

**Mémoire présenté le : 08 mars 2022**

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de PISFA  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Ismaïl Mikou

Titre Risque de table en assurance Dépendance

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membre présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

Yann Delvigne

Sophie Michon

*Membres présents du jury de l'ISFA*

Nicolas Leboisne

signature

Entreprise :

Michel Morcos El Douaihy

Nom : ACS - LinkPact

✓ Certified by  yousign

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Guillaume Biessy

Signature :

Invité :

Nom :

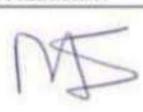
Signature :

**Autorisation de publication et de mise  
en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels (après expiration  
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat





# TABLE DES MATIÈRES

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Résumé</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Synthèse</b>	<b>xi</b>
<b>Synthesis</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Du côté de l'assuré : La nécessité de s'assurer correctement . . . . .	1
Du côté de l'assureur : La nécessité de provisionner correctement . . . . .	2
Plan proposé . . . . .	2
<b>1 La garantie Dépendance</b>	<b>5</b>
1.1 Définition . . . . .	5
1.2 Spécificités . . . . .	6
1.3 Mesure de la dépendance . . . . .	6
1.4 Causes de la dépendance . . . . .	9
1.5 L'offre Dépendance dans le monde . . . . .	10
1.6 L'offre Dépendance en France . . . . .	12
1.7 Caractéristiques des produits du portefeuille analysé . . . . .	14
<b>2 Cadre réglementaire</b>	<b>17</b>
2.1 Evolution de la réglementation . . . . .	17
2.2 Pilier 1 et Best Estimate . . . . .	21
2.3 Pilier 2 et ORSA . . . . .	22
2.4 Pilier 3 et reporting . . . . .	22
2.5 Etudes quantitatives d'impact . . . . .	23

<b>3</b>	<b>Analyse des données du portefeuille</b>	<b>25</b>
3.1	La base des assurés . . . . .	25
3.2	Cinématique générale du traitement des données . . . . .	27
3.3	Contrôles effectués . . . . .	28
3.4	Statistiques descriptives . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Loi de décès en dépendance totale - Méthodologie</b>	<b>37</b>
4.1	Tables de mortalité . . . . .	37
4.2	Cadre théorique : Le modèle à trois états . . . . .	42
4.3	Construction de la loi de décès brute . . . . .	43
4.4	Lissage de la loi de décès . . . . .	44
4.5	Fermeture de la loi de décès . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Loi de décès en dépendance totale - Application</b>	<b>51</b>
5.1	Cinématique générale . . . . .	51
5.2	Décès et exposition observés . . . . .	51
5.3	Construction de la loi de décès conditionnelle brute . . . . .	53
5.4	Lissage de la loi de décès . . . . .	53
5.5	Comparaison des lissages implémentés . . . . .	56
5.6	Analyse de la mortalité par produit . . . . .	57
5.7	Correction de la loi de décès lissée . . . . .	59
5.8	Fermeture de la loi de décès . . . . .	59
<b>6</b>	<b>Prise en compte du risque de table</b>	<b>61</b>
6.1	Définition et décomposition du risque de table . . . . .	61
6.2	Travaux antérieurs concernant la prise en compte du risque de table	63
6.3	Démarche proposée : Méthode Bootstrap . . . . .	66
6.4	Résultats . . . . .	67
	<b>Conclusion</b>	<b>71</b>
	Résultats . . . . .	71
	Limites et ouverture . . . . .	71

## REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier :

– Michel MORCOS EL DOUAIHY, Fondateur et Associé au sein du cabinet LinkPact, pour sa confiance et ses conseils avisés.

– Cédric ATCHAMA, Responsable du Département Prévoyance Protection au sein de CNP Assurances, pour m'avoir permis de travailler sur un sujet aussi sensible et important pour les années à venir.

– Frédéric PLANCHET, mon Tuteur académique, pour sa disponibilité dans le cadre du suivi de ce Mémoire.

– Guillaume BIESSY, Manager et Responsable du Département Recherche & Développement au sein du cabinet LinkPact. Guillaume BIESSY m'a apporté une grande valeur ajoutée tout au long de la réalisation de ce Mémoire, à travers ses multiples explications en programmation, en analyse de données et, bien sûr, en analyse de la garantie dépendance. Je souhaite le remercier également pour ses nombreuses relectures.

Ma grande reconnaissance également à l'ensemble du corps professoral de l'Institut de Science financière et d'Assurances.



Dans le cadre de ce Mémoire, nous avons fait le choix d'étudier le risque de table lié à la loi de décès en dépendance totale d'un portefeuille CNP Assurances. Le risque de table constitue l'un des principaux risques auxquels sont soumis les portefeuilles d'assurance Dépendance. Il désigne le risque financier pour l'assureur qui est lié à l'incertitude relative à l'utilisation d'une loi biométrique. Le risque de table intègre le risque d'estimation mais aussi a priori d'autres sources potentielles de méconnaissance de la table résultant par exemple d'une évolution des techniques médicales ou des règles d'admission des assurés. Ce risque peut avoir des conséquences significatives sur la tarification et le provisionnement d'une telle garantie.

En pratique, nous nous sommes focalisés sur une composante essentielle du risque de table relatif au portefeuille analysé : le risque d'estimation. Dans le but de le quantifier, nous avons commencé par un traitement de données appliqué à la base des assurés, de façon à éliminer toutes les anomalies que peut inclure un système d'informations (présence de doublons, motifs de sortie incorrects, dates incohérentes, éléments discriminants manquants etc.). Une fois cette étape effectuée, nous avons procédé à la construction de la loi de décès en dépendance totale sur la base des données retraitées. Dans ce cadre, deux méthodes de lissage non paramétriques ont été appliquées puis départagées au moyen du critère BIC. Ensuite, pour tenir compte du **risque d'estimation**, nous avons effectué un rééchantillonnage des taux bruts au moyen de **la méthode Bootstrap**.



In the context of this report, we have chosen to study the table risk related to the law of mortality in LTC of a CNP Assurances portfolio. The table risk is one of the main risks LTC insurance portfolios are subject to. It refers to the financial risk for the insurer related to the uncertainty of using a biometric law. The table risk includes the estimation risk but also other potential sources of misunderstanding of the table resulting, for example, from changes in medical techniques or in the rules for admitting insureds. This risk has a big impact on the pricing and the reserving of such a guarantee.

In practice, we focused on one important component of the table risk related to the analyzed portfolio : the estimation risk. So as to evaluate it, we started by processing the insureds database, in order to eliminate all the anomalies that can be included in the data-system (presence of duplicated and wrong data). Once this step was completed, we proceeded to the construction of the law of mortality in LTC on the basis of the reprocessed data. Within this framework, non-parametric smoothing methods were applied and then separated using the BIC criterion. Then, we resampled the crude rates using **the Bootstrap method** so as to assess **the estimation risk**.



## SYNTHÈSE

L'objet du Mémoire est de quantifier le risque de table associé à un portefeuille CNP Assurances d'assurés tous dépendants (**2 573 individus**). Le risque de table constitue l'un des principaux risques auxquels sont soumis les portefeuilles d'assurance Dépendance. Il désigne le risque financier pour l'assureur lié à l'incertitude relative à l'utilisation d'une loi biométrique. Ce risque peut avoir des conséquences significatives sur la tarification et le provisionnement d'une telle garantie.

#	Nature	Causes
1	Risque mutualisable	Fluctuations de l'espérance empirique autour de l'espérance mathématique, compte tenu des fluctuations d'échantillonnage.
2	Risque systématique d'estimation des paramètres	Mauvaise estimation des paramètres du modèle, compte tenu par exemple des fluctuations d'échantillonnage.
3	Risque systématique de modèle	Mauvaise spécification du modèle ou un changement de tendance au cours du temps.
4	Risque systématique d'avis d'expert	Mauvais jugement de l'expert

FIGURE 1 – Risques relatifs à la construction d'une table de mortalité.

Dans ce but, une première étape a consisté à réaliser un traitement de la base des assurés, de façon à éliminer toutes les anomalies que peut inclure un système d'informations (présence de doublons, motifs de sortie incorrects, dates incohérentes, éléments discriminants manquants etc.). Voici le bilan de ces contrôles effectués dans ce cadre :

<b>#1/2 Premier retraitement : Détection et traitement des doublons</b>	
<b>Commentaires</b>	<b>Nombre de lignes</b>
Données initiales	2 683
Données sans doublons	2 592
Données avec doublons	91
Données avec doublons supprimées	49
<b>Données suite au premier retraitement</b>	<b>2 634</b>

FIGURE 2 – Bilan du premier retraitement.

<b>#2/2 Deuxième retraitement : Détection et suppression des anomalies</b>	
<b>Commentaires</b>	<b>Nombre de lignes</b>
Données suite au premier retraitement	2 634
Rien à signaler	2 571
Date de décès renseignée pour un individu déclaré comme "Non sorti"	2
Données supprimées - Motif : annulation totale ou définitive	61
<b>Données suite au deuxième retraitement</b>	<b>2 573</b>

FIGURE 3 – Bilan du deuxième retraitement.

Suite à cela, nous avons effectué une analyse descriptive des données retraitées dans le but de relever des tendances générales, ou toute information particulière. Voici les principaux éléments qui ont été relevés (une analyse détaillée est disponible dans la suite du Mémoire) :

### Distribution de l'ancienneté à la sortie de la base

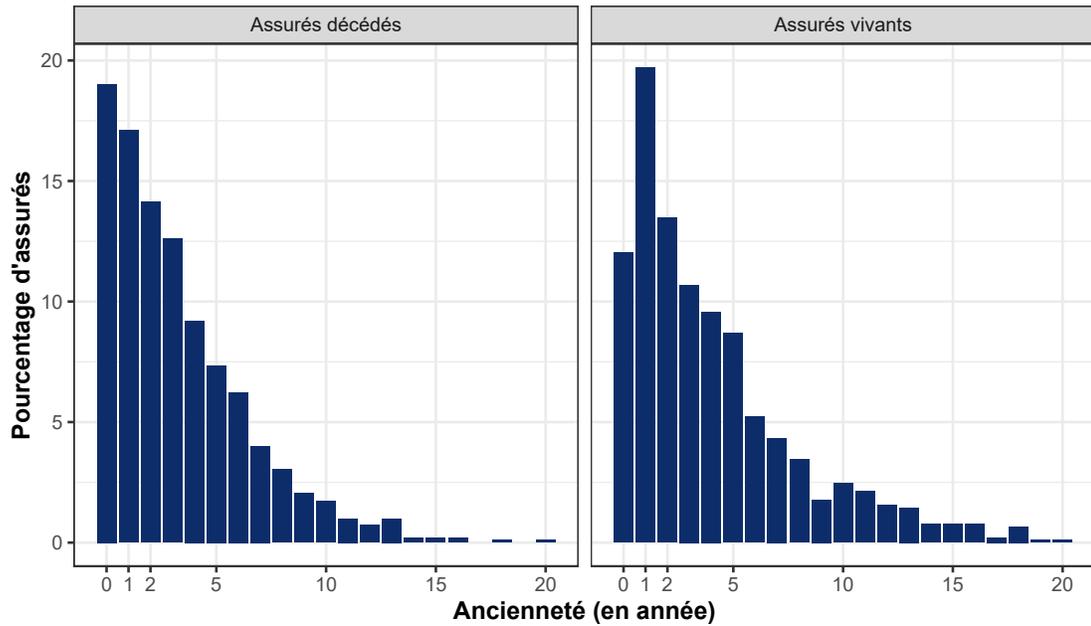


FIGURE 4 – Distribution de l'ancienneté à la sortie de la base.

### Distribution des décès par année calendaire

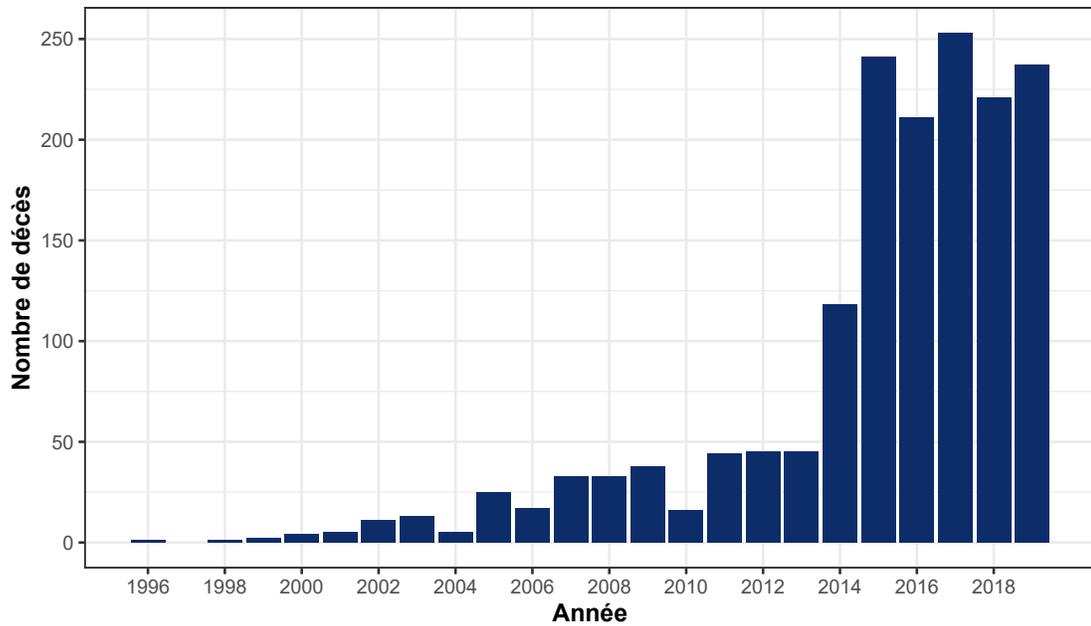


FIGURE 5 – Distribution des décès par année calendaire.

Une fois l'analyse descriptive effectuée, il a fallu construire une loi de décès en Dépendance totale. A cette fin, l'estimateur de Hoem a été utilisé pour construire

les taux bruts, puis différents lissages ont été appliqués (Lissage P-splines, Lissage Whittaker-Henderson) et ont été départagés au moyen du critère BIC.

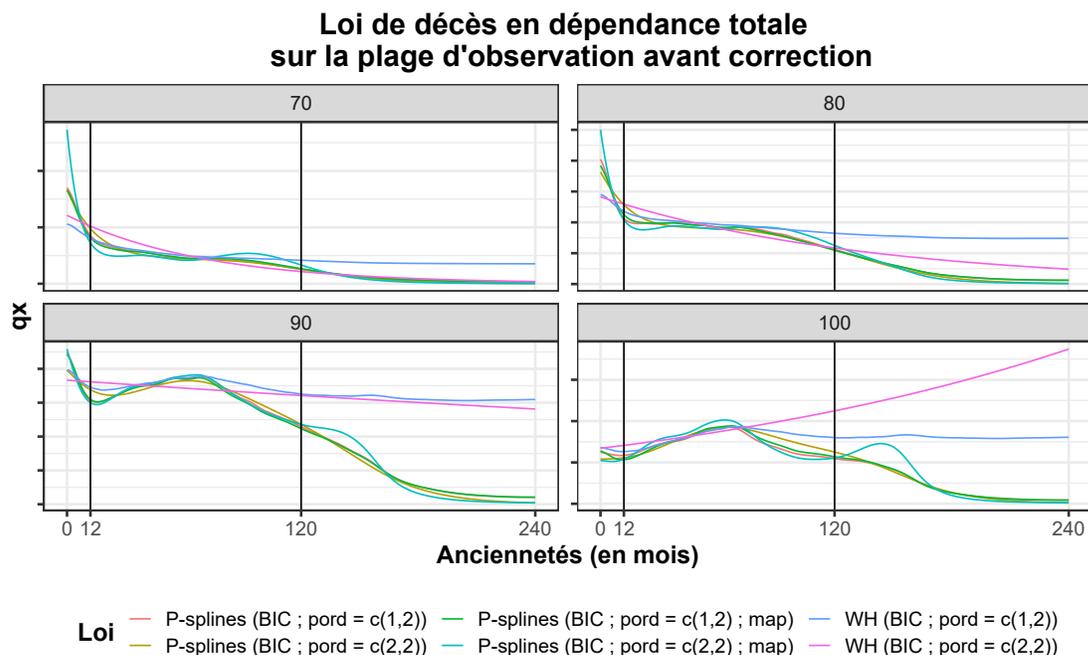


FIGURE 6 – Comparaison des méthodes de lissage.

Une fois le lissage le plus performant sélectionné (**Lissage Whittaker-Henderson ; (ordre vertical = 2, ordre horizontal = 2)**), nous avons analysé la mortalité par code produit pour détecter une éventuelle mortalité spécifique concernant un code produit en particulier. En effet, cela empêcherait d'utiliser dans la suite la loi globale tout code produit confondu.

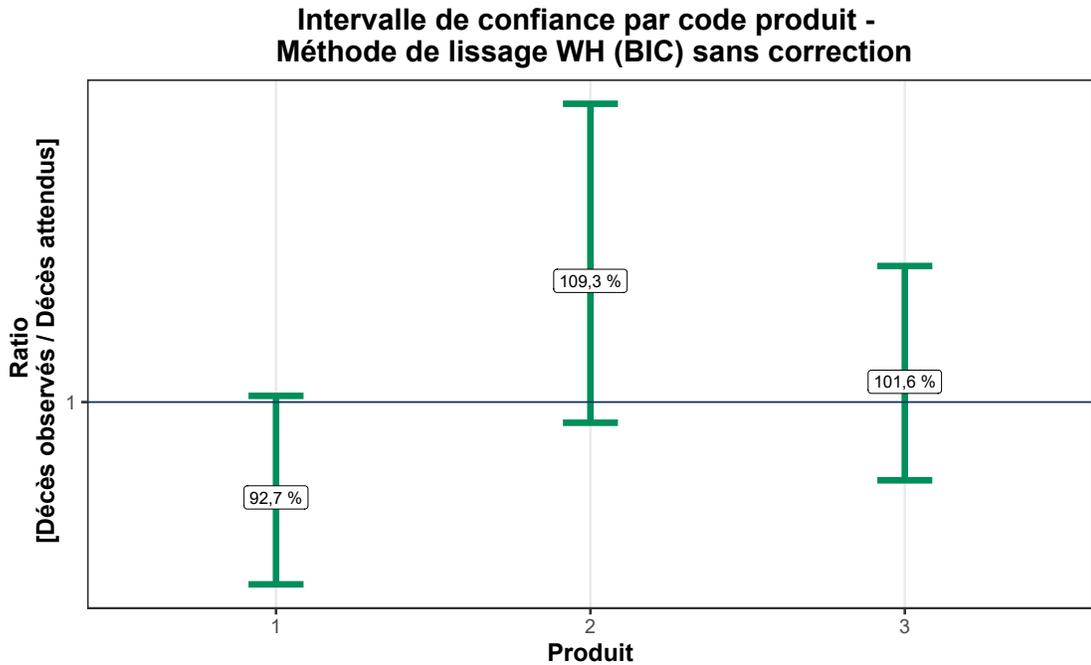


FIGURE 7 – Analyse de la mortalité par code produit.

Une fois la loi de mortalité estimée, nous avons quantifié le risque d'estimation associé au portefeuille, au moyen de l'approche Bootstrap. Cette approche consiste à générer N nouvelles lois de décès à partir de la table de mortalité centrale, puis à évaluer le montant de provision associé à chaque nouvelle loi générée, et enfin à estimer le quantile à 99,5% des provisions ainsi estimées.

### Analyse de la densité de la distribution des provisions

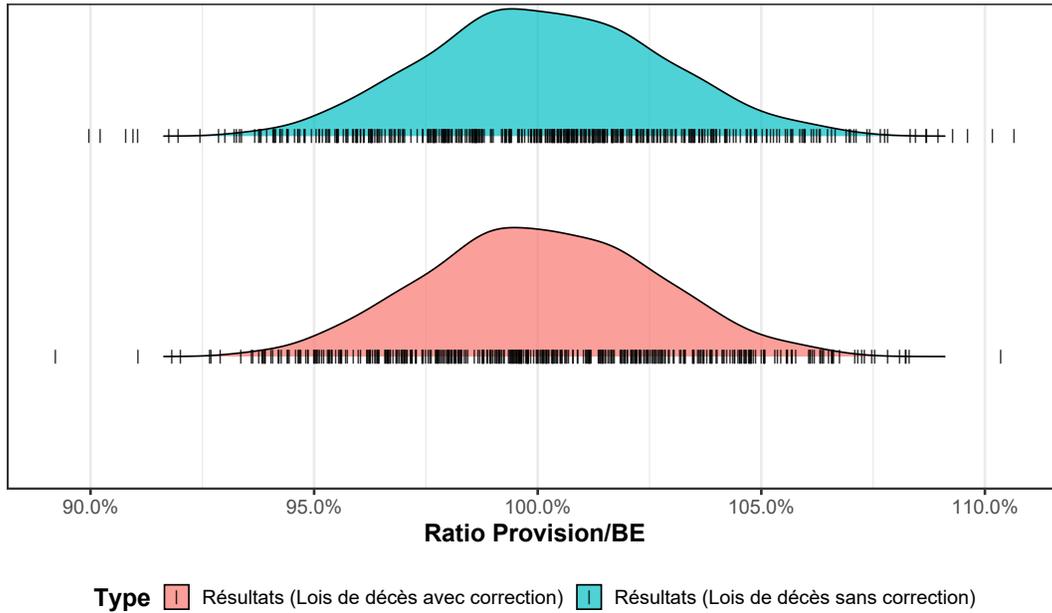


FIGURE 8 – Analyse de la densité de la distribution des provisions.

Une fois le quantile d'ordre 99,5% estimé, nous avons quantifié le risque d'estimation associé au portefeuille :

Loi de décès en dépendance totale	Application de la correction	Estimation du quantile d'ordre 99,5%	Valeur du Ratio_SCR
Via Whittaker-Henderson	NON	De manière directe	6,15%
	OUI		5,98%
	NON	Hypothèse de distribution normale des provisions	6,54%
	OUI		6,38%
Via P-splines (à titre indicatif)	NON	De manière directe	23,12%
	OUI		6,77%

FIGURE 9 – Bilan de la méthode Bootstrap.

The purpose of this report is to quantify the table risk associated with a CNP Assurances portfolio of all dependent policyholders (**2 573 individuals**). The table risk is one of the main risks to which Long Term Care insurance portfolios are subject. It refers to the financial risk to the insurer associated with the uncertainty of using a biometric law. This risk may have significant consequences on the pricing and the reserving of such a guarantee.

#	Nature	Causes
1	Mutualizable risk	Fluctuations of the empirical expectation around the mathematical expectation, taking into account sampling fluctuations.
2	Systematic risk of parameter estimation	Wrong estimation of model parameters, e.g. due to sampling fluctuations.
3	Systematic model risk	Model misspecification or a change in trend over time.
4	Systematic risk of expert opinion	Wrong judgment of the expert

FIGURE 10 – Risks related to the construction of a mortality law.

To this end, the first step was to process the policyholders' database in order to eliminate all the anomalies that can be found in an information system (presence of duplicates, incorrect reasons for leaving, inconsistent dates, missing discriminating elements, etc.). The following is a summary of the checks carried out in this context:

#1/2 First reprocessing : Detection and processing of duplicated data	
Comment	Number of lines
Initial data	2 683
Data without duplicates	2 592
Duplicates	91
Duplicates deleted	49
<b>Data after the first reprocessing</b>	<b>2 634</b>

FIGURE 11 – Result of the first reprocessing.

#2/2 Second reprocessing : Detection and removal of anomalies	
Comment	Number of lines
Data after the first reprocessing	2 634
Correct data	2 571
Date of death entered for an insured which is declared as still in portfolio	2
Deleted data - Cause : total or final cancellation	61
Data after the second reprocessing	2 573

FIGURE 12 – Result of the second reprocessing.

Following this, we performed a descriptive analysis of the restated data in order to identify general trends, or any specific information. Here are the main elements that were identified (a detailed analysis is available in the rest of the Brief):

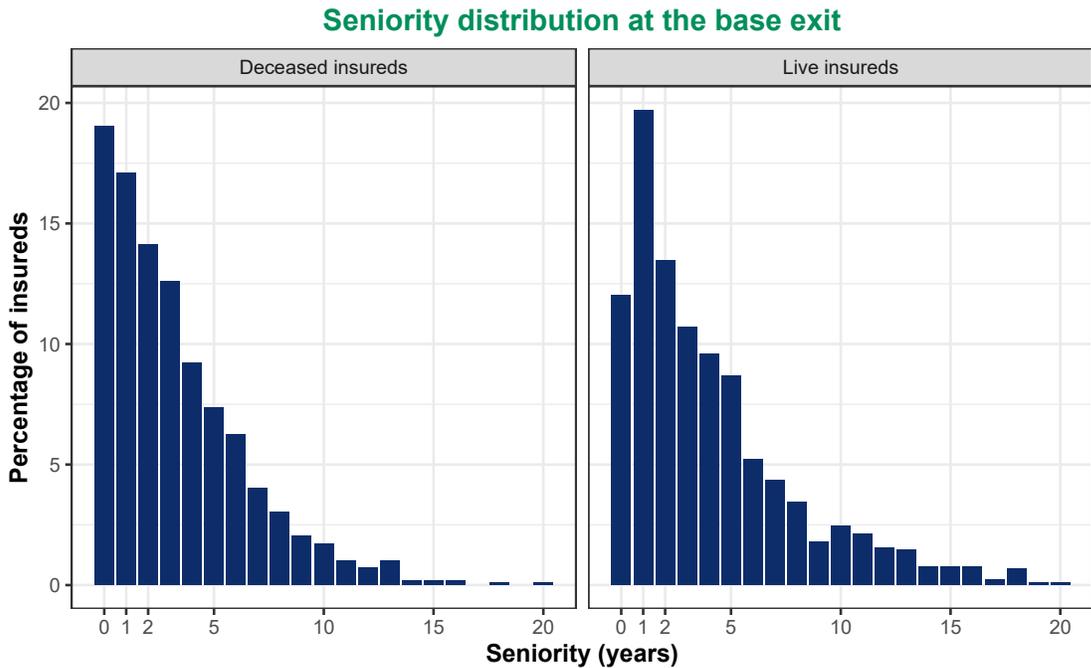


FIGURE 13 – Seniority distribution at the base exit.

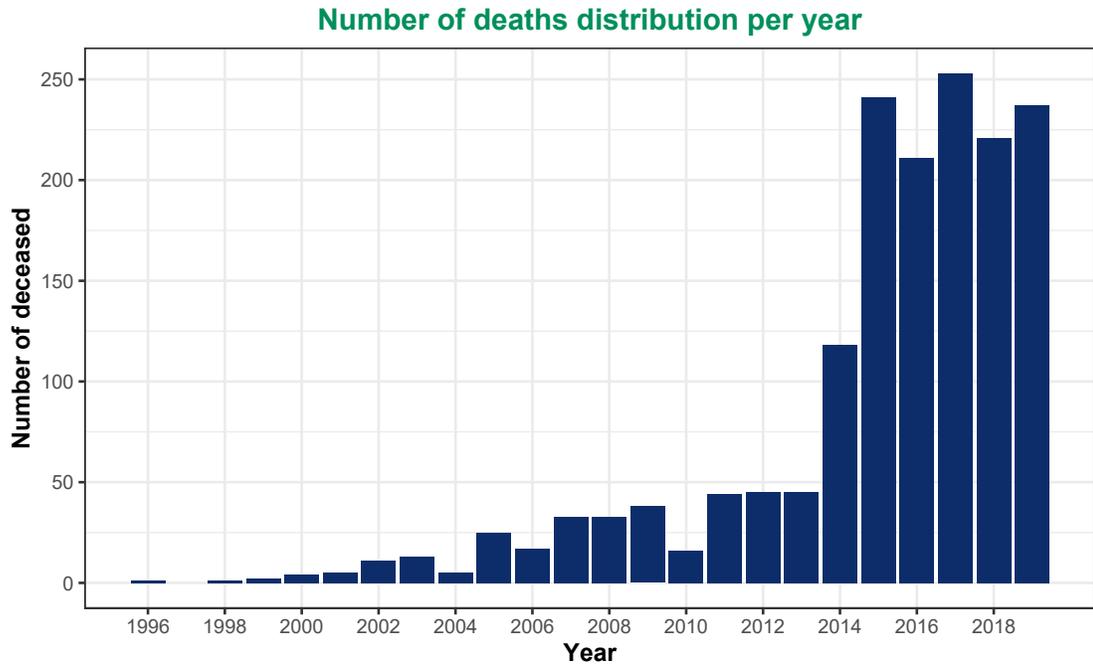


FIGURE 14 – Deaths distribution per year.

Once the descriptive analysis was completed, it was necessary to construct a total dependency death law. For this purpose, the Hoem estimator was used to construct the crude rates, then different smoothing operations were applied (P-splines smoothing, Whittaker-Henderson smoothing) and were separated using the BIC criterion.

**Law of mortality in LTC  
over observed data before correction**

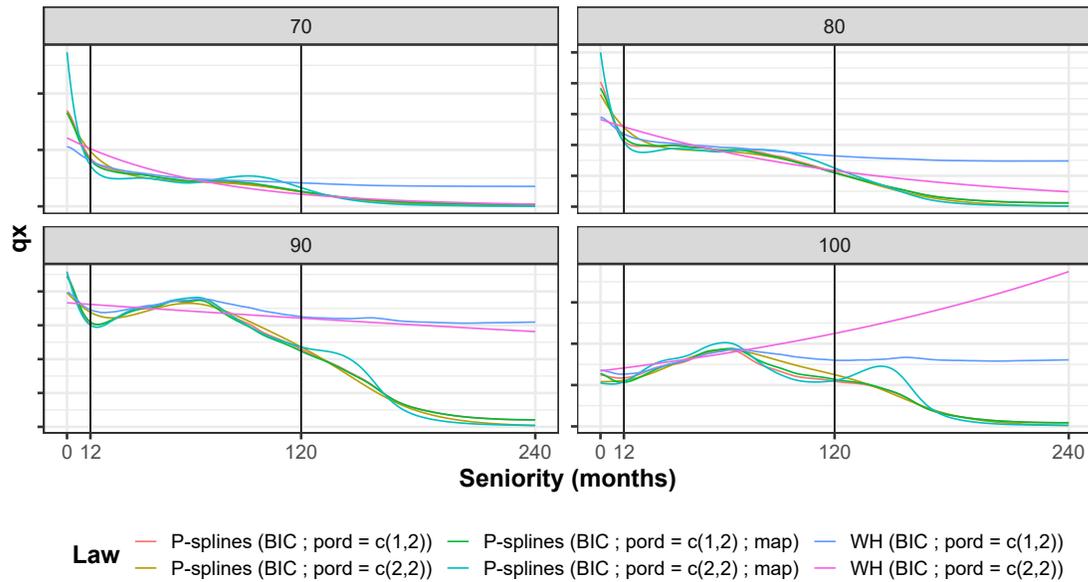


FIGURE 15 – Comparison of smoothing methods.

Once the most efficient smoothing is selected (**Whittaker-Henderson smoothing; (vertical order = 2, horizontal order = 2)**), we analyzed the mortality by product to detect a possible specific mortality concerning a particular product. Indeed, this would prevent the use of the global law for all the products in the following.

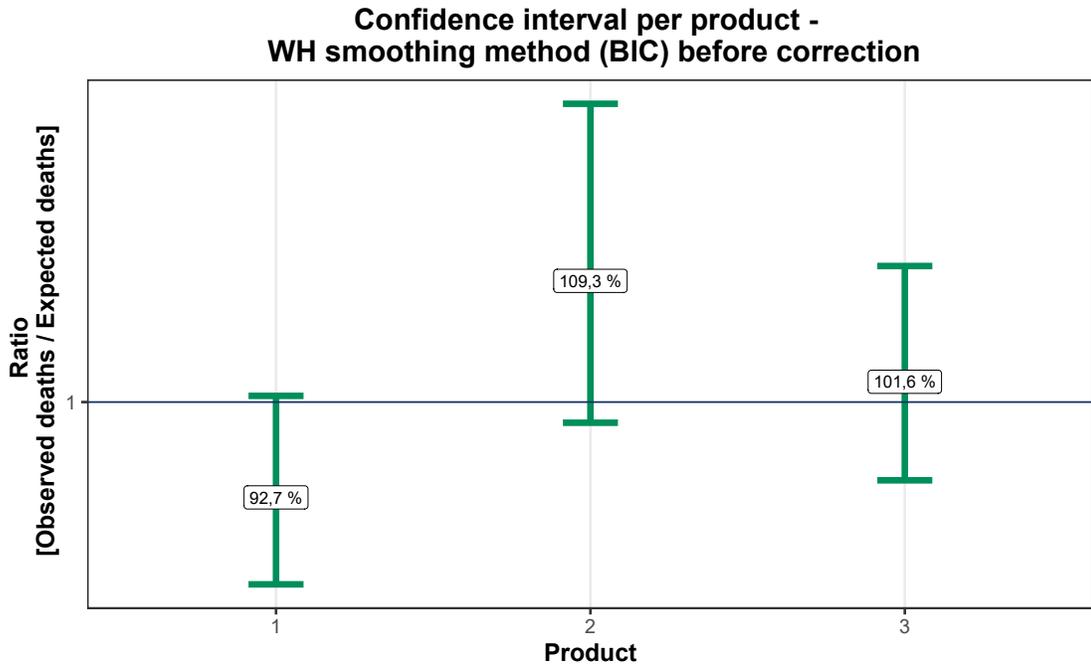


FIGURE 16 – Analysis of the mortality per product.

Once the mortality law was estimated, we quantified the estimation risk associated with the portfolio, using the Bootstrap approach. This approach consists of generating  $N$  new death laws from the central mortality table, then estimating the reserve amount associated with each new law generated, and finally estimating the 99.5% quantile of the reserves thus estimated.

### Analysis of density of the reserves distribution

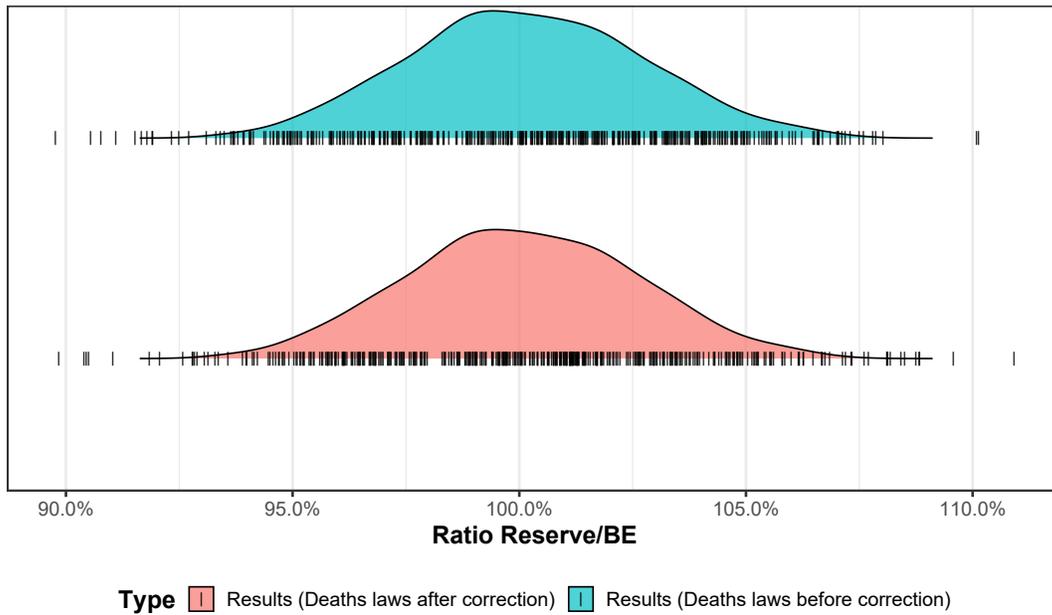


FIGURE 17 – Analysis of density of the reserves distribution.

Once the 99.5% order quantile was estimated, we quantified the estimation risk associated with the portfolio :

Law of mortality in LTC	Application of the correction	Estimation of the 99,5% order quantile	Value of Ratio_SCR
By Whittaker-Henderson	NO	In a direct way	6,15%
	YES		5,98%
	NO	Under the assumption that the reserves distribution follows a normal distribution	6,54%
	YES		6,38%
By P-splines (as an indication)	NO	In a direct way	23,12%
	YES		6,77%

FIGURE 18 – Results of the Bootstrap method.

Le vieillissement de la population générale constitue, avec l'arrivée prochaine aux grands âges de la génération du baby-boom, un enjeu majeur puisque le nombre de personnes âgées va s'accroître dans les années qui viennent. Le nombre de personnes en situation de dépendance pourrait en effet augmenter de 1,3 million en 2017 à 2,2 millions en 2050. Les dépenses relatives à la dépendance pourraient passer de 1,4% en 2014 à 2,6% du PIB en 2060. Selon les projections de l'INSEE, en 70 ans (entre 1990 à 2060), la part des « 75 ans et plus » passerait de 6 % à environ 17 % de la population nationale.

## **Du côté de l'assuré : La nécessité de s'assurer correctement**

Dans la majorité des cas, la dépendance est liée au vieillissement (les accidents et le handicap sont des situations rares qui ne représentent qu'une fraction des éléments à l'origine de la dépendance). En effet, comme précisé dans Biessy (2016), les affections qui déclenchent la dépendance pour les hommes sont liées au grand âge, à savoir les troubles neurologiques, la maladie de Parkinson et la sclérose en plaque ; s'agissant des femmes, il s'agit de la maladie d'Alzheimer, une maladie là encore liée au vieillissement. Le besoin de réparation du préjudice lié à la perte d'autonomie est croissant, du fait à la fois de l'augmentation de l'espérance de vie aux grands âges, et du facteur multiplicatif lié à l'accroissement du nombre de personnes âgées : on estime que la part des « 85 ans et plus » sera multipliée par 3,2 entre 2017 et 2050.

L'assurance dépendance, destinée à couvrir les frais liés à la survenance d'un tel risque, peut prendre plusieurs formes : aides à domicile ou aides financières, le plus souvent orientées vers l'aménagement de l'habitat ou la participation aux frais d'hébergement dans des structures spécialisées. Toutefois, la Sécurité sociale, créée en 1945 dans le but justement d'assurer une solidarité entre tous, remplit aujourd'hui son rôle de façon limitée auprès de nos aînés : le reste à

charge moyen après aides et réduction d'impôt pour une personne âgée en perte d'autonomie vivant en établissement spécialisé s'élève à 1850 euros par mois. C'est dans ce contexte qu'un certain nombre de personnes se tournent du côté des assureurs (selon Kessler (2008), le marché français de l'assurance dépendance est le deuxième marché le plus développé au monde, avec environ trois millions de contrats individuels).

## **Du côté de l'assureur : La nécessité de provisionner correctement**

Le provisionnement de la garantie dépendance n'est pas chose aisée (cf. Tomas and Planchet (2013) et Laversanne and Shahidi (2003)). En effet, la faible maturité de cette garantie, couplée au nombre relativement réduit de souscriptions, rend très difficile la modélisation de la loi de décès en dépendance totale. Cet écueil est amplifié par une autre problématique : le risque de table. Le risque de table constitue l'un des principaux risques auxquels sont soumis les portefeuilles d'assurance Dépendance. Il désigne le risque financier pour l'assureur qui est lié à l'incertitude relative à l'utilisation d'une loi biométrique. La prise en compte de ce risque permet d'améliorer la tarification et le provisionnement d'une telle garantie. Une manière de tenir compte de ce risque consiste à injecter de l'aléa dans la loi de mortalité conditionnelle des individus en situation de dépendance, puis à évaluer le Best Estimate en ajoutant des intervalles de confiance autour de la moyenne (cf. Tomas and Planchet (2014)). L'injection de l'aléa peut éventuellement se faire via la fonction Logit et une variable centrée gaussienne dont on fera varier la volatilité de 1 à 20% (conformément aux préconisations du QIS5, cf. CEIOPS (2010)). S'agissant de l'estimation du risque de table, Kamega (2014) propose, dans le cas d'une base restreinte de données (et donc de fluctuations d'échantillonnage), d'utiliser le modèle de Brass qui est un modèle de construction de table à références externes. Ce modèle est un modèle relationnel semi-paramétrique à deux paramètres, reposant sur l'hypothèse que les taux de sortie du portefeuille étudié sont liés aux taux de sortie issus de la table de référence. Une autre approche consiste à recourir au modèle de Lee-Carter (cf. Lee (2000)). La prise en compte du risque de table au niveau du provisionnement de la garantie dépendance totale constitue l'objet principal de ce mémoire.

## **Plan proposé**

Dans la suite, il s'agira dans la première partie d'introduire la définition pratique de la garantie dépendance et du cadre réglementaire dans lequel elle s'inscrit ; la deuxième partie présentera la construction de la table de mortalité des individus en situation de dépendance totale relativement à un portefeuille CNP Assurances, via l'estimateur de Hoem puis le recours à différentes méthodes

de lissage. Dans la dernière partie, nous allons quantifier le risque systématique d'estimation via un rééchantillonnage des taux de décès bruts au moyen de **la méthode Bootstrap**.

Dans la suite, nous avons renommé les produits et masqué les taux de mortalité du portefeuille analysé dans un souci de confidentialité.



# CHAPITRE 1

## LA GARANTIE DÉPENDANCE

L'objectif du premier chapitre est de présenter la garantie dépendance, ses spécificités, la façon de mesurer le niveau de dépendance de la personne, ainsi que son mode de prise en charge en France et dans le monde.

### 1.1 Définition

L'allongement de l'espérance de vie permis par les progrès médicaux et techniques présente un inconvénient majeur, à savoir la perte d'autonomie chez les personnes âgées, connue également sous le nom de dépendance. La dépendance apparaît dans la grande majorité des cas sous l'effet d'une ou de plusieurs pathologies chroniques liées au vieillissement :

- Pathologies psychiques (exemple : la maladie d'Alzheimer) ;
- Pathologies cardiovasculaires (exemple : l'accident vasculaire cérébral) ;
- Pathologies neurologiques (exemple : la maladie de Parkinson) ;
- Cancers ;
- Pathologies ostéoarticulaires.

En outre, une personne sera déclarée en situation de dépendance partielle ou totale sur la base de grilles telles que la grille AVQ (Actes de la vie quotidienne) ou bien la grille AGGIR (Autonomie Gérontologique Groupes Iso-Ressources). Les personnes concernées ont alors besoin, selon le niveau de sévérité de leur état, de l'assistance d'une tierce personne, ou bien d'intégrer un établissement spécialisé, type EHPAD (Etablissement d'hébergement pour personnes âgées dépendantes).

Nous allons à présent évoquer les caractéristiques de la garantie Dépendance.

## 1.2 Spécificités

Le suivi technique d'un produit Dépendance fait intervenir plusieurs types de lois pour lesquelles il y a une incertitude concernant leur estimation :

- L'incertitude sur la durée de survie des personnes autonomes ;
- L'incertitude sur les taux d'entrée en dépendance ;
- L'incertitude sur la durée de survie des personnes dépendantes (**c'est l'objet de ce mémoire**).

Ce produit implique également un risque financier de long terme.

Nous allons à présent évoquer les grilles de mesure du niveau de dépendance.

## 1.3 Mesure de la dépendance

La mesure de la dépendance est une étape cruciale qui doit être effectuée avec précision car elle a des conséquences multiples au niveau de la tarification et du provisionnement de la garantie Dépendance. Plusieurs grilles peuvent être utilisées dans le cadre de la mesure de l'état de dépendance. Dans la suite, nous présenterons les grilles les plus utilisées.

### Grille 1/2 : La grille AVQ (Actes de la vie quotidienne)

La grille AVQ mesure la capacité des personnes à réaliser les six activités de la vie quotidienne :

- S'alimenter (manger et boire... ) ;
- S'habiller (se chausser... ) ;
- Se laver, se coiffer, se raser, uriner ;
- Se déplacer (se lever, s'asseoir, marcher).

En pratique, la dépendance partielle (respectivement totale) commence à partir de deux AVQ (respectivement trois AVQ).

Le test MMSE (Mini-Mental State Examination), développé en 1975, est souvent utilisé en complément du calcul du nombre d'AVQ. Il s'agit d'un questionnaire permettant d'évaluer les capacités cognitives de la personne (le sens de l'orientation dans l'espace et le temps, la capacité d'apprentissage, la perte de mémoire etc. ; en tout, neuf paramètres sont évalués). Dans ce cadre, les questions suivantes peuvent être posées : « Quelle est la date d'aujourd'hui ? », « A quel étage sommes-nous ? », « Pouvez-vous nommer l'objet placé en face de vous ? ». Le score obtenu à cet entretien qui dure environ dix minutes permet d'évaluer les capacités cognitives du patient, selon la notation suivante :

- Si le total est inférieur à 15 points, il y a des dysfonctionnements cognitifs sévères.
- Si le total est entre 15 et 17 points, il y a un dysfonctionnement cognitif modéré.

→ Si le total dépasse 17 points, aucun dysfonctionnement cognitif n'est établi.

## **Grille 2/2 : La grille AGGIR (Autonomie Gérontologie Groupe Iso-ressources)**

Elaborée en 1994 par des médecins de la Sécurité sociale, de la Société française de Gérontologie ainsi que par des informaticiens, la grille AGGIR est devenue l'évaluation de référence de l'état de dépendance en France. Cette grille détermine la perte d'autonomie d'une personne à partir de critères physiques et psychiques. Elle s'appuie sur dix-sept variables :

- Dix variables dites discriminantes, relatives à la perte d'autonomie physique et psychique et intervenant dans le calcul du GIR2 ;
- Sept variables dites illustratives, relatives à la perte d'autonomie domestique et sociale, n'intervenant pas dans le calcul du GIR mais apportant des informations utiles à l'élaboration du plan d'aide mis en place pour la personne dépendante.

Chacune de ces dix-sept variables possède trois modalités :

- A, dans le cas où la personne effectue seule totalement, régulièrement et correctement les activités de la vie quotidienne ;
- B, dans le cas où la personne effectue partiellement ou irrégulièrement ou incorrectement les activités de la vie quotidienne ;
- C, dans le cas où la personne n'effectue pas les activités de la vie quotidienne.

A partir des différentes valeurs A, B, ou C attribuées à chacune des variables, le GIR est déterminé par un algorithme complexe et varie de 1 à 6 :

- GIR1 : Personne confinée au lit ou au fauteuil, dont les fonctions mentales sont gravement altérées et qui nécessite une présence indispensable et continue d'intervenants ; ou personne en fin de vie.
- GIR2 : Personne confinée au lit ou au fauteuil, dont les fonctions mentales ne sont pas totalement altérées et dont l'état exige une prise en charge pour la plupart des activités de la vie courante ; ou personne dont les fonctions mentales sont altérées, mais qui est capable de se déplacer et qui nécessite une surveillance permanente.
- GIR3 : Personne ayant conservé son autonomie mentale, partiellement son autonomie locomotive, mais qui a besoin quotidiennement et plusieurs fois par jour d'une aide pour les soins corporels.
- GIR4 : Personne n'assumant pas seule ses transferts mais qui, une fois levée, peut se déplacer à l'intérieur de son logement, et qui a besoin d'aides pour la toilette et l'habillage ; ou personne n'ayant pas de problèmes locomoteurs mais qui doit être aidée pour les soins corporels et les repas.
- GIR5 : Personne ayant seulement besoin d'une aide ponctuelle pour la toilette, la préparation des repas et le ménage.

# GRILLE NATIONALE AGGIR



## IDENTIFICATION DE LA PERSONNE EXAMINÉE

Nom : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_

Numéro d'immatriculation :

Adresse : \_\_\_\_\_

Code Postal :  Commune : \_\_\_\_\_

### SITUATION AU REGARD DES ACTES ESSENTIELS ET ORDINAIRES DE LA VIE

VARIABLES DISCRIMINANTES - AUTONOMIE PHYSIQUE ET PSYCHIQUE	
COHÉRENCE : converser et / ou se comporter de façon sensée	
ORIENTATION : se repérer dans le temps, les moments de la journée et dans les lieux	
TOILETTE : concerne l'hygiène corporelle	Haut
	Bas
HABILLAGE : s'habiller, se déshabiller, se présenter	Haut
	Moyen
	Bas
ALIMENTATION : manger les aliments préparés	Se servir
	Manger
ÉLIMINATION : assumer l'hygiène de l'élimination urinaire et fécale	Urinaire
	Fécale
TRANSFERT : se lever, se coucher, s'asseoir	
DÉPLACEMENT À L'INTÉRIEUR : avec ou sans canne, déambulateur, fauteuil roulant...	
DÉPLACEMENT À L'EXTÉRIEUR : à partir de la porte d'entrée sans moyen de transport	
COMMUNICATION À DISTANCE : utiliser les moyens de communication, téléphone, sonnette, alarme ...	
VARIABLES ILLUSTRATIVES - AUTONOMIE DOMESTIQUE ET SOCIALE	
GESTION : gérer ses propres affaires, son budget, ses biens	
CUISINE : préparer ses repas et les conditionner pour être servis	
MÉNAGE : effectuer l'ensemble des travaux ménagers	
TRANSPORT : prendre et / ou commander un moyen de transport	
ACHATS : acquisition directe ou par correspondance	
SUIVI DU TRAITEMENT : se conformer à l'ordonnance du médecin	
ACTIVITÉS DE TEMPS LIBRE : activités sportives, culturelles, sociales, de loisirs ou de passe-temps	

- A : fait seul, totalement, habituellement, correctement
- B : fait partiellement, non habituellement, non correctement
- C : ne fait pas.

A ....., le .....

Signature et cachet du praticien

### ATTENTION

**Ce document doit être joint, sous pli confidentiel à l'attention du médecin conseil de la caisse primaire d'assurance maladie, à l'attestation d'incapacité à accomplir les actes ordinaires de la vie**

Modèle S 2402

FIGURE 1.1 – La grille AGGIR.

→ GIR6 : Personne encore autonome pour les actes essentiels de la vie courante.

Notons que les niveaux GIR1 et GIR2 correspondent à l'état de dépendance totale.

## 1.4 Causes de la dépendance

Le tableau suivant\* (cf. DREES (2011)) indique la part de résidents diagnostiqués, par pathologies (à notre connaissance, il s'agit de l'enquête la plus récente faite en France concernant l'analyse des pathologies par niveau de dépendance) :

Part de résidents diagnostiqués, par pathologies									En %
Diagnostics	EHPAD								Logements-foyers
	par sexe		par GIR					Ensemble	Ensemble
	Femmes	Hommes	GIR 1	GIR 2	GIR 3	GIR 4	GIR 5-6		
<b>Ensemble des pathologies</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>98</b>
<b>Affections neuropsychiatriques</b>	<b>92</b>	<b>90</b>	<b>97</b>	<b>95</b>	<b>89</b>	<b>87</b>	<b>76</b>	<b>91</b>	<b>69</b>
Accident vasculaire cérébral	17	19	23	21	13	15	7	18	7
Syndrome parkinsonien	7	9	11	8	7	8	4	8	1
Troubles chroniques du comportement	34	39	45	40	36	24	19	35	9
État dépressif	42	34	35	46	37	41	33	40	33
État anxieux	32	23	23	31	27	32	35	29	36
Syndrome démentiel (dont Alzheimer)	52	41	70	56	47	30	18	49	11
<b>Affections cardio-vasculaires</b>	<b>79</b>	<b>78</b>	<b>74</b>	<b>81</b>	<b>79</b>	<b>82</b>	<b>76</b>	<b>79</b>	<b>79</b>
Insuffisance cardiaque	24	24	21	24	28	26	19	24	25
Hypertension artérielle	61	54	52	61	62	64	60	60	68
Trouble du rythme	25	28	25	26	25	27	22	26	24
Coronaropathies	16	21	16	17	20	20	16	18	12
<b>Affections gastro-entérologiques</b>	<b>58</b>	<b>54</b>	<b>69</b>	<b>58</b>	<b>50</b>	<b>53</b>	<b>46</b>	<b>57</b>	<b>27</b>
<b>Affections ostéo-articulaires</b>	<b>59</b>	<b>43</b>	<b>53</b>	<b>55</b>	<b>53</b>	<b>58</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>57</b>
Pathologie de la hanche	23	13	23	21	19	21	16	20	19
Pathologie vertébro-discale	20	14	15	19	16	21	22	18	34
Polyarthrite, pathologie articulaire d'autres localisations	13	9	12	12	11	12	12	12	6
<b>Affections uro-néphrologiques</b>	<b>47</b>	<b>52</b>	<b>70</b>	<b>56</b>	<b>47</b>	<b>28</b>	<b>17</b>	<b>48</b>	<b>15</b>
Insuffisance rénale	10	10	11	12	10	9	6	10	2
Incontinence	40	35	64	47	35	16	9	39	9
<b>Troubles de la marche</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>48</b>	<b>50</b>	<b>44</b>	<b>33</b>	<b>15</b>	<b>42</b>	<b>33</b>
<b>Affections endocriniennes</b>	<b>37</b>	<b>30</b>	<b>44</b>	<b>37</b>	<b>32</b>	<b>29</b>	<b>25</b>	<b>35</b>	<b>27</b>
<b>État grabataire ou terminal</b>	<b>24</b>	<b>19</b>	<b>67</b>	<b>22</b>	<b>6</b>	<b>&lt;1</b>	<b>&lt;1</b>	<b>23</b>	<b>1</b>
État grabataire	23	18	64	21	6	<1	<1	22	<1
État terminal	2	2	8	<1	<1	<1	<1	2	<1
<b>Pathologie oculaire évolutive</b>	<b>20</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>21</b>	<b>17</b>	<b>19</b>	<b>19</b>	<b>19</b>	<b>17</b>
<b>Affections broncho-pulmonaires</b>	<b>17</b>	<b>24</b>	<b>19</b>	<b>19</b>	<b>19</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>12</b>
<b>Affections dermatologiques</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>27</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>13</b>	<b>9</b>	<b>19</b>	<b>11</b>
Escarres, ulcères et autres plaies	10	10	17	11	8	6	4	10	3
<b>Pathologies infectieuses</b>	<b>11</b>	<b>9</b>	<b>15</b>	<b>13</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>7</b>
<b>Autres domaines</b>	<b>22</b>	<b>26</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>20</b>	<b>23</b>	<b>13</b>
Anémie	13	11	14	14	9	11	7	12	5
État cancéreux	9	13	10	9	12	10	10	10	7

FIGURE 1.2 – Part de résidents diagnostiqués, par pathologies (Source : Enquête EHPA 2011, DREES.).

(\*) Lecture : Sur 100 personnes résidant en EHPAD classés en GIR1, 97 personnes souffrent d'affections neuropsychiatriques. On remarque que la somme

des pourcentages toutes pathologies confondues relatifs à chacun des GIR1 et GIR2 dépasse 300%, ainsi une personnes en situation de dépendance totale ne souffre pas que d'une seule pathologie. De plus, toutes les maladies mentionnées ne mènent pas à l'état de dépendance. En effet, une personne traitée par exemple pour hyper-tension artérielle pourra avoir une qualité de vie comparable à celle d'une personne en bonne santé. Précisons également que cette répartition n'est pas représentative de tous les contrats de dépendance.

## 1.5 L'offre Dépendance dans le monde

Comme la perte d'autonomie concerne principalement les personnes âgées, intéressons-nous à l'évolution du pourcentage de cette population au niveau mondial, depuis 1960. Selon les données de la Banque Mondiale (Mondiale, 2021), entre 1960 et 2020, le pourcentage des personnes âgées de 65 ans et plus au sein de la population mondiale a environ doublé. Cette population représentait en effet 4,97% en 1960, puis 5,89% en 1980, puis 6,87% en 2000 avant d'avoisiner la barre des 10% en 2020. Une des raisons de cette augmentation continue de ce pourcentage réside dans les progrès médicaux eux aussi continus depuis plusieurs décennies.

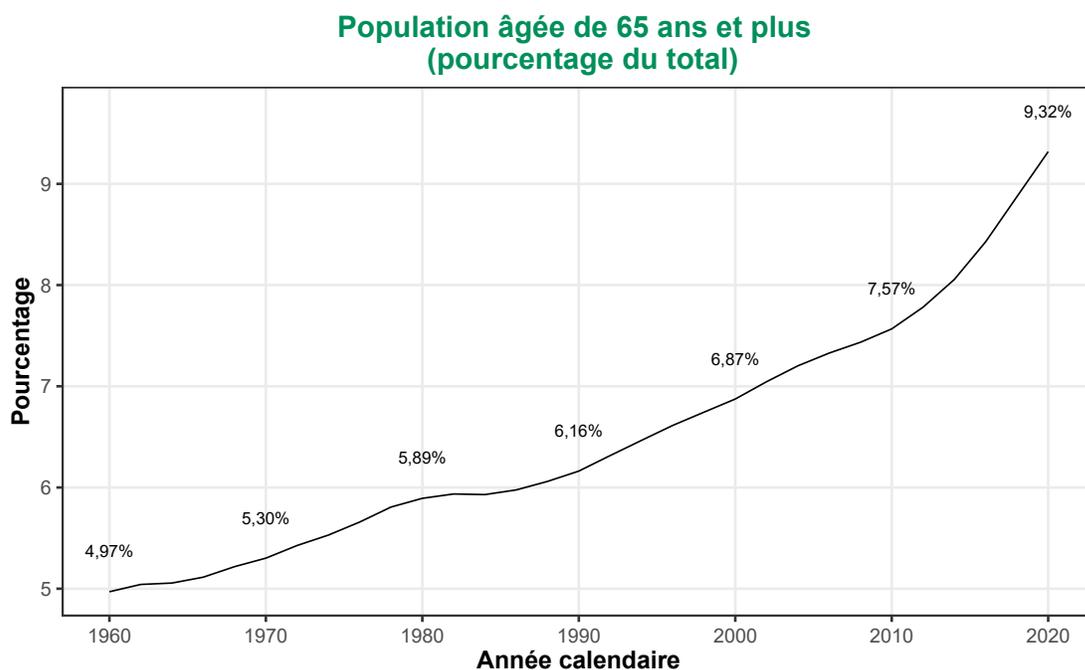


FIGURE 1.3 – Population âgée de 65 ans et plus (pourcentage du total).

Dans la suite, nous allons présenter les solutions proposées dans deux pays, sur la base des informations rapportées par Bagur (2003) et Optimind (2007).

De manière générale, l'offre privée est pratiquement inexistante dès lors qu'une solution étatique efficace existe.

## **Les Etats-Unis**

Aux Etats-Unis, les prestations sociales relatives à la dépendance sont prises en charge par le Medicare Program ou bien par le Medicaid Program. Le Medicare Program concerne les personnes de 65 ans et plus et n'est activé que dans des cas précis (maladie ou bien convalescence postopératoire). Il couvre environ 20% des dépenses liées à la dépendance. Le Medicaid Program concerne les personnes à faibles revenus et couvre environ 35% des dépenses correspondantes. Nous constatons ainsi que, même si les deux prises en charge sont cumulées, la personne dépendante devra tout de même prendre en charge près de la moitié des dépenses.

C'est aux Etats-Unis que les premiers contrats dépendance ont été commercialisés, en 1974. Cela a pris de l'ampleur dans les années quatre-vingt. Aujourd'hui, plus de six millions d'américains sont assurés et "le marché" est couvert par 121 compagnies. On estime à 85% la part des contrats de type assurance individuelle. De plus, on dénombre autant de contrats de prévoyance que de contrats d'épargne. Concernant les contrats de prévoyance, les assurés sont exonérés de cotisations une fois entrés en dépendance, les prestations sont viagères et consistent en le remboursement des frais (régime indemnitaire). Les contrats d'épargne sont des contrats "vie entière" avec anticipation du capital en cas de dépendance. Notons que la définition de la dépendance est généralement basée sur cinq actes de la vie quotidienne : se laver, s'habiller, effectuer sa toilette, se déplacer et se nourrir.

Ajoutons également que la prise en charge publique concerne en moyenne les soins de longue durée, avec une grande disparité. Le développement de l'assurance privée est fort. Il y a en majorité des contrats indemnitaires de remboursement de frais (la sélection médicale est drastique). Le taux de souscription est limité comparativement à la population concernée.

## **Le Japon**

Au Japon, les premiers contrats d'assurance dépendance sont apparus dans les années quatre-vingt, et ce pour des raisons culturelles. En effet, jusqu'à cette période, la tradition voulait que les japonais subviennent eux-mêmes aux besoins de leurs aînés devenus âgés. Depuis, l'assurance privée a pris une grande ampleur : on compte aujourd'hui plus de 870 000 contrats d'épargne et plus d'un million de contrats de prévoyance. La définition de la dépendance au Japon est basée sur les actes de la vie quotidiennes. En prévoyance, les prestations indemnitaires et forfaitaires sont combinées mais de façon temporaire. En épargne, les prestations sont sous forme de rentes viagères. Depuis avril 2000, une couverture obligatoire s'applique à toutes les personnes de plus de 40 ans. Ajoutons également que le développement de l'assurance privée est moyen. Il y a en majorité des produits

forfaitaires. La croissance du marché y est inférieure à celle des marchés français et américain.

## 1.6 L'offre Dépendance en France

Avant d'aller plus loin, soulignons que depuis l'an 1900, l'espérance de vie à la naissance a doublé en France (cf. INED (2004)). La tendance actuelle est à un gain d'espérance de vie de trois mois tous les ans. En 2020, les « 65 ans et plus » représentent 19,2% de la population française. Cette proportion va passer à 27,9% en 2060. Selon Libault (2019), l'espérance de vie des Français est parmi les plus élevées d'Europe, mais cela n'est pas le cas pour ce qui est de l'espérance de vie en bonne santé : à 65 ans, une femme française peut espérer vivre encore près de 23,7 ans mais seulement **10,6 ans en bonne santé** contre **16,6 ans en Suède** et **12,4 ans en Allemagne** ou **11,9 ans au Danemark**. Aussi, comme indiqué par Libault (2019), sur 10 personnes qui décèdent en France, 4 ont connu la perte d'autonomie dont 2 de façon sévère et 3 ont vécu leurs derniers jours en établissement. Mentionnons également que, selon Mahieu (2021), parmi les personnes âgées de moins de 80 ans, seulement 35% jugent probable ou très probable d'avoir besoin d'aide pour les soins personnels (toilette, habillage, prise des repas).

En France, l'offre d'assurance dépendance se caractérise par un certain nombre de caractéristiques.

### Service public

Depuis environ quarante ans, l'Etat français a instauré puis fait évoluer des prestations pour répondre aux besoins liés à la Dépendance. La PED (Prestation Expérimentale Dépendance) créée en 1995 était réservée à ceux qui pouvaient rester à leur domicile et n'a été diffusée que dans le cadre d'une expérimentation à douze départements. Mise en place deux ans plus tard, la PSD (Prestation Spécifique Dépendance) n'a pas connu un grand succès à cause de la condition de récupération sur succession. De plus, les montants délivrés au titre de cette prestation étaient accordés de manière très inégale au sein du territoire français.

Enfin, l'APA (Aide Personnalisée d'Autonomie), créée en 2002, a permis d'apporter des réponses qui ont été stabilisées pendant plus de quinze ans dans l'attente d'un véritable projet de loi. Projet de loi autre que la Loi relative à l'adaptation de la société au vieillissement votée en 2016 qui n'a apporté aucune réponse aux attentes du marché de l'assurance. Annoncée par la majorité actuelle en 2019, la branche autonomie de la Sécurité sociale est officiellement entrée en vigueur le 1er janvier 2021. Ainsi, cette nouvelle branche prend en charge les éléments suivants :

- Le financement des établissements et des services médico-sociaux pour personnes âgées et pour personnes handicapées ;

- Les dépenses liées à l'animation et à l'organisation des services d'aide à domicile ainsi que celles liées à la formation des professionnels du secteur ;
- Les actions en faveur de la prévention de la perte d'autonomie, du « bien-vieillir » et du soutien aux aidants ;
- Le financement des aides individuelles : APA, prestation de compensation du handicap (PCH), congé de proche aidant, ainsi que la nouvelle aide à la vie partagée, actuellement en cours d'expérimentation, visant à soutenir le développement de l'habitat inclusif.

C'est dans ce contexte que les compagnies d'assurance, les mutuelles et les institutions de prévoyance commercialisent, depuis plus de trente ans, des produits d'assurance Dépendance.

## Offre privée

Dans le marché français, les contrats garantissent la dépendance totale et/ou la dépendance partielle. Le contrat définit l'état et le degré de dépendance assurés ainsi que les conditions de mise en jeu de la garantie. De plus, l'état de dépendance de la personne doit être constaté médicalement. Les produits d'assurance individuels prévoient en général le versement de cotisations par l'assuré tant qu'il est autonome, le montant de ces cotisations étant fixé au cours du temps et déterminé lors de la souscription du produit. En contrepartie, l'assuré en état de dépendance reçoit une rente depuis son entrée en dépendance jusqu'au décès. Cette approche est dite forfaitaire et la rente versée à l'assuré peut ainsi être utilisée à la discrétion de celui-ci. Au niveau de la définition du niveau de dépendance requis pour bénéficier des prestations, celui-ci se base principalement sur les quatre AVQ évoquées précédemment. Les produits les plus récents proposent aujourd'hui un montant plus faible pour la dépendance partielle, de l'ordre de 50 à 60 % de la rente en dépendance totale. Certains produits proposent également en option le versement d'un capital lors de l'entrée dans un état de dépendance partielle. Celui-ci est destiné à couvrir les frais d'équipement du logement de l'assuré pour faire face à la situation de dépendance.

En terme contractuel, il existe deux types de contrats : le contrat individuel et le contrat collectif. Le contrat individuel est signé sans intermédiaire entre l'assureur et le souscripteur, qui est le plus souvent l'assuré. Les contrats collectifs sont souscrits par une entreprise ou une association. Précisons qu'il est possible de cumuler un contrat individuel et un contrat collectif.

Aussi, selon eco (2018), les assureurs proposent principalement deux types de contrats : les contrats de prévoyance et les contrats d'assurance-vie.

- Contrats de prévoyance : La dépendance est la garantie principale des contrats de prévoyance. Si l'assuré devient dépendant, il perçoit la prestation prévue, soit sous forme de rente mensuelle, soit sous forme de capital. Le versement de la prestation est, le plus souvent, accompagné de

services d'assistance. Les cotisations sont perdues dans tous les cas, que l'assuré conserve ou non son autonomie.

- Contrats d'assurance-vie : La garantie principale des contrats d'assurance-vie est le décès ou l'épargne retraite, la dépendance correspondant à une garantie complémentaire qui peut être proposée en option. Dans le cas de contrats d'assurance-vie dont la garantie principale est le décès, si l'assuré devient dépendant avant le terme du contrat, une fraction du capital (prévu en cas de décès de l'assuré pour les bénéficiaires désignés au contrat) est transformée en rente mensuelle. Dans le cas de contrats d'assurance-vie dont la garantie principale est l'épargne retraite, si l'assuré devient dépendant, le montant de la rente prévue dans le cadre de la garantie principale (versement d'une rente à un âge défini au contrat) est immédiatement versée.

## 1.7 Caractéristiques des produits du portefeuille analysé

Les données fournies sont relatives à trois produits (notés 1, 2 et 3) qui proposent des contrats collectifs avec une souscription exclusivement facultative. Les assurés souscrivent aux garanties de rente et peuvent ajouter un capital première dépense et une garantie repos de l'aidant. Selon les informations à notre disposition, certains produits ont été lancés avant 1992. Sur la base des informations communiquées par CNP Assurances, les conditions générales relatives aux trois codes produits qui constituent le portefeuille analysé sont les suivantes :

- Prime : Les primes sont versées périodiquement (mensuellement, trimestriellement, semestriellement ou bien annuellement) et payables d'avance (dans un délai à ne pas dépasser, au risque de l'exclusion dans certaines conditions). Elles sont revalorisées à chaque échéance annuelle dans les mêmes conditions que les garanties. Elles cessent d'être dues à partir de la date de reconnaissance de la dépendance.
- Rente : En cas de survenance du sinistre, le contrat prévoit le versement d'une rente viagère dont le montant est établi lors de la souscription et peut évoluer au fil des éventuelles revalorisations annuelles. Les rentes sont versées mensuellement et à terme échu. En général, le niveau de la rente en cas de dépendance partielle est, selon les cas, égal à 50 % ou 66 % du niveau de la rente prévue en cas de dépendance totale.
- Exclusion : Les exclusions sont un élément important du contrat. En effet, elles permettent de préciser les limites du versement des prestations. Elles ont notamment un impact sur le choix des lois de comportement à considérer lors des calculs de tarifs et l'établissement de business plans. Exemples : guerre civile, émeutes, attentats, faits intentionnellement causés par l'assuré lui-même, tous sports aériens sur appareils non homologués.

- Période d'attente : La période d'attente désigne le délai durant lequel la survenance d'un sinistre ne donne lieu à aucune prestation. Ce délai peut être de six mois ou bien d'un an, et varie selon la cause d'entrée en dépendance. Néanmoins, si l'assuré entre en dépendance pendant le délai d'attente, les primes payées peuvent être remboursées. En général, il n'y a pas de délai d'attente pour les assurés dont la dépendance est de cause accidentelle (c'est-à-dire tout fait générateur extérieur, soudain, non intentionnel et entraînant un dommage corporel).
- Franchise : La franchise correspond à la durée écoulée entre la date d'entrée en dépendance et la date de déclenchement de la garantie. On observe souvent une franchise nulle, ou bien d'un mois ou de trois mois. Dans le cadre de notre étude, une franchise nulle a été retenue.
- Capital première dépense : Versement d'un capital en une seule fois au cours de l'adhésion pour permettre de prendre en charge les premières dépenses. Exemple : aménagement du domicile.
- Garantie repos de l'aidant : Prise en charge de l'accueil dans une structure spécialisée pour prendre soin de l'assuré en l'absence de ses aidants habituels (congés, maladie), à raison de plusieurs jours par an.

Aussi, pour définir le niveau de dépendance totale, CNP Assurances a fait le choix d'utiliser la grille AVQ couplée à un critère relatif au niveau de trouble psychique avéré (critère qui est fonction de la nécessité de surveillance et d'assistance).



## CHAPITRE 2

# CADRE RÉGLEMENTAIRE

L'objectif du deuxième chapitre est de présenter l'évolution de la réglementation ainsi que les dispositions réglementaires en lien avec la garantie Dépendance.

### 2.1 Evolution de la réglementation

Du point de vue de l'assureur, la solvabilité représente la capacité à honorer ses engagements envers ses assurés. Dans le même esprit que pour un certain nombre de concepts (exemple : normes IASB), la réglementation européenne en la matière est le résultat d'évolutions récentes destinées à corriger les différentes limites constatées.

#### 2.1.1 Norme Solvabilité 1

Adoptée par le Parlement Européen le 5 mars 2002, la norme Solvabilité I est entrée en vigueur en 2004. Cette norme a introduit la notion de contrôle de la solvabilité par les autorités de contrôle dans le but de garantir les engagements de l'assureur et, ainsi, de protéger les assurés. La norme Solvabilité 1 repose sur trois piliers. Le premier pilier concerne l'évaluation des engagements envers les assurés, le deuxième pilier est relatif à la couverture des engagements réglementés. Enfin, le troisième pilier concerne la marge de solvabilité.

Cette norme est néanmoins basée sur une approche linéaire relativement « simpliste » qui contient plusieurs limites :

- Absence de maille fine : elle ne correspond pas toujours au risque réel d'un portefeuille d'assurance ;
- Caractère non prospectif : cette norme est basée sur les données comptables des années précédentes ;
- Manque d'informations à propos de la solvabilité des entreprises d'assurance et exigence réduite en termes de reporting.

## 2.1.2 Norme Solvabilité 2



FIGURE 2.1 – La structure de la nouvelle norme.

Entrée en application le 1er janvier 2016, la norme Solvabilité 2 a été élaborée avec un double objectif :

- Harmoniser la lisibilité de la gestion de risques dans l'ensemble des pays de l'union européenne sur la base de trois piliers qui seront explicités dans la suite ;
- Améliorer l'évaluation et le contrôle des risques, modifier en profondeur le régime prudentiel applicable aux organismes d'assurance.

Cette nouvelle directive est construite autour de trois grands volets appelés piliers :

- Le Pilier I concerne les exigences quantitatives, c'est-à-dire les règles de valorisation des actifs et des passifs, ainsi que les exigences de capital et leur mode de calcul. Les exigences de capital peuvent être calculées au moyen de la Formule Standard, ou bien au moyen d'un modèle interne complet ou partiel.
- Le Pilier II regroupe d'une part les exigences qualitatives, en premier lieu les règles de gouvernance et de gestion des risques, et d'autre part l'évaluation propre des risques de la solvabilité (ORSA : Own Risk and Solvency Assessment).
- Le Pilier III concerne la communication d'informations au public et aux autorités de contrôle. Il vise à harmoniser au niveau européen les informations publiées par les organismes d'assurance ainsi que celles remises

au superviseur. Ces informations, à la fois quantitatives et qualitatives, doivent être fournies selon une fréquence annuelle et pour certaines trimestrielle.

### 2.1.3 Evolutions pratiques

Le référentiel Solvabilité 2 introduit une vision économique de l'ensemble des postes du bilan, nommé bilan prudentiel, conformément au schéma suivant :

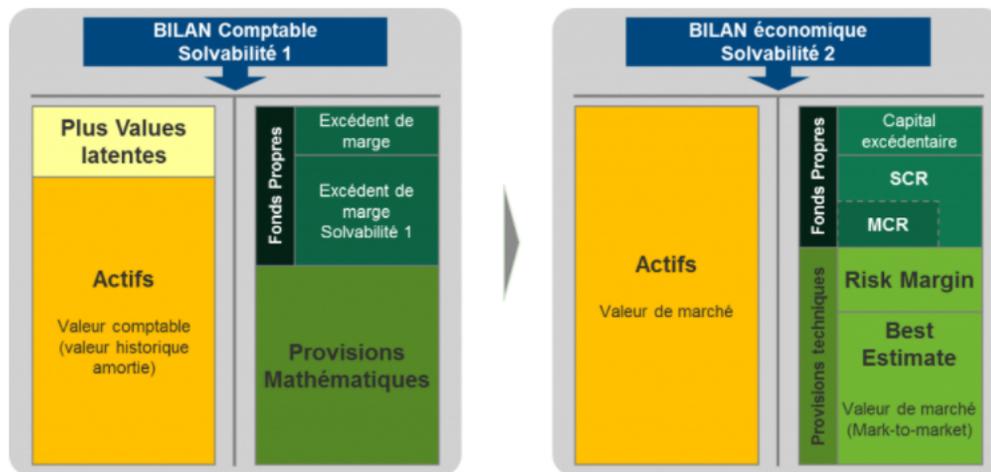


FIGURE 2.2 – Bilan (Solvabilité 2).

En effet, à la différence du bilan Solvabilité 1 qui évalue les postes du bilan en vision comptable, le bilan Solvabilité 2 est en vision économique. Ainsi, les entreprises d'assurance doivent désormais évaluer séparément les actifs et les passifs, aux montants auxquels ils pourraient être transférés sur le marché, c'est-à-dire à leur «juste valeur» (fair value).

Les engagements du passif sont évalués par une provision, appelée «Provision Best Estimate» cohérente avec le marché. Les provisions techniques sont également constituées de la marge pour risque permettant d'intégrer une marge de prudence liée au fait que les risques techniques ne sont pas échangeables sur un marché liquide. La méthode de calcul de la marge pour risque est décrite dans une note de l'EIOPA en date de 2014 et se base sur un taux représentant le coût de mobilisation du montant de fonds propres éligibles.

### SCR

Le SCR (Solvency Capital Requirement) représente une exigence de capital prévue par la nouvelle nomenclature (Pilier 1). Le SCR correspond au niveau de fonds propres à immobiliser par un assureur dans le but d'absorber des pertes très élevées à horizon 1 an avec une probabilité de 99,5% (probabilité de ruine de

0,5% sur 1 an). De façon formelle, le SCR est égal à la VaR (Value at Risk) de l'engagement économique à horizon 1 an avec un niveau de confiance de 99,5%. Précisons également que le SCR couvre tous les risques quantifiables auxquels l'assureur devra faire face.

Le SCR peut être calculé au moyen d'une formule standard prévue par la nouvelle directive et le règlement délégué de la Commission européenne du 10 octobre 2014 ou bien d'un modèle interne complet ou partiel (certains risques étant alors couverts par la formule standard). La norme prévoit qu'il soit calculé de manière annuelle.

Le modèle standard distingue les risques auxquels les assureurs sont soumis en différents modules de risques : risque non vie, risque de marché, risque santé, risque de contrepartie, risque vie.

Chaque module est ensuite décliné en sous-modules comme le montre le schéma suivant :

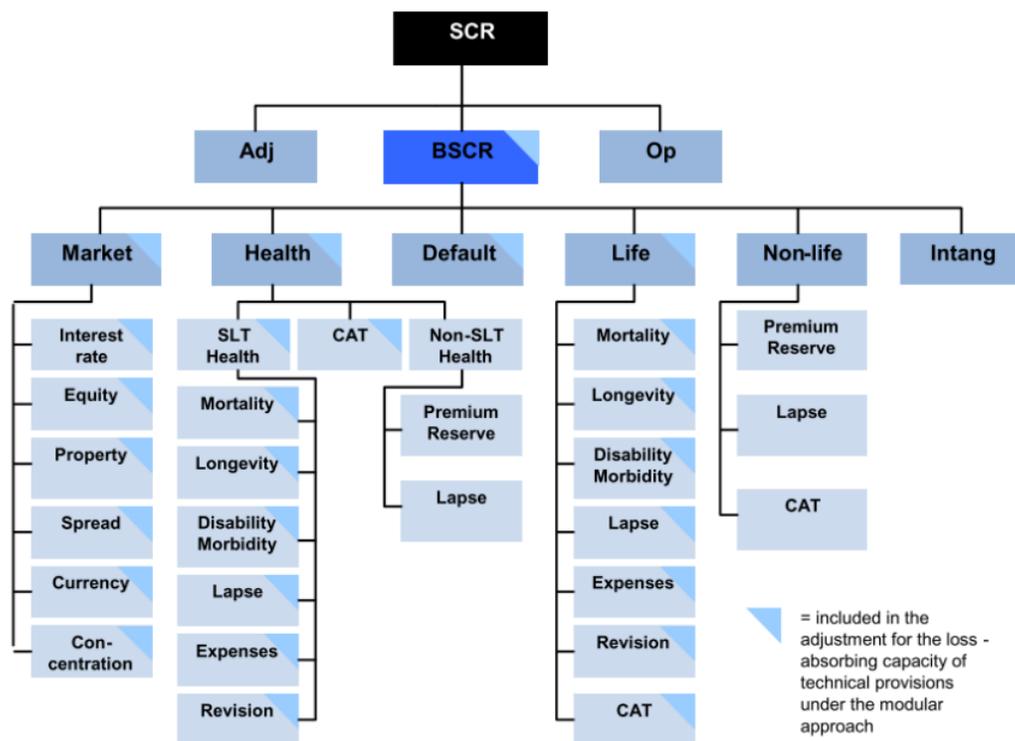


FIGURE 2.3 – Structure du SCR.

En pratique, un SCR est calculé au niveau de chaque module, puis le tout est agrégé via des matrices de corrélation selon la formule suivante :

$$SCR_{total} = \left( \sum_{i,j} \rho_{ij} \cdot SCR_i \cdot SCR_j \right)^{1/2}$$

où  $i$  et  $j$  sont relatifs aux risques que l'on agrège. Les corrélations  $\rho_{ij}$  sont spécifiées par l'EIOPA.

## Fonds propres

Les fonds propres au sens de Solvabilité 2 correspondent à la différence entre la valeur de marché de l'actif, et les provisions techniques (marge de risque et provisions Best Estimate). Ils doivent être supérieurs au SCR.

## Provision Best Estimate

La provision Best Estimate (BE) est définie comme la moyenne de la loi de distribution de la valeur actuelle probable des flux futurs. Elle s'exprime comme :

$$BE = \mathbb{E} \left[ \sum_k \frac{F_k}{(1+i)^k} \right]$$

Avec

- $F_k$  : le flux correspondant aux engagements de l'assureur envers les assurés pour l'année  $k$ , chargé des revalorisations et des frais de gestion ;
- $i$  : le taux d'actualisation.

Nous allons à présent évoquer plus en détail chacun des trois piliers de la nouvelle directive.

## 2.2 Pilier 1 et Best Estimate

L'évaluation des provisions techniques en norme Solvabilité 2 constitue la première variable d'intérêt du pilier 1. La notion de Best Estimate est définie par l'Article 77 de la nouvelle directive : « La meilleure estimation est égale à la moyenne, pondérée par leur probabilité, des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente ».

Par ailleurs, le point 3 de l'article 76 de la Directive Cadre Solvabilité 2 précise que « le calcul des provisions techniques utilise, en étant cohérent avec elles, les informations fournies par les marchés financiers et les données généralement disponibles sur les risques de souscription (cohérence avec le marché) ».

La directive stipule que « La meilleure estimation est calculée brute, sans déduction des créances découlant des contrats de réassurance et des véhicules de titrisation ». Néanmoins, chaque assureur est tenu de calculer également son Best Estimate net de réassurance.

## 2.3 Pilier 2 et ORSA

Le changement majeur apporté par la réforme Solvabilité 2 réside dans le processus d'évaluation de la solvabilité de l'assureur. La solvabilité n'est pas uniquement une question de fonds propres, mais un processus profond de prise de décisions dans lequel l'assureur doit surveiller ses activités via un système adapté de management et de contrôle des risques. C'est tout l'objet de l'ORSA : L'ORSA constitue en effet un ensemble de processus qui contribuent à l'évaluation adéquate de l'intégralité de la solvabilité de la compagnie comme étant une partie intégrante du business plan et qui tient compte des risques spécifiques de l'assureur.

L'ORSA est définie dans l'article R 354-3 (article 45 de la directive Solvabilité 2). Il comporte obligatoirement trois évaluations :

- L'évaluation du besoin global de solvabilité ;
- L'évaluation du respect permanent des obligations réglementaires concernant la couverture du SCR, du MCR et des exigences concernant le calcul des provisions techniques ;
- L'évaluation de l'écart entre le profil de risque de l'entreprise et les hypothèses qui sous-tendent le calcul du capital de solvabilité requis.

Cette identification des risques spécifiques de la compagnie constitue la pierre angulaire d'une bonne gouvernance. L'ORSA permet de passer d'une logique de risques rétrospectifs (on découvre la faille à la fin) à une logique de pilotage par la surveillance des risques qui menacent la solvabilité. En identifiant les facteurs susceptibles d'affecter la solvabilité présente et future, l'approche ORSA donne à l'assureur l'opportunité de réagir rapidement et efficacement au contexte économique.

## 2.4 Pilier 3 et reporting

Le Pilier 3 est relatif aux obligations de reporting au superviseur et de diffusion d'informations au public. Il a pour but d'harmoniser au niveau européen les informations publiées par les organismes d'assurance ainsi que celles remises aux superviseurs. En effet, cela permet d'améliorer l'efficacité et la cohérence de la supervision de l'ensemble des institutions financières européennes. La documentation complète relative au reporting Solvabilité 2 est consultable sur le site de l'EIOPA (« Full Solvency II Reporting »).

Le reporting Solvabilité II fait l'objet d'une harmonisation maximale au niveau européen. Il peut toutefois être complété par des états nationaux spécifiques, correspondant à des spécificités nationales de la réglementation ou du marché, et qui sont cependant limités aux besoins non couverts par Solvabilité 2. L'ACPR a ainsi défini des états nationaux spécifiques (ENS) correspondant à des besoins prudentiels (participation aux bénéfices, taux servi, assurance construction, RC Médicale, etc.) et statistiques, ainsi que des états issus des annexes aux comptes statutaires en cours de définition par l'Autorité des normes comptables (ANC).

Ces états peuvent être divisés en les sous-ensembles suivants :

- Des états prudentiels basés sur des données provenant des comptes individuels ;
- Un état prudentiel fondé sur le suivi de l'activité de substitution ;
- Des états de type comptable reprenant des informations provenant des comptes individuels et de leurs annexes,
- Des états statistiques existants applicables à tous les organismes (Prévoyance complémentaire et RC Médicale).

## 2.5 Etudes quantitatives d'impact

Toute nouvelle directive européenne fait l'objet d'une étude d'impact afin de mesurer ses implications pratiques. Dans ce cadre, les différents QIS (Quantitative Impact Studies) ont concerné des champs de plus en plus larges : le QIS1, en date de 2005, est relatif au calcul des provisions techniques ; le QIS2, daté de 2006, est relatif à des évaluations du besoin en capital et de prise en compte de la diversification des risques. Le QIS3, daté de 2007, est relatif à la couverture des exigences ainsi qu'aux aspects liés aux groupes. Réalisé lors du printemps 2008 sur la base des comptes de l'année précédente, le QIS4 constitue le premier exercice complet où les aspects liés à la formule standard de calcul du SCR au niveau des entités solo et groupe ont été combinés. Ce QIS incluait également un premier exercice concernant les modèles internes.

Suite à cela, le QIS5 a concerné notamment les provisions techniques, le capital de solvabilité requis ainsi que la classification des fonds propres. Le QIS5 constitue la deuxième étude où les exigences quantitatives ont été testées de manière globale. Le QIS5 avait pour objectifs les points suivants :

- Fournir les informations détaillées relatives aux impacts quantitatifs de la nouvelle norme sur le bilan des assureurs ;
- Collecter des données quantitatives afin de perfectionner le calibrage de la formule standard ;
- Encourager les organismes à se préparer à l'introduction de la nouvelle norme et à identifier les axes d'amélioration de leurs procédures internes concernant notamment la collecte des données.



## CHAPITRE 3

# ANALYSE DES DONNÉES DU PORTEFEUILLE

L'objectif du troisième chapitre est de présenter la base de données fournie, le traitement des données ainsi que l'analyse descriptive effectuée.

### 3.1 La base des assurés

Pour construire une table d'expérience relative au décès en dépendance totale, nous allons utiliser la base des assurés en situation de dépendance totale. Cette base regroupe les informations concernant les assurés en dépendance totale, depuis la date de souscription du contrat jusqu'à la date de sortie. Les données utilisées sont relatives à un portefeuille d'assurés tous entrés en dépendance totale, sur une période d'observation allant du **1er juillet 1988** au 30 juin 2020. Dans le but de tenir compte du retard éventuel dans la remontée d'informations, nous avons fixé la borne fin des observations au **31 décembre 2019**.

#### 3.1.1 Structure du fichier de données

Le fichier source fourni inclut les quatorze variables suivantes :

- Le code produit ;
- Le numéro du contrat ;
- L'identifiant du compte ;
- Le code postal ;
- Le niveau de dépendance (modalités : 1,2,3,4 ; la modalité numéro 2 correspond à la Dépendance totale) ;
- Le libellé de sortie du compte ;
- La date de sortie du compte ;
- La date de souscription ;
- La date de jouissance (date de début de réception de la rente) ;

- La date de consolidation (date d'incidence en dépendance) ;
- Le code situation de famille ;
- La date de naissance de l'assuré ;
- La date de décès de l'assuré ;
- Le montant réellement payé (selon les informations reçues, cette variable restitue des montants erronés).

A partir de ces éléments, un premier travail a consisté à sélectionner les lignes relatives à la dépendance totale. Ensuite il a fallu retraiter les doublons. Dans ce cadre, voici les différents cas remontés :

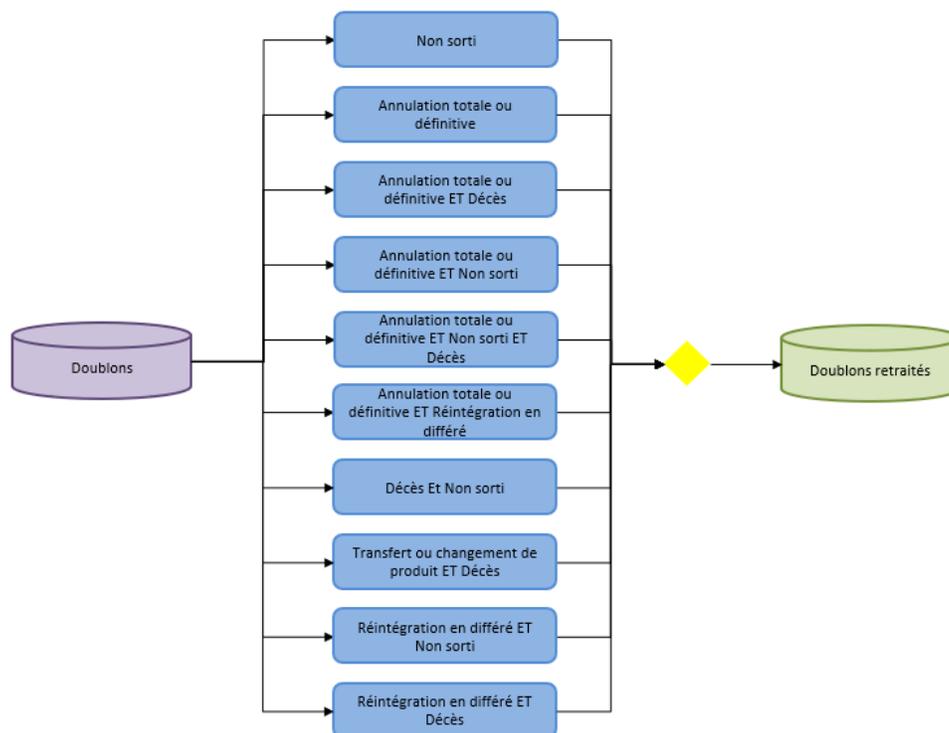


FIGURE 3.1 – Analyse des doublons.

Après avoir abouti à des données retraitées et pouvant être analysées (le détail des retraitements est indiqué en section 3.3), nous avons sélectionné les variables les plus pertinentes :

- Le code produit ;
- Le niveau de dépendance ;
- Le libellé de sortie du compte ;
- La date de naissance de l'assuré (notée DDN) : jj/mm/aaaa ;
- La date de souscription (notée DDS) : jj/mm/aaaa ;
- La date de consolidation (notée DDC) : jj/mm/aaaa ;

- La date de décès de l'assuré : jj/mm/aaaa ;
- La date de sortie du compte (notée DS) : jj/mm/aaaa.

Nous avons également ajouté la variable Cause de sortie (notée C), égale à 0 si censure, ou 1 si le motif de sortie correspond à un décès ayant eu lieu avant le **31/12/2019**. En effet, les décès survenus après le 31/12/2019 n'ont pas été comptabilisés puisque la date de fin d'observation a été fixée à cette date.

### 3.1.2 La censure

Lors du traitement des données, il convient de prêter une attention particulière au phénomène de censure. Ce phénomène se produit lorsque des assurés quittent le portefeuille avant la réalisation de la variable d'intérêt (ici le décès). En effet, nous disposons de données jusqu'à une certaine date, et certains assurés, à cette date, ne sont pas décédés. Dans ce cas, nous parlons de censure à droite. Il faut donc ici considérer comme date de sortie la date minimum entre la date de fin d'observation et la date de décès. Cet élément a été pris en compte dans nos calculs.

Notons  $N_C$  le nombre d'individus présents dans la base des cotisants. Les variables présentées précédemment permettent de définir, pour chaque individu  $i \in \{1, \dots, N_C\}$ , l'âge de début d'observation ( $x_i$ ) et l'âge de fin d'observation ( $y_i$ ), de la manière suivante :

$$x_i = \text{DDS}_i - \text{DDN}_i$$

Et

$$y_i = \min(\text{DS}_i, \text{DF}) - \text{DDN}_i$$

Où DF représente la date de fin d'observation.

## 3.2 Cinématique générale du traitement des données

Comme évoqué dans Planchet (2007), « les données sont en effet issues de systèmes de gestion souvent hétérogènes, ayant évolué au fil du temps, et doivent faire l'objet de retraitement pour être exploitées statistiquement ». Dans ce cadre, le traitement des données a consisté à réaliser les étapes suivantes :

- Sélection des données relatives à la dépendance totale ;
- Vérification des données ;
- Calcul des variables intermédiaires ;
- Analyse descriptive.

### 3.3 Contrôles effectués

La mesure de l'engagement de l'assureur nécessite de disposer d'un volume suffisant de données fiables afin de cerner la volatilité de la mortalité.

#### 3.3.1 Contrôle de premier niveau : Détection et traitement des doublons

Dans un premier temps, les contrôles suivants ont été effectués :

- Sélection des lignes sans doublons ;
- Sélection des lignes avec doublon (Code produit x Date de naissance x Date de consolidation x Date de jouissance) ;
- Retraitement des lignes avec doublon (consolidation des éléments suivants : Libellé de sortie de compte, Date de décès, Date de souscription, Date de jouissance, Date de consolidation).

#1/2 Premier retraitement : Détection et traitement des doublons	
Commentaires	Nombre de lignes
Données initiales	2 683
Données sans doublons	2 592
Données avec doublons	91
Données avec doublons supprimées	49
<b>Données suite au premier retraitement</b>	<b>2 634</b>

FIGURE 3.2 – Bilan du premier retraitement.

Sur les **2 683 lignes** correspondant à la dépendance totale, moins de **4%** correspondent à des lignes avec doublon, et parmi ces doublons, plus de la moitié a été supprimée suite à la consolidation décrite précédemment.

#### 3.3.2 Contrôle de deuxième niveau : Détection et suppression des anomalies

La deuxième étape des contrôles a consisté à détecter des anomalies dans les données fournies. Nous observons qu'une très grande part de lignes ne présente aucune anomalie (plus de **95%** du total général). **61 lignes** ont été supprimées car elles correspondent à des contrats annulés de façon totale ou définitive. Au total, nous avons supprimé **110 lignes sur 2 683**, soit moins de **5%** des données fournies.

<b>#2/2 Deuxième retraitement : Détection et suppression des anomalies</b>	
<b>Commentaires</b>	<b>Nombre de lignes</b>
Données suite au premier retraitement	2 634
Rien à signaler	2 571
Date de décès renseignée pour un individu déclaré comme "Non sorti"	2
Données supprimées - Motif : annulation totale ou définitive	61
<b>Données suite au deuxième retraitement</b>	<b>2 573</b>

FIGURE 3.3 – Bilan du deuxième retraitement.

### 3.4 Statistiques descriptives

Dans la suite, une attention particulière sera portée sur les deux indicateurs suivants :

- La mortalité durant la première année de dépendance totale ;
- Le niveau de mortalité après dix ans d'ancienneté.

En effet, comme le rapporte Biessy (2013), la dépendance totale se caractérise par un taux de mortalité élevé durant les douze premiers mois d'ancienneté, puis un ralentissement de la mortalité après ce seuil. En outre, la dépendance totale étant une situation particulièrement sévère, l'ancienneté attendue ne doit pas dépasser dix ans, hormis pour la pathologie démence où une ancienneté très grande peut être observée.

### 3.4.1 Distribution des souscriptions par tranche d'âges

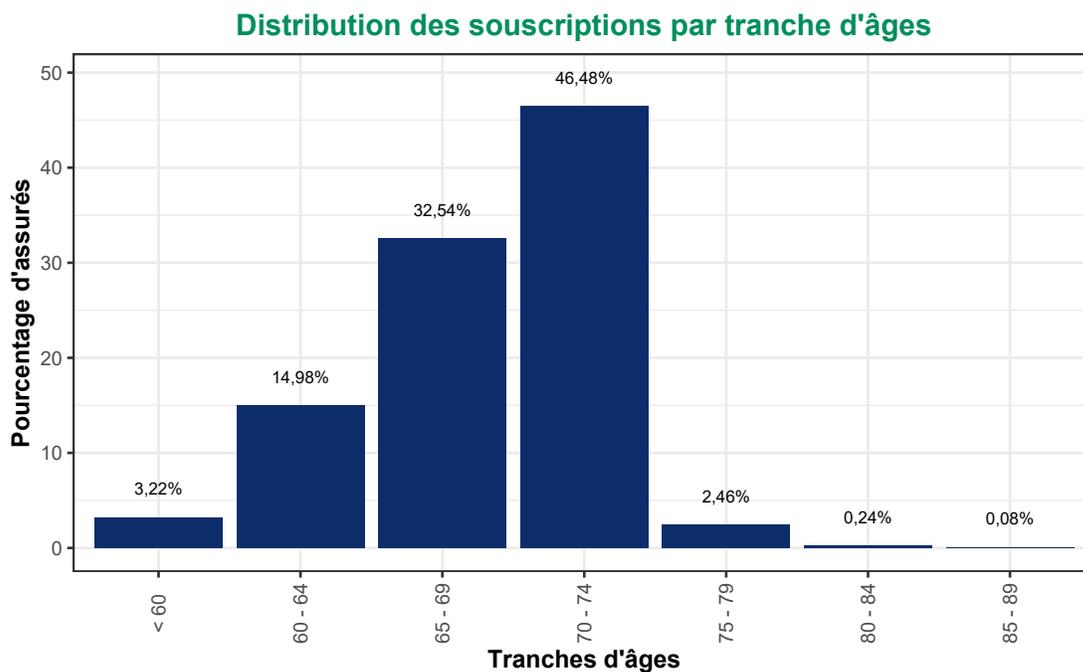


FIGURE 3.4 – Distribution des souscriptions par tranche d'âges.

La figure suivante représente la distribution des souscriptions par tranches d'âges au sein du portefeuille. On observe un nombre réduit de souscriptions avant l'âge de 60 ans et après 75 ans. Le pic de souscriptions a lieu à la tranche d'âge 70-74 ans. Ces observations apparaissent cohérentes lorsqu'on les rapproche du référentiel suivant :

- L'âge moyen de souscription des produits d'assurance dépendance en France est de 65 ans ;
- Les prix augmentent exponentiellement avec l'âge ;
- Sentiment d'immunité au sein de la population générale.

### 3.4.2 Distribution des souscriptions par produit

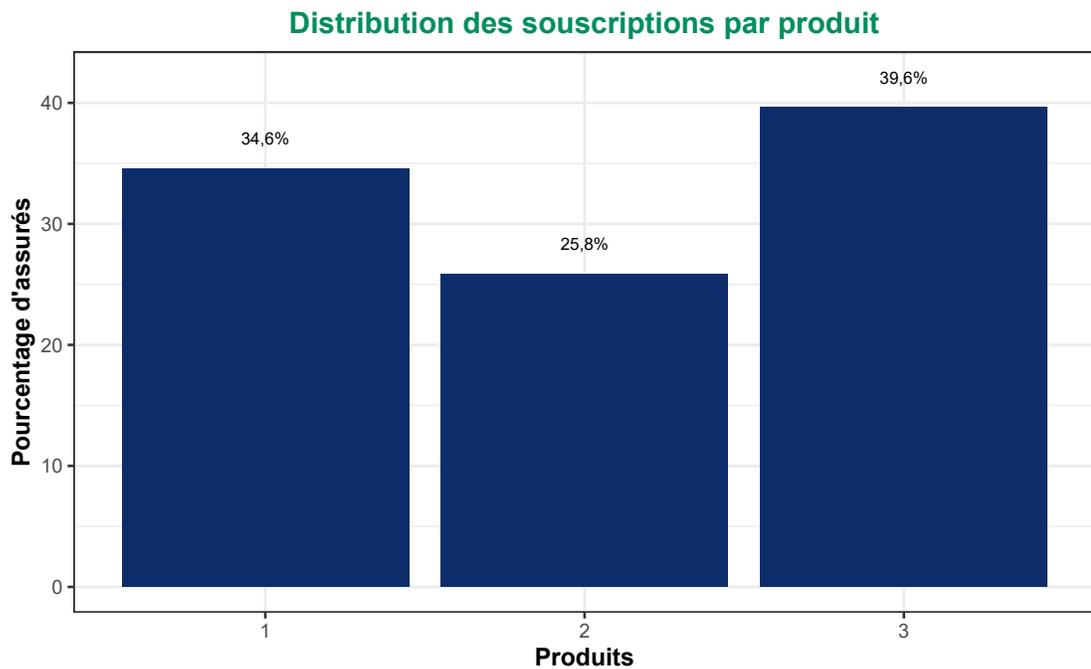


FIGURE 3.5 – Distribution des souscriptions par produit.

La figure suivante représente la distribution des souscriptions par produit. Le produit numéro 3 est celui qui totalise le plus de souscriptions, suivi par les produits numéros 1 et 2.

### 3.4.3 Distribution de l'entrée en dépendance totale par tranche d'âges

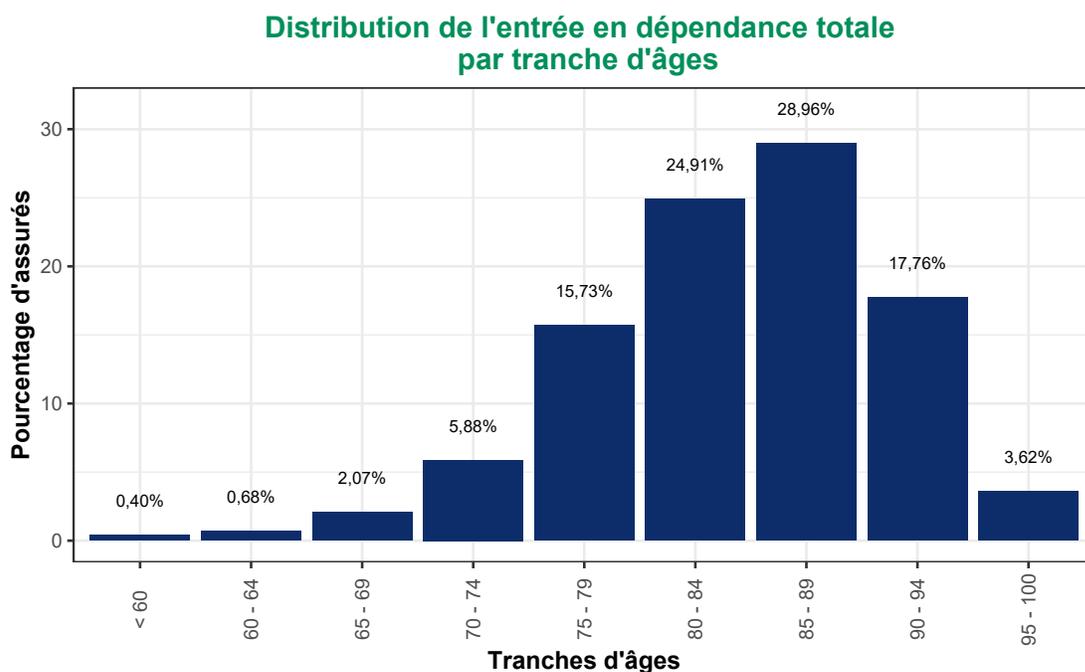


FIGURE 3.6 – Distribution de l'entrée en dépendance totale par tranche d'âges.

La figure suivante représente la distribution de l'entrée en dépendance totale par tranche d'âge. On observe un nombre de souscriptions non significatif avant l'âge de 70 ans. Le pic d'entrée en dépendance totale a lieu à la tranche d'âge 85-89 ans ; sur le plan national, le risque de dépendance totale est concentré entre 80 et 90 ans (cf. Planchet (2013)). Précisons que ce sont des résultats temporaires (à cause de la censure à droite) et que la distribution à l'ultime des âges d'entrée en dépendance ne sera connue qu'au départ du dernier assuré autonome.

### 3.4.4 Distribution des âges d'entrée et de décès en dépendance totale

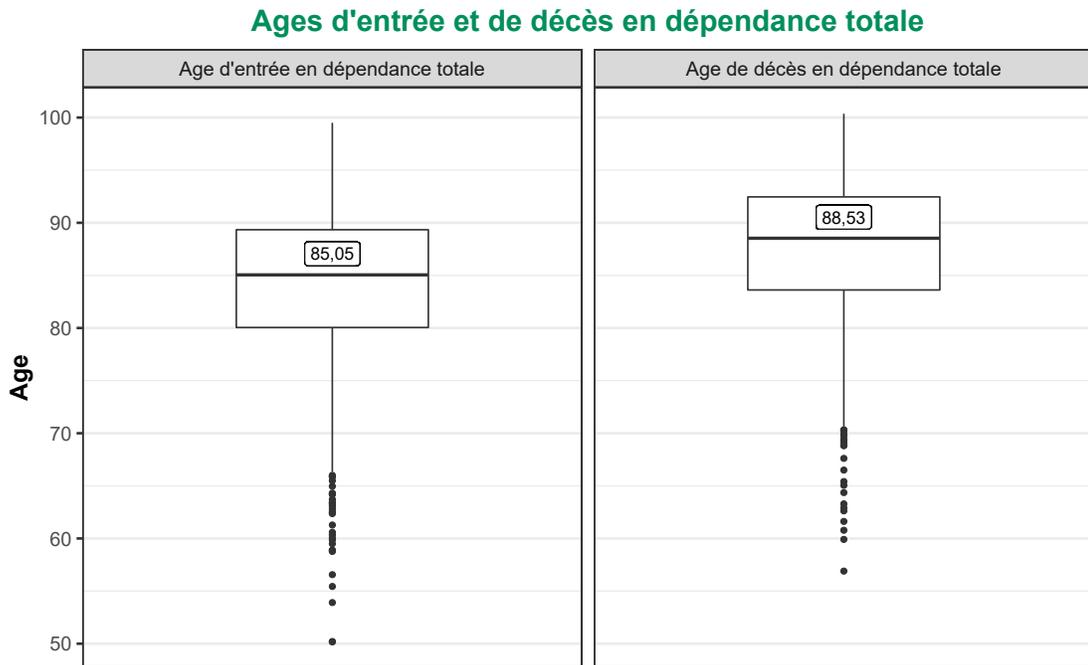


FIGURE 3.7 – Distribution des âges d'entrée et de décès en dépendance totale.

La figure suivante représente la distribution de l'entrée en dépendance totale par tranche d'âge.

#### **Age d'entrée :**

50% des données relatives à l'âge d'entrée en dépendance totale sont comprises entre 80,05 et 89,34 ans. La médiane est à 85,05 ans.

#### **Age de décès :**

50% des données relatives à l'âge de décès en dépendance totale sont comprises entre 83,61 et 92,46 ans. La médiane est à 88,53 ans. Ce résultat est très impacté par la censure.

### 3.4.5 Distribution de l'ancienneté à la sortie de la base

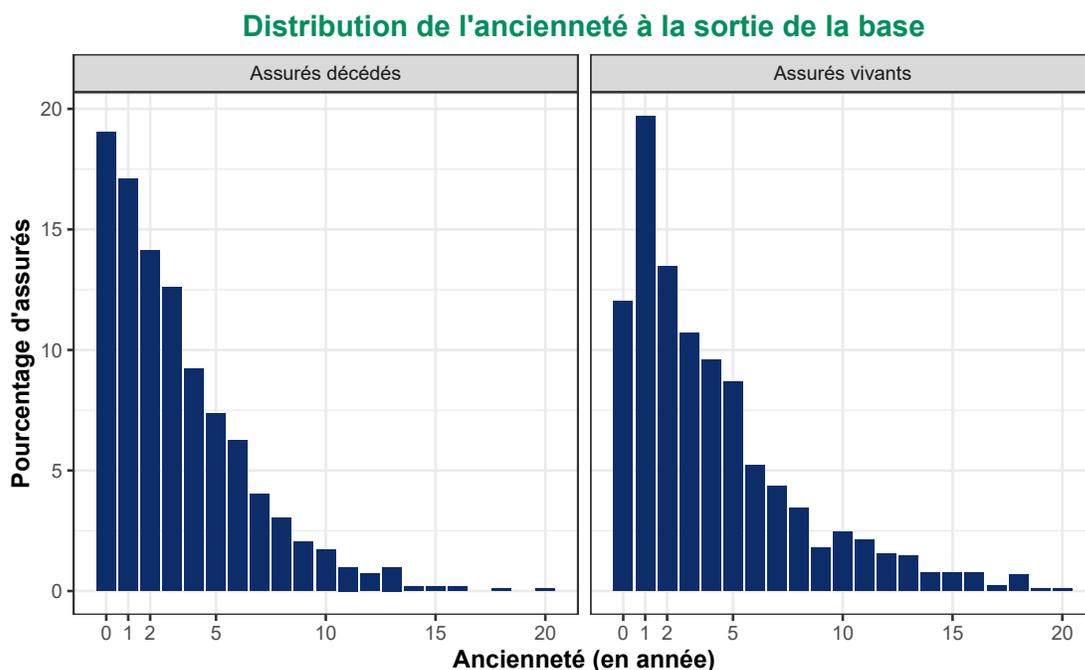


FIGURE 3.8 – Distribution de l'ancienneté à la sortie de la base.

La figure suivante représente la distribution de l'ancienneté en dépendance totale à la sortie de la base. La typologie de ce risque implique de s'attendre à observer dans le portefeuille des anciennetés ne dépassant pas 10 ans. Néanmoins, la démence peut expliquer l'observation d'anciennetés au-delà de ce délai. Cela correspond à ce qui est observé dans le portefeuille :

- Aussi bien pour les assurés décédés que vivants, la proportion d'assurés présents dans le portefeuille est réduite au-delà de dix ans d'ancienneté ;
- Un grand nombre de décès a lieu pendant les douze premiers mois d'ancienneté.

### 3.4.6 Distribution de l'entrée en dépendance totale par année calendaire

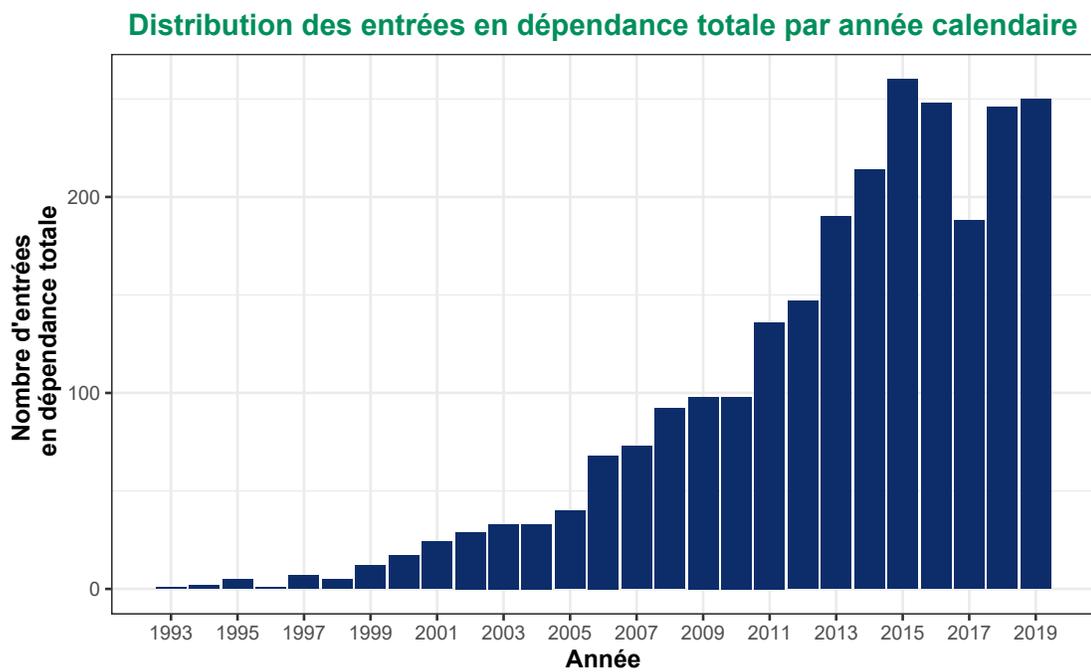


FIGURE 3.9 – Distribution des entrées en dépendance totale par année calendaire.

La figure suivante représente la distribution des entrées en dépendance par année calendaire. Le nombre d'entrées en dépendance totale est relativement réduit jusqu'en 2005, puis augmente significativement à partir de 2013.

### 3.4.7 Distribution des décès par année calendaire

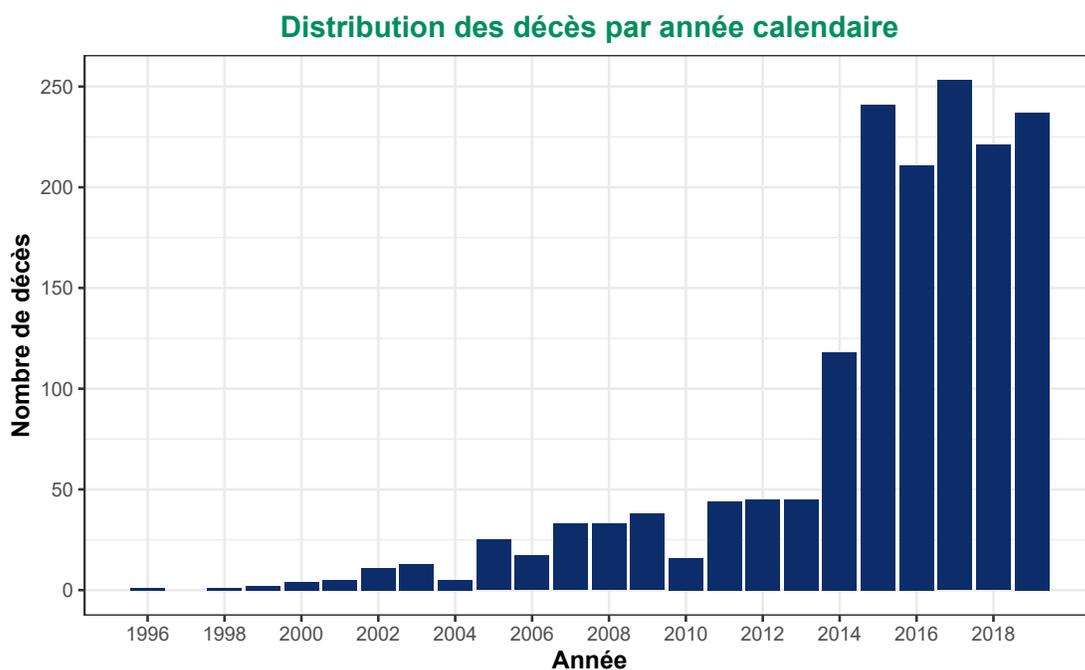


FIGURE 3.10 – Distribution des décès par année calendaire.

La figure suivante représente la distribution des décès par année calendaire. Le nombre de décès est relativement réduit jusqu'en 2013, puis augmente significativement ensuite. On observe plus de 250 décès en 2017.

## CHAPITRE 4

# LOI DE DÉCÈS EN DÉPENDANCE TOTALE - MÉTHODOLOGIE

L'objectif du quatrième chapitre est de présenter les tables de mortalité ainsi que les notions fondamentales relatives à leur construction. Il s'agira également de présenter le principe de construction d'une loi de décès en dépendance totale.

### 4.1 Tables de mortalité

Les tables de mortalité ont une grande importance dans la tarification et le provisionnement de toute garantie liée à la durée de vie, puisque les lois afférentes servent de base aux calculs effectués. Dans la suite, il s'agira de définir différents types de tables de mortalité ainsi que les notions mathématiques initiales relatives à leur construction.

#### 4.1.1 Types des tables de mortalité

Il existe deux types de tables de mortalité :

- Les tables réglementaires ;
- Les tables d'expérience.

D'un point de vue technique, nous distinguons deux types des tables :

- Les tables du moment (statiques) ;
- Les tables prospectives.

#### Les tables réglementaires

En fonction du type de produit, nous avons trois tables réglementaires :

- contrats en cas de décès : les tables TH et TF 00-02.

- contrats en cas de vie (à l'exclusion des rentes) : les tables TH et TF 00-02 utilisées avec des décalages d'âges.
- contrats de rentes viagères immédiates ou différées : les tables TGH et TGF 05.

Les tables TH et TF 00-02 ont été construites à partir des données de l'INSEE issues des observations réalisées entre 2000 et 2002 et concernent les contrats d'assurance vie souscrits depuis le 1er juillet 1963. La mention TF (respectivement TH) est relative à la mortalité féminine (respectivement masculine). De plus, les rentes viagères imposent le recours à des tables de mortalité prospectives. Dans ce cadre, les tables de génération TGH et TGF 05 ont été obtenues via la mortalité des personnes bénéficiaires de contrats de rentes observée sur la période 1993-2005 ainsi que des données relatives à la population générale (INSEE) de 1962 à 2000. Ces tables par génération sont utilisées depuis le 1er janvier 2007 pour tarifier et provisionner des contrats de rentes viagères immédiates ou différées.

## Les tables d'expérience

Dans le cadre du suivi technique de ses produits, une compagnie d'assurance peut préférer utiliser des tables de mortalité d'expérience dans le but d'évaluer le niveau de la prime pure dans les contrats couverts ainsi que le niveau de provisionnement des engagements dans les comptes sociaux. Il est en effet pertinent de tenter de capturer tout comportement du portefeuille d'assurés qui ne serait pas prévu par les tables de mortalité réglementaires. Cette disposition est d'ailleurs prévue par l'article A. 132-18 du Code des assurances. Une fois la table d'expérience construite, celle-ci doit être certifiée selon une procédure définie par l'Institut des actuaires et décrite en détail dans Planchet (2021b). Une des manières d'obtenir une information fiable sur la mortalité d'expérience du groupe consiste à positionner cette mortalité par rapport à une référence, que celle-ci soit une table nationale, une table de place ou une table d'expérience construite sur une population plus large présentant des similitudes de comportement sur ce registre. Une table de mortalité est décrite principalement par le niveau de la mortalité à un moment déterminé ainsi que par la tendance future d'évolution des taux de décès. Cette structure implique que le positionnement par rapport à une référence peut, en fonction de la qualité des données disponibles, s'envisager de deux manières :

- un positionnement uniquement sur le niveau, la tendance reprenant strictement la tendance de la référence proposée ;
- un positionnement à la fois sur le niveau et sur la tendance. Plus fastidieux à implémenter, il permet une analyse plus fine du risque de longévité lorsque le volume de données est suffisant.

## Les tables de mortalité statiques

Les tables de mortalité statiques sont fonction de l'âge. Elles décrivent, à un moment donné, la mortalité d'une population de façon globale : la génération à laquelle appartient un assuré n'est pas prise en compte. Toutefois, ces tables peuvent être segmentées selon des variables discriminantes, telles que le sexe, le type de contrat, ou bien le fait d'être fumeur ou non fumeur.

## Les tables prospectives

L'objectif des tables prospectives est de tenir compte des évolutions à venir de la mortalité. Dans ce but, on commence par ajuster les tendances passées avant de les extrapoler à l'avenir. De plus, on tient compte de l'âge des individus ainsi que de l'année calendaire. Construire ce type de tables implique donc de pouvoir disposer d'un volume de données très important (incluant le nombre de décès observés parmi les assurés pour différents âges et différentes années) puisque le but est de construire une surface de mortalité spécifique de la population concernée qui anticipe correctement les évolutions de la mortalité. Il est également nécessaire de projeter dans le futur l'ajustement des taux de mortalité passés dans le but de prendre en compte l'évolution potentielle de la mortalité au cours du temps.

### 4.1.2 Notions fondamentales

#### Structure d'une table de mortalité

Dans la pratique, une table de mortalité est déterminée principalement par trois variables :

- $x$  : l'âge atteint par l'assuré,
- $l_x$  : le nombre de survivants à l'âge  $x$ ,
- $d_x$  : le nombre de décès à l'âge  $x$ .

avec  $d_x = l_x - l_{x+1}$  ;  $d_w = l_w$  puisque  $l_w = 0$  ;  $w$  étant l'âge limite de la table de mortalité.

Dans la suite, nous allons présenter d'autres les principales grandeurs associées à une table de mortalité.

#### Fonction de survie

Nous avons, par définition,  $S(t) = 1 - F(t) = \mathbb{P}[T > t]$  où  $T$  est une variable aléatoire, à valeurs positives, représentant la durée de vie d'un individu. La fonction de survie représente, pour  $t$  fixé, la probabilité de survivre jusqu'à l'instant  $t$ .

La survie d'un individu après un instant  $t + u$ , sachant qu'il a déjà survécu jusqu'en  $u$ , s'exprime par  $S_u(t) = \mathbb{P}[T > t + u \mid T > u]$ .

Avec la définition de la probabilité conditionnelle, il vient :

$$S_u(t) = \mathbb{P}[T > t + u \mid T > u] = \frac{\mathbb{P}[T > t + u]}{\mathbb{P}[T > u]} = \frac{S(t + u)}{S(u)}$$

### Force de mortalité

Dans le cas de la mortalité, la fonction de hasard est appelée force de mortalité et notée  $h$ , est souvent utilisée pour spécifier un modèle de durée. Elle caractérise, pour  $t$  fixé, la probabilité par unité de temps de mourir dans un petit intervalle de temps après  $t$ , conditionnellement au fait d'avoir survécu jusqu'au temps  $t$  :

$$h(t) = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}[t < T \leq t + u \mid T \geq t]}{u} = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln S(t)$$

Il en résulte que la fonction de hasard détermine entièrement la loi de  $T$  :

$$S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(s) ds\right)$$

$$S_u(t) = \exp\left(-\int_u^{u+t} h(s) ds\right) = \exp\left(-\int_0^t h(u+s) ds\right)$$

La fonction de hasard est appelée force de mortalité et notée  $\mu_x$ . En pratique, la force de mortalité correspond au nombre d'événements par personne x année.

### Exposition

L'exposition au risque à l'âge  $x$ , notée  $E_x$ , mesure le temps durant lequel les individus sont exposés au risque. Il s'agit de la durée totale vécue par ces individus durant la période d'observation. L'exposition peut également être interprétée comme la somme des années passées en portefeuille. Elle est définie par :

$$E_x = \int_{t=0}^1 L_{x+t} dt$$

L'exposition occupe une place centrale dans les modèles de mortalité, puisqu'elle sert de base au calcul de la force de mortalité. En effet, au niveau d'un portefeuille d'assurés, l'exposition correspond au produit personne x année qui intervient dans la définition de la force de mortalité présentée précédemment.

### Probabilité de décès et de survie

Nous définissons la probabilité de survie d'un individu à l'âge  $x$  pendant la durée  $t$ , que nous notons  ${}_t p_x$ , par :

$${}_t p_x = P(T_x \geq t) = P(T > t + x \mid T > x) = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

avec :

→  $T_x$  : durée de vie restante d'un individu ayant atteint l'âge  $x$ .

De même, nous définissons la probabilité de décès d'un individu à l'âge  $x$  décédant avant l'instant  $t$  par :

$${}_tq_x = P(T_x \leq t) = P(T \leq t + x | T > x) = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

Ainsi,  ${}_tp_x + {}_tq_x = 1$ .

### 4.1.3 Modèles linéaires généralisés

Les modèles linéaires généralisés sont caractérisés par trois éléments :

- Une variable aléatoire  $Y$  avec  $n$  réalisations indépendantes  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , et dont la densité appartient à la famille exponentielle.  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  correspond au vecteur à expliquer ;
- Pour chaque réalisation  $Y_j$ ,  $1 \leq j \leq n$  nous disposons d'un  $p$ -uplet de variables explicatives  $(X_{1,j}, \dots, X_{p,j})$  qui décrivent  $Y_j$ . Le prédicteur linéaire, composante déterministe du modèle notée  $\eta$ , est alors donné par  $\eta = X\beta$  ;
- Une fonction de lien qui lie la composante aléatoire au prédicteur linéaire :

$$g(\mathbb{E}(Y)) = \eta = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p$$

Ainsi, pour chaque observation  $i$  on a, pour tout  $j$  compris entre 1 et  $n$  :

$$\eta_j = g_n(\mu_j) = g_n(E(Y_j))$$

Lorsque la variable aléatoire  $Y$  appartient à la famille exponentielle, sa loi de probabilité est donnée par l'expression suivante :

$$f(y_j | \theta_j, \phi) = \exp\left(\frac{y_j \theta_j - b(\theta_j)}{a(\phi)} + c(y_j, \phi)\right)$$

où  $a(\cdot), b(\cdot)$  et  $c(\cdot)$  sont des fonctions spécifiques,  $\theta_j$  est le paramètre canonique et  $\phi$  est le paramètre de dispersion.

On fait l'hypothèse que le nombre de décès pour chaque couple (âge, ancienneté) suit une loi de Poisson :

$$D_{x,t} \sim \mathcal{P}(E_{x,t} \mu_{x,t})$$

Or la loi de Poisson appartient à la famille exponentielle. La fonction de lien canonique est la fonction  $\log$  dans ce cas.

## 4.2 Cadre théorique : Le modèle à trois états

La modélisation de la loi de décès en dépendance totale s'inscrit dans le cadre du modèle à trois états (Autonomie / Dépendance / Décès), dit *Illness – Death*. Ce modèle permet de décrire les transitions de passage entre les différents états possibles dans le cadre de la dépendance. Selon ce modèle, un individu en état d'autonomie peut tomber en dépendance, puis décéder. Ce même individu peut également décéder sans avoir été dépendant. Toujours selon ce modèle, un individu en état de dépendance peut décéder ou bien retrouver son autonomie (cette hypothèse, exceptionnelle dans le cas de la dépendance totale, ne sera pas admise dans la suite).

### Intensités de transition du modèle

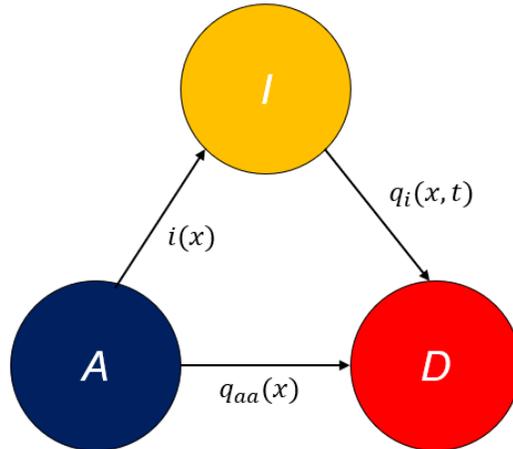


FIGURE 4.1 – Modèle à trois états.

Dans ce cadre, trois transitions sont à distinguer : le décès en situation d'autonomie, le décès en situation de dépendance et l'entrée en dépendance.

Nous pouvons interpréter chacune des trajectoires comme la réalisation d'un processus en temps continu  $(Y_u)_{u \geq 0}$  càd-làg indexé par l'âge atteint  $u$  par l'assuré et prenant ses valeurs dans l'ensemble  $E = \{A, I, D\}$  pour Autonomie, I comme *Illness* (Dépendance) et Décès. Définissons les probabilités associées au prochain changement d'état, dans un horizon d'un an :

- $i(x)$  : probabilité d'entrer en dépendance à l'âge  $x$  (ou loi d'incidence) ;
- $q_{aa}(x)$  : probabilité pour un autonome de décéder à l'âge  $x$  sans passer par l'état de dépendance ;
- $q_i(x, t)$  : probabilité de décès pour un individu entré en dépendance à l'âge  $x$  et ayant passé une durée  $t$  en dépendance.

Le Code des Assurances ne propose pas de tables réglementaires en ce qui concerne la garantie Dépendance. Dans ce cadre, ayant uniquement à disposition un portefeuille d'assurés tous devenus dépendants, le but sera de modéliser la loi de décès des individus en situation de dépendance totale.

Nous allons à présent introduire quelques méthodes d'estimation de la loi de décès en dépendance totale.

### 4.3 Construction de la loi de décès brute

La démarche de construction d'une table comporte globalement deux étapes :

- tout d'abord l'estimation de taux bruts, par âge, ou par âge et génération dans le cas de tables prospectives,
- puis ensuite l'ajustement de ces taux bruts à un modèle paramétrique ou leur régularisation dans le cadre semi ou non paramétrique.

Pour construire une loi de décès en dépendance totale, deux approches peuvent être envisagées :

- Une estimation sur la base de données de portefeuille, via différents estimateurs (Hoem, Kaplan-Meier, etc.) ;
- Une estimation via des tables pénalisées (exemples : modèle SCOR, modèle de Prévoyance Re).

En effet, en pratique on peut distinguer deux situations : tout d'abord, la situation idéale dans laquelle on dispose de données en quantité suffisante pour construire une table fiable. Mais dans certains cas il se peut que les données disponibles ne soient pas suffisantes pour déterminer de manière suffisamment précise la structure de la table, et on pourra alors chercher à positionner simplement la mortalité du groupe étudié par rapport à une mortalité de référence, qui fournira la structure générale. Notons dans ce cadre que, quelle soit la situation, la problématique du risque de table demeure, puisque dans tous les cas il y a un risque de mortalité totale imprévue résultant de l'incertitude dans la modélisation de la loi de maintien en dépendance.

#### 4.3.1 Estimateur de Hoem

En dimension 2, l'idée de l'estimateur de Hoem est de découper la plage des données étudiées en  $n \times m$  intervalles (ici les âges entiers et les anciennetés) puis, pour chaque individu, de calculer l'exposition dans chaque intervalle. Chaque individu pourra donc être présent dans plusieurs intervalles consécutifs, mais il n'aura pas toujours le même poids sur l'ensemble des individus d'un intervalle en fonction de sa durée d'exposition.

Les taux de mortalité bruts mensuels du rectangle  $(x,t)$ , où  $x$  correspond à l'âge atteint entier en dépendance totale et  $t$  la durée passée en dépendance totale en mois, sont estimés par la méthode de Hoem qui suppose que :

$$\hat{q}_{x,t} = 1 - \exp\left(-\frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}\right)$$

avec  $D_{x,t}$  et  $E_{x,t}$  le nombre de décès et la durée d'exposition au risque dans chaque rectangle « âge atteint x ancienneté ».

### 4.3.2 Approche par tables pénalisées

#### Modèle SCOR

Le modèle suivant a été utilisé par SCOR (1995) et fournit la loi de mortalité en situation de dépendance :

$$q_x^{\text{dépendant}} = 2 \cdot q_x^{TD8890} + 0,035$$

La table TD8890 est ici fortement mise à contribution. On observe dans ce modèle que la mortalité en dépendance totale augmente moins rapidement que la mortalité générale, en raison du terme constant.

#### Limites d'une telle approche et choix d'utilisation

Le fait de recourir à une approche par tables pénalisées présente à première vue plusieurs avantages : cela permettrait en effet, en théorie, de modéliser un risque nouveau grâce à des techniques connues et maîtrisées. Cela permettrait également d'expliquer le comportement du risque observé via un nombre réduit de paramètres, eux aussi connus et maîtrisés.

Or, comme disait Galilée, « les lois physiques ne sont pas déductibles des phénomènes ; elles sont cachées dans les phénomènes ». Ainsi, la dépendance étant un phénomène complexe, une approximation basée sur le bon sens ne suffit pas pour le décrire convenablement.

De plus, dans le cas du risque Dépendance, le fait d'appliquer à un portefeuille considéré une table basée sur une population de référence revient à associer à la population présente dans le portefeuille des propriétés d'une population de référence, or cela n'est pas toujours vrai, qui plus est en présence de phénomènes complexes, comme dans le cas de la Dépendance.

Dans la suite, il s'agira donc de construire une table d'expérience relative à un portefeuille CNP Assurances selon l'estimateur de Hoem.

## 4.4 Lissage de la loi de décès

Le processus de lissage peut être paramétrique ou non paramétrique.

- Lissage paramétrique : Cette procédure consiste à faire une hypothèse forte sur la loi sous-jacente (par exemple que la fonction de hasard est une fonction de Makeham). Il s'agit là d'une démarche d'ajustement à une distribution définie par un certain paramètre. Exemples : le lissage de Makeham et les interpolations à « jonction lisse ».
- Lissage non paramétrique : Cette procédure consiste à appliquer plusieurs retraitements aux données brutes initiales pour les rendre plus lisses. Ce type de lissage est fondé exclusivement sur les données. Exemples : le lissage P-splines et le lissage de type Whittaker-Henderson.

#### 4.4.1 Lissage non paramétrique par P-splines

##### Principe

Le lissage par P-splines (Eilers and Marx, 1996) repose sur deux concepts utilisés simultanément : le lissage par B-splines, dont il faudra ensuite corriger les inconvénients au moyen de la pénalisation de la vraisemblance.

Dans le cadre du lissage d'une loi de décès en dépendance totale, la non-linéarité des effets des covariables continues considérées (l'âge et l'ancienneté) exige d'avoir recours à des fonctions flexibles pour essayer de recueillir le plus d'informations possibles sur la mortalité brute observée. En raison de leur grande flexibilité, les polynômes par morceaux paramétriques, appelés B-splines, sont ainsi privilégiés.

L'idée du lissage par B-splines est de diviser la plage de la fonction à ajuster en sous-intervalles, puis d'ajuster une fonction simple sur chacun de ces sous-intervalles. Des contraintes seront imposées sur les coefficients de la base de splines (appelés nœuds), afin de maîtriser la régularité. L'avantage de ce procédé est que le recours à plusieurs polynômes est plus flexible que l'utilisation d'une seule fonction ajustée de façon globale.

Concrètement, un B-spline de degré  $d$  est une fonction polynomiale par morceaux de degré  $d$  dont le support est constitué de  $d + 1$  intervalles consécutifs reliés en  $d$  nœuds. On suppose les nœuds régulièrement espacés. Les B-splines ainsi que leurs  $d - 1$  premières dérivées sont continues partout, en particulier en chaque nœud.

Les nœuds sont les points intérieurs de la table choisis pour délimiter les zones et donc le nombre de splines à appliquer. Le choix des nœuds impacte fortement les résultats obtenus : un faible nombre de nœuds entraînera un sous-ajustement aux données, tandis qu'un nombre élevé de nœuds entraînera un sur-ajustement aux données. La notion de surajustement fait référence à la situation où un modèle qui contient de nombreux paramètres est ajusté sur un échantillon de taille très réduite : en prenant un autre échantillon de cette population, un modèle sur-ajusté pourrait en effet ne plus être valide. De plus, plus le nombre de paramètres de régression d'un modèle est important, plus le risque de surajustement est élevé, et plus la variance des prédictions sera importante.

Le lissage par P-splines permet de résoudre la question du nombre de noeuds à utiliser via la pénalisation des paramètres de régression adjacents.

L'idée du lissage P-splines est donc d'utiliser des B-splines, avec un grand nombre de noeuds équidistants, puis d'appliquer une pénalisation sur les coefficients des splines pour pénaliser les variations importantes entre paramètres adjacents et ainsi éviter un sur-ajustement aux données. Il s'agit en effet de lisser les prédictions obtenues, en pénalisant les fonctions qui entraînent des prédictions particulièrement instables.

De façon formelle, l'idée est d'estimer les paramètres de régression en maximisant la différence entre la vraisemblance (i.e la fidélité aux données) et le terme de pénalité (i.e l'irrégularité du modèle estimé) : on parle de vraisemblance pénalisée. De façon pratique, à chaque spline peuvent être associés un ou plusieurs termes de pénalité contrôlés par des paramètres de lissage. Les paramètres de lissage représentent les degrés de pénalisation souhaités. En pratique, ils sont inconnus et doivent être estimés tout comme les paramètres de régression.

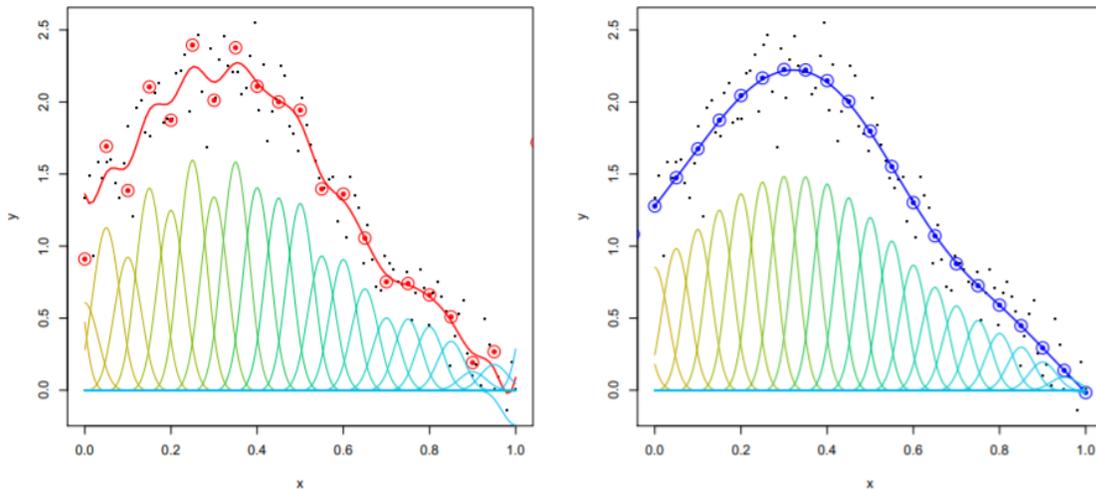


FIGURE 4.2 – Exemples de lissage B-splines et de lissage P-splines (Source : Dae-Jin Lee, Thèse de Doctorat - 2010).

### Processus d'optimisation

Nous supposons que les données peuvent être organisées en vecteur colonne  $y = \text{vec}(Y) = (y_1, \dots, y_n)^T$ . Définissons  $B_t = B(t) \in M_{n_t, k_t}(\mathbb{R})$  et  $B_x = B(x) \in M_{n_x, k_x}(\mathbb{R})$  les matrices de régression B-splines basées respectivement sur l'ancienneté  $t$  et sur l'âge à la survenance  $x$  avec  $k$  désignant le nombre de noeuds. Le produit de Kronecker permet ensuite d'obtenir la matrice de régression pour ce modèle à deux dimensions :

$$B = B_t \otimes B_x$$

Le vecteur des coefficients de régression associé à la matrice B, de longueur  $k_t k_x$ , est noté  $\theta$ . Dans le cadre des GLM, la fonction de lien  $g(\cdot)$  permet de lier le prédicteur linéaire  $\eta$  au vecteur à expliquer :

$$\eta = g(\mathbb{E}[y]) = \log(\mu) = B\theta = (B_t \otimes B_x) \theta$$

Les éléments du vecteur  $a$  sont organisés dans une matrice  $A \in M_{k_t, k_x}(\mathbb{R})$  où  $\theta = \text{vec}(A)$ . Les colonnes et les lignes de la matrice  $A$  sont fournies par  $A = (\theta_1, \dots, \theta_t)$  et  $A^T = (\theta_1, \dots, \theta_x)$ . Nous obtenons ensuite l'équation suivante :

$$\log(\mathbb{E}[y]) = B_t A B_x^T$$

Selon la définition du produit de Kronecker, le prédicteur linéaire des colonnes de Y correspond à la combinaison linéaire de  $k_x$  ajustements dans l'ancienneté  $t$ . Nous appliquons une pénalité à chaque colonne de la matrice A :

$$\sum_{j=1}^{k_x} \theta_j^T D_t^T D_t \theta_j = \theta^T (I_{k_x} \otimes D_t^T D_t) \theta$$

où  $D_t$  est la matrice des différences relativement à la dimension *ancienneté*.

En considérant cette fois-ci les lignes de Y, nous obtenons l'expression suivante par analogie :

$$\sum_{i=1}^{k_t} \theta_i^T D_x^T D_x \theta_i = \theta^T (I_{k_t} \otimes D_x^T D_x) \theta$$

où  $D_x$  est la matrice des différences relativement à la dimension *âge*.

La log-vraisemblance pénalisée s'écrit alors de la façon suivante :

$$l^* = l(\theta; B, y) - \frac{1}{2} \theta^T P \theta$$

où  $l(\theta; B, y)$  est la log-vraisemblance usuelle pour un GLM et le terme de pénalité P est défini ainsi :

$$P = \alpha (I_{k_x} \otimes D_t^T D_t) + \beta (D_x^T D_x \otimes I_{k_t})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les paramètres d'ajustement utilisés respectivement pour l'âge à la survénance et pour l'ancienneté, et  $I_{k_t}$  et  $I_{k_x}$  sont les matrices identités de dimensions  $k_t$  et  $k_x$ .

Maximiser la log-vraisemblance pénalisée consiste ainsi à résoudre l'équation suivante :

$$B^T (y - \mathbb{E}[y]) = P \theta$$

Cette équation peut être résolue au moyen de l'algorithme de Newton-Raphson :

$$(B'W^{(k)}B + P)\hat{\theta}^{(k+1)} = B'W^{(k)}B\hat{\theta}^{(k)} + B'(y - \mu^{(k)})$$

où :

- $W^{(k)}$  correspond à la matrice de poids ;
- $B$  est la base de splines.

Cet algorithme peut être réécrit de la façon suivante :

$$(B'W^{(k)}B + P)\hat{\theta}^{(k+1)} = B'W^{(k)}Bz^{(k)}$$

Avec :

$$z^{(k)} = \eta^{(k)} + (W^{(k)})^{-1}(y - \mu^{(k)})$$

Il s'agit d'un algorithme itératif. En effet,  $z$ ,  $W$  et  $\theta$  sont calculés de façon itérative, selon le processus suivant :

- 1: On initialise  $\theta$  ( $=\hat{\theta}^{(0)}$ ) ;
- 2: On utilise  $\hat{\theta}^{(0)}$  pour estimer  $W^{(0)}$  et  $\mu^{(0)}$  ;
- 3: Sachant que  $\eta^{(0)} = B\theta^{(0)}$ , on obtient  $z^{(1)}$  ;
- 4: On déduit une nouvelle valeur pour  $\theta$ , notée  $\hat{\theta}^{(1)}$  ;
- 5: On répète les étapes 2 à 4 jusqu'à la convergence.

Où :

- $W^{(k)}$ ,  $\theta^{(k)}$  et  $\mu^{(k)}$  sont les solutions intermédiaires dans le cadre de l'algorithme de Newton-Raphson ;
- $\hat{\theta}$  est l'estimateur recherché de  $\theta$ .

## 4.4.2 Lissage non paramétrique par Whittaker-Henderson

### Principe

La méthode de Whittaker-Henderson (Planchet, 2021a) consiste à retenir les valeurs qui minimisent un critère qui combine :

- une mesure de la fidélité aux données brutes (les taux révisés doivent être proches des taux initiaux) ;
- une mesure de la régularité de la série (la suite des taux ajustés doit être la plus régulière possible).

La méthode de Whittaker-Henderson en dimension 2 est exprimée de la façon suivante :

- Le critère de fidélité s'exprime de la façon suivante :  $F = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J w_{ij} Deviance_{ij}$

Où

- $w_{ij}$  correspond à la matrice des poids ;
- *Deviance* est la déviance du modèle telle que

$$Deviance_{x,t} = \begin{cases} 2 * \left( D_{x,t} \ln \left( \frac{D_{x,t}}{E_{x,t} \hat{\mu}_{x,t}} \right) - (D_{x,t} - E_{x,t} \hat{\mu}_{x,t}) \right) & \text{si } D_{x,t} > 0 \\ 2 * E_{x,t} \hat{\mu}_{x,t} & \text{si } D_{x,t} = 0 \end{cases}$$

;

- Le critère de régularité s'exprime de la façon suivante :  $S = \frac{1}{2} \theta^T P \theta$ . Les termes  $\theta$  et  $P$  de cette égalité sont semblables à ceux définis dans le lissage P-splines ( $\theta$  correspond ici directement aux valeurs prédites par le modèle puisque la base de spline est remplacée par la matrice identité).

### Implémentation

Le critère à minimiser est une combinaison linéaire de la fidélité et de la régularité, le poids de chacun des deux termes étant contrôlé par un second paramètre  $h$  relatif à la pénalité appliquée :

$$M = F + h \times S$$

Le lissage par Whittaker-Henderson est un cas particulier du lissage P-splines. On reprend donc le processus d'optimisation relatif au lissage P-splines, qui se simplifie de la façon suivante :

$$(W^{(k)} + P) \hat{\theta}^{(k+1)} = W^{(k)} z^{(k)}$$

Où :

- $W$  est la matrice de poids (dans le cadre du GLM Poisson, il s'agit du nombre de décès prédits),
- $\theta = \log(\mu)$ .

Cet algorithme itératif se résout de la même façon que pour le lissage P-splines.

#### 4.4.3 Choix des paramètres de lissage

**Le critère BIC sera utilisé pour sélectionner le lissage le plus performant.** En effet, pour chacun des deux lissages présentés précédemment, nous allons tester plusieurs valeurs pour chaque terme de pénalité (le coefficient  $\alpha$  étant relatif à l'âge, le coefficient  $\beta$  étant relatif à l'ancienneté), et nous retiendrons les valeurs qui minimisent le critère BIC. Ce critère pénalise grandement la complexité du modèle quand le nombre de données est important. Il est défini de la façon suivante :

$$BIC = Deviance + \ln(n) * df$$

Où :

- $n$  est le nombre d'observations ;
- $df$  est le nombre de degrés de liberté du modèle.

Précisons également que les paramètres de lissage  $\alpha$  et  $\beta$ , utilisés respectivement pour l'âge et l'ancienneté, permettent de contrôler l'équilibre entre la régularité et la fidélité aux données brutes. Ainsi, des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  élevés augmentent le terme de pénalité et, avec lui, le lissage. Inversement, lorsque ces paramètres sont petits, le terme non pénalisé a plus d'importance et la courbe lissée est ainsi plus proche des données brutes.

Une fois la loi de décès lissée sélectionnée, il convient de la corriger sur la base de la mortalité générale (cf. table TF 00-02). En effet, la mortalité en dépendance totale ne peut pas être inférieure à la mortalité générale.

## 4.5 Fermeture de la loi de décès

Dans la suite, deux types d'extrapolation seront effectués :

- Extrapolation par reprise des taux de décès depuis la table de référence : La loi lissée corrigée sera complétée sur la plage [101 ; 112 ans] x [0 ; 240 mois] en récupérant les taux de décès entre 101 et 112 ans issus de la table de référence.
- Extrapolation par application du coefficient d'augmentation du taux de décès issu de la table de référence entre deux âges : La loi lissée corrigée sera complétée sur la plage [101 ; 112 ans] x [0 ; 240 mois] en appliquant les coefficients d'augmentation du taux de décès à partir de 100 ans issue de la table de référence.

## CHAPITRE 5

# LOI DE DÉCÈS EN DÉPENDANCE TOTALE - APPLICATION

L'objectif du cinquième chapitre est de présenter les résultats obtenus après application des méthodes définies dans le chapitre précédent. Il s'agira en effet de présenter les taux bruts de mortalité en dépendance totale, les différents lissages effectués ainsi que l'étape de fermeture de la loi de mortalité.

### 5.1 Cinématique générale

Dans la suite, les étapes suivantes seront réalisées :

- Estimation des taux de décès bruts ;
- Lissage des taux bruts sur la plage d'observation retenue ;
- Correction de la loi lissée sur la base de la table de référence TF 00-02 ;
- Extrapolation des taux de mortalité aux grands âges.

### 5.2 Décès et exposition observés

Nous constatons un faible nombre de décès avant l'âge de 65 ans et après l'âge de 100 ans. De plus, nous avons peu d'observations après 120 mois. Concernant l'exposition, nous remarquons une concentration entre 80 et 90 ans, ce qui est conforme aux observations à l'échelle nationale pour ce type de risque (cf. Planchet (2013)). **Sur cette base, nous retiendrons la plage d'observation suivante : [65 ; 100 ans] x [0 ; 240 mois].**

### Distribution des décès observés et de l'exposition

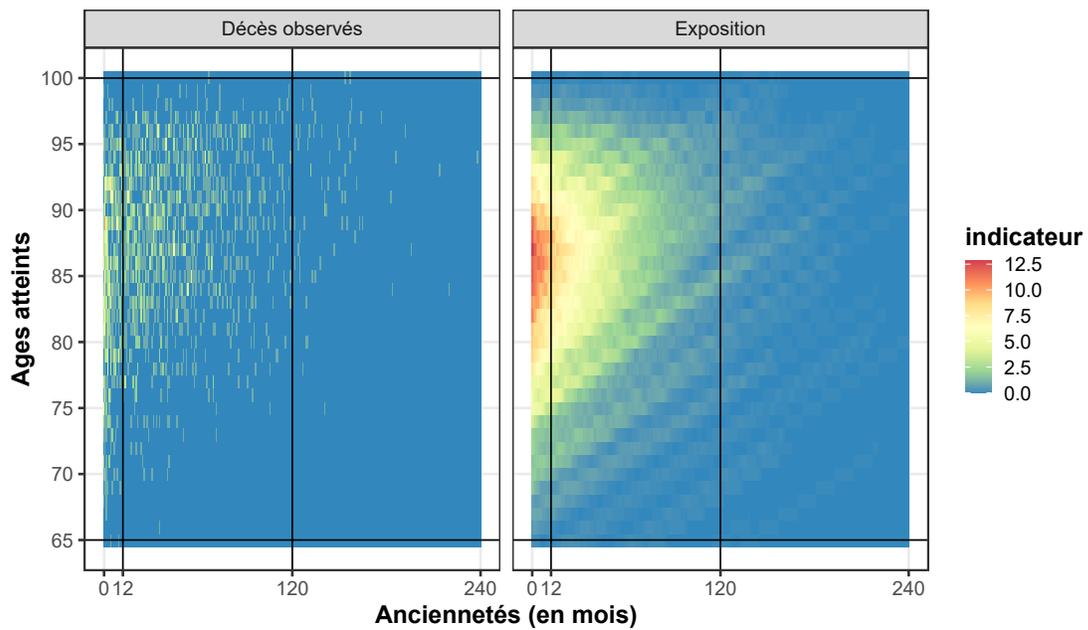


FIGURE 5.1 – Distribution des décès observés et de l'exposition.

### 5.3 Construction de la loi de décès conditionnelle brute

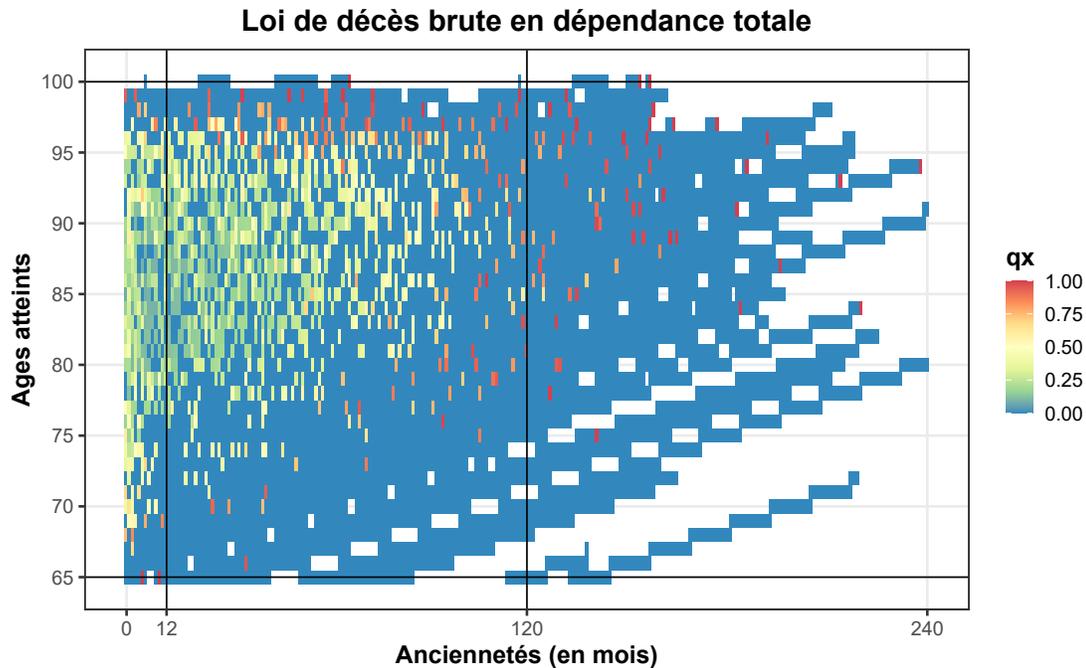


FIGURE 5.2 – Loi de décès brute en dépendance totale.

Nous obtenons une estimation de la loi de probabilité de survenance du décès (on parle dans ce cas de taux bruts). Ces taux sont caractérisés par des valeurs erratiques notamment aux âges/anciennetés extrêmes, ainsi qu’une grande volatilité entre les taux pour des anciennetés du même ordre de grandeur. **Le but du lissage sera donc de limiter ce phénomène tout en reflétant le plus fidèlement possible la loi de décès du portefeuille.**

### 5.4 Lissage de la loi de décès

Dans la suite, nous appliquerons le lissage P-splines ainsi que le lissage Whittaker-Henderson, puis nous poursuivrons la démarche sur la base du lissage le plus performant. Dans le but de déterminer les paramètres qui fournissent un lissage optimal (et qui minimisent donc **le critère BIC, choisi comme référence dans ce Mémoire**), nous avons choisi de faire varier les paramètres de lissage  $\alpha$  et  $\beta$  de  $10^0$  à  $10^{12}$ , tout en faisant varier l’ordre vertical de 1 à 2. Ainsi, dans le cadre du lissage P-splines, deux sous-étapes distinctes ont été effectuées :

- Obtention des paramètres de lissage  $\alpha$  et  $\beta$  directement via le critère BIC et la fonction MortalitySmooth2D ;

→ Sélection des paramètres de lissage  $\alpha$  et  $\beta$  via le critère BIC et la fonction MortalitySmooth2D, après avoir testé toutes les combinaisons possibles des paramètres  $\log(\alpha)$  et  $\log(\beta)$  parmi [1:12 ; 1:12] (cette sous-étape est signée “map” dans la suite).

### 5.4.1 Lissage non paramétrique par P-splines

BIC en fonction des paramètres de lissage

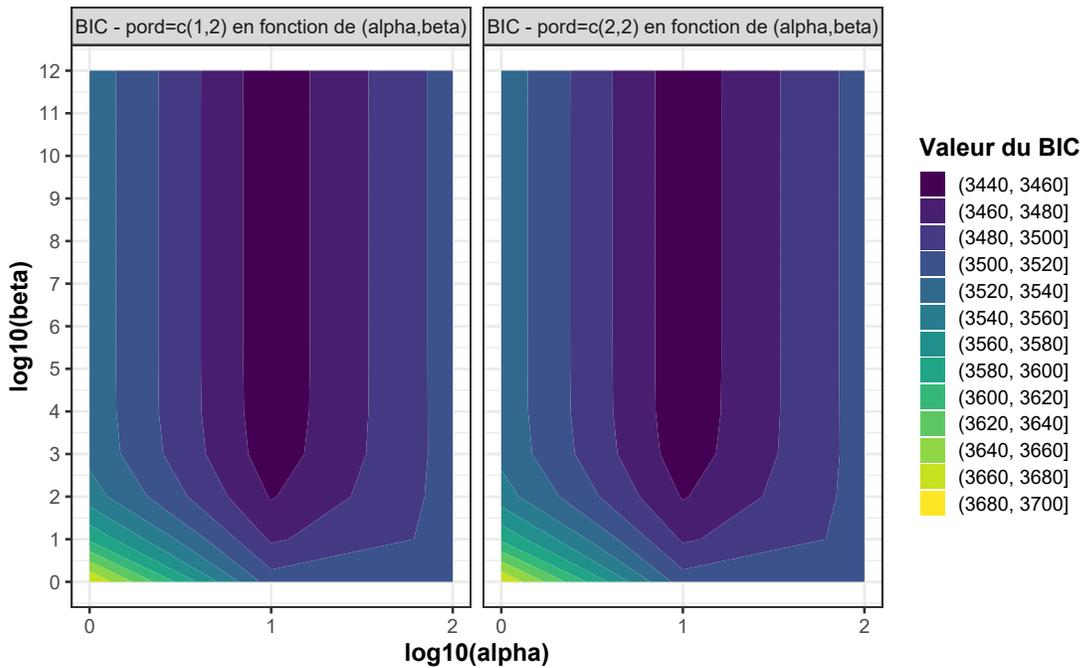


FIGURE 5.3 – BIC en fonction de alpha et beta (P-splines).

Aussi bien pour la première que pour la seconde option, nous avons zoomé sur l’intervalle [1 ;  $10^2$ ] pour  $\alpha$  car les résultats ne sont pas pertinents en dehors de cet intervalle. Aussi, nous constatons que la valeur du BIC augmente significativement lorsque  $\alpha$  est différent de 10. De plus, sous l’hypothèse que  $\alpha = 10$ , toute valeur de  $\beta$  supérieure ou égale à  $10^3$  est optimale car les valeurs du BIC sont très proches dans cette plage. Sur la base des résultats obtenus, nous retenons les paramètres ( $\alpha = 10$  ;  $\beta = 10^{10}$ ) car ces paramètres minimisent le BIC **pour les deux options**.

## 5.4.2 Lissage non paramétrique par Whittaker-Henderson

### BIC en fonction des paramètres de lissage

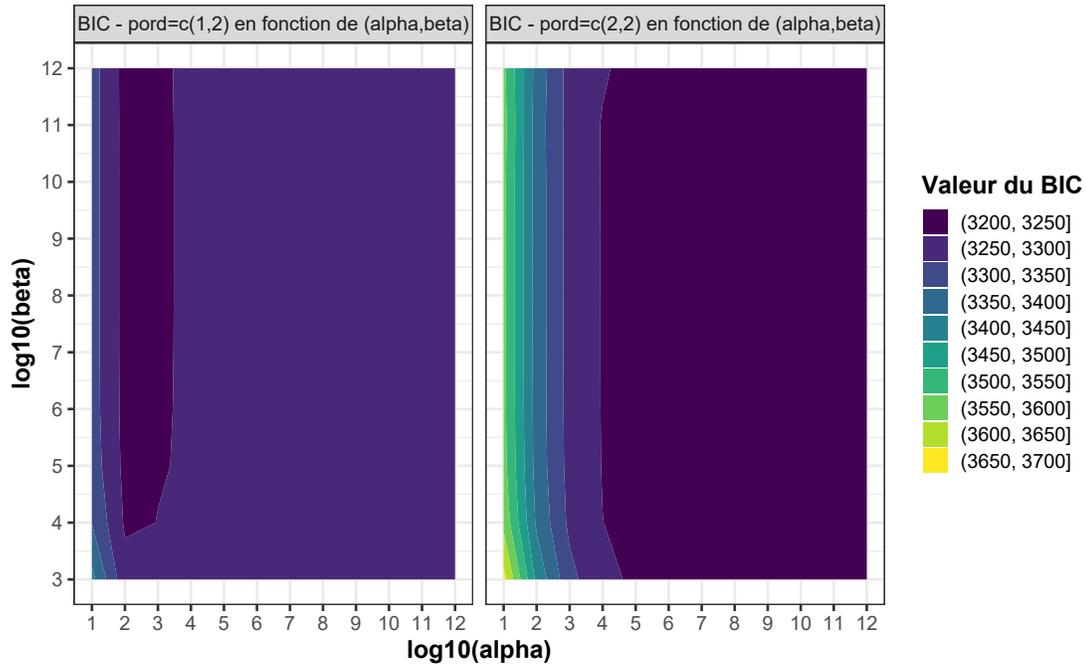


FIGURE 5.4 – BIC en fonction de alpha et beta (Whittaker-Henderson).

Aussi bien pour la première que pour la seconde option, nous avons zoomé sur la plage  $[10 ; 10^{12}] \times [10^3 ; 10^{12}]$  pour  $\alpha$  et  $\beta$  car les résultats ne sont pas pertinents en dehors de cette plage.

- Concernant la première option, nous constatons que le BIC admet un minimum pour  $\alpha = 10^2$ . On remarque également que, sous l'hypothèse que  $\alpha = 10^2$ , toute valeur de  $\beta$  supérieure ou égale à  $10^4$  est optimale car les valeurs du BIC sont très proches dans cette plage. Sur la base des résultats obtenus, nous retenons les paramètres  $(\alpha = 10^2 ; \beta = 10^{12})$  car ces paramètres minimisent le BIC.
- Concernant la deuxième option, le BIC varie fortement selon la valeur de  $\alpha$ . En effet, le BIC atteint son minimum pour  $\alpha$  supérieur ou égal à  $10^4$ , puis augmente significativement lorsque  $\alpha$  décroît. On remarque également que, sous l'hypothèse que  $\alpha$  est supérieur à  $10^4$ , toute valeur de  $\beta$  supérieure ou égale à  $10^3$  est optimale car les valeurs du BIC sont très proches dans cette plage. Sur la base des résultats obtenus, nous retenons les paramètres  $(\alpha = 10^{11} ; \beta = 10^3)$  car ces paramètres minimisent le BIC.

Type de lissage	Valeur de $\alpha$	Valeur de $\beta$
Lissage non paramétrique par P-splines (ordre vertical = 1 ; ordre horizontal = 2)	10	$10^{10}$
Lissage non paramétrique par P-splines (ordre vertical = 2 ; ordre horizontal = 2)	10	$10^{10}$
Lissage non paramétrique par Whittaker-Henderson (ordre vertical = 1 ; ordre horizontal = 2)	$10^2$	$10^{12}$
Lissage non paramétrique par Whittaker-Henderson (ordre vertical = 2 ; ordre horizontal = 2)	$10^{11}$	$10^3$

FIGURE 5.5 – Récapitulatif des paramètres de lissage choisis.

## 5.5 Comparaison des lissages implémentés

### Analyse graphique

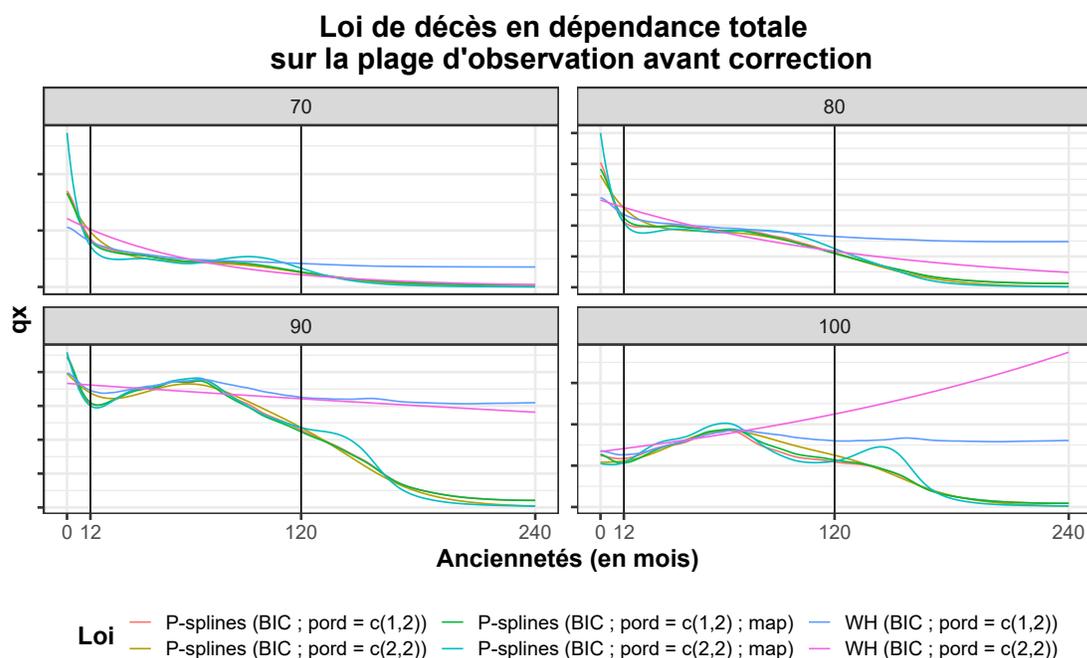


FIGURE 5.6 – Comparaison des méthodes de lissage.

Aux âges 70, 80 et 90, on remarque que les différentes lois obtenues ne présentent pas un nombre de fluctuations aberrant. Le lissage obtenu via le **modèle de Whittaker-Henderson (ordre vertical = 2 ; ordre horizontal = 2)** semble plus prononcé.

Concernant l'âge 100 ans, on remarque que les différentes lois obtenues via le modèle de lissage P-splines présentent un nombre de fluctuations qui ne correspond

pas à la complexité de ce type de risque. Le niveau de mortalité aux anciennetés élevées restitué par le **modèle de Whittaker-Henderson (ordre vertical = 2 ; ordre horizontal = 2)** correspond le plus à l'attendu.

## Analyse quantitative

Lissage	Valeur du BIC
P-splines (BIC ; pord = c(1,2))	3 458,4
P-splines (BIC ; pord = c(2,2))	3 416,1
P-splines (BIC ; pord = c(1,2) ; map)	3 446,9
P-splines (BIC ; pord = c(2,2) ; map)	3 446,9
Whittaker-Henderson (BIC ; pord = c(1,2))	3 234,5
Whittaker-Henderson (BIC ; pord = c(2,2))	3 224,6

FIGURE 5.7 – Comparaison sur la base du BIC.

Sur la base des résultats obtenus, le lissage retenu sera le lissage Whittaker-Henderson avec un ordre vertical et un ordre horizontal tous deux égaux à 2.

Après avoir sélectionné le lissage optimal, nous devons tester si les assurés relatifs à chacun des trois codes produits ont un comportement proche en terme de mortalité. En effet, dans le cas où les assurés rattachés à un code produit spécifique présentent une mortalité distincte de la mortalité globale, on ne pourra pas leur appliquer la loi de décès tout code produit confondu.

## 5.6 Analyse de la mortalité par produit

**Problématique : est-il justifié d'utiliser une loi de mortalité tous codes produits confondus ?**

**Test.** Si on suppose que, pour chaque code produit, la force de mortalité est égale à la force de mortalité issue de la loi globale (c'est-à-dire, tout code produit confondu), est-ce que le nombre de décès observé pour chaque code produit appartient à l'intervalle de confiance ?

On fait l'hypothèse que, pour chaque couple (âge, ancienneté), le nombre de décès suit une loi de Poisson. Dans ce cas, l'écart-type du nombre de décès est égal à la racine carrée du nombre de décès. Ce qui conduit à l'intervalle de confiance suivant pour le nombre de décès :

$$\text{Décès}_{\text{attendus}} - 2\sqrt{\text{Décès}_{\text{attendus}}} \leq \text{Décès}_{\text{observés}} \leq \text{Décès}_{\text{attendus}} + 2\sqrt{\text{Décès}_{\text{attendus}}}$$

En divisant chacun des membres des deux inégalités par le nombre de décès observés, nous obtenons un intervalle de confiance qui simplifie la prise de décision :

$$\frac{\text{Décès}_{\text{observés}}}{\text{Décès}_{\text{attendus}} + 2\sqrt{\text{Décès}_{\text{attendus}}}} \leq 1 \leq \frac{\text{Décès}_{\text{observés}}}{\text{Décès}_{\text{attendus}} - 2\sqrt{\text{Décès}_{\text{attendus}}}}$$

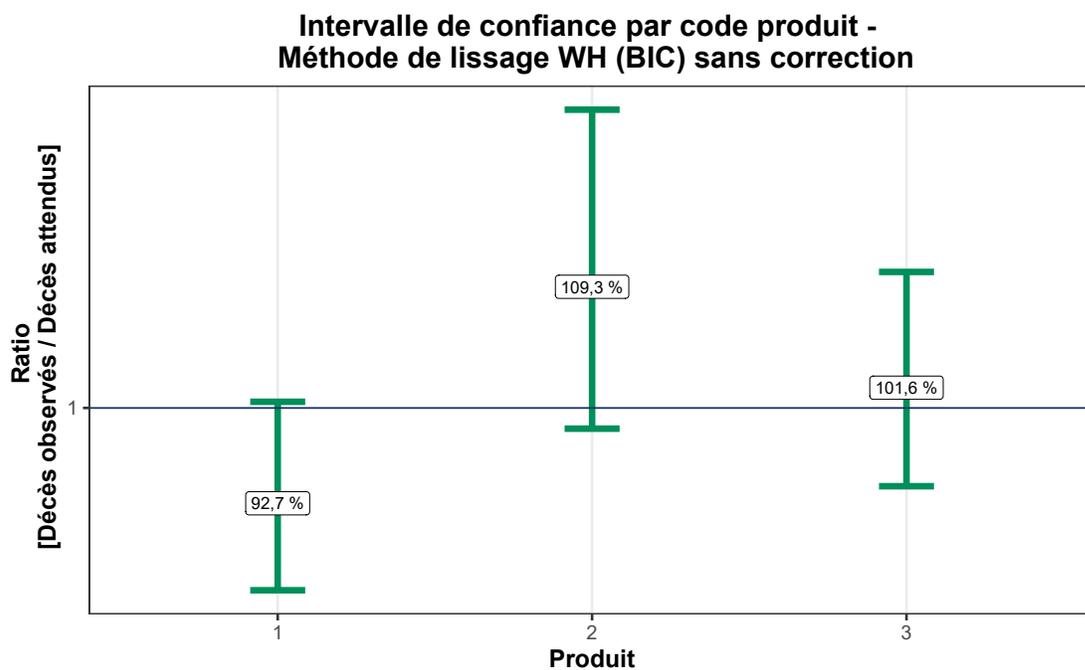


FIGURE 5.8 – Analyse de la mortalité par code produit.

Nous remarquons que, pour chacun des trois codes produits, 100% appartient à l'intervalle de confiance. Nous ne rejetons donc pas l'hypothèse que chaque portefeuille suit la mortalité de la loi globale. On peut donc assimiler la mortalité relative à ces codes produits à la mortalité tout code produit confondu.

Sur la base de ces résultats, nous pouvons utiliser une loi commune. Nous poursuivrons donc nos travaux en utilisant la loi tous codes produits confondus.

## 5.7 Correction de la loi de décès lissée

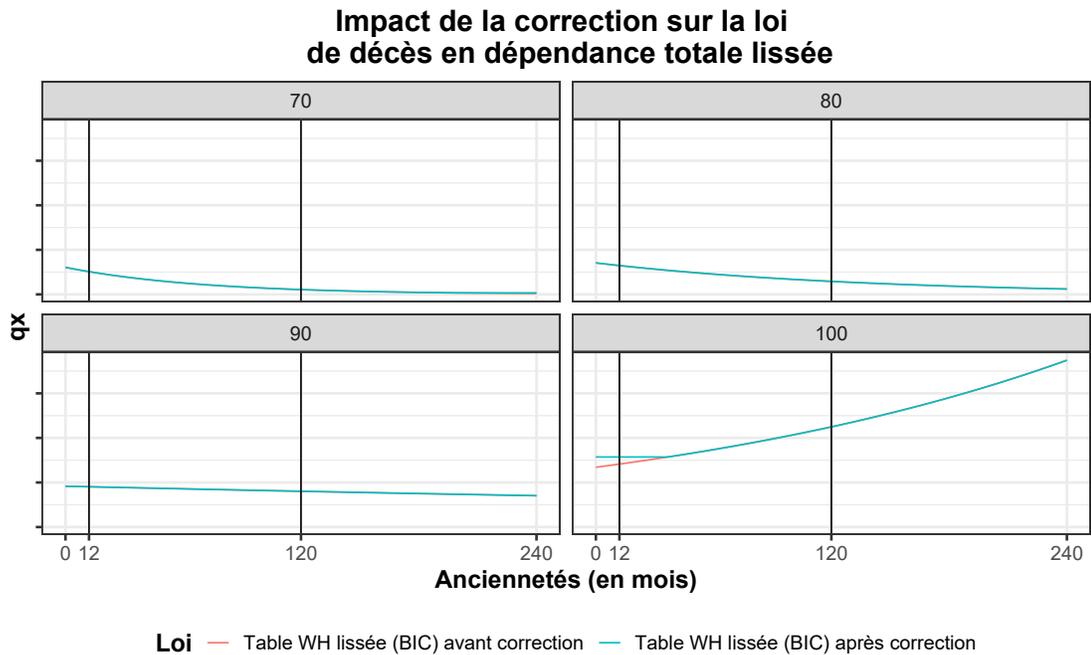


FIGURE 5.9 – Application de la correction par la table de référence.

On observe que, hormis pour l'âge de 100 ans et aux anciennetés inférieures à 120 mois, l'application de la correction n'a pas d'impact sur le lissage.

## 5.8 Fermeture de la loi de décès

Sur la base des résultats obtenus, nous choisissons de retenir la loi construite avec l'extrapolation numéro 2, qui fait intervenir l'application du coefficient d'augmentation entre deux âges du taux de décès issu de la table de référence. En effet, cette deuxième extrapolation semble plus raisonnable.

### Comparaison des extrapolations par âge atteint et ancienneté

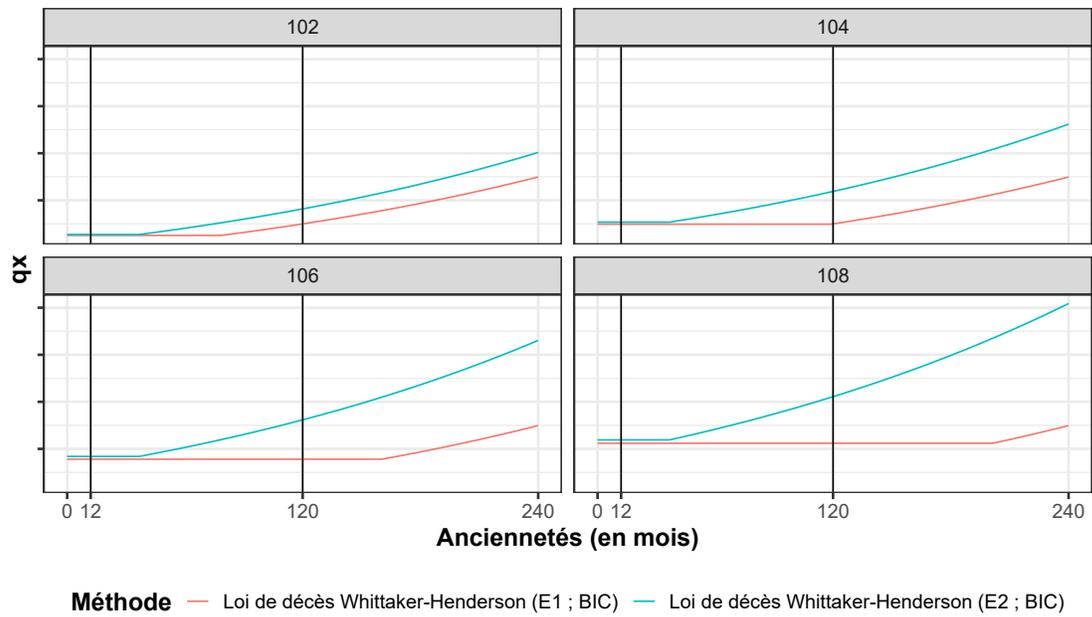


FIGURE 5.10 – Comparaison des méthodes d'extrapolation.

## CHAPITRE 6

# PRISE EN COMPTE DU RISQUE DE TABLE

L'objectif du sixième chapitre est dans un premier temps de présenter le risque de table ainsi que les travaux antérieurs à ce Mémoire pour le prendre en compte. Dans un second temps nous proposerons une méthodologie pour évaluer le risque d'estimation qui est l'une des composantes du risque de table.

### 6.1 Définition et décomposition du risque de table

Le risque de table désigne le risque financier pour l'assureur lié à l'incertitude relative à l'utilisation d'une loi biométrique. Selon la classification d'Alho (cf. BOOTH H. (2008)), le risque de table peut être décomposé en quatre sous-risques :

#	Nature	Causes
1	Risque mutualisable	Fluctuations de l'espérance empirique autour de l'espérance mathématique, compte tenu des fluctuations d'échantillonnage.
2	Risque systématique d'estimation des paramètres	Mauvaise estimation des paramètres du modèle, compte tenu par exemple des fluctuations d'échantillonnage.
3	Risque systématique de modèle	Mauvaise spécification du modèle ou un changement de tendance au cours du temps.
4	Risque systématique d'avis d'expert	Mauvais jugement de l'expert

FIGURE 6.1 – Risques relatifs à la construction d'une table de mortalité

#### Le risque mutualisable

Le risque mutualisable est dû aux fluctuations de l'espérance empirique autour de l'espérance mathématique, compte tenu des fluctuations d'échantillonnage.

C'est un risque lié à l'aléa de la durée de vie humaine. Ce risque traduit une différence entre le nombre de décès observés et le nombre de décès théoriques due aux fluctuations d'échantillonnage. C'est un risque dû à l'indépendance entre les polices d'assurance, indépendamment de l'homogénéité de la classe de risque.

## **Le risque systématique d'estimation**

Conformément à Planchet (2013), "il s'agit de prendre en compte le fait que les lois d'expérience sont des approximations des "vraies lois" sous-jacentes (risque d'estimation)". Le risque systématique d'estimation des paramètres est dû à une mauvaise estimation des paramètres du modèle, compte tenu par exemple des fluctuations d'échantillonnage, et augmente avec la segmentation des tables. En effet, les fluctuations d'échantillonnage sont plus importantes dans le cas d'un nombre d'observations restreint.

Ainsi, tenir compte du risque d'estimation, c'est quantifier l'incertitude qui provient des trois éléments suivants :

- Les fluctuations d'échantillonnage,
- La taille du portefeuille,
- L'hétérogénéité du portefeuille sur lequel l'estimation est effectuée.

## **Le risque systématique de modèle**

Le risque systématique de modèle est dû principalement à :

- L'utilisation d'un modèle avec un nombre de paramètres très élevé appliqué à un volume de données restreint ;
- L'utilisation d'un modèle inapproprié, à savoir l'application d'un modèle qui ne correspond pas aux données du portefeuille en question.

## **Le risque de dire d'experts**

Le risque systématique d'avis d'expert est dû à un mauvais jugement de l'expert lors de la prise en compte d'informations externes.

Dans le cadre du portefeuille analysé, le risque mutualisable est faible par rapport aux autres risques car il y a une mutualisation entre les assurés du portefeuille. L'évaluation de ce risque peut être effectuée en simulant le nombre de sinistres au sein du portefeuille. S'agissant du risque systématique de modèle, il a été réduit en utilisant deux modèles non paramétriques. Le risque d'avis d'expert n'intervient pas dans la démarche que nous proposons puisque nous avons choisi une approche statistique pour la sélection des paramètres de lissage. Sachant que les fluctuations d'échantillonnage, qui sont à l'origine du **risque systématique**

**d'estimation**, sont importantes lorsque le volume de données est restreint (ce qui est le cas ici, avec 2 573 individus dans le portefeuille), le but de ce Mémoire sera donc de quantifier ce risque.

## 6.2 Travaux antérieurs concernant la prise en compte du risque de table

Sur la base d'une méthodologie développée dans l'article Tomas and Planchet (2014), une manière de tenir compte de ce risque (dans une logique ORSA) consiste à injecter de l'aléa dans la loi de mortalité conditionnelle des individus en situation de dépendance, puis à évaluer le Best Estimate en ajoutant des intervalles de confiance autour de la moyenne. L'injection de l'aléa peut éventuellement se faire via la fonction Logit et une variable centrée gaussienne  $\epsilon$  dont on fera varier la volatilité  $\sigma_\epsilon$  de 1 à 20%\* (conformément aux préconisations du QIS5). (\*) Cet intervalle correspond à celui défini par les exigences actuelles qui régissent le risque de mortalité sous Solvabilité 2, et qui ont été spécifiées dans le QIS5.

### Principe

Après avoir estimé puis lissé la loi de mortalité conditionnelle brute des individus en situation de Dépendance, on y introduit le bruit via la fonction Logit et une variable centrée gaussienne  $\epsilon$  dont on fera varier la volatilité  $\sigma_\epsilon$  de 1 à 20%\* (conformément aux préconisations du QIS5). Puis, pour tenir compte du dire d'experts, on cherche le niveau de volatilité qui conduit à un delta (défini comme l'écart entre le quantile à 95% de l'espérance de vie résiduelle bruitée et l'espérance de vie résiduelle estimée) égal à ce qui est prévu par les experts pour tout âge d'incidence (plus ou moins cinq mois). Ce niveau de volatilité nous permet ensuite d'estimer la loi de mortalité conditionnelle bruitée pour tout âge d'incidence.

### Méthodologie

Nous allons expliciter ici un modèle qui permet de tenir compte de l'incertitude sur la loi de survie d'individus en situation de dépendance totale et sur le besoin en termes de provisionnement dans le cadre de la norme Solvabilité 2. La manière la plus simple d'introduire une incertitude sur les taux conditionnels de sortie consiste à introduire de l'aléa dans les logits associés.

Soient  $\hat{q}_u(x + v)$  et  $\tilde{q}_u(x + v)$  les lois de probabilité de décès conditionnelles respectivement lissées et bruitées à l'âge d'incidence  $x + v$  et à l'ancienneté  $u$ .

Ainsi,

$$\text{logit}(\tilde{q}_u(x+v)) = \ln\left(\frac{\tilde{q}_u(x+v)}{1-\tilde{q}_u(x+v)}\right) = \ln\left(\frac{\hat{q}_u(x+v)}{1-\hat{q}_u(x+v)}\right) + \varepsilon$$

Où  $\varepsilon$  représente la variable centrée qu'on supposera gaussienne dans la suite.

De façon équivalente,

$$\tilde{q}_u(x+v) = \frac{a \times \exp(\text{logit}(\hat{q}_u(x+v)))}{1 + a \times \exp(\text{logit}(\hat{q}_u(x+v)))}$$

Avec  $\varepsilon = \ln(a)$ .

La perturbation est contrôlée par la volatilité de  $\varepsilon$  qui sera notée  $\sigma_\varepsilon$ .

On fera ensuite varier  $\sigma_\varepsilon$  de 1 à 20% (conformément aux préconisations du QIS5), puis on va mesurer l'impact de l'incertitude relative à l'espérance de vie en dépendance totale d'un assuré en calculant  $\delta$ , défini comme la différence entre le quantile d'ordre 95% de la durée de vie résiduelle simulée à partir de  $K = 5\,000$  simulations et l'espérance de vie résiduelle.

Si on considère un montant de prestation de 1€, cela conduit à :

$$\delta = \frac{\phi_{95\%}(E[T(x+v) | a]) - E[E[T(x+v) | a]]}{E[E[T(x+v) | a]]} = \frac{\phi_{95\%}(E[T(x+v) | a]) - E[T(x+v)]}{E[T(x+v)]}$$

Ainsi, on observe que le risque de déviation systématique qui découle de l'incertitude est introduit directement dans les probabilités de décès conditionnelles. Puis, pour tenir compte du dire d'experts, on cherche le niveau de volatilité qui conduit à un  $\delta$  égal à ce qui est prévu par les experts pour chaque âge d'incidence. Ce niveau de volatilité nous permet ensuite d'estimer la loi de mortalité conditionnelle bruitée, qui permet de calculer ensuite la quantité recherchée, à savoir **le ratio entre le quantile d'ordre 99,5% de la somme des cash-flows simulés actualisés et le Best Estimate**. En effet, ce ratio représente le pourcentage du Best Estimate requis pour couvrir l'incertitude issue du risque de table.

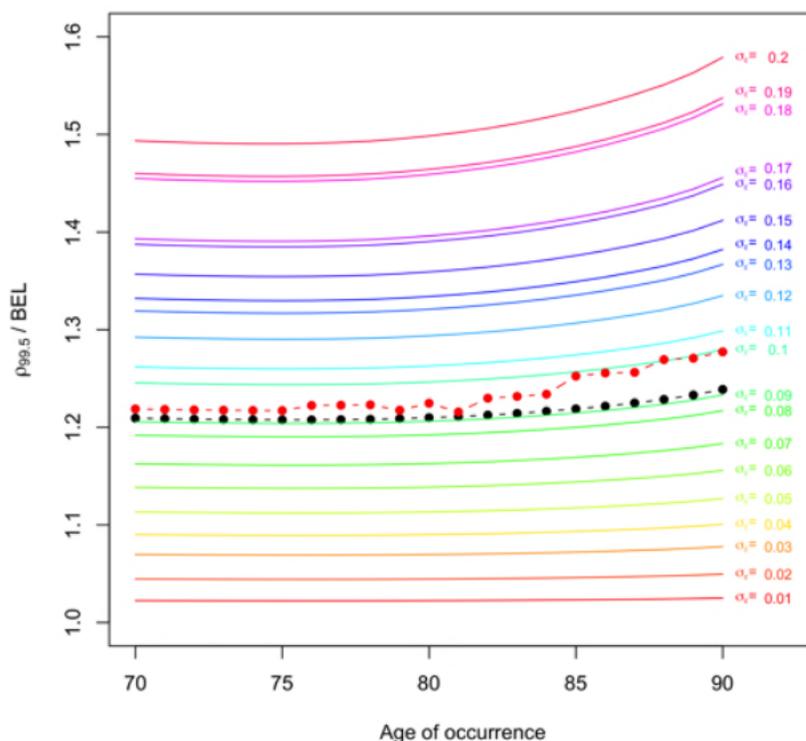


FIGURE 6.2 – Ratio entre le quantile d’ordre 99,5 de la somme des cash-flows simulés actualisés et le Best Estimate. (Source : Uncertainty on survival probabilities and solvency capital requirement : application to long-term care insurance ; Tomas and Planchet - 2014)

Il est important de noter les deux éléments suivants :

- Faire varier la volatilité en fonction de l’âge d’entrée en dépendance selon le dire d’expert apparaît incompatible avec les chocs écrits dans le QIS5 (les points noirs faisant référence à un choc de 20% de la mortalité en dépendance totale, comme décrit dans les QIS5 ; les points rouges faisant référence aux résultats obtenus via les travaux décrits dans l’article Tomas and Planchet (2014)).
- Cette méthode expose au risque de dire d’expert. En effet, le dire d’expert a une importance considérable sur la construction de la table de mortalité dans cette méthode mentionnée dans ce même article.

Dans la suite, nous proposons une démarche alternative : la méthode Bootstrap.

## 6.3 Démarche proposée : Méthode Bootstrap

Dans le but de quantifier le risque d'estimation, nous allons procéder à un rééchantillonnage des taux de décès bruts, via la méthode Bootstrap.

### Cinématique générale

Dans la suite, les étapes suivantes seront effectuées :

- Récupération du nombre de décès relatif au scénario central,
- Simulation de N nombres de décès pour chaque couple (âge, ancienneté) via la loi de Poisson,
- Construction de N nouvelles réalisations de la loi de décès via l'estimateur de Hoem,
- Lissage et extrapolation des N nouvelles lois générées,
- Calcul du montant de provision relatif à chacune des N nouvelles lois générées,
- Le quantile à 99,5% sur l'ensemble des simulations du montant de provision fournit **le capital requis pour couvrir l'incertitude issue du risque d'estimation.**

Dans la suite, le nombre de simulations sera égal à 400 en raison du temps de calcul très élevé pour 400 simulations (plus de treize heures).

### Principe

**La méthode Bootstrap** consiste à rééchantillonner les taux de décès bruts. De façon pratique, il s'agit de simuler N fois le nombre de décès pour chaque couple (âge, ancienneté) sur la base du nombre de décès observés, en faisant l'hypothèse que le nombre de décès pour chaque couple (âge, ancienneté) suit une loi de Poisson :

$$D_{x,t} \sim \mathcal{P}(E_{x,t}\hat{\mu}_{x,t})$$

Avec  $D_{x,t}$  le nombre de décès observés parmi l'exposition au risque  $E_{x,t}$ , et  $\hat{\mu}_{x,t}$  l'estimation de la force de mortalité dans le scénario central. Ainsi, on obtient N nouvelles lois de décès via l'estimateur de Hoem, qui seront ensuite lissées et extrapolées. Ensuite nous allons calculer le montant de provision relatif à chacune des N nouvelles lois générées. Nous obtiendrons le sous-module du SCR relatif au risque de table via le quantile à 99,5% sur l'ensemble des simulations du montant de provision. Cette méthode permet de mesurer l'incertitude liée à l'échantillon de départ, sous l'hypothèse assez contraignante que celui-ci suit bien la loi estimée dans le scénario central.

Précisons également que cette approche présente deux différences majeures par rapport aux travaux présentés précédemment :

- Cette méthode introduit l'aléa plus en amont, dès la construction des nouvelles lois de décès brutes et non pas après le lissage ;
- Cette méthode n'expose pas au risque de dire d'expert, puisque le jugement de l'expert n'intervient pas dans nos travaux.

## 6.4 Résultats

**Remarque.** Le montant de rente mensuelle payée à chaque assuré n'étant ni mentionné ni déductible de la base de données reçue, nous avons fait le choix d'affecter à chaque assuré un montant de rente mensuelle aléatoire compris entre {300, 600, 900 et 1 200 euros} (ces montants sont indiqués dans les conditions générales des contrats disponibles en portefeuille). Nous avons vérifié que les résultats sont peu sensibles à cette hypothèse : s'agissant du capital requis pour couvrir l'incertitude issue du risque d'estimation, on note **un écart inférieur à 0,5%** entre l'option de verser une rente mensuelle aléatoire et l'option de verser une rente mensuelle égale à 750 euros.

Dans la suite, nous allons utiliser deux approches distinctes pour analyser les résultats de la méthode Bootstrap. En effet, dans un premier temps nous allons procéder à une estimation directe du quantile empirique. Dans un deuxième temps, étant donné que le nombre de simulations n'est pas un multiple de 1000, nous allons appliquer une estimation du quantile empirique sous l'hypothèse de distribution normale afin d'optimiser l'exploitation des résultats ainsi obtenus.

### Approche 1/2 : Estimation du quantile empirique de manière directe

Selon cette approche, le risque systématique d'estimation est évalué de la façon suivante :

$$Ratio_{SCR} = \frac{\phi_{99,5\%}(\gamma) - BE}{BE}$$

Où  $\phi_{99,5\%}(\gamma)$  représente le quantile d'ordre 99,5% des 400 provisions simulées.

Loi de décès en dépendance totale	Application de la correction	Estimation du quantile d'ordre 99,5%	Valeur du Ratio_SCR
Via Whittaker-Henderson	NON	De manière directe	6,15%
	OUI		5,98%

FIGURE 6.3 – Résultat du modèle.

Sur la base des premiers résultats obtenus, **le risque d'estimation est de l'ordre de 5,98%**. De plus, nous avons noté en section 5.7 que l'application de la correction sur la loi lissée (via Whittaker-Henderson) n'avait quasiment pas d'impact. Cela justifie la faible variation du ratio en question pour le modèle Whittaker-Henderson selon que la loi lissée est corrigée ou non.

## Approche 2/2 : Estimation du quantile empirique sous l'hypothèse de distribution normale

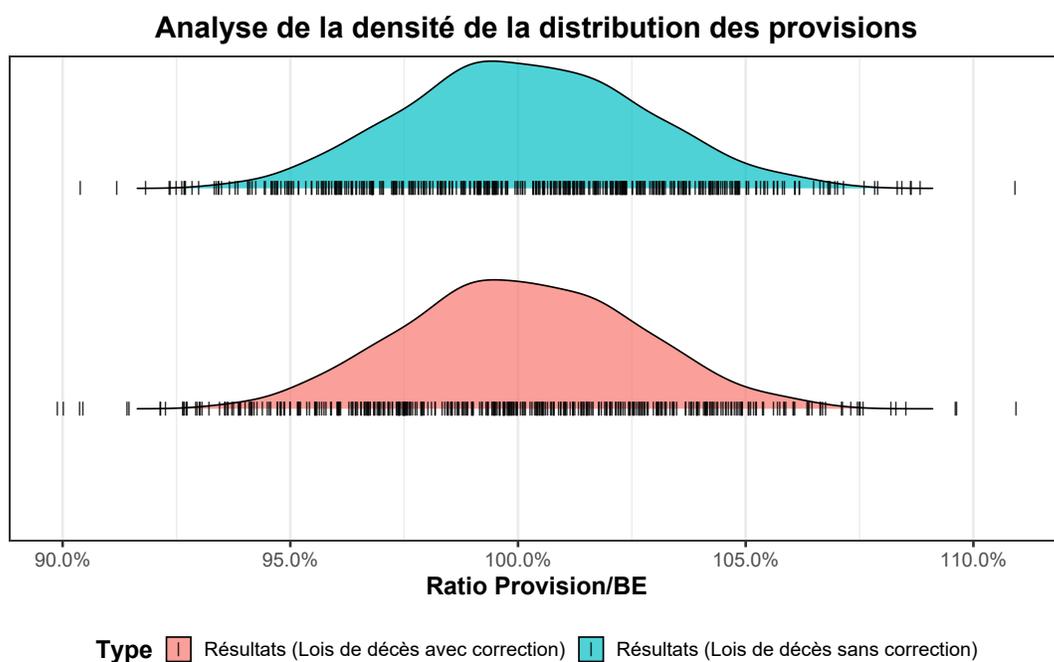


FIGURE 6.4 – Analyse de la densité de la distribution des provisions.

Aussi bien pour les provisions avec et sans correction des lois lissées, la densité de la distribution des provisions est construite sur la base de 400 points.

### Analyse graphique QQ-plot de la distribution des provisions

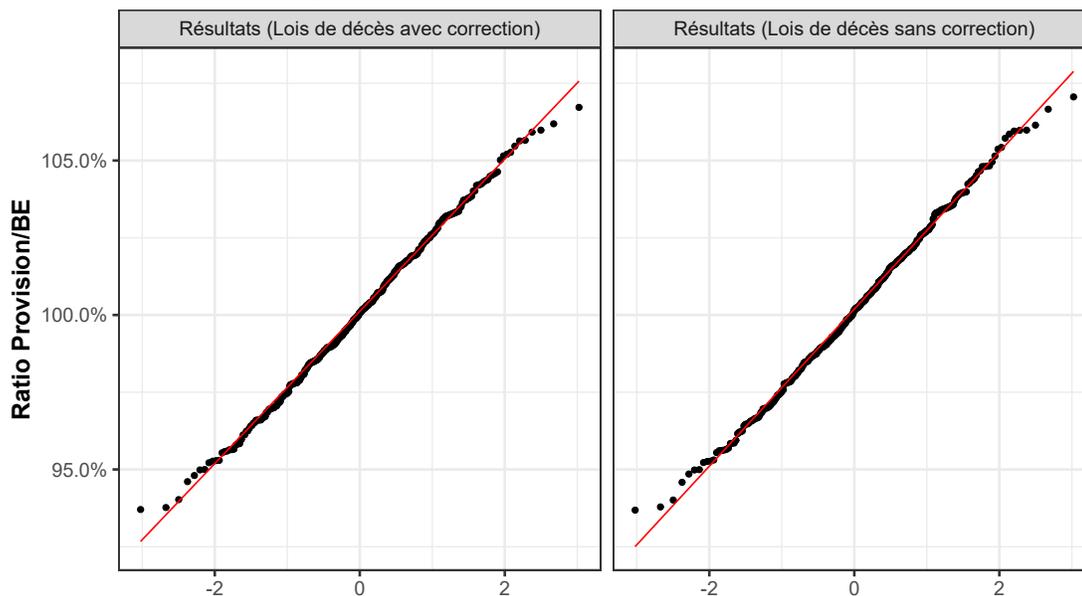


FIGURE 6.5 – Analyse graphique QQ-plot de la distribution des provisions.

Distribution des provisions	p-value
Via les lois de décès avec correction	0,68
Via les lois de décès sans correction	0,65

FIGURE 6.6 – Résultat du test Shapiro-Wilk.

L'analyse graphique QQ-plot de la distribution des provisions ainsi que le test de normalité Shapiro-Wilk sont concluants (la p-value est non significative concernant les deux distributions). Ainsi, on ne peut pas rejeter l'hypothèse d'une distribution normale. Selon cette approche, le risque systématique d'estimation est évalué de la façon suivante :

$$Ratio_{SCR} = \frac{\phi_{99.5\%}(N(0, 1)) * sd(\gamma)}{BE}$$

Où  $sd(\gamma)$  représente l'écart-type des 400 provisions simulées.

Sur cette base, nous obtenons de nouveaux résultats que nous allons rapprocher avec les premiers résultats pour conclure :

Loi de décès en dépendance totale	Application de la correction	Estimation du quantile d'ordre 99,5%	Valeur du Ratio_SCR
Via Whittaker-Henderson	NON	De manière directe	6,15%
	OUI		5,98%
	NON	Hypothèse de distribution normale des provisions	6,54%
	OUI		6,38%
Via P-splines (à titre indicatif)	NON	De manière directe	23,12%
	OUI		6,77%

FIGURE 6.7 – Bilan de la méthode Bootstrap.

- Les résultats des deux approches menées via le lissage de Whittaker-Henderson sont proches et donc cohérents. La seconde approche est la plus robuste car l'estimateur de l'écart-type est moins volatil que l'estimateur du quantile à 99,5 %.
- **Le risque d'estimation est de l'ordre de 6,38%**. Autrement dit, le capital requis pour couvrir l'incertitude issue du risque d'estimation représente **6,38%** du Best Estimate. De plus, nous avons noté en section 5.7 que l'application de la correction sur la loi lissée (via Whittaker-Henderson) n'avait quasiment pas d'impact. Cela justifie la faible variation du ratio en question pour le modèle Whittaker-Henderson selon que la loi lissée est corrigée ou non ;
- Le ratio SCR égal à 23,12% obtenu via le lissage P-splines sans correction est lié à l'extrapolation très volatile de ce lissage. Cette volatilité disparaît avec la correction.
- Le choix du modèle de lissage a un impact sur le risque de table. Cela justifie le soin nécessaire dans la sélection d'une méthode de lissage.

## Résultats

Dans le cadre de ce Mémoire, notre but était de quantifier le risque d'estimation associé à la loi de décès en dépendance totale d'un portefeuille CNP Assurances. Dans ce but, suite aux étapes préalables relatives au retraitement et à l'analyse des données fournies, nous avons procédé à la construction de la loi de décès en dépendance totale, en utilisant le lissage P-splines ainsi que le lissage Whittaker-Henderson. Dans ce cadre, le lissage Whittaker-Henderson a donné le résultat le plus performant.

Ensuite, pour tenir compte du risque d'estimation, nous avons effectué un rééchantillonnage des taux de décès bruts au moyen de **la méthode Bootstrap**. Le quantile d'ordre 99,5% des provisions ainsi estimées nous a permis de quantifier le risque d'estimation relatif au portefeuille disponible. **Ainsi, le capital requis pour couvrir l'incertitude issue du risque d'estimation relatif à la loi de décès en dépendance totale représente 6,38% du Best Estimate.**

## Limites et ouverture

Nous pouvons relever deux types de limites relatives à ce Mémoire :

- Aspects qualitatifs : Les données fournies n'incluent pas les variables **sexe** et **pathologie à l'origine de l'incidence**. Or nous savons que ces deux variables sont discriminantes dans le cadre de la garantie Dépendance. En effet, conformément à Dupourque et al. (2019), la mortalité en dépendance totale est également fonction du sexe et de la pathologie. D'autre part, nous avons pu analyser uniquement le risque de table relatif à la loi de décès en dépendance totale. Or la garantie Dépendance inclut également le risque de table relatif à la mortalité des autonomes ainsi que le risque de table relatif à la loi d'incidence. De plus, nous aurions pu regrouper les données par intervalles de cinq ans pour l'âge, et d'un an pour l'ancienneté au-delà de

un an. Néanmoins, dans ce cas le lissage Whittaker-Henderson ne fonctionne plus car les points ne sont pas équidistants ; de plus l'approche par tranches d'âges rend délicate l'utilisation d'une table de référence pour la fermeture de la table (celle-ci restitue les taux de mortalité par âge atteint, et non par tranches d'âges).

- Aspects quantitatifs : Les résultats obtenus sont sur la base de 400 simulations (du fait du temps de calcul très élevé : plus de treize heures). Précisons toutefois que nous avons appliqué une approche destinée à optimiser l'exploitation des résultats. Il serait intéressant d'effectuer les calculs avec 1 000 simulations.

## BIBLIOGRAPHIE

- (2018). Assurance dépendance. <https://www.economie.gouv.fr/dgccrf/Publications>.
- Bagur, A.-L. (2003). L'assurance privée face à la dépendance. *Revue Retraite et Société*.
- Biessy, G. (2013). Construction d'un modèle multi-états semi-markovien dans le contexte de l'assurance dépendance. *Mémoire d'Actuariat*.
- Biessy, G. (2016). *Modélisation semi-markovienne de la perte d'autonomie chez les personnes âgées: application à l'assurance dépendance*. Ph. D. thesis, Université Paris-Saclay; Université d'Evry Val d'Essonne.
- BOOTH H., T. L. (2008). Mortality modeling and forecasting: A review of methods. *The Australian Demographic and Social Research Institute, WP3*.
- CEIOPS, C. (2010). Qis5 technical specifications. *Technical report, European Commission - Internal Market and Services DG*.
- DREES (2011). Enquête ehpa.
- Dupourque, E., F. Planchet, and N. Sator (2019). Actuarial aspects of long term care.
- Eilers, P. H. and B. D. Marx (1996). Flexible smoothing with b-splines and penalties. *Statistical science* 11(2), 89–121.
- INED (2004). France 2004 : l'espérance de vie franchit le seuil de 80 ans. <https://www.ined.fr/fr/tout-savoir-population/graphiques-cartes/graphiques-interpretes/esperancevie-france/>.
- Kamega, A. (2014). Construction de tables d'expérience et mesure des risques associés.

- Kessler, D. (2008). The long-term care insurance market. *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*.
- Laversanne, P. and N. Shahidi (2003). Comment provisionner le risque de dépendance ? *Revue Risques*.
- Lee, R. (2000). The lee-carter method of forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*.
- Libault, D. (2019). Rapport de la concertation grand âge et autonomie.
- Mahieu, R. (2021). Comment les français envisagent-ils le risque dépendance ? [www.caissedesdepots.fr](http://www.caissedesdepots.fr).
- Mondiale, B. (2021). Population âgée de 65 ans et plus. <https://donnees.banquemondiale.org>.
- Optimind (2007). La dépendance, Éclairages sur un enjeu sociétal majeur.
- Planchet, F. (2007). Les tables d'expérience. *La Tribune de l'assurance*.
- Planchet, F. (2013). Dépendance : quel pilotage pour un risque évolutif ? *La Tribune de l'assurance*.
- Planchet, F. (2021a). Méthodes de lissage et d'ajustement. [www.ressources-actuarielles.net](http://www.ressources-actuarielles.net).
- Planchet, F. (2021b). Tables de mortalité. [www.ressources-actuarielles.net](http://www.ressources-actuarielles.net).
- Tomas, J. and F. Planchet (2013). Multidimensional smoothing by adaptive local kernel-weighted log-likelihood: Application to long-term care insurance. *Insurance: Mathematics and Economics* 52(3), 573–589.
- Tomas, J. and F. Planchet (2014). Uncertainty on survival probabilities and solvency capital requirement : application to long-term care insurance. *ISFA - Laboratoire SAF*.