



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaraires

le 22 Septembre 2021

Par : Chehabi Khadija
Titre : Provisionnement ligne à ligne en Responsabilité Civile corporelle automobile

Confidentialité : Non

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

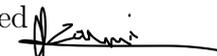
**Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaraires :**

Laily Romain
Signature :
Guelou Sonia
Signature :

Membres présents du jury de l'EURIA :

Vermet Franck
Signature :

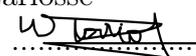
Entreprise : Allianz France

Zaïmi Mohamed
Signature : 

Directeur de mémoire en entreprise :

Simaku Julia
Signature : 

Invité :

Abgrall Dominique
Signature : 
Kouakou Lariosse
Signature : 

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels**

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :



Signature du candidat :



Les sinistres corporels, ayant un temps de développement long, peuvent atteindre des seuils de gravité considérables, notamment pour l'indemnisation de soins récurrents jusqu'à la fin de la vie de la victime. Il est donc primordial de bien les provisionner.

Les méthodes utilisées pour provisionner sont en général agrégées en considérant l'évolution passée des charges. Ces méthodes estiment les charges futures sans autres facteurs explicatifs.

Dans un contexte où l'information est plus que jamais omniprésente et disponible, les assureurs non-vie cherchent à développer de nouvelles méthodes de provisionnement qui utilisent des données jusqu'alors peu exploitées.

Ce mémoire propose une méthode de **provisionnement ligne à ligne** par l'application des algorithmes de **réseaux de neurones**. Il explore les possibilités que peuvent apporter les grandes quantités de données afin d'expliquer les développement de charges. Cela permettrait d'estimer des réserves précises pour des sinistres corporels et, ainsi, obtenir une meilleure interprétation des tendances observées que par le biais de méthodes classiques agrégées.

Mots clefs: Sinistres corporels, assurance IARD, responsabilité civile, réseaux de neurones, provisionnement ligne à ligne

Bodily injury claims have a long development time and can reach a high severity level, in particular the compensation for recurrent care in the victim's life. That's why it is necessary to compute the reserves for those claims correctly.

The commonly-used and abundant methods to assess the ultimate cost of claims are based on the aggregation of past payments without other explanatory factors.

In times where data is ever more omnipresent and available, non-life insurers are searching for new reserving methods capable of using data that is not commonly used.

This dissertation proposes an **individual claim reserving** through **neural network** algorithms. It explores the opportunities offered by Big Data to explain the variation of claims and consequently to estimate precise reserves for bodily injuries and to give better interpretations of the observed trends than by means of conventional aggregated methods.

Keywords: Bodily injury claims, Property and casualty insurance, liability insurance, neural network, individual provisioning

Contexte

Les sinistres **corporels** ont un temps de développement long et peuvent atteindre des charges considérables, au contraire des sinistres matériels. Les sinistres corporels dépendent de plusieurs facteurs externes comme le contexte économique, l'évolution des salaires dans le domaine de la santé, le prix des équipements de soins... Il est donc important de bien les provisionner.

Les méthodes utilisées pour faire le provisionnement sont en général agrégées, considérant l'évolution passée des charges pour faire les prévisions des charges futures sans autres facteurs explicatifs. Ces méthodes sont cependant sensibles aux données. Certains modèles, comme le modèle Allianz France, permettent également de faire la distinction entre les graves et les attritionnels et partagent les **IBNR** (*Incurring But Not Reported*) en **IBNYR** (*Incurring But Not Yet Reported*) et **IBNER** (*Incurring But Not Enough Reported*). Cette distinction permet de capter les aggravations/améliorations et le fait qu'il puisse y avoir des déclarations tardives. Cependant, à l'heure actuelle, la quantité de données à disposition augmente de manière fulgurante. À l'aide de celle-ci on peut détecter, et ainsi, modéliser des phénomènes agissant sur l'évolution des charges corporelles. Ce mémoire sera consacré à l'élaboration d'un modèle de projection de charges en utilisant les caractéristiques de chaque victime (la maille la plus fine). Dans un premier temps, disposant d'une grande quantité de données sur les victimes, il fallait rassembler les informations au vu des experts pour être guidé vers les variables les plus importantes permettant de modéliser l'évolution de la charge. Dans un second temps, une analyse de données a été menée sur ces variables tout en mettant en relief l'évolution de la charge en fonction de ces dernières grandeurs sélectionnées.

Méthodologie

Une première étape, à ne pas négliger, a été d'assimiler les spécificités des sinistres corporels qui sont modélisés dans le cadre de cette étude. Un dommage corporel recouvre l'atteinte à l'intégrité physique ou psychique de la personne, la charge correspond donc à l'indemnisation de cette atteinte. Notre cadre d'étude se focalise sur la **responsabilité civile**, qui oblige le responsable d'un dommage corporel à indemniser la victime à hauteur du préjudice (principe indemnitaire). L'évaluation de l'indemnisation peut être assez perplexe, la nomenclature de Dintilhac ayant été mise en place pour harmoniser et établir une égalité de traitements des victimes corporels.

Le verdict des experts converge : l'indicateur crucial pour évaluer la gravité d'un sinistre est le taux d'Atteinte à l'Intégrité Physique et Psychique (taux d'**AIPP**). Ce taux est un pourcentage compris entre 0 et 100 et est évalué par le médecin expert à la consolidation de la victime suite à l'accident. De plus, le **nombre de jours d'hospitalisation**, est un indicateur pertinent permettant de refléter la gravité du sinistre. Par ailleurs, la **situation de la victime** est une variable permettant de détecter les victimes graves. En effet, la réouverture d'un dossier a lieu, en général, quand l'état de la victime s'aggrave et les dossiers toujours ouverts après plusieurs années de développement sont souvent des sinistres graves. Le **délai de déclaration** s'avère être un indicateur à prendre en compte : lorsqu'on a un accident corporel grave, on a tendance à le déclarer rapidement. Enfin, la proportion de la charge qui a été réglée, reflète également la sévérité d'un sinistre. En effet, l'assureur tend à régler les sinistres attritionnels rapidement. Les études de données précédemment évoquées, ont permis de sélectionner toutes ces variables explicatives pour prédire la charge future.

Les méthodes de projection de charge à l'ultime sont basées sur l'historique. Il faut donc veiller à la qualité de la donnée. La cadence de développement de la charge en responsabilité civile corporelle automobile est très longue, une étape importante serait de mettre les montants dans nos bases de données en "**as-if**", c'est à dire appliquer un vecteur qui prendra en compte l'**inflation "hors monétaire"** propre aux sinistres corporels. Les charges ont été mise en "**as-if**" en utilisant l'indice FFSA qui tient compte de tous les effets des changements juridiques et réglementaires pour les sinistres RC corporels.

Le contexte étant établi, un modèle de projection des charges (désormais mises en "**as-if**") a été construit autour du modèle de Mario V. Wütrich [1]. Il s'agit d'un modèle qui généralise le modèle de Chain Ladder en faisant dépendre le facteur de développement des caractéristiques des victimes. Ce dernier modélise ces facteurs à l'aide de **réseaux de neurones** à une seule sous-couche cachée de taille fixe. Cependant, il suppose que les caractéristiques de la victime sont constantes dans le temps, c'est-à-dire que l'état de la victime ne peut ni s'aggraver ni s'améliorer, ce qui est loin d'être le cas. Le modèle élaboré dans ce mémoire a non seulement tenté d'optimiser la taille de la sous-couche cachée par année de développement mais aussi de modéliser via un réseau de neurones l'évolution des variables explicatives.

Soient les données d'entrée suivantes :

	Année de survenance	Jour de survenance	Délai de déclaration	Code situation victime	Taux AIPP	Jours en Hospitalisation	REG01	...	RAP01	...	CHG01	...	CHG16
victime ₁	Caractéristiques des victimes												
victime ₂													
victime ₃													
...													
victime _i													
...													

FIGURE 1: Données de départ pour implémenter le modèle

Où :

- REG01 à REG16 = règlements de la première année à la 16 ème année de développement
- RAP01 à RAP16 = les montants restants à payer , évalués par le service de l'indemnisation, à chaque développement
- CHG01 à CHG16 = la charge de la victime à chaque développement.

En notant le vecteur des caractéristiques $x=(jsur,delai,CDSITVIC,TXAIPP,NBHOS,\%REG)$ avec :

- jsur = jour de survenance
- délai = délai de déclaration
- CDSITVIC = Code situation de la victime

- TXAIPP = le taux d'AIPP
- NBHOS = nombre de jour d'hospitalisation
- %REG = le pourcentage de la charge réglée

Soit une victime, ayant pour caractéristiques le vecteur x . Supposons que cette victime est issue de l'année de survenance i . Plaçons-nous au développement j . Le modèle suppose que :

$$C_{i,j}(x_j) = f_{j-1}(x_{j-1})C_{i,j-1}(x_{j-1})$$

Où $C_{i,j}(x_j)$ = la charge cumulée au développement j de la victime x pour laquelle le sinistre est survenu l'année i . **Comment déterminer les facteurs $f_{j-1}(x_{j-1})$?**

La réponse réside dans le réseau de neurones ci-dessous, qui schématise la modélisation des facteurs pour le passage de la $j-1^{\text{ème}}$ à la $j^{\text{ème}}$ année de développement :

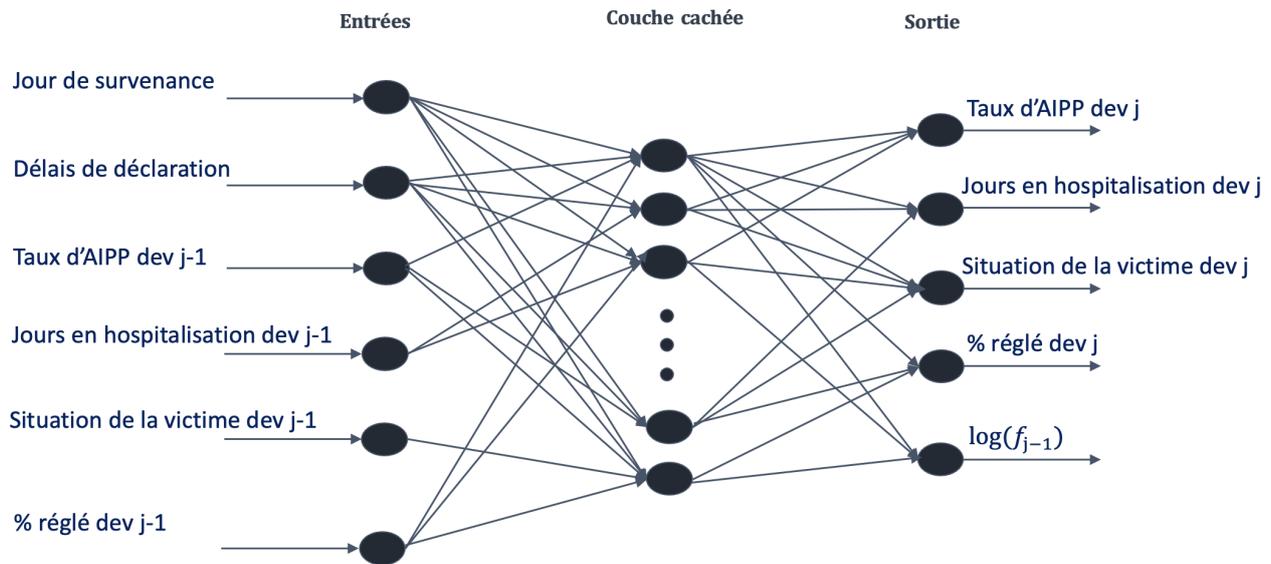


FIGURE 2: Résumé schématique de la projection d'une victime via le modèle construit

Il s'agit de projeter les charges séparément, pour chaque caractéristique, à chaque développement, via le facteur obtenu avec le réseau de neurones construit. Cependant, pour une année de survenance i donnée et pour le passage d'un développement $j-1$ à un développement j on a :

$$f_{j-1}(x_j) = \frac{C_{i,j}(x_j)}{C_{i,j-1}(x_{j-1})},$$

ceci suggère que $C_{i,j-1}(x_{j-1}) > 0$. Alors, en ayant appliqué le modèle pour toutes les années de développement, on aura que la projection des victimes ayant eu une charge positive au moins une fois dans l'historique, les IBNYR ne sont donc pas calculés dans ce cas.

La projection des IBNYR a été faite par le modèle proposé par Mario V. Wütrich [1] qui s'inspire de la méthode de Schnieper. Cette méthode est une méthode agrégée qui peut s'apparenter à une méthode de Chain Ladder, mais dans ce cas le facteur à appliquer dépend de l'année de survenance (la théorie est développée dans la partie : Données disponibles et état de l'art).

Résultats

Afin de tester la robustesse du modèle développé, deux méthodes ont été utilisées pour projeter les charges sur ces données de sinistre : Chain Ladder et la méthode Allianz France. Ces méthodes ont été testées par un *backtesting* et vont servir de point de comparaison pour les deux autres méthodes appliquées dans ce mémoire : la méthode de Mario V. Wütrich [1] comme développée dans son article et sa variante introduite dans ce mémoire. Les deux méthodes ont été appliquées pour capter l'effet de notre modification sur les résultats, ceci permet de répondre tout simplement à la question suivante dans le cas de résultats assez éloignés : Notre modèle donne de mauvaises prédictions car l'idée primaire de Wütrich n'est pas adaptée ou parce que l'idée de projeter les caractéristiques reste à améliorer ?

Le point crucial de l'étude réside dans le calibrage des modèles de Wütrich. Lors de ces calibrages les phénomènes expliquant les évolutions de la charge ont été dégagées :

- Le taux d'AIPP et son influence sur la charge
- La réouverture des dossiers qui se fait généralement pour les victimes graves
- L'ouverture prolongée d'un dossier qui s'accompagne de charges importantes
- Le nombre de jours d'hospitalisation qui traduit une gravité pour les grandes valeurs tandis que de petites valeurs ne veulent pas forcément dire que le sinistre est attritionnel
- Le délai de déclaration qui, plus la charge est importante plus il s'écourte
- L'assureur qui tend à régler la charge des victimes les moins atteintes

La projection des charges jusqu'à l'ultime via les modèles fondés sur des réseaux de neurones a alors pu être réalisée. La projection a donné, sur toutes les années de survenances, une charge totale assez proche des deux méthodes "point de comparaison". Lorsqu'on compare par année de survenance, on constate que la méthode variante de Wütrich, qui projette les caractéristiques, suit la même tendance que les trois autres mais en accentuant les augmentations et les diminutions. En nous penchant sur la comparaison des IBNR, la méthode développée au cours de ce mémoire a des valeurs opposées aux autres méthodes. Or, la méthode variante et la méthode de Mario V. Wütrich ont le même calcul pour les IBNYR, donc l'écart provient des IBNER.

Plusieurs axes d'amélioration ont été évoqués pour résoudre les problèmes persistant dans la projection de charge et rendre le modèle réaliste et valable pour tout type de jeu de données. Cependant, au vu des longs temps de calculs nécessaires, ces pistes n'ont pas pu être explorées.

Conclusion

Pour conclure, étant donné le caractère exploratoire de l'étude présentée dans ce mémoire, les phénomènes mis en avant lors du calibrage des modèles de Wütrich et les projections obtenues sont assez encourageantes. Cependant, on ne peut, à ce stade, proposer un modèle de projection de charges et des caractéristiques des victimes parfaitement abouti. Certaines pistes d'amélioration restent à explorer. Si ces améliorations sont apportées et donnent des charges projetées cohérentes, il faudrait effectuer un *backtesting* avant d'envisager de mettre le modèle ainsi construit en production.

Context

Bodily injury claims have a long development and can reach considerable expenses, unlike material claims. Bodily claims are influenced by several external factors such as the economic context, changes in salaries in health sector, the price of care equipment ... It is therefore essential to properly provision them.

The methods used to make this provisioning are generally aggregated considering the past evolution of the incurred in order to forecast future changes in the incurred without taking into account other explanatory factors. Yet external factors may have some influence on its outcomes. Some models, such as the Allianz France model, allow to distinguish between large and attritional claims and they split the **IBNR** (Incurred But Not Reported) into **IBNYR** (Incurred But Not Yet Reported) and **IBNER** (Incurred But Not Enough Reported), which allows the possibility to capture the effect of aggravations/improvements and the effect of newly declared claims. However, improvements can be made, today, the amount of data available is dazzling, we can detect and thus model phenomena affecting the evolution of bodily injury claims. This study aims to construct a claim projection model considering characteristics of each victim (the finest grid). Initially, given the large amount of data collected on the victims, it was necessary to gather the information from experts of bodily injury claims in order to be guided towards the most important variables to model the future evolution of claims. Secondly, a data analysis was carried out on these variables while highlighting the evolution of claim as a function of these variables.

Methodology

A primordial first step is to assimilate the specificities of bodily injuries which are modeled within the framework of this study. Bodily injury covers the injury to physical or mental integrity of the person, so the incurred corresponds to compensation for this injury. Our Study focuses on civil liability, which obliges the person responsible for bodily injury to compensate the victim up to the amount of the damage (indemnity principle). The compensation assessment can be quite perplexing, the Dintilhac nomenclature was put in place to harmonize and establish equal treatment for bodily victims.

Experts agrees on : the crucial indicator to assess the severity of a claim is **AIPP** rate, it is the assessment given in degree of a percentage on a scale of 0 to 100 by the expert doctor on the consolidation of the victim following the accident. The **days of hospitalization** is a relevant variable allowing to reflect the severity of a claim. Moreover, the reopening of a claim generally takes place when the victim's condition gets worse and the claim is still open after several development years are serious claims, so the victim's situation is a variable allowing the detection of seriousness. Besides, when you have a serious bodily accident, you tend to report quickly, so the **reporting delay** turns out to be an indicator to take into account. Finally, the proportion of the incurred that has been settled reflects the severity of a claim. For instance, the insurer tends to settle attritional claims quickly. The studies of data previously mentioned, lead to the selection of all these variables to predict the claim amount.

Ultimate projection methods are based on past records. It is therefore necessary to ensure the quality of the data. The rate of development of claims in automobile liability bodily injury is very long, an important step would be to apply a vector which will take into account "**non-monetary**" **inflation** specific to bodily injury amounts in our database. This has been done using the FFSA index which takes into account all the effects of legal and regulatory changes for bodily liability claims.

The context being established, a model of projection of the amounts (henceforth transformed) was built around the model of Mario V. Wütrich [1]. This is a model that generalizes the Chain Ladder model by making the development factor depend on the characteristics of the victims. This model models these factors using **neural networks** with a single hidden layer of fixed size. However, it assumes that the victim's characteristics are constant over time, which means the victim's condition cannot worsen or improve, which doesn't reflect the reality. The model developed in this study not only attempted to optimize the size of the hidden layer per development year but also to model the evolution of the explanatory variables via a neural network.

Consider the following input data :

	Survenance Year	Survenance day	Reporting delay	Victim Situation Code	AIPP rate	Days in Hospitalization	REG01	...	RAP01	...	CHG01	...	CHG16
victim ₁	Victim characteristics												
victim ₂													
victim ₃													
...													
victim _i													
...													

FIGURE 3: Input data to implement the model

Where :

- REG01 à REG16 = settlment from the first development year to the last one
- RAP01 à RAP16 = the remaining amounts to be paid at each development
- CHG01 à CHG16 = the incurred at each development

By noting the vector of the characteristics $x=(jsur,delai,CDSITVIC,TXAIPP,NBHOS,\%REG)$ with :

- jsur = occurence day
- délai = declaration delay
- CDSITVIC = victime situation Code
- TXAIPP = AIPP rate
- NBHOS = days in hospitalization
- %REG = the rate of settlement.

Let a victim, having for characteristics the vector x , belonging to the occurrence year i . Let consider the development year j . The model assumes that :

$$C_{i,j}(x_j) = f_{j-1}(x_{j-1})C_{i,j-1}(x_{j-1})$$

Where $C_{i,j}(x_j)$ the aggregated incurred at a development j for a victim x concerned by a claim incurred the year i .

How to determine the factors $f_{j-1}(x_{j-1})$?

The answer lies in the neural network below, which schematizes the modeling of the factors for the transition from the first to the second development year :

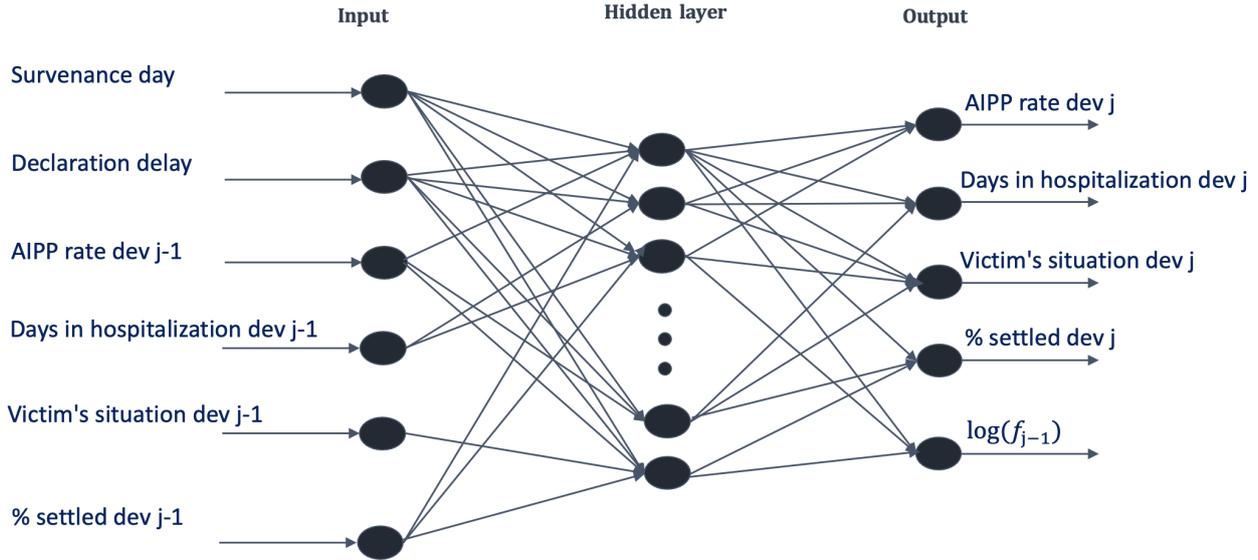


FIGURE 4: Schematic summary of the projection of a victim with the constructed model

This involves projecting the charges separately for each characteristic at each development via the factor obtained with the constructed neural network. However, for a given occurrence year i and for the passage from a development $j-1$ to a development j we have :

$$f_{j-1}(x_j) = \frac{C_{i,j}(x_j)}{C_{i,j-1}(x_{j-1})},$$

This suggests that $C_{i,j-1}(x_{j-1}) > 0$, so finally, having applied the model for all the development years, we will only have the projection of the victims having had a positive development at least once during the history, so the IBNYR are not taken into consideration in this case.

The projection of the IBNYRs was made by the model proposed by Mario V. Wütrich [1] which is inspired by the Schnieper method. This method is an aggregated method which may resemble a Chain Ladder method, but in this case the factor to be applied depends on the occurrence year (the theory is developed in the section : *Données disponibles et état de l'art*).

Results

To test the model thus developed, two methods were used to project the incurred on these claims data : Chain Ladder and the Allianz France method. These methods have been tested by backtesting and will serve as a point of comparison for the two other methods applied in this study : the method of Mario V. Wütrich [1] as developed in his article and its variant introduced during this thesis. The two methods were applied to capture the effect of our modification on the results, this makes it possible to answer the following question in the case of distant results : Our model gives bad predictions because the primary idea of Wütrich is not suitable or because the idea of projecting the characteristics remains to be improved ?

The crucial point of the study lies in the calibration of the Wütrich models, because it is by this calibration that the phenomena explaining the evolutions of the claim's load are revealed. This calibration was quite informative because it made it possible to detect several interesting phenomena :

- The AIPP rate and its influence on the load
- The reopening of claims which is generally done for severe victims
- The prolonged opening of a claim which is accompanied by significant charges
- The number of days of hospitalization which reflects seriousness for large values while small values do not necessarily mean that the claim is attritional
- The reporting period which, the greater the loads the shorter it is
- The tendency of the insurer to settle the loads of the least affected victims.

Projecting loads to the ultimate via models based on neural networks could then be achieved. The projection gave in total over all the occurrence years a total charge quite close to the two "point of comparison" methods. When we take a closer look at each occurrence year, we see that the Wütrich variant method, which projects characteristics, follows the same trend as the other three but with amplifying increases and decreases. By focusing on the comparison of IBNRs, the method developed in this memory has opposite values to the other methods. However, the variant method and the method of Mario V. Wütrich [1] have the same formulas for the IBNYRs, so the difference comes from the IBNERs.

Several improvement possibilities have been mentioned to solve the persistent problems in the load projection and to make the model realistic and valid for any type of data set. However, in view of the long computation times required, these possibilities could not be explored.

Conclusion

To conclude, given the exploratory nature of the study presented in this thesis, the phenomena highlighted during the calibration of the Wütrich models and the projections obtained are quite encouraging. However, we cannot at this stage propose a perfectly successful projection model of loads and victim characteristics. Certain possibilities of improvement remain to be explored. If these improvements are made and give consistent projected loads, it would be necessary to do a backtesting before considering putting the model thus built into production.

Je tiens dans un premier temps à remercier l'ensemble de l'équipe provisionnement non vie , plus particulièrement **Mohamed Zaïmi** directeur "P&C", pour l'accueil, la bienveillance et la confiance accordée. Cette expérience était enrichissante tant au niveau professionnel que personnel et j'en suis très reconnaissante.

J'aimerais plus particulièrement remercier l'ensemble des personnes qui ont, de près ou de loin, contribué à mon développement cette année. Je pense notamment à tous les encadrants professionnels avec lesquels j'ai eu l'occasion d'échanger et qui m'ont permis de mieux comprendre le processus de provisionnement en entreprise, les mécaniques de fonctionnement de l'équipe et toutes les interactions possibles avec les autres équipes et autorités de contrôle.

J'aimerais également adresser toute ma gratitude à **Dominique Abgrall** pour les conseils et l'aide qu'il m'a apportés tout au long de mon parcours. Il m'a en effet transmis sa connaissance métier et, sans lui, j'aurais eu beaucoup de mal à comprendre certaines notions relatives à l'assurance non vie et à la vie professionnelle en général.

Je tiens aussi à remercier **Julia Simaku**, pour son encadrement, sa bonne humeur, ses précieux conseils. Je lui suis reconnaissante pour toute la valeur ajoutée prodiguée.

Je souhaite finalement remercier ma famille pour son soutien et ses encouragements durant tout mon parcours académique.

Je remercie donc vivement toutes ces personnes. Elles ont toutes contribué à l'élaboration de mon mémoire et m'ont permis de mener à bien les missions qui m'ont été confiées.

Résumé	1
Abstract	2
Note de synthèse	3
Executive Summary	6
Remerciements	10
Introduction	14
I Contexte de l'étude	15
1 L'assurance et les provisions techniques	17
1.1 Quelques généralités sur l'assurance	17
1.2 Les provisions techniques	17
2 La responsabilité civile Corporelle	19
2.1 Définitions	19
2.1.1 La responsabilité civile	19
2.1.2 L'assurance responsabilité civile	19
2.1.3 Recours subrogatoire des tiers payeurs	20
2.1.4 Indemnisation : capital ou en rente	21
2.1.5 Loi Badinter	21
2.1.6 Nomenclature Dintilhac	22
2.1.7 Taux d'Atteinte à l'intégrité Physique et Psychique (AIPP)	23
2.2 La vie d'un sinistre en RC corporelle	24
3 Contexte des sinistres corporels chez Allianz France	26
3.1 Les segments	26
3.2 Provisionnement des sinistres corporels	27
4 Périmètre et problématique	28
4.1 Périmètre :	28
4.2 Problématique :	28

II	Données disponibles et état de l'art	29
5	Données disponibles	31
5.1	Etudes de données :	33
5.2	Choix des variables pour le modèle :	39
5.2.1	Situation de la victime	39
5.2.2	Taux d'AIPP	42
5.2.3	Nombre de jours d'hospitalisation	46
5.2.4	Pourcentage de règlement	51
5.2.5	Le délai de déclaration :	52
5.2.6	Jour de survenance :	53
6	Etat de l'art : projection des charges	55
6.1	Méthode de Chain Ladder :	55
6.2	Méthode Allianz France :	57
6.3	Méthode de Mario V.Wütrich :	60
6.3.1	Réseaux de neurones	60
6.3.2	Le modèle de Mario V.Wütrich	67
7	Modèle variant de Wütrich	72
7.1	Mise en as if	72
7.2	Le modèle	73
III	Application de ces méthodes à la projection de charges	75
8	Calibrage des modèles	77
8.1	Chain Ladder	77
8.2	La méthode Allianz France	80
8.3	La méthode de Mario V.Wütrich	85
8.4	Le modèle variant de Wütrich	99
9	Résultats obtenus par l'approche Chain Ladder et l'approche Allianz France	105
9.1	<i>Backtesting</i> : Chain Ladder	107
9.2	<i>Backtesting</i> : Méthode Allianz France	108
10	Résultats obtenus par la méthode Wütrich et sa variante	109
11	Discussion autour du modèle de Mario V.Wütrich et sa variante et perspectives	112
11.1	Axes d'amélioration du modèle de Wütrich	112
11.2	Axes d'amélioration du modèle variant de Wütrich	114
	Conclusion	116
	Annexe	125
	Annexe 1 : Complément sur les sinistres corporels	125
	Annexe 2 : Indicateurs pour valider un modèle de prédiction	128
	Annexe 3 : Résultats optimisation taille des sous-couche pour le modèle de Wütrich	130
	Annexe 4 : Résultats des projections via la méthode de Mario V.Wütrich	145
	Annexe 5 : Résultats des projections via la méthode variante de Mario V.Wütrich	149
	Annexe 6 : Résultats du calcul des IBNYR	153

Contrairement aux dommages matériels, les victimes de sinistres corporels subissent des préjudices. Il est donc important de connaître la nature des dommages qui sont produits par ces sinistres. L'appréciation de la valeur humaine joue un rôle primordial dans l'analyse de ce type d'accidents. Du point de vue de l'assureur, il s'agit de sinistres dont le montant de provision est souvent très important car ils ont un développement long et dépendent de plusieurs facteurs externes. L'objet de ce mémoire est de prédire, victime par victime, la charge future. On se restreint à la garantie Responsabilité Civile Corporelle des contrats automobile distribués par les Agents Généraux d'Allianz. Pour réaliser cette projection à une telle granularité, i.e par victime, un modèle basé sur les réseaux de neurones est introduit. Il s'inspire du modèle de projection de charges de Mario V.Wütrich [1] qui exploite la grande quantité de données à disposition. Ceci permet d'assimiler les tendances observées dans le temps en fonction de plusieurs facteurs et donne, par la suite, plus d'explications que les méthodes agrégées.

Dans la première partie, on présente quelques généralités de l'assurance tout en définissant les principales provisions en assurance non vie. Puis, nous nous intéressons plus précisément à la responsabilité civile corporelle en définissant et introduisant les principales notions pour pouvoir atterrir, ensuite, sur notre cadre d'étude chez Allianz France. Finalement, on définira notre périmètre d'étude et on annoncera la problématique de ce mémoire.

La deuxième partie, après avoir décrit les données mises à notre disposition, effectue des analyses exploratoires des données sur les variables explicatives choisies pour mener à bien notre étude en se restreignant à notre périmètre défini. Finalement, nous présentons la théorie des méthodes agrégées de Chain Ladder, celle utilisée chez Allianz France qui permet de faire la distinction attritionnel/grave, le modèle de Mario V.Wütrich [1] et sa variante développée dans ce mémoire.

Enfin, la dernière partie consiste en une application pratique du calibrage et des projections décrites théoriquement dans la partie précédente. Cette application permet de mettre en exergue des phénomènes agissant sur l'évolution de la charge, qu'on analysera par la suite. Finalement, on comparera les charges projetées par les différents modèles. On pourra alors confronter les méthodes individuelles aux méthodes agrégées en termes de qualité de projection. Certains axes d'amélioration sont présentés pour prolonger les travaux de ce mémoire.

Ce mémoire s'articulera autour de la problématique suivante :

Comment modéliser les ultimes en RC automobile des particuliers du réseau agence par un réseau de neurones ?

NB : Pour des raisons de confidentialité, toutes les valeurs numériques apparaissant dans ce mémoire ne correspondent pas à des vraies valeurs mais à des valeurs modifiées par une technique qui ne sera pas précisée. Pour autant ces indications de valeurs modifiées suffisent à se faire une idée des tendances observées et les résultats restent cohérents entre eux.

Première partie
Contexte de l'étude

Dans cette partie, nous allons dans un premier temps présenter quelques généralités de l'assurance tout en définissant les principales provisions en assurance non vie. Ensuite, nous nous intéresserons plus précisément à la responsabilité civile corporelle en définissant et introduisant les principales notions pour pouvoir atterrir sur notre cadre d'étude chez Allianz France. Finalement, on définira notre périmètre d'étude et on annoncera la problématique de ce mémoire.

L'assurance et les provisions techniques

Ce chapitre a pour but de présenter quelques généralités sur l'assurance et définir par la suite les provisions techniques en assurance non vie qui cerne le périmètre de notre étude.

1.1 Quelques généralités sur l'assurance

L'assurance a pour but principal de protéger financièrement les assurés des aléas humains, économiques, technologiques et naturels.

La prestation d'un assureur dépend donc d'un évènement incertain, aléatoire : c'est l'un des piliers de l'assurance. En échange de primes/de cotisations, l'assureur s'engage ainsi à verser une prestation à l'assuré en cas de réalisation du risque. Ce faisant, l'assureur va mutualiser des risques de même nature et va protéger les assurés en supportant leurs risques.

Il existe une grande variété d'opérations en assurance. Ces dernières peuvent être classées par branches ou par types :

- Classification par branches : il existe 26 branches différentes toutes présentes dans le Code des Assurances (Article R321-1)
- Classification par types : il est possible de distinguer l'assurance "non vie", l'assurance "vie", les assurances de personnes et les assurances de dommages.

Un lien entre ces différents classements (par types ou branches) est possible. Ainsi, l'assurance "non vie" correspond aux branches 1 à 18, l'assurance "vie" aux branches 20 à 26 et les assurances de personnes aux branches 1,2 en plus des branches de l'assurance "vie".

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons travailler sur le périmètre RC Corp Auto Part AGT (Responsabilité civile corporelle automobile des particuliers issue du réseau agence).

1.2 Les provisions techniques

Revenons sur le principe de l'assurance : l'assuré paye des primes afin de recevoir une prestation de la part de l'assureur en cas de réalisation du risque. Ainsi, l'assureur fixe le prix de vente de sa prestation alors même que le prix de revient n'est pas encore connu : on dit que le cycle de production est inversé.

Cette inversion du cycle de production entraîne la nécessité de constituer des provisions techniques suffisantes. Les provisions techniques sont définies comme étant le montant des engagements de l'assureur envers les assurés. La valeur comptable de ces engagements figure au passif du bilan.

En assurance "non vie", il existe différents types de provisions techniques. L'ensemble de ces provisions représente les charges permettant de faire face à la sinistralité déclarée mais non encore réglée, à la sinistralité non encore déclarée mais prévisible et à une anticipation des prestations futures auxquelles l'assureur devra faire face lorsqu'un engagement prendra effet. Pour en citer quelques-unes, nous avons par exemple (Article R331-6) :

- Les provisions pour primes non acquises (PPNA)
- Les provisions pour risques en cours
- Les provisions pour sinistres à payer (PSAP)
- ou encore les provisions pour risques croissants, les provisions mathématiques des rentes, les provisions d'égalisation, les provisions pour risque d'exigibilité ...

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons nous focaliser sur une de ces provisions : les provisions pour sinistres à payer (PSAP). Elles sont définies dans l'article R331-6 du code des assurances :

"Valeurs estimatives des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs de rentes non encore mises à la charge de l'entreprise"

Les provisions intègrent également les sinistres tardifs, c'est-à-dire les sinistres qui sont survenus l'année N mais qui ne sont pas encore déclarés au moment de la clôture des comptes. L'article R331-15 du code des assurances précise les modalités de calcul de la PSAP :

"La provision pour sinistres à payer est calculée exercice par exercice. Sans préjudice de l'application des règles spécifiques à certaines branches prévues à la présente section, l'évaluation des sinistres connus est effectuée dossier par dossier, le coût d'un dossier comprenant toutes les charges externes individualisables ; elle est augmentée du coût des sinistres survenus mais non déclarés."

La provision pour sinistres à payer doit toujours être calculée pour son montant brut sans tenir compte des recours à exercer.

(L'assurance "vie" ne rentrant pas dans notre périmètre d'étude, nous ne développerons pas ici les provisions techniques spécifiques à l'assurance "vie".)

Dans le chapitre suivant, nous allons nous focaliser sur la RC corporelle et ses spécificités.

Dans ce chapitre, on définira tout ce qui émane de la responsabilité civile corporelle, nous détaillerons les étapes par lesquelles passe un sinistre ;concerné par cette garantie ; avant sa clôture.

2.1 Définitions

2.1.1 La responsabilité civile

La responsabilité civile est souvent engagée dans le cadre de dommages corporels. Elle est définie par la loi et crée l'obligation de réparer le dommage causé à autrui. Les principes généraux [2] applicables en matière de responsabilité sont issus du Code civil :

- ARTICLE 1240** : *"Tout fait quelconque de l'homme, qui cause à autrui un dommage, oblige celui par la faute duquel il est arrivé à le réparer"*
- ARTICLE 1241** : *"Chacun est responsable du dommage qu'il a causé non seulement par son fait, mais encore par sa négligence ou par son imprudence"*
- LES ARTICLES 1242 À 1244** : la notion de responsabilité ne se limite pas seulement aux dommages causés par votre propre faute, par imprudence ou par négligence mais aussi aux dommages causés par vos enfants mineurs, vos employés de maison, vos animaux ou par ceux que vous gardez, les dommages dus aux objets que vous détenez, qui vous appartiennent, que vous avez emprunté ou loué ainsi que les dommages dus à votre appartement, votre maison.

Donc la responsabilité civile est engagée quand il y a des conséquences encourues par une personne lorsqu'elle cause un dommage matériel ou corporel à un tiers que ce soit par sa négligence, son imprudence, ses enfants, préposés, animaux ou choses dont elle est responsable.

La responsabilité civile **corporelle** englobe toute atteinte à la personne : atteinte à l'intégrité physique, atteinte morale ou économique. Les dommages aux fournitures et appareils délivrés sur prescription médicale (appareils auditifs ou dentaires, lunettes correctrices...) constituent également une atteinte à la personne.

2.1.2 L'assurance responsabilité civile

L'assurance de responsabilité civile est un contrat qui garantit les conséquences pécuniaires encourues par l'assuré lorsque sa responsabilité civile est engagée. Cependant celle-ci ne couvre pas les faits que l'assuré aurait commis intentionnellement.

Ce type de contrat concerne les particuliers, les professionnels, les entreprises et les associations.

L'assureur de responsabilité civile indemnise, au titre des garanties souscrites, la victime d'un préjudice dont le client est responsable. L'assureur ne garantit pas les sanctions pénales.

L'assurance de responsabilité civile est une assurance de principe indemnitaire. Il s'agit d'un fondement de base de l'assurance, en cas de dommage matériel ou corporel subi par l'assuré, elle indemnise la victime de la manière suivante : en fonction du préjudice subi, dans les limites des garanties souscrites et sans contribuer à l'enrichissement de l'assuré, dans la mesure où elle apporte trois preuves : le fait dommageable, le préjudice et un lien de causalité.

On cite quelques types de contrats d'assurance responsabilité civile en droit français [3] :

- Assurance automobile
- Assurance bateau en France
- Assurance construction
- Assurance de responsabilité civile vie privée
- Assurance de responsabilité médicale
- Responsabilité Civile exploitation
- Responsabilité Civile produits défectueux
- Responsabilité Civile propriétaire d'immeuble
- Responsabilité Civile mandataire social
- Responsabilité Civile locative

L'assurance responsabilité civile **automobile** est obligatoire depuis 1958 (la loi n°58-208 du 27 février 1958 institue une obligation d'assurance en matière de circulation de véhicules terrestres à moteur). C'est donc l'assurance minimale légale. Tous les contrats d'assurance automobile prévoient cette formule dite « au tiers ». Elle permet d'indemniser les dommages causés aux tiers, lorsque votre responsabilité est engagée. Ainsi en cas d'accident non responsable, c'est la garantie responsabilité civile de la partie adverse qui au final prend en charge vos dommages matériels et corporels par contre en cas d'accident responsable ou sans tiers identifié. En revanche, votre assurance de responsabilité civile auto couvre seulement les dommages matériels et corporels causés à autrui. Elle ne couvre donc pas les dégâts causés à votre voiture ou à vous-même. [4]

2.1.3 Recours subrogatoire des tiers payeurs

Le terme tiers payeur a été introduit pour la première fois par loi n° 85-677 du 5 juillet 1985, tendant à l'amélioration de la situation des victimes d'accidents de la circulation et à l'accélération des procédures d'indemnisation (dite loi Badinter), qui, du point de vue formel, utilisait l'expression pour désigner les organismes versant des prestations de type social.

Peut être appelé « tiers payeur » [5] : tout organisme, établissement ou service versant ou susceptible de verser, par application d'une disposition légale, statutaire ou conventionnelle, des prestations à une personne victime d'une atteinte à son intégrité physique et/ou psychique (ou touchée par une maladie).

Le recours est généralement défini comme : « le fait d'en appeler à une tierce personne ou à une institution, pour obtenir la reconnaissance d'un droit ». Appliqué aux tiers payeurs, le recours est la possibilité pour les institutions, organismes et services désignés par la loi de pouvoir réclamer à un tiers responsable ou son assureur le remboursement de prestations qu'ils ont pris en charge au bénéfice d'une victime.

La "subrogation" est un mode de transmission des créances. La subrogation permet donc au tiers payeur qui a versé des prestations d'être investi des droits et actions de la victime attachés à la créance à faire valoir contre l'auteur du dommage.

Ainsi, pour résumer, le tiers payeur réclame à un autre tiers payeur le montant qu'il a réglé, au nom de la victime, qui revient effectivement à l'autre tiers payeur.

2.1.4 Indemnisation : capital ou en rente

Après estimation, l'indemnisation de la victime peut être faite soit en capital ou en rente. Il n'y a pas d'obligation légale de choisir une forme de règlement. Ce choix se fait soit à l'amiable ou après une décision judiciaire en faveur d'une des deux formes.

Capital :

En respectant le principe indemnitare de la responsabilité, la victime reçoit en une fois le montant estimé pouvoir réparer le préjudice subi.

Rente :

Un montant appelé arrérage est versé de manière périodique que ce soit temporaire ou viager. La rente est dite indexée si son montant est revu périodiquement selon le contexte économique en vigueur, et ceci selon un indice de référence.

L'indexation des rentes est obligatoire en assurance auto depuis 1974 (loi n° 74-1118 du 27 décembre 1974). Cette indexation était prise en charge jusqu'en 2013 par le fonds de garantie des assurances obligatoires de dommages (FGAO) qui s'était substitué en 2003 au fonds de garantie automobile créé dès 1951, désormais depuis 2014 la prise en charge de la revalorisation des rentes a été transférée vers les assureurs. Pour avoir une vision à l'ultime du coût de la victime qui sort en rente, il faut calculer le capital constitutif de rente qui est la somme des arrérages futurs capitalisés et ce, en tenant compte l'espérance de vie de la victime. Donc, cette grandeur dépend de la table de mortalité et du taux de capitalisation.

Cependant, aucun barème de capitalisation de rente n'est fixé par la loi. Pour comparer les barèmes entre eux [6], il est de vigueur de comparer le taux d'intérêt considéré qui peut être défini comme la référence de capitalisation des fonds. Ainsi, il constitue une donnée économique importante puisqu'il correspond au rendement des actifs sur lesquels les victimes pourraient investir leurs indemnités versées en capital. Aussi comparer comment l'inflation est considérée par le modèle, cette dernière correspond à la perte du pouvoir d'achat de la monnaie se caractérisant par une augmentation générale des prix. Pour la victime, il s'agit bien de l'inflation prévisible des dépenses à laquelle elle se trouvera exposée. On peut évoquer quelques exemples de barèmes présents dans le marché :

- **Gazette du Palais** : le calcul du taux d'actualisation est basé sur la valeur moyenne du TEC 10 et la prise en compte de l'inflation générale des prix, est fixé à 0,5%.
- **BCIV / BCRIV** : le taux d'actualisation se base sur les taux d'intérêt sans risque publiés par l'EIOPA . L'inflation est quant à elle évaluée à partir de l'indice INSEE de l'IPC moyen hors tabac.
- **Université Savoie Mont-Blanc** : Le taux d'actualisation correspond à une pondération en fonction de la durée de la rente des TEC¹ 10, TEC 20 et TEC 30 déduction faite d'une inflation basée sur la moyenne de l'inflation en France sur les trois années passées.

2.1.5 Loi Badinter

La loi Badinter (loi n° 85-677 du 5 juillet 1985) est une loi qui tend à l'amélioration de la situation des victimes d'accidents de la circulation et à l'accélération des procédures d'indemnisation.

Cette loi s'applique en cas d'accident de la circulation, indépendant de toute volonté, ce qui exclut les infractions volontaires. Elle s'applique dès lors qu'il existe une ou plusieurs « victimes d'accidents de la circulation » [7].

Les bénéficiaires de la loi sont les victimes. Elles peuvent être des piétons, des cyclistes, des passagers, des conducteurs des autres véhicules impliqués mais peuvent être aussi un cavalier ou encore un skieur. Elle permet aux victimes d'être remboursées à 100%. Le délai fixé par la loi est de 8 mois. L'assureur qui garantit la responsabilité civile du conducteur doit indemniser la ou les victimes dans les 8 mois suivant l'accident de la circulation.

1. Taux de l'échéance constante

Convention IRCA :

Découlant des articles 12 et suivants de la loi Badinter, le but de la convention IRCA [8] est de faciliter et simplifier la gestion des petits sinistres corporels qui représentent 90 % de la masse des dossiers traités. Elle ne concerne que les dossiers présentant un taux d'IPP (incapacité permanente partielle) inférieur ou égal à 5 %, les sinistres survenus en France métropolitaine, dans les départements d'outre-mer et à Monaco, et qu'il y ait implication d'au moins 2 véhicules terrestres à moteur garantis par des sociétés d'assurance signataires de la convention. Dans le cadre de la convention c'est l'assureur direct qui est chargé de l'instruction du dossier et de l'indemnisation des victimes transportées et non l'assureur RC du responsable. Il présente par la suite un recours contre l'assureur du responsable au cas où l'assuré ne l'est pas.

La loi Badinter prévoit donc le principe d'un droit à indemnisation pour toute victime d'un accident de la route impliquant un véhicule terrestre à moteur, et aussi des conventions facilitant la gestion des sinistres.

2.1.6 Nomenclature Dintilhac

Il s'agit d'une nomenclature reprenant l'ensemble des préjudices possibles en matière de dommages corporels tant pour les victimes directes que pour les victimes indirectes. Elle fournit une sorte de guide susceptible de s'enrichir de nouveaux postes de préjudice [9].

Préjudices patrimoniaux temporaires	Préjudices patrimoniaux permanents	Préjudices extrapatrimoniaux temporaires	Préjudices extrapatrimoniaux permanents
Dépenses de santé actuelles	Dépenses de santé futures	Déficit fonctionnel temporaire	Déficit fonctionnel permanent
Frais divers	Frais de logement adapté	Souffrance endurées	Préjudice d'agrément
Pertes de gains professionnels actuels	Frais de véhicule adapté	Préjudice esthétique temporaire	Préjudice esthétique permanent
	Assistance par tierce personne		Préjudice sexuel
	Pertes de gains professionnels futurs		Préjudice d'établissement
	Incidence professionnelle		Préjudices permanents exceptionnels
	Préjudice scolaire, universitaire ou de formation		

TABLE 2.1: Récapitulatif de la nomenclature de Dintilhac

La notion de permanence est liée à la notion de consolidation [10]. Cette dernière peut être définie comme le moment où les lésions se fixent et prennent un caractère définitif tel qu'un traitement n'est plus nécessaire, si ce n'est pour éviter une aggravation et qu'il est possible d'apprécier un certain degré d'incapacité permanente réalisant un préjudice définitif. La consolidation en matière de dommage corporel n'est pas nécessairement celle retenue par le médecin traitant par son certificat final.

Certains postes de préjudices sont à surveiller de très près car peuvent traduire la sévérité d'un sinistre notamment l'assistance tierce personne (C'est l'assistance permanente d'une tierce personne pour aider la victime handicapée à effectuer les démarches et plus généralement les actes de la vie quotidienne) ou encore les pertes de gains professionnels futurs (C'est l'indemnisation de la victime de la perte ou de la diminution de ses revenus consécutive à l'incapacité permanente à laquelle elle est désormais confrontée dans la sphère professionnelle à la suite du dommage).

Le graphique ci-dessous traduit le poids qu'ont ces deux postes dans l'indemnisation des sinistres graves en RC automobile corporelle par rapport aux autres postes :

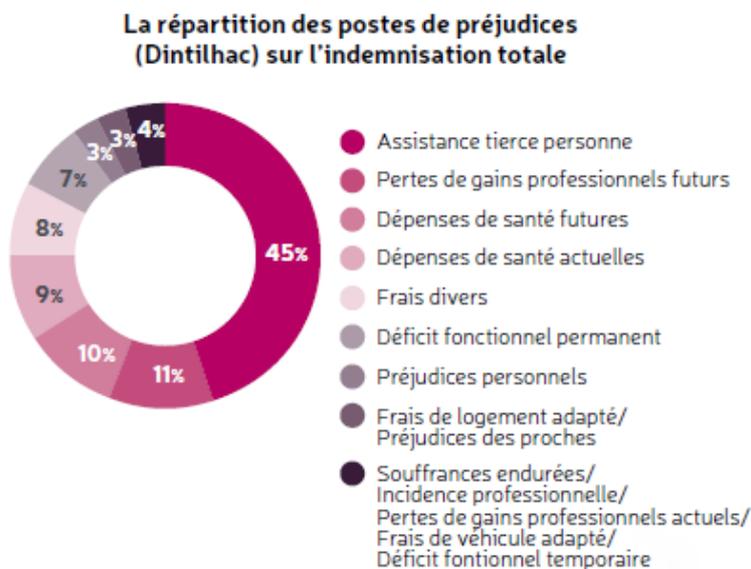


FIGURE 2.1: Répartition de l'indemnisation des victimes des sinistres corporels selon les postes de préjudices Dintilhac

Source : Livre Blanc : *L'indemnisation des préjudices corporels graves en RC automobile - France 2019-CCR re [11]*

2.1.7 Taux d'Atteinte à l'intégrité Physique et Psychique (AIPP)

Anciennement Incapacité Permanente Partielle (IPP), cette atteinte correspond à la « réduction définitive du potentiel physique, psychosensoriel ou intellectuel résultant d'une atteinte à l'intégrité anatomophysiologique ». Elle a été mise au point par Confédération européenne d'experts en évaluation et réparation du dommage corporel (CEREDOC).

L'**AIPP** est médicalement constatable et constatée après consolidation. Elle est appréciée par un examen clinique approprié et comparée à l'état de santé de la victime antérieur à l'accident. L'AIPP prend également en compte les phénomènes douloureux, les répercussions psychologiques normalement liées à l'atteinte séquellaire décrite et les conséquences habituellement et objectivement liées à cette atteinte dans la vie de tous les jours.

Le taux d'AIPP, exprimé en pourcentage, est évalué par le médecin expert à l'aide d'un barème. Plusieurs exemples de taux d'AIPP sont fournis par l'Association Aide Indemnisation Victimes de France (AIVF) [12] :

- Perte d'un doigt (hors pouce) : 1 à 5 %
- Perte de toutes les dents ou de tous les orteils : 10 à 15 %
- Perte d'un pied : 25 à 30%
- Perte d'une main : 30 à 50 % (selon que la victime est droite ou gauche)
- Perte d'une jambe ou d'un bras : 50 à 60 % (selon que la victime est droite ou gauche)
- Traumatismes très graves : 60 à 100 %

L'indemnisation financière de l'AIPP dépend de plusieurs critères : âge de la victime (plus la victime est jeune plus l'indemnisation sera forte. C'est tout à fait logique dans le sens qu'une victime de 10 ans vivra beaucoup plus longtemps avec des séquelles que la victime de 80 ans), le taux d'AIPP et la jurisprudence du lieu de la victime. À partir de ces critères, on peut établir le prix d'un point d'AIPP c'est à dire la valeur financière qui est donnée pour chaque point d'AIPP (il suffit de multiplier cette grandeur par le taux pour connaître le montant de l'indemnisation de la victime).

La charge liée à la victime s'explique directement par le taux d'AIPP. Il existe plusieurs paliers du taux définissant le type de gestion du sinistres (par exemple la convention IRCA qui s'applique pour les sinistres avec un taux d'AIPP de moins de 5% ou encore les sinistres ayant un taux d'AIPP élevé seront forcément réglés en rente). De ce fait, le taux d'AIPP a une influence importante sur la charge et sur son développement aussi.

