,6%	-56,6%
2000	23,6%	49,6%	23,6%	49,6%	46,4%	69,7%	64,0%	85,2%
Moyenne 2000 scenarii	7,8%	15,9%	-5,2%	4,5%	-0,4%	8,9%	3,0%	12,0%
Central	7,8%	15,9%	7,2%	15,4%	10,3%	18,4%	10,4%	18,5%
TVOG	0,0%	0,0%	-12,4%	-10,9%	-10,7%	-9,4%	-7,4%	-6,5%
Central avec mortalité TGF05	7,6%	16,0%	6,9%	15,5%	10,5%	18,8%	10,6%	18,9%

■ = résultats déjà présentés plus haut dans le mémoire pour comparaison

Tableau 23 : Impact d'une retarification sur la rentabilité avec garantie plancher

⇒ Pour ramener la rentabilité avec garantie plancher à un niveau proche de la rentabilité sans garantie plancher il faudrait :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Remonter les frais de gestion à plus de 2%, ce qui réduirait l'intérêt client (car avec un rendement brut cible du support de notre solution de rente en unités de compte à 3%, le rendement net cible deviendrait inférieur à 1%),
 - Et supprimer les commissions sur encours, ce qui supprimerait complètement l'intérêt apporteur
- ⇒ **Dans ces conditions, nous n'envisageons pas de proposer une garantie plancher sur notre solution de rente en unités de compte.**

3) Rentabilité de la rente en unités de compte versus rente en euro

Dans cette partie nous comparons la rentabilité de notre solution de rente en unités de compte (sans garantie financière car comme nous l'avons vu dans la partie précédente nous ne souhaitons pas proposer de telles garanties) par rapport à la rentabilité des rentes en euro actuellement commercialisées par SwissLife.

Nous supposons que les frais fixes pour gérer une rente en unités de compte sont identiques à ceux pour gérer une rente en euro « classiques » : comme nous l'avons vu dans le chapitre II de ce mémoire, même si nous avons fait des choix pour limiter le plus possible les coûts informatiques, la mise en œuvre de notre solution de rente en unités de compte nécessitera des développements informatiques « exceptionnels » (pour transformer annuellement la rente différée en nombre de parts en une rente temporaire en euro et une rente différée d'un an supplémentaire en nombre de parts) mais comme nous n'induisons aucune opération de gestion supplémentaire par rapport à une rente en euro « classique », cette hypothèse semble pertinente.

De plus comme nous l'avons vu dans la partie 1) de ce chapitre III, notre solution de rente en unités de compte n'induit pas de TVOG et sa rentabilité peut donc être mesurée dans un univers risque neutre de manière déterministe sur la base de la courbe des taux sans risque forward 1 an. Dans ce scénario financier et pour une tête donnée, le résultat technique constaté sur une rente en euro ou une rente en unités de compte sera identique (car sans volatilité sur la valeur liquidative, il n'y a pas de volatilité sur le résultat technique de la rente en unités de compte) et sa redistribution sous forme de participation aux bénéfices aux stock sera également identique.

- ⇒ Nous négligeons donc les résultats techniques dans cette partie : la mortalité appliquée sera celle du tarif de la rente (TGF05).

Pour la rente en euro, comme nous l'avons expliqué au paragraphe 1) de cette partie, il y a une TVOG qui serait calculable à partir d'une modélisation stochastique, sous Prophet, du rendement du fonds en euro et de sa redistribution sous forme de participations aux bénéfices. Comme les calculs sont réalisés sur Excel, nous négligeons la TVOG de la rente en euro et projeter le rendement du fonds en euro de manière déterministe à partir de la courbe des taux sans risque forward 1 an à fin 2017. La rentabilité de la rente en euro ainsi obtenu sera donc un majorant d'une rentabilité intégrant une TVOG. Pour information, les calculs de MCEV/VNB de SwissLife France à fin 2017 font ressortir une TVOG de -2,1% sur les rentes en euro « classiques » sans taux techniques.

Ainsi :

- Pour le calcul de la rentabilité de la rente en unités de compte, nous projetons uniquement une marge d'administration correspondant à :
 - + 0,80% de rétrocession
 - + 0,96% de frais de gestion annuels
 - les commissions sur encours (nous simulons pour 0% et 0,96% correspondant à la borne basse et haute du commissionnement qui sera réellement retenu => nous souhaitons nous garder une marge de manœuvre suffisante pour commissionner fortement l'apporteur pour encourager notre solution de rente en unités de compte).
- Pour le calcul de la rentabilité de la rente en euro « classique », nous projetons :
 - Une marge d'administration correspondant aux 3% de frais d'arrérages. Cette marge d'administration est reversée à 90% sous forme de participation aux bénéfices pour respecter les contraintes de participation aux bénéfices minimums.
 - Une marge financière correspondant aux produits financiers sur les provisions mathématiques de rente nettes de reversement à 85% sous forme de participation aux bénéfices.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

Ci-dessous les résultats obtenus en calculant la valeur actuelle nette probable des résultats futurs hors frais fixes ramenée à l'encours converti en rente :

Age à la liquidation	55 ans	60 ans	65 ans	70 ans
Rente en UC sans indexation et sans commission	20,6%	18,4%	16,0%	13,6%
Rente en UC avec indexation de -1% et sans commission	19,1%	17,2%	15,0%	12,8%
Rente en UC avec commission de 0,96%	9,6%	8,6%	7,6%	6,5%
Rente en UC avec indexation de -1% et avec commission de 0,96%	9,0%	8,1%	7,1%	6,1%
Rente en € (hors TVOG)	3,3%	2,7%	2,1%	1,5%

scenarii analysés en détail dans la suite du mémoire = []

Tableau 24 : Comparaison de la rentabilité de notre solution de rente en unités de compte versus rente en euro « classique »

- ⇒ On constate que la rentabilité de notre solution de rente en unités de compte est environ 3 fois supérieure à celle de la rente en euro actuellement commercialisée par SwissLife sans tenir compte de la TVOG de cette dernière.
- ⇒ Attention, ces calculs étant réalisés en risque neutre, la marge financière de l'assureur est limitée mais dans le monde réel les assureurs utilisent souvent le portefeuille des rentiers pour tirer leur marge financière globale : la participation aux bénéfices attribuées aux rentiers, qui sont « bloqués » chez l'assureur une fois leur contrat liquidé, est ainsi souvent plus faible que celle attribuée aux assurés en phase de constitution, pour lesquels la pression concurrentielle est forte. Ce mécanisme n'est pas intégré dans les calculs ci-dessus.
- ⇒ Ci-dessous le détail des résultats (le détail en version « tableur Excel » est donnée en annexe 7) pour un assuré liquidant 100k€ à 65 ans sur notre solution de rente en unités de compte sans indexation avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 7,6%) :

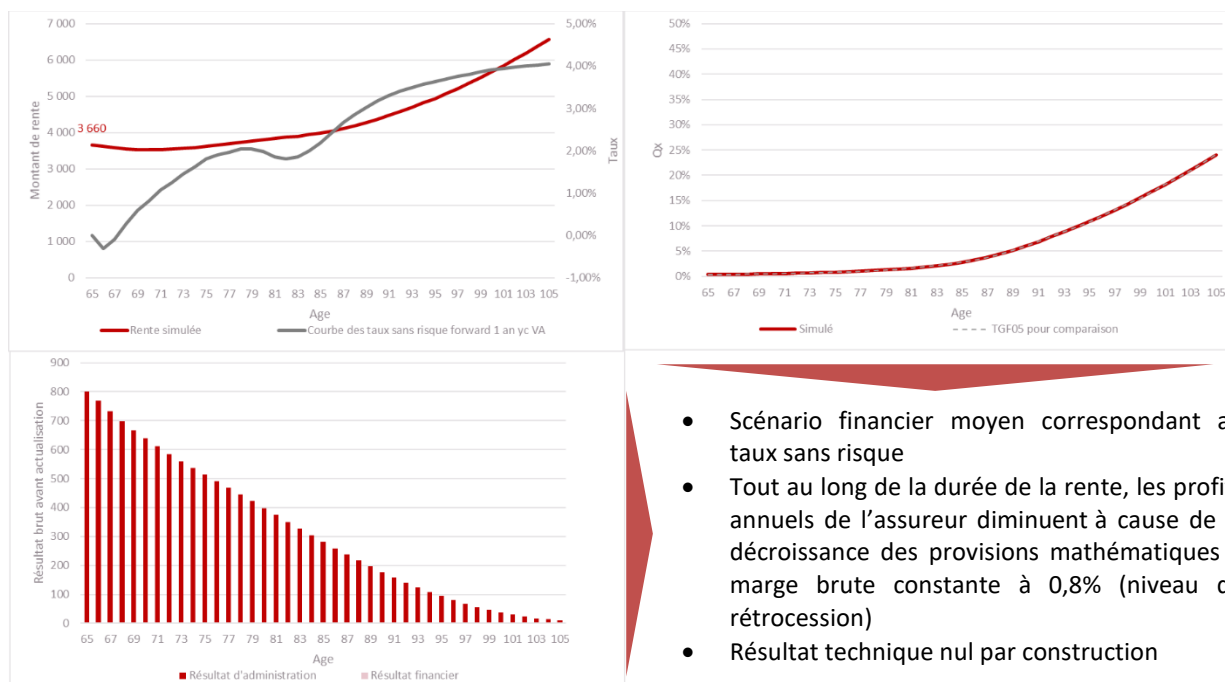


Figure 67 : Simulation rente en unités de compte sans indexation

- Scénario financier moyen correspondant au taux sans risque
- Tout au long de la durée de la rente, les profits annuels de l'assureur diminuent à cause de la décroissance des provisions mathématiques à marge brute constante à 0,8% (niveau de rétrocession)
- Résultat technique nul par construction

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

⇒ Ci-dessous le détail des résultats (le détail en version « tableur Excel » est donnée en annexe 8) pour un assuré liquidant 100k€ à 65 ans sur notre solution de rente en unités de compte avec indexation négative de -1% avec commission à 0,96% (VAN/Encours converti = 7,1%) :

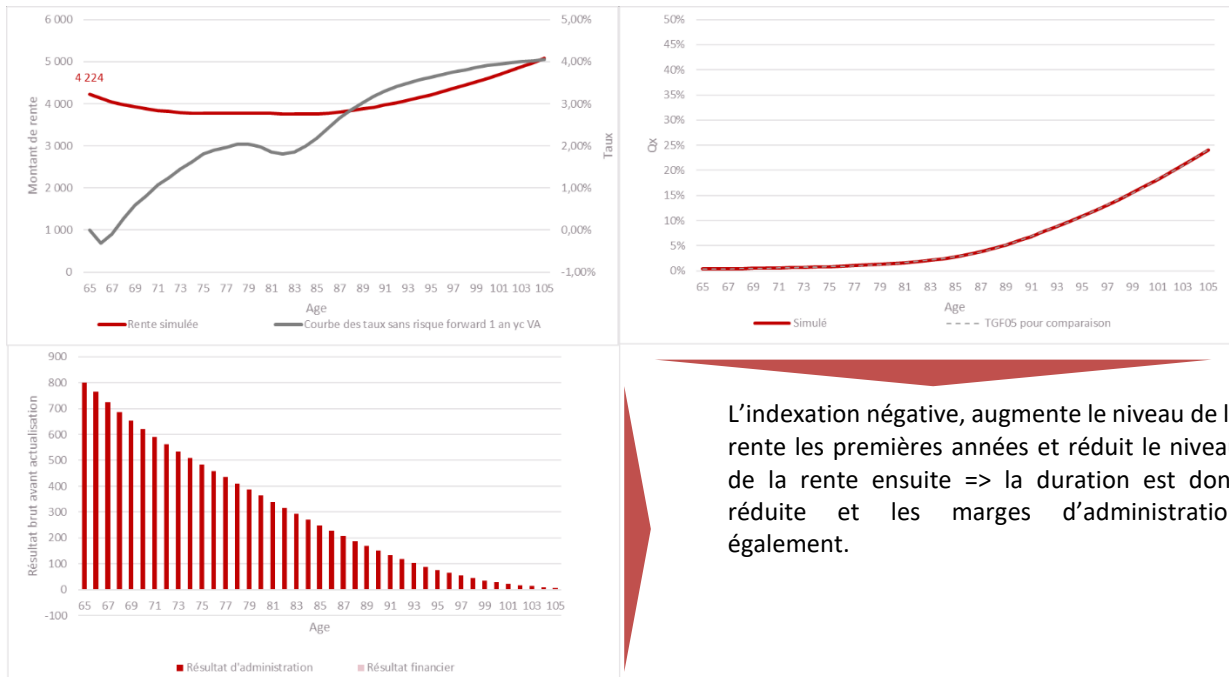


Figure 68 : Simulation rente en unités de compte avec indexation négative de -1%

L'indexation négative, augmente le niveau de la rente les premières années et réduit le niveau de la rente ensuite => la durée est donc réduite et les marges d'administration également.

⇒ Ci-dessous le détail des résultats (le détail en version « tableur Excel » est donnée en annexe 9) pour un assuré liquidant 100k€ à 65 ans sur la rente en euro actuellement commercialisée par SwissLife (VAN/Encours converti = 2,1%) :

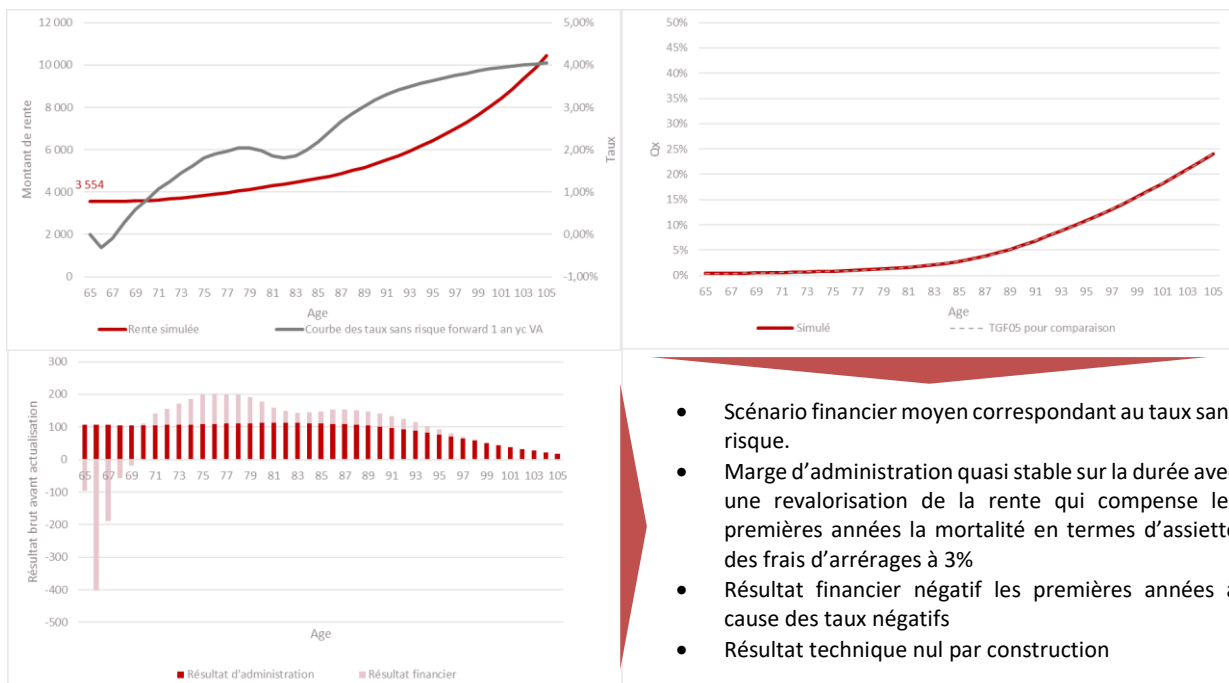


Figure 69 : Détail rentabilité rente en euro

- Scénario financier moyen correspondant au taux sans risque.
- Marge d'administration quasi stable sur la durée avec une revalorisation de la rente qui compense les premières années la mortalité en termes d'assiette des frais d'arrérages à 3%
- Résultat financier négatif les premières années à cause des taux négatifs
- Résultat technique nul par construction

4) Impact sous solvabilité 2

a) Scénario Equivalent

Le calcul du Solvency Capital Requirement (SCR) proposé par la formule standard de Solvabilité 2 est basé sur une approche modulaire : le SCR total est la somme des SCR de base de chacun des modules (risques de souscription vie, non-vie et santé, risque de marché, risque de contrepartie et risque d'actifs intangibles) et de leurs sous-modules. Les chocs n'étant pas simultanés, la somme des SCR intègre un effet de diversification.

Le scénario équivalent est un scénario unique de choc simultané des facteurs de risque dont le résultat doit estimer au mieux l'exigence en capital réglementaire. Il est calibré de sorte que si tous les chocs équivalents survenaient simultanément, l'impact sur la NAV soit égal au SCR total calculé par l'approche modulaire. Cela consiste ainsi à allouer à chacun des risques individuels les bénéfices de la diversification.

La détermination d'un scénario équivalent au SCR repose sur l'approche dite "par matrice de covariance" testée dans le QIS5, la cinquième étude quantitative d'impact réalisée par l'EIOPA sur la mise en place de Solvabilité 2. D'autres méthodes pourraient être envisagées pour calibrer le scénario équivalent. L'approche par matrice de covariance a néanmoins l'avantage d'être simple et appropriée par rapport à la méthode d'agrégation utilisée dans SII.

En pratique, le scénario équivalent est calibré sur la base des résultats de l'approche modulaire. On utilise les effets de diversification induits par la matrice de corrélation pour déduire la réduction des niveaux de chocs de chaque facteur de risque. Cette approche par scénario équivalent repose sur deux hypothèses : la linéarité du SCR par rapport au choc appliqué à un facteur de risque et la linéarité du SCR sur des chocs croisés entre deux facteurs de risque.

Pour chaque facteur de risque i , la pondération ω_i du besoin en capital individuel est définie par :

$$\omega_i = \frac{\sum_{j=1}^n \text{corr}_{i,j} \cdot SCR_j}{SCR_{tot}}$$

Où :

- ✓ la somme porte sur tous les sous-modules de risque j
- ✓ $\text{corr}_{i,j}$ est le coefficient de corrélation entre les sous-modules de risque i et j
- ✓ SCR_j est l'exigence en capital correspondant au sous-module de risque j

On retrouve alors :

$$\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot SCR_i = SCR_{tot}$$

Le scénario équivalent est alors défini comme le scénario combiné des chocs calibrés dans la formule standard réduits par les coefficients de pondération ω_i correspondants.

Le scénario équivalent est calibré tous les ans par les équipes ALM de SwissLife France en fonction du bilan et des conditions économiques de clôture. Au 31 décembre 2017, les chocs du scénario équivalent qui nous intéressent pour l'étude de notre solution de rente en unités de compte sont les suivants :

Chocs	Standard au 31/12/2017	Scenarion equivalent au 31/12/2017
Action	41%	36,5%
Taux	SCR.5.21	60,7% du choc standard à la baisse
Spread	+182bps au global sur le portefeuille obligataire de SL France	82,3% du choc standard
Longévité	20%	6,3%

Tableau 25 : Chocs du scénario équivalent

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

b) Efficacité de notre solution de rente en unités de compte versus la rente en euro

Dans ce paragraphe, nous analysons l'efficacité marginale de notre solution en termes de solvabilité à partir du scénario équivalent de SwissLife France et comparons cette efficacité à celle de la rente en euro actuellement commercialisée par SwissLife. Nous prenons comme référence une tête de 65 ans liquidant 100k€, appliquons la mortalité du tarif dans le scénario central et négligeons les frais fixes (la comptabilité analytique de SwissLife ne permet pas d'avoir une vision aussi fine de l'allocation des frais fixes à la gestion des rentes mais de manière grossière, une fois en service, le coût de la gestion des rentes est relativement faible car les équipes de gestion n'interviennent quasiment plus).

Dans l'analyse, nous prenons des hypothèses simplificatrices prudentes pour la comparaison entre l'efficacité de notre solution en unités de compte et celle de la rente en euro : ainsi les hypothèses simplificatrices prises pour la modélisation des impacts marginaux SII de notre solution seront des hypothèses dégradant la vision réelle alors qu'inversement, elles seront au profit de la rente en euro.

Pour notre solution de rente en unités de compte :

- Scénario central : Nous avons vu dans la partie 3) de ce chapitre III que la rentabilité projetée de la rente unités de compte sur la tête étudiée est de 7,6%. Le bilan SII avant choc est donc celui-ci :

Actif	Passif
100k€	7,6k€ PVFP
	92,4k€ BE

Avec :

- PVFP = Present Value of Futur Profits
- BE = Best Estimate
- Scénario équivalent :
 - Nous supposons que l'unité de compte est investie à 100% sur de l'action (nature d'actif avec le choc le plus significatif) => choc appliqué de 36,5% sur la valeur de l'actif et de la provision mathématique d'ouverture.
 - Nous recalculons la PVFP choquée de 4,2k€ détaillée ci-dessous :

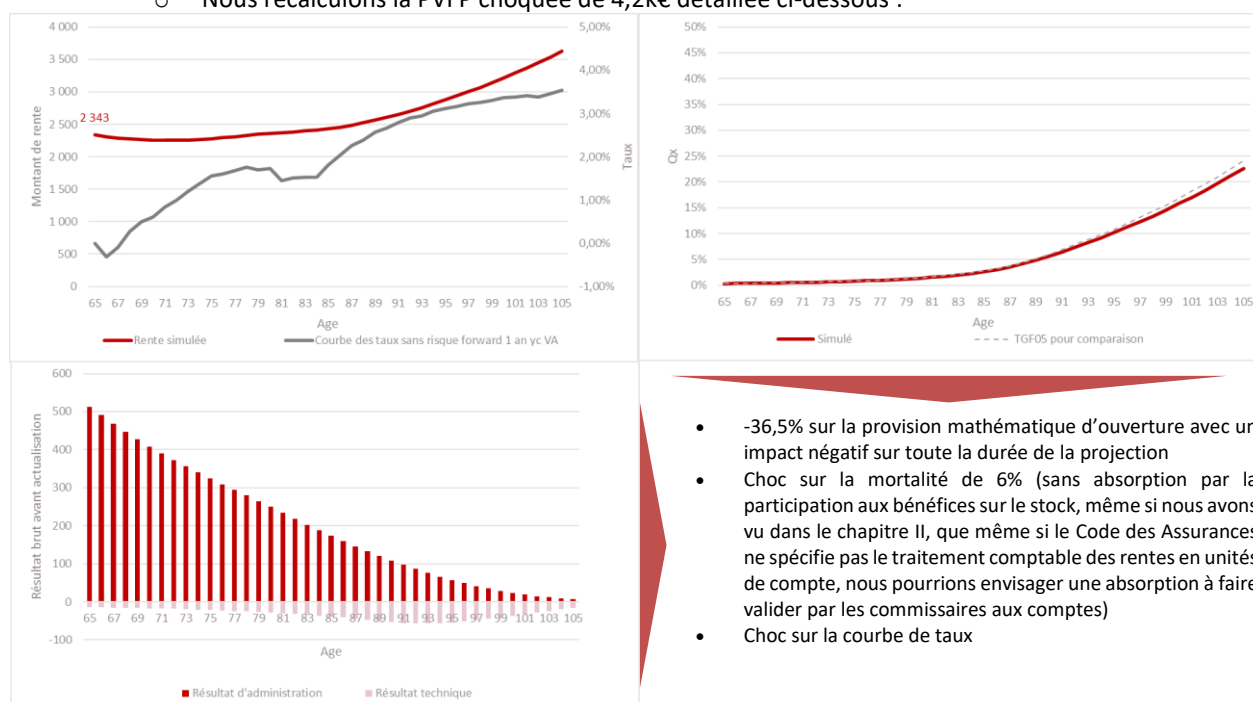


Figure 70 : PVFP rente en unités de compte - scénario équivalent

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Le bilan SII dans le scénario équivalent devient :

Actif	Passif
73,5k€	4,2k€ PVFP 69,3k€ BE

⇒ Soit un SCR marginal de 3,4k€ autofinancé par la PVFP initiale de 7,6k€ (ratio > 200%)

Pour la rente en euro actuellement commercialisée :

- Scénario central : Nous avons vu dans la partie 3) de ce chapitre III que la rentabilité projetée de la rente unités de compte sur la tête étudiée est de 2,1% en négligeant la TVOG. Le bilan SII avant choc est donc celui-ci :

Actif	Passif
100k€	2,1k€ PVFP 97,9k€ BE

- Scénario équivalent :
 - Nous supposons que l'actif est investi à 100% sur de l'obligataire => nous négligeons le choc de taux pour la rente en euro (le gap de duration étant suivi de prêt, le risque de taux est maîtrisé) et appliquons donc uniquement le choc de spread => sur le choc de spread SII, l'actif obligataire du fond en euro de SLAP fait -6% dont 44% absorbé par les passifs. Comme dans le scénario équivalent, le choc est à 82,3% du choc SII, nous appliquons une moins-value de -4,9% à l'actif, soit -4,9k€ dont 44% absorbé par les passifs, soit un SCR de 2,7k€
 - Concernant le choc de longévité, l'impact calculé net de participation aux bénéficiaires est de 0,1k€.

⇒ Soit un SCR total estimé à 2,8k€ non financé par la PVFP initiale de 2,1k€

Cette analyse de l'efficacité de notre solution de rente en unités de compte en termes de solvabilité via le scénario équivalent reste pertinente tant que ce nouveau produit reste non significatif à l'échelle de SwissLife. Dans le cas contraire, le « profil » de Solvabilité de SwissLife serait modifié et ne permettrait plus d'utiliser le scénario équivalent.

5) Sensibilité de l'intérêt assuré/assureur au tarif, choix de l'UC et option de rente

Dans cette dernière partie, nous analysons la sensibilité au choix des options de rente, au tarif et au choix du support en unités de compte sur l'intérêt du triptyque assureur/assuré/apporteur pour nous assurer que la solution que nous avons retenue (support = OPCVM SwissLife Prudent avec 0,96% de frais sur provision mathématiques) avec les options de rente que nous souhaitons mettre en avant (indexation négative de -0,5%) en argument commercial correspond bien à la plus pertinente pour le triptyque.

Pour maximiser le succès commercial d'un nouveau produit, il faut tenter de maximiser l'intérêt global du triptyque : ainsi pour arbitrer entre plusieurs solutions envisagées, l'idéal serait de positionner les différentes solutions sur un graphique à 3 dimensions avec, pour chaque axe, l'intérêt de chaque partie prenante et avec une échelle homogène entre les intérêts de chacun. Les solutions sur une même sphère seraient avec un intérêt global identique et la solution optimale serait la solution sur la sphère de rayon maximal.

- ⇒ Malheureusement, la construction d'un tel graphique est complexe voire impossible pour plusieurs raisons :
 - Première difficulté : pour chaque partie prenante, regrouper tous ses intérêts qui peuvent être de natures très différentes pour créer un intérêt spécifique global correctement pondéré entre tous ses intérêts.

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

- Deuxième difficulté : échelonner les intérêts globaux de chacun pour ne pas privilégier une des parties prenantes au détriment des autres.
- ⇒ Nous avons néanmoins gardé la philosophie et positionné les principaux intérêts de chacun sur un graphique « radar » en mettant une note entre 0 et 10 (la plus cohérente possible) sur chaque intérêt en fonction de la solution envisagée. Ci-dessous les principaux intérêts qui ont été recensés pour notre triptyque concernant la phase de rente et la méthodologie d'attribution des notes extrêmes :

Triptyque	Principaux intérêts recensés	Principaux drivers positifs identifiés	Interférences négatives directes sur les autres intérêts	Méthodologie d'attribution des notes extrêmes	
				0	10
Assuré	Niveau initial de la rente	- Suppression des frais d'arrérage - Mise en place d'indexation négative	- Rentabilité assureur ou commissionnement apporteur - Revalorisation annuelle	Pour la rente « classique » avec 3% de frais d'arrérage	Pour la solution envisagée maximisant le niveau de rente initial
	Revalorisation annuelle espérée de la rente	- Suppression des frais de gestion annuels - Dynamisation du support de la rente	- Rentabilité assureur ou commissionnement apporteur - Volatilité de la rente	0% de revalorisation	Pour la solution envisagée maximisant la revalorisation
	Volatilité des arrérages de rente	- Choix du support - Part en UC	- Revalorisation de la rente - Rentabilité assureur ou commissionnement apporteur	Pour la solution envisagée avec la plus grosse volatilité	0% de volatilité
Assureur	Rendement	- Intégration de frais sur PM - Baisse des commissions - Maximisation des rétrocessions sur le support de la rente - Intégration de frais d'arrérage - Limitation de l'indexation négative pour maximisation de la durée	- Revalorisation de la rente - Volatilité de la rente - Niveau initial de la rente - Rémunération apporteur	0% de rendement	Pour la solution envisagée maximisant la revalorisation
Apporteur	Rémunération	Commissions	- Rendement assureur	0% de rémunération	Pour la solution envisagée maximisant la revalorisation

Figure 71 : Principaux intérêts pour le triptyque sur la phase de rente

- ⇒ Pour chaque intérêt recensé, il existe des drivers pour le maximiser mais qui ont systématiquement un ou des impacts négatifs directs sur un autre intérêt. Par exemple, de manière évidente, une augmentation des commissions aura un effet positif sur la rémunération de l'apporteur mais un effet négatif sur la rentabilité de l'assureur toutes choses égales par ailleurs.
- ⇒ Pour tous les intérêts recensés, les notes intermédiaires sont attribuées de manière linéaire entre les notes extrêmes définies.
- ⇒ L'aire du graphique radar que nous traçons donnera une idée de l'intérêt global du triptyque : une aire importante signifiera un intérêt global important et inversement.
- ⇒ Nous avons joué sur tous les drivers identifiés et vérifié que la solution que nous avons retenue avec les options que nous souhaitons mettre en avant est la plus pertinente pour le triptyque :

III. Analyse de la rentabilité de ces nouvelles rentes en unités de compte

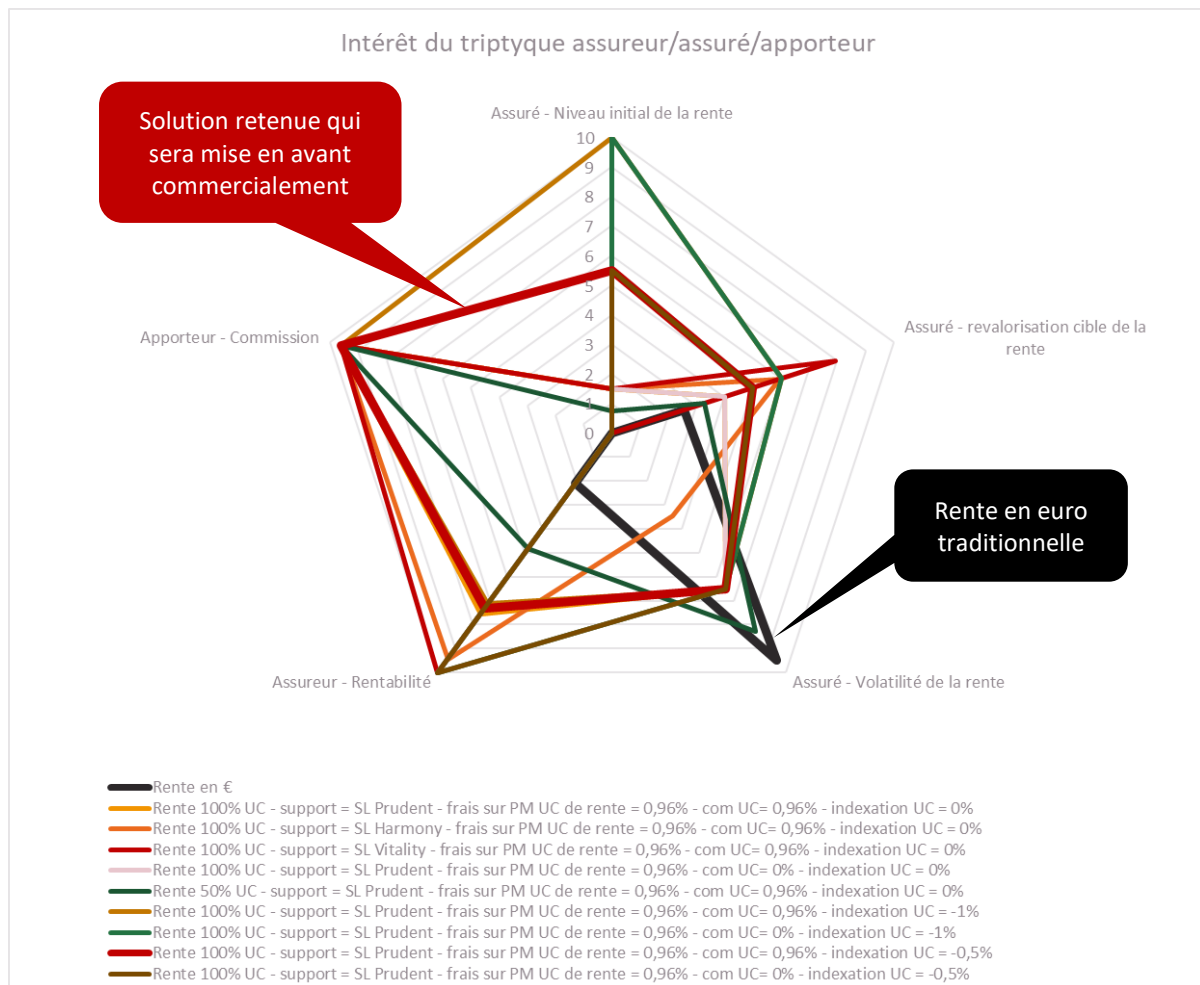


Figure 72 : Sensibilité de l'intérêt global du triptyque aux paramètres de solution retenue

- ⇒ Le graphique ci-dessus (qui correspond à une version allégée pour plus de clarté, la version complète avec l'intégralité des sensibilités réalisées est donnée en Annexe 10) nous conforte dans les choix que nous avons fait : la solution retenue avec l'option d'indexation négative à -0,5% que nous proposons de mettre en avant commercialement est la solution, parmi toutes celles envisagées, qui semble être le meilleur compromis entre tous les besoins du triptyque assureur/assuré/apporteur.

IV. Conclusions/perspectives

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons construit une solution de rente unités de compte répondant aux contraintes du triptyque assureur/assuré/apporteur.

Le simulateur construit sur la base du modèle de Black & Scholes, dans le chapitre II du mémoire, permet d'appréhender le fonctionnement de notre solution et de mettre en valeur l'intérêt pour l'assuré en fonction de son profil de risque. Il pourra également être utilisé par les apporteurs pour les projets d'avant-vente.

Les travaux réalisés dans le chapitre III, confortent les choix qui ont été faits sur le design de notre solution et garantissent l'intérêt assureur de la mise en œuvre d'une telle solution, alternative crédible et intéressante aux rentes en euro « traditionnelles ».

Les premiers développements informatiques pour mettre en œuvre notre solution de rente en unités de compte étaient d'ores et déjà à l'étude mais ce projet a été mis en stand-by en interne du fait du projet de loi PACTE (Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises) qui prévoit des mesures qui pourraient potentiellement remettre en question l'intérêt de notre solution pour l'assureur :

- Suppression de l'obligation de sortie en rente au terme des produits de retraite individuels et obligation restreinte aux versements obligatoires sur les contrats collectifs (possibilité de sortir en capital pour les sommes issues des versements volontaires) => comme nous le constatons sur les produits d'assurance vie markétés retraite, qui sont actuellement sans obligation de sortie en rente, quand l'assuré a le choix entre rente et capital, il privilégie quasiment systématiquement le capital => les montants d'encours à potentiellement convertir en rente en unités de compte dans le futur pourraient être significativement en dessous des chiffres annoncés dans le chapitre I.
- Cantonnement des produits retraites avec des rétrocessions acquises au canton (comme sur les PERP) et donc à reverser sous forme de participation aux bénéfices aux assurés du canton => cette mécanique supprimerait l'intégralité de la marge d'administration de notre solution de rente en unités de compte qui repose sur ces rétrocessions.
- Création de 3 compartiments hermétiques au sein de chaque contrat de retraite pour isoler les versements en fonction de leurs natures => cette nouveauté obligera les assureurs à faire d'importants développements informatiques et réduira les budgets disponibles pour les autres projets.

Au moment de la rédaction de ce mémoire, le texte définitif de la loi n'a pas encore été voté et l'application de ces mesures aux contrats retraite en stock sera précisée par de futures ordonnances. Dans ces conditions et dans l'attente de plus de visibilité sur le marché de la retraite, le projet de rente en unités de compte a été mis en stand-by en interne. Les assureurs doivent s'adapter à la réglementation (très mouvante ces dernières années) et leur priorité numéro un sur le marché de la retraite est de construire au plus vite un produit d'épargne retraite innovant optimisant toutes les possibilités offertes par la loi PACTE.

Annexe 1 - Références

Articles et documents

- Documents internes de SwissLife
- Analyse du taux technique en assurance vie par l'ACPR
- Directive européenne 92/96/EEC
- Planchet F. et Donio M. : Variable annuities et contrats euro diversifiés : quelle place en assurance vie ? – La Tribune de l'Assurance/ Article de mars 2009
- Methods Protocol for the Human Mortality Database
- Planchet F. : Tables de mortalité - Support de cours 2018-2019

Sites Internet

- <http://www.ressources-actuarielles.net>
- <https://www.mortality.org>: The Human Mortality Database
- <https://eiopa.europa.eu>

Mémoires

- Planchet F. 2009 : Pilotage technique d'un régime de rentes viagères
- Vu T.A : Modélisation et couverture du risque de longévité
- Quashie A. et Denuit M. 2005 : Modèles d'extrapolation de la mortalité aux grands âges

Annexe 2 – Mortalité : Notations et préliminaires actuariels

Soit un individu d'âge x , nous notons T_x la variable aléatoire représentative de sa durée de vie résiduelle et nous rappelons ci-dessous les principales notions/ notations nécessaires à l'analyse de la mortalité :

Probabilités de survie et de décès :

- Probabilité de survie d'un individu d'âge x à l'âge $t > x$:

$${}_t p_x = \mathbb{P}[T_x > t]$$

- Probabilité de décès d'un individu d'âge x à l'âge $t > x$:

$${}_t q_x = \mathbb{P}[T_x \leq t]$$

- Probabilité de décès d'un individu d'âge x au cours d'une période comprise entre $t > 0$ et $t+t'$:

$${}_{t|t'} q_x = \mathbb{P}[t \leq T_x \leq t + t']$$

- Relation entre ces probabilités :

$${}_{t|t'} q_x = {}_t p_x - {}_{t+t'} p_x$$

Avec en particulier lorsque $t' \rightarrow 0$:

$${}_t p_x + {}_t q_x = 1$$

- Lorsque $t=1$ an, on note généralement : ${}_1 p_x = p_x$ et ${}_1 q_x = q_x$

Loi de survie :

Au sein d'un groupe homogène et suffisamment grand, on note par L_x (nombre certain) le nombre d'individus vivants, indépendants et de même âge x à l'instant $t=0$.

En $t>0$, le nombre d'individus toujours en vie est une variable aléatoire notée L_{x+t} . On définit également, le nombre de décès observé sur t années par $D_{x+t} = L_x - L_{x+t}$

A chaque individu $i \in \{1, \dots, L_x\}$, nous attribuons une variable $X_i(t)$ de valeur nulle lorsque l'individu est mort en date t et de valeur 1 s'il est toujours vivant à l'âge t . Cette variable aléatoire est appelée « indicateur de survie ». La variable $X_i(t)$ telle que définie, est une variable de Bernoulli d'espérance ${}_t p_x$.

En $t>0$: $L_{x+t} = \sum_{i=1}^{L_x} X_i(t)$, on en déduit donc le nombre probable de vivants à l'âge $x+t$ désigné par l_{x+t} est donné par l'espérance :

$$l_{x+t} = \mathbb{E}(L_{x+t}) = L_x \times {}_t p_x$$

En particulier lorsque $t \rightarrow 0$, $l_x = L_x$ et la probabilité de survie devient : ${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$

On en déduit, pour la probabilité de décès (ou taux brut de mortalité) :

$${}_t q_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{d_{x+t}}{l_x} = \frac{\mathbb{E}(D_{x+t})}{L_x}$$

Ainsi, le nombre probable de vivants pour toutes les périodes peut être déterminé à un coefficient de proportionnalité près $l_x = L_x$. Ces valeurs donnent la loi de survie du groupe et constituent une table de mortalité.

Taux de mortalité :

• **Taux central de mortalité :**

Le taux central de mortalité correspond au nombre de décès rapporté à l'effectif moyen (ou exposition au risque) sur une période donnée. Ce taux à la date t et pour l'âge x est donné par la relation suivante :

$$m_{x+t} = \frac{\mathbb{E}(D_{x+t})}{\mathbb{E}(ER_{x+t})}$$

Où : $ER_{x+t} = \int_0^1 L_{x+t+s} ds$ est l'exposition au risque à l'âge x durant l'année t.

Ce taux n'est pas à confondre avec le taux brut de mortalité qui rapporte le nombre de décès à l'effectif initial et non plus l'effectif moyen comme ci-dessus.

• **Taux instantané de mortalité (force de mortalité) :**

Soit un individu d'âge x à l'instant 0, et supposé vivant à l'instant t (i.e. à l'âge x+t), nous cherchons la probabilité qu'il décède entre t et t + dt, définie par :

$$\mu_{x+t} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(t < T_x < t + dt | T_x > t)}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{dt} \times \frac{{}_t p_x - {}_{t+dt} p_x}{{}_t p_x}$$

En supposant la fonction ${}_t p_x$ dérivable par rapport à t, on obtient :

$$\mu_{x+t} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{dt} \times \frac{-({}_t p_x)' \times dt}{{}_t p_x} = \frac{-({}_t p_x)'}{{}_t p_x} = -(\ln({}_t p_x))' \Rightarrow {}_t p_x = \exp\left(\int_0^t -\mu_{x+s} ds\right)$$

Par ailleurs, avec : ${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$ alors, $({}_t p_x)' = \frac{l'_{x+t}}{l_x}$, d'où en posant s = x+t:

$$\mu_s = \frac{-l'_s}{l_s} = -\frac{d(\ln(l_s))}{ds}$$

Le taux instantané de mortalité est l'outil de base pour la construction des tables de mortalité d'un point de vue théorique. Mais d'un point de vue pratique, c'est le taux annuel de mortalité qui est utilisé par les actuaires pour la construction des tables de mortalité.

Répartition intra-annuelle des décès :

Les tables de mortalités sont généralement des données annuelles. Il conviendrait donc de disposer d'une méthode pour déterminer les probabilités de décès entre les âges x + t avec t < 1. Plusieurs hypothèses existent:

- ✓ Hypothèse de linéarité de la mortalité : les décès sont répartis uniformément entre deux âges, et donc le décès a lieu au milieu d'année.
- ✓ Hypothèse de Balducci : ${}_t q_x = \frac{t \times q_x}{p_x + t \times q_x}$
- ✓ Hypothèse de constance par morceaux des taux instantanés (hypothèse exponentielle) : $\mu_{x+t} = \mu_x$, pour tout t ∈ [0,1].

Pour la suite de ce mémoire, nous retenons la dernière hypothèse qui a pour conséquence les 2 égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \mu_x &= -\ln(1 - q_x), \text{ pour tout } x \text{ entier} \\ \mu_x &= m_x, \text{ pour tout } x \text{ entier} \end{aligned}$$

0. Annexe 2 – Mortalité : Notations et préliminaires actuariels

Cette dernière égalité est très importante par la suite dans le cadre de la modélisation de la mortalité : en effet, les modèles de mortalité se basent généralement sur la projection du taux instantané de mortalité tandis que les données disponibles ne permettent d'avoir que le taux central de mortalité.

Annexe 3 – Analyse des résidus du modèle de Lee-Carter

Le modèle de Lee-Carter suppose que les résidus doivent être homoscédastiques i.e. $\varepsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma^2)$. Les résidus du modèle sont définis comme suit :

$$\varepsilon_{x,t} = \ln(\mu_{x,t}) - \hat{\alpha}_x^* - \hat{\beta}_x \times \bar{\kappa}_t^*$$

Tout d’abord, nous commençons par une analyse visuelle sur ces résidus. Cette analyse est faite sur les âges de 0 à 110 ans car comme précédemment évoqué, et vue les extrapolations réalisées au-delà de 110 ans, la comparaison avec les données brutes n’a pas de sens (absence de données fiables) :

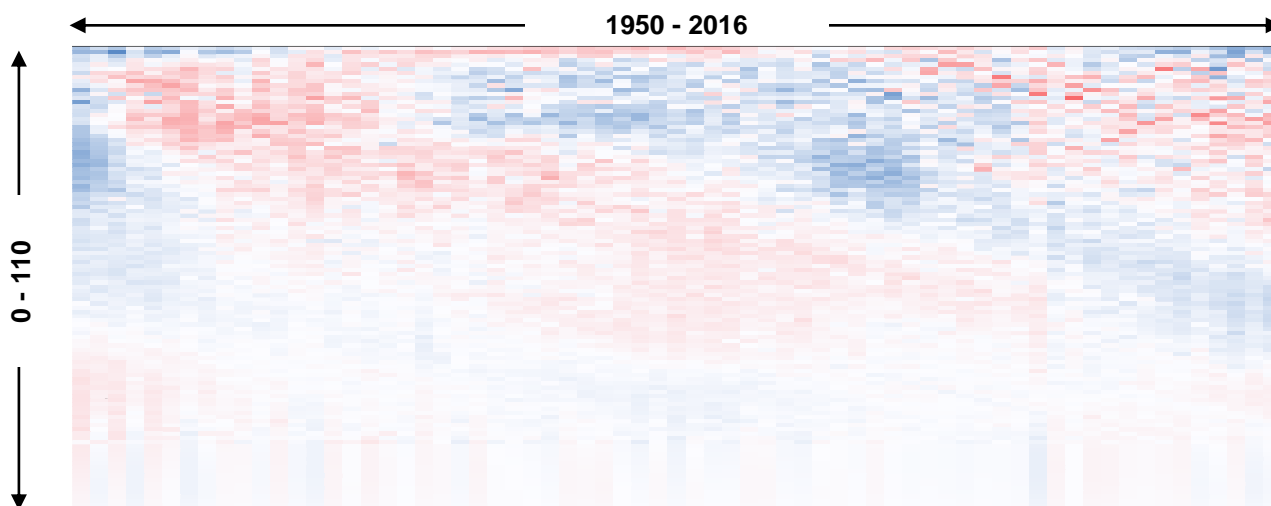


Figure 73 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les femmes (vision par année)

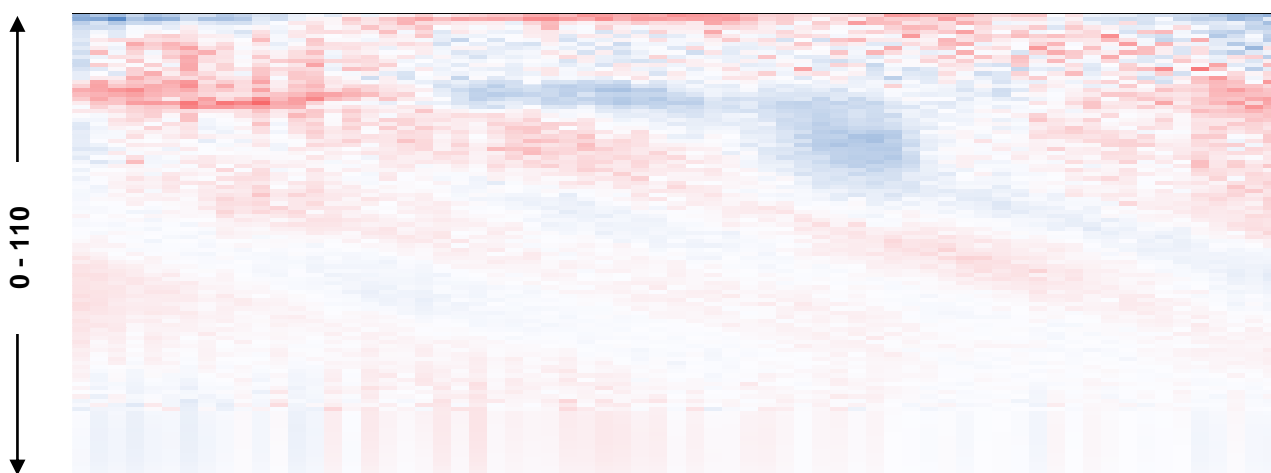


Figure 74 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les hommes (vision par année)

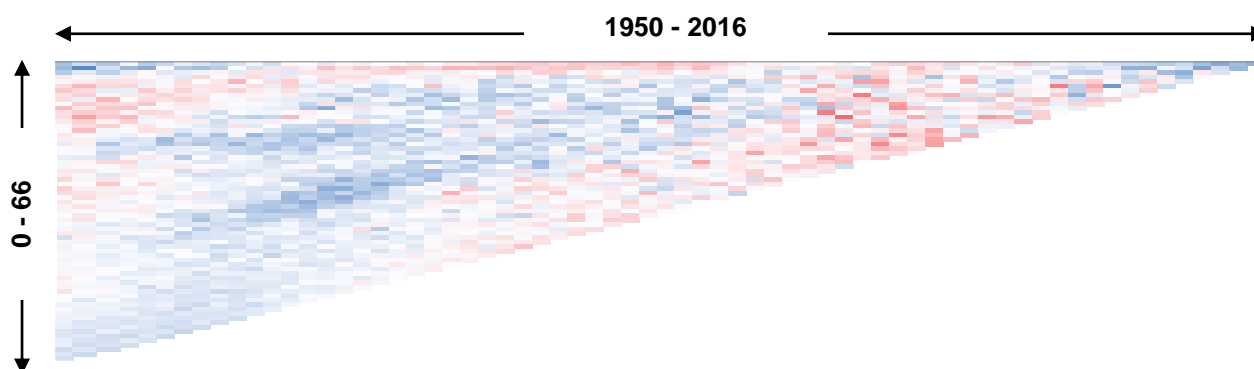


Figure 75 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les femmes (vision par génération)

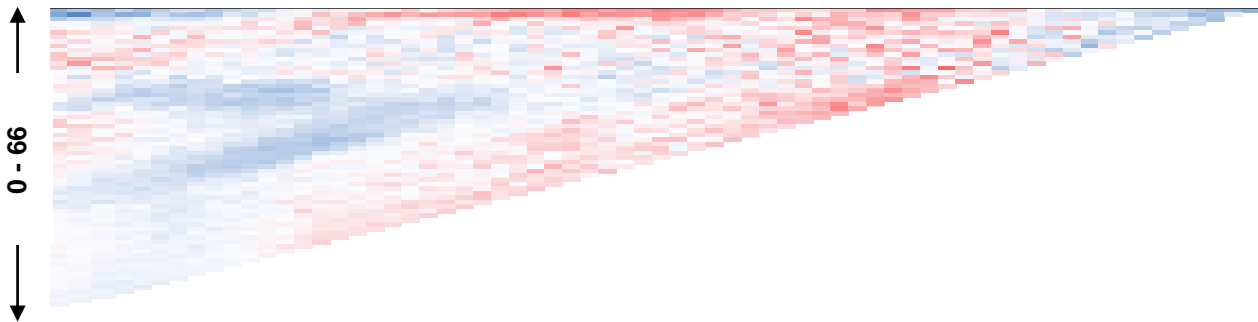


Figure 76 : Résidus du modèle de Lee-Carter pour les hommes (vision par génération)

Les nuances de couleurs traduisent l'écartement par rapport à 0 avec la couleur blanche pour les valeurs autour de 0, les nuances de rouge pour les valeurs <0 (surestimation du taux de mortalité) et les nuances de bleu pour les valeurs >0 (sous-estimation du taux de mortalité).

Nous notons de prime abord que le modèle est assez bon à partir de 40 ans avec une prédominance de nuances proches du blanc. L'ajustement est toutefois mauvais sur les jeunes âges en particulier aux alentours de la bosse accident. Comme nous modéliserons par la suite le risque de longévité, le fait que le modèle se révèle bon au-dessus de 40 ans nous conforte dans la prise en compte de ce modèle. Chez les femmes, le modèle a tendance à plus souvent légèrement sous-estimer les taux de mortalité que chez les hommes. Ceci va également dans le sens de la prudence que nous recherchons d'autant que pour la tarification/ provisionnement c'est les tables femmes qui sont utilisées.

En vision par génération, le modèle se révèle assez bon sur les plus vieilles générations même si cela s'estompe plus rapidement chez les hommes. Enfin, nous notons que le modèle est assez mauvais sur les années 90.

Nous cherchons par la suite à confirmer ces observations en analysant les moyennes et variances des résidus respectivement par rapport au temps et par rapport à l'âge.

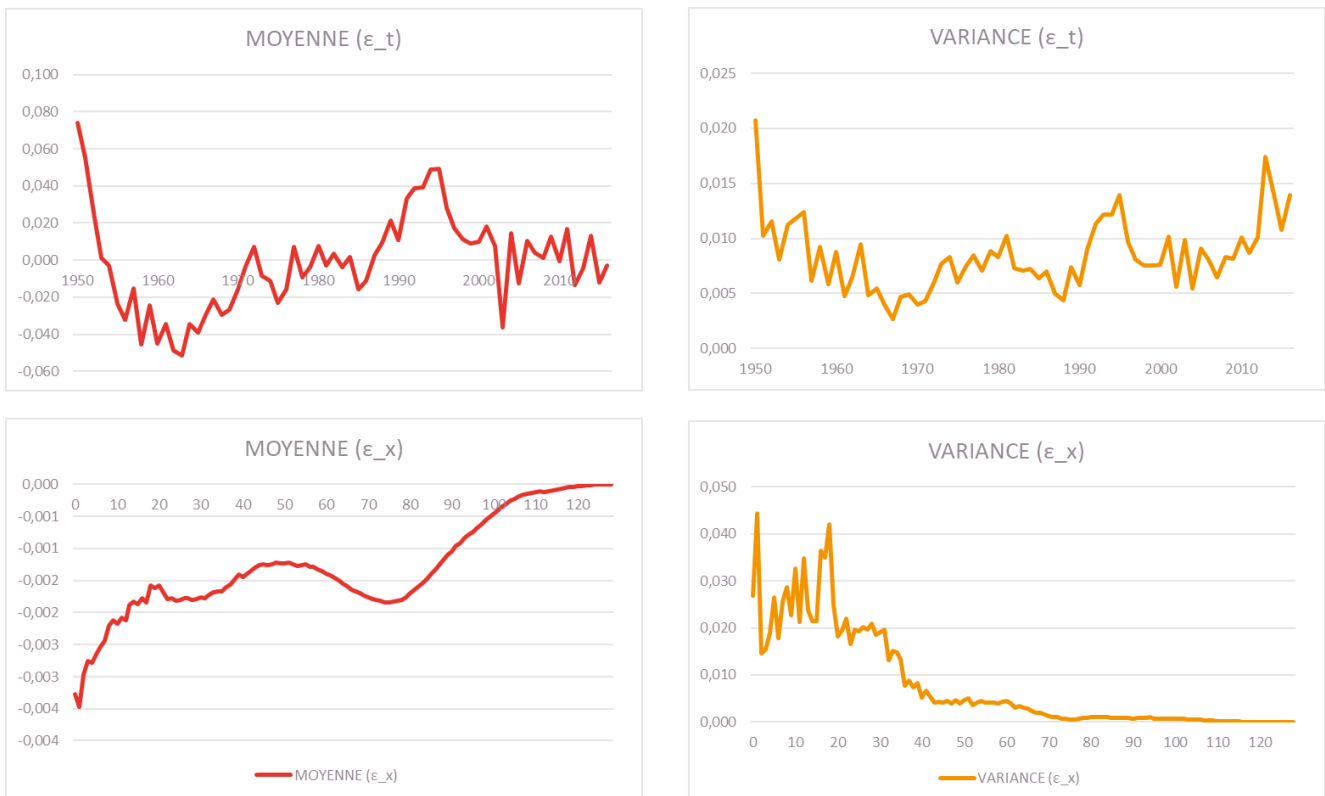


Figure 77 : Moyennes et variances des résidus du modèle de Lee-Carter pour les femmes

0. Annexe 3 – Analyse des résidus du modèle de Lee-Carter

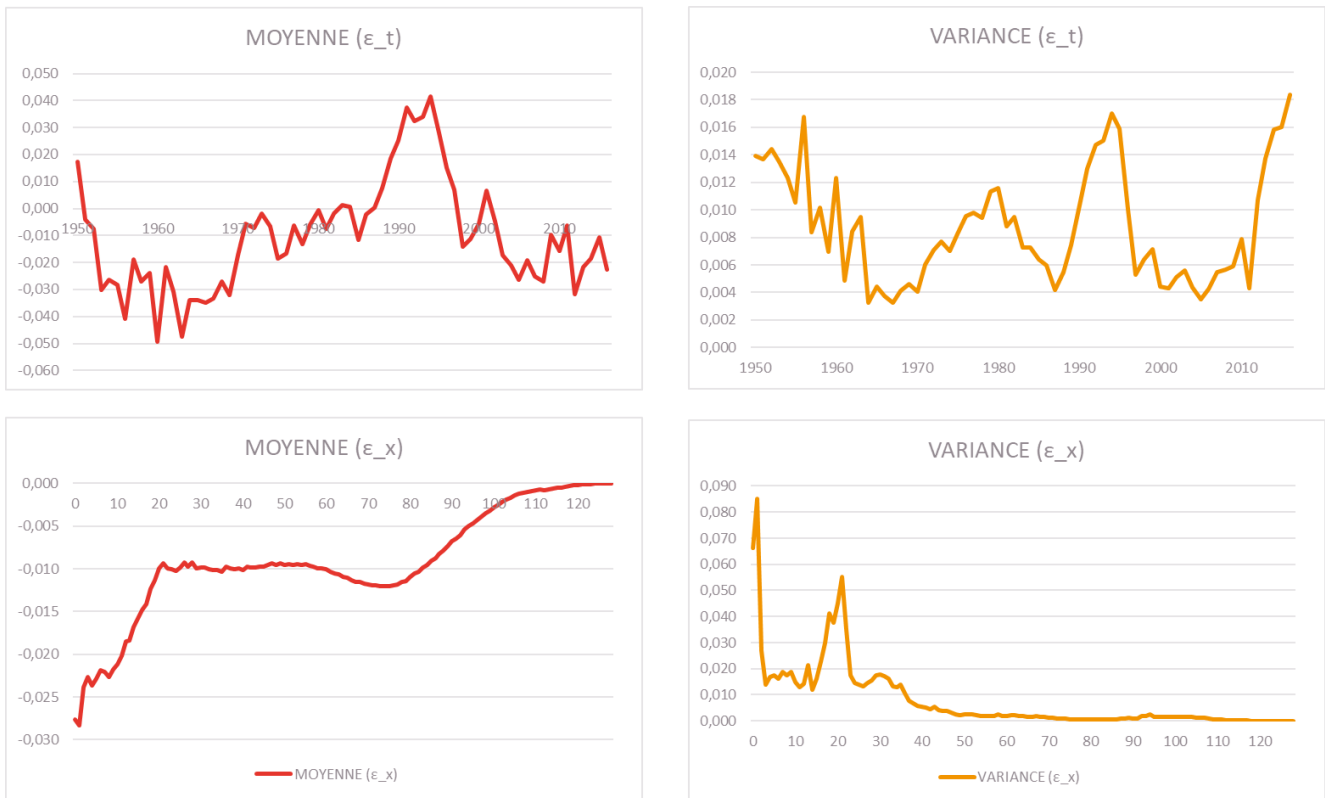


Figure 78 : Moyennes et variances des résidus du modèle de Lee-Carter pour les hommes

Nous constatons que pour la tranche d'âge 0-20 ans, les résidus par âge présentent des moyennes/ variances assez importantes. Le modèle ne paraît pas donc adapté pour décrire la modélisation de la mortalité des jeunes. Par ailleurs, nous notons que les résidus par année présentent des moyennes/ variances assez importantes sur les années 1990 (et après 2010 pour les hommes) ce qui fragilise la robustesse du modèle de Lee-Carter sur ces périodes.

Les analyses ci-dessous confirment la principale critique retenue aujourd'hui contre le modèle de Lee-Carter, à savoir l'hypothèse d'homoscédasticité des résidus. En effet, cette hypothèse n'est pas vérifiée en pratique car la variance du logarithme des taux de décès croît avec l'âge, du fait de la baisse de la population vivante aux âges élevés. Cette forte variabilité est également présente sur les âges infantiles.

Dans la suite, et pour l'évaluation du risque de longévité sur les rentes en UC, nous nous intéresserons plus particulièrement aux âges supérieurs à 60 ans (liquidation de la rente) et aux générations entre 1950 et 1980 (constituant l'essentiel de la population en portefeuille). Sur ces tranches d'âges/ périodes, la performance du modèle semble suffisante pour répondre à nos problématiques.

Annexe 4 – Extrapolation de la composante temporelle du modèle de Lee-Carter

Stationnarité et différenciation de la série temporelle :

Intuitivement et compte-tenu des allures de $\bar{\kappa}_t^*$, nous pouvons déduire que ces séries ne sont pas stationnaires. Ceci est confirmé par le Test augmenté de Dickey-Fuller (ADF) où nous obtenons des p-values > 0,05.

Nous réalisons une différenciation de la série temporelle et nous obtenons l'allure suivante :

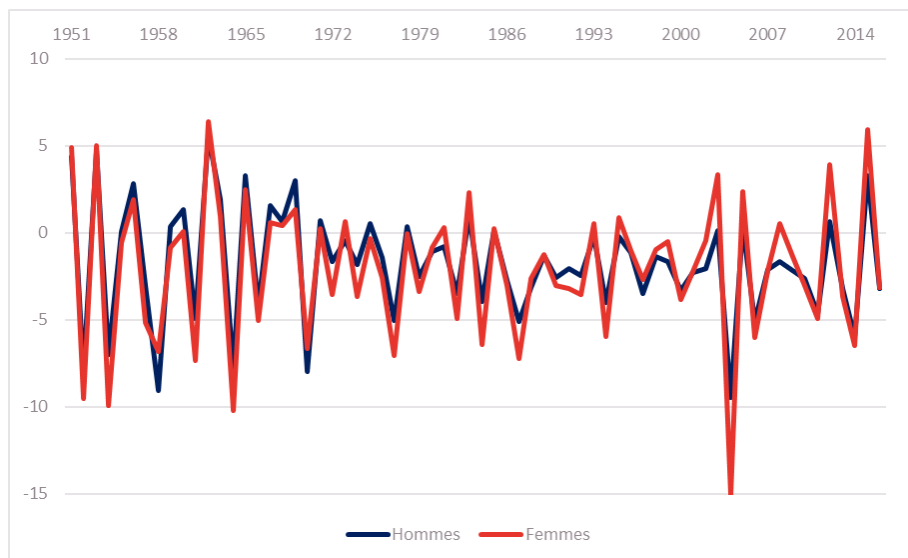


Figure 79 : Différenciation à l'ordre 1 de la composante temporelle $\bar{\kappa}_t^*$

Un nouveau test de Dickey-Fuller confirme la stationnarité des $\bar{\kappa}_t^*$ différenciés à l'ordre que ce soit pour les femmes et les hommes (p-values < 0,01).

Ainsi, le d du modèle ARIMA recherché est de 1 pour les femmes et les hommes.

Identification des modèles ARMA (p,q) :

Ici nous recherchons les valeurs p et q des processus ARMA en étudiant les fonctions d'autocorrélation simple (ACF) pour identifier le modèle MA(q) et d'autocorrélation partielle (PACF) pour identifier le modèle AR(p) :

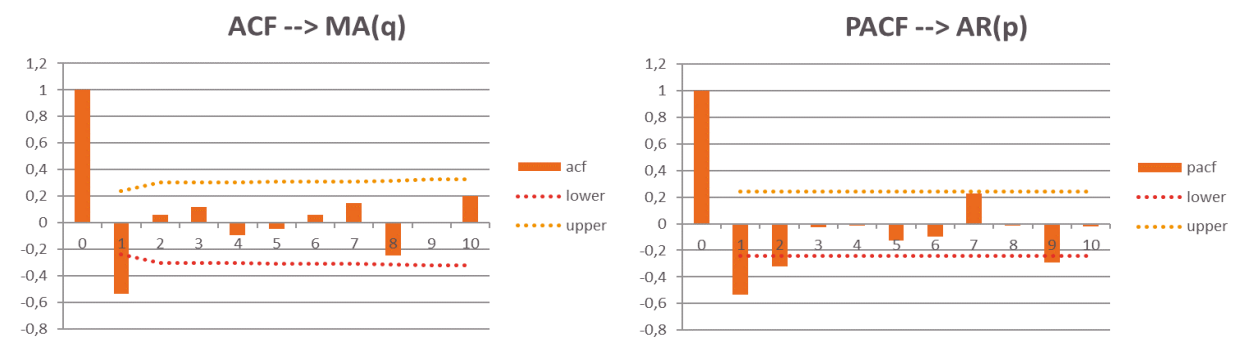


Figure 80 : Autocorrélogramme et autocorrélogramme partiel pour les femmes

0. Annexe 4 – Extrapolation de la composante temporelle du modèle de Lee-Carter

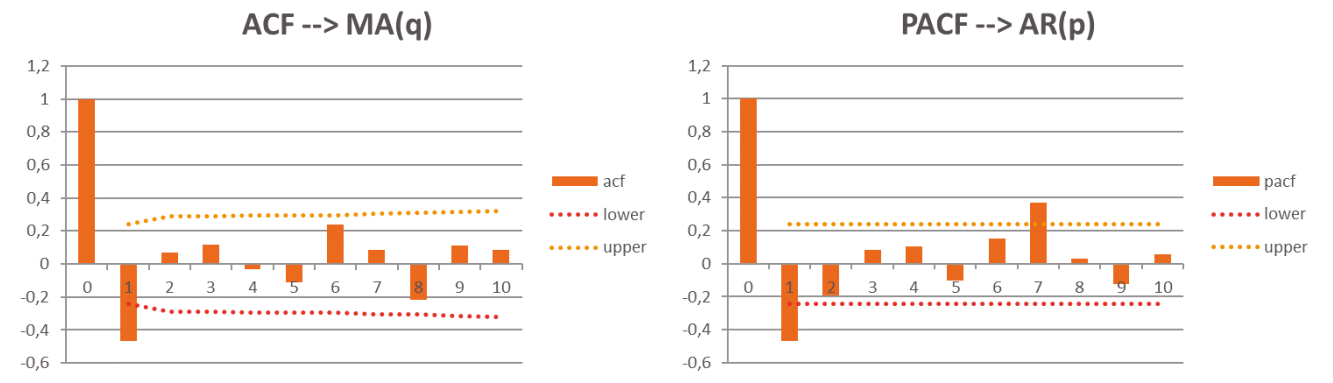


Figure 81 : Autocorrélogramme et autocorrélogramme partiel pour les hommes

Chez les femmes, les autocorrélations simples et partielles sont respectivement significatives pour le premier et le second décalage.

Chez les hommes, les autocorrélations simples et partielles sont respectivement significatives pour le premier décalage.

Nous étudions donc les processus suivants en évaluant les critères AIC et BIC augmentés de chacun des processus :

Femmes	Hommes
ARMA (0,1)	ARMA (0,1)
ARMA (1,1)	ARMA (1,1)
ARMA (1,0)	ARMA (1,0)
ARMA (2,1)	
ARMA (2,0)	

Ainsi pour les femmes, nous avons :

ARMA (p,q)	(0,1)	(1,1)	(1,0)	(2,0)	(2,1)
AIC aug	348,8	343,071	344,083	333,382	337,271
BIC aug	355,4	351,769	348,432	339,859	348,065

⇒ Le processus minimisant les critères AIC/ BIC pour les femmes est le ARMA (2,0)

Et pour les hommes, nous avons :

ARMA (p,q)	(0,1)	(1,1)	(1,0)
AIC aug	331,1	323,475	320,124
BIC aug	337,7	332,172	324,473

⇒ Le processus minimisant les critères AIC/ BIC pour les hommes est le ARMA (1,0).

Analyse des résidus :

Compte-tenu de ce qui précède, les processus ARIMA à retenir pour les femmes et les hommes sont respectivement les processus ARIMA (2,1,0) et ARIMA (1,1,0).

Nous vérifions ensuite que les résidus de ces processus réalisent bien des bruits blancs gaussiens.

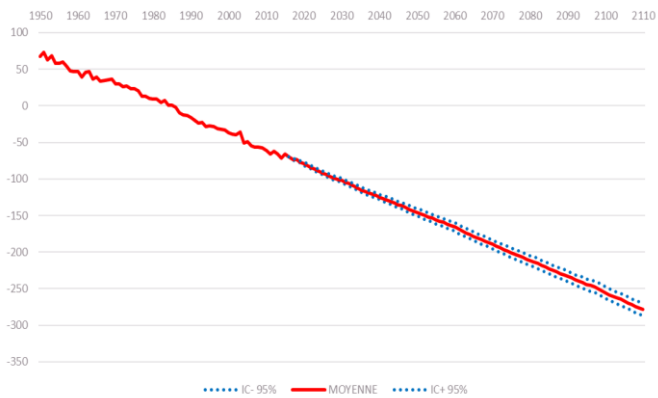
Nous testons donc l’hypothèse de normalité des résidus via le test de Shapiro-Wilk. Les p-values obtenues pour les femmes est 0,98 et pour les hommes 0,24. Au niveau de confiance 0,05, la normalité de résidus est donc acceptée.

0. Annexe 4 – Extrapolation de la composante temporelle du modèle de Lee-Carter

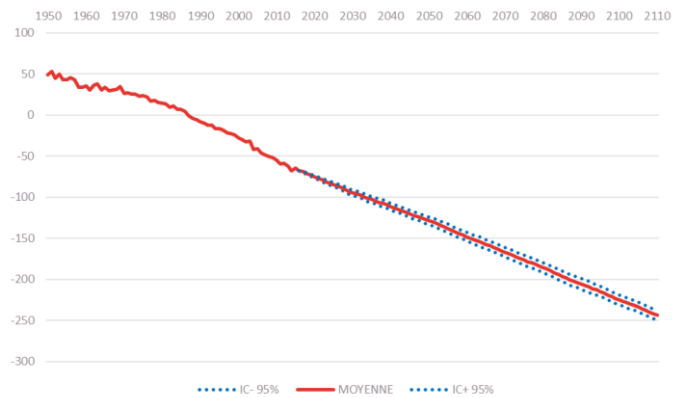
Ainsi, les résidus pour les femmes et pour les hommes suivent respectivement les lois suivantes : $\varepsilon_{x,t} \sim N(0; 3,165^2)$ et $\varepsilon_{x,t} \sim N(0; 2,790^2)$.

Annexe 5 – Simulations composante temporelle du modèle de Lee-Carter et intervalles de confiance

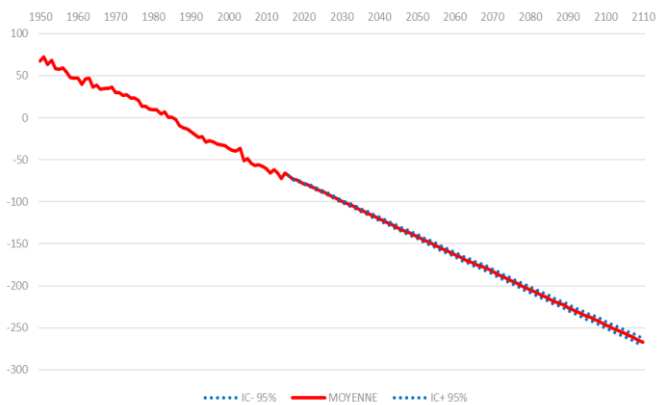
Kappa_t - 50 simulations Femmes



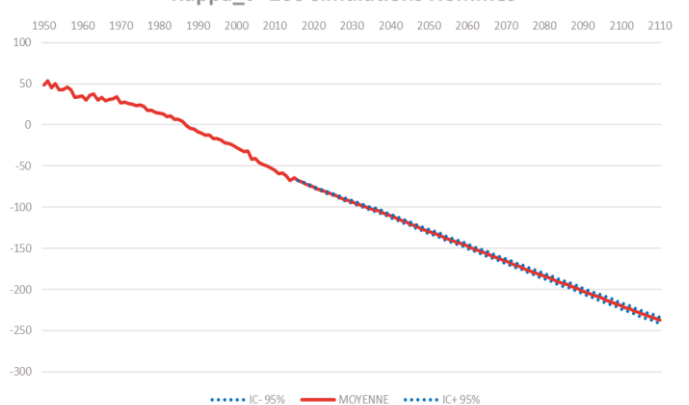
Kappa_t - 50 simulations Hommes



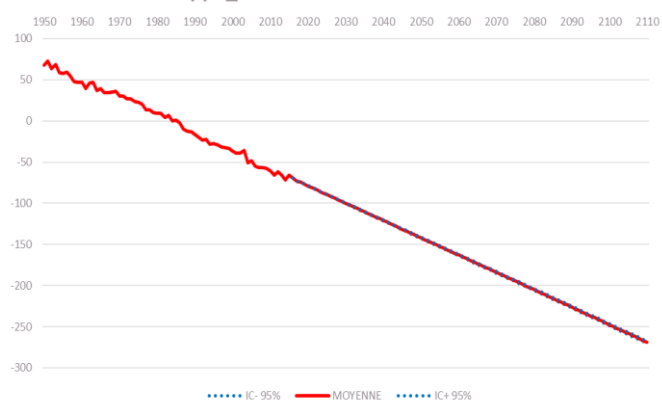
Kappa_t - 200 simulations Femmes



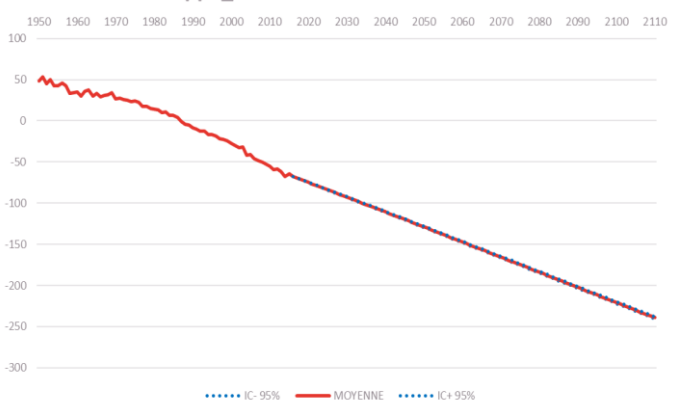
Kappa_t - 200 simulations Hommes



Kappa_t - 2000 simulations Femmes



Kappa_t - 2000 simulations Hommes



Annexe 6 - Détail de la simulation du scénario le plus favorable pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96%

Année	Taxation		Nbre de lots	V. liquidé	Nbre de part. / rete UC	Nbre de part. / rete UC	Rente UC / terme éq	Rente UC / terme éq	PM d'ouverture UC	Averages pays		Coût Option financière		Chgt encours UC	Frais UC arégérés €	PM clôture UC	Résultat technique	Pb/Revato	Méto	Comsur encours	Résultat admin	Produits financiers	Résultat financier	Résultat brut	Thax d'impt	Impot	Résultat net	VAN résultat net
	%	€								€	€	€	€															
2017	66	3%	0,02%	1000	100	36,602	3,660	3,660	102,000	-3,641	0	0	0	-1,056	0	96,200	158	142	800	0	800	0	-142	816	-281	535		
2018	67	3%	0,02%	1000	179	36,251	6,499	6,499	99,200	-6,480	0	0	0	-1,056	0	104,116	158	142	800	0	1,380	0	-228	1,152	-488	921		
2019	68	3%	0,02%	1000	358	35,838	12,664	12,664	66,400	-12,653	0	0	0	-2,833	0	79,996	158	142	800	0	2,361	0	-467	2,828	-831	1,997		
2020	69	3%	0,02%	1000	537	35,425	18,829	18,829	244,933	-18,813	0	0	0	-2,833	0	279,996	158	142	800	0	4,642	0	-934	5,576	-1,292	4,284		
2021	70	3%	0,02%	1000	716	35,012	25,000	25,000	279,996	-25,000	0	0	0	-2,833	0	315,000	158	142	800	0	6,933	0	-1,400	8,333	-1,667	6,666		
2022	71	3%	0,02%	1000	895	34,599	31,165	31,165	282,899	-31,165	0	0	0	-2,833	0	350,000	158	142	800	0	9,224	0	-1,667	10,891	-1,933	9,958		
2023	72	3%	0,02%	1000	1,074	34,186	37,320	37,320	331,030	-37,320	0	0	0	-2,833	0	385,000	158	142	800	0	11,515	0	-1,933	13,448	-2,200	11,248		
2024	73	3%	0,02%	1000	1,253	33,773	43,475	43,475	381,070	-43,475	0	0	0	-2,833	0	420,000	158	142	800	0	13,806	0	-2,200	16,006	-2,467	13,539		
2025	74	3%	0,02%	1000	1,432	33,360	49,620	49,620	426,110	-49,620	0	0	0	-2,833	0	455,000	158	142	800	0	16,097	0	-2,467	18,564	-2,733	15,831		
2026	75	3%	0,02%	1000	1,611	32,947	55,765	55,765	472,150	-55,765	0	0	0	-2,833	0	490,000	158	142	800	0	18,388	0	-2,733	21,121	-3,000	18,121		
2027	76	3%	0,02%	1000	1,790	32,534	61,910	61,910	518,190	-61,910	0	0	0	-2,833	0	525,000	158	142	800	0	20,679	0	-3,000	23,679	-3,267	20,412		
2028	77	3%	0,02%	1000	1,969	32,121	68,055	68,055	566,230	-68,055	0	0	0	-2,833	0	560,000	158	142	800	0	22,970	0	-3,267	26,236	-3,533	22,703		
2029	78	3%	0,02%	1000	2,148	31,708	74,200	74,200	614,270	-74,200	0	0	0	-2,833	0	595,000	158	142	800	0	25,261	0	-3,533	28,793	-3,800	25,993		
2030	79	3%	0,02%	1000	2,327	31,295	80,345	80,345	668,310	-80,345	0	0	0	-2,833	0	630,000	158	142	800	0	27,552	0	-3,800	31,350	-4,067	27,283		
2031	80	3%	0,02%	1000	2,506	30,882	86,490	86,490	722,350	-86,490	0	0	0	-2,833	0	665,000	158	142	800	0	29,843	0	-4,067	33,907	-4,333	29,574		
2032	81	3%	0,02%	1000	2,685	30,469	92,635	92,635	776,390	-92,635	0	0	0	-2,833	0	700,000	158	142	800	0	32,134	0	-4,333	36,464	-4,600	32,864		
2033	82	3%	0,02%	1000	2,864	30,056	98,780	98,780	830,430	-98,780	0	0	0	-2,833	0	735,000	158	142	800	0	34,425	0	-4,600	39,021	-4,867	35,155		
2034	83	3%	0,02%	1000	3,043	29,643	104,925	104,925	884,470	-104,925	0	0	0	-2,833	0	770,000	158	142	800	0	36,716	0	-4,867	41,608	-5,133	36,475		
2035	84	3%	0,02%	1000	3,222	29,230	111,070	111,070	938,510	-111,070	0	0	0	-2,833	0	805,000	158	142	800	0	39,007	0	-5,133	44,205	-5,400	38,805		
2036	85	3%	0,02%	1000	3,401	28,817	117,215	117,215	992,550	-117,215	0	0	0	-2,833	0	840,000	158	142	800	0	41,296	0	-5,400	46,802	-5,667	41,135		
2037	86	3%	0,02%	1000	3,580	28,404	123,360	123,360	1,046,590	-123,360	0	0	0	-2,833	0	875,000	158	142	800	0	43,587	0	-5,667	49,409	-5,933	43,476		
2038	87	3%	0,02%	1000	3,759	27,991	129,505	129,505	1,100,630	-129,505	0	0	0	-2,833	0	910,000	158	142	800	0	45,878	0	-5,933	52,016	-6,200	45,816		
2039	88	3%	0,02%	1000	3,938	27,578	135,650	135,650	1,154,670	-135,650	0	0	0	-2,833	0	945,000	158	142	800	0	48,169	0	-6,200	54,623	-6,467	48,156		
2040	89	3%	0,02%	1000	4,117	27,165	141,795	141,795	1,208,710	-141,795	0	0	0	-2,833	0	980,000	158	142	800	0	50,460	0	-6,467	57,230	-6,733	50,497		
2041	90	3%	0,02%	1000	4,296	26,752	147,940	147,940	1,262,750	-147,940	0	0	0	-2,833	0	1,015,000	158	142	800	0	52,751	0	-6,733	59,837	-7,000	52,837		
2042	91	3%	0,02%	1000	4,475	26,339	154,085	154,085	1,316,790	-154,085	0	0	0	-2,833	0	1,050,000	158	142	800	0	55,042	0	-7,000	62,444	-7,267	55,177		
2043	92	3%	0,02%	1000	4,654	25,926	160,230	160,230	1,368,830	-160,230	0	0	0	-2,833	0	1,085,000	158	142	800	0	57,333	0	-7,267	65,051	-7,533	57,518		
2044	93	3%	0,02%	1000	4,833	25,513	166,375	166,375	1,420,870	-166,375	0	0	0	-2,833	0	1,120,000	158	142	800	0	59,624	0	-7,533	67,658	-7,800	59,858		
2045	94	3%	0,02%	1000	5,012	25,100	172,520	172,520	1,472,910	-172,520	0	0	0	-2,833	0	1,155,000	158	142	800	0	61,915	0	-7,800	70,265	-8,067	62,198		
2046	95	3%	0,02%	1000	5,191	24,687	178,665	178,665	1,524,950	-178,665	0	0	0	-2,833	0	1,190,000	158	142	800	0	64,206	0	-8,067	72,872	-8,333	64,539		
2047	96	3%	0,02%	1000	5,370	24,274	184,810	184,810	1,577,000	-184,810	0	0	0	-2,833	0	1,225,000	158	142	800	0	66,497	0	-8,333	75,484	-8,600	66,884		
2048	97	3%	0,02%	1000	5,549	23,861	190,955	190,955	1,629,040	-190,955	0	0	0	-2,833	0	1,260,000	158	142	800	0	68,788	0	-8,600	78,091	-8,867	69,225		
2049	98	3%	0,02%	1000	5,728	23,448	197,100	197,100	1,681,080	-197,100	0	0	0	-2,833	0	1,295,000	158	142	800	0	71,079	0	-8,867	80,698	-9,133	71,565		
2050	99	3%	0,02%	1000	5,907	23,035	203,245	203,245	1,733,120	-203,245	0	0	0	-2,833	0	1,330,000	158	142	800	0	73,270	0	-9,133	83,305	-9,400	73,905		
2051	100	3%	0,02%	1000	6,086	22,622	209,390	209,390	1,785,160	-209,390	0	0	0	-2,833	0	1,365,000	158	142	800	0	75,461	0	-9,400	85,912	-9,667	75,248		
2052	101	3%	0,02%	1000	6,265	22,209	215,535	215,535	1,837,200	-215,535	0	0	0	-2,833	0	1,400,000	158	142	800	0	77,652	0	-9,667	88,519	-9,933	77,686		
2053	102	3%	0,02%	1000	6,444	21,796	221,680	221,680	1,889,240	-221,680	0	0	0	-2,833	0	1,435,000	158	142	800	0	79,843	0	-9,933	91,126	-10,200	79,926		
2054	103	3%	0,02%	1000	6,623	21,383	227,825	227,825	1,941,280	-227,825	0	0	0	-2,833	0	1,470,000	158	142	800	0	82,034	0	-10,200	93,733	-10,467	82,266		
2055	104	3%	0,02%	1000	6,802	20,970	233,970	233,970	1,993,320	-233,970	0	0	0	-2,833	0	1,505,000	158	142	800	0	84,225	0	-10,467	96,340	-10,733	84,607		
2056	105	3%	0,02%	1000	6,981	20,557	240,115	240,115	2,045,360	-240,115	0	0	0	-2,833	0	1,540,000	158	142	800	0	86,416	0	-10,733	98,947	-11,000	87,947		
2057	106	3%	0,02%	1000	7,160	20,144	246,260	246,260	2,095,400	-246,260	0	0	0	-2,833	0	1,575,000	158	142	800	0	88,607	0	-11,000	101,554	-11,267	90,287		
2058	107	3%	0,02%	1000	7,339	19,731	252,405	252,405	2,145,440	-252,405	0	0	0	-2,833	0	1,610,000	158	142	800	0	90,798	0	-11,267	104,161	-11,533	92,627		
2059	108	3%	0,02%	1000	7,518	19,318	258,550	258,550	2,195,480	-258,550	0	0	0	-2,833	0	1,645,000	158	142	800	0	92,989	0	-11,533	106,768	-11,800	95,168		
2060	109	3%	0,02%	1000	7,697	18,905	264,695	264,695	2,245,520	-264,695	0	0	0	-2,833	0	1,680,000	158	142	800	0	95,180	0	-11,800	109,375	-12,067	97,608		
2061	110	3%	0,02%	1000	7,876	18,492	270,840	270,840	2,295,560	-270,840	0	0	0	-2,833	0	1,715,000	158	142	800	0	97,371	0	-12,067	111,982	-12,333	100,048		
2062	111	3%	0,02%	1000	8,055	18,079	276,985	276,985	2,345,600	-276,985	0	0	0	-2,833	0	1,750,000	158	142	800	0	99,562	0	-12,333	114,589	-12,600	102,488		
2063	112	3%	0,02%	1000	8,234	17,666	283,130	283,130	2,395,640	-283,130	0	0	0	-2,833	0	1,785,000	158	142	800	0	101,753	0	-12,600	117,196	-12,867	104,928		
2064	113	3%</																										

Annexe 8 - Détail de la simulation du scénario déterministe sans mortalité pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans avec commission à 0,96% et indexation négative de -1%

Années	Age	Taux		VAN résultat net
		Perf act	Ind	
2017	66	0%	0,00%	0
2018	67	0%	0,00%	0
2019	68	0%	0,00%	0
2020	69	0%	0,00%	0
2021	70	0%	0,00%	0
2022	71	0%	0,00%	0
2023	72	0%	0,00%	0
2024	73	0%	0,00%	0
2025	74	0%	0,00%	0
2026	75	0%	0,00%	0
2027	76	0%	0,00%	0
2028	77	0%	0,00%	0
2029	78	0%	0,00%	0
2030	79	0%	0,00%	0
2031	80	0%	0,00%	0
2032	81	0%	0,00%	0
2033	82	0%	0,00%	0
2034	83	0%	0,00%	0
2035	84	0%	0,00%	0
2036	85	0%	0,00%	0
2037	86	0%	0,00%	0
2038	87	0%	0,00%	0
2039	88	0%	0,00%	0
2040	89	0%	0,00%	0
2041	90	0%	0,00%	0
2042	91	0%	0,00%	0
2043	92	0%	0,00%	0
2044	93	0%	0,00%	0
2045	94	0%	0,00%	0
2046	95	0%	0,00%	0
2047	96	0%	0,00%	0
2048	97	0%	0,00%	0
2049	98	0%	0,00%	0
2050	99	0%	0,00%	0
2051	100	0%	0,00%	0
2052	101	0%	0,00%	0
2053	102	0%	0,00%	0
2054	103	0%	0,00%	0
2055	104	0%	0,00%	0
2056	105	0%	0,00%	0
2057	106	0%	0,00%	0

Annexe 9 – Détail de la simulation du scénario déterministe sans mortalité pour une femme liquidant 100k€ à 65 ans en rente en euro

Année	Agé	Ox	Taux a	Taux sans	Nbre de tête	Rente € terme	PM	Arrangés payés	Intérêts techniques	Frais sur arrangés	PM clôture € avant PB	Résultat technique	PB/Revalo	PM clôture € après PB	Résultat admin	Produits financiers	Résultat financier	Résultat brut	Taux d'impôt	Impôt	Résultat net	VAN résultat net	
2017	65	0%	100%	0,00%	1.000	3.554	100.000	-3.541	0	-106	96.353	0	96	96.408	106	0	-96	-96	11	34,43%	-4	7	
2018	66	0%	100%	-0,32%	0,996	3.557	96.448	-3.531	0	-106	92.812	0	95	92.907	106	-307	-402	-296	11	34,43%	102	-194	
2019	67	0%	100%	-0,10%	0,993	3.561	92.907	-3.519	0	-106	89.282	0	95	89.377	106	-94	-189	-189	84	32,02%	29	-55	
2020	68	0%	100%	0,28%	0,988	3.565	89.377	-3.507	0	-105	85.765	0	306	86.071	105	524	-57	48	48	86	28,92%	-16	31
2021	69	0%	100%	0,59%	0,984	3.577	86.071	-3.503	0	-105	82.263	0	524	82.987	105	505	-19	505	86	27,37%	-30	57	
2022	70	1%	98%	0,81%	0,979	3.600	82.987	-3.506	0	-105	79.375	0	666	80.041	105	672	6	111	140	25,83%	-38	73	
2023	71	1%	98%	1,08%	0,974	3.630	80.041	-3.515	0	-105	76.421	0	830	77.251	105	865	35	140	140	25,83%	-48	92	
2024	72	1%	96%	1,25%	0,968	3.670	77.251	-3.530	0	-106	73.615	0	915	74.530	106	965	49	155	155	25,83%	-53	102	
2025	73	1%	95%	1,44%	0,962	3.715	74.530	-3.549	0	-106	70.874	0	1.010	71.884	106	1.075	69	172	172	25,83%	-59	113	
2026	74	1%	94%	1,62%	0,955	3.768	71.884	-3.572	0	-107	68.205	0	1.087	69.292	107	1.165	78	185	185	25,83%	-64	122	
2027	75	1%	92%	1,81%	0,948	3.828	69.292	-3.598	0	-108	65.586	0	1.164	66.750	108	1.255	91	199	199	25,83%	-69	130	
2028	76	1%	90%	1,90%	0,940	3.896	66.750	-3.627	0	-109	63.014	0	1.177	64.191	109	1.261	92	201	201	25,83%	-69	132	
2029	77	1%	88%	1,96%	0,931	3.969	64.191	-3.656	0	-110	60.425	0	1.171	61.596	110	1.261	90	200	200	25,83%	-69	131	
2030	78	1%	87%	2,04%	0,921	4.046	61.596	-3.683	0	-110	57.802	0	1.167	58.969	110	1.256	89	199	199	25,83%	-69	131	
2031	79	1%	85%	2,05%	0,910	4.128	58.969	-3.709	0	-111	55.149	0	1.126	56.275	111	1.206	81	192	192	25,83%	-66	127	
2032	80	1%	83%	1,98%	0,899	4.212	56.275	-3.729	0	-112	52.434	0	1.046	53.480	112	1.112	66	178	178	25,83%	-61	117	
2033	81	2%	82%	1,86%	0,885	4.296	53.480	-3.741	0	-112	49.626	0	945	50.571	112	993	48	160	160	25,83%	-55	105	
2034	82	2%	80%	1,68%	0,871	4.378	50.571	-3.741	0	-112	46.717	0	880	47.597	112	916	36	149	149	25,83%	-51	97	
2035	83	2%	79%	1,66%	0,855	4.460	47.597	-3.731	0	-112	43.754	0	853	44.607	112	885	32	144	144	25,83%	-50	94	
2036	84	2%	77%	1,59%	0,837	4.547	44.607	-3.711	0	-111	40.785	0	854	41.638	111	887	33	144	144	25,83%	-50	95	
2037	85	3%	76%	1,48%	0,816	4.642	41.638	-3.683	0	-110	37.845	0	872	38.717	110	909	37	147	147	25,83%	-51	97	
2038	86	3%	74%	1,43%	0,793	4.749	38.717	-3.646	0	-109	34.962	0	899	35.860	109	942	43	152	152	25,83%	-52	100	
2039	87	4%	72%	1,26%	0,768	4.871	35.860	-3.598	0	-108	32.154	0	898	33.062	108	954	46	154	154	25,83%	-53	101	
2040	88	4%	70%	1,05%	0,739	5.009	33.062	-3.536	0	-106	29.419	0	897	30.317	106	943	46	152	152	25,83%	-52	100	
2041	89	5%	68%	1,03%	0,705	5.161	30.317	-3.457	0	-104	26.756	0	873	27.629	104	917	44	148	148	25,83%	-51	97	
2042	90	6%	66%	1,18%	0,670	5.330	27.629	-3.356	0	-101	24.173	0	837	25.009	101	878	41	142	142	25,83%	-49	93	
2043	91	7%	64%	1,30%	0,630	5.514	25.009	-3.234	0	-97	21.678	0	789	22.467	97	825	36	134	134	25,83%	-46	88	
2044	92	8%	62%	1,41%	0,586	5.715	22.467	-3.088	0	-93	19.287	0	734	20.021	93	766	31	124	124	25,83%	-43	81	
2045	93	9%	60%	1,49%	0,540	5.933	20.021	-2.923	0	-88	17.010	0	674	17.683	88	700	26	114	114	25,83%	-39	75	
2046	94	10%	58%	1,57%	0,493	6.168	17.683	-2.741	0	-82	14.860	0	610	15.470	82	631	21	103	103	25,83%	-35	67	
2047	95	11%	55%	1,65%	0,445	6.421	15.470	-2.545	0	-76	12.849	0	546	13.395	76	561	16	92	92	25,83%	-32	60	
2048	96	12%	54%	1,69%	0,396	6.694	13.395	-2.336	0	-70	10.989	0	483	11.472	70	495	11	81	81	25,83%	-28	53	
2049	97	13%	52%	1,75%	0,349	6.988	11.472	-2.119	0	-64	9.289	0	423	9.712	64	430	7	71	71	25,83%	-24	46	
2050	98	14%	50%	1,81%	0,303	7.306	9.712	-1.899	0	-57	7.756	0	366	8.122	57	370	4	61	61	25,83%	-21	40	
2051	99	16%	48%	1,86%	0,260	7.651	8.122	-1.680	0	-50	6.392	0	312	6.703	50	313	2	52	52	25,83%	-18	34	
2052	100	17%	46%	1,91%	0,220	8.024	6.703	-1.465	0	-44	5.195	0	262	5.457	44	262	0	44	44	25,83%	-15	29	
2053	101	18%	44%	1,95%	0,183	8.429	5.457	-1.259	0	-38	4.160	0	217	4.377	38	215	-2	36	36	25,83%	-12	24	
2054	102	20%	43%	1,98%	0,149	8.868	4.377	-1.065	0	-32	3.280	0	177	3.457	32	174	-3	29	29	25,83%	-10	19	
2055	103	21%	41%	2,03%	0,120	9.346	3.457	-886	0	-27	2.544	0	141	2.685	27	138	-3	23	23	25,83%	-8	15	
2056	104	23%	39%	2,07%	0,095	9.866	2.685	-725	0	-22	1.959	0	111	2.050	22	108	-6	18	18	25,83%	-6	12	
2057	105	24%	38%	2,05%	0,073	10.433	2.050	-582	0	-17	1.451	0	86	1.537	17	83	-3	14	14	25,83%	-5	9	
2057	106				0,056																	2.085	
																							2,11%

Annexe 10 – Sensibilité de l'intérêt assuré/assureur au tarif, choix de l'UC et option de rente

