

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris  
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaire  
le 09/11/2023

Par : **Khariratou DIALLO**

Titre : **Prise en compte de l'inflation dans le calcul  
des réserves en réassurance**

Confidentialité : ☐ NON ☒ OUI (Durée : ☐ 1 an ☒ 2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de la filière*

*Entreprise : GIE AXA*

*Nom : Christian-Yann ROBERT*

*Signature :*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaire*

*Directeur du mémoire en entreprise :*

*Nom : Baptiste VOISIN*

*Signature :*

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels  
(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)**

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat

## Résumé

L'économie mondiale est marquée par un contexte d'inflation très élevée. Le niveau d'inflation actuel se reflète dans tous les secteurs d'activité, en particulier dans le secteur de l'assurance. Du fait de l'inversion du cycle de production, les assureurs et réassureurs calculent des réserves afin de faire face à leurs engagements futurs. La plupart des méthodes de provisionnement supposent que l'inflation future est similaire à celle du passé pour calculer les réserves. Cependant, au vu de la tendance actuelle de l'inflation, les estimations des réserves sont sans doute biaisées. Il est donc important de revoir les méthodes de provisionnement afin d'éviter un risque de sous-provisionnement. Ce mémoire cherche à déterminer une méthode de prise en compte de l'inflation réelle dans le calcul des réserves en réassurance.

L'inflation des sinistres est déterminée par la méthode de séparation arithmétique de Taylor appliquée aux données des triangles des branches MRH et MOTOR RC. Le modèle retenu dans la régression entre cette inflation des sinistres et les indices économiques a permis de définir le modèle de prédiction de l'inflation. La sur-inflation (la différence entre l'inflation des sinistres projetée et l'inflation basée sur les estimations du marché) est prise en compte pour corriger les charges de sinistres simulées par des générateurs. Les traités de réassurance Property et MTPL sont appliqués aux charges de sinistres corrigées de l'inflation afin de déterminer la part cédée à la réassurance et par conséquent le Loss Ratio cédé à la réassurance. Pour le traité Property, le Loss Ratio est égal à 94% avec un intervalle de sensibilité 89% - 98% obtenu en considérant que l'inflation des sinistres est l'inflation projetée  $\pm 1\%$ . Il est égal à 73% pour le traité MTPL avec un intervalle de sensibilité 65% - 81% lorsque la clause de stabilisation est prise en compte.

Par ailleurs, ce Loss Ratio a priori est utilisé dans la méthode de provisionnement de Bornhuetter Ferguson pour estimer les réserves. La réserve additionnelle d'inflation se déduit en faisant la différence entre les réserves corrigées de l'inflation des sinistres et les réserves non corrigées de l'inflation (c'est-à-dire en considérant l'inflation basée sur les estimations du marché). La réserve d'inflation s'élève à 0,1M€ pour le traité Property avec un intervalle de sensibilité 0,07M€ - 0,15M€ obtenu lorsque l'inflation des sinistres est l'inflation projetée  $\pm 1\%$ . La réserve additionnelle d'inflation à constituer pour le MTPL s'élève à 3,6M€ avec un intervalle de variation compris entre 2,0M€ et 5,2M€.

Mots-clés : inflation, réserves, réassurance, méthode de provisionnement, Bornhuetter Ferguson, méthode de séparation de Taylor, Loss Ratio

## Abstract

The global economy is marked by a context of very high inflation. The current level of inflation is reflected in all sectors of activity, particularly in the insurance sector. Due to the reversal of the production cycle, insurers and reinsurers calculate reserves in order to meet their future commitments. Most provisioning methods assume that future inflation is similar to past inflation to calculate reserves. However, given the current inflation trend, reserve estimates are likely biased. It is therefore important to review provisioning methods in order to avoid a risk of under-provisioning. This thesis seeks to determine a method for taking into account real inflation in the calculation of reinsurance reserves. Claims inflation is determined by the Taylor arithmetic separation method applied to the triangle data of the MRH and MOTOR RC branches. The model used in the regression between this inflation of claims and the economic indices made it possible to define the inflation prediction model. Over-inflation (the difference between projected claims inflation and inflation based on market estimates) is taken into account to correct claims costs simulated by generators. The Property and MTPL reinsurance treaties are applied to the inflation-adjusted claims costs in order to determine the portion ceded to reinsurance and therefore the Loss Ratio ceded to reinsurance. For the Property treaty, the Loss Ratio is equal to 94% with a sensitivity interval of 89% - 98% obtained by considering that claims inflation is projected inflation  $\pm 1\%$ . It is equal to 73% for the MTPL treaty with a sensitivity interval of 65% - 81% when the stabilization clause is taken into account. Furthermore, this a priori Loss Ratio is used in the Bornhuetter Ferguson provisioning method to estimate reserves. The additional inflation reserve is deduced by taking the difference between the inflation-adjusted claims reserves and the non-inflation-adjusted reserves (i.e. considering inflation based on market estimates). The inflation reserve amounts to €0.1M for the Property treaty with a sensitivity interval of €0.07M - €0.15M obtained when claims inflation is projected inflation  $\pm 1\%$ . The additional inflation reserve to be established for the MTPL amounts to €3.6M with a variation interval of between €2.0M and €5.2M.

Keywords : inflation, reserves, reinsurance, provisioning method, Bornhuetter Ferguson, Taylor separation method, Loss Ratio

## Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je remercie mon tuteur en entreprise Baptiste VOISIN, Senior Reserving Actuary au GIE AXA, qui m'a orientée à mener à bien ce travail, de par sa disponibilité, son implication, ses précieux conseils et son encadrement avisé.

Mes remerciements vont également à Elie DADOUN, le manager de l'équipe Reserving, qui m'a offert l'opportunité de rejoindre son équipe. Ses conseils et encouragements ont été très appréciés. Je souhaite également adresser mes remerciements à toute l'équipe Reserving pour leur accueil chaleureux.

Je ne saurais terminer sans remercier l'ENSAE Paris ainsi que son corps professoral, en particulier, mon tuteur académique Christian-Yann ROBERT pour sa disponibilité et son encadrement.

Enfin, je dédie ce travail à mes parents et à mes frères pour leur soutien constant et leur accompagnement tout au long de ma scolarité.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Contexte de l'étude</b>	<b>9</b>
1.1 Contexte politique et économique . . . . .	9
1.2 Problématique de l'étude . . . . .	10
1.3 Présentation de la structure de réassurance . . . . .	11
1.3.1 Notions de réassurance . . . . .	11
1.3.2 Les formes de réassurance . . . . .	12
1.3.3 Business model d'AXA Group Ceded Re . . . . .	12
1.4 Méthode actuelle de prise en compte de l'inflation dans les réserves au sein d'AXA Group Ceded Re . . . . .	13
1.5 Apport du mémoire . . . . .	14
<b>2 Revue de littérature et méthodologie</b>	<b>16</b>
2.1 Méthode de séparation arithmétique de Verbeek-Taylor . . . . .	16
2.2 Méthode de régression non paramétrique . . . . .	18
2.3 Modélisation entre les facteurs d'inflation et les indices économiques . . . . .	19
2.3.1 Nécessité d'établir une relation entre l'inflation et les indices économiques . . . . .	19
2.3.2 Méthodes de régression . . . . .	19
2.3.3 Choix des indices économiques . . . . .	20
2.4 Méthode de prédiction de l'inflation . . . . .	21
2.4.1 Prédiction avec inflation cristallisée . . . . .	21
2.4.2 Prédiction par régression linéaire . . . . .	21
2.5 Méthodes de simulation des charges de sinistres et de détermination du Loss Ratio cédé à la réassurance . . . . .	22
2.5.1 Lois de fréquence et de sévérité . . . . .	22
2.5.2 Prise en compte de l'inflation . . . . .	25
2.5.3 Application du traité de réassurance . . . . .	26
2.5.4 Détermination du Loss ratio cédé à la réassurance . . . . .	26
2.6 Les méthodes de provisionnement . . . . .	27
2.6.1 Méthode de Mack-Chain Ladder . . . . .	27
2.6.2 Méthode Bornhuetter Ferguson . . . . .	27
<b>3 Modélisation de l'inflation</b>	<b>29</b>
3.1 Présentation des données et analyse descriptive . . . . .	29
3.1.1 Présentation des données . . . . .	29
3.1.2 Analyse descriptive . . . . .	30
3.2 Résultats de la méthode de séparation de Verbeek-Taylor . . . . .	31
3.3 Lissage de la composante inflation . . . . .	35
3.4 Modélisation entre l'inflation et les indices économiques . . . . .	40
3.4.1 Présentation des indices économiques . . . . .	40
3.4.2 Résultats de la modélisation . . . . .	41
3.4.3 Tests d'hypothèse du modèle de régression . . . . .	46
3.4.4 Modélisation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage . . . . .	52
3.5 Prédiction de l'inflation future . . . . .	53
3.5.1 Prédiction avec inflation cristallisée . . . . .	53
3.5.2 Prédiction par régression linéaire . . . . .	57
3.5.3 Choix de la méthode de prédiction . . . . .	61

<b>4</b>	<b>Simulation des charges de sinistres et calcul des réserves</b>	<b>62</b>
4.1	Simulation des charges de sinistres avec prise en compte de l'inflation . . . . .	62
4.2	Application des traités de réassurance . . . . .	64
4.3	Calcul du Loss Ratio cédé à la réassurance . . . . .	66
4.4	Calcul de la réserve additionnelle d'inflation . . . . .	68
4.5	Analyse de sensibilité . . . . .	70
	<b>Conclusion</b>	<b>76</b>
	<b>Table des annexes</b>	<b>79</b>

## Introduction

L'inflation connaît une hausse historique jamais atteinte depuis 1985. En France, le taux d'inflation qui n'a jamais dépassé un seuil de 3% depuis le début des années 2000, a brusquement atteint un niveau record en été 2022. Il est passé **de 1,2% en juillet 2021 à 6,1% en juillet 2022, puis à 4,5% en juin 2023**<sup>1</sup>. Cette inflation est générale et se fait sentir dans tous les secteurs d'activité. En assurance, les indices de Risques Industriels, de Bris de Machine et de Bris de glace ont connu une hausse de l'ordre de 10% en début d'année 2023.

Les causes de cette inflation sont diverses et résultent de l'avènement de plusieurs facteurs. La première cause est la **réouverture rapide de l'activité économique** après la pandémie du Covid 19 entraînant un déséquilibre entre l'offre et la demande. D'autres facteurs expliquent ce niveau d'inflation tels que la **hausse du prix des matières premières et en particulier de l'énergie** due au conflit russo-ukrainien, la **sécheresse** dans certaines zones comme la Chine entre autres.

Par ailleurs, les assureurs doivent respecter des engagements vis-à-vis de leurs assurés dans le cadre de leurs activités. Ainsi, ils calculent des réserves pour faire face à ces engagements. Les méthodes de provisionnement prennent compte de l'inflation historique dans le calcul des réserves. Cependant, avec cette inflation subite observée, une **différence existe entre l'inflation réelle et l'inflation historique** considérée dans les calculs. Par conséquent, les estimations de réserves sont sans nul doute biaisées et peuvent entraîner un **risque de sous-provisionnement**.

A l'instar des assureurs, les réassureurs sont eux aussi tenus d'ajuster leurs estimations et les formes de réassurance non proportionnelle posent une difficulté supplémentaire dans cette tâche.

Ainsi, la problématique de cette étude est de **déterminer une méthode de prise en compte de l'inflation réelle dans le calcul des réserves en réassurance**.

Chez AXA Group Ceded Re, la méthode de provisionnement utilisée est la méthode de Bornhuetter Ferguson. Ce qui exige implicitement la détermination d'un Loss Ratio a priori. Cette étude cherche à **refléter l'inflation réelle dans ce Loss Ratio** et d'en déduire une **réserve additionnelle d'inflation**. Les **objectifs fixés** sont donc les suivants :

- Extraire l'inflation des sinistres à partir des triangles de règlements des cédantes
- Modéliser et projeter l'inflation des sinistres
- Simuler et corriger les charges de sinistres a priori
- Appliquer les traités de réassurance sur les charges de sinistres corrigées de l'inflation
- Déterminer le Loss Ratio a priori impacté par l'inflation
- Calculer les réserves par la méthode de provisionnement de Bornhuetter Ferguson en utilisant ce Loss Ratio a priori et en déduire une réserve additionnelle d'inflation.

L'intérêt de cette étude est de déterminer une méthode de calcul des réserves avec prise en compte de l'inflation réelle des sinistres dans un contexte de réassurance. En outre, le calcul de réserves se basant sur la méthode de provisionnement de Bornhuetter Ferguson, il est d'un intérêt pour cette étude de mesurer l'impact de la prise en compte de l'inflation réelle sur le Loss Ratio a priori.

Il faut souligner que dans le cadre de cette étude, nous travaillons avec des provisions pour sinistres à payer (PSAP) en norme statutaire française et donc nous n'avons pas de problématique d'actualisation des réserves.

De ce fait, afin de résoudre notre problématique et d'atteindre les objectifs fixés, nous déterminerons d'abord les **facteurs d'inflation des sinistres** issus des triangles des cédantes par la **méthode de séparation de Taylor**. Par la suite, nous procéderons à un **lissage des facteurs d'inflation** afin d'éliminer les irrégularités avant de passer à la **modélisation entre ces facteurs d'inflation lissés**

---

1. En glissement annuel. Source : Insee

**et les indices économiques.** L'**inflation future** sera déduite sur la base du modèle retenu. Puis, les charges de sinistres applicables aux traités sont déterminées par **simulation**. Ces **charges simulées sont ensuite corrigées** afin de tenir compte de l'inflation future des sinistres avant d'appliquer les traités de réassurance. Enfin, le **Loss Ratio cédé à la réassurance** est déterminé, ce Loss Ratio corrigé de l'inflation sera utilisé pour calculer les réserves par la **méthode de Bornhuetter Ferguson** et plus spécifiquement pour calculer une **réserve d'inflation**.



# 1 Contexte de l'étude

Dans ce chapitre, le contexte dans lequel s'inscrit cette étude est présenté. De ce fait, dans un premier temps, le **contexte politique et économique** qui explique le niveau d'inflation actuel est présenté afin de mieux comprendre les raisons de cette inflation rapide. Dans un second temps, nous expliquerons **comment l'inflation affecte les calculs de réserves** et définissons donc la **problématique** de l'étude. Ensuite, une **présentation de la structure de réassurance** est faite, en particulier la **présentation d'AXA Group Ceded Re**. Enfin, la **méthode actuelle de prise en compte de l'inflation dans les réserves** chez AXA Group Ceded Re est déterminée ainsi que ses **limites**.

## 1.1 Contexte politique et économique

L'inflation, c'est-à-dire la hausse généralisée et durable des prix des biens et services, est restée à un niveau bas durant ces dernières décennies. En France, elle oscillait entre 0 et 3% sur la période de 2000 à 2021. L'inflation a brusquement augmenté depuis l'été 2021 et a atteint un seuil historique jamais atteint depuis 1985. Elle est passée de 1,2% à 6,1% entre juillet 2021 et juillet 2022. En février 2023, elle atteint un pic de 6,3% avant de connaître un ralentissement et se situe à 4,5% en juin 2023. Dans la zone euro, l'inflation est passée de 9,1% en août 2022 à 8,5% en février 2023 et s'établit à 5,5% en juin 2023 <sup>2</sup>.

En outre, dans le secteur de l'assurance, les indices Risques industriels, Bris des machines, Bris des glaces qui étaient en évolution constante, ont connu une hausse brusque en juillet 2021. En janvier 2023, une hausse de ces indices de l'ordre de 10% <sup>3</sup> est enregistrée en France.

Plusieurs phénomènes sont à l'origine de cette inflation. La première explication se trouve dans la réouverture rapide de l'économie après la pandémie. La forte demande des ménages qui rattrapent une partie de leur consommation reportée se heurte à une offre insuffisante des entreprises, la plupart d'entre eux ayant récemment relancé leurs circuits de production suite à deux années de confinement et de ralentissement de l'activité de production. En outre, le rétablissement des chaînes d'approvisionnement et de distribution, une tâche chronophage, aggrave le décalage temporel entre une demande vigoureuse et une offre qui tarde à suivre, entraînant ainsi une hausse générale des prix.

La forte inflation est expliquée par un phénomène appelé « effet de base » par les statisticiens. En effet, l'inflation est une comparaison des variations de prix d'une année sur l'autre. Pendant la pandémie, les prix étaient à un niveau très bas. Les différences résultant de la comparaison entre le niveau des prix actuels et celui pendant le confinement sont très importantes, d'où cette forte inflation.

Un autre phénomène qui a joué un rôle dans cette inflation est l'augmentation des prix de l'énergie et des matières premières de façon générale. Avec le conflit russo-ukrainien depuis février 2022, les prix de nombreuses matières premières (pétrole, gaz, huile, blé) ont monté. La Russie et l'Ukraine sont d'importants producteurs de matières premières (énergétiques et agricoles). Dès le début de la guerre, le cours du baril de pétrole a quasiment doublé, une première depuis 2009. Ainsi, cette hausse du coût des matières premières a inévitablement eu un impact sur les prix des produits de consommation courante tels que la nourriture, le chauffage, les transports, et autres.

Le reconfinement en Chine n'a pas manqué également à contribuer à la hausse des prix. La recrudescence des cas de covid 19 en mars 2022 a entraîné un reconfinement dans la deuxième économie mondiale. Cela a probablement eu des répercussions sur la production industrielle, intensifiant ainsi la disparité entre l'offre et la demande.

D'autres facteurs peuvent expliquer cette inflation actuelle tels que la faiblesse de la monnaie unique, les politiques des banques centrales pour contrer la pandémie, la sécheresse dans différentes

---

2. Eurostat

3. France Assureurs

régions du monde notamment en Chine, etc.

Pour faire face à cette situation, la Banque Centrale Européenne (BCE) a décidé de relever ses taux directeurs. En juin 2023, elle annonce que son taux de dépôt sera porté à 3,5%, son plus haut niveau depuis 22 ans. Ainsi, l'inflation globale en zone euro devrait s'élever, en moyenne, à 5,4% en 2023, à 3,0% en 2024 et à 2,2% en 2025, pas loin de l'objectif de 2% visé à terme<sup>4</sup>.

Néanmoins, le problème persiste. Les politiques de lutte contre l'inflation pourraient certes réduire l'inflation mais il ne faudrait pas oublier d'autres facteurs qui pourraient entrer en jeu tels que la transition énergétique entraînant la hausse du coût de l'énergie, la baisse des rendements agricoles, le vieillissement de la population (réduction de la main d'œuvre disponible).

## 1.2 Problématique de l'étude

Le niveau d'inflation actuel se reflète dans tous les secteurs d'activité, en particulier dans le secteur de l'assurance. L'inflation générale, en plus des effets de la pénurie de semi-conducteurs, a entraîné une augmentation du prix des véhicules d'occasion et des pièces détachées et par conséquent une forte hausse des indemnités dans la branche automobile.

En assurance, les indemnités payées en cas de sinistres sont postérieures aux primes versées par les assurés du fait de l'inversion du cycle de production. L'inflation actuelle impacte donc sans doute les réserves calculées. Cela entraîne une remise en question de la suffisance des provisions constituées pour couvrir la sinistralité actuelle et inconnue et de la pertinence des méthodes classiques utilisées.

La plupart des méthodes de provisionnement ont implicitement la faculté de projeter l'inflation future dans le calcul des provisions pour sinistres à payer. Pour cela, une hypothèse est posée, qui suppose que l'inflation future est similaire à celle du passé.

La méthode de Chain Ladder étant la méthode de provisionnement la plus utilisée, une analyse de l'impact de l'inflation sur la robustesse de ce modèle sera faite dans ce qui suit.<sup>5</sup>

On note :

i l'année de survenance du sinistre,  $i = 0, \dots, n$  ;

j l'année de développement du sinistre,  $j = 0, \dots, n$  ;

$X_{ij}$  le coût des sinistres survenus l'année i pour l'année de développement j ;

$C_{ij}$  la somme des coûts des sinistres survenus l'année i et vus en l'année de développement j.

Les hypothèses du modèle se présentent comme suit :

1) Indépendance des années de survenance

2) Il existe  $f_j \geq 0$  tel que  $E(C_{ij+1} / C_{i1} C_{i2} \dots C_{ij}) = \hat{C}_{ij+1} = f_j C_{ij}$

3) Il existe  $\sigma_j \geq 0$  tel que  $\text{Var}(C_{ij+1} / C_{i1} C_{i2} \dots C_{ij}) = \sigma_j^2 C_{ij}$

Notons  $r_k$  l'inflation de l'année k. Nous avons donc :

$$C_{ij+1} = \hat{C}_{ij+1} * r_k = C_{ij} * f_j * r_k \quad (1)$$

En supposant que l'inflation est une constante, nous avons alors  $\forall k, r_k = r$ .

L'équation 1 peut donc se réécrire comme suit :

$$C_{ij+1} = \hat{C}_{ij+1} * r = C_{ij} * f_j * r \quad (2)$$

---

4. D'après le journal lemonde (juin 2023)

5. Le raisonnement dans cette partie s'inspire d'un document de SiaPartners intitulé "Comment adapter nos méthodes de provisionnement dans un contexte inflationniste" (2023)

Les paiements futurs sont fonction de l'année de développement  $j$ , et ce, indépendamment de l'année de survenance ou de l'année calendaire. Les hypothèses de Chain Ladder restent donc valables.

Considérons maintenant que l'inflation est une variable aléatoire, l'équation 1 se réécrit :

$$\begin{aligned}
C_{i1} &= \hat{C}_{i1} * r_k = C_{i0} * f_0 * r_k \\
C_{i2} &= \hat{C}_{i2} * r_{k+1} = C_{i1} * f_1 * r_{k+1} = C_{i0} * f_0 * f_1 * r_{k+1} * r_k \\
&\vdots \\
C_{ij+t} &= C_{i0} * \prod_{m=0}^{j+t-1} f_m * \prod_{p=k}^{k+j+t-1} r_p
\end{aligned}$$

Ainsi, les paiements futurs ne sont plus uniquement fonction de l'année de survenance et de la variabilité mais aussi de l'année calendaire (la diagonale) qui traduit l'effet de l'inflation. Chain Ladder n'est plus correctement applicable dans un tel contexte.

### Invalidité des hypothèses de Chain Ladder

Dans un contexte de hausse de l'inflation, les hypothèses de Chain Ladder ne sont plus valides. Les méthodes de provisionnement classiques de type Chain Ladder devraient alors systématiquement faire l'objet d'un retraitement. L'inflation passée n'étant plus comparable à l'inflation future, des ajustements doivent être apportés aux méthodes de provisionnement.

La prise en compte de l'inflation dans l'évaluation des provisions est donc aujourd'hui une problématique cruciale dans le secteur de l'assurance. La question est désormais de savoir quelle méthodologie il faudrait adopter pour tenir compte du niveau actuel de l'inflation.

Face à cette problématique, des solutions ont été proposées au sein d'AXA Group Ceded Re. Nous allons donc présenter la structure de réassurance et en particulier d'AXA Group Ceded Re avant de passer en revue la méthode proposée.

## 1.3 Présentation de la structure de réassurance

### 1.3.1 Notions de réassurance

La réassurance est une opération par laquelle un assureur se garantit auprès d'un réassureur en lui cédant tout ou partie des risques couverts. Les deux contreparties s'engagent autour d'un traité de réassurance où généralement l'assureur verse des primes de réassurance et le réassureur paye une partie ou la totalité du montant des sinistres.

La réassurance et l'assurance diffèrent dans la nature des contreparties dans la mesure où l'assurance engage un assureur et une personne physique ou morale alors que la réassurance engage un assureur et un réassureur.

L'un des objectifs de la réassurance est de partager les risques afin de limiter l'exposition financière de l'assureur et de lui permettre de faire face plus facilement aux sinistres extrêmes.

En général, on distingue trois types de contrats de réassurance :

- La réassurance facultative : le contrat s'établit police par police et les risques sont réassurés individuellement. L'assureur et le réassureur sont respectivement libres de céder ou d'accepter un risque en totalité ou en partie.
- La réassurance facultative-obligatoire : dans ce cas, l'assureur est libre de céder ou non un risque au réassureur comme pour la réassurance facultative. Cependant, le réassureur est obligé d'accepter le risque.

- La réassurance obligatoire (les traités) : c’est le type de réassurance le plus répandu. Elle couvre l’ensemble des risques qui entrent dans le périmètre défini au traité. L’assureur a l’obligation de céder les sinistres aux critères définis dans le traité. Le réassureur a l’obligation aussi d’accepter ces sinistres.

### 1.3.2 Les formes de réassurance

On distingue deux formes de réassurance : la réassurance proportionnelle et la réassurance non proportionnelle.

#### La réassurance proportionnelle

En réassurance proportionnelle, le réassureur participe aux indemnités à hauteur de la proportion de primes perçues. Il existe deux types de réassurance proportionnelle.

- **Quote-Part** : dans un Quote-Part, l’assureur cède un pourcentage fixe des primes d’un portefeuille de risques. En contrepartie, le réassureur prend en charge la sinistralité à une proportion égale. L’avantage de cette méthode réside dans sa simplicité de gestion. Elle présente cependant l’inconvénient d’entraîner une cession de primes très élevée qui limite la rentabilité de l’assureur.
- **Excédent de plein** : à l’instar du Quote-Part, le réassureur reçoit un pourcentage de primes et cède des indemnités dans la même proportion. La différence vient de la détermination du taux de cession qui est calculé ici par risque en fonction du plein de rétention, de la capacité de réassurance et des capitaux assurés. Le plein de rétention correspond à un niveau de capital librement négocié qui joue un rôle de franchise. Le réassureur intervient lorsque l’assureur ne veut pas dépasser le plein de rétention.

#### La réassurance non proportionnelle

En réassurance non proportionnelle, un seuil appelé priorité est défini et le réassureur n’intervient qu’au-delà du plein de rétention de l’assureur. Le réassureur intervient jusqu’à un niveau défini ou illimité appelé portée. Il existe deux types de réassurance non proportionnelle.

- **Excédent de sinistres** : dans ce cas, le réassureur prend en charge l’ensemble des sinistres qui dépassent la priorité. Cette forme de réassurance se décline en deux : l’excédent de sinistres par risque où l’intervention a lieu lorsque la sinistralité correspond à un seul risque et l’excédent de sinistres par événement où l’intervention vient d’un événement qui cause toute la sinistralité.
- **Stop Loss** : dans le cas d’un stop loss ou excédent de perte annuelle, le réassureur prend en charge la sinistralité annuelle à partir d’un certain seuil. Cette forme de réassurance permet à l’assureur de se couvrir contre l’avènement d’une importante sinistralité pouvant causer de mauvais résultats annuels.

### 1.3.3 Business model d’AXA Group Ceded Re

AXA Group Ceded Re est née de la récente fusion entre AXA Global Re et l’entité mère AXA SA. Elle est passée d’une entité indépendante du Groupe (ex AXA Global Re) à une direction d’AXA SA en 2022. AXA Group Ceded Re gère la réassurance des entités du Groupe AXA. Afin de réduire les expositions aux risques des entités, elle choisit de garder les risques acceptés ou de les céder sur le marché.

La figure ci-après présente son activité. Elle applique différents mécanismes de cession :

- **Rétrocession miroir** : les risques sont acceptés et identiquement rétrocédés sur le marché. Le traité entre AXA Group Ceded Re et les cédantes est le même qu’entre AXA Group Ceded Re

et les réassureurs externes.

- Pool de réassurance : tous les risques sont mutualisés au sein de pools. Le pool est géré par AXA Group Ceded Re et chaque entité a une participation au pool et se voit rétribuée un pourcentage des résultats de celui-ci. Les risques mutualisés dans les pools sont couverts par des couvertures Group appelées « Group Covers ».
- Réassurance avec fonds propres : les risques sont entièrement assurés par AXA Group Ceded Re.

**Notion de pool :** Les pools mutualisent les risques similaires entre les différentes entités du Groupe AXA. Par exemple, le Pool MOTOR agrège l'ensemble des sinistres MOTOR touchant des traités de réassurance éligibles au pool.

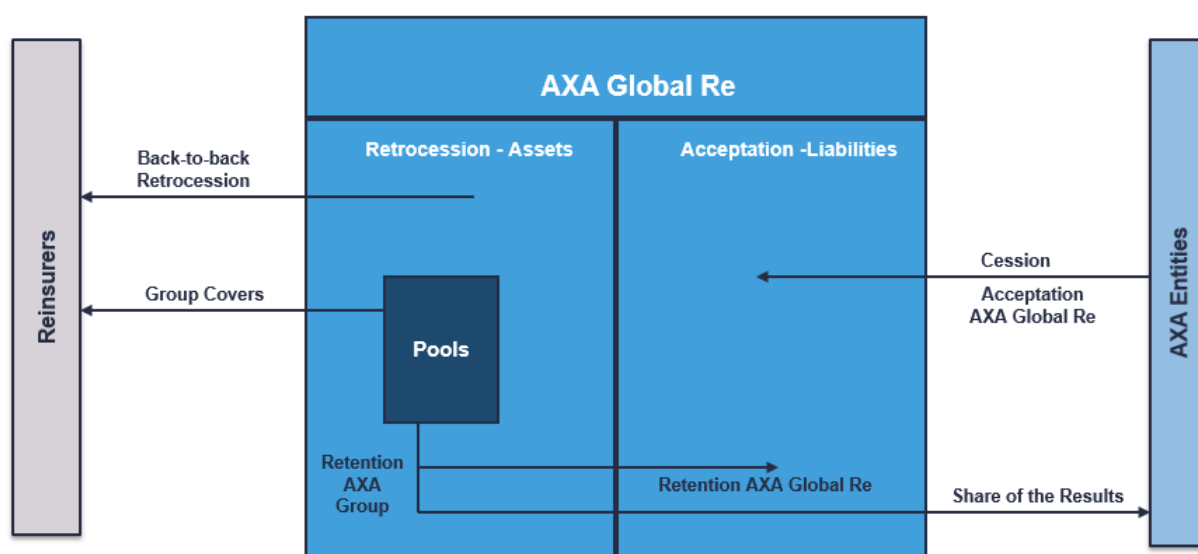


FIGURE 1 – Schéma de réassurance au sein de AXA Group Ceded Re (ex AGRE)

#### 1.4 Méthode actuelle de prise en compte de l'inflation dans les réserves au sein d'AXA Group Ceded Re

Une méthode interne a été développée au sein d'AXA Group Ceded Re afin de pouvoir déterminer les réserves d'inflation. Pour cela, on considère que l'inflation passée est observée dans les triangles sans retraitement. Ainsi, lorsque les charges ultimes sont projetées (en utilisant la méthode de Chain Ladder par exemple), les estimations obtenues tiennent compte de l'inflation future moyenne observée dans le passé. En considérant la tendance actuelle de l'inflation, la projection de l'inflation dans les charges ultimes est probablement sous-estimée.

Pour corriger cette différence entre l'inflation réelle et l'inflation espérée en considérant la tendance passée, une réserve additionnelle d'inflation est calculée. La méthode est la suivante :

- projeter les réserves actuelles dans les triangles de paiements ;
- déflater les paiements en considérant l'inflation historique ;
- réinflater les paiements en considérant l'inflation future ;
- ajouter des paramètres avec des valeurs comprises entre 0 et 1 (appelés facteurs de transmission), pour quantifier à quel point l'inflation se transmet selon certains facteurs explicatifs (0 signifiant que

l'inflation n'impacte pas le facteur alors que 1 signifie que l'inflation l'impacte intégralement) :

- la ligne de business : les sinistres Property peuvent être entièrement impactés par l'inflation, tandis que les sinistres MOTOR le sont moins,
- le type de réserves : les sinistres à payer (SAP) correspondent à des sinistres connus déjà évalués par des experts et peuvent donc ne pas être totalement impactés par l'inflation future, tandis que les provisions IBNR (Incurred But Not Reported) correspondent à des sinistres inconnus dont les évaluations futures par les experts peuvent vraisemblablement refléter l'inflation future,
- la maturité des réserves : plus les réserves sont rattachées à des années d'accident anciennes, moins il est probable qu'elles soient réajustées de l'inflation.