2.2 La vie d'un sinistre en RC corporelle

Nous nous intéressons aux différents évènements pouvant avoir lieu dans la vie d'un sinistre :

- **Survenance** : le sinistre a lieu où il y a des dommages corporels subis par un tiers engageant la responsabilité civile de l'assuré et ce, à une date appelée date de survenance.
- **Déclaration** : c'est le fait de déclarer l'accident corporel à l'assureur et enclencher par la suite de manière générale le processus d'indemnisation, lorsque la victime est liée par un contrat d'assurance. La différence entre la date de déclaration et la date de survenance est appelée délai de déclaration, habituellement la victime d'un accident corporel a cinq jours pour déclarer le sinistre à son assureur. Dans sa déclaration, l'assuré ou la personne qui l'accompagne doit indiquer le nom et le numéro du contrat d'assurance, préciser les date, lieu et circonstances de l'accident, le cas échéant, les noms et adresses des témoins.
- **L'avis sur pièce** : En général, il se fait pour les dommages corporels très légers. Dans ce cas l'évaluation des préjudices se fait par avis sur pièce c'est à dire après examen de pièces médicales tels que le certificat d'arrêt de travail, l'ordonnance de soin, du certificat médical ou encore d'un contrat à l'amiable.
- **L'expertise médicale** : L'évaluation des préjudices dans ce cas s'effectue si les dommages corporels sont considérables ou si l'assureur a jugé important d'avoir un examen médical par un médecin expert. À l'issue de cette expertise, un rapport est rédigé déterminant la gravité des dommages corporels, évaluera l'atteinte à l'intégrité physique et psychique, des données chiffrées seront fournies selon la nomenclature de Dintilhac pour pouvoir évaluer aux mieux l'indemnisation du sinistre. Lors de cette première expertise, une date de consolidation est aussi fixée.

Il faut également distinguer l'expertise médicale amiable et contradictoire (non judiciaire, au cours de laquelle un médecin choisi par la victime pourra assister la victime lors de l'examen afin d'assurer le contradictoire) de l'expertise médicale judiciaire (demandée notamment par assignation en référé-expertise).

- **Réévaluation** : Plusieurs expertises peuvent être nécessaire et donc cette étape est possible au cours de la vie d'un sinistre corporel.
- **Envoi d'une offre** : Une première évaluation du coût du sinistre est faite lors de cette étape en attendant l'expertise après consolidation et donc une offre est faite.
- **Consolidation** : La date de consolidation suite à un accident de la route est fixée d'un commun accord entre les professionnels de santé et la victime de l'accident, lorsque tous estiment que l'état de santé est stationnaire et ne risque pas d'évoluer dans un avenir proche. C'est à partir de ce moment là que l'indemnisation définitive de l'accident pourra commencer.
- **Envoi de l'offre** : Le coût de la victime étant déterminé après consolidation, une offre finale est envoyée à la victime.
- **Liquidation** : la liquidation du sinistre a lieu soit par voie judiciaire ou transactionnelle tout en déterminant les modalités de sorties des postes de préjudices (définis par la nomenclature de Dintilhac)
- **Règlements** : Versement d'un capital, d'une rente temporaire ou viagère.
- **Réouverture ensuite reclôture** : ce cas est possible en cas d'aggravation de l'état de la victime après la période de consolidation.

Le schéma ci-dessous résume les étapes citées ci-dessus :

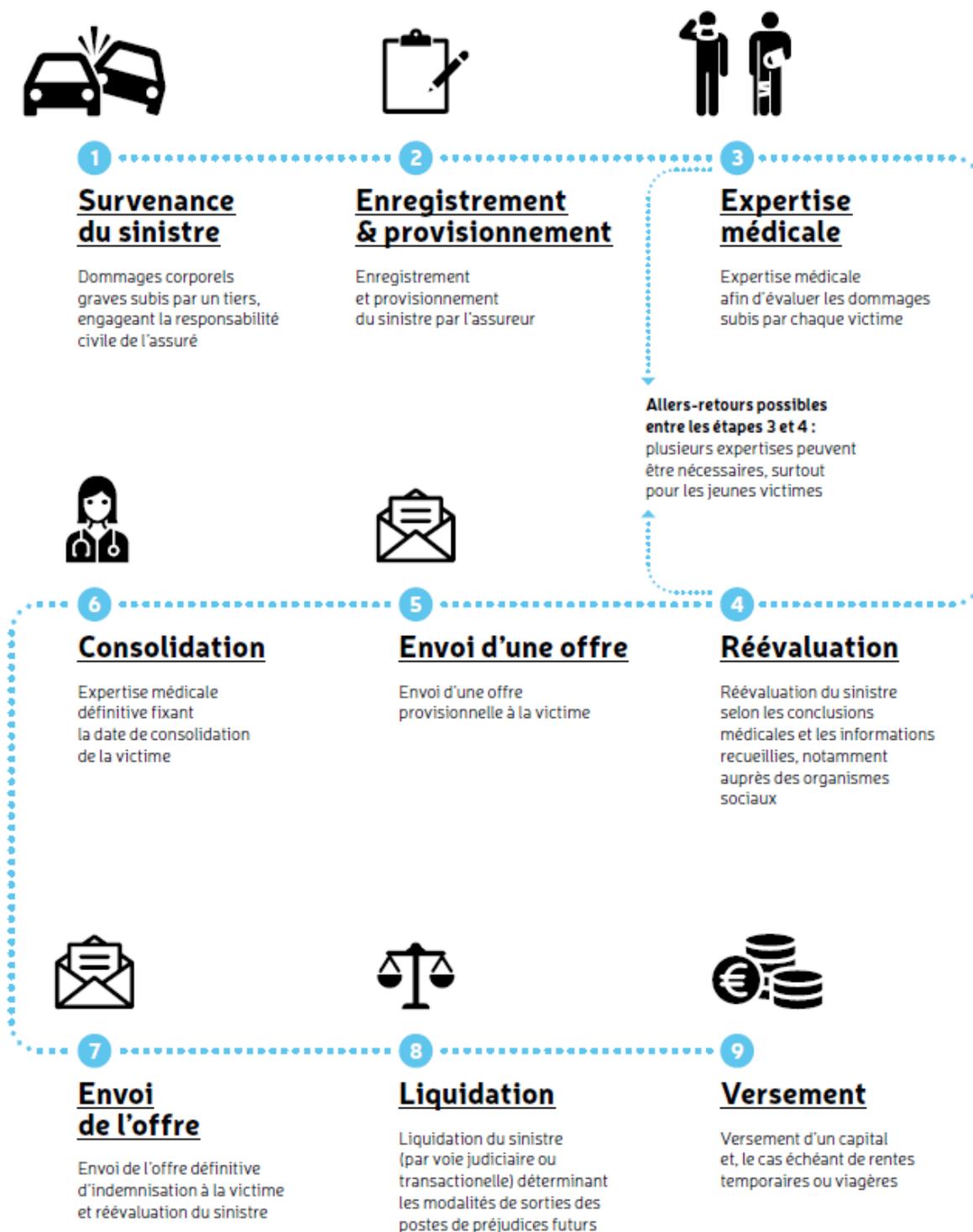


FIGURE 2.2: La vie d'un sinistre en RC corporel auto

Source : Livre Blanc : *L'indemnisation des préjudices corporels graves en RC automobile -Franche 2019-CCR re [11]*

Ceci achève la présentation de la garantie RC corporelle automobile. Dans le chapitre suivant nous présenterons le contexte du provisionnement des sinistres corporels chez Allianz France.

 Contexte des sinistres corporels chez Allianz France

Dans ce chapitre, nous allons présenter les segments Allianz qui englobent les sinistres corporels, et comment sont provisionnés ces derniers en fonction de leur sévérité.

3.1 Les segments

Dans cette étude, nous nous intéressons aux sinistres corporels, qui sont des sinistres à développement longs et qui peuvent atteindre des sévérités importantes. Chez Allianz on retrouve des sinistres corporels dans différents segments et pour les deux réseaux de distribution : le réseau des agents généraux d'Allianz France et le réseau des courtiers. On résume ceci dans le tableau suivant :

Réseau courtage	Réseau agence
Auto entreprise	Auto entreprise
Auto particuliers	Auto particuliers
IRD entreprise	IRD entreprise
IRD agricoles	IRD agricoles
IRD professionnels	IRD professionnels
IRD particuliers	IRD particuliers
RC professions réglementées	RC professions réglementées
Construction	Construction
Multirisque propriété immobilière	Multirisque propriété immobilière
Transport	Transport
Groupement Auto	
Groupement IRD professionnels	
Groupement IRD particuliers	

TABLE 3.1: Segments sur lesquels on observe les sinistres corporels

Le périmètre de l'étude est délimité au réseau agence segment auto particuliers chez Allianz France.

3.2 Provisionnement des sinistres corporels

Pouvant atteindre des niveaux de gravité importants, les sinistres corporels sont évalués selon leur tranche de charge chez Allianz :

- Pour les sinistres dont les victimes ont un taux d'AIPP faible et étant catégorisés d'attritionnel, la provision est faite poste de préjudice par poste de préjudice.
- Pour les **sinistres graves**, le provisionnement est fait au cas par cas.

Ainsi, nous avons amené jusqu'ici les notions importantes pour comprendre le périmètre de notre étude qui est la RC corporelle auto en général et chez Allianz France en particulier. Nous pouvons maintenant introduire le périmètre de l'étude et énoncer la problématique à laquelle répondra ce mémoire.

4.1 Périmètre :

Ce memoire a pour objet de prédire la **charge future** des sinistres corporels automobile pour les particuliers issus du réseau d'agents. L'idée serait d'utiliser toute l'information à notre disposition, plus précisément les caractéristiques de chaque victime, pour capter l'influence de certains facteurs et décrire l'évolution de la sinistralité de manière individuelle. Ce qui est difficile à faire avec les méthodes agrégées.

4.2 Problématique :

Ce mémoire répondra, dans le périmètre cité ci-dessus à la problématique suivante :

Comment modéliser les ultimes en RC automobile des particuliers du réseau agence par un réseau de neurones ?

Deuxième partie

Données disponibles et état de l'art

Dans cette partie nous allons présenter, dans un premier temps, les données qui sont à notre disposition. Ensuite, en nous restreignant à notre périmètre d'étude, nous effectuons des analyses de données sur les variables explicatives choisies pour mener à bien notre étude. Puis nous présenterons, la théorie de différentes méthodes de projection, à savoir : la méthode agrégées de Chain Ladder, la méthode utilisée chez Allianz France et la méthode de Mario Wüthrich [1]. Cette dernière est une généralisation de la méthode de Chain Ladder à l'échelle individuelle par le biais de réseaux de neurones. Enfin, nous énoncerons le modèle variant de Wüthrich.

Les bases de données exploitées pour cette étude sont les bases de données renseignant les sinistres corporels d'Allianz en cours. Allianz dispose de deux systèmes d'information où sont stockés les sinistres corporels, le système IMS qui contient les bases des sinistres corporels depuis l'année de survenance 1992 et le système ABS mis en place en 2016. Nous nous limitons dans le cadre de ce mémoire à un historique de 16 ans (de 2005 à 2020) nous avons donc 21 bases (16 bases annuelles IMS et 5 bases ABS). Les bases sont construites à la maille la plus fine possible c'est à dire la maille victime. Pour chaque victime on dispose de diverses variables donnant une information sur :

- **L'expertise** : Informations sur l'expert, le mode d'évaluation utilisé et dans quel cadre l'expertise a été faite (amiable ou contradictoire).
- **L'état de la victime** : renseignements sur l'état antérieur de la victime et la gravité des souffrances endurées suite à l'accident.
- **Le type d'accident** : résume les conditions dans lesquels l'accident s'est déroulé, le pourcentage de responsabilité de l'assuré et la nature du véhicule.
- **Les compagnies impliquées** : informations sur la compagnie du responsable de l'accident, le courtier ou l'agent concerné par la police.
- **Le mapping** : permet de retrouver la granularité c'est à dire le segment, la garantie ministérielle et le produit.
- **Les procédures juridiques** : Si une procédure juridique concernant la victime est en cours que ce soit pour les recours ou l'expertise.
- **Les échanges avec les organisations publiques** : dans certains cas des organismes publics interviennent comme par exemple si le responsable n'est pas assuré.
- **Le sinistre** : renseigne l'état du sinistre et sa gravité.
- **La gestion du sinistre** : le lieu de gestion du sinistre, en cas de clôture le motif de clôture, la monnaie de gestion et d'autres informations sur la gestion.
- **Les données personnelles sur la victime** : La situation familiale, le sexe, la nationalité et le régime social.
- **Les montants** : Les règlements et restants à payer décomposés par poste de préjudice.

- **Les dates** : dates liées au sinistre et à la victime. Les plus importantes sont les dates des évènements suivants :

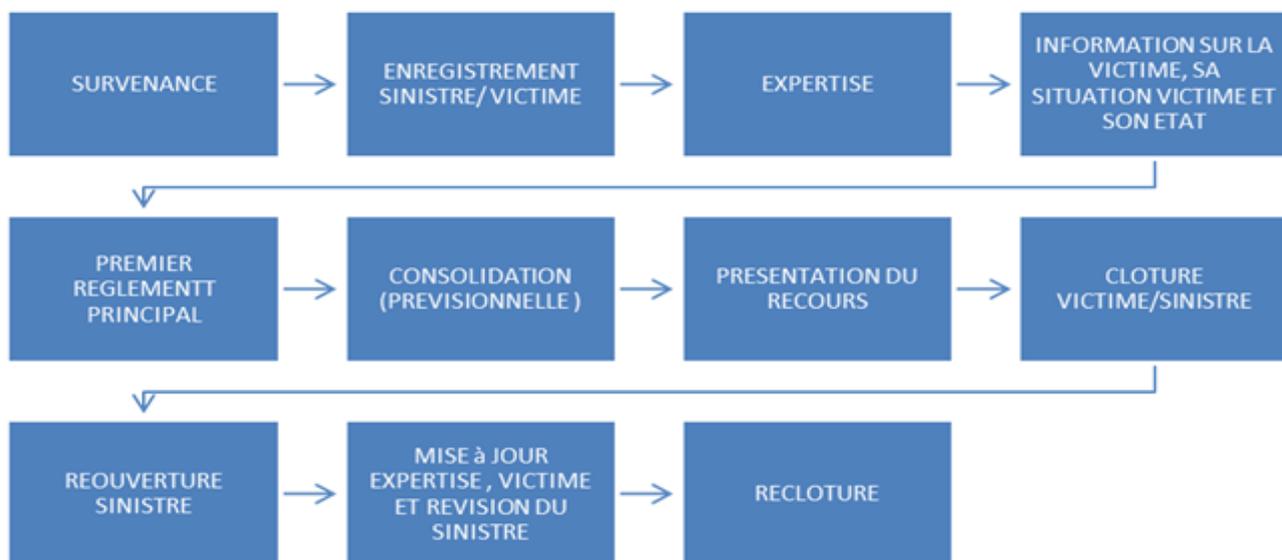


FIGURE 5.1: Les principaux évènements

A savoir que dès qu’une victime est clôturée elle n’apparaît pas dans la base de l’année suivante. Le nombre de variables a augmenté au fil des années tout en essayant d’offrir le plus d’informations possibles pour chaque victime, la table 5.1 ci-dessous résume la quantité d’informations dont on dispose.

Année d’observation	Nombre de variables		Nombre de victimes	
	IMS	ABS	IMS	ABS
2005	204		36 944	
2006	204		68 364	
2007	208		93 043	
2008	314		100 115	
2009	319		94 949	
2010	335		96 508	
2011	335		116 824	
2012	345		114 620	
2013	345		110 812	
2014	345		107 868	
2015	345		114 055	
2016	345	204	120 219	16
2017	345	353	128 730	300
2018	345	353	131 490	1 629
2019	345	353	124 867	7 535
2020	345	354	123 993	15 588

TABLE 5.1: Répartition de la quantité de données disponible par année d’observation et par système

5.1 Etudes de données :

Le système ABS a été mis en place au courant de l'année 2016. La figure ci-dessous représente la répartition du nombre de victimes observé par système au cours de notre historique de 16 ans :

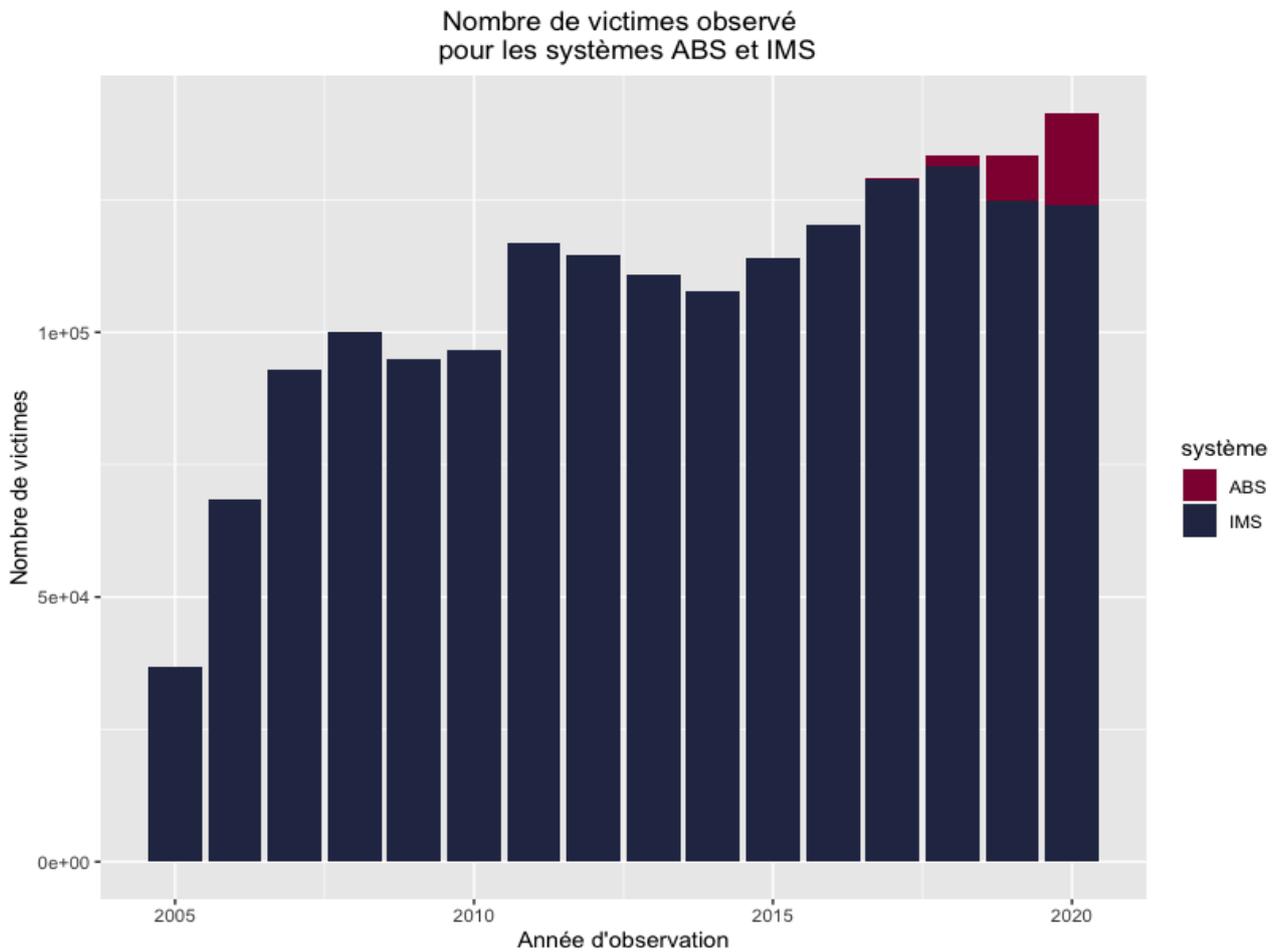


FIGURE 5.2: Répartition des victimes par système par année d'observation

Les victimes commencent à être observées dans le système ABS à partir de l'année 2016 et leur proportion est croissante au fil des années.

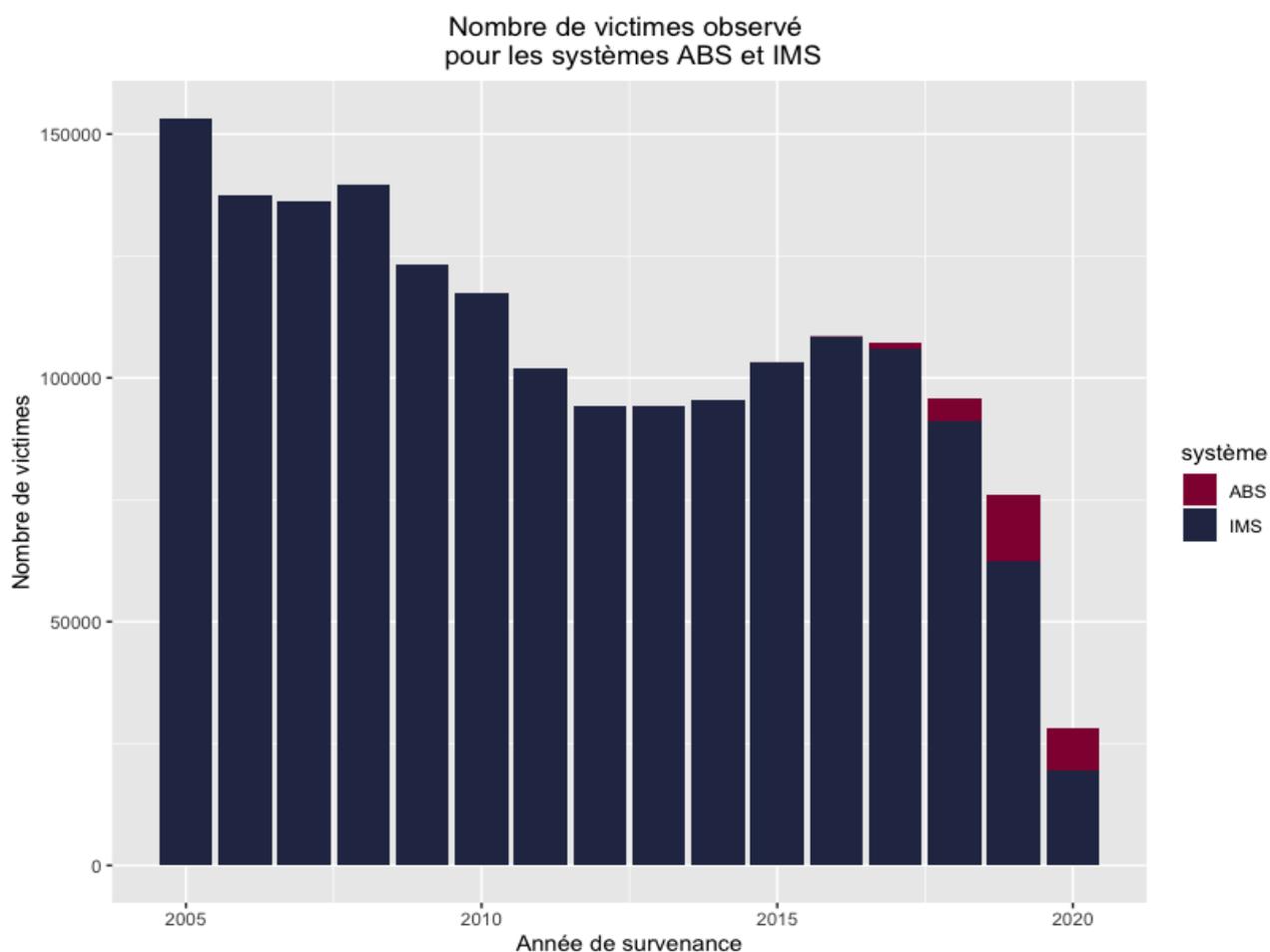


FIGURE 5.3: Répartition des victimes par système par année de survenance

Comme peut le représenter la figure 5.3 ci-dessus les victimes apparaissant dans le système ABS ne sont pas de survenance ancienne mais proviennent de survenance à partir de 2016 aussi.

Il existe différents segments qui peuvent être concernés par des victimes corporels comme on l'a vu auparavant. La figure 5.4 montre la répartition des victimes par segment vue en fin de l'année 2020 en conservant les sinistres clos au cours de l'historique.

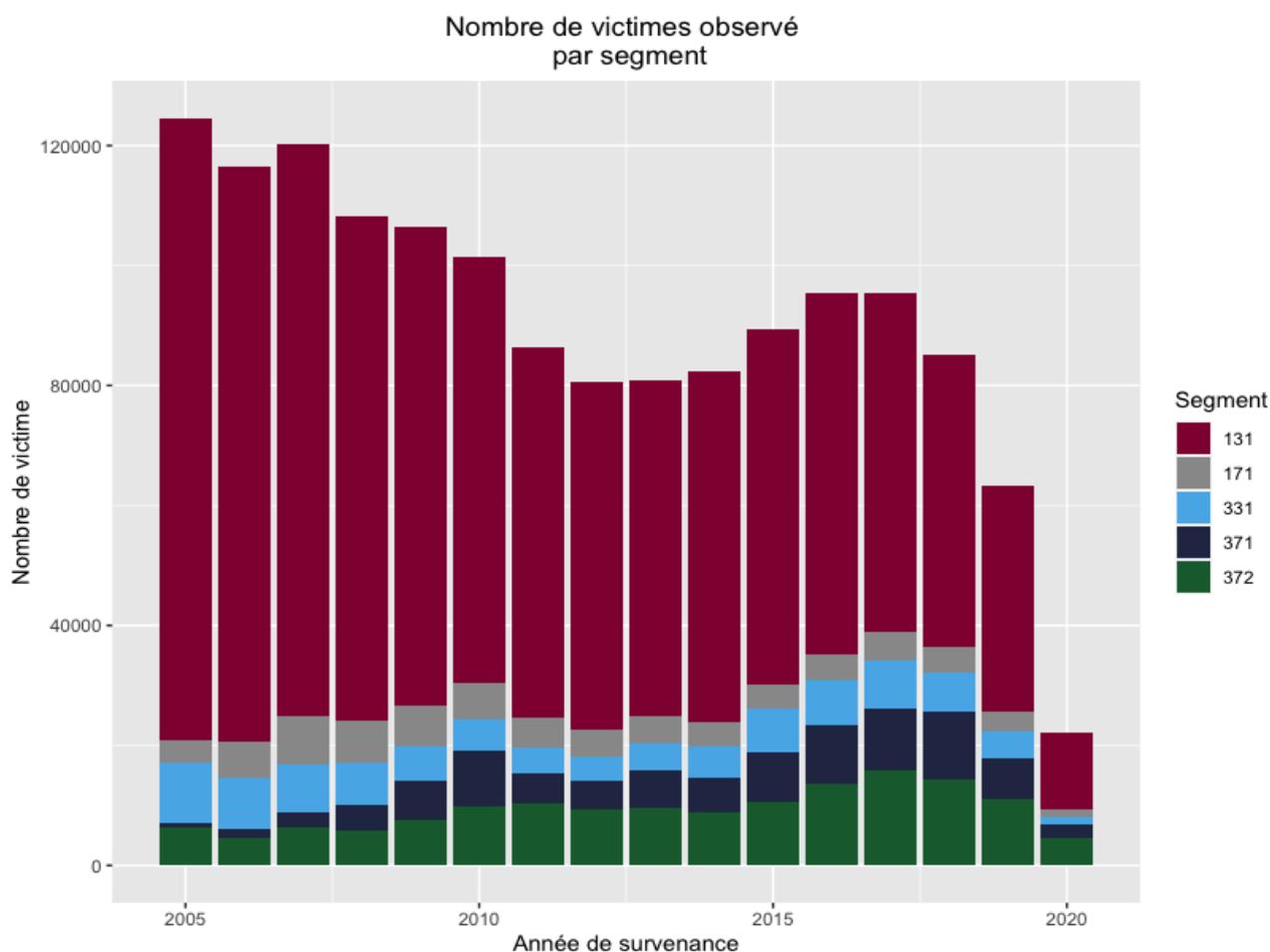


FIGURE 5.4: Répartition des victimes par segment vue en fin d'année 2020

Avec les correspondances suivantes :

- 131 : Automobile particuliers du réseau agence
- 171 : Automobile entreprise du réseau agence
- 331 : Automobile particuliers du réseau courtage
- 371 : Automobile entreprise du réseau courtage
- 372 : Groupement automobile du réseau courtage

Notre portefeuille est majoritairement composé du segment automobile particuliers du réseau agence en terme de volume. Le même comportement est observé, dans la figure 5.5, en termes de charges.

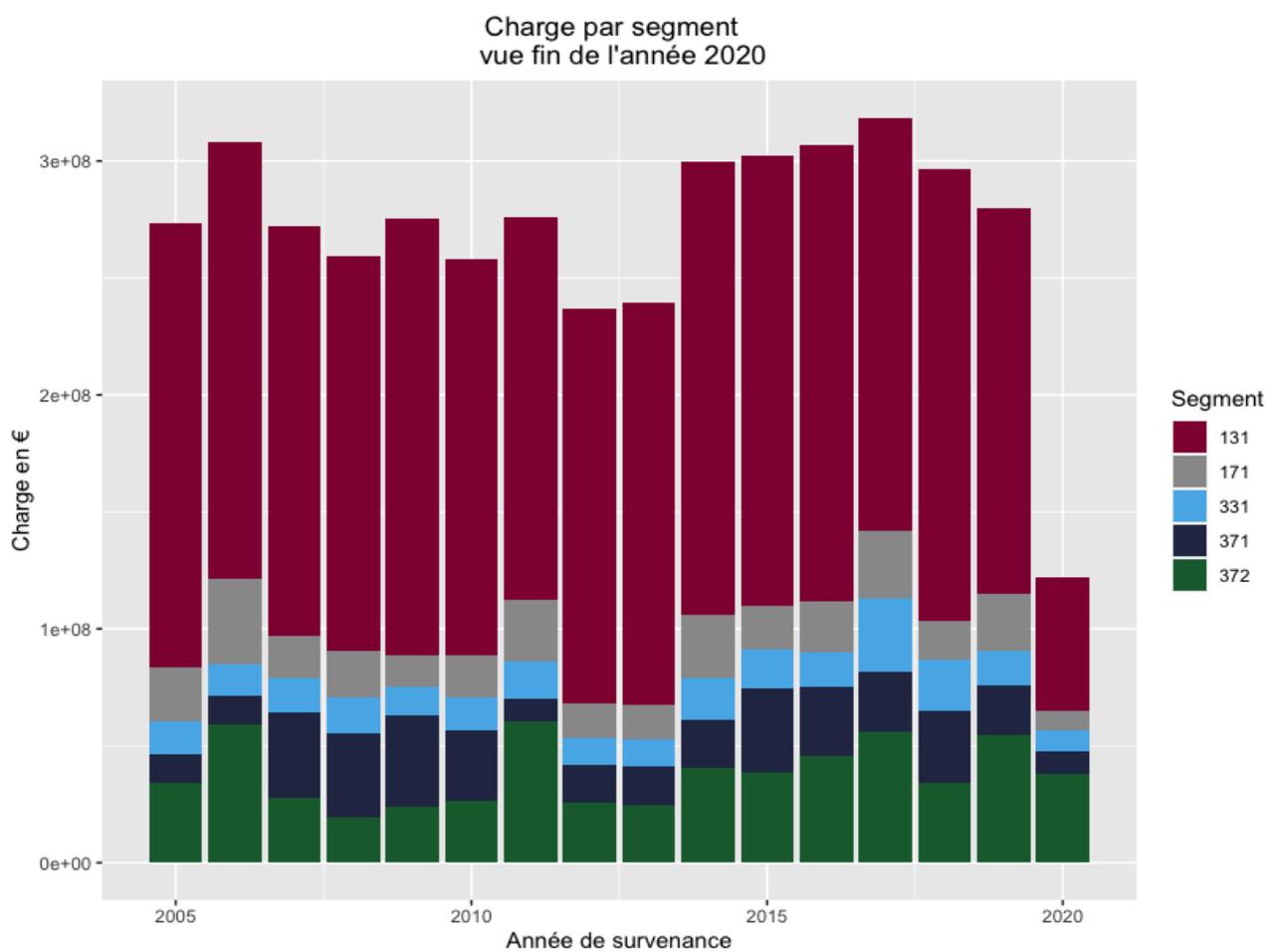


FIGURE 5.5: Répartition de la charge totale par segment vue en fin d'année 2020

La répartition de notre portefeuille, en volume (toujours en observant en fin de l'année 2020), par garantie sinistrée est présentée dans la figure 5.6.

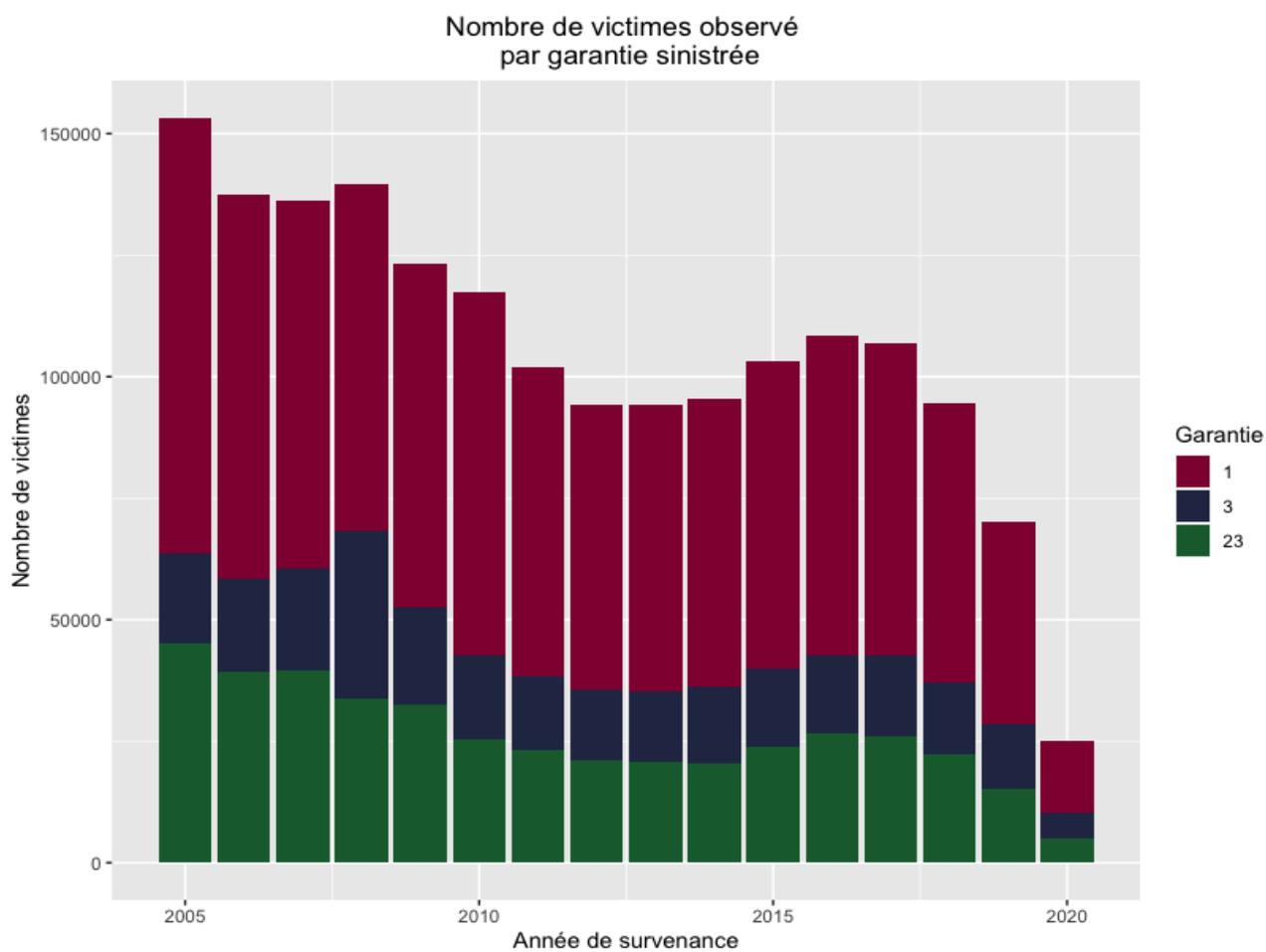


FIGURE 5.6: Répartition des victimes par garantie sinistrée vue en fin d'année 2020

Avec les correspondances suivantes :

- 1 : RC corporelle automobile
- 3 : GRC
- 23 : Règlement dans le cadre de la convention IRCA

Cette même répartition par garantie sinistrée, mais cette fois-ci vue en termes de charges, est représentée dans la figure 5.7.

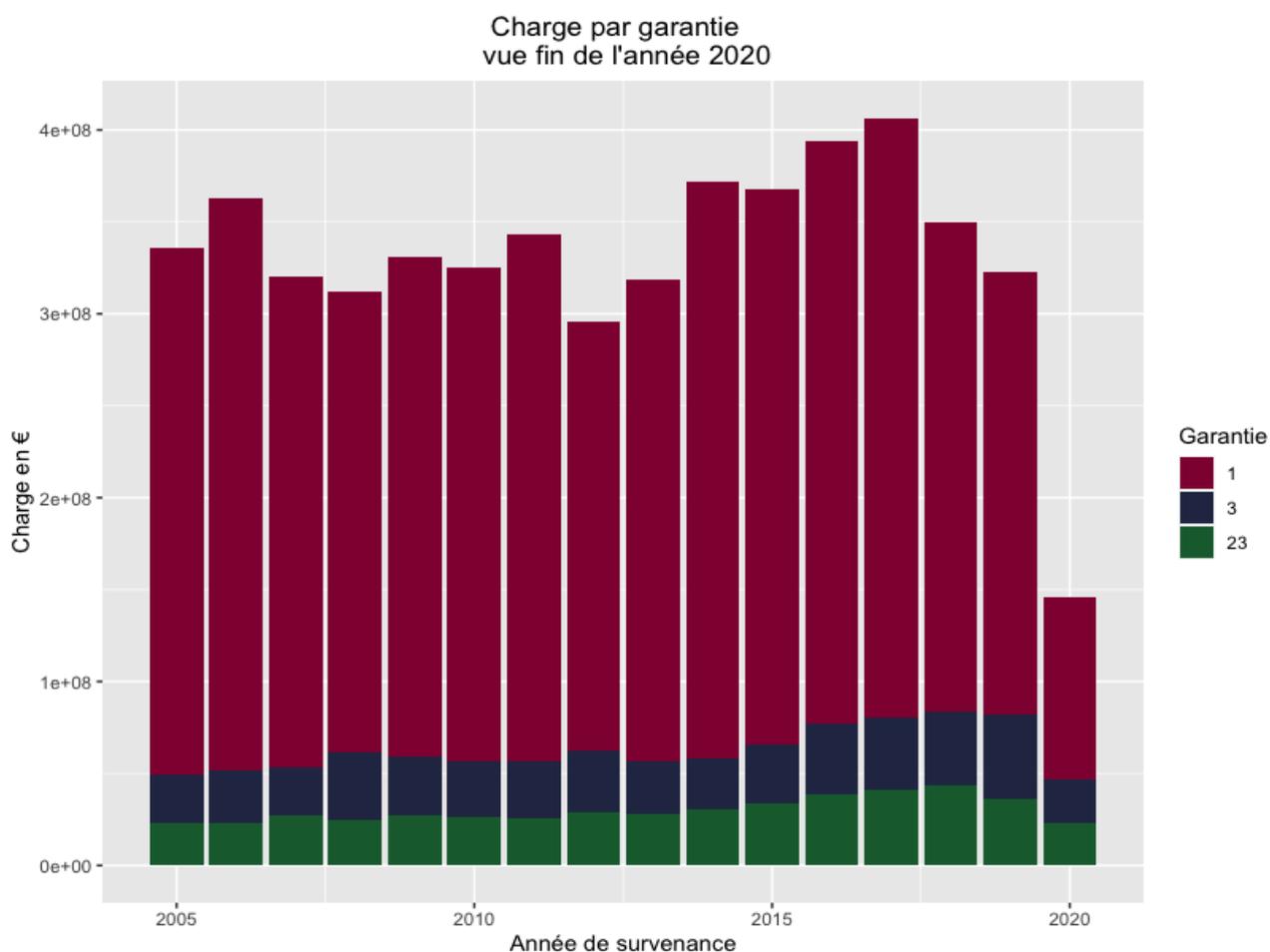


FIGURE 5.7: Répartition de la charge totale par garantie sinistrée vue en fin d'année 2020

Avant de fixer le périmètre d'étude, certaines anomalies étaient à traiter :

- Victimes dont la garantie mise en jeu change au cours de sa vie
- Victimes dont la date de survenance du sinistre change
- Victimes observées avant que le sinistre les concernant soit survenu (date de survenance erronée)
- Victimes ne respectant pas l'ordre : date de survenance \leq date de déclaration \leq date de clôture

Pour notre étude, on se limite au périmètre suivant : le segment automobile particuliers issu du réseau agence et la garantie sinistrée responsabilité civile corporelle. Ce périmètre représente le plus notre portefeuille en terme de charge et en terme de volume, donc nous laisse une quantité de données intéressante et homogène pour notre modèle. Les études de données dans la section suivante vont se restreindre à ce périmètre.

5.2 Choix des variables pour le modèle :

Cette section a pour objet de montrer la pertinence des variables qu'on a choisies pour prédire la charge.

5.2.1 Situation de la victime

Chaque victime apparaît dans les bases de données avec un code de situation de sinistre qui prend comme valeurs :

- 1 : La victime a un dossier ouvert et évalué
- 2 : La victime a un dossier clos
- 3 : La victime a un dossier sans suite
- 4 : Le dossier de la victime a été réouvert
- 5 : Le dossier de la victime a été reclos

Il est intuitif de deviner que les sinistres attritionnels ont tendance à se liquider plus rapidement que les graves et qu'un dossier sera réouvert si la situation de la victime s'est aggravée.

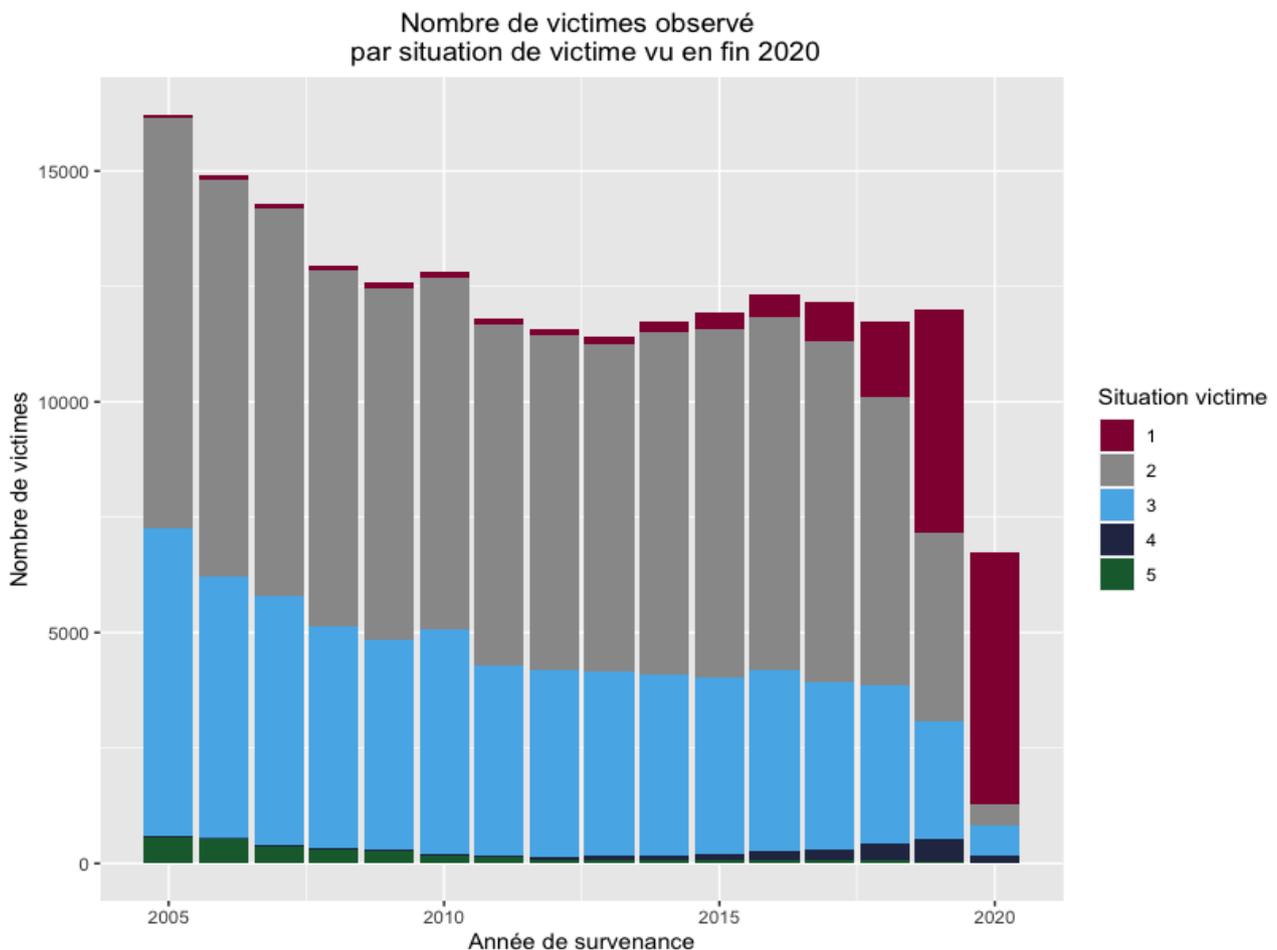


FIGURE 5.8: Répartition du nombre de victime par situation vue en fin d'année 2020

La figure 5.8 ci-dessus montre que pour les anciennes années de survenance très peu de victimes ont un dossier ouvert, nous avons aussi beaucoup de dossier sans suite.

Voyons comment interagit la charge avec la situation de la victime. Pour ce faire, on représente, dans un premier temps, la charge moyenne, par situation de la victime, par année de survenance, à développement égal (on se place dans ce cas en fin de l'année de survenance), dans la figure 5.9.

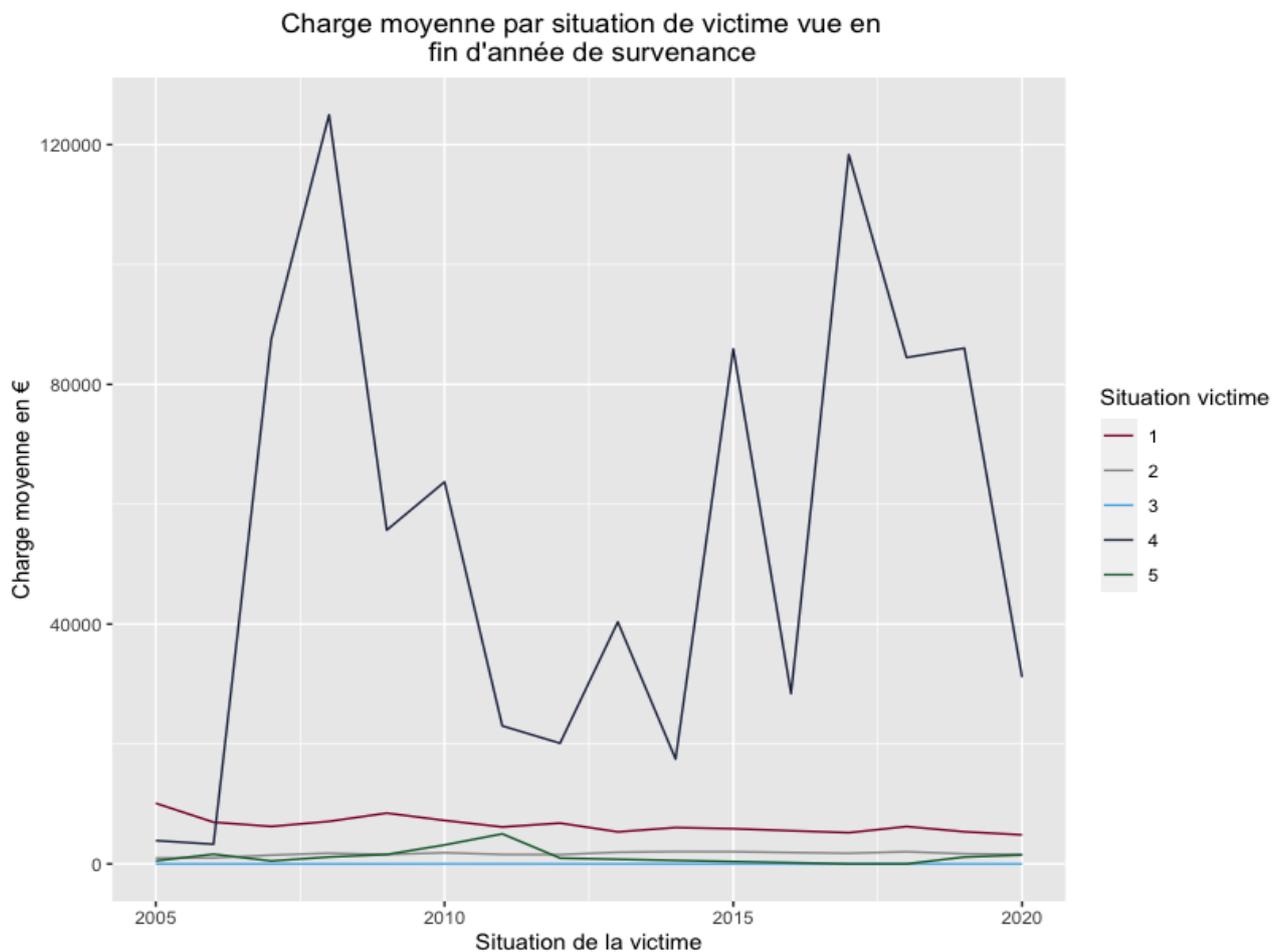


FIGURE 5.9: Charge moyenne par année de survenance par situation de la victime vue fin année de survenance

Ce graphe ne visualise pas clairement l'effet "situation de la victime" sur la charge, à part pour la situation de réouverture de dossier. Ceci est probablement dû à la répartition disproportionnée de données par modalités comme le montre la figure 5.10.

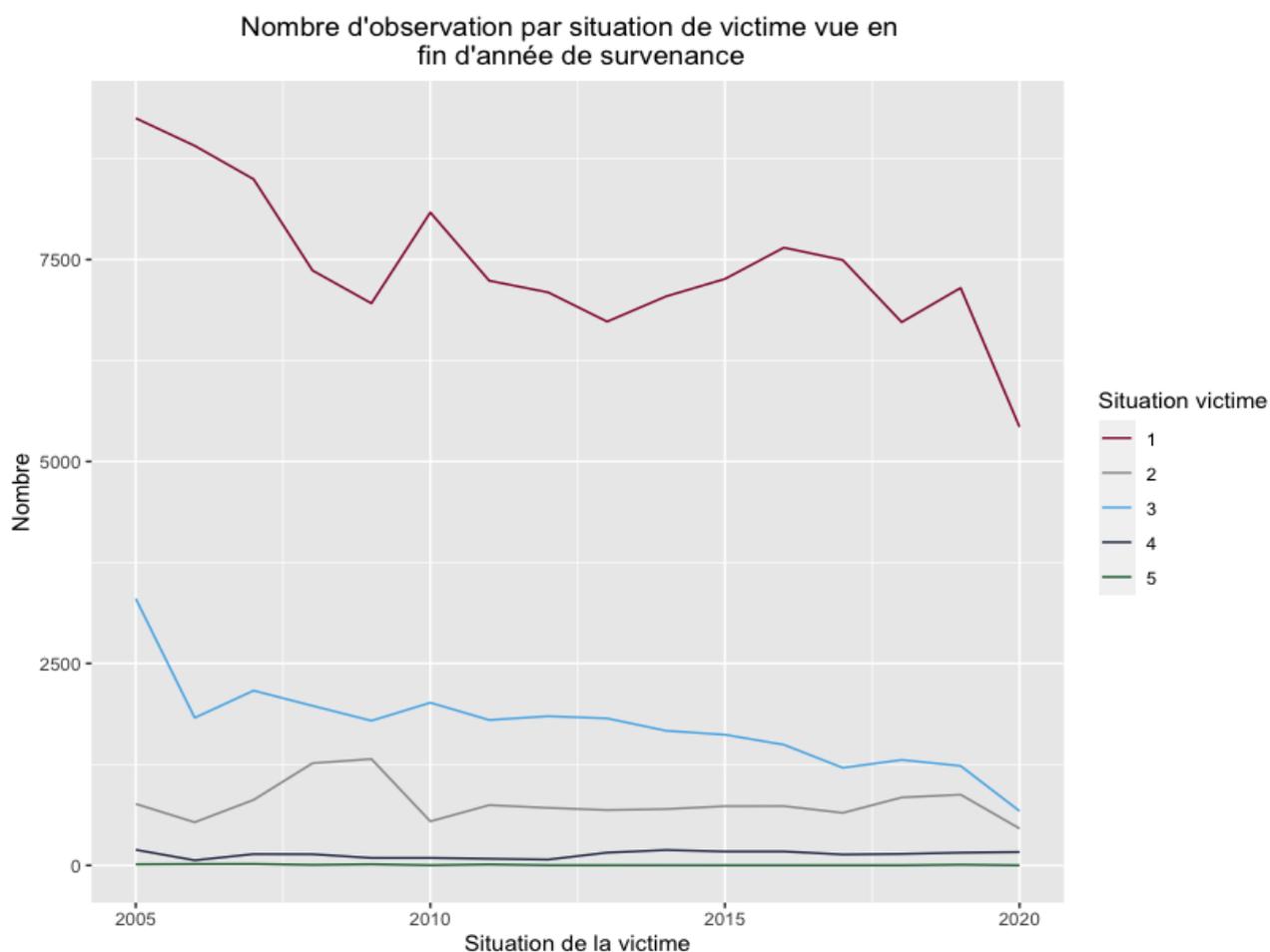


FIGURE 5.10: Nombre de victime par année de survenance par situation de la victime vue fin année de survenance

La situation d'ouverture de dossier est la situation la plus représentée dans notre portefeuille. Tandis, qu'il y a peu d'observations pour les situation survenant après une clôture.

Pour mettre en valeur l'effet d'une réouverture de dossier, nous évaluons la charge moyenne par situation de victime à l'année d'observation 2020 pour une année de survenance mature, par exemple considérons l'année de survenance 2006 (voir figure 5.11).

