



Mémoire présenté devant l'Institut du Risk Management pour la validation du cursus à la Formation d'Actuaire de l'Institut du Risk Management et l'admission à l'Institut des actuaires

**Approche métaheuristique pour la sélection
d'actions de management d'un modèle ALM
dans un cadre Solvabilité II**

Sous la direction de Fabien PERRUCOT

Présenté et soutenu par Maxime BLOQUET

Résumé

Mots-clés : Solvabilité II, modèle actif-passif (ALM), management action, métaheuristique, Best Estimate of Liabilities (BEL), Present Value of Future Profits (PVFP).

Depuis l'entrée en vigueur de la directive Solvabilité II au 1^{er} janvier 2016, l'ensemble des assureurs du marché européen ont adapté leur processus de production réglementaire afin de faire face à une demande et une complexité accrues de calculs et de *reportings*.

En particulier pour les assureurs Vie, la construction d'un modèle prospectif actif-passif est devenue une nécessité.

En effet, ces modèles sont aujourd'hui au cœur du pilotage stratégique des entreprises, et servent d'aide à la décision dans le cadre de la maîtrise de leur profil de risque : mise en place d'*Own Risk and Solvency Assessment* ou encore réalisation de *Stress Tests*, imposés par le régulateur local ou l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority*.

Or, la pertinence d'un modèle relève d'une part de sa compréhension globale et d'autre part de son adéquation avec la réalité opérationnelle et économique. Celle-ci ne pourra se faire que par le choix d'hypothèses et de modélisations reflétant les choix stratégiques des hauts organes de décisions, appelés *management actions*.

Ce mémoire propose une approche métaheuristique pour la recherche des meilleures hypothèses et actions de pilotage à mettre en place selon le contexte économique, afin de garantir la solvabilité de l'assureur et une amélioration des profits futurs. Pour enrichir le modèle, des analyses sur les conséquences de l'implémentation de nouvelles actions de management sont de surcroît opérées sur les principaux indicateurs liés à Solvabilité 2 tels que le BEL, la PVFP et le SCR.

L'étude s'articulera en particulier sur la robustesse du modèle, la pertinence et les limites d'utilisation de ces actions en fonction des scénarios stochastiques et des paramètres du modèle permettant d'aboutir à une meilleure maîtrise du profil des indicateurs sélectionnés.

Abstract

Key words: Solvency II, asset and liability management (ALM) model, management action, metaheuristic, Best Estimate of Liabilities (BEL), Present Value of Future Profits (PVFP).

Since Solvency II directive has come into force on January 1st 2016, all insurers in the European market have adapted their regulatory production process in order to cope with demand and the increasing complexity of calculations and reportings.

Building a forward-looking asset-liability model has become a necessity, particularly for life insurers.

Indeed, these models are today at the heart of the strategic management of companies, and serve as a decision support within the framework of the control of their risk profile: implementation of Own Risk and Solvency Assessment or realization Stress Tests, imposed by the local regulator or the European Insurance and Occupational Pensions Authority.

However, the relevance of a model depends on the one hand on its overall understanding, and on the other hand on its adequacy with operational and economic reality. This can only be done through the choice of assumptions and models reflecting the strategic choices of the high decision-making bodies, called management actions.

This study proposes a research for the best assumptions and management actions to be implemented in the model according to the economic context, to guarantee the insurer's solvency and an improvement in future profits, with a metaheuristic approach. To enrich the model, analyzes of the consequences of the implementation of new management actions are also carried out on the main indicators related to Solvency 2 such as the BEL, the PVFP and the SCR.

The study will focus in particular on the robustness of the model, the relevance and the limits of use of these actions according to the stochastic scenarios and the parameters of the model allowing to achieve a better control of the profile of the selected indicators.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Alexandre NDJENG NDJENG, qui était présent aux prémices de mon mémoire en tant qu'encadrant, afin de m'orienter vers les principales problématiques qui sont aujourd'hui présentées.

Merci également à Jean-Paul FELIX qui a toujours tenu à suivre le déroulement de mon mémoire, malgré toutes les contraintes professionnelles que nous avons pu avoir.

Ensuite, un grand merci à Fabien PERRUCOT qui fut mon manager, mais aussi mon principal encadrant tout au long de ma réflexion portée. Suivre ses conseils et confronter nos idées m'a permis non seulement de réussir à structurer toute la réflexion qui s'articule dans la présente étude, mais également de garder un pied dans les problématiques de gestion actif-passif liées à l'assurance vie, et par conséquent de progresser dans ce domaine.

Pour finir, merci à toi Aurélie. Ma conjointe, ma partenaire de tous les jours qui m'a soutenu les nombreux week-end et soirs à me pencher sur ma formation d'actuaire et plus particulièrement sur mon mémoire. J'ai toujours su que je pouvais compter sur toi et je ne t'en remercierai jamais assez.

Table des matières

<i>Résumé</i>	2
<i>Abstract</i>	3
<i>Remerciements</i>	4
<i>Abréviations</i>	7
<i>Introduction</i>	8
<i>Chapitre 1 : Contexte et périmètre de l'étude</i>	9
1. Un cadre règlementaire : Solvabilité II.....	9
1.1 Présentation de la norme.....	9
1.2 Pilier I : Exigence quantitative.....	9
1.3 Définition des principaux indicateurs et principes de calculs.....	10
2. Un cadre restreint : Business Epargne France	14
2.1 Définition des contrats d'épargne individuels et collectifs	14
2.2 Limitation au périmètre de Cardif Vie France	17
3. Nécessité des actions de management (MA)	18
3.1 Définition.....	18
3.2 Contraintes et difficultés de mise en place.....	18
3.3 Contexte économique de taux bas : les enjeux.....	19
<i>Chapitre 2 : Etat des lieux de la modélisation ALM de Cardif Vie France</i>	20
1. Structure générale du modèle	20
1.1 Présentation du modèle ALS sous Prophet.....	21
2. Modélisation des actifs	27
2.1 Les catégories d'actifs dans le modèle.....	27
2.2 Evaluation des actifs	27
3. Revenus financiers.....	30
4. Provisions règlementaires à l'actif.....	31
4.1 Provisions pour Dépréciation Durable.....	31
4.2 Réserve de Capitalisation (RC).....	32
4.3 Provision pour Risque d'Exigibilité.....	33
5. Revalorisation des contrats via la méthode de <i>Flexing</i>	33
5.1 Participation aux bénéfices	34
5.2 Méthode du <i>flexing</i>	38
6. Stratégie sur les actifs	39
6.1 Etapes dans la stratégie financière	39
6.2 Stratégie d'investissement	40
6.3 Réalignement actif – passif.....	44
7. Inventaire des actions de management et choix de modélisation dans le modèle	45
7.1 Management actions liées à la stratégie de gestion des actifs et limites	46
7.2 Management actions liées à la stratégie de PB et limites.....	47
7.3 Management actions liées aux assurés.....	48

<i>Chapitre 3 : Mise en place de nouvelles management actions</i>	49
1. Justification du choix des managements actions retenues pour l'étude.....	49
2. Stratégie d'adossement actif-passif selon la sensibilité.....	49
2.1 Principe et définitions.....	50
2.2 Description de l'existant.....	53
2.3 Respect de la convention de gestion.....	53
2.4 Mise en place de la stratégie.....	53
2.5 Analyse.....	55
2.6 Conclusion.....	61
3. Gestion du réinvestissement des revenus actions.....	61
3.1 Principe.....	61
3.2 Description de l'existant.....	61
3.3 Respect de la convention de gestion.....	62
3.4 Mise en place de la stratégie.....	62
3.5 Analyse.....	63
3.6 Conclusion.....	69
<i>Chapitre 4 : Optimisation de la sélection des managements actions par approche métaheuristique</i>	70
1. Problème d'optimisation.....	70
1.1 Définitions.....	70
1.2 Justification du critère d'optimisation.....	71
2. Métaheuristiques pour optimisation difficile.....	72
2.1 Optimisation difficile.....	72
2.2 Principes généraux des métaheuristiques.....	74
2.3 Algorithme génétique (AG).....	76
3. Construction d'un modèle ALM simplifié sous Excel / VBA.....	78
3.1 Caractéristiques du modèle.....	79
3.2 Quid des managements actions ?.....	83
3.3 Validation du modèle.....	84
3.4 Principaux écarts avec le GPM ALS et choix de modélisation.....	116
3.5 Calculs stochastiques.....	118
3.6 Calculs des SCR par sous-module de risque.....	119
3.7 Bilan prudentiel et ratio de solvabilité.....	124
4. Implémentation de l'algorithme en VBA.....	127
4.1 Construction de l'algorithme.....	127
4.2 Calibrage du modèle.....	134
4.3 Enrichissement de l'algorithme.....	138
4.4 Résultats obtenus.....	140
5. Application des optima obtenus sous <i>Prophet</i>	143
5.1 Choix des scénarios.....	143
5.2 Résultats.....	144
5.3 Conclusion.....	146
<i>Conclusion</i>	147
<i>Bibliographie</i>	149

Abréviations

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

ALM : *Asset and Liability Management* ou Gestion Actif-Passif

ALS : *Asset & Liability Strategy*

AOA : Absence d'Opportunité d'Arbitrage

BE ou BEL: *Best Estimate* ou *Best Estimate of Liabilities*

BEG : *Best Estimate Guaranteed*

BSCR : *Basic Solvency Capital Requirement*

DETCF : *Deterministic Cash-Flows*

EDS : Equation Différentielle Stochastique

EEA : Espace économique européen (*European economic area*)

EIOPA : *European Insurance and Occupational Pensions Authority* (anciennement CEIOPS)

ESG : *Economical Scenario Generator* ou Générateur de scénario économiques

FAV : *Fair Accounting Value*

FDB : *Future Discretionary Benefits*

GPM : *Group Projection Model*

LoB : *Line of Business*

MA : *Management action* ou action de management

MCR : *Minimum Capital Requirement*

MV : *Market Value* ou valeur de marché

OPC : Organismes de placements collectifs

PB : Participation aux bénéfices

PC17 : Clôture Prudentielle au 31/12/2017

PDD : Provision pour Dépréciation Durable

PM : Provision Mathématique

PPE : Provision pour Participation aux Excédents

PRE : Provision pour risque d'exigibilité

PMVL : Plus ou Moins-Values Latentes

PVFP : *Present Value of Future Profits* ou Valeur actuelle des profits futurs de l'assureur

RC : Réserve de Capitalisation

RM : *Risk Margin*

SCR : *Solvency Capital Requirement*

SFCR : Rapport sur la Solvabilité et la situation financière

TME : Taux Moyen d'emprunt d'Etat

TMG : Taux minimum garanti

TRA : Taux de rendement des actifs

UC : Unité de compte

Introduction

Depuis longtemps déjà, les assureurs Vie sont confrontés à un nouveau défi : un contexte de taux extrêmement bas, voire négatifs sur plusieurs années, amenant à une dilution progressive de leur fonds général et par conséquent à un risque non négligeable de ne pas être mesure de servir les taux attendus par les assurés.

Cette contrainte les pousse à repenser leur stratégie économique de manière prudente afin de garantir d'une part leur solvabilité par le biais de fonds propres suffisants, d'autre part les niveaux de rémunération des assurés, et donc de pérenniser l'activité de l'entreprise dans la durée.

Sélectionner de manière pertinente les actions du *top management* dans différents contextes économiques est un enjeu important afin de refléter le plus fidèlement possible la réalité économique à laquelle l'assureur devra faire face : c'est dans cet objectif que ce mémoire s'inscrit.

Il convient tout d'abord de définir le périmètre et le contexte de l'étude, avant d'analyser dans un deuxième temps le fonctionnement global du modèle actif-passif de l'entité Cardif Vie France, ainsi que ses caractéristiques, puis certaines des *managements actions* actuellement implémentées.

Une étude préliminaire (Annexe n°4) portera sur l'impact de sélection de différentes *management actions* liées aux actions, puis aux évolutions apportées dans le modèle concernant le traitement de la Provision pour Dépréciation Durable (PDD) en raison de son impact sur les indicateurs de rentabilité. Ces analyses ont pour objectifs de refléter au mieux les demandes imposées par la réglementation et de maîtriser les mécanismes du modèle.

Ensuite, nous débuterons l'étude en nous focalisant sur l'impact de la mise en place de deux nouvelles *management actions* dans le modèle :

- La première *management action* portera sur l'adossement actif-passif, en expliquant les mécanismes sous-jacents au pilotage de la sensibilité de l'actif afin de respecter les contraintes de bornes imposées par la convention de gestion ;
- La deuxième portera sur la possibilité de ne pas réinvestir systématiquement les dividendes et les loyers dans la même catégorie d'actif au long de la projection.

La partie principale s'articulera autour de la construction et de la validation d'un modèle ALM simplifié sous Excel, dans lequel un algorithme dit « *génétique* » sera incorporé pour la recherche de combinaisons optimales de *management actions*, par scénario économique.

Enfin, la dernière étude sera consacrée à l'analyse des impacts combinés des optimums obtenus sur les principaux indicateurs de risque et de rentabilité. Ces optimums seront ensuite intégrés dans le modèle de référence et comparés avec le modèle Excel pour validation.

Chapitre 1 : Contexte et périmètre de l'étude

1. Un cadre réglementaire : Solvabilité II

La directive 2009/138/CE, communément appelée « *Solvabilité II* », est issue du Parlement européen et fait suite à la crise des *subprimes*. Cet événement convainquit la Commission Européenne de réformer la sphère européenne de l'assurance.

Cette directive constitue une norme prudentielle ayant pour objectif premier de protéger les assurés, en garantissant que les assureurs soient en mesure de faire face à leurs engagements vis-à-vis de ces premiers.

Le principe de la norme est de refléter au mieux les différents risques auxquels les assureurs sont confrontés (marché, crédit, souscription, contrepartie ou encore opérationnel) en demandant à ces derniers d'estimer un besoin en capital, de maîtriser les risques sous-jacents à leur activité et de remonter les informations relatives à leur santé financière au travers de rapports publics (SFCR notamment) et de *reportings* confidentiels aux régulateurs.

1.1 Présentation de la norme

Solvabilité II repose sur 3 piliers :

- Pilier I : L'exigence quantitative, reposant sur le principe décrit plus bas et qui requiert le calcul d'indicateurs de risque appelés *Solvency Capital Requirement* (SCR) et *Minimum Capital Requirement* (MCR). Nous y reviendrons dans la partie suivante ;
- Pilier II : L'exigence qualitative, laquelle implique que chaque organisme d'assurance soit en mesure de montrer qu'il a connaissance de son profil de risque et de son *risk appetite*. Cela se traduit notamment par la création de dispositifs de contrôles internes. Ce pilier nécessite également la mise en place d'un bilan prospectif afin de démontrer la solvabilité de l'organisme d'assurance dans la durée. Concrètement, cela est mis en place au travers de l'*Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA) ;
- Pilier III : Discipline de marché : Le dernier pilier consiste à communiquer au marché les éléments de bilan, de résultats et de solvabilité de l'entreprise, ainsi qu'à produire des *reportings* réglementaires appelés *Quantitative Reporting Template* (QRT) à destination des régulateurs ou du marché pour certains d'entre eux.

Dans le cadre du mémoire, seul le premier pilier sera abordé.

1.2 Pilier I : Exigence quantitative

Le premier pilier définit les hypothèses et méthodes de calculs des indicateurs financiers afin de déterminer l'exigence de capital requis (SCR) et le minimum de capital requis (MCR).

Le SCR¹ représente la quantité de fonds propres que doit constituer l'organisme d'assurance pour faire face à un risque de ruine bicentenaire. D'un point de vue probabiliste, il s'agit de la VAR² avec un quantile de niveau 0,5 % à horizon 1 an.

L'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) exige donc des assureurs qu'ils constituent un total de fonds propres au moins égal au SCR. A défaut, des plans de remédiation peuvent être demandés.

Le MCR représente le plancher de fonds propres à ne pas dépasser par les assureurs, sous réserve de se voir retirer leur agrément de poursuite d'activité.

Contrairement à Solvabilité I :

- Les actifs sont évalués en valeur de marché et non plus en valeur historique ;
- Les provisions techniques sont constituées de deux éléments :
 - Des provisions en vision *Best Estimate* (BE ou BEL) afin de représenter le plus fidèlement possible la valeur des engagements de l'assureur vis-à-vis des assurés ;
 - Une marge de risque *Risk Margin* représentant le coût d'immobilisation du capital requis pour faire face aux différents engagements que porte l'assureur. Cette marge peut être vue comme un filet de sécurité dans l'évaluation des Provisions Techniques.

1.3 Définition des principaux indicateurs et principes de calculs

Les principaux indicateurs qui seront utilisés dans le cadre de l'étude sont définis ci-dessous.

1.3.1 SCR

➤ Calculs

Conformément à la réglementation, le SCR peut être estimé suivant plusieurs méthodes :

- En formule standard : Il s'agit de la méthodologie de calcul définie dans les actes délégués de l'EIOPA ;
- En formule standard avec USP³ : Les USP correspondent à des paramètres propres à l'assureur qui peuvent être utilisés en substitution à certains paramètres de la formule standard, dans un objectif de refléter au mieux le profil de risque de l'assureur ;
- En modèle interne : L'assureur a la possibilité d'établir des formules de calcul de son exigence de capital requis en accord avec son profil de risque s'il est capable de le justifier auprès du régulateur.

¹ Solvency Capital Requirement

² Value At Risk : Valeur en abscisse correspondant au quantile donné

³ Undertaking Specific Parameter

La méthode retenue dans l'étude sera la formule standard. Le schéma de calcul peut être représenté par le graphique ci-dessous :

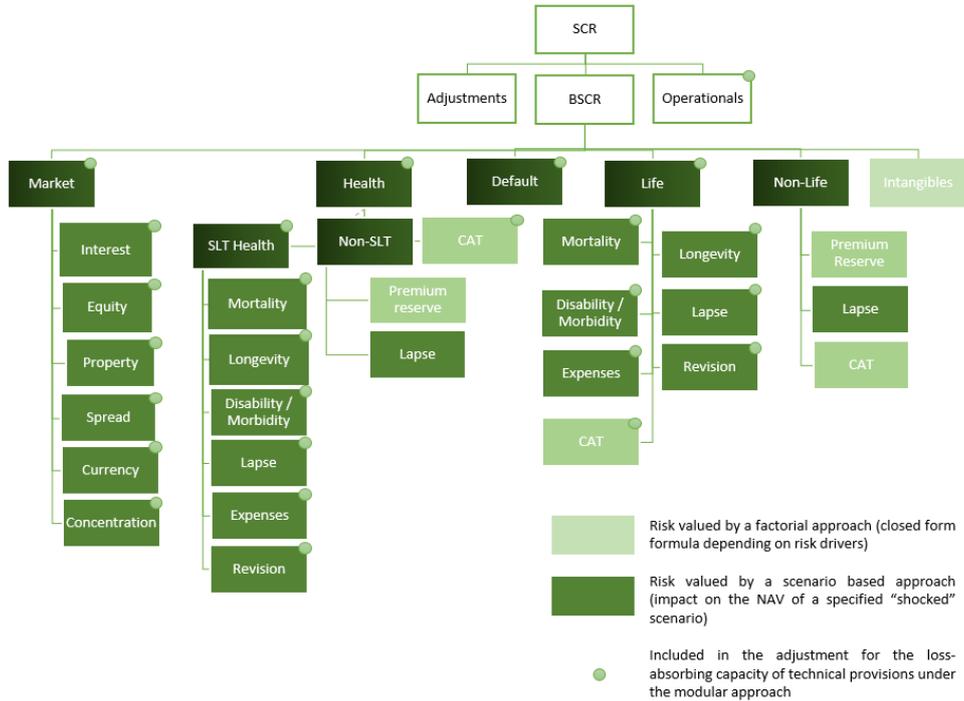


Figure 1 – Schéma des modules de risques pour le calcul du SCR selon la formule standard

Les différents calculs aboutissant au SCR sont détaillés en [Annexe n°1](#).

Compte tenu de la nature de l'activité de l'entité étudiée, seuls les modules de risque suivants seront décrits, ainsi que leurs sous-modules : marché, souscription vie et opérationnel.

1.3.2 Best Estimate of Liabilities

Le *Best Estimate of Liabilities* (BEL) correspond comme son nom l'indique, à la « meilleure estimation » des passifs de l'assureur. L'expression *Best Estimate* ici fait référence à la notion actuarielle de valeur actuelle probable.

En d'autres termes, il s'agit ici d'évaluer la valeur actualisée sous la probabilité risque-neutre (cette notion est décrite ci-après) des engagements de l'assureur vis-à-vis de ses assurés, sous la forme d'une somme algébrique des *cash-flows* entrants et sortants :

$$BEL = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1+r_i)^i} \right)$$

Les différentes variables utilisées pour l'évaluation du BEL sont décrites en [Annexe n°2](#), en se plaçant dans le cas de l'assurance vie.

➤ Probabilité risque-neutre

L'évaluation du BEL en assurance vie est complexe, notamment par la présence de la valeur temps des options et garanties financières. Dans le cas d'un contrat euro incluant un TMG et une clause de PB, l'existence d'une garantie en taux et la possibilité pour l'assuré d'effectuer des opérations de rachats ou d'arbitrage vers d'autres fonds peut être interprétée comme une option, dont le prix ne peut s'évaluer simplement par des méthodes analytiques type formule fermée.

Des techniques de simulations aléatoires sont alors généralement utilisées dans le cadre de l'assurance vie par les assureurs, telle que la méthode de Monte-Carlo.

Cette méthode permet entre autres, l'évaluation du prix des options de rachat par la projection d'un grand nombre de simulations, via un générateur de scénarios économiques (ESG).

La tarification de ces options est alors réalisée en probabilité dite risque-neutre \mathbb{Q} . Sous celle-ci, on dit que les agents économiques sont indifférents au risque. Il n'existe alors aucune prime de risque, et tous les actifs ont le même rendement, égal à celui du taux sans risque.

La probabilité risque-neutre \mathbb{Q} a pour propriété de rendre les prix actualisés des actifs martingales⁴.

En notant $P_{Option}(t_0)$ le prix d'une option quelconque à la date t_0 , l'expression mathématique est alors la suivante :

$$P_{Option}(t_0) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{i=t_0+1}^{\infty} \frac{CF_i}{(1+r_i)^{i-t_0}} \middle| \mathcal{F}_{t_0} \right)$$

Avec \mathcal{F}_{t_0} la filtration à $t=t_0$ (informations connues à la date t_0).

Notons que l'existence d'une unique probabilité risque-neutre \mathbb{Q} est conditionnée par les affirmations suivantes :

- **Complétude du marché** : On dit que le marché est complet si chaque flux financier peut être répliqué par une stratégie de portefeuille autofinçant⁵ $X^{x,\Delta}$. Cette condition garantit l'unicité de la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} ;
- **Absence d'opportunité d'arbitrage (AOA)** : Il existe une opportunité d'arbitrage s'il est possible à partir d'une richesse initiale x nulle, d'obtenir d'un gain strictement positif à une date ultérieure t :

$$\exists \Delta \in \mathbb{R}, X_t^{0,\Delta} \geq 0 \text{ p.s et } \mathbb{P}[X_t^{0,\Delta} > 0] > 0$$

Par conséquent, on parle d'AOA si on ne peut pas créer de richesse sans capital initial :

$$\mathbb{P}[X_t^{0,\Delta} > 0] \geq 0 \Rightarrow \mathbb{P}[X_t^{0,\Delta} > 0] = 0, \forall \Delta \in \mathbb{R}$$

⁴ Processus stochastique dynamique X tel que son espérance à l'instant t dépend de l'information disponible \mathcal{F}_s à une date s : $\mathbb{E}(X_t | \mathcal{F}_s) = X_s$

⁵ Portefeuille X composé d'un capital initial x et d'une quantité d'actifs risqués Δ (ie., un portefeuille ayant une part $1 - \Delta$ d'actifs sans risque et Δ d'actifs risqués)

Cette condition garantit l'existence d'une probabilité risque-neutre.

Nous supposerons les deux affirmations vérifiées pour notre étude.

➤ Estimation stochastique du BEL

La méthode de Monte-Carlo, que nous utiliserons dans la modélisation ALM, repose sur la loi des grands nombres. En simulant un grand nombre S de trajectoires économiques comme précisé un peu plus haut, avec un horizon temporel N donné, nous tendons à faire converger la moyenne empirique vers la moyenne théorique.

Chaque trajectoire est alors diffusée jusqu'à t_N sous \mathbb{Q} . Pour chacune d'entre elles, on calculera la somme des *cash-flows* $CF_{i,j}$ et des passifs actualisés en t_0 .

En notant $BEL(t_0)$ le BEL en date de début de projection, ce dernier est alors estimé comme la moyenne de ces sommes sur l'ensemble des simulations :

$$BEL(t_0) \approx \frac{1}{S} \sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^N \frac{CF_{i,j}}{(1 + r_{i,j})^i}$$

1.3.3 Risk Margin

La *Risk Margin* constitue avec le BEL un des deux éléments des provisions techniques en vision Solvabilité II. Or, ces dernières sont définies comme le coût de transfert de l'activité à un autre assureur, dans le but de s'assurer qu'elles satisferont à l'exigence de solvabilité.

Toutefois, les provisions techniques ne pouvant être directement calculées, plusieurs approches en coût du capital sont proposées par la directive pour calculer la *Risk Margin*.

Elle est alors définie comme la valeur actuelle des coûts d'immobilisation futurs du capital, relatifs aux risques définis par la réglementation (autre que les risques de marché pouvant être couverts), dans l'hypothèse d'un transfert de l'activité à un tiers :

$$RM(t_0) = CoC \sum_{i=1}^N \frac{SCR_i}{(1 + r_{i+1})^{i+1}}$$

Où : $\begin{cases} CoC \text{ est pourcentage de coût du capital, fixé à } 6 \% \\ SCR_i \text{ représente le SCR de l'entité de référence à la date } i \\ r_{i+1} \text{ est la valeur de courbe des taux de maturité } i + 1 \text{ an} \end{cases}$

L'actualisation des SCR est réalisée à l'aide de la courbe de taux sans risque sans volatilité d'ajustement.

2. Un cadre restreint : Business Epargne France

Cette sous-partie a pour objectif de justifier la délimitation du champ de l'étude à l'activité précise d'assurance-vie et au périmètre français de BNP Paribas Cardif, pour des raisons de pertinence et de matérialité que vous verrons ci-après.

Notons que les chiffres qui vont suivre se basent sur les résultats du groupe au 31 décembre 2017⁶.

2.1 Définition des contrats d'épargne individuels et collectifs

2.1.1 Généralités

On appelle un contrat d'assurance-vie ou d'épargne, tout engagement d'un assureur vis-à-vis de son assuré de garantir :

- La valeur de ses encours (ou Provision Mathématique), revalorisés annuellement à un taux au minimum défini contractuellement et devant respecter des contraintes minimums légales, dans le cas d'un support en euros ;
- Le nombre de parts dans les fonds investis dans le cas d'un contrat en unité de compte.

L'assuré a la possibilité d'effectuer des versements libres ou programmés de primes sur ses supports afin d'alimenter ces derniers.

La valeur du contrat est restituée au bénéficiaire sous forme de prestation en cas de rachat partiel ou total (l'assuré et le bénéficiaire sont alors une même personne), en cas de décès de l'assuré ou en cas d'arrivée à maturité de la garantie (cas d'un plan épargne retraite : déclenchement de la conversion en capital ou rente à l'arrivée en retraite de l'assuré).

A noter que certains contrats d'assurance contiennent des clauses de pénalités de rachat.

Il est par ailleurs possible pour un assuré de transférer son épargne d'un plan épargne retraite à un autre.

2.1.2 Différents types de supports

Distinguons les deux types de supports existants :

- On parlera d'assurance-vie *mono-support* lorsque le contrat n'est associé qu'à un unique fonds en euros, appelé également Fonds Général ;
- On parlera d'assurance-vie *multi-supports* lorsque le contrat est associé à au moins un fonds en euros et plusieurs supports en UC. Voici à titre d'exemple quelques types de supports en UC existants sur le marché :
 - Fonds action ;
 - Fonds obligataire ;
 - Fonds immobilier ;

⁶ Tels qu'issus du rapport sur la Solvabilité et la situation financière (SFCR), Groupe BNP PARIBAS CARDIF – 31 décembre 2017

- Fonds mixte (composé d'actifs de différentes catégories) ;
- Fonds monétaire.

2.1.3 Différents types de produits

Il existe plusieurs produits d'assurance-vie, dont les règles de fonctionnement et la modélisation diffèrent de par leurs objectifs et la population ciblée. Nous pouvons regrouper les différents produits en deux catégories :

- Les produits d'épargne individuelle : Il s'agit du cas le plus fréquent, où une personne physique souscrit à un contrat d'assurance-vie en tant qu'assurée. Les produits concernés sont (liste non exhaustive) les suivants :
 - Mono-supports € ;
 - Multi-supports ;
 - Euro-croissance ;
 - Plan d'Epargne Populaire (PEP) ;
 - Plan d'Epargne en Actions (PEA) ;
 - Plan d'Epargne Retraite Populaire (PERP) ;
 - Madelin.
- Les produits d'épargne collective : A la différence de l'épargne individuelle, la souscription du contrat est réalisée par une personne morale au profit de ses salariés. Voici une liste de quelques produits associés :
 - Art. 83 ;
 - Art. 39 ;
 - IFC, IL et IFC/IL ;
 - Art. 82 et Plan d'Epargne ;
 - PERE / PERI ;
 - Plan Groupe d'Assurance Vie.

Intéressons-nous aux produits d'assurance-vie les plus représentatifs du Fonds Général en termes de passif, à savoir le cas des contrats en euro, puis en Unité de Compte.

➤ Les contrats en euro

Comme évoqué précédemment, la souscription d'un contrat en euro s'accompagne d'un engagement de l'assureur d'au moins servir à chaque fin d'année un taux contractuel appelé le taux minimum garanti (TMG), dont les caractéristiques vont être précisées ci-dessous.

Selon l'article A. 132-1 du Code des assurances, ce taux est défini par les contraintes suivantes:

$$TMG \leq \min(75 \% TME^7, 3,5 \%)$$

En cas de réalisation de produits financiers par l'assureur, ce dernier est tenu de verser en complément au moins 85 % de son résultat financier et 90 % de son résultat technique (100 % en cas de pertes). Ce mécanisme de distribution est appelé participation aux bénéfices (PB) et est imposé par l'article A. 331-4 du Code des assurances.

⁷ Au delà de 8 ans, le TMG ne peut dépasser la plus grande valeur entre 3,5 % et 60 % du TME.

On parle de minimum, car certaines clauses de contrat prévoient le versement d'une part plus importante de ces bénéfices (jusqu'à 100 % par exemple). Cette partie sera développée au Chapitre 2, partie [5.1 Participation aux bénéfices](#).

➤ Contrat en Unité de compte

Dans le cas d'un contrat dont les supports sont en unités de compte, l'assuré verse des primes qui seront alors réinvesties sur des supports dont la valeur évoluera au cours du temps, selon la nature des actifs qui les composent.

Le risque est donc intégralement porté par l'assuré, dont la valeur des UC n'est pas garantie, mais seulement leur quantité investie.

Il existe toutefois des garanties proposées par les assureurs permettant aux assurés de couvrir une partie de leur capital en cas de variations défavorables du cours des supports. C'est le cas des garanties plancher permettant d'assurer le capital lorsque la valeur de leur UC atteint un seuil donné.

2.1.4 Cas de BNP Paribas Cardif

Le groupe BNP Paribas Cardif est spécialisé dans la commercialisation d'offres épargne et protection, afin d'assurer les personnes et leurs biens.

De par son ancienneté et son appartenance au groupe bancaire BNP Paribas, son fonctionnement en B2B2C⁸ permet aujourd'hui de s'appuyer sur un réseau solide composé de nombreux partenaires de secteurs très différents (grande distribution, automobile, banque) et de proposer une gamme de produits variés.

L'assureur est notamment connu comme leader mondial de l'assurance emprunteur.

Toutefois, l'activité d'épargne y est significative puisqu'elle représente au 31 décembre 2017 :

- 176,35 milliards d'euros de BEL Vie (hors santé) brut de réassurance, dont :
 - 129,70 milliards d'euros au titre des contrats en euros ;
 - 46,65 milliards d'euros au titre des contrats en unités de compte.
- 76 % du chiffre d'affaire total du groupe, de 22,19 milliards d'euros (dont 16,8 en épargne) ;
- 62 % du résultat opérationnel assurance⁹ pour un total de 1,27 milliards d'euros.

Afin de comprendre ce qui nous a amené à restreindre l'étude à un périmètre réduit, intéressons-nous dans un premier temps à l'organisation hiérarchique du groupe, puis à quelques chiffres-clés.

⁸ Business to Business to Customer : Terme utilisé pour désigner un processus transactionnel dans lequel un professionnel va s'adresser à un client professionnel qui lui, adressera ensuite l'offre à des clients particuliers.

⁹ 217 millions d'euros de résultat sont au titre des activités hors assurance.

2.2 Limitation au périmètre de Cardif Vie France

2.2.1 Informations générales

Avant de se focaliser sur le périmètre de l'étude, la compréhension de la composition du groupe BNP Paribas Cardif est essentielle. La diversité des produits proposés a pu notamment être réalisée par une implantation dans le monde entier.

Au total, près de 100 millions de clients sont assurés dans 35 pays répartis sur une majeure partie du globe : Europe, Amérique du Sud, Afrique du nord et Asie.

2.2.2 Composition du Groupe

Cette implantation se caractérise par de nombreuses filiales (36 pour les activités d'assurance), dont deux d'entre elles sont composées de plusieurs succursales.

On adoptera les notations suivantes :

- KVI pour les entités rattachées à la filiale *Cardif Assurance Vie* (appelé aussi Cardif Vie Monde) :
- KRD pour les entités rattachées à la filiale *Cardif Assurance Risques Divers* (appelé aussi Cardif Risques Divers Monde).

Un exemple simplifié ci-dessous permet d'avoir une vision synthétique de l'organisation du Groupe :

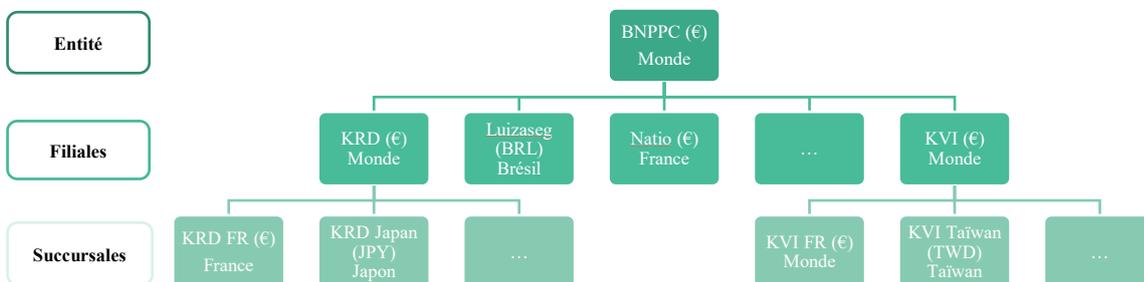


Figure 2 – Description de la composition de BNP Paribas Cardif

2.2.3 Cardif Vie France en quelques chiffres

La succursale Cardif Vie France est comme son nom l'indique, rattachée à la filiale Cardif Assurance Vie.

Le choix a été fait de porter l'étude sur cette entité, d'une part pour des raisons de modélisation, étant donné qu'un modèle de projection actif-passif dédié au périmètre épargne France a été créé et mis à disposition pour cette étude.

D'autre part, pour la matérialité de ses engagements et de sa contribution au chiffre d'affaire et au résultat du groupe.

En effet, KVI France présente les caractéristiques suivantes :

- 142,50 milliards d'euros de BEL Vie (hors santé) brut de réassurance, soit :
 - 96 % du BEL Vie de Cardif Assurance Vie (148,56 milliards d'euros) ;
 - 81 % du BEL Vie de BNP Paribas Cardif (176,35 milliards d'euros).

- 12,29 milliards d'euros de chiffre d'affaire (dont 11,28 milliards en épargne), soit :
 - 79 % du chiffre d'affaire de Cardif Assurance Vie (15,60 milliards d'euros) ;
 - 55 % du chiffre d'affaire de BNP Paribas Cardif (22,19 milliards d'euros).

- 111,11 milliards d'euros de placement du fonds général en valeur de marché, soit :
 - 88 % des fonds généraux de Cardif Assurance Vie (126,80 milliards d'euros) ;
 - 73 % des fonds généraux de BNP Paribas Cardif (153,53 milliards d'euros).

Sauf mention explicite, les analyses et résultats présentés porteront intégralement sur cette entité.

3. Nécessité des actions de management (MA)

3.1 Définition

On appelle *management action* toute décision stratégique issue du top management de l'entreprise et actée au sein d'une haute instance (Comité d'administration, Comité exécutif) permettant de définir les principales règles de gestion de l'assureur, en fonction du contexte économique par exemple.

Ces actions peuvent être appliquées dans de nombreux domaines tels que :

- La politique commerciale ;
- La tarification, notamment vis-à-vis des apporteurs d'affaires ;
- La politique de réassurance ;
- La gestion des reprises et dotations de la PPE ;
- L'allocation stratégique sur les actifs.

En faisant l'analogie avec la balistique, nous pouvons voir les *management actions* comme des « leviers » permettant d'ajuster le tir afin d'atteindre au mieux la cible souhaitée.

Les *management actions* sont donc un outil de pilotage indispensable pour les entreprises.

3.2 Contraintes et difficultés de mise en place

Dès les premières réflexions sur les problématiques liées au pilier I de Solvabilité II, l'EIOPA (anciennement appelé CEIOPS¹⁰) préconisait la modélisation des futures décisions de gestion dans les modèles de projection de *cash-flows*.

¹⁰ Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors

En particulier, d'après l'EIOPA¹¹, les *management actions* doivent respecter les qualités d'objectivité, de réalisme et de vérifiabilité :

Principe d'objectivité	Principe de réalisme	Principe de vérifiabilité
<ul style="list-style-type: none">L'assureur doit détenir une documentation complète exposant les justifications de la mise en place des différentes <i>management actions</i> et les circonstances dans lesquelles elles peuvent être déclenchées.	<ul style="list-style-type: none">Les <i>managements actions</i> choisies doivent refléter de manière réaliste les décisions prises au sein des hautes instances décisionnelles dans des situations spécifiques.Par ailleurs, elles doivent être implémentées de manière cohérente afin de respecter les hypothèses et méthodologies de calculs utilisées dans le cadre de la projection des <i>cash-flows</i> sous contrainte Solvabilité 2, telle que la "risque-neutralisation".	<ul style="list-style-type: none">Un nombre suffisant de preuves sur l'ensemble des hypothèses retenues justifiant du choix des <i>management actions</i> est attendu pour démontrer qu'elles sont à la fois objectives et réalistes.A noter que les justifications requises pourront être d'autant plus importantes qu'une <i>management action</i> aura de l'impact sur l'évaluation du BEL, en particulier dans le cas de scénarios extrêmes où l'application de celle-ci peut conduire à une modification matérielle des indicateurs-clés.

3.3 Contexte économique de taux bas : les enjeux

Depuis plus d'une dizaine d'années, les assureurs français font face à une baisse des taux d'emprunt sur le marché, et plus particulièrement des taux de coupons des obligations souveraines de la zone Euro.

Sachant que la richesse des assureurs se compose essentiellement de cette catégorie d'actif, et que les primes futures des assurés sont directement placées sur le marché afin de générer des produits financiers, il en ressort mécaniquement une dilution lente, mais progressive des fonds généraux.

Toutefois, au regard des contraintes réglementaires, contractuelles et concurrentielles, les assureurs doivent maintenir un niveau de distribution de leurs bénéfices suffisant pour servir les taux attendus par leurs assurés.

Ces enjeux obligent à revoir les stratégies commerciales (tendance générale vers une diminution de la collecte), la politique de contrôle de gestion (réduction des frais généraux) et les stratégies d'investissement afin d'aller rechercher du rendement, tout en maîtrisant son profil de risque.

¹¹ Cf. Consultation Paper "CEIOPS'Advice for Level 2 Implementing Measures of Solvency II : Technical Provisions – Assumptions about future Management Actions"

Chapitre 2 : Etat des lieux de la modélisation ALM de Cardif Vie France

Dans le cadre des études ALM, des productions règlementaires Solvabilité II et prochainement IFRS 17, l'équipe *Models* de BNP Paribas Cardif développe, maintient et fait évoluer un modèle de projection de cash-flows épargne dédié au périmètre France, appelé *Group Projection Model* (GPM).

Ce modèle est implémenté sous le progiciel *Prophet* dont l'entreprise FIS est éditrice. Cet outil de modélisation est doté nativement de bibliothèques permettant de projeter et de faire interagir dynamiquement les *cash-flows* d'actifs et de passifs sur un horizon temporel donné. En outre, il permet la réalisation de calculs par simulation afin d'évaluer les indicateurs de manière stochastique.

Le modèle d'origine proposé par l'éditeur et utilisé par BNP Paribas Cardif se décompose en deux parties distinctes :

- Un modèle de projection *French* (associé à la bibliothèque éponyme) dans laquelle seuls les flux de passifs seront projetés sur l'horizon de projection fixé, sur la base des données d'entrée dites « *Model Points* », des tables d'hypothèses renseignées et des paramètres sélectionnés ;
- Un second modèle de projection dit *ALS* (Assets and Liabilities Strategy) associé à la bibliothèque éponyme, dans laquelle se feront respectivement les calculs ALM de *cash-flows* d'actifs et de passifs, puis leurs actualisations. Les flux de passifs en entrée seront récupérés du modèle *French*, puis retraités afin de prendre en compte l'interaction avec l'actif au cours du temps.

Notons que le modèle d'origine a significativement évolué depuis plusieurs années, au point que les bibliothèques et variables qui les composent ont majoritairement été modifiées ou remplacées. On peut donc aujourd'hui parler d'un modèle interne.

Nous verrons ci-après comment se structure le modèle actif-passif, qui fera l'objet de modifications dans le cadre de l'implémentation de nouvelles *management actions*.

1. Structure générale du modèle

Le modèle dans son ensemble se compose :

- D'un générateur de scénarios économiques fournissant les *indices actions* et obligations pour une date d'évaluation donnée, par année et scénario stochastique ;
- D'un modèle de projection des flux de passif en épargne hors rente, appelé *French* ;
- D'un modèle de projection des flux des rentes en phase de restitution, appelé *Annuités* ;
- D'un modèle de projection des flux d'actif et de passifs, appelé *ALS*.

Les modèles de flux de passif seront exécutés sous l'hypothèse que le taux de rendement de l'actif est nul.

Une partie des sorties du modèle serviront à l'évaluation du SCR de l'entité Cardif Vie France et des entités parentes Cardif Assurance Vie et BNP Paribas Cardif.

Le schéma ci-dessous illustre les interactions entre les différentes composantes du modèle :

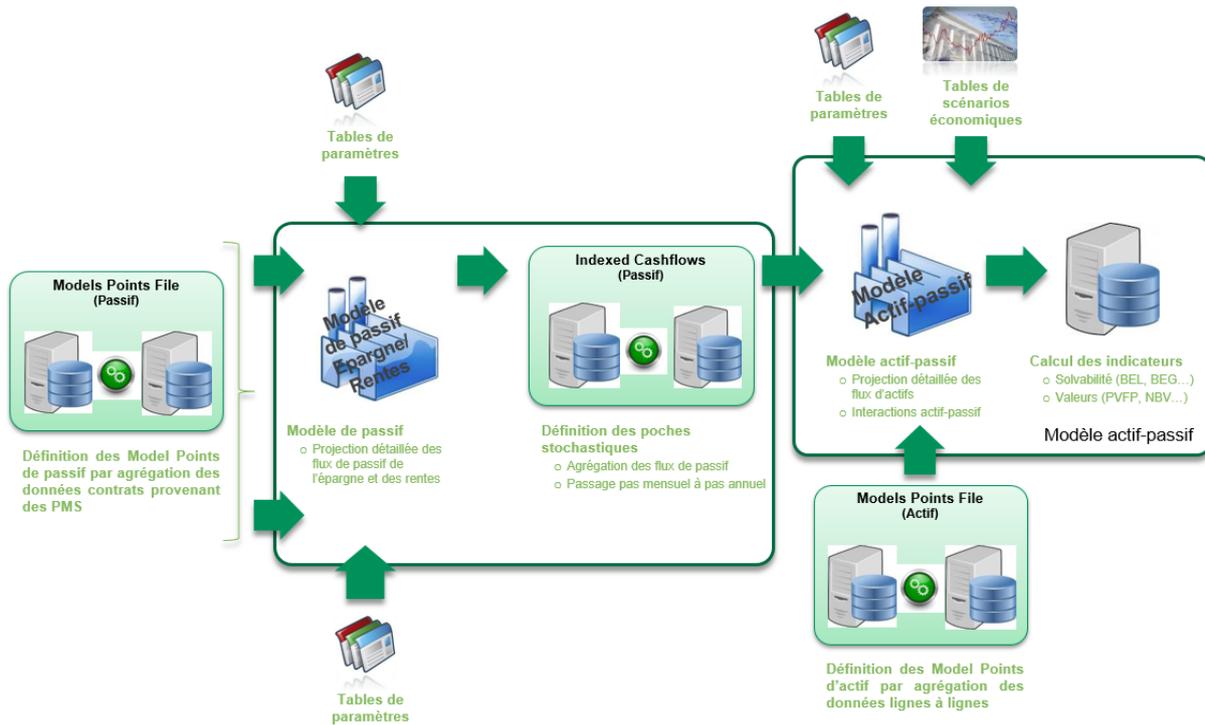


Figure 3 – Schéma des interactions entre le modèle GPM ALS et ses données d'entrée

Faisons un focus sur la partie de droite relative au modèle actif-passif.

1.1 Présentation du modèle ALS sous Prophet

Dans le cadre de notre étude, le modèle ALM de référence se base sur une unique librairie ALS, comme décrit en introduction du chapitre.

Le mécanisme sous-jacent réalise chronologiquement l'évaluation des différents *cash-flows* par pas de temps, puis calcule les valeurs actuelles des différents flux. Le procédé est ensuite répété pour chaque simulation.

Les choix structurants ci-dessous ont été retenus dans le cadre des études et de la production des exercices prudentiels.

1.1.1 Choix de modélisation

➤ Pas de temps

Les calculs sont réalisés annuellement, compte tenu de la volumétrie des données en entrée, des calculs à réaliser par simulation et de la complexité algorithmique du modèle, notamment l'interaction entre l'actif et le passif.

Toutefois, les calculs sous *French* sont réalisés avec un pas de temps mensuel, avec des calculs en milieu de mois afin d'affiner le *timing* des différents flux entrants et sortants.

➤ Horizon temporel

Au regard de la maturité de l'actif et du passif des engagements, les flux sont projetés puis actualisés sur 40 années.

➤ Simulations

Rappelons tout d'abord que la notion de simulation s'inscrit dans le cadre de calculs stochastiques. Il s'agit de calculer les différents indicateurs sur la base de scénarios économiques différents. Ces scénarios se caractérisent par une série d'indices financiers et sont regroupés au sein d'une table ESG que nous détaillerons un peu plus bas. Ces indices permettent la projection des flux d'actif et *a fortiori* celle du passif.

Compte tenu de l'étude menée sur le calibrage du nombre de simulations, afin de conserver un couple précision & performance du modèle optimal, il a été retenu de réaliser les calculs sur la base de 1 000 simulations.

➤ Granularité

Le choix de la maille d'agrégation est important dans la mesure où elle doit simultanément :

- être suffisamment fine pour capter au mieux les caractéristiques du portefeuille dans le modèle et permettre une analyse précise en sortie ;
- être suffisamment agrégée afin d'avoir des temps de calcul acceptables, en particulier en période de production où les jalons réglementaires sont de plus en plus exigeants.

Les sorties du modèle *French* sont réalisées à la maille poche stochastique, appelée également *IDX CFlows*¹². Les poches correspondent à des regroupements de contrats présentant des caractéristiques similaires (identité du canal de distribution, du type de garantie, etc.). Il s'agit donc de la maille d'entrée du modèle ALM.

Quant à eux, les actifs sont séparés selon leur nature (*cash*, obligation, action, etc.) dans des tables différentes. Ils sont fournis ligne à ligne et regroupés à une maille segment.

Plusieurs mailles de calculs seront réalisées au sein du modèle. Les principales utilisées à des fins d'analyse sont les suivantes :

- *Pool* : Il s'agit d'un cantonnement des différents fonds. Il en existe six différents dans le modèle de projection de la France :
 - *Pool 1* – Fonds général (€) ;
 - *Pool 2* – Fonds UC Action ;
 - *Pool 3* – Fonds UC Obligataire ;
 - *Pool 4* – Fonds UC Euro-diversifiés ;
 - *Pool 5* – Fonds UC Immobilier ;
 - *Pool 6* – Fonds UC Monétaire.

¹² *Indexed Cash-Flows*

- *Line of Business* : Il s’agit de la maille règlementaire attendue pour les différents calculs de SCR. 5 LoB au total sont présentes dans le modèle français :
 - LoB 1, 2 et 5 : elles correspondent à la LoB règlementaire « *Insurance with Profit Participation* » associée au fonds euro ;
 - LoB 3 et 4 : elles correspondent à la LoB règlementaire « *Unit-Linked insurance* ».

1.1.2 Entrées du modèle

Pour réaliser l’ensemble des calculs, le modèle a besoin :

- De tables d’*inputs* de flux de passif appelés DetCF (*Deterministic Cash-Flows*) ;
- De tables d’*inputs* de flux d’actifs ;
- De différentes tables d’hypothèses ;
- D’une table de scénarios économiques.

➤ *Model point Files (MPF)*

Les *Models Point Files* sont construits dans un premier temps sur la base des données d’inventaire des différents systèmes de gestion de l’entreprise, avant d’être agrégés et mis au format attendu pour être interprétables par le modèle.

➤ *Model Point de passif*

Les inputs de passif du modèle ALM se déclinent en 3 principales tables :

- Une table DETCF contenant les résultats des différents flux de passif (frais, prestations, primes, etc.) par année de projection et par poche stochastique ;
- Une table DETCF_PL contenant les résultats des différents flux de passif (frais, prestations, primes, etc.) par année de projection, par *Pool* et par poche stochastique ;
- Une table DETCF_PL_PL contenant les résultats des différents montants d’arbitrage entre fonds, par année de projection et par poche stochastique.

➤ *Model Point d’actif*

Les tables de données d’actif rassemblent les montants des actifs en valeur de marché et en valeur comptable.

Pour chaque segment, une correspondance est donnée sur la catégorie et le *Pool* auquel appartient l’actif.

Nous reviendrons sur la notion de catégorie dans la partie suivante [2. Modélisation des actifs](#).

Les principales tables sont les suivantes :

- ASSETS_BONDS : Table regroupant l’ensemble des obligations en stock dans le portefeuille à la date d’évaluation. Il existe une table initialement évaluée en monde réel, et une seconde pour laquelle les prix seront « risque-neutralisés » ;

- ASSET_BUY_BOND : Table regroupant l'ensemble des obligations et leurs caractéristiques à acheter en cours de projection ;
- ASSETS_EQUITY : Table regroupant l'ensemble des actions en stock dans le portefeuille. Les lignes sont agrégées par rapport à l'inventaire, mais conservent un détail suffisant pour l'évaluation des plus-ou-moins-values et reprises/dotations de la PDD.

➤ Tables de paramétrage

Ces tables regroupent l'ensemble des résultats ne figurant pas dans les *Models Points* décrits ci-dessus ainsi que les différentes hypothèses retenues pour les calculs de projection de *cash-flows*.

Leur nombre étant important, nous ne citerons que les principales pour mieux cerner le fonctionnement du modèle :

- ASSET_POOL_RULES : Table relative à la stratégie financière, et décrivant les règles d'allocation d'achat et de vente des actifs selon leur catégorie et leur *Pool* d'appartenance ;
- FRENCH_RES : Table listant la valeur des provisions réglementaires françaises à la date d'évaluation ;
- GLOBAL : Table de paramétrage regroupant différentes caractéristiques (pourcentage de charges sociales, coefficient de choc, etc.) en fonction du numéro de *run* ;
- CUSTOM_CODE_FLAG : Table de paramétrage regroupant tous les leviers d'activation des différents jeux d'hypothèses ou de modélisation, les choix se faisant la plupart du temps de manière binaire pour déclencher leur activation.

Par exemple, il est possible d'activer ou non la modélisation du risque de crédit obligataire, le *turnover action* ou encore l'utilisation de la marge assureur pour atteindre le taux cible.

Cette table est primordiale car elle fera l'objet d'ajouts puis d'une activation dans le cadre de notre étude.

➤ Générateur de scénarios économiques (ESG)

Cette table est transmise par la direction de gestion d'actif, et a pour objectif de fournir l'intégralité des données économiques pour l'évaluation des scénarios stochastiques du modèle.

Elle contient l'ensemble des rendements et indices nécessaires à la projection des actifs, pour chaque simulation et année de projection :

- Prix des zéro-coupons et des taux de coupon des obligations indexées inflation ;
- Indices et rendements des actions et immobilier ;
- Taux inflation ;
- Indices des actifs dits secondaires (livret A, fonds obligataires, fonds diversifiées et déflateur pour l'actualisation des prix).

Notons que le pas de temps est constant d'une simulation à l'autre.

Toutefois, les prix des coupons ne sont pas fournis pour l'ensemble des maturités existantes dans le portefeuille de Cardif Vie France pour des raisons de volumétrie et de temps de calcul des différents scénarios. Ainsi, les maturités existantes et non représentées dans la table ESG seront déduites par interpolation.

Ce mémoire n'ayant pas spécifiquement pour objet l'étude du générateur de scénarios économiques, nous porterons notre attention sur les grands principes d'évaluation des principaux indices économiques, sans décrire les procédures d'obtentions (discrétisation) puis de validation (tests de martingalité et *market consistency*¹³) des scénarios.

Comment modéliser les actifs du portefeuille ?

Pour projeter l'ensemble des actifs en portefeuille, il est nécessaire de modéliser d'une part les taux des Zéro coupons servant au calcul des coupons obligataires, d'autre part le prix du Stock pour la projection des actifs assimilés aux *equities* (actions et immobilier).

Avant de présenter ces modèles, rappelons la dynamique du prix d'un zéro-coupon $ZC(t, T)$ en t et de maturité T :



➤ **Modèle de taux**

Un modèle de taux permet de générer un ensemble de courbes de taux *spots* pour des dates et maturités différentes sur la base de fonctions et de paramètres.

Les modèles se basent sur une ou plusieurs variables d'état x_t , correspondant à un processus stochastique dont la dynamique suit, sous la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} , une Equation Différentielle Stochastique (EDS) de la forme suivante :

$$dx_t = \mu(t, x_t)dt + \sigma(t, x_t)dW_t$$

Avec μ la moyenne de x_t , σ la volatilité de x_t et W un mouvement brownien sous \mathbb{Q} .

Certains modèles introduisent d'autres notions telles que la position d'équilibre ou la vitesse de retour vers la moyenne :

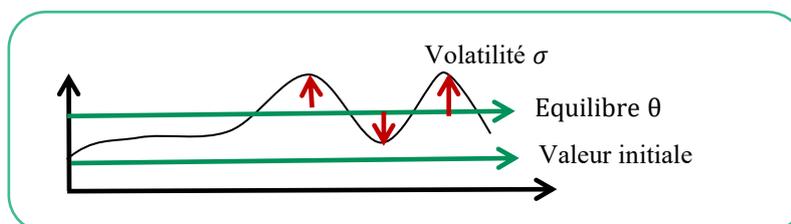


Figure 4 – Evolution d'une courbe de taux en fonction du temps

¹³ Les prix calculés doivent être cohérents avec ceux constatés sur le marché

➤ Modèle d'actif risqué

Les actifs de type *equity* décrits dans la partie suivante sont considérés comme des actifs risqués.

Rappelons qu'une stratégie de portefeuille simple est la donnée d'un capital initial x et d'une quantité d'actif risqué Δ . Appelons S_t^0 l'actif sans risque en date t et S_t la valeur de l'actif risqué (Stock) à cette même date.

Sous la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} , l'actif risqué S_t aura la dynamique donnée par l'EDS de Black-Sholes-Merton :

$$dS_t = S_t(r_t - d_t^S)dt + \sigma_t^S dW_t^S$$

Où $r_t \in \mathbb{R}$ représente la tendance de l'actif, ici égale au taux court stochastique défini précédemment, $\sigma_t^S \in \mathbb{R}^+$ la volatilité de l'actif à la date t et $d_t^S \in \mathbb{R}^+$ son taux de dividende associé.

Sous la probabilité historique, l'EDS admet une solution unique donnée par la relation ci-dessous :

$$S_t = S_{t-1} \exp \left\{ \int_{t-1}^t (r_u - d_u^S - \frac{(\sigma_u^S)^2}{2}) du + \int_{t-1}^t \sigma_u^S dW_u^S \right\}$$

Nous faisons l'hypothèse ici du réinvestissement systématique des dividendes dans le Stock. Par conséquent, la relation devient :

$$S_t = S_{t-1} \exp \left\{ \int_{t-1}^t (r_u - \frac{(\sigma_u^S)^2}{2}) du + \int_{t-1}^t \sigma_u^S dW_u^S \right\}$$

Ainsi, en connaissant les paramètres de tendance et de volatilité de notre action, nous sommes en mesure de modéliser son évolution au cours du temps :

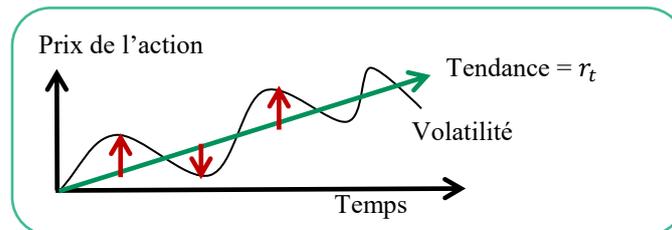


Figure 5 – Evolution du prix d'une action au cours du temps

➤ Limites

Le choix d'un nombre insuffisant de simulations ainsi que des interpolations trop importantes sur les maturités des différents indices, sont des facteurs de génération d'écart de convergence, appelé aussi fuite de modèle. Toute la difficulté réside alors sur un arbitrage entre les performances des modèles et leur précision.

2. Modélisation des actifs

Les actifs sont classés par type, au nombre total de quatre :

Bonds	Caps & Floor	Equity	Cash
<ul style="list-style-type: none">• Obligation du trésor – taux fixe• Obligation du trésor – taux variable• Obligation du trésor – indexée inflation• Obligation <i>corporate</i>	<ul style="list-style-type: none">• <i>Cap</i>• <i>Floor</i>	<ul style="list-style-type: none">• Action / Immobilier	<ul style="list-style-type: none">• <i>Cash</i>

Notons que les actifs de type immobilier sont projetés de manière similaire aux actions.

Par ailleurs, les produits dérivés *Cap* et *Floor* sont modélisés mais non-utilisés dans le cadre de notre étude.

Les autres catégories d'actifs existantes ne sont pas modélisées.

2.1 Les catégories d'actifs dans le modèle

Comme nous l'avons vu précédemment, chaque type d'actif peut se découper en une granularité plus fine appelée « *catégorie* ». Les catégories d'actifs représentent des lignes d'actifs aux caractéristiques similaires, regroupées car elles n'ont pas besoin d'être suivies individuellement.

Selon l'appartenance à une catégorie donnée, l'indice issu de l'ESG utilisé pour la projection ne sera pas le même, de même que la nature de la valorisation comptable, de marché et du calcul des provisions associées.

La liste des actifs du portefeuille de Cardiff Vie France et leur correspondance avec la catégorie d'actif du modèle est détaillée en [Annexe n°3](#).

2.2 Evaluation des actifs

2.2.1 Evaluation des actions

Les actions sont évaluées selon les hypothèses suivantes :

- La valeur indexée des actions est donnée dans l'ESG pour chaque année projetée et chaque scénario ;
- Le rendement en dividendes des actions est indiqué dans l'ESG pour chaque année projetée et chaque scénario.

Par ailleurs, le modèle réinvestira automatiquement les dividendes générés dans la ligne d'action correspondante.

Valeur de marché : La valeur de marché d'une action en fin d'année est alors la somme :

- De la MV en début de période ;
- Du montant des dividendes distribués ;
- De la performance financière à l'exclusion des dividendes.

Temporalité : Les dividendes sont supposés être versés en milieu d'année.

Valeur comptable (FAV) : A une fin d'année N, elle correspond à la somme suivante :

$$EquityFAV_N = EquityFAV_{N-1} + EquityDividends_N$$

Où :

- $EquityFAV_N$ est la valeur comptable de l'action en fin d'année N ;
- $EquityFAV_{N-1}$ est la valeur comptable de l'action en fin d'année N-1 ;
- $EquityDividends_N$ est la valeur des dividendes reçus pendant l'année N.

2.2.2 Evaluation des obligations

➤ Définitions

Une obligation est une valeur mobilière correspondant à un emprunt contracté par une société ou un Etat auprès d'un ou plusieurs prêteurs, pour une durée et un montant déterminé.

Valeur de marché : La valeur de marché d'une obligation en fin de période est la somme des *cash-flows* futurs actualisés avec les taux d'intérêt. Les *cash-flows* associés sont :

- Montant des coupons $Coupon_Amt$;
- Montant de remboursement à terme $Redemp_Amt$.

Coupon plein : Le montant correspond au montant des intérêts payés, en fonction de la fréquence du coupon. Il s'agit du montant qu'un émetteur d'obligations paiera à un obligataire. Ce montant du coupon peut être fixe ou variable, selon le type d'obligations.

Coupon couru : Le montant correspond aux intérêts courus mais non encore payés sur une obligation. Il est calculé en multipliant le taux d'intérêt nominal de l'obligation par la fraction de temps écoulé depuis que le coupon a commencé à s'accumuler.

Le montant du remboursement : Appelé également valeur nominale, il correspond au montant payé par l'émetteur de l'obligation au porteur à l'échéance (date de paiement du remboursement).

Taux d'intérêt : Le taux d'intérêt de l'obligation d'état Val_Int_Rate est le taux d'intérêt basé sur une courbe de référence « *spot* »¹⁴ et calculée à partir de la courbe de prix nominale ZC, auquel est ajouté un *spread* résiduel S_0 ainsi qu'un *spread corporate* S_{corp} dans le cas des obligations d'entreprises. Le taux dépend de la durée restante avant la date de paiement du coupon et la date de paiement du remboursement.

¹⁴ courbe de taux d'intérêt sans risque

S_0 correspond à l'écart constant nécessaire pour obtenir au début de la projection la valeur de marché initiale :

$$Val_Int_Rate(t) = \left(ZC(t)^{\frac{1}{t}} - 1 \right) + S_0 + S_{corp}$$

➤ Calcul de la valeur de marché

Sur la base des éléments définis ci-dessus, la valeur de marché d'une obligation s'obtient dans le modèle par la formule suivante :

$$MV(t) = \sum_{i=1}^N \frac{Coupon_Amt(T_i)}{(1 + Val_Int_Rate(T_i - t))^{T_i - t}} + \frac{Redemp_Amt(T_N)}{(1 + Val_Int_Rate(T_N - t))^{T_N - t}}$$

Où $(T_i)_{i \in [1;N]}$ correspond aux dates de paiement des coupons restants à payer.

La différence entre chaque type d'obligations est liée à la configuration des paramètres.

Pour chaque ligne d'actif, le modèle se base sur un *flag* indiquant de quel type d'obligation il s'agit et quels paramètres vont être utilisés pour le calcul des coupons, du montant du remboursement et du taux d'intérêt.

➤ Choix de modélisation

Le pas du modèle ALM étant annuel, l'ensemble des coupons seront regroupés en un unique coupon annuel évalué en milieu d'année.

Par conséquent, des actualisations et capitalisations seront réalisées afin de ramener les *cash-flows* en milieu d'année.

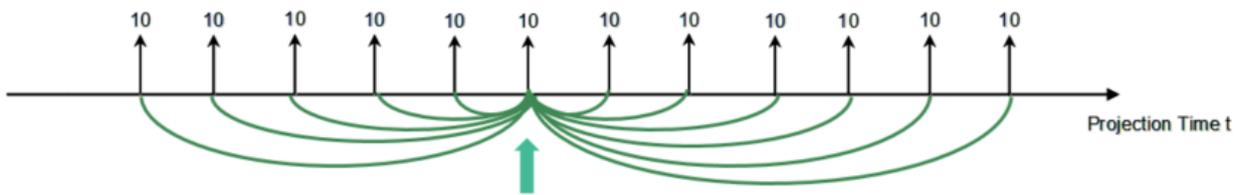


Figure 6 – Illustration des cash-flows ramenés en milieu d'année

2.2.3 Evaluation du cash

Cas du cash direct : Il correspond à la trésorerie totale à la fin de l'année précédente capitalisée avec le taux de rendement du *cash*. Ce *cash-return* est donné dans l'ESG, et correspond à la courbe de taux zéro coupon à un 1 an. La formule est donnée comme suit :

$$Direct_Cash_N = Cash_{N-1} \times (1 + Ret_Cash_N)$$

Cas des *cash-flows* d'actifs : En plus de la trésorerie « directe », les flux de trésorerie des actifs des obligations (coupon et montant de remboursement) sont capitalisés mais uniquement pour 6 mois, en raison du fait que les flux d'actifs sont considérés comme des flux de trésorerie à mi-période.

La formule de calcul est alors la suivante :

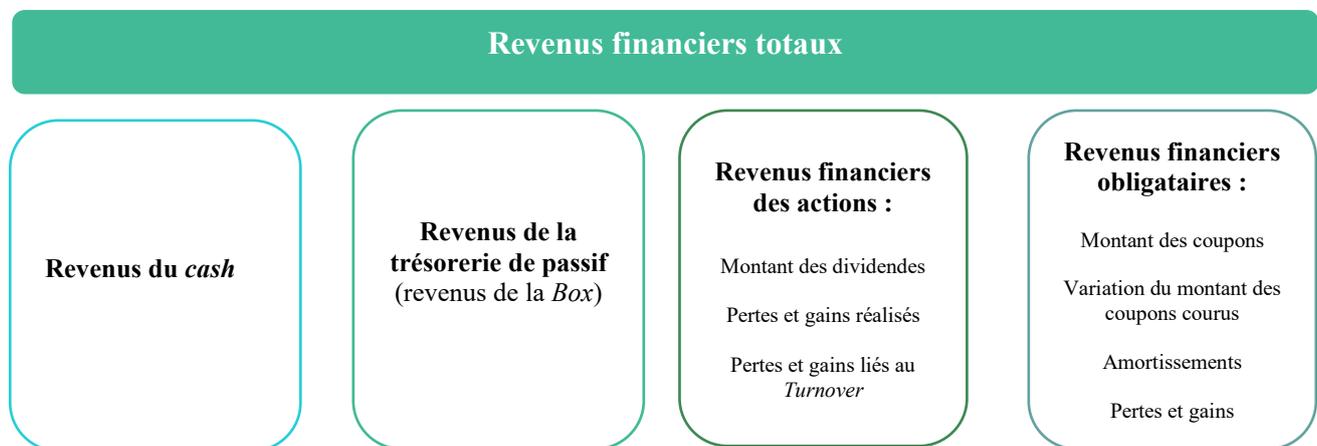
$$\text{Assets_Cash}_N = \text{Assets_Cash}_{N-1/2} \times (1 + \text{Ret_Cash}_N)^{0,5}$$

Où :

- *ret_cash* est la taux zéro coupon à 1 an de la courbe des taux ;
- *assets_cash* représente le montant des coupons et de remboursement (si l'obligation est arrivée à maturité) pour les obligations.

3. Revenus financiers

Les revenus financiers (*financial income*) générés dans le modèle sont la résultante des revenus de chacun des actifs projetés. De manière schématique, les revenus peuvent être illustrés de la manière suivante :



Le détail de chaque revenu est indiqué ci-dessous :

- **Revenus du cash** : Ils correspondent aux intérêts totaux générés du *cash* et s'obtiennent par capitalisation au taux 1 an de la courbe de taux sans risque (zéro-coupon) ;
- **Revenus de la *Box*** : La *box* correspond à la différence entre les primes collectées et les sorties. Ses revenus sont obtenus par capitalisation sur les 6 derniers mois de l'année du taux 1 an de la courbe de taux sans risque (zéro-coupon) ;
- **Revenus des actions**, qui sont la composante des 3 éléments ci-dessous :
 - Le montant des dividendes de l'ensemble des actions en portefeuille ;
 - La part des pertes et gains réalisés correspondant à la différence entre la valeur de marché et la valeur comptable des actions, due à une modification de leur allocation dans chaque catégorie d'actif ;
 - La part des pertes et gains liés au *turnover action* (vente d'une proportion des actions du portefeuille chaque année ou uniquement en cas de gain).

- **Revenus financiers obligataires**, qui se décomposent en 4 éléments :
 - Le montant des intérêts payés, autrement dit des coupons reçus pendant la période considérée ;
 - La variation du montant des coupons courus non encore payés ;
 - Le montant de l’amortissement, correspondant à la variation de la valeur comptable de l’obligation pendant la période ;
 - La part des pertes et gains réalisés générée par la différence entre la valeur de marché et la valeur comptable.

Une fois les différents revenus calculés, le total des revenus financiers disponibles est obtenu net des éléments suivants :

- Frais de gestion financière ;
- Variation de la Réserve de Capitalisation ;
- Variation de la Provision pour Dépréciation Durable.

Les deux provisions mentionnées ci-dessus seront décrites dans la partie suivante.

4. Provisions réglementaires à l’actif

La présente partie a pour objectif d’analyser l’ensemble des provisions techniques réglementaires d’assurance vie liées à l’actif et incluses dans le modèle.

4.1 Provisions pour Dépréciation Durable

Cette provision concerne les actifs énumérés à l’article R. 343-10 du Code des assurances (actions, immobiliers, OPCVM).

Dans le modèle, les actifs non remboursables sont assimilés à cette catégorie.

Le principe est le suivant : Si les actifs considérés sont en moins-values latentes d’au moins 20 % depuis 6 mois consécutifs, une PDD est ainsi constituée. Son montant dépendra de la nature du titre ainsi que la capacité de l’assureur à le détenir durablement ou non.

En cas de marché dit volatile (l’appréciation du critère étant fixée par l’AMF¹⁵), le seuil est augmenté à 30 %.

Etant donné le pas de projection, le critère d’éligibilité aux dotations est réalisé entre 2 années consécutives :

$$\begin{aligned}
 & \text{If } \left(FAV_{dotation_{condition_{t-1}}}^{asset\ i} - MV_{t-1}^{asset\ i} > 20\% \times FAV_{dotation_{condition_{t-1}}}^{asset\ i} \right) \\
 & \text{and } \left(FAV_{dotation_{condition_t}}^{asset\ i} - MV_t^{asset\ i} > 20\% \times FAV_{dotation_{condition_t}}^{asset\ i} \right) \text{ Then}
 \end{aligned}$$

¹⁵ Autorité des Marchés Financiers

$$dotation_PDD_t^{asset\ i} = \text{Max}(FAV_t^{asset\ i} - RV_t^{asset\ i}; 0)$$

$$PDD_{t,final}^{asset\ i} = PDD_t^{asset\ i} + dotation_PDD_t^{asset\ i}$$

Le montant de dotation est calculé par différence entre la valeur comptable de l'actif et sa valeur dite de recouvrement.

Une reprise de la provision est faisable lorsque la valeur de marché du titre passe au-dessus du seuil de recouvrement :

$$\text{If } (FAV_{t-1}^{asset\ i} + PDD_{t-1}^{asset\ i} < MV_{t-1}^{asset\ i}) \text{ Then}$$

$$release_PDD_t^{asset\ i} = PDD_t^{asset\ i}$$

$$PDD_{t,final}^{asset\ i} = 0$$

$$\text{If } FAV_t^{asset\ i} = 0 \text{ and } MV_t^{asset\ i} = 0 \text{ Then}$$

$$PDD_{t,final}^{asset\ i} = 0$$

Par ailleurs, cette provision doit être considérée ligne à ligne, c'est-à-dire pour chaque actif éligible en portefeuille.

4.2 Réserve de Capitalisation (RC)

Selon l'article R. 343-3 du Code des assurances, la réserve de capitalisation est une « réserve destinée à parer la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ».

La RC est une réserve alimentée par la plus-value enregistrée sur les cessions d'obligations et reprise symétriquement uniquement en cas d'enregistrement de moins-value sur ce type d'actif. Une réserve est calculée par fonds distinct.

Toutes les obligations ne sont pas éligibles au calcul de la RC. Seules les obligations à taux fixe remboursables mentionnées à l'article R. 343-9 du Code des assurances (obligations gouvernementales et d'entreprises) sont concernées.

Quant à elles, les obligations à taux fixe non remboursables et les obligations à taux flottant (obligations gouvernementales et d'entreprises), l'OATi et les obligations convertibles, sont exclues.

Si la valeur de marché de l'actif i , notée MV_i , à la date t :

- est supérieure à la valeur comptable notée FAV_i , la survaleur enregistrée sur les cessions d'obligations est affiliée à la réserve de capitalisation RC ;
- Est inférieure à la valeur comptable FAV_i , les moins-values enregistrées sont prélevées sur la RC dans sa limite.

À la fin de l'année, lorsque le montant total des gains et pertes réalisés est positif, le taux d'imposition $Tax_on_Result_rate_t$ doit être appliqué.

Soit ΔRC_t la dotation / reprise à la RC à la date t . Cette dernière est obtenue comme suit :

$$\Delta RC_t = \left[\sum_{asset\ i} ((MV - FAV)_{t,investment\ strat}^{asset\ i} + (MV - FAV)_{t,realignment\ strat}^{asset\ i}) \right] * (1 - Tax_on_Result_rate_t)$$

La RC projetée est alors obtenue selon la formule ci-dessous :

$$RC_t = Max(RC_{t-1} + \Delta RC_t; 0)$$

Notons que le calcul est réalisé pour chaque ligne obligataire dans le modèle (maille segment).

4.3 Provision pour Risque d'Exigibilité

Selon l'article R. 343-3 du Code des assurances, la provision pour risque d'exigibilité est désignée pour faire face aux engagements en cas de perte en capital, elle est constituée sur les actifs (non amortissables) mentionnés à l'article R. 343-10 du Code des assurances.

Les catégories d'actifs suivantes sont prises en compte dans le calcul de la PRE :

- Le type actions non rachetables (actions, immobilier et OPC) ;
- Les obligations classées non remboursables :
 - Obligations fixes du gouvernement non remboursables ;
 - Obligations fixes d'entreprises non remboursables ;
 - Crédit structuré fixe gouvernemental non remboursable ;
 - Crédit structuré fixe d'entreprise non remboursable.

Cette provision doit être constituée lorsque tous les actifs mentionnés précédemment et de valeur de marché MV subissent une perte en capital latente par rapport à leur prix d'acquisition FAV . Elle doit être constituée nette de PDD , qui est calculée ligne d'actifs par ligne d'actifs.

La PRE est une réserve qui peut être dotée progressivement en comptabilité. Par ailleurs, la réglementation permet d'absorber la PRE du compte de résultat sur une durée de 3 ou 8 ans si la durée du passif le permet.

Soit ΔPRE_t la dotation / reprise de la PRE en année t . Elle peut alors s'exprimer sous la forme suivante :

$$\Delta PRE_t = \min \left[PRE_{t-1} + \frac{1}{n} \max(FAV_t - MV_t - PDD_t; 0); \max(FAV_t - MV_t - PDD_t; 0) \right] - PRE_{t-1}$$

Où $n=3$ dans le cas du compte de PB, et $n=\{3;8\}$ dans le cas du compte de résultat.

La PRE projetée se déduit alors de la manière suivante :

$$PRE_t = PRE_{t-1} + \Delta PRE_t$$

5. Revalorisation des contrats via la méthode de *Flexing*

Cette partie a pour objectif de présenter le mécanisme de revalorisation des engagements de l'assureur vis-à-vis des assurés.

Nous faisons l'hypothèse forte que les fonds propres, non modélisés dans le modèle de projection étudié, sont illimités.

5.1 Participation aux bénéfices

L'article L. 132-29 du Code des assurances dispose que « les entreprises d'assurance sur la vie ou de capitalisation et les fonds de retraite professionnels supplémentaires font participer les assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'ils réalisent [...] ». Les montants de ces bénéfices doivent au minimum correspondre à¹⁶ :

- 85 % des bénéfices ou pertes financiers ;
- 90 % des bénéfices techniques (100 % en cas de pertes techniques) ;

Leur calcul s'effectue par le biais d'un compte de participation aux résultats PR composé :

- Du solde de souscription $Solde_{Souscription}$ (différence entre les primes, charges de prestations et charges au titre des provisions techniques) ;
- Des charges d'acquisition et de gestion nette $Charges_{Acq.et\ gestion}$;
- De la participation aux bénéfices de la gestion technique $PB_{Gest.tech.}$ ¹⁷ ;
- Des produits financiers $P\varphi$;
- Du solde débiteur du compte de participation aux résultats de l'exercice précédent PR_{N-1} ;
- Du solde de réassurance cédé $Solde_{Réass.}$.

Le montant obtenu de participation aux résultats est alors le suivant :

$$PR = Solde_{Souscription} - Charges_{Acq.et\ gest.} + PB_{Gest.tech.} + P\varphi - PR_{N-1} + Solde_{Réass.}$$

Ces résultats sont ensuite reversés aux assurés sous forme :

- d'intérêts techniques IT correspondant à la partie garantie réglementairement et contractuellement ;
- d'un complément (non garanti) au titre de la participation aux bénéfices de l'assureur PB , appelé également bénéfices discrétionnaires :

$$PB = \max(PR - IT; 0)$$

L'assureur a toutefois la possibilité de ne pas reverser l'intégralité de la PB à la fin de l'exercice, en dotant une partie de cette dernière dans la Provision pour Participation aux Excédents (PPE).

¹⁶ D'après l'article A. 132-11 du Code des Assurances

¹⁷ Le montant de la participation de l'assureur aux bénéfices de la gestion technique est constitué par le montant le plus élevé entre :

- 10 % du solde créditeur des éléments précédents ; et
- 4,5 % des primes annuelles correspondant aux opérations relevant des catégories 3 et 6 de l'article A. 132-11 du Code des assurances.

➤ Provision pour participation aux excédents

Cette provision inscrite au passif est définie dans l'article R. 343-3 du Code des assurances, et correspond au montant des participations aux bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas payables immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits.

La PPE a pour objectif de lisser la part des bénéfices générés chaque année, dans la mesure où la volatilité des marchés ne permet pas un dégagement de rémunération d'une année sur l'autre.

L'assureur a alors la possibilité de reprendre une part de cette provision en cas de scénario défavorable où son *taux cible* ne pourrait être atteint, et *a contrario* de la doter en cas de surplus en vue de faire face à des années moins propices.

La réglementation française impose toutefois un délai de 8 ans pour redistribuer la *PB* selon l'année pendant laquelle elle a été dotée.

A noter que la gestion de la PPE par génération n'est pas implémentée dans notre GPM d'étude, et qu'un cap à un pourcentage des PM a été établi afin de refléter la distribution sur les 8 ans.

Ce mécanisme de dotation et reprise fait partie des *management actions* implémentées dans le modèle. Leur utilisation est essentielle, d'une part pour le maintien d'une participation aux bénéfices suffisante dont jouiront les assurés et ainsi éviter de déclencher des rachats dynamiques, d'autre part pour veiller à n'utiliser la marge assureur qu'en dernier recours.

Le mécanisme de dotation et de reprise sera conditionné par les valeurs prises par le taux cible et le taux servi :

- **Taux cible** : Ce taux doit refléter l'attente des assurés en termes de revalorisation de leur encours. Il est généralement estimé sur la base d'historique des taux servis de l'assureur, du marché, ou sur le rendement moyen des placements standards tels que des actions ou obligations.

Dans notre étude, le taux cible $Taux_{cible}$ est évalué de la manière suivante :

$$Taux_{cible} = Coef_{Taux_{cible}} \times (OAT_{N-1}^{10ans} + OAT_N^{10ans})/2 + Spread_{Taux_{cible}}$$

Où :

- $Coef_{Taux_{cible}}$ est le coefficient d'ajustement du taux cible, à saisir en *input* du modèle et calibré selon des études internes ;
 - OAT_{N-1}^{10ans} (respectivement OAT_N^{10ans}) représente l'OAT 10 ans de l'année N-1 (respect. N) ;
 - $Spread_{Taux_{cible}}$ est le *spread* associé au taux cible à paramétrer également en *input* du modèle.
- **Taux servi** : Il correspond au taux de réévaluation des provisions mathématiques (ou *Best Estimate* en vision S2), et est lié au taux de participation aux bénéfices $Taux_{PB}$ et au *TMG* par la relation suivante :

$$Taux_{servi} = Taux_{PB} + TMG$$

A noter que le taux de PB représente la part de PB distribuée en année N sur le montant total des PM.

Le schéma ci-dessous décrit l’algorithme d’affectation de la PB selon les différents scénarios possibles. Rappelons que la maille poche stochastique est la maille d’entrée des flux de passif du modèle ALM :

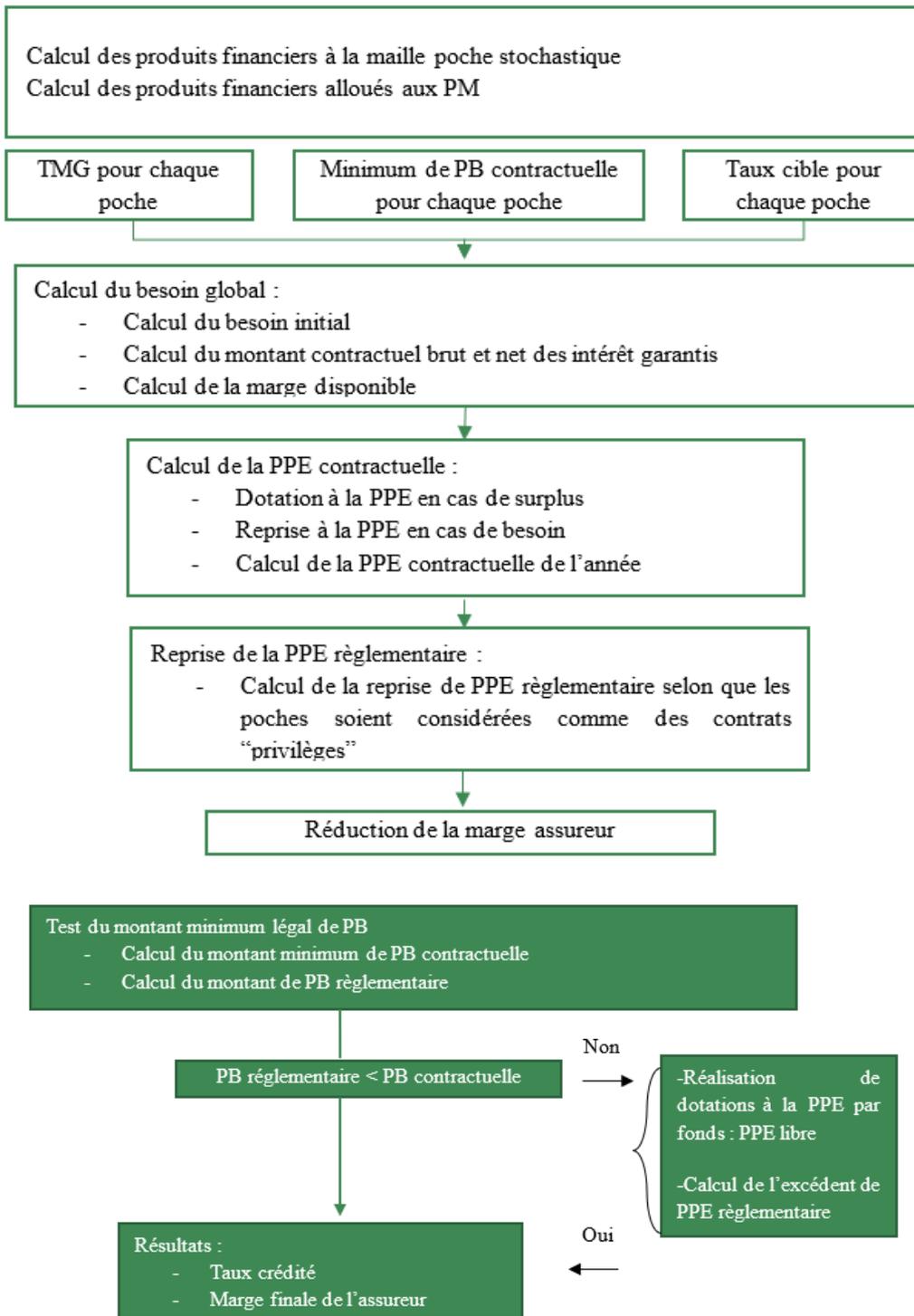


Figure 7 – Schéma de l’algorithme d’affectation de la participation aux bénéfices

La PPE libre représente la part de la PPE allouée aux contrats privilèges, afin de faire bénéficier aux assurés d’un taux plus attractif.

Comme l’indique le schéma ci-dessus, la réduction de marge est le troisième et dernier levier utilisé pour atteindre le taux cible. Celui-ci est capé à un pourcentage du résultat.

➤ Rachats dynamiques

Dans le cas où le montant de PB calculé pour l'année considérée serait insuffisant pour atteindre le taux cible, nous venons de voir que l'assureur dispose de différentes réserves dans lesquelles puiser (PPE et marge assureur).

Toutefois, si ces réserves s'avéraient insuffisantes ou que l'assureur décidait de ne pas reprendre l'écart de PB permettant d'atteindre le taux cible, certains assurés insatisfaits risqueraient de racheter partiellement ou totalement leurs contrats en euro : on parle alors de rachats dynamiques.

Ces rachats sont également appelés rachats conjoncturels car ils sont conditionnés par l'environnement économique, et plus particulièrement par le comportement des assurés face aux différents rendements des produits du marché susceptibles de les amener à un arbitrage sortant du fonds euro, en raison d'une meilleure attractivité extérieure.

Par opposition, il existe des rachats statiques (ou structurels) résultant de comportements récurrents observés des assurés et indépendants du contexte économique, motivés par raisons fiscales ou des besoins ponctuels financiers (transmission de patrimoine, projet financier, aléas de la vie, ...).

La loi de rachat dynamique appliquée dans notre modèle se base sur une évolution linéaire et encadrée du taux de rachat dynamique en fonction de l'écart entre le taux cible et le taux servi :

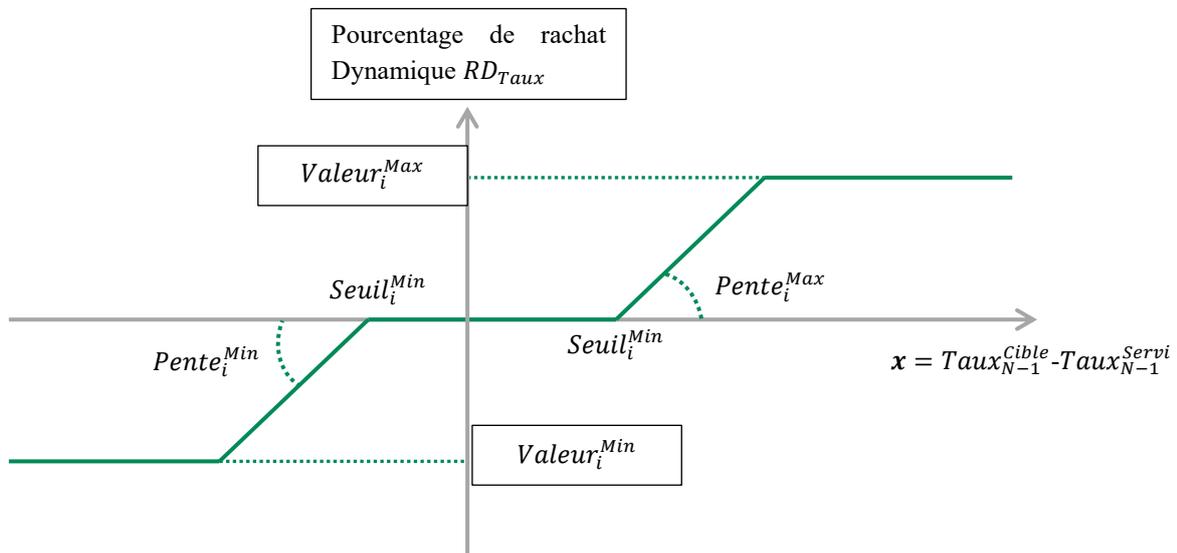


Figure 8 – Exemple de loi de rachat dynamique

Où RD_{Taux} est défini de la manière suivante :

$$RD_{Taux}(x) = \begin{cases} \max(Valeur_i^{Min}, Pente_i^{Min} \times (x - Seuil_i^{Min})) & si \ x < \ Seuil_i^{Min} \\ 0 & si \ Seuil_i^{Min} \leq x \leq \ Seuil_i^{Max} \\ \min(Valeur_i^{Max}, Pente_i^{Max} \times (x - Seuil_i^{Max})) & si \ x > \ Seuil_i^{Max} \end{cases}$$

L'indice i permet de distinguer le cas des rachats partiels et totaux, les lois étant similaires, aux valeurs des seuils, pentes et paliers près.

5.2 Méthode du *flexing*

On appelle *Flexing*, la méthodologie utilisée dans le cadre de notre étude pour modéliser l'interaction entre les actifs et les passifs dans le modèle ALS.

A date, trois méthodes sont recensées sur le marché de l'assurance :

- **Internal** : Méthode faisant interagir au sein d'un même et unique modèle et à chaque pas de projection les flux actifs avec ceux du passif ;
- **External** : Les modèles de passifs et d'actifs sont scindés en deux, mais interagissent ensemble à chaque pas de projection ;
- **Flexing** : Deux modèles sont utilisés :
 - Un premier modèle dans lequel le passif est projeté sans interaction avec l'actif (sous l'hypothèse d'un taux de rendement de l'actif nul) et par conséquent sans effet stochastique. Il s'agit dans notre cas du modèle *French* ;
 - Ensuite, un second modèle actif-passif vient ajuster les flux de passif en « *tordant* » ces derniers selon la performance réalisée à l'actif et plus spécifiquement la PB distribuée aux assurés sur les différents contrats en euro. Il s'agit du modèle ALS.

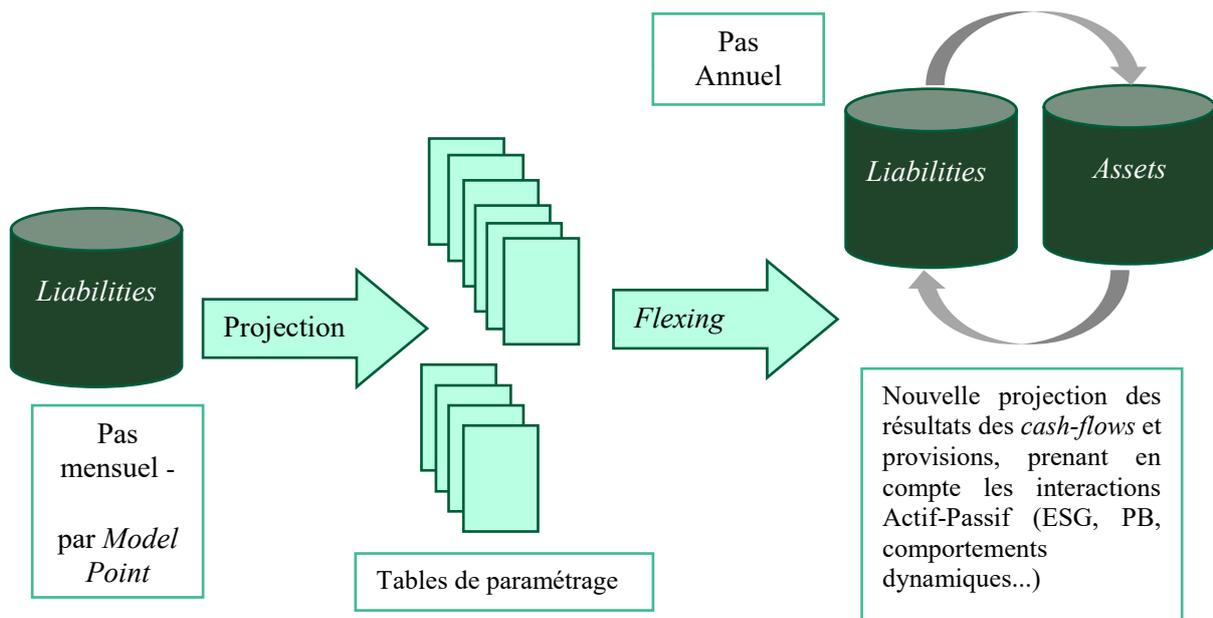


Figure 9 – Schéma du principe du flexing

Principe de la méthode du *Flexing* dans le modèle ALS d'étude

L'ajustement des flux de passif par la méthode du *flexing* est réalisé par le biais de ratios. Ces derniers sont calculés de manière à prendre en compte le caractère dynamique et discrétionnaire induit par les scénarios économiques et la distribution de bénéfices. Ces ratios sont ensuite appliqués en $t+1$ directement aux *cash-flows*, provisions et autres indicateurs. A titre d'exemple :

Le ratio $Ratio_t^{Nb Police}$ appliqué en $t+1$ au nombre de police à la date t est déterminé de la manière suivante :

$$Ratio_t^{Nb Police} = Ratio_{t-1}^{Nb Police} \times (1 - \text{Pourcentage}_t^{\text{Rachat dyn.tot.}})$$

Le ratio $Ratio_t^{PM}$ appliqué en $t+1$ aux Provisions Mathématiques est déterminé de la manière suivante :

$$Ratio_t^{PM} = Provision_t^{\text{Après flexing}} / Provision_t^{\text{Déterministe}}$$

Ainsi, les *cash-flows* flexés sont obtenus de la manière suivante pour le cas des primes $Premium_{t+1}^{\text{Après flexing}}$ et des sorties $Outgoes_{t+1}^{\text{Après flexing}}$:

$$Premium_{t+1}^{\text{Après flexing}} = Ratio_t^{\text{Prime}} \times Premium_{t+1}^{\text{Avant flexing}}$$

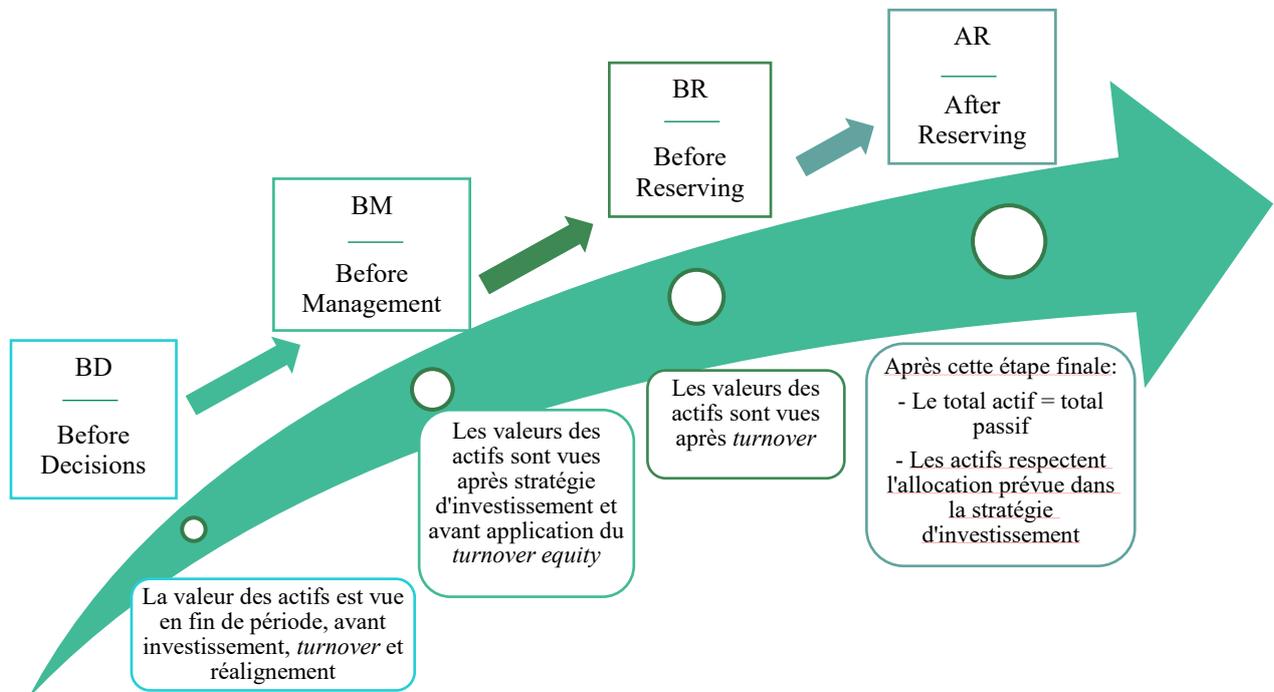
$$Outgoes_{t+1}^{\text{Après flexing}} = Ratio_t^{PM} \times Outgoes_{t+1}^{\text{Avant flexing}}$$

6. Stratégie sur les actifs

Les principaux mécanismes du modèle étant présentés, il convient d'aborder l'aspect stratégique lié aux actifs durant toute la projection, avec les étapes de la stratégie financière, la stratégie d'investissement et enfin le réaligement entre l'actif et le passif suite aux achats et ventes.

6.1 Etapes dans la stratégie financière

Dans le modèle étudié, on appelle stratégie financière l'ensemble des mécanismes algorithmiques d'achats et ventes des différentes catégories d'actifs. Elle peut se décomposer en 4 principales étapes :



Les 4 étapes sont décrites ci-après et ont lieu dans l'ordre suivant :

- **BD – Before Decisions** : à ce stade, les valeurs des actifs sont affichées en fin de période, avant l'impact de toute décision et réalignement. En effet, l'actif total détenu de la période précédente a été reporté (ou les actifs de départ si $t = 0$). Par ailleurs, c'est à cette étape que le solde de trésorerie appelé « *Box* » doit être annulé par des étapes d'investissement ou réinvestissement selon son signe ;
- **BM – Before Management** : à cette étape, les valeurs des actifs sont vues juste après application de la stratégie d'investissement, mais avant application du mécanisme de *turnover* des actions. Un premier réalignement est appliqué en s'assurant que l'allocation des différentes catégories d'actif définie est respectée ;
- **BR – Before Reserving** : il s'agit de la troisième étape de la stratégie financière, suivant l'application du *turnover action* (vente d'un pourcentage fixe des actions du fonds général). Après cette *management action*, il est nécessaire de procéder à un réalignement, ce qui fera l'objet de la dernière étape ;
- **AR – After Reserving** : dernière étape de la stratégie financière, un dernier réalignement est réalisé pour les raisons similaires à celles évoqués en étape BM, mais également afin d'équilibrer l'actif et le passif au global. L'ensemble des gains et pertes réalisés durant celui-ci sont alors inclus dans les produits financiers de l'année suivante, partagés entre l'assureur et ses assurés.

6.1.1 Rôle de la Box

Pour rappel, la *Box* est définie comme revenu total des primes moins toutes les dépenses de l'année. On parle d'une poche destinée à payer les *cash-flows* sortants. Ces derniers sont supposés survenir en milieu d'année. Or, le réalignement de l'actif prend uniquement place à la fin de l'évaluation du passif.

Il est donc nécessaire de reconduire les *cash-flows* de mi-période séparément du fonds la *Box*, jusqu'à la prochaine opportunité de réalignement.

La *Box* sera :

- Nulle entre les étapes BM à AR ;
- Investie pendant la stratégie financière (entre les étapes BD et BM).

Regardons de plus près le mécanisme de la stratégie financière entre les étapes BD et BM, puis le fonctionnement des étapes de réalignement.

6.2 Stratégie d'investissement

6.2.1 Introduction

L'algorithme lié à la stratégie financière du fonds général étudié est appelé *Asset drift strategy*.

Son objectif est de déterminer, pour chaque pas de temps, les achats et ventes de chaque catégorie d'actif « i », tels que la somme des allocations futures α_i serait égale à 100 % et serait contenue entre leurs limites α_i^{min} et α_i^{max} .

Par ailleurs, α_i est la résultante de l'ensemble des allocations initiales ∂_i^k de chaque ligne d'actifs k appartenant à la catégorie i .

Pour chaque pas de temps, deux événements se produisent :

- Les *cash-flows* générés par les opérations d'achat / vente génèrent ce que l'on appelle la « *New Money* », qui est investie ou désinvestie dans chaque catégorie d'actif, suivant l'allocation prédéterminée et selon le signe de la *New Money*.

Nous noterons par la suite :

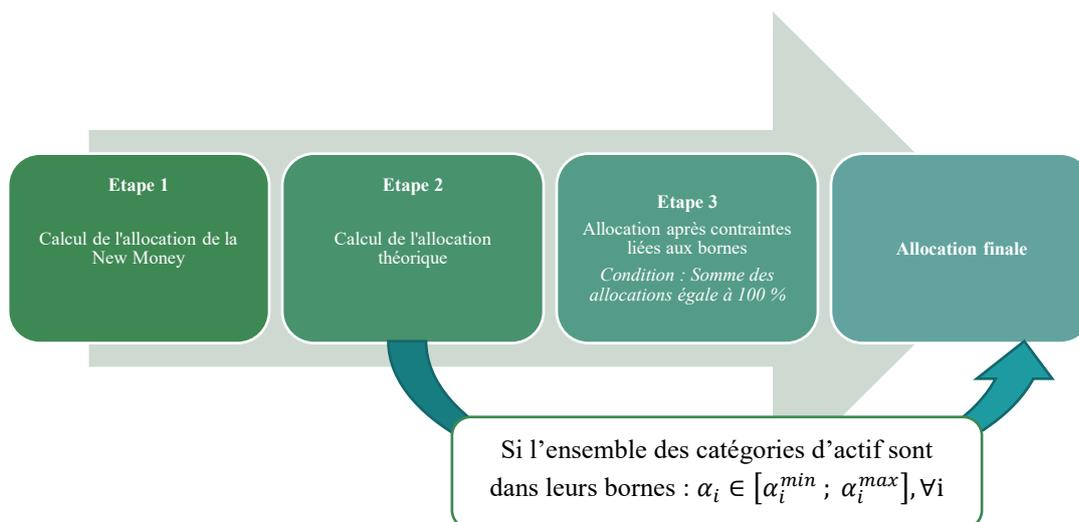
- σ_i l'allocation (en %) de la *New Money* investie sur la catégorie d'actif i ;
- ϑ_i l'allocation (en %) de la *New Money* désinvestie sur la catégorie d'actif i .
- La valeur des actifs augmente ou diminue. En conséquence, l'allocation dans chaque catégorie d'actifs est modifiée, et pourrait ne pas respecter la plage prédéterminée.

Chaque modification d'une allocation α_i est liée à une modification de l'allocation ∂_i^k dans chaque ligne d'actif de la classe i .

A noter qu'en dehors du fonds euro, la stratégie financière retenue ne se base pas sur des intervalles d'allocations cibles $[\alpha_i^{min} ; \alpha_i^{max}]$ mais sur une cible fixe α_i . On parle alors de stratégie « *Asset fixed* ».

6.2.2 Fonctionnement de la stratégie *Asset Drift*

Pour chaque pas de temps, la stratégie « *Asset Drift* » se déroule en 3 étapes consécutives :



➤ Etape 1 : Calcul de la New Money

L'objectif ici est de déterminer la part de la *New Money* $\Delta_{\alpha_i}(t)$ à la date t à ventiler dans chaque catégorie d'actif.

Selon son signe, une proportion sera investie (σ_i) ou désinvestie (ϑ_i) pour chaque catégorie selon les relations suivantes :

$$\Delta_{\alpha_i}(t) = \begin{cases} \frac{NewMoney(t) \times \sigma_i}{A(t)}, & NewMoney(t) \geq 0 \\ \frac{NewMoney(t) \times \vartheta_i}{A(t)}, & NewMoney(t) < 0 \end{cases}$$

Où $A(t)$ représente le montant total d'actif avant affectation de la *New Money*.

Dans le cas où le total des allocations σ_i ou ϑ_i serait inférieur à 100 % (paramétrage constaté dans notre étude), le *cash* jouera le rôle de tampon :

- Soit en récupérant l'excédent de la *New Money* (> 0) dans le cas où le total des allocations réalisées σ_i des autres catégories actifs ne permettraient pas de l'écouler intégralement ;
- Soit en compensant le manque de *New Money* qui n'auraient pas été désinvesti intégralement dans les différentes catégories d'actif :

$$\Delta Cash(t) = \begin{cases} \left(100\% - \sum_i \sigma_i\right) \times NewMoney(t), & NewMoney(t) \geq 0 \\ \left(100\% - \sum_i \vartheta_i\right) \times NewMoney(t), & NewMoney(t) < 0 \\ (A(t) \times \alpha_i(t) - \vartheta_i \times NewMoney(t)), & NewMoney(t) < 0 \text{ et } A(t) \times \alpha_i(t) < \vartheta_i \times NewMoney(t) \end{cases}$$

➤ Etape 2 : Calcul de l'allocation théorique $\alpha_i^{théo}$

L'objectif de cette étape est de déterminer l'allocation théorique de chaque catégorie d'actif i après affectation de la *New Money*. Si celle-ci respecte les bornes $[\alpha_i^{min}; \alpha_i^{max}]$, l'étape 3 est alors automatiquement passée.

➤ Etape 3 : Allocation après contrainte liées aux bornes

Si, pour une catégorie donnée i , l'allocation théorique dépasse une de ses bornes, une dernière étape aura pour objectif de moduler l'allocation afin que ses contraintes soient respectées.

Pour cela, trois métriques seront utilisées :

- L'excès de dérive (drift) $Drift_i^{Excess}$, correspondant au déficit (respectivement excédent) qui permettrait d'atteindre (resp. revenir) la borne supérieure (resp. inférieure) ;
- Le montant supérieur libre $FreeAmount_i^{Upper}$ représente la flexibilité en termes de montant maximal de transfert permettant de ne pas excéder la borne supérieure ;

- Le montant inférieur libre $FreeAmount_i^{Lower}$ représente la flexibilité en termes de montant maximal de transfert permettant de ne pas passer en dessous de la borne inférieure.

Trois cas de figure peuvent se présenter :

1. $\alpha_i^{max} \leq \alpha_i^{théo} \leq \alpha_i^{min}$: L'allocation $\alpha_i^{théo}$ est bien comprise dans les bornes, auquel cas $Drift_i^{Excess} = 0$, les variables $FreeAmount_i^{Upper}$ et $FreeAmount_i^{Lower}$ étant toutes deux positives ;
2. $\alpha_i^{max} < \alpha_i^{théo}$: Dans ce cas, $Drift_i^{Excess} < 0$, $FreeAmount_i^{Upper} = 0$ (la borne supérieure étant dépassée) et $FreeAmount_i^{Lower} > 0$;
3. $\alpha_i^{théo} < \alpha_i^{min}$: Dans ce cas, $Drift_i^{Excess} > 0$, $FreeAmount_i^{Upper} > 0$ et $FreeAmount_i^{Lower} = 0$ (la borne inférieure étant dépassée).

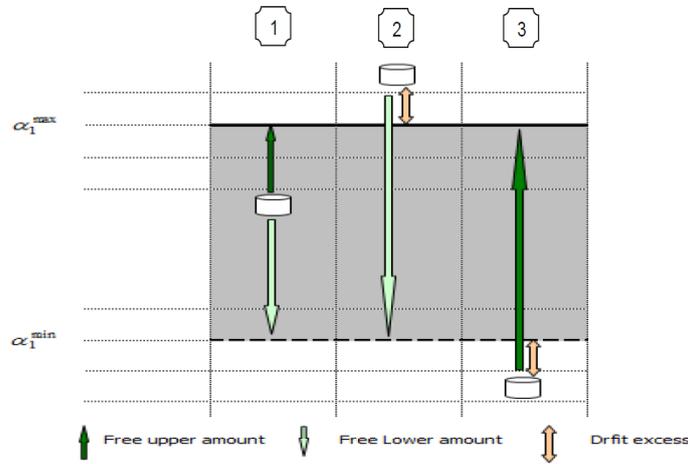


Figure 10 – Illustration du principe de réallocation aux bornes

Sachant que la valeur totale des actifs est constante lors de l'application de la stratégie *drift*, la modification des proportions d'une catégorie d'actif i aura pour conséquence de la modification d'au moins d'une autre catégorie j . Plus précisément, le modèle ordonne par catégorie d'actif le traitement des allocations en les comparant deux à deux.

Pour chaque comparaison (i, j) , $|Drift_i^{Excess}|$ est comparée avec $FreeAmount_j^{Upper}$ ou $FreeAmount_j^{Lower}$. Le montant transféré $Amount_i^{Transferred}$ de i vers j est déterminé de la manière suivante :

- Si $Drift_i^{Excess} > 0$ et $FreeAmount_j^{Lower}$, alors :

$$Amount_i^{Transferred} = -Amount_j^{Transferred} = \min(FreeAmount_j^{Lower}, Drift_i^{Excess})$$

- Sinon, si $Drift_i^{Excess} < 0$ et $FreeAmount_j^{Upper} > 0$, alors :

$$Amount_i^{Transferred} = -Amount_j^{Transferred} = \max(-FreeAmount_j^{Upper}, Drift_i^{Excess})$$

- Sinon, $Amount_i^{Transferred} = -Amount_j^{Transferred} = 0$

6.3 Réalignement actif – passif

Rappelons que les étapes de réalignement consistent à s’assurer des points suivants :

- Le montant total des actifs est égal au montant total des passifs ;
- Chaque catégorie d’actif respecte les contraintes induites par la stratégie financière.

6.3.1 Réalignement par le cash

A chaque fin d’année N, l’actif est comparé en valeur nette comptable (FAV) par rapport au passif. La différence entre les deux est alors injectée dans le *cash*, qui jouera alors une nouvelle fois le rôle de tampon :

$$\Delta_{Cash}^{Realign.}(N) = Liabilities(N) - Assets(N)_{FAV}$$

Ce tableau illustre le processus de réalignement entre l’actif en valeur nette comptable et le passif :

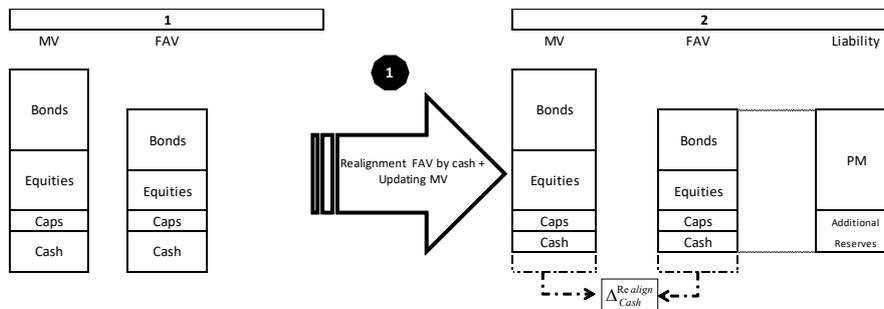


Figure 11 – Processus de réalignement de l’actif en valeur comptable et du passif

6.3.2 Allocation après ajustement

Une fois la stratégie d’investissement réalisée, un nouveau réalignement sera nécessaire du fait de la modification des proportions de chaque catégorie d’actif (et donc de leur valeur de marché au global).

La FAV sera impactée au prorata de l’évolution de la MV des actifs avant et après application de la stratégie financière :

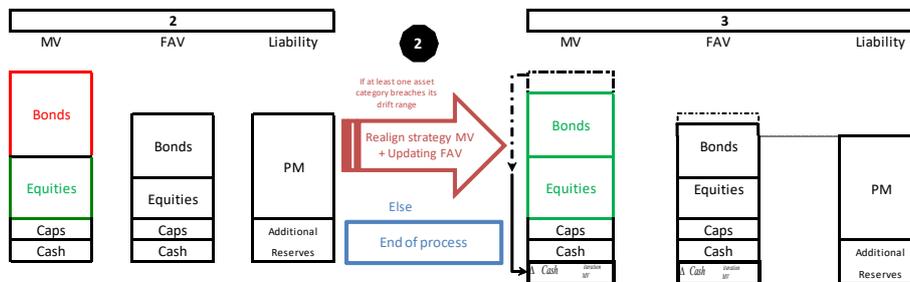


Figure 12 – Processus de réalignement après application de la stratégie financière

Le *cash* est de nouveau utilisé pour réaliser l’alignement actif-passif, et ce à chaque itération :

$$\Delta Cash_{FAV}^{Itération}(N) = Liabilities(N) - Assets(N)_{FAV}^{Itération}$$

Ce tableau illustre de nouveau le réaligement entre l’actif et le passif, une fois les différentes catégories d’actif dans leurs bornes :

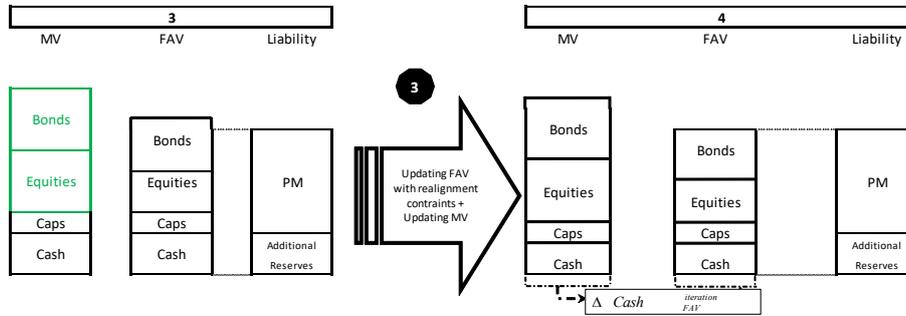


Figure 13 – Réalignement entre l’actif et le passif après application de la stratégie de drift

La présentation du modèle ALM de l’étude étant terminée, intéressons-nous aux actions de managements implémentées.

7. Inventaire des actions de management et choix de modélisation dans le modèle

Cette partie a pour but de faire l’état des lieux des décisions futures de gestion présentes dans le modèle, et de présenter leurs principales limites. Un listing des actions de management non modélisées a été réalisé dans l’entreprise et a fait l’objet d’un chantier d’évolution. Nous ne nous focaliserons toutefois que sur l’amélioration des limites de certaines *management actions* implémentées, en justifiant le choix de notre étude.

Nous rappelons qu’une *management action* correspond à une action réelle de pilotage.

Nous la distinguerons alors des choix de modélisation correspondant à la méthodologie retenue et mise en œuvre dans un modèle.

Les *management actions* présentées ci-après seront classées suivant leur nature.

7.1 Management actions liées à la stratégie de gestion des actifs et limites

Le tableau ci-dessous présente la liste des *management actions* relatives à la stratégie de gestion des actifs, en présentant succinctement les modélisations mise en place ainsi que leurs limites :

Description / Objectif	Modélisation	Limites identifiées
Réinvestissement du revenu des obligations		
Réinvestissement des coupons reçus et des arrivées à maturité des obligations en portefeuille	Dépôts des coupons et des arrivées à maturité dans le <i>cash (New Money)</i> pour être ensuite réinvestis selon la stratégie financière paramétrée par l'utilisateur	Non prise en compte de la duration du portefeuille obligataire et des contraintes stratégiques liées.
Réinvestissement du revenu des actions		
Réinvestissement des dividendes et des loyers des actifs assimilés <i>equity</i> en portefeuille	Réinvestissement automatique des dividendes et loyers dans la même catégorie d'actif	Aucune stratégie de réinvestissement possible.
Achat et vente d'actifs		
Définition de l'ordre dans lequel les actifs sont achetés ou vendus	Mécanisme d'achat / vente se déroulant suivant une comparaison '1 à 1' des catégories d'actifs selon l'ordre de priorité défini par l'utilisateur dans le paramétrage (cf. 6.2 Stratégie d'investissement)	Le choix de l'ordre d'achat / vente reflète la situation à la date de calcul et est indépendant du scénario économique ou de l'année de projection.
Allocations des flux de trésorerie		
Acheter et vendre des actifs pour payer la <i>box</i>	Mécanisme d'achats / vente d'actif pour investir et payer la <i>box</i> . Les proportions d'investissement / désinvestissement par catégorie sont paramétrables par l'utilisateur	L'allocation des <i>cash-flows</i> reflète la situation à la date de calcul et est indépendante du scénario économique ou de l'année de projection.
Stratégie d'allocation corridor		
Respecter les bornes d'allocations définies pour chaque type d'actif. L'allocation est ajustée suivant la convention de gestion	Cf. 6.2 Stratégie d'investissement Le choix de la norme à utiliser pour la stratégie est à la main de l'utilisateur (MV ou FAV)	1) Les bornes reflètent la situation à la date de calcul et n'évoluent pas en cours de projection ni en fonction du scénario économique 2) L'allocation des obligations converge vers la borne minimale quel que soit le scénario financier
Turnover Equity		
Répliquer la gestion tactique du portefeuille <i>equity</i>	Vente puis réinvestissement instantané d'une proportion fixe de chaque catégorie d'actif <i>equity</i> dans elle-même, définie dans le paramétrage par l'utilisateur selon 3 choix : - Pas de <i>turnover</i> - <i>Turnover</i> automatique	1) Le type de stratégie paramétré est fixe sur l'horizon de projection et l'ensemble des scénarios économiques

- Turnover automatique en cas de Plus-values latentes
- 2) Le taux de turnover ne tient pas compte de l'évolution de la richesse de l'assureur (PMVL¹⁸)
- 3) Absence d'arbitrage entre les différentes stratégies

7.2 Management actions liées à la stratégie de PB et limites

De manière analogue au tableau précédent, intéressons-nous désormais aux *management actions* relatives à la stratégie de participations aux bénéfices :

Description/ Objectif	Modélisation	Limites identifiées
Définition du taux servi cible Déterminer la revalorisation cible des contrats assurés	Il s'agit de la formule suivante : $TC_N^i = \text{Max} \left[0; \text{coef} \times \frac{Gov_{bond_{N-1}}^{i0} + Gov_{bond_{N-1}}^{i0}}{2} + \text{spread}^i \right]$ <p>Les paramètres sont constants quels que soient l'année de projection et le scénario financier</p>	Le taux cible dépend uniquement des conditions du marché, l'effet mémoire n'est pas modélisé.
Arbitrage entre les leviers Déterminer le poids des leviers à utiliser afin de revaloriser les contrats en fonction du taux servi cible défini en amont	L'ordre dans lequel les leviers sont repris pour servir le taux cible est unique : 1) Reprise de PPE contractuelle 2) Reprise de PPE libre 3) Reprise de marge	Aucun arbitrage entre les différents leviers n'est possible.
Politique du taux cible avec reprise de PPE Utiliser la PPE contractuelle et la PPE libre afin de revaloriser les contrats des assurés selon le taux servi cible défini en amont	On reprend la PPE si les produits financiers sont insuffisants pour atteindre le taux cible La PPE contractuelle est utilisée avant la PPE libre Les contrats privilèges sont servis en premier au niveau de la PPE libre pour atteindre le taux cible La PPE contractuelle et la PPE libre ne doivent pas dépasser un certain pourcentage de la PM	Aucun seuil maximum de reprise de PPE n'est implémenté, de sorte que la réserve peut être écoulee très rapidement Aucun pilotage de la PPE n'est modélisé (cap limitant la dotation de la réserve)
Politique du taux cible avec reprise des marges assureurs Diminuer la marge de l'assureur pour revaloriser les contrats des assurés selon le taux servi cible défini en amont	Distribution de la marge si les produits financiers et la PPE sont insuffisants pour atteindre le taux cible L'assureur doit conserver une marge minimum	En cas de hausse du taux, la marge est reprise pour atteindre un taux cible élevé Un problème sous-jacent est la modélisation simple du taux cible

¹⁸ Plus ou Moins-Values Latentes

7.3 Management actions liées aux assurés

Description/ Objectif	Modélisation	Limites identifiées
Rachats dynamiques		
Rachat par l'assuré d'une partie ou de la totalité de son contrat lorsqu'il existe un taux concurrent plus rentable	Les rachats dynamiques se déclenchent selon un seuil sur la différence entre taux cible et taux service. Ils sont définis selon une fonction $H(x)$, dont les paramètres ne représentent pas à proprement parler une <i>management action</i> Pas de rachats dynamiques la première année	Absence d'action de management pour limiter les rachats dynamiques (taux cible assuré = taux cible assureur)

Conclusion : Plusieurs limites ont été identifiées dans le modèle, en particulier sur le caractère uniforme des actions de management, indépendantes de l'année de projection et du scénario stochastique.

Chapitre 3 : Mise en place de nouvelles management actions

Compte tenu des limites des *managements actions* du modèle identifiées en fin de [Chapitre 2 : Etat des lieux de la modélisation ALM de Cardif Vie France](#), deux d'entre elles ont été implémentées afin d'en comprendre les impacts ainsi que les contextes de déclenchement opportuns, en scénario déterministe comme en scénario stochastique. Ces actions seront ensuite répliquées dans le modèle ALM sous Excel et utilisés dans l'approche métaheuristique.

1. Justification du choix des managements actions retenues pour l'étude

En raison de la forte sensibilité du modèle aux *equities* comme le montre les travaux réalisés en [Annexe n°4 - Etude de conformité du modèle par rapport à l'existant : Focus sur la PDD](#), il semblait intéressant de se pencher sur l'étude d'une action de management relative à cette catégorie d'actif. Un des choix s'est porté sur l'étude de la gestion du réinvestissement des dividendes et loyers, notamment en raison de la simplicité de mise en œuvre sous Prophet comme sous Excel.

Pour des raisons de diversité, il était préférable de se pencher sur une *management action* traitant d'un thème bien différent. En tenant compte du fait que les obligations constituent la part la plus importante du fonds général, et qu'elles contribuent fortement au taux de rendement de l'actif, et par conséquent à l'évolution du BEL et de la PVFP, le second choix s'est porté sur l'étude de l'intégration d'une contrainte de sensibilité de l'actif.

Nous commencerons par nous intéresser à la problématique de gestion du gap de sensibilité.

Important : Pour des raisons de confidentialité, les résultats présentés dans l'intégralité du mémoire seront modifiés, en conservant toutefois des ordres de grandeur cohérents afin qu'ils soient interprétables. En particulier, les variations en pourcentage seront conservées fidèlement.

2. Stratégie d'adossement actif-passif selon la sensibilité

Dans cette première étude, nous mettrons en place une contrainte de pilotage de l'actif par rapport au passif par le biais de l'introduction de la notion de duration. L'objectif est de refléter au mieux le fonctionnement réel de certaines contraintes de la convention de gestion, déterminées via un écart de sensibilité entre actif et passif acceptable d'un point de vue pilotage, et d'analyser quels seraient les impacts sur nos principaux indicateurs.

2.1 Principe et définitions

La gestion actif-passif pour un assureur repose sur le principe de piloter les investissements et désinvestissements des titres en portefeuille (à l'actif A) selon les engagements qui leur font face (inscrits au passif L). Ce pilotage est d'autant plus délicat qu'il doit maintenir un niveau de rémunération satisfaisant tout en faisant face à de multiples contraintes : risque de liquidité en cas de rachats importants, risque de hausse ou de baisse des taux, etc.

Afin de visualiser les contraintes sous-jacentes à la gestion actif-passif, appelons M_t^i l'arrivée à maturité d'un titre i ¹⁹, correspondant à la durée entre le moment t et la date à laquelle la valeur de i sera remboursée. Par extension, nous définissons l'arrivée à maturité M_t^A de l'actif A comme la moyenne des durées résiduelles en t de l'ensemble des titres constitutifs du portefeuille, pondérées par leurs valeurs de marché respectives. De manière analogue, M_t^L représente la durée de vie moyenne restante des flux de passif avant extinction.

On comprendra que si $M_t^A \ll M_t^L$, la recherche d'un rendement important à servir aux assurés sera très délicate en raison des faibles maturités et durée d'investissement.

Toutefois, ce mode de gestion offre de la liquidité pour faire face à des rachats de contrats qui induiraient des remboursements rapides, et permettrait également de se protéger face une hausse rapide des taux d'intérêts, dans la mesure où l'assureur serait en mesure de réinvestir rapidement sur des nouveaux titres.

A contrario, si $M_t^L \ll M_t^A$, bien que l'assureur s'offre la possibilité d'investir sur des titres long-termes plus rémunérateurs, il prend le risque de faire à une crise de liquidités, ou à une hausse des taux qui viendrait dévaluer fortement la valeur de marché de ses obligations.

Il paraît donc essentiel de conserver une cohérence entre les durées de vie des flux d'actif et de passif, tout en gardant en tête les contraintes de variations des taux. Les notions de duration et sensibilité permettront de répondre à cette problématique.

2.1.1 Duration - définition

On appelle *duration* (notée D_t) d'une obligation (*Macaulay duration* en anglais), la durée de vie moyenne de ses *cash-flows* CF_t actualisés en t au taux du marché r (taux fixe) :

$$D_t = \frac{1}{P_t} \sum_{i=t+1}^N i \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

Avec P_t le prix de l'obligation en t dont nous rappellerons l'expression :

$$P_t = \sum_{i=t+1}^N \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

¹⁹ également appelée durée de vie résiduelle

La duration est donc une notion fondamentale en mathématiques financières, dans la mesure où elle s'appuie sur plusieurs de ses principes de base (actualisation, somme de *cash-flows* de titres, moyenne pondérée) et par son lien étroit avec d'autres notions financières que nous verrons ci-après.

2.1.2 Duration - interprétation

La présente partie s'inspire directement des travaux de Jacques BAIR dans son étude « *Le concept de duration : une présentation heuristique* ».

Intéressons-nous à ce qui se passerait sur la valeur $V_t(r)$ d'une obligation de maturité N en t si le taux r venaient désormais à évoluer, et ce à différentes dates :

$$V_t(r) = \sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1+r)^{i-t}}$$

On remarque que pour $t=0$, $V_0(r) = P_0$, le prix d'achat de l'obligation à son émission.

Prenons pour exemple, une obligation avec les caractéristiques suivantes :

- Nominal : 100 € ;
- Taux de coupon (annuel) : 3 % ;
- Maturité : 5 ans.

Nous avons donc :

$$V_0(r) = \frac{3}{(1+r)} + \frac{3}{(1+r)^2} + \frac{3}{(1+r)^3} + \frac{3}{(1+r)^4} + \frac{103}{(1+r)^5}$$

En particulier, pour $r = 3\%$, $V_0(3\%) = 100$: L'obligation est au pair (sa valeur d'achat est égale à son nominal).

En se plaçant une année plus tard, la valeur de l'obligation augmente du fait de l'acquisition du premier coupon et de l'effet d'actualisation décalé (vrai seulement parce que $r > 0$) :

$$V_1(r) = 3 + \frac{3}{(1+r)} + \frac{3}{(1+r)^2} + \frac{3}{(1+r)^3} + \frac{103}{(1+r)^4}$$

En effectuant le calcul pour chaque année, et sur la base de différents taux de marché de r , nous obtenons le tableau de valeur suivant :

$V_t(r)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
$r = 2\%$	106,81	108,94	111,13	113,35	115,62
$r = 3\%$	103,00	106,09	109,28	112,56	115,94
$r = 4\%$	99,37	103,34	107,49	111,79	116,26

Figure 14 – Exemple d'évolution du prix d'une obligation en fonction du temps et du taux d'intérêt

Nous constatons d'une part que la valeur de l'obligation diminue lorsque le taux augmente jusqu'à $t=4$, puis croît en $t=5$, ce qui est cohérent compte tenu que l'effet d'actualisation qui tend à s'estomper au profit des premiers coupons capitalisés.

D'autre part qu'elle augmente à r fixé en fonction du temps en raison de l'effet de capitalisation.

Par continuité de la fonction $V_t(r)$, on en déduit qu'il existe $\exists t_0 > 0$, tq $V_{t_0}(r)$ ne dépendent pas de r . Dans notre exemple, nous pouvons déjà supposer que $t_0 \approx 5$ compte tenu des valeurs $V_5(r)$ très proche les unes des autres.

Déterminer la valeur de t_0 revient à chercher l'extremum de $V_t(r)$ entre $t = 0$ et $t = 5$, ce qui revient à résoudre l'équation $V'_{t_0}(r) = 0$. Or :

$$V_{t_0}(r) = V_0(r) \times (1 + r)^{t_0},$$

d'où :

$$\begin{aligned} V'_{t_0}(r) &= V'_0(r) \times (1 + r)^{t_0} + V_0(r) \times t_0(1 + r)^{t_0-1} \\ &= \left(\sum_{i=1}^N (-i) \frac{CF_i}{(1 + r)^{i+1}} \right) \times (1 + r)^{t_0} + \left(\sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1 + r)^i} \right) \times t_0(1 + r)^{t_0-1} \end{aligned}$$

Par conséquent, l'égalité $V'_{t_0}(r) = 0$ nous donne directement l'expression de t_0 :

$$t_0 = \frac{\sum_{i=1}^N i \frac{CF_i}{(1 + r)^i}}{\sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1 + r)^i}}$$

On remarque que notre date recherchée n'est rien d'autre que la duration vue en $t=0$ décrite plus haut : $t_0 = D_0$.

En reprenant notre, exemple, $t_0 = 4,72$ ans et $V_{t_0}(r) = 114,96$ €.

La duration peut donc être vue comme la date pendant laquelle la valeur de l'obligation est insensible aux effets de variation de taux. On parle alors d'*immunisation*. L'enjeu d'un gestionnaire d'actif est alors de maîtriser la duration de son portefeuille afin d'être le moins exposé possible à des effets de taux difficilement prédictibles.

2.1.3 Sensibilité

On appelle sensibilité S_t en t d'une obligation la variation du prix P_t de celle-ci lorsqu'un de ses paramètres évolue de 1 %. Dans cette étude, nous nous intéresserons à la sensibilité au taux d'intérêt r .

Mathématiquement parlant, la sensibilité se calcule comme la dérivée logarithmique de l'inverse du prix P_t par rapport au taux r . Le choix de l'inverse se justifie par le fait que les variations de prix s'opposent à celle des taux :

$$S_t = \frac{d(\ln(P_t))}{dr} = -\frac{1}{P_t} \times \frac{dP_t}{dr}$$

En approximation à l'ordre 1, on peut alors approcher le prix P_t de la manière suivante :

$$\Delta P_t = -S_t \times P_t \times \Delta r$$

Autrement dit, pour 1 % d'augmentation de r , le prix en t diminuera de S_t %.

A noter que les taux d'intérêts ne sont pas nécessairement fixes et peuvent dépendre du temps.

Si ce n'est pas le cas, les notions de duration et de sensibilité sont étroitement liées :

$$\frac{dP_t}{dr} = \frac{d\left(\sum_{i=t+1}^N \frac{CF_i}{(1+r)^i}\right)}{dr} = - \sum_{i=t+1}^N i \frac{CF_i}{(1+r)^{i+1}}$$

$$\Rightarrow S_t = \frac{1}{P_t} \sum_{i=t+1}^N i \frac{CF_i}{(1+r)^{i+1}} = \frac{D_t}{1+r}$$

En général, les sensibilités obtenues sont inférieures aux durations calculées à la même date.

Remarque : Les obligations à taux variables ne sont pas sensibles aux variations de taux : $S_t = 0$

2.2 Description de l'existant

Le modèle d'étude calcule les durations et sensibilités de chaque segment (ligne d'actif). Pour le cas du *cash* et des *equities*, les valeurs à $t = 0$ sont directement renseignées dans une table d'*input*. Les valeurs sont ensuite agrégées aux mailles catégories puis *Pool*, en pondérant chacune des durations et sensibilités par la valeur de marché à la même maille.

Ces valeurs servent d'indicateurs mais ne sont aucunement utilisées dans le modèle d'étude dans le cadre d'actions de management. Par conséquent, il n'y a aucune garantie que les contraintes issues de la convention de gestion soient respectées.

2.3 Respect de la convention de gestion

La convention de gestion d'un portefeuille d'actif a pour objectif de définir les règles relatives aux opérations auxquelles le gérant pourra procéder. Il peut s'agir par exemple de définir les types d'actifs autorisés, les allocations par catégorie d'actif, ou encore les proportions d'actif admissibles par rating.

Dans notre étude, nous nous intéresserons aux contraintes relatives aux bornes de sensibilité de l'actif global $[S_{min}^A; S_{max}^A]$. L'objectif sera alors de définir une stratégie permettant de respecter les bornes, puis de l'implémenter dans le GPM.

2.4 Mise en place de la stratégie

2.4.1 Objectif

Le choix se portera sur une gestion en gap de sensibilité Gap^{Sensi} . L'objectif sera de définir une cible de sensibilité de l'actif au global S_t^A en fonction de l'évolution de celle du passif S_t^L . Les obligations joueront un rôle central en conditionnant la maturité de leurs investissements et désinvestissements afin d'approcher au mieux la cible.

Plusieurs approches peuvent alors être réalisées :

- Vendre long et acheter court pour réduire la sensibilité, ou réciproquement ;
- Acheter des obligations à taux variables afin de diminuer la sensibilité de la poche obligataire ;
- Ou encore entrer dans des *swaps* payeur ou vendeur.

Les *swaps* n'étant pas modélisés dans notre étude et pour ne pas complexifier l'implémentation, le choix a été fait de porter la stratégie uniquement sur les phases d'achats obligataires, quelle que soit leur catégorie.

2.4.2 Calcul de la sensibilité du passif

Pour cela, le calcul de la sensibilité du passif global a été implémenté dans *Prophet* de manière similaire à l'actif, en approchant la limite du taux d'accroissement du BEL :

$$S_t^L = -\frac{1}{BEL_t} \times \frac{dBEL_t}{dr} \approx -\frac{1}{BEL_t} \times \frac{\sum_{i=t+1}^N \frac{CF_i}{(1+r+\varepsilon)^i} - BEL_t}{\varepsilon},$$

ε est choisi le plus petit possible.

La contrainte de sensibilité sera ensuite définie aux étapes de la stratégie financière du GPM, lors des phases BR et AR de la manière suivante :

$$Gap^{Sensi} = S_t^A - S_t^L$$

Le *gap* de sensibilité est défini dans le paramétrage et reste constant durant toute la projection.

Une difficulté se pose sur le calcul de la duration du passif, sachant que les *cash-flows* du BEL ne sont connus qu'en fin de projection. Plusieurs options ont émergé, et notamment :

- Recalculer une valeur actuelle probable des *cash-flows* de passif issus du modèle *French* pour chaque simulation ;
- Recalculer un BEL approché en introduisant une chronique de TRA préalablement renseignée en début de projection.

L'approche retenue consiste à lancer une première projection stochastique afin de déterminer l'ensemble des sensibilités du passif pour les 1000 simulations et à chaque pas de projection, puis réintroduire ces chroniques en *input* du modèle lors d'un second lancement. Cette méthode à l'avantage d'économiser des calculs supplémentaires et chronophages.

2.4.3 Stratégie d'achat

Deux situations vont se présenter : La duration de l'actif au global est au-dessus ou en-dessous de la cible définie implicitement par le *gap* de sensibilité.

Cas 1 : $S_t^A \geq Gap^{Sensi} + S_t^L$

Dans ce scénario, il est nécessaire de diminuer la sensibilité globale de l'actif. Pour cela, l'objectif est d'acheter des obligations de faible maturité M , dont les bornes seront définies en *input* $[M_{min}^{low}; M_{max}^{low}]$.

Cas 2 : $S_t^A \leq Gap^{Sensi} + S_t^L$

A contrario, il est nécessaire dans cette configuration d'augmenter la sensibilité globale de l'actif. Pour cela, l'objectif est d'acheter des obligations de maturité élevée M , dont les bornes seront définies en *input* $[M_{min}^{high}; M_{max}^{high}]$.

Pour chaque catégorie obligataire, l'ensemble des nouvelles obligations seront achetées dans des proportions égales.

2.5 Analyse

2.5.1 Calibrage de la cible

La convention de gestion imposant la contrainte des bornes à l'actif $[S_{min}^A; S_{max}^A]$ et connaissant la sensibilité initiale du passif S_0^L , le *gap* Gap^{Sensi} devra appartenir à l'intervalle $[S_{min}^A - S_0^L; S_{max}^A - S_0^L]$.

Les graphiques ci-dessous présentent l'évolution de la sensibilité globale de l'actif puis du *gap* de sensibilité au cours du temps, en fonction du choix de 3 valeurs prises par Gap^{Sensi} : $\{S_{min}^A - S_0^L; \frac{S_{min}^A + S_{max}^A}{2} - S_0^L; S_{max}^A - S_0^L\}$.

Les valeurs sont déduites par moyenne des 1000 simulations stochastiques :

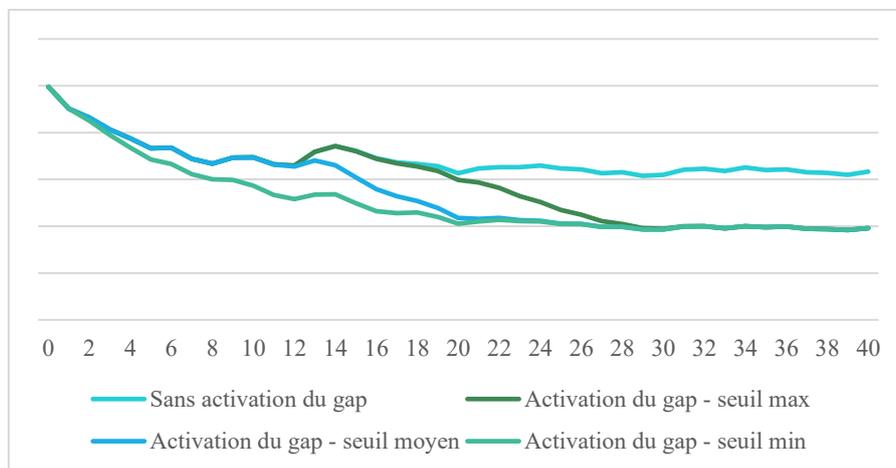


Figure 15 – Evolution de la sensibilité de l'actif du fonds général en fonction du *gap* initial

Nous constatons que la sensibilité de l'actif s'éloigne de la trajectoire sans activation du *gap* d'autant plus vite que le *gap* initial est important.

En effet, en début de projection, la sensibilité de l'actif est, dans tous les cas, identique du fait de l'absence quasi-totale de réinvestissement obligataire. A partir de la 2^{ème} année, la contrainte n'est plus respectée dans le cas du seuil *min* en raison d'arrivées à maturité. La sensibilité diminue rapidement jusqu'à atteindre un point d'équilibre dans la seconde moitié de projection. Cette valeur est la

conséquence de réinvestissements réalisés uniquement dans les faibles maturités, dont la moyenne des maturités obligataires correspond au centre de l'intervalle $[M_{min}^{low}, M_{max}^{low}]$.

Dans les deux autres scénarios, la sensibilité de l'actif est inférieure à la contrainte les premières années de projection, mais le manque d'arrivée à maturité ne permet pas de la rehausser. Après plusieurs années, la tendance s'inverse avec un décrochage observé en année 12 dans le cas du *gap* moyen, puis en année 18 pour le *gap* maximum.

La valeur de sensibilité globale de l'actif est asymptotiquement plus faible qu'en scénario sans contrainte de sensibilité. En effet, en raison de l'écoulement des flux de passif induit par le portefeuille en situation de *run-off*, la sensibilité de l'actif va s'adapter en investissant vers des faibles maturités :

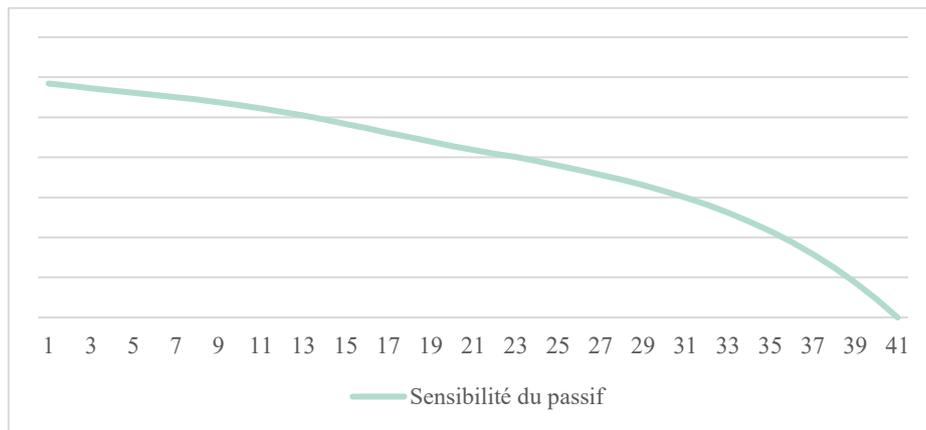


Figure 16 – Evolution de la sensibilité du passif

En ce qui concerne l'évolution du *gap* de sensibilité dans les 3 scénarios, nous observons dans chaque cas une phase pendant laquelle l'écart tend à se stabiliser autour de sa valeur cible Gap^{Sensi} . Cette stabilisation n'opère pas en raison de la sensibilité du passif qui tend progressivement vers 0 :

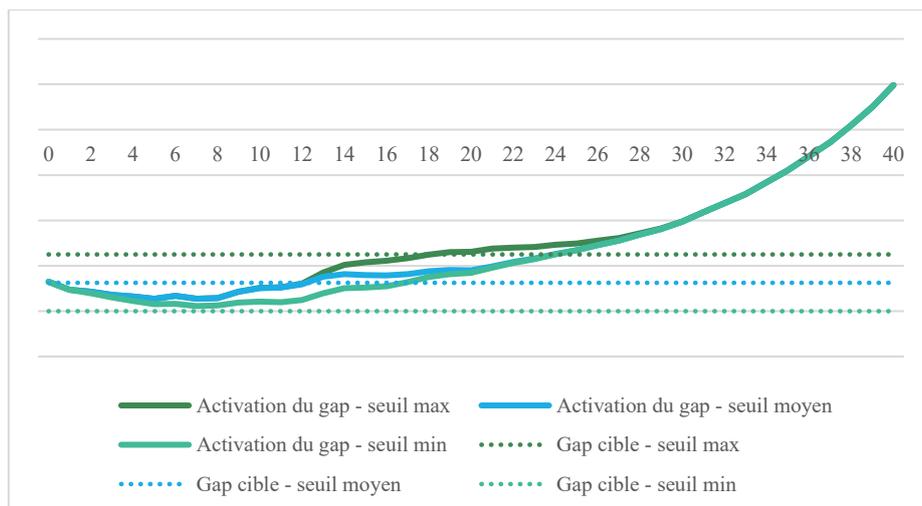


Figure 17 – Evolution du gap de sensibilité en fonction du gap initial

Pour la présentation des résultats, le choix a été fait de retenir un *gap* cible moyen :

$$Gap^{Sensi} = \frac{S_{min}^A + S_{max}^A}{2} - S_0^l$$

2.5.2 Résultats

Les résultats présentés ci-après ont été réalisés dans un premier temps en scénario équivalent certain, puis en stochastique sur la base des 1000 simulations.

➤ **Equivalent Certain**

L'impact de l'application de la contrainte de sensibilité est donné ci-dessous :

Variable	Référence – sans gap de sensibilité, en M€	Montant avec gap de sensibilité moyen, en M€	Ecarts, en M€	Ecarts, en %
BEL	94 996,12	95 119,61	123,49	0,13 %
PVFP	5 000,00	4 885,07	-114,94	-2,30 %

Figure 18 – Résultats des principaux indicateurs en scénario Equivalent Certain

Les principaux indicateurs S2 sont stables. Nous notons toutefois une légère baisse de la PVFP de 2,30 %, qui s'explique par une diminution globale du TRA lors de la première moitié de projection :

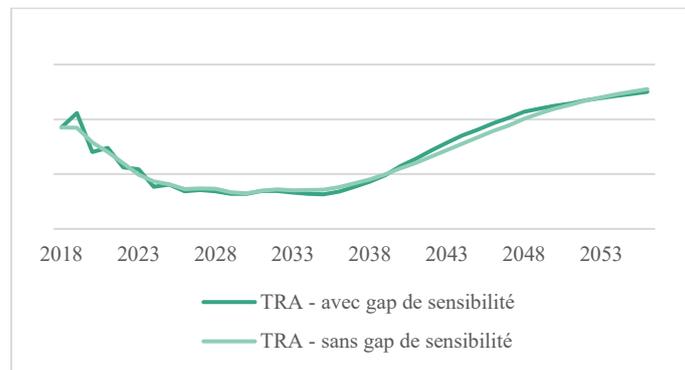


Figure 19 – Comparaison des évolutions du taux de rendement de l'actif

Un effet dent de scie est constaté les premières années, de périodicité 2 ans. En effet, la MV des obligations est modifiée par rapport au scénario sans *gap* de durée. Or, la part d'obligation dans le fonds général étant déjà sur sa borne minimale d'allocation, on ne peut en vendre davantage. Les *equities* vont alors être désinvesties en proportion plus importante.

De plus, la granularité des *equities* étant beaucoup moins fine que celle des obligations, les effets d'achat / vente sont plus marqués :

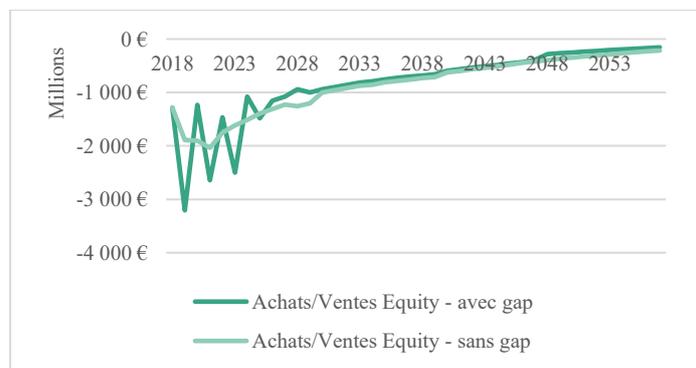


Figure 20 – Comparaison des achats et ventes d'equities en fonction du temps

Il résulte donc une alternance de vente d'*equity* plus ou moins fortes, afin de respecter les bornes d'allocations lors du réalignement.

Regardons désormais comment se comporte les résultats en moyenne stochastique.

➤ Moyenne stochastique

La comparaison des principaux indicateurs entre les 2 scénarios est donnée ci-dessous :

Variable	Référence – sans gap de sensibilité, en M€	Montant avec gap de sensibilité moyen, en M€	Ecarts, en M€	Ecarts, en %
BEL	97 418,16	97 340,22	-77,93	-0,08 %
PVFP	2 500,00	2 635,75	135,75	5,43 %

Figure 21 – Résultats des principaux indicateurs en moyenne stochastique

Cette fois ci, l'application du *gap* de durée induit une hausse de la PVFP de 5,43 %. Le BEL reste lui globalement stable et l'EC reste marginal au regard de la MV initiale (-0,01 %).

Les boîtes à moustache ci-dessous montrent une distribution plus concentrée des profits futurs avec contraintes de sensibilité. En particulier, les valeurs extrêmes sont diminuées :

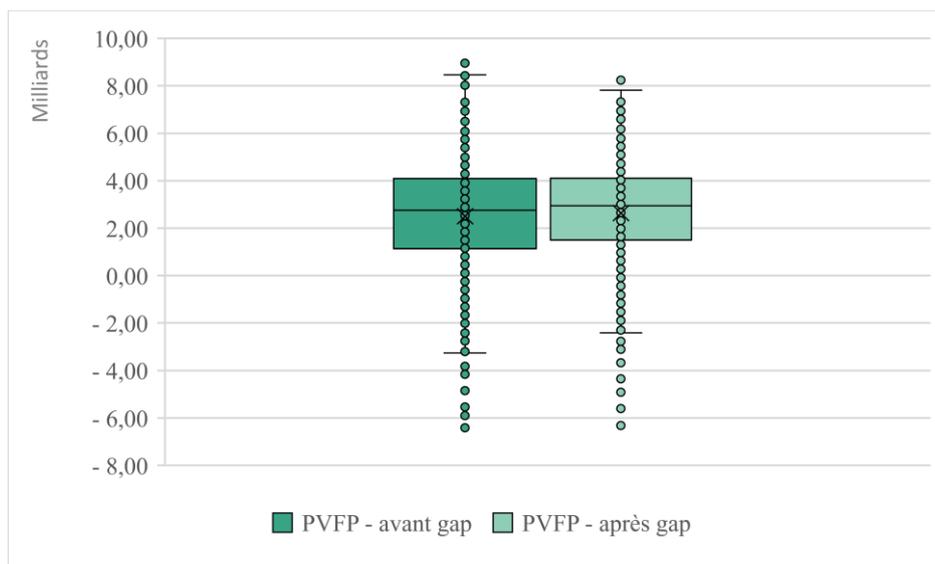


Figure 22 – Distribution des PVFP avant et après gap de sensibilité

Par conséquent, il existe des profils de scénario pour lesquels il est recommandé d'utiliser une gestion en gap de sensibilité, et d'autres *a contrario* pour lesquelles une dégradation de la PVFP est à prévoir. Prenons un exemple de chacune des situations.

Cas favorable

Dans ce scénario extrême, de très fortes baisses de l'indice EQUITY GF se produisent à partir de la 10^{ème} année de projection ; elles ne repasseront jamais la barre des 100 (valeur initiale). A cela s'ajoute un environnement de taux durablement bas.

En particulier, les taux sont négatifs les 29 premières années :

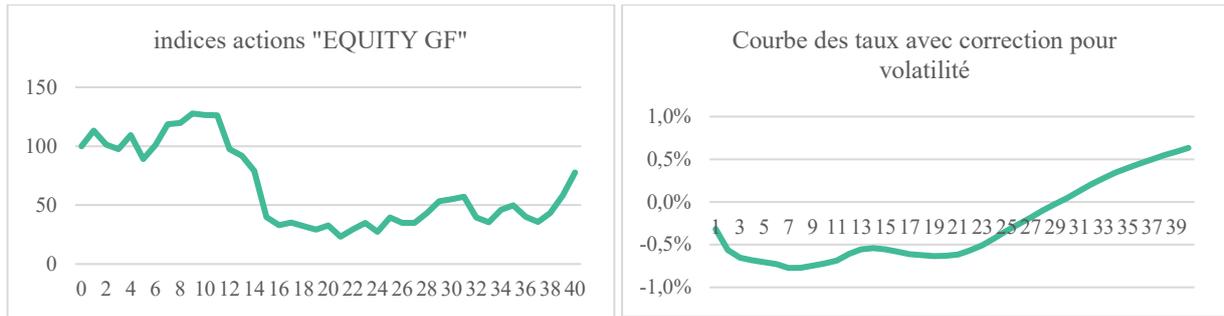


Figure 23 – Courbes d'évolution de l'indice action et de la courbe des taux pour un scénario extrême

Dans ce contexte morose, une PVFP globale de -2 236 M€ est calculée. Toutefois, après activation de la gestion en gap de sensibilité, une forte diminution des pertes est constatée :

Simulation	PVFP de Référence, en M€	Montant avec gap moyen en M€	Ecarts (M€)	Ecarts, en %
Cas favorable	-2 236,43	-222,10	2 014,34	90,07 %

Figure 24 – Comparaison de la PVFP pour un scénario extrême

Cette réduction s'explique par des dotations beaucoup moins importantes de la PDD entre 2029 et 2032 (années 12 à 15), en particulier en année 14 où la chute de l'indice action est la plus forte :

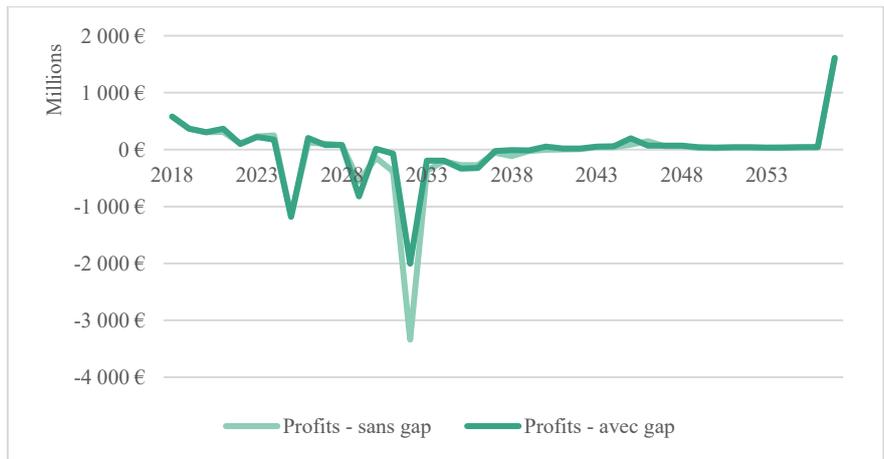


Figure 25 – Comparaison de l'évolution des profits pour un scénario extrême

En effet, la MV des *equities* est globalement plus faible après quelques années de projection avec l'activation du gap de sensibilité (22 % de la part du fonds général fin 2031 contre 26 % sans cette contrainte). Pour cause, une augmentation de la MV obligataire (73 % du fonds général fin 2031 contre 69 % sans *gap*) induite par des réinvestissements vers les faibles maturités. Or, au regard de la courbe de taux qui n'est pas croissante, les taux *forward* des premières années sont globalement décroissants. Il est donc plus intéressant d'acheter à court terme.

Cas défavorable

A l’opposé du précédent cas, ce contexte économique est propice à des investissements en action en raison d’une envolée de l’indice tout au long de la projection, atteignant jusqu’à la valeur 948 en année 32. Côté taux, un environnement de taux bas est constaté avec des taux négatifs les 5 premières années, et une phase de baisse entre la 13^{ème} et 20^{ème} année de projection.

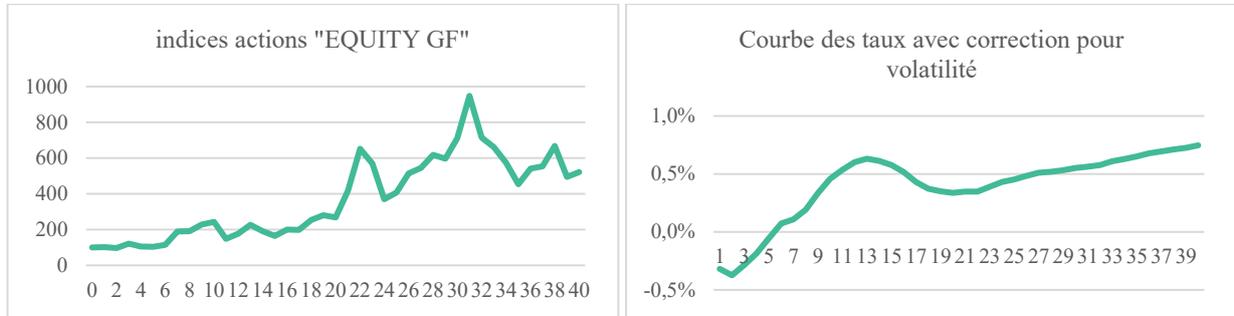


Figure 26 – Courbes d’évolution de l’indice action et de la courbe des taux pour un scénario extrême

Cette situation économique amène à générer beaucoup de plus-values actions, pour une PVFP globale de 6 721 M€. En activant la gestion du gap de sensibilité, une dégradation des profits futurs survient :

Simulation	Référence	Montant avec gap moyen en €	Ecart	Ecart, en %
Cas défavorable	6 720,84	4 989,66	-1 731,18	-25,76 %

Figure 27 – Comparaison de la PVFP pour un scénario extrême

Pour cause, la répartition des profits par année est globalement plus faible avec l’application de la contrainte de sensibilité, induite par une MV globale des *equity* inférieure au scénario de référence :

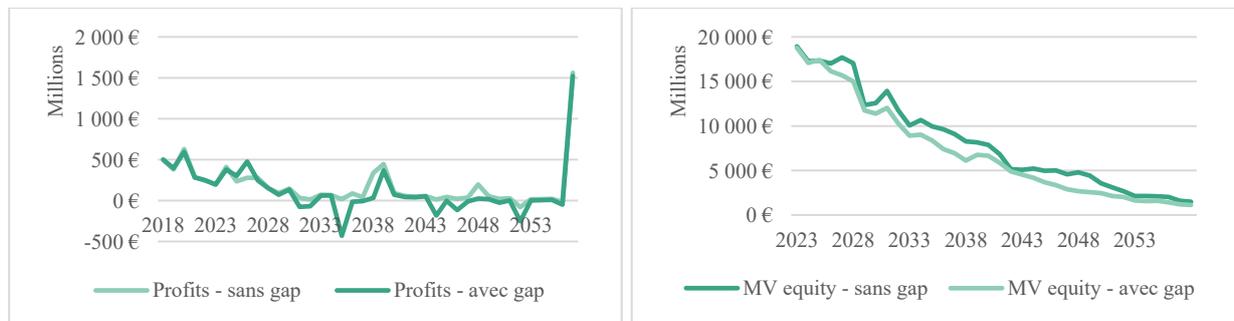


Figure 28 – Comparaison de l’évolution des profits et de la valeur de marché des *equity* pour un scénario extrême

En effet, les réinvestissements obligataires se font globalement sur des maturités plus faibles, ce qui a pour cause de diminuer la MV des obligations, étant donné que la courbe des taux est globalement croissante (les faibles maturités ont un rendement alors plus bas). Pour respecter les contraintes d’allocations aux bornes, une grande partie des *equities* sont vendus, en particulier en 2025 où le double d’*equities* est vendu par rapport au scénario d’origine, expliquant un écart de profit à la hausse en 2025 en raison des plus-values réalisés.

En conséquence, le fonds général se dote de moins d’*equities* pour le reste de projection, diminuant ainsi les gains pour l’assureur.

2.6 Conclusion

La modélisation présente des résultats cohérents quant à l'évolution du fonds général et des profits futurs. Toutefois, elle peut être critiquée pour plusieurs raisons : D'une part, nous réalisons les projections en *run-off*.

Par conséquent, les flux d'actif et de passif vont décroître jusqu'à extinction totale en fin de projection, ce qui n'est pas représentatif de la réalité où des affaires nouvelles sont intégrées chaque année dans le portefeuille. Le *gap* de duration devrait en conséquence s'adapter pour prendre en compte cet effet.

Il reste toutefois difficile d'établir un pilotage pertinent et conforme à ce que ferait l'entreprise sans plus d'information.

Deuxièmement, la « *risque-neutralisation* » vient modifier la valeur des coupons des obligations et par conséquent, la valeur de leur sensibilité.

Par ailleurs, cette *management action* n'a pas vocation à n'être activée que lorsque le contexte économique le justifie, mais plutôt de refléter le plus fidèlement possible la gestion du fonds général, et également de mettre en avant des situations dans laquelle un pilotage de la sensibilité pourrait conduire à limiter des pertes importantes.

3. Gestion du réinvestissement des revenus actions

3.1 Principe

L'objectif est de permettre une souplesse dans la gestion des réinvestissements en autorisant une partie d'entre elles à être directement reconnues comme produits financiers en passant dans la catégorie trésorerie.

Cette *management action* présente l'avantage d'éviter des fluctuations trop importantes du fonds général dans les scénarios les plus volatiles imputés par les *equities*.

3.2 Description de l'existant

Dans notre modèle de référence, les dividendes générés à chaque année de projection sont intégralement réinvestis dans la même catégorie d'actif. A noter que les réinvestissements sont uniquement possibles dans les catégories *equities* (y compris l'immobilier).

La valeur de marché des *equities* en fin d'année $MV_{equity}(t)$ est déterminée de la manière suivante :

$$MV_{equity}(t) = GC_{equity}(t) + Div_{equity}(t)$$

Où :

- $GC_{equity}(t)$ correspond au gain en capital des *equities* en fin d'année (hors dividendes), résultant de la performance de l'*equity* en cours d'année, dont les indices de performances sont donnés par le générateur de scénario économique.

Le gain en capital est calculé net de dividendes :

$$CG_{equity}(t) = MV_{equity}(t - 1) \times Perf_{equity}(t) - Div_{equity}(t)$$

- $Div_{equity}(t)$ représente les dividendes obtenus en milieu d'année pour la catégorie *equity* considérée, dont le taux de dividendes est donné par le générateur de scénario économique.

La valeur nette comptable $FAV_{equity}(t)$ est alors impactée de la variation de marché en cours d'année induite par ces réinvestissements :

$$FAV_{equity}(t) = FAV_{equity}(t - 1) + Div_{equity}(t)$$

A des fins d'illustration plus simples, nous supposons ci-dessous que les revenus sont générés en fin d'année.

Application numérique

Soit :

- $MV_{equity}(t - 1) = 100$, la valeur de marché en début d'année ;
- $FAV_{equity}(t - 1) = 80$, la valeur nette comptable en début d'année ;
- $Taux_{Div_{equity}}(t) = 5\%$, le taux de dividendes de l'année t ;
- $Idx_{Perf_{equity}}(t - 1) = 100$, l'indice de performance de l'*equity* en début d'année ;
- $Idx_{Perf_{equity}}(t) = 110$, le même indice vu en fin d'année t .

Alors,

- $Perf_{equity}(t) = \frac{Idx_{Perf_{equity}}(t)}{Idx_{Perf_{equity}}(t-1)} = 1,1$
- $Div_{equity}(t) = MV_{equity}(t - 1) \times Taux_{Div_{equity}}(t) \times \frac{Perf_{equity}(t)}{1 + Taux_{Div_{equity}}(t)}$
 $= 100 \times 5\% \times \frac{1,1}{1 + 5\%} \approx 5,24$
- $CG_{equity}(t) = 100 \times 1,1 - 5,24 \approx 104,76$

$$\Rightarrow \begin{cases} MV_{equity}(t) = 104,76 + 5,24 = 110 \\ FAV_{equity}(t) = 80 + 5,24 = 85,24 \end{cases}$$

3.3 Respect de la convention de gestion

Aucune mention ne spécifie de règle quant à la gestion du réinvestissement des revenus récurrents des actions ou immobilier. Il n'y a aucune raison particulière pour que le modèle impose un réinvestissement total systématique.

3.4 Mise en place de la stratégie

Rappelons que le calcul des revenus financiers – et donc de la valeur de marché en fin d'année, est réalisé en phase BD, c'est-à-dire avant application de la stratégie financière.

En notant $Taux_Reinv_{equity}(t)$ la part des dividendes réinvestis en fin d'année, les valeurs de marché $MV_{Reinv_{equity}}(t)$ et nette comptable $FAV_{Reinv_{equity}}(t)$ de fin d'année seront calculées de la manière suivante :

$$MV_{Reinv_{equity}}(t) = GC_{equity}(t) + Div_{equity}(t) \times Taux_Reinv_{equity}(t)$$

$$FAV_{Reinv_{equity}}(t) = FAV_{equity}(t - 1) + Div_{equity}(t) \times Taux_Reinv_{equity}(t)$$

La part non réinvestie est alors ajoutée au *cash* disponible $FAV_{cash}(t) = MV_{cash}(t)$

$$FAV_{Reinv_{cash}}(t) = FAV_{cash}(t) + Div_{equity}(t) \times (1 - Taux_Reinv_{equity}(t))$$

Remarque : La valeur du *cash* n'évolue pas en fonction de temps : $FAV_{cash}(t) = MV_{cash}(t)$

Par conséquent, on constate bien que :

Si $\exists Taux_Reinv_{equity}(t) \in [0,1], \forall t :$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} MV_{Reinv_{equity}}(t) \leq MV_{equity}(t) \\ FAV_{Reinv_{equity}}(t) \leq FAV_{equity}(t) \\ FAV_{Reinv_{cash}}(t) \geq FAV_{cash}(t) \end{cases}$$

Les valeurs de marchés et nettes comptable sont bien diminuées, les égalités étant établies lorsque $Taux_Reinv_{equity}(t) = 1$.

Suite de l'application numérique

- $Taux_Reinv_{equity}(t) = 70\%$
- $FAV_{cash}(t) = 10$

$$\begin{cases} MV_{equity}(t) = 104,76 + 5,24 \times 0,7 = 108,43 \\ FAV_{equity}(t) = 80 + 5,24 \times 0,7 = 83,67 \\ FAV_{Reinv_{cash}}(t) = 10 + 5,24 \times 0,3 = 11,57 \end{cases}$$

3.5 Analyse

Les résultats ci-dessous présentent les impacts de la modélisation du réinvestissement partiel sur les indicateurs jugés pertinents pour sa validation.

3.5.1 Résultats en équivalent certain

Regardons ce qu'il se passe si nous décidons de ne réinvestir aucun montant de dividendes et de loyers tout au long de la projection :

Variable	Référence - Montant avant implémentation, en M€	Montant avec taux de réinvestissement de 0 %, en M€	Ecarts Référence vs 0 % de réinvestissement, en M€	Ecarts, en %
BEL	94 996,12	95 008,66	12,54	0,01 %
PVFP	5 000,00	4 989,88	-10,12	-0,20 %

EC	3,88	4,05	0,17	4,44 %
----	------	------	------	--------

Figure 29 – Résultats des principaux indicateurs en scénario Equivalent Certain

En particulier, sur la projection des catégories d'actifs concernées en phase BD (avant le premier réaligement) et pour la première année de projection :

Variable	Référence - Montant avant implémentation, en M€	Montant avec taux de réinvestissement de 0 %, en M€	Ecart Référence vs 0 % de réinvestissement, en M€
Delta FAV des equities à t=1	531,06	0,00	-531,06
Revenus du cash à t=1	-9,91	521,15	531,06
Total des revenus récurrents à t=1	2 532,19	2 532,31	0,12
MV des equities à t=1	27 632,10	27 101,04	-531,06
FAV des equities à t=1	22 491,09	21 960,02	-531,06
FAV du cash à t=1	4 086,37	4 617,43	531,06

Figure 30 – Résultats liés à la valeur des equities en scénario Equivalent Certain

Une très faible augmentation d'environ 13 M€ du BEL est constatée. De manière quasi antisymétrique, la PVFP diminue légèrement de 10M€, pour une fuite de modèle à la hausse de 172 k€.

En ce qui concerne les actifs, l'absence de réinvestissement des dividendes et des loyers est correctement répercutée :

- Au niveau de la FAV des *equities*, qui reste constante ;
- Dans le montant du *cash* augmenté des revenus, des dividendes et loyers (531,06 M€) ;
- Dans la FAV et la valeur de marché des *equities* exactement diminuées de 531,06 M€ par rapport au scénario avec réinvestissement total.

Nous notons un effet de vase communicant entre le *cash* et les *equities*. Le total des revenus récurrents n'est donc impacté qu'à la marge (0,12 M€) de la variation des revenus au titre du *turnover* des *equities* (182,46 M€ versus 182,58M €), la FAV des *equities* étant plus faible sans réinvestissement.

Compte tenu des rendements égaux pour l'ensemble des catégories d'actifs en scénario déterministe (correspondant au rendement risque neutre), il était attendu de ne pas avoir d'impact significatif sur nos indicateurs de BEL et de PVFP.

Les faibles écarts constatés étant générés par la légère baisse de la FAV et de la MV des *equities*, cela induit des plus-values légèrement moins importantes lors des phases de *turnover* et de réaligement.

A noter que la variation relative de l'écart de convergence de 4,44 % est à analyser au regard de la valeur de marché totale initiale. En effet, l'écart de convergence déterministe pour le fonds général ne représente que 0,08 %, ce qui est marginal.

Il serait alors intéressant de voir comment se comporte notre modèle en scénario stochastique.

Avant cela, vérifions le cas d'origine où nous réinvestissons 100 % des revenus du portefeuille d'*equity* :

Variable	Référence - Montant avant implémentation, en M€	Montant avec taux de réinvestissement de 100%, en M€	Ecarts Référence vs 100 % de réinvestissement, en M€	Ecarts, en %
BEL	94 996,12	94 996,12	0	0,00 %
PVFP	5 000,00	5 000,00	0	0,00 %
EC	3,88	3,88	0	0,00 %

Figure 31 – Tests de non régression sur les principaux indicateurs en Equivalent Certain

Nous retrouvons bien les résultats obtenus avant implémentation de la *management action*, ce qui est conforme aux résultats attendus et valide la non régression du modèle.

3.5.2 Résultats de la moyenne stochastique

De manière analogue au scénario déterministe, nous constatons une absence de régression dans les résultats dans le cas d'origine où nous réinvestissons 100 % des revenus du portefeuille d'*equity* :

Variable	Référence - Montant avant implémentation, en M€	Montant avec taux de réinvestissement de 100%, en M€	Ecarts Référence vs 100% de réinvestissement	Ecarts, en %
BEL	97 418,36	97 418,36	0	0,00 %
PVFP	2 500,00	2 500,00	0	0,00 %
EC	81,64	81,64	0	0,00 %

Figure 32 – Résultats liés à la valeur des equities en moyenne stochastique

De même, regardons ce qu'il se passe si nous décidons de ne réinvestir aucun montant de dividendes et de loyers tout au long de la projection :

Variable	Référence - Montant avant implémentation, en M€	Montant avec taux de réinvestissement de 0%, en M€	Ecarts Référence vs 0% de réinvestissement, en M€	Ecarts, en %
BEL	97 418.36	97 194.29	-224.06	-0.23%
PVFP	2 500.00	2 743.55	243.55	9.74%
EC	81.64	77.01	-4.63	-5.67%

Figure 33 – Résultats des principaux indicateurs en moyenne stochastique

Tout comme en scénario déterministe, un effet quasi antisymétrique est constaté entre le BEL et le PVFP.

Or, les impacts sont beaucoup plus prononcés, avec une augmentation cette-fois-ci de la PVFP de plus de 243 M€, en opposition à une baisse de 224 M€ du BEL.

L'écart de convergence reste relativement stable avec une baisse de 4,63 M€ (0,00 % de valeur de marché initiale du fonds général).

Par ailleurs, l'absence de réinvestissement des dividendes et des loyers est, comme pour le scénario déterministe, correctement répercutée. A noter que l'effet du *turnover equity* est également apparent mais marginal (168,37 M€ versus 170,20 M€).

Le tableau ci-dessous illustre donne le détail des impacts en phase BD et pour $t=1$:

Variable	Référence - Montant avant implémentation, en M€	Montant avec taux de réinvestissement de 0%, en M€	Ecarts Référence vs 0% de réinvestissement, en M€
\Delta FAV des equities à $t=1$	529,74	0,00	-529,74
Revenus du cash à $t=1$	-9,91	519,83	529,74
Total des revenus récurrents à $t=1$	2 516,81	2 518,64	1,84
MV des equities à $t=1$	27 627,68	27 097,95	-529,74
FAV des equities à $t=1$	22 489,76	21 960,02	-529,74
FAV du cash à $t=1$	4 086,37	4 616,10	529,74

Figure 34 – Résultats liés à la valeur des equities en moyenne stochastique

La hausse de la PVFP moyenne est la résultante d’une très forte augmentation de la PVFP (+1 Md€) sur 130 simulations (on relève uniquement 3 simulations pour lesquelles la PVFP baisse de plus 1 Md€).

Parmi celles-ci, une importante concentration de scénarios extrêmes (88 ont une PVFP négative), comme l’illustre les boîtes à moustache ci-dessous :

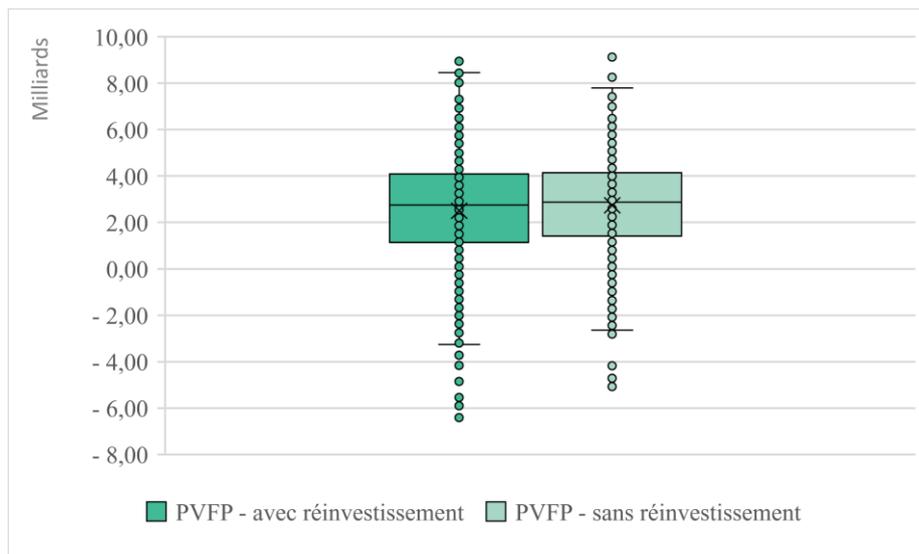


Figure 35 – Distribution des PVFP avec et sans réinvestissement des dividendes

En effet, nous notons une distribution plus resserrée qu’en scénario standard, en particulier sur la queue de distribution négative.

Or, les scénarios extrêmes dont il est question sont corrélés à une forte baisse des indices *equities*.

Regardons ce qu’il se passe sur la simulation présentant la plus forte augmentation de PVFP :

Simulation	Référence - Montant avant implémentation	Montant sans réinvestissement 0%, en €	Ecarts Référence vs 0% de réinvestissement	Ecarts, en %
Cas favorable	-3 185,79	-835,92	2 349,86	73,76 %

Figure 36 – Evolution de la PVFP avec et sans réinvestissement de dividendes pour une simulation extrême

La simulation économique considérée est composée d'indices *equity* très volatiles et de très faible performance au regard des indices moyens de l'ESG comme le montrent les courbes ci-dessous (1 étant l'élément neutre):

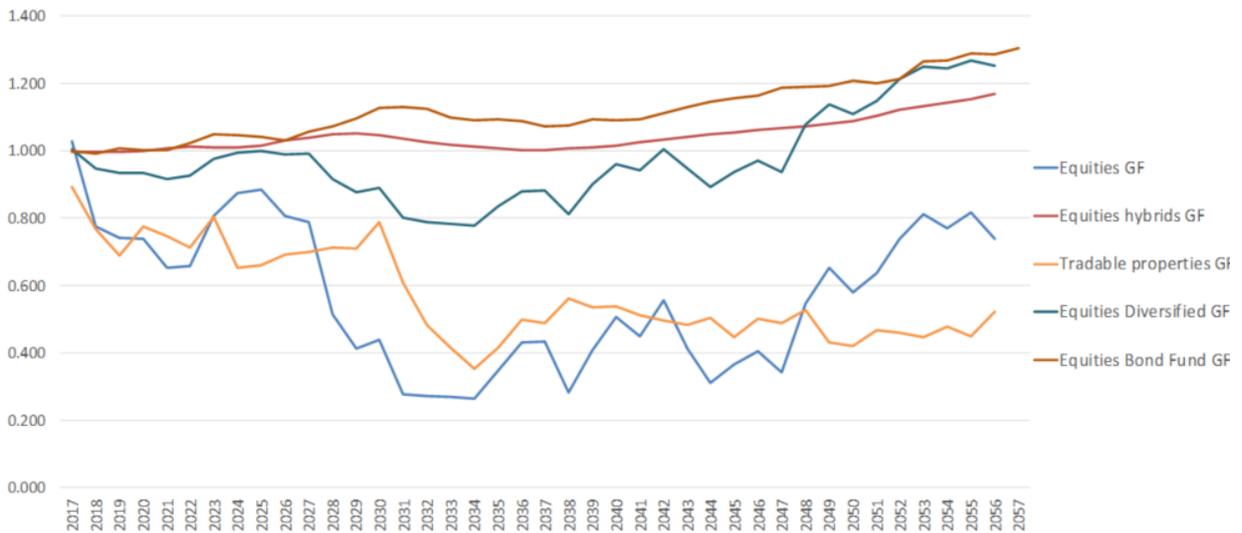


Figure 37 – Evolution des indices Equities de l'ESG sur une simulation extrême

En comparant les taux de rendement des actifs, de très fortes baisses sont constatées en année 2022, 2030 puis en 2032, les deux dernières étant accentuées par rapport au scénario de référence.



Figure 38 – Comparaison de l'évolution des TRA avec et sans réinvestissement total des dividendes

Par ailleurs, les effets de variation du TRA sont très fortement corrélés à celles des plus ou moins-values latentes. Une baisse plus significative des moins-values est remarquable entre les années 2027 et 2030, puis en 2032.

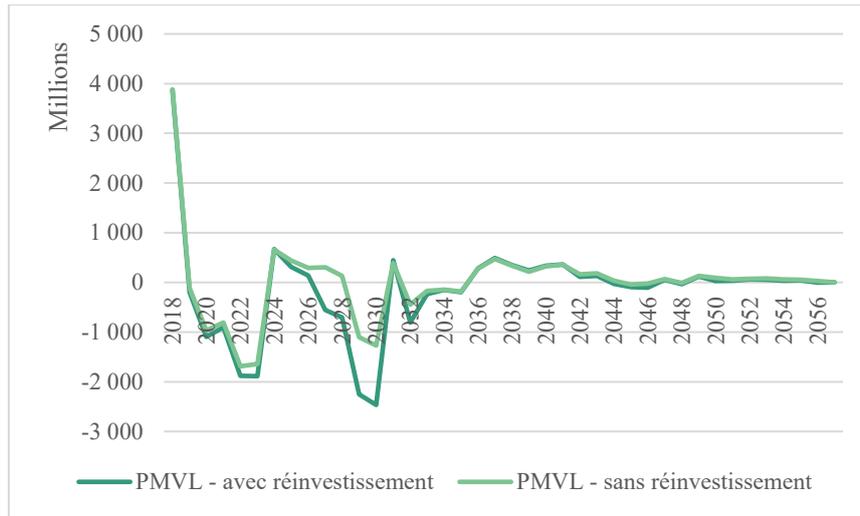


Figure 39 – Comparaison de l'évolution des PMVL avec et sans réinvestissement total des dividendes

En effet, en l'absence de réinvestissement des dividendes et des loyers, la FAV et principalement la MV des différentes catégories d'*equities* sont moins impactées par les effets de marché défavorables. Ainsi, une forte atténuation des pertes au titre de la variation de PDD et du *turnover* est constatée.

En outre, la MV total des *equities* pour chaque catégorie est globalement inférieure, ce qui induit une réalisation de moins-values moindre lors des phases de réalignement.

A titre d'exemple, en année 2030 :

- 202,16 M€ de pertes sont réalisées au titre des *equities* sans réinvestissement, contre 261,05 M€ en scénario standard ;
- 47,52 M€ de pertes réalisées dues au *turnover* sans réinvestissement, contre 101,37 M€ en scénario standard.

Pour finir, les graphiques ci-dessous donnent la décomposition du TRA dans les deux scénarios :

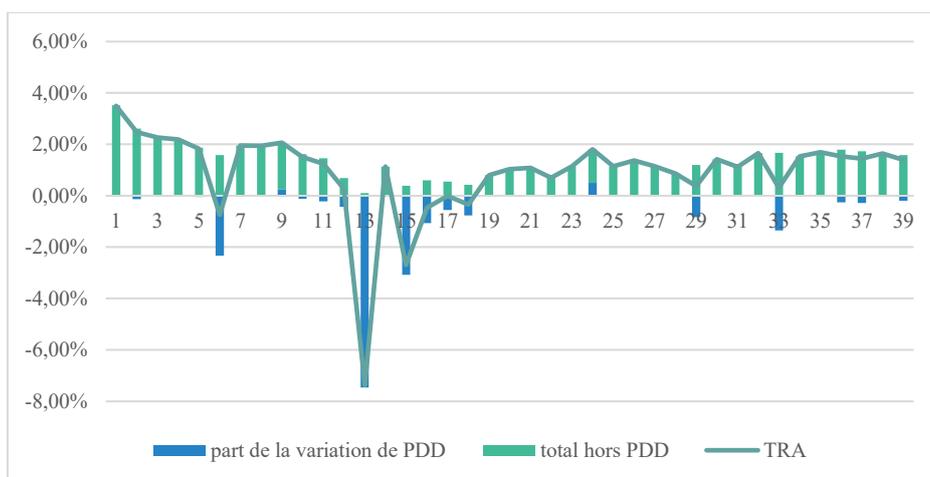


Figure 40 – Décomposition du TRA – scénario standard

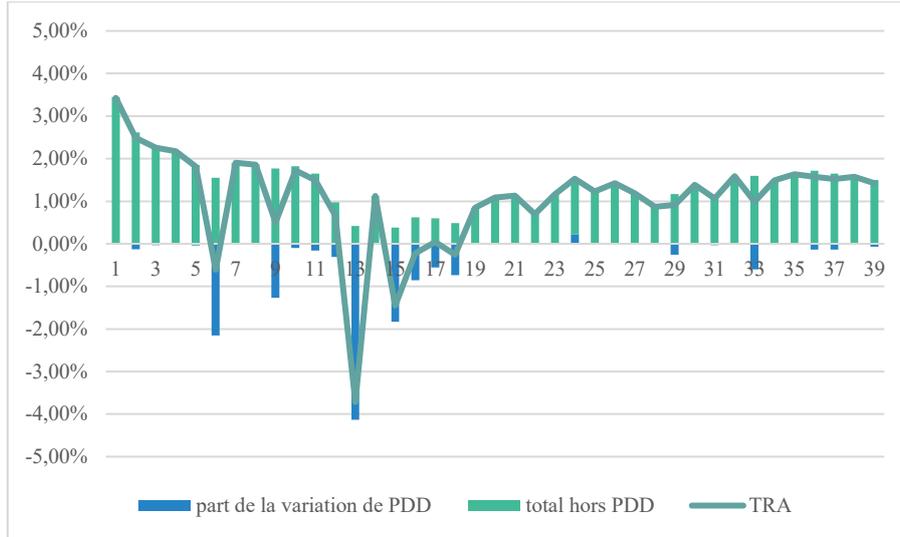


Figure 41 – Décomposition du TRA – scénario sans réinvestissement

On note une dotation beaucoup plus importante de la PDD dans le scénario d’origine, en particulier en année 13, i.e. en 2030 (-7,47 % vs -4,13 %, en pourcentage de l’assiette moyenne corrigée des PM), impactant directement les produits financiers disponibles pour la PB et le résultat financier.

3.6 Conclusion

Dans les scénarios extrêmes, une gestion des réinvestissements des dividendes et des loyers dans le *cash* permet alors de sécuriser une partie du fonds général, dont la part des *equities* va subir de fortes baisses en termes de valeur de marché. Ainsi, nous évitons de générer des moins-values significatives lors des phases de désinvestissement induites par les réalignements de l’actif avec le passif, lors de la vente au titre du *turnover equity*, et de doter plus fortement la PDD.

Chapitre 4 : Optimisation de la sélection des managements actions par approche métaheuristique

Maintenant que notre modèle se dote de nouvelles actions de management, il serait intéressant de connaître le contexte de déclenchement optimal de chacune d'entre elles, et plus particulièrement dans quel environnement économique les activer ou les désactiver.

Autrement dit, comment trouver le N-uplet qui optimise un indicateur choisi pour chaque scénario ?

Compte tenu des contraintes suivantes, à savoir :

- Le nombre de combinaisons de management actions possibles ;
- Le temps de calcul relativement long d'un *run* en stochastique ;
- Le caractère complexe du modèle.

il serait extrêmement complexe d'automatiser un processus de recherche d'optimum global sous *Prophet*.

C'est ainsi qu'a émergé l'idée de répliquer notre modèle ALM sous Excel/VBA de manière simplifiée, afin d'obtenir des temps de traitement beaucoup plus rapides.

L'objectif de cette partie est de présenter les travaux menés pour aboutir à une méthode permettant d'obtenir une optimisation de la PVFP en scénario Equivalent Certain, puis en stochastique.

Nous rappellerons tout d'abord ce qu'est un problème d'optimisation avant d'aborder l'approche métaheuristique, l'algorithme implémenté, ainsi que la manière dont le modèle ALM répliqué a été construit.

1. Problème d'optimisation

1.1 Définitions

La résolution d'un problème d'optimisation a pour objectif de trouver une solution x^* qui maximise ou minimise un critère donné f sous des contraintes spécifiques g et h :

$$x^* = \underset{h(x)=0}{\operatorname{argmax}}_{g(x) \leq 0} f(x)$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{R}^n \text{ est le vecteur dit de décision dont les valeurs sont prises dans l'espace de recherche} \\ f(x) \in \mathbb{R} \text{ est la fonction à optimiser} \\ g(x) \in \mathbb{R}^l \text{ est une fonction d'inégalité à l contraintes à satisfaire} \\ h(x) \in \mathbb{R}^m \text{ est une fonction d'égalité à m contraintes à satisfaire} \end{array} \right.$$

Remarque : maximiser une fonction revient à minimiser son opposé : $\max(f(x)) = \min(-f(x))$.

Par conséquent, on ne parlera dans le reste de l'étude que de problèmes de maximisation.

Une des difficultés dans la recherche d'optimisation est que l'optimum découvert n'est pas toujours unique. On parle alors de maximum local :

$$\forall y \in V(x), f(x) \geq f(y)$$

Où $V(x)$ définit un voisinage de x .

Il faut donc être en mesure de déterminer l'ensemble des solutions potentielles afin de trouver le maximum global :

$$\forall y \in \mathbb{R}^n, f(x) \geq f(y)$$

Les valeurs de la fonction d'optimisation peuvent être obtenues en parcourant l'espace dit réalisable, c'est-à-dire l'espace de recherche restreint aux valeurs imposées par les différentes contraintes :

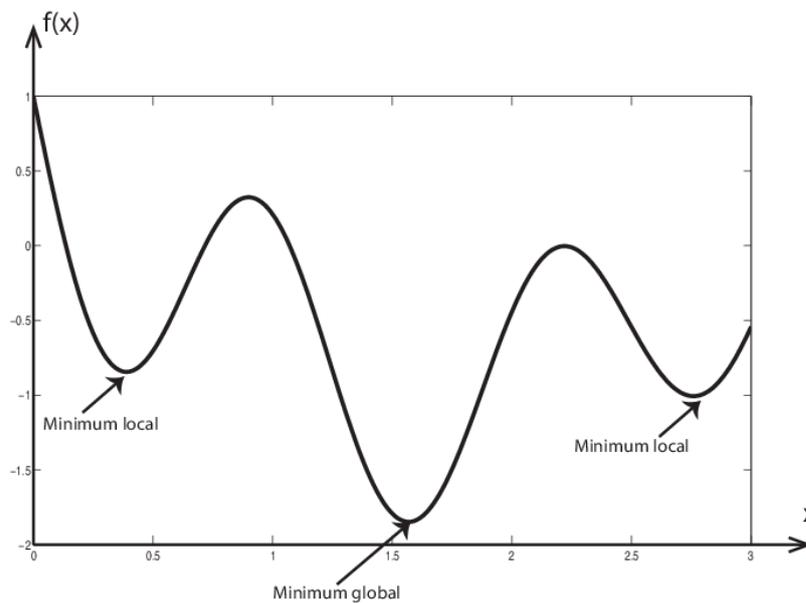


Figure 42 – Exemple de fonction avec minima locaux et minimum global

1.2 Justification du critère d'optimisation

L'objectif pour un assureur est de veiller d'une part à sa bonne santé financière et d'autre part de garantir un niveau de rémunération satisfaisant pour ses actionnaires. Cette double contrainte implique une réserve de fonds propres et une génération de profits futurs suffisante.

Par conséquent, le choix a été fait d'orienter notre étude vers la recherche de la maximisation de la PVFP.

Une attention toute particulière sera portée sur l'impact du ratio des fonds propres sur le SCR de notre entité étudiée, afin de s'assurer que celui-ci soit amélioré par le choix de nos actions de management.

En considérant x^* comme notre n -uplet de *management actions* optimales, notre objectif sera donc de nous assurer des relations suivantes :

$$\begin{cases} x^* = \underset{g(x) \leq 0}{\underset{h(x)=0}{\operatorname{argmax}}} PVFP(x) \\ \frac{FP}{SCR}(x^*) \geq \frac{FP}{SCR}(x_0) \end{cases}$$

Où :

- FP correspond au montant des fonds propres disponibles à la date d'évaluation ;
- g et h représentent l'ensemble des contraintes induites par le modèle (paramétrage, contrôle sur le bilan et compte de résultat d'ouverture, etc.) ;
- x_0 est le vecteur des conditions initiales (*management actions* appliquées lors du PC17).

2. Métaheuristiques pour optimisation difficile

La présentation de cette partie s'appuie sur le cours de « *métaheuristiques pour l'optimisation difficile* » de Guillaume SANDOU, daté de 2010 et dispensé à CentraleSupélec.

2.1 Optimisation difficile

Si la résolution d'un problème d'optimisation permet de trouver une solution minimisant ou maximisant un critère particulier, cette résolution peut être rendue complexe par trois difficultés :

- La nature mathématique des coûts²⁰ et des contraintes ;
- L'existence de variable entières ;
- La présence de nombreux minima locaux : la multimodalité.

2.1.1 Notion de contraintes

Plusieurs problématiques peuvent émerger dans le cadre d'une problématique liée la notion de coûts et de contraintes :

Problème d'optimisation linéaire	Problème quadratique sous contrainte linéaire	Problème linéaire sous contrainte quadratique	Inégalité matricielles affines
écrit sous la forme : $\min_x c^T x$ tel que $\begin{cases} Ax \leq b \\ A_{eq}x = b_{eq} \end{cases}$	écrit sous la forme : $\min_x x^T Mx + c^T x + d$ tel que $\begin{cases} Ax \leq b \\ A_{eq}x = b_{eq} \end{cases}$	écrit sous la forme : $\min_x c^T x$ tel que $\begin{cases} x^T M_i x + b^T x + d \leq 0 \end{cases}$	écrit sous la forme : $\min_x c^T x$ tel que $F_i(x) < 0^{21}$
Avec :			$F_i(x)$ est une matrice affine en les

²⁰ La fonction de coût représente la fonction que l'on cherche à optimiser

²¹ $<$ signifie « définie négative ». Une matrice M est définie négative ssi $\forall y \neq 0, y^T M y < 0$

$A \in \mathbb{R}^{q \times n}, b \in \mathbb{R}, A_{eq} \in \mathbb{R}^{k \times n}, B_{eq} \in \mathbb{R}^k$. La méthode du simplexe permet de résoudre facilement ce problème.	Sans perte de généralité, on peut considérer que $M = M^T$.		composantes du vecteur x .
---	--	--	------------------------------

Généralement, les fonctions de coûts et contraintes sont de nature quelconque.

Par ailleurs, si les fonctions sont non-linéaires mais sont bien différentiables, des méthodes d'optimisation déterministes permettent de les résoudre.

Toutefois, deux situations particulièrement délicates peuvent survenir lorsque :

- La fonction de coût et / ou de contrainte n'est pas différentiable ;
- La fonction de coût et de contrainte est non-analytique, notamment lorsque le coût ne peut être obtenu que par un simulateur.

Dans ces hypothèses, les méthodes d'optimisation classiques de résolution des problèmes d'optimisation difficile sont peu efficaces.

2.1.2 Explosion combinatoire

Certains problèmes d'optimisation ont un nombre de variables d'optimisation ne pouvant intégrer qu'un nombre fini de valeurs.

A titre d'exemple, pour le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

$$\text{Tel que } x_i \in \{1, \dots, NbVal\}$$

Pour résoudre ce problème, on peut évaluer la fonction coût pour toutes les combinaisons possibles.

Si T_e est le temps d'évaluation du critère, alors le temps nécessaire pour réaliser cette méthode est de :

$$T = T_e NbVal^n$$

2.1.3 Multimodalité

Dans la majorité des cas, lorsqu'un algorithme d'optimisation converge, il converge vers un minimum local. Lorsqu'une fonction présente plusieurs minima locaux, on parle alors de multimodalité.

S'il existe des tests permettant de valider l'optimalité locale d'une solution, il est cependant difficile de prouver l'optimalité globale d'une solution, raison pour laquelle les fonctions multimodales sont délicates à optimiser.

En conclusion sur ce point, l'utilisation des méthodes d'optimisation classiques est bien souvent inutile en cas de problème d'optimisation dit « difficile ».

Dans ce cas, ce sont bien souvent les méthodes stochastiques métaheuristiques qui vont être utilisées pour trouver des solutions à ces problèmes.

2.2 Principes généraux des métaheuristiques

2.2.1 Exploration et exploitation par le hasard

Pour la plupart, les méthodes d'optimisation déterministes constituent des méthodes de descente : afin de faire diminuer le critère, on va définir une direction de descente en un point de l'espace de recherche.

Toutefois, cette méthode peut conduire au piègeage de la solution dans un minimum local, principalement parce que ces algorithmes utilisent des informations locales afin de décider le mouvement à effectuer.

Pour résoudre cette difficulté, il convient d'autoriser l'algorithme à se déplacer au hasard dans l'espace de recherche.

Pour résoudre le problème d'optimisation suivant : $\min_{x \in \mathcal{X}} f(x)$, considérons que nous travaillons dans un espace de dimension n , $\mathcal{X} \in \mathfrak{R}^n$ et $x = (x_1, \dots, x_n)$.

```
Initialiser en choisissant aléatoirement  $x_{best} = x^0 \in \mathcal{X}$ 
Pour K = 1 à Nb itérations
    Choisir aléatoirement  $x^k \in \mathcal{X}$ 
    Si  $f(x^k) < f(x^{k-1})$ 
         $x_{best} = x^k$ 
    Fin si
Fin Pour
```

Cet algorithme, que l'on peut appeler « métaheuristique zéro », reprend le principe de toute métaheuristique, à savoir l'alternance de phases d'exploration de l'espace (en l'occurrence, le choix aléatoire d'un point dans l'espace de recherche), avec des phases d'exploitation du résultat (en l'occurrence, la comparaison de la valeur du critère à la meilleure valeur connue).

Si cet algorithme pourra certes s'échapper de tout minimum local, il n'est cependant pas du tout efficace.

Lors de la détermination d'une méthode métaheuristique, le but va donc être d'orienter le caractère aléatoire des phases d'exploration de l'espace.

2.2.2 Caractéristiques

Les méthodes métaheuristiques examinées partagent en commun plusieurs caractéristiques :

- Elles sont au moins en partie stochastiques, pour éviter le piègeage dans des minima locaux ;
- Elles ne nécessitent pas le calcul d'informations locales de type gradient. Tout critère peut donc être optimisé, puisqu'aucune propriété mathématique n'est requise ;
- Toutes résultent d'analogies avec la physique ou le monde vivant ;

- Toutes ont pour inconvénients que leur paramétrage est difficile et qu'il n'existe aucune garantie que la solution trouvée par ces méthodes soit optimale.

2.2.3 Prise en compte des contraintes

Le caractère stochastique des méthodes métaheuristicques implique des déplacements aléatoires dans l'espace de recherche. Or, rien (hormis dans le cas d'algorithme constructif) ne permet de s'assurer que ce déplacement se fasse vers une solution faisable.

Pour remédier à cette difficulté, on peut introduire à ces algorithmes :

- Un mécanisme de réparation des solutions : cette technique vise à construire une solution proche mais tenant compte des contraintes lorsque la solution les viole ;
- Des fonctions de pénalité : cette technique consiste à pénaliser les solutions violant des contraintes déterminées.

2.2.4 Validation d'un algorithme

Compte tenu du fait que l'ensemble des métaheuristicques possèdent une partie stochastique, les résultats obtenus en exécutant deux fois l'algorithme sur une même instance du problème peuvent conduire à des résultats différents.

Afin de corriger cette situation, on procède à une validation des résultats obtenus via l'utilisation d'une métaheuristique de façon statistique, en analysant les résultats obtenus (pire hypothèse, meilleure hypothèse, moyenne et écart-type).

2.2.5 Justification du choix de l'algorithme

Deux types d'algorithme ont été présélectionnés pendant l'étude : L'algorithme génétique (AG) et l'algorithme de colonies de fourmis (ACF). Tous deux présentent la particularité de se baser sur un phénomène issu du domaine du vivant et donc avec une approche concrète.

Le premier, que nous décrivons dans la partie suivante est particulièrement adapté pour une logique de recherche séquence binaire de par l'analogie intuitive entre un chromosome composé de gènes et un vecteur composé de variables à valeur finie.

Le second, basé sur la reproduction du comportement des fourmis en groupe, présente un intérêt dans des problèmes liés au parcours de graphes.

Selon une étude comparative des deux algorithmes dans le cadre de la résolution du problème du voyage de commerce²², il en ressort que les AG sont particulièrement adaptés pour les problèmes d'optimisation de petite à moyenne taille. Les ACF sont eux plus performants dans le cas d'une volumétrie de données importante mais nécessitent des ressources accrues.

²² EL HASSANI H., SABRY A., BENKACHCHA S., BENHRA J. (2015) *Comparaison de l'optimisation par colonies de fourmis et des Algorithmes Génétiques pour la résolution du TSP*, Laboratoire LISER, ENSEM, UH2C, site internet « Researchgate »

Pour les arguments cités ci-dessus, et en raison des contraintes de performances liées à l'ordinateur de travail, à la technologie *Excel* et compte tenu du volume de données qui sera traité, l'AG sera retenue pour l'étude.

2.3 Algorithme génétique (AG)

Les algorithmes génétiques sont issus de la théorie de l'évolution de Darwin :

L'algorithme fait évoluer une population de solutions potentielles (les « *individus* »), dans un problème d'optimisation où les variables d'optimisation (les « *gènes* ») sont des variables binaires tels que représentés ci-dessous :

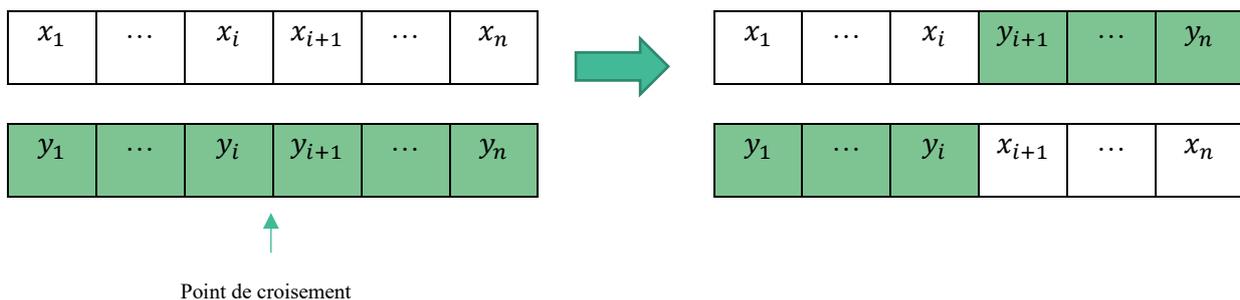
Initialiser en choisissant au hasard la population initiale $P = P^0$, et tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait : Créer des enfants par opérateur génétique Evaluer ces enfants Sélectionner la nouvelle génération à partir des enfants et des parents. Fin tant que
--

Les nouveaux individus (les « *enfants* ») sont créés à partir d'individus de la population courante (les « *parents* »). Une nouvelle population (ou nouvelle « *génération* ») est créée par le biais de l'étape de sélection.

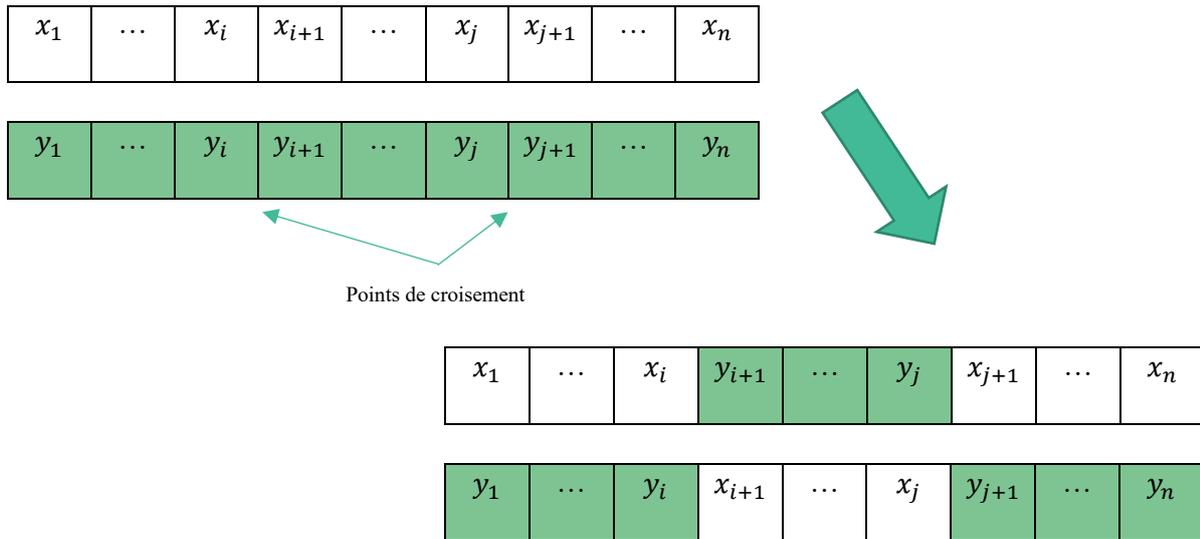
Dans cet algorithme, les principaux opérateurs génétiques vont être l'opérateur de croisement et l'opérateur de mutation :

- L'opérateur de croisement consiste à créer un ou plusieurs enfants à partir de parents issus de la population courante, conformément à la figure ci-dessous :

Croisement à un point



Croisement à deux points



Croisement uniforme

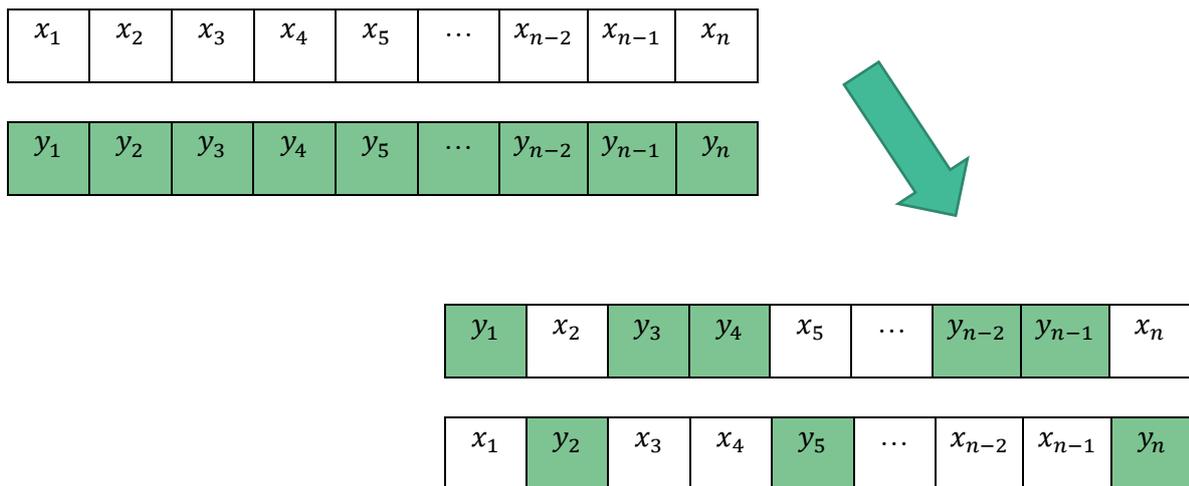


Figure 43 – Opérateurs de croisement classiques

Ces opérateurs de croisement sont assimilables à la reproduction de la métaphore darwinienne, dans laquelle deux individus mélangent leur héritage génétique afin de créer de nouveaux individus.

Dans ces opérateurs, le hasard intervient à la fois dans le choix des parents et à la fois dans le choix du / des points de croisement ;

- L'opérateur de mutation consiste à créer un individu à partir d'un autre en modifiant de manière aléatoire une partie de son patrimoine génétique de la façon suivante :

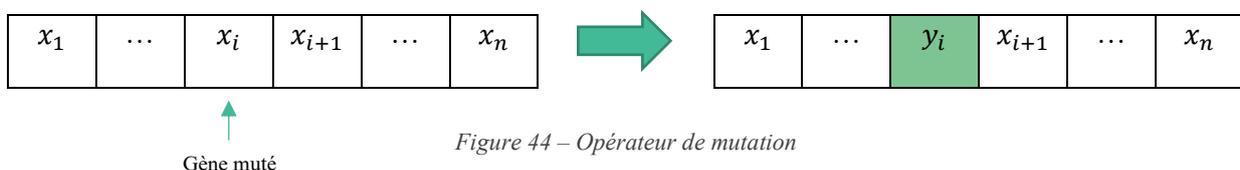


Figure 44 – Opérateur de mutation

Le choix du gène muté et sa valeur sont évidemment réalisés de manière aléatoire, ce qui permet d'introduire de nouveaux gènes dans la population et ainsi d'entretenir sa diversité (exploration de l'espace de recherche).

Une fois que la phase de création d'enfants par les opérateurs génétiques est réalisée, les individus qui vont composer la nouvelle population doivent être sélectionnés.

Si de nombreuses méthodes permettent d'opérer cette sélection, le choix a été fait de seulement retenir la méthode de la « roulette biaisée », dans laquelle la sélection se fait parmi l'ensemble des individus composant la population intermédiaire, c'est-à-dire les parents et les enfants.

Plaçons-nous dans le cas d'un critère à maximiser : dans ce cas, les individus vont être sélectionnés avec une probabilité proportionnelle à leur coût.

A titre d'exemple, si l'on doit sélectionner quatre individus parmi une population composée de six individus de coûts respectifs 1, 2, 2, 3, 4 et 4, la roulette biaisée s'appliquera de la façon suivante :

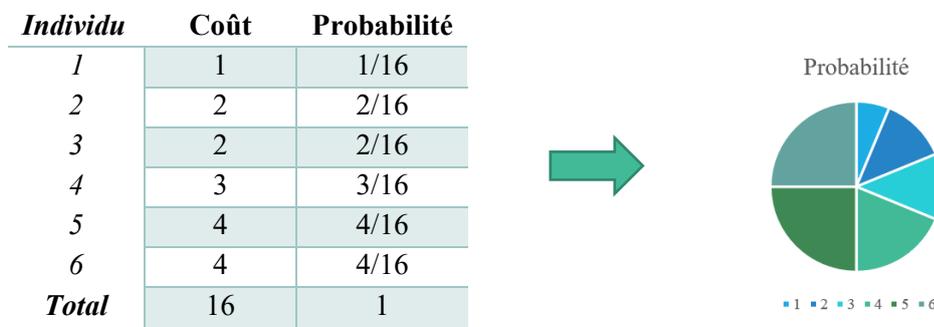


Figure 45 – Application de la roulette biaisée

En d'autres termes, la roulette biaisée s'apparente à la roulette d'un casino dont les secteurs seraient proportionnels à la probabilité d'être sélectionnés.

Enfin, l'algorithme génétique requiert d'opérer trois réglages, en :

- Déterminant la taille de la population ;
- Déterminant le nombre (ou la probabilité) de croisements ;
- Déterminant le nombre (ou la probabilité) de mutations.

L'aiguillage de ces paramètres est crucial pour la qualité des résultats ou la rapidité de la convergence pour une application donnée.

3. Construction d'un modèle ALM simplifié sous Excel / VBA

Les sous-parties ci-dessous présentent la démarche effectuée pour construire, contrôler et valider chaque étape du modèle simplifié.

3.1 Caractéristiques du modèle

3.1.1 Composition générale

Le modèle est constitué d'une vingtaine d'onglets répartis de la manière suivante :

➤ Paramétrage et hypothèses

« **Paramètres** » : Onglet de pilotage dans lequel l'utilisateur saisit l'ensemble des hypothèses relatives au frais, aux placements, à la participation aux bénéfices, aux calculs des chocs, aux autres charges (taux d'imposition et charges sociales), aux *management actions* à activer et aux allocations d'actifs.

Paramètre	Commentaires
Nombre d'années de projection	40 ans
Utilisation de la correction pour volatilité	Avec VA
Courbe des taux à utiliser	Central, IR Down ou Up
Frais pour calcul de la provision mathématique	en % des prestations versées
<i>Hypothèses relatives aux frais</i>	
Frais d'acquisition	en % des cotisations
Frais d'administration	en % des provisions d'assurance-vie
Frais de gestion des prestations	en % des prestations versées
Frais de gestion des placements	en % de la valeur de marché
<i>Hypothèses relatives aux placements</i>	
Taux de dividendes actions	en % de la valeur de marché
Taux de rendement du fonds diversifié GF	en % de la valeur de marché
Taux de loyers	en % de la valeur de marché
<i>Participation aux bénéfices</i>	
Taux de participation aux bénéfices contractuelle	en % du résultat financier
Taux de chargements sur encours maximum	en % de la valeur des provisions
Taux d'imposition effectif	28,23 %
Charges sociales	17,2 %

Figure 46 – Extrait des hypothèses pour la projection des cash-flows

C'est également dans cet onglet que l'on sélectionne la simulation à analyser et les calculs souhaités (moyenne stochastiques, SCR, utilisation de l'algorithme génétique).

« **ESG / ESG_Up / ESG_Down** » : Il s'agit des tables issues du générateur de scénarios économiques au 31/12/2017, respectivement liées au scénario central, choc de taux à la hausse et choc de taux à la baisse.

Simulation	Classe	Mesure	2017	2018	2019
EC	INFLN	INFLN_IDX	1	1,0139146	1,026937747
EC	EQUITIES_GF	RET_IDX	100	99,682	99,580441
EC	REAL_ESTATE_GF	RET_IDX	100	99,682	99,580441
EC	BOND_FUND_GF	RET_IDX	100	99,682	99,580441
EC	OAT10	RNY_PC	0,842	1,063365764	1,270219246
EC	OAT1	RNY_PC	-0,318	-0,101882988	0,276789404
EC	DIVERSIFIED_FUND_GF	RET_IDX	100	99,682	99,580441

Figure 47 – Extrait de la table d'ESG en scénario Central pour la simulation Equivalent Certain

« *Dyn_Surr* » : Il s’agit de l’onglet relatif aux hypothèses de rachats dynamiques partiels et totaux.

➤ Données d’entrée

« *Bilan initial* » : L’onglet reprend les principaux éléments des bilans N-1 et N :

- A l’actif, le total de nos placements ;
- Au passif, les fonds propres, les réserves et les provisions techniques.

« *CR initial* » regroupe les différents éléments constitutifs des comptes de résultats N-1 et N. Les éléments seront utilisés pour alimenter les résultats des bilans N-1, N et pour les calculs de projection à l’ouverture.

« *Flux bruts* » : les chroniques de flux constituant la PM d’ouverture doivent être renseignées ici.

« *Placements* » regroupe l’ensemble des informations relatives aux différents placements (Classe d’actifs, valeur de marché, comptables, etc.) à la maille la plus fine disponible dans l’outil.

Classe d'actif	Valeur nette (M€)	Valeur de marché (M€)
EQUITIES	11 000	14 000
EQUITIES_HYBRIDS	0	500
EQUITIES_TRADABLE_PROPERTIES	4 000	5 000
DIVERSIFIED_FUND_GF	1 500	2 000
BOND_FUND_GF	4 500	5 000
BOND_TREAS_FIXED	24 000	28 000
BOND_CORP_FIXED	34 000	39 000
BOND_FLOAT	3 500	3 500
BOND_TREAS_IL	500	1 000
CASH	2 000	2 000
Total	85 000	100 000

Figure 48 – Composition des placements à la date de début de projection

« *Duration* » : l’ensemble des sensibilités (« duration ») par simulation et années de projection calculées dans le GPM ALS sont renseignées ici, dans le cadre de l’utilisation de la *management action* liée au *gap* de sensibilité.

➤ Calculs

« *Courbe des taux* » calcule l’ensemble des taux *spots* et *forwards* utilisés pour les projections de *cash-flows*, pour l’ensemble des simulations et chocs et sur la base des informations des tables d’ESG.

Courbe des taux au 31/12/2017															
Taux technique	0.10%														
Maturité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Central sans VA	-0.36%	-0.25%	-0.09%	0.07%	0.21%	0.35%	0.47%	0.59%	0.70%	0.80%	0.90%	0.98%	1.06%	1.13%	1.18%
Central avec VA	-0.32%	-0.21%	-0.05%	0.11%	0.25%	0.39%	0.51%	0.63%	0.74%	0.84%	0.94%	1.02%	1.10%	1.17%	1.22%
Hausse avec VA	0.68%	0.79%	0.95%	1.11%	1.25%	1.39%	1.51%	1.63%	1.74%	1.84%	1.94%	2.02%	2.10%	2.16%	2.22%
Baisse avec VA	-0.32%	-0.21%	-0.05%	0.07%	0.15%	0.24%	0.33%	0.41%	0.51%	0.59%	0.67%	0.74%	0.80%	0.85%	0.90%
Maturité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Fwd 0	-0.32%	-0.21%	-0.05%	0.11%	0.25%	0.39%	0.51%	0.63%	0.74%	0.84%	0.94%	1.02%	1.10%	1.17%	1.22%
Fwd 1	-0.10%	0.09%	0.25%	0.39%	0.53%	0.65%	0.76%	0.87%	0.97%	1.06%	1.14%	1.22%	1.28%	1.33%	1.36%
Fwd 2	0.28%	0.43%	0.56%	0.69%	0.80%	0.90%	1.01%	1.11%	1.19%	1.27%	1.34%	1.40%	1.44%	1.47%	1.49%
Fwd 3	0.58%	0.70%	0.82%	0.93%	1.03%	1.13%	1.23%	1.31%	1.38%	1.45%	1.50%	1.54%	1.56%	1.58%	1.60%
Fwd 4	0.81%	0.95%	1.04%	1.14%	1.24%	1.33%	1.41%	1.48%	1.54%	1.59%	1.62%	1.64%	1.65%	1.67%	1.69%
Fwd 5	1.08%	1.16%	1.25%	1.35%	1.44%	1.51%	1.58%	1.63%	1.68%	1.70%	1.72%	1.73%	1.73%	1.75%	1.78%
Fwd 6	1.24%	1.34%	1.43%	1.53%	1.60%	1.66%	1.71%	1.75%	1.77%	1.78%	1.78%	1.79%	1.81%	1.83%	1.87%

Figure 49 – Extrait de l’onglet « Courbe des taux »

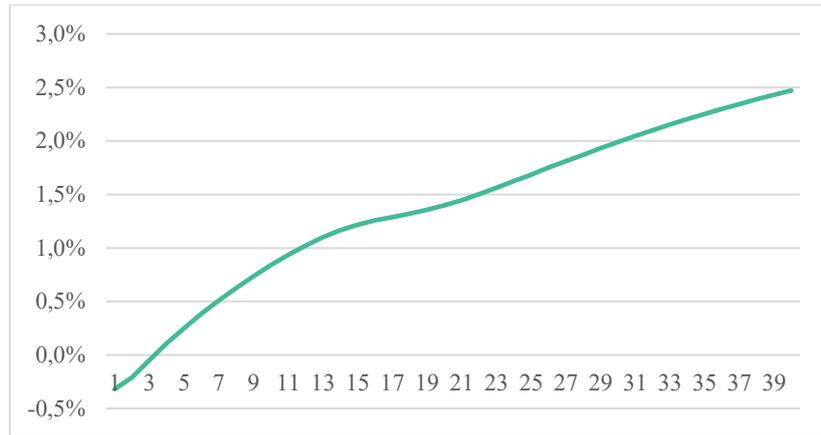


Figure 50 – Evolution de la courbe des taux sans risque avec correction pour volatilité

« Flux traités » réalise deux étapes de calculs distincts :

- D'une part, la PM d'ouverture est recalculée sur la base des chroniques de flux renseignées dans « Flux bruts ». Ces dernières sont ajustées si besoin d'un coefficient (déterminé dans le précédent onglet) permettant de boucler sur la PM officielle en sortie du GPM ALS ;
- D'autre part, l'onglet calcule les coefficients de flexing issus des taux de revalorisation au titre de la PB, et nets des rachats dynamiques le cas échéant.

Année	2018	2019	2020	2021	2022
Flux de PM (M€)	6 661,64	5 920,44	5 292,54	4 815,20	4 481,07

PM théorique	80 606,10 M€
Coefficient d'ajustement	1,00
Contrôle de valeur	VRAI

Figure 51 – Extrait de la chronique des flux de PM retraités

« Projections » est le principal onglet de calcul dans lequel sont réalisés l'ensemble des projections des flux d'actifs et de passifs sur l'horizon de projection. Il comprend entre autres le vieillissement du bilan, du compte de résultat, ainsi que le calcul du BEL et de la PVFP afin de contrôler le taux de fuite du modèle :

Valeur actuelle des flux, en M€	
Primes	- 500
Prestations	86 000
Frais	9 000
Résultat technique	7 000
Charges sociales	- 4 000
Résultat financier sur fonds propres	3 600
Valeur de marché résiduelle	200
Variation des fonds propres	- 1 650
Valeur actuelle probable des flux	99 650
VM en t=0	100 000
Ecart	0,35 %
BEL	94 700
PVFP	4 950

Figure 52 – Tableau de synthèse des valeurs actuelles probables des flux futurs

« Provisions S2 » calcule l’ensemble des éléments des provisions techniques S2 utilisés pour le calcul du SCR et l’alimentation du bilan prudentiel, tel que le BEG (permettant de déduire les FDB) et la Risk Margin. Une réconciliation entre la PM vers le BEL est également réalisée.

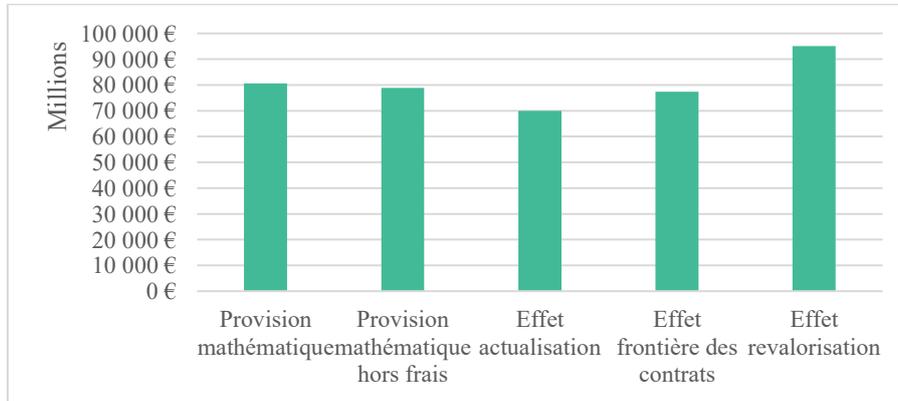


Figure 53 – Evolution de la PM vers le BEL

« Calcul SCR » calcule les SCR de souscription et de marché au niveau sous-module de risque.

➤ Contrôle

« Etapes » : Il s’agit d’assurer que chaque étape de saisie liée au paramétrage et à la récupération des données a été correctement effectuée.

« Contrôles » : En raison des nombreuses étapes du modèle implémenté sous Excel, plusieurs contrôles ont été mis en place afin de garantir la cohérence des résultats produits.

➤ Analyse

« Bilan Prudentiel » donne une vision simplifiée des bilans en vision S1²³ et S2.

Bilan prudentiel (en M€)			
ACTIF	PASSIF		
Investissements	100 000	Fonds propres économiques	2 500
Autres actifs	0	Provisions techniques vie	
		Meilleure estimation	96 000
		Marge de risque	1 000
Impôts différés actifs	4 500	Impôts différés passifs	5 000
Total de l'actif	104 500	Total du passif	104 500

Figure 54 – Bilan simplifié en vision S2

²³ Solvabilité 1, correspondant à la norme prudentielle en vigueur avant le 1^{er} Janvier 2016.

« **Pieuvre SCR** » donne une vision graphique de la pieuvre S2, en calculant les éléments finaux du SCR : SCR Opérationnel, Ajustements et BSCR et SCR total. L’onglet fournit également des graphes d’analyse du SCR marché et du SCR total.

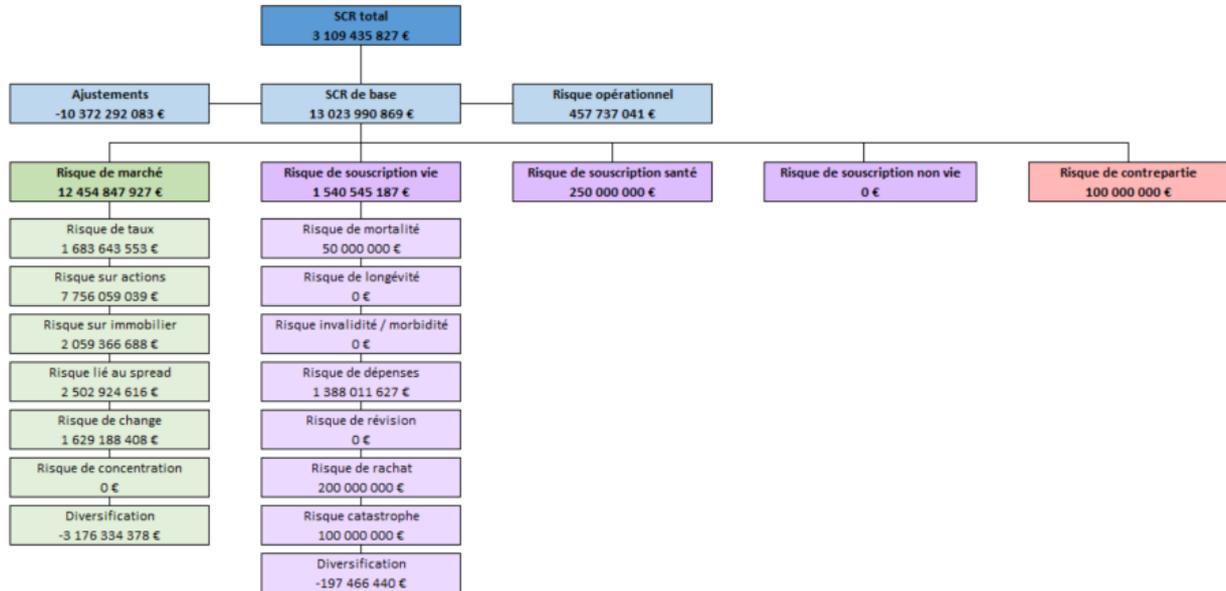


Figure 55 – Exemple de pieuvre S2 issue de l’outil ALM Excel

« **Graphes** » contient une liste de graphes d’analyse d’indicateurs relatifs aux prestations d’assurance, aux résultats (évolution des prestations, PM, TRA, etc.) et aux placements (répartitions des placements et évolution au cours du temps).

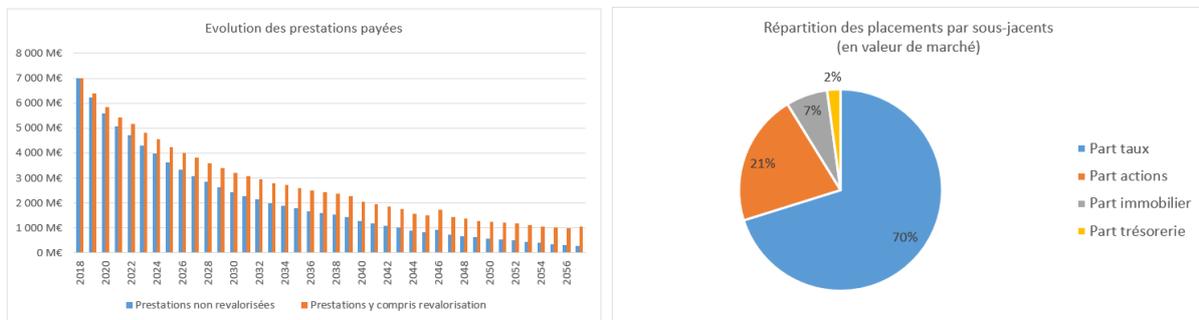


Figure 56 – Exemples de graphiques d’analyse – A gauche l’évolution des prestations payées en fonction du temps avec et sans revalorisation, à droite la répartition des placements initiaux

3.2 Quid des managements actions ?

L’objectif rappelons-le, est de déterminer le *N-uplet* de *management action* optimal dans chaque contexte économique par le biais d’un algorithme génétique. Afin de comparer les résultats de l’outil *Excel* avec ceux réalisés sous *Prophet*, le choix s’est porté sur 5 *management actions* présentes dans le GPM ALS et concernant plusieurs aspects de la gestion actif-passif, afin d’avoir une diversité de leviers suffisante.

Management actions liées aux actions

Compte tenu de la précision de leur modélisation sous *Excel* par rapport au modèle sous *Prophet*, de leur forte sensibilité aux indices de l'ESG et de leur importante contribution aux produits financiers, deux *managements actions* relatives aux *equities* seront modélisés :

- *Turnover Equity* : A la différence du GPM, nous permettrons d'activer ou non le *turnover*, sans laisser la possibilité de le faire uniquement en cas de plus-values ;
- Réinvestissement des dividendes : Il s'agit du même principe que dans le modèle de base, à savoir permettre de ne pas réinvestir l'ensemble des dividendes dans la même catégorie.

Management actions liées à la PB

Nous reprendrons deux des principales management actions modélisés initialement :

- Reprise de la PPE : Il s'agit de reprendre une partie de la PPE pour atteindre le taux cible ;
- Reprise de la marge assureur : Il s'agit du troisième levier présent dans le GPM permettant de puiser dans la marge assureur dans le cas où les reprises de PPE libre et contractuelle seraient insuffisantes.

A la différence de *Prophet*, nous verrons que la PPE est modélisée différemment, sans distinction des deux PPE. Par ailleurs, notons que nous laissons sous *Excel* la possibilité d'activer la reprise de marge assureur quand bien même la reprise de PPE n'aurait pas été activée afin de se laisser la possibilité d'exploiter le maximum de combinaisons possibles.

Management action liée aux obligations

Dans la mesure où les obligations constituent la majeure partie du fonds général, une action leur étant consacrée était incontournable.

Il a été choisi de reprendre le *Gap* de sensibilité : Il s'agit de reprendre la logique de gestion du gap de sensibilité entre l'actif et le passif afin de respecter les contraintes imposées par la convention de gestion.

3.3 Validation du modèle

La validation du modèle simplifié passe par une succession d'étapes, avec l'intégration des données et hypothèses du modèle de base, l'implémentation des différentes étapes d'interaction entre l'actif et le passif, la mise en place de contrôles à chacune de ces étapes pour garantir une cohérence dans les résultats générés et enfin la comparaison avec ce qui est produit par le GPM.

L'ensemble de ces parties est décrit afin d'expliquer la démarche effectuée et les choix de modélisation appliqués différemment du GPM le cas échéant.

Dans un premier temps, nous chercherons à reproduire les résultats en scénario Equivalent Certain avant de nous intéresser aux calculs par simulation, puis aux calculs des chocs.

3.3.1 Intégration des données du PC17

➤ Estimation des flux de la PM initiale

La première étape consiste à collecter :

- les tables déterministes des *cash-flows* de passif de *Prophet*, ainsi que les tables d'actifs relatives aux obligations et aux *equities* (actions et immobiliers) ;
- la table d'ESG en scénario Central.

Les *cash-flows* sont restreints uniquement au *Pool* relatif au fonds général, agrégés de manière algébrique (on soustrait les primes et les arbitrages entrants) puis injectés dans l'onglet « *Flux bruts* ».

La PM d'ouverture sans revalorisation au titre de la PB issue de la table de passif est ensuite recalculée sur la base des flux reconstitués :

Année	2018	2019	2020	2021	2022
Flux de PM (en M€)	6 724,26	5 976,09	5 342,29	4 860,46	4 523,19

PM recalculée	81 383,99 M€
PM PC17 French	80 626,10 M€
Coefficient d'ajustement	0,99
Ecart	-0,94%

Figure 57 – Extrait de la chronique de flux de PM avant retraitement

Un écart de 0,94 % à la hausse est obtenu par rapport à la PM du modèle *French*.

Les flux de PM sont ensuite « flexés » du coefficient d'ajustement de 0,99 (1 -0,94 %) dans l'onglet « *Flux traités* » pour obtenir la chronique qui sera utilisée dans les projections.

Année	2018	2019	2020	2021	2022
Flux de PM (en M€)	6 661,64	5 920,44	5 292,54	4 815,20	4 481,07

PM théorique	80 626,10 M€
Contrôle de valeur	VRAI

Figure 58 – Extrait des flux de PM retraités pour caler avec la PM comptable d'ouverture

La PM est ensuite comparée par rapport à celle renseignée dans le bilan.

La chronique de prestations est donnée dans le graphe ci-dessous :

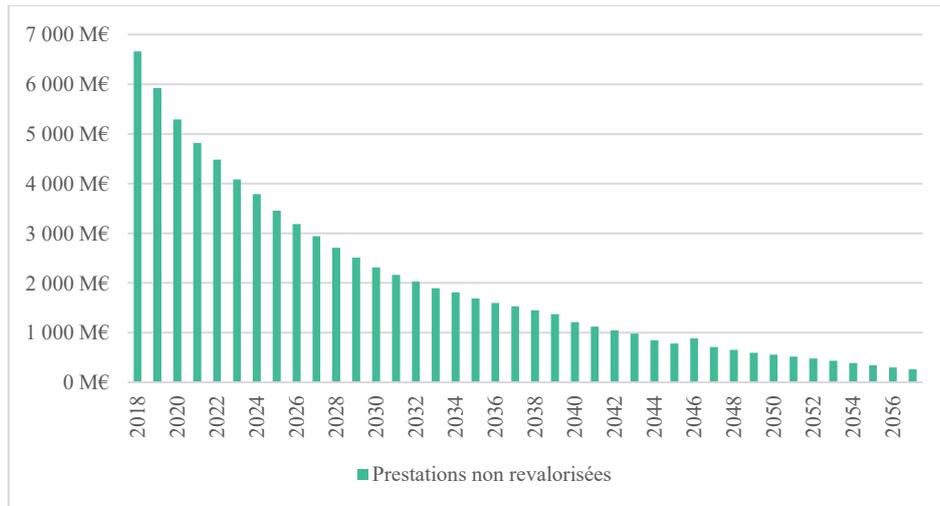


Figure 59 – Evolution des prestations payées avant revalorisation

➤ Estimation des placements initiaux

Les actifs sont récupérés des tables d’actifs ASSET_EQUITY et ASSET_BOND_RN en *input* du GPM.

Les *equities* du fonds général sont collectés dans le modèle *Excel* à la même granularité que celle de *Prophet*.

En ce qui concerne les obligations, les principales catégories sont regroupées afin de conserver les types d’obligation suivants :

- Obligations du Trésor à taux fixe ;
- Obligations *corporate* à taux fixe ;
- Obligations *corporate* à taux variable ;
- Obligations indexées inflation.

Remarque : Compte tenu de la part des obligations du trésor à taux variable dans le fonds général (environ 0,05 % de la MV totale du fonds général), ce type d’obligation ne sera pas modélisé.

Les actifs sont ajustés d’un coefficient d’ajustement par catégorie en s’appuyant sur la valeur nette comptable et de marché par catégorie à $t=0$ issu du modèle, afin que le bilan d’ouverture soit équilibré.

➤ Cas des revenus obligataires

Les coupons et valeurs de remboursement sont récupérés de la table d’actif déjà « risque-neutralisée » à la maille la plus fine disponible. Ces derniers seront également ajustés afin qu’au global, par type d’obligation, la somme des valeurs nettes comptables des obligations soit égale à celle calculée dans le GPM :

$$FAV_i^{ajustée} = FAV_i^{inventaire} \times \frac{\sum_{i \in \text{Cat}.j} FAV_i^{ajustée}}{\sum_{i \in \text{Cat}.j} FAV_i^{inventaire}}$$

Où le ratio $\alpha_j = \frac{\sum_{i \in \text{Cat.}j} FAV_i^{\text{ajustée}}}{\sum_{i \in \text{Cat.}j} FAV_i^{\text{inventaire}}}$ représente le coefficient d'ajustement de la catégorie j :

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Coupon}_i^{\text{ajustée}} = \alpha_j \times \text{Coupon}_i^{\text{inventaire}} \\ \text{Remboursement}_i^{\text{ajustée}} = \alpha_j \times \text{Remboursement}_i^{\text{inventaire}} \end{cases}$$

Exemple simplifié :

Obligation	Catégorie	FAV obligataire de l'inventaire	FAV obligataire ajustée	Valeur de remboursement avant ajustement	Valeur de remboursement après ajustement	Valeur annuelle du coupon avant ajustement	Valeur annuelle du coupon après ajustement
#1	1	210	200	180	$180 \times \frac{700}{740} = 170$	3	$3 \times \frac{700}{740} = 2,8$
#2	1	530	500	450	$45 \times \frac{700}{740} = 426$	5	$5 \times \frac{700}{740} = 4,7$
#3	2	30	30	28	$28 \times \frac{30}{30} = 28$	1	$1 \times \frac{30}{30} = 1$

Figure 60 – Tableau d'exemple du calcul d'ajustement des valeurs comptables et des coupons

L'hypothèse forte de ne considérer aucun coupon couru a été faite (tombée de coupon au 31/12 de chaque année).

➤ Bilan et Compte de résultat d'ouverture

On alimente un bilan simplifié à la date de début de projection, comme étant constitué des éléments suivants :

- A l'actif, le total des placements ajustés est renseigné en valeur nette comptable ;
- Au passif, la partie « *Fonds propres et réserves* » est constitué de la somme des réserves initiales hors provisions techniques renseignées dans le GPM, et le pan « *Provisions techniques brutes* » est composé de la PM et de la PPE initiales.

ACTIF 2017 (en M€)		PASSIF 2017 (en M€)	
Placements	85 232	Fonds propres et réserves	1 330
		Provisions techniques brutes	
		Provisions d'assurance vie	80 626
		Provisions pour participation aux excédents	3 276
Total de l'actif en M€	85 232	Total du passif en M€	85 232

Figure 61 – Exemple du bilan d'ouverture simplifié

Les différents éléments sont récupérés des tables d'inputs sous *Prophet*.

Les éléments tels que les créances, autres dettes, comptes de régularisation et différences de conversion ne sont pas modélisés dans le GPM et sont par conséquent non renseignés dans l'outil *Excel* dans la mesure où ils n'apportent rien à l'étude.

Le détail du compte de résultat à l'ouverture est déduit sur la base du résultat net d'impôt connu en sortie de modèle, et de ses éléments constitutifs en première année de projection.

Un coefficient d'ajustement est appliqué à l'ensemble afin que leur somme algébrique soit égale au résultat technique attendu :

Compte de résultat initial	31/12/2017
Cotisations	73,65
Produit des placements	
Revenus des placements	1 813,48
Produits provenant de la réalisation de placements	212,53
Charge des prestations	
Prestations	- 5 295,87
Frais de gestion sur prestations	-146,10
Charge des provisions	
Provisions d'assurance vie	3 974,58
Frais d'acquisition et d'administration	-103,26
Charges des placements	-29,02
Résultat technique	500,00
Produits des placements alloués	0
Autres produits et charges non techniques	0
Résultat exceptionnel	0
Impôt sur le résultat	-141,15
Résultat de l'exercice	358,85

Figure 62 – Exemple du compte de résultat en vision simplifiée

3.3.2 Calibrage des paramètres

Les paramètres ont été repris des tables de paramétrage du GPM ALS et sont pour les principaux affichés en partie [3.1.1 Composition générale](#). Parmi eux, nous notons 5 catégories :

- **Les hypothèses relatives aux frais**, regroupant les paramètres suivants :
 - Les frais d'acquisition, liés à l'acquisition des nouveaux contrats et calculés sur la base d'un pourcentage des primes perçues ;
 - Les frais d'administration, regroupant divers postes de fonctionnement de l'entreprise (matériel, location des bureaux, paiement des commissaires aux comptes, etc.), en pourcentage de la PM de l'année considérée ;
 - Les frais de gestion, liés au bon fonctionnement de la vie des contrats, calculés en pourcentage des prestations versées ;
 - Les frais de gestion des placements, liés à la gestion complète des actifs (achats et ventes), en pourcentage de la valeur de marché des placements de l'année considérée.

- **Les hypothèses relatives aux placements** :
 - Taux de dividendes *equity* GF ;
 - Taux de rendement du fonds diversifié GF ;
 - Taux des loyers perçus.

Les taux sont constants au cours de la projection et indépendants des simulations économiques (contrairement aux indices de performances). Par conséquent, ils ont été enlevés des tables d'ESG afin d'alléger les tables initialement volumineuses.

Remarque : les taux de rendement des fonds obligataires *bond funds GF* (modélisés comme un *equity*) sont nuls.

Les différents pourcentages sont fixes au cours du temps et des scénarios économiques. Ils ont été calibrés en scénario Equivalent Certain, de telle sorte que chaque frais en première année de projection corresponde à ceux calculés par le GPM.

– **Les hypothèses relatives à la participation aux bénéfices :**

- Le taux de PB contractuelle $Taux_{PB}^{contractuel}$;
- Le taux de chargement sur encours $Taux_{Chargement}^{Encours}$.

Le taux $Taux_{PB}^{contractuel}$ a été obtenu en effectuant la moyenne des taux de PB contractuels de chaque poche stochastique (maille d'entrée du GPM ALS) pondérée par leur PM initiale.

Le taux $Taux_{Chargement}^{Encours}$ est déduit du ratio du montant total des chargement sur encours de la première année, issus d'une des tables d'*input* du GPM sur la PM totale de la première année.

Leur valeur étant très stable tout au long de la projection, nous supposons les taux constants au cours de la projection :

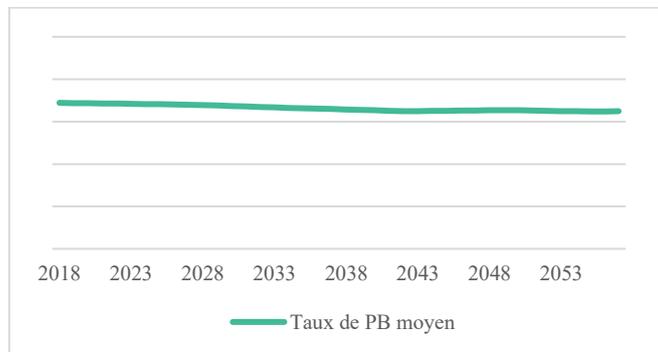


Figure 63 – Evolution du taux moyen de PB dans le GPM

Les graduations ci-dessus représentent une variation de 2 %.

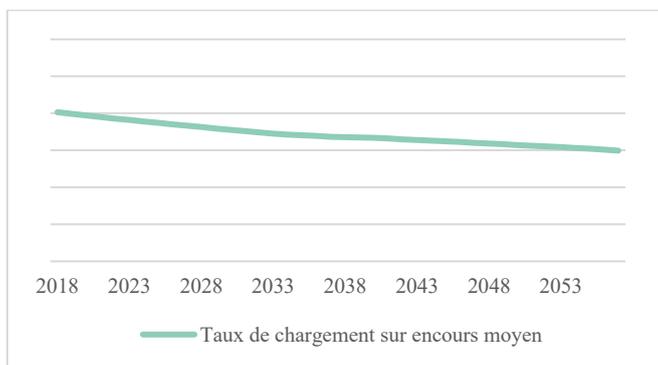


Figure 64 – Evolution du taux moyen de chargement sur encours dans le GPM

Les graduations ci-dessus représentent une variation de 0,05 %.

- **Les hypothèses fiscales**
 - Le taux d'imposition sur les sociétés (28,23 % dans notre cas) ;
 - Le taux de charges sociales (17,20 %).

- **Hypothèses liées aux *management actions***

On applique un *flag* « *Oui* » (respectivement « *Non* ») permettant d'activer (respectivement désactiver) chaque *management action*.

Notons plusieurs paramètres quantitatifs spécifiques aux *management actions* :

Management actions	
<u>Activation du turnover equity</u>	Oui
Taux du turnover equity (hors immobilier)	10%
<u>Reprise de la PPE pour atteindre le taux cible</u>	Oui
Coefficient taux cible	80%
Spread taux cible	0,10%
<u>Reprise de la marge assureur pour atteindre le taux cible</u>	Oui
Marge assureur (en % de la PM)	0,90%
<u>Réinvestissement des dividendes</u>	Oui
Proportion de dividendes réinvestis	100%
<u>Gap de sensibilité</u>	Non

Figure 65 – Liste des paramètres des différentes managements actions sous Excel

Les paramètres coefficient taux cible et *spread* taux cible sont utilisés pour le calcul du taux cible et sont fixés.

A l'opposé, les trois autres paramètres (taux de *turnover*, pourcentage de marge assureur et pourcentage de dividendes réinvestis) sont modulables.

L'algorithme génétique fera varier aléatoirement leurs valeurs afin d'explorer l'espace des valeurs possibles pour la PVFP et déterminer sa valeur maximale.

3.3.3 Etapes de calculs

Cette partie résumera les principales étapes de calculs réalisés dans l'onglet « *Projections* », jugées pertinentes pour la compréhension des choix de modélisation et des limites constatées. Nous regrouperons les calculs en 13 parties, décrites ci-dessous :

➤ Etape 1 : Construction du bilan d'ouverture

On construit ici le bilan d'ouverture à chaque pas de projection comme étant égal au bilan de clôture de l'année précédente.

Le détail des FAV et MV des placements de début d'année par type d'actif est récupéré de la précédente clôture.

➤ Etape 2 : Evolution des placements en fin d'année

Il s'agit de l'étape de vieillissement du portefeuille dans laquelle nous calculons les revenus des placements générés en cours d'année, ainsi que la FAV et la MV de fin d'année.

i. Cas des obligations

En dépit de leur matérialité, le choix a été fait de modéliser une ligne par type d'obligation tout au long de la projection, afin de pas alourdir considérablement l'outil. Leur calcul pour $t \geq 1$ est décrit ci-dessous. On notera :

- MV_t^{asset} la valeur de marché de l'actif *asset* considéré en t ;
- $Rinc_t^{asset}$ les revenus récurrents de l'actif *asset* considéré en t ;
- Fwd_t^{1Y} le taux *forward* 1 an en t .

En particulier, pour les obligations :

$$Rinc_t^{fixed\ rate\ bond} = Coupons_t^{fixed\ rate\ bond} + Remboursement_t^{fixed\ rate\ bond} + ASD_t^{fixed\ rate\ bond}$$

(ASD = Amortissement Surcote Décote)

Obligation à taux fixe

$$MV_t^{fixed\ rate\ bond} = MV_{t-1}^{fixed\ rate\ bond} \times (1 + Fwd_{t-1}^{1Y}) - Rinc_t^{fixed\ rate\ bond}$$

Les coupons initiaux sont récupérés au global de l'inventaire d'actif, puis projetés de la manière suivante :

$$Coupon_t^{fixed\ rate\ bond} = Coupon_0^{fixed\ rate\ bond} \times \frac{FAV_t^{fixed\ rate\ bond}}{FAV_0^{fixed\ rate\ bond}} \times \frac{Sensi_t^{bond}}{Sensi_0^{bond}}$$

En effet, cette modélisation introduisant deux « *drivers* » (un de FAV et un sur la sensibilité obligataire) a le triple intérêt :

- De prendre en compte les rachats obligataires en cours de projection, en modulant la valeur totale des coupons selon la même tendance que la sensibilité du portefeuille obligataire ;
- D'écouler le stock d'obligations selon la même décroissance que la FAV obligataire ;

- De permettre une modélisation simple du *gap* de sensibilité.

Cette modélisation simplifiée présente des résultats satisfaisants en équivalent certain, comme l'illustre le graphique ci-dessous :

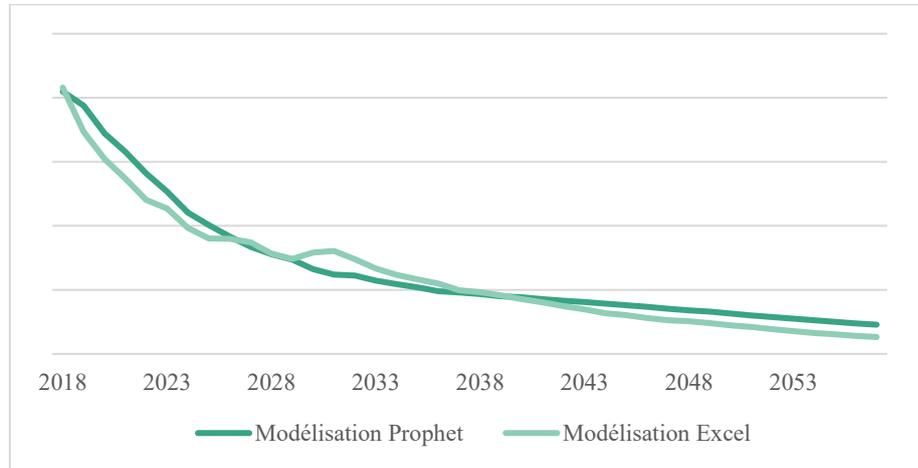


Figure 66 – Comparaison des revenus des coupons d'obligations à taux fixe au cours du temps

Cas particulier de la *management action* « Gap de sensibilité »

Dans la mesure où nous ne disposons pas d'un calcul de prix d'obligation ligne à ligne, l'idée sous-jacente de la précédente modélisation est de jouer sur le *driver* de sensibilité obligataire, afin d'imposer au portefeuille obligataire une chronique de sensibilité permettant de respecter le *gap*.

Ainsi, lorsque la *management action* sera activée, le *driver* $\frac{Sensit_t^{fixed\ rate\ bond}}{Sensit_0^{fixed\ rate\ bond}}$ qui dépend à l'origine de la simulation économique défini par l'ESG, sera défini comme le *driver* en scénario équivalent certain quel que soit le scénario considéré.

$Remboursement_t^{fixed\ rate\ bond}$: Les valeurs de remboursement sont récupérées de l'inventaire d'actifs pour chaque année. Nous négligeons donc les remboursements des obligations achetées en cours de projection.

$ASD_t^{fixed\ rate\ bond}$: L'amortissement surcote décote est calculé sur la base des dates et montants de remboursements connus, en réalisant un amortissement linéaire de la FAV. De même, pas d'ASD modélisé pour les obligations achetées en cours de projection.

Obligation à taux variable

$$MV_t^{float\ rate\ bond} = MV_{t-1}^{float\ rate\ bond} \times \left(1 + Sensit_t^{float\ rate\ bond} \times (Fwd_{t-1}^{1Y} - Fwd_t^{1Y}) \right)$$

Il s'agit ici d'appliquer la relation à l'ordre 1 du prix d'une obligation en fonction de sa sensibilité et de la variation de taux d'intérêt. Or, la sensibilité d'une obligation à taux variable est nulle par définition (car immunisée aux variations de taux). Par conséquent, le choix fort est fait de conserver la *MV* constante à la suite du vieillissement.

$$\begin{aligned} Coupon_t^{float\ rate\ bond} &= MV_{t-1}^{float\ rate\ bond} \times (1 + Fwd_{t-1}^{1Y}) - MV_t^{float\ rate\ bond} \\ &= MV_{t-1}^{float\ rate\ bond} \times Fwd_{t-1}^{1Y} \end{aligned}$$

Remarque : Ce choix n’a pas été retenu dans le cadre d’obligations à taux fixe et indexées inflation dans la mesure où les variations de taux sont extrêmes d’une année à l’autre sur certaines simulations et déforment significativement le profil des revenus récurrents par rapport à une modélisation exacte ligne à ligne.

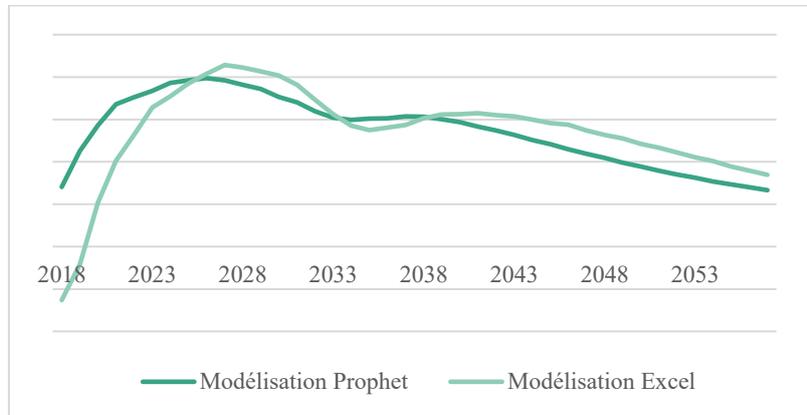


Figure 67 – Comparaison des revenus des coupons à taux variable au cours du temps

Le remboursement et l’ASD sont modélisés de la même manière que pour les obligations à taux fixe.

Obligation indexée inflation

$$MV_t^{inflation\ bond} = MV_{t-1}^{inflation\ bond} \times (1 + Fwd_{t-1}^{1Y}) - Rinc_t^{inflation\ bond}$$

Les coupons initiaux sont modélisés de manière similaire aux obligations à taux fixe, à l’exception de l’application d’un indice d’inflation $Idx_t^{inflation}$ issu de l’ESG :

$$Coupon_t^{inflation\ bond} = Coupon_0^{inflation\ bond} \times Idx_t^{inflation} \times \frac{FAV_t^{inflation\ bond}}{FAV_0^{fixed\ rate\ bond}} \times \frac{Sensi_t^{bond}}{Sensi_0^{bond}}$$

Le remboursement et l’ASD sont modélisés de la même manière que pour les obligations à taux fixe.

On notera un biais non négligeable des revenus des coupons générés à partir de l’année 11 (2028) entre Excel et Prophet, toutefois compensé par l’effet des remboursements et de l’ASD, comme l’illustre le graphique ci-dessous :

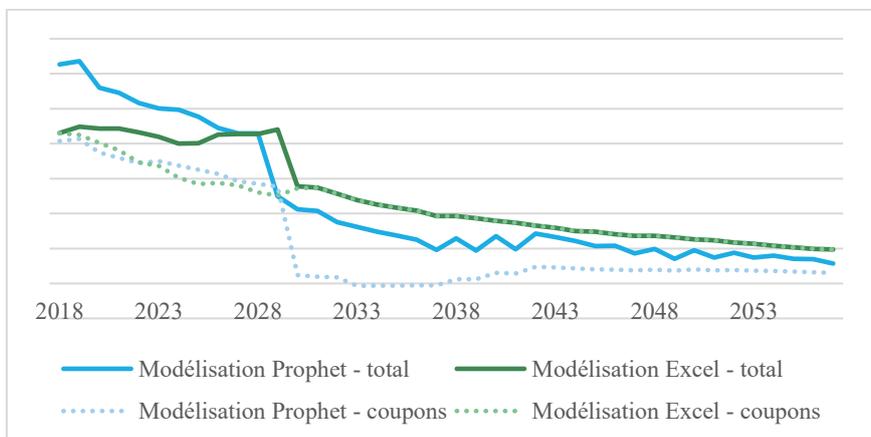


Figure 68 – Evolution des revenus des obligations indexées inflation au cours du temps

ii. Action et immobilier

La modélisation qui va suivre est la même pour les types d’actifs suivants :

- Equities GF ;
- Bond fund GF ;
- Diversified fund ;
- Tradable properties GF (immobilier).

Elle va reproduire à l’identique la modélisation effectuée sous *Prophet*. En particulier, nous supposons les dividendes générés en milieu d’année, afin de pas surestimer leur montant tout au long de la projection :

$$MV_t^{equity} = MV_{t-1}^{equity} \times Perf_t^{equity} - (1 - TxReinv_t^{equity}) \times Div_t^{equity}$$

Où $Perf_t^{equity} = \frac{Idx_t^{equity}}{Idx_{t-1}^{equity}}$ est le ratio des indices de performances des *equities* donnés par l’ESG,

Et $TxReinv_t^{equity}$ le taux de réinvestissement des *equities*.

Les revenus annuels des *equities* sont la résultante des dividendes Div_t^{equity} et de la variation de valeur nette comptable induite par les réinvestissements de dividendes ΔFAV_t^{equity} :

- $Rinc_t^{equity} = Div_t^{equity} + \Delta FAV_t^{equity}$
- $Div_t^{equity} = MV_{t-1}^{equity} \times TxDiv_t^{equity} \times \left(\frac{Perf_t^{equity}}{1 + TxDiv_t^{equity}} \right)^{1/2}$
- $\Delta FAV_t^{equity} = TxReinv_t^{equity} \times Div_t^{equity}$

Au global des *equities* du fonds général, les évolutions des revenus des dividendes au cours du temps (dans le cas où 100 % des dividendes sont réinvestis) sont données ci-dessous :

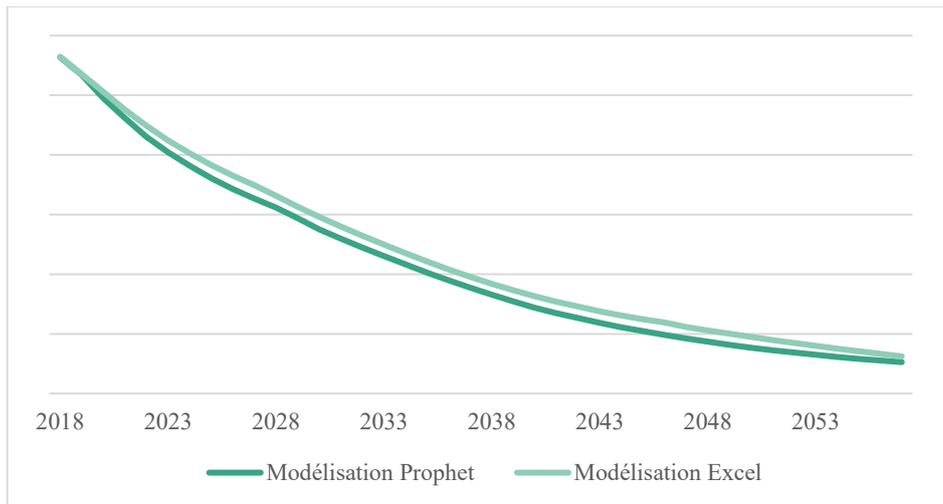


Figure 69 – Comparaison des revenus des dividendes au cours du temps

iii. Cash

La modélisation de la trésorerie est relativement simple dans la mesure où il s’agit de capitaliser le *cash* disponible à partir du taux *forward* de l’année considérée. Il faut toutefois tenir compte de la part des dividendes non réinvestis qui iront directement dans le *cash* en milieu d’année et devront être capitalisés sur une demi-période :

- $MV_t^{cash} = MV_{t-1}^{cash} \times (1 + Fwd_{t-1}^{1Y}) - Rinc_t^{cash}$;
- $Rinc_t^{equity} = MV_{t-1}^{cash} \times (1 + Fwd_{t-1}^{1Y}) + \Delta FAV_t^{equity} \times ((1 + Fwd_{t-1}^{1Y})^{1/2} - 1)$.

Remarque : Une fois cette étape réalisée, les FAV de l’ensemble des classes d’actifs sont ensuite ajustées afin de prendre en compte les revenus récurrents de l’année.

➤ Etape 3 : Application du *turnover equity*

Une fois les actifs vieillis, les gains ou pertes réalisés au titre du turnover $Turnover_t^{equity}$ sont calculés pour chaque type d’*equity* en dehors des actifs immobilier, afin d’être conformes aux hypothèses du GPM :

$$Turnover_t^{equity} = Taux_{Turnover}^{equity} \times (MV_t^{equity} - FAV_{t,reinv}^{equity})$$

Où $FAV_{t,reinv}^{equity}$ est la FAV du type d’*equity* considéré après réinvestissement des dividendes.

La nouvelle FAV $FAV_{t,turnover}^{equity}$ de l’*equity* est augmentée (ou diminuée) des gains (ou pertes) réalisés :

$$FAV_{t,turnover}^{equity} = FAV_{t,reinv}^{equity} + Turnover_t^{equity}$$

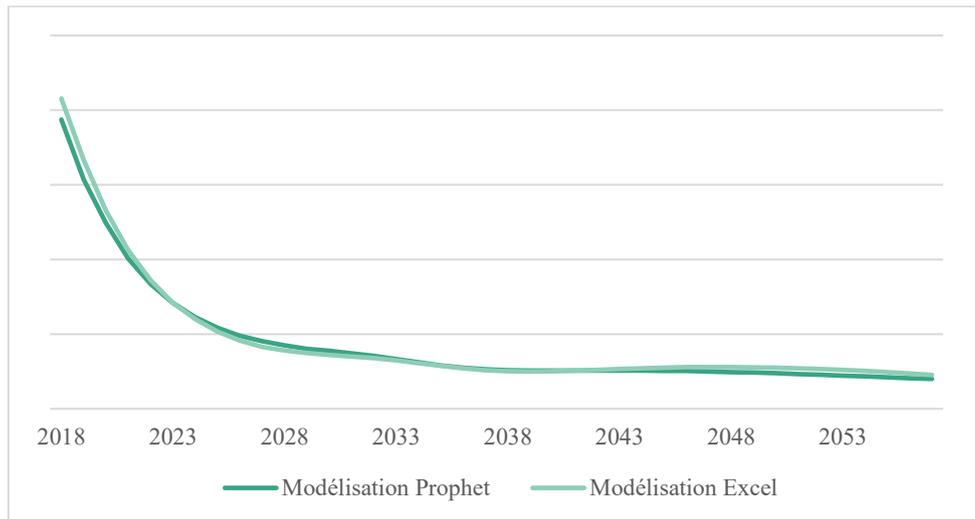


Figure 70 – Evolution des revenus du turnover equity au cours du temps

Etape 4 : Détermination du solde de trésorerie

On calcule à cette étape l'équivalent de la *box* côté *Prophet*, représentant l'ensemble des *cash-flows* entrés et sortis pendant l'année :

Solde de trésorerie, en M€	2018	2019	2020
Cotisations	86,83	79,50	72,70
Impôts de l'exercice antérieur		-147,87	-136,62
Charges sociales		-378,18	-323,58
Prestations	-6 661,64	-6 066,29	-5 544,30
Frais			
Frais d'acquisition	-0,87	-0,80	-0,73
Frais d'administration	-162,58	-153,11	-144,23
Frais de gestion sur prestations	-223,17	-203,22	-185,73
Frais de gestion des placements	-28,00	-25,95	-24,00
Produits des placements			
Part taux	2 088,29	1 754,00	1 555,85
Part actions	481,16	423,60	372,20
Part immobilier	246,52	237,95	229,71
Part trésorerie	-6,76	-0,94	2,38
Solde de trésorerie	