Ainsi, pour des règlements futurs d'un montant CF en monnaie « X », correspondant à l'ensemble des sinistres de la lob « L », de type de réserve « T » (IBNR ou Case reserve), et de maturité « M », la réserve additionnelle d'inflation est donnée par :

$$\text{addinflation} = \frac{\text{CF}}{\text{pastInflationFactor}_X} (\text{pastInflationFactor}_X + (\text{futureInflationFactor}_X - \text{pastInflationFactor}_X) \cdot \text{TF}_L \cdot \text{TF}_T \cdot \text{TF}_M)$$

où TF sont les différents facteurs de transmission du modèle.

Cependant, cette méthode de correction de l'inflation présente des limites. En effet, elle est basée sur une inflation issue d'une source externe qui ne reflète pas forcément l'inflation qui devrait être observée dans les triangles. L'inflation peut être différente d'un triangle à un autre selon les branches (courtes ou longues) et les produits considérés. Aussi, le modèle introduit des paramètres de facteurs de transmission et ne donne pas de méthodes pour les estimer ou confronter leurs valeurs lorsqu'ils sont fixés par jugement d'expert. Enfin, le modèle ne s'intègre pas au modèle de provisionnement d'AXA Group Ceded Re (Bornhuetter Ferguson).

Afin d'apporter des solutions à cette problématique et au vu la tendance actuelle de l'inflation qui remet en question les hypothèses des méthodes de provisionnement, nous allons dans la suite du document adopter une approche qui permet de **considérer l'inflation des sinistres issue des triangles** et de **calculer une réserve d'inflation**.

## 1.5 Apport du mémoire

La plupart des études qui ont porté sur l'impact de l'inflation en provisionnement se placent dans un contexte d'assurance non vie. Cependant, ce mémoire étudie l'impact de l'inflation dans le calcul des provisions en réassurance. Le contexte de réassurance est particulier dans la mesure où l'effet de l'inflation en assurance peut être différent en réassurance, en particulier pour les traités non proportionnels. Illustrons cela avec l'exemple suivant.

Exemple :

On considère un traité de réassurance XL (excédent de sinistres) qui est de 500 XS 0. Si nous avons un sinistre qui coûte 1000 alors le réassureur devrait prendre 500.

Supposons maintenant qu'il y a une inflation de 5%. Dans ce cas, le sinistre qui coûtait 1000 coûte maintenant 1050 avec l'inflation. Le réassureur devrait prendre alors 550 au lieu de 500. Le taux d'inflation en réassurance est égal à 10%. Il y a donc une sur-inflation pour les traités non proportionnels.

L'inflation augmente la charge de sinistres qui revient au réassureur avec les traités non proportionnels. Ce phénomène est corrigé par une clause appelée clause de stabilisation qui permet de répartir équitablement le surplus de la charge dû à l'inflation entre assureur et réassureur.

Ainsi, l'apport de ce mémoire est l'étude de l'impact de l'inflation en réassurance pour les traités non proportionnels. Nous pourrions aussi voir la répartition des charges de sinistres entre assureur et réassureur avec ou sans la clause de stabilisation. En outre, la méthode de provisionnement utilisée étant la méthode de Bornhuetter Ferguson, ce mémoire permet d'intégrer l'inflation dans le calcul du Loss Ratio a priori de cette méthode. Autrement dit, nous pouvons capter l'impact de l'inflation sur le Loss Ratio a priori. Enfin, cette étude permet de calculer une réserve additionnelle d'inflation afin de se couvrir de l'inflation et d'éviter un risque de sous-provisionnement.

## 2 Revue de littérature et méthodologie

Le cadre théorique sur lequel se base cette étude est décrit dans ce chapitre. Pour ce faire, nous allons présenter la **méthodologie adoptée et la documentation** qui nous a servi de référence. Nous commencerons par présenter la **méthode de séparation de Taylor** qui permet de déterminer les facteurs d'inflation. Ensuite, les **techniques de lissage** par la méthode de régression non paramétrique sont définies afin d'éliminer les irrégularités autour des facteurs d'inflation. Pour la **modélisation entre les facteurs d'inflation et les indices économiques**, la méthode de régression stepwise est utilisée. Le modèle retenu est ajusté pour la **prédiction de l'inflation future des sinistres**. La méthode de **simulation des charges sinistres** est donnée par la suite avant de passer à la détermination du calcul du **Loss Ratio cédé à la réassurance**. Enfin, les méthodes de provisionnement **Mack-Chain Ladder** et **Bornhuetter Ferguson** sont présentées.

### 2.1 Méthode de séparation arithmétique de Verbeek-Taylor

Cette méthode a été introduite par Verbeek en 1972 dans un contexte de réassurance pour la projection du nombre de sinistres. Taylor (1977) l'a généralisée en approche déterministe en l'appliquant sur des montants de sinistres. L'intérêt de cette méthode se situe essentiellement sur le calcul de la provision de sinistres dans un triangle soumis à une inflation non nécessairement constante au cours des années calendaires. Elle permet donc de distinguer les facteurs exogènes liés à l'année de paiement (calendaire) et les facteurs liés à l'année de développement.

Nous considérons le triangle de paiements suivant avec  $n$  années. On note :

$i$  l'année de survenance des sinistres,  $i = 0, 1, \dots, n$  ;

$j$  l'année de développement des sinistres,  $j = 0, 1, \dots, n$  ;

$X_{ij}$  la variable aléatoire qui correspond au coût des sinistres survenus l'année  $i$  pour l'année de développement  $j$ .

	0	.....	j	.....	n
0	$X_{00}$		$X_{0j}$		$X_{0n}$
$\vdots$	$\vdots$	.....			
i	$X_{i0}$		$X_{ij}$		
$\vdots$	$\vdots$				
n	$X_{n0}$				

TABLE 1 – Schéma du triangle de paiements

Avec la méthode de Taylor, nous travaillons avec les  $(r_{ij})$  définis par :

$$r_{ij} = \frac{X_{ij}}{n_i} \quad (3)$$

où  $n_i$  est le nombre de sinistres survenus l'année  $i$ .

L'intérêt de normaliser par le nombre de sinistres est de pouvoir éliminer l'effet de fréquence dans l'évaluation des provisions et donc d'exclure l'inflation portée par la fréquence des sinistres.

La méthode de Taylor repose sur deux **hypothèses** :

- la cadence de règlement  $c_j$  est constante et indépendante de l'année d'origine  $i$  ;



- le coût moyen des paiements non cumulés  $r_{ij}$  de l'année de survenance  $i$  et de l'année de développement  $j$  est proportionnel à un facteur d'inflation qui est lié à l'année de paiement  $i+j$ .

On peut donc écrire  $r_{ij}$  sous la forme :

$$r_{ij} = c_j \lambda_{i+j} \quad (4)$$

L'identification des paramètres est assurée par la contrainte supplémentaire sur les cadences. Par définition, nous avons :  $\sum_{j=0}^n c_j = 1$ .

On suppose un vecteur des diagonales  $(d_k)_{k=0, \dots, n}$  et un vecteur des colonnes  $(v_j)_{j=0, \dots, n}$  qui s'écrivent comme suit :

Pour  $k \in \mathbb{N}$ ,

$$d_k = \sum_{i=0}^k r_{i,k-i} = \lambda_k \sum_{j=0}^k c_j \quad (5)$$

et pour  $j \in \mathbb{N}$ ,

$$v_j = \sum_{i=0}^{n-j} r_{i,j} = c_j \sum_{k=j}^n \lambda_k \quad (6)$$

Il s'en suit qu'un estimateur de  $\lambda_n$  est  $d_n$  du fait que la somme totale des cadences  $c_j$  vaut 1. De  $\lambda_n = d_n$ , on déduit

$$c_n = \frac{v_n}{\lambda_n} \quad (7)$$

En sommant la  $n-1$  ème diagonale, nous obtenons :

$$d_{n-1} = \lambda_{n-1} (c_1 + \dots + c_{n-1}) = \lambda_{n-1} (1 - c_n) \quad (8)$$

Nous pouvons alors estimer  $\lambda_{n-1}$  par :

$$\lambda_{n-1} = \frac{d_{n-1}}{1 - c_n} \quad (9)$$

Ainsi, on détermine de manière récursive les autres paramètres à l'aide des formules suivantes :

$$\lambda_h = \frac{d_h}{(1 - c_n - c_{n-1} - \dots - c_{h+1})} = \frac{d_h}{1 - \sum_{j=h+1}^n c_j} \quad (10)$$

et

$$c_h = \frac{v_h}{(\lambda_n + \lambda_{n-1} + \dots + \lambda_h)} = \frac{v_h}{\sum_{j=h}^n \lambda_j} \quad (11)$$

Les informations du triangle sont réécrites sous la forme du tableau suivant :

	0	.....	j	.....	n
0	$c_0\lambda_0$		$c_j\lambda_j$		$c_n\lambda_n$
$\vdots$	$\vdots$	.....			
i	$c_0\lambda_i$		$c_j\lambda_{i+j}$		
$\vdots$	$\vdots$				
n	$c_0\lambda_n$				

TABLE 2 – Méthode de séparation de Taylor

La méthode de Taylor permet donc d'isoler les facteurs relatifs à une année calendaire qui impactent le montant des provisions :  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_n\}$ . Nous partirons de ces facteurs pour modéliser l'inflation.

## 2.2 Méthode de régression non paramétrique

La régression non paramétrique est un outil statistique qui permet de décrire la relation entre une variable d'intérêt et une ou plusieurs variables explicatives sans supposer une forme particulière pour cette relation. Elle permet de construire une régression dans laquelle la fonction d'estimation ne prend pas une forme prédéterminée. Ainsi, les données devant fournir la structure et l'estimation du modèle, elle exige une taille d'échantillon plus importante que la régression basée sur des modèles paramétriques.

Dans l'approche non paramétrique, la relation s'écrit :

$$Y = \beta_0 + f(X_i) + \epsilon_i, \quad (12)$$

où  $f$  la fonction de régression n'a pas de structure.

La relation entre  $Y$  et  $X$  est ajustée à partir des données - « Let the data show the appropriate functional form » (Hastie). L'avantage de la méthode de régression non paramétrique est sa flexibilité et sa capacité à capter des variations inattendues.

Nous avons différentes méthodes de régression non paramétriques. Les plus robustes sont :

- la méthode à noyau
- la méthode de loess
- la méthode spline

La méthode de régression non paramétrique loess est utilisée dans cette étude pour le lissage des facteurs d'inflation.

La régression polynomiale locale pondérée (loess), en anglais, l'acronyme de « LOcally Estimated Scatterplot Smoothing » combine plusieurs modèles de régression multiple. Dans une régression loess, l'ajustement de la courbe se fait localement. Pour déterminer la valeur  $y$  que prend la courbe au point d'abscisse  $x_i$ , on ajuste un polynôme de degré 1 ou 2 aux points au voisinage de  $x_i$ . Cet ajustement se fait avec pondération : les points les plus proches de  $x_i$  ont davantage de poids dans l'ajustement.

### Détermination du voisinage :<sup>6</sup>

La proportion de points considérés dans le lissage (ou rayon du voisinage) est déterminée par un paramètre  $\alpha$ . Quand  $\alpha < 1$ , une proportion  $\alpha$  des points est incluse dans le voisinage. Quand  $\alpha \geq 1$ , tous les points sont utilisés. L'ajustement ne dépend alors plus de  $\alpha$  à travers la détermination du voisinage. Toutefois,  $\alpha$  impacte toujours sur le calcul des poids.

---

6. Ces points sur les caractéristiques de la régression non paramétrique se fondent sur le document [9] de la bibliographie

Par ailleurs, un rayon proche de 0 signifie une interpolation avec un biais faible et une variance forte et un rayon proche de 1 signifie que la régression est constante avec un biais fort et une variance faible. Ainsi, on se retrouve à faire un arbitrage entre biais et variance.

#### **Détermination de la pondération :**

Le poids  $\phi$  d'un point d'abscisse  $x_j$  au voisinage de  $x_i$  est d'autant plus important que sa distance est petite. Le poids de la pondération s'écrit comme suit :

$$\phi = (1 - (\frac{d_{ij}}{d_{max}})^3)^3 \quad (13)$$

Quand  $\alpha < 1$ ,  $d_{max}$  est la distance maximale (en  $x$ ) séparant deux points du voisinage considéré.

Quand  $\alpha \geq 1$ ,  $d_{max}$  est égale à  $\alpha$  fois la distance maximale observée (en  $x$ ) entre deux points du jeu de données.

#### **Ajustement de la courbe :**

Une fois le voisinage et les poids déterminés, une courbe correspondant à un polynôme de degré 1 ou 2 est ajustée pour l'ensemble des valeurs  $x_i$ . La valeur prédite en ce point  $x_i$  par la régression loess correspond à la valeur prédite par le polynôme ajusté localement.

## **2.3 Modélisation entre les facteurs d'inflation et les indices économiques**

### **2.3.1 Nécessité d'établir une relation entre l'inflation et les indices économiques**

Une fois les facteurs d'inflation obtenus empiriquement sur les données par la méthode de Taylor, on cherche maintenant à déterminer les potentiels facteurs explicatifs du niveau d'inflation des sinistres. Ce dernier s'écarte souvent du niveau de l'inflation générale. On appelle inflation superposée la différence entre l'inflation des sinistres et l'inflation générale. Les causes de l'inflation superposée évoquée dans la littérature sont notamment les changements juridiques et législatifs qui augmentent les paiements moyens des sinistres<sup>7</sup>. L'évolution des conventions sociales et de l'inflation des coûts médicaux<sup>8</sup>, les pratiques de gestion des sinistres sont autant d'éléments qui expliquent également l'inflation superposée.

Compte tenu de ces observations, il a été démontré que l'inflation spécifique des sinistres est liée à des indices économiques. A titre illustratif, l'article [14] explique que Masterson (1968) a montré une liaison entre différents indices économiques et l'inflation spécifique des sinistres de différentes branches d'activité. Il ajoute aussi que Morrow et Conrad (2010) ont identifié les indicateurs économiques les mieux adaptés à l'inflation des sinistres dans leurs travaux.

Ainsi, la détermination de la relation entre l'inflation des sinistres et les indices économiques peut contribuer à une meilleure compréhension des facteurs explicatifs de l'inflation des sinistres et donc améliorer le calcul des provisions pour sinistres.

### **2.3.2 Méthodes de régression**

Différentes méthodes de régression ont été utilisées afin de déterminer la relation qui existe entre l'inflation des sinistres et les indices économiques.

Dans le mémoire de Laure-Anne Lagrange et Pierre Meunier (2014), la méthode du maximum de vraisemblance est utilisée pour estimer le modèle reliant les facteurs d'inflation issus de la méthode de

---

7. Auteurs cités dans l'article [14] : Brickman, Forster et Sheaf, 2005 ; Pearson et Beynon, 2007 ; Cutter, 2009 ; Lewin, 2009 ; Swiss Re, 2010

8. Auteurs cités dans l'article [14] : Pearson et Beynon, 2007 ; Lewin, 2009 ; Swiss Re, 2010

Taylor à un taux spécifique. Selon lui, les facteurs d'inflation s'écrivent, pour tout  $k \in \{1, \dots, n\}$ , sous la forme

$$\lambda_k = \lambda_0(1 + ai_0) \dots (1 + ai_{k-1}) + \gamma_k \quad (14)$$

où  $\gamma_k$  représente le risque spécifique associé à l'année calendaire  $k$ ,  $a$  est un paramètre supposé positif, pour rester cohérent, et les  $(i_k)_{k=1, \dots, n}$  sont les taux d'inflation entre les années  $k$  et  $k+1$ . Le facteur  $\lambda_0$  n'est pas décomposé.

De même, Yvan Murzeau (2021) utilise cette même approche d'estimation par maximum de vraisemblance.

Cependant, Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, Andreas Kolb (2015), quant à eux, ont adopté l'approche d'une régression par étape (stepwise) pour déterminer les facteurs économiques pertinents de l'inflation des sinistres.

A l'instar de ces auteurs, nous allons utiliser la régression stepwise dans le cadre de cette étude afin de déterminer les différents indices économiques (non nécessairement un seul indice) qui expliquent l'inflation dans une branche donnée. La régression stepwise combine la sélection forward et l'élimination backward afin de sélectionner le meilleur sous-ensemble de variables prédictives qui minimise le critère d'information d'Akaike (AIC). Autrement dit, à chaque étape, une variable peut être ajoutée au modèle ou en être retirée sur la base du critère d'AIC et nous choisissons le modèle qui minimise l'AIC.

Comme l'inflation des sinistres est déterminée par différents indices économiques, un modèle de régression linéaire multiple permet de combiner ces différents indices économiques afin de modéliser au mieux l'inflation des sinistres.

Le modèle de régression multiple peut être écrit comme suit :

$$\lambda_t = c + \beta_1 i_{t1} + \dots + \beta_k i_{tk} + \varepsilon_t = c + \sum_{j=1}^k \beta_j i_{t,j} + \varepsilon_t \quad (15)$$

où  $t \in \{0, 1, \dots, n\}$  est l'année calendaire,  $\lambda_t$  représente le facteur d'inflation des sinistres et est indépendant pour tout  $t$ ,  $c$  la constante de régression,  $i_{t,j}$  la variable explicative (indice économique)  $j$  à la date  $t$ ,  $\beta_j$  les coefficients de régression et  $\varepsilon_t$  le terme d'erreur.

### 2.3.3 Choix des indices économiques

Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, Andreas Kolb (2015) émettent l'hypothèse que les indices IPC, IPC-transport, IPC-achat de véhicules à moteur, chiffre d'affaires-entretien et réparation de véhicules à moteur, les revenus bruts et les indices relatifs aux coûts de santé (OCDE santé-total actuel, OCDE santé-soins infirmiers, OCDE santé-biens médicaux) ont un impact sur l'inflation des sinistres dans l'assurance responsabilité civile automobile.

Ils trouvent que les indices OCDE santé-total actuel et le chiffre d'affaires-entretien et la réparation des véhicules à moteur présentent une relation statistiquement significative élevée avec l'inflation des sinistres de l'assurance responsabilité civile automobile des entreprises. Les indices IPC et revenus bruts présentent également une relation positive, qui n'est toutefois statistiquement significative qu'au niveau de 10%.

En outre, AXA mentionne dans son document interne « HY 2022 Actuarial guidances - Impact of inflation on PC reserving approach » qu'en responsabilité civile, les références à l'inflation des salaires ainsi qu'à l'indice des services juridiques (frais de justice) sont généralement utilisées.

Enfin, Addactis, dans son document « Impact du contexte inflationniste sur le risque de provisionnement non-vie », indique qu'en dommages responsabilité civile, les indices utilisés sont relatifs au plafond annuel / mensuel Sécurité Sociale (PASS), aux services médicaux, aux soins hospitaliers, aux produits pharmaceutiques, aux services juridiques, au salaire des activités de santé humaine, à la rémunération des fonctionnaires de l'Etat, au salaire mensuel brut de l'ensemble des salariés, au panier global de consommation hors tabac, au panier global de consommation. En MRH, l'indice de révision des prix de construction des bâtiments et ceux relatifs aux travaux d'entretien-amélioration de logements sont utilisés.

Le choix des potentielles variables explicatives à inclure dans la régression multiple stepwise se fonde sur des arguments économiques en tenant compte de la littérature.

## 2.4 Méthode de prédiction de l'inflation

### 2.4.1 Prédiction avec inflation cristallisée

Afin de prédire l'inflation future des sinistres, nous avons besoin de déterminer les valeurs futures de la série des  $(\lambda_k)_{k=n+1, \dots, 2n}$  en se basant sur le modèle économétrique déterminé dans la section précédente. Pour cela, il est nécessaire de disposer des valeurs des indices économiques dans le futur.

Yvan Murzeau (2021) estime naturel de considérer un taux d'inflation constant propre à la catégorie d'assurance considérée. La moyenne géométrique du taux sur la période étudiée a été utilisée par ce dernier comme étant le taux d'inflation des indices constant. Cette approche appelée projection avec inflation cristallisée qui consiste à considérer un taux d'inflation constant est également utilisée par Laure-Anne Lagrange et Pierre Meunier (2014). Ils calculent quant à eux une moyenne arithmétique de l'inflation historique afin de supprimer la volatilité de l'inflation. En outre, Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, Andreas Kolb (2015), pour obtenir un premier aperçu, utilisent une approche simplifiée en considérant que la moyenne estimée empiriquement des indices explicatifs est constante pour  $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$  et implique moins de volatilité du modèle.

Dans le cadre de cette étude, nous allons considérer une moyenne arithmétique de l'inflation des indices économiques sur les quatre dernières années comme étant leur taux d'inflation futur compte tenu des variations observées de l'inflation sur ces dernières années. Ce taux d'inflation constant des indices économiques est intégré au modèle de régression obtenu par la méthode stepwise pour définir le modèle de prédiction de l'inflation future des sinistres.

Ainsi, le modèle de régression linéaire multiple utilisé pour prédire l'inflation des sinistres est donné par :

$$\lambda_t = c + \beta_1 i_{n,1} (1 + \bar{I}_1)^{(t-n)} + \dots + \beta_k i_{n,k} (1 + \bar{I}_k)^{(t-n)} + \varepsilon_t = c + \sum_{j=1}^k \beta_j i_{n,j} (1 + \bar{I}_j)^{(t-n)} + \varepsilon_t \quad (16)$$

où  $\lambda_t$  représente le facteur d'inflation future des sinistres pour  $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$  et  $\varepsilon_t$  le terme d'erreur qui suit une distribution normale standard, la constante  $c$  et les coefficients  $\beta_j$  sont ceux estimés dans la modélisation stepwise,  $i_{n,j}$  est la valeur de l'indice  $j$  à la date  $n$  et  $\bar{I}_j$  l'inflation associée à cet indice.

### 2.4.2 Prédiction par régression linéaire

Une autre manière de prédire l'inflation future des indices économiques est de faire une régression linéaire.

Les hypothèses sur lesquelles reposent le modèle de régression linéaire sont les suivantes :

H1 : La linéarité du modèle

H2 : La variance des résidus est constante  $\sigma^2$  (homoscédasticité)

H3 : Les résidus sont indépendants

H4 : Les résidus sont issus d'une loi normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ .

Pour déterminer la valeur future des indices économiques, nous pouvons appliquer une régression linéaire entre les indices économiques et le temps. Cette méthode a été proposée dans le document [15]. Ainsi, le modèle s'écrit comme suit :

$$i_t = c + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_n t^n + \varepsilon_t = c + \sum_{k=1}^n \beta_k t^k + \varepsilon_t \quad (17)$$

où  $i_t$  représente l'indice économique pour  $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$ , et  $\varepsilon_t$  le terme d'erreur. La constante  $c$  et les coefficients  $\beta_j$  sont les paramètres du modèle.

Une fois les indices économiques prédits, nous pouvons en déduire le modèle de prédiction de l'inflation des sinistres en considérant le modèle de régression retenu dans la modélisation stepwise. Ainsi, le modèle de prédiction de l'inflation des sinistres est donné par :

$$\lambda_t = c + \beta_1 i_{t1} + \dots + \beta_k i_{tk} = c + \sum_{j=1}^k \beta_j i_{t,j} \quad (18)$$

où  $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$ ,  $\lambda_t$  représente le facteur d'inflation des sinistres,  $i_{t,j}$  l'indice économique  $j$  prédit à la date  $t$ ,  $c$  la constante de régression,  $\beta_j$  les coefficients estimés dans la régression stepwise.

## 2.5 Méthodes de simulation des charges de sinistres et de détermination du Loss Ratio cédé à la réassurance

La méthode de provisionnement utilisée par l'équipe Reserving d'AXA Group Ceded Re est la méthode de Bornhuetter Ferguson qui nécessite l'utilisation d'un Loss Ratio a priori. Ce qui explique la détermination du Loss Ratio cédé à la réassurance dans cette partie. Toutefois, il est nécessaire de disposer des charges de sinistres pour calculer le Loss Ratio. C'est la raison pour laquelle la méthode de simulation des charges de sinistres par les générateurs est d'abord présentée telle qu'utilisée par l'équipe Pricing pour déterminer le Loss Ratio a priori cédé à la réassurance.

### 2.5.1 Lois de fréquence et de sévérité

Plusieurs risques sont couverts par un traité de réassurance. Chaque risque associé est modélisé par des générateurs. Un générateur est une distribution statistique qui permet de caractériser le risque. Les générateurs de risques sont en général caractérisés par une approche fréquence/coût. Chez AXA Group Ceded Re, ces générateurs sont calibrés par les cédantes puis revus par l'équipe de tarification au sein du Groupe. Compte tenu de la particularité de la réassurance non proportionnelle à traiter des scénarios extrêmes, on s'attend à des lois de fréquence qui caractérisent des événements rares et des lois de sévérité à queue épaisse.

#### Calibration des lois de fréquence

##### — Loi de Poisson

La loi de Poisson est une loi très utilisée pour modéliser la fréquence des événements rares. Soit  $E$  la durée de vie du contrat. Sa densité de probabilité est donnée par :

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda E) \quad (19)$$

Pour calibrer cette loi, on estime le paramètre  $\lambda$  par maximum de vraisemblance. On obtient un estimateur efficace et sans biais. Il s'écrit :

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{\sum_{i=1}^N E_i} \quad (20)$$

#### — Loi binomiale négative

La loi binomiale négative est également une loi utilisée pour modéliser la fréquence. Elle est décrite par sa densité :

$$P(X = k) = C_{k+r-1}^k (1 - ep)^r (ep)^k \quad (21)$$

Les paramètres à estimer pour calibrer la loi sont les suivants. Ces estimateurs sont sans biais.

$$\hat{m} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{\left(\sum_{i=1}^N E_i\right) - 1} \quad (22)$$

$$v\hat{a}r = \frac{1}{\sum_i E_i} \sum_i E_i (X_i - \hat{m})^2 \quad (23)$$

$$\hat{p} = \frac{\hat{m}}{v\hat{a}r} \quad (24)$$

$$\hat{r} = \frac{\hat{m} - \hat{p}}{1 - \hat{p}} \quad (25)$$

### Calibration des lois de sévérité

#### — Loi Pareto généralisée

Cette loi est un cas particulier des distributions GEV (Generalized Extreme Value) qui sont fréquemment utilisées pour modéliser les distributions de valeurs extrêmes. Sa fonction de répartition est donnée par :

$$F_{\mu,\sigma,\xi}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{si } \xi > 0 \quad \text{et } x \geq \mu \\ 1 - \left(1 + \frac{\xi(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{si } \xi < 0 \quad \text{et } \mu \leq x \leq \mu - \frac{\sigma}{\xi} \\ 1 - \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right) & \text{si } \xi = 0 \quad \text{et } x \geq \mu \end{cases} \quad (26)$$

$\mu$  : paramètre de position ,  $\sigma$  : paramètre d'échelle ,  $\xi$  : paramètre de forme

Pour estimer les paramètres de cette loi, nous pouvons utiliser deux méthodes.

Méthode des moments :

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{perte}_i \quad (27)$$

$$\text{var} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\text{perte}_i - m)^2 \quad (28)$$

$$\hat{\xi} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(m - \mu)^2}{\text{var}}\right) \quad (29)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{m - \mu}{2} \left(1 + \frac{(m - \mu)^2}{\text{var}}\right) \quad (30)$$

Méthode du maximum de vraisemblance :

$$(\hat{\xi}, \hat{\sigma}) = \operatorname{argmin}_{x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}_+} N * \ln(y) + \left(1 + \frac{1}{x}\right) \sum_i \ln \left(1 + \frac{x}{y} (\text{perte}_i - \mu)\right) \quad (31)$$

— **Loi log-normale**

Cette loi donne une importance aux sinistres qui ont des coûts élevés, d'où son utilisation en réassurance. Cette loi offre une alternative asymétrique à la loi normale, donnant un peu plus de poids aux sinistres de coûts élevés. Ses estimateurs sont donnés par :

Méthode des moments :

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{perte}_i \quad (32)$$

$$\text{var} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\text{perte}_i - m)^2 \quad (33)$$

$$\text{sdlog} = \sqrt{\log \left(1 + \frac{\text{var}}{(m - \mu)^2}\right)} \quad (34)$$

$$\text{meanlog} = \log(m - \mu) - \frac{\text{sdlog}^2}{2} \quad (35)$$

Méthode du maximum de vraisemblance :

$$\text{meanlog} = \frac{1}{N} \sum_i \log(\text{perte}_i - \mu) \quad (36)$$

$$\text{sdlog} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i (\log(\text{perte}_i - \mu) - \text{meanlog})^2} \quad (37)$$

— **Loi de Pareto tronquée**

Elle s'inscrit dans la même logique que la loi de Pareto généralisée, à la différence où elle permet de modéliser les expositions limitées. Sa fonction de répartition est donnée par :

$$F_{(L,H,\alpha)}(x) = \frac{1 - \left(\frac{L}{x}\right)^\alpha}{1 - \left(\frac{L}{H}\right)^\alpha}, x \in [L, H] \quad (38)$$

$\alpha$  : paramètre de forme

On estime les paramètres par la méthode des moments :

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{perte}_i \quad (39)$$

$$\alpha = f^{-1}(0), f(x) = m - \frac{l}{1 - \frac{1}{x}} * \frac{1 - \left(\frac{L}{H}\right)^{x-1}}{1 - \left(\frac{L}{H}\right)^x} \quad (40)$$



### — Loi Custom

Cette loi est utilisée dans le cas où aucun calibrage ne donne un résultat satisfaisant. De ce fait, une loi peut être créée spécifiquement si on dispose d'un nombre d'observations important en déterminant les quantiles qui correspondent à une répartition granulaire de l'intervalle  $[0,1]$ .

### Simulation des lois

Pour déterminer des réalisations des lois, on applique le théorème de la fonction inverse sur les lois décrites précédemment.

Théorème : Soit  $F$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  à valeurs dans  $[0, 1]$  croissante et continue à droite d'inverse généralisé  $F^{-1}$  et soit  $U$  une variable uniforme sur  $[0, 1]$  alors  $F^{-1}(u) \sim X$  où  $X$  possède comme fonction de répartition  $F$ . Cette fonction inverse peut être définie pour toutes les lois y compris pour la loi custom.

### 2.5.2 Prise en compte de l'inflation

Après simulation par les générateurs, nous obtenons des réalisations des distributions de sévérité et de fréquence. Afin de tenir compte de l'inflation future des sinistres, les charges sinistres sont corrigées en utilisant un facteur. Ce dernier que nous appellerons facteur d'inflation correcteur est calculé pour chaque traité et appliqué aux charges de sinistres simulées.

Soient  $X$  un traité de réassurance et  $F_X$  le facteur d'inflation correcteur associé. Le pourcentage de la charge ultime payée l'année de développement  $k$  est noté  $c_k$ . On suppose qu'on est en run-off après  $n$  années de développement. Le facteur d'inflation correcteur est donné par la formule suivante :

$$F_x = c_1 * (1 + inflation_1) + c_2 * (1 + inflation_1)(1 + inflation_2) + \dots = \sum_{k=1}^n c_k \prod_{t=1}^k (1 + inflation_t) \quad (41)$$

où  $inflation_t$  est le taux d'inflation à la date future  $t$ .