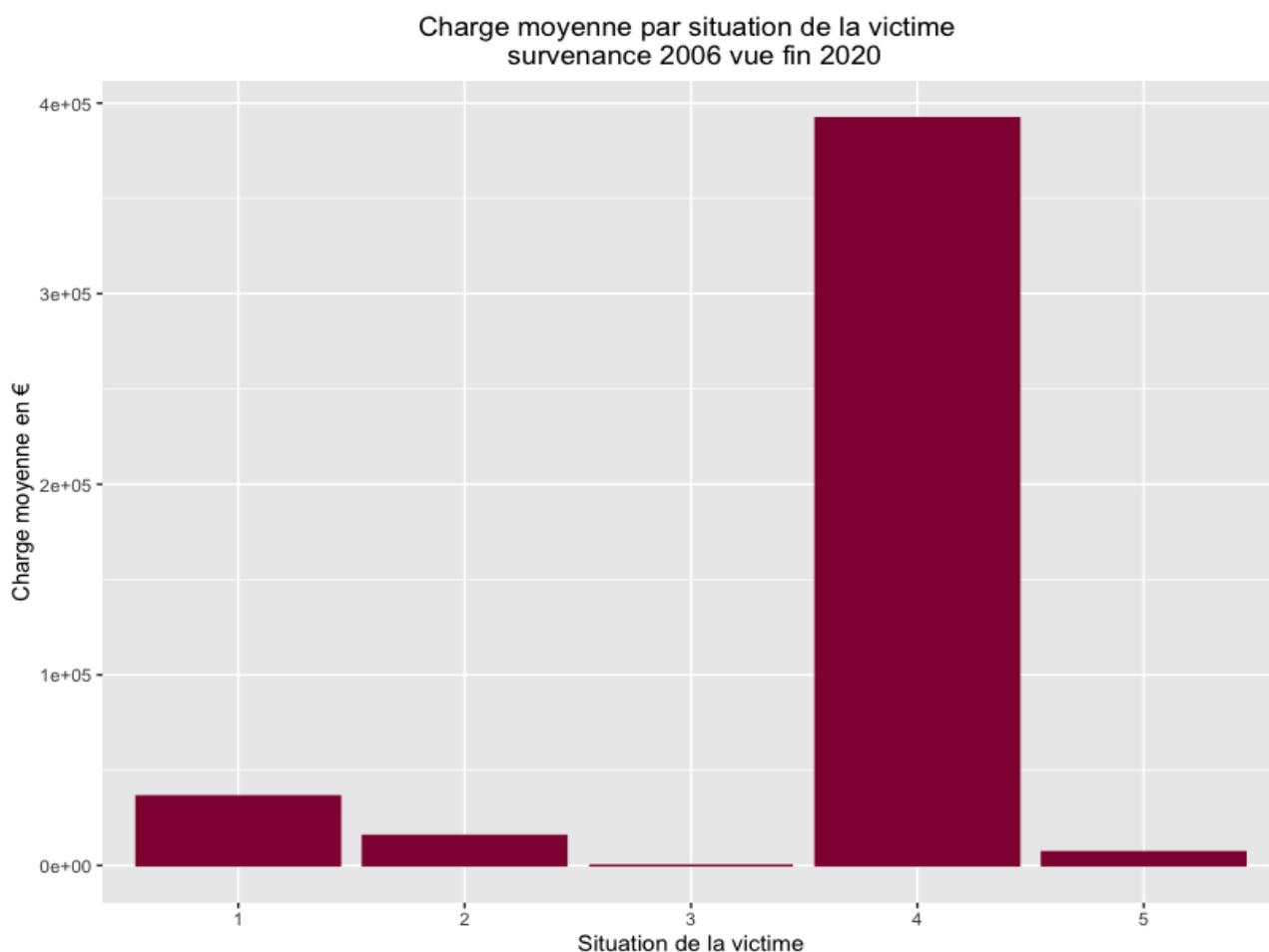


FIGURE 5.11: Charge moyenne par situation de la victime de survenance 2006 vue en fin 2020

On peut voir que la charge moyenne des sinistres toujours ouvert en fin 2020 est supérieure à celle des sinistres clos que cela soit ceux qui sont ouverts depuis leur survenance ou ceux qui ont été réouverts. Ainsi, nous voyons plus clairement l'effet de la situation de la victime sur la charge de la victime.

5.2.2 Taux d'AIPP

Le taux d'AIPP, comme il a été défini dans le chapitre précédent, est une variable cruciale pour suivre l'état de santé de la victime sur le long terme. Connaître le taux d'AIPP exact n'est pas forcément pertinent. Le but est de comparer ce taux à certains seuils pour pouvoir mesurer la gravité de la victime, et connaître la méthode de gestion à appliquer pour le dossier, notamment pour appliquer la convention IRCA il faut un taux d'AIPP inférieur à 5 %.

Des tranches d'AIPP on été construites à dire d'experts, on les résumes dans la table 5.2.

Tranche 1	0%
Tranche 2	1% - 5%
Tranche 3	6% - 29%
Tranche 4	30% - 59%
Tranche 5	≥ 60%

TABLE 5.2: Tranches d'AIPP

La répartition des victimes, par année de survenance, par tranche d'AIPP, vue en fin d'année 2020 est donnée dans la figure 5.12.

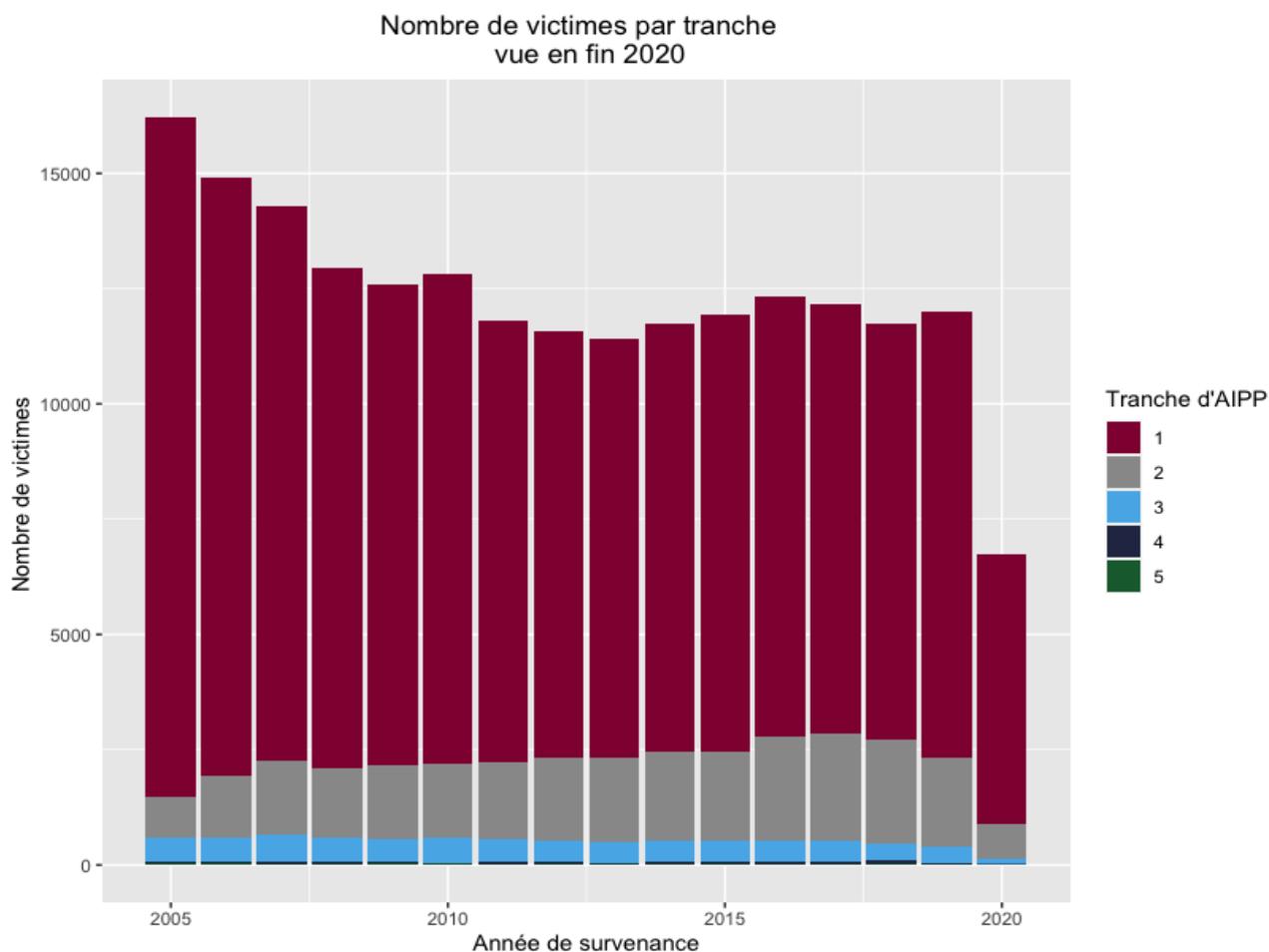


FIGURE 5.12: Répartition des victimes par tranche d'AIPP vue en fin 2020

On remarque que notre portefeuille est majoritairement constitué de victimes ayant un taux d'AIPP évalué à 0%. Ces victimes ne sont point ceux qui nous coûtent le plus comme le montre la figure 5.13 ci-dessous :

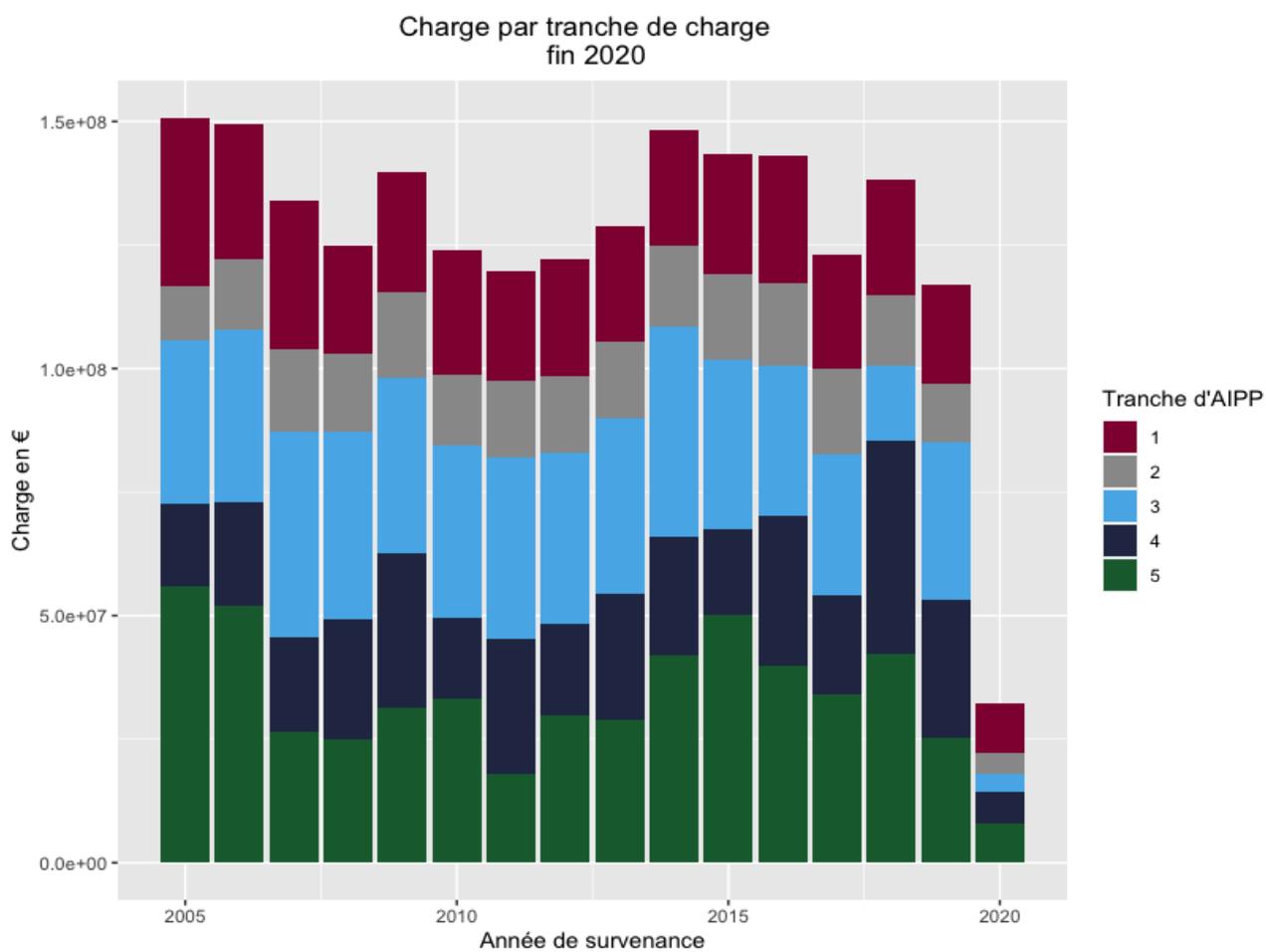


FIGURE 5.13: Charge globale par tranche d'AIPP vue en fin 2020

Ou encore pour montrer le fait que la tranche 5 est la tranche la plus onéreuse, on représente la charge moyenne par tranche d'AIPP dans la figure 5.14.

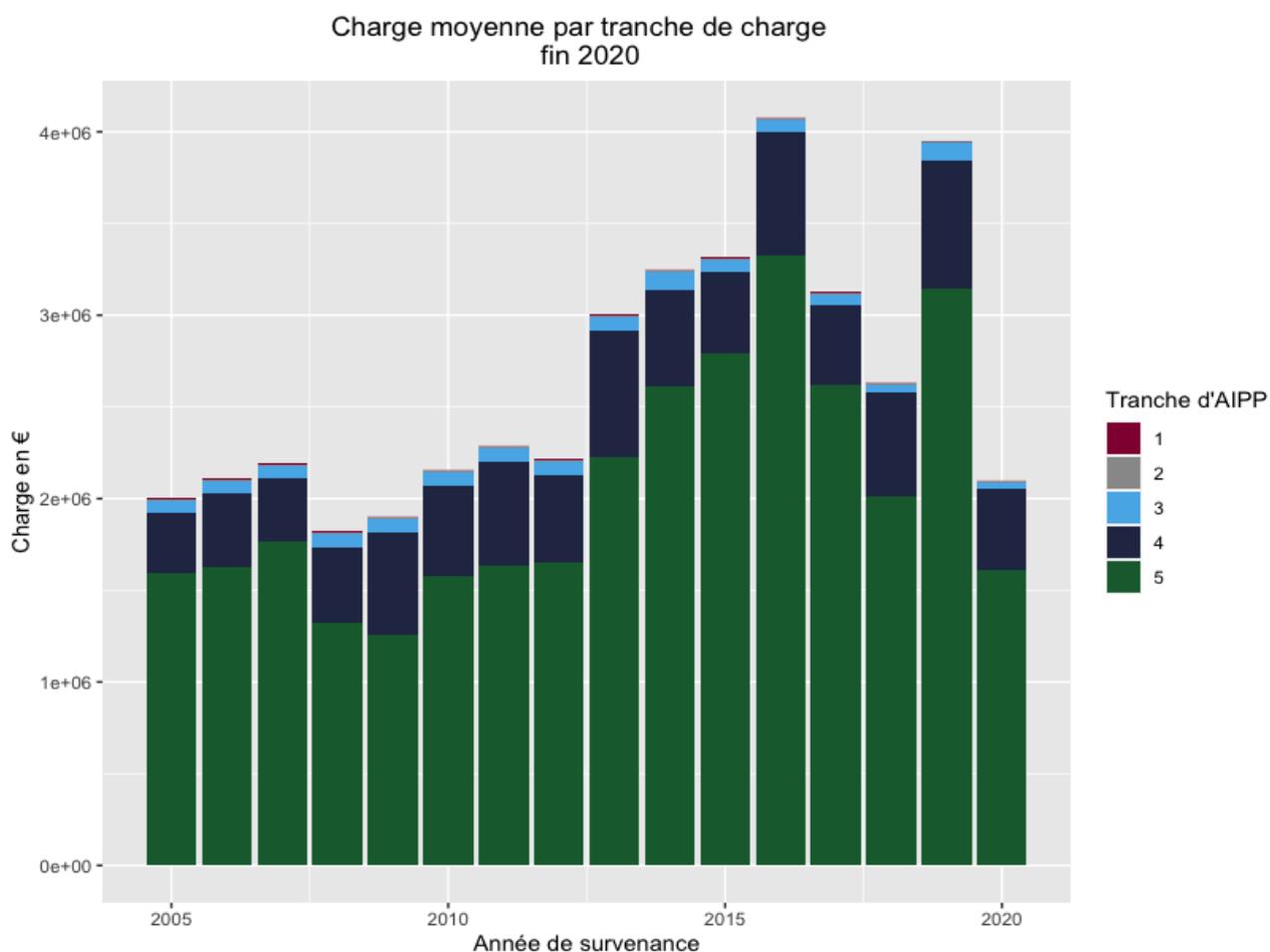


FIGURE 5.14: Charge moyenne par tranche d'AIPP vue en fin 2020

Il est donc clair que le taux d'AIPP explique étroitement la gravité d'une victime. En effet, la charge et le taux d'AIPP évoluent dans le même sens.

Pour voir comment interagit cette variable explicative avec la variable précédente, nous évaluons le taux d'AIPP moyen dans les 2 cas suivants : si la victime a un dossier ouvert (ou réouvert) ou si elle a un dossier clos (ou reclos), nous obtenons la figure ci-dessous :

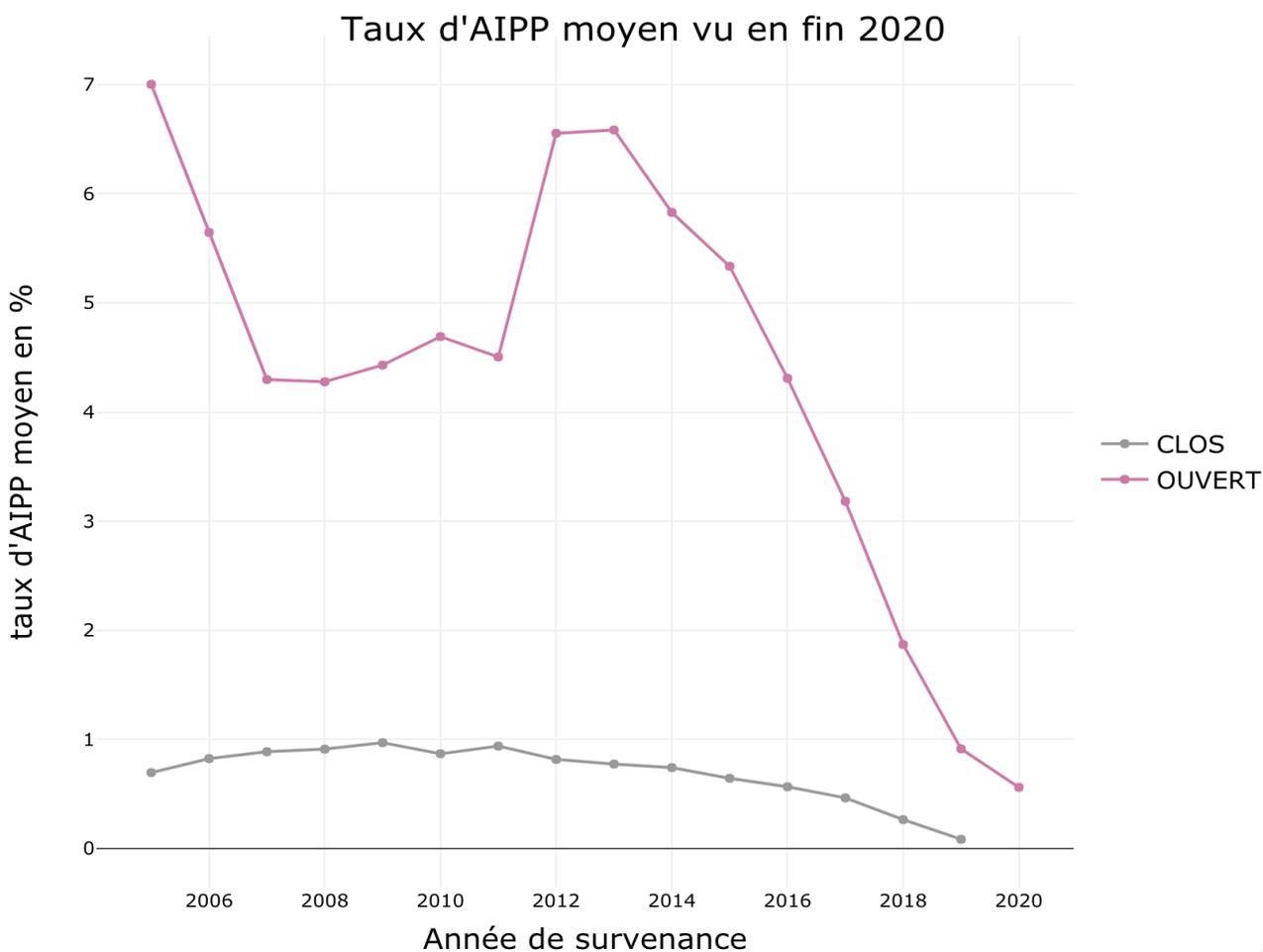


FIGURE 5.15: Taux d'AIPP moyen par situation de la victime vu en fin 2020

Les victimes ayant un dossier ouvert longtemps ou réouvert ont un taux d'AIPP plus important que les victimes ayant un dossier clos.

5.2.3 Nombre de jours d'hospitalisation

C'est une variable renseignant le nombre de jours que la victime a du passer à l'hôpital suite au sinistre. Nous allons définir dans un premier temps des tranches de charges, pour pouvoir évaluer le nombre de jours d'hospitalisation moyen par tranche. Ces tranches sont définies dans la table 5.3 :

Tranche 1	0€- 10k€
Tranche 2	10k€- 150k€
Tranche 3	150k€- 500k€
Tranche 4	500k€- 1M€
Tranche 5	≥ 1M€

TABLE 5.3: Tranches de charge

Nombre de jours d'hospitalisation moyen par tranche de charge
vu fin 2020

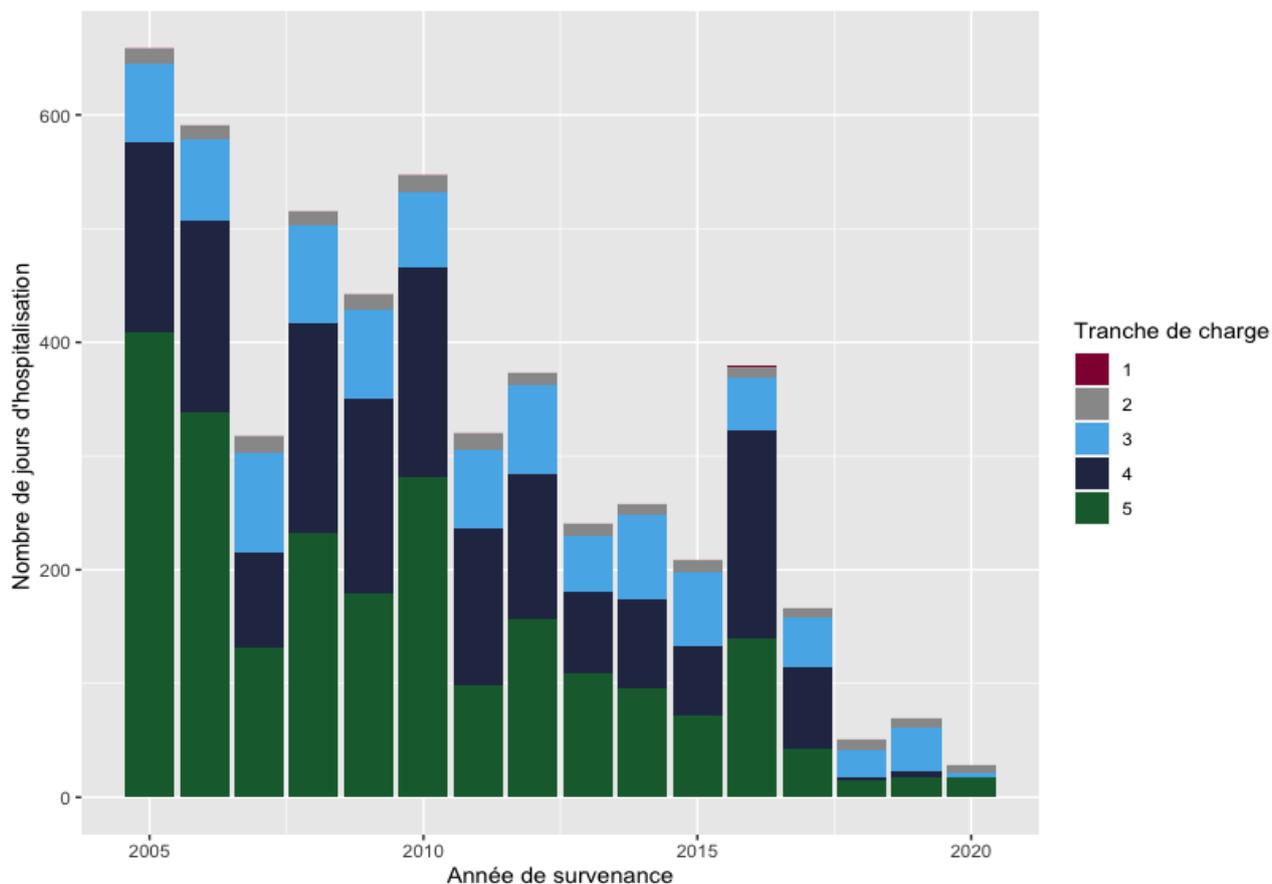


FIGURE 5.16: Nombre de jours d'hospitalisation moyen par tranche de charge vu en fin 2020

Comme nous le voyons, le nombre de jours d'hospitalisation explique la gravité d'un sinistre : les victimes graves ont un nombre de jours d'hospitalisation moyen important. En évaluant ce nombre de jours d'hospitalisation moyen par situation de la victime (close ou ouverte). On obtient, ainsi, la figure 5.17 ci-dessous :

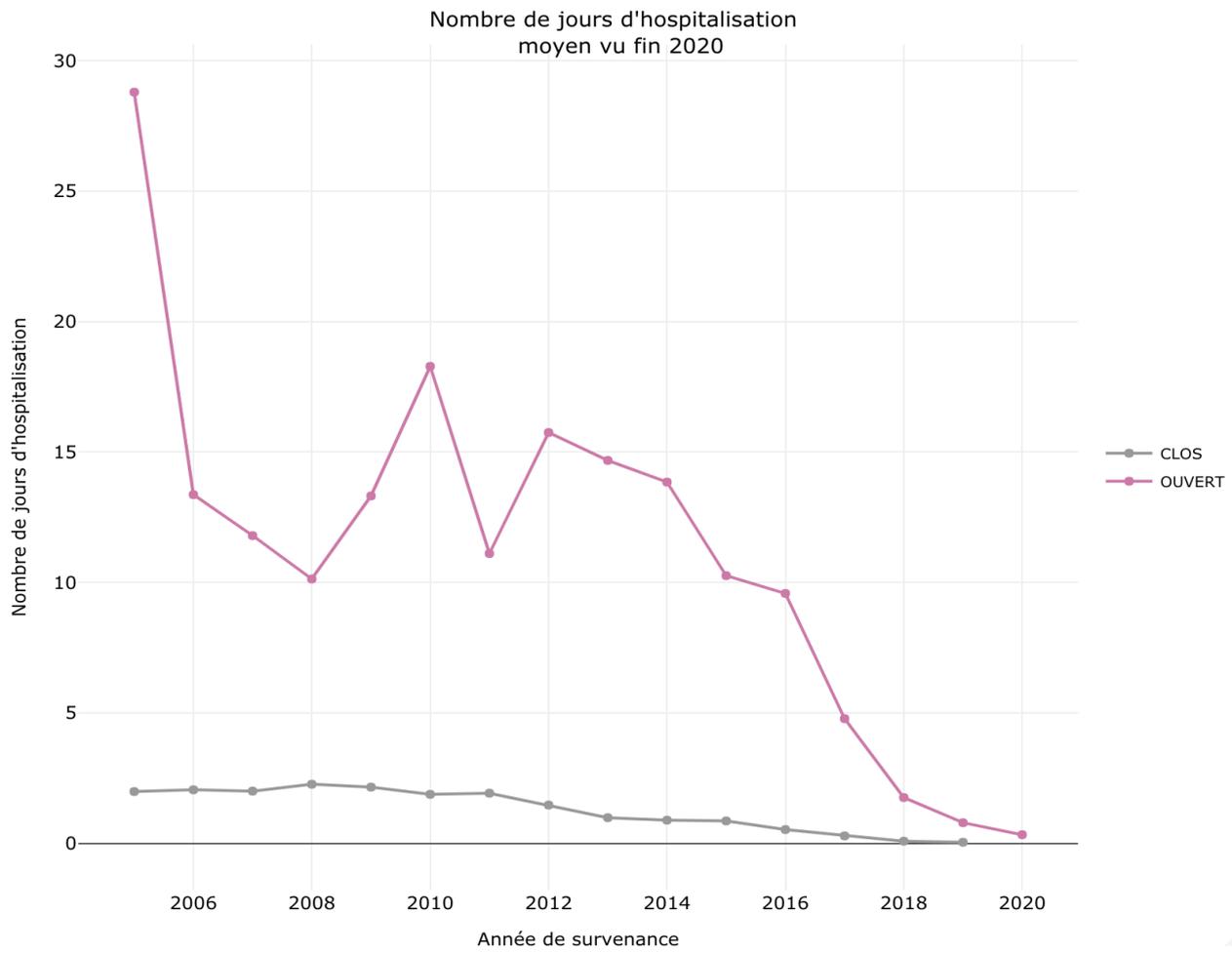


FIGURE 5.17: Nombre de jours d’hospitalisation moyen par situation de la victime vu en fin 2020

On retrouve ici le même comportement que pour le taux d’AIPP : les dossiers ouverts après plusieurs années de développement concernent des victimes qui, en moyenne, passent plus de jour en hospitalisation.

La question qui pourrait se poser est la suivante : *Vu que le taux d’AIPP devrait reprendre l’atteinte à l’intégrité physique et psychique, comporte-t-il l’information contenue dans la variable nombre de jours d’hospitalisation ?*

Pour vérifier si c’est le cas, nous introduisons les définitions suivantes :

Le coefficient de corrélation de Pearson :

Le coefficient de corrélation [13] entre deux variables aléatoires réelles X et Y ayant chacune une variance finie, coefficient noté $Cor(X, Y)$ est défini par :

$$Cor(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Avec :

$$Cov(X, Y) = \mathbb{E}(((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y)))$$

σ_X = écart type de la variable aléatoire X

σ_Y = écart type de la variable aléatoire Y

Estimation de $Cor(X, Y)$:

Partant d'un échantillon de taille N , nous avons un estimateur (biaisé) du coefficient de corrélation qui est donné par :

$$\widehat{Cor}(X, Y) = \frac{\hat{\sigma}_{XY}}{\hat{\sigma}_X \hat{\sigma}_Y}$$

Avec :

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{XY} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ \hat{\sigma}_X &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \\ \hat{\sigma}_Y &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \\ \bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \text{ et } \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i\end{aligned}$$

Application pour le taux d'AIPP et le nombre de jours d'hospitalisation :

Nous calculons le coefficient de corrélation entre nos deux variables. Une valeur de corrélation positive élevée indique que les variables mesurent la même caractéristique. Si les items ne sont pas fortement corrélés, ils peuvent mesurer des caractéristiques différentes ou ne pas être clairement définis. Dans notre cas, ce coefficient de corrélation est estimé à 0.49 :

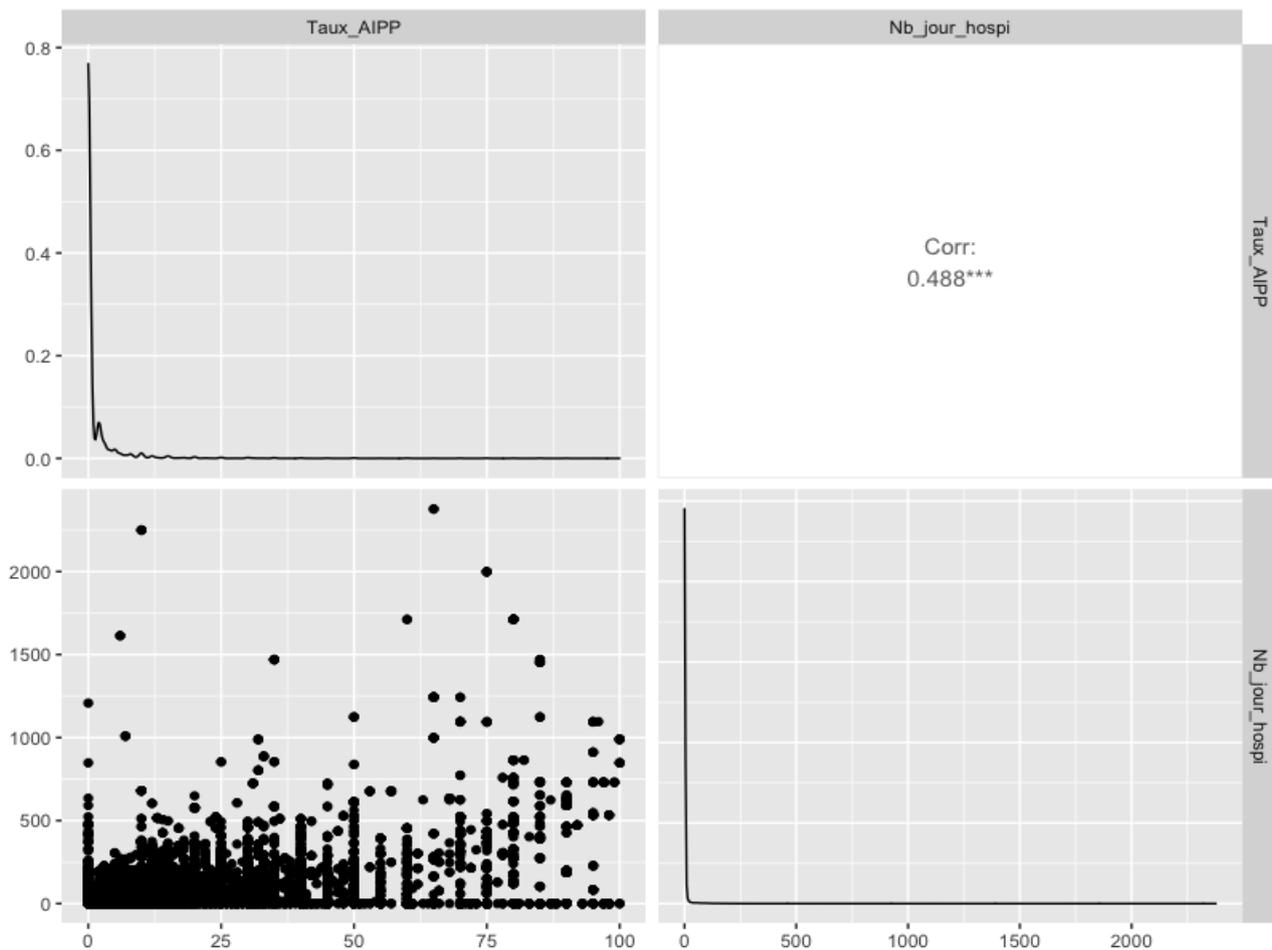


FIGURE 5.18: Matrice de corrélation entre les deux variables

La valeur du coefficient de corrélation obtenue est une estimation de la corrélation entre deux variables continues dans la population. Le coefficient de corrélation de Pearson ci-dessus fait une hypothèse forte sur les données : elles doivent être liées par une association linéaire. Quand cela n'est pas le cas mais que nous sommes en présence d'une association monotone, nous pouvons utiliser un autre coefficient, le coefficient de corrélation des rangs de Spearman.

Le coefficient de corrélation de Spearman :

Plutôt que de se baser sur les valeurs des variables, cette corrélation [13] va se baser sur leurs rangs, c'est-à-dire sur leur position parmi les différentes valeurs prises par les variables.

$$r_s(X, Y) = \frac{\text{Cov}(rg_X, rg_Y)}{\sigma_{rg_X} \sigma_{rg_Y}}$$

Ainsi, si la valeur la plus basse de la première variable est associée à la valeur la plus basse de la deuxième, et ainsi de suite jusqu'à la valeur la plus haute, nous obtiendrons une corrélation de 1. Si la valeur la plus forte de la première variable est associée à la valeur la plus faible de la seconde, et ainsi de suite, et que la valeur la plus faible de la première est associée à la plus forte de la deuxième, nous aurons une corrélation de -1. Si les rangs sont "mêlés", sans rapports entre eux, nous obtiendrons une corrélation autour de 0.

Le calcul de cette quantité sur nos deux variables donne un coefficient de 0.47. Nous sommes dans le même ordre de grandeur que le coefficient de corrélation de Pearson, il s'agit d'une valeur pas assez significative pour éliminer le nombre de jours d'hospitalisation comme variables explicatives, elle ne peut qu'apporter de l'information supplémentaire sur l'état de la victime.

5.2.4 Pourcentage de règlement

C'est une variable renseignant le pourcentage de la charge qui a été réglés au cours d'un développement donné. Nous évaluons la moyenne de ce pourcentage, selon la situation de gravité de la victime, (Une victime est grave si sa charge est évaluée à plus de 500k €) au cours de la première année de développement. Ceci est représenté dans la figure 5.19 ci-dessous.

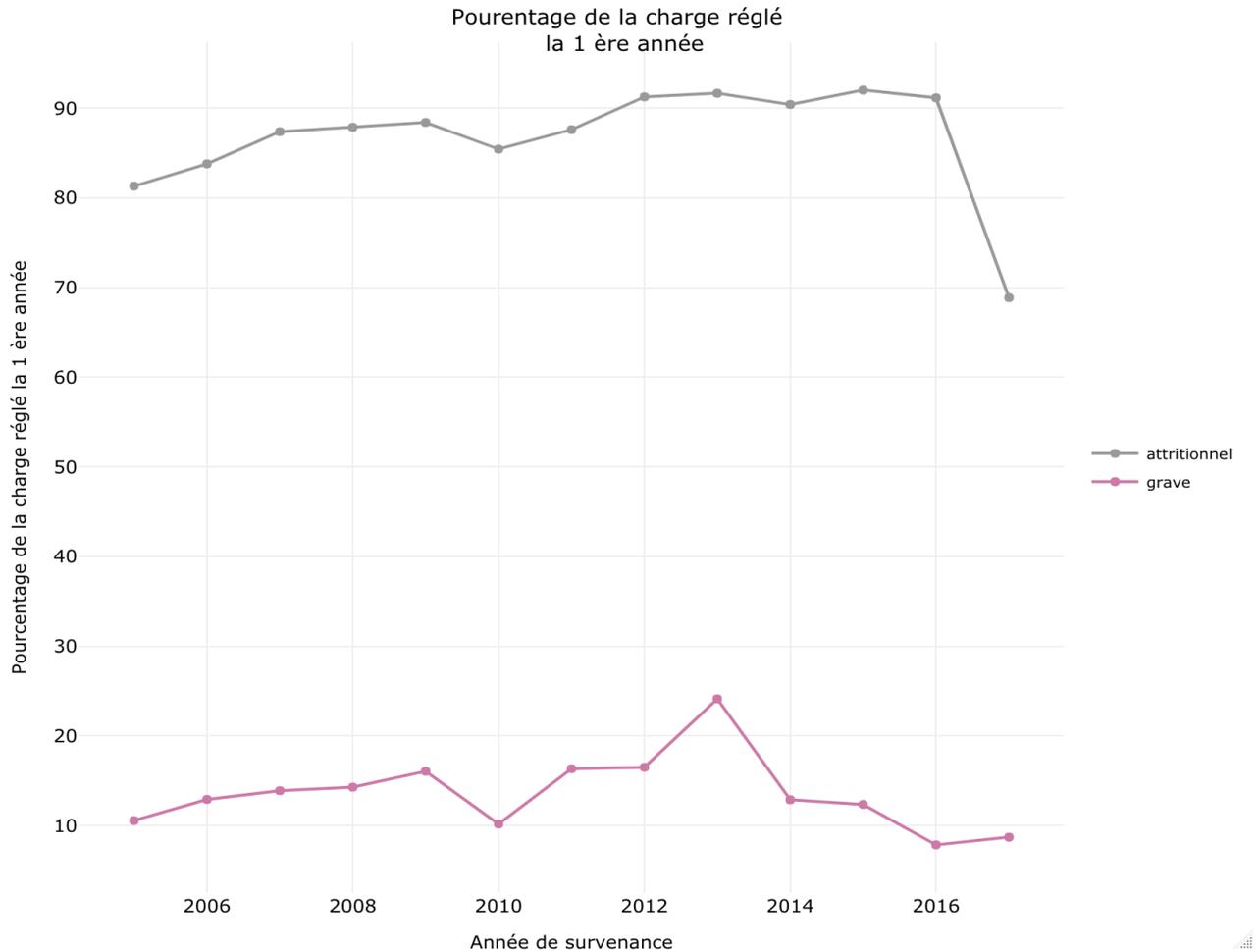


FIGURE 5.19: Pourcentage de règlements lors de la première année de développement par année de survenance par situation de gravité

Nous remarquons que cette grandeur est plus importante pour les sinistres attritionnels, ce qui est assez intuitif : nous avons tendance à régler rapidement les sinistres attritionnels, tandis que pour les graves il faut passer par plusieurs étapes avant de commencer les règlements, notamment l'expertise.

Il est clair que ce pourcentage, nous permettra, dans notre modèle, de mieux distinguer les sinistres graves des attritionnels.

5.2.5 Le délai de déclaration :

Le délai de déclaration est déduit par la relation suivante :

$$\text{Délais de déclaration} = \text{Date de déclaration} - \text{Date de survenance}$$

Pour visualiser comment dépend la charge du délai de déclaration nous nous appuyons sur la figure 5.20 ci-dessous.

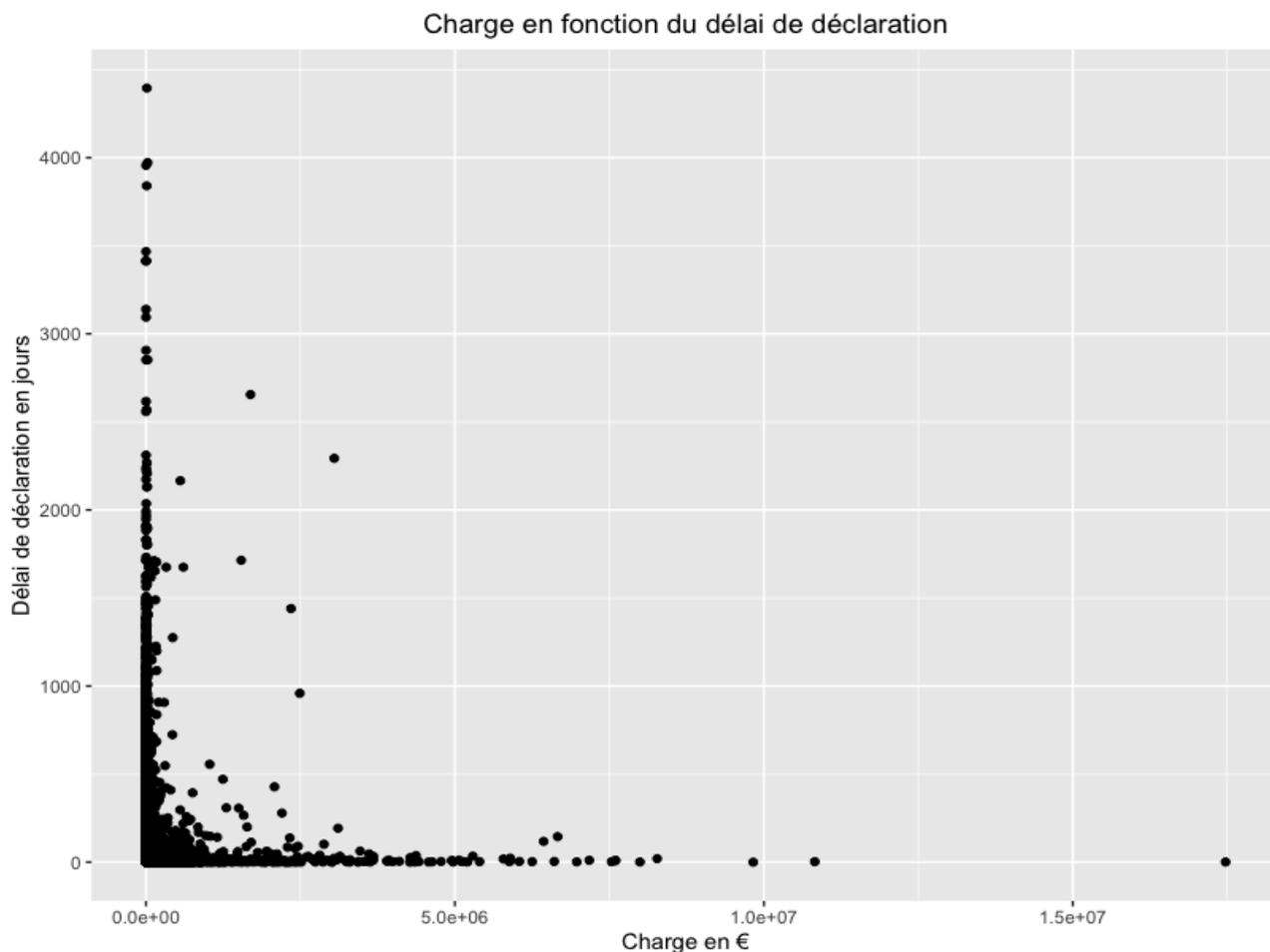


FIGURE 5.20: Délai de déclaration en fonction de la charge

Comme nous le voyons pour les victimes de sinistre attritionnel ont des délais de déclaration qui prennent de multiples valeurs dispersées. Plus le sinistres s'aggrave, plus le délai de déclaration prend de petites valeurs, ce qui est logique : les sinistres graves ont tendance à être déclarés rapidement.

5.2.6 Jour de survenance :

Le jour de survenance c'est le jour de survenance du sinistre au courant de l'année.

La répartition des victimes par jour de survenance dans la semaine, apparaît dans la figure 5.21.

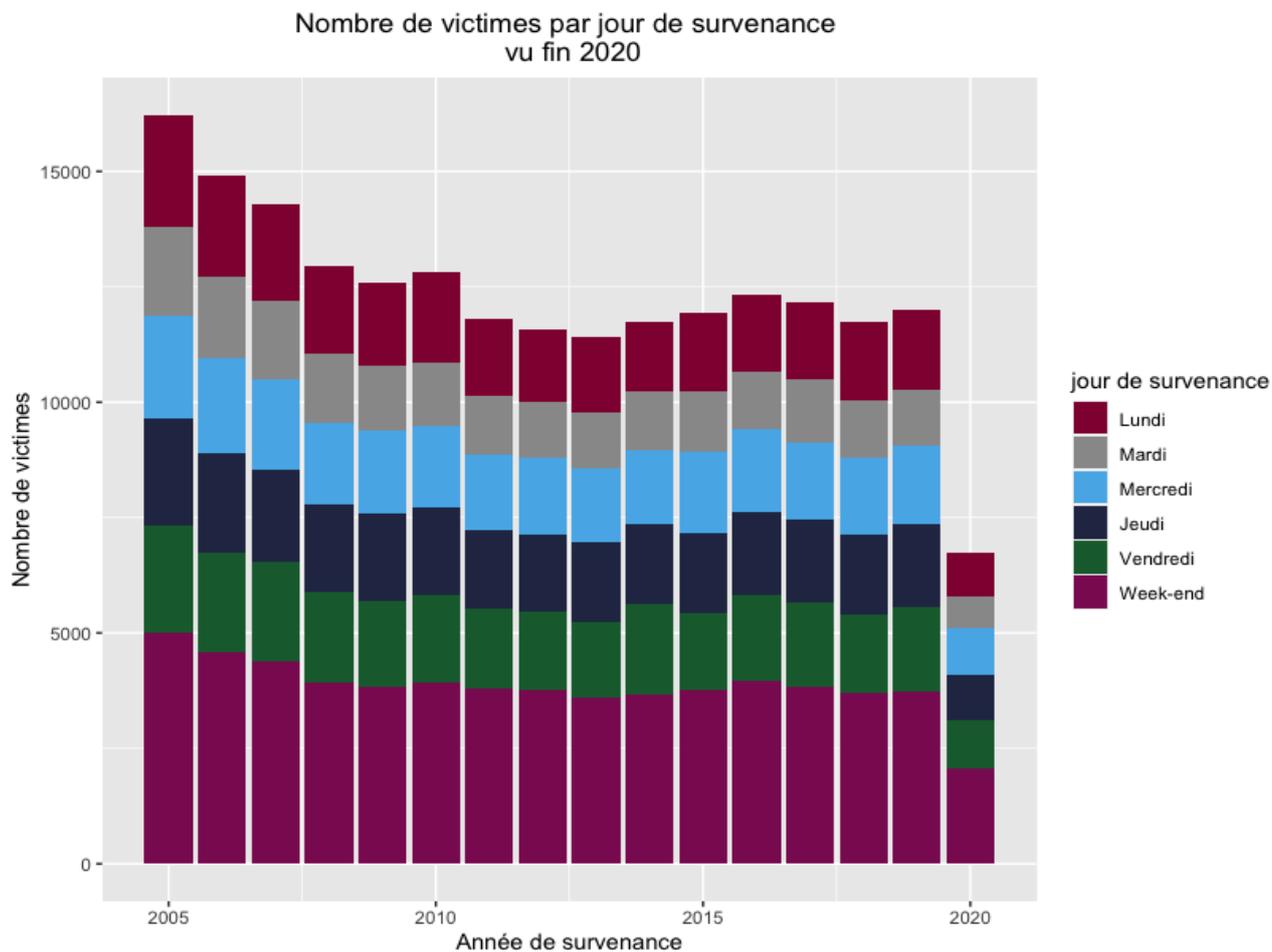


FIGURE 5.21: Répartition des victimes par jour de survenance par année de survenance

Les sinistres ont l'air d'être réparti uniformément sur la semaine.

Ceci clot le choix des variables explicatives.

Comme l'état de la victime peut s'aggraver, la variable taux d'AIPP ne peut être fixe et peut évoluer au cours des années de développement. La figure 5.22 permet de visualiser cela.

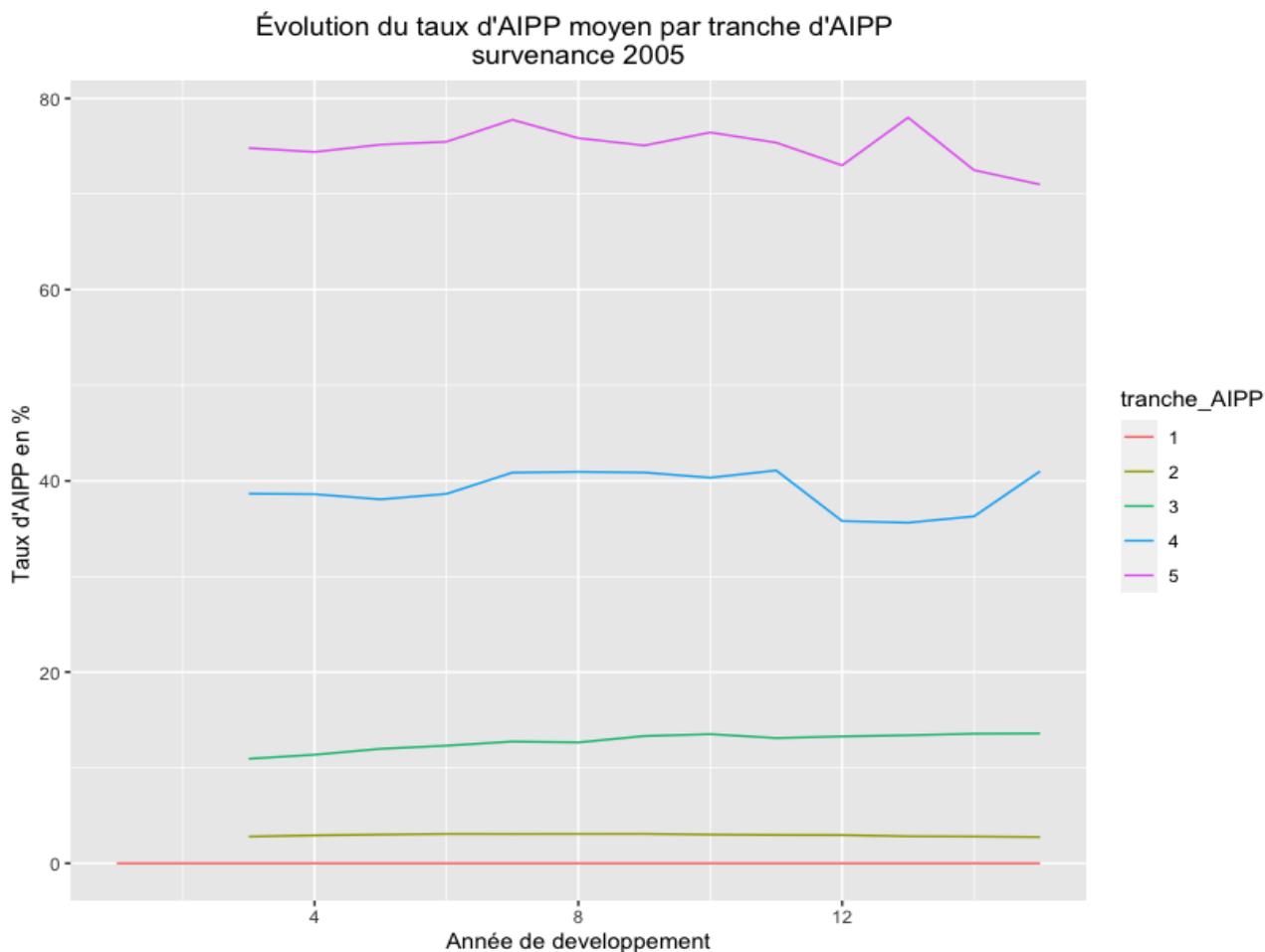


FIGURE 5.22: Évolution du taux d'AIPP moyen par tranche d'AIPP

Nous remarquons que le taux d'AIPP est loin d'être constant au cours des années de développement. Aussi il est clair que la situation de la victime est variable dans le temps ainsi que le pourcentage de règlement. Ainsi il faudra prendre en compte de cette variabilité dans notre modèle.

L'étude des données étant touchée à sa fin.

Dans le prochain chapitre nous présenterons différentes méthodes de projection de charge.

6.1 Méthode de Chain Ladder :

Une méthode agrégée couramment utilisée est la méthode de Chain Ladder [14]. Cette méthode est très répandue car facile à comprendre et à mettre en œuvre. Elle se base sur un triangle des paiements cumulés.

Nous introduisons les notations suivantes :

- $i \in \{1, \dots, n\}$: la date d'origine, pouvant être définie comme la date de déclaration ou encore de survenance du sinistre. Dans la majorité des cas, i correspond à la date de survenance du sinistre, comme cela est requis dans la norme comptable française
- $j \in \{1, \dots, n\}$: la période de développement, généralement exprimée en années (peut aussi être exprimée en semestres, trimestres ou mois)
- $X_{i,j}$: la charge du sinistre pour l'année d'origine $i \in \{1, \dots, n\}$ et la période de développement $j \leq n + 1 - i$.

Les montants sont souvent cumulés, nous amenant à noter :

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j X_{i,k}$$

c'est-à-dire

$$X_{i,j+1} = C_{i,j+1} - C_{i,j}$$

où $C_{i,j}$ est la somme des règlements pour les j premières années, pour les sinistres survenus l'année i .

Se plaçant au 31/12/n (si le développement se fait annuellement), les paiements des sinistres antérieurs à cette date sont classiquement mis sous la forme d'un triangle de liquidation (Run-off triangle) des montants cumulés. On obtient ainsi le triangle suivant :

Année de survénance	Année de développement						Provisions
	1	2	...	j	...	n	
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n}$	$R_1 = 0$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,j}$...	$C_{2,n}$	R_2
...
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$...	$C_{i,j}$...	$C_{i,n}$	R_i
...
n	$C_{n,1}$	$C_{n,2}$...	$C_{n,j}$...	$C_{n,n}$	R_n

Chaque élément de la diagonale représente l'ensemble des paiements effectués depuis la date de survénance.

Le but est d'estimer la partie inférieure de ce triangle. (la partie en orange)

Facteurs de développement, cadences de règlement

On considère l'année d'origine i dont on décrit ci-dessous le développement complet :

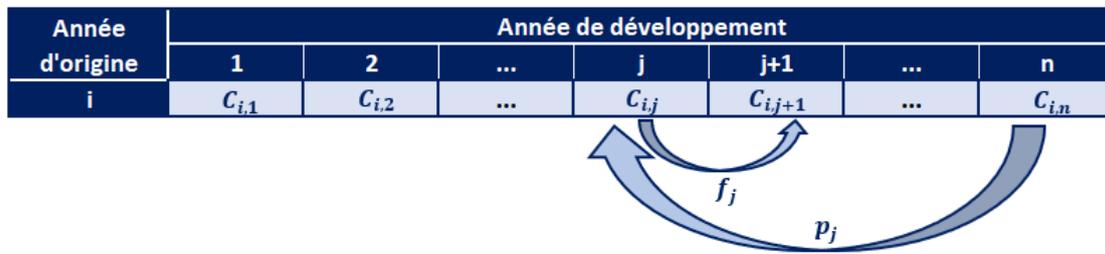


FIGURE 6.1: Développement pour l'année d'origine i

Le j -ème facteur de développement est défini comme suit :

$$f_j = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}, j=0, \dots, n-1$$

La j -ème cadence de règlement :

$$p_j = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,n}}, j=0, \dots, n-1$$

L'idée derrière la méthode de Chain Ladder est que les ratios $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ soient indépendants de l'année d'origine i .

Les hypothèses sous-jacentes sont les suivantes :

- (H1) les années de survénance sont indépendantes entre elles.
- (H2) la cadence de règlement dépend uniquement des années de développement.

(H2) s'écrit d'après les notations précédentes :

$$\exists (\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}) \text{ tel que } C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j}$$

Les coefficients λ_j sont appelés link-ratios. Ils dépendent uniquement des années de développement.

Un estimateur naturel est :

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}$$

On peut alors estimer les coûts futurs pour $i \leq n$ et $j \leq n + 1 - i$:

$$\widehat{C}_{i,j} = \widehat{\lambda}_{n+1-j} \times \dots \times \widehat{\lambda}_{j-1} \times C_{i,n+1-j}$$

On en déduit les montants des provisions :

$$\widehat{R}_i = \widehat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i}$$

Il est également fréquent que les sinistres soient séparés en fonction de leur coût. Ainsi, une distinction est souvent faite entre les sinistres de masse (dits attritionnels) et les sinistres coûteux (dits graves). Les sinistres attritionnels représentent la majeure partie du nombre de sinistres et possèdent un coût moyen faible, alors que les sinistres graves sont assez rares et possèdent un coût moyen fort. Sur ces deux groupes, la méthode Chain Ladder est appliquée avec l'idée suivante : en séparant les sinistres en groupes homogènes, la qualité des estimations sera améliorée, et ce, dans le but d'obtenir des provisions les plus justes possible. C'est cette piste qu'emprunte la méthode Allianz France. Toutefois, le nombre de sinistres graves n'est pas conséquent, il sera donc plus difficile d'ajuster un modèle et d'obtenir des estimations fiables.

Enfin, la méthode de Chain Ladder présente toutefois quelques inconvénients. Le premier concerne l'hypothèse d'indépendance du coefficient de développement aux années de survenance. En effet, pour que cette hypothèse soit vérifiée, il faut que le passé soit régulier (pas de changement de jurisprudence par exemple), peu volatil (sinon des valeurs extraordinaires se répercutent sur tout le triangle même s'il y a possibilité de retirer des coefficients), et le futur doit suivre la même cadence que le passé (par exemple au niveau de l'inflation, qui est prise en compte dans les coefficients de développement). De plus, pour les années de développement tardives pour lesquelles nous disposons de peu d'observations, l'incertitude autour du coefficient de développement est élevée ce qui peut amener à des estimations erronées. Enfin, la méthode de Chain Ladder ne permet pas d'obtenir une mesure de l'erreur d'estimation.

Pour toutes ces raisons, de nombreuses personnes ont tenté de développer des modèles complémentaires. Une solution possible peut se trouver par le biais du provisionnement ligne à ligne qui est l'objet de notre étude. Mais d'abord nous allons présenter la méthode de projection utilisée chez Allianz France.

6.2 Méthode Allianz France :

On rappelle que l'assureur doit, du fait du cycle inversé de production de son activité, constituer des provisions techniques pour pouvoir payer, entre autres, les sinistres dont il n'a pas complètement, ou pas du tout connaissance, au moment de l'arrêté comptable qu'il effectue en général, trimestriellement.

La PSAP est la valeur estimative ayant pour objectif d'assurer l'indemnisation complète de tous les sinistres survenus mais non payés, dont les montants ne sont bien souvent pas encore connus. La PSAP peut se décomposer en 3 types de provisions, énoncées dans les trois points suivants [15] :

- **Provision dossier-dossier** : C'est la provision estimée suite à une analyse dossier par dossier, par le gestionnaire sinistre, évaluant le montant restant à payer sur chaque sinistre déclaré non clos.
- **Provision pour IBNER** : Les IBNER (*Incurring But Not Enough Reported*) : comme le nom l'indique il s'agit de provisions couvrant l'insuffisance potentielle de provisionnement des sinistres survenus et déclarés à la date de clôture des états financiers. Donc ce sont des provisions constituées au titre des sinistres dont le montant n'est pas encore bien connu, et peut sensiblement varier à la hausse comme à la baisse.
- **Provision pour IBNYR** : Les IBNYR (*Incurring But Not Yet Reported*) c'est le provisionnement des sinistres survenus mais non encore déclarés à l'assureur, qui sont dus à un délai de déclaration de la part de la victime ou toute partie prenante au sinistre.

On visualise ceci avec la figure suivante qui décompose la charge à l'ultime :

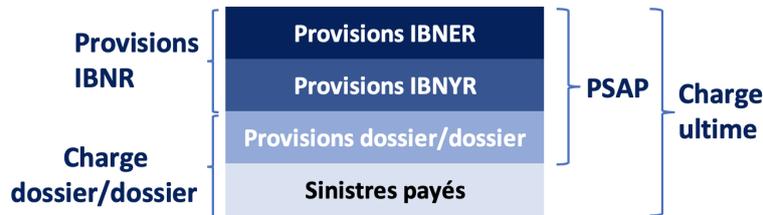


FIGURE 6.2: Décomposition de la charge ultime

L'idée de cette méthode est de calculer la provision IBNR en séparant les sinistres graves des attritionnels (un sinistre est dit grave en RC corporelle si sa charge excède les 500 k €). Ensuite vient s'ajouter la provision dossier/dossier.

On détaille, ici, le calcul des provisions IBNR.

On commence par le traitement des sinistres graves, qu'on schématise ainsi :

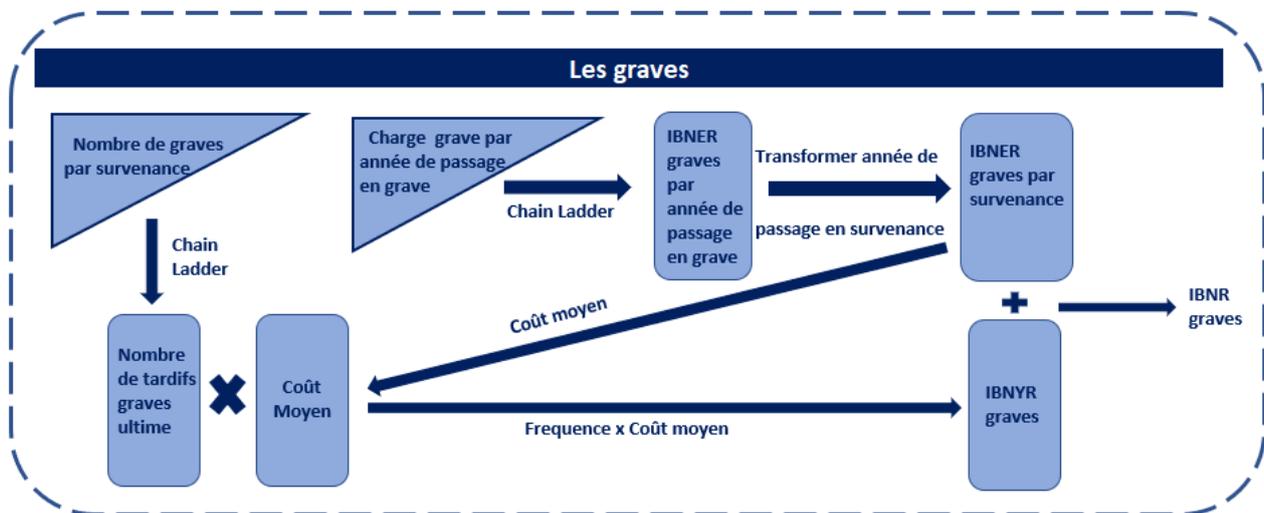


FIGURE 6.3: IBNR des graves via la méthode Allianz France

Donc, selon le graphe nous passons par les étapes suivantes :

- On construit le triangle résumant le nombre de victimes par année de survenance, par année de développement. Puis, on projette la diagonale à l'ultime à l'aide de la méthode de Chain Ladder expliquée dans la section précédente pour avoir le nombre de graves à l'ultime. Finalement, le nombre de tardifs graves à l'ultime est obtenu en soustrayant au nombre à l'ultime le nombre observé (la diagonale).
- On construit le triangle résumant la charge de sinistres graves mais cette fois-ci par année de passage en grave. Afin d'obtenir les IBNER grave, par année de passage en grave, on applique également la méthode de Chain Ladder.
- Transformer les IBNER à l'ultime par année de passage en grave en IBNER à l'ultime par année de survenance. Pour ce faire, on construit un tableau de la manière suivante : supposons que l'année de survenance la plus ancienne c'est l'année 2005, pour l'année de passage en grave 2005 il n'y a qu'une possibilité d'année de survenance qui est 2005, pour l'année de passage en grave 2006 il y a deux cas de figures soit que le sinistre provient de l'année de survenance 2005 soit qu'il provient de l'année de survenance 2006 et ainsi de suite. On calcule le nombre de sinistres pour chaque cas. Puis, on calcule la proportion en nombre de chaque année de survenance pour chaque année de passage en grave. Cette proportion calculée peut être alors appliquée à l'ultime obtenu lors du cas précédent, pour obtenir ainsi les IBNER graves par année de survenance.
- On calcule un coût moyen en rapportant les IBNER des graves, par survenance, au nombre de ces derniers.
- Une fois ce coût moyen obtenu on peut appliquer une méthode fréquence x coût moyen, en utilisant le nombre de tardifs graves projeté à l'étape 1. Ainsi, nous obtenons les IBNYR graves.
- Nous pouvons, ainsi, obtenir les IBNR graves en utilisant :

$$IBNR_{\text{graves}} = IBNER_{\text{graves}} + IBNYR_{\text{graves}}$$

Nous passons, maintenant, au traitement des sinistres attritionnels qu'on résume par le schéma suivant :

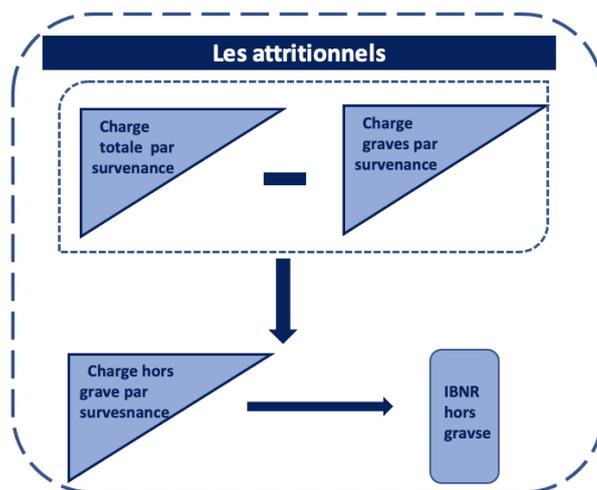


FIGURE 6.4: IBNR des attritionnels via la méthode Allianz France

Pour les attritionnels, il y a moins d'étapes. On déduit le triangle de charge des attritionnels par survenance en soustrayant au triangle de charge totale par survenance, le triangle de charge des graves par année de survenance. On applique, au triangle ainsi obtenu, la méthode de Chain Ladder pour obtenir les IBNR hors graves.

Comme on a :

$$\begin{aligned} \text{Charge ultime} &= \text{PSAP} + \text{Sinistres payés} \\ &= \text{Provisions IBNR} + \text{Charge dossier/dossier} \end{aligned}$$

La charge dossier/dossier représente la somme entre les sinistres réglés et le restant à payer. Il s'agit, donc, de la diagonale du triangle de charge cumulée sur tout les type de sinistres (grave et attritionnel)

Ainsi, nous obtenons la charge ultime en sommant les trois éléments suivants : Provisions IBNR graves, provisions IBNR attritionnels et charge dossier/dossier.

6.3 Méthode de Mario V.Wütrich :

Dans cette section nous proposons une présentation des outils qui sont employés dans ce modèle. Nous amorçons cette présentation, dans un premier temps, avec la définition du neurone unique, structure élémentaire à partir de laquelle tout réseau de neurones est constitué. Puis, nous définirons un neurone avec une sous-couche cachée, tout en détaillant l'algorithme d'apprentissage des deux cas. Enfin, ayant introduit tout ceci, nous présenterons le modèle de projection de charge de Mario V.Wütrich [1].

6.3.1 Réseaux de neurones

Du neurone réel au neurone formel

Le neurone réel, très schématiquement, fonctionne de la manière suivante [16] :

- i) Sommation pondérée des influx nerveux (inhibiteurs ou excitateurs) en provenance des neurones auxquels il est relié, via dendrites et synapses.
- ii) Émission dans l'axone d'un influx si la sommation des entrées dépasse un seuil d'activation.

On peut résumer cela par la représentation suivante :

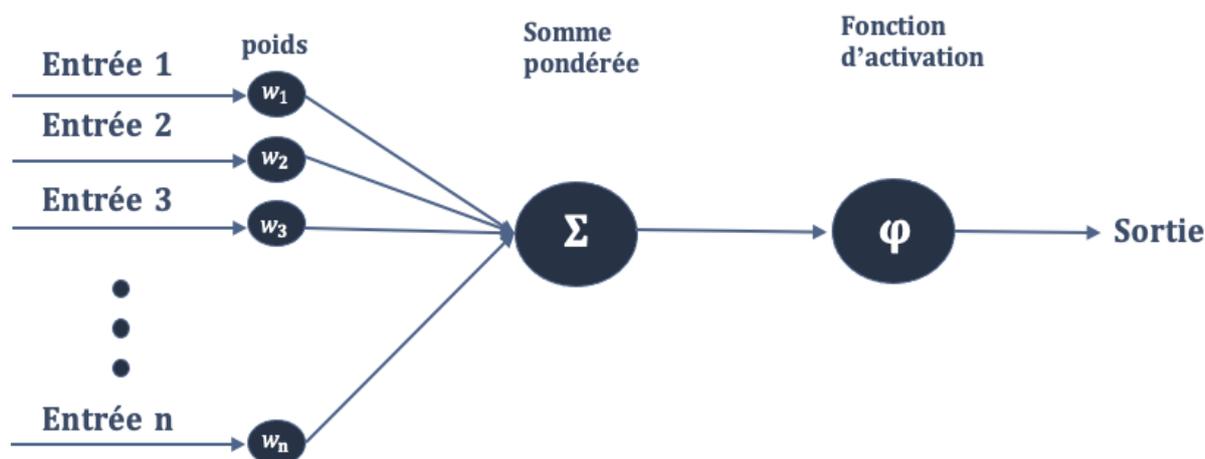


FIGURE 6.5: Représentation d'un neurone

Le neurone formel de Mac Culloch et Pitts [17] reproduit ces deux fonctions : pour une entrée $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, l'unité de poids synaptiques $w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \in \mathbb{R}^n$ et seuil d'activation θ calcule :

i) Sommation pondérée : $w \cdot x = \sum_{i=1}^n w_i x_i$

ii) La sortie : $y(x) = \Phi(w \cdot x - \theta)$

La fonction Φ est appelée fonction de réponse ou fonction d'activation. Elle sert avant tout à modifier de manière non-linéaire les données. Cette non-linéarité permet de modifier spatialement la représentation des données. Dans la littérature, il existe de multiples fonctions d'activation pour des fins différentes, on en cite :

- *Heaviside* :

Dans la formulation d'origine de Mac Culloch et Pitts [17], la fonction d'activation est la fonction de Heaviside (fonction en marche d'escalier), dont la valeur est 0 ou 1.

$$\text{Heaviside}(x) = \mathbb{1}_{\{x \geq 0\}}$$

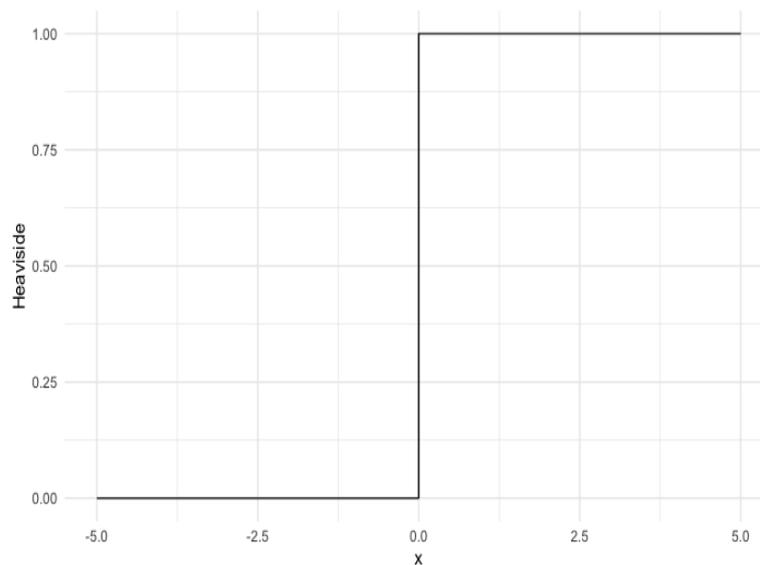


FIGURE 6.6: Heaviside

- *Linéaire* :

La fonction d'activation linéaire ou de Widrow-Hoff.

$$\text{Widrow-Hoff}(x) = x$$

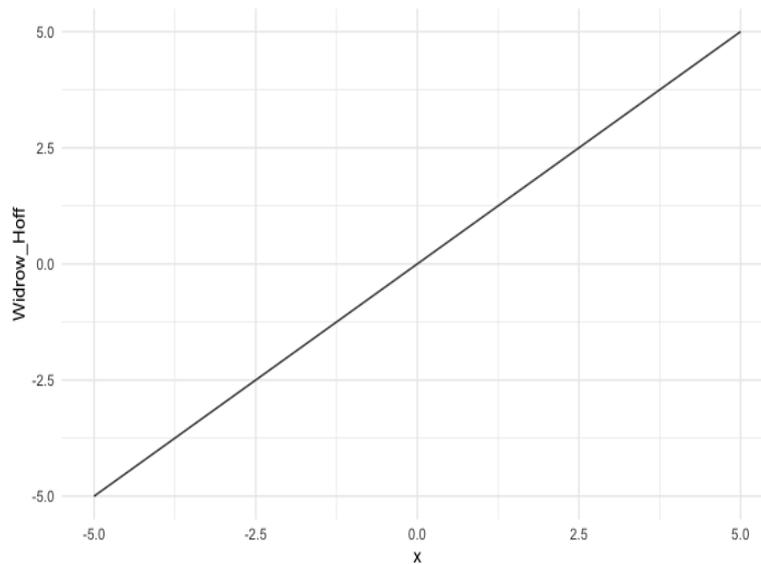


FIGURE 6.7: Widrow-Hoff

- *ReLU* :

La fonction Rectified Linear Unit (ReLU) est la fonction d'activation la plus simple et la plus utilisée.

$$ReLU(x) = \max(x, 0)$$

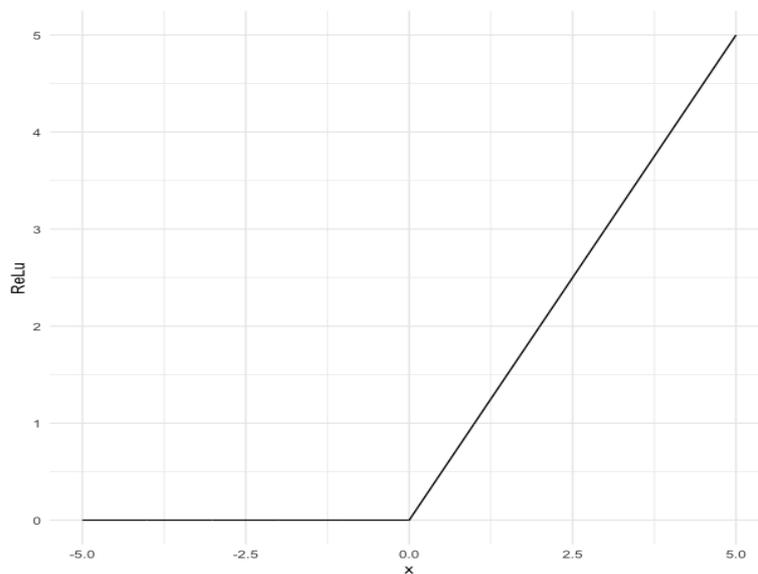


FIGURE 6.8: Rectified Linear Unit

Cette fonction permet d'effectuer un filtre sur nos données. Elle laisse passer les valeurs positives ($x > 0$) dans les couches suivantes du réseau de neurones. Elle est utilisée presque partout mais surtout pas dans la couche finale, elle est utilisée dans les couches intermédiaires.

- *Sigmoïde* :

La fonction Sigmoïde donne une valeur entre 0 et 1, une probabilité. Elle est donc très utilisée pour les classifications binaires, lorsqu'un modèle doit déterminer seulement deux labels.

$$Sigmoïde(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

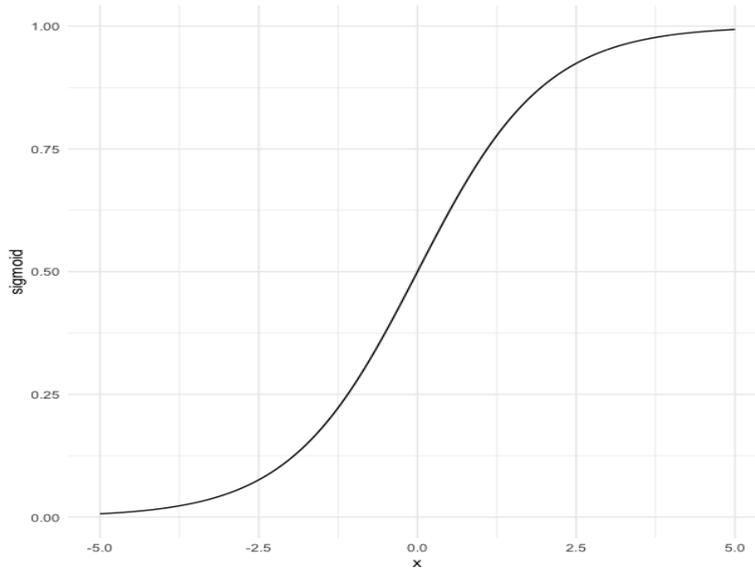


FIGURE 6.9: Sigmoide

La fonction sigmoïde renvoie des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$, ce qui permet d'interpréter la sortie du neurone comme une probabilité. Elle est aussi liée au modèle de régression logistique.

- *Tanh*

La fonction tanh est simplement la fonction de la tangente hyperbolique. Il s'agit en fait d'une version mathématiquement décalée de la fonction sigmoïde. En effet, sigmoïde donne un résultat entre 0 et 1, tanh donne un résultat entre -1 et 1

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

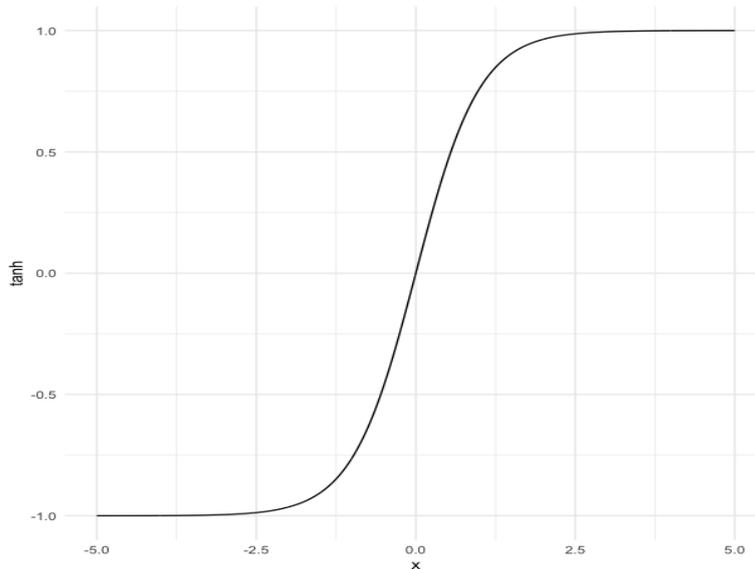


FIGURE 6.10: Tanh

L'avantage de tanh est que les entrées négatives seront bien répertoriées comme négatives là où, avec sigmoïde, les entrées négatives peuvent être confondues avec les valeurs presque nulles. Cette fonction est, comme Sigmoide, utilisé dans la classification binaire. Tanh fonctionne mieux que la fonction sigmoïde dans la plupart des cas.

Limites du perceptron simple

Soient les poids synaptiques suivant $w = (w_1, \dots, w_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$ et la fonction d'activation Heaviside $\Phi(u) = \mathbb{1}_{u \geq 0}$. Pour $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ et en notant $\tilde{x} = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1} = -1)$. Le perceptron simple P_w est défini par :

$$P_w(x) = \Phi(w \cdot \tilde{x}) = \Phi\left(\sum_{i=1}^{n+1} w_i x_i\right)$$

Deux ensembles A et B $\subset \mathbb{R}^n$ sont dit linéairement séparables s'il existe $w = (w_1, \dots, w_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$ tel que :

- Tout x dans A vérifie $\sum_{i=1}^n w_i x_i \geq w_{n+1}$
- Tout x dans B vérifie $\sum_{i=1}^n w_i x_i < w_{n+1}$

De même, une fonction $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \{0, 1\}$ est dite linéairement séparable s'il existe $w = (w_1, \dots, w_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$ tel que :

- $\{x \in D : f(x) = 1\} \subset \{x \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n w_i x_i \geq w_{n+1}\}$
- $\{x \in D : f(x) = 0\} \subset \{x \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n w_i x_i < w_{n+1}\}$

Par définition, une fonction $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \{0, 1\}$ donnée est linéairement séparable si et seulement s'il existe une fonction P_w définie comme ci-dessus et telle que $f(x) = P_w(x)$ pour $x \in D$

La limite principale du perceptron simple réside dans le fait qu'il ne peut résoudre que des problèmes linéairement séparables. Aussi sa structure est globalement linéaire, vu qu'on réalise une combinaison linéaire des entrées. Ceci engendre une limitation dans sa capacité de modélisation de phénomènes complexes. D'où l'idée du perceptron avec des couches cachées.

Perceptron à une couche cachée

L'idée est d'ajouter une couche intermédiaire (appelée par la suite couche cachée) entre la couche d'entrée et de sortie. On parle alors d'un perceptron à une couche cachée. La figure ci-dessous représente l'architecture d'un tel réseau :

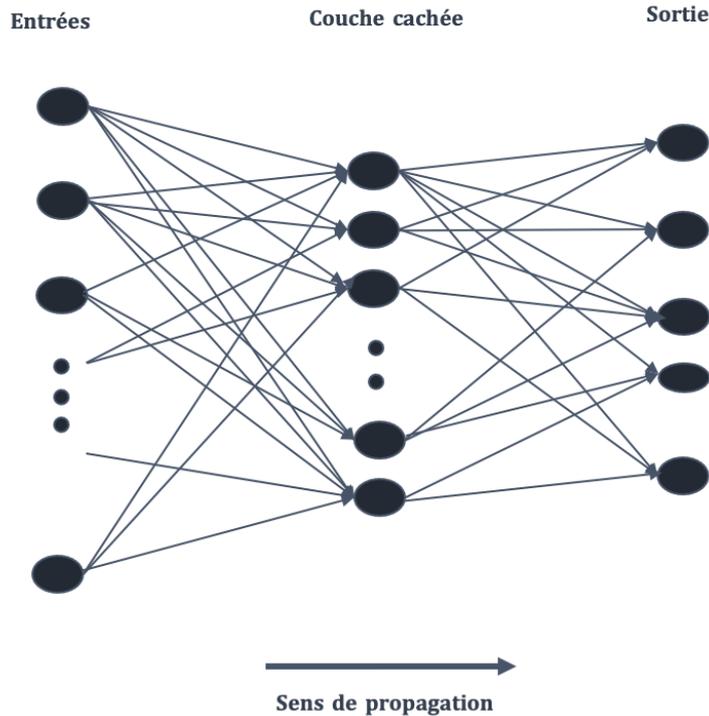


FIGURE 6.11: Représentation d'un perceptron à une seule couche cachée

On suppose que cette sous-couche cachée est composée de $H \in \mathbb{N}$.

Pour chaque neurone $h \in 1, \dots, H$ on note :

- i_h sa sortie
- Φ_h la fonction d'activation qui lui est associée
- $(w_{j,h})_{0 \leq j \leq n}$ les poids associées, avec n le nombre d'entrées

Donc i_h s'écrit $i_h = \Phi_h\left(\sum_{j=1}^n w_{j,h}x_j\right)$

Ainsi la sortie finale du réseau est une fonction d'une combinaison linéaire de la sortie de la sous-couche i_h . Notons :

- $(\zeta_h)_{0 \leq h \leq H}$ les poids associés.
- Φ la fonction d'activation de la couche de sortie.

Donc la sortie finale du réseau est : $f(x) = \Phi\left(\sum_{h=1}^H \zeta_h i_h\right) = \Phi\left(\sum_{h=1}^H \zeta_h \Phi_h\left(\sum_{j=1}^n w_{j,h}x_j\right)\right)$

On voit bien qu'avec une simple sous-couche cachée le nombre de paramètres à estimer est important (les différents poids).

De nombreux travaux ont traité la richesse d'approximation des réseaux de neurones. On renvoie le lecteur intéressé à Pinkus [18] pour une revue des travaux dans ce domaine. En particulier Hornik [19] donne un résultat de densité des réseaux de neurones sur les compacts de l'ensemble des fonctions continues de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R} et Hornik [20] généralise ce résultat aux fonctions issues de l'espace de Lebesgue munie d'une mesure finie sur \mathbb{R}^p .

Theorem (Théorème d'approximation universelle)

Toute fonction bornée suffisamment régulière peut être approchée uniformément, avec une précision arbitraire, dans un domaine fini de l'espace de ses variables, par un réseau de neurones avec un nombre fini de neurones et une couche cachée, possédant tous la même fonction d'activation non polynomiale, et un neurone de sortie linéaire

On présente l'algorithme d'apprentissage d'un perceptron à 1 couche cachée :

Données : Initialiser aléatoirement $(w_j^{(0)})_{0 \leq j \leq n}$

Résultat : Les poids optimaux : $w_j^{(I)}$

pour $i \leftarrow 0$ $I - 1$ **faire**

$$\begin{aligned} w_{j,h}^{(i+1)} &= w_{j,h}^{(i)} - \eta \frac{\partial L}{\partial w_{j,h}}(y^{(i)}, f(x^i)) \\ &= w_{j,h}^{(i)} - \eta \frac{\partial L}{\partial w_{j,h}}(y^{(i)}, \Phi(\sum_{h=1}^H \zeta_h i_h)) = \Phi(\sum_{h=1}^H \zeta_h \Phi_h(\sum_{l=1}^n w_{l,h}^{(i)} x_l^{(i)})), \forall 0 \leq j \leq n, \forall 0 \leq h \leq H \end{aligned}$$

retourner $w_j^{(I)}$

Algorithme 1 : Apprentissage d'un perceptron à 1 couche cachée

Le calcul de la dérivée $\frac{\partial L}{\partial w_{j,h}}(y^{(i)}, f(x^i))$ se fait par le théorème de dérivations des fonctions composées ou encore règle de dérivation en chaîne qui la décompose ainsi :

$$\frac{\partial L}{\partial w_{j,h}}(y^{(i)}, f(x^i)) = \frac{\partial L}{\partial f(x^{(i)})} \frac{\partial f(x^{(i)})}{\partial i_h} \frac{\partial i_h}{\partial w_{j,h}}$$

η est appelé vitesse d'apprentissage (ou *learning rate* en anglais). Son choix est délicat : le choisir trop grand risque de provoquer des phénomènes d'oscillation autour d'un minimum, et le choisir trop petit peut rendre la convergence trop lente.

L est appelée fonction de coût, c'est le critère qu'on cherche à optimiser. Il est parfois lié au modèle f choisi mais il est rare qu'une fonction f puisse être associée à une seule fonction de coût. Elle est en revanche liée au problème à résoudre (classification, régression, ranking, recommandation). À chaque problème, son ensemble de métriques correspondant. Les fonctions de coût les plus couramment utilisées sont :

- *Erreur quadratique :*

Il s'agit de la fonction de coût la plus utilisée pour les problèmes de régression. Elle est définie par :

$\forall y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$ sortie et pour toute entrée $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$:

$$L(y, f(x)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2$$

Dans cette notation $f(x)$ constitue la sortie finale du réseau.

- *Entropie croisée :*

En classification, ou pour les modèles probabilistes, on utilise l'entropie croisée. Elle est définie par :

pour deux variables aléatoires discrètes p et q :

$$L(p, q) = - \sum_x p(x) \log(q(x))$$

En général p représente la probabilité observée et q la probabilité prédite par le réseau. La minimisation de l'entropie croisée est souvent utilisée en optimisation et en estimation de probabilité d'événements rares.

6.3.2 Le modèle de Mario V.Wütrich

Introduisons les notations suivantes :

- i : année de survenance
- I : année de survenance la plus récente
- j : année de développement
- J : Le développement le plus long
- x : la victime
- p : nombre de variables explicatives (caractéristiques associées à la victime)
- \mathbf{X} : ensemble de toutes les combinaisons possibles pour les variables explicatives : $\mathbf{X} = \{x = (x_1, \dots, x_p)\}$
- $C_{i,j}(x)$: la charge cumulée pour la victime x de survenance i à l'année de développement j

Le modèle de Wüthrich [1] assume l'existence de facteurs $f_0(x), \dots, f_{J-1}(x) > 0$ tel que :

$$C_{i,j}(x) = f_{j-1}(x) C_{i,j-1}(x) \quad (6.1)$$

On remarque que cette relation ressemble à une relation de Chain Ladder généralisée, les facteurs dépendent des caractéristiques de la victime.

Dans l'équation (6.1), il peut y avoir un nombre non négligeable de caractéristiques x avec $C_{i,j} = 0$, ceci peut arriver pour deux raisons : (a) on n'a pas de sinistres déclarés pour l'année de survenance i durant les j premières années de développement pour la caractéristique x , ou (b) on a des sinistres déclarés avec la caractéristique x mais on n'a toujours pas évalué la charge. Dans les deux cas, la relation (6.1) ne sera pas valide, on fait une extension pour ce cas (on va voir cela par la suite).

On suppose que :

- \mathbf{X} est fini.
- $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$ un espace de probabilité filtré, avec une filtration indexée sur un temps discret $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{0 \leq t \leq I+J}$.
- $C_{i,j}(x)$ les charges cumulées sont \mathcal{F}_{i+j} -mesurable $\forall 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J$ et $x \in \mathbf{X}$.
- Les charges cumulées $C_{i,j}(x)$ sont non négatives, \mathbb{P} *p.s* et pour tout évènement $\{C_{i,k}(x) > 0\}$ on a $\forall k \leq j \leq J C_{i,j}(x) > 0$ \mathbb{P} *p.s*.

On fait les hypothèses suivantes :

Hypothèses du modèle :

- $C_{i,j}(x)$ les charges cumulées, pour les différentes années de survenance $1 \leq i \leq I$ et pour les différentes caractéristiques $x \in \mathbf{X}$, sont indépendantes.
- Il existe des facteurs $f_0(x), \dots, f_{J-1}(x) > 0$ tel que $\forall 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J$ et $x \in \mathbf{X}$ on a :

$$\mathbb{E}[C_{i,j}(x) | \mathcal{F}_{i+j-1}] = f_{j-1}(x) C_{i,j-1}(x) + \mathbb{E}[C_{i,j}(x) | \mathcal{F}_{i+j-1}] \mathbf{1}_{\{C_{i,j-1}(x)=0\}}$$

- Il existe des paramètres $\sigma_0^2, \dots, \sigma_{J-1}^2 > 0$ tel que $\forall 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J$ et $x \in \mathbf{X}$ on a :

$$\text{Var}[C_{i,j}(x) | \mathcal{F}_{i+j-1}] = \sigma_{j-1}^2 C_{i,j-1}(x) + \text{Var}[C_{i,j}(x) | \mathcal{F}_{i+j-1}] \mathbf{1}_{\{C_{i,j-1}(x)=0\}}$$

Proposition :

On suppose que $I > J$, sous les hypothèses ci-dessus, on a pour $i + J > I$ et pour $C_{i,I-i}(x) > 0$ à l'ultime :

$$\mathbb{E}[C_{i,J}(x)|\mathcal{F}_I] = C_{i,I-i}(x) \prod_{j=I-i}^{J-1} f_j(x)$$

Le cas de $C_{i,I-i}(x) = 0$

On suppose que $i + j = I + 2$, On a :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[C_{i,I-i+2}(x)|\mathcal{F}_I] \mathbf{1}_{\{C_{i,I-i}(x)=0\}} &= f_{I-i+1}(x) \mathbb{E}[C_{i,I-i+1}(x)|\mathcal{F}_I] \mathbf{1}_{\{C_{i,I-i}(x)=0\}} \\ &+ \mathbb{E}[\mathbb{E}[C_{i,I-i+2}(x)|\mathcal{F}_{I+1}] \mathbf{1}_{\{C_{i,I-i+2}(x)=0\}} | \mathcal{F}_I] \end{aligned}$$

A noter que la deuxième partie de la somme n'a pas lieu d'être pour $C_{i,I-i}(x) > 0$ et ceci revient à la 3^{ème} hypothèse qui présume que dès qu'il y a une charge positive pour une caractéristique donnée x , elle ne peut être que positive pour les développements à venir.

Pour la suite, on va se placer dans le cas $C_{i,I-i}(x) > 0$ avant de passer au traitement du cas contraire.

Cas 1 : $C_{i,j-1}(x) > 0$

On se place dans le cas $C_{i,I-i}(x) > 0$ pour une année de développement donnée $1 \leq j \leq J$ et pour une année de survénance $1 \leq i \leq I$. Donc dans ce cas la deuxième hypothèse du modèle donne :

$$\mathbb{E}[C_{i,j}(x)|\mathcal{F}_{i+j-1}] = f_{j-1}(x)C_{i,j-1}(x)$$

Les facteurs $f_{j-1} : \mathbf{X} \rightarrow \mathbb{R}_+$ sont trouvés en minimisant une fonction de coût donnée. Ayant l'information \mathcal{F}_i , on considère, sous les hypothèses, l'erreur quadratique pondérée pour tout $1 \leq j \leq J$ qui est définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_j &= \sum_{i=1}^{I-j} \sum_{x : C_{i,j}(x) > 0} \frac{(C_{i,j}(x) - f_{j-1}(x) C_{i,j-1}(x))^2}{\sigma_{j-1}^2 C_{i,j-1}(x)} \\ &= \frac{1}{\sigma_{j-1}^2} \sum_{i=1}^{I-j} \sum_{x : C_{i,j}(x) > 0} C_{i,j-1}(x) \left(\frac{C_{i,j}(x)}{C_{i,j-1}(x)} - f_{j-1}(x) \right)^2 \end{aligned}$$

Ici et pour la suite on suppose $I > J$. Ceci implique qu'on a au moins une année de survénance pour chaque année de développement $1 \leq j \leq J$ dans les informations \mathcal{F}_I .

Si on considère que $\forall x \in \mathbf{X}$ et $\forall 1 \leq j \leq J$ $f_{j-1}(x) = f_{j-1}$, la minimisation de \mathcal{L}_j donne exactement les facteurs de Mack de Chain Ladder.

On modélise les facteurs $f_{j-1} : \mathbf{X} \rightarrow \mathbb{R}_+$ avec un réseau de neurones avec une couche cachée. Dans ces travaux Wüthrich fixe la taille de sa sous-couche cachée à $q=20$. On note d la dimension de l'ensemble des caractéristiques. La sous-couche cachée est donnée par le modèle de régression suivant :

$$x \rightarrow z_k(x) = \tanh(w_{k,0} + \sum_{l=1}^d w_{k,l}x_l), \quad \text{pour } k = 1, \dots, q$$

Avec $(w_{k,l})_{k,l}$ des poids et \tanh la fonction d'activation définie ci-dessus. Cette sous-couche est propagée vers la couche de sortie qui décrit nos facteurs $f_{j-1} : \mathbf{X} \rightarrow \mathbb{R}_+$ par :

$$x \rightarrow \log(f_{j-1}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^q \beta_k z_k(x)$$

On cherche à minimiser la fonction de coût :

$$\alpha \rightarrow \mathcal{L}_j = \mathcal{L}_j(\alpha)$$

Pour le paramètre du réseau :

$$\alpha = (\beta_0, \dots, \beta_q, w_{1,0}, \dots, w_{q,d})' \in \mathbb{R}^{q+1-q(d+1)}$$

Pour ce faire, on utilise l'algorithme du gradient descendant vu auparavant. Considérons le développement de Taylor autour de α :

$$\mathcal{L}_j(\tilde{\alpha}) = \mathcal{L}_j(\alpha) + (\nabla_{\alpha} \mathcal{L}_j(\alpha))'(\tilde{\alpha} - \alpha) + o(\|\tilde{\alpha} - \alpha\|)$$

avec $\|\tilde{\alpha} - \alpha\| \rightarrow 0$. On peut voir que l'optimum local va se diriger vers $-\nabla_{\alpha} \mathcal{L}_j(\alpha)$. Si on choisit un taux d'apprentissage (appelé *learning rate*) ρ dans cette direction, on a une amélioration locale :

$$\mathcal{L}_j(\alpha - \rho \nabla_{\alpha} \mathcal{L}_j(\alpha)) \approx \mathcal{L}_j(\alpha) - \rho \|\nabla_{\alpha} \mathcal{L}_j(\alpha)\|^2$$

avec ρ petit. Itérer le calcul pour des α différents va mener à la convergence de l'algorithme vers le minimum local de la fonction de coût. À noter que le paramètre α est fixé aléatoirement lors de la première itération de l'algorithme, un meilleur point de départ peut mener à de meilleures propriétés de convergence, et un choix de ρ affiné a un effet conséquent sur la vitesse de convergence.

Le calcul du gradient donne :

$$\nabla_{\alpha} \mathcal{L}_j(\alpha) = -\frac{2}{\sigma_{j-1}^2} \sum_{i=1}^{I-j} \sum_{x : C_{i,j-1}(x) > 0} C_{i,j-1}(x) \left(\frac{C_{i,j}(x)}{C_{i,j-1}(x)} - f_{j-1}(x) \right)^2 \nabla_{\alpha} f_{j-1}(x)$$

avec

$$\nabla_{\alpha} f_{j-1}(x) = f_{j-1}(x) \nabla_{\alpha} \left(\beta_0 + \sum_{k=1}^q \beta_k z_k(x) \right)$$

On pose $\mu(x) := \beta_0 + \sum_{k=1}^q \beta_k z_k(x)$. On obtient alors : $\forall k \in \{0, \dots, q\}$ et en posant $z_0(x) = 1$:

$$\frac{\partial \mu(x)}{\partial \beta_k} = z_k(x)$$

Et pour les poids de la sous-couche :

$$\frac{\partial \mu(x)}{\partial w_{k,l}} = \beta_k (1 - z_k(x)^2) x_l$$

où on pose $x_0 = 1$. Une fois l'algorithme ayant convergé, on obtient la structure des réseaux de neurones décrivant $f_{j-1} : \mathbf{X} \rightarrow \mathbb{R}_+$. On note l'estimation faite par ce modèle $\hat{f}_{j-1}(x)$. On peut alors estimer les charges futures ainsi :

$$\hat{C}_{i,j}(x) = \hat{f}_{j-1}(x) C_{j-1}(x)$$

Ceci, nous permet de calculer un facteur de réseau de neurones moyen pour chaque année de développement, défini par :

$$\bar{f}_{j-1}^{NN} = \frac{\sum_{i=1}^{I-j} \sum_x \hat{f}_{j-1}(x) C_{j-1}(x)}{\sum_{i=1}^{I-j} \sum_x C_{j-1}(x)}$$

Cas 2 : $C_{i,j-1}(x) = 0$

Il est clair que modéliser individuellement ce cas, ajouterait trop de complexité, donc on va modéliser de manière agrégée à chaque développement c'est à dire un modèle collectif pour les caractéristiques x ayant $C_{i,j-1}(x) = 0$.

On rappelle que si $C_{i,k}(x) > 0$ alors cette charge restera positive pour les années de développement à venir. Donc pour prédire, pour l'année de survenance $i > I - J$ à l'ultime I ayant l'information \mathcal{F}_I , on peut se focaliser dans ce cas sur les caractéristiques x avec $C_{i,I-i}(x) = 0$. Pour ces caractéristiques x , on définit la partie inférieure du triangle par $j + i > I$:

$$C_{i,j}^* = \sum_{x : C_{i,I-i}(x) = 0} C_{i,j}$$

On suppose que l'approximation suivante est raisonnable pour $i + j > I$:

$$C_{i,j}^* \approx C_{i,I-i}(x) \prod_{l=I-i}^{j-1} g_l^{(i)}$$

Pour des paramètres donnés $g_{I-i}^{(i)}, \dots, g_{J-1}^{(i)}$. Donc pour estimer l'ultime $C_{i,J}^*$ des caractéristiques x tel que $C_{i,I-i}(x) = 0$, on choisit la grandeur $C_{i,I-i} = \sum_{x \in \mathbf{X}} C_{i,I-i}(x)$, qui est \mathcal{F}_I mesurable, et on la projette à la dernière année de développement J à l'aide des facteurs $g_{I-i}^{(i)}, \dots, g_{J-1}^{(i)}$ qui dépendent de l'année de survenance i .

Comment sont estimés les facteurs $g_{I-i}^{(i)}, \dots, g_{J-1}^{(i)}$?

On définit l'ensemble des "sinistres à charge nulle" pour l'année de survenance $1 \leq k \leq i$ à un développement $I - i$ par :

$$\mathbf{X}_k^{(i)} = \{x \in \mathbf{X}, C_{k, I-i}(x) = 0\}$$

Ceci nous permet de décrire la charge totale $C_{k,j}^{(*i)}$ pour ces "sinistres à charge nulle" à un développement $j > I - i$ par :

$$C_{k,j}^{(*i)} = \sum_{x \in \mathbf{X}_k^{(i)}} C_{k,j}(x)$$

Des estimateurs naturels pour les facteurs de "Chain Ladder" $g_{I-i}^{(i)}, \dots, g_{J-1}^{(i)}$ sont donnés par :

$$\hat{g}_{I-i}^{(i)} = \frac{\sum_{k=1}^{i-1} C_{k, I-i+1}^{(*i)}}{\sum_{k=1}^{i-1} C_{k, I-i}}$$

et pour $I - i \leq j \leq J$:

$$\hat{g}_j^{(i)} = \frac{\sum_{k=1}^{I-j-1} C_{k, j+1}^{(*i)}}{\sum_{k=1}^{I-j-1} C_{k, j}}$$

En supposant que tous les dénominateurs sont strictements positifs, alors l'estimateur de l'ultime pour ce type de caractéristiques a un temps I :

$$\hat{C}_{i,J}^{*} = C_{i, I-i} \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{g}_j^{(i)}$$

Ceci achève les deux cas, il est temps d'agréger le tout pour constituer une réserve pour nos différentes victimes.

Cas général :

Notre modèle à ce stade traite tous les cas que ce soit de manière individuelle ou de manière agrégée. L'ultime pour une année de survenance $i > I - J$ à l'instant I est donnée par :

$$\hat{C}_{i,J} = \sum_{x \in \mathbf{X}} C_{i, I-i}(x) \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{f}_j(x) + C_{i, I-i} \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{g}_j^{(i)}$$

Avec les $\hat{f}_j(x)$ sont estimés en utilisant le réseau de neurones optimal, optimisant $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}^{(j)}$ pour toutes les années de développement $j = 1, \dots, J$. Ainsi, nous pouvons définir la provision du réseau de neurones à l'ultime I pour chaque année de survenance $i > I - J$ par :

$$\hat{R}_i^{NN} = \hat{C}_{i,J} - C_{i, I-i} = \sum_{x \in \mathbf{X}} C_{i, I-i}(x) \prod_{j=I-i}^{J-1} (\hat{f}_j(x) - 1) + C_{i, I-i} \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{g}_j^{(i)}$$

Ainsi ceci clôt le modèle de Wüthrich.

Toutefois, le modèle de Wütrich [1] suppose que les caractéristiques de la victime sont constantes dans le temps, c'est à dire que l'état de la victime ne peut ni s'aggraver ni s'améliorer, ce qui est loin d'être le cas. Le prochain chapitre sera consacré au modèle que nous avons construit en nous inspirant du modèle de Wüthrich tout en essayant de remédier au problème de stabilité des caractéristiques de la victime. Ce modèle sera surnommé par la suite : modèle variant de Wütrich.

7.1 Mise en as if

Les méthodes de projection de charge à l'ultime sont basées sur l'historique. Donc la qualité des données est une obligation, et ainsi le passé sera représentatif du futur. La cadence de développement de la sinistralité en Responsabilité Civile Corporelle automobile est très longue, au bout de 11 ans certains sinistres pouvant ne pas être totalement réglés. Une étape importante serait de mettre les montants dans nos bases de données en "as-if" c'est à dire appliquer un vecteur qui prendra en compte l'inflation monétaire mais aussi l'inflation "hors monétaire" propre aux sinistres corporels. L'inflation hors monétaire propre aux sinistres corporels peut être due à l'augmentation du prix des prothèses suite aux avancées technologiques ou du coût horaire de l'assistance-tierce personne par exemples. Pendant cette période on peut aussi avoir eu des chocs (réglementaires, jurisprudentiels...).

Il existe plusieurs méthodes permettant de déterminer le coût du sinistre s'il était survenu l'année étudiée c'est à dire mettre les sinistres en "as-if". On cite [21] :

- Evolution des salaires
- Indice des prix à la consommation
- Evolution des coûts moyens de sinistres
- Indice de santé
- Indice FFSA de l'inflation des sinistres corporels

L'indice de santé est corrélé à l'âge de la population, il est donc difficilement exploitable.

L'indice FFSA doit tenir compte de tous les effets des changements juridiques et réglementaires. Il modélise l'inflation du coût moyen RC corporels comme étant 2,18 fois l'indice des salaires lié aux activités de la santé. Celui-ci semble plus pertinent car il dissocie l'effet inflation des autres facteurs comme la gravité de l'accident observée dans les coûts moyens. Ainsi, nous ne conservons que l'effet associé à l'inflation propre à la garantie.

$$\text{Indice FFSA} = 2.18 \times \Delta \text{Indice des salaires de base en santé}$$

Pour le calcul, on prend l'indice des salaires mensuels de base - Administration publique, enseignement, santé humaine et action sociale de l'INSEE [22]. Cet indice est trimestriel, puisqu'on s'intéresse à l'évolution annuelle de cet indice, on considère l'indice de fin d'année c'est à dire au 4^{eme} trimestre. De plus, l'indice le plus récent à notre disposition date du 4^{eme} trimestre 2017, et vu que nous voulons nous mettre dans une vision à fin 2020, on projette les évolutions annuelles avec un taux = 4.30%.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Indice T4	92,2	95	96,2	98,1	100	101,2	102,7	104,2	105,7
Δ annuelle		3,0%	1,3%	2,0%	1,9%	1,2%	1,5%	1,5%	1,4%
Indice FFSA		6,6%	2,8%	4,3%	4,2%	2,6%	3,2%	3,2%	3,1%

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Indice T4	106,7	107,8	108,7	109,5	110,7	115,5	120,4	125,6
Δ annuelle	0,9%	1,0%	0,8%	0,7%	1,1%	4,3%	4,3%	4,3%
Indice FFSA	2,1%	2,2%	1,8%	1,6%	2,4%	9,4%	9,4%	9,4%

TABLE 7.1: Calcul Indice FFSA

7.2 Le modèle

Le modèle de Wüthrich présente plusieurs limites :

- L'année de survenance n'est pas prise comme caractéristique (tout comme Chain Ladder).
- La taille de neurone est fixe pour tous les développements ce qui est une restriction car on n'a pas la même abondance de données par développement.
- La fonction de coût suggère une structure gaussienne, du fait que celle-ci se rapproche de la statistique : déviance gaussienne. Il faut voir les queues de distribution de nos données.
- Le choix de la fonction d'activation est par défaut la fonction tangente hyperbolique, il se peut que d'autres fonctions soient adaptées.
- Le choix de q peut être fait sur la base de validation selon un indicateur.
- Le calcul du gradient peut être fait à des degrés supérieurs avec le développement de Taylor
- Les caractéristiques propres à la victime sont considérées constantes dans le temps.

On note par :

- i : année de survenance
- I : année de survenance la plus récente
- j : année de développement
- J : Le développement le plus long
- p : nombre de variables explicatives (caractéristiques associées à la victime)
- x_j : le vecteur de taille p regroupant les caractéristiques de la victime au développement j .
- X_j : ensemble de toutes les combinaisons possibles pour les variables explicatives au développement j : $\mathbf{X} = \{x_j = (x_{j,1}, \dots, x_{j,p})\}$
- $C_{i,j}(x_j)$: la charge cumulée pour la victime x de survenance i à l'année de développement j

On assume l'existence de facteurs $f_0(x_0), \dots, f_{J-1}(x_{J-1}) > 0$ tel que :

$$C_{i,j}(x_j) = f_{j-1}(x_{j-1}) C_{i,j-1}(x_{j-1})$$

On fait les mêmes hypothèses que le modèle de Wüthrich [1] tout en faisant varier la caractéristique de la victime selon l'année de développement.

2 cas se présentent :

Cas 1 : $C_{i,j-1}(x_{j-1}) > 0$

La deuxième hypothèse du modèle donne :

$$\mathbb{E}[C_{i,j}(x_j) | \mathcal{F}_{i+j-1}] = f_{j-1}(x_{j-1})C_{i,j-1}(x_{j-1})$$

Les facteurs $f_{j-1} : \mathbf{X}_{j-1} \rightarrow \mathbb{R}_+$ avec un réseau de neurones avec une couche cachée. Un réseau de neurones est construit à chaque développement avec comme sortie les facteurs et les caractéristiques projetés du développement précédent au développement suivant. La taille de la sous-couche cachée varie d'une année de développement à une autre. Les paramètres de ces réseaux sont trouvés par l'algorithme du gradient descendant vu auparavant. La taille de la sous-couche cachée de chaque réseau est déterminée en minimisant des indicateurs sur la base validation.

Cas 2 : $C_{i,j-1}(x_{j-1}) = 0$

Ici aussi on peut se focaliser sur les caractéristiques x_{I-i} avec $C_{i,I-i}(x_{I-i}) = 0$. Pour ces caractéristiques x_{I-i} , on définit la partie inférieure du triangle par $j + i > I$:

$$C_{i,j}^* = \sum_{x_{I-i} : C_{i,I-i}(x_{I-i})=0} C_{i,j}$$

On suppose que l'approximation suivante est raisonnable pour $i + j > I$:

$$C_{i,j}^* \approx C_{i,I-i}(x_{I-i}) \prod_{l=I-i}^{j-1} g_l^{(i)}$$

Avec les paramètres $g_{I-i}^{(i)}, \dots, g_{j-1}^{(i)}$ estimés de la même manière que pour la méthode de Wüthrich.

Troisième partie

Application de ces méthodes à la projection de charges

Cette partie va être consacrée à la présentation des résultats obtenus pour la projection des charges via les quatre modèles précédemment présentés. On attachera une importance particulière aux calibrages car il s'agit d'une étape primordiale. On présente, ensuite, les résultats de projection obtenus via la méthode de Chain-Ladder, via la méthode Allianz France et via les deux méthodes Wütrich [1] et sa variante.

8.1 Chain Ladder

La méthode de Chain-Ladder est expliquée dans le chapitre 6. Cette sous-section est consacré au calibrage de cette méthode sur notre jeu de données.

Les montants doivent être agrégés en triangle cumulé par année de survenance et par année de développement. Puisque le triangle est cumulé et que dès qu'une victime est close elle disparaît des bases de données. On crée les variables suivantes :

- Identifiant : permettant d'identifier une victime de manière unique.
- Année de développement : Pour chaque victime, l'année de développement représente l'année où on se place pour observer cette victime.
- Année de survenance : On calcule cette variable à partir de la date de survenance.

En agrégeant toutes les bases, on obtient une base générale où une victime pourrait apparaître plusieurs fois mais aura des années de développement différentes. Dans un premier temps, on enlève les sinistres survenus avant 2005 car ils ne sont pas concernés par notre périmètre. Ensuite, on agrège les charges des victimes pour toutes les années de survenance et développement pour obtenir, ainsi, le triangle des charges cumulées.

Le choix de construire des triangles de charge au lieu de triangles de règlements vient du fait que les sinistres corporels sont à développement long : les règlements ne sont pas représentatifs de la gravité du sinistre. Considérons, par exemple, la situation suivante : soit un sinistre survenu en 2005 et évalué à 1mn d'€, un règlement de 1000 € a été effectué pour ce sinistre. Il est clair que ce montant n'est pas représentatif de la gravité du sinistre.

On rappelle qu'on a un historique de 16 ans (de 2005 à 2020). Le triangle représenté dans la table 8.1 est obtenu.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	95	137	149	144	140	138	134	137	141	141	138	141	141	142	139	140
2006	63	120	133	137	137	138	138	143	146	143	144	143	142	142	140	
2007	66	96	110	117	120	120	124	125	126	127	127	127	127	127		
2008	72	107	115	119	121	121	122	122	123	123	121	119	118			
2009	66	94	108	111	114	118	119	117	118	122	122	123				
2010	65	100	105	108	107	112	113	114	115	115	117					
2011	48	77	95	100	105	109	113	114	115	116						
2012	51	88	95	101	103	107	109	111	118							
2013	44	78	92	102	113	119	123	125								
2014	47	88	103	118	130	141	147									
2015	59	99	111	124	137	140										
2016	49	111	122	133	142											
2017	56	104	112	123												
2018	56	115	138													
2019	53	117														
2020	32															

TABLE 8.1: Triangle de charges cumulées en mns d'€

Les données historiques sont retraitées en mettant les charges en «as-if» afin de considérer les sinistres comme s'il survenaient en 2020. Le triangle dans la table 8.2 est obtenu.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	169	228	241	227	215	207	199	200	203	200	196	198	197	198	202	202
2006	104	194	207	208	203	201	198	201	203	197	196	195	193	203	200	
2007	108	149	165	172	174	170	173	173	174	173	173	173	179	176		
2008	111	160	168	170	170	167	165	163	164	163	160	164	161			
2009	99	137	153	152	155	157	157	154	154	159	165	165				
2010	95	141	144	145	141	146	146	147	146	148	148					
2011	67	105	126	131	136	140	143	144	146	145						
2012	69	116	123	129	130	134	136	138	141							
2013	58	102	117	128	140	146	148	144								
2014	61	112	129	145	158	166	164									
2015	75	124	136	149	158	153										
2016	60	137	147	151	152											
2017	69	125	125	129												
2018	66	126	140													
2019	58	117														
2020	32															

TABLE 8.2: Triangle de charges en "as-if" cumulées en mns d'€

On rappelle que dans un triangle il y a 3 dimensions :

- La dimension ligne : c'est la vision année de survenance
- La dimension colonne : c'est la vision année de développement
- La dimension diagonale : c'est la vision année d'observation

Afin de rendre les années d'observation comparable entre elles, la mise en «as if» s'effectue sur la dimension diagonale.

Les facteurs obtenus par la méthode de Chain-Ladder sont données dans la table 8.9 suivante :

Année de développement	1	2	3	4	5	6	7	8
facteur "as if"	1,6334	1,0846	1,0281	1,0109	1,0058	0,9964	1,0002	1,0068
facteur	1,7249	1,1204	1,0609	1,0379	1,0283	1,0140	1,0134	1,0188

Année de développement	9	10	11	12	13	14	15
facteur "as if"	0,9965	0,9980	1,0049	1,0009	1,0125	1,0030	0,9963
facteur	1,0032	0,9982	1,0032	0,9962	0,9998	0,9848	1,0060

TABLE 8.3: Facteurs de Chain Ladder calculés sur les deux triangles de charges

L'évolution de ces facteurs est reorésentée dans la figure 8.1 ci-dessous :

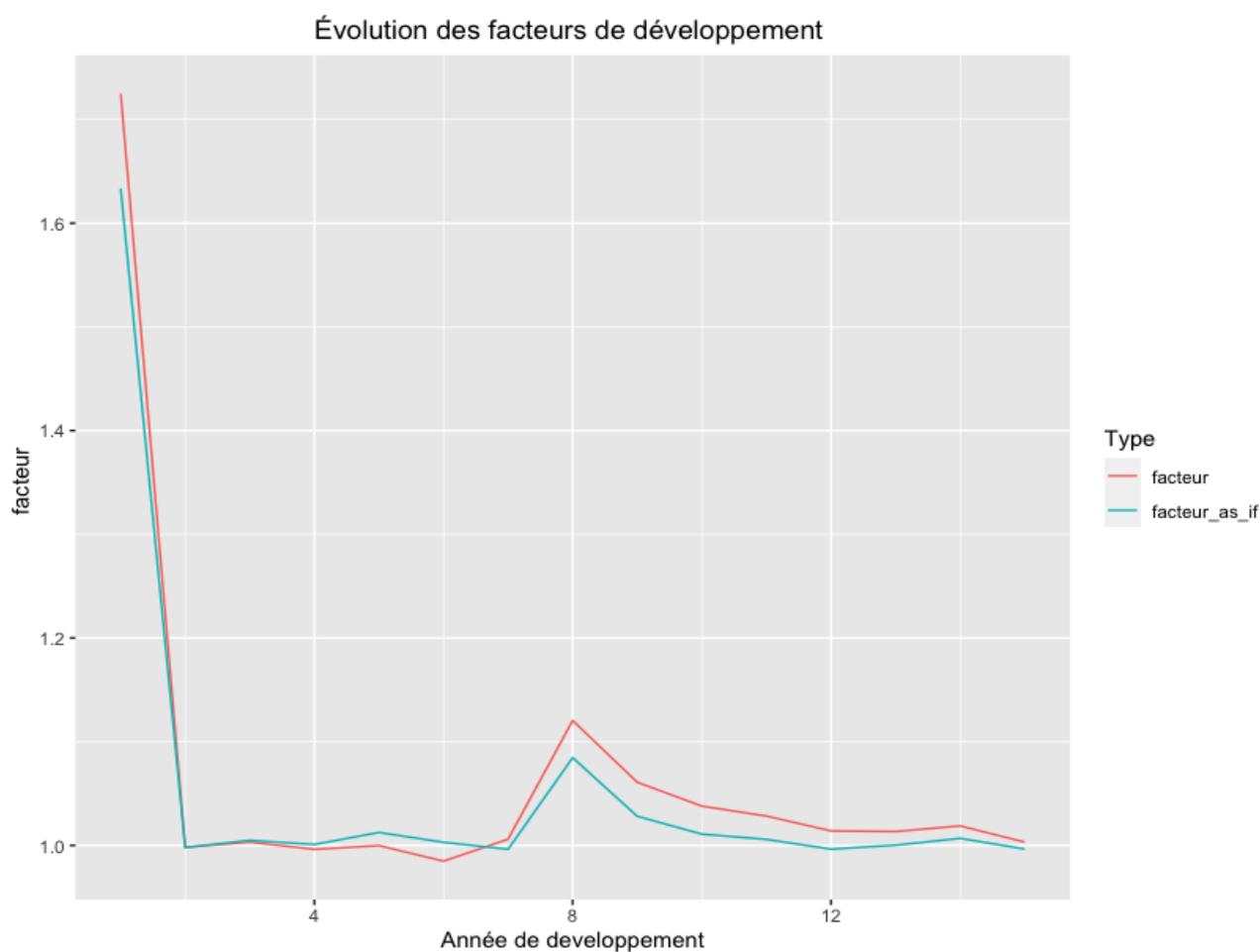


FIGURE 8.1: Évolution des facteurs de Chain Ladder

La tendance est la même pour les facteurs de Chain Ladder que la charge soit mise en "as-if" ou non. Le premier facteur est plus grand que les autres, ceci est dû aux tardifs usuellement déclarés à la deuxième année de développement. On remarque, après, une forte diminution des facteurs avant de commencer à se stabiliser autour de 1 au delà de la 4ème année de développement. Un pic au cours de la 8ème année de développement est apparent pour les deux facteurs. Les facteurs traduisant une augmentation de charge (> 1) sont plus nombreux que ceux traduisant une diminution de charge (< 1), donc on pourrait avoir l'intuition que la charge ultime serait plus importante que la charge observée (la diagonale).

On remarque une sorte de tendance sans pour autant pouvoir l'expliquer. Le calibrage de la méthode suivante, celle d'Allianz France, permet non seulement de séparer les victimes graves des attritionnels, mais également de faire la distinction entre les victimes connu par le système de celles n'ayant toujours pas déclarer leurs sinistres.

8.2 La méthode Allianz France

Bien que les charges soient agrégées, dans cette méthode on fait la distinction entre les sinistres graves et les sinistres attritionnels. De plus, une nouvelle notion est utilisée, celle d'année de passage en grave. Pour pouvoir effectuer cette méthode, on calcule, pour chaque base annuelle une variable de type booléen qui permet de déterminer si une victime est grave ou non, c'est à dire si sa charge est évaluée à plus de 500 k €. Ensuite, comme dans la méthode précédente, on crée une base générale regroupant les données de toutes les victimes et la variable booléenne, indiquant si la victime est catégorisée grave ou non, à tous les développement.

Dans un premier temps, le triangle résumant le nombre de graves par année de survenance est construit dans la table 8.4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	33	42	49	45	38	37	36	36	37	37	34	34	33	33	32	33
2006	20	37	43	38	36	32	34	37	37	36	37	37	37	38	37	
2007	25	28	27	29	26	23	25	25	27	27	28	28	28	27		
2008	31	41	41	41	41	38	41	41	43	42	41	40	40			
2009	25	38	40	43	43	43	41	41	41	41	41	43				
2010	18	26	26	28	28	30	29	30	29	29	29					
2011	16	25	31	30	32	35	33	32	34	33						
2012	15	21	20	22	24	29	28	27	31							
2013	6	17	21	24	26	33	37	35								
2014	11	19	23	31	33	42	44									
2015	11	26	27	31	33	33										
2016	12	35	36	39	44											
2017	17	28	29	35												
2018	19	43	54													
2019	10	32														
2020	8															

TABLE 8.4: Nombre de victimes graves par année de survenance

La notion de gravité est liée à la charge évaluée. Aujourd'hui un sinistre est grave si sa charge est supérieure à 500k €, en 2005, vu l'évolution du contexte économique, ce seuil sera forcément plus bas. C'est pourquoi, on reconstruit le triangle de nombre de graves après avoir passé les charges en "as-if".(Voir table 8.5)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	43	58	67	58	56	56	52	53	54	53	50	52	51	51	51	52
2006	28	51	58	55	51	49	48	49	50	49	50	48	48	56	55	
2007	29	45	49	52	50	46	48	46	49	50	49	47	50	48		
2008	33	48	51	51	48	47	49	47	50	49	49	47	48			
2009	30	49	54	52	51	53	51	54	53	53	52	53				
2010	21	31	31	33	33	35	36	36	35	35	35					
2011	20	34	43	38	38	41	41	41	44	43						
2012	21	28	28	31	28	36	35	35	35							
2013	8	21	22	25	28	34	40	37								
2014	11	24	32	42	44	48	49									
2015	13	32	32	37	40	35										
2016	13	37	38	41	45											
2017	19	32	31	35												
2018	19	51	54													
2019	10	32														
2020	8															

TABLE 8.5: Nombre de victimes graves par année de survenance

On voit bien qu'avant mise en "as-if" pour les anciennes années de survenances, le nombre de graves était sous estimé.

Pour toutes les étapes suivantes on considérera les charges mises en "as-if".

L'application de la méthode de Chain-Ladder sur ce triangle de nombre produit les facteurs de développement suivants :

Année de développement	1	2	3	4	5	6	7	8
facteur	1,8019	1,0906	1,0261	0,9942	1,0278	1,0090	0,9950	1,0249

Année de développement	9	10	11	12	13	14	15
facteur	0,9910	0,9862	0,9880	1,0155	1,0403	0,9907	1,0196

TABLE 8.6: Facteurs de Chain Ladder calculés sur le triangle de nombre de grave par année de survenance

Le facteur de Chain Ladder est important pour passer de la première année de développement à la deuxième, puis ce facteur connaît une sorte de stabilité, tantôt décrivant une augmentation (> 1) tantôt une diminution (< 1). On ne peut pas trancher, à ce stade, si l'ultime sera supérieur ou inférieur au nombre observé à la seule vue de ces facteurs sans les appliquer.

Ensuite, on construit un triangle de charges mais par année de passage en grave. Pour ce faire, on exploite la variable booléenne évoquée précédemment. Cette dernière peut être défini ainsi : Pour toute victime k , à chaque développement $j \in \{1, \dots, 16\}$

$$bool_j(k) = \mathbb{1}_{\{\text{la victime } k \text{ est catégorisée grave au développement } j\}}$$

L'année de passage en grave, si elle existe, représente le premier développement pour lequel on observe une charge supérieure à 500k €. On traduit ceci, pour toute victime k , par :

$$\text{année_passage_grave}(k) = \text{année_survenance}(k) + \mathbb{1}_{\{\sum_{j=1}^{16} bool_j(k) > 0\}} \times \min\{j | bool_j(k) = 1\}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	109	103	98	87	78	71	66	65	67	65	63	64	64	64	65	63
2006	56	78	77	72	65	61	53	53	52	48	47	47	47	47	47	
2007	60	106	119	112	102	95	94	95	96	94	91	92	89	91		
2008	67	84	84	80	77	71	70	68	67	66	62	62	61			
2009	56	65	70	61	63	61	59	53	54	53	53	50				
2010	52	66	69	67	60	58	54	50	49	48	50					
2011	28	51	54	54	55	55	55	53	51	49						
2012	32	53	56	60	52	54	60	63	64							
2013	19	39	51	49	53	54	55	57								
2014	24	48	52	58	58	61	62									
2015	38	40	43	46	45	49										
2016	25	50	50	51	54											
2017	34	94	97	98												
2018	32	56	55													
2019	27	69														
2020	16															

TABLE 8.7: Triangle de charge de graves par année de passage en grave en mns d'€

Pour ce triangle, les facteurs de développement ci-dessous sont obtenu :

Année de passage en grave	1	2	3	4	5	6	7	8
facteur	1,5229	1,0431	0,9728	0,9581	0,9719	0,9791	0,9853	0,9979

Année de passage en grave	9	10	11	12	13	14	15
facteur	0,9704	0,9801	0,9966	0,9865	1,0072	1,0077	0,9732

TABLE 8.8: Facteurs de Chain Ladder calculés sur le triangle de charge grave par année de passage en grave

L'interprétation de ces facteurs change avec la notion d'année de passage en grave. On remarque qu'il y a plus de facteurs traduisant une diminution que de facteurs traduisant une augmentation, on peut donc avoir l'intuition d'obtenir des ultimes par année de passage en grave inférieurs aux charges observées par année de passage en grave.

Une fois ces ultimes calculés par année de passage en grave, il faut les transformer par année de survenance. Pour ce faire, on remplit le tableau 8.9 (on ne montrera qu'un extrait pour pouvoir comprendre la mécanique) :

reported grv	AY	NB	Total	Rate	Ult	Obs
2005	2005	43	43	100,00%	63	63
2006	2005	20	48	41,67%	19	20
	2006	28	48	58,33%	27	28
2007	2005	11	66	16,67%	15	15
	2006	26	66	39,39%	35	36
	2007	29	66	43,94%	39	40
2008	2005	1	65	1,54%	1	1
	2006	11	65	16,92%	10	10
	2007	20	65	30,77%	19	19
	2008	33	65	50,77%	31	31
2009	2005	3	61	4,92%	2	2
	2006	3	61	4,92%	2	2
	2007	7	61	11,48%	6	6
	2008	18	61	29,51%	14	15
	2009	30	61	49,18%	24	24
2010	2005	1	59	1,69%	1	1
	2006	3	59	5,08%	2	3
	2007	7	59	11,86%	6	6
	2008	6	59	10,17%	5	5
	2009	21	59	35,59%	17	18
	2010	21	59	35,59%	17	18
2011	2005	3	59	5,08%	2	3
	2006	2	59	3,39%	2	2
	2007	3	59	5,08%	2	3
	2008	5	59	8,47%	4	4
	2009	10	59	16,95%	8	8
	2010	16	59	27,12%	13	13
	2011	20	59	33,90%	16	17

TABLE 8.9: Mécanique de passage en ultime par année de passage en grave en ultime par année de survenance

Avec :

- reported grv : année de passage en grave
- AY : *accident year* ou année de survenance
- NB : le nombre de victimes
- Total : le nombre totale par année de passage en grave
- Rate : le pourcentage en nombre de l'année de survenance par rapport à l'année de passage en grave
- Ult : la charge ultime de grave en millions d'euros
- Obs : la charge de grave observé en millions d'euros

Ce tableau est construit jusqu'à l'année de passage en grave 2020. Pour chaque année de passage en grave, il y a plusieurs années de survenance possibles. Pour chaque année de passage en grave et chaque année de survenance, on calcule le nombre de victimes, puis le pourcentage que représente ce nombre par rapport au nombre total par année de passage en grave. Enfin, on applique ce facteur à l'ultime obtenu par année de passage en grave pour obtenir l'ultime par année de survenance par année de passage en grave (de même pour l'observé). Ainsi, on peut obtenir les ultimes par année de survenance en sommant sur toutes les années de passage en grave possibles pour chaque année de survenance.

Ayant obtenu les IBNER grave (les ultimes calculés précédemment), on peut calculer un coût moyen en rapportant cet ultime au nombre de victimes par année de survenance. On applique ce coût moyen au nombre de tardifs graves obtenus par différence entre l'ultime calculé sur le triangle de nombre de grave et l'observé de ce triangle même, on obtient ainsi les IBNYR grave. Enfin en sommant les IBNER grave et les IBNYR grave, on obtient les IBNR grave. On passe maintenant au traitement des attritionnels.

Les deux seules entrées restantes nécessaires pour mener à bien cette méthode c'est la construction de deux triangles de charges : le triangle de charge grave par année de survenance et le triangle de charge totale par années de survenance. Le triangle de charge grave a été construit en suivant la notion de "grave un jour, grave toujours" c'est à dire si la charge maximale atteinte par une victime est supérieure au seuil de gravité, la victime sera considérée comme grave, sinon, comme attritionnelle. Cela signifie que les victimes peuvent monter de tranches de gravité mais ne peuvent pas redescendre, même si leur charge subit un important dégonflement. La différence entre ces deux triangles permet de construire le triangle de charge, ci-dessous, des victimes attritionnelles par année de survenance.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	57	96	101	101	103	104	104	102	102	102	102	101	101	102	108	108
2006	47	83	90	95	96	97	96	96	95	95	95	94	95	100	99	
2007	46	80	90	95	99	100	101	99	100	99	99	100	105	104		
2008	45	71	81	87	89	92	91	91	91	91	91	96	95			
2009	41	69	78	82	84	86	85	86	85	86	91	90				
2010	42	68	73	77	79	81	81	82	83	87	87					
2011	40	62	69	75	79	81	82	84	89	88						
2012	38	63	70	75	78	80	82	85	85							
2013	38	59	67	73	78	79	83	83								
2014	37	60	67	72	77	81	81									
2015	36	58	68	76	81	82										
2016	35	58	66	73	75											
2017	36	64	69	75												
2018	34	57	59													
2019	33	50														
2020	21															

TABLE 8.10: Triangle de charge des attritionnels par année de survenance en mns d'€

Les facteurs de développement obtenus sur ce triangle sont :

Année de développement	1	2	3	4	5	6	7	8
facteur	1,6527	1,1032	1,0707	1,0374	1,0200	1,0060	1,0040	1,0053

Année de développement	9	10	11	12	13	14	15
facteur	1,0049	1,0092	1,0034	1,0134	1,0204	1,0248	0,9995

TABLE 8.11: Facteurs de Chain Ladder calculés sur le triangle de charge attritionnel

En comparant ces facteurs avec les facteurs obtenus dans la méthode de la sous section précédente, on remarque que :

Année de développement	6	9	10
facteur sur total	0,9964	0,9965	0,9980
facteur sur attri	1,0060	1,0049	1,0092

TABLE 8.12: Comparaison entre facteurs

On remarque que les facteurs traduisant une diminution en agrégeant les sinistres graves et attritionnels, traduisent une augmentation en traitant uniquement les attritionnels, donc cette diminution vient des sinistres graves.

Cette méthode ne nous en dit pas plus en détails sur les tendances remarquées sur les charges au cours de leur développement. L'objectif de la méthode suivante serait d'exploiter les données exogènes, autres que la charge observée, pour prédire les ultimes.

8.3 La méthode de Mario V.Wütrich

La grande base construite lors des méthodes précédentes va être exploitée pour cette méthode. On rappelle, que dans cette base on regroupe toutes les victimes à plusieurs années de développement, en partant de là pour chaque identifiant de victime on retrace l'historique de chaque victime en regroupant tous les règlements effectués, aussi en gardant comme variables, les variables explicatives citées dans le chapitre 4. On obtient une base de données :

ID	Jsurv	ansur	délais	CDSITVIC	TXAIPP	NBJJHOS	REG01	...	REG16	RAP01	...	RAP16
ABS20162044462	130	2005	15	1	5	2	100	...	300	500	...	300

FIGURE 8.2: Données utilisées pour le modèle de Wütrich

Ici nous donnons un exemple des données utilisées avec :

- ID : Identifiant permettant de retrouver la victime de manière unique
- Jsurv : Le jour de survenance du sinistre impliquant la victime
- ansur : L'année de survenance
- CDSITVIC : la situation de la victime (ouverte, close, sans suite, réouverte ou reclose)
- TXAIPP : Le taux d'AIPP évalué lors de la première année de développement
- NBJJHOS : Le nombre de jours d'hospitalisation évalué lors de la première année de développement.
- REG01 à REG016 : Les règlements effectués en € de la 1 ère année de développement à la 16 ème (le maximum de développement possible dans notre historique)
- RAP01 à RAP016 : Les restants à payer en € à la 1 ère année de développement jusqu'à la 16 ème. Cette grandeur est calculée par le service de l'indemnisation.

Grâce aux variables règlements et restant à payer, on calcul à chaque développement la charge de la victime en utilisant :

$$\text{Charge} = \text{Règlement} + \text{Restant à payer}$$

Aussi le pourcentage réglé avec la relation suivante :

$$\text{pourcentage réglé} = \frac{\text{Règlement}}{\text{Charge}}$$

Il est clair que cette dernière quantité évolue au fil du temps comme les montants évoluent, mais comme le modèle de Wütrich [1] considère comme statiques les caractéristiques des victimes au cours du temps. On prendra comme variable explicative sa première valeur connue.

On détaillera le calibrage du premier facteur de développement par caractéristique (le calcul des autres facteurs se fait de la même manière). On se place à la fin de la 1ère année de développement :

	1	2
2005	$c_{1,1}(x)$	$c_{1,2}(x)$
2006	$c_{2,1}(x)$	$c_{2,2}(x)$
2007	$c_{3,1}(x)$	$c_{3,2}(x)$
2008		
2009		
2010		
2011	•	•
2012	•	•
2013	•	•
2014		
2015		
2016		
2017		
2018		
2019		$c_{15,2}(x)$
2020	$c_{16,1}(x)$	$c_{16,2}(x)$

FIGURE 8.3: Représentation de la première étape du modèle

Pour chaque caractéristique différente x que peut avoir une victime, on part des charges observées au cours de la 1ère année de développement et on calibre un réseau de neurones permettant de trouver $f_1(x)$ pour pouvoir prédire la charge de la caractéristique considérée l'année de développement suivante. Pour ce faire, on ne prend pas l'année de survenance la plus récente car on n'a pas de charge connue le développement prochain. Ensuite, une fois ce facteur obtenu on pourra prédire la charge pour la caractéristique x pour la survenance la plus récente. Comme on l'a vu dans la partie où on présente la théorie du modèle de Wütrich, on prend uniquement les caractéristiques avec une charge non nulle lors de la 1ère année de développement. Le réseau de neurones pour retrouver ce facteur peut être représenté ainsi :

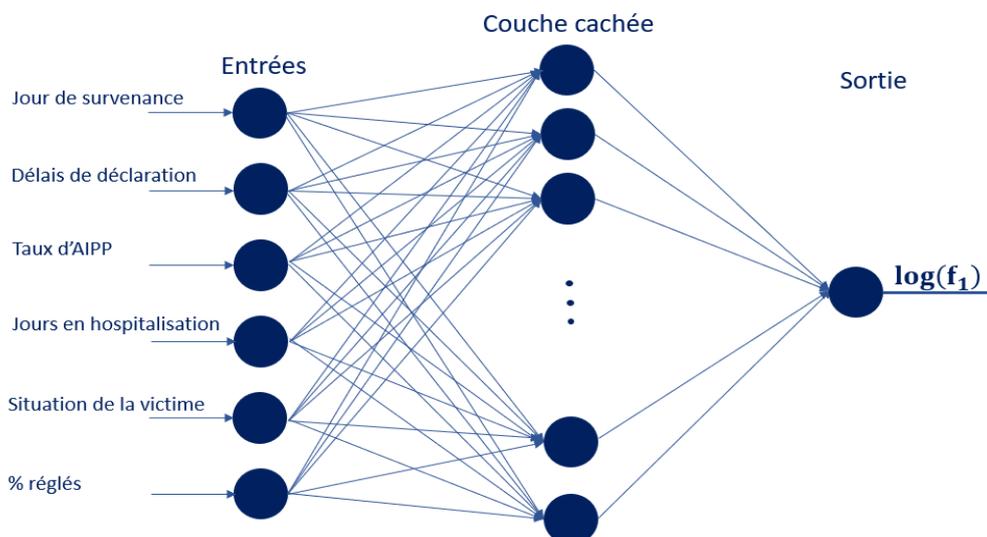


FIGURE 8.4: Représentation du réseau de neurones permettant d'obtenir le premier facteur

Avant d'essayer de calibrer le réseau de neurones plusieurs prétraitements sont nécessaires. Dans un premier temps, il y a deux problèmes auxquels il faut pallier (i) les variables explicatives qualitatives doivent être transformées en variables quantitatives, et (ii) toutes les variables quantitatives doivent être du même ordre de grandeur :

- (i) **Variable qualitative** : la variable reprenant la situation de la victime a 5 modalités possibles. On transforme cette variable en 5 variables quantitatives de types booléennes indiquant si oui ou non la victime a cette modalité :

CDSITVIC	Transformation				
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

TABLE 8.13: Transformation qualitative en quantitative

- (ii) **Variables quantitatives** : Un réseau de neurones apprend à partir de variables d'entrées pour obtenir la sortie. L'échelle et la distribution de la donnée peut différencier d'une variable à une autre. Cette différence peut augmenter la difficulté à modéliser le problème. Pour citer comme exemple, des entrées ayant des valeurs importantes vont mener à des poids importants et un modèle avec des poids consécutifs est généralement instable et donc peut souffrir d'une faible performance et d'une grande sensibilité aux entrées.

Une variable cible (la sortie) avec des valeurs dispersées peut mener à une erreur importante dans le gradient et donc des poids qui changent considérablement à chaque pas d'apprentissage et par la suite rendant le processus d'apprentissage instable. Donc, il est crucial d'effectuer des transformations sur les entrées et la sortie.

La fonction d'activation utilisée est la fonction tangente hyperbolique qui est à valeurs dans $[-1, 1]$.

Plusieurs transformations sont possibles, et cela dépendra de l'année de développement considérés. On choisira à chaque fois la transformation qui facilite le nombre de pas de convergence. Parmi ces transformations on cite :

$$x_l^* = 2 \frac{x_l - \min(x_l)}{\max(x_l) - \min(x_l)} - 1$$

$$x_l^* = \frac{x_l - \text{mediane}(x_l)}{\text{ecart_type}(x_l)}$$

$$x_l^* = \frac{x_l - \text{mediane}(x_l)}{\text{ecart_type}(x_l | x_l > q_{10\%}(x_l) \text{ et } x_l < q_{90\%}(x_l))}$$

Le fait de choisir la médiane au lieu de la moyenne revient à la non normalité des données. En effet la présence de valeurs extrêmes fera en sorte de condenser toutes les valeurs "normales" soit très proches après la transformation par la moyenne et les valeurs extrêmes très éloignées, ce qui rendra l'apprentissage du modèle plus difficile.

Pour effectuer à l'apprentissage de notre modèle on doit partager notre base de données en base apprentissage et base validation :

- Base apprentissage : 75% de nos données
- Base validation : 25% de nos données

Il ne faut pas prendre à la légère cet échantillonnage car les échantillons doivent être représentatifs de la base de données globale. Pour vérifier ceci on fait varier la graine, on échantillonne et on vérifie si les moyennes des variables et les écarts types dans les deux bases sont (presque) identiques.

Le choix de la taille de la sous-couche est primordiale pour calibrer le modèle. Dans son article, Mario V. Wütrich [1] fixe cette taille à $q=20$, mais ceci est approprié à son jeu de données et pas forcément au nôtre. Typiquement, q ne doit pas être trop petit car sinon la fonction résultante serait trop simple et la méthode de gradient descendant peut se retrouver piégé dans des points de selles. C'est pourquoi, il faut donner à l'algorithme suffisamment de degré de liberté. Cependant, un modèle avec un q trop grand est plus enclin à l'*over-fitting*. L'expérience montre qu'un hyperparamètre q qui est environ 1 à 3 plus grand que la dimension de l'espace des caractéristiques d , est un bon choix. Dans notre cas $d=10$ (Taux d'AIPP, nombre de jours d'hospitalisation, délais de déclaration, jour de survenance, le pourcentage réglés et la situation de la victime qui a été transformée en 5 variables quantitatives), donc on va faire varier la taille de notre sous-couche cachée de 1 à 30 à chaque année de développement, le choix de la taille sera fait en optimisant des indicateurs pour valider un modèle de prédiction. Il s'agit du biais, le MAE, le RMSE, l'AIC et le BIC (voir annexe)

On fait varier la taille de la sous-couche cachée q et on calcule les grandeurs ci-dessus, on choisit la taille qui permet de minimiser ces grandeurs. Les résultats obtenus sont représentés par les figures 8.5 et 8.6.

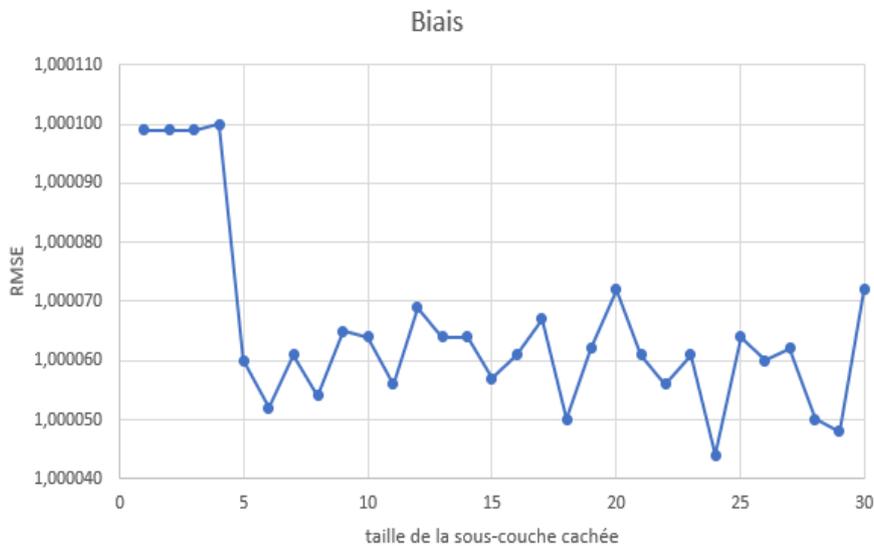


FIGURE 8.5: Biais en fonction de la taille de la sous-couche cachée

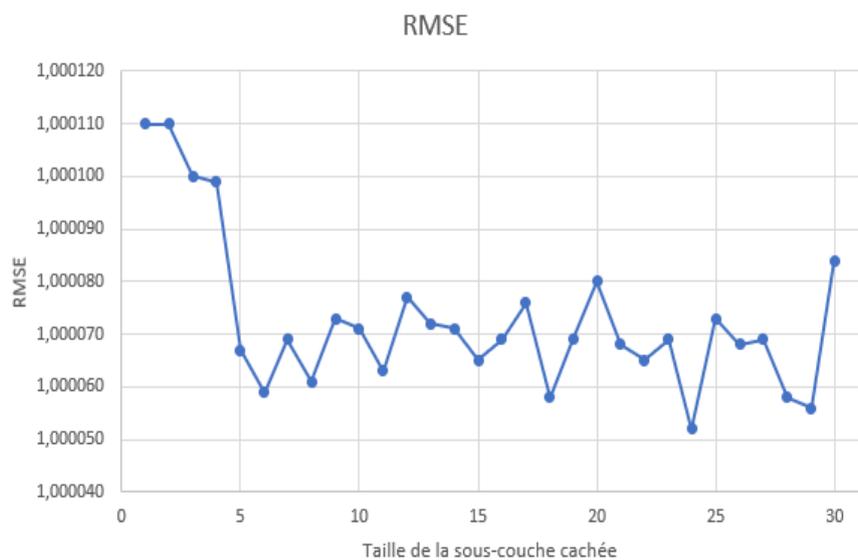


FIGURE 8.6: RMSE en fonction de la taille de la sous-couche cachée

L'indice RMSE fournit une indication par rapport à la dispersion ou la variabilité de la qualité de la prédiction. Le RMSE peut être relié à la variance du modèle.

Le compromis entre le biais et la variance d'un modèle. Le biais se rapporte à l'exactitude du modèle (*accuracy*) et la variance peut être comprise comme la précision du modèle (*precision*). Lorsque l'on crée un modèle, l'objectif est d'avoir le biais et la variance les plus faibles possibles pour s'assurer des meilleures estimations.

Le tableau 8.14 résume les résultats obtenus pour chaque taille de la sous-couche cachée.

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	1,000110	1,000099	1,000099	110,50	269,2	744
2	1,000110	1,000099	1,000099	113,70	301,1	519
3	1,000100	1,000099	1,000099	115,80	329,5	383
4	1,000099	1,000100	1,000100	121,04	457,3	329
5	1,000067	1,00006	1,00006	126,03	698,7	643
6	1,000059	1,000052	1,000052	150,08	835,4	4027
7	1,000069	1,000061	1,000061	174,06	972,0	9107
8	1,000061	1,000054	1,000054	198,05	1108,6	4561
9	1,000073	1,000065	1,000065	222,07	1245,3	2703
10	1,000071	1,000064	1,000064	246,09	1382,0	16660
11	1,000063	1,000056	1,000056	270,06	1518,6	5248
12	1,000077	1,000069	1,000069	294,11	1655,3	13511
13	1,000072	1,000064	1,000064	318,09	1791,9	12260
14	1,000071	1,000064	1,000064	342,09	1928,6	12769
15	1,000065	1,000057	1,000057	366,09	2065,2	3968
16	1,000069	1,000061	1,000061	390,10	2201,9	14932
17	1,000076	1,000067	1,000067	414,14	2338,6	14831
18	1,000058	1,000050	1,00005	438,09	2475,2	10202
19	1,000069	1,000062	1,000062	462,08	2611,8	10827
20	1,00008	1,000072	1,000072	486,11	2748,5	29457
21	1,000068	1,000061	1,000061	510,08	2885,1	21254
22	1,000065	1,000056	1,000056	534,14	3021,8	6832
23	1,000069	1,000061	1,000061	558,11	3158,5	13160
24	1,000052	1,000044	1,000044	582,13	3295,1	20058
25	1,000073	1,000064	1,000064	606,09	3431,7	44773
26	1,000068	1,00006	1,00006	630,12	3568,4	18762
27	1,000069	1,000062	1,000062	654,05	3705,0	35993
28	1,000058	1,000050	1,00005	678,10	3841,7	20784
29	1,000056	1,000048	1,000048	702,10	3978,4	8483
30	1,000084	1,000072	1,000072	726,16	4115,1	16118

TABLE 8.14: Indicateurs calculés par taille de la sous-couche cachée du réseau de neurones

La colonne Nbpas donne le nombre de pas de convergence de l'algorithme du gradient descendant pour trouver les poids optimaux. La taille de la sous-couche cachée 24 est une taille satisfaisante.

Le schéma suivant visualise l'étape à venir :

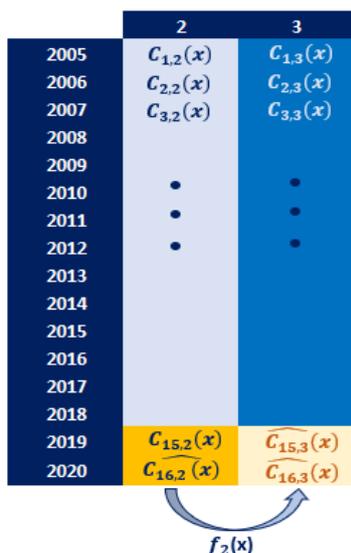


FIGURE 8.7: Représentation de la 2 ème étape du modèle

Une fois la taille de la première itération choisie, on applique le modèle dès lors construit afin de prédire la charge pour chaque caractéristique pour l'année de survenance 2020 au 2 ème développement. Cette dernière sera projetée par la suite avec le second modèle dont la taille de la sous-couche cachée sera choisie de la même manière et ainsi de suite.

Pour la première année de développement on obtient les résultats suivants (les résultats des autres années de développement sont en annexe 4) :

	1	2
2005	95 025 129 €	106 780 068 €
2006	62 643 003 €	95 887 937 €
2007	66 439 139 €	85 693 370 €
2008	71 669 682 €	99 132 259 €
2009	66 137 378 €	83 715 357 €
2010	65 431 718 €	88 529 677 €
2011	47 651 980 €	69 289 322 €
2012	50 755 498 €	76 695 375 €
2013	43 617 270 €	66 960 923 €
2014	47 378 055 €	74 219 681 €
2015	58 790 801 €	82 306 932 €
2016	48 494 519 €	87 734 495 €
2017	56 046 448 €	84 585 235 €
2018	55 554 043 €	86 692 633 €
2019	53 277 900 €	85 764 652 €
2020	32 137 462 €	58 776 414 €

TABLE 8.15: Résultats de la première projection via le modèle de Mario V.Wütrich

Les tailles de sous-couches cachée choisies pour les 15 réseaux de neurones évoluent ainsi :

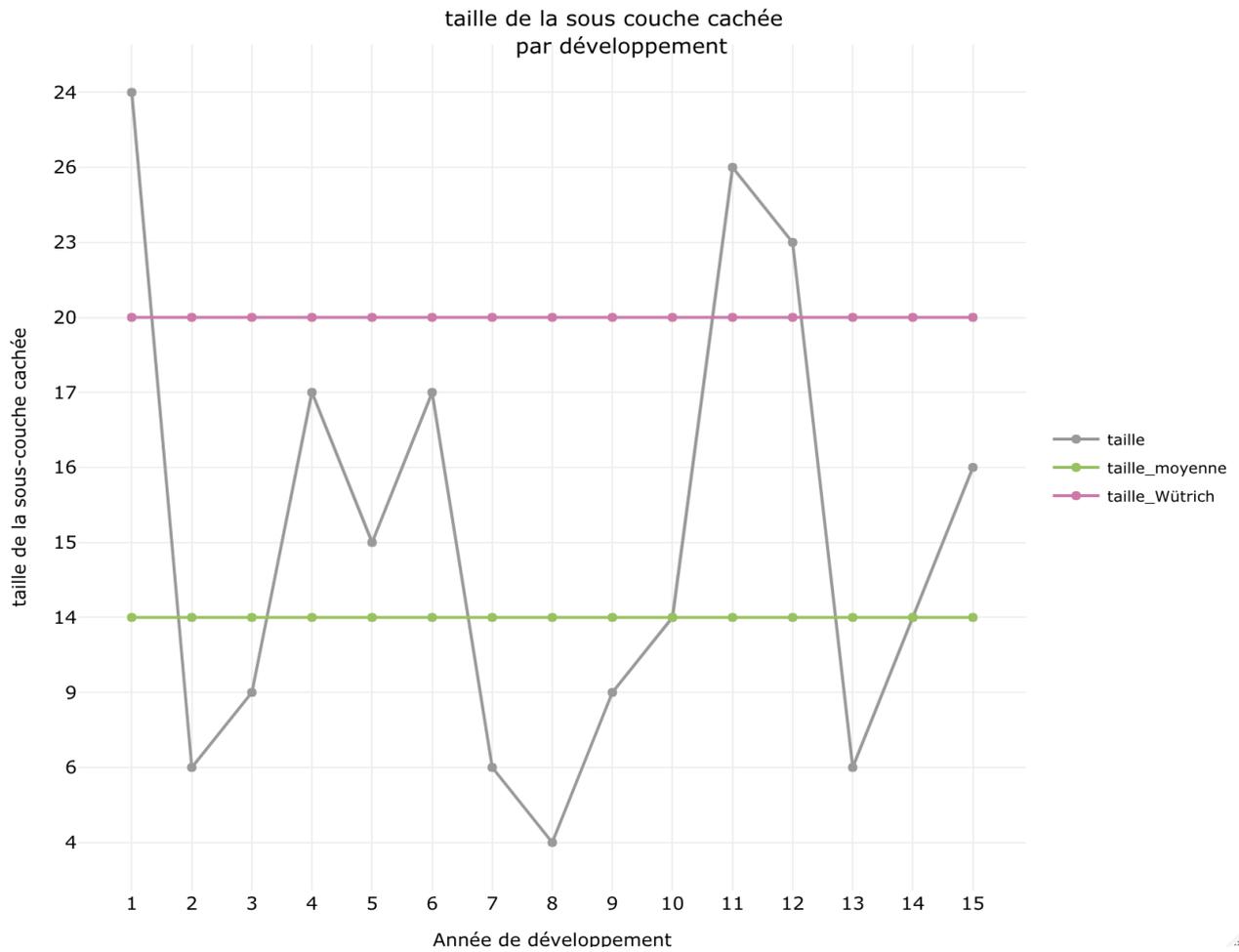


FIGURE 8.8: Évolution de la taille de la sous-couche cachée par développement

On voit bien que la taille de la sous-couche cachée optimale varie par année de développement. C'est pourquoi, l'hypothèse de Wütrich considérant une taille fixe pour tout développement, était une hypothèse simplifiante à améliorer.

L'apport du modèle de Wütrich c'est le pouvoir d'analyser le facteur de développement en fonction des variables explicatives et de dégager de certaines tendances.

Le taux d'AIPP étant la variable phare pour déterminer la gravité d'un sinistre interagit ainsi avec le facteur construit lors du 1^{er} développement par exemple :

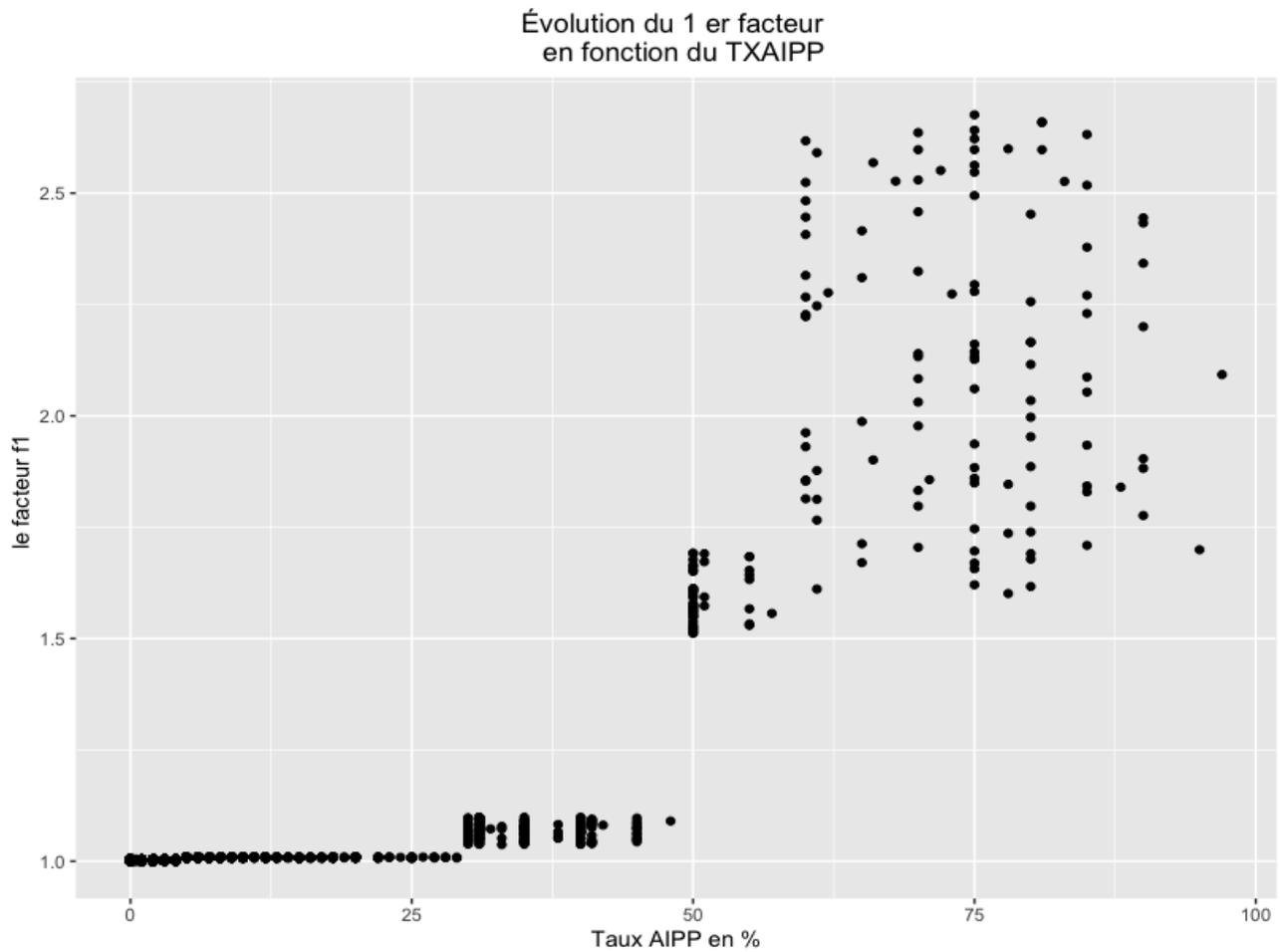


FIGURE 8.9: Évolution du 1^{er} facteur en fonction du taux d'AIPP

Comme on le voit, pour les faibles taux d'AIPP la charge ne connaît presque pas d'évolution entre les 2 premières années de développement. Plus le taux d'AIPP augmente plus le facteur prend des plus grandes valeurs sans être pour autant croissant, au delà d'un taux d'AIPP supérieur à 50% le facteur prend plusieurs valeurs allant de 1.3 jusqu'à 2.9. Ceci vient appuyer ainsi, le fait que le taux d'AIPP est un indicateur important pour décrire l'évolution de la charge.

Lorsqu'on regarde le facteur moyen de la 1 ère année de développement par tranche de taux d'AIPP (les tranches présentées lors de la section : Choix des variables explicatives) on obtient :

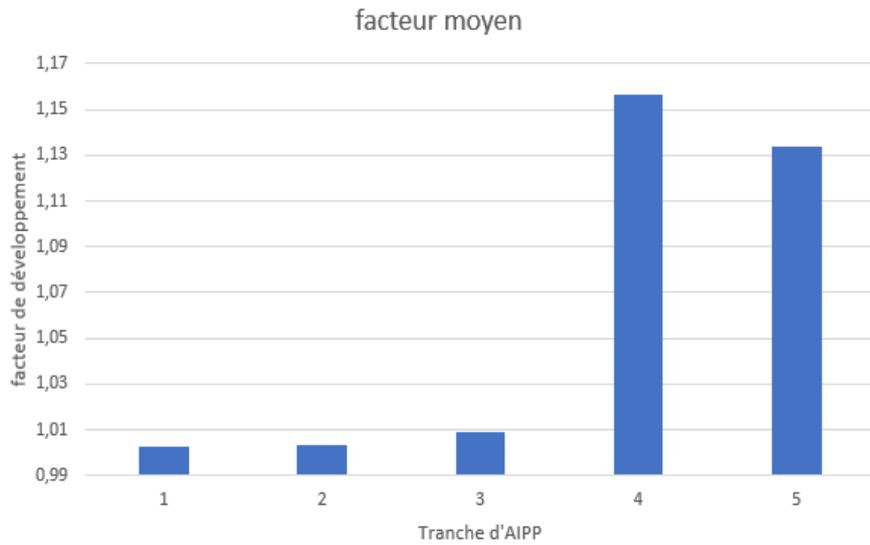


FIGURE 8.10: Facteur de la 1 année de développement moyen par tranche d'AIPP

Le facteur de développement moyen obtenu est en général plus important quand on passe à la tranche supérieure du taux d'AIPP. On remarque que le facteur moyen est plus important pour la tranche 4 que pour la tranche 5, ceci revient, peut être, au fait que lorsqu'on est dans un état très grave on est plutôt stable et la situation ne peut pas empirer.

On a vu dans le choix des variables explicatives que la situation de la victime est liée à la gravité d'un sinistre :

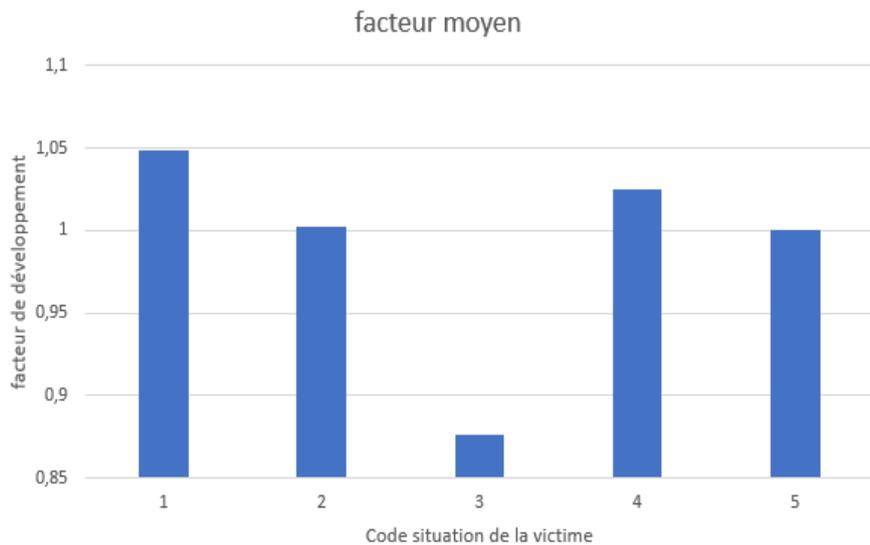


FIGURE 8.11: Facteur de la 1 année de développement moyen par code de la situation de la victime

On rappelle que :

- 1 : La victime a un dossier ouvert et évalué
- 2 : La victime a un dossier clos
- 3 : La victime a un dossier sans suite
- 4 : Le dossier de la victime a été réouvert
- 5 : Le dossier de la victime a été reclos

Comme on le voit, le facteur moyen traduit une évolution pour les victimes ayant un dossier encore ouvert. Lorsque le dossier est sans suite, la charge tend à passer à zéro le développement prochain la plupart du temps d'où le facteur moyen petit par rapport aux autres situations de la victime. Les réouvertures présentent aussi une augmentation de la charge lors du 1^{er} développement.

Le choix du nombre de jours d'hospitalisation comme variable explicative paraissait ambigu, au vu que cette variable semblait comporter la même information que le taux d'AIPP. La figure 8.12 confirme l'intérêt de choisir cette variable.

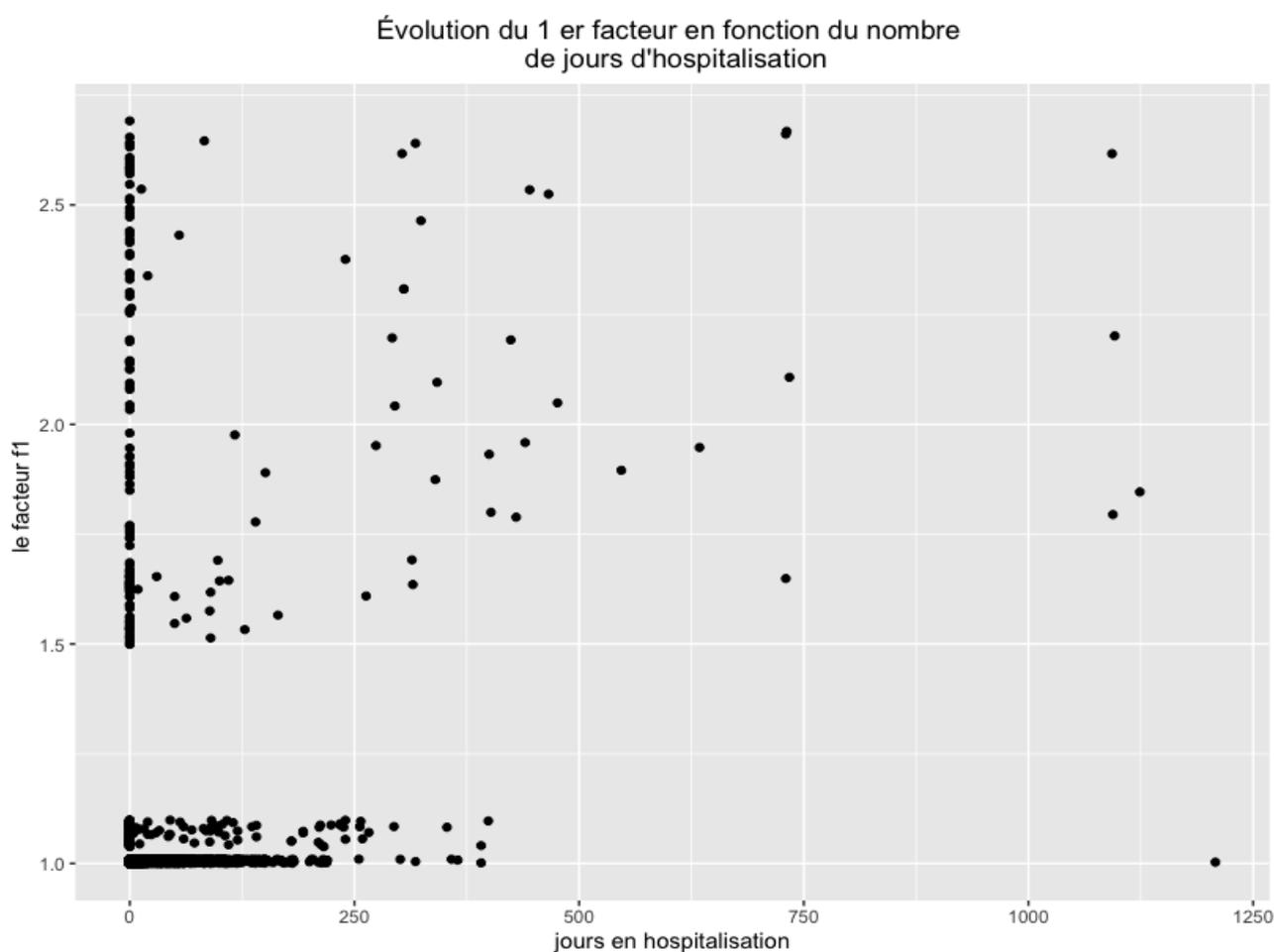


FIGURE 8.12: Facteur de la 1^{ère} année de développement en fonction du nombre de jours d'hospitalisation

En effet, le nombre de jours d'hospitalisation apporte une information différente que le taux d'AIPP. Pour les victimes qui ne passent pas ou presque pas de jours en hospitalisation, le facteur de développement prend des valeurs assez dispersées tandis que pour les victimes passant un nombre conséquent de jours en hospitalisation, le facteur de développement est en général élevé et donc traduit une aggravation.

Pour le cas des victimes ne passant pas de jours en hospitalisation ceci ne traduit pas pour autant que leur état n'est pas grave, cela peut être dû au fait d'avoir une assistance tierce à domicile. En effet, les victimes ayant 0 jour d'hospitalisation appartiennent à diverses tranches d'AIPP :

Tranche d'AIPP	Nombre de victimes
1	108629
2	12713
3	1138
4	211
5	800

TABLE 8.16: Nombre de victimes ayant 0 jour en hospitalisation par tranche d'AIPP

Alors, un nombre de jours d'hospitalisation élevé traduit la gravité d'un sinistre mais peu de jours d'hospitalisation ne veut pas dire pour autant que la victime n'est pas en situation de gravité.

Le pourcentage du règlement par rapport à la charge a aussi été choisi comme variable explicative.

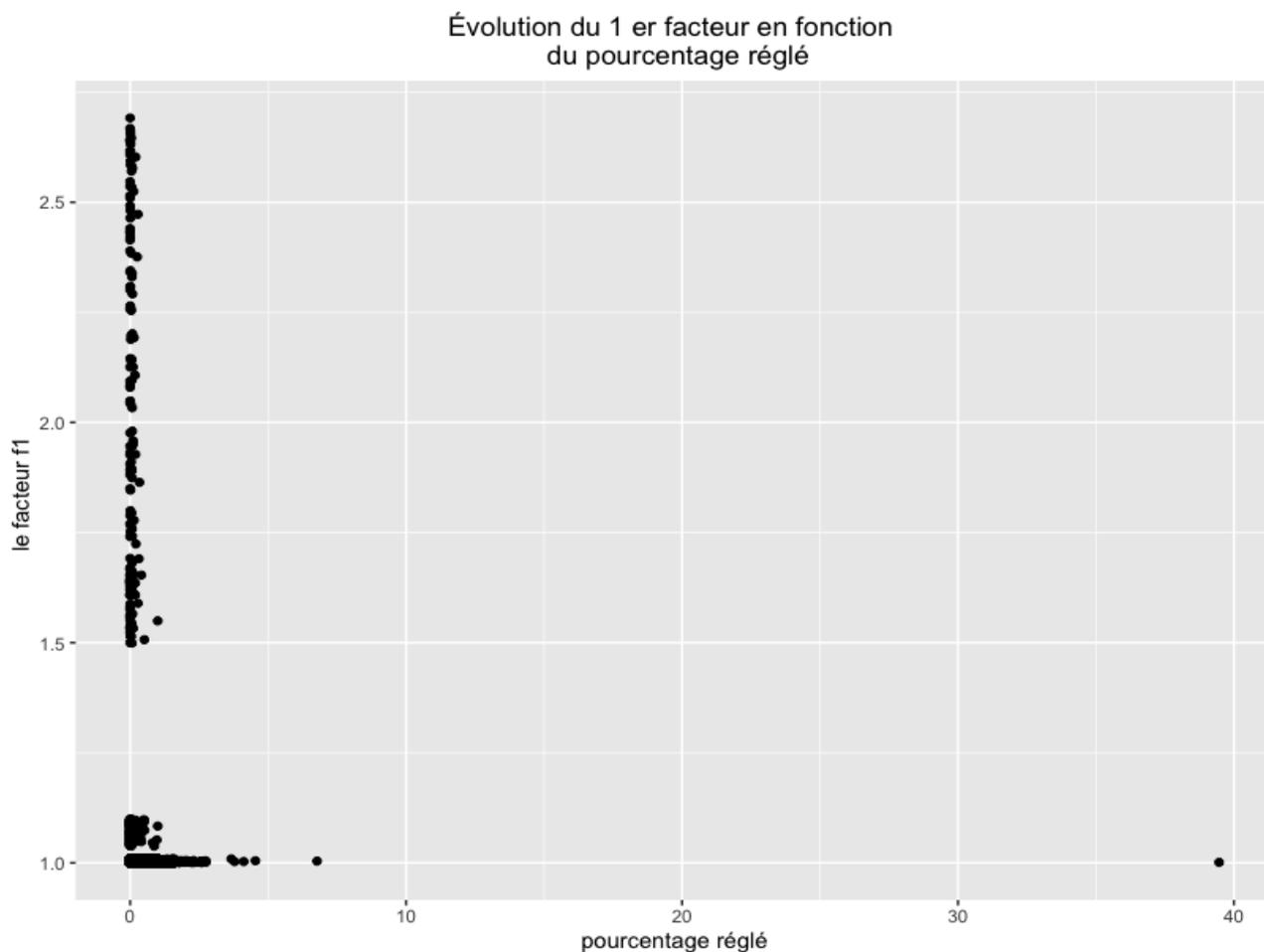


FIGURE 8.13: Facteur de la 1^{ère} année de développement en fonction du pourcentage réglé

Comme on l'avait pressenti, plus le pourcentage de règlement est élevé moins le sinistre est grave. Ici on voit bien pour les grands pourcentages un facteur ne traduisant pas une aggravation de la première année de développement à la prochaine.

Pour le délai de déclaration, on obtient l'évolution décrite par la figure 8.13.

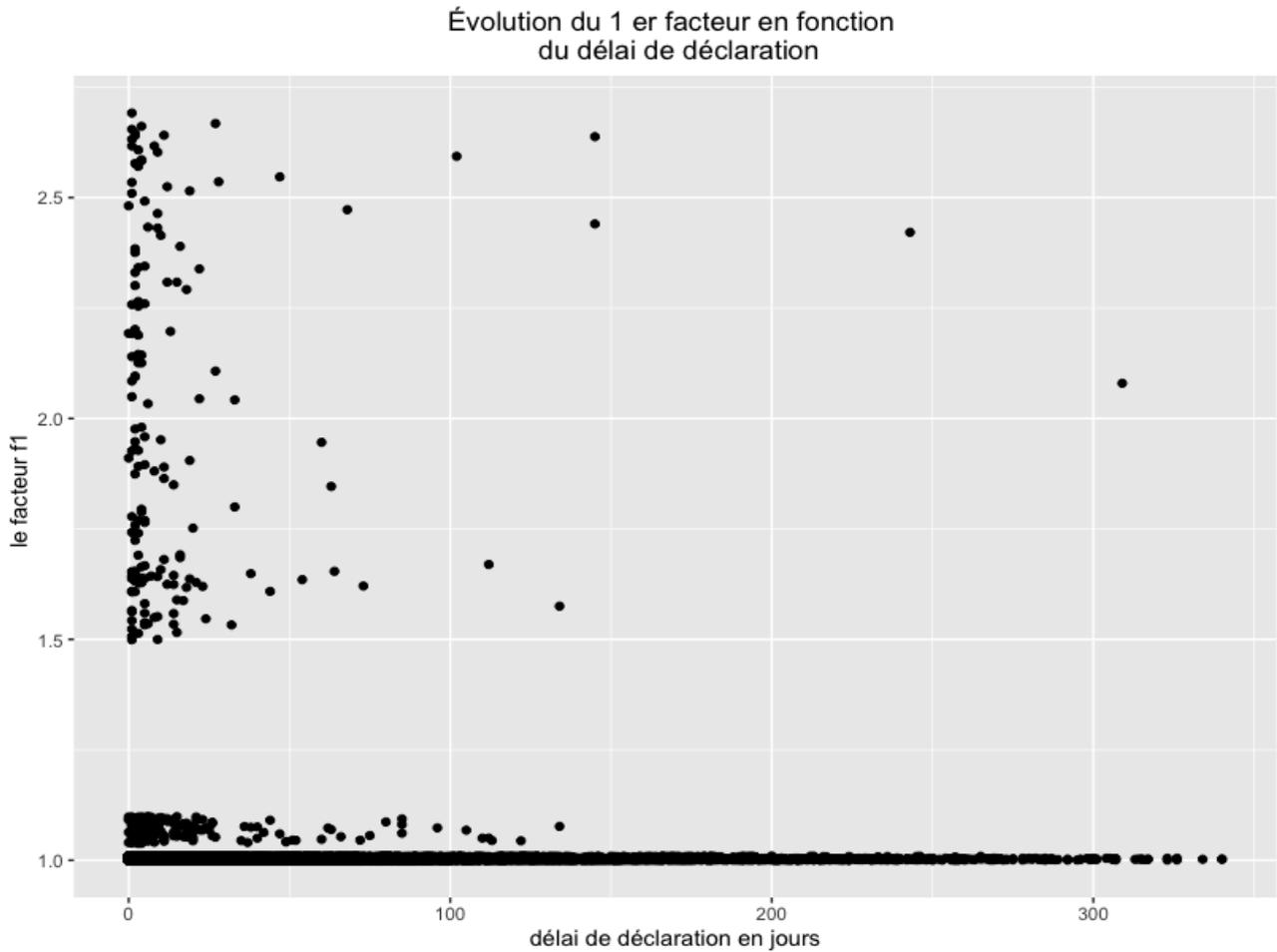


FIGURE 8.14: Facteur de la 1 année de développement en fonction du délai de déclaration

Les petits délais de déclaration ont un facteur de développement élevé ce qui traduit une augmentation/aggravation de la charge, ceci rejoint le fait que les sinistres graves sont généralement vite déclarés.

Tandis que le jour de survenance n'apporte aucune information particulière, tout type de sinistres à l'air de survenir tout au long de l'année.

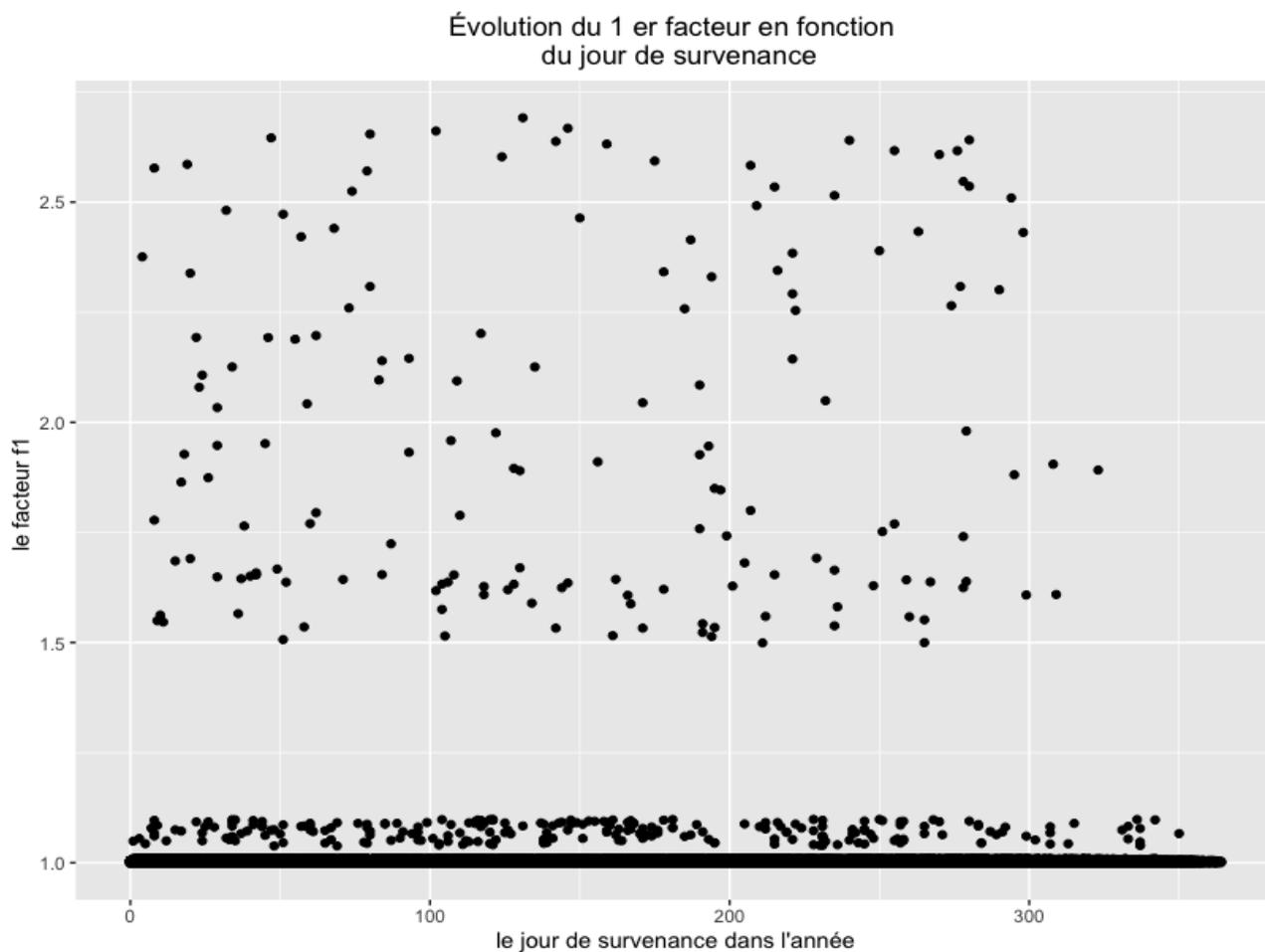


FIGURE 8.15: Facteur de la 1^{ère} année de développement en fonction du jour de survenance

Cas des $C_{i,j} = 0$

Ce cas représente les IBNYR (*Incurred But Not Yet Reported*).

Pour la première année de survenance, on ne peut pas calculer les IBNYR car on est au maximum du développement. On commence, alors, par la deuxième année de survenance. On applique les formules pour l'année de survenance considérée. Dans ce cas, on a :

- $i=2$
- $j=15$
- $I=16$

On a :

$$C_{2,15}^* = \sum_{x : C_{2,14}(x)=0} C_{2,15}(x)$$

$$C_{2,15}^* \approx C_{2,14} \prod_{l=14}^{14} g_l^{(2)}$$

$$\approx C_{2,14} g_{14}^{(2)}$$

On définit aussi les deux ensembles suivants :

$$\mathbf{X}_1^{(2)} = \{x \in \mathbf{X}, C_{1,14}(x) = 0\}$$

$$\mathbf{X}_2^{(2)} = \{x \in \mathbf{X}, C_{2,14}(x) = 0\}$$

On note par :

$$C_{1,15}^{(*2)} = \sum_{x \in \mathbf{X}_1^{(2)}} C_{1,15}(x)$$

$$C_{2,15}^{(*2)} = \sum_{x \in \mathbf{X}_2^{(2)}} C_{2,15}(x)$$

Le facteur utilisé pour obtenir l'IBNYR pour l'année de survenance considéré s'obtient ainsi :

$$\hat{g}_{14}^{(2)} = \frac{C_{1,15}^{(*2)}}{C_{1,14}}$$

De la même manière, on obtient les facteurs à utiliser pour toutes les années de survenance, le produit pour chaque année permet de trouver l'IBNYR.

Le tableau suivant résume la valeur du produit des \mathbf{g} :

année de survenance	produit g
2006	0,00016970
2007	0,00062862
2008	0,00069398
2009	0,00214766
2010	0,00227536
2011	0,00284820
2012	0,00427515
2013	0,00779863
2014	0,00715403
2015	0,01117650
2016	0,01893739
2017	0,02229530
2018	0,03504766
2019	0,06412058
2020	0,00935975

TABLE 8.17: Facteur pour obtention IBNYR

Ce facteur est important pour l'année de survenance 2019.

On applique ces facteurs à la diagonale du triangle des charges cumulées mise en as if.

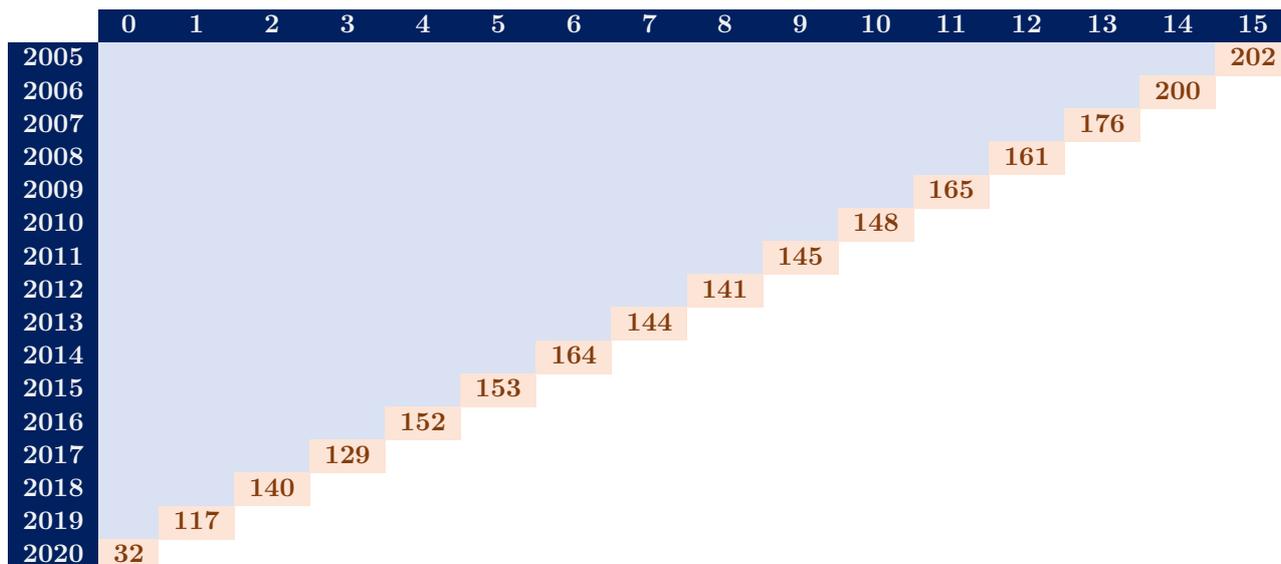


TABLE 8.18: Charge observée mise "as if" en mns d'€s

Ayant tout ceci, nous pouvons obtenir les IBNYR pour toutes les années de survenance, en appliquant le produit des g à la diagonale ci-dessus.

8.4 Le modèle variant de Wütrich

Le modèle construit dans ce mémoire, à la différence du modèle de Mario V. Wütrich [1], considère que certaines variables explicatives évoluent aussi au cours des années de développement. En effet parmi les variables explicatives suivantes :

- Jour de survenance
- Délais de déclaration
- Taux d'AIPP
- Jours en hospitalisation
- Situation de la victime
- pourcentage réglé

Il est clair que les variables suivantes peuvent évoluer :

- Taux d'AIPP : même si le taux d'AIPP est évalué après consolidation, il se peut que l'état de la victime s'aggrave et donc une revalorisation du taux d'AIPP s'avère indispensable. Il y a aussi une possibilité d'amélioration de l'état de la victime.
- Jours en hospitalisation : si l'état de santé de la victime s'aggrave et qu'elle doit retourner à l'hôpital, cette variable évolue. Il est clair que cette variable peut évoluer que dans le sens croissant.
- Situation de la victime : la victime peut être en situation ouverte et évaluée, puis le dossier concernant la victime soit clos, il pourrait y avoir une éventuelle réouverture et reclôture
- pourcentage réglé : Si la charge évolue, en cas d'aggravation de la situation de la victime, il est évident que ce pourcentage va évoluer.

La base de données utilisées pour calibrer ce modèle avait cette forme :

ID	Jsur	ansur	délais	CDSITVIC01	...	CDSITVIC16	TXAIPP01	...	NBJHOS01	...	REG01	...	RAP01	...	RAP16
ABS20162044462	130	2005	15	1		1	5		2		100		500		300

FIGURE 8.16: Données utilisées pour le modèle variant de Wütrich

Ici nous donnons un exemple des données utilisées avec :

- ID : Identifiant permettant de retrouver la victime de manière unique
- Jsurv : Le jour de survenance du sinistre impliquant la victime
- ansur : L'année de survenance
- CDSITVIC01 à CDSITVIC16 : la situation de la victime (ouverte, close, sans suite, réouverte ou reclose) de la 1 ère année de développement à la 16 ème
- TXAIPP01 à TXAIPP16 : Le taux d'AIPP évalué lors de la 1 ère année de développement à la 16 ème
- NBJJHOS01 à NBJJHOS16 : Le nombre de jours d'hospitalisation évalué de la 1 ère année de développement à la 16 ème
- REG01 à REG016 : Les règlements effectués en € de la 1 ère année de développement à la 16 ème (le maximum de développement possible dans notre historique)
- RAP01 à RAP016 : Les restants à payer en € à la 1 ère année de développement jusqu'à la 16 ème (le maximum de développement possible dans notre historique)

On note X_j la variable aléatoire qui décrit le vecteur caractéristique à l'année de développement j .

Ici aussi, on détaillera le calibrage du premier facteur de développement par caractéristique (le calcul des autres facteurs se fera en suivant la même mécanique). On se place à la fin de la 1ère année de développement :

	1	2
2005	$C_{1,1}(x_1)$	$C_{1,2}(x_2 X_1 = x_1)$
2006	$C_{2,1}(x_1)$	$C_{2,2}(x_2 X_1 = x_1)$
2007	$C_{3,1}(x_1)$	$C_{3,2}(x_2 X_1 = x_1)$
2008		
2009		
2010		
2011	•	•
2012	•	•
2013	•	•
2014		
2015		
2016		
2017		
2018		
2019		$C_{15,2}(x_2 X_1 = x_1)$
2020	$C_{16,1}(x_1)$	$C_{16,2}(x_2 X_1 = x_1)$

FIGURE 8.17: Représentation de la première étape du modèle

Ici, puisque les caractéristiques de la victime évoluent, la projection de la charge à chaque développement dépend de l'état de la victime dans les développements précédents. Ici, on n'a pas la propriété de Markov, et les projections dépendent des situations de tous les développements précédents.

De la même manière que pour le modèle de Wütrich, on cherche le facteur de développement dépendant de la caractéristique. Le réseau de neurones pour retrouver ce facteur, ainsi que le développement des caractéristiques non statiques, peut être représenté ainsi pour la première année de développement :

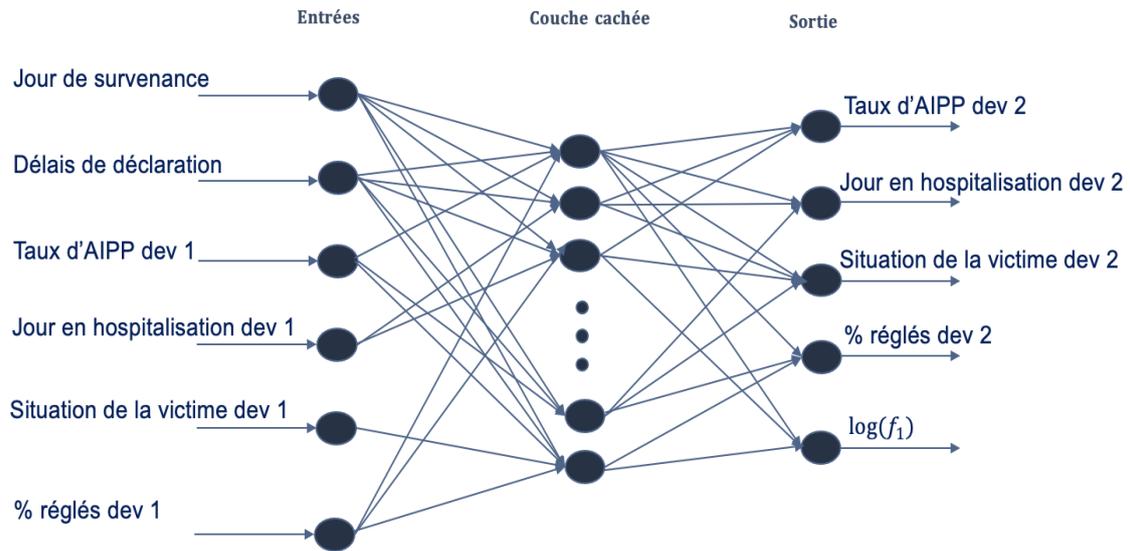


FIGURE 8.18: Représentation du réseau de neurones permettant d'obtenir le premier facteur

De la même manière que le modèle précédent (celui de Mario V. Wütrich [1]) on projette les charges d'années en années.

Le choix de la taille des sous-couches cachées se fera en optimisant les mêmes indicateurs que précédemment, sauf qu'ici on aura ses grandeurs pour toute variable de sortie du modèle, une simple somme a été appliquée pour chaque grandeur pour avoir une grandeur globale. Les indicateurs mentionnés dans la table 8.19 sont obtenu pour la première année de développement.

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	3,46932	2,08996	1,00357	90,2	447,4	908
2	3,46932	2,08996	1,00321	106,1	548,8	633
3	3,46929	2,08996	1,00450	122,0	650,1	467
4	3,46929	2,08996	1,00245	137,9	751,4	402
5	3,46917	2,08988	1,00064	153,8	852,8	785
6	3,46915	2,08986	1,00063	183,2	1019,6	4915
7	3,46918	2,08988	1,00064	212,5	1186,4	11116
8	3,46915	2,08987	1,00063	241,7	1353,2	5567
9	3,46920	2,08989	1,00064	271,1	1520,0	3299
10	3,46919	2,08989	1,00064	300,4	1686,8	20334
11	3,46916	2,08987	1,00064	329,6	1853,5	6405
12	3,46921	2,08990	1,00065	359,0	2020,4	16491
13	3,46919	2,08989	1,00064	388,2	2187,1	14964
14	3,46919	2,08989	1,00064	417,5	2353,9	15585
15	3,46917	2,08987	1,00064	446,8	2520,7	4843
16	3,46918	2,08988	1,00064	476,1	2687,5	18225
17	3,46921	2,08989	1,00065	505,5	2854,4	18102
18	3,46914	2,08986	1,00063	534,7	3021,1	12452
19	3,46918	2,08988	1,00064	564,0	3187,9	13215
20	3,46922	2,08990	1,00065	593,3	3354,7	35954
21	3,46918	2,08988	1,00064	622,6	3521,4	25942
22	3,46917	2,08987	1,00064	651,9	3688,3	8339
23	3,46918	2,08988	1,00064	681,2	3855,0	16062
24	3,46917	2,08984	1,00062	710,5	4021,9	24482
25	3,46920	2,08989	1,00064	739,8	4188,6	54648
26	3,46918	2,08988	1,00064	769,1	4355,4	22900
27	3,46918	2,08988	1,00064	798,3	4522,1	43931
28	3,46914	2,08986	1,00063	827,7	4689,0	25368
29	3,46914	2,08985	1,00063	857,0	4855,8	10354
30	3,46923	2,08990	1,00065	886,3	5022,6	19673

TABLE 8.19: Indicateurs calculés par taille de la sous-couche cachée du réseau de neurones du 1 er développement

La taille 18 est une taille satisfaisante.

En choisissant cette taille, la charge projeté pour l'année de survenance 2020 est :

	1	2
2005	95 025 129 €	106 780 068 €
2006	62 643 003 €	95 887 937 €
2007	66 439 139 €	85 693 370 €
2008	71 669 682 €	99 132 259 €
2009	66 137 378 €	83 715 357 €
2010	65 431 718 €	88 529 677 €
2011	47 651 980 €	69 289 322 €
2012	50 755 498 €	76 695 375 €
2013	43 617 270 €	66 960 923 €
2014	47 378 055 €	74 219 681 €
2015	58 790 801 €	82 306 932 €
2016	48 494 519 €	87 734 495 €
2017	56 046 448 €	84 585 235 €
2018	55 554 043 €	86 692 633 €
2019	53 277 900 €	85 764 652 €
2020	32 137 462 €	76 171 279 €

TABLE 8.20: Résultats de la projection via la variante du modèle de Wütrich pour le 1er développement

On résume le premier facteur de développement par année de survenance dans la table 8.21 ci-dessous.

	facteur de dev
2005	1,124
2006	1,531
2007	1,290
2008	1,383
2009	1,266
2010	1,353
2011	1,454
2012	1,511
2013	1,535
2014	1,567
2015	1,400
2016	1,809
2017	1,509
2018	1,561
2019	1,610
2020	2,370

TABLE 8.21: 1 er facteur de développement pour le total

Le facteur de développement pour l'année de survenance 2020 est assez important par rapport aux autres survenance. Cependant seul ce facteur a été obtenu via notre modèle, les autres sont réellement observés. Ceci nous pousse à questionner la qualité de notre modèle.

Le calcul des IBNYR se fait de la même manière que pour la méthode de Wütrich. Les résultats par année de développement sont détaillés en annexe 6.

La taille de la sous-couche cachée optimale choisie, évolue comme dans la figure 8.19, par développement.

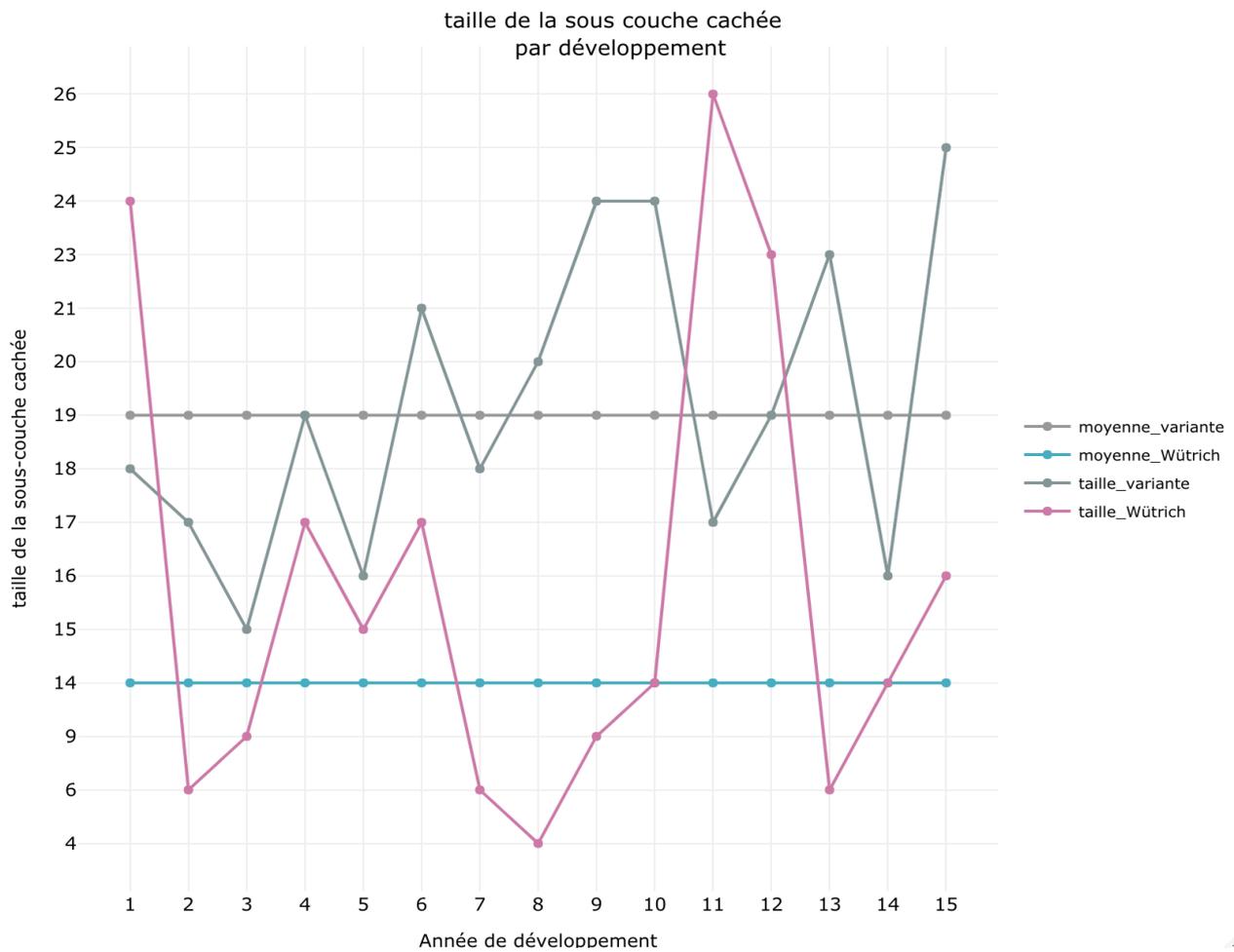


FIGURE 8.19: Évolution de la taille de la sous-couche cachée par développement pour le modèle variant

Cette taille est généralement supérieure pour le modèle variant que pour le modèle de Wütrich. En effet, la taille de sous-couche cachée moyenne sur tout les développement est plus grande pour le modèle qui projette les caractéristiques. Ceci, induit plus de complexité au modèle car plus la taille de la sous-couche cachée augmente plus il y a de paramètres à estimer.

Il s'agit à présent d'étudier les résultats des projections obtenus par les 4 modèles étudiés. On pourra notamment constater le potentiel de la méthode Wütrich et les limites de la variante développée dans la projection de charges fiables et donc son potentiel comme outil de validation.

 Résultats obtenus par l'approche Chain Ladder et l'approche Allianz France

Les modèles ont été calibrés sur des montants mis en "as-if". Les charges ultimes obtenues par l'approche Chain Ladder et l'approche Allianz France sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Année de survenance	Chain Ladder		Allianz France	
	Ultime	IBNR	Ultime	IBNR
2005	201,50	0,00	199,47	-2,04
2006	199,01	-0,74	198,48	-1,27
2007	175,70	-0,12	175,72	-0,10
2008	162,66	1,89	165,08	4,31
2009	166,67	2,08	170,06	5,46
2010	150,20	2,60	151,09	3,49
2011	147,57	2,27	147,97	2,67
2012	142,28	1,70	141,94	1,36
2013	147,11	2,73	147,35	2,97
2014	166,71	3,12	167,22	3,63
2015	155,85	2,36	156,74	3,25
2016	154,79	3,23	155,76	4,21
2017	133,15	4,18	135,39	6,42
2018	148,62	8,60	150,93	10,90
2019	135,00	17,73	137,09	19,82
2020	60,43	28,29	59,13	26,99
Total	2447,25	79,93	2459,39	92,07

TABLE 9.1: Synthèse des charges ultimes obtenues via la projection par la méthode Chain Ladder et via la méthode Allianz France en mns d'€

Les deux ultimes obtenus par les deux méthodes sont assez proches. A première vue du total on pourrait dire que la méthode Allianz France est plus prudente. Ceci est confirmé, en regardant le détail des charges ultimes par année de survenance dans la figure 9.1.

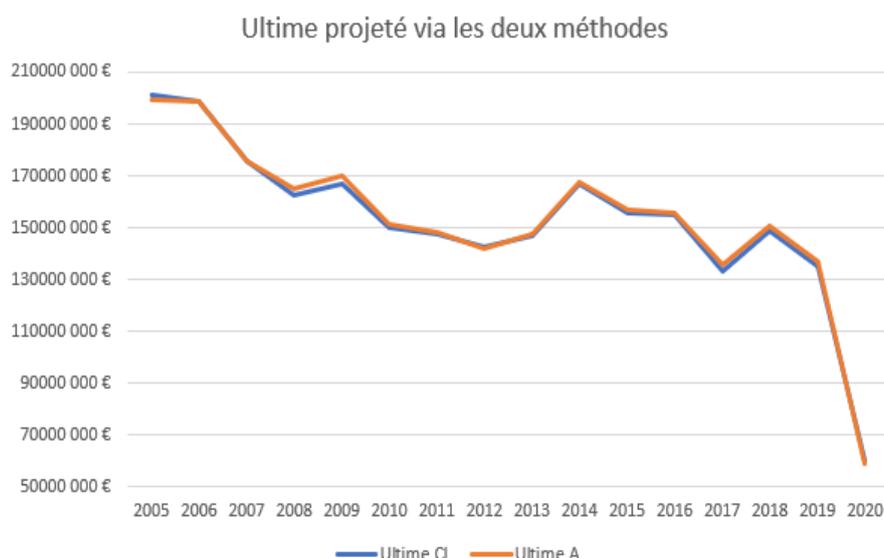


FIGURE 9.1: Evolution de l'ultime projeté via les deux méthodes par année de survenance

On voit bien que les ultimes ont la même tendance pour les deux méthodes. Toutefois, la méthode Allianz France nous donne plus d'information sur cette tendance, en partageant les IBNR en attritionnel et grave, puis en IBNYR et IBNER pour les graves. On retrouve cette information dans la table 9.2 ci-dessous.

Année de survenance	Allianz France				
	IBNYR grave	IBNER grave	IBNR attri	IBNR	Ultime
2005	0,00	-2,04	0,00	-2,04	199,47
2006	2,05	-3,27	-0,05	-1,27	198,48
2007	0,64	-3,27	2,53	-0,10	175,72
2008	2,43	-2,42	4,30	4,31	165,08
2009	4,11	-3,94	5,29	5,46	170,06
2010	1,54	-3,51	5,46	3,49	151,09
2011	1,75	-5,49	6,41	2,67	147,97
2012	1,10	-6,35	6,60	1,36	141,94
2013	2,28	-6,21	6,90	2,97	147,35
2014	2,12	-5,65	7,16	3,63	167,22
2015	3,05	-7,49	7,70	3,25	156,74
2016	3,41	-7,94	8,73	4,21	155,76
2017	1,35	-6,75	11,82	6,42	135,39
2018	3,89	-7,03	14,04	10,90	150,93
2019	1,09	0,19	18,53	19,82	137,09
2020	0,36	0,54	26,09	26,99	59,13
Total	31,19	-70,62	131,50	92,07	2459,39

TABLE 9.2: Décomposition des IBNR via la méthode Allianz France en mns d'€

On remarque qu'au total une grande partie de la provision vient des sinistres attritionnels, une petite partie des IBNYR grave (c'est à dire des sinistres graves non connus), ensuite viennent les aggravations de graves (IBNER grave) qui ont une provision négative, c'est à dire que les sinistres graves sont surestimés au moment de l'observation.

Pour les années de survenances récentes, la méthode Chain Ladder présente un saut dans les IBNR d'une année à une autre assez important notamment lors du passage de l'année 2018 à l'année 2019 alors qu'on a qu'une année d'observation de plus.

Pour évaluer la pertinence des résultats de ces deux approches, un *backtesting* a été effectué. On se place à l'observation fin 2019. On essaye de prédire via les deux méthodes l'observé 2020 et on compare avec le réel.

9.1 *Backtesting* : Chain Ladder

On se place à fin année 2019, on prédit la prochaine diagonale à l'aide des facteurs estimés par la méthode de Chain Ladder :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2005	169	228	241	227	215	207	199	200	203	200	196	198	197	198	202	202
2006	104	194	207	208	203	201	198	201	203	197	196	195	193	203	203	
2007	108	149	165	172	174	170	173	173	174	173	173	173	179	181		
2008	111	160	168	170	170	167	165	163	164	163	160	164	164			
2009	99	137	153	152	155	157	157	154	154	159	165	166				
2010	95	141	144	145	141	146	146	147	146	148	148					
2011	67	105	126	131	136	140	143	144	146	145						
2012	69	116	123	129	130	134	136	138	138							
2013	58	102	117	128	140	146	148	148								
2014	61	112	129	145	158	166	165									
2015	75	124	136	149	158	158										
2016	60	137	147	151	153											
2017	69	125	125	128												
2018	66	126	137													
2019	58	95														

TABLE 9.3: Application des facteurs de Chain Ladder à fin 2019 : charges en M€

En comparant ces charges prédites et les charges réellement observées en 2020, on obtient la table 9.10.

Année de survenance	Observé 2020	Prédit 2020
2005	201,50	201,50
2006	199,75	203,20
2007	175,82	181,20
2008	160,77	164,09
2009	164,59	165,77
2010	147,60	147,98
2011	145,30	145,32
2012	140,58	138,48
2013	144,37	148,07
2014	163,59	165,07
2015	153,49	158,44
2016	151,56	152,87
2017	128,97	128,26
2018	140,02	136,86
2019	117,27	95,20
Total	2335,18	2332,32

TABLE 9.4: Comparaison des charges prédites et observées année 2020 en mns d'€

On remarque que la méthode de Chain Ladder sous-estime la charge pour certaines années de survenance, surestime pour d'autres. Mais elle reste globalement satisfaisante.

9.2 *Backtesting* : Méthode Allianz France

On se place à fin année 2019, et à chaque étape de cette méthode, au lieu de projeter à l'ultime on projette uniquement la sous diagonale. On obtient les résultats figurant dans la table 9.6 en termes de provision pour l'année 2020 pour les survenances allant de 2005 à 2019 :

AY	IBNYR GRV	IBNER GRV	IBNR attri	IBNR	Projeté 2020	Obs 2020
2005	2,62	-1,58	-0,06	0,98	203,23	201,50
2006	-1,01	0,31	2,48	1,78	204,38	199,75
2007	2,73	-0,28	2,15	4,60	183,56	175,82
2008	0,75	-0,98	1,28	1,05	164,99	160,77
2009	-0,75	-0,88	0,31	-1,32	163,27	164,59
2010	-0,40	-0,74	0,80	-0,34	147,26	147,60
2011	-0,42	-0,52	0,44	-0,51	144,80	145,30
2012	0,94	-0,21	0,45	1,18	141,76	140,58
2013	-0,23	0,16	0,33	0,27	144,64	144,37
2014	0,38	0,73	0,49	1,60	165,19	163,59
2015	1,68	-0,47	1,61	2,83	160,35	153,49
2016	-0,21	-0,42	2,73	2,10	153,33	151,56
2017	0,41	0,76	4,90	6,07	130,82	128,97
2018	2,53	6,50	5,87	14,91	141,09	140,02
2019	0,45	1,65	21,38	23,48	81,77	117,27
Totale	9,47	4,02	45,18	58,67	2330,44	2335,18

TABLE 9.5: Comparaison des charges prédites via la méthode Allianz France et observées année 2020 en mns d'€

La méthode Allianz France est elle aussi globalement satisfaisante, la charge projetée s'approche de celle observée, la provision IBNER grave est positive contrairement à ce qu'on a vu à l'ultime, donc le dégonflement est à prévoir lors des années d'observations ultérieures à 2021.

Ainsi, après ces *backtesting* on voit bien que les deux méthodes, et la méthode Chain Ladder et la méthode Allianz constituent une bonne base pour comparer les ultimes projetés par la méthode de Wüthrich et sa variante qui projette également les caractéristiques de la victime. Ceci définit alors un point de comparaison et on peut à présent présenter les résultats des deux modèles basés sur les réseaux de neurones.

Résultats obtenus par la méthode Wütrich et sa variante

Ce chapitre présente les résultats obtenus lors de la projection via les deux modèles : la méthode de Mario V.Wütrich [1] et sa variante développée lors de ce mémoire. Dans un premier temps, en comparaison avec les résultats des deux méthodes énoncées dans le chapitre précédent, en termes d'ultime projeté on a les résultats suivants :

AY	Ultime CL	Ultime AZ	Ultime W	Ultime Variante W
2005	201,50	199,47	201,50	201,50
2006	199,01	198,48	180,89	210,91
2007	175,70	175,72	165,33	203,67
2008	162,66	165,08	169,16	145,99
2009	166,67	170,06	173,93	195,66
2010	150,20	151,09	152,63	97,99
2011	147,57	147,97	144,79	170,81
2012	142,28	141,94	132,69	111,59
2013	147,11	147,35	147,08	169,76
2014	166,71	167,22	165,83	179,82
2015	155,85	156,74	153,25	119,41
2016	154,79	155,76	151,43	189,36
2017	133,15	135,39	139,72	106,80
2018	148,62	150,93	154,52	173,81
2019	135,00	137,09	163,62	183,54
2020	60,43	59,13	71,07	94,95
Total	2447,25	2459,39	2467,44	2555,59

TABLE 10.1: Ultimes projetés par les différentes méthodes en mns d'€

En termes de total, l'ultime de la méthode de Mario V.Wütrich [1] s'approche des autres méthodes (Chain Ladder et la méthode Allianz France). La projection faite avec la variante du modèle de Wütrich basé sur la projection des caractéristiques des victimes s'éloigne d'environ 100 mns d'€. Lorsqu'on se place dans une vision par année de survenance, on obtient l'évolution suivante :

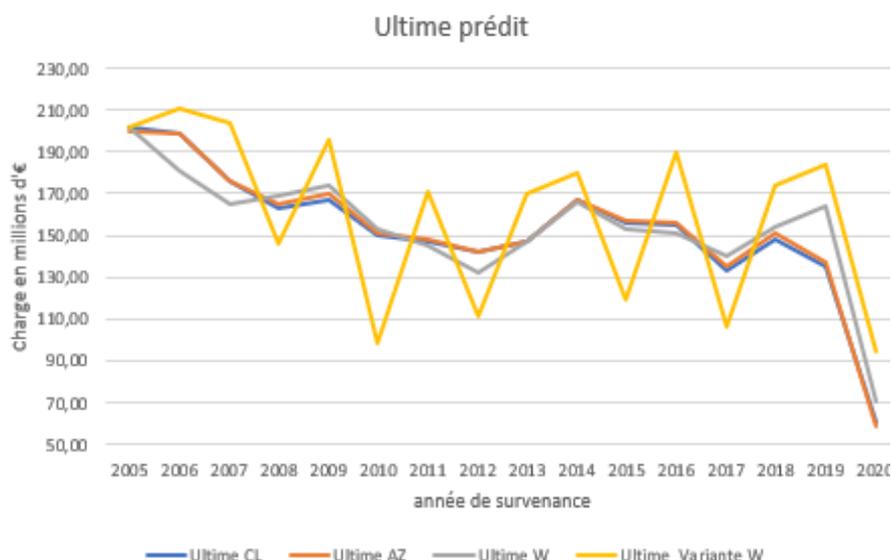


FIGURE 10.1: Évolution de l'ultime projeté via les méthodes par année de survenance

Il est clair que les quatre méthodes présentent la même tendance sauf que la variante de Wütrich, développée lors de ce mémoire, tend à amplifier les augmentations d'ultime entre années de survenance. On le remarque quand on compare les IBNR :

AY	IBNR CL	IBNR AZ	IBNR W	IBNR Variante W
2005	0,00	-2,04	0,00	0,00
2006	-0,74	-1,27	-18,86	30,06
2007	-0,12	-0,10	-10,49	38,45
2008	1,89	4,31	8,39	-23,06
2009	2,08	5,46	9,34	22,08
2010	2,60	3,49	5,04	-54,31
2011	2,27	2,67	-0,51	26,44
2012	1,70	1,36	-7,89	-20,50
2013	2,73	2,97	2,71	23,80
2014	3,12	3,63	2,24	15,17
2015	2,36	3,25	-0,23	-32,12
2016	3,23	4,21	-0,13	40,80
2017	4,18	6,42	10,75	-30,04
2018	8,60	10,90	14,49	24,20
2019	17,73	19,82	46,35	27,44
2020	28,29	26,99	38,94	24,18
Total	79,93	92,07	100,12	112,59

TABLE 10.2: IBNR calculés par les différentes méthodes en mns d'€

On remarque que les IBNR font un saut pour les deux années de survenance pour les trois premières méthodes. Ceci est dû, selon des données internes Allianz France, au fait que lors de l'année de survenance 2018 le nombre de sinistres graves appartenant à la tranche 2 (charge qui dépasse 1 million d'€) a doublé par rapport aux autres années de survenance pour la RC corporelle automobile particulier du réseau agence, vu que les IBNR s'appuient sur l'historique, cette gravité se propage pour les années suivantes. Une idée pour surpasser cet effet serait d'effectuer un lissage.

On voit bien que les IBNR Wütrich et sa variante sont beaucoup plus importants que ceux des autres méthodes classiques. Les IBNR de la méthode de Wütrich sont de même signe que ceux de la méthode Allianz France et Chain Ladder tandis que pour la variante c'est rarement le cas. La méthode Allianz France décompose les IBNR ainsi :

$$IBNR = IBNYR_{grave} + IBNER_{grave} + IBNR_{attritionnel}$$

Tandis que les deux méthodes basées sur celle de Mario V.Wütrich [1] décomposent les IBNR tout simplement ainsi :

$$IBNR = IBNYR + IBNER$$

Donc, il n'y a pas de moyen simple pour comparer en détails cet écart d'IBNR entre les deux méthodes basées sur les réseaux de neurones et la méthode utilisée au sein de l'entreprise.

Les deux méthodes Wütrich ont les mêmes IBNYR donc la différence entre les deux provient des IBNER.

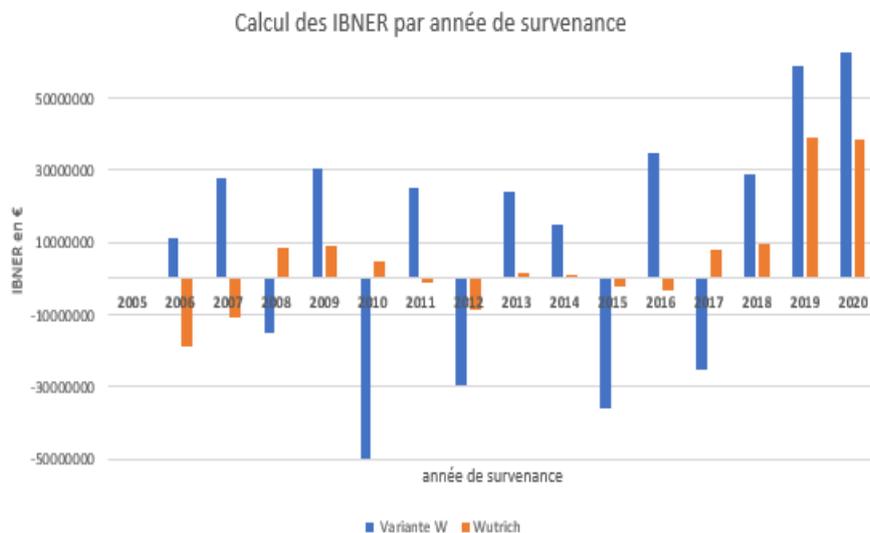


FIGURE 10.2: Comparaison des IBNER obtenus par les méthodes Wütrich

Pour les années de survenance récentes les IBNER calculés sont de signe positif, ce qui reflète une aggravation des charges des sinistres connus. Néanmoins, pour les années de survenance plus anciennes, cette grandeur a des signes opposés.

Les résultats obtenus montrent l'aboutissement du modèle de Wütrich [1] ainsi que le potentiel de sa variante développée. Ils permettent d'ouvrir une discussion sur les apports du modèle et les axes d'amélioration possibles. Cette discussion est menée dans le chapitre prochain.

Discussion autour du modèle de Mario V.Wütrich et sa variante et perspectives

La variante du modèle de Wütrich comme son nom l'indique est inspirée du modèle de Mario V.Wütrich [1] et donc présentera les mêmes axes d'amélioration que ce dernier dans la mesure où elle ne tente pas de pallier ces problèmes.

11.1 Axes d'amélioration du modèle de Wütrich

Le modèle de Wütrich, en théorie, présente certaines limites :

- L'année de survenance n'est pas prise comme caractéristiques (tout comme Chain Ladder).
- La taille de neurone est fixe pour tous les développements ce qui est une restriction car on n'a pas la même abondance de données par développement.
- La fonction de coût suggère une structure gaussienne, du fait que celle ci se rapproche de la statistique : déviance gaussienne. Il faut voir les queues de distribution de nos données.
- Le choix de la fonction d'activation est par défaut la fonction tangente hyperbolique, il se peut que d'autres fonctions soient adaptées.
- Le choix de q peut être fait sur la base validation selon un indicateur.
- Le calcul du gradient peut être fait à des degrés supérieurs avec le développement de Taylor
- Les caractéristiques propres à la victime sont considérées constantes dans le temps.

Lors du calibrage de ce modèle, le choix d'une variable explicative qui est le jour de survenance ne paraît plus aussi judicieux. L'idée initiale quant à ce choix, venait du fait qu'on a tendance à croire que les accidents graves conduisant à des victimes atteintes corporellement ont plus lieux des week-end, des jours fériés ou en période estivale. Ce qui s'est avéré ne pas être une variable donnant une indication sur la gravité d'un sinistre, ni sur des tendances particulières lors de périodes particulières.

De plus, du fait que le calibrage à chaque développement donné j et pour toutes les années de survenance i se fait pour les $C_{i,j} > 0$ et dont on observe les $C_{i,j+1} > 0$, le nombre de données disponible devient de plus en plus faible au fil des années :

	nb observation	taille base apprentissage
1	123 036	92 277
2	146 832	110 124
3	140 900	105 675
4	132 636	99 477
5	123 040	92 280
6	112 999	84 749
7	103 302	77 477
8	93 806	70 355
9	84 814	63 611
10	75 604	56 703
11	66 090	49 568
12	55 950	41 963
13	45 900	34 425
14	35 571	26 678
15	24 183	18 137

TABLE 11.1: Taille de l'échantillon pour chaque réseau de neurones calibré

En effet, la tendance suivante est observée :

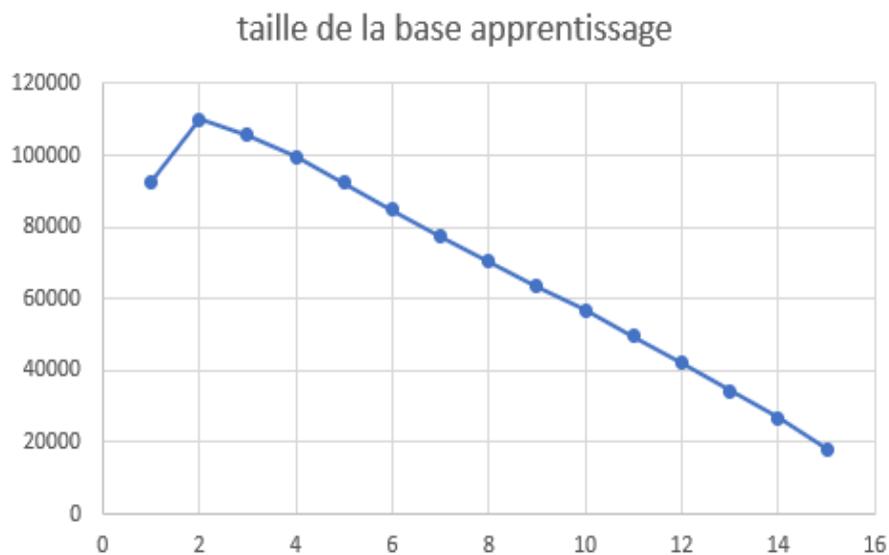


FIGURE 11.1: Taille de la base apprentissage au fil des années de développement

On remarque une augmentation de la taille pour la 2^{ème} année de développement, ceci est dû à une augmentation du nombre d'observations grâce aux IBNYR. Cependant, la décroissance est bien là et moins on a de données moins notre modèle apprend et est robuste.

Par ailleurs un grand désavantage que représente ce modèle vient du fait qu'on calibre les passages l'un après l'autre, et qu'on utilise les résultats d'un réseau de neurones pour projeter ceux du suivant donc l'erreur se propage au fil des années de développement :

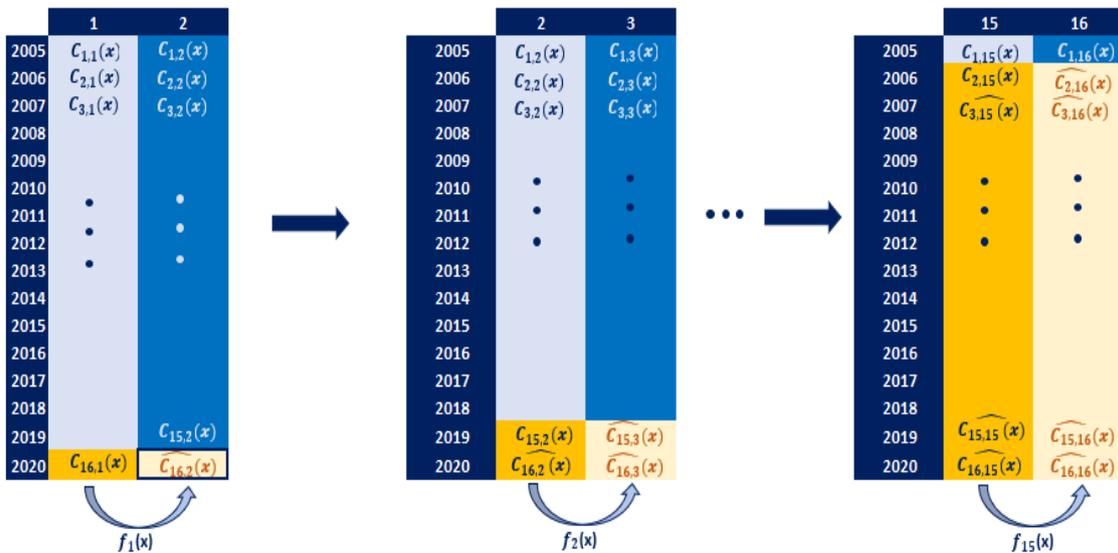


FIGURE 11.2: Fonctionnement du modèle

Enfin, du fait que l'assureur est dans l'obligation de justifier toutes les décisions prises de manière détaillée et ne pas transférer la responsabilité à la machine, le modèle étant basé sur des réseaux de neurones qui sont des modèles à boîte noire, ceci rend l'interprétation difficile ainsi que les justifications auprès des autorités de contrôle.

11.2 Axes d'amélioration du modèle variant de Wütrich

Cette variante du modèle précédent possède tous les axes d'amélioration cités auparavant à part que celle-ci essaye de palier au problème de la stabilité des caractéristiques au fil des développements, et fait varier la taille de la sous-couche cachée.

Les caractéristiques des victimes sont projetées de proche en proche via un réseau de neurones, donc la sortie ne sera plus un vecteur mais une matrice ce qui ajoute en complexité du modèle. Cette "amélioration" introduit deux erreurs principales.

La première réside dans la variable explicative du nombre de jours en hospitalisation. Il est clair que cette variable ne peut être que croissante dans le temps, mais on ne peut obliger le modèle à prédire des nombres de jours d'hospitalisation supérieur ou égal à celui de l'entrée du modèle, à part si on dispose d'assez d'observations pour que le modèle l'apprenne tout seul, ce qui n'est pas le cas.

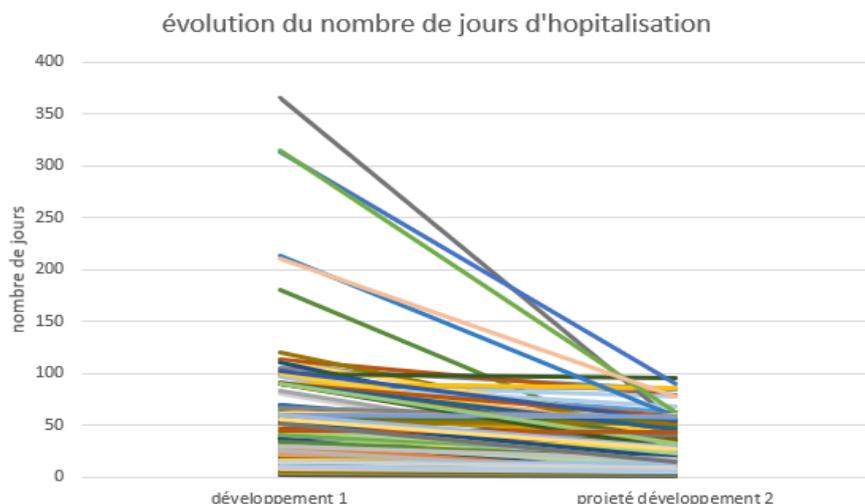


FIGURE 11.3: Projection erronée pour le nombre de jours d'hospitalisation

On a 215 victimes pour qui le nombre de jour d'hospitalisation projeté décroît.

La seconde réside dans la variable explicative de la situation de la victime. On rappelle que cette variable prend les modalités suivantes :

- 1 : La victime a un dossier ouvert et évalué
- 2 : La victime a un dossier clos
- 3 : La victime a un dossier sans suite
- 4 : Le dossier de la victime a été réouvert
- 5 : Le dossier de la victime a été reclos

Il existe donc une logique de passage d'une situation à une autre que le modèle ne suit pas. Cette logique se résume dans la figure suivante :

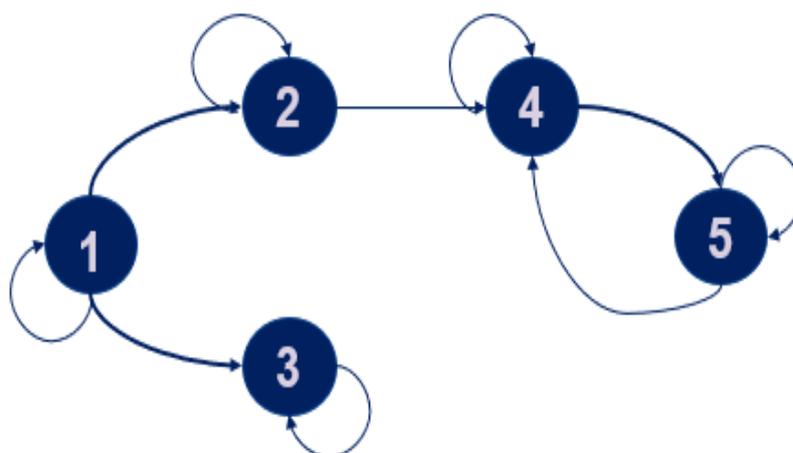


FIGURE 11.4: Logique de passage pour la variable situation de la victime

Mais notre modèle nous prédit dans certains cas pour une victime dans la situation 4 un passage à la situation 1 ce qui n'est pas logique. En effet, on a le nombre de passages impossibles suivant :

SITVIC 1	SITVIC 2	NB VIC
1	4	1962
1	5	371
2	1	5
2	3	4
2	5	65
3	1	72
3	2	868
3	4	630
3	5	176
4	1	12
4	2	705
4	3	265
5	2	2

TABLE 11.2: Nombre de mauvaises prédictions lors du 1^{er} développement

Ces projections sont faites sur les données de 2020 pour lesquels on applique le modèle et on projette, ces 5137 victimes dont la prédiction est erronée constituent 23.8% de la base à projeter, il s'agit d'un pourcentage important.

Cette difficulté qu'a le modèle pour faire des prédictions "logiques" est due à la décroissance du nombre d'observation pour chaque caractéristique, cette décroissance s'accroît ici, si on prend par exemple la première année de survie on a :



FIGURE 11.5: Évolution du modèle pour la première année de survie

Plus on avance dans les développements moins on a d'observations à cause du conditionnel présent dans notre formule, ce processus n'a rien de Markovien et dépend de toutes les valeurs prises auparavant. Ainsi, notre modèle aura du mal à apprendre avec si peu d'informations.

Des idées pour surmonter tous les problèmes que présente la projection des caractéristiques seraient :

- Projeter les charges avec un modèle d'apprentissage à part pour chaque caractéristique. (Forêt aléatoires, arbres de décisions...)
- Utiliser la variable taux d'AIPP en tranche d'AIPP pour avoir plus d'observations dans chaque catégorie.
- De même construire des tranches pour le nombre de jours d'hospitalisation via un arbre de décision par exemple.

D'autres pistes sont aussi à exploiter :

- Faire la séparation attritionnel/grave.
- Utiliser les charges par poste de préjudice, pour capter l'effet des postes de préjudice capitalisables. Il s'agit des postes de préjudice suivants : Assistance Tierce Personne, Frais de Véhicule Adapté, Pertes de Gains Professionnels Futurs et Dépenses de Santé Futurs.
- Exploiter la grande quantité de données en ajoutant la garantie sinistrée comme variable explicative.
- Trouver un moyen de pallier le problème de propagation de l'erreur au fil des développements.
- Utiliser l'information individuelle pour quantifier les IBNYR.

Il faut tenter de surpasser ces axes d'amélioration et backtester le modèle ainsi obtenu avant de pouvoir le mettre en production.

Le but de ce mémoire était de modéliser et de **prédire** les évolutions de **charges** des sinistres **responsabilité civile automobile corporelle** issus du réseau agence. Il s'est articulé autour : présenter les exigences liées au contexte et les réglementations encadrant l'indemnisation des sinistres corporels, faire une exploration détaillée des données à notre disposition afin de dégager des tendances et des grandeurs expliquant les évolutions de charges. En suivant cette approche, un modèle basé sur des réseaux de neurones a pu être construit afin de prédire la charge ultime caractéristique par caractéristique que peut avoir une victime. Un tel modèle peut apporter des informations sur les tendances de charges non apportées par les méthodes agrégées qui ne prennent en compte que l'historique de charge.

Dans un premier temps, une étude de contexte a été menée pour pouvoir mettre en place le périmètre d'étude qui s'inscrit dans l'indemnisation des sinistres corporels, qui sont des sinistres à développement long. Des études de données ont permis de faire le choix des variables pouvant modéliser des évolutions de charges. Enfin, le modèle variant de Mario V.Wütrich [1] a été calibré pour chaque caractéristique que peut prendre une victime.

Le modèle ainsi construit ne prédit que les IBNER (*Incurring But Not Enough Reported*). En vue de prédire les tardifs "réels" (*Incurring But Not Yet Reported*) la méthode de Schnieper a été utilisée, on obtiendra alors les provisions de charges à constituer via la méthode calibrée.

Pour évaluer les performances du modèle variant de Mario V.Wütrich [1], il fallait établir un point de comparaison concernant les charges projetées. Deux méthodes classiques ont été présentées pour cela : La méthode Chain Ladder et la méthode Allianz France qui fait la distinction grave/attritionnel, et enfin une troisième méthode individuelle, celle décrite dans l'article de Mario V.Wütrich [1] a été calibré pour pouvoir faire une comparaison complète et dégager l'effet de notre "amélioration". Ces méthodes ont permis de donner une idée sur ce que devraient être à l'ultime les charges projetées lors de l'application du modèle jusqu'à l'ultime.

La projection des charges jusqu'à l'ultime via les modèles basés sur des **réseaux de neurones** a alors été réalisée. Elle a donné au total sur toutes les années de survenance une charge totale assez proche des deux méthodes "point de comparaison". Lorsqu'on regarde pour chaque année de survenance, on constate que la méthode variante de Wütrich, qui projette les caractéristiques, suit la même tendance que les trois autres mais en accentuant les augmentations et les diminutions. En nous penchant sur la comparaison des IBNR, la méthode développée au cours de ce mémoire a des valeurs opposées aux autres méthodes. Cependant, la méthode variante et la méthode de Mario V.Wütrich [1] ont le même calcul pour les IBNYR, donc l'écart est dû aux IBNER.

Toutefois, le calibrage de la méthode classique de Wütrich a été assez instructif car il a permis de mettre en avant des phénomènes intéressants :

- La charge qui varie dans le même sens que le taux d'AIPP
- La réouverture des dossiers qui se fait généralement pour les victimes graves
- L'ouverture prolongée d'un dossier qui s'accompagne de charges importantes
- Le nombre de jours d'hospitalisation qui traduit une gravité pour les grandes valeurs tandis que de petites valeurs ne veulent pas forcément dire que le sinistre est attritionnel
- Le délai de déclaration qui plus la charge est importante plus il s'écourte
- La tendance qu'a l'assureur à régler la charge des victimes les moins atteintes

Plusieurs axes d'amélioration ont été évoqués pour résoudre les problèmes persistant dans la projection de charge et rendre le modèle réaliste et valable pour tout type de jeu de données. Étant donné le long temps de calcul et sa complexité, le modèle n'aura pas vocation de remplacer le modèle Allianz France actuellement en production, du moins pas avant d'avoir exploré tous les axes d'amélioration et d'avoir été backtesté.

Pour résumer, les phénomènes mis en avant lors du calibrage des modèles de Wütrich et les projections obtenues sont assez encourageants. Cependant, on ne peut pas à ce stade proposer un modèle de projection de charges et des caractéristiques des victimes parfaitement abouti. SI la mise en service de ce modèle était à envisager, il serait d'abord nécessaire de l'améliorer.

- [1] M. V. Wuthrich, "Neural networks applied to chain-ladder reserving," *SSRN*, 6 Juillet 2018.
- [2] FFA, "La responsabilité civile," [Link](#), 14 Juin 2021, site consulté le 27 janvier 2021. [Online]. Available : [Link](#)
- [3] "Assurance responsabilité civile en droit français," [Link](#). [Online]. Available : [Link](#)
- [4] MMA, "Assurance responsabilité civile automobile," [Link](#), site consulté 18 novembre 2020. [Online]. Available : [Link](#)
- [5] R. A. Lionel Alvarez and R. Ferro, "Le recours des tiers payeurs depuis la loi du 21 décembre 2006 : une évolution en demi-teinte du sort réservé à l'indemnisation des victimes," 13 Septembre 2011.
- [6] APREF, "Dommage corporel : De la pluralité des barèmes de capitalisation vers un barème officiel ?" [Link](#), Octobre 2019, site consulté le 6 avril 2021. [Online]. Available : [Link](#)
- [7] P. Brun, P. Jourdain, C. Radé, and H. Groutel, *Loi badinter : le bilan de 20 ans d'application*. Institut Andre Tunc, Janvier 2007.
- [8] M. Benezra, "Accidents de la circulation : la convention IRCA et ses dérivés!" [Link](#), 19 Août 2020, site consulté le 24 décembre 2020. [Online]. Available : [Link](#)
- [9] avocats.fr, "Nomenclature Dintilhac," [Link](#), site consulté le 3 mars 2021. [Online]. Available : [Link](#)
- [10] CCR-Re, "Accidents de la route : quelle indemnisation pour les dommages corporels?" [Link](#), 15 Décembre 2017, site consulté le 05 novembre 2020. [Online]. Available : [Link](#)
- [11] S. CHANH, " L'indemnisation des préjudices corporels graves en RC automobiLe - France 2019," [Link](#), 2019, site consulté le 21 janvier 2021. [Online]. Available : [Link](#)
- [12] Index-assurance, "Seuil d'AIPP : définition," [Link](#), site consulté le 07 janvier 2021. [Online]. Available : [Link](#)
- [13] H. Akoglu, "User's guide to correlation coefficients," *Turkish Journal of Emergency Medicine*, Aout 2018.
- [14] T. Mack, "Distibution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates," *ASTIN BULLETIN*, vol2., 1993.
- [15] Éric Lecœur, "La provision ibnr," *Le magazine professionnel de l'actuariat*, n°1, 14 Juin 2011.
- [16] F. Vermet, "Cours d'apprentissage statistique : une approche connexionniste," EURIA 2020.
- [17] M. C. et Pitts, "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity," *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 1943.
- [18] A. Pinkus, "Approximation theory of the mlp model in neural networks," *Acta Numerica*, vol8., 1999.
- [19] K. Hornik, "Approximation capabilities of multilayer feedfoward networks," *Neural Networks*, vol4., 1991.

- [20] k Hornik, "Some new results on neural network approximation," *Neural Networks, vol6.*, 1993.
- [21] Vie-publique, "L'évolution des cotisations d'assurance automobile et habitation," [Link](#), Janvier 2011, site consulté le 17 mars 2021. [Online]. Available : [Link](#)
- [22] INSEE, "Indice des salaires mensuels de base - administration publique, enseignement, santé humaine et action sociale," [Link](#), 22 Juin 2018, site consulté le 12 février 2021. [Online]. Available : [Link](#)

Table des figures

1	Données de départ pour implémenter le modèle	4
2	Résumé schématique de la projection d'une victime via le modèle construit	5
3	Input data to implement the model	8
4	Schematic summary of the projection of a victim with the constructed model	9
2.1	Répartition de l'indemnisation des victimes des sinistres corporels selon les postes de préjudices Dintilhac	23
2.2	La vie d'un sinistre en RC corporel auto	25
5.1	Les principaux évènements	32
5.2	Répartition des victimes par système par année d'observation	33
5.3	Répartition des victimes par système par année de survenance	34
5.4	Répartition des victimes par segment vue en fin d'année 2020	35
5.5	Répartition de la charge totale par segment vue en fin d'année 2020	36
5.6	Répartition des victimes par garantie sinistrée vue en fin d'année 2020	37
5.7	Répartition de la charge totale par garantie sinistrée vue en fin d'année 2020	38
5.8	Répartition du nombre de victime par situation vue en fin d'année 2020	39
5.9	Charge moyenne par année de survenance par situation de la victime vue fin année de survenance	40
5.10	Nombre de victime par année de survenance par situation de la victime vue fin année de survenance	41
5.11	Charge moyenne par situation de la victime de survenance 2006 vue en fin 2020	42
5.12	Répartition des victimes par tranche d'AIPP vue en fin 2020	43
5.13	Charge globale par tranche d'AIPP vue en fin 2020	44
5.14	Charge moyenne par tranche d'AIPP vue en fin 2020	45
5.15	Taux d'AIPP moyen par situation de la victime vu en fin 2020	46
5.16	Nombre de jours d'hospitalisation moyen par tranche de charge vu en fin 2020	47
5.17	Nombre de jours d'hospitalisation moyen par situation de la victime vu en fin 2020	48
5.18	Matrice de corrélation entre les deux variables	50
5.19	Pourcentage de règlements lors de la première année de développement par année de survenance par situation de gravité	51
5.20	Délai de déclaration en fonction de la charge	52
5.21	Répartition des victimes par jour de survenance par année de survenance	53
5.22	Évolution du taux d'AIPP moyen par tranche d'AIPP	54
6.1	Développement pour l'année d'origine i	56
6.2	Décomposition de la charge ultime	58
6.3	IBNR des graves via la méthode Allianz France	58
6.4	IBNR des attritionnels via la méthode Allianz France	59

6.5	Représentation d'un neurone	60
6.6	Heaviside	61
6.7	Widrow-Hoff	62
6.8	Rectified Linear Unit	62
6.9	Sigmoïde	63
6.10	Tanh	63
6.11	Représentation d'un perceptron à une seule couche cachée	65
8.1	Évolution des facteurs de Chain Ladder	79
8.2	Données utilisées pour le modèle de Wüthrich	85
8.3	Représentation de la première étape du modèle	86
8.4	Représentation du réseau de neurones permettant d'obtenir le premier facteur	86
8.5	Biais en fonction de la taille de la sous-couche cachée	88
8.6	RMSE en fonction de la taille de la sous-couche cachée	88
8.7	Représentation de la 2 ème étape du modèle	90
8.8	Évolution de la taille de la sous-couche cachée par développement	91
8.9	Évolution du 1 er facteur en fonction du taux d'AIPP	92
8.10	Facteur de la 1 année de développement moyen par tranche d'AIPP	93
8.11	Facteur de la 1 année de développement moyen par code de la situation de la victime	93
8.12	Facteur de la 1 année de développement en fonction du nombre de jours d'hospitalisation	94
8.13	Facteur de la 1 année de développement en fonction du pourcentage réglé	95
8.14	Facteur de la 1 année de développement en fonction du délai de déclaration	96
8.15	Facteur de la 1 année de développement en fonction du jour de survenance	97
8.16	Données utilisées pour le modèle variant de Wüthrich	99
8.17	Représentation de la première étape du modèle	100
8.18	Représentation du réseau de neurones permettant d'obtenir le premier facteur	101
8.19	Évolution de la taille de la sous-couche cachée par développement pour le modèle variant	104
9.1	Evolution de l'ultime projeté via les deux méthodes par année de survenance	106
10.1	Évolution de l'ultime projeté via les méthodes par année de survenance	110
10.2	Comparaison des IBNER obtenus par les méthodes Wütrich	111
11.1	Taille de la base apprentissage au fil des années de développement	113
11.2	Fonctionnement du modèle	114
11.3	Projection erronée pour le nombre de jours d'hospitalisation	114
11.4	Logique de passage pour la variable situation de la victime	115
11.5	Évolution du modèle pour la première année de survenance	116
6	Comparaison des IBNYR grave au IBNYR globale du modèle de Wütrich	154

2.1	Récapitulatif de la nomenclature de Dintilhac	22
3.1	Segments sur lesquels on observe les sinistres corporels	26
5.1	Répartition de la quantité de données disponible par année d'observation et par système	32
5.2	Tranches d'AIPP	43
5.3	Tranches de charge	46
7.1	Calcul Indice FFSA	73
8.1	Triangle de charges cumulées en mns d'€	78
8.2	Triangle de charges en "as-if" cumulées en mns d'€	78
8.3	Facteurs de Chain Ladder calculés sur les deux triangles de charges	79
8.4	Nombre de victimes graves par année de survenance	80
8.5	Nombre de victimes graves par année de survenance	81
8.6	Facteurs de Chain Ladder calculés sur le triangle de nombre de grave par année de survenance	81
8.7	Triangle de charge de graves par année de passage en grave en mns d'€	82
8.8	Facteurs de Chain Ladder calculés sur le triangle de charge grave par année de passage en grave	82
8.9	Mécanique de passage en ultime par année de passage en grave en ultime par année de survenance	83
8.10	Triangle de charge des attritionnels par année de survenance en mns d'€	84
8.11	Facteurs de Chain Ladder calculés sur le triangle de charge attritionnel	84
8.12	Comparaison entre facteurs	85
8.13	Transformation qualitative en quantitative	87
8.14	Indicateurs calculés par taille de la sous-couche cachée du réseau de neurones	89
8.15	Résultats de la première projection via le modèle de Mario V.Wütrich	90
8.16	Nombre de victimes ayant 0 jour en hospitalisation par tranche d'AIPP	95
8.17	Facteur pour obtention IBNYR	98
8.18	Charge observée mise "as if" en mns d'€s	99
8.19	Indicateurs calculés par taille de la sous-couche cachée du réseau de neurones du 1 er développement	102
8.20	Résultats de la projection via la variante du modèle de Wütrich pour le 1er développement	103
8.21	1 er facteur de développement pour le total	103
9.1	Synthèse des charges ultimes obtenues via la projection par la méthode Chain Ladder et via la méthode Allianz France en mns d'€	105
9.2	Décomposition des IBNR via la méthode Allianz France en mns d'€	106
9.3	Application des facteurs de Chain Ladder à fin 2019 : charges en M€	107

9.4	Comparaison des charges prédites et observées année 2020 en mns d'€	107
9.5	Comparaison des charges prédites via la méthode Allianz France et observées année 2020 en mns d'€	108
10.1	Ultimes projetés par les différentes méthodes en mns d'€	109
10.2	IBNR calculés par les différentes méthodes en mns d'€	110
11.1	Taille de l'échantillon pour chaque réseau de neurones calibré	113
11.2	Nombre de mauvaises prédictions lors du 1 ^{er} développement	115
3	Comparaison des barèmes les plus utilisés	125
4	Tableau récapitulatif de la nomenclature de Dintilhac	126
5	Valeurs pour la 1 ^{ère} année de développement	130
6	Valeurs pour la 2 ^{ème} année de développement	131
7	Valeurs pour la 3 ^{ème} année de développement	132
8	Valeurs pour la 4 ^{ème} année de développement	133
9	Valeurs pour la 5 ^{ème} année de développement	134
10	Valeurs pour la 6 ^{ème} année de développement	135
11	Valeurs pour la 7 ^{ème} année de développement	136
12	Valeurs pour la 8 ^{ème} année de développement	137
13	Valeurs pour la 9 ^{ème} année de développement	138
14	Valeurs pour la 10 ^{ème} année de développement	139
15	Valeurs pour la 11 ^{ème} année de développement	140
16	Valeurs pour la 12 ^{ème} année de développement	141
17	Valeurs pour la 13 ^{ème} année de développement	142
18	Valeurs pour la 14 ^{ème} année de développement	143
19	Valeurs pour la 15 ^{ème} année de développement	144
27	Projection de charges de proche en proche via le modèle de Wütrich	148
35	Projection de charges de proche en proche via le modèle variant de Wütrich	152
36	Facteurs pour le calcul des IBNYR	153
37	Résultats obtenus pour les IBNYR	153

Annexe 1 : Complément sur les sinistres corporels

Barèmes

L'indexation des rentes est obligatoire en assurance auto depuis 1974. Pour avoir une vision à l'ultime du montant que va coûter la victime qui sort en rente il faut calculer le capital constitutif de rente qui est la somme des arrérages futurs capitalisés et ce, en tenant compte de l'espérance de vie de la victime. Donc, cette grandeur dépend de la table de mortalité et du taux de capitalisation. Il existe plusieurs barèmes de capitalisation :

Barème de Capitalisation	Université de Savoie			BCIV / BCRIV		Gazette du Palais			
	Savoie 2018	Savoie 2017	Savoie 2016	BCRIV 2018	BCRIV 2017	BCRIV 2016	GP 2018	GP 2016	GP 2013
Taux de capitalisation	0% à 1.02%	-0.24% à 0.66%	0.15% à 1.04 %	0% à 1.90%	0% à 1.89%	1.29%	0.50%	1.04%	1.20%
Taux d'intérêt	0.79% à 1.82%	0.46% à 1.35%	0.83% à 1.72%	0.40% à 2.30%	0.20% à 2.09%	1.29%	0.70%	1.29%	2.16%
Source de l'indice	Moy TEC			Moy courbe des taux sans risque EIOPA		Moy TEC		Moy TEC	
Période de référence	Jan à dec 2017	Jan à dec 2016	Jan à dec 2015	Dec 2016 à nov 2017	Dec 2015 à nov 2016	Dec 2013 à fin nov 2015	1.11.2015 à 31.10.2017	Debut Dec 2013 à fin nov 2014	2ème semestre 2012
Taux d'intérêt /	TEC 10 (pour les années 0-20 ans) TEC 20 (pour les années 20-30ans) TEC 30 (pour les années 30ans et +)			Espérance de vie selon la table de mortalité		Implicitement 10 ans		Explicitement 10 ans	
Placements sous-jacents	Emprunts d'états Français			Emprunts d'états zone Euro		Emprunts d'états Français		Emprunts d'états Français	
Taux d'inflation	0.80%	0.70%	0.68%	0.40%	0.20%		0.20%	0.25%	0.96%
Source de l'indice	INSEE 1763852 IPC hors tabac			INSEE 1763852 IPC hors tabac		Inflation non prise en compte	Indice retenu mais non spécifié dans le texte : INSEE 1763852 IPC hors tabac		
Période de référence	Moy sur 5 ans de n-2 à n+2	Moy sur 5 ans de n-3 à n+1	Moy sur 5 ans de n-3 à n+1	Inflation Moy 3 ans : 2015 à 2017	Inflation Moy 3 ans : 2014 à 2016		Inflation Moy 3 ans : 2014 à 2016	Inflation Moy 2014 (50%) et 2015 (0%)	80% de 2012
Table de mortalité	INSEE H/F 2010-2012			INSEE H/F 2010-2012		INSEE H/F 2006-2008	INSEE H/F 2010-2012	INSEE H/F 2006-2008	
Freq Mise à jour	Annuelle			Annuelle				Non précisé	

TABLE 3: Comparaison des barèmes les plus utilisés

Nomenclature de Dintilhac

La nomenclature de Dintilhac a été mise en place pour harmoniser les évaluations d'indemnisation. Elle a pour but une égalité de traitements des victimes corporelles. Il s'agit d'un outil indicatif pour l'évaluation, laissant une souplesse pour une éventuelle personnalisation. Cette nomenclature peut se résumer par le tableau suivant :

	Préjudice des victimes directes		Préjudice des victimes indirectes	
	Préjudices temporaires (avant consolidation)	Préjudices permanents (après consolidation)	Préjudice des victimes indirectes en cas de décès de la victime	Préjudice des victimes indirectes en cas de décès de la victime
préjudices patrimoniaux	dépenses de santé actuelles (DSA) : frais hospitaliers, médicaux, paramédicaux et pharmaceutiques jusqu'à la consolidation	dépenses de santé futures (DSF) : frais hospitaliers, médicaux, paramédicaux et pharmaceutiques médicalement prévisibles et liés aux pathologies résultant de l'accident après consolidation + installation de prothèses et pose d'appareillages	frais d'obsèques (FO)	pertes de revenus des proches (PR) : pertes ou diminution de revenus du conjoint et des enfants à charge à cause du handicap de la victime + perte ou diminution du revenu des proches ayant abandonné définitivement ou temporairement leur emploi pour s'occuper de la victime (mais sans conduire à une double indemnisation avec le poste ATP)
	frais divers (FD) : par exemple honoraires de médecins, frais de transport...	frais de logement adapté (FLA)	pertes de revenus des proches (PR) : pertes de revenus du conjoint ou des enfants à charge dues au décès de la victime+ éventuellement pertes de gains des proches qui auraient assuré une présence constante auprès de la victime jusqu'au décès	frais divers des proches (FD) :par exemple transports, hébergement, restauration
	pertes de gains professionnels actuels (PGPA) : pertes de revenus à cause de l'incapacité de travail jusqu'à consolidation	frais de véhicule adapté (FVA)	frais divers des proches (FD) :par exemple frais de transport, d'hébergement, de restauration	
		assistance tierce personne (ATP) : emploi d'une tierce personne comme aide pour les actes de la vie quotidienne après consolidation		
		pertes de gains professionnels futurs (PGPF) :perte de revenus dans la sphère professionnelle dues au handicap résultant de l'accident après consolidation. Pour des jeunes non encore actifs il faut en faire une estimation		
		incidence professionnelle (IC) : complète la PGPF mais concerne toutes les autres conséquences du handicap dans la sphère professionnelle que la perte de revenus : par exemple la dévalorisation sur le marché du travail, augmentation de la pénibilité du travail ... Pour des jeunes non encore actifs il faut en faire une estimation		
		préjudice scolaire, universitaire, de formation (PSU) : perte d'années d'études		
préjudices extra- patrimoniaux	déficit fonctionnel temporaire (DFT) : invalidité subie par la victime dans la sphère personnelle jusqu'à la consolidation	déficit fonctionnel permanent (DFP) : équivalent post-consolidation du DFT et des SE	préjudice d'accompagnement (PAC) : préjudice moral des proches (au sens de la proximité affective) pendant la maladie traumatique jusqu'au décès + bouleversements liés au décès de la victime	préjudice d'affection (PAF) : douleur des proches de la victime causée par les souffrances et le handicap de la victime + éventuellement retentissements pathologiques
	souffrances endurées (SE)	préjudice d'agrément (PA) : impossibilité de continuer une activité sportive ou de loisirs	préjudice d'affection (PAF) : douleur des proches à cause de la perte de la victime + éventuels retentissements pathologiques	préjudice extra-patrimoniaux exceptionnels (PEX) : changements de conditions d'existence dont sont victimes les proches de la victime pendant sa survie handicapée
	préjudice esthétique temporaire (PET)	préjudice esthétique permanent (PEP) préjudice d'établissement (PE) : perte de possibilité de réaliser un projet de vie familiale "normale" à cause du handicap		
		préjudices permanents exceptionnels (PPE) : pour indemniser exceptionnellement certains préjudices extra-patrimoniaux particuliers non indemnissables par un autre biais.		
	préjudices liés à des pathologies évolutives (PEV) : pour des pathologies évolutives échappant à la notion de consolidation et donc non classifiables comme préjudices temporaires ou permanents (ex : VIH, maladies à liées l'amiante...)			

TABLE 4: Tableau récapitulatif de la nomenclature de Dintilhac

Exemple taux d'AIPP

L'AIPP ou taux d'atteinte permanente à l'intégrité physique et/ou psychique (AIPP ou taux d'AIPP) est l'évaluation donnée en degré d'un pourcentage sur une échelle de 0 à 100 par le médecin expert à la consolidation de la victime suite à un accident. Le taux d'AIPP ou DFP (Déficit fonctionnel permanent) concerne la réduction du potentiel physique, psychosensoriel ou intellectuel dont la victime de l'accident de la route est atteinte définitivement une fois sa consolidation acquise. Le calcul du taux d'AIPP ou DFP est un calcul fait par un médecin diplômé en réparation du préjudice corporel en comparaison à des cas similaires à celui de la victime. Le tableau suivant donne des indications de taux d'AIPP correspondant à différents exemples de pathologies :

exemple de séquelles	Taux d'AIPP
Perte d'une phalange	≤ 1%
Perte, paralysie d'un doigt ou perte de l'odorat ou d'une partie de la voix	1 à 5 %
Perte de l'ouïe d'une oreille ou d'un orteil ou genou remplacé par une prothèse	5 à 10 %
Perte de tous les orteils ou perte de toutes les dents ou perte de la voix	10 à 15 %
Perte du pouce gauche (pour un droitier) ou paralysie du visage	15 à 20 %
Perte du pouce droit (pour un droitier) ou perte de la vision d'un œil	20 à 25 %
Perte d'une jambe remplacée par une prothèse ou perte d'un pied	25 à 30 %
Perte de la main gauche (pour un droitier)	30 à 40 %
Perte de la main droite (pour un droitier) ou perte du bras gauche	40 à 50 %
Perte du bras droit (pour un droitier) ou perte de la jambe ou perte totale de la vue ou de l'ouïe	50 à 60 %
Traumatismes très graves : Para ou tétraplégie, Traumatisme crâniens. . .	60 à 100 %

Annexe 2 : Indicateurs pour valider un modèle de prédiction

En notant :

- y : la variable à expliquer
- \hat{y} : la variable prédite à l'issue de notre modèle
- n : le nombre d'observations dans notre base validation
- k : nombre de paramètres à estimer par le modèle

Avant de définir les indicateurs, on définit le critère de parcimonie : dans un modèle de machine learning, imposer que le modèle soit parcimonieux revient à limiter le nombre de paramètres non nuls. En effet ce critère est important à réaliser car un modèle à peu de paramètres est plus facile à estimer et un modèle trop compliqué est en générale "non robuste" au changement d'environnement (risque de surapprentissage).

- **Biais** : permet d'évaluer si les prédictions sont précises ou non et si le modèle a tendance à sur- ou sous-estimer les valeurs de la variable d'intérêt. Le biais se calcule comme suit :

$$\text{Biais} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)}{n}$$

Plus le biais est faible (proche de 0), meilleure est la prédiction. Il faut faire attention au fait que cet indicateur ne prenne pas en compte la variabilité des prédictions. En effet, si les valeurs prédites sont à la fois très sur-estimées mais aussi très sous-estimées, le biais peut quand même être relativement faible.

- **MAE : Mean Absolute Error** elle se calcul ainsi :

$$\text{MAE} = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|}{n}$$

La seule différence entre le MAE et le biais est la valeur absolue des différences entre les valeurs réelles et prédites. Un des avantages de l'indicateur MAE est qu'il donne une meilleure idée de la qualité de prédiction. Par contre, il n'est pas possible de savoir si le modèle a tendance à sous ou sur-estimer les prédictions.

- **RMSE : Root Mean Square Error** Le biais nous indique des écarts, mais il ne nous donne pas d'information sur l'amplitude de ces écarts, le RMSE nous donne cette information, il se définit ainsi :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}}$$

Souvent, les valeurs de RMSE sont difficiles à interpréter parce que l'on est pas en mesure de dire si une valeur de variance est faible ou forte. Pour pallier à cet effet, il est plus intéressant de normaliser le RMSE pour que cet indicateur soit exprimé comme un pourcentage de la valeur moyenne des observations. Cela peut être utilisé pour donner plus de sens à l'indicateur.

Il existe d'autres mesures qui pénalisent les modèles complexes et donc cherchant à vérifier le critère de parcimonie comme le AIC et BIC :

- **AIC : Akaike Information criterion** : ce critère se calcule comme suit :

$$\text{AIC} = 2k - 2\ln(L)$$

avec L le maximum de la fonction de vraisemblance du modèle. Ce critère repose donc sur un compromis entre la qualité de l'ajustement et la complexité du modèle, en pénalisant les modèles ayant un grand nombre de paramètres

- **BIC** : *Bayesian Information criterion* : ce critère se calcule comme suit :

$$\text{BIC} = k \ln(n) - 2 \ln(L)$$

Lorsque l'on compare les critères d'information bayésiens et les critères d'information d'Akaike, la pénalité pour les paramètres supplémentaires est plus importante dans le BIC que dans le AIC. Contrairement à l'AIC, le BIC pénalise davantage les paramètres libres.

Annexe 3 : Résultats optimisation taille des sous-couche pour le modèle de Wüthrich

1 ère année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	1,000110	1,000099	1,000099	110,50	269,20	744
2	1,000110	1,000099	1,000099	113,70	301,10	519
3	1,000100	1,000099	1,000099	115,80	329,50	383
4	1,000099	1,000100	1,000100	121,04	457,30	329
5	1,000067	1,000060	1,00006	126,03	698,70	643
6	1,000059	1,000052	1,000052	150,08	835,37	4027
7	1,000069	1,000061	1,000061	174,06	972,00	9107
8	1,000061	1,000054	1,000054	198,05	1108,64	4561
9	1,000073	1,000065	1,000065	222,07	1245,32	2703
10	1,000071	1,000064	1,000064	246,09	1381,98	16660
11	1,000063	1,000056	1,000056	270,06	1518,60	5248
12	1,000077	1,000069	1,000069	294,11	1655,31	13511
13	1,000072	1,000064	1,000064	318,09	1791,93	12260
14	1,000071	1,000064	1,000064	342,09	1928,59	12769
15	1,000065	1,000057	1,000057	366,09	2065,24	3968
16	1,000069	1,000061	1,000061	390,10	2201,90	14932
17	1,000076	1,000067	1,000067	414,14	2338,58	14831
18	1,000058	1,000050	1,00005	438,09	2475,18	10202
19	1,000069	1,000062	1,000062	462,08	2611,83	10827
20	1,00008	1,000072	1,000072	486,11	2748,51	29457
21	1,000068	1,000061	1,000061	510,08	2885,13	21254
22	1,000065	1,000056	1,000056	534,14	3021,84	6832
23	1,000069	1,000061	1,000061	558,11	3158,46	13160
24	1,000052	1,000044	1,000044	582,13	3295,13	20058
25	1,000073	1,000064	1,000064	606,09	3431,75	44773
26	1,000068	1,00006	1,00006	630,12	3568,42	18762
27	1,000069	1,000062	1,000062	654,05	3705,00	35993
28	1,000058	1,000050	1,00005	678,10	3841,70	20784
29	1,000056	1,000048	1,000048	702,10	3978,36	8483
30	1,000084	1,000072	1,000072	726,16	4115,06	16118

TABLE 5: Valeurs pour la 1 ère année de développement

2 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,009923	0,000000	0,002261	98,46	300,00	458
2	0,009832	0,000000	0,002261	104,63	325,31	337
3	0,009931	0,000000	0,002261	109,87	476,98	253
4	0,009542	-0,000005	0,002261	112,83	580,28	12219
5	0,00958807	-0,000013	0,002253	136,80	718,73	3369
6	0,00954273	-0,000009	0,00223467	160,80	857,20	11267
7	0,00960367	-4,7749E-06	0,00227168	184,81	995,69	31550
8	0,00956942	-2,0117E-05	0,00227461	208,85	1134,21	6613
9	0,00958178	-1,1907E-05	0,00226561	232,82	1272,65	1959
10	0,00956361	-1,304E-05	0,00219871	256,79	1411,10	3833
11	0,0095496	-1,0688E-05	0,00222954	280,78	1549,57	5574
12	0,00955112	-1,9797E-05	0,00225275	304,78	1688,05	4135
13	0,00955942	-1,6048E-05	0,00222127	328,81	1826,55	11599
14	0,00957111	-1,3573E-05	0,00221295	352,77	1964,99	36530
15	0,00968215	-1,8798E-05	0,00230515	376,85	2103,54	14597
16	0,00958675	-1,0341E-05	0,00229124	400,85	2242,02	6728
17	0,00957838	-2,4872E-05	0,00228689	424,80	2380,45	4291
18	0,00976087	-0,000020	0,00223665	448,75	2518,88	20412
19	0,00964596	-1,6577E-05	0,00224845	472,79	2657,39	15496
20	0,00958589	-2,2015E-05	0,0022333	496,79	2795,87	11327
21	0,00961075	-2,1986E-05	0,00224183	520,80	2934,35	13628
22	0,00964293	-8,9829E-06	0,00227639	544,80	3072,84	13456
23	0,00981397	-2,2705E-05	0,00233027	568,82	3211,33	21889
24	0,0095675	-0,000019	0,00226053	592,82	3349,81	11240
25	0,00961494	-1,3702E-05	0,00231016	616,81	3488,28	24574
26	0,00962472	-3,3631E-05	0,00223168	640,77	3626,71	35343
27	0,00964114	-1,8674E-05	0,00219809	664,75	3765,17	25002
28	0,00969337	-1,8915E-05	0,00226277	688,74	3903,63	24077
29	0,00960091	-1,7742E-05	0,00225067	712,77	4042,14	22516
30	0,00962142	-1,4013E-05	0,00224769	736,78	4180,63	20524

TABLE 6: Valeurs pour la 2 ème année de développement

3 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	1,000052	1,000021	136,122700	267,63	1530,71	744
2	1,000047	1,000021	136,122700	267,66	1530,73	519
3	1,000039	1,000021	136,122700	267,67	1530,74	383
4	1,000034	1,000021	136,122700	267,65	1530,75	329
5	1,000023	1,000021	1,000021	267,64	1530,77	24745
6	1,000017	1,000016	1,000016	267,66	1530,79	12856
7	1,0000209	1,0000196	1,0000196	267,63	1530,75	7863
8	1,0000176	1,0000164	1,0000164	267,61	1530,74	2891
9	1,0000194	1,0000182	1,0000182	267,62	1530,74	7746
10	1,0000258	1,0000243	1,0000243	267,66	1530,79	4189
11	1,000020	1,000019	1,000019	267,67	1530,80	9588
12	1,000011	1,00001	1,00001	267,65	1530,78	10315
13	1,0000254	1,000024	1,000024	267,65	1530,78	2337
14	1,0000196	1,0000182	1,0000182	267,65	1530,78	3043
15	1,0000155	1,0000144	1,0000144	267,60	1530,73	3393
16	1,000021	1,000019	1,000019	267,64	1530,77	12719
17	1,0000188	1,0000175	1,0000175	267,63	1530,76	3710
18	1,000015	1,000014	1,0000136	267,66	1530,78	4266
19	1,000022	1,00002	1,00002	267,71	1530,83	17354
20	1,0000189	1,0000173	1,0000173	267,68	1530,80	5435
21	1,0000196	1,0000183	1,0000183	267,63	1530,75	2258
22	1,00002	1,000019	1,000019	267,61	1530,74	5322
23	1,00002	1,000018	1,000018	267,62	1530,75	15301
24	1,0000209	1,000020	1,0000198	267,60	1530,72	2066
25	1,000023	1,000021	1,000021	267,63	1530,76	10535
26	1,000012	1,000011	1,000011	267,63	1530,76	17001
27	1,000025	1,000023	1,000023	267,62	1530,75	14274
28	1,000024	1,000022	1,000022	267,64	1530,76	14403
29	1,0000164	1,0000152	1,0000152	267,62	1530,75	2324
30	1,0000177	1,0000165	1,0000165	267,61	1530,73	7963

TABLE 7: Valeurs pour la 3 ème année de développement

4 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,005920	0,000003	0,002186312	76,21	228,63	433
2	0,005920	-0,000450	0,002193510	98,43	295,29	301
3	0,005920	0,000035	0,002167342	101,67	305,01	241
4	0,00592017	-0,000021	0,002147661	104,38	566,36	310
5	0,00590508	-0,000022	0,002046002	128,32	703,43	11039
6	0,005824592	-0,000016	0,002046918	152,33	840,58	1326
7	0,005998757	-1,9663E-05	0,002113084	176,36	977,74	1453
8	0,006122896	-2,9115E-05	0,002105213	200,38	1114,90	8389
9	0,006147814	-4,1137E-06	0,002130873	224,35	1252,01	6056
10	0,006333671	-3,5055E-06	0,002071463	248,35	1389,14	5318
11	0,013266060	-0,000073	0,002140587	272,35	1526,27	9283
12	0,005811909	-5,7386E-06	0,002015632	296,31	1663,37	14148
13	0,006034257	-1,868E-05	0,002143202	320,34	1800,54	53555
14	0,008836714	-5,4668E-05	0,002068556	344,32	1937,66	11480
15	0,005915644	-1,5164E-05	0,002098687	368,35	2074,83	7187
16	0,009506509	-6,7078E-05	0,002169001	392,34	2211,95	14404
17	0,00593435	-1,1697E-05	0,002076249	416,30	2349,05	7596
18	0,006693224	0,000006	0,002102300	440,32	2486,20	8437
19	0,009750532	3,17135E-05	0,002160450	464,35	2623,37	11169
20	0,006544079	-3,1184E-05	0,002057061	488,32	2760,47	4971
21	0,006942621	6,43884E-06	0,002116952	512,31	2897,60	14223
22	0,006460048	1,48058E-05	0,002204780	536,37	3034,80	5778
23	0,008977544	-3,8364E-05	0,002164053	560,34	3171,91	10300
24	0,006603943	0,000000	0,002127045	584,32	3309,02	5728
25	0,00618238	-3,2055E-05	0,002147959	608,35	3446,19	5521
26	0,006708687	-2,0845E-05	0,002103983	632,34	3583,31	4413
27	0,008826313	-6,0461E-05	0,002203976	656,37	3720,48	7624
28	0,005896088	-2,6369E-05	0,002063778	680,30	3857,54	6713
29	0,008334059	3,11453E-05	0,002300161	704,40	3994,78	20787
30	0,007743073	1,11045E-05	0,002189292	728,37	4131,88	14834

TABLE 8: Valeurs pour la 4 ème année de développement

5 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,0227568	0,0000724	0,009132	106,43	342,70	441
2	0,0227013	0,0000724	0,009132	117,41	378,06	309
3	0,0227510	0,0000724	0,009132	135,97	437,83	233
4	0,0227491	0,0000724	0,009132	148,99	606,92	11817
5	0,0226060	0,0000854	0,00909209	172,60	742,68	55720
6	0,0226875	0,0000815	0,009101	196,64	878,87	62462
7	0,0227318	0,0000858	0,00908805	220,53	1014,90	30294
8	0,0225261	0,0000960	0,00895795	244,03	1150,55	5969
9	0,0225908	0,0001000	0,00896348	268,48	1287,14	4203
10	0,0235081	0,0001253	0,0090408	292,15	1422,96	59579
11	0,0230441	0,0000597	0,00898808	315,43	1558,39	71421
12	0,0227205	0,0001077	0,00904753	340,33	1695,44	26551
13	0,0227991	0,0001028	0,00910085	364,36	1831,62	17085
14	0,0225867	0,0000636	0,00896507	388,00	1967,40	22282
15	0,0225841	0,0001213	0,00898209	412,10	2103,65	12065
16	0,0226012	0,0001187	0,00899836	436,03	2239,73	13784
17	0,0231946	0,0000578	0,00905809	459,25	2375,09	89913
18	0,0226697	0,0000828	0,00897224	483,73	2511,72	12888
19	0,0226648	0,0000943	0,00906396	508,40	2648,53	6806
20	0,0231694	0,0001204	0,00904128	531,82	2784,10	48269
21	0,0226525	0,0001088	0,00900012	555,78	2920,20	69319
22	0,0230889	0,0001329	0,00902095	580,01	3056,58	13675
23	0,0225066	0,0000957	0,0089806	603,79	3192,51	15999
24	0,0224860	0,0000981	0,00898387	627,74	3328,60	30105
25	0,0230188	0,0000964	0,00904669	651,07	3464,09	46892
26	0,0228206	0,0001104	0,009019	675,36	3600,52	45284
27	0,0227946	0,0000932	0,00902362	699,65	3736,96	23411
28	0,0226897	0,0001197	0,00901018	723,54	3872,99	44248
29	0,0228507	0,0000760	0,00901291	748,03	4009,63	8308
30	0,0240940	0,0000747	0,00909223	770,15	4143,89	138658

TABLE 9: Valeurs pour la 5 ème année de développement

6 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,023769	-0,0001060	0,009559	99,00	318,77	430
2	0,023254	-0,0000923	0,009559	119,42	384,53	303
3	0,023469	-0,0000965	0,009559	127,21	409,62	244
4	0,023537	-0,0001050	0,009559	139,62	593,19	32808
5	0,02337026	-0,0001066	0,00947499	163,45	728,10	14532
6	0,023392	-0,0001087	0,009440	187,58	863,31	16899
7	0,02347372	-0,0001154	0,00943412	211,43	998,24	7184
8	0,02347924	-0,0001078	0,00950956	235,41	1133,30	34258
9	0,02352389	-0,0000994	0,0094774	259,57	1268,54	2162
10	0,02354143	-0,0001131	0,00953739	283,46	1403,51	8212
11	0,023612	-0,0000844	0,009560	307,29	1538,41	19165
12	0,02353355	-0,0001087	0,00946578	331,11	1673,32	15959
13	0,02391879	-0,0000788	0,00960394	355,38	1808,66	51392
14	0,02347232	-0,0001057	0,009492	379,06	1943,42	13242
15	0,02369998	-0,0001089	0,00950609	403,09	2078,54	20307
16	0,02381158	-0,0001162	0,00956445	427,06	2213,58	46360
17	0,02343327	-0,0001050	0,00949161	451,13	2348,73	17499
18	0,02351369	-0,0001203	0,00950426	475,04	2483,72	42511
19	0,02355336	-0,0000975	0,00945514	498,95	2618,71	33405
20	0,02367025	-0,0001140	0,00954359	522,96	2753,79	46314
21	0,02359569	-0,0000989	0,00953474	547,03	2888,95	7060
22	0,02354328	-0,0001230	0,00949201	570,92	3023,91	19156
23	0,02355203	-0,0000952	0,00949184	594,87	3158,94	18588
24	0,02360165	-0,0001345	0,00949725	618,90	3294,05	16000
25	0,0235568	-0,0001061	0,00949914	642,77	3429,00	33588
26	0,02370664	-0,0000996	0,00953467	666,89	3564,20	15771
27	0,02376917	-0,0000988	0,00953324	690,29	3698,68	79828
28	0,02363504	-0,0001106	0,0095281	714,89	3834,36	23992
29	0,02352601	-0,0000877	0,00946738	738,68	3969,23	46897
30	0,02386589	-0,0001006	0,00957428	762,63	4104,26	80559

TABLE 10: Valeurs pour la 6 ème année de développement

7 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,006502	-0,000045	0,002187	79,40	255,67	433
2	0,008365	-0,000040	0,002152	83,21	267,94	301
3	0,007265	-0,000017	0,002160	97,56	314,14	241
4	0,005920	-0,000021	0,002148	104,38	566,36	310
5	0,00590508	-0,000022	0,002046	128,32	703,43	11039
6	0,005825	-0,000016	0,002047	152,33	840,58	1326
7	0,00599876	-0,0000197	0,00211308	176,36	977,74	1453
8	0,0061229	-0,0000291	0,00210521	200,38	1114,90	8389
9	0,00614781	-0,0000041	0,00213087	224,35	1252,01	6056
10	0,00633367	-0,0000035	0,00207146	248,35	1389,14	5318
11	0,013266	-0,0000734	0,002141	272,35	1526,27	9283
12	0,005812	-0,000006	0,002016	296,31	1663,37	14148
13	0,00603426	-0,0000187	0,0021432	320,34	1800,54	53555
14	0,00883671	-0,0000547	0,00206856	344,32	1937,66	11480
15	0,00591564	-0,0000152	0,00209869	368,35	2074,83	7187
16	0,00950651	-0,0000671	0,002169	392,34	2211,95	14404
17	0,005934	-0,000012	0,002076	416,30	2349,05	7596
18	0,00669322	0,0000064	0,0021023	440,32	2486,20	8437
19	0,00975053	0,0000317	0,00216045	464,35	2623,37	11169
20	0,00654408	-0,0000312	0,00205706	488,32	2760,47	4971
21	0,006943	0,000006	0,002117	512,31	2897,60	14223
22	0,00646005	0,0000148	0,00220478	536,37	3034,80	5778
23	0,00897754	-0,0000384	0,00216405	560,34	3171,91	10300
24	0,00660394	-0,0000002	0,00212705	584,32	3309,02	5728
25	0,00618238	-0,0000321	0,00214796	608,35	3446,19	5521
26	0,00670869	-0,0000208	0,00210398	632,34	3583,31	4413
27	0,00882631	-0,0000605	0,00220398	656,37	3720,48	7624
28	0,005896	-0,000026	0,002064	680,30	3857,54	6713
29	0,00833406	0,0000311	0,00230016	704,40	3994,78	20787
30	0,00774307	0,0000111	0,00218929	728,37	4131,88	14834

TABLE 11: Valeurs pour la 7 ème année de développement

8 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,0538800	-0,0011847	0,0200277	186,42	630,37	415
2	0,0511150	-0,0009973	0,0198403	198,85	642,80	295
3	0,0483500	-0,0008100	0,0196530	211,28	655,23	235
4	0,0455850	-0,0006227	0,0194657	223,71	667,66	88175
5	0,0458346	-0,0006276	0,0194632	243,58	796,24	103881
6	0,0459506	-0,0006210	0,0197754	271,13	932,52	356159
7	0,0467276	-0,0005344	0,0194993	292,73	1062,83	116915
8	0,0461493	-0,0006421	0,0195262	315,22	1194,05	88175
9	0,0530028	-0,0003689	0,0197975	338,77	1326,32	86070
10	0,0463090	-0,0006660	0,0195392	364,57	1460,84	116148
11	0,0473054	-0,0006933	0,0195575	385,30	1590,30	101388
12	0,0468655	-0,0006099	0,0195560	411,13	1724,85	95021
13	0,0464562	-0,0005644	0,0195941	435,42	1857,85	62732
14	0,0473872	-0,0007667	0,0195726	460,34	1991,49	114792
15	0,0464217	-0,0006894	0,0195619	482,57	2122,45	143027
16	0,0457972	-0,0006685	0,0194773	508,36	2256,96	24055
17	0,0463610	-0,0005584	0,0195010	529,02	2386,34	294924
18	0,0465799	-0,0006371	0,0194872	552,84	2518,88	70690
19	0,0484739	-0,0008356	0,0197125	576,41	2651,17	221493
20	0,0577995	-0,0007399	0,0200478	600,46	2783,94	201761
21	0,0459058	-0,0006870	0,0194751	623,70	2915,91	98495
22	0,0462635	-0,0005178	0,0195448	650,20	3051,12	25382
23	0,0464328	-0,0007372	0,0195221	672,76	3182,40	271422
24	0,0488513	-0,0008698	0,0196396	695,94	3314,30	216185
25	0,0470018	-0,0008889	0,0195824	722,57	3449,66	157740
26	0,0476101	-0,0006347	0,0196328	745,97	3581,78	195552
27	0,0458646	-0,0006844	0,0194645	771,23	3715,76	174803
28	0,0475892	-0,0005304	0,0196436	792,50	3845,75	177805
29	0,0475902	-0,0005766	0,0195815	816,63	3978,60	162349
30	0,0517797	-0,0009234	0,0197274	841,82	4112,51	239998

TABLE 12: Valeurs pour la 8 ème année de développement

9 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,007028	0,000074	0,0035918	65,98	212,46	438
2	0,007241	0,000073	0,0034678	79,12	254,77	299
3	0,007365	0,000069	0,0035947	97,54	314,08	299894
4	0,006989	0,000068	0,0033514	105,13	543,43	9060
5	0,007020259	0,000065	0,0033539	129,16	674,81	3922
6	0,007029	0,000068	0,0034167	153,16	806,15	5536
7	0,007033188	0,000077	0,0034355	177,17	937,50	3222
8	0,007199856	0,000081	0,0034832	201,24	1068,91	5624
9	0,006985	0,000072	0,0033449	225,08	1200,10	2679
10	0,007001	0,000084	0,0033759	249,11	1331,46	1921
11	0,007104	0,000064	0,0034088	273,17	1462,87	5622
12	0,007094407	0,000081	0,0034350	297,13	1594,17	9933
13	0,007000	0,000059	0,0033652	321,11	1725,49	3136
14	0,007103061	0,000060	0,0034867	345,15	1856,88	3822
15	0,007022244	0,000097	0,0033791	369,10	1988,16	42463
16	0,007255757	0,000057	0,0035570	393,20	2119,60	42167
17	0,007083845	0,000077	0,0034056	417,14	2250,89	8887
18	0,007084397	0,000069	0,0034351	441,14	2382,22	34447
19	0,007105346	0,000088	0,0034481	465,15	2513,58	5933
20	0,006985	0,000072	0,0033856	489,05	2644,82	31036
21	0,00716044	0,000060	0,0034544	513,15	2776,25	15751
22	0,007122648	0,000081	0,0034021	537,09	2907,54	7687
23	0,007084442	0,000093	0,0034076	561,12	3038,91	19694
24	0,007098076	0,000079	0,0033600	585,08	3170,22	21030
25	0,007256701	0,000065	0,0033778	609,08	3301,55	11408
26	0,007140108	0,000074	0,0034625	633,14	3432,96	15535
27	0,007459508	0,000071	0,0034575	657,10	3564,25	9695
28	0,007164017	0,000108	0,0033922	681,14	3695,63	63537
29	0,007093	0,000055	0,0034153	705,11	3826,95	11288
30	0,007134041	0,000085	0,0035105	729,18	3958,36	27934

TABLE 13: Valeurs pour la 9 ème année de développement

10 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,01583	0,000132	0,00780	41,77	134,50	438
2	0,01567	0,000117	0,00758	86,54	278,66	322
3	0,01563	0,000102	0,00734	105,70	340,35	241
4	0,01559	0,000091	0,00722	114,81	546,54	1865
5	0,01555	0,000084	0,00723	138,79	676,25	24352
6	0,01624	0,000075	0,00726	162,77	805,95	24999
7	0,01550	0,000094	0,00714	186,64	935,56	4443
8	0,01564	0,000060	0,00716	210,59	1065,23	3677
9	0,01550	0,000080	0,00708	234,54	1194,91	2017
10	0,01568	0,000122	0,00713	258,51	1324,61	21958
11	0,01553	0,000106	0,00709	282,53	1454,35	3674
12	0,01562	0,000095	0,00723	306,71	1584,27	10927
13	0,01601	0,000084	0,00730	330,72	1714,00	17834
14	0,01551	0,000060	0,00710	354,42	1843,44	32642
15	0,01596	0,000121	0,00724	378,59	1973,33	8223
16	0,01586	0,000080	0,00730	402,64	2103,11	9299
17	0,01570	0,000109	0,00723	426,55	2232,76	9892
18	0,01584	0,000082	0,00722	450,51	2362,44	8251
19	0,01568	0,000059	0,00717	474,45	2492,11	25715
20	0,01598	0,000100	0,00717	498,44	2621,83	15077
21	0,01579	0,000124	0,00721	522,48	2751,60	6802
22	0,01562	0,000082	0,00720	546,52	2881,36	8287
23	0,01567	0,000061	0,00713	570,38	3010,96	24109
24	0,01570	0,000109	0,00715	594,38	3140,68	18153
25	0,01623	0,000124	0,00716	618,23	3270,26	15458
26	0,01557	0,000076	0,00712	642,37	3400,14	15737
27	0,01585	0,000088	0,00710	666,30	3529,79	33316
28	0,01581	0,000134	0,00731	690,54	3659,76	7054
29	0,01550	0,000066	0,00709	714,39	3789,33	10004
30	0,01591	0,000095	0,00720	738,43	3919,11	11390

TABLE 14: Valeurs pour la 10 ème année de développement

11 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,0143982	-0,0000432	0,0028026	103,46	333,14	445,00
2	0,0133251	-0,0000400	0,0028026	103,46	333,14	312,00
3	0,0124588	-0,0000374	0,0028026	103,46	333,14	230,00
4	0,0113752	-0,0001455	0,0028026	103,46	527,03	2934,00
5	0,0056728	-0,0000322	0,0025170	127,33	654,63	270,00
6	0,0060380	-0,0000070	0,0027326	151,47	782,50	18593,00
7	0,0057309	0,0000073	0,0026416	175,35	910,11	1674,00
8	0,0066011	0,0000430	0,0026156	199,34	1037,83	10859,00
9	0,0059124	-0,0000153	0,0026219	223,42	1165,64	8622,00
10	0,0064291	0,0000117	0,0027290	247,52	1293,47	26071,00
11	0,0071933	-0,0000931	0,0026342	271,34	1421,02	8767,00
12	0,0134752	-0,0001721	0,0028403	295,45	1548,86	29463,00
13	0,0063197	0,0000420	0,0026858	319,41	1676,56	38396,00
14	0,0061704	-0,0000304	0,0027165	343,48	1804,36	16926,00
15	0,0170559	-0,0001766	0,0030280	367,53	1932,14	5120,00
16	0,0091122	0,0000417	0,0027958	391,48	2059,82	4824,00
17	0,0209359	-0,0002732	0,0031106	415,49	2187,56	15992,00
18	0,0104211	0,0000519	0,0028481	439,51	2315,31	16423,00
19	0,0064434	-0,0000001	0,0027384	463,49	2443,02	8096,00
20	0,0211203	0,0000973	0,0029421	487,46	2570,72	6788,00
21	0,0068911	-0,0000341	0,0027512	511,47	2698,46	9599,00
22	0,0077743	0,0000088	0,0027924	535,45	2826,17	26419,00
23	0,0061533	-0,0000646	0,0028366	559,47	2953,92	10103,00
24	0,0082722	-0,0000081	0,0027336	583,38	3081,56	12117,00
25	0,0092582	-0,0000370	0,0028991	607,46	3209,37	33190,00
26	0,0279946	-0,0004493	0,0031629	631,47	3337,11	8939,00
27	0,0062196	-0,0000262	0,0027808	655,49	3464,87	30160,00
28	0,0191915	-0,0002903	0,0031964	679,55	3592,66	24945,00
29	0,0077911	0,0000388	0,0027766	703,45	3720,29	14743,00
30	0,0067207	-0,0000257	0,0027118	727,40	3847,97	16309,00

TABLE 15: Valeurs pour la 11 ème année de développement

12 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,074365	-0,000297	0,033018	232,10	515,26	441
2	0,074365	-0,000297	0,033018	267,68	594,25	292
3	0,074365	-0,000297	0,033018	258,37	573,58	268493
4	0,074365	-0,000228	0,032957	267,68	681,54	50682
5	0,07423221	-0,000127	0,03348755	291,18	806,40	96333
6	0,074543	-0,000213	0,032962	312,63	929,21	69554
7	0,07619989	-8,9168E-05	0,03314276	336,35	1054,28	137239
8	0,07867588	2,3846E-05	0,03325368	359,37	1178,65	94302
9	0,07463177	-0,00012341	0,03296918	384,12	1304,75	49051
10	0,07598162	-0,00010872	0,03309308	407,63	1429,62	53377
11	0,074417	-0,000189	0,032974	432,07	1555,41	36741
12	0,07411709	-0,00034631	0,03298152	456,08	1680,78	18897
13	0,07504418	-0,00017446	0,03304572	479,65	1805,70	65522
14	0,07459107	-3,7537E-05	0,03293699	503,47	1930,88	34011
15	0,08074896	-0,00026826	0,03346421	526,39	2055,16	37765
16	0,07705989	-1,9603E-05	0,03315694	550,68	2180,81	86451
17	0,07913957	0,00014501	0,03335874	574,18	2305,66	16415
18	0,0773087	-0,000353	0,03312045	597,92	2430,75	155461
19	0,07497993	-0,00023765	0,03301327	622,36	2556,55	33115
20	0,07640577	6,9452E-05	0,03317241	646,84	2682,38	30524
21	0,0758167	-0,00032341	0,03323036	669,39	2806,28	144366
22	0,07454231	-9,1572E-05	0,03305486	694,05	2932,30	64409
23	0,07428628	-0,00024925	0,03285854	717,39	3056,99	109858
24	0,07594004	-0,000118	0,03313986	741,13	3182,09	144613
25	0,0750957	-0,0001192	0,03296665	766,63	3308,94	62595
26	0,08017195	0,00017215	0,03327725	789,12	3432,79	44108
27	0,07695474	-2,2677E-05	0,03318163	812,46	3557,49	144348
28	0,07930104	2,8133E-05	0,03356894	836,49	3682,87	149337
29	0,07796096	0,00011733	0,03321965	862,60	3810,33	21766
30	0,07595306	-0,00012923	0,03327478	883,88	3932,97	97431

TABLE 16: Valeurs pour la 12 ème année de développement

13 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	32,69002	32,68998	32,68998	169,53	267,83	48
2	32,68896	32,68863	32,68863	191,16	379,57	415
3	32,68742	32,68762	32,68762	213,13	491,64	265
4	32,68548	32,68351	32,68351	235,04	603,66	4622
5	32,68646	32,68454	32,68454	257,14	715,85	473
6	32,68474	32,68253	32,68253	279,10	827,92	1375
7	32,68640	32,68442	32,68442	301,14	940,07	1075
8	32,68461	32,68249	32,68249	323,10	1052,14	585
9	32,68625	32,68431	32,68431	345,02	1164,16	1943
10	32,68628	32,68420	32,68420	366,97	1276,21	3663
11	32,68548	32,68350	32,68350	389,01	1388,36	6845
12	32,68571	32,68365	32,68365	410,93	1500,39	10875
13	32,68607	32,68408	32,68408	432,96	1612,52	2385
14	32,68714	32,68488	32,68488	454,97	1724,63	1462
15	32,68428	32,68200	32,68200	477,00	1836,77	3145
16	32,68442	32,68154	32,68154	498,94	1948,82	6528
17	32,68716	32,68517	32,68517	520,94	2060,92	27770
18	32,68444	32,68192	32,68192	542,96	2173,05	16213
19	32,68717	32,68520	32,68520	564,94	2285,14	3341
20	32,69628	32,68993	32,68993	586,97	2397,27	1441
21	32,68773	32,68556	32,68556	608,92	2509,32	7270
22	32,68433	32,68160	32,68160	630,93	2621,44	1715
23	32,68589	32,68390	32,68390	652,91	2733,53	1670
24	32,68639	32,68440	32,68440	674,94	2845,67	6938
25	32,68817	32,68566	32,68566	696,91	2957,74	3231
26	32,69050	32,68686	32,68686	718,90	3069,83	3255
27	32,69454	32,68909	32,68909	740,94	3181,98	4077
28	32,68809	32,68594	32,68594	762,89	3294,03	6518
29	32,69162	32,68787	32,68787	784,92	3406,17	6356
30	32,68952	32,68677	32,68677	806,88	3518,24	37436

TABLE 17: Valeurs pour la 13 ème année de développement

14 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	2,534929	2,534529	2,534529	56,56	150,23	173
2	2,529391	2,528991	2,528991	78,51	258,03	225
3	2,529216	2,528816	2,528816	100,80	366,19	1175
4	2,527501	2,527100	2,527100	122,54	473,79	349
5	2,527822	2,527491	2,527491	144,50	581,61	2716
6	2,527300	2,526941	2,526941	166,57	689,54	986
7	2,527665	2,527387	2,527387	188,46	797,29	3920
8	2,527570	2,526531	2,527290	210,48	905,18	297
9	2,527672	2,527374	2,527374	232,47	1013,03	1056
10	2,527334	2,526774	2,526910	254,42	1120,83	802
11	2,527408	2,527040	2,527040	276,45	1228,73	1687
12	2,527541	2,527251	2,527251	298,47	1336,61	1224
13	2,527907	2,527608	2,527608	320,48	1444,48	4120
14	2,527645	2,526396	2,527362	342,42	1552,28	2269
15	2,527700	2,527418	2,527418	364,48	1660,20	5795
16	2,527513	2,527169	2,527169	385,46	1767,04	38005
17	2,528423	2,527851	2,527851	408,31	1875,76	6878
18	2,528801	2,528019	2,528019	430,43	1983,73	6358
19	2,527556	2,527212	2,527212	452,38	2091,55	4258
20	2,527422	2,526891	2,526975	474,40	2199,43	1817
21	2,527736	2,527443	2,527443	496,42	2307,30	4579
22	2,527517	2,527165	2,527165	518,43	2415,17	2331
23	2,527688	2,527326	2,527326	540,36	2522,97	3446
24	2,527799	2,526671	2,527514	562,30	2630,77	10921
25	2,527535	2,526943	2,527127	584,43	2738,76	1905
26	2,527687	2,527400	2,527400	606,33	2846,52	4644
27	2,527478	2,526892	2,527062	628,42	2954,47	1629
28	2,528211	2,527775	2,527775	650,44	3062,35	1789
29	2,528601	2,526205	2,528017	672,13	3169,91	7875
30	2,527550	2,526900	2,527167	694,35	3277,98	3505

TABLE 18: Valeurs pour la 14 ème année de développement

15 ème année de développement

taille	RMSE	Biais	MAE	AIC	BIC	Nbpas
1	0,079900	-0,000501	0,041771	94,56	179,60	151
2	0,078900	-0,001069	0,039736	113,89	276,88	1089
3	0,078985	-0,001014	0,039897	136,11	377,06	2218
4	0,078501	-0,000817	0,039700	157,55	476,45	6182
5	0,078288	-0,001046	0,039526	179,45	576,31	1710
6	0,076531	-0,001651	0,038426	195,57	670,38	17412
7	0,078429	-0,000867	0,039703	222,31	775,07	17144
8	0,077022	-0,002099	0,038783	239,56	870,28	4120
9	0,075015	-0,001683	0,037997	260,13	968,80	21426
10	0,077892	-0,001115	0,039580	288,78	1075,41	8137
11	0,077899	-0,000887	0,039507	311,47	1176,05	2028
12	0,078198	-0,000652	0,039697	333,04	1275,57	3732
13	0,078140	-0,001003	0,039506	354,07	1374,56	16611
14	0,078281	-0,001006	0,039652	377,36	1475,80	3772
15	0,078292	-0,001242	0,039013	392,80	1569,19	27163
16	0,077628	-0,001383	0,038376	412,92	1667,26	34534
17	0,078673	-0,001040	0,039789	443,32	1775,62	1310
18	0,078440	-0,001291	0,038747	457,01	1867,27	22834
19	0,076931	-0,002038	0,038572	479,12	1967,33	18887
20	0,078023	-0,001873	0,038737	500,95	2067,11	34619
21	0,075914	-0,001857	0,038323	524,73	2168,85	7232
22	0,079854	-0,001283	0,039909	552,44	2274,51	9502
23	0,077121	-0,001831	0,038695	567,55	2367,58	29194
24	0,078272	-0,001376	0,038851	588,89	2466,87	38599
25	0,078413	-0,001593	0,038827	611,36	2567,29	26669
26	0,081037	-0,001744	0,038974	632,96	2666,84	29835
27	0,085680	-0,000965	0,039214	654,77	2766,61	26266
28	0,079621	-0,001064	0,039593	676,73	2866,52	34517
29	0,078899	-0,001368	0,039141	698,33	2966,07	30118
30	0,079140	-0,000996	0,039930	728,45	3074,15	4092

TABLE 19: Valeurs pour la 15 ème année de développement

Annexe 4 : Résultats des projections via la méthode de Mario V. Wütrich

	1	2
2005	95 025 129 €	106 780 068 €
2006	62 643 003 €	95 887 937 €
2007	66 439 139 €	85 693 370 €
2008	71 669 682 €	99 132 259 €
2009	66 137 378 €	83 715 357 €
2010	65 431 718 €	88 529 677 €
2011	47 651 980 €	69 289 322 €
2012	50 755 498 €	76 695 375 €
2013	43 617 270 €	66 960 923 €
2014	47 378 055 €	74 219 681 €
2015	58 790 801 €	82 306 932 €
2016	48 494 519 €	87 734 495 €
2017	56 046 448 €	84 585 235 €
2018	55 554 043 €	86 692 633 €
2019	53 277 900 €	85 764 652 €
2020	32 137 462 €	58 776 414 €

	2	3
2005	230 301 277 €	245 153 513 €
2006	200 073 973 €	212 549 794 €
2007	154 640 743 €	170 970 768 €
2008	164 092 695 €	172 795 306 €
2009	141 677 412 €	154 959 141 €
2010	145 539 112 €	149 271 061 €
2011	109 425 622 €	128 834 693 €
2012	119 661 347 €	129 853 023 €
2013	104 873 803 €	121 617 025 €
2014	114 951 566 €	132 565 115 €
2015	126 602 790 €	140 088 198 €
2016	140 097 826 €	153 070 754 €
2017	128 140 506 €	128 941 273 €
2018	128 966 401 €	136 586 471 €
2019	120 202 868 €	130 726 987 €
2020	58 776 414 €	58 779 883 €

	3	4
2005	248 064 275 €	235 297 261 €
2006	217 591 033 €	218 346 303 €
2007	174 121 604 €	181 904 427 €
2008	175 570 731 €	176 189 714 €
2009	158 963 952 €	155 643 231 €
2010	152 142 668 €	154 355 391 €
2011	133 783 004 €	138 348 521 €
2012	131 330 875 €	136 275 300 €
2013	123 697 176 €	132 551 615 €
2014	135 014 379 €	151 922 897 €
2015	143 866 234 €	155 995 764 €
2016	154 912 940 €	159 156 335 €
2017	132 454 614 €	135 983 342 €
2018	145 382 173 €	144 030 405 €
2019	130 726 987 €	130 726 987 €
2020	58 779 883 €	58 779 883 €

	4	5
2005	236 811 037 €	224 956 292 €
2006	220 199 895 €	217 704 527 €
2007	183 296 915 €	184 484 341 €
2008	179 196 960 €	180 025 023 €
2009	160 593 233 €	169 539 656 €
2010	155 401 538 €	152 088 815 €
2011	139 255 074 €	144 942 087 €
2012	138 474 002 €	139 575 736 €
2013	135 772 422 €	149 150 998 €
2014	152 702 585 €	165 161 546 €
2015	157 827 471 €	166 993 677 €
2016	160 457 143 €	161 018 283 €
2017	137 144 306 €	130 474 364 €
2018	144 030 405 €	145 593 475 €
2019	130 726 987 €	132 145 684 €
2020	58 779 883 €	59 217 198 €

	5	6
2005	225 671 830 €	220 224 313 €
2006	218 235 002 €	217 840 435 €
2007	185 789 670 €	185 332 543 €
2008	180 449 810 €	177 140 769 €
2009	170 250 016 €	172 491 453 €
2010	152 790 282 €	155 722 050 €
2011	145 302 147 €	150 213 336 €
2012	140 173 649 €	145 317 558 €
2013	149 905 556 €	158 110 843 €
2014	165 844 497 €	173 245 852 €
2015	167 719 543 €	165 350 453 €
2016	161 574 394 €	152 893 086 €
2017	130 474 364 €	131 664 711 €
2018	145 593 475 €	146 921 757 €
2019	132 145 684 €	133 351 279 €
2020	59 217 198 €	59 757 450 €

	6	7
2005	220 480 245 €	215 384 313 €
2006	218 300 489 €	213 382 126 €
2007	185 482 456 €	188 486 318 €
2008	178 772 349 €	179 127 344 €
2009	174 502 592 €	178 089 945 €
2010	159 151 312 €	160 204 148 €
2011	150 612 770 €	155 576 288 €
2012	145 681 589 €	148 560 615 €
2013	158 486 258 €	161 667 462 €
2014	174 683 859 €	173 132 221 €
2015	165 623 828 €	153 051 107 €
2016	152 893 086 €	151 839 428 €
2017	131 664 711 €	130 757 348 €
2018	146 921 757 €	145 909 251 €
2019	133 351 279 €	132 432 293 €
2020	59 757 450 €	59 345 633 €

	7	8
2005	215 895 210 €	217 857 943 €
2006	216 573 744 €	221 300 806 €
2007	190 279 337 €	192 140 534 €
2008	179 297 002 €	179 127 613 €
2009	178 162 653 €	184 230 666 €
2010	160 420 344 €	163 477 276 €
2011	155 819 495 €	157 582 350 €
2012	148 729 966 €	152 320 646 €
2013	161 695 938 €	158 907 331 €
2014	173 547 603 €	163 698 519 €
2015	153 051 107 €	153 077 197 €
2016	151 839 428 €	151 865 313 €
2017	130 757 348 €	130 779 638 €
2018	145 909 251 €	145 934 124 €
2019	132 432 293 €	132 454 869 €
2020	59 345 633 €	59 355 750 €

	8	9
2005	218 073 427 €	222 088 271 €
2006	221 360 343 €	224 014 940 €
2007	192 389 958 €	194 696 894 €
2008	179 151 717 €	181 446 188 €
2009	184 347 827 €	186 814 313 €
2010	163 788 537 €	166 444 508 €
2011	157 801 090 €	160 323 263 €
2012	152 757 355 €	155 564 583 €
2013	158 930 963 €	145 466 701 €
2014	163 698 519 €	164 806 375 €
2015	153 077 197 €	154 113 172 €
2016	151 865 313 €	152 893 086 €
2017	130 779 638 €	131 664 711 €
2018	145 934 124 €	146 921 757 €
2019	132 454 869 €	133 351 279 €
2020	59 355 750 €	59 757 450 €

	9	10
2005	222 122 279 €	219 274 711 €
2006	224 031 435 €	219 251 129 €
2007	194 879 953 €	195 887 265 €
2008	181 583 217 €	182 456 781 €
2009	186 826 298 €	193 269 014 €
2010	166 481 021 €	169 513 162 €
2011	160 377 615 €	159 871 277 €
2012	155 898 499 €	140 206 156 €
2013	145 466 701 €	144 963 706 €
2014	164 806 375 €	164 236 508 €
2015	154 113 172 €	153 580 279 €
2016	152 893 086 €	152 364 412 €
2017	131 664 711 €	131 209 440 €
2018	146 921 757 €	146 413 731 €
2019	133 351 279 €	132 890 176 €
2020	59 757 450 €	59 550 820 €

	10	11
2005	219 291 495 €	218 005 126 €
2006	219 284 526 €	221 012 143 €
2007	195 928 511 €	196 629 832 €
2008	182 882 749 €	181 777 836 €
2009	193 426 914 €	201 849 152 €
2010	169 534 064 €	169 383 218 €
2011	159 959 268 €	144 967 980 €
2012	140 206 156 €	139 924 070 €
2013	144 963 706 €	144 672 047 €
2014	164 236 508 €	163 906 073 €
2015	153 580 279 €	153 271 285 €
2016	152 364 412 €	152 057 863 €
2017	131 209 440 €	130 945 455 €
2018	146 413 731 €	146 119 155 €
2019	132 890 176 €	132 622 809 €
2020	59 550 820 €	59 431 007 €

	11	12
2005	218 025 903 €	220 882 622 €
2006	221 138 714 €	223 605 162 €
2007	196 783 101 €	200 047 136 €
2008	181 814 266 €	186 609 218 €
2009	201 890 935 €	202 132 598 €
2010	169 436 421 €	148 441 453 €
2011	144 967 980 €	145 681 601 €
2012	139 924 070 €	140 612 861 €
2013	144 672 047 €	145 384 211 €
2014	163 906 073 €	164 712 919 €
2015	153 271 285 €	154 025 779 €
2016	152 057 863 €	152 806 385 €
2017	130 945 455 €	131 590 048 €
2018	146 119 155 €	146 838 442 €
2019	132 622 809 €	133 275 659 €
2020	59 431 007 €	59 723 563 €

	12	13
2005	220 887 277 €	220 490 098 €
2006	223 659 172 €	224 946 841 €
2007	200 050 794 €	206 767 333 €
2008	186 657 706 €	183 579 134 €
2009	202 147 283 €	165 393 033 €
2010	148 441 453 €	149 044 689 €
2011	145 681 601 €	145 807 411 €
2012	140 612 861 €	141 184 284 €
2013	145 384 211 €	145 975 023 €
2014	164 712 919 €	164 723 346 €
2015	154 025 779 €	154 651 709 €
2016	152 806 385 €	153 596 180 €
2017	131 590 048 €	132 388 000 €
2018	146 838 442 €	146 847 738 €
2019	133 275 659 €	133 964 508 €
2020	59 723 563 €	60 085 722 €

	13	14
2005	220 541 899 €	221 475 161 €
2006	225 725 436 €	238 400 609 €
2007	206 808 791 €	204 587 821 €
2008	183 692 539 €	161 981 698 €
2009	165 393 033 €	167 402 027 €
2010	149 044 689 €	151 108 169 €
2011	145 807 411 €	145 581 070 €
2012	141 184 284 €	144 489 038 €
2013	145 975 023 €	146 936 267 €
2014	164 723 346 €	166 129 774 €
2015	154 651 709 €	156 004 375 €
2016	153 596 180 €	154 738 252 €
2017	132 388 000 €	133 280 437 €
2018	146 847 738 €	148 769 305 €
2019	133 964 508 €	134 825 512 €
2020	60 085 722 €	60 490 764 €

	14	15
2005	202 253 561 €	201 504 301 €
2006	199 753 003 €	180 854 481 €
2007	204 587 821 €	175 978 232 €
2008	161 981 698 €	164 983 033 €
2009	167 402 027 €	169 550 341 €
2010	151 108 169 €	150 287 493 €
2011	145 581 070 €	146 728 815 €
2012	144 489 038 €	140 918 065 €
2013	146 936 267 €	147 743 175 €
2014	166 129 774 €	166 947 823 €
2015	156 004 375 €	157 037 877 €
2016	154 738 252 €	154 870 835 €
2017	133 280 437 €	133 789 884 €
2018	148 769 305 €	148 784 943 €
2019	134 825 512 €	136 789 357 €
2020	60 490 764 €	59 764 476 €

	15	16
2005	202 253 561 €	201 504 301 €
2006	199 753 003 €	180 854 481 €
2007	175 978 232 €	165 217 324 €
2008	164 983 033 €	169 049 507 €
2009	169 550 341 €	173 577 733 €
2010	150 287 493 €	152 298 122 €
2011	146 728 815 €	144 376 246 €
2012	140 918 065 €	132 089 009 €
2013	147 743 175 €	145 957 871 €
2014	166 947 823 €	164 655 870 €
2015	157 037 877 €	151 536 533 €
2016	154 870 835 €	148 556 161 €
2017	133 789 884 €	136 841 918 €
2018	148 784 943 €	149 608 339 €
2019	136 789 357 €	156 099 599 €
2020	59 764 476 €	70 772 511 €

TABLE 27: Projection de charges de proche en proche via le modèle de Wütrich

Annexe 5 : Résultats des projections via la méthode variante de Mario V.Wütrich

	1	2
2005	95 025 129 €	106 780 068 €
2006	62 643 003 €	95 887 937 €
2007	66 439 139 €	85 693 370 €
2008	71 669 682 €	99 132 259 €
2009	66 137 378 €	83 715 357 €
2010	65 431 718 €	88 529 677 €
2011	47 651 980 €	69 289 322 €
2012	50 755 498 €	76 695 375 €
2013	43 617 270 €	66 960 923 €
2014	47 378 055 €	74 219 681 €
2015	58 790 801 €	82 306 932 €
2016	48 494 519 €	87 734 495 €
2017	56 046 448 €	84 585 235 €
2018	55 554 043 €	86 692 633 €
2019	53 277 900 €	85 764 652 €
2020	32 137 462 €	76 171 279 €

	2	3
2005	230 301 277 €	245 153 513 €
2006	200 073 973 €	212 549 794 €
2007	154 640 743 €	170 970 768 €
2008	164 092 695 €	172 795 306 €
2009	141 677 412 €	154 959 141 €
2010	145 539 112 €	149 271 061 €
2011	109 425 622 €	128 834 693 €
2012	119 661 347 €	129 853 023 €
2013	104 873 803 €	121 617 025 €
2014	114 951 566 €	132 565 115 €
2015	126 602 790 €	140 088 198 €
2016	140 097 826 €	153 070 754 €
2017	128 140 506 €	128 941 273 €
2018	128 966 401 €	136 586 471 €
2019	120 202 868 €	851 901 387 €
2020	76 171 279 €	129 166 009 €

	3	4
2005	248 064 275 €	235 297 261 €
2006	217 591 033 €	218 346 303 €
2007	174 121 604 €	181 904 427 €
2008	175 570 731 €	176 189 714 €
2009	158 963 952 €	155 643 231 €
2010	152 142 668 €	154 355 391 €
2011	133 783 004 €	138 348 521 €
2012	131 330 875 €	136 275 300 €
2013	123 697 176 €	132 551 615 €
2014	135 014 379 €	151 922 897 €
2015	143 866 234 €	155 995 764 €
2016	154 912 940 €	159 156 335 €
2017	132 454 614 €	135 983 342 €
2018	145 382 173 €	289 496 247 €
2019	851 901 387 €	1 703 802 775 €
2020	129 166 009 €	133 160 834 €

	4	5
2005	236 811 037 €	224 956 292 €
2006	220 199 895 €	217 704 527 €
2007	183 296 915 €	184 484 341 €
2008	179 196 960 €	180 025 023 €
2009	160 593 233 €	169 539 656 €
2010	155 401 538 €	152 088 815 €
2011	139 255 074 €	144 942 087 €
2012	138 474 002 €	139 575 736 €
2013	135 772 422 €	149 150 998 €
2014	152 702 585 €	165 161 546 €
2015	157 827 471 €	166 993 677 €
2016	160 457 143 €	161 018 283 €
2017	137 144 306 €	951 211 762 €
2018	289 496 247 €	293 190 447 €
2019	1 703 802 775 €	1 392 553 207 €
2020	133 160 834 €	134 860 071 €

	5	6
2005	225 671 830 €	220 224 313 €
2006	218 235 002 €	217 840 435 €
2007	185 789 670 €	185 332 543 €
2008	180 449 810 €	177 140 769 €
2009	170 250 016 €	172 491 453 €
2010	152 790 282 €	155 722 050 €
2011	145 302 147 €	150 213 336 €
2012	140 173 649 €	145 317 558 €
2013	149 905 556 €	158 110 843 €
2014	165 844 497 €	173 245 852 €
2015	167 719 543 €	165 350 453 €
2016	161 574 394 €	290 994 558 €
2017	951 211 762 €	388 249 699 €
2018	293 190 447 €	296 931 787 €
2019	1 392 553 207 €	1 138 162 506 €
2020	134 860 071 €	136 580 991 €

	6	7
2005	220 480 245 €	215 384 313 €
2006	218 300 489 €	213 382 126 €
2007	185 482 456 €	188 486 318 €
2008	178 772 349 €	179 127 344 €
2009	174 502 592 €	178 089 945 €
2010	159 151 312 €	160 204 148 €
2011	150 612 770 €	155 576 288 €
2012	145 681 589 €	148 560 615 €
2013	158 486 258 €	161 667 462 €
2014	174 683 859 €	173 132 221 €
2015	165 623 828 €	245 419 190 €
2016	290 994 558 €	242 495 465 €
2017	388 249 699 €	323 541 416 €
2018	296 931 787 €	247 443 156 €
2019	1 138 162 506 €	948 468 755 €
2020	136 580 991 €	113 817 493 €

	7	8
2005	215 895 210 €	217 857 943 €
2006	216 573 744 €	221 300 806 €
2007	190 279 337 €	192 140 534 €
2008	179 297 002 €	179 127 613 €
2009	178 162 653 €	184 230 666 €
2010	160 420 344 €	163 477 276 €
2011	155 819 495 €	157 582 350 €
2012	148 729 966 €	152 320 646 €
2013	161 695 938 €	158 907 331 €
2014	173 547 603 €	268 944 381 €
2015	245 419 190 €	248 550 932 €
2016	242 495 465 €	245 589 897 €
2017	323 541 416 €	718 980 923 €
2018	247 443 156 €	250 600 725 €
2019	948 468 755 €	775 203 108 €
2020	113 817 493 €	115 269 893 €

	8	9
2005	218 073 427 €	222 088 271 €
2006	221 360 343 €	224 014 940 €
2007	192 389 958 €	194 696 894 €
2008	179 151 717 €	181 446 188 €
2009	184 347 827 €	186 814 313 €
2010	163 788 537 €	166 444 508 €
2011	157 801 090 €	160 323 263 €
2012	152 757 355 €	155 564 583 €
2013	158 930 963 €	241 591 153 €
2014	268 944 381 €	272 376 322 €
2015	248 550 932 €	251 722 637 €
2016	245 589 897 €	248 723 817 €
2017	718 980 923 €	293 461 601 €
2018	250 600 725 €	253 798 587 €
2019	775 203 108 €	633 589 515 €
2020	115 269 893 €	116 740 828 €

	9	10
2005	222 122 279 €	219 274 711 €
2006	224 031 435 €	219 251 129 €
2007	194 879 953 €	195 887 265 €
2008	181 583 217 €	182 456 781 €
2009	186 826 298 €	193 269 014 €
2010	166 481 021 €	169 513 162 €
2011	160 377 615 €	159 871 277 €
2012	155 898 499 €	428 184 374 €
2013	241 591 153 €	201 325 961 €
2014	272 376 322 €	226 980 269 €
2015	251 722 637 €	209 768 864 €
2016	248 723 817 €	207 269 848 €
2017	293 461 601 €	244 551 334 €
2018	253 798 587 €	211 498 823 €
2019	633 589 515 €	527 991 263 €
2020	116 740 828 €	97 284 023 €

	10	11
2005	219 291 495 €	218 005 126 €
2006	219 284 526 €	221 012 143 €
2007	195 928 511 €	196 629 832 €
2008	182 882 749 €	181 777 836 €
2009	193 426 914 €	201 849 152 €
2010	169 534 064 €	169 383 218 €
2011	159 959 268 €	200 715 417 €
2012	428 184 374 €	349 963 935 €
2013	201 325 961 €	203 895 038 €
2014	226 980 269 €	229 876 715 €
2015	209 768 864 €	212 445 680 €
2016	207 269 848 €	209 914 774 €
2017	244 551 334 €	543 447 410 €
2018	211 498 823 €	214 197 714 €
2019	527 991 263 €	431 538 167 €
2020	97 284 023 €	98 525 444 €

	11	12
2005	218 025 903 €	220 882 622 €
2006	221 138 714 €	223 605 162 €
2007	196 783 101 €	200 047 136 €
2008	181 814 266 €	186 609 218 €
2009	201 890 935 €	202 132 598 €
2010	169 436 421 €	214 289 010 €
2011	200 715 417 €	203 276 703 €
2012	349 963 935 €	286 032 754 €
2013	203 895 038 €	206 496 899 €
2014	229 876 715 €	232 810 123 €
2015	212 445 680 €	215 156 654 €
2016	209 914 774 €	212 593 452 €
2017	543 447 410 €	221 815 269 €
2018	214 197 714 €	216 931 045 €
2019	431 538 167 €	352 705 059 €
2020	98 525 444 €	99 782 706 €

	12	13
2005	220 887 277 €	220 490 098 €
2006	223 659 172 €	224 946 841 €
2007	200 050 794 €	206 767 333 €
2008	186 657 706 €	183 579 134 €
2009	202 147 283 €	203 490 921 €
2010	214 289 010 €	178 574 175 €
2011	203 276 703 €	169 397 253 €
2012	286 032 754 €	238 360 628 €
2013	206 496 899 €	172 080 749 €
2014	232 810 123 €	194 008 436 €
2015	215 156 654 €	179 297 211 €
2016	212 593 452 €	177 161 210 €
2017	221 815 269 €	184 846 058 €
2018	216 931 045 €	180 775 871 €
2019	352 705 059 €	293 920 883 €
2020	99 782 706 €	83 152 255 €

	13	14
2005	220 541 899 €	221 475 161 €
2006	225 725 436 €	238 400 609 €
2007	206 808 791 €	204 587 821 €
2008	183 692 539 €	200 435 575 €
2009	203 490 921 €	206 087 625 €
2010	178 574 175 €	180 852 922 €
2011	169 397 253 €	171 558 895 €
2012	238 360 628 €	194 817 066 €
2013	172 080 749 €	174 276 635 €
2014	194 008 436 €	196 484 136 €
2015	179 297 211 €	181 585 185 €
2016	177 161 210 €	179 421 926 €
2017	184 846 058 €	410 769 017 €
2018	180 775 871 €	183 082 713 €
2019	293 920 883 €	240 227 610 €
2020	83 152 255 €	84 213 343 €

	14	15
2005	202 253 561 €	201 504 301 €
2006	199 753 003 €	180 854 481 €
2007	204 587 821 €	198 393 415 €
2008	200 435 575 €	202 993 290 €
2009	206 087 625 €	208 717 465 €
2010	180 852 922 €	183 160 748 €
2011	171 558 895 €	173 748 121 €
2012	194 817 066 €	159 228 013 €
2013	174 276 635 €	176 500 542 €
2014	196 484 136 €	198 991 428 €
2015	181 585 185 €	183 902 354 €
2016	179 421 926 €	181 711 491 €
2017	410 769 017 €	167 660 823 €
2018	183 082 713 €	185 418 993 €
2019	240 227 610 €	196 342 988 €
2020	84 213 343 €	85 287 971 €

	15	16
2005	202 253 561 €	201 504 301 €
2006	199 753 003 €	210 910 200 €
2007	198 393 415 €	203 671 531 €
2008	202 993 290 €	145 985 470 €
2009	208 717 465 €	195 662 703 €
2010	183 160 748 €	97 986 766 €
2011	173 748 121 €	170 812 617 €
2012	159 228 013 €	111 585 565 €
2013	176 500 542 €	169 760 805 €
2014	198 991 428 €	179 822 764 €
2015	183 902 354 €	119 413 801 €
2016	181 711 491 €	189 360 396 €
2017	167 660 823 €	106 804 336 €
2018	185 418 993 €	173 809 853 €
2019	196 342 988 €	183 539 237 €
2020	85 287 971 €	94 954 710 €

TABLE 35: Projection de charges de proche en proche via le modèle variant de Wütrich

Annexe 6 : Résultats du calcul des IBNYR

On commence par calculer les facteurs par année de survenance par année de développement.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1																	201,5
2																199,8	0,0002
3														175,8	0,0002	3,1166	
4													160,8	0,0004	1,3286	1,3680	
5												164,6	0,0012	1,6629	0,9868	1,1042	
6											147,6	0,0001	9,9402	2,0096	0,9572	0,9669	
7										145,3	0,0004	1,9450	2,6738	1,6103	0,9601	0,9678	
8								140,6	0,0005	1,7010	1,1396	2,0258	1,5758	0,9597	1,2267		
9								144,4	0,0005	2,6736	2,3513	1,0395	1,4499	1,2994	0,9478	1,2165	
10							163,6	0,0010	2,5990	1,2309	1,3624	1,0449	1,1894	1,1416	0,9500	1,1817	
11						153,5	0,0039	1,5004	1,2507	1,0606	1,1118	1,0188	1,0833	1,0871	0,9862	1,1070	
12				151,6	0,0057	1,8296	1,1576	1,1224	1,0194	1,0868	1,0174	1,0674	1,0826	0,9812	1,0990		
13			129,0	0,0040	2,4559	1,5315	1,3116	1,0643	1,0107	1,0788	1,0624	1,0339	1,0439	0,7894	1,0784		
14		140,0	0,0121	1,3814	1,4142	1,1625	1,1626	1,0426	1,0048	1,0593	1,0474	1,0378	1,0409	0,8194	1,0673		
15		117,3	0,0247	1,2167	1,2599	1,2106	1,1265	1,1251	1,0250	1,0299	1,0368	1,0422	1,0280	1,0314	0,8737	1,0443	
16	32,1	0,3032	0,0247	0,9760	1,0629	1,0448	1,0214	1,0254	1,0248	1,0069	1,0093	1,0238	1,0011	1,0290	0,9977	1,0047	

TABLE 36: Facteurs pour le calcul des IBNYR

Pour retrouver les IBNYR, il faut appliquer le produit des facteurs par année de survenance (la partie orange). On applique ce produit à la diagonale qui est ici la charge observée en fin 2020 en mns d'€. On obtient alors les valeurs suivantes :

année de survenance	IBNYR
2006	33 898
2007	110 522
2008	111 568
2009	353 488
2010	335 834
2011	413 855
2012	601 002
2013	1 125 914
2014	1 170 320
2015	1 715 429
2016	2 870 081
2017	2 875 435
2018	4 907 488
2019	7 519 558
2020	300 798

TABLE 37: Résultats obtenus pour les IBNYR

Lorsqu'on compare ces IBNYR aux IBNYR des graves obtenus via la méthode Allianz France :

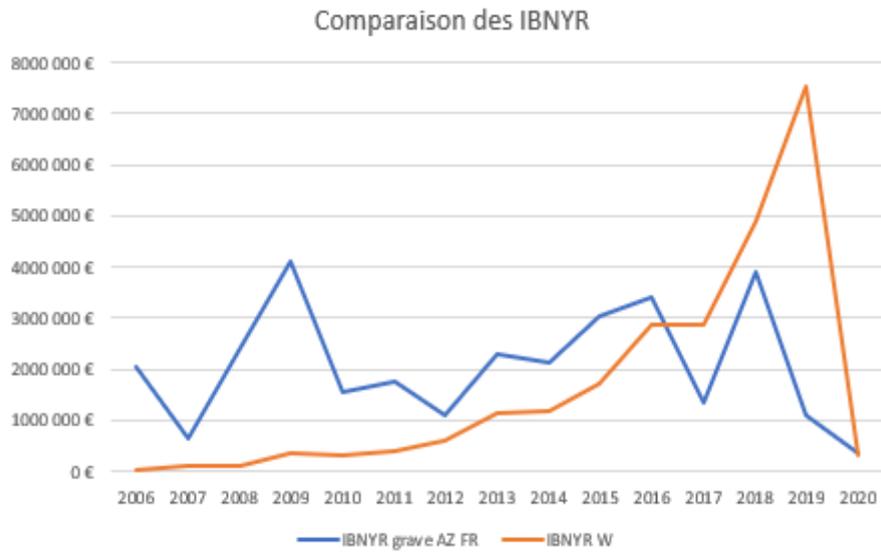


FIGURE 6: Comparaison des IBNYR grave au IBNYR globale du modèle de Wütrich

Pour les anciennes années de survenance les IBNYR grave du modèle Allianz France sont plus importants que les IBNYR total du modèle de Mario V.Wütrich.