Mémoire présenté le :

pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : Jurnerio SYZIU

Titre Modélisation de la mortalité extrême

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présents du jury de l'Institut des Actuaires signature

Membres présents du jury de l'ISFA

Entreprise : Covéa Coopérations

Nom : *Medhi HIMEUR*

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Medhi HIMEUR

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Table des matières

Remerciements **6**

1 Introduction **11**

2 Réassurance et mortalité extrême **14**

2.1 Cession du risque via la réassurance 14

2.1.1 Le déclenchement indemnitaire 15

2.1.2 Le déclenchement indiciel 16

2.2 Cession via la titrisation 20

2.3 La mortalité extrême 23

2.3.1 Les pandémies grippales 24

2.3.2 La pandémie de Covid-19 28

2.3.3 Les événements Cat 31

3 Modélisation du risque pandémie **35**

3.1 Introduction 35

3.2 Le modèle 36

3.3 Le nombre de reproduction de base R_0 38

3.4 L'immunité de groupe 40

3.5 Modèle multi-SIR 41

3.6 Application du modèle à la pandémie de Covid-19 44

3.6.1 Estimation du Case Fatality Rate 45

3.6.2 Modèle épidémiologique à mesures sanitaires en escalier 46

3.6.3 Modèle épidémiologique à mesures sanitaires linéaires 49

3.6.4 Modèle à mesures sanitaires dynamiques linéaires 51

3.7 Application de la dynamique du Covid-19 à la grippe espagnole . . . 53

4 Modélisation du risque événement **57**

4.1 Définition du risque 57

4.2 Modèle de Strickler 57

4.2.1 Modélisation du nombre de décès et nombre de Cat 58

4.2.2 Modélisation des capitaux sous risques 59

4.3 Modèle d'Ekheden et Hössjer 61

4.3.1 Modélisation du nombre de Cat 62

4.3.2 Modélisation du nombre de décès X 64

4.3.3 Modélisation de la charge de sinistre Z 66

5 Application aux traités Stop Loss **69**

5.1 Traité Stop Loss indicel 69

5.2 Traité Stop Loss indemnitaire 72

6 Conclusion **75**

7 Annexe **77**

7.1 Case Fatality Rate du Covid-19 77

7.2 Case Fatality Rate de la grippe espagnole 78

7.3 Sensibilité du modèle à mesures sanitaires dynamiques du Covid-19 au paramètre a 79

7.4 Sensibilité du modèle à mesures sanitaires dynamiques du Covid-19 au paramètre c 80

7.5 Sensibilité du modèle à mesures sanitaires dynamiques du Covid-19 au paramètre γ 81

Remerciements

Je tiens à remercier mon tuteur de mémoire Medhi HIMEUR, mon tuteur pédadgogique Nicolas LEBOISNE ainsi que Paul GARAT pour leur soutien technique tout au long de ce mémoire.

Je remercie également mon tuteur administratif chez Covéa Thomas MEERMAN ainsi que Gaëlle LEROUX et Florence SARASOLA ROGER pour leur précieuse formation en réassurance et en santé prévoyance.

Merci également à Marie-Pierre LECOUR et Romain DURAND pour leurs conseils et leur disponibilité.

Enfin, un grand merci à Fanie GARCIA et Noureddine OULID AZOUZ, pour leur soutien ainsi que leurs conseils rédactionnels.

Résumé

Mots-clés : réassurance, mortalité extrême, surmortalité, risque pandémie, risque événement, catastrophes, cession, modélisation, SIR, Case Fatality Rate, Covid-19, grippe espagnole, mesures sanitaires, matrice de contacts sociaux, Pareto.

La succession des différentes pandémies depuis le début du XXème siècle telles que la grippe espagnole, la grippe de Hong Kong ou encore récemment le Covid-19, nous rappelle que l'espèce humaine n'est jamais à l'abri d'un événement qui pourrait faire dévier la mortalité de base à des niveaux extrêmes. Une forte déviation de la mortalité entraîne de lourdes conséquences financières pour les assureurs couvrant le risque de décès.

La mortalité extrême peut-être segmentée en deux sous parties ; le risque pandémique et le risque événement d'origine accidentelle.

Le risque pandémique peut être modélisé par deux approches différentes : une approche actuarielle fréquence - coût moyen ou une approche épidémiologique qui présente l'avantage de donner une multitude d'indicateurs sur la dynamique de propagation d'une pandémie. La deuxième approche nous permet de rajouter à la propagation une variable de freinage dépendant de la capacité hospitalière qui permet d'étaler la courbe de contaminations de sorte à ce qu'in fine, le taux de mortalité global soit moindre. Les capacités actuelles en informatique ont permis pendant la pandémie de Covid-19 de fournir des données très détaillées journalières pour différentes variables telles que le nombre de décès, le nombre de contaminations, le nombre d'hospitalisations etc. Ces données vont nous permettre de calibrer une dynamique de propagation pandémique qui sera ensuite conjuguée à des mesures sanitaires atténuant les contacts sociaux. Cette dynamique sera alors retranscrite pour d'autres pandémies telles que la grippe espagnole, ce qui nous donnera une vision

sur l'éventuelle propagation d'une pandémie passée, actualisée à nos jours.

Le risque événement, si de prime abord semble moins dévastateur en termes de nombre de décès par rapport aux pandémies, peut en fin de compte être tout aussi coûteux s'il est allié à un risque de concentration suffisamment élevé. La littérature propose de nombreuses modélisations différentes pour ce risque. Le modèle traditionnel de Strickler ainsi que le modèle récent d'Ekheden et Hössjer seront utilisés.

L'agrégation des modèles de ces deux risques permet alors d'obtenir un nombre varié de scénarios choquant les taux de mortalité de base et donnant, par ce biais, une appréciation plus juste du risque de mortalité extrême.

Abstract

Keywords : reinsurance, extreme mortality, excess mortality, pandemic risk, event risk, catastrophes, cession, modeling, SIR, Case Fatality Rate, Covid-19, Spanish flu, sanitary measures, social contact matrix, Pareto.

The succession of different pandemics since the beginning of the XXth century such as the Spanish flu, the Hong Kong flu or even the Covid-19 are reminders that the human species is not exempt from an event that could deflect basic mortality rates to extreme levels. A strong deviation of mortality leads to heavy financial consequences for insurers covering the risk of death. Extreme mortality can be segmented into two subparts : the pandemic risk and the accidental event risk.

The pandemic risk can be modeled by two different approaches : an actuarial frequency - average cost approach or an epidemiological approach, which has the advantage of giving a multitude of indicators on the propagation dynamics of a pandemic. The second approach allows to add a slowdown variable depending on the hospital capacity which allows to flatten the contamination curve thus reducing global mortality rates. During the Covid-19 pandemic, current computer capacities allowed to provide very detailed daily data for different variables such as the number of deaths, the number of infections, the number of hospitalizations, etc.

This data will be used to fit an epidemiological model combined with public health measures to mitigate social contacts. The obtained dynamics can then be used to fit epidemiological models on other pandemics such as the Spanish flu, which gives us a vision on how a past pandemic would spread nowadays.

At first sight, the event risk may seem less devastating in terms of number of deaths compared to pandemics. However, combined with a sufficiently high concentration

risk it can be just as costly. The literature offers many different models for this risk. The traditional Strickler model and the recent Ekheden and Hössjer model will be used.

The aggregation of all these models will allow to obtain a varied number of basic mortality rates shocked scenarios and, obtaining this way, a more accurate assessment of the extreme mortality risk.

1 Introduction

La prédiction et l'interprétation des taux de mortalité ont un poids très important dans le *risk management* de l'assurance vie. Pendant plusieurs décennies, différents modèles actuariels se sont succédés afin de poser une base solide et fiable dans la gestion du risque biométrique. Les travaux de Gompertz (1825) ont permis de mettre en pratique un modèle paramétrique de croissance exponentielle de la mortalité avec l'âge. Par la suite, ce modèle sera affiné par Makeham (1860) jusqu'à ce que Weibull (1951) propose un modèle géométrique pour la fonction de hasard prenant compte de la présence de données tronquées ou censurées. La recherche actuarielle expliquant la mortalité se poursuit avec notamment les travaux de Kaplan et Meier (1958) ainsi que ceux de David Cox (1972) et ne cesse d'évoluer depuis avec des modèles de plus en plus complexes notamment grâce aux avancés en statistique et en informatique.

Toutefois, le risque de base que ces modèles expliquent peut dévier fortement à la hausse avec notamment la survenance d'un scénario de type pandémie. Une forte déviation des taux de mortalité peut entraîner des conséquences financières très lourdes en (ré)assurance vie. Une modélisation correcte de ce genre de scénarios semble primordiale afin d'évaluer son coût potentiel ainsi que de transférer ce risque vers des réassureurs, voire même vers les marchés financiers via la titrisation.

La déviation de la mortalité est aussi prise en compte dans la réglementation européenne Solvabilité II. Cette dernière impose aux assureurs un capital économique nécessaire afin de limiter la probabilité de ruine de la compagnie à 0,5% à un horizon de 1 an (*Solvency Capital Requirement* – SCR). Le SCR est décomposé en plusieurs sous-modules de risques qui sont ensuite agrégés afin d'obtenir le SCR global. Notamment, afin d'assurer la solvabilité d'une compagnie d'assurance en cas de forte déviation de la mortalité, la réglementation impose d'appliquer un choc au taux de

mortalité du portefeuille de 1.5‰(SCR Vie Cat).

Une couverture classique pour un assureur contre ce risque est la cession auprès un réassureur via un traité en *Stop Loss*. Le traité peut avoir des modes de déclenchement différents comme le déclenchement indiciel ou indemnitaire. Cette cession permet à l'assureur d'une part de se couvrir contre ce risque mais également de subir moins de contraintes de fonds propres liées à la réglementation Solvabilité II. Quant au réassureur, il peut soit garder la totalité du risque que l'assureur lui a cédé, soit rétrocéder une partie de ce risque vers un autre réassureur ou bien transférer ce risque vers les marchés financiers.

Dans ce mémoire, nous allons nous intéresser à la modélisation des risques entraînant une mortalité extrême et appliquer ces modélisations aux traités *Stop Loss* de réassurance. En particulier, nous allons segmenter ce risque en 2 sous-risques qui seront modélisés chacun à part : le risque pandémie et le risque Cat [1].

En ce qui concerne la modélisation pandémique, nous allons proposer un modèle épidémiologique segmenté par tranche d'âge et intégrant des variables de freinage permettant d'atténuer le nombre d'infections. Le modèle permettrait de créer des scénarios chocs qui pourront être utilisés en tarification soit dans une approche coût du capital alloué, soit dans une approche coût-moyen fréquence. Selon le taux de mortalité de la pandémie modélisée [2], la variable de freinage permettrait, a priori, d'atténuer le nombre de décès. Une application au Covid-19 a été réalisée mais ne fait pas d'analyse détaillée de la mortalité du Covid. Cette application cherche plutôt à ajuster le modèle à des mesures de la mortalité, de l'hospitalisation et de la contagiosité du Covid qui peuvent parfois être biaisées [3]. Pour une analyse de la surmortalité

1. Par risque Cat on entend ici tout événement accidentel provoquant au moins un certain nombre de décès, hors pandémie.

2. Qui est un paramètre à définir.

3. Exemple de la probabilité de décès par infecté qui est estimée en faisant abstraction de tous les cas d'infections qui ne sont pas connus et donc, a fortiori, qui surestime la mortalité.

pendant le Covid, le lecteur pourra s'intéresser à F.PLANCHET [2022] qui donne des éléments quantitatifs de la mortalité en France depuis 2020. Comme le modèle proposé pour l'application du Covid-19 intègre indirectement l'effet vaccination dans une mesure de la mortalité par contaminé qui peut être assez biaisée, le lecteur pourra consulter PANTAZATOS S. [2021] qui donne des éléments d'appréciation sur les bénéfices et risques de la vaccination par tranches d'âge du Covid-19 [4].

S'agissant de la modélisation du risque Cat, le modèle classique de Strickler qui est très utilisé en réassurance et le modèle d'Ekheden et Hössjer faisant intervenir la théorie des valeurs extrêmes seront détaillés. Ces modélisations permettent de simuler des scénarios chocs pouvant impliquer de la surmortalité. Des paramètres de concentration seront également définis de sorte à pouvoir prendre en compte ce risque.

Enfin, l'agrégation du risque pandémique et du risque Cat permet de donner des éléments d'appréciation et de tarification des traités Stop Loss du risque de surmortalité.

4. Cette étude permettrait de corriger certains biais évoqués.

2 Réassurance et mortalité extrême

2.1 Cession du risque via la réassurance

Pour de nombreux assureurs, l'éventuelle exposition au risque de mortalité extrême peut dépasser leur appétit au risque. Dans ce cadre-là, le risque peut être cédé aux réassureurs qui, souvent, ont plus d'appétit au risque que les assureurs. Les traités en *Stop Loss* sont souvent utilisés pour céder ce genre de risque. Pour rappel, un traité en *Stop Loss* permet de céder le risque à partir d'un certain niveau de S/P appelé la priorité. La limite de la prise en charge de la part du réassureur correspond à la somme de la priorité et de la portée. Ainsi 10% XS 90% correspond à une prise en charge de la sinistralité de la part du réassureur entre 90% et 100% de S/P. Le traité en Quote-Part, quant à lui, pourrait présenter une alternative mais il est moins approprié car ce traité ne permet pas de tronquer la sinistralité à partir d'un certain seuil contrairement au traité en *Stop Loss*. Lors de la cession, le risque de contrepartie est aussi à prendre en compte par la cédante. En effet, dû à leur appétit au risque, les réassureurs sont généralement plus exposés à des risques qui peuvent coûter extrêmement cher. Une bonne notation de la part des agences de *rating* est nécessaire au réassureur afin d'opérer sur ce genre de risque.

Les traités en *Stop Loss* peuvent se formuler de manières différentes. Ainsi, un assureur qui est très présent sur le marché d'un pays, peut décider de céder le risque de surmortalité par un traité en *Stop Loss* basé sur un indice de mortalité qui suit la mortalité du pays. En d'autres termes, tout se passe comme si la cédante avait un portefeuille suffisamment grand pour pouvoir le comparer à la population du pays. En revanche, on trouve également à de nombreuses reprises un déclenchement basé sur les pertes réelles constatées dans le portefeuille de la cédante.

2.1.1 Le déclenchement indemnitaire

Le déclenchement indemnitaire est basé sur les pertes réelles constatées de la part de la cédante. Tout d'abord, il convient de définir dans le traité quelles sont les affaires couvertes. Il peut s'agir par exemple de l'assurance temporaire décès, de l'assurance emprunteur etc. Une fois le type d'affaire couverte défini, le Stop Loss couvre alors les garanties décès de ces affaires. La cédante communique au réassureur tous les éléments nécessaires permettant de donner une appréciation fiable au risque. Il peut s'agir par exemple des capitaux sous risques [5] par tranche d'âge [6] mais également de la sinistralité passée de ces affaires.

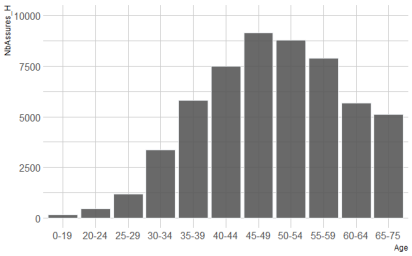
Les sinistres sont composés de tous les sinistres réglés, de la variation de provisions pour les sinistres en suspens, ainsi que de la provision pour sinistres inconnus. Le montant de ces sinistres ainsi que les primes brutes sont comptés net de toute réassurance proportionnelle [7] présente dans les affaires couvertes. La cédante établit un compte de résultat et le fait parvenir au réassureur sur la base du S/P arrêté au 31/12/N. Ce compte est généralement établi quelques mois plus tard après la date de fin d'exercice de l'année N. Quant aux provisions, la liquidation intervient au plus tard le 31/12/N+1.

Le déclenchement indemnitaire est avantageux pour la cédante car elle bénéficie dans ce cadre-là d'une couverture correspondant à la sinistralité du portefeuille cédé. En revanche, un phénomène d'aléa moral peut apparaître. En effet, l'aléa moral peut survenir du fait que la cédante transfère une partie du risque au réassureur et peut se permettre une gestion de son portefeuille plus risquée que d'habitude.

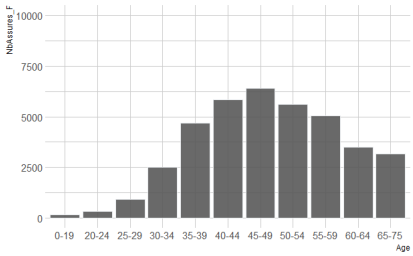
5. Un capital sous risque est le capital qui sera versé en cas de survenance de sinistre (en l'occurrence le décès).

6. La granularité de ces informations peut aller encore plus loin avec notamment la répartition par sexe, par entreprise couverte s'il s'agit de la prévoyance collective etc.

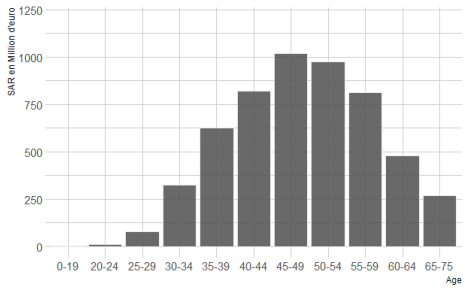
7. Traités en Quote-Part et en Excédent de Plein.



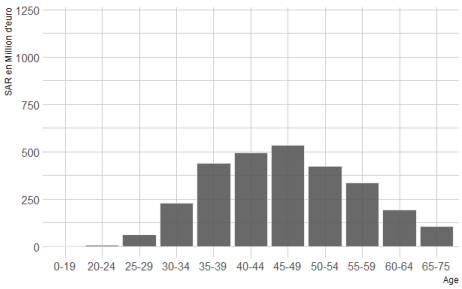
(a) Nombre d'hommes assurés en fonction de la tranche d'âge.



(b) Nombre de femmes assurées en fonction de la tranche d'âge.



(c) Capitaux sous risques (en M€) des hommes assurés nets de réassurance proportionnelle en fonction de la tranche d'âge.



(d) Capitaux sous risques (en M€) des femmes assurées nets de réassurance proportionnelle en fonction de la tranche d'âge.

FIGURE 1 – *Exemple de répartition de l'âge et des capitaux sous risques selon le sexe et la tranche d'âge.*

2.1.2 Le déclenchement indiciel

Ce type de déclenchement permet une transparence maximale vis-à-vis du réassureur dû au fait que le réassureur intervient si et seulement si le taux de décès, tel qu'il est défini dans le traité et qui peut être suivi publiquement, dépasse un certain seuil. Par exemple en France, le taux de décès dans le cadre d'une couverture *Stop Loss* de mortalité extrême est mesuré grâce aux données publiques enregistrées par l'INSEE, ce qui renforce cette idée de transparence des informations. Un décès

est pris en compte dans les publications utilisées de l'INSEE si :

(i) La personne décédée avait 15 ans ou plus

(ii) La personne décédée vivait en France

Un exemple simplifié de cette base de données est donnée ci-après :

AnnéeDécès	SexeDécès	AnnéeNaissance
2018	2	1970
2018	1	1944
2018	2	1955
2018	1	1956

Toujours sur l'exemple ci-dessus, l'INSEE fournit également la structure de la population française en détaillant pour chaque tranche d'âge unitaire [8], le nombre d'hommes et de femmes la constituant. Cette mesure d'exposition est très importante pour la suite car nous allons mesurer le taux de décès en pondérant le nombre de décès par la proportion d'hommes et de femmes.

Age	nbHommes	nbFemmes	Total
0	360 058	346 324	706 382
1	365 656	350 503	716 159
2	371 835	357 304	729 139
3	382 535	366 607	749 142

Le traité est généralement valable au moins 2 ans avec une clause de rupture à la fin de la première année. Les deux raisons principales de cette durée de couverture sont les suivantes :

8. Allant de 0 à plus de 104 ans.

(i) Être couvert contre des cycles grippaux qui peuvent débuter en fin d'année n et terminer en début d'année n+1.

(ii) Avoir une couverture suffisamment longue en cas de survenance d'une pandémie.

Définissons le qx_{actuel} comme étant :

$$qx_{actuel} = \sum_{sexe,age} \frac{nbDeces_{sexe,age}}{exposition_{sexe,age}} * poidsCedante_{sexe,age} \tag{1}$$

où :

(i) $nbDeces_{sexe,age}$ correspond au nombre de décès observés dans la base de données de l'INSEE définie ci-dessus, à sexe et âge fixes

(ii) $exposition_{sexe,age}$ correspond à la population totale observé dans la base de données de l'INSEE définie ci-dessus, à sexe et âge fixes

(iii) $poidsCedante_{sexe,age}$ correspond à la part de la tranche d'âge et sexe définis dans le portefeuille de la cédante

Nous pouvons donner une interprétation du qx_{actuel} comme étant la mesure du taux de décès réel en tenant compte du sexe et de la tranche d'âge de la population (ici la population française), pondérant ceci par la répartition de la population assurée dans le portefeuille de la cédante.

Les traités *Stop Loss* du groupe Covéa sur lesquels nos analyses sont fondées concernent surtout des assurances collectives de salariés d'entreprise. Ainsi, à fortiori, la population active sera la plus représentative pour ce genre de traité. A titre d'exemple, un décès d'une tranche d'âge >70 ans va très peu contribuer dans la déviation du qx_{actuel} contrairement à un décès dans la tranche d'âge de la population active (entre 35 et 54 ans). Toutefois, si par exemple les affaires couvertes relèvent de l'assurance emprunteur, la distribution de l'âge du portefeuille peut varier en accordant un poids plus significatif à la population âgée.

La déviation de la mortalité est mesurée par rapport à un taux de mortalité de référence. Il s'agit d'une moyenne arithmétique des taux de décès des deux dernières années :

$$qx_{ref} = \frac{qx_{n-2} + qx_{n-1}}{2} \tag{2}$$

avec

1. qx_{n-2} le taux de décès de l'année n-2
2. qx_{n-1} le taux de décès de l'année n-1

Les $(qx_n)_n$ sont calculés de la même façon que le qx_{actuel} défini ci-dessus, prenant ainsi comme référence la base de données de l'INSEE de l'année n :

$$qx_n = \sum_{sexe,age} \frac{nbDeces_{n,sexe,age}}{exposition_{n,sexe,age}} * ponderationCedante_{n,sexe,age} \tag{3}$$

Nous pouvons définir la priorité [9] de ce genre de traité comme étant :

$$priorite = qx_{ref} + \alpha \tag{4}$$

où α est le taux de déviation de la mortalité qui la rend "extrême".

L'indemnisation de la part du réassureur en fonction du qx_{actuel} est défini comme suit :

$$indemn(qx_{actuel}) = \frac{min(max(qx_{actuel}, 0), limite)}{limite} * Nominal \tag{5}$$ [10]

Un résumé graphique du *payout* du réassureur se trouve ci-dessous à la **Figure 2**.

9. La priorité est souvent appelée point d'attachement tandis que la priorité plus la portée est appelée point de détachement.

10. Le nominal est défini comme le montant de la couverture totale à la charge du réassureur.

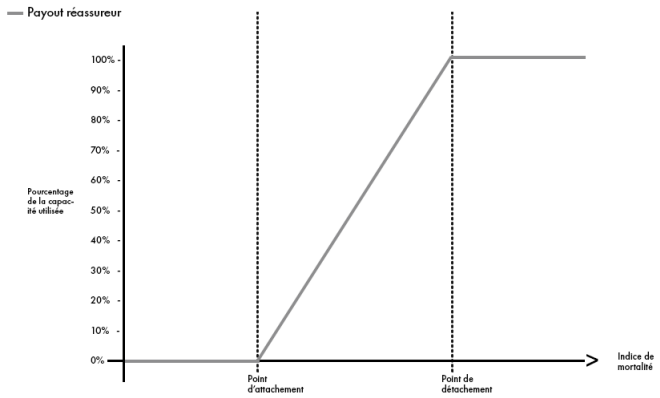


FIGURE 2 – *Payout du réassureur.*

2.2 Cession via la titrisation

En 1992, l'ouragan Andrew qui a frappé la côte est des Etats Unis a causé 17 milliards de pertes au marché de l'assurance. Les pertes étaient deux fois plus grandes qu'imaginées ce qui a forcé quelques (ré)assureurs à déposer le bilan. De cet événement et ses conséquences (notamment le manque de capacité des (ré)assureurs à couvrir ce genre de risques), la titrisation des risques assurantiels [11] est née. La titrisation est un outil supplémentaire aux (ré)assureurs permettant de mieux gérer les risques encourus. Il s'agit de transférer une partie du risque assurantiel souscrit aux marchés financiers qui réduisent la part de sinistre restant à la charge de l'assureur (ou réassureur). Les *Cat Bonds* sont des obligations dont le paiement des coupons et du nominal dépendent de la non-survenance d'un événement catastrophique prédéfini, des pertes réelles constatées du portefeuille ou bien du dépassement d'un seuil de la part d'un indice prédéfini.

La titrisation se fait selon un mécanisme bien précis, notamment via une société *ad-*

11. Communément appelés *Cat Bonds*.

hoc qui sert de collatéral pour la cédante et l'investisseur. Cette société *ad-hoc* est souvent appelée SPV (*Special Purpose Vehicle*). Le capital injecté dans cette société par les investisseurs procure un rendement sans risque. L'investisseur reçoit quant à lui des coupons et le nominal s'il n'y a pas eu de déclenchement. Si les conditions de déclenchement sont remplies, le capital est libéré continûment pour que la cédante puisse indemniser. Un schéma simplifié de ce mécanisme se trouve sur la **Figure 3**.

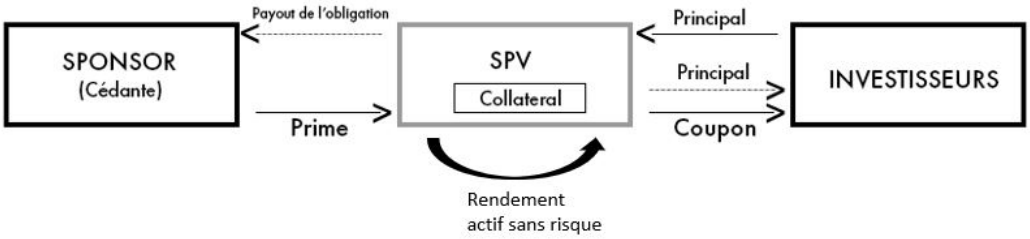


FIGURE 3 – Structure des *Cat Bonds*.

Aussi, comme pour les *Stop Loss*, les *Cat Bonds* sont structurés par tranches. Chaque tranche a son propre point d'attachement avec les tranches junior attachant autour de 110% et les tranches sénior autour de 125% de l'indice de mortalité. Les *Mortality Bonds* sont des *Cat Bonds* dont le risque sous-jacent est une forte déviation de la mortalité. Les critères de déclenchement peuvent varier mais généralement les *Mortality Bonds* suivent un déclenchement indiciel.

L'indice de mortalité est défini de la même manière que pour les *Stop Loss* (déclenchement indiciel) en réassurance. Il réplique ainsi l'âge et le sexe du portefeuille de la cédante. A partir du moment où cet indice dépasse le point d'attachement, le nominal se libère proportionnellement à l'indice jusqu'au point de détachement auquel cas la totalité du nominal aura été libéré.

Lors de l'annonce de la pandémie de Covid-19, les *Mortality Bonds* ont vu leur notation se dégrader par les agences de *rating* (S&P, Fitch et Moody's). A cette

période (mars 2020), nous n'avions pas le recul nécessaire sur la maladie du Covid-19 afin d'effectuer des analyses sur le potentiel impact au regard de l'indice de mortalité défini dans les *Mortality Bonds*. Cette notation était aussi liée à la politique sanitaire des pays en question. Ainsi, un pays qui ne confinait pas sa population faisait dégrader la notation des *Mortality Bonds*. Il a fallu plusieurs semaines d'observation du taux de mortalité pour en arriver à la conclusion statistique qu'il serait très peu probable qu'une pandémie comme le Covid-19 puisse déclencher les *Mortality Bonds* en cours.

La répartition de la mortalité dû au Covid-19 est en réalité très concentrée sur la population âgée qui est moins représentative du portefeuille d'un (ré)assureur [12]. Ainsi, un décès dans la population âgée ferait dévier l'indice de mortalité beaucoup moins qu'un décès autour de 42 ans. Il aurait fallu en France environ 280'000 décès [13] en plus du nombre actuel de décès (d'environ 130'000) pour pouvoir atteindre le point d'attachement des *Mortality Bonds*. Au regard des pandémies passées, la seule pandémie qui aurait poussé cet indice jusqu'au point d'attachement [14] est la grippe espagnole.

12. Sauf lorsqu'il s'agit d'un portefeuille d'assurance type emprunteur auquel cas la population âgée n'est plus sous représentée.

13. Répartis selon la répartition actuelle de la mortalité du Covid-19, à savoir, impactant plus fortement la population âgée.

14. Et plus encore, jusqu'au point de détachement.

2.3 La mortalité extrême

La mortalité extrême peut être décomposée en plusieurs sous catégories : la mortalité liée aux pandémies, aux guerres [15], au terrorisme et aux événements accidentels comme les catastrophes naturelles. Parmi ces catégories, les pandémies sont le risque le plus dangereux et impactant en termes de mortalité. La grippe espagnole de 1918, qui a drastiquement fait dévier les taux de mortalité, démontre bien ce propos. En plus de faire dévier les taux de mortalité, les pandémies peuvent toucher bien d'autres secteurs, notamment l'arrêt de travail, l'invalidité, la santé, les pertes d'exploitations et de manière plus globale les marchés financiers et l'économie. Les pertes potentielles d'un assureur ou d'un réassureur en cas de pandémie sont immenses.

L'impact financier d'une déviation de la mortalité sur un assureur vie dépend de l'exposition et du portefeuille de l'assureur. Par exemple, pour les événements de type terrorisme ou catastrophes naturelles, un risque de concentration non négligeable est à prendre en compte. L'âge et le sexe sont aussi des facteurs à prendre en compte dans l'exposition. La plupart des pandémies grippales avaient un taux de mortalité différent selon la tranche d'âge. Beaucoup d'assureurs et de réassureurs se fient à des indicateurs simples de type les sommes sous risques. Cependant, ces métriques ne donnent pas d'information sur la probabilité d'occurrence d'un événement faisant dévier significativement le taux de mortalité. La formule standard de Solvabilité II repose sur un scénario bicentenaire où on stresse la mortalité de 0.15%. Ce stress peut être utilisé comme une approximation pour estimer l'impact financier mais ne quantifie pas la distribution du risque de mortalité extrême ce qui limite les conclusions que l'on peut tirer et les mesures possibles pour atténuer le risque.

15. Peut être très impactant mais c'est une exclusion contractuelle.

2.3.1 Les pandémies grippales

La grippe est une maladie infectieuse causée par des virus à ARN qui frappent particulièrement les voies respiratoires supérieures (le nez, la gorge et les bronches) et quelquefois les poumons. Elle constitue une menace permanente et grave qui a fortement marqué l'histoire. Le vingtième siècle a connu plusieurs épisodes de telles pandémies. Au cours des années 1918, 1957, 1977 et 1968, la population mondiale a subi de graves conséquences. Des millions de personnes ont péri et un sentiment de vulnérabilité face à ces virus s'est fait sentir dans le monde entier. Ces pandémies sont marquées par des premières vagues légèrement sévères et sont suivies par des vagues de mortalité beaucoup plus importantes liées à des mutations stochastiques de ces virus. L'OMS a traditionnellement caractérisé les pandémies par des phases croissantes évaluant la gravité de la situation. Les 3 premières phases correspondent à l'observation d'un virus animal qui ne se transmet pas entre les Hommes. La phase 4 est plus grave : le virus non seulement est détecté chez l'Homme mais des transmissions interhumaines sont constatées. La 5ème phase est l'expansion de cette maladie à au moins deux pays régionaux. Cette phase indique qu'une situation de pandémie est imminente. La phase 6 est alors considérée comme la phase pandémique où la maladie est observée dans un pays d'une autre région du monde. Notons alors que ce n'est pas tant le taux de mortalité qui définit une pandémie mais bien la localisation géographique. Néanmoins, une caractérisation de la mortalité est primordiale afin d'évaluer les mesures nécessaires à prendre face à la pandémie.

Le graphe **Figure 4** ci-dessous montre l'espérance de vie à la naissance à une année t. Cette mesure est basée sur des observations annuelles par âge des taux de mortalité qui sont ensuite utilisées pour faire des projections sur une population de nouveaux-nés. Nous remarquons en particulier une forte chute en 1918 (grippe espagnole) de l'espérance de vie à la naissance pour deux pays sélectionnés [16].

16. Par souci de lisibilité du graphe, uniquement deux pays sont affichés.

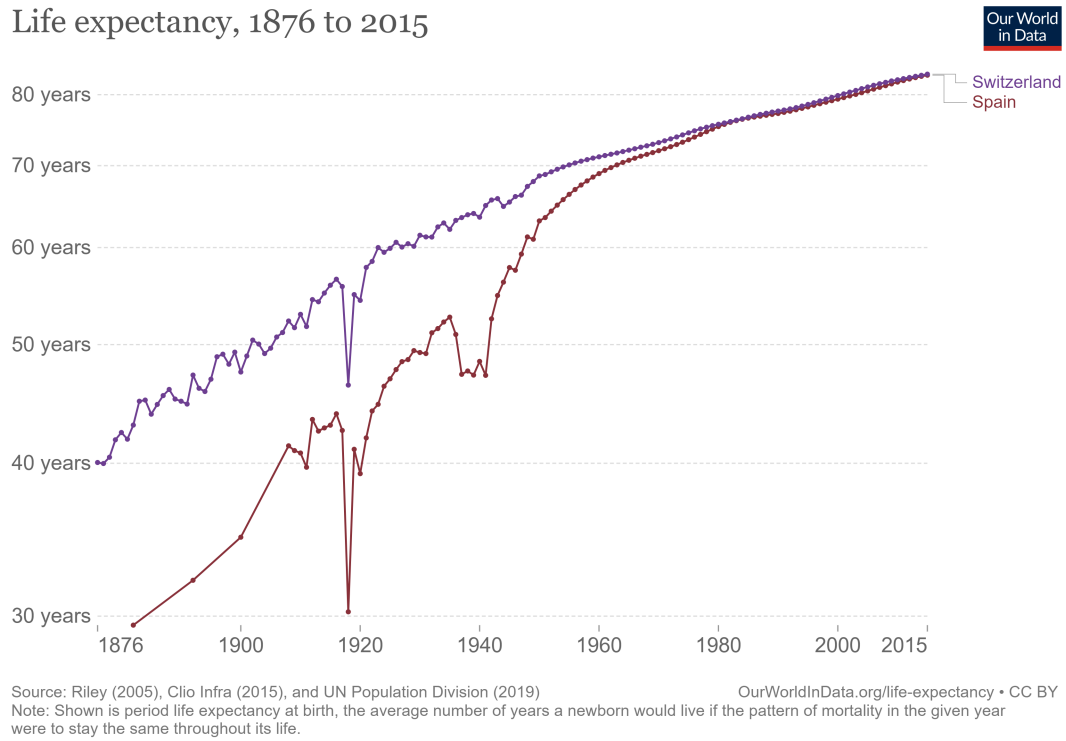


FIGURE 4 – *Espérance de vie à la naissance par année de naissance. Source : ourworldindata.org*

Olson et al. (2005) estiment qu'en réalité la grippe espagnole n'a pas débuté en Espagne mais à New York d'après quelques vagues d'épidémies constatées du même virus. La grippe espagnole aurait été nommée ainsi car l'Espagne n'étant pas impliquée dans les conflits de la Première Guerre mondiale, pouvait s'exprimer librement sur la crise engendrée par la pandémie, tandis que les autres pays, par souci de vulnérabilité, ne communiquaient pas sur le sujet.

Le virus s'est répandu très rapidement partout dans le monde. Bien que le pic de mortalité de la pandémie ait été atteint en 1918, la pandémie a réellement pris fin qu'en 1920. A titre de comparaison, une grippe saisonnière cause environ 400'000

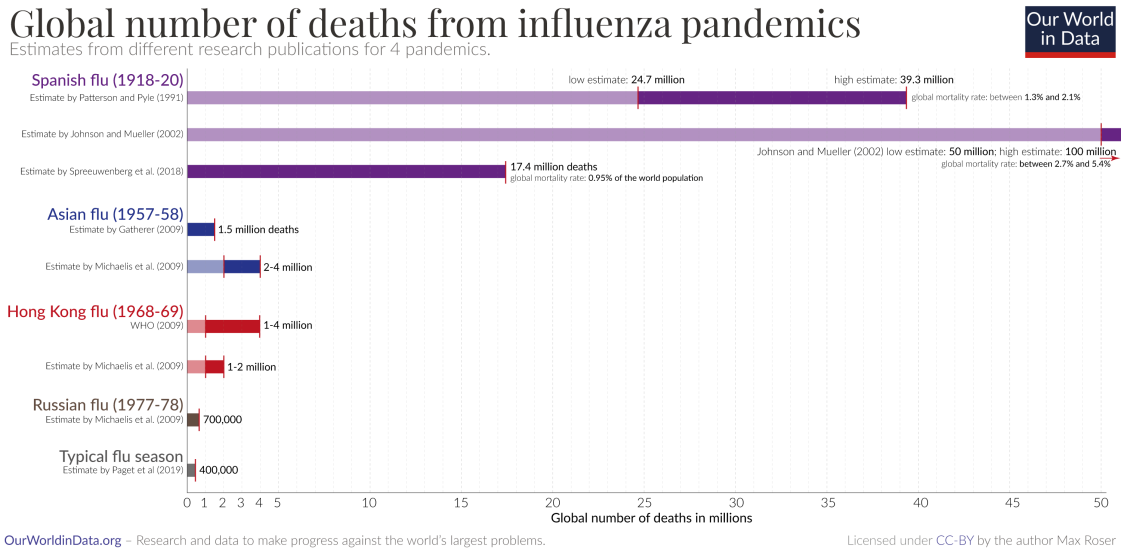


FIGURE 5 – *Estimation du nombre de décès par pandémie*
Source : ourworldindata.org

décès par an [17] alors que les estimations les plus optimistes du nombre de décès de la grippe espagnole sont d'environ 17 millions de décès soit 42,5 fois plus de décès. En rapportant ces chiffres à leurs populations respectives, le taux de mortalité de la grippe espagnole serait 182 fois [18] plus élevé qu'une grippe saisonnière. L'estimation du nombre de décès liée à la grippe espagnole varie selon les études. Le graphe **Figure 5** ci-dessus montre les estimations du nombre de décès par étude de différentes pandémies. En particulier, pour la grippe espagnole, les estimations vont de 17.4 millions (soit 1% de la population globale de l'époque) à 100 millions (5.4% de la population globale de l'époque). L'évolution démographique de l'époque étant estimée à environ +13 millions par an, certaines des études **Figure 5** montrent que l'humanité était en déclin à cette période de l'histoire. [19]. A propos des autres pandémies, bien que les chiffres soient assez élevés (entre 2 à 4 millions pour la grippe asiatique),

17. **Paget et al.** (2019) estiment en moyenne 389'000 décès avec un intervalle de confiance de [249k,518k].

18. Toujours dans le meilleur des cas.

19. Il s'agit de la dernière fois dans l'histoire, hors guerres, où nous avons constaté que l'humanité était en déclin.

nous sommes très loin de l'impact d'une pandémie de type grippe espagnole.

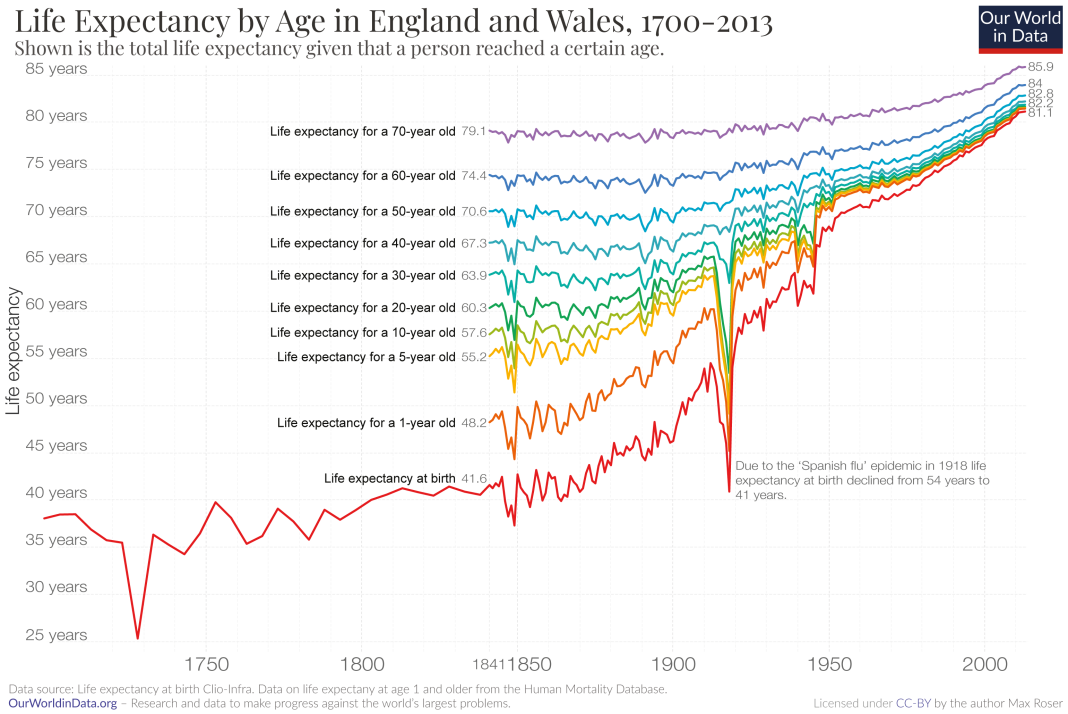


FIGURE 6 – *Espérance de vie par âge et par année*
Source : ourworldindata.org

Le graphe **Figure 6** ci-dessous nous montre l'espérance de vie résiduelle par âge atteint et par année en Angleterre et au Pays de Galles. Nous remarquons en particulier que l'espérance de vie s'est globalement améliorée pour chaque tranche d'âge. Pendant la grippe espagnole, nous notons que les personnes âgées ont mieux résisté à la pandémie que la population active. Ceci est contre-intuitif car on aurait tendance à croire que les personnes âgées sont plus vulnérables aux grippes et aux infections pulmonaires que la population active. La littérature propose comme explication une certaine immunité développée par les personnes âgées due aux pandémies passées et notamment la grippe russe de 1889.

2.3.2 La pandémie de Covid-19

Les coronavirus [20] sont une famille de virus qui causent des maladies respiratoires ou bien des maladies gastro-intestinales. Ces maladies respiratoires peuvent varier du simple rhume à des maladies plus dangereuse comme le SARS-CoV (syndrome respiratoire aigu sévère). Après l'émergence d'un nouveau coronavirus en Chine, SARS-CoV-2, une pandémie s'est propagée dans le monde entier. La principale source de propagation de ce virus est le contact humain par le biais de gouttelettes générées par le parler, les éternuements et la toux. Les symptômes les plus fréquents sont la fièvre, la toux, la fatigue et dans certains cas un syndrome de détresse respiratoire aiguë. Depuis sa première apparition chez l'Homme, le SARS-CoV-2 a contaminé 211 millions de personnes et a causé 4.42 millions de décès dans le monde.

Intéressons nous au taux de mortalité du Covid-19 et étudions la surmortalité que le Covid-19 a causé par rapport à une mortalité sous des conditions normales (par exemple la mortalité de 2015 à 2019). Une approche simple serait de définir l'excès de mortalité comme étant :

$$NbExcesDécès_{semaine_n 2020} = NbDécès_{semaine_n 2020} - NbMoyenDécès_{semaine_n 2015-2019} \tag{6}$$

Ainsi, on mesure ici le nombre de décès supplémentaires que le Covid-19 a entrainé par rapport à une situation normale de mortalité (entre 2015 et 2019). Une autre mesure pertinente serait le *P-score* défini comme suit :

$$P_{score} = \frac{NbDécès_{2020-2021} - NbMoyenDécès82015 - 2019}{NbMoyenDécès_{2015-2019}} \cdot 100 \tag{7}$$

Le *P-score* nous donne l'écart en pourcentage de la mortalité par rapport à une

20. Le nom coronavirus vient de l'apparence du virus qui est englobé par une couronne de protéines

période normale. Ainsi, un P-score de 50% signifie qu'il y a eu 50% plus de décès que la "normale" pendant la pandémie. En se référant à la **Figure 7** nous pouvons observer

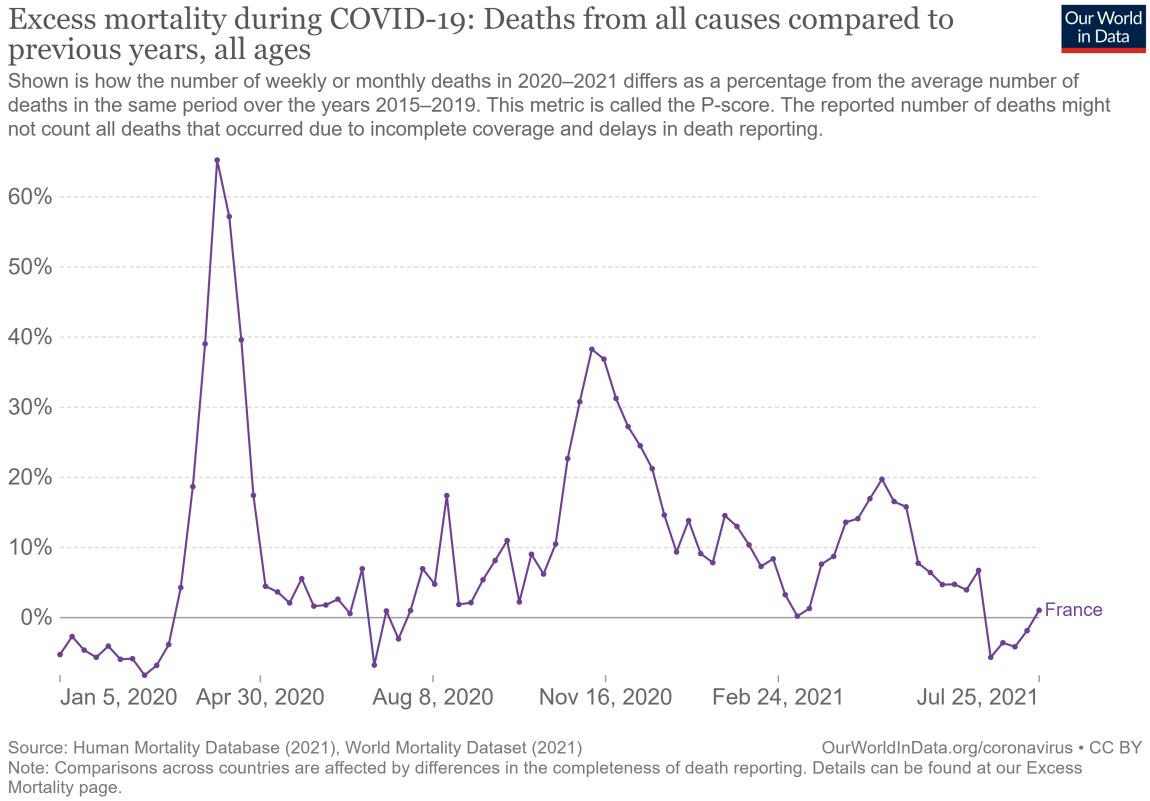


FIGURE 7 – *P-Score par mois en France*
Source : ourworldindata.org

le *P-score* en France par semaine. Nous constatons un pic de surmortalité pendant la première vague en mars 2020 ainsi qu'un deuxième pic pendant la deuxième vague en novembre 2020.

Toutefois, le P-score ci-dessus ne fait pas de distinction d'âge. Il serait plus judicieux d'étudier le P-score par tranche d'âge. Le graphe **Figure 8** mesure le P-score par tranche d'âge. Nous remarquons que la tranche d'âge 15-64 connaît un pic de surmortalité d'environ +20% (1ère vague de la pandémie) suivi d'une période de sous-

mortalité par rapport à la mortalité de base. En revanche, les tranches supérieures s'avèrent être très impactées par la pandémie. Contrairement à la grippe espagnole qui "épargnait" les personnes âgées, le Covid-19 est beaucoup plus mortel pour ces derniers.

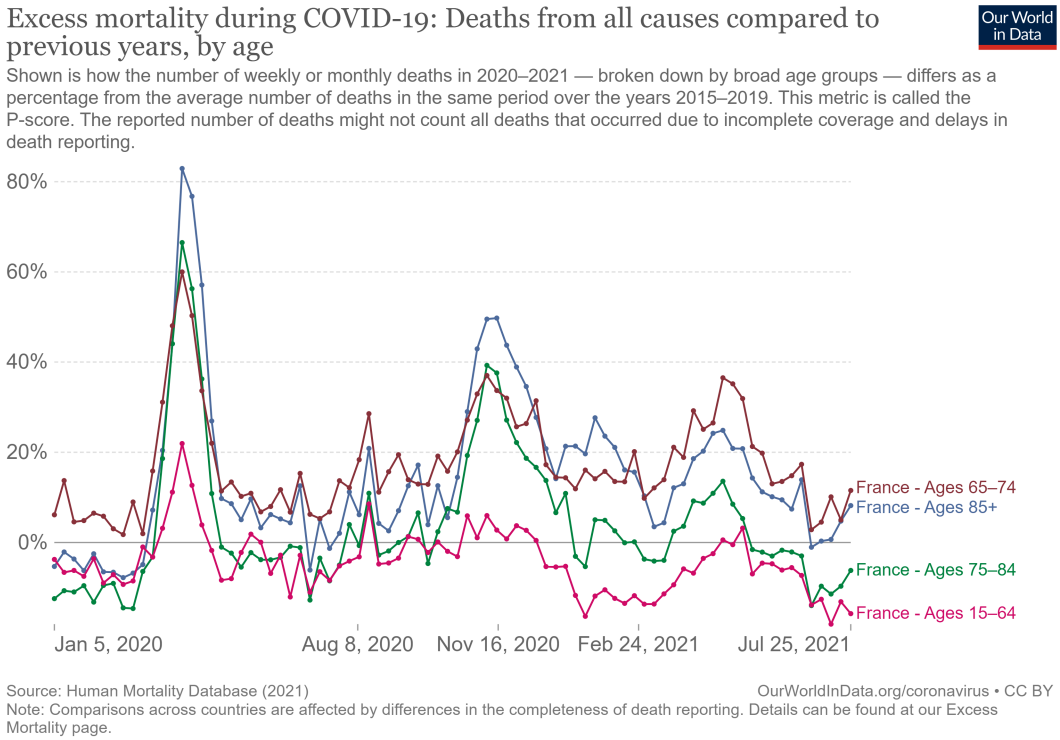


FIGURE 8 – *P-Score par mois et par tranche d'âge en France.*
Source : ourworldindata.org

Il faut noter que la grippe espagnole et le Covid-19 différent grandement, notamment de par l'origine des maladies : d'une part le Covid-19 est causé par un coronavirus tandis que la grippe espagnole a comme origine un virus grippal. La grippe espagnole est beaucoup plus dangereuse pour la population active alors que le Covid-19 est mortel principalement pour les personnes âgées. Aussi, pendant la grippe espagnole, beaucoup de pays supprimaient les rapports sur la pandémie à cause de la

1ère Guerre Mondiale alors que pendant la pandémie actuelle, les données sont partagées et sont beaucoup plus accessibles qu'à l'époque. L'amélioration du système de santé et des infrastructures a aussi son poids. Des études montrent que le virus de la grippe espagnole n'était pas à l'origine de la majorité des décès. Il s'agissait plutôt d'infections bactériennes [21]. Enfin, les conditions de vie pendant la grippe espagnole étaient loin d'être idéales. Les populations étaient extrêmement pauvres, sans standards d'hygiène ainsi que très touchées par les effets de la 1ère Guerre Mondiale.

2.3.3 Les événements Cat

Le risque catastrophe, au sens assurantiel du terme, correspond à la survenance d'un événement rare touchant un grand nombre de polices. Ce risque représente un coût énorme au marché de la réassurance, principalement en non-vie et dans une moindre mesure en assurance vie. Le nombre de décès suite à un événement Cat peut varier fortement d'une année à l'autre. Nous avons compté en moyenne 60'000 décès par an pendant la dernière décennie ce qui représente 0.1% des décès dans le monde. Nous constatons que pendant de nombreuses années, le nombre de décès lié aux Cat peut être assez faible (moins de 10'000 décès par an) et que des événements plus graves causant énormément de décès peuvent se produire. Pour citer quelques événements Cat, nous avons en particulier :

(i) Le tremblement de terre de 2010 à Haiti causant entre 100'000 et 300'000 décès

(ii) Le tremblement de terre Kanto de 1923 au Japon causant 143'000 décès

(iii) Le tsunami de Tohoku de 2011 au Japon causant 19'749 décès

(iv) Les attentats du 11 Septembre aux Etats-Unis causant 2'700 décès

L'impact financier d'un assureur ou réassureur peut être plus ou moins conséquent en fonction des caractéristiques de leur portefeuille. Les risques de catastrophes na-

21. Rappelons que les antibiotiques furent découvert en 1928 donc bien après la grippe espagnole.

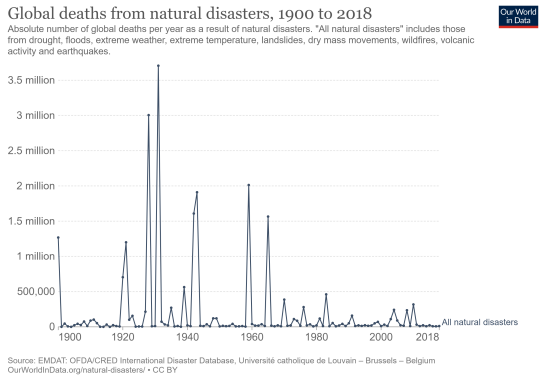


FIGURE 9 – *Nombre de décès dû aux catastrophes naturelles depuis 1900 dans le monde.*
Source : ourworldindata

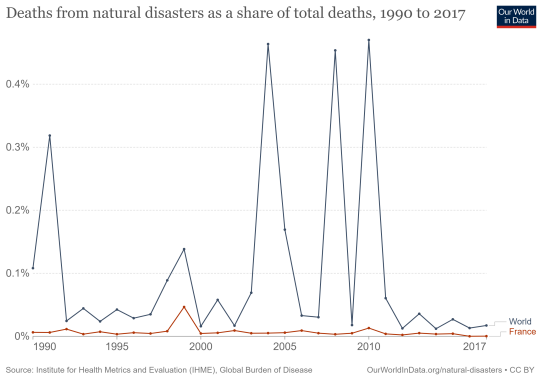


FIGURE 10 – *Part du nombre de décès dû aux catastrophes naturelles par rapport au nombre total de décès depuis 1900.*
Source : ourworldindata

turelles qui sont caractérisés par une faible fréquence et une importante sévérité, sont certes imprévisibles, mais de la prévention existe pour sauver les vies humaines subissant ces risques.

Nous constatons globalement une diminution du nombre de décès dûs aux catastrophes naturelles grâce à une amélioration des infrastructures et des systèmes d'intervention mais aussi grâce une préparation aux situations d'urgence. Les populations les plus touchées, en termes de mortalité, sont en général les populations les plus précaires. Le graphe **Figure 9** nous montre la présence d'une volatilité non négligeable du nombre de décès liés aux catastrophes naturelles. On remarque aussi **Figure 10** que pour un pays comme la France, les décès dus aux catastrophes naturelles sont loin d'être impactants : en effet, les décès à cause des catastrophes naturelles en France comptent pour moins de 0,1% du nombre de décès total par an. Une autre particularité des catastrophes naturelles qui serait intéressante à mentionner serait que les différentes tranches d'âges sont touchées équiprobablement, contrairement aux pandémies vues précédemment.

Une autre menace, qui s'avère être grandissante, est le terrorisme. Par acte terroriste nous entendons tout acte de violence perpétré par des acteurs non-étatiques contre des populations civiles dans le but de susciter la peur afin d'atteindre un objectif politique. Les actes terroristes se sont multipliés depuis le début des années 2000, engendrant dans certains cas des coûts phénoménaux au marché de l'assurance et de la réassurance notamment lors des attentats du 11 Septembre aux Etats-Unis [22].

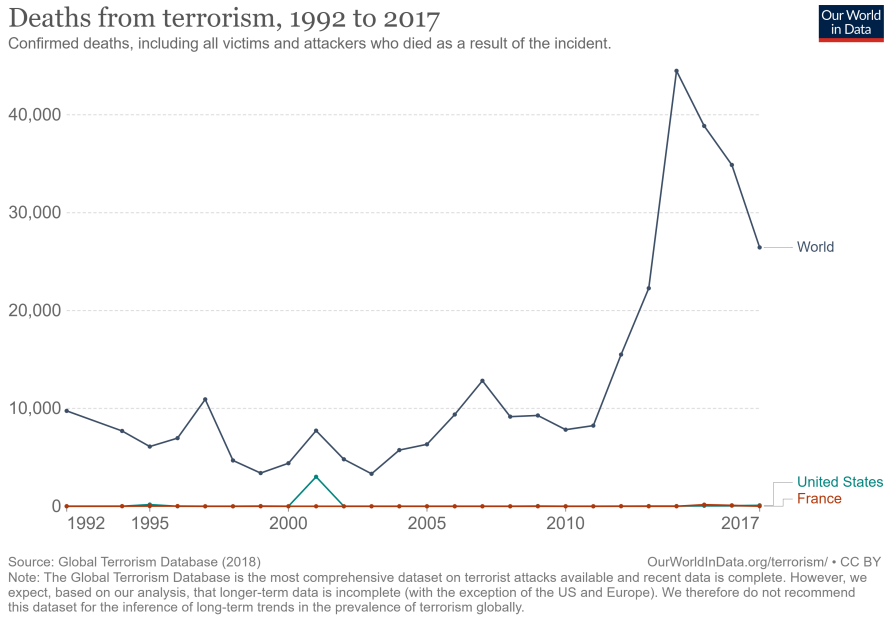


FIGURE 11 – *Espérance de vie par âge et par année*
Source : ourworldindata.org

Le graphe **Figure 11** montre une tendance globalement croissante du nombre de décès dû au terrorisme. Nous remarquons en particulier un pic pour les Etats-Unis en 2001 qui représente près de la moitié du nombre de décès dû aux actes terroristes de cette année-ci. La part de la France quant à elle semble négligeable comparée au reste du monde. Les régions les plus touchées par le terrorisme sont l'Afrique du Nord et le Moyen-Orient.

22. La perte totale dû à cet événement s'élève à 40 milliards de dollars pour le marché de l'assurance vie et non-vie.

Il faut cependant noter que la part du terrorisme dans la mortalité globale reste relativement faible. Bien que l'activité terroriste puisse varier beaucoup d'une année à l'autre, la part du nombre de décès dû aux actes terroristes ne dépasse pas les 0.1% de la mortalité globale.

3 Modélisation du risque pandémie

3.1 Introduction

D'un point de vue purement assurantiel, seule la modélisation du nombre de décès suffirait à donner un prix au coût de surmortalité [23]. Néanmoins, cette approche peut présenter plusieurs contraintes. Cette approche n'intègre pas de dimension temporelle ce qui permettrait de suivre la propagation d'une pandémie au fur et à mesure. Un tel suivi permettrait de rajouter des contraintes à la propagation de la pandémie par l'instauration de mesures de type sanitaires. Le ralentissement de l'évolution de la pandémie résultant de la mise en place de ces mesures impliquerait une diminution du nombre de décès [24] et donc, a fortiori, une sinistralité moindre pour un (ré)assureur vie. Ainsi, il serait préférable de modéliser le nombre de décès en intégrant ces facteurs externes qui ont une conséquence directe sur le nombre de décès.

Notons que les bases de données liées au Covid-19 intègrent déjà les effets des mesures sanitaires dans le nombre de décès [25]. Ainsi, pour le Covid-19, une simple modélisation du nombre de décès à partir de bases de données publiques suffirait [26]. Toutefois, durant la grippe espagnole, peu de pays appliquaient des mesures sanitaires afin de freiner la propagation. Ceci s'explique par le contexte particulier de cette période (1ère guerre mondiale). Par conséquent, le nombre de décès N qui ressort des différentes études de cette pandémie reflète uniquement la mortalité de l'époque. La propagation d'une grippe espagnole de nos jours conduirait vraisemblablement à des mesures

23. Typiquement une approche actuarielle fréquence – coût moyen.
24. Grâce notamment à la non-saturation des capacités hospitalières et de l'effet vaccination.
25. Ces effets sont directement induits dans le nombre de décès.
26. Sans passer par une modélisation épidémiologique de type SIR.

sanitaires très strictes. Ces mesures auraient un impact important sur le nombre de décès, réduisant ainsi la charge d'un (ré)assureur vie.

3.2 Le modèle

Soit N la population totale étudiée [27], S le nombre de personnes susceptibles d'être contaminés à l'instant t, I le nombre de personnes infectés à l'instant t et R le nombre de personnes guéries ou décédées à l'instant t. Nous supposons aussi qu'une personne à l'état R ne peut passer à l'état S et qu'une personne ne peut pas rester infectée indéfiniment. Notons par s, i et r les fractions suivantes :

$$s(t) := S(t)/N$$
$$i(t) := I(t)/N$$
$$r(t) := R(t)/N$$

Quelques premières analyses peuvent d'ores et déjà être effectuées. Par hypothèse, la population est censée être fermée. Ainsi, les seules possibilités d'un individu dans l'état S sont soit de rester, soit de quitter ce compartiment en passant dans le compartiment I. Le compartiment S ne pouvant pas être alimenté par des transitions de l'état R à l'état S, il en découle que la fonction s est une fonction décroissante du temps. La fonction r est initialisée à 0 et ne peut que croître avec les personnes qui transitent de l'état I à l'état R. Quant à la fonction i, sans tenir compte des mesures sanitaires, nous nous attendons à un comportement croissant puis décroissant, formant ainsi une bosse. Néanmoins, l'intégration des mesures sanitaires aura un impact sur le sens de variation de la fonction qui ne peut pas être décrit qualitativement à l'avance. Une conséquence directe de l'hypothèse de groupe fermé est la relation

27. Nous supposons ici qu'il s'agit d'un groupe fermé i.e il n'y a pas de nouveaux nés ni de personnes qui décèdent d'autres causes que la pandémie.

suivante :

$$s + i + r = 1 \tag{8}$$

Dans une première approche, nous supposons que chaque individu rencontre β personnes par jour. En particulier, chaque infecté rencontre β personnes [28]. En supposant que le groupe étudié est homogène, la proportion de ces β contacts avec des individus du compartiment S est s(t). Ainsi, en moyenne, un individu infecté génère $\beta \cdot s(t)$ nouvelles infections par jour. Nous supposons aussi que parmi les infectés, une proportion γ va transiter dans l'état R. A titre d'exemple, si la durée d'infection est de 7 jours, chaque jour une proportion de 1/7 des infectés vont passer dans l'état R. De ces explications, il en découle les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= -\beta \cdot s(t) \cdot i(t) \\
\frac{di}{dt} &= \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t) \\
\frac{dr}{dt} &= \gamma \cdot i(t) \\
\frac{ds}{dt} + \frac{di}{dt} + \frac{dr}{dt} &= 0
\end{aligned}$$

Les paramètres β et γ sont à estimer et définissent comment la pandémie se propage. Une solution analytique des équations différentielles définies ci-dessus existe. Néanmoins, nous nous contenterons de solutions numériques de type schéma d'Euler. Une estimation de la valeur en un point d'une fonction dérivable peut être donnée par la relation suivante :

$$u'(x_i) = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \tag{9}$$

28. Parmi ces β personnes, certaines sont infectées et d'autres sont susceptibles de contracter la maladie.

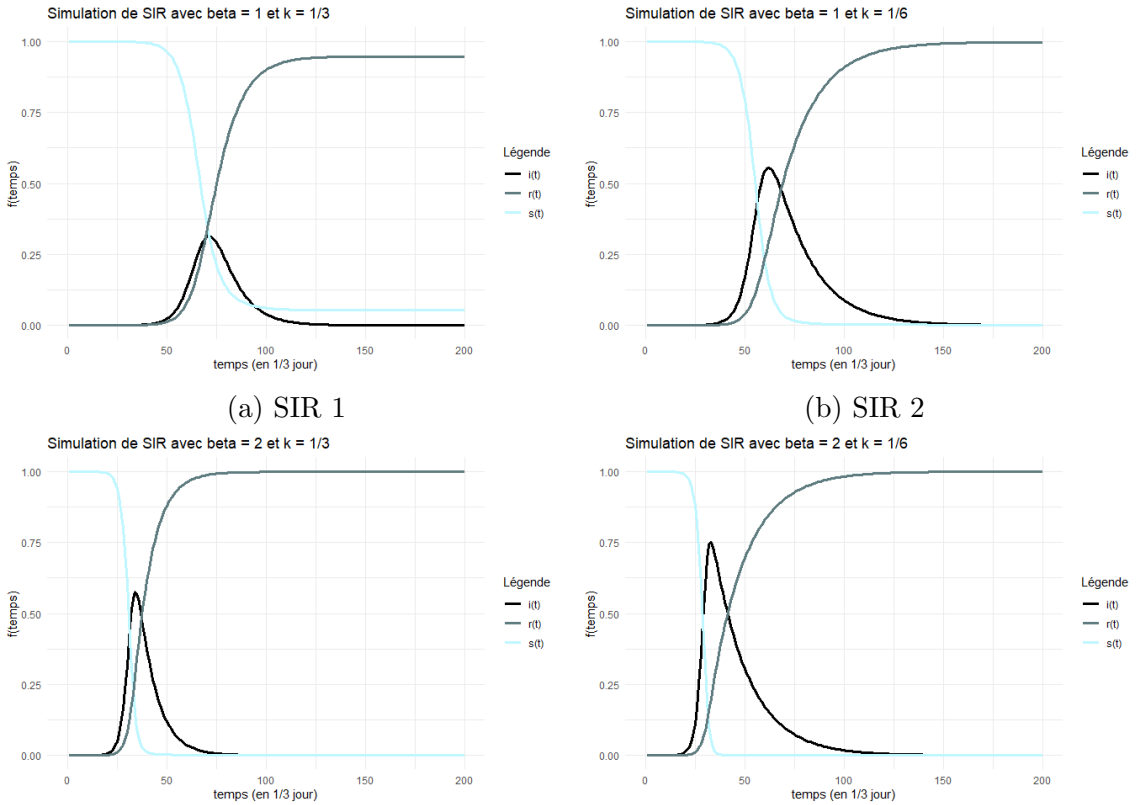
Ainsi, nous obtenons les relations suivantes discrétisées.

$$
\begin{aligned}
s_{n+1} &= s_n - \beta \cdot s_n \cdot i_n \cdot \Delta t \\
i_{n+1} &= i_n + (\beta \cdot s_n \cdot i_n - \gamma \cdot i_n) \cdot \Delta t \\
r_{n+1} &= r_n + \gamma \cdot i_n \cdot \Delta t
\end{aligned}
$$

Le graphe **Figure 12** montre, pour différents paramètres, les dynamiques sous-jacentes du modèle SIR. A γ fixé, une variation de β à la hausse implique un pic plus important d'infection avec, in fine, $s_{+\infty} = 0$ (**Figure 12 - (a), (c)**). Nous constatons aussi qu'à β fixe, une variation de γ à la baisse conduit à une hausse du nombre d'infectés (**Figure 12 - (a), (b)**). Enfin, une variation de β et de γ respectivement à la hausse et à la baisse implique une très forte contagiosité (**Figure 12 - (a), (d)**). Cependant, dans ce dernier cas, l'équilibre du système différentiel est atteint beaucoup plus tard dans le temps puisque le temps de passage d'un individu du compartiment I au compartiment R se fait au bout de 6 jours.

3.3 Le nombre de reproduction de base R_0

Un paramètre important dans le modèle SIR est le nombre de reproduction de base R_0 qui est défini comme étant le nombre de contacts sociaux par individu infecté i.e le rapport β/γ. Ce paramètre ne doit pas être confondu avec le R effectif qui est défini comme étant le nombre de contacts sociaux d'un infecté avec des individus du compartiment S. Le R_0 permet d'avoir une idée sur la vitesse de propagation d'une pandémie. Un R_0 supérieur à 1 indique que la pandémie se propage et inversement, un R_0 inférieur à 1 indique que la propagation diminue et s'éteint progressivement. Ce paramètre peut être estimé à partir des données réelles d'une pandémie sans avoir préalablement fixé les valeurs de β et γ. Des équations différentielles ci-dessus, il vient



(a) SIR 1 (b) SIR 2

(c) SIR 3 (d) SIR 4

FIGURE 12 – Test de sensibilité du modèle SIR

que :

$$\frac{di}{ds} = \frac{di}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{\beta s(t)i(t) - \gamma i(t)}{-\beta s(t)i(t)} = -1 + \frac{1}{R_0 \cdot s} \tag{10}$$

En intégrant l'égalité ci-dessus nous obtenons :

$$\exists \ q \in R \ / \ i(t) = -s(t) + \frac{ln(s)}{R_0} + q \tag{11}$$

Ainsi, on en déduit que i+s-$\frac{ln(s)}{R_0}$ est une constante indépendante du temps. De plus, les conditions initiales de la propagation d'une pandémie sont approximativement les suivantes :

(i) A l'instant 0 nous avons i(0) $\approx$ 0 et s(0) = 1

(ii) En $+\infty$ nous avons i($+\infty$) $\approx$ 0 et s($+\infty$) = $s_{+\infty}$

Comme la quantité i+s-$\frac{ln(s)}{R_0}$ est indépendante du temps, nous avons :

$$\begin{aligned} i(0) + s(0) - \frac{ln(s(0))}{R_0} &= i(+\infty) + s(+\infty) - \frac{ln(s(+\infty))}{R_0} \\ \Leftrightarrow 1 &= s_{+\infty} - \frac{ln(s_{+\infty})}{R_0} \\ \Leftrightarrow R_0 &= \frac{ln(s_{+\infty})}{s_{+\infty} - 1} \qquad (légitime\ \ car\ \ s_{+\infty} < 1) \end{aligned}$$

3.4 L'immunité de groupe

L'immunité de groupe est atteinte lorsqu'il n'y a pas suffisamment de personnes susceptibles de propager la pandémie. Intuitivement, la pandémie ne se propage pas lorsque $\beta << \gamma$ i.e $R_0 << 1$. Ici, le but serait de faire basculer une grande partie des individus du compartiment S dans le compartiment R sans passer par le compartiment I. A titre d'exemple, cet objectif peut être atteint en vaccinant une partie de la population du compartiment S. Se pose alors la question suivante : quelle devrait être la proportion d'individus à vacciner afin de garantir qu'une pandémie ne se propagera pas ? Ceci est équivalent à garantir que $\frac{di}{dt}(0) < 0$. En appliquant en 0 l'équation différentielle régissant $t \to i(t)$, il vient que :

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt}(0) = &\ i(0) \cdot (\beta s_0 - \gamma) < 0 \\ \Leftrightarrow &\ \beta s_0 - \gamma < 0 \\ \Leftrightarrow &\ s_0 < \gamma/\beta \\ \Leftrightarrow &\ s_0 < 1/R_0 \end{aligned}$$

Afin d'illustrer, prenons un $R_0 = 12$ et une efficacité du vaccin à 95%. L'immunité de groupe est atteinte, selon le modèle, si et seulement si $s_0 < 1/12$. En nommant x la part de la population qu'il faudrait vacciner, nous avons :

$$\begin{aligned} & s_0 = (1 - 0.95x) < 1/12 \\ \Leftrightarrow\ & x > \frac{11}{12 \cdot 0.95} \end{aligned}$$

Ainsi, afin qu'une telle pandémie ne se propage pas, il faudrait vacciner environ au moins 96,5% de la population.

3.5 Modèle multi-SIR

Le modèle SIR proposé dans la partie précédente présente plusieurs limites. Tout d'abord, il suppose un nombre fixe de contacts sociaux [29]. De plus, la population est supposée homogène alors que des facteurs comme l'âge peuvent avoir une grande influence sur la propagation et sur la probabilité de décès sachant que la personne a contracté la maladie. Enfin, l'ancien modèle ne tenait pas compte des mesures sanitaires pouvant être mises en place afin de freiner la propagation.

Définissons par M la matrice des contacts sociaux par tranche d'âge. Chaque coefficient $m_{i,j}$ correspond au nombre de contacts sociaux journaliers qu'une personne de la tranche d'âge i aurait avec des personnes de la tranche d'âge j. Cette matrice peut être simulée numériquement grâce à la bibliothèque **socialmixr** sous R.

29. Représenté par le paramètre β.

Matrice de contact	[0,5[	[5,10[	...	>70
[0,5[	1.81	0.84	...	0.35
[5,10[	0.37	2.28	...	0.16
...	...	...	...	...
>70	0.09	0.18	...	1.09

En toute rigueur cette matrice devrait être symétrique puisque si a rencontre b alors b rencontre a. Cependant, elle a été obtenue en observant les contacts sociaux de différents groupes : l'observation des contacts sociaux d'un groupe i avec un groupe j n'est pas équivalente à l'observation des contacts sociaux d'un groupe j avec un groupe i car les groupes i et j sont différents entre la 1ère et 2ème observation. Par conséquent, la matrice n'est pas symétrique [30]. Toutefois, un contact ne conduit pas forcément à une contamination. Définissons alors un facteur de contamination α qui correspond à l'inverse de la probabilité qu'un contact conduise à une contamination. Ce facteur permet de contrôler la contagiosité de la maladie. Ainsi, un α de 5 correspond à une probabilité de contamination pour un contact social de 20% (i.e, en moyenne, pour avoir une contamination il faudrait observer 5 contacts sociaux) [31].

Les mesures sanitaires sont intégrées dans le modèle grâce à une fonction f permettant d'atténuer les contacts sociaux de la matrice M. Nous allons supposer ici que f dépend d'un paramètre θ représentant la tension hospitalière liée à la pandémie. Pour ce faire, il est nécessaire de rajouter un autre compartiment au modèle SIR qui sera l'état H (état d'hospitalisation). Ce compartiment sera modélisé par la fonction $t \to h(t)$ représentant le nombre de personnes hospitalisées à l'instant t. Ainsi, en notant m la capacité hospitalière maximale d'un pays, les mesures sanitaires seront déclenchées lorsqu'à l'instant t, θ qui vaut h(t)/m dépassera un certain seuil défini à l'avance. Le passage du compartiment I au compartiment H d'un infecté de la tranche d'âge i sera modélisée par une fonction $t- > e_i(t)$ représentant la probabilité de transition

30. La matrice complète des contacts sociaux est présentée en annexe.
31. Afin de simplifier, nous avons supposé ici que le paramètre α ne dépend pas de l'âge.

entre ces deux compartiments.

Notons par n le nombre de tranches d'âges de la matrice de contact M. Définissons par $(s)_{k=1...n}$, $(i)_{k=1...n}$ et $(r)_{k=1...n}$ les vecteurs dont les coefficients i correspondent aux états de la population de la tranche d'âge i. Dans ce modèle, pour tout k=1...n nous avons :

$$\begin{aligned}
\frac{ds_k}{dt} &= -\sum_{j=1}^{n} f(\theta) \cdot \alpha \cdot m_{k,j} \cdot i_j \\
\frac{di_k}{dt} &= s_k \cdot \sum_{j=1}^{n} f(\theta) \cdot \alpha \cdot m_{k,j} \cdot i_j - \gamma \cdot i_k - e_k \cdot i_k \\
\frac{dh_k}{dt} &= e_k \cdot i_k \cdot -\eta \cdot h_k \\
\frac{dr_k}{dt} &= \gamma \cdot i_k + \eta \cdot h_k
\end{aligned}$$

où la constante η représente l'inverse de la durée moyenne d'une personne dans l'état d'hospitalisation. Enfin, dès qu'une personne de la tranche d'âge k passe (à l'instant t) de l'état I ou H à l'état R, une probabilité de décès liée à la maladie $p_i(t)$ est appliquée pour scinder l'état R en deux groupes : les personnes effectivement guéries et les personnes décédées. Notons que cette probabilité de décès dépend du temps afin d'intégrer l'effet de la vaccination dans l'estimation du nombre de décès. Le graphe ci-dessous **Figure 13** résume le modèle utilisé.

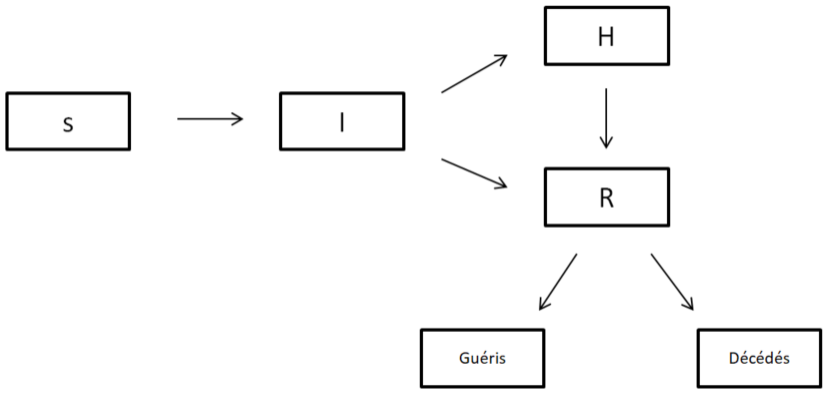


FIGURE 13 – *Transitions parmi les différents compartiments du modèle.*

3.6 Application du modèle à la pandémie de Covid-19

La répartition de la population selon les différentes tranches vient des données de l'INSEE et se présente comme suit **Figure-14**. Le jeu de paramètres

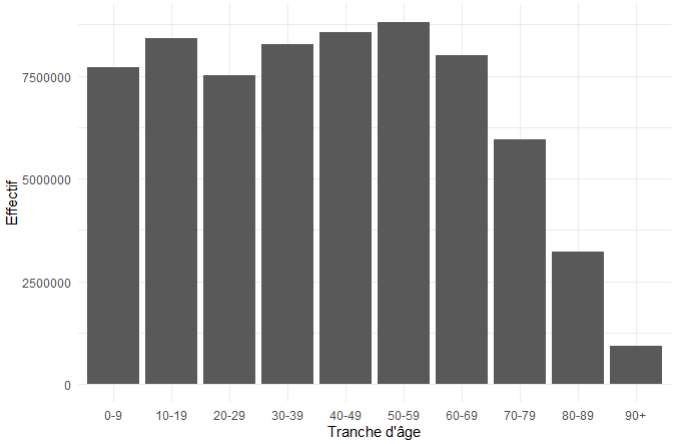


FIGURE 14 – *Répartition de la population française*

qui a été utilisé pour la simulation est le suivant :

I_0	η	γ	α	CapacitéHosp	MatriceContact
1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4.5}$	20'000	M

3.6.1 Estimation du Case Fatality Rate

La probabilité de décès sachant qu'un individu est infecté se nomme CFR (*Case Fatality Rate*). Cette mesure est souvent mal interprétée pour deux raisons.

La première raison est l'assimilation de cette mesure au taux de mortalité de la pandémie qui sera noté CMR (*Crude Mortality Rate*). Ce dernier mesure le rapport entre le nombre de décès et la population totale [32]. L'exemple le plus marquant de cette confusion est l'interprétation de la mortalité de la grippe espagnole. Dans plusieurs articles ainsi que dans des études statistiques, il est mentionné que le CFR de la grippe espagnole était de 2.7% (en se basant sur une estimation de la mortalité de la grippe espagnole à 50M). En réalité, il s'agit plutôt du CMR. Pour un CMR de 2.7%, le CFR est à des niveaux beaucoup plus élevés.

La deuxième raison réside dans la définition mathématique de cette mesure. Le CFR est obtenu en divisant le nombre de décès liés à la maladie par le nombre de contaminations i.e CFR(t) = $\frac{NbDécès(t)}{NbContaminations(t)}$ [33]. Or, le dénominateur mesure uniquement le nombre de contaminations connues. En réalité, il faudrait rajouter au dénominateur une quantité non négligeable qui serait le nombre de contaminations non connues ou non déclarées. Ainsi, une première correction du CFR serait de le définir comme étant CFR(t) = $\frac{NbDécès(t)}{NbContaminations(t)+X(t)}$ où X serait un processus stochastique donnant le nombre de contaminations non connues ou non déclarées. De facto les études

32. Sans conditionnant à ce que la population soit une population contaminée.

33. Par définition, le CFR n'est pas une constante biologique : la probabilité de décès d'un infecté dépend du contexte pandémique à la date d'infection, des soins qu'il a reçus, du système immunitaire propre à l'infecté, de la vaccination etc.

statistiques surestiment les probabilités de décès par infecté. Une deuxième correction serait de reporter le nombre de décès à la date effective d'infection. En effet, en supposant qu'à l'instant t il y a N contaminations, ces contaminations donneront n décès à l'instant t+1, n' à l'instant t+2, n" à l'instant t+3 et ainsi de suite. La bonne estimation du CFR serait alors la somme de tous les décès issus des N contaminés à l'instant t rapportés aux N contaminations. Cependant, les données actuelles de décès du Covid-19 ne permettent pas de relier pour chaque décès à l'instant t' sa date d'infection t. Selon différentes études statistiques, le temps moyen constaté entre une contamination et un décès lié à cette contamination est d'environ 16 jours pour le Covid-19. Ainsi, une estimation juste du CFR en t est donnée par la relation suivante :

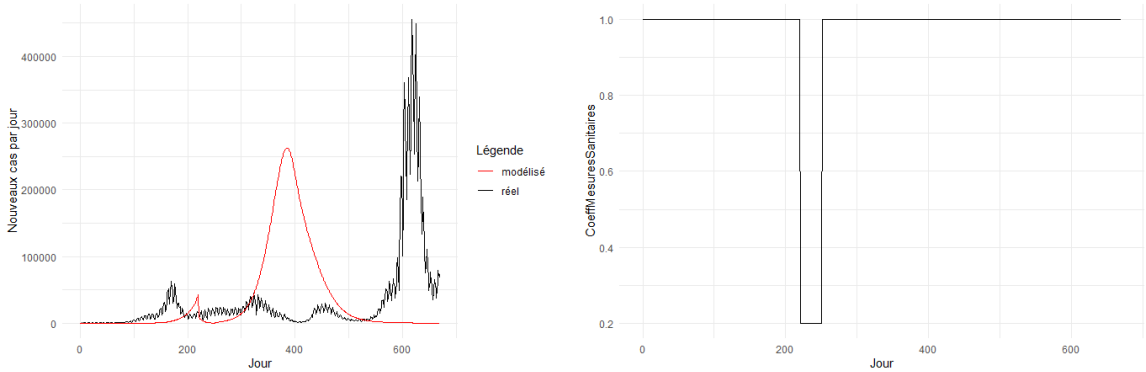
$$CFR(t) = \frac{NbDécès(t+16)}{NbContaminations(t) + X(t)} \tag{12}$$

Dans une approche prudentielle, nous ne chercherons pas à modéliser le processus X et supposerons qu'il est nul.

3.6.2 Modèle épidémiologique à mesures sanitaires en escalier

Le premier modèle qui a été testé consiste à appliquer une fonction escalier pour la prise en compte des mesures sanitaires. Les mesures sanitaires sont uniquement appliquées à la première occurrence d'un dépassement de la capacité hospitalière définie auparavant. Le graphe **Figure 15 (a)** représente le nombre de nouveaux cas d'infection modélisés et réels. Concernant le nombre de nouveaux cas réels, une moyenne mobile de 3 jours à été appliquée à chaque instant t afin de lisser la courbe. En effet, l'étude des données réelles donne un écart significatif du nombre de cas entre les jours de semaine et le weekend dû à une capacité de dépistage plus faible en weekend. La modélisation implique une forte chute du nombre de contaminés dès que la fonction f est déclenchée [34]. Cet effet, qu'on peut qualifier de discontinu

34. A titre indicatif, f est déclenchée le 150ème jour.



(a) Données SIR et données réelles

(b) Fonction mesures sanitaires

FIGURE 15 – *Comparaison entre le modèle SIR intégrant une fonction f qui réplique l'effet des mesures sanitaires en atténuant les contacts sociaux entre les individus. La fonction f se trouve sur le graphe (b).*

se comprend bien puisque le 151ème jour, les contacts sociaux sont divisés par 5. Cependant, cette forte variation du nombre de contaminés n'est pas très réaliste lorsqu'on le compare avec les données réelles. L'effet des mesures sanitaires réelles qu'on aperçoit sur le graphe **Figure 15 (a)** forme une cloche sur le nombre de contaminations quotidiennes. Le modèle SIR suppose que la rencontre entre un infecté et une personne susceptible d'être infectée entraîne immédiatement une contamination (avec une certaine probabilité α). En réalité, il y a toujours un décalage entre la rencontre et la contamination effective qui n'est observée que quelques jours plus tard. Ainsi, en reprenant les données réelles, les contacts sociaux qu'il y a eu quelques jours avant les mesures sanitaires de novembre entraînent des contaminations après cette date, ce qui explique l'effet de cloche qu'on observe. Nous constatons également que le modèle entraîne un deuxième pic de contaminations quotidiennes survenu peu de temps après le premier pic. En effet, nous avons un saut dans la fonction f qui passe d'un coefficient de mesures sanitaires de 0.2 à 1 ce qui relance la propagation de la pandémie assez brusquement. En comparant avec les données réelles, ce deuxième pic revient beaucoup plus tard. S'agissant du nombre de décès, nous observons un pic assez conséquent de la mortalité lié au fait que le pic de contamination est survenu

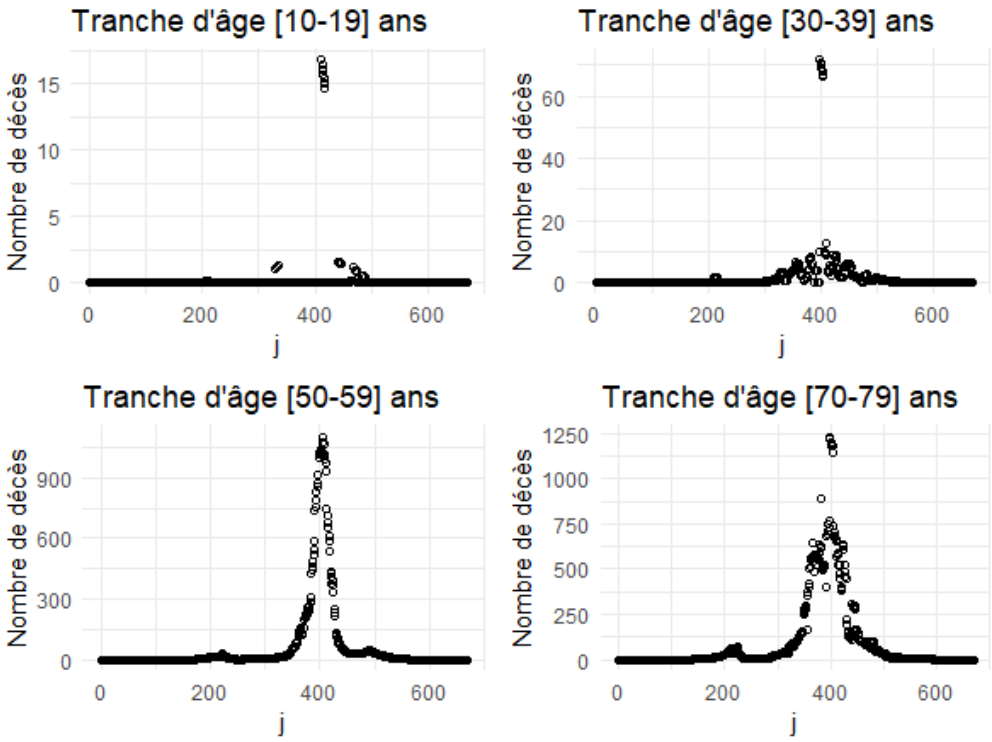


FIGURE 16 – *Nombre de décès par jour pour 4 tranches d'âges différentes. Nous notons une forte corrélation de la mortalité et du nombre d'infectés pour les tranches d'âges plus élevées.*

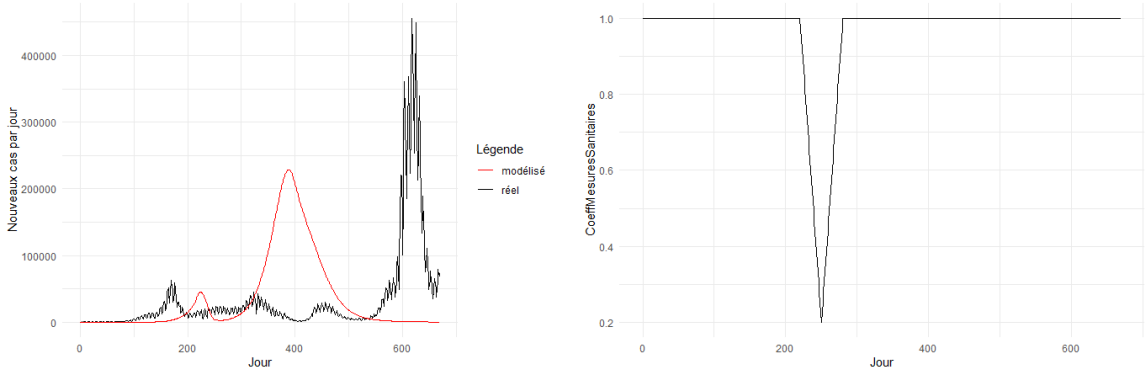
à une période où les CFR sont très élevés. [35].

Type	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90+	Tot
NbDCModélisé	188	280	537	2'232	6'700	84'031	72'811	124'881	81'321	31'393	404'374
NbDCRéel	36	34	177	550	1'615	5'557	16'212	31'943	52'484	31'008	139'616

35. Pour rappel, l'information de l'effet de vaccination est incluse dans les CFR par tranche d'âge.

3.6.3 Modèle épidémiologique à mesures sanitaires linéaires

Dans le modèle ci-dessous, **Figure 17**, la fonction f est linéaire décroissante jusqu'au coefficient 0.2 (division par 5 des contacts sociaux habituels) puis linéaire croissante jusqu'au coefficient 1 (reprise normale des contacts sociaux) [36]. Cette fonc-



(a) Données SIR et données réelles (b) Fonction mesures sanitaires

FIGURE 17 – *Comparaison entre le modèle SIR intégrant une fonction f qui réplique l'effet des mesures sanitaires en atténuant les contacts sociaux entre les individus. La fonction f se trouve sur le graphe (b).*

tion permet de rendre continu le nombre de contaminations qui chute progressivement dès que les mesures sanitaires sont mises en place contrairement à la fonction indicatrice dans le premier exemple. Cependant, nous constatons toujours une reprise très rapide des contaminations dès que les contacts sociaux normaux reprennent. S'agissant de la mortalité, nous retrouvons à peu près la même dynamique que le modèle précèdent.

36. Cette fonction s'applique aussi uniquement à la première occurrence du dépassement de la capacité hospitalière.

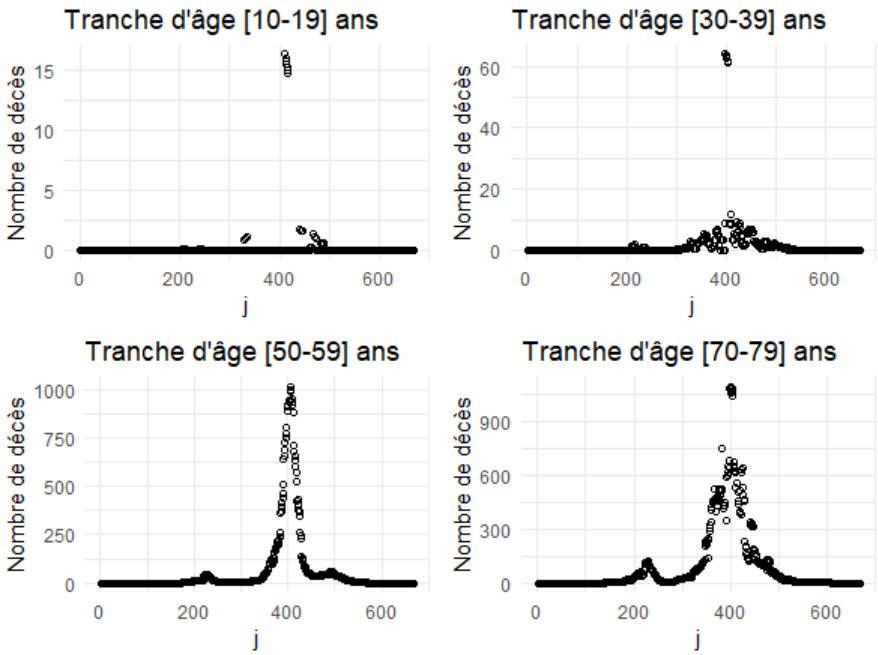
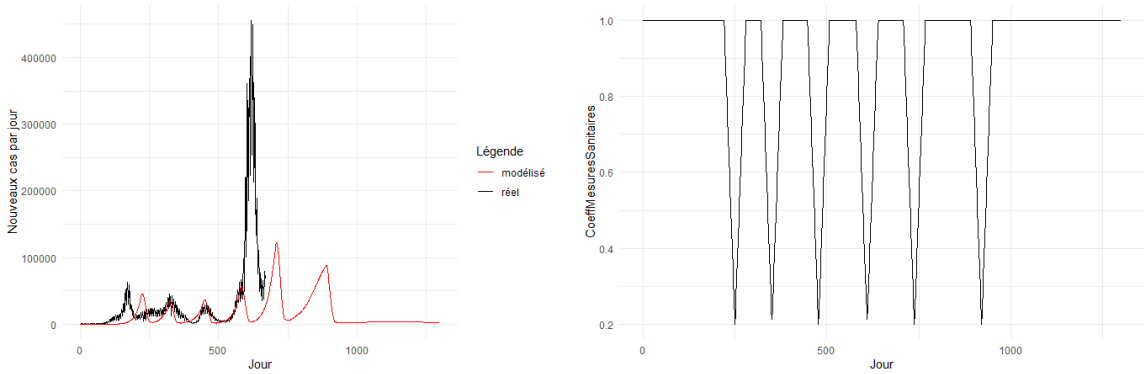


FIGURE 18 – *Nombre de décès par jour pour 4 tranches d'âges différentes. La corrélation entre le nombre de décès et le nombre de contaminés ne change pas par rapport au modèle précédent.*

3.6.4 Modèle à mesures sanitaires dynamiques linéaires

Le modèle à mesures sanitaires dynamiques consiste à appliquer des mesures sanitaires d'une certaine durée prédéfinie à l'avance à chaque occurrence [37] d'une augmentation de la tension hospitalière au delà de 100%. Ce modèle semble plus juste que les précédents car il dépend, à tout instant, de la capacité hospitalière. Dans ce modèle nous supposons que les taux d'hospitalisations et de décès



(a) Données SIR et données réelles (b) Fonction mesures sanitaires

FIGURE 19 – Comparaison entre le modèle SIR intégrant une fonction f qui réplique l'effet des mesures sanitaires en atténuant les contacts sociaux entre les individus. La fonction f se trouve sur le graphe (b).

post données réelles sont les mêmes que les derniers taux réels estimés. Les pics de contamination sont assez récurrents mais les amplitudes sont faibles, contrairement aux modèles précédents. La fin de la pandémie s'observe autour du 900ème jour. Le nombre d'hospitalisations est plutôt décroissant en terme d'amplitude bien que les derniers pics de contamination soient plus important (**Figure20**). Cette décroissance s'explique par l'effet vaccination et la croissance de la capacité de dépistage [38] qui fait chuter le taux d'hospitalisation par contaminé.

37. Contrairement aux modèles précédents qui appliquaient des mesures sanitaires uniquement à la première occurrence.

38. Ceci permet d'avoir moins de cas de contaminations non connus ou non déclarés ce qui rend plus fiable la mesure du CFR.

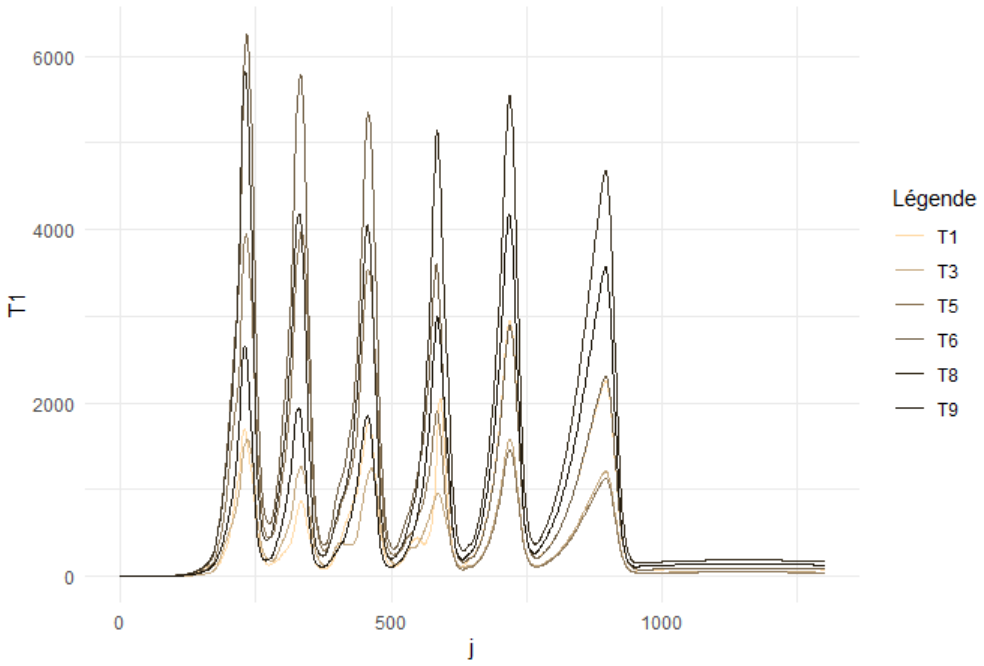


FIGURE 20 – *Nombre d'hospitalisés par jour selon 6 tranches d'âges différentes.*

Ce modèle implique aussi un taux de mortalité moins élevé que les autres modèles ce qui peut s'expliquer par un étalement des pics de contamination dans le temps.

Type	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90+	Tot
NbDCModélisé	43	42	149	441	1'602	10'594	17'267	30'955	25'838	10'678	97'609
NbDCRéel	36	34	177	550	1'615	5'557	16'212	31'943	52'484	31'008	139'616

L'écart global entre le nombre de décès modélisés et réel est d'environ 40'000 et s'explique en grande partie par un écart considérable sur les tranches d'âge 70-89 et 90+ [39].

39. Tranches qui ne sont pas représentatives des portefeuilles d'assurance étudiés.

3.7 Application de la dynamique du Covid-19 à la grippe espagnole

Il convient ici de modéliser la propagation de la grippe espagnole à l'ère actuelle en supposant que si la grippe espagnole se reproduisait aujourd'hui, la pandémie devrait avoir la même dynamique que le Covid-19 i.e serait sujette à des mesures sanitaires successives afin de ralentir la propagation, une coopération des Etats dans l'élaboration d'un vaccin et la vaccination de la population à risque.
Dans la modélisation du Covid-19, l'effet de vaccination se mesurait indirectement sur les probabilités de décès du Covid-19 par tranche d'âge $(p_{i,t})$ [40]. L'idée serait alors de répliquer la décroissance de p en fonction du temps par la construction d'une suite $(q_{i,t})$ représentant le taux de décès d'un contaminé de la grippe espagnole en initialisant cette suite aux taux de décès estimés de la grippe espagnole (que nous allons noter $(\hat{q}_i)$). La suite q est alors construite par la relation de récurrence suivante :

$$\forall i \in [1, tranchesAge] \quad q_{i,0} = \hat{q}_i$$
$$\forall t > 0, \forall i \in [1, tranchesAge] \quad q_{i,t} = min(\frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot q_{i,t-1}, 1)$$

La reconstitution des probabilités d'hospitalisation par contaminé de la grippe espagnole donne des valeurs trop importantes, de telle sorte que la pandémie ne démarre presque jamais. En effet, nous avons supposé dans notre modèle initial qu'un infecté qui passe en hospitalisation ne peut plus contaminer un individu du compartiment S. En prenant ces probabilités nous avons à chaque itération un peu moins de 50% des inféctés qui passent en hospitalisation ce qui freine nettement la propagation. Pour palier cela, nous avons supposé que les probabilités d'hospitalisation pour la grippe espagnole sont équivalentes à celles du Covid-19. De plus, nous avons supposé que les paramètres de contagiosité n'évoluent pas entre la grippe espagnole et le Covid-19.

40. Estimation journalière lissée qui se trouve en annexe.

La fonction f, qui pour rappel permet d'atténuer les contacts sociaux, reste inchangée par rapport au modèle partie 3.6.4. En termes d'infections, de déclenchement de mesures sanitaires et d'hospitalisations, le modèle est équivalent au modèle Covid-19 à mesures sanitaires dynamiques linéaires. Ce qui change ici est la distribution des décès.

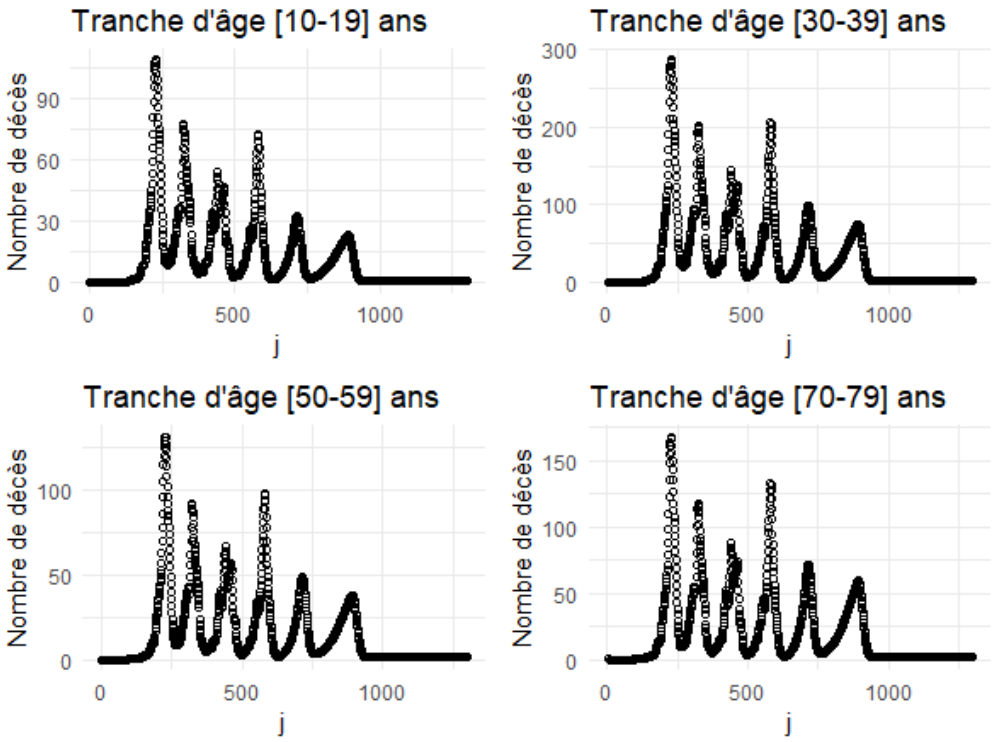


FIGURE 21 – *Nombre de décès par jour pour 4 tranches d'âges différentes*

Nous constatons à chaque vague d'infection un nombre de décès quotidien très important, montant jusqu'à 300 décès par jour pour la tranche d'âge 30-39 ans (**Figure 21**). La population la plus touchée est la tranche 30-39 ans avec un dépassement de

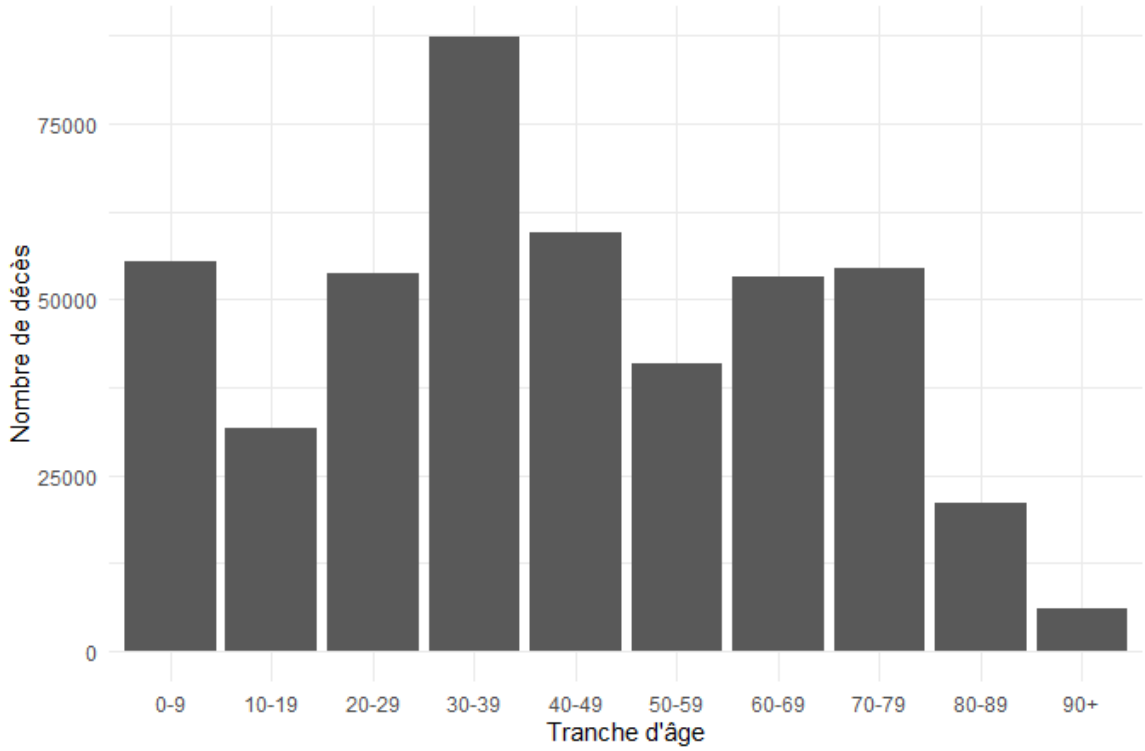


FIGURE 22 – *Distribution des décès par tranche d'âge*

la barre des 75'000 décès. La population la plus âgée semble moins touchée, étant moins à risque que la population active lors de la pandémie en 1918.

Dans les tableaux ci-dessous, le modèle 1 correspond au modèle intégrant des mesures sanitaires afin d'étaler les infections et les décès dans le temps. Ce modèle donne un total de 463'176 décès soit environ 4 fois plus que le dernier modèle du Covid-19 ou encore, 0.69% de la population française. Le modèle 2 correspond à un modèle sans application de mesures sanitaires. Dans ce dernier, le nombre de décès explose en atteignant 1'698'703 décès, soit environ 2.54% de la population française,

ce qui correspond au taux de mortalité constaté dans certaines études de la grippe espagnole.

Type	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49
NbDCModèle1	55'297	31'593	53'831	87'389	59'499
NbDCModèle2	201'783	109'468	195'138	317'922	215'694

Type	50-59	60-69	70-79	80-89	90+
NbDCModèle1	40'819	53'112	54'494	21'066	6'086
NbDCModèle2	149'067	199'595	205'302	81'264	23'470

Bien qu'il s'agisse uniquement d'une modélisation, nous notons que les effets étalement et vaccination de la population à risque [41] sont primordiaux pour un scénario de ce type de pandémie.

41. Au vu des probabilités de décès par tranches d'âges, il s'agirait ici de toute la population.

4 Modélisation du risque événement

4.1 Définition du risque

Un *événément* constitue l'ensemble des sinistres qui résultent d'un même fait générateur limité dans le temps et dans l'espace. Lorsqu'on parle d'un événément, il s'agit d'un accident ou d'une catastrophe entraînant le décès de plusieurs personnes. Le terme '*plusieurs personnes*' pouvant être imprécis, il s'agit en réalité d'un seuil de décès lié à un événément qui est défini à l'avance dans le traité de réassurance. Ainsi, certains traités de réassurance considérent qu'à partir de 5 décès venant d'un même fait générateur entraînent un sinistre par événement. Notons qu'il est très fréquent d'entendre parler de risque Cat plutôt que de risque par événement. Les deux termes sont en effet équivalents.

4.2 Modèle de Strickler

Le modèle de Strickler, qui a été publié en 1960, reste très utilisé en réassurance pour la tarification des traités *XS Cat*. Le modèle a deux composantes : une composante pour estimer le nombre de décès et une composante pour estimer la charge de sinistre suite à un événement Cat.

4.2.1 Modélisation du nombre de décès et nombre de Cat

Définissons par A la fonction suivante :

$$A(x) = \alpha \cdot 100^{\frac{1}{x}} \cdot x^{-\beta} \tag{13}$$

En fixant x, A(x) sera la somme de tous les décès par an dans des événements accidentels impliquant au moins x décès sur une population de 1 million de personnes. A est alors une fonction décroissante avec A(1) étant notamment le nombre total de décès suite à des événements Cat. En particulier :

1. α correspond au taux de décès accidentel pour 10'000 personnes
2. β correspond au paramètre de forme

Ces paramètres sont estimés par la méthode des moindres carrés. La première calibration de ce modèle par Strickler(en se servant de données publiques américaines d'assurance vie) donnait un α et un β respectivement à 8 et 0.33. Le paramètre α peut être estimé à partir de données publiques sur les décès accidentels. Ainsi, en France, nous estimons que les accidents causent 0.055% des décès par an. Ceci nous donne un paramètre α de 5.5. L'étude de la base de données EMDAT [42] permet ensuite de calibrer le paramètre β. Ce paramètre a été estimé à 0.01.

Après avoir défini la fonction A, nous pouvons désormais en déduire le nombre d'événements Cat causant n décès (parmi 1 million de personnes) :

$$H(n) := \frac{A(n) - A(n-1)}{n} = \frac{Nombre\ de\ décès\ dans\ les\ événements\ causant\ n\ décès}{Nombre\ \ de\ \ décès\ par\ événements} \tag{14}$$

42. EMDAT est une base de données publique contenant notamment tous les événements Cat survenus depuis 1900.

Ainsi, la probabilité qu'un événement Cat survenu cause n décès vaut :

$$h(n) := \frac{H(n)}{\sum_{i=0}^{\infty} H(i)} \tag{15}$$

En réalité, Strickler limite le modèle à 1500 décès i.e h(n) tend vers 0 lorsque n tend vers 1500. Concrètement, cette hypothèse suppose que la probabilité d'avoir un événement Cat causant 1500 décès est tellement faible qu'on peut la négliger.

4.2.2 Modélisation des capitaux sous risques

Bien entendu, cette partie est nécessaire pour le déclenchement indemnitaire des Stop Loss de mortalité extrême. Notons par X la variable aléatoire donnant le montant de sinistre d'un assuré décédé suite à un événenement Cat. En notant SAR(*sum-at-risk*) les capitaux sous risques moyens du portefeuille de la cédante, le modèle de Strickler propose de modéliser X par :

$$X \hookrightarrow SAR \cdot Exp(1) \tag{16}$$

avec Exp(1) une loi exponentielle de paramètre 1. Enfin, a priori, si un cat survient et cause n décès, les n individus ne sont pas forcément assurés chez le même assureur. En notant A le nombre de personnes décédées et assurées chez un même assureur, nous pouvons supposer que :

$$A|Y \hookrightarrow B(Y, \alpha) \tag{17}$$

où Y est la variable aléatoire donnant le nombre de décès d'un événement cat et α une constante représentant le taux d'assurance au sein de la population. Ainsi, nous avons :

$$\forall n \in N/ \quad , E[A|Y = n] = n \cdot \alpha \tag{18}$$

En notant E l'événement "un cat est survenu", la prime pure est donnée par :

$$\begin{aligned} PP &= P[E] \cdot coût_{moyen} \\ &= P[E] \cdot E[X] \cdot E[A|Y] \\ &= P[E] \cdot \alpha \sum_{n=1}^{1500} n \cdot h(n) \cdot SAR \end{aligned}$$

Notons que ce modèle ne traite pas le risque de concentration. Une variante de ce modèle incluant le risque de concentration existe. Cependant, cette variante relève plutôt des pratiques du marché et n'est pas issue d'un fondement théorique.

Le modèle de Strickler est déterministe par définition de la fonction A. Il ne permet pas la calibration des paramètres par des outils traditionnels statistiques tel que le maximum de vraisemblance. De plus, le modèle limite le nombre de décès par événement Cat à 1500 ce qui peut s'avérer être insuffisant. Enfin, ce modèle n'intègre pas directement le risque de concentration.

4.3 Modèle d'Ekheden et Hössjer

Ce modèle a été publié en 2012 devant le Congrès Européen des Actuaires dans le but de traiter les points faibles que le modèle de Strickler présentait. Il s'agit en réalité d'un modèle coût moyen - fréquence classique d'assurance non vie où l'on modélise d'une part la fréquence des événements Cat et d'autre part la sévérité de ces derniers [43]. Posons :

$$S := \sum_{i=1}^{K} Z_i \tag{19}$$

où

— K est une variable aléatoire correspondant au nombre de Cat sur une année

— $(Z)_i$ est une variable aléatoire correspondant au coût moyen d'un Cat

Par sa définition, il en découle que S est la charge totale de sinistre sur une année de couverture Cat. Afin de modéliser correctement la variable Z, il convient aussi de modéliser le nombre de décès par une variable aléatoire que nous noterons X. Parmi ces X décès survenus dans l'année, certains feront partie du portefeuille et d'autres non. Ainsi, pour prendre ce facteur en compte, nous allons définir par Y la variable aléatoire décrivant le nombre de personnes assurées qui seront touchées par la survenance du Cat. Bien entendu, Z dépend de ces variables que nous venons de définir.

Notons que le modèle d'Ekheden et Hössjer est adapté pour étudier des *Stop Loss* où le déclenchement est indemnitaire. Toutefois, nous allons pouvoir adapter ce modèle en cas de déclenchement indiciel en se limitant à la modélisation du nombre de décès par événement Cat et en segmentant la variable X par tranche d'âge.

43. La sévérité en termes de nombre de décès.

4.3.1 Modélisation du nombre de Cat

Soit K la variable aléatoire donnant le nombre de Cat sur une année. K est une variable discrète. Plusieurs choix s'offrent à nous pour la modélisation, notamment la loi de Poisson qui a pour propriété l'équidispersion des valeurs ou bien une loi binomiale négative qui permet de prendre en compte la sur- ou sous- dispersion des observations.

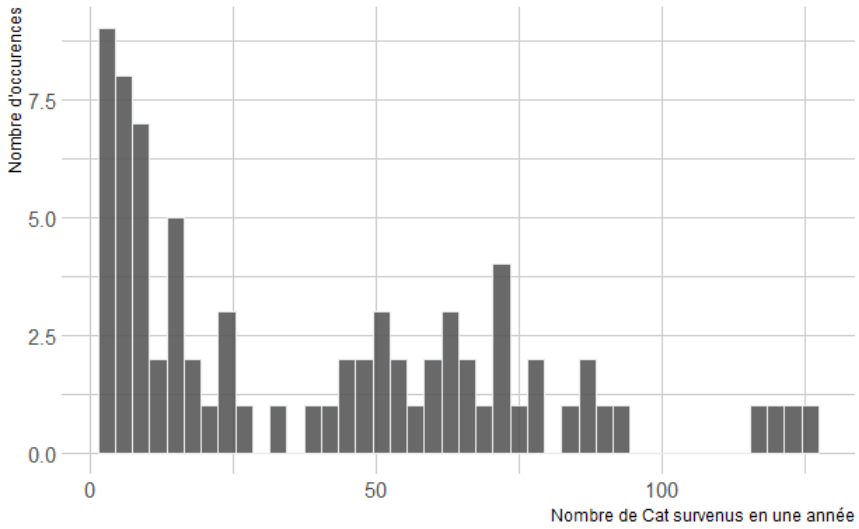


FIGURE 23 – *Histogramme du nombre de Cat survenus en une année en Europe depuis 1946*

Pour rappel, une loi de Poisson est définie comme suit :

$$K \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda) \;\; ssi \;\; \forall k \in \mathbb{N}, \;\; P[K = k] = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \tag{20}$$

et une loi Binomiale Négative est définie comme suit :

$$K \hookrightarrow \mathcal{NB}(r,p) \;\; ssi \;\; \forall k \in \mathbb{N}, \;\; P[K=k] = \binom{k+r-1}{k} \cdot (1-p)^r \cdot p^k \tag{21}$$

Plusieurs méthodes existent pour déterminer les paramètres de ces deux lois, notamment la méthode des moments et la méthode du maximum de vraisemblance. Nous allons privilégier pour l'ajustement la méthode du maximum de vraisemblance [44].

Afin de mesurer la qualité d'ajustement de chacune de ces deux lois aux n observations K_1,...,K_n, nous pouvons comparer les log-vraisemblances des deux modèles. Avec la base de données *EM-DAT*, nous obtenons les estimations suivantes :

Loi	Paramètres	Log-Vraisemblance
Poisson	$\hat{\lambda} = 3.73$	-268
NegBinomiale	$(\hat{r}, \hat{p}) = (3.69, 0.49)$	-248

En se basant sur la log-vraisemblance, nous allons modéliser K par une loi Binomiale Négative de paramètres (r,p) = (3.69,0.49).

44. Notons que pour une loi de Poisson, l'estimation de λ est la même pour les deux méthodes, à savoir $\lambda = \frac{\sum_i^n K_i}{n}$.

4.3.2 Modélisation du nombre de décès X

S'agissant de la distribution du nombre de décès X et étant donné que cette variable explique une mortalité rare, il serait judicieux de la modéliser par une distribution des extrêmes généralisés (GEV) [45]. La distribution de Pareto généralisée (*Generalized Pareto Distribution* - GPD) est utilisée pour modéliser les observations des dépassements au delà d'un seuil. Ainsi, on dira que nos observations $X_{u,1}, ..., X_{u,n}$ au delà du seuil u suivent une loi GPD(σ_u,ξ) si :

$$\forall x \in [0, \infty[, \quad P[X_u < x] = 1 - [1 + \xi \cdot \frac{x}{\sigma_u}]_+^{-1/\xi} \tag{22}$$

Les paramètres de la loi seront déterminés par maximum de vraisemblance.

Un outil très utile qui permet de vérifier la cohérence du seuil de la GPD définie est la durée de vie résiduelle ou *Mean Excess Plot*. Le *Mean Excess Plot* d'une variable aléatoire X est défini comme étant :

$$\forall u \in \mathbb{R}+, \;\; e(u) = \mathbb{E}(X - u | X > u) \tag{23}$$

La loi de Pareto Généralisée a comme propriété intéressante une relation linéaire du *Mean Excess Plot* qui s'exprime comme suit :

$$e(u) = \frac{\beta}{1-\zeta} + \frac{\zeta}{1-\zeta} \cdot u \tag{24}$$

Etant donné un échantillon iid $X_1, ..., X_n$, une estimation naturelle de e est :

$$\hat{e}(u) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - u) I_{X_i > u}}{\sum_{i=1}^{n} I_{X_i > u}} \tag{25}$$

45. Distribution venant de la Théorie des Valeurs Extrêmes.

Le graphique $\{X_{(i)}, \hat{e}_n(X_i)$: i=1,...,n$\}$ est appelé graphique de dépassement moyen. Si la variable aléatoire suit une loi de Pareto Généralisée pour le seuil u, alors le graphique doit être approximativement linéaire au delà de ce seuil.

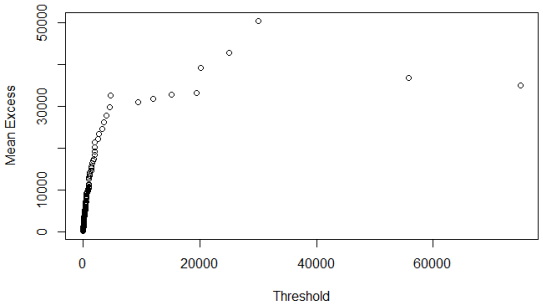


FIGURE 24 – *Mean Excess Plot des* $\hat{X}_i$

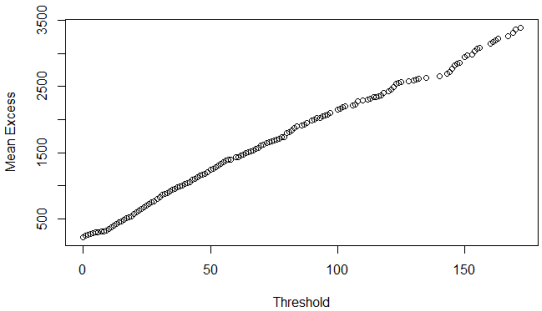


FIGURE 25 – *Zoom sur le Mean Excess Plot des* $\hat{X}_i$

En tronquant les observations extrêmes [46], nous remarquons graphiquement une relation linéaire du *Mean Excess Plot* à partir du seuil Cat que nous avons défini. Nous obtenons par maximum de vraisemblance les paramètres suivants :

Loi	$\hat{\sigma_u}$	$\hat{\xi}$	Log-Vraisemblance
GPD	15.92	0.59	-1762

Une validation graphique du modèle peut être faite en considérant un *QQ-Plot* qui permet de comparer les quantiles théoriques et les quantiles empiriques. Si les observations sont bien issues d'une même loi (ici une GPD), alors les quantiles empiriques devraient être égaux aux quantiles théoriques.

Dans notre cas, nous constatons des quantiles empiriques et théoriques globalement alignés. Ceci nous permet de valider notre modèle. Etant donné que notre modèle

46. Les observations au delà de 10'000 décès.

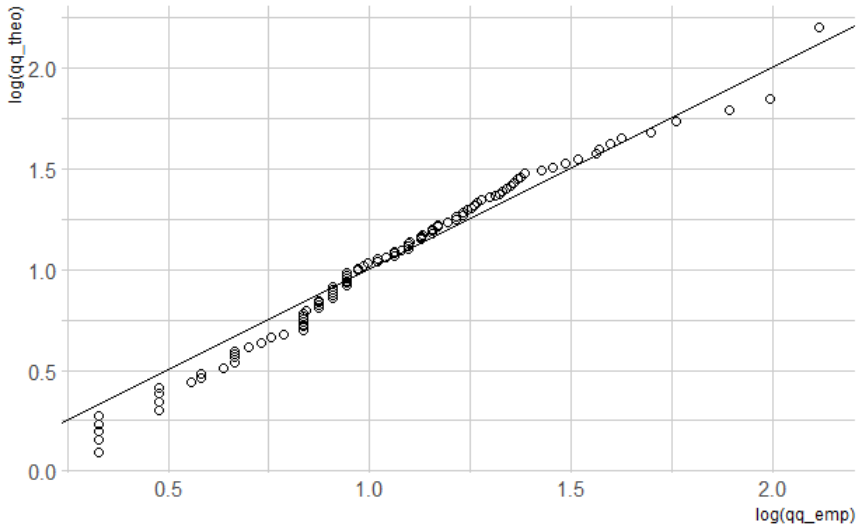


FIGURE 26 – *QQ-Plot en échelle logarithmique*

est continu, le nombre décès sera donné par la partie entière de la variable X.

S'agissant de la mortalité par sexe et par tranche d'âge, nous partons sur une approche simple mais vraisemblable dans laquelle un Cat touche n'importe quelle tranche d'âge et n'importe quel sexe de façon équiprobable.

4.3.3 Modélisation de la charge de sinistre Z

Il convient ici de modéliser dans un premier temps le nombre de sinistres Y qu'impactera l'assurance. Il est immédiat que $0 \leq Y \leq X$ [47]. Définissons le taux

47. Nous ne pouvons pas avoir plus de sinistres que le nombre de décès total suite à la survenance d'un Cat

d'assurance q par :

$$q := \frac{Nombre\ de\ polices\ décès}{Taille\ de\ la\ population} \tag{26}$$

Nous supposons que :

$$\mathbb{E}[Y|X] = qX \tag{27}$$

Cette égalité est à interpréter comme suit : le nombre moyen de sinistres sachant qu'un Cat a causé X décès sera proportionnel au taux d'assurance. Plus l'assurance est présente au sein de la population étudiée, plus la probabilité que l'assureur subisse un sinistre suite à la survenance d'un Cat est élevée. Notamment, lorsque X tend vers la population totale étudiée, le rapport $\frac{Y}{X}$ tend vers q (si toute la population décède, alors a fortiori toute la population assurée est décédée aussi). Un modèle qui permet de satisfaire les deux propriétés définies ci-dessus est le mélange Beta-Binomiale [48]. Ainsi, il existe une variable aléatoire p et une fonction d telle que :

$$Y|X \hookrightarrow Bin(X, p) \tag{28}$$

où $p|X \hookrightarrow Beta(d(X)q, d(X)(1-q))$ avec d une fonction permettant la prise en compte du risque de concentration. Les conditions limites de la fonction de concentration d sont les suivantes :

$$\lim_{X\to\infty} d(X) = \infty \implies Y|X \hookrightarrow Bin(X, q) \tag{29}$$

$$\lim_{X\to u} d(X) = 0 \implies \mathbb{P}(Y = 0|X) = 1 - q,\ P(Y = X|X) = q \tag{30}$$

La condition (29) explique un risque de concentration nul i.e le nombre de sinistres enregistrés peut être assimilé à X tirages indépendants de Bernoulli de probabilité de succès q. En revanche, la condition (30) explique un risque de concentration total i.e soit toutes les polices d'assurances sont touchées par la survenance d'un Cat (avec une probabilité q), soit aucune d'entre elles n'est touchée (avec une probabilité 1-q).

48. La distribution Beta est très utilisée en assurance non-vie pour la modélisation des Cat.

Nous pouvons choisir par exemple :

$$\exists \theta \in \mathbb{R}^+ \ / \ d(X) = \theta \cdot log(X) \tag{31}$$

Ce choix s'explique par le fait que le log diverge lentement vers le $+\infty$ ce qui permet

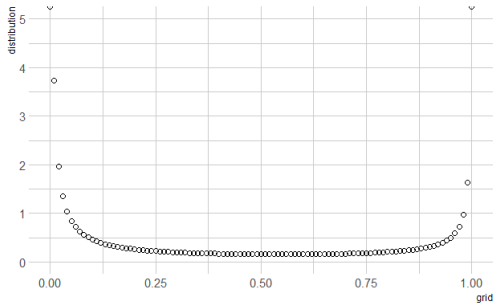


FIGURE 27 – *Distribution Beta avec θ = 0.1 et X = 20.*

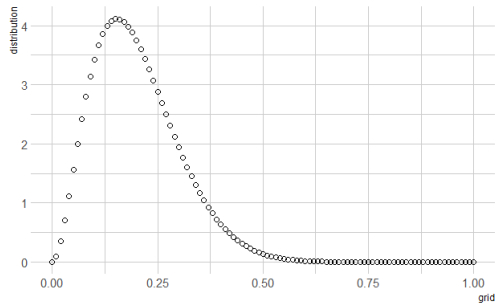


FIGURE 28 – *Distribution Beta avec θ = 5 et X = 20.*

d'avoir un risque de concentration nul uniquement pour des valeurs très grandes de X. Le paramètre θ nous permet de contrôler le risque de concentration. Typiquement, un petit θ fera en sorte que le risque soit concentré bien que le nombre de décès soit élevé. Pour chaque sinistre $Y_{k,i}$ avec (k,i) correspondant au i-ème décès suite à la survenance du k-ième Cat, nous devons estimer la charge de sinistre $Z_{k,i}$. Quitte à multiplier par les capitaux sous risques, nous supposons que l'espérance de $Z_{k,i}$ est unitaire. Nous modélisons cette variable aléatoire par une loi exponentielle de paramètre 1. En supposant que les capitaux sous risques sont indépendants, le coût total Z_k lié à la survenance du k-ième Cat suit alors une loi Gamma de paramètres (Y_k,1).

5 Application aux traités Stop Loss

5.1 Traité Stop Loss indicel

Dans cette partie, nous appliquons différents scénarios à un traité Stop Loss indiciel, basé sur les données de l'INSEE comme évoqué dans la partie 2.1.2. Comme il s'agit d'une mortalité indicielle, l'étude des événements Cat donne un nombre de décès borné et pas suffisant pour faire dévier considérablement la mortalité. Le tableau ci-dessous a été obtenu pour environ 2000 simulations du modèle d'Ekheden et Hössjer. Ce qui a été retenu dans ce tableau sont les 9 simulations les plus mortelles avec la plus mortelle d'entre-elles faisant 2163 morts (soit 2.16% de la mortalité modélisée du Covid-19).

Type	Sim1	Sim2	Sim3	Sim4	Sim5	Sim6	Sim7	Sim8	Sim9
NbDécèsMax	1505	761	2163	1721	223	167	894	2904	240

Les seuls événements Cat qui attribuent à déclencher des couvertures *Stop Loss* (qui doivent être indemnitaires et non indicielles) sont les événements Cat avec un risque de concentration type attentat auprès d'un grand groupe où les capitaux sous risques sont très élevés et tous les salariés sont couverts via un contrat collectif (par exemple attaque sur une tour de La Défense) [49]. Notons que dans les pays anglo-saxons les salariés des grands groupes sont couverts individuellement au sein de différents assureurs ce qui atténue le risque qu'un cat déclenche un *Stop Loss* de mortalité.

49. D'autres Cat de type attentat biologique ou nucléaire peuvent avoir un impact à la hauteur du nombre de décès des pandémies mais ces risques sont exclus par les traités de réassurance.

Le taux de mortalité de référence est défini à partir des années 2018 et 2019 :

$$h_{ref} = \frac{h_{2018} + h_{2019}}{2} \tag{32}$$

Pour rappel, le taux de mortalité h_n d'une année n est calculé comme suit :

$$h_n = \sum_{sexe,age} \frac{nbDeces_{n,sexe,age}}{exposition_{n,sexe,age}} * ponderationCedante_{n,sexe,age} \tag{33}$$

La structure du portefeuille assurée est la suivante :

Type	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90+
PoidsH	0.00%	0.30%	8.60%	13.3%	16.4%	11.5%	6.40%	0.50%	0%	0%
PoidsF	0%	0.30%	8.30%	10.1%	10.6%	7.50%	5.70%	0.50%	0%	0%

Cette répartition donne alors le taux de mortalité de référence suivant [50] :

$$\begin{aligned} h_{ref} &= \frac{h_{M2018} + h_{F2018} + h_{M2019} + h_{F2019}}{2} \\ &= \frac{0.210\% + 0.085\% + 0.214\% + 0.086\%}{2} \\ &= 0.298\% \end{aligned}$$

Dans cette application, la couverture cherchée est une déviation de la mortalité de 0.06% avec une portée de 0.03%. Le nominal est défini à 40M€.

50. En se basant sur les données démographiques 2018 et 2019 de l'INSEE.

Scénario	Taux de mortalité	Déviation	% du nominal déclenché
Mortalité de base	0.298%	0.000%	0%
Covid-19	0.349%	0.051%	0%
Grippe Espagnole	1.020%	0.723%	100%

Dans le tableau ci-dessus, une pandémie comme le Covid-19 donne un taux de mortalité de 0.349%, soit une déviation de la mortalité par rapport à la référence de 0.051%. Comme la priorité est atteinte pour une déviation de 0.06%, le Covid-19 ne conduit pas à un déclenchement du nominal. Ceci est dû au fait que le Covid-19 est plus dangereux pour la population âgée qui est moins représentative du portefeuille couvert.

En revanche, un scénario de type grippe espagnole donne un taux de mortalité de 1.02% soit alors une déviation de la mortalité de 0.723%. La couverture est entièrement touchée (100% du nominal déclenché). Bien que les mesures sanitaires permettent d'atténuer la mortalité par rapport au taux de mortalité en 1918, elles s'avèrent être insuffisantes d'un point de vue assurantiel.

Notons cependant une limite dans cette approche. Comme nous mesurons une déviation par rapport à la mortalité de base, une corrélation négative entre la mortalité de base et la mortalité pandémique pourrait survenir et entraîner une déviation observée qui serait moins importante que celle modélisée. En effet, de nombreux décès qui seraient, en temps normal, considérés comme des décès liés à la mortalité de base pourraient être comptabilisés comme des décès liés à la pandémie créant ainsi une sous-mortalité pour le risque de base. A titre d'exemple, la propagation du Covid-19 montre bien cet effet avec des pics de sur-mortalité suivi de périodes de sous-mortalité (cf. **Figure 8**). Ainsi, l'approche ci-dessus est très prudentielle puisqu'elle ne tient pas compte de cet effet.

5.2 Traité Stop Loss indemnitaire

Dans cet exemple concret, nous appliquons différents scénarios à un traité Stop Loss indemnitaire. Les paramètres du traité sont les suivants :

(i) 10% XS 110% sans reconstitutions

(ii) Assiette de primes pures annuelles de 100M€

(iii) 200'000 polices couvertes avec un capital sous risque moyen de 100'000€

(iv) Portefeuille à l'équilibre i.e la mortalité de base correspond à 100M€ de sinistres par an (100% de S/P net)

Les capitaux sous risque sont répartis par tranche d'âge comme suit.

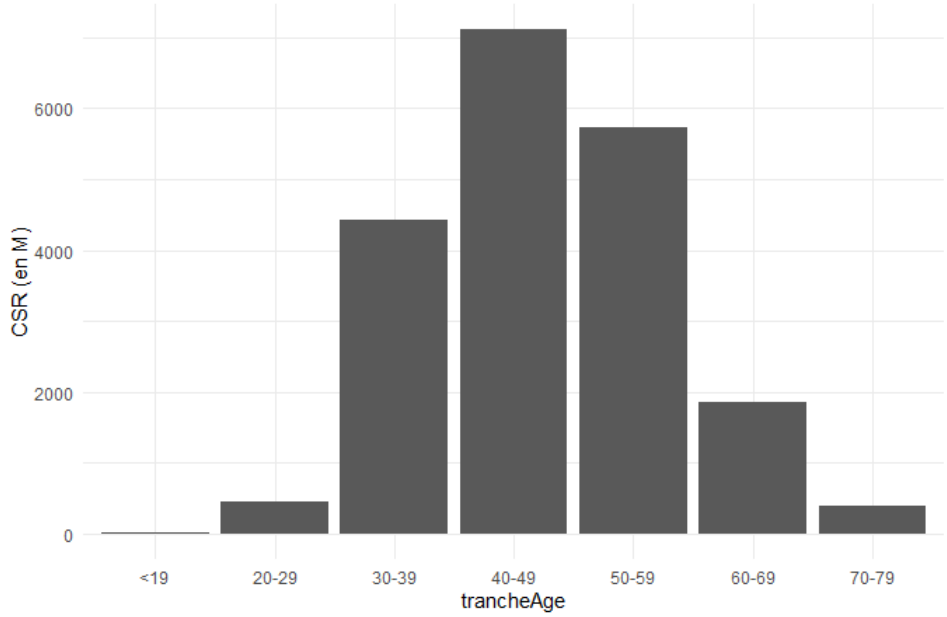


FIGURE 29 – *Répartition des capitaux sous risque par tranche d'âge*

En tenant compte des paramètres ci-dessus, il faudrait environ 100 décès dans ce portefeuille (en plus de la mortalité de base) afin d'atteindre la priorité de 110% de

S/P. Pour le paramétrage du modèle Cat, nous avons estimé avec les paramètres du traité un taux d'assurance de 0.33%.

Le tableau ci-dessous regroupe plusieurs scénarios différents susceptibles de déclencher le Stop Loss. Les variables ΔNbDC, ΔSinitralité et ChargeSL représentent respectivement le nombre de décès en plus de la mortalité de base, la charge de sinistre en plus de la sinistralité de base et la charge du réassureur.

Type	ΔNbDC	ΔSinistralité(€)	ChargeSL
Mortalité de base	0	0	0
ScénarioCat1	5	500'000	0
ScénarioCat2	4	400'000	0
ScénarioCat3	0	0	0
Covid-19	200	12'134'525	2'134'525
GrippeEsp	1256	109'128'202	10'000'000

Le ScénarioCat1 correspond au quantile 99.5% [51] (parmi 16'000 simulations) où l'on suppose que le portefeuille n'a quasiment pas de risque de concentration [52]. Ce scénario correspond alors à une surmortalité (en nombre) de 5 personnes pour un capital moyen de 500'000€. Aucune des simulations ne touche la priorité à 10M€.

Le ScénarioCat2 correspond aussi au même quantile avec un risque de concentration plus élevé que le scénario précédent sans pour autant avoir une dépendance très forte entre les décès. Dans ce scénario, le quantile à 99.5% est estimé à 4 décès pour un capital moyen de 400'000€. Ici aussi aucune des simulations ne touche à la couverture Stop Loss.

51. Quantile de référence en environnement Solvabilité 2.

52. Pour rappel, le risque de concentration est ajusté grâce à la variable θ présentée dans le modèle d'Ekheden et Hössjer.

Le modèle du ScénarioCat3 a été calibré de sorte à ce qu'il y ait un risque de concentration très grand au sein du portefeuille assuré. Dans ce scénario, le quantile à 99.5% est nul. Toutefois, il s'agit du seul modèle où la couverture est touchée sur 7 simulations parmi 16'000 avec l'une d'entre elles consommant l'intégralité de la portée du traité.

S'agissant des pandémies, le Covid-19 (modélisé) touche la capacité fournie par le réassureur à hauteur de 20% tandis que la grippe espagnole (modélisée) a un impact financier à hauteur de 109M€, touchant ainsi l'intégralité de la couverture du traité. [53]

53. Comme précisé dans la partie 5.1, l'approche est très prudentielle puisqu'elle suppose que la mortalité de base reste constante malgré la survenance d'une pandémie.

6 Conclusion

La pandémie de Covid-19 nous rappelle aujourd'hui que l'Homme n'est jamais à l'abri d'un événement qualifié de Cygne Noir, i.e "se situant en dehors du cadre de nos attentes ordinaires" [54], pouvant conduire à une forte déviation de la mortalité. Les (ré)assureurs étant plus ou moins exposés selon leur politique de souscription à ce genre de risque, les travaux que nous avons proposés permettent d'obtenir différentes modélisations pour chacun des deux sous-risques identifiés de la mortalité extrême : le risque pandémique et le risque Cat. S'agissant du risque pandémique, un alliage entre le modèle traditionnel SIR et les données récentes du Covid-19 ont permis de calibrer une dynamique de propagation tenant compte des mesures sanitaires et de l'effet vaccination. Cette dynamique permet ensuite de répliquer des pandémies passées en les actualisant à nos jours.

Le risque Cat est quant à lui modélisé par deux approches différentes que l'on peut trouver dans la littérature. L'impact de ce risque augmente en intensité mais diminue en fréquence lorsque le portefeuille assuré présente un risque de concentration croissant, typique des grands comptes en assurance collective.

Cependant, les approches de ces travaux rencontrent plusieurs limites. Tout d'abord, le *Case Fatality Rate* dont le modèle épidémiologique dépend est une mesure biaisée dû à la non-comptabilisation de tous les cas contaminés non connus ou non déclarés. Les probabilités de décès par contaminé sont alors sur-évaluées. Vient ensuite la limitation liée au passage des individus infectés en état d'hospitalisation. Si les probabilités d'hospitalisation sont très élevées (comme c'était le cas pour les probabilités d'hospitalisation reconstituées de la grippe espagnole), la pandémie ne se propage plus. Pour pallier cela, une solution serait d'estimer la durée moyenne entre la contamination et le passage en hospitalisation. Pendant cette durée moyenne, un

54. cf. Nassim Nicholas Taleb, *Le cygne noir : La puissance de l'imprévisible.*

contaminé infectera potentiellement d'autres individus tandis que le modèle proposé ferait transiter cet individu dans l'état d'hospitalisation dès l'instant t+1, freinant ainsi nettement la propagation. Enfin, dans l'application de la dynamique SIR, nous n'avons pas tenu compte de l'éventuelle sous-mortalité qui pourrait suivre un pic de surmortalité lié à une pandémie. Ce phénomène que la littérature définit de *harvesting* ou de *mortality displacement* a été observé durant le Covid-19 et peut avoir un impact significatif dans les applications de traité Stop Loss partie 5. Notons aussi que les modèles Cat calibrés tiennent compte uniquement des événements historiques. Des scénarios non survenus mais probables tels que la rupture d'un barrage proche d'une grande ville causant des dégâts humains remarquables pourraient faire l'objet d'une étude et être intégrés dans les modèles présentés.

Néanmoins, les travaux présentés ici offrent une première base pour donner une appréciation plus juste du risque de surmortalité et les différentes limitations soulevées peuvent être traitées lors d'une seconde approche.

7 Annexe

7.1 Case Fatality Rate du Covid-19

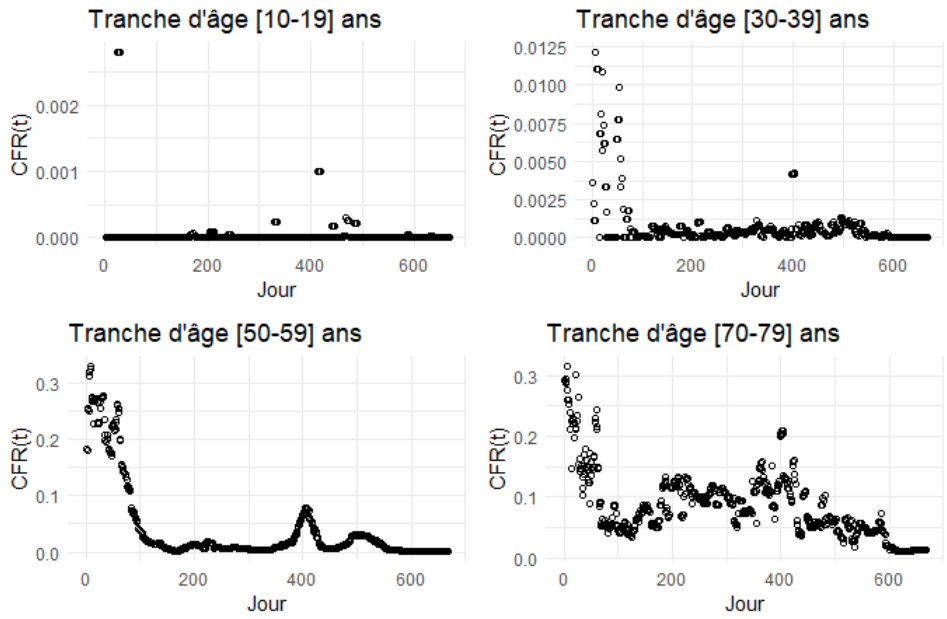


FIGURE 30 – *Case Fatality Rate du Covid-19 pour 4 tranches d'âges différentes.Nous notons globalement une décroissance des CFR avec le temps.*

7.2 Case Fatality Rate de la grippe espagnole

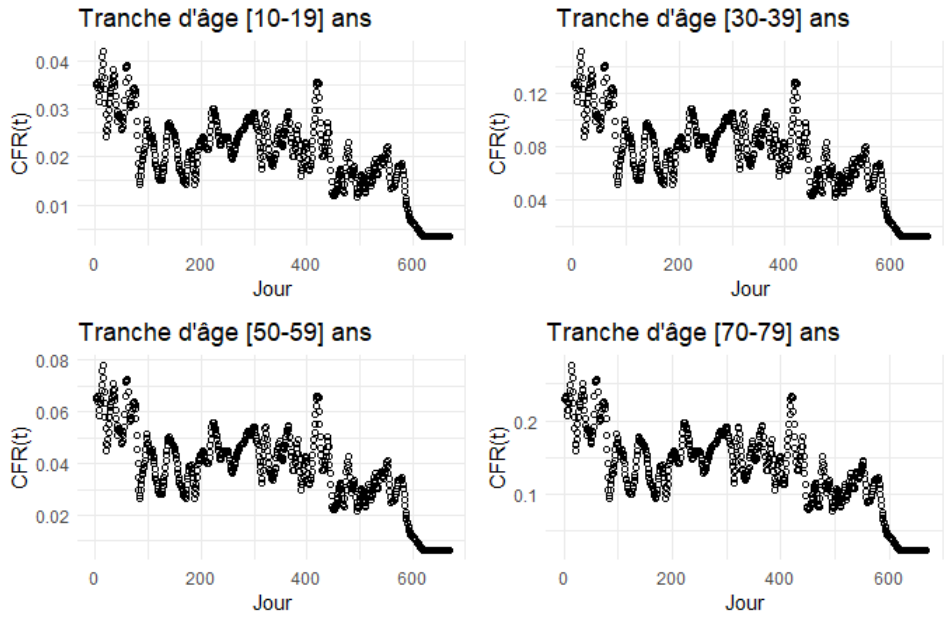


FIGURE 31 – *Case Fatality Rate reconstitué de la grippe espagnole pour 4 tranches d'âges différentes. Par construction, les CFR sont globalement décroissants avec le temps.*

7.3 Sensibilité du modèle à mesures sanitaires dynamiques du Covid-19 au paramètre a

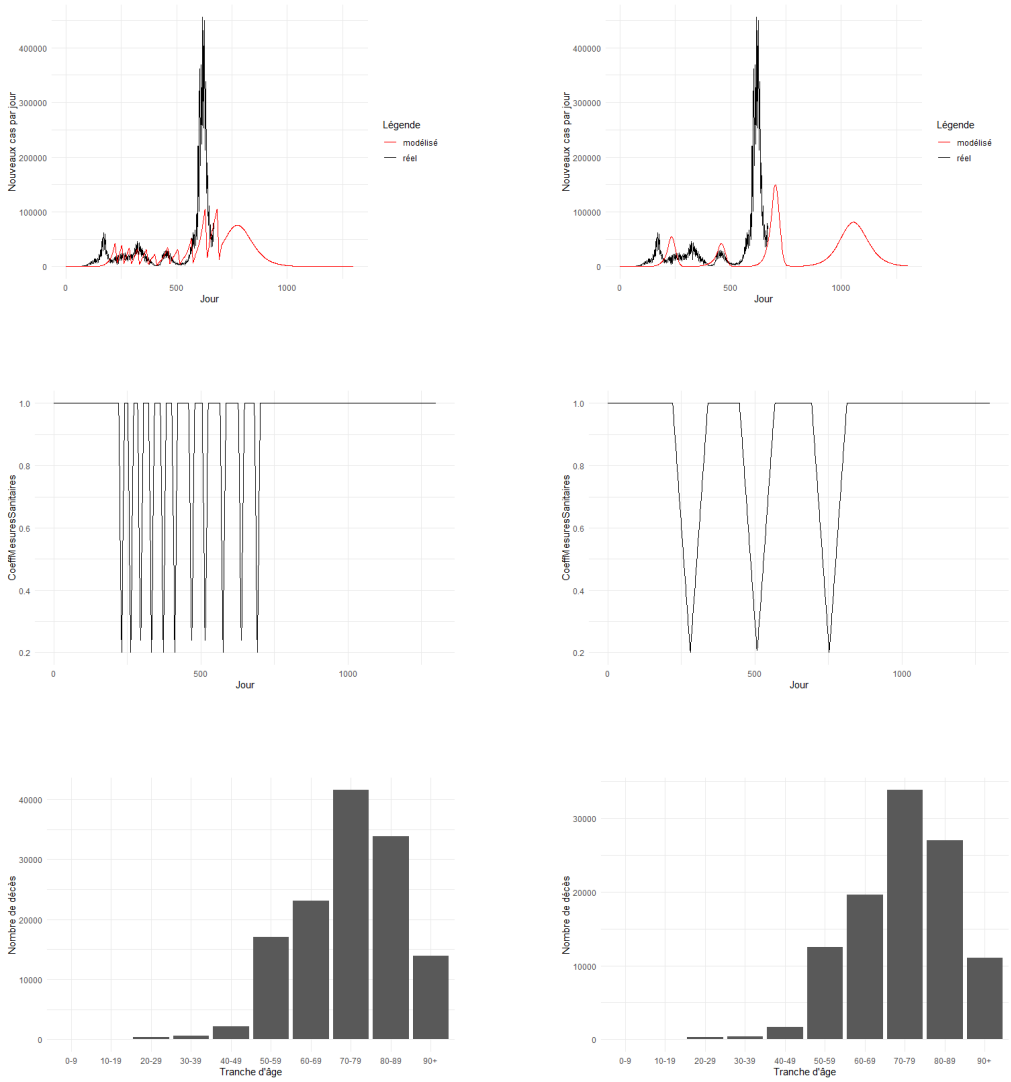


FIGURE 32 – *Sensibilité du modèle à la variation du paramètre a qui, pour rappel, correspond à la durée des mesures sanitaires. Sur la colonne de gauche a = 40 jours tandis que sur la colonne de droite a = 120 jours. Les autres paramètres restent inchangés par rapport à la partie 3.6.4.*

7.4 Sensibilité du modèle à mesures sanitaires dynamiques du Covid-19 au paramètre c

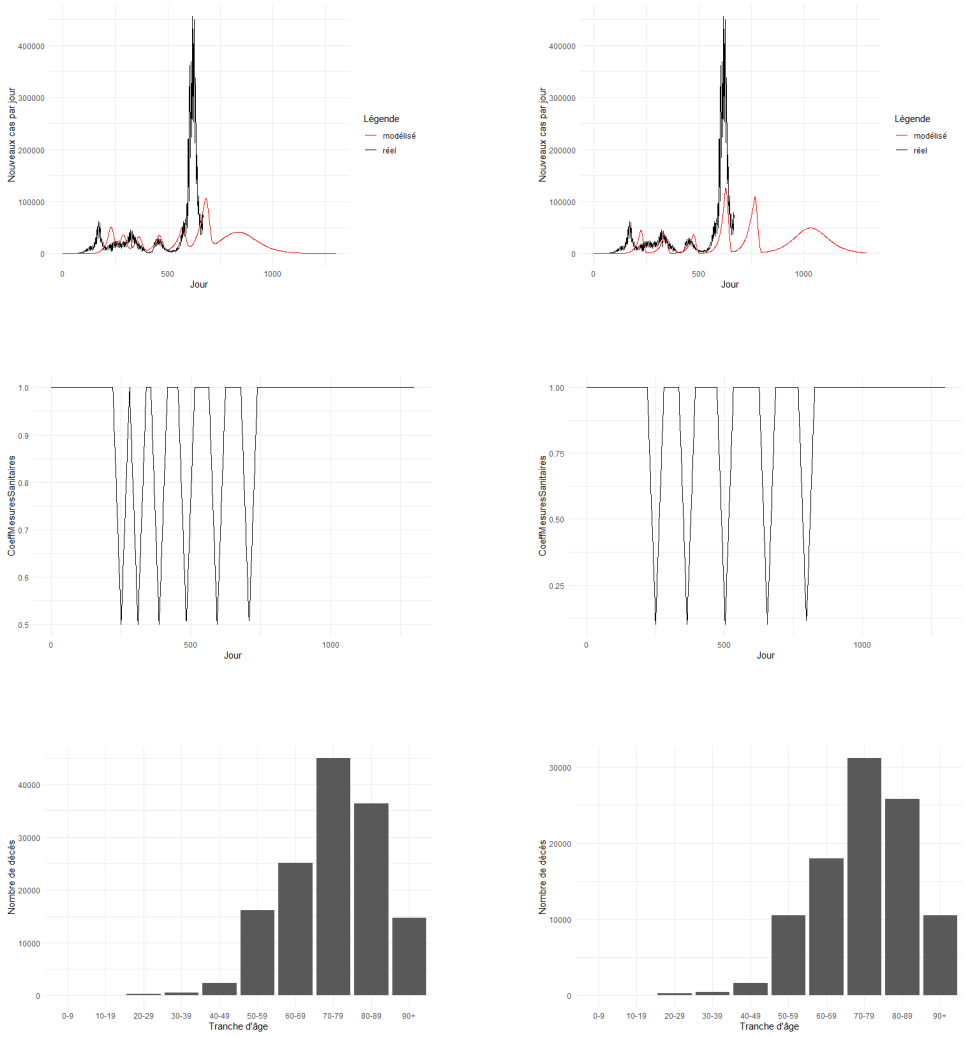


FIGURE 33 – *Sensibilité du modèle à la variation du paramètre c, qui, pour rappel, correspond au coefficient diminuant les contacts sociaux lorsque des mesures sanitaires sont déclenchées. Sur la colonne de gauche c = 1/2 tandis que sur la colonne de droite c = 1/9 jours. Les autres paramètres restent inchangés par rapport à la partie 3.6.4.*

7.5 Sensibilité du modèle à mesures sanitaires dynamiques du Covid-19 au paramètre γ

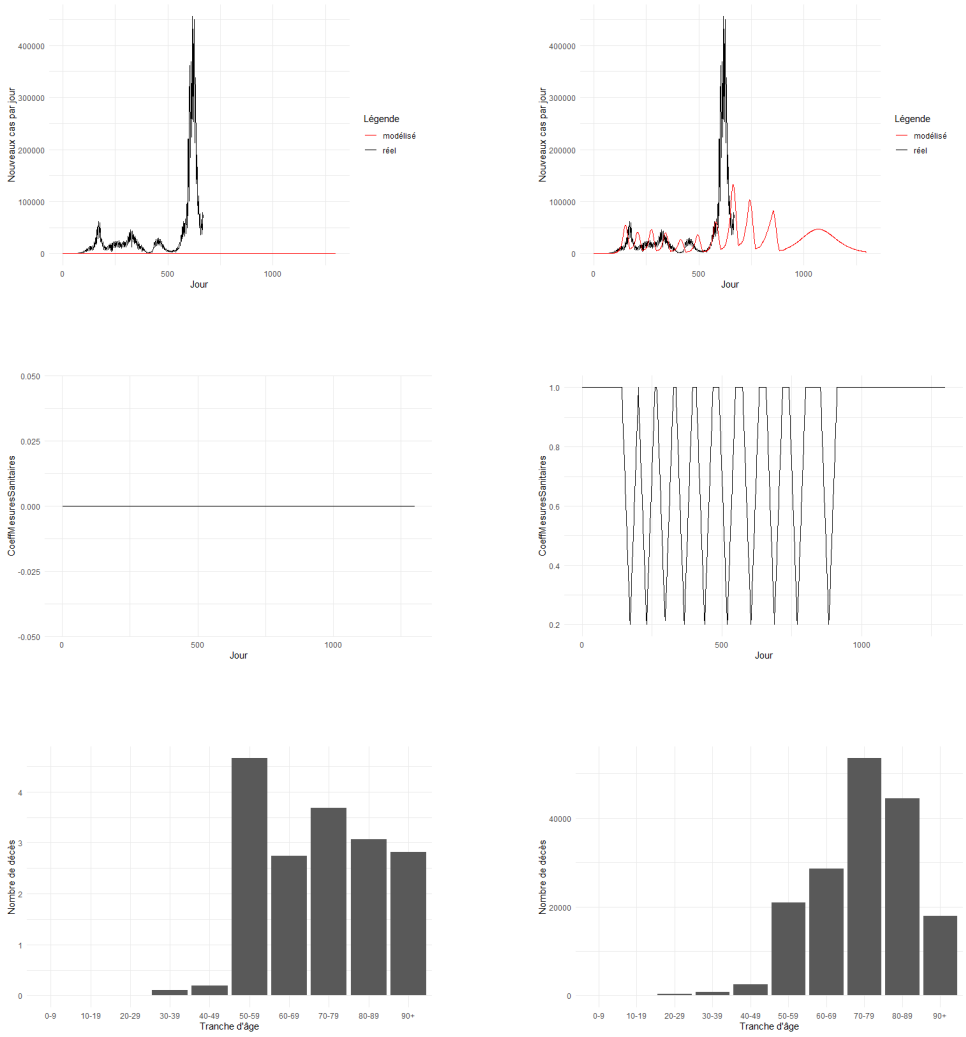


FIGURE 34 – *Sensibilité du modèle à la variation du paramètre γ qui, pour rappel, correspond à l'inverse de la durée moyenne d'un individu dans le compartiment I. Sur la colonne de gauche $\gamma = 1/2$ tandis que sur la colonne de droite $\gamma = 1/9$. Les autres paramètres restent inchangés par rapport à la partie 3.6.4.*

Références

AIMONE F. [2010]. *The 1918 Influenza Epidemic in New York City : A Review of the Public Health Response.*

APREF [2020]. *Crise de la COVID 19 et conséquences sur les assurances de personnes.*

BARRIEU P., ALBERTINI L. [2009]. *The Handbook of Insurance-Linked Securities.*

EKHEDEN E. [2014]. *Catastrophe, Ruin and Death.*

EKHEDEN E., HOSSJER O. [2012]. *Pricing Catastrophe Risk in Life (re)Insurance.*

HAGSTROM D., LEWIS C., MITCHELL S., SCHREIBER S. [2013]. *Quantifying and managing extreme mortality risk of life insurers.*

LAMARI MFITIH N. [2010]. *Le risque Evénement en Réassurance Vie.*

LECOT P. [2022]. *Surmortalité des jeunes en Europe depuis cet été.*

MANDHOUJ K. [2011]. *Analyse du risque catastrophe d'une pandémie en assurance prévoyance par une approche épidemiologique.*

MESSIAS J. [2017]. *Etude de la couverture de réassurance du pool catastrophe du Bureau Commun des Assurances Collectives.*

MOLL B. [2020]. *Lockdowns in SIR Models.*

PANTAZATOS S., SELIGMANN H. [2022]. *COVID vaccination and age-stratified all-cause mortality risk.*

PLANCHET F. [2022]. *La mortalité en France depuis 2020.*

RITCHIE H. [2019]. *Terrorism.*

RITCHIE H., ROSER M. [2019]. *Natural Disasters.*

ROSER M. [2020]. *The Spanish flu (1918-20) : The global impact of the largest in-fluenza pandemic in history.*

SCHAPOSNIK L., RAM V. [2021]. *A modified age-structured SIR model for Covid-19 type viruses.*

SMITH D., MOORE L. [2001]. *The SIR Model for Spread of Disease.*

SPEISSER R. [2013]. *Evaluation du risque de pandémie et construction de deux modèles internes partiels en assurance de personnes dans le cadre de Solvabilité II.*

STROCHLIC N., CHAMPINE R. [2020]. *How some cities 'flattened the curve' during the 1918 flu pandemic.*