Le taux d'inflation future des sinistres est obtenu en utilisant les facteurs d'inflation future ( $\lambda_t$ ) déterminés dans la section précédente. Il est ainsi donné par la formule suivante :

$$inflation_t = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}} - 1, \text{ pour } t \in \{n+1, \dots, 2n\} \quad (42)$$

Pour appliquer le facteur d'inflation correcteur aux charges de sinistres simulées, nous utilisons les cadences de règlement issues de la décomposition de Taylor. La cadence de règlement associée à l'année de développement  $j$  est définie comme le pourcentage de la charge ultime réglée au  $j$  ème développement. La somme des cadences de règlement jusqu'à l'ultime donne alors 100%.

Notons que les générateurs de sinistres fournis par les cédantes prennent déjà en compte l'inflation. Cependant, on ne dispose pas d'informations sur le taux d'inflation utilisé. On suppose dans le cadre de cette étude que les cédantes utilisent l'inflation future issue de la courbe MCET (Market Consistent Economic Tarket) qui fournit l'inflation future cohérente avec les estimations du marché. Ainsi, nous devons calculer un facteur d'inflation MCET afin de déflater les charges de sinistres simulées et d'éviter un double compte de l'inflation.

Compte tenu de tout cela, la charge sinistre du traité  $x$  notée  $M_x$  corrigée de l'inflation des sinistres s'écrit de la façon suivante :

$$M_x^{\text{inflaté}} = \frac{F_x}{F_{MCET}} \times M_x^9 \quad (43)$$

Le rapport  $F_x/F_{MCET}$  peut être vu comme l'impact de la sur-inflation sur la sinistralité. L'étude de ce rapport nous permet d'identifier les branches plus ou moins sensibles à une sur-inflation.

### 2.5.3 Application du traité de réassurance

Les charges de sinistres corrigées de l'inflation étant calculées, nous pouvons appliquer à présent le traité de réassurance.

Les traités de réassurance XL se présentent sous forme de programme avec plusieurs tranches. Ils peuvent être représentés comme suit :

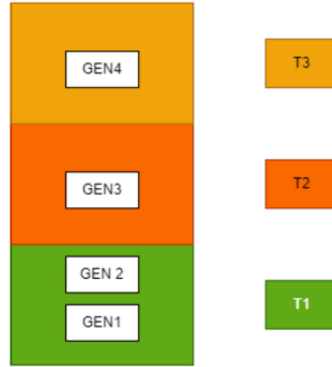


FIGURE 2 – Structure d'un traité de réassurance XL

Nous travaillons avec les données d'une cédante AXA France. A chaque tranche de chaque traité correspond un générateur de risques. La tranche possède une priorité soit une limite différente des autres tranches soit les deux à la fois. Il existe aussi des conditions qui s'appliquent sur l'ensemble du traité dont on peut citer la présence d'un AAD (déductible : la somme des charges de sinistres doit être supérieure à cette franchise pour que la couverture soit activée), d'un AAL (limite : la somme des recouvrements est limitée par ce montant) ou d'une prime de reconstitution. Les distributions sont calibrées par la cédante AXA France et couvrent généralement des risques indépendants. Les générateurs de risque sont supposés donc indépendants chez AXA.

### 2.5.4 Détermination du Loss ratio cédé à la réassurance

Le Loss Ratio est défini comme étant le rapport entre les sinistres payés à l'ultime et les primes acquises.

Soit un traité L XS P avec des franchises annuelles AAD et AAL et un nombre de reconstitutions  $r$ . La charge de sinistres cédée à la réassurance est donnée par

$$\text{Sinistres}_{\text{cédés}} = \min \left( (r+1) \times L; AAL; \max \left( 0; \left( \sum_{i=1}^n \min(L; \max(0; X_i - P)) \right) - AAD \right) \right) \quad (44)$$

$$\text{avec } \begin{cases} n \text{ le nombre de sinistres} \\ X_i \text{ le montant du sinistre } i \end{cases}$$

---

9. Cette formule se réfère à celle du document [23].

En outre, la prime de reconstitution se calcule comme suit :

$$\text{Prime de reconstitution} = \text{prime acquise} * \max(0, \text{Sinistres}_{cedes} - L) / L \quad (45)$$

Ainsi, on détermine le Loss Ratio cédé à la réassurance par la formule suivante :

$$LR_{cede} = \frac{\text{Sinistres}_{cedes} - \text{Prime de reconstitution}}{\text{Prime acquise}} \quad (46)$$

## 2.6 Les méthodes de provisionnement

### 2.6.1 Méthode de Mack-Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder est la méthode de provisionnement la plus utilisée en assurance.

On note :

$i$  l'année de survenance du sinistre,  $i = 0, \dots, I$  ;

$j$  l'année de développement du sinistre,  $j = 0, \dots, J$  ;

$X_{ij}$  le coût des sinistres survenus l'année  $i$  pour l'année de développement  $j$  ;

$C_{ij}$  la somme des coûts des sinistres survenus l'année  $i$  et vus en l'année de développement  $j$ .

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- H1 : Indépendance des années de survenance
- H2 : Il existe  $f_j \geq 0$  tel que  $E(C_{ij+1} / C_{i1} C_{i2} \dots C_{ij}) = \hat{C}_{ij+1} = f_j C_{ij}$
- H3 : Il existe  $\sigma_j^2 \geq 0$  tel que  $\text{Var}(C_{ij+1} / C_{i1} C_{i2} \dots C_{ij}) = \sigma_j^2 C_{ij}$

Trois hypothèses sont donc faites. La première, c'est que les années de survenance des sinistres sont indépendantes. La deuxième est que la variation du montant à payer, en moyenne pour l'année  $i$  lors du développement  $j + 1$ , est proportionnelle à l'année précédente  $j$ . Enfin, la variance est proportionnelle à  $C_{i,j}$ , ce qui implicitement revient à avoir un grand portefeuille diversifié.

On estime le facteur de développement de l'année  $j$  par

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}} \quad (47)$$

Les charges ultimes s'estiment donc par

$$C_{i,I} = C_{i,I-i} \prod_{t=I-i}^{I-1} f_t \quad (48)$$

### 2.6.2 Méthode Bornhuetter Ferguson

La méthode Bornhuetter Ferguson est une méthode déterministe de provisionnement basée sur les Loss Ratios. Elle cherche à crédibiliser les estimations à l'aide de données externes. On suppose que l'on a à disposition une estimation  $\Phi_i$  du Loss Ratio attendu ou probable pour une mesure d'exposition  $E_i$  pour l'année d'accident  $i$ . Chez AXA Group Ceded Re, ce Loss Ratio est fourni par l'équipe de tarification. Dans cette étude, nous utiliserons le Loss Ratio déterminé précédemment qui suit le même procédé que celui de l'équipe de tarification. La mesure d'exposition considérée est la prime acquise.

L'hypothèse de base de cette méthode est la suivante :

H1 : Les ratios  $C_{i,j+1}/C_{i,j}, i \in \{0, I - j - 1\}$  sont constants et indépendants de l'année d'origine  $i$ .

On estime par la méthode de Chain Ladder les cadences de règlements par

$$p_j = \frac{C_{i,j}}{C_{i,I}} = \frac{1}{\prod_{k=j}^{I-1} f_k}. \quad (49)$$

Une estimation de la charge cumulée en année de survénance  $i$  et année de développement  $j$  s'écrit comme suit :

$$C_{i,j+1} = C_{i,j} + (p_{j+1} - p_j) \Phi_i E_i. \quad (50)$$

Ainsi, la charge ultime s'obtient par :

$$C_{i,J} = C_{i,J-i} + (1 - p_{J-i}) \Phi_i E_i. \quad (51)$$

Par conséquent le montant des réserves en année  $i$  est égal à

$$R_i = (1 - p_{J-i}) \Phi_i E_i. \quad (52)$$

L'avantage de cette méthode est l'utilisation de données externes pour crédibiliser les estimations. Néanmoins, elle présente des inconvénients tels que la sensibilité aux valeurs aberrantes comme la méthode de Chain Ladder.

### 3 Modélisation de l'inflation

Dans ce chapitre, on se propose de **modéliser l'inflation issue des triangles** en passant de l'extraction des facteurs d'inflation à la prédiction de l'inflation. Pour cela, nous allons tout d'abord **présenter les données** à disposition dans cette étude avant de passer à l'application de la **méthode de Taylor** pour déterminer l'inflation intrinsèque des triangles. Un traitement sera fait sur les facteurs d'inflation extraits afin d'avoir une distribution stable et dépourvue de tout effet externe qui influencerait sur sa volatilité. Par la suite, un **lien sera établi entre ces facteurs d'inflation et les indices économiques**. Une prédiction s'en suivra sur la base du modèle obtenu et de certaines hypothèses afin de **déterminer l'inflation future** des sinistres.

#### 3.1 Présentation des données et analyse descriptive

##### 3.1.1 Présentation des données

Les informations (données) dont nous disposons sont les suivantes :

- Un triangle de paiements du Pool MOTOR en réassurance
- Deux triangles de paiements de la cédante AXA France pour les branches Dommages MOTOR RC (Responsabilité Civile) et MRH (Multi Risques Habitation)
- Les expositions par année de survenance pour chaque triangle. Les expositions sont représentées ici par le nombre de sinistres lors de l'application de la méthode de Taylor.
- Le volume de primes des traités Property Par Risk France et MTPL France pour l'année 2022, ces volumes seront utilisés dans la dernière partie pour le calcul des IBNR via la méthode Bornhuetter-Ferguson.

Le nombre d'années de développement est de 16 (2007-2022) et 18 (2005-2022) respectivement pour le triangle de réassurance et les triangles de la cédante. Nous travaillons pour ces derniers avec une branche courte (MRH) et une branche longue (MOTOR RC).

Pour la modélisation de l'inflation, nous utiliserons dans un premier temps les données de réassurance puis les données cédantes. Nous verrons (lors de l'application de la méthode de Taylor) que les données de réassurance génèrent beaucoup trop de volatilité sur l'estimation du facteur d'inflation. Ce qui fait que nous aurons recours aux données cédantes pour modéliser et prédire l'inflation.

Concernant les données cédantes :

- Il s'agit des données brutes de réassurance d'Axa France. Nous n'avons à notre disposition que les triangles de règlements et les triangles de nombres. En effet, AXA France étant une entité différente du GIE AXA, il ne nous est possible de disposer de données à la maille sinistre.
- Les données ne sont pas retraitées car nous ne disposons pas de l'information sinistre mais uniquement de l'information agrégée en triangle :
  - c'est-à-dire qu'il n'y a pas de seuil de sinistralité appliqué, ni de distinction entre les sinistres attritionnels et les sinistres graves
  - il n'y a pas non plus de distinction entre les sinistres clos et non clos.
- Les différentes distinctions mentionnées ci-dessus auraient pu être utiles dans l'étude afin de mesurer l'inflation des sinistres plus proches de ceux de réassurance, cependant nous sommes contraints de poser l'hypothèse que l'inflation totale du portefeuille brut de la cédante peut se répliquer à l'inflation du portefeuille de réassurance.

### 3.1.2 Analyse descriptive

L'analyse descriptive fait appel à des techniques statistiques permettant de dégager les caractéristiques et les tendances d'un jeu de données. Afin d'analyser les triangles de paiements, les paiements cumulés par année d'accident des branches MRH et MOTOR RC sont représentés respectivement par les graphiques 3 et 4 suivants.

Les paiements cumulés de la branche MRH se stabilisent au bout de 3 années de développement. Ce qui caractérise la branche MRH qui est une branche courte où les paiements sont quasiment nuls après les premières années de développement. Les paiements sont particulièrement importants au deuxième développement. Ce qui signifie qu'une grande proportion des paiements est réglée la deuxième année. Les dernières années d'accident se distinguent également des premières de par la grandeur des montants payés. Le volume de paiements des années d'accident récentes est plus élevé comparé aux premières années d'accident, cela s'explique notamment par une augmentation de la part de marché.

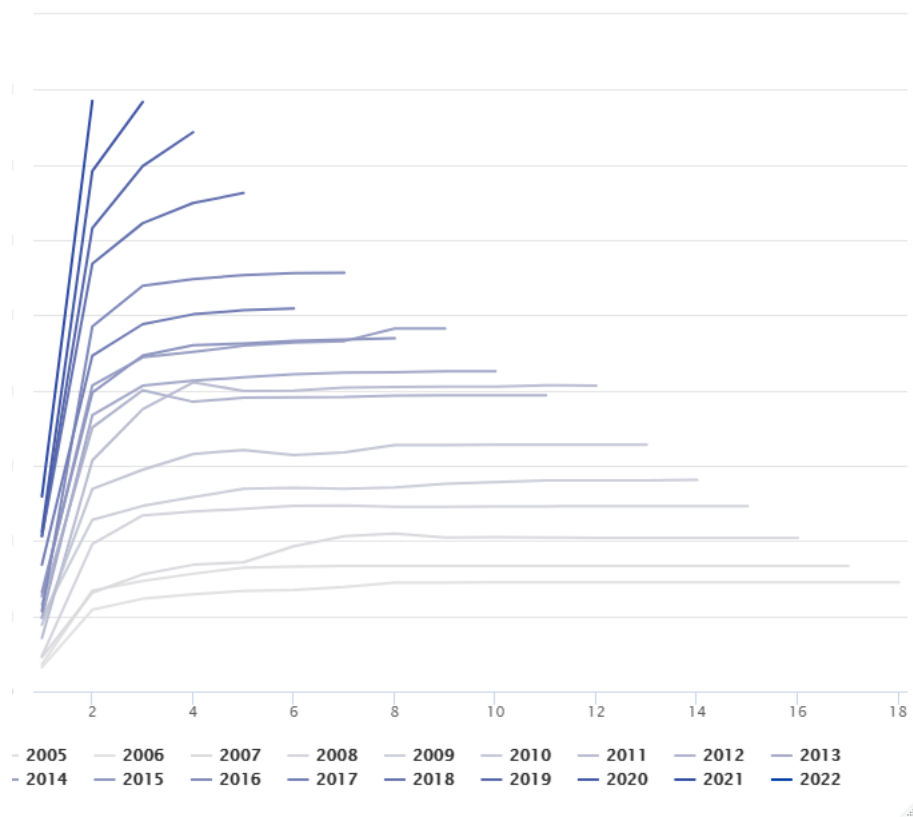


FIGURE 3 – Evolution des paiements cumulés par année d'accident de la branche MRH

Pour la branche MOTOR RC, les paiements cumulés ne se stabilisent qu'au bout de 16 années de développement. Ce qui représente une des caractéristiques de la branche MOTOR RC qui est une branche longue. Les paiements par année d'accident sont croissants avec un taux de croissance moins important sur les derniers développements. Les paiements des sinistres se font donc sur plusieurs années avec des proportions plus importantes sur les premières années. On observe également cette différence dans le volume des paiements entre les années d'accident récentes et anciennes qui s'explique notamment par l'évolution de la part de marché.

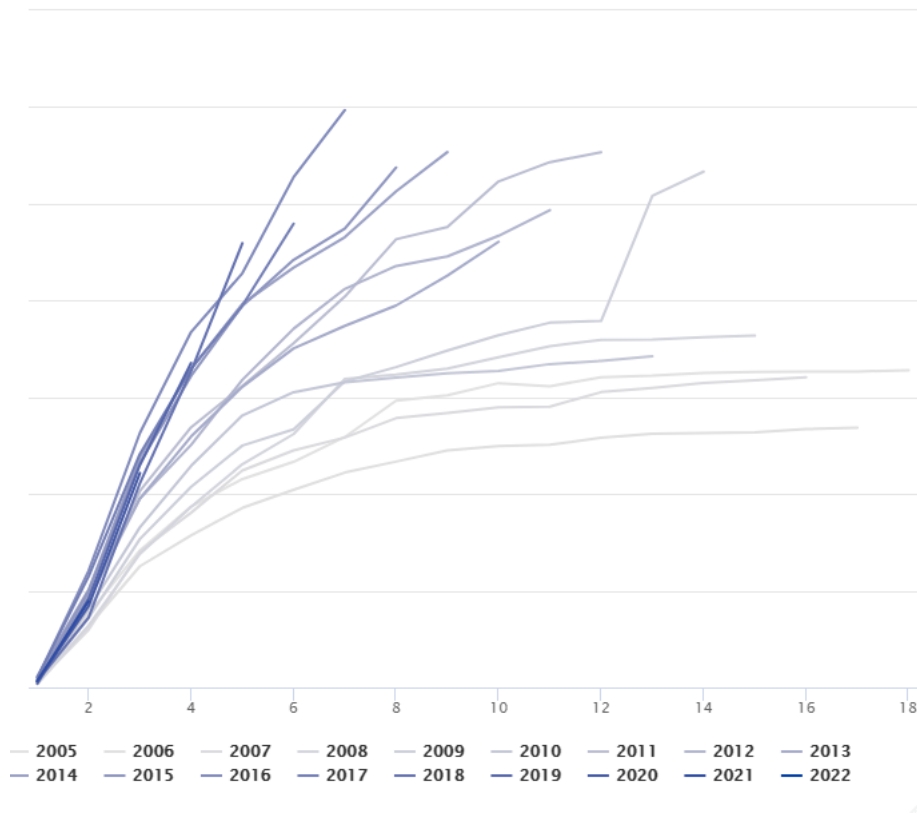


FIGURE 4 – Evolution des paiements cumulés par année d'accident de la branche MOTOR RC

### 3.2 Résultats de la méthode de séparation de Verbeek-Taylor

Afin de déterminer le niveau d'inflation dans les triangles de réassurance, la méthode de Taylor est appliquée sur le triangle du Pool MOTOR. Les résultats suivants ont été obtenus.

j	$c_j$	exercice	$\lambda_{\text{exercice}}$	Inflation
1	4%	2007	0,2247	
2	6%	2008	0,1909	−15%
3	9%	2009	0,1544	−19%
4	7%	2010	0,1647	7%
5	10%	2011	0,1314	−20%
6	14%	2012	0,1197	−9%
7	4%	2013	0,1035	−14%
8	7%	2014	0,1303	26%
9	2%	2015	0,2202	69%
10	7%	2016	0,2513	14%
11	3%	2017	0,3000	19%
12	15%	2018	0,1371	−54%
13	1%	2019	0,6843	399%
14	5%	2020	0,1073	−84%
15	3%	2021	0,3305	208%
16	3%	2022	0,3446	4%

TABLE 3 – Résultats de la décomposition de Taylor sur le pool MOTOR

Les cadences de règlements ne sont pas décroissantes comparé à ce à quoi on pourrait s'attendre et l'inflation obtenue est très volatile atteignant des pics trop élevés. Ceci peut être expliqué par le long

développement du Pool MOTOR. En effet, les effets de l'inflation sont plus observés sur les branches longues.

En outre, cette forte variation de l'inflation peut aussi s'expliquer par la complexité de la composante lambda en réassurance. En plus de l'inflation, d'autres éléments tels que le changement de structure de réassurance pour les traités non proportionnels, affectent la composante liée à l'année calendaire dans un contexte de réassurance. Les facteurs exogènes liés à l'année calendaire ne captent pas donc que l'inflation.

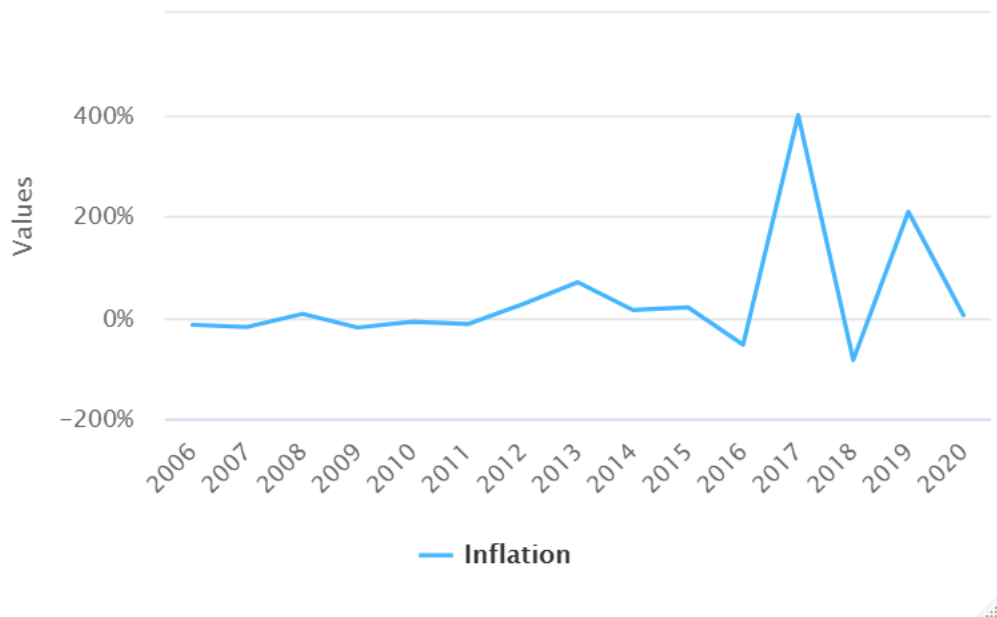


FIGURE 5 – Evolution de l'inflation des sinistres du Pool MOTOR

Nous pouvons donc conclure que **la méthode de Taylor n'est pas très adaptée à nos données de réassurance**. Compte tenu de cela, la méthode de Taylor est appliquée sur les données de la cédante AXA France. Les résultats sur les triangles des deux branches MRH et MOTOR RC sont présentés ci-après.

### Application à la branche MRH

La méthode de Taylor conduit aux cadences du tableau 4 qui sont décroissantes de façon générale avec un pic au deuxième règlement. Les cadences sont presque nulles au bout de quatre années de règlement, ce qui caractérise la branche MRH qui est une branche courte. L'inflation est moins volatile en variant entre -24% et 53%.



j	$c_j$	exercice	$\lambda_{\text{exercice}}$	Inflation
1	27%	2005	679,7	
2	55%	2006	739,4	9%
3	10%	2007	819,8	11%
4	3%	2008	671,0	-18%
5	1%	2009	1025,7	53%
6	1%	2010	811,2	-21%
7	1%	2011	677,1	-17%
8	1%	2012	925,1	37%
9	0%	2013	899,0	-3%
10	0%	2014	859,3	-4%
11	0%	2015	651,1	-24%
12	0%	2016	758,8	17%
13	0%	2017	1100,0	45%
14	0%	2018	923,5	-16%
15	0%	2019	903,0	-2%
16	0%	2020	879,0	-3%
17	0%	2021	976,3	11%
18	0%	2022	1107,7	13%

TABLE 4 – Résultats de la décomposition de Taylor sur la branche MRH

L'inflation de la branche MRH issue de la méthode de Taylor est représentée par le graphique ci-après.

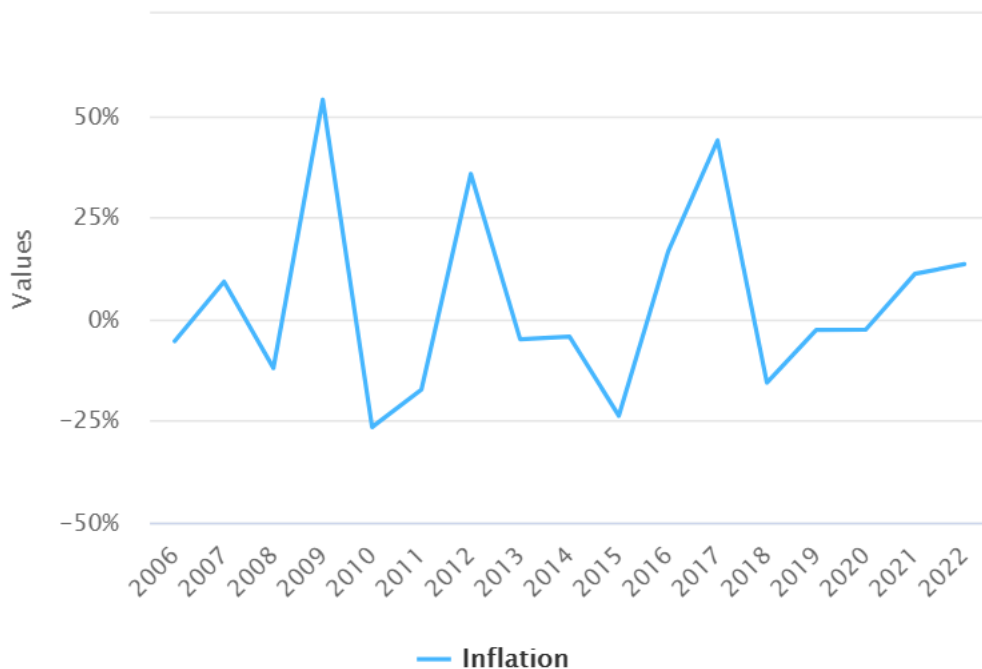


FIGURE 6 – Evolution de l'inflation des sinistres de la branche MRH

### Application aux dommages MOTOR RC

Les cadences de règlement et facteurs d'inflation de la branche MOTOR RC sont donnés dans le tableau ci-après. Les cadences sont en général décroissantes à partir du 3<sup>ème</sup> développement et s'an-

nulent qu'au 17<sup>ème</sup> développement. Ce qui caractérise la branche MOTOR RC qui est une branche longue.

$j$	$c_j$	exercice	$\lambda_{\text{exercice}}$	inflation
1	1%	2005	6397,3	
2	14%	2006	6772,9	6%
3	20%	2007	4894,6	-28%
4	13%	2008	4646,3	-5%
5	11%	2009	4733,0	2%
6	8%	2010	4460,8	-6%
7	7%	2011	5062,0	13%
8	6%	2012	5347,6	6%
9	3%	2013	5074,0	-5%
10	4%	2014	5484,2	8%
11	2%	2015	4068,7	-26%
12	2%	2016	4463,5	10%
13	6%	2017	4577,5	3%
14	2%	2018	4901,2	7%
15	0%	2019	3621,8	-26%
16	1%	2020	3896,9	8%
17	0%	2021	6033,1	55%
18	0%	2022	5706,9	-5%

TABLE 5 – Résultats de la décomposition de Taylor sur la branche MOTOR RC

L'inflation de la branche MOTOR RC est représentée par le graphique 7 avec une volatilité globalement entre -28% et 20% à l'exception du pic observé en 2021 (55%).

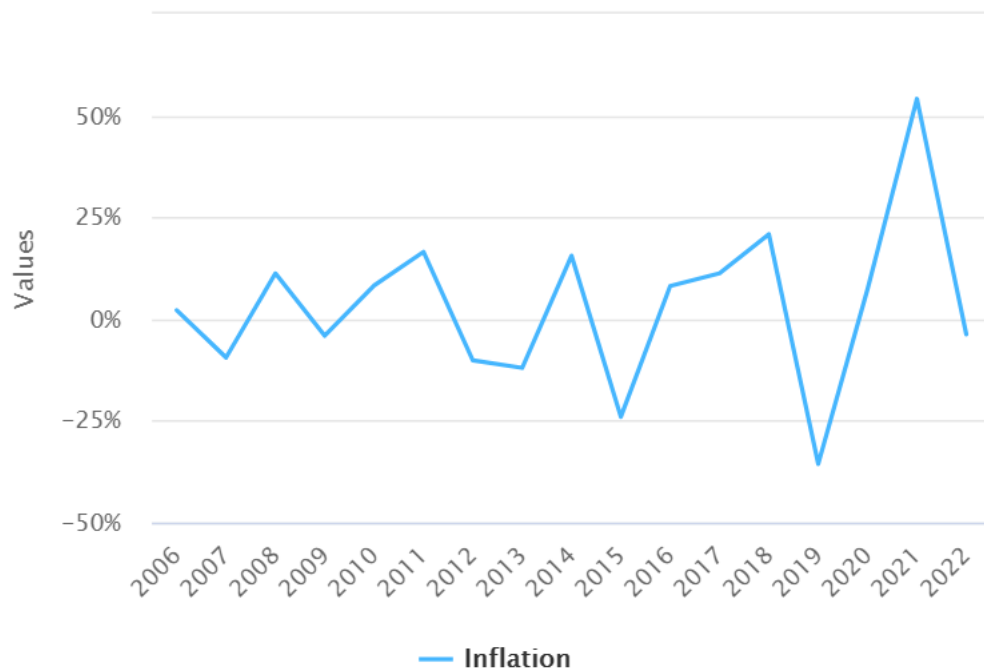


FIGURE 7 – Evolution de l'inflation des sinistres de la branche MOTOR RC

## Application de Chain ladder sur les triangles de paiement des branches MRH et MOTOR RC

Afin de vérifier les résultats de la méthode de Taylor, la méthode de provisionnement de Chain Ladder est appliquée aux triangles des branches MRH et MOTOR RC de la cédante AXA France. Les cadences incrémentales de règlement obtenues sont présentées dans le tableau 6.

Développement	Cadences Chain Ladder MRH	Cadences Chain Ladder MOTOR RC	Cadences Taylor MRH	Cadences Taylor MOTOR RC
1	26%	1%	27%	1%
2	56%	14%	55%	14%
3	10%	19%	10%	20%
4	3%	13%	3%	13%
5	1%	10%	1%	11%
6	1%	8%	1%	8%
7	1%	7%	1%	7%
8	1%	6%	1%	6%
9	0%	3%	0%	3%
10	0%	4%	0%	4%
11	0%	2%	0%	2%
12	0%	2%	0%	2%
13	0%	7%	0%	6%
14	0%	2%	0%	2%
15	0%	0%	0%	0%
16	0%	1%	0%	1%
17	0%	0%	0%	0%

TABLE 6 – Résultats de la méthode de Chain Ladder

Les cadences de la branche MRH sont presque nulles à partir du cinquième développement. Ce qui correspond à la nature de la branche MRH qui est une branche courte. Quant à la branche MOTOR RC, les cadences de règlement restent significatives jusqu'au quatorzième développement. Ce qui caractérise la branche MOTOR RC qui a un long développement.

Les Cadences Taylor de la branche MRH correspondent quasiment à celles de la méthode de Chain Ladder, de même que les cadences Taylor de la branche MOTOR RC avec celles de la méthode de Chain Ladder.

La conformité des résultats sur les cadences de règlement des méthodes de Chain Ladder et de Taylor rassure sur la décomposition faite précédemment avec la méthode de Taylor. Nous pouvons donc considérer que les valeurs du paramètre  $\lambda$  obtenues sont valides et correspondent bien à la composante calendaire, en particulier au facteur d'inflation.

### 3.3 Lissage de la composante inflation

Les facteurs d'inflation obtenus par la méthode de Taylor ont une forte volatilité qui pourrait biaiser les résultats dans l'étape suivante de régression entre ces facteurs d'inflation et les indices économiques. Tout porte à croire que la composante calendaire tient compte d'autres facteurs en plus de l'inflation. De ce fait, pour établir une relation robuste entre l'inflation et les indices économiques, il est nécessaire de supprimer le bruit autour des facteurs d'inflation. Pour cela, un recours aux méthodes de lissage est fait afin d'obtenir des facteurs d'inflation plus stables. Le lissage est une technique qui consiste à réduire les irrégularités d'une courbe. Cette technique mathématique est une méthode de régression et

particulièrement une régression non paramétrique.

Parmi les méthodes de régression non paramétriques, la régression loess telle que décrite précédemment dans la section 2.2 et qui fait partie des méthodes les plus robustes sera utilisée pour lisser les facteurs d'inflation.

Sur R, la fonction loess est appliquée avec un paramètre de voisinage égal à 0,75 qui définit la proportion de données à prendre en compte dans l'estimation de chaque point. Les résultats suivants sont obtenus sur les deux branches.

### Branche MRH

Le lissage de la composante inflation de la branche MRH montre globalement une tendance à la hausse. Cette hausse s'est accentuée davantage à partir de 2018 comme nous pouvons le voir dans le graphique 8.

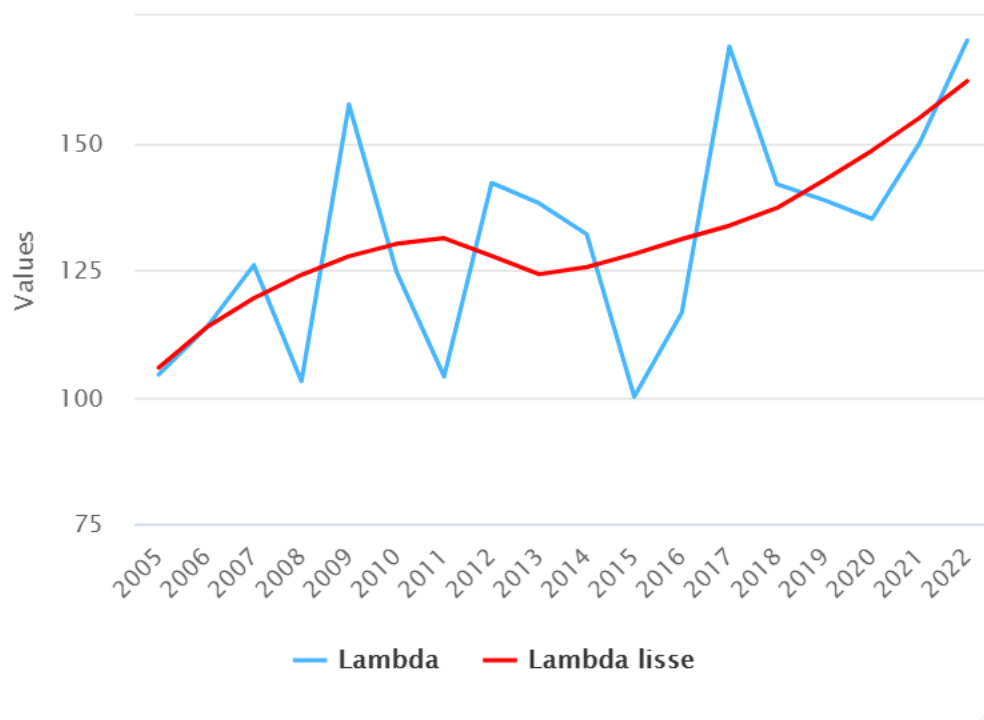


FIGURE 8 – Courbe lissée du facteur d'inflation de la branche MRH

### Branche MOTOR RC

Le graphique 9 ci-après représente la courbe lissée du facteur d'inflation implicite de la branche MOTOR RC. Elle est décroissante de façon générale avec une hausse à partir de 2018.

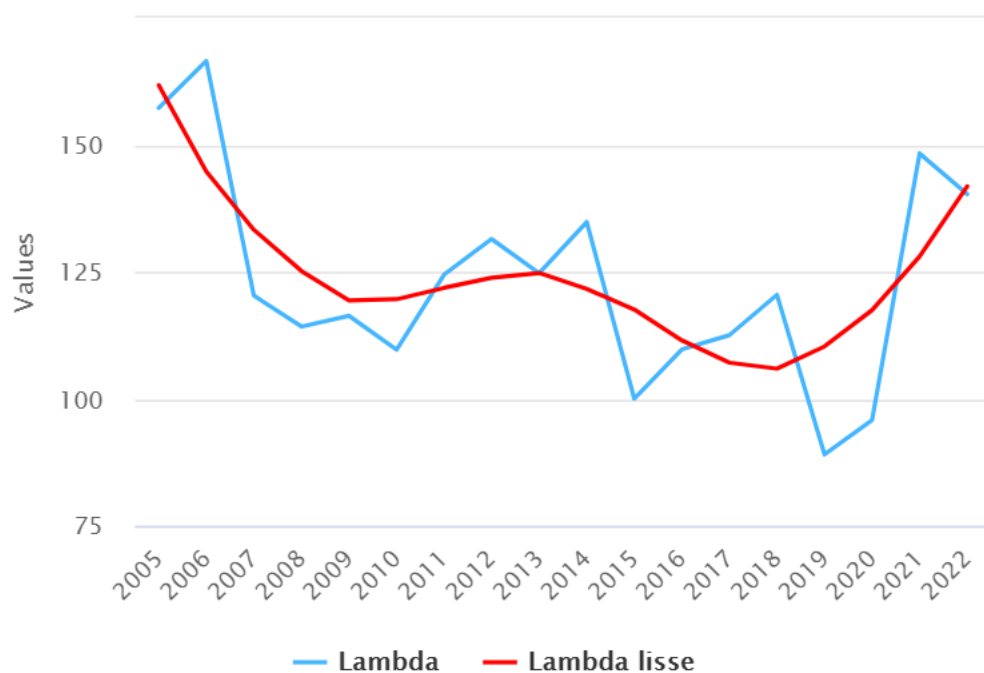


FIGURE 9 – Courbe lissée du facteur d’inflation de la branche MOTOR RC

— **Lissage avec différentes valeurs du paramètre de voisinage( $\alpha$ )**

Lors du lissage, un voisinage (la proportion de points considérés dans le lissage) doit être défini pour l’ajustement de la courbe. Pour cela, un arbitrage entre biais et variance est fait dans la mesure où un voisinage proche de 0 correspond à une interpolation avec un biais faible et une variance forte et un voisinage proche de 1 entraîne un biais fort et une variance faible.

Afin de choisir le meilleur paramètre  $\alpha$  qui permet de lisser au mieux les données en tenant compte de l’arbitrage entre biais et variance, différentes valeurs de ce paramètre variant entre 0,5 et 1 sont considérées. Les graphiques 10 et 11 suivants représentent les courbes lissées du facteur d’inflation pour différentes valeurs du paramètre  $\alpha$  respectivement pour les branches MRH et MOTOR RC.

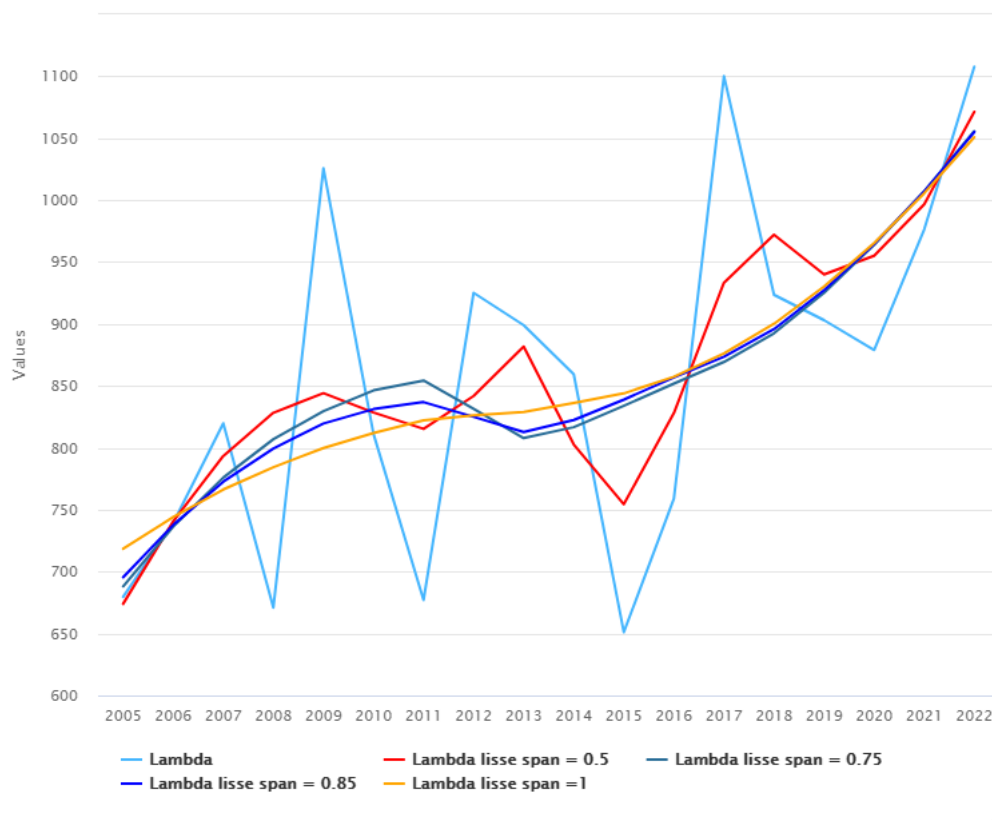


FIGURE 10 – Courbes lissées du facteur d'inflation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage de la branche MRH



FIGURE 11 – Courbes lissées du facteur d'inflation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage de la branche MOTOR RC

L'analyse des graphiques montre que lorsque  $\alpha$  est faible la courbe lissée est très proche de la vraie courbe car une proportion faible de points est considérée pour l'ajustement. Cependant, lorsque  $\alpha$  est élevé, la courbe lissée s'écarte de la vraie courbe et ne capte que la tendance globale de cette dernière car l'ajustement tient compte d'une proportion plus grande de données. Afin de faciliter le choix du meilleur paramètre  $\alpha$ , une validation croisée sur les données est considérée comme étant une méthode appropriée.

#### — Choix du meilleur paramètre de voisinage par validation croisée

La validation croisée permet de choisir le rayon de voisinage optimal qui ajuste au mieux les données en minimisant les erreurs de prédiction. Pour cela, les données sont séparées en deux jeux de données (un échantillon d'apprentissage et un échantillon de validation). Par exemple, les deux tiers des données peuvent constituer les données d'apprentissage et le tiers les données de validation. Différentes valeurs de  $\alpha$  sont considérées et pour chaque cas, le modèle est estimé sur les données d'apprentissage puis l'erreur est calculée sur les données de validation. Le paramètre  $\alpha$  optimal est celui qui minimise les erreurs de prédiction.

Les résultats de la validation croisée sont présentés dans le tableau 7 ci-après pour les branches MRH et MOTOR RC.

Span ( $\alpha$ )	Branche MRH			Branche MOTOR RC		
	RMSE	$R^2$	MAE	RMSE	$R^2$	MAE
0,50	145,9	0,5	128,7	1872,1	0,7	1231,5
0,55	145,9	0,5	128,7	1871,8	0,7	1227,7
0,60	160,8	0,4	137,4	1962,2	0,7	1296,5
0,65	171,3	0,5	142,5	1931,2	0,6	1294,6
0,70	171,2	0,5	142,4	1940,8	0,6	1304,1
0,75	128,5	0,6	115,3	809,7	0,5	717,6
0,80	126,4	0,6	113,9	823,9	0,5	723,7
0,85	126,5	0,6	114,1	823,9	0,5	723,7
0,90	125,6	0,7	113,7	834,6	0,4	730,8
0,95	123,8	0,7	111,4	833,8	0,5	723,7
1,00	123,4	0,7	110,3	832,5	0,4	720,7

TABLE 7 – Résultats de la validation croisée

Le paramètre  $\alpha$  qui minimise l'erreur quadratique moyen est égal à 1 et 0,75 respectivement pour les branches MRH et MOTOR RC. Pour la branche MRH, l'erreur de prédiction est d'autant plus faible que la valeur de  $\alpha$  est élevée. De plus, le  $R^2$  augmente au fur et à mesure que le paramètre du voisinage est grand. Afin de tenir compte de ces deux indicateurs et d'éviter un surapprentissage sur les données, nous allons appliquer la méthode du coude sur les valeurs du carré de l'erreur quadratique moyen (RMSE) pour choisir la valeur de  $\alpha$  à retenir dans la suite de cette étude. Le graphique suivant représente les courbes de l'erreur de prédiction pour les branches MRH et MOTOR RC.

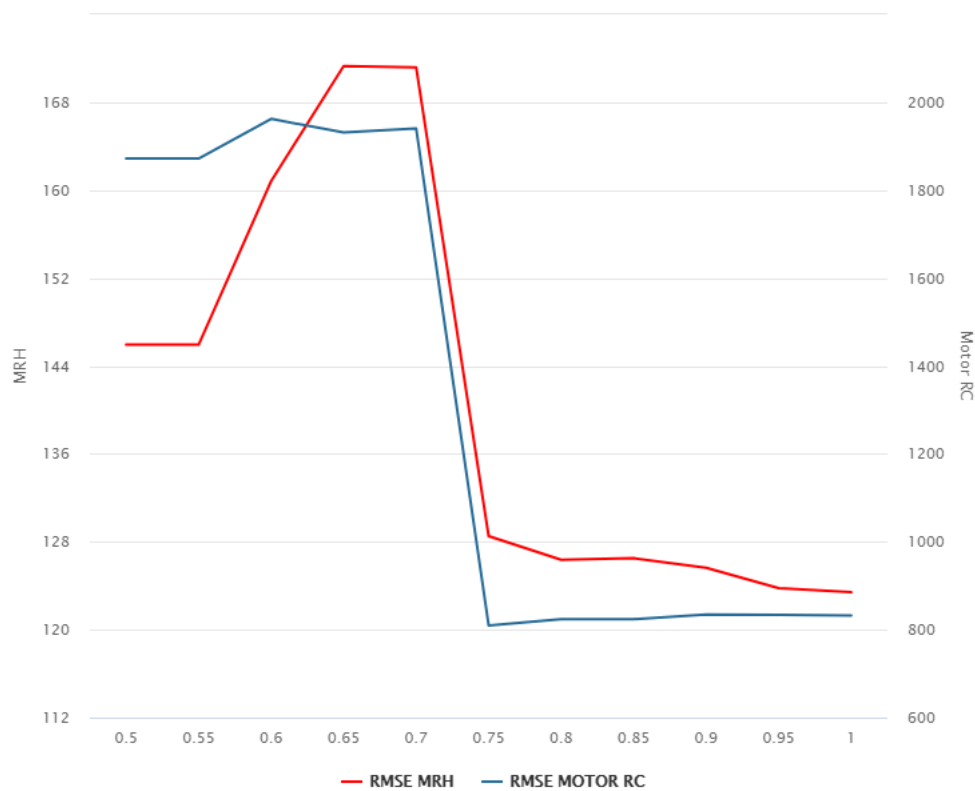


FIGURE 12 – Courbes de l'erreur de prédiction des branches MRH et MOTOR RC

En utilisant la règle du coude, la valeur du rayon de voisinage qui permet de lisser au mieux les facteurs d'inflation est égale à 0,75 pour les deux branches MRH et MOTOR RC. Cette valeur sera retenue dans la suite.

### 3.4 Modélisation entre l'inflation et les indices économiques

#### 3.4.1 Présentation des indices économiques

Le lissage des facteurs d'inflation a permis de réduire les irrégularités autour de ces derniers afin d'avoir une régression robuste entre l'inflation des sinistres et les indices économiques. Dans cette partie, les facteurs explicatifs de l'inflation des sinistres sont déterminés par une méthode de régression. La méthode de régression utilisée est la régression stepwise qui fournit le meilleur modèle parmi toutes les combinaisons possibles d'indices économiques. Les indices économiques considérés pour chaque branche sont présentés ci-après. Ils sont issus des sites de l'Insee, l'OECD, France Assureurs, Eurostat, FFB (Fédération Française du Batiment).



Branche MRH		Branche MOTOR RC	
BT01	Indice des prix de construction du bâtiment	IPC	Indice des Prix à la Consommation
IPC	Indice des Prix à la Consommation	IPC Services Santé	Indice des Prix à la Consommation pour les Services de Santé
IPC CVS	Indice des Prix à la Consommation Corrigé des Variations Saisonnnières	IPC Services Médicaux	Indice des Prix à la Consommation pour les Services Médicaux
IPCHT	Indice des Prix à la Consommation Hors Tabac	IPC Services Juridiques	Indice des Prix à la Consommation pour les Services Juridiques
ICC	Indice du Coût de la Construction des immeubles à usage d'habitation	IPCHT	Indice des Prix à la Consommation Hors Tabac
FFB	Indice du coût de la construction de la Fédération Française du Bâtiment (en région parisienne)	PASS	Indice du plafond de sécurité sociale (sur les salaires bruts)
		Avwage	Salaire moyen annuel

TABLE 8 – Description des indices économiques

### 3.4.2 Résultats de la modélisation

#### Branche MRH

Graphiquement, la relation entre l'inflation des sinistres et les indices économiques peut être observée par le graphique suivant. De façon générale, les indices ont la même tendance que l'inflation pour la branche MRH. Par souci de représentation, la composante de l'inflation des sinistres et les indices économiques sont ramenés en base 100, avec comme année de référence l'année 2015.

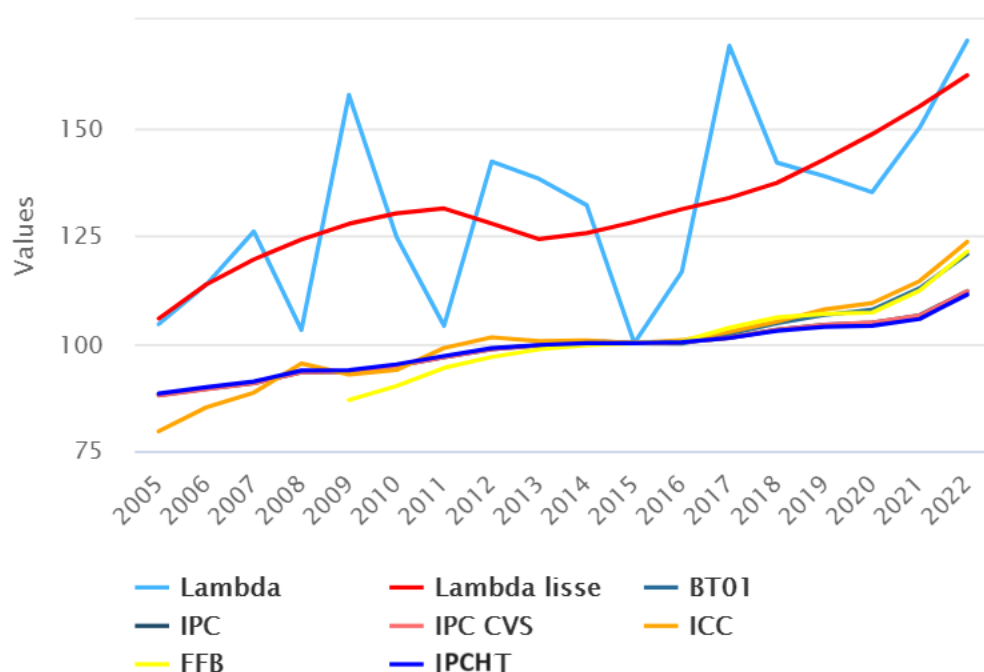


FIGURE 13 – Evolution du facteur d'inflation et des indices économiques de la branche MRH

La modélisation entre cette inflation et les indices permettra de mieux appréhender cette corrélation et de déterminer le meilleur prédicteur. Compte tenu du fait que certains indices sont une réadaptation d'autres indices (ex : IPC, IPC CVS, IPCHT), ils seront enlevés de la régression avant d'éviter une multi colinéarité entre les variables explicatives. Ainsi, les indices retenus pour la régression sont les suivants : IPCHT, ICC, BT01 et FFB. Ces variables sont décrites dans le tableau qui suit.

	N	Standard deviation	Mean	Minimum	Maximum
Lambda lissé	9	81,9895	914,1	817,2	1055,6
BT01	9	6,9160	106,08	99,92	120,64
ICC	9	7,7826	107,1	100,0	123,4
FFB	9	6,9547	106,29	99,54	121,25
IPCHT	9	3,6291	103,19	99,97	111,24

TABLE 9 – Présentation des indices économiques de la branche MRH

Tous les indices ont été ramenés en base 100 en 2015 pour éviter l'éventuel effet que la différence d'année de base pourrait entraîner sur les résultats. Par ailleurs, il est important de noter que pour la régression, les observations ont été restreintes sur la période 2014-2022 au lieu de considérer toute la période d'étude 2005-2022. En effet, comme nous sommes intéressés par l'inflation récente, il est préférable de se ramener à une période plus récente afin de ne pas prendre en compte l'effet des années passées qui ne sont probablement plus d'actualité sur l'explication de l'inflation des sinistres. Ainsi, pour déterminer au mieux les déterminants de l'inflation actuelle des sinistres, la régression se fera sur la période restreinte.

La méthode de régression stepwise donne les résultats suivants.

	Coefficient	Standard Error	P-value
Intercept	-181,5892	101,5859	0,117
ICC	10,2330***	0,9465	1,28e – 05

TABLE 10 – Résultats de la régression stepwise de la branche MRH

Signif. codes : 0 ‘\*\*\*’ 0.001 ‘\*\*’ 0.01 ‘\*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

$$R^2 = 0.9354$$

L’indice économique ICC du coût de la construction explique au mieux l’inflation des sinistres de la branche MRH. L’ICC impacte positivement l’inflation. Une hausse de l’indice ICC d’une unité augmente 10 fois l’inflation des sinistres. L’ICC mesure l’évolution du prix de production dans la construction des bâtiments neufs à usage principal d’habitation non communautaire en France métropolitaine (Insee). Ceci peut expliquer alors le fait qu’il impacte positivement sur l’inflation des sinistres MRH.

Le graphique 14 représente le facteur d’inflation et le modèle prédictif de la branche MRH.

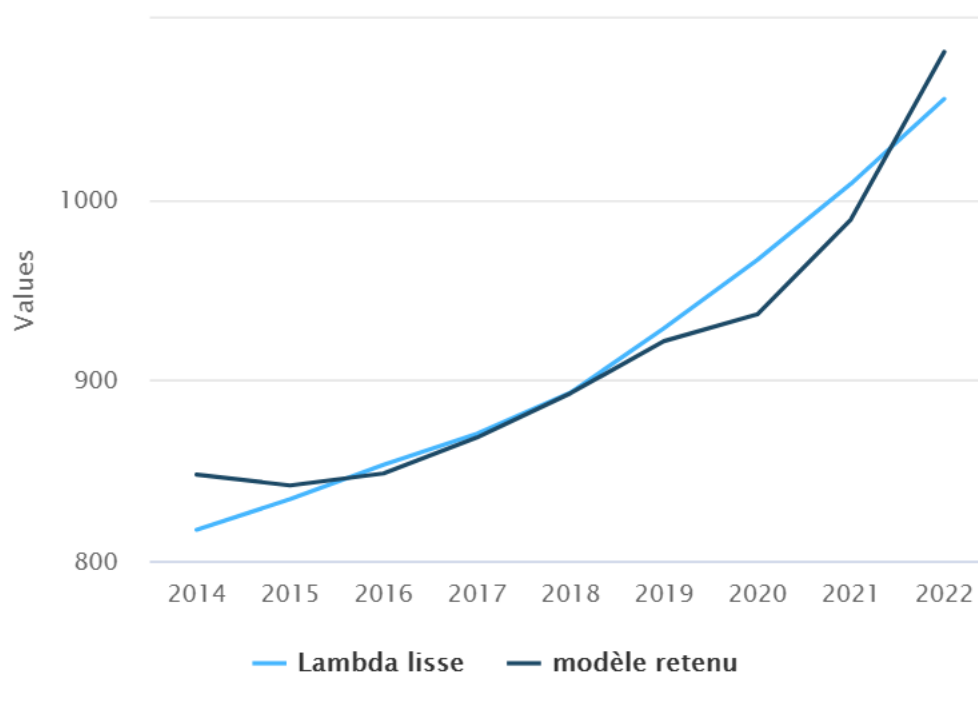


FIGURE 14 – Evolution du facteur d’inflation et du modèle retenu de la branche MRH

### Branche MOTOR RC

La relation entre l’inflation de la branche MOTOR RC et les indices économiques peut être observée graphiquement par la figure ci-après. Nous constatons que la composante d’inflation et les indices n’ont pas la même allure sur toute la période. Ce qui peut justifier encore notre choix précédemment décrit qui consiste à se limiter sur une période restreinte pour la modélisation. Nous pouvons supposer que les indices n’expliquent pas l’inflation des sinistres de la branche MOTOR RC sur toute la période et qu’il pourrait y avoir d’autres facteurs explicatifs. Nous considérons alors la période 2014-2022 pour la modélisation de l’inflation récente qui nous intéresse.

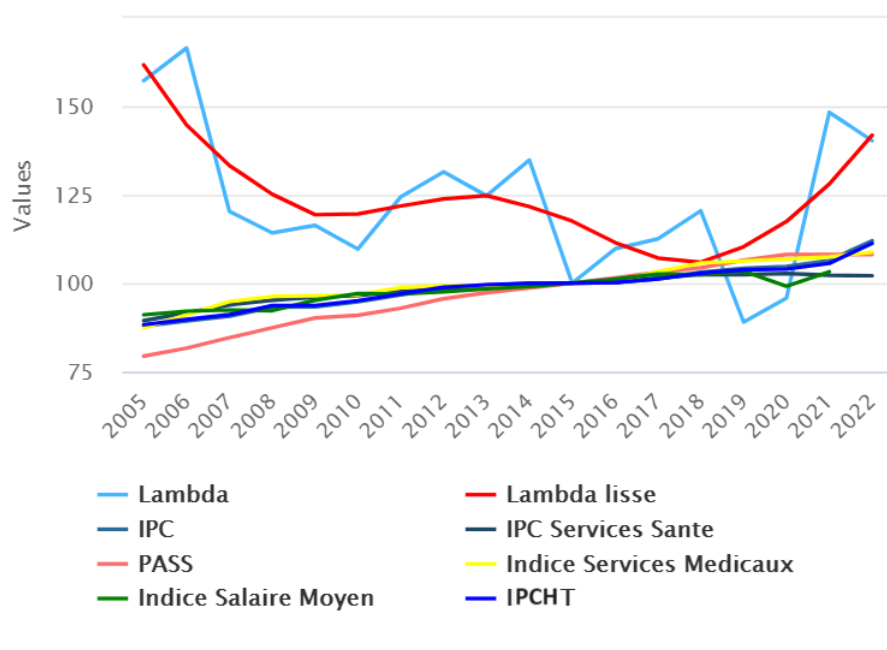


FIGURE 15 – Evolution du facteur d'inflation et des indices économiques de la branche MOTOR RC

Par ailleurs, compte tenu du fait que certains indices sont une réadaptation d'autres indices (ex : IPC et IPCHT) et que nous ne disposons pas de la valeur en 2022 de l'«indice Salaire moyen » au moment de cette étude, ceux utilisés pour la régression sont les suivants : « IPCHT », « IPC Services Santé », « IPC Services Médicaux », « IPC Services Juridiques », « PASS ». Ces indices sont présentés dans le tableau 11.

	N	Standard deviation	Mean	Minimum	Maximum
Lambda lissé	9	465,5685	4797	4309	5770
IPCHT	9	3,6291	103,19	99,97	111,24
IPC Services Santé	9	1,2145	101,47	99,55	102,75
IPC Services Médicaux	9	3,5375	104,24	99,52	108,80
PASS	9	3,6822	104,28	98,66	108,13
IPC Services Juridiques	9	1,0852	100,65	99,20	102,26

TABLE 11 – Présentation des indices économiques de la branche MOTOR RC

Etant donné que les variables « IPC Services Santé », « IPC Services Médicaux » et « IPC Services Juridiques » représentent un sous ensemble de la variable IPC, une forte corrélation pourrait être soupçonnée. On se propose de faire une ACP (Analyse en Composante Principale) pour voir l'impact de chaque variable. Ce qui permet d'éviter une multi colinéarité entre les variables. Le pourcentage de variance expliquée tel que présenté dans le tableau suivant permet de se limiter aux deux premiers axes (78% de la variance expliquée).

Axes	1	2	3	4	5
% de variance expliquée	59,67	18,36	14,22	5,92	1,82

TABLE 12 – Variance expliquée par les indices par Analyse en Composante Principale

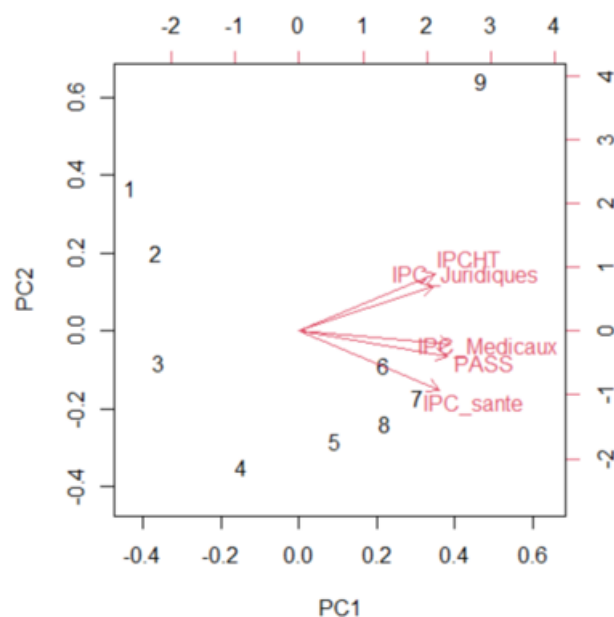


FIGURE 16 – Analyse en Composante Principale des indices économiques de la branche MOTOR RC

L'ACP montre que les deux variables « IPC Services Santé » et « IPCHT » ont des effets différents selon l'axe 2 et ont une corrélation de 0.65. Ainsi, nous pouvons considérer que la variable « IPC Services Santé » apporte une information supplémentaire par rapport à l'« IPCHT » et donc pourra être conservée pour la régression sans courir un risque de multicolinéarité. Cependant, la variable « IPC Services Juridiques » est fortement corrélée à la variable « IPCHT », nous allons alors l'éliminer de la régression. Par ailleurs, toutes les variables apportent la même information sur le premier axe et les variables « IPC Services Médicaux » et « PASS » ne sont pas bien représentées sur l'axe 2, elles peuvent alors être enlevées de la modélisation.

Les variables retenues pour la régression sont donc « IPCHT » et « IPC Services Santé ».

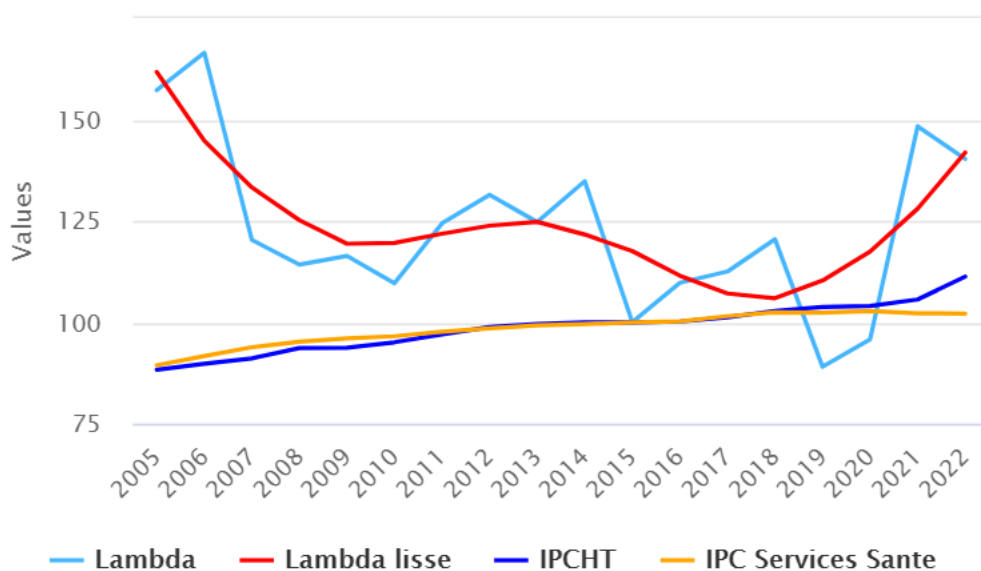


FIGURE 17 – Evolution du facteur d'inflation et des indices retenus de la branche MOTOR RC

La méthode de régression stepwise donne le résultat suivant. Les facteurs explicatifs de l'inflation des sinistres de la branche MOTOR RC sont l'Indice des Prix à la Consommation Hors Tabac et l'In-

dice des Prix à la Consommation pour les Services de Santé.

	Coefficient	Standard Error	P-value
Intercept	17665,37*	5985,27	0,0256
IPCHT	157,18***	24,00	0,0006
IPC Services Santé	-286,68**	71,72	0,0071

TABLE 13 – Résultats de la régression stepwise de la branche MOTOR RC

Signif. codes : 0 ‘\*\*\*’ 0.001 ‘\*\*’ 0.01 ‘\*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

$R^2 = 0.8367$

Le graphique suivant présente le facteur d’inflation et le modèle prédictif de la branche MOTOR RC.

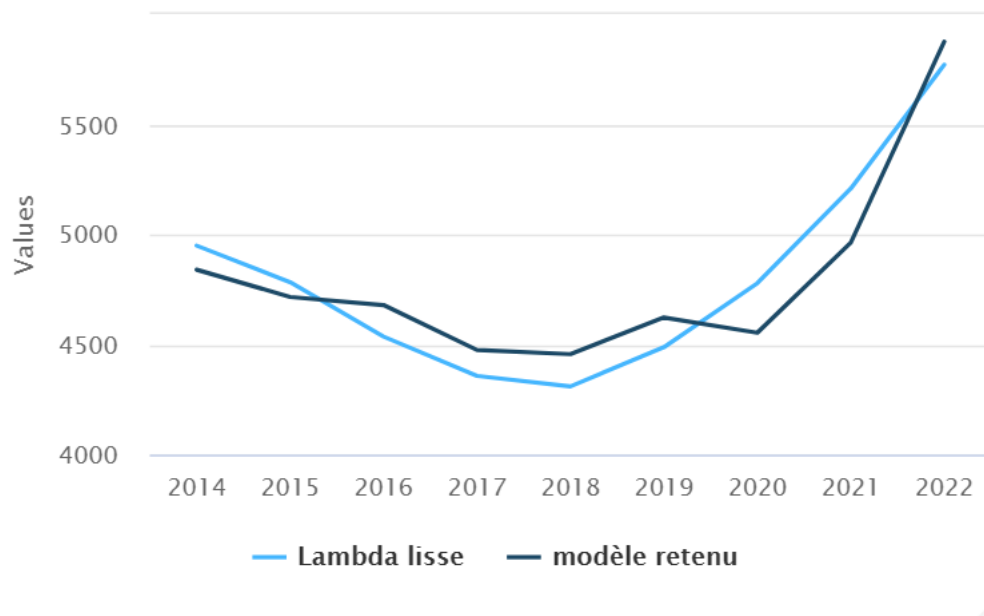


FIGURE 18 – Evolution du facteur d’inflation et du modèle retenu de la branche MOTOR RC

### 3.4.3 Tests d’hypothèse du modèle de régression

Les hypothèses sur lesquelles reposent le modèle de régression linéaire sont les suivantes :

Hypothèse 1 : La linéarité du modèle

Hypothèse 2 : La variance des résidus est constante  $\sigma^2$  (homoscédasticité)

Hypothèse 3 : Les résidus sont indépendants

Hypothèse 4 : Les résidus sont issus d’une loi normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ .

Afin de s’assurer de la robustesse du modèle, les différentes hypothèses du modèle de régression linéaire sont vérifiées.

#### Pour la branche MRH

##### • Linéarité du modèle

Le graphique 19 ci-après représente les résidus en fonction des valeurs ajustées. Le tracé en rouge doit être approximativement horizontal pour s’assurer d’une relation linéaire. Ce tracé utilise la mé-

thode de régression non linéaire LOESS pour ajuster le nuage de points.

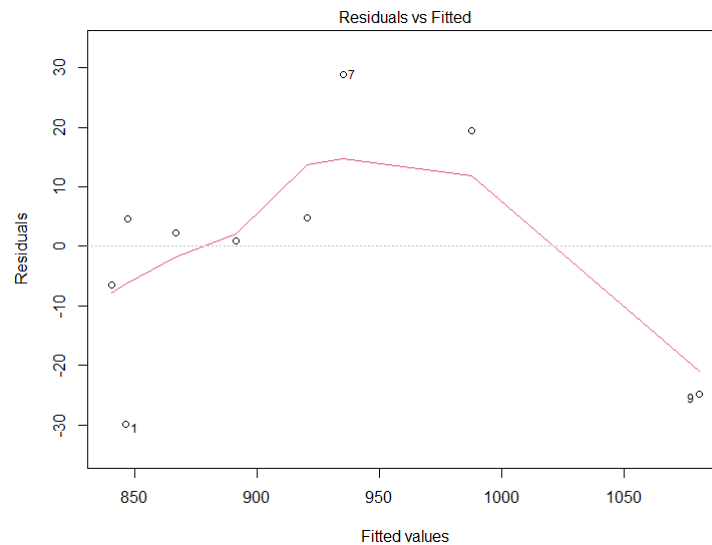


FIGURE 19 – Graphe Residuals vs Fitted de la branche MRH

Dans ce cas, la linéarité semble ne pas être vérifiée. Ce qui peut être causé par le nombre d'observations très limité. Néanmoins, nous allons appliquer un test statistique, en particulier le test de Rainbow pour vérifier la linéarité.

Test de Rainbow

Pour effectuer ce test, la fonction `raintest()` du package `lmtest` est utilisée et la linéarité est rejetée si la p-value est inférieure à 0,05. Nous obtenons une p-value égale à 0,009 donc la linéarité n'est pas vérifiée.

#### • Test d'indépendance des résidus

La régression linéaire suppose l'indépendance des résidus. Autrement dit, la valeur d'un résidu ne doit pas permettre la connaissance d'un autre.

Le corrélogramme représente la fonction d'autocorrélation des résidus et indique la corrélation qui existe entre les résidus à différents instants. Le graphique suivant permet de détecter une corrélation significative entre les résidus lorsqu'un bâton dépasse le trait bleu. Ainsi, les résidus sont indépendants.

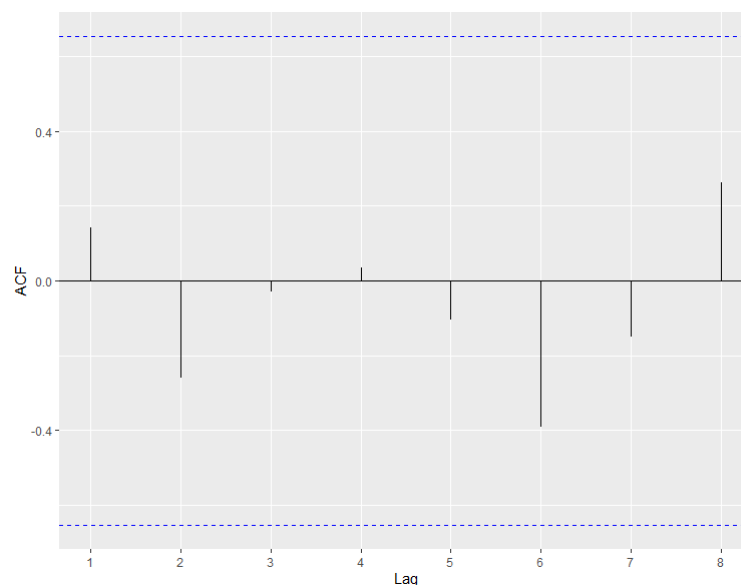


FIGURE 20 – Correlogramme des résidus de la branche MRH

#### Test de Ljung-Box (ou du portemanteau)

Le test de Ljung-Box permet de confirmer l'existence d'une autocorrélation lorsque la p-value est inférieure à 0,05. La p-value obtenue est égale à 0,618. Il n'y a pas d'autocorrélation, les résidus sont donc indépendants.

#### Test de Durbin-Watson

Le test de Durbin-Watson permet de détecter une autocorrélation d'ordre 1 lorsque la p-value est inférieure à 0,05. La p-value est égale à 0,03. Ce test rejette donc l'indépendance des résidus.

#### • Test d'homoscédasticité des résidus

Le graphique suivant Scale-Location représente la racine carrée des résidus en fonction des valeurs ajustées du modèle de régression. On assimile que les résidus ont la même variance lorsque le tracé en rouge a une tendance linéaire.

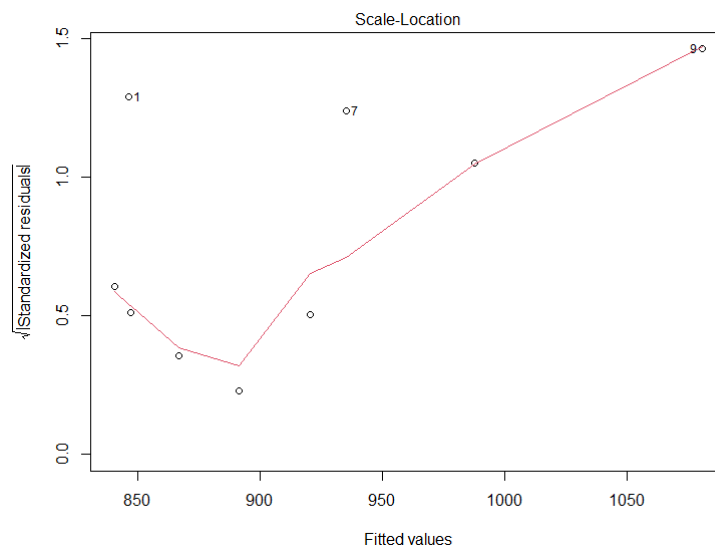


FIGURE 21 – Graphe Scale-Location de la branche MRH

Dans ce cas, l'hypothèse d'homoscédasticité ne semble pas être vérifiée car les résidus n'ont pas une tendance linéaire. Vérifions cela avec le test de Breush-Pagan.

Test de Breush-Pagan ou de White

L'homoscédasticité est vérifiée lorsque la p-value est supérieure à 0,05. Nous obtenons une p-value égale à 0,28, donc les résidus semblent homoscédastiques.

#### • Test de normalité des résidus

Le graphique QQ-plot compare les quantiles empiriques des résidus aux quantiles théoriques de la loi normale. Une distribution proche de la première bissectrice traduit une normalité des résidus.



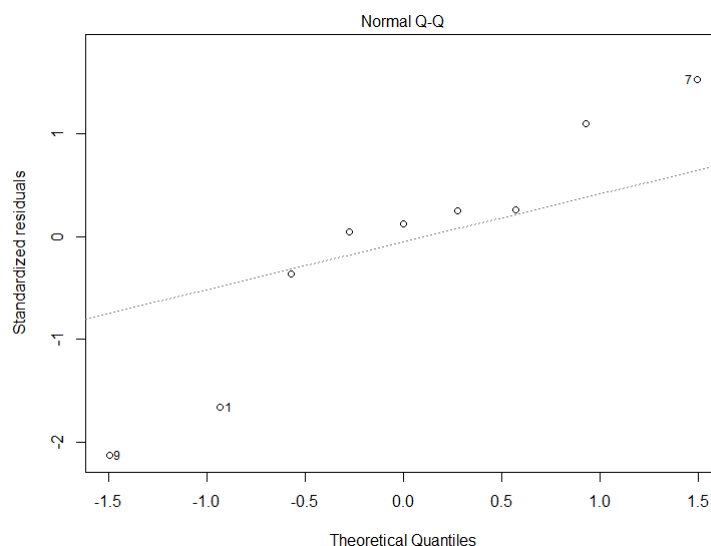


FIGURE 22 – Graphe QQ-Plot de la branche MRH

La normalité des résidus semble ne pas être vérifiée avec le graphique QQ-plot car les points ne s'étendent pas tous sur la première bissectrice.

#### Test de Shapiro-Wilk

Ce test rejette l'hypothèse de normalité des résidus lorsque la p-value est inférieure à 0,05. L'application du test donne une p-value égale à 0,62. On suppose donc que la normalité des résidus est vérifiée.

Ainsi, toutes les hypothèses du modèle de régression linéaire ne sont pas vérifiées. Cela peut être expliqué par le faible nombre de données utilisées par le modèle. Néanmoins, les hypothèses vérifiées (Indépendance des résidus, Homoscédasticité, Normalité des résidus) nous semblent suffisantes pour adopter ce modèle. Toutefois, il est à noter qu'il est très rare que toutes les hypothèses soient respectées en pratique. Le modèle retenu présente un bon  $R^2$  et la significativité des estimateurs est bien vérifiée. Par ailleurs, du fait du faible nombre d'observations, il y a un risque de sur-apprentissage du modèle. Dans la suite (section 4.5), nous comptons appliquer des stress sur l'inflation obtenue afin de challenger ce potentiel sur-apprentissage.

### Pour la branche MOTOR RC

#### • Linéarité du modèle

La linéarité semble ne pas être vérifiée ici. Ce qui est encore probablement causé par le nombre d'observations très limité. Néanmoins, le test de Rainbow sera appliqué pour vérifier la linéarité.

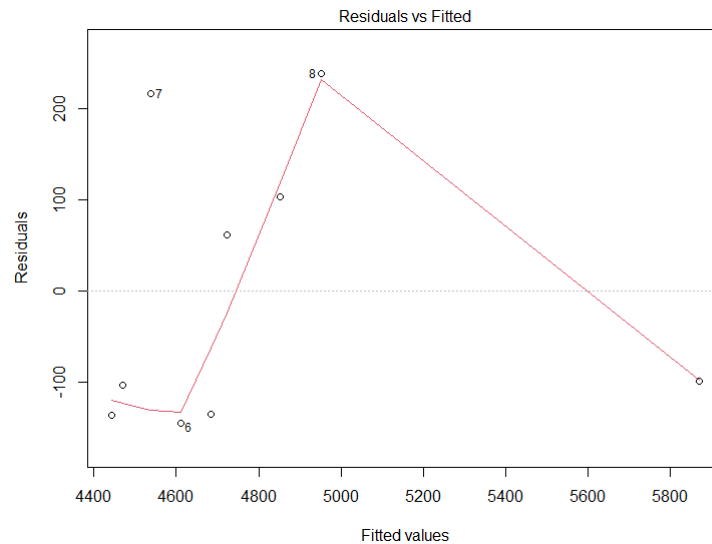


FIGURE 23 – Graphe Residuals vs Fitted de la branche MOTOR RC

#### Test de Rainbow

La linéarité est rejetée si la p-value est inférieure à 0,05. Nous obtenons une p-value égale à 0,07 donc la linéarité semble être vérifiée.

#### • Test d'indépendance des résidus

Le corrélogramme graphique suivant permet de voir qu'il n'y a pas une corrélation significative entre les résidus. Ainsi, les résidus sont indépendants.

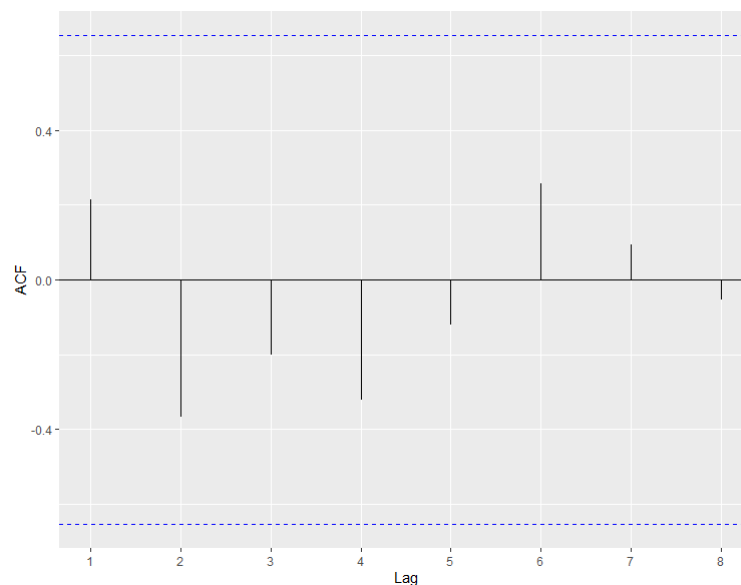


FIGURE 24 – Corrélogramme des résidus de la branche MOTOR RC

#### Test de Ljung-Box (ou du portemanteau)

Le test de Ljung-Box permet de confirmer l'existence d'une autocorrélation lorsque la p-value est inférieure à 0,05. La p-value est égale à 0,45 et donc pas d'autocorrélation. Les résidus sont indépendants.

#### Test de Durbin-Watson

La p-value du test est égale à 0,03 donc on rejette l'hypothèse nulle. Il y a une autocorrélation d'ordre 1 entre les résidus. Ce test rejette donc l'indépendance des résidus.

- **Test d'homogénéité des résidus**

L'hypothèse d'homoscédasticité ne semble pas être vérifiée ici car les résidus n'ont pas une tendance linéaire. Nous allons appliquer le test statistique de Breush-Pagan pour vérifier cela.

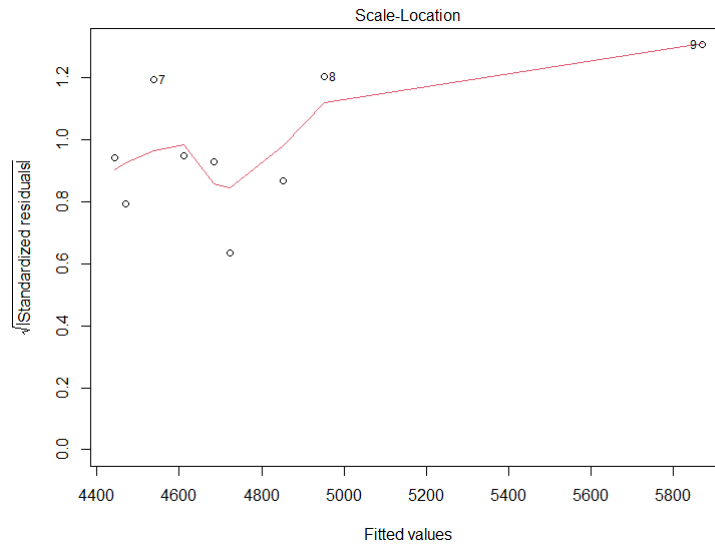


FIGURE 25 – Graphe Scale-Location de la branche MOTOR RC

Test de Breush-Pagan ou de White

L'homoscédasticité est vérifiée lorsque la p-value est supérieure à 0,05. Nous obtenons une p-value égale à 0,22, donc les résidus semblent homoscédastiques.

- **Test de normalité des résidus**

La normalité des résidus semble ne pas être vérifiée avec le graphique QQ-plot car les points ne s'étendent pas tous sur la première bissectrice. La distribution n'est pas très proche de la première bissectrice.

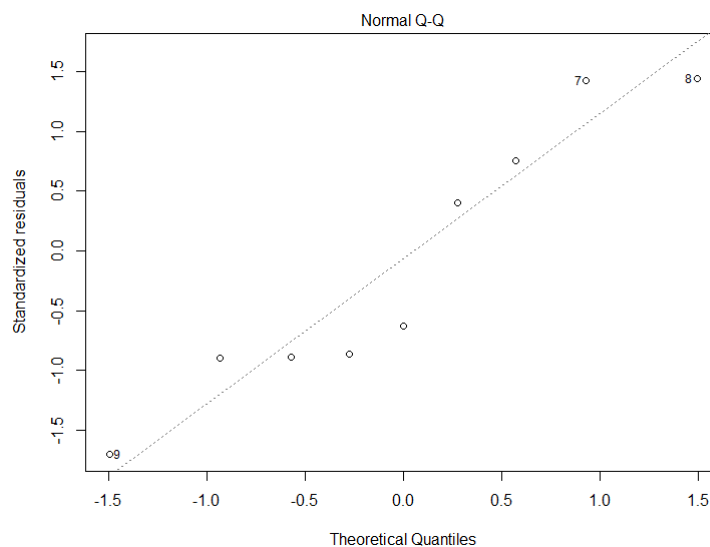


FIGURE 26 – Graphe QQ-Plot de la branche MOTOR RC

Test de Shapiro-Wilk

Ce test rejette l'hypothèse de normalité des résidus lorsque la p-value est inférieure à 0,05. L'application du test donne une p-value égale à 0,04. On suppose donc que la normalité des résidus n'est pas vérifiée.

Ainsi, toutes les hypothèses du modèle de régression linéaire ne sont pas aussi vérifiées pour la branche MOTOR RC. Néanmoins, les hypothèses vérifiées (Linéarité du modèle, Indépendance des résidus, Homoscédasticité) nous semblent suffisantes pour adopter ce modèle. Le modèle retenu présente un bon  $R^2$  et la significativité des estimateurs est bien vérifiée.

Par ailleurs, de même pour la branche MOTOR RC, il y a un risque de sur-apprentissage du modèle du fait du faible nombre d'observations. Dans la suite (section 4.5), ce potentiel sur-apprentissage sera challengé en appliquant des stress sur l'inflation obtenue.

### 3.4.4 Modélisation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage

Afin de s'assurer du choix porté sur la valeur du paramètre de voisinage pour le lissage du facteur d'inflation, la modélisation entre le facteur d'inflation lissé et les indices économiques est faite en considérant différentes valeurs du paramètre de voisinage. Les résultats de la régression sont présentés dans les tableaux 14 et 15 suivants respectivement pour les branches MRH et MOTOR RC.

		Coefficient	Standard Error	P-value
$\alpha = 0,75$	Intercept	-182.8967	97.6241	0.103
	ICC	10.2336***	0.9096	9.79e – 06
$\alpha = 0,85$	Intercept	-149,1214	93,1941	0,154
	ICC	9,9444***	0,8683	8,69e – 06
$\alpha = 1$	Intercept	788,708	674,909	0,287
	ICC	17,119*	5,824	0,026
	IPC HT	-16,506	12,490	0,234

TABLE 14 – Résultats de la régression avec différents paramètres de voisinage de la branche MRH

		Coefficient	Standard Error	P-value
$\alpha = 0,75$	Intercept	18558,38*	5766,41	0,018
	IPC HT	157,72***	23,12	0,001
	IPC Services Santé	-296,07**	69,10	0,005
$\alpha = 0,85$	Intercept	10547,99*	4809,83	0,071
	IPC HT	126,02***	19,29	0,001
	IPC Services Santé	-184,79*	57,63	0,018
$\alpha = 1$	Intercept	3721,30	2948,04	0,253
	IPC HT	78,41***	11,82	0,001
	IPC Services Santé	-68,81	35,32	0,099

TABLE 15 – Résultats de la régression avec différents paramètres de voisinage de la branche MOTOR RC

Les résultats de la modélisation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage montrent que la méthode de régression Stepwise propose les mêmes indices économiques sauf pour la branche MRH avec une valeur du paramètre égale à 1. Néanmoins, la significativité des coefficients diffère sensiblement selon les différentes valeurs du paramètre de voisinage. Ces résultats nous confortent quant au modèle retenu dans la modélisation entre le facteur d'inflation lissé et les indices économiques avec une valeur du paramètre de voisinage égale à 0,75. Les modèles retenus initialement avec un  $\alpha$  égal à 0,75 seront utilisés dans la suite pour la prédiction de l'inflation future des sinistres pour les branches MRH et MOTOR RC.

### 3.5 Prédiction de l'inflation future

#### 3.5.1 Prédiction avec inflation cristallisée

La section 3.4 a permis d'estimer un modèle de régression entre l'inflation des sinistres et les indices économiques. Cette estimation du modèle de régression sera utilisée dans cette section afin de prédire l'inflation. En outre, il est nécessaire de disposer également des valeurs futures des indices économiques pour déterminer l'inflation future. Afin de disposer des valeurs futures des indices économiques, l'hypothèse suivante est faite.

**Hypothèse :** l'inflation future des indices économiques est constante et égale à la moyenne arithmétique de l'inflation sur les quatre dernières années.

Ce choix se justifie par la différence du niveau d'inflation observée entre la période avant et post covid. Ainsi, la moyenne sur les quatre dernières années comme niveau d'inflation future nous semble logique au vu de la tendance actuelle à la baisse de l'inflation générale qui n'est ni aussi faible que son niveau avant covid ni aussi élevée que son niveau post covid (2022) (ce qui se justifie par les actions menées actuellement par les institutions). Cette technique qui consiste à projeter à taux d'inflation constant est appelée projection avec inflation cristallisée.

Le modèle de prédiction utilisé est celui de l'équation 16 qui est rappelé ci-après :

$$\lambda_t = c + \beta_1 i_{n,1} (1 + \bar{I}_1)^{(t-n)} + \dots + \beta_k i_{n,k} (1 + \bar{I}_k)^{(t-n)} + \varepsilon_t = c + \sum_{j=1}^k \beta_j i_{n,j} (1 + \bar{I}_j)^{(t-n)} + \varepsilon_t$$

où  $\lambda_t$  représente l'inflation future des sinistres pour  $t \in \{n+1, \dots, 2n\}$  et  $\varepsilon_t$  le terme d'erreur qui suit une distribution normale standard, la constante  $c$  et les coefficients  $\beta_j$  sont ceux estimés dans la régression stepwise,  $i_{n,j}$  est la valeur de l'indice  $j$  à la date  $n$  et  $\bar{I}_j$  l'inflation associée à cet indice.

#### Branche MRH

Les quatre dernières observations de l'inflation de l'indice ICC sont présentées dans le tableau suivant :

	2019	2020	2021	2022
ICC	2,69	1,34	4,69	7,93

TABLE 16 – L'inflation de l'indice ICC sur la période 2019 - 2022

La moyenne de l'inflation de l'indice ICC sur ces quatre années donne 4,16%. Ce niveau d'inflation est considéré constant et égal à l'inflation future de cet indice.

Les deux graphiques suivants représentent respectivement les valeurs futures du facteur d'inflation ( $\lambda$ ) et l'inflation future des sinistres de la branche MRH. Le facteur d'inflation reste croissant dans le futur. Toutefois, l'inflation future des sinistres diminue dans le temps.

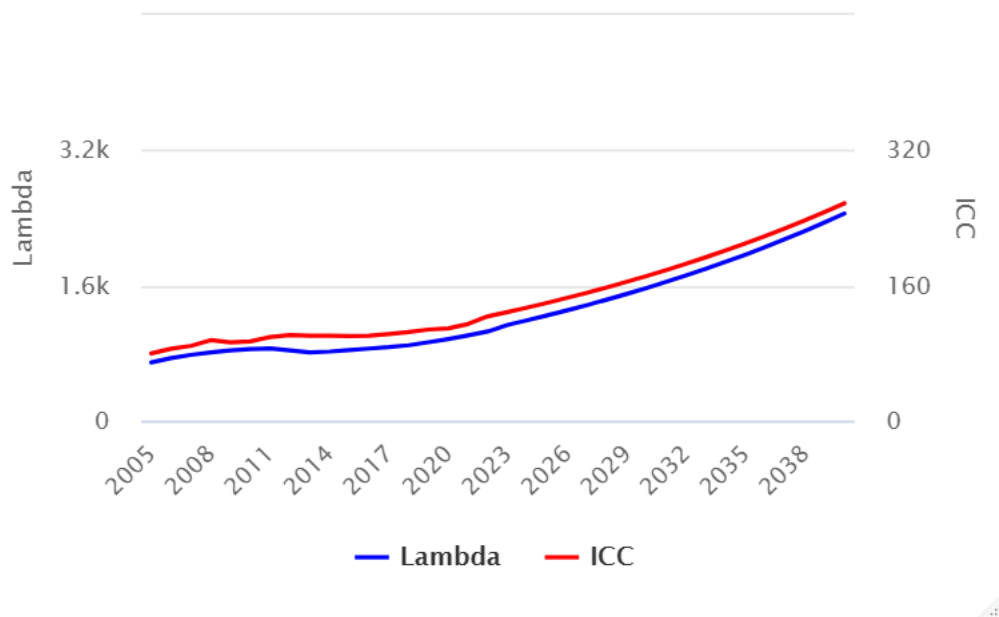


FIGURE 27 – Prédiction du facteur d'inflation des sinistres et de l'indice prédicteur de la branche MRH

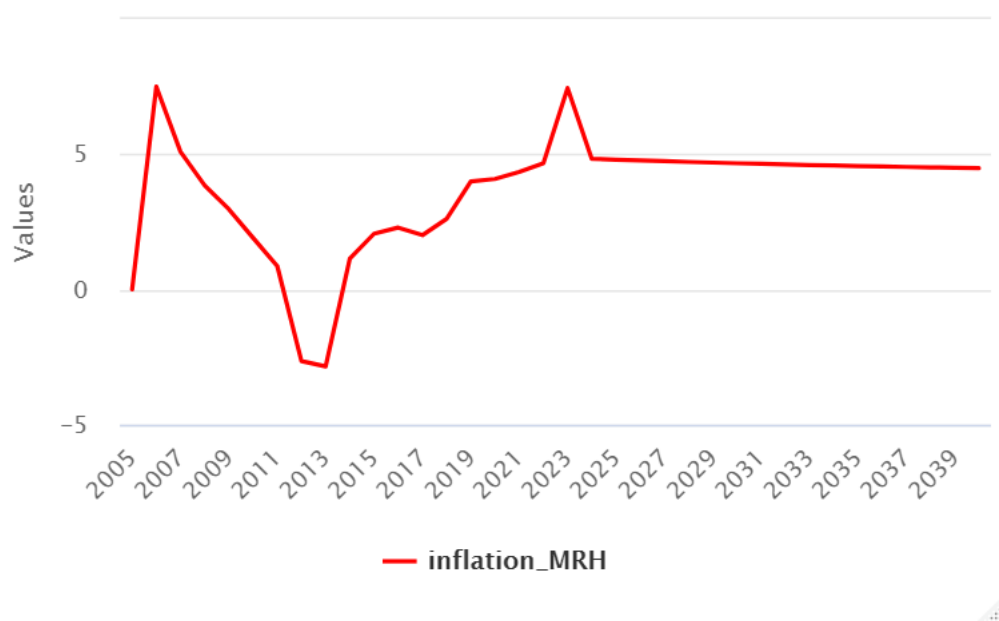


FIGURE 28 – Evolution de l'inflation future des sinistres de la branche MRH

L'inflation est prise en compte dans le processus d'estimation des réserves chez AXA Group Ceded Re. Cette inflation est donnée par la courbe d'inflation future MCET<sup>10</sup>. Le graphique suivant montre la différence entre l'inflation future des sinistres estimée de la branche MRH et l'inflation issue de la courbe MCET. Cette différence entre les deux courbes d'inflation future est considérée comme étant une sur-inflation qu'il faudra prendre en compte dans les calculs de réserves afin d'éviter un sous-provisionnement.

10. La courbe d'inflation MCET est fournie par une entreprise externe (Bloomberg) qui produit des analyses financières et donc leur méthodologie n'est pas connue en détail. Une estimation implicite de l'inflation est faite sur les produits financiers s'échangeant sur le marché. Comme pour déterminer le taux actuariel, c'est sur la base des prix des produits financiers pour se couvrir de l'inflation qu'ils estiment le taux d'inflation future.

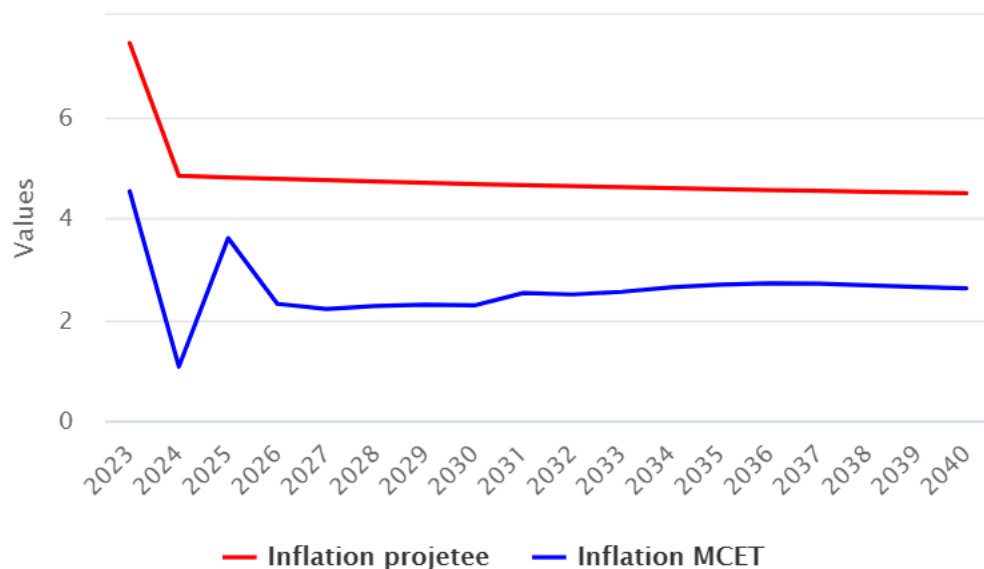


FIGURE 29 – Evolution de l’inflation future des sinistres et de l’inflation issue de la courbe MCET de la branche MRH

### Branche MOTOR RC

Le facteur d’inflation et l’inflation des sinistres de la branche MOTOR RC sont représentés respectivement par les deux graphiques suivants. Comme pour la branche MRH, le facteur d’inflation de la branche MOTOR RC est croissant tandis que l’inflation future des sinistres diminue.

Les quatre dernières observations de l’inflation des indices « IPCHT » et « IPC Services Santé » sont présentées dans le tableau suivant :

	2019	2020	2021	2022
IPCHT	0,92	0,21	1,56	5,34
IPC Services Santé	-0,06	0,004	-0,005	-8,8e - 04

TABLE 17 – L’inflation des indices "IPCH" et "IPC Services Santé" sur la période 2019 - 2022

La moyenne de l’inflation des indices « IPCHT » et « IPC Services Santé » sur ces quatre années sont respectivement de 2,00% et -0,0008%. Ces niveaux d’inflation sont considérés constants et égaux à l’inflation future des indices concernés.

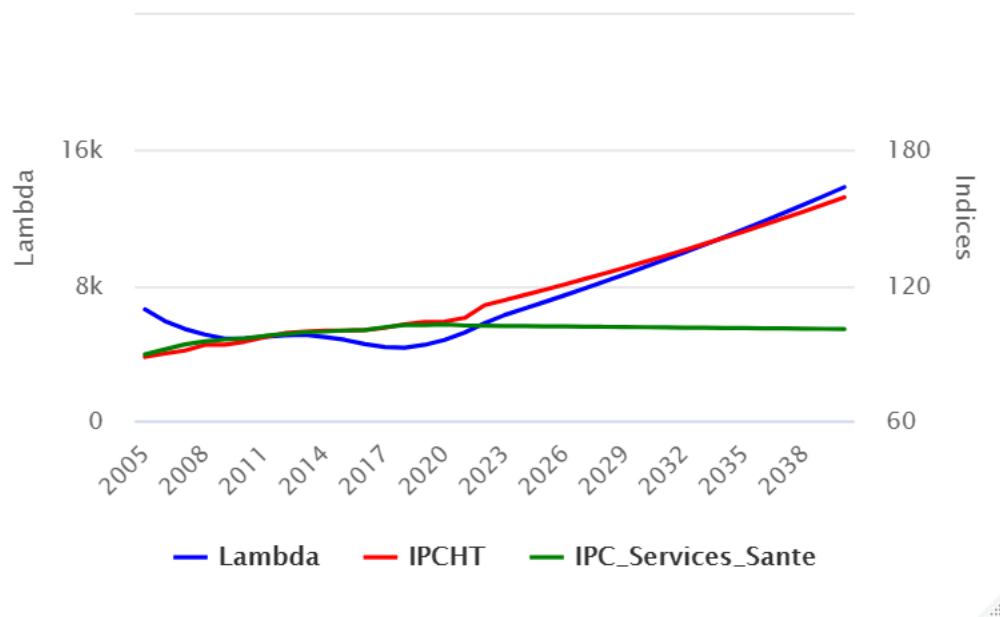


FIGURE 30 – Prédiction du facteur d'inflation des sinistres et des indices prédicteurs de la branche MOTOR RC

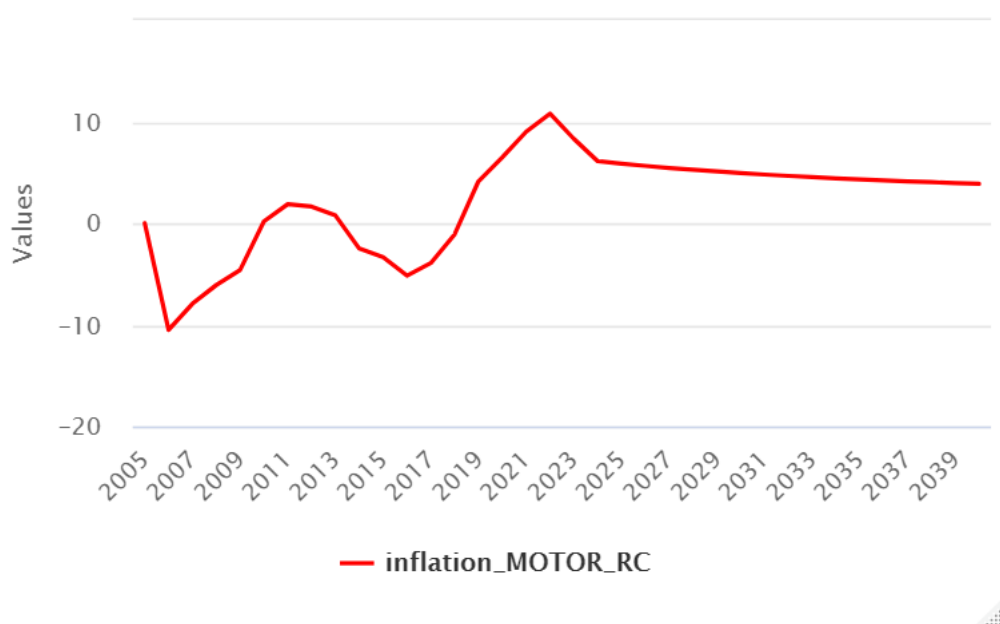


FIGURE 31 – Evolution de l'inflation future des sinistres de la branche MOTOR RC

La sur-inflation de la branche MOTOR RC qui résulte de la différence entre la courbe d'inflation des sinistres projetée et la courbe d'inflation future MCET est représentée par le graphique 32.



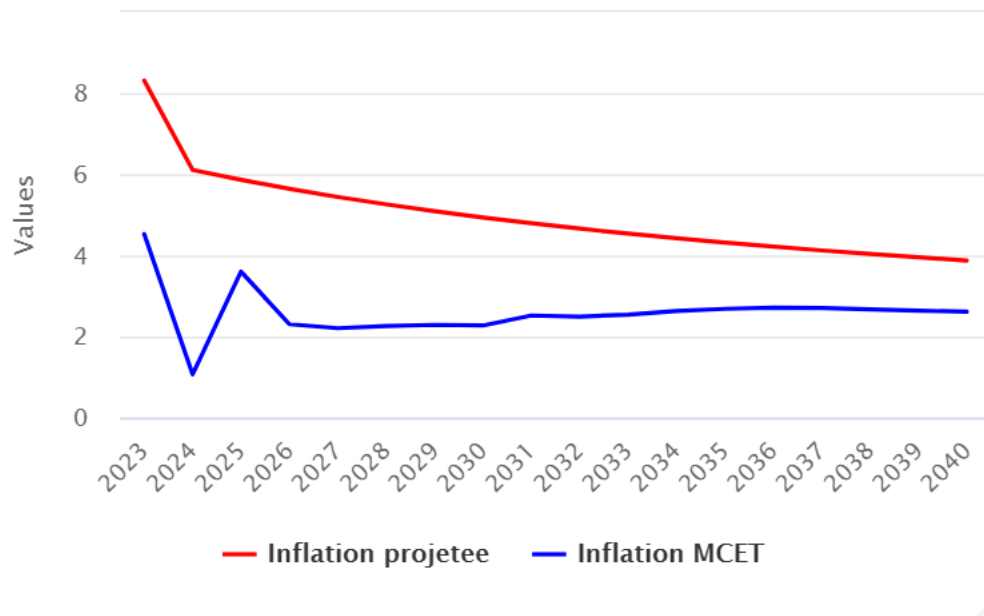


FIGURE 32 – Evolution de l’inflation future des sinistres et de l’inflation issue de la courbe MCET de la branche MOTOR RC

### 3.5.2 Prédiction par régression linéaire

Une autre méthode de prédiction de l’inflation future des indices économiques est la méthode de régression linéaire. En référence, cette méthode a été utilisée dans le document [15]. Elle consiste à déterminer le polynôme qui s’ajuste au mieux aux données historiques. Le polynôme retenu pour prédire l’inflation des indices économiques est le degré à partir duquel le  $R^2$  reste stable. L’application de cette méthode sur les données historiques des indices économiques donne les résultats suivants.

Degré du polynôme	R <sup>2</sup> des indices		
	ICC	IPC HT	IPC Services Santé
1	0,826	0,7963	0,6999
2	0,9704	0,9089	0,8889
3	0,9704	0,9089	0,8889

TABLE 18 – Résultats de la prédiction des indices par régression linéaire

Les prédictions des indices se stabilisent à partir du degré 2. Au-delà du polynôme de degré 2, le  $R^2$  reste constant pour tous les indices. On considère donc qu’il n’y a pas de gain de prédiction. Les graphiques 33, 34 et 35 ci-après représentent les prédictions des différents indices des branches MRH et MOTOR RC en considérant les polynômes de degré 1 et 2.

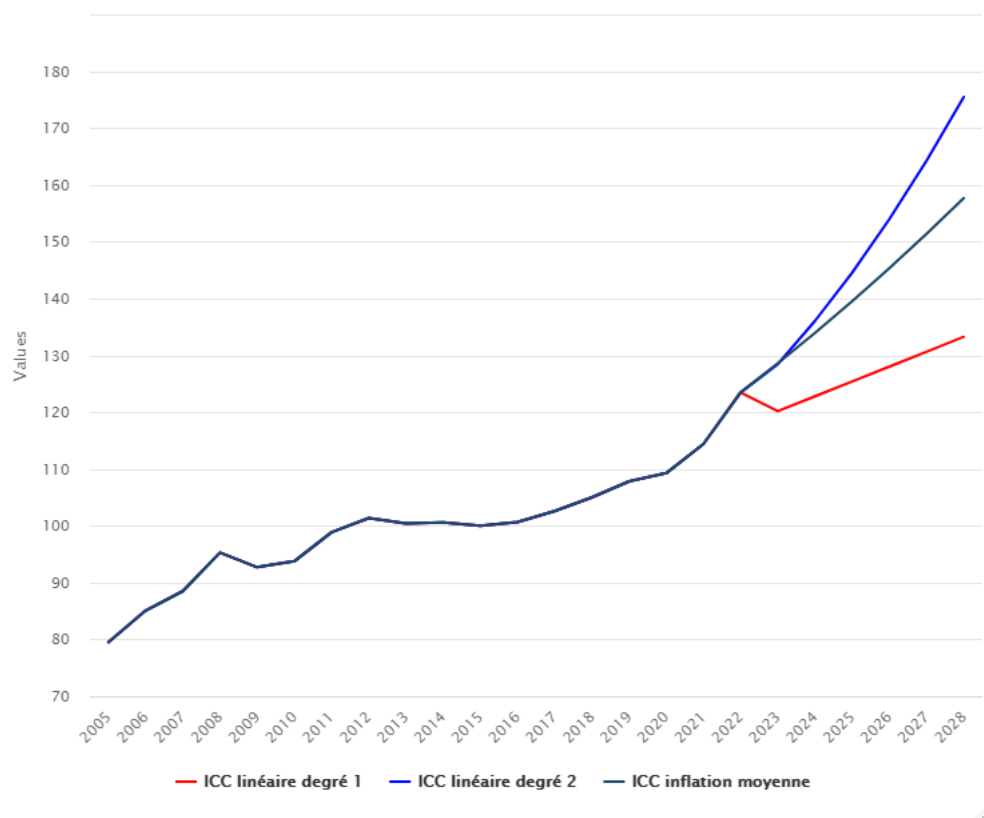


FIGURE 33 – Projection de l'indice ICC par régression linéaire

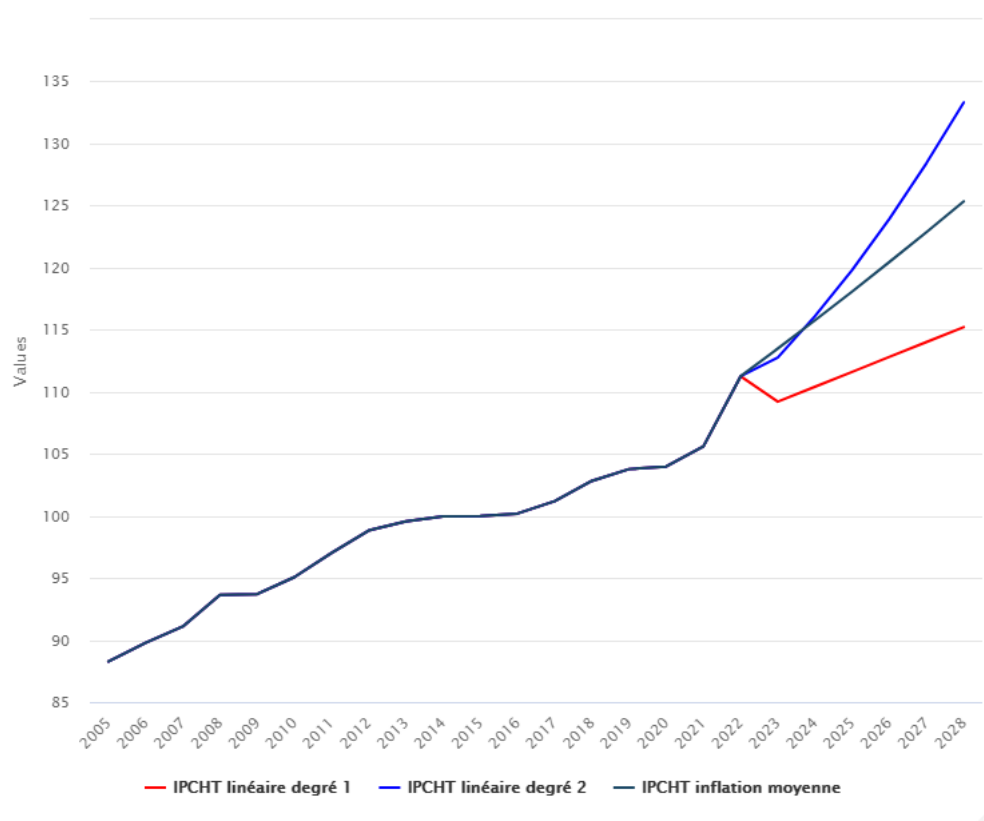


FIGURE 34 – Projection de l'indice IPCHT par régression linéaire

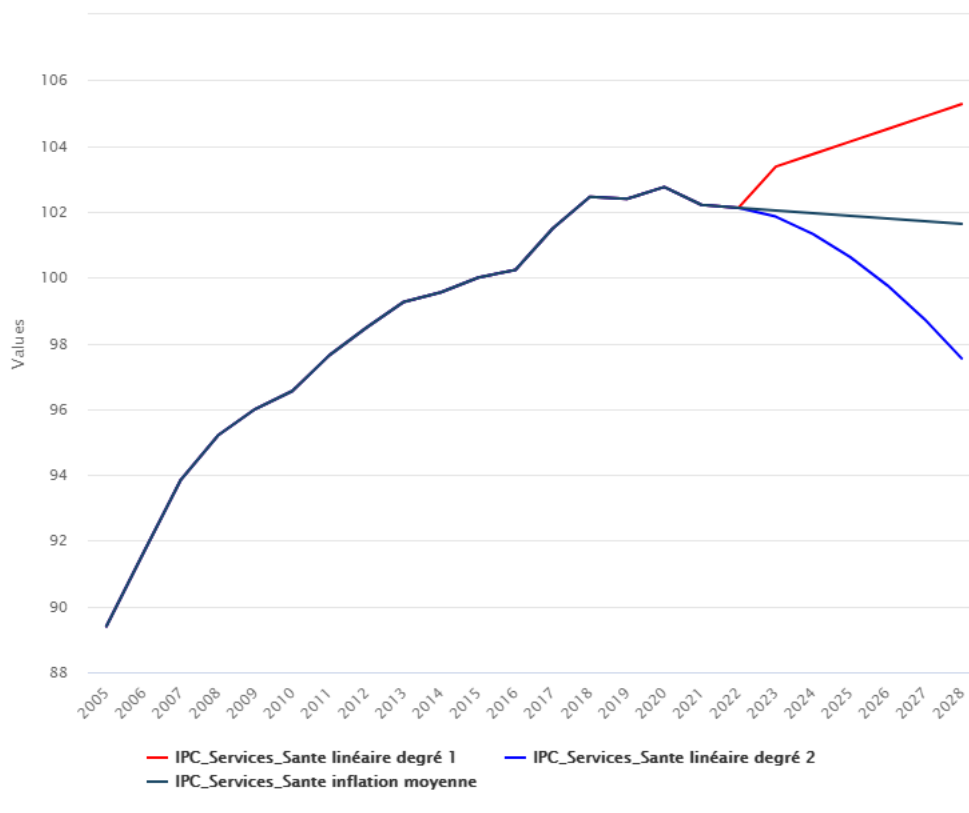


FIGURE 35 – Projection de l'indice IPC Services de Santé par régression linéaire

La projection des indices par régression linéaire avec un polynôme de degré 1 entraîne une baisse de la valeur des indices et donc une diminution de l'inflation des indices. Cependant, une régression avec un polynôme de degré 2 entraîne une estimation future très élevée des indices économiques « ICC » et « IPCHT ». Pour l'indice « IPC Services de Santé », les régressions linéaires avec les polynômes de degré 1 et 2 jouent des rôles inverses car cet indice a une tendance à la baisse. Nous constatons que la courbe de projection des indices économiques avec la méthode de « la moyenne de l'inflation sur les quatre dernières années comme inflation future » est comprise entre les courbes projetées par régression linéaire avec des polynômes de degré 1 et 2. Ces différentes méthodes de projection des indices sont considérées pour appréhender le comportement de l'inflation des sinistres selon chaque situation. Les graphiques suivants représentent l'inflation future des sinistres pour chaque méthode d'estimation des indices économiques ainsi que la courbe d'inflation MCET.

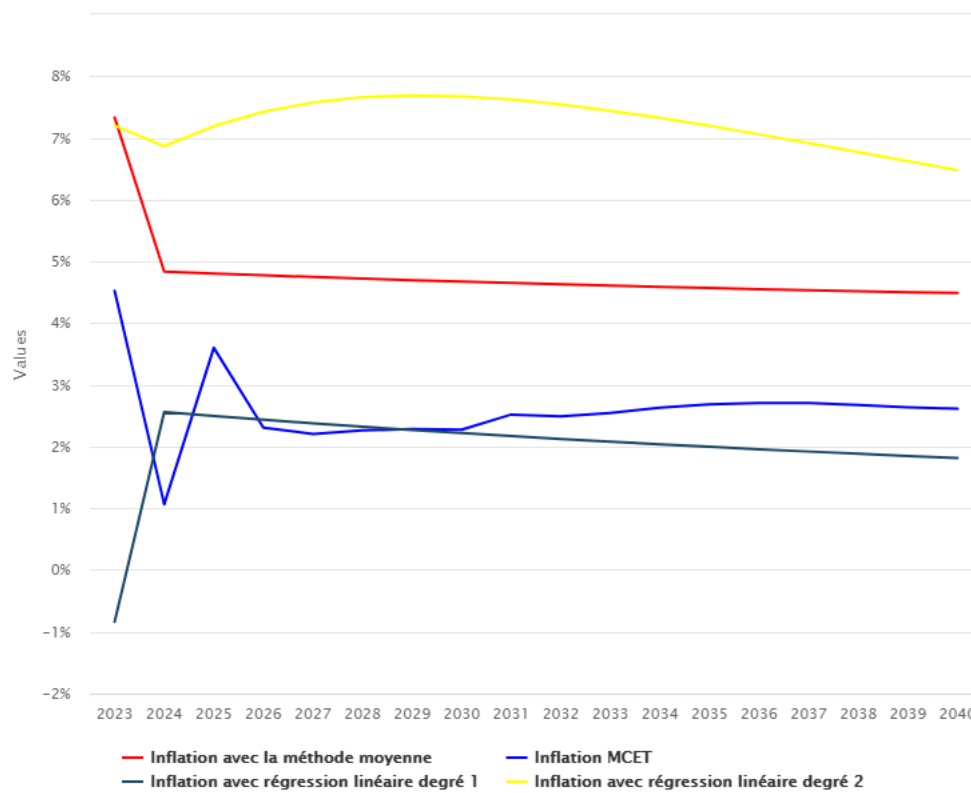


FIGURE 36 – Projection de l'inflation des sinistres de la branche MRH par régression linéaire

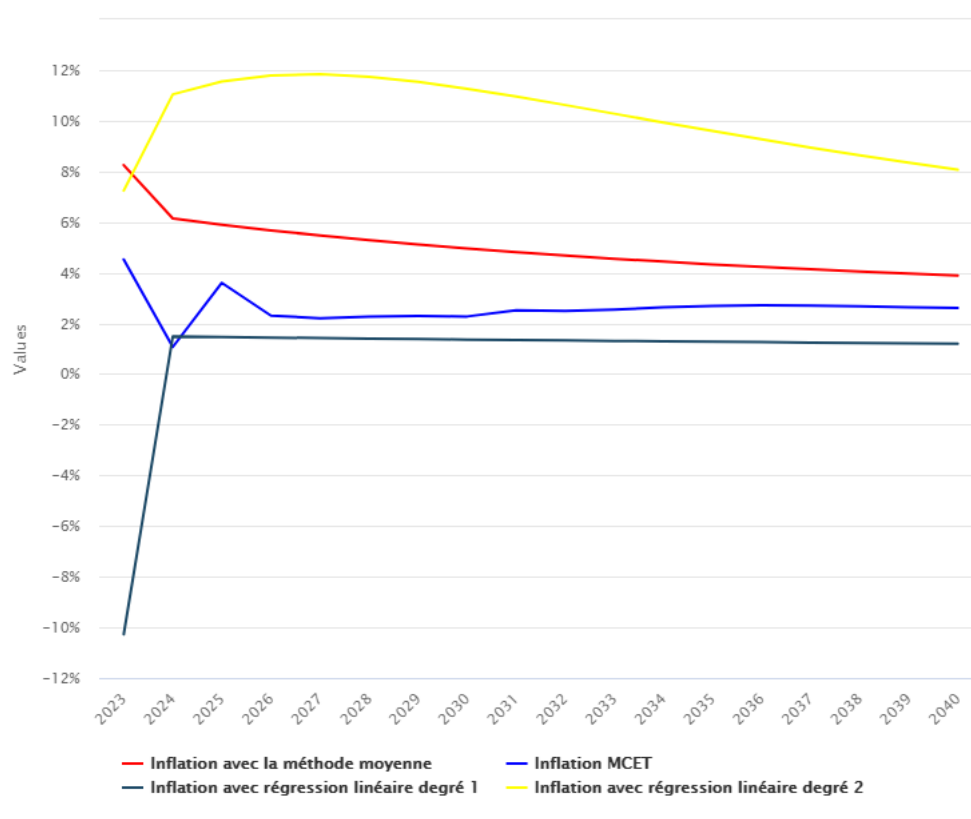


FIGURE 37 – Projection de l'inflation des sinistres de la branche MOTOR RC par régression linéaire

Pour les deux branches MRH et MOTOR RC, la projection de l'inflation des sinistres, lorsque la méthode de prédiction des indices est la régression linéaire avec un polynôme de degré 1, entraîne une

inflation plus faible que l'inflation MCET. Cependant, l'inflation future des sinistres, déterminée en considérant la méthode de régression linéaire avec un polynôme de degré 2 pour prédire les indices, est largement plus élevée que l'inflation MCET. D'ailleurs, elle est même plus élevée que l'inflation des sinistres estimée par la méthode moyenne. Ainsi, la projection des indices avec un polynôme de degré 1 entraîne une sous-estimation de l'inflation des sinistres tandis que celle avec un polynôme de degré 2 surestime l'inflation des sinistres.

### 3.5.3 Choix de la méthode de prédiction

Les méthodes de projection de l'inflation des indices par régression linéaire avec des polynômes de degré 1 et 2 entraînent respectivement une sous-estimation et une surestimation de l'inflation des sinistres comparé à l'inflation issue de la courbe MCET. Le choix de la méthode de régression linéaire par un polynôme de degré 1 n'entraîne plus la nécessité de calculer d'une réserve d'inflation dans la mesure où l'inflation des sinistres dans ce cas est inférieure à l'inflation MCET. Quant au choix de la méthode de régression linéaire par un polynôme de degré 2, cela suppose une vision trop pessimiste de l'inflation par rapport à l'inflation MCET.

Ainsi, pour rester prudent sur les estimations des réserves, la méthode de régression linéaire par un polynôme de degré 1 ne sera pas retenue. La régression par un polynôme de degré 2 a pour conséquence de placer le pic d'inflation de 2026 à 2028, ce résultat semble déraisonnable compte tenu des données macro-économiques selon lesquelles le pic d'inflation s'est produit entre fin 2022 et fin 2023. Ainsi, la forme de la courbe d'inflation attendue est une décroissance de celle-ci passé 2023, disqualifiant le modèle de projection via un polynôme de degré 2. De ce fait, les résultats de la méthode de prédiction avec inflation cristallisée qui suppose une inflation constante des indices économiques sont retenus dans la suite. Cette dernière semble plus réaliste et permet d'être prudent sur le calcul des réserves.

#### **Remarque :**

Compte tenu de la problématique qui a été soulevée sur l'invalidité des hypothèses de Chain Ladder, il est à noter que le choix d'un taux d'inflation des indices économiques constant ne remet pas en question la pertinence de la méthode de prédiction choisie. En effet, considérer une inflation constante similaire à celle du passé pour calculer les réserves entraîne un biais des estimations au vu de la tendance actuelle de l'inflation. Cependant, dans ce modèle de prédiction retenu, l'inflation projetée n'est pas constante. Par ailleurs, bien qu'elle soit linéaire, il est nécessaire de calculer une réserve supplémentaire d'inflation dans la mesure où cette sur-inflation n'est pas présente dans les données du triangle. Une fois que cette sur-inflation sera intégrée aux données du triangle, le calcul d'une réserve d'inflation ne sera plus nécessaire si l'inflation future demeure constante.

## 4 Simulation des charges de sinistres et calcul des réserves

Dans l'équipe Reserving d'AXA Group Ceded Re, les réserves sont déterminées par la **méthode de Bornhuetter Ferguson**. Pour cela, ils utilisent le Loss Ratio fourni par l'équipe Pricing. Cependant, une sur-inflation est notée sur les sinistres des cédantes due à la différence entre l'inflation des sinistres projetée et la courbe d'inflation MCET. Il convient donc de tenir compte de cette **sur-inflation** dans les estimations de l'équipe Pricing.

Afin de déterminer le Loss Ratio, le Pricing procède par une méthode de **simulation par les générateurs** qui détermine les charges espérées des sinistres. De ce fait, dans ce chapitre, une simulation des sinistres sera faite pour obtenir les charges de sinistres en adoptant les techniques de simulation du Pricing. Par la suite, une correction sera apportée sur les charges des sinistres afin de tenir compte de la sur-inflation qui se répliquera sur le Loss Ratio. Le **traité de réassurance** sera appliqué sur les **charges sinistres corrigées de l'inflation** avant de passer au calcul du **Loss Ratio cédé à la réassurance**. Enfin, la **réserve additionnelle d'inflation** est déterminée pour chaque traité.

### 4.1 Simulation des charges de sinistres avec prise en compte de l'inflation

Pour simuler les sinistres, un générateur est utilisé pour chaque ligne de business (LOB). Le générateur permet de calibrer les distributions de la sévérité et de la fréquence des sinistres. Les simulations se font sur la base de ces distributions. Le tableau 19 donne les lois de sévérité et de fréquence pour chaque LOB des traités de réassurance Property et MTPL (Motor Third Party Liability).

Générateur	Distribution de fréquence	Distribution de sévérité	Traité
Avanssur-MTPL-Auto-EUR	Poisson	Inorm	MTPL
Avanssur-PROPERTY-MRH-EUR	Poisson	GPareto	Property
AXA France-PROPERTY-MRI-PP-EUR	Poisson	RTPareto	Property
AXA France-PROPERTY-RI-EUR	Poisson	Custom	Property
FRA-PROPERTY-AGRI-EUR	NegBin	Custom	Property
FRA-PROPERTY-DIVERS-DAB-EN-EUR	NegBin	RTPareto	Property
FRA-PROPERTY-MRH-EUR	NegBin	GPareto	Property
FRA-PROPERTY-MRI-EN-EUR	Poisson	Custom	Property
FRA-PROPERTY-MRP-EN-EUR	Poisson	GPareto	Property
FRA-PROPERTY-MRP-PP-EUR	NegBin	GPareto	Property

TABLE 19 – Présentation des lois de fréquence et de Sévérité des générateurs

Les densités des générateurs des différents traités sont présentées dans les graphiques ci-dessous. Par souci de confidentialité, les valeurs des axes sont enlevées.

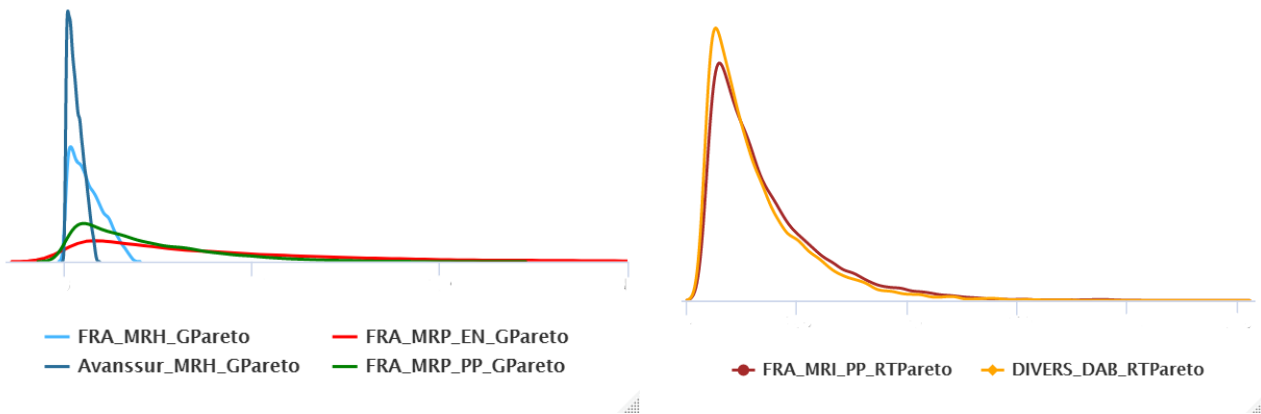


FIGURE 38 – Densités des générateurs du traité Property

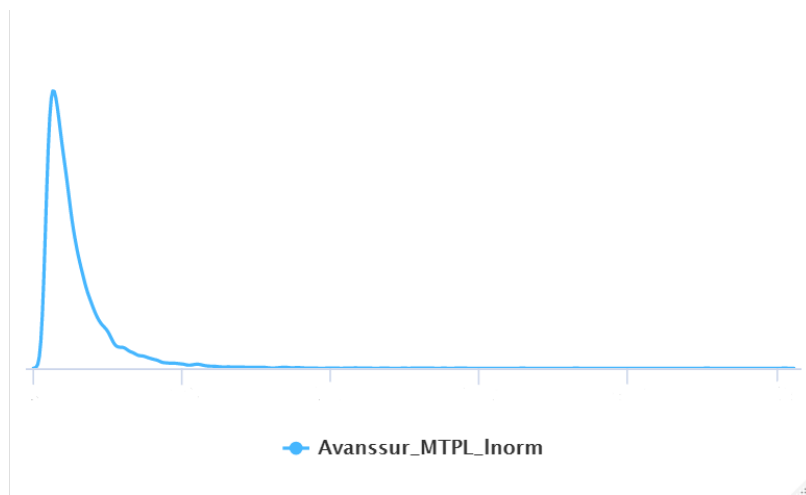


FIGURE 39 – Densité du générateur du traité MTPL

Les générateurs de sinistres prennent déjà compte de l'inflation. Etant donné que les générateurs sont calibrés par les cédantes et qu'on ne dispose pas d'informations sur l'inflation future considérée, l'hypothèse suivante est posée.

**Hypothèse :** On suppose que l'inflation future prise en compte dans les générateurs par les cédantes est l'inflation issue de la courbe MCET.

De plus, compte tenu du fait que la réassurance s'applique par traité et qu'on ne dispose que de l'inflation de la sinistralité MRH et MOTOR RC, les hypothèses suivantes sont posées pour corriger les charges de sinistres de tous les générateurs.

#### Hypothèses :

- L'inflation appliquée aux différents générateurs Property est la même que celle déterminée pour la branche MRH
- L'inflation appliquée au générateur du traité MTPL est celle issue de la branche MOTOR RC

De ce fait, pour tenir compte de la sur-inflation, les charges de sinistres simulées doivent être corrigées tout en évitant un double compte de l'inflation. Pour cela, les charges de sinistres sont déflatées de l'inflation MCET puis réinflatées par l'inflation des sinistres propre à chaque générateur. On se sert

de facteurs d'inflation pour corriger les charges de sinistres. La formule suivante telle que décrite dans la section 2.5.2 est appliquée :

$$M_x^{\text{inflaté}} = \frac{F_x}{F_{MCET}} \times M_x$$

avec

$$F_x = c_1 * (1 + \text{inflation}_1) + c_2 * (1 + \text{inflation}_1) (1 + \text{inflation}_2) + \dots = \sum_{k=1}^n c_k \prod_{t=1}^k (1 + \text{inflation}_t)$$

Les cadences de règlement utilisées sont celles issues de la méthode de Taylor et l'inflation utilisée est l'inflation des sinistres projetée ou l'inflation future de la courbe MCET.

Les facteurs d'inflation correcteurs obtenus sont présentés dans le tableau suivant.

	Property	MTPL
$F_x$	1,14	1,42
$F_{MCET}$	1,07	1,17
$F_x/F_{MCET}$	1,06	1,21

TABLE 20 – Présentation des facteurs d'inflation correcteurs

Pour le traité Property, le rapport entre le facteur d'inflation des sinistres et le facteur d'inflation MCET donne 1,06. Ce qui signifie que la sur-inflation due à la différence entre l'inflation des sinistres et l'inflation MCET est de 6% pour le traité Property. Pour le traité MTPL, ce rapport donne 1,21. Ce qui traduit une sur-inflation de 21%.

Une fois les charges de sinistres corrigées de l'inflation, l'application des traités de réassurance permet de déterminer les charges sinistres cédées à la réassurance puis par ricochet le Loss Ratio cédé à la réassurance.

## 4.2 Application des traités de réassurance

L'application des traités de réassurance (Property et MTPL) sur les charges simulées corrigées permet d'obtenir les charges de sinistres corrigées de l'inflation qui sont cédées à la réassurance.

Les deux traités se répartissent en plusieurs tranches et se présentent globalement comme suit :

Traités	Priorité	Portée	Nombre de tranches
Property	10 000 000	180 000 000	6
MTPL	10 000 000	Infini	2

TABLE 21 – Présentation des traités

Ces traités sont appliqués sur les charges simulées corrigées de l'inflation. Pour cela, nous procédons comme suit :

Pour chaque générateur et chaque simulation :

- Estimation du nombre de sinistre, via un tirage selon la loi de la fréquence
- Simulation de la charge de chacun des sinistres selon la loi de la sévérité. Ces charges de sinistres sont corrigées de l'inflation en utilisant les facteurs d'inflation correcteurs présentés dans la partie précédente.
- Application du traité de réassurance pour chaque sinistre



Par la suite, on agrège les charges de sinistres par traité et on applique les franchises annuelles puis les primes de reconstitution sont déduites. On obtient ainsi une charge totale pour chaque traité.

On répète ce processus 50 000 fois et on se retrouve donc avec 50 000 charges de sinistres pour chaque traité. L'approche utilisée pour calculer les charges de sinistres est celle de fréquence \* sévérité. En effet, pour chaque fréquence simulée, un nombre égal de charges est simulée.

Illustrons cela avec l'exemple suivant.

Exemple :

On considère le générateur « Avanssur-PROPERTY-MRH-EUR » du traité Property. On suppose que le traité pour cette tranche s'écrit comme suit 5 000 000 XS 10 000 000. On simule une fréquence égale à 3 puis on simule un montant de charges de sinistres pour chacun des nombres. Les charges de sinistres simulées sont corrigées de l'inflation en les multipliant par le rapport des facteurs d'inflation correcteurs qui est égal ici à 1,06. On applique le traité de réassurance et on obtient le résultat suivant.

Sinistres	Charges de sinistres simulées	Charges de sinistres corrigées de l'inflation	Charges de sinistres après traité
1	12 000 000	12 720 000	2 720 000
2	8 000 000	8 480 000	0
3	13 500 000	14 310 000	4 310 000

On fait la même chose pour les autres générateurs du traité Property. On agrège les charges de sinistres cédées et on applique les franchises annuelles puis en déduit les primes de reconstitution. On obtient ainsi une charge totale pour le traité Property.

Ce même procédé de détermination des charges de sinistres des traités de réassurance est appliqué sur les générateurs de sévérité non corrigés de l'inflation.

Les charges de sinistres avant et après correction par l'inflation des sinistres sont présentées par les graphiques suivants pour les deux traités de réassurance.

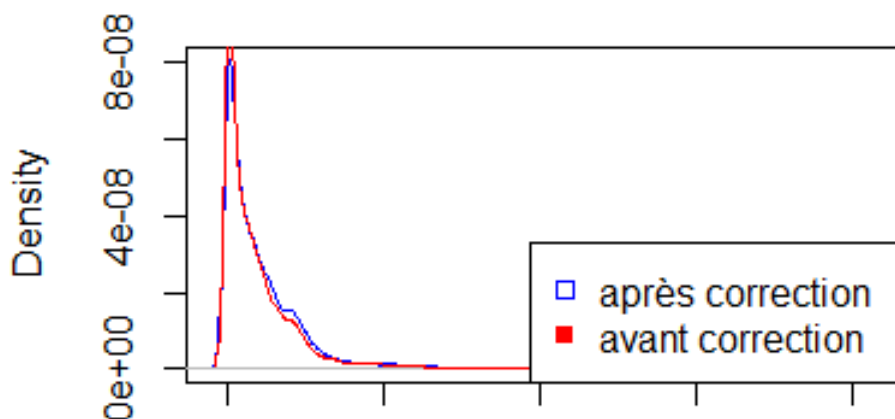


FIGURE 40 – Distribution des charges sinistres avant et après correction de l'inflation du traité Property

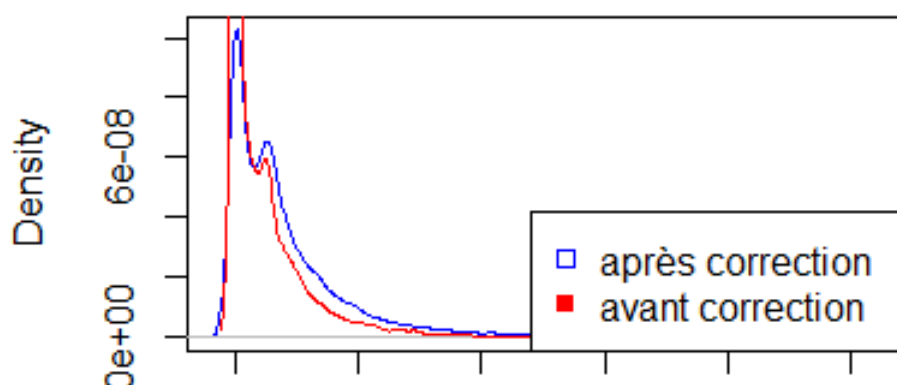


FIGURE 41 – Distribution des charges sinistres avant et après correction de l’inflation du traité MTPL

Le rapport entre les charges sinistres corrigées de l’inflation et les charges sinistres non corrigées est égal à 1,15 pour le traité Property. Ce qui signifie que la sur-inflation est de 15% en réassurance. Comparé au rapport entre les facteurs d’inflation calculés dans la section précédente, la sur-inflation est passée de 6% en assurance à 15% en réassurance pour le traité Property. De même, elle passe de 21% en assurance à 65% en réassurance pour le traité MTPL. Cette différence est due aux traités non proportionnels qui augmentent l’effet de l’inflation.

### 4.3 Calcul du Loss Ratio cédé à la réassurance

Dans cette partie, le Loss Ratio cédé à la réassurance est déterminé en se basant sur les charges de sinistres obtenues précédemment. Le Loss Ratio se calcule en faisant le rapport entre les charges de sinistres et les primes acquises. Dans la logique des résultats obtenus dans la section précédente, on calcule le Loss Ratio pour les 50 000 charges simulées de chaque traité. On obtient ainsi pour chaque traité 50 000 réalisations de Loss Ratio. Enfin, le Loss Ratio moyen cédé à la réassurance est obtenu par une moyenne arithmétique des Loss Ratios pour chaque traité.

En outre, le même procédé de calcul du Loss Ratio est appliqué sur les réalisations des générateurs de fréquence et de sévérité non corrigée de l’inflation. Ce qui donne le Loss Ratio qui serait cédé à la réassurance dans le cas où la sur-inflation ne serait pas prise en compte.

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

Traité	Loss Ratio corrigé de l’inflation	Loss Ratio non corrigé de l’inflation
Property	94%	82%
MTPL	104%	63%

TABLE 22 – Résultats des Loss Ratios avant et après correction

Avec la prise en compte de l’inflation des sinistres au lieu de l’inflation MCET, le Loss Ratio à l’ultime du traité Property passe de 82% à 94%, soit une différence de 12%. De même, le Loss Ratio du traité MTPL passe de 63% à 104%, soit une différence de 41%. Ce qui signifie que la sur-inflation entraîne une hausse de 12% et 41% du Loss Ratio respectivement pour les traités Property et MTPL.

Cet écart élevé entre le Loss Ratio corrigé et celui non corrigé pour le traité MTPL est expliqué par le développement long de ce dernier qui crée un effet boule de neige avec l’inflation dans le temps. Plus le développement est long, plus l’inflation a un poids important dans les calculs. De plus, ce traité est protégé par une clause de stabilisation dont l’effet n’a pas été étudié jusque là. Nous allons donc

analyser l'effet de la prise en compte de cette clause sur le Loss Ratio.

### - Prise en compte de la clause de stabilisation

L'inflation pénalise le réassureur pour les traités non proportionnels. Par conséquent, le réassureur veut se protéger de cette pénalisation via une clause de stabilisation, spécifiquement sur les branches longues dont les conséquences de l'inflation sont plus importantes. Une clause de stabilisation définit un indice de référence qui est appliqué à la portée et à la priorité du traité de réassurance. Cet indice de référence est le plus souvent un indice de revenu, ou un indice de consommation. Le but de cette clause, via l'indexation de la portée et de la priorité, est de permettre une meilleure répartition de l'inflation entre l'assureur et le réassureur.

Le traité MTPL ayant un long développement est donc protégé par une clause de stabilisation afin d'éviter que le réassureur ne supporte à lui seul les effets de l'inflation. La valeur du coefficient de stabilisation dépend de la cadence de développement (déterminée par la méthode de Taylor), de l'inflation projetée et du seuil d'activation de la clause. Dans le cas du traité MTPL, le seuil d'activation vaut 10%.

Le coefficient de stabilisation correspond à la somme des cashflows, les cashflows pour lesquels l'inflation dépasse le seuil d'activation sont désinflatés :

$$\text{Coefficient de stabilisation} = \sum_{i=1}^n \text{PPinc}_i \mathbb{1}_{inflation_i < \text{seuil activation}} + \frac{\text{PPinc}_i \mathbb{1}_{inflation_i \geq \text{seuil activation}}}{1 + inflation_i} \quad (53)$$

où  $i$  représente l'année de développement, PPinc la cadence de développement incrémentale et inflation est le taux d'inflation.

La prise en compte de la clause de stabilisation sur les calculs du Loss Ratio pour le traité MTPL donne les résultats suivants.

	Loss Ratio corrigé de l'inflation (inflation projetée)	Loss Ratio non corrigé de l'inflation (inflation MCET)
Sans la clause de stabilisation	104%	63%
Avec la clause de stabilisation	73%	55%

TABLE 23 – Loss Ratio du traité MTPL avec la clause de stabilisation

En considérant la clause de stabilisation, le Loss Ratio du traité MTPL passe de 55% à 73%. Ce qui signifie que la sur-inflation augmente le Loss Ratio de 18% tandis que cet impact de la sur-inflation sur le Loss Ratio était de 41% sans la clause de stabilisation. La différence des Loss Ratios avant et après la prise en compte de la sur-inflation est moins importante lorsqu'on tient compte de la clause. La clause de stabilisation permet donc de bien atténuer l'effet de l'inflation sur le Loss Ratio a priori du traité MTPL.

### - Analyse de l'effet de la clause de stabilisation

L'effet de la clause de stabilisation peut être davantage étudié en regardant la répartition des charges de sinistres entre assureur et réassureur. Le tableau 24 ci-dessous présente la proportion de charges de sinistres qui revient au réassureur avec ou sans la prise en compte de la clause.

	Avec inflation des sinistres (inflation projetée)	Sans inflation des sinistres (inflation MCET)
Sans la clause de stabilisation	10,7%	7,9%
Avec la clause de stabilisation	7,3%	6,8%

TABLE 24 – Proportion de la charge de sinistres du réassureur avec ou sans la clause de stabilisation

Sans la clause de stabilisation, la proportion de charges de sinistres cédée au réassureur passe de 7,9% à 10,7% respectivement avant et après correction des charges par l'inflation des sinistres. La part du réassureur augmente donc de 2,8% à cause de la sur-inflation. Cette proportion passe de 6,8% à 7,3% avec la clause de stabilisation, soit une hausse de 0,5%. Cette hausse est beaucoup plus faible et donc avec la clause de stabilisation la sur-inflation n'a pas d'effet sur la part du réassureur.

Ainsi, grâce à la clause, la répartition de la charge entre assureur et réassureur varie très peu en fonction de l'inflation. Cependant, sans la clause de stabilisation, le réassureur est plus exposé à la sur-inflation.

#### 4.4 Calcul de la réserve additionnelle d'inflation

Dans cette section, l'objectif est de calculer une réserve d'inflation afin de se prémunir de l'inflation future des sinistres qui pourrait être différente de l'inflation utilisée pour le calcul des réserves. Les réserves sont déterminées par la méthode de Bornhuetter Ferguson. Deux réserves seront calculées à savoir les réserves avec prise en compte de l'inflation des sinistres et les réserves non corrigées. Par la suite, la réserve d'inflation sera déduite de ces résultats.

Les réserves calculées sont celles pour l'année d'accident 2022.

Le calcul par la méthode de Bornhuetter Ferguson nécessite l'utilisation d'un Loss Ratio. Ainsi, les Loss Ratios obtenus à la section précédente seront utilisés dans les calculs. La formule de l'équation 52 telle que décrite à la section 2.6 est appliquée pour déterminer les réserves. Pour rappel, l'équation s'écrit comme suit :

$$R_i = (1 - p_{I-i}) \Phi_i E_i$$

L'exposition considérée est la prime acquise. Les cadences de développement sont celles utilisées par l'équipe Reserving et qui sont obtenues par la méthode de Chain Ladder. Le tableau ci-après donne les cadences de développement annuels pour chaque traité.

Développement	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Property	97,5 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	...
MTPL	14%	27%	33%	38%	41%	45%	49%	53%	56%	61%	...

TABLE 25 – Cadences de développement des traités

Les primes acquises sont égales à 36M€ pour le Property et 23M€ pour le MTPL.

Après calcul en utilisant la formule ci-dessus, nous obtenons une réserve de l'ordre de 0,9M€ pour le Property et 22M€ pour le MTPL.

Les réserves non corrigées sont obtenues en utilisant les Loss Ratios non corrigés de l'inflation des sinistres. Avec les mêmes calculs, la réserve obtenue est de l'ordre de 0,8M€ pour le Property et 14M€

pour le MTPL.

La réserve d'inflation est la différence entre la réserve avec prise en compte de l'inflation des sinistres et la réserve non corrigée. Elle correspond au montant à réserver pour faire face à l'inflation future. La réserve d'inflation obtenue est égale à 0,1M€ pour le Property et 8M€ pour le MTPL.

Notons que par souci de confidentialité, ces données (primes et réserves) sont modifiées en les multipliant par une constante positive.

Le tableau suivant donne un récapitulatif des résultats obtenus :

	Réserves avec inflation des sinistres	Réserves sans inflation des sinistres	Réserve d'inflation	% d'augmentation de la réserve initiale due à l'inflation
Property	0,90M	0,78M	0,12M	15%
MTPL	22,2M	13,7M	8,5M	62%

TABLE 26 – Tableau récapitulatif des calculs des réserves

La réserve d'inflation représente une augmentation de 15% de la réserve initiale pour le traité Property. Ce pourcentage est de 62% pour le traité MTPL. Ce résultat sur le traité MTPL est celui obtenu sans la clause. Nous allons donc analyser l'effet de la prise en compte de la clause sur le calcul des réserves.

#### - Prise en compte de la clause de stabilisation

L'effet de la sur-inflation sur le Loss Ratio a priori du traité MTPL a considérablement diminué avec la prise en compte de la clause de stabilisation. Cet effet est également observé sur les réserves. Nous représentons donc dans le tableau suivant les résultats de la prise en compte de la clause sur le calcul des réserves du traité MTPL.

	Réserves avec inflation des sinistres (inflation projetée)	Réserves sans inflation des sinistres (inflation MCET)	Réserves d'inflation	% de la réserve d'inflation
Sans la clause de stabilisation	22, 2M	13, 7M	8, 5M	62%
Avec la clause de stabilisation	14, 7M	11, 1M	3, 6M	33%

TABLE 27 – Réserves du traité MTPL avec la clause de stabilisation

La sur-inflation augmente la réserve initiale de 33% lorsque la clause de stabilisation est prise en compte. Cette proportion est de 62% quand la clause n'est pas considérée. La clause réduit la proportion de la réserve d'inflation sur la réserve initiale de la moitié.

Ainsi, compte tenu des résultats sur le Loss Ratio et les réserves, l'inflation a bien un effet amplificateur sur les traités non proportionnels des branches longues et donc la prise en compte de la clause de stabilisation permet de voir la charge réelle qui revient au réassureur.

## 4.5 Analyse de sensibilité

Afin de mieux appréhender l'effet de la sur-inflation sur le Loss Ratio cédé à la réassurance et sur les réserves, plusieurs scénarios sur l'inflation des sinistres sont réalisés pour capter la sensibilité des résultats selon le niveau d'inflation. Les scénarios sont les suivants :

- l'inflation des sinistres est égale à l'inflation issue de la courbe MCET lorsqu'il reste 10% de développement avant le run off
- l'inflation des sinistres varie de  $\pm 1\%$
- l'inflation des sinistres varie de  $\pm 1,5\%$

Ainsi, ces différents scénarios sont appliqués sur l'inflation projetée des sinistres des branches MRH et MOTOR RC.

### • Représentation graphique de l'inflation des sinistres

Les graphiques suivants représentent l'inflation projetée des sinistres des différents scénarios pour les branches MRH et MOTOR RC.



FIGURE 42 – Evolution de l'inflation future des sinistres selon différents scénarios de la branche MRH

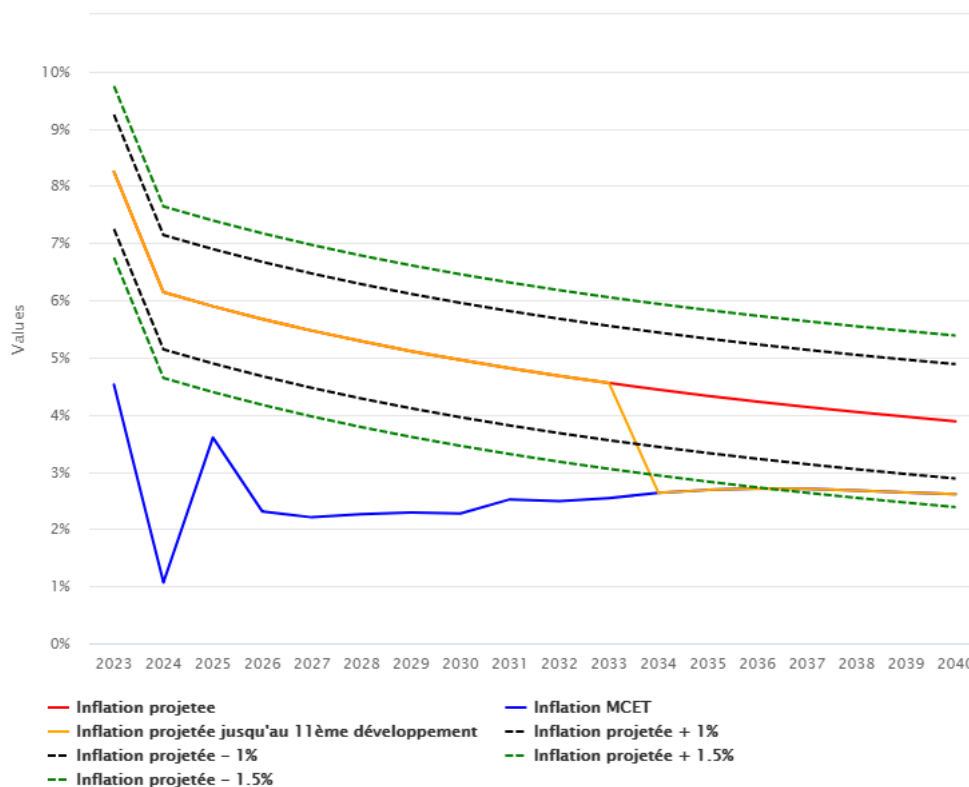


FIGURE 43 – Evolution de l'inflation future des sinistres selon différents scénarios de la branche MOTOR RC

L'inflation des sinistres considérée dans les différents cas est plus élevée que l'inflation MCET. La présence de la sur-inflation (différence entre l'inflation des sinistres et l'inflation MCET) est vérifiée. Cette sur-inflation varie selon les différents niveaux d'inflation considérés.

Dans la suite, cette sur-inflation sera utilisée selon les différents scénarios pour corriger les charges sinistres. Le Loss Ratio cédé à la réassurance et les réserves d'inflation sont déterminés par la suite en suivant tout le processus précédent.

#### ● Rapport des facteurs d'inflation correcteur selon les différents scénarios

Le rapport entre le facteur d'inflation correcteur des sinistres et le facteur d'inflation correcteur MCET est calculé pour chaque traité et selon les différents scénarios afin de quantifier la sur-inflation. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

	Inflation projetée	Inflation projetée -1,5%	Inflation projetée -1%	Inflation projetée jusqu'à 10% avant run off	Inflation projetée +1%	Inflation projetée +1,5%
Property	1,06	1,03	1,04	1,05	1,09	1,10
MTPL	1,21	1,11	1,14	1,20	1,29	1,33

TABLE 28 – Facteurs d'inflation correcteurs selon les différents scénarios

Pour le traité Property, ce rapport varie entre 1,03 et 1,10. Ce qui signifie que la sur-inflation due à la différence entre l'inflation des sinistres et l'inflation MCET varie entre 3% et 10% selon les diffé-

rents scénarios pour le traité Property. Pour le traité MTPL, la sur-inflation varie entre 11% et 33%. L'intervalle de variation est plus important pour le traité MTPL.

#### ● Calcul du Loss Ratio cédé à la réassurance

Les Loss Ratios cédés à la réassurance selon les différents scénarios sont présentés dans le tableau 29 pour les traités Property et MTPL. La clause de stabilisation est prise en compte dans le traité MTPL.

	Property	Hausse du Loss Ratio	MTPL	Hausse du Loss Ratio
Loss Ratio non corrigé de l'inflation (inflation MCET)	82%	-	55%	-
Loss Ratio corrigé de l'inflation projetée - scénario central	94%	12%	73%	18%
Loss Ratio corrigé de l'inflation projetée - 1,5%	87%	5%	62%	7%
Loss Ratio corrigé de l'inflation projetée - 1%	89%	7%	65%	10%
Loss Ratio corrigé de l'inflation projetée jusqu'à 10% avant run off	92%	10%	71%	16%
Loss Ratio corrigé de l'inflation projetée + 1%	98%	16%	81%	26%
Loss Ratio corrigé de l'inflation projetée + 1,5%	101%	19%	85%	30%

TABLE 29 – Résultats sur le Loss Ratio selon différents scénarios

Nous aboutissons à deux intervalles de sensibilité sur les résultats :

- Loss Ratio Property : 94% compris entre 87% et 101%
- Loss Ratio MTPL : 73% compris entre 62% et 85%.

Il est à noter que le scénario pour lequel l'inflation des sinistres est remplacée par l'inflation MCET à partir d'un certain développement génère un niveau de Loss Ratio légèrement inférieur au scénario cental (92% vs 94% sur le Property et 71% vs 73% pour le MTPL).

Ainsi, ces intervalles de variation permettent de capter la sensibilité du Loss ratio et d'être plus ou moins prudent dans le calcul de la réserve d'inflation selon le niveau de sur-inflation considéré.

#### ● Calcul de la réserve d'inflation

En se basant sur le niveau de Loss Ratio a priori obtenu selon les différents scénarios, les réserves sont calculées par la méthode de provisionnement de Bornhuetter Ferguson. La réserve d'inflation est déduite par la différence entre la réserve avant (inflation MCET) et après (inflation projetée) correction de l'inflation selon les différents cas de figure.



	Property		MTPL	
	Réserve d'inflation	% de la réserve d'inflation	Réserve d'inflation	% de la réserve d'inflation
Avec l'inflation projetée	0,1M	15%	3,6M	33%
Avec l'inflation projetée -1,5%	0,05M	7%	1,4M	13%
Avec l'inflation projetée -1%	0,07M	9%	2,0M	18%
Avec l'inflation projetée jusqu'à 10% avant run off	0,09M	13%	3,2M	29%
Avec l'inflation projetée +1%	0,15M	20%	5,2M	47%
Avec l'inflation projetée +1,5%	0,2M	24%	6,1M	55%

TABLE 30 – Résultats sur la réserve d'inflation selon différents scénarios

Nous aboutissons à deux intervalles de sensibilité sur les réserves :

- Réserve d'inflation Property : 0,1M€ compris entre 0,05M€ et 0,2M€
- Réserve d'inflation MTPL : 3,6M€ compris entre 1,4M€ et 6,1M€.

Il faut rappeler que ces montants de réserves d'inflation sont à titre indicatif. Les vrais montants ont été modifiés par souci de confidentialité, en ajustant le volume de prime.

Au vu des résultats, l'incertitude sur la réserve d'inflation Property est mineure. Toutefois, il y a un enjeu réel concernant l'inflation MTPL. Nous proposons de calculer des courbes d'inflation stressées en se basant sur la volatilité des indices sous-jacents afin de déterminer si les choix +/- 1,5% et +/- 1% sont raisonnables ou non.

Pour cela, un nouveau scénario est défini pour le MTPL. Nous considérons que le taux d'inflation futur des indices économiques est égal à la moyenne de l'inflation sur les quatre dernières années plus ou moins l'écart type de l'inflation sur toute la période. Cette inflation des indices est appliquée au modèle de prédiction de l'inflation des sinistres tel que défini dans la section 2.4.1. Le graphique obtenu se présente comme suit :

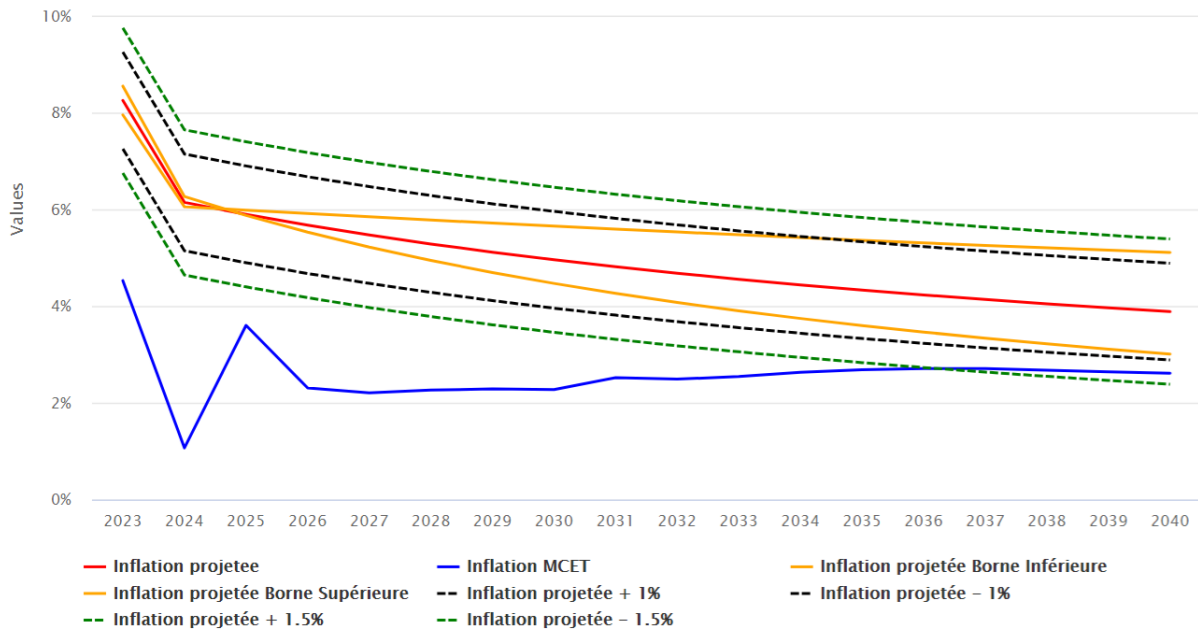


FIGURE 44 – Evolution de l’inflation future des sinistres avec le scénario des bornes stressées de la branche MOTOR RC

Les courbes d’inflation de ce nouveau scénario sont très proches de celles avec une variation  $\pm 1\%$ . D’après le graphique, il est plus logique de prendre les bornes d’incertitude de  $\pm 1\%$  plutôt que  $\pm 1,5\%$ . Ainsi, un intervalle de variation raisonnable pour le MTPL serait l’inflation projetée  $\pm 1\%$ . Enfin, l’intervalle de  $\pm 1\%$  est lui-même conservateur dans la mesure où les bornes supérieure et inférieure de l’inflation l’atteignent au bout du 10ème développement (2033) et à partir de ce développement il ne reste que 14% de la charge à payer d’après la cadence calibrée dans la section 3.2.

## Conclusion

L'objectif de cette étude était de trouver une **méthode de provisionnement qui permet de tenir compte de l'inflation réelle des sinistres dans un contexte de réassurance**. Face à la hausse soudaine et rapide de l'inflation, il est important de revoir les méthodes de provisionnement qui jusqu'à présent utilisent l'inflation historique. Ce qui permettrait d'éviter un **risque de sous-provisionnement** dû à la différence entre l'inflation réelle des sinistres et l'inflation historique.

La **méthode arithmétique de séparation de Taylor** a permis de déterminer la composante d'inflation des sinistres des cédantes. Une forte volatilité est observée sur ces facteurs d'inflation. Ce qui pourrait être expliqué par des facteurs autres que l'inflation affectant la composante calendaire. Afin d'éliminer les irrégularités autour de la composante d'inflation, un **lissage** a été fait sur les **facteurs d'inflation** obtenus en utilisant une méthode de régression non paramétrique.

Par la suite, une **modélisation entre les facteurs d'inflation lissés et les indices économiques** a permis de déterminer les facteurs explicatifs de l'inflation des sinistres. Il ressort que **l'Indice du Coût de la Construction (ICC)** explique le niveau d'inflation des sinistres de la branche Multi Risque Habitation (MRH) avec un  $R^2$  égal à 0,94. Pour la branche MOTOR Responsabilité Civile (MOTOR RC), **l'Indice des Prix à la Consommation Hors Tabac (IPCHT)** et **l'Indice des Prix à la Consommation des Services de Santé (IPC Services Santé)** sont les déterminants de l'inflation des sinistres, avec un  $R^2$  de 0,84.

Les modèles retenus dans la modélisation de l'inflation des sinistres sont ensuite utilisés pour **projeter l'inflation** en considérant des valeurs futures des indices économiques. Pour cela, l'hypothèse d'une **inflation future des indices économiques constante** a été posée. L'inflation future des sinistres obtenue a servi dans la suite à corriger les charges de sinistres.

Les **charges de sinistres applicables aux traités** sont générées par **simulation**. Ces charges de sinistres sont déflatées de leur inflation initiale issue de la courbe MCET puis **corrigées par l'inflation future des sinistres**. Les **traités de réassurance** sont appliqués sur ces sinistres simulés corrigés de l'inflation et nous avons déterminé le **Loss Ratio cédé à la Réassurance** pour chaque traité. Les traités considérés sont le traité Property pour la branche MRH et le traité MTPL pour la branche MOTOR RC de la cédante AXA France. Les Loss Ratios non corrigés de l'inflation ont été également déterminés.

Les résultats montrent que le Loss Ratio du traité **Property** est passé **de 82% à 94%**, soit une différence de 12% et le Loss Ratio du traité **MTPL** est passé de **63% à 104%**, soit une différence de 41%. Cependant, lorsque la clause de stabilisation est prise en compte pour le traité MTPL, le Loss Ratio passe de **55% à 73%**, soit une différence de 18%.

La sur-inflation observée impacte donc le Loss Ratio cédé à la réassurance avec une hausse de 12% de Loss Ratio pour le traité Property et de 18% pour le traité MTPL. Cette différence plus importante pour le MTPL peut s'expliquer par le développement de ce dernier qui est plus long et donc crée un effet boule de neige avec l'inflation.

De façon générale, pour les deux traités, ce niveau de répercussion de l'inflation sur les Loss Ratios trouve une explication dans les effets de l'inflation sur les traités non proportionnels.

Par ailleurs, l'analyse de la sensibilité a permis d'avoir un intervalle de variation du Loss Ratio du traité Property égal à **89% - 98%** obtenu en considérant que l'inflation des sinistres est égale à l'inflation projetée  $\pm 1\%$ . Cet intervalle de variation est égale à **65% - 81%** pour le traité MTPL lorsque la clause de stabilisation est prise en compte.

La réserve additionnelle d'inflation pour pallier le manque dans les réserves actuelles s'élève à **0,1M€** pour le traité Property avec un intervalle de sensibilité **0,07M€ - 0,15M€**. La réserve d'inflation à constituer pour le MTPL lorsque la clause de stabilisation est prise en compte s'élève à **3,6M€** avec un intervalle de variation compris entre **2,0M€ et 5,2M€**. Ainsi, un montant total de

3,7M€ devrait être constitué pour les traités Property et MTPL afin de faire face à l'inflation.

### Limites

Cependant, cette étude présente des limites :

- La **volatilité très forte du facteur d'inflation** obtenu par la méthode de Taylor impacte sur la modélisation de l'inflation et par conséquent sur le Loss Ratio. La composante calendaire qui est considérée comme étant le facteur d'inflation peut contenir des facteurs autres que l'inflation tels que le changement de portefeuille et de politique tarifaire. Nous avons eu recours à une méthode de lissage afin de stabiliser le facteur d'inflation. Toutefois, il est à noter que cela ne suffit pas pour éliminer toutes les irrégularités et isoler uniquement l'effet d'inflation.

- Les **hypothèses utilisées** peuvent poser certaines limites à savoir :

- L'inflation moyenne sur les quatre dernières années est l'inflation future des indices économiques
- L'inflation des sinistres issue de la branche MRH est la même pour tous les générateurs du traité Property, de même pour l'inflation de la branche MOTOR RC et tous les générateurs du traité MTPL
- L'inflation par défaut prise en compte par les générateurs est l'inflation issue de la courbe MCET.

Tous ces facteurs contribuent à biaiser les résultats.

### Recommandations

Afin de tenir compte de ces limites et d'améliorer les résultats sur cette étude, nous formulons les recommandations suivantes :

- Recourir au modèle stochastique de Vasicek comme méthode de prédiction de l'inflation des sinistres au lieu de considérer une moyenne de l'inflation des indices économiques et passer par le modèle de régression entre le facteur d'inflation et les indices
- Modéliser l'inflation de chacun des risques du traité de réassurance
- Déterminer la courbe d'inflation utilisée pour la calibration des générateurs au lieu d'utiliser l'inflation MCET par défaut.

## Références

- [1] Banque Centrale Européenne. (novembre 2021) Pourquoi l'inflation est-elle aussi élevée actuellement?. sur le site [https://www.ecb.europa.eu/ecb/educational/explainers/tell-me-more/html/high\\_inflation.fr](https://www.ecb.europa.eu/ecb/educational/explainers/tell-me-more/html/high_inflation.fr).
- [2] Banque de France. (octobre 2021) La hausse de l'inflation en France est-elle temporaire?. sur le site <https://blocnotesdeleco.banque-france.fr/billet-de-blog/la-hausse-de-l-inflation-en-france-est-elle-temporaire>.
- [3] Crédit Mutuel. (octobre 2022) L'inflation : causes et alternatives. sur le site <https://www.creditmutuel.fr/fr/particuliers/epargne/inflation-causes-alternatives>.
- [4] Eurostat. (juin 2023) Le taux d'inflation annuel en baisse à 5,5% dans la zone euro. sur le site <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/>.
- [5] France Assureurs. (juillet 2023) Dommages aux entreprises : récapitulatif des indices. sur le site <https://www.franceassureurs.fr/nos-chiffres-cles/assurance-de-dommages-et-responsabilite/dommages-entreprises-recapitulatif-des-indices/>.
- [6] François Husson Julie Josse. (janvier 2016) Introduction à la régression non paramétrique. Université de Lyon. sur le site [https://husson.github.io/img/presentation\\_am.pdf](https://husson.github.io/img/presentation_am.pdf).
- [7] Le Monde. (juin 2023) La BCE remonte ses taux à leur niveau le plus haut depuis vingt-deux ans pour faire face à l'inflation. sur le site <https://www.lemonde.fr/economie/article/2023/06/15/la-bce-remonte-ses-taux-a-leur-niveau-le-plus-haut-depuis-22-ans-pour-faire-face-a-l-inflation>.
- [8] Le Parisien. (juillet 2023) Ralentissement de l'inflation en France à 4,5 % sur un an en juin. sur le site <https://www.leparisien.fr/economie/ralentissement-de-linflation-en-france-a-45-sur-un-an-en-juin-13-07-2023>.
- [9] Lise Vaudor. (juin 2015) Régression loess. Université de Lyon. sur le site <http://perso.ens-lyon.fr/lise.vaudor/regression-loess/>.
- [10] Sami Mestiri. (décembre 2021) La régression non paramétrique. Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Mahdia (Conférence : FSEG Mahdia). sur le site [https://www.researchgate.net/publication/357449647\\_La\\_regression\\_non\\_parametrique](https://www.researchgate.net/publication/357449647_La_regression_non_parametrique).
- [11] Vie Publique. (mars 2023) Inflation : une hausse des prix soudaine et durable aux causes et effets multiples. sur le site <https://www.vie-publique.fr/eclairage/286182-inflation-les-causes-de-la-soudaine-hausse-des-prix>.
- [12] Wikipédia. (aout 2023) Lissage. sur le site <https://fr.wikipedia.org/wiki/Lissage>.
- [13] Wikipédia. (mars 2022) Régression non paramétrique. sur le site <https://fr.wikipedia.org/wiki/>.

### Articles et Supports de présentation

- [14] Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, Andreas Kolb. (octobre 2015) Assessing Inflation risk in Non-Life Insurance. Working Paper
- [15] Addactis. (2023) Impact du contexte inflationniste sur le risque de provisionnement non vie
- [16] Christophe Dutang. (2021) Actuariat de l'assurance non vie, support de cours ENSAE
- [17] GIE AXA. (2022) Impact of inflation on P&C reserving approach
- [18] Nicolas Baradel. (2023) Actuariat de l'assurance non vie, support de cours ENSAE
- [19] Sia Partners. (2023) Comment adapter nos méthodes de provisionnement dans un contexte inflationniste

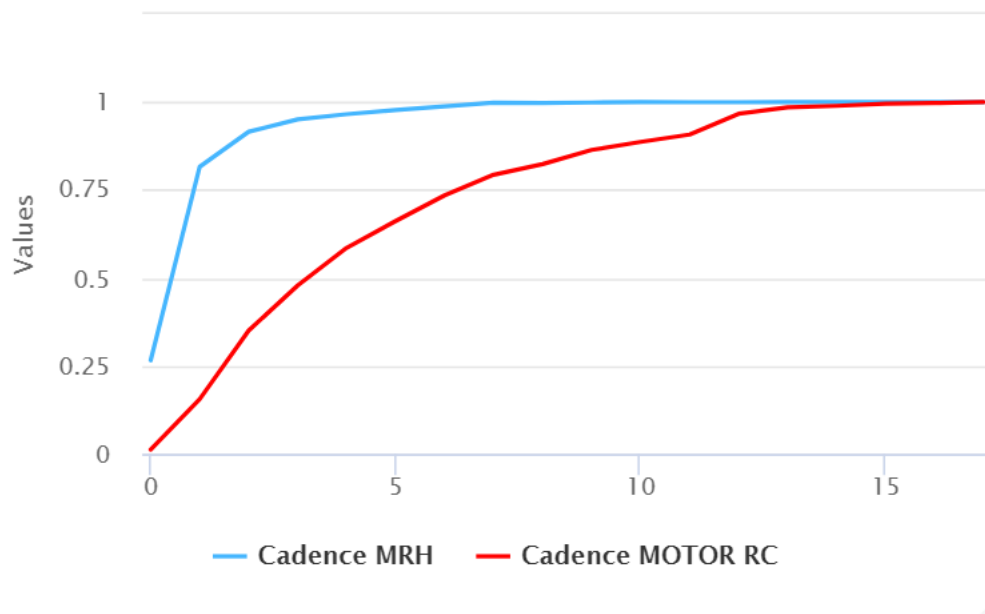
### Mémoires IA consultés

- [20] Carnot Dondjo Kenfack. Sensibilité du passif à l'inflation en assurance non vie, ISFA
- [21] Laure Anne Lagrange et Pierre Meunier. (juillet 2014) Intégration de l'inflation dans l'évaluation du risque de provisionnement pour un assureur non vie sous Solvabilité 2, ENSAE

- [22] Laurent Mann. Etude de l'inflation dans le processus d'inventaire non vie, ISFA
- [23] Laetitia Thai. (octobre 2018) Construction d'un outil d'optimisation de la réassurance pour une compagnie d'assurance non vie, Université de Strasbourg
- [24] Mohamed SAFFAR. (2022) Reconciliation entre les données de tarification et de provisionnement en réassurance afin d'analyser les risques par cédante et d'explorer des nouvelles méthodes de calcul des réserves, ENSAE
- [25] Yvan Murzeau. (janvier 2021) Etude de l'inflation dans le processus d'inventaire non vie, CNAM

# Annexes

## Annexe A : Graphe des cadences des branches MRH et MOTOR RC



## Annexe B : Triangle des paiements cumulés (modifié) du Pool MOTOR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2007	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2008	0	-328783,44	-1953644	-1971253,8	-1971253,8	-1139764,1	-1139764,1	-1139764,1	-1142505,1	-1142505,1	-1142505,1	-26947011	-25447140	-25447140	-25447140	-25447140
2009	0	-259774,01	-1319403,2	-1319403,2	-3039258,1	-3039258,1	-3039258,1	-3039258,1	-3039258,1	-3039258,1	-3490839,1	-3801947,9	-3801947,9	-6110654,4		
2010	0	0	0	-21713,692	-21713,692	-21713,692	-21713,692	-275930,17	-275930,17	-275930,17	-376770,17	-376770,17	-376770,17			
2011	0	0	0	0	0	0	0	-166007,28	-1359661,5	-1359661,5	-1359661,5	-1359661,5	-1359661,5			
2012	0	0	0	-7025463,5	-18044395	-33366757	-33381194	-46979173	-43287038	-54491593	-54513462					
2013	0	0	-1589255,9	-1598823,9	-1598826,2	-2818669	-2823990,2	-2823990,2	-2823990,2	-2823990,2						
2014	0	0	-309039,55	-309039,55	-312816,43	-312816,43	-312816,43	-423039,36	-423039,36							
2015	0	0	0	0	0	0	0	-876969	-876969							
2016	0	0	0	0	0	0	-659782,02	-659782,02								
2017	0	0	-13127749	-15934164	-25144268	-41576021										
2018	0	-5565619,2	-5628108,4	-5716291,7	-5716291,7											
2019	0	0	0	0												
2020	0	0	-902885,88													
2021	0	0	0													
2022	0	0	0													

## Annexe C : Triangle des paiements moyens (modifié) de la branche MRH

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2005	524,08215	1248,577	237,04677	99,313414	71,324465	22,857979	63,149899	94,60018	0,229102	3,8797209	0	0	0	0	0	0	0	0
2006	501,0632	1375,693	176,40688	133,38882	116,12747	20,296645	6,8281666	0,9141122	0	0,552381	0	0	0	0	0	0	0	0
2007	563,9597	1068,8433	302,50896	159,75771	41,073632	266,11791	163,35522	42,958209	-63,70199	2,9945274	-0,8218905	-10,482587	0	2,0781095	0,3164179	-0,0004975		
2008	504,73555	1604,6708	407,65161	56,313533	36,220953	45,404214	6,0409853	-19,446223	-0,1050007	3,8828758	0,9032646	4,7904437	-0,0305535	0	0			
2009	759,00372	1004,4239	142,82825	90,352101	85,38827	11,964278	-12,418543	15,285765	35,702964	18,806707	18,568287	-1,8266475	0,5102367	4,9322883				
2010	588,45194	1199,0747	169,41163	137,40964	37,28966	-46,13547	25,474531	64,825717	0,1667918	0,5147175	1,6469365	0,0733034	0					
2011	416,17062	1382,6186	399,4047	208,88295	-66,321332	1,5409179	24,304371	4,1660553	2,7753394	0,8367728	8,6894554	-0,4004606						
2012	630,76224	1286,6463	270,12875	83,040267	29,699201	3,5329539	1,5901463	10,12267	0,9484469	0	0							
2013	480,8789	1321,6327	192,60064	32,019966	22,175085	19,588842	10,724895	2,2974204	8,0347867	-0,3779621								
2014	585,41449	1298,4889	173,76332	33,751537	37,911657	19,666882	8,8466032	76,61916	-0,1182463									
2015	687,30333	1382,6471	256,45149	70,80064	13,08991	18,401401	7,5372907	9,0630471										
2016	536,07263	1900,4422	272,58875	43,288021	28,188048	11,653447	3,8411488											
2017	844,13978	1392,321	210,09332	65,85897	27,480933	11,613031												
2018	869,82856	1527,7489	227,92842	113,79994	55,195677													
2019	757,39437	1499,2238	301,98034	165,255														
2020	694,67432	1567,9617	300,44393															
2021	706,67347	1433,5863																
2022	1229,1925																	

## Annexe D : Triangle des paiements moyens (modifié) de la branche MOTOR RC

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2005	223,7597	2793,5153	2588,4052	1801,3767	1124,8809	703,59092	1017,6268	1489,6814	210,779	502,87164	-124,1223	368,54787	60,233998	110,07923	49,745849	8,5360732	4,3907837	54,624058
2006	256,82624	2172,1267	2364,3125	1225,8083	1084,1337	712,33923	682,67974	434,55817	440,1692	167,38979	60,988366	269,6212	161,56607	28,068144	21,697784	135,65964	58,48582	
2007	212,75613	2157,0732	3203,298	1598,1544	1733,0004	817,7631	531,67937	793,96706	211,95714	227,75635	35,65873	593,1496	166,32262	208,09643	112,49841	119,00714		
2008	125,89531	2296,5426	2795,8543	1833,5161	1671,0137	1176,9786	2155,2823	169,84726	232,00567	444,92062	434,27254	247,46893	14,051811	83,620446	63,190448			
2009	185,40872	2246,8735	2756,9216	1825,7815	1442,7498	567,78415	1672,7491	503,31588	574,83208	542,47146	434,27897	61,189493	4371,066	848,86027				
2010	129,44816	2539,106	2781,8221	2095,2798	1713,9771	789,60905	339,92366	157,07812	144,14386	81,366288	235,87336	111,32714	155,44224					
2011	192,38603	2880,6244	3641,0545	2182,0658	1411,6729	1459,2421	1598,4186	1961,7246	420,18314	1556,6547	658,06781	340,82971						
2012	151,07653	2350,5374	2960,6521	1547,3957	1879,1458	1475,6391	1151,0663	660,73521	280,2234	594,69089	742,00145							
2013	231,49979	2163,6211	2481,8537	1602,2361	1280,289	992,78298	581,66135	525,14144	769,69446	876,67986								
2014	254,76628	1985,5831	3021,2705	2044,3442	1480,6037	833,04456	699,41337	1049,6974	900,3712									
2015	146,4604	1867,407	2667,3872	1818,5982	1461,7354	958,52769	650,52416	1274,1166										
2016	181,63267	2027,1584	2606,9337	1913,954	1112,3798	1817,6005	1269,3788											
2017	192,88632	1881,4031	2288,0163	1593,8268	1178,0439	1529,5909												
2018	116,11365	1153,56	2438,507	2036,2986	2325,3725													
2019	68,175466	1396,1054	2206,3956	1683,0766														
2020	132,72775	1548,7909	2740,296															
2021	109,89275	1327,389																
2022	241,21107																	

## Annexe E :Description de l'ACP

L'ACP (Analyse en Composante Principale) est une méthode d'analyse des données qui consiste à transformer des variables liées entre elles (dites « corrélées » en statistique) en nouvelles variables décorrélées les unes des autres. Ces nouvelles variables sont nommées « composantes principales » ou axes principaux.

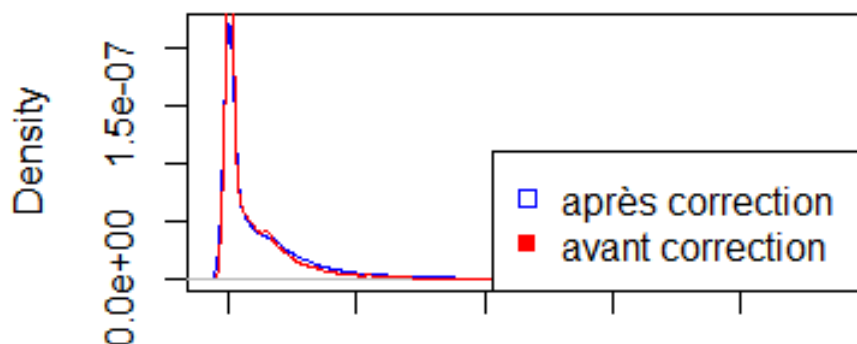
L'un des objectifs de l'ACP est de servir d'étude préalable à la régression linéaire qui préfère des variables orthogonales. L'étude et la visualisation des corrélations entre variables permettent de limiter le nombre de variables à prendre en compte.

L'un des avantages de l'ACP est qu'elle fournit une visualisation optimale et simultanée des variables et des données à travers les biplots. Le graphique obtenu permet de représenter "au mieux" les corrélations entre les variables et, de voir si celles-ci ne sont pas réduites, leurs variances (longueurs). La fiabilité des représentations est garantie par une somme élevée des pourcentages de variabilité associés aux axes.

Plus la valeur propre initiale est élevée, plus le facteur explique une portion significative de la variance totale. Pour déterminer la part d'inertie (variance expliquée) d'un axe, on fait le rapport entre la valeur propre de l'axe et la somme des valeurs propres de tous les axes. La part d'inertie expliquait par l'axe  $i$  est donnée par

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p}$$

## Annexe F : Distribution des charges sinistres avant et après correction de l'inflation du traité MTPL avec prise en compte de la clause de stabilisation





## Annexe G : Présentation des tests statistiques

### Test de Rainbow

Le test de Rainbow permet de vérifier la linéarité du modèle. L'idée centrale du test de Rainbow est que si le modèle est linéaire alors l'ajout de données au sous-échantillon  $(y_i, x_i)_{i \in I}$  ne devrait pas trop modifier le  $R^2$ . Par contre, si le modèle n'est pas linéaire alors l'ajout de donnée très différente de  $\bar{X}_n$  devrait dégrader le  $R^2$ . Ainsi, le test rainbow compare le modèle initial à un modèle construit sur un sous-échantillon constitué des valeurs centrales de l'échantillon. S'il n'y a pas adéquation des deux modèles, le test conclut à une mauvaise spécification.

Hypothèse nulle (H0) : linéarité du modèle

Hypothèse alternative (H1) : non linéarité du modèle

La statistique du test de Rainhow s'écrit :

$$T = \frac{(R^2 - \tilde{R}_I^2)(m - k)}{\tilde{R}_I^2(n - m)}$$

Sous hypothèse de linéarité (modèle linéaire gaussien), on a

$$T \sim F(n - m, m - k)$$

avec  $\tilde{R}_I^2$  : le  $R^2$  local autour de  $\bar{X}_n$ .

### Test de Liung-Box (ou portemanteau)

Le test de Liung-Box teste l'auto-corrélation d'ordre supérieur à 1. Il s'agit d'un test asymptotique qui n'a donc qu'une puissance très faible dans le cadre de petits échantillons. Les hypothèses du test sont :

Hypothèse nulle (H0) : il n'y a pas auto-corrélation des erreurs d'ordre 1 à r

Hypothèse alternative (H1) : il y a auto-corrélation des erreurs d'ordre 1 à r

### Test de Durbin Watson

Le test de Durbin-Watson est un test statistique destiné à tester l'autocorrélation d'ordre 1 des résidus dans un modèle de régression linéaire.

Hypothèse nulle (H0) : il y a non auto-corrélation

Hypothèse alternative (H1) : il y a auto-corrélation d'ordre 1

La statistique de Durbin-Watson est définie par :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}.$$

### Test de Breusch-Pagan (ou White)

Le test de Breusch-Pagan permet de tester l'hypothèse d'homoscédasticité du terme d'erreur d'un modèle de régression linéaire. Ainsi, si la variance est constante, alors on a de l'homoscédasticité ; en

revanche, si elle varie, on a de l'hétéroscédasticité. On a :

Hypothèse nulle (HO) : homoscedasticité

Hypothèse alternative (H1) : hétéroscédasticité

La statistique de Breusch-Pagan est donnée par :

$$BP = nR^2 \text{ qui suit } \chi^2(K-1)$$

où  $K$  est le nombre de coefficients à estimer du modèle de régression,  $n$  le nombre d'observations et  $R^2$  le coefficient de détermination de l'équation de test.

### Test de Shapiro-Wilk

Le test de Shapiro-Wilk teste l'hypothèse nulle selon laquelle un échantillon  $x_1, \dots, x_n$  est issu d'une population normalement distribuée.

La statistique de test  $W$  est :

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

où  $x_{(i)}$  désigne la  $i$ ème statistique d'ordre,  $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n)$  est la moyenne de l'échantillon, la constante  $a_i$  est donnée par

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^\top V^{-1}}{(m^\top V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$$

où

$$m = (m_1, \dots, m_n)^\top$$

et  $m_1, \dots, m_n$  sont les espérances des statistiques d'ordre d'un échantillon de variables indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi normale, et  $V$  est la matrice de variance covariance de ces statistiques d'ordre.

## Table des figures

1	Schéma de réassurance au sein de AXA Group Ceded Re (ex AGRE) . . . . .	13
2	Structure d'un traité de réassurance XL . . . . .	26
3	Evolution des paiements cumulés par année d'accident de la branche MRH . . . . .	30
4	Evolution des paiements cumulés par année d'accident de la branche MOTOR RC . . . . .	31
5	Evolution de l'inflation des sinistres du Pool MOTOR . . . . .	32
6	Evolution de l'inflation des sinistres de la branche MRH . . . . .	33
7	Evolution de l'inflation des sinistres de la branche MOTOR RC . . . . .	34
8	Courbe lissée du facteur d'inflation de la branche MRH . . . . .	36
9	Courbe lissée du facteur d'inflation de la branche MOTOR RC . . . . .	37
10	Courbes lissées du facteur d'inflation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage de la branche MRH . . . . .	38
11	Courbes lissées du facteur d'inflation avec différentes valeurs du paramètre de voisinage de la branche MOTOR RC . . . . .	38
12	Courbes de l'erreur de prédiction des branches MRH et MOTOR RC . . . . .	40
13	Evolution du facteur d'inflation et des indices économiques de la branche MRH . . . . .	42
14	Evolution du facteur d'inflation et du modèle retenu de la branche MRH . . . . .	43
15	Evolution du facteur d'inflation et des indices économiques de la branche MOTOR RC . . . . .	44
16	Analyse en Composante Principale des indices économiques de la branche MOTOR RC . . . . .	45
17	Evolution du facteur d'inflation et des indices retenus de la branche MOTOR RC . . . . .	45
18	Evolution du facteur d'inflation et du modèle retenu de la branche MOTOR RC . . . . .	46
19	Graphes Residuals vs Fitted de la branche MRH . . . . .	47
20	Corrélogramme des résidus de la branche MRH . . . . .	47
21	Graphes Scale-Location de la branche MRH . . . . .	48
22	Graphes QQ-Plot de la branche MRH . . . . .	49
23	Graphes Residuals vs Fitted de la branche MOTOR RC . . . . .	50
24	Corrélogramme des résidus de la branche MOTOR RC . . . . .	50
25	Graphes Scale-Location de la branche MOTOR RC . . . . .	51
26	Graphes QQ-Plot de la branche MOTOR RC . . . . .	51
27	Prédiction du facteur d'inflation des sinistres et de l'indice prédicteur de la branche MRH . . . . .	54
28	Evolution de l'inflation future des sinistres de la branche MRH . . . . .	54
29	Evolution de l'inflation future des sinistres et de l'inflation issue de la courbe MCET de la branche MRH . . . . .	55
30	Prédiction du facteur d'inflation des sinistres et des indices prédicteurs de la branche MOTOR RC . . . . .	56
31	Evolution de l'inflation future des sinistres de la branche MOTOR RC . . . . .	56
32	Evolution de l'inflation future des sinistres et de l'inflation issue de la courbe MCET de la branche MOTOR RC . . . . .	57
33	Projection de l'indice ICC par régression linéaire . . . . .	58
34	Projection de l'indice IPCHT par régression linéaire . . . . .	58
35	Projection de l'indice IPC Services de Santé par régression linéaire . . . . .	59
36	Projection de l'inflation des sinistres de la branche MRH par régression linéaire . . . . .	60
37	Projection de l'inflation des sinistres de la branche MOTOR RC par régression linéaire . . . . .	60
38	Densités des générateurs du traité Property . . . . .	63
39	Densité du générateur du traité MTPL . . . . .	63
40	Distribution des charges sinistres avant et après correction de l'inflation du traité Property . . . . .	65
41	Distribution des charges sinistres avant et après correction de l'inflation du traité MTPL . . . . .	66
42	Evolution de l'inflation future des sinistres selon différents scénarios de la branche MRH . . . . .	70
43	Evolution de l'inflation future des sinistres selon différents scénarios de la branche MOTOR RC . . . . .	71
44	Evolution de l'inflation future des sinistres avec le scénario des bornes stressées de la branche MOTOR RC . . . . .	74

## Liste des tableaux

1	Schéma du triangle de paiements . . . . .	16
2	Méthode de séparation de Taylor . . . . .	18
3	Résultats de la décomposition de Taylor sur le pool MOTOR . . . . .	31
4	Résultats de la décomposition de Taylor sur la branche MRH . . . . .	33
5	Résultats de la décomposition de Taylor sur la branche MOTOR RC . . . . .	34
6	Résultats de la méthode de Chain Ladder . . . . .	35
7	Résultats de la validation croisée . . . . .	39
8	Description des indices économiques . . . . .	41
9	Présentation des indices économiques de la branche MRH . . . . .	42
10	Résultats de la régression stepwise de la branche MRH . . . . .	43
11	Présentation des indices économiques de la branche MOTOR RC . . . . .	44
12	Variance expliquée par les indices par Analyse en Composante Principale . . . . .	44
13	Résultats de la régression stepwise de la branche MOTOR RC . . . . .	46
14	Résultats de la régression avec différents paramètres de voisinage de la branche MRH .	52
15	Résultats de la régression avec différents paramètres de voisinage de la branche MOTOR RC . . . . .	52
16	L'inflation de l'indice ICC sur la période 2019 - 2022 . . . . .	53
17	L'inflation des indices "IPCH" et "IPC Services Santé" sur la période 2019 - 2022 . . .	55
18	Résultats de la prédiction des indices par régression linéaire . . . . .	57
19	Présentation des lois de fréquence et de Sévérité des générateurs . . . . .	62
20	Présentation des facteurs d'inflation correcteurs . . . . .	64
21	Présentation des traités . . . . .	64
22	Résultats des Loss Ratios avant et après correction . . . . .	66
23	Loss Ratio du traité MTPL avec la clause de stabilisation . . . . .	67
24	Proportion de la charge de sinistres du réassureur avec ou sans la clause de stabilisation	68
25	Cadences de développement des traités . . . . .	68
26	Tableau récapitulatif des calculs des réserves . . . . .	69
27	Réserves du traité MTPL avec la clause de stabilisation . . . . .	69
28	Facteurs d'inflation correcteurs selon les différents scénarios . . . . .	71
29	Résultats sur le Loss Ratio selon différents scénarios . . . . .	72
30	Résultats sur la réserve d'inflation selon différents scénarios . . . . .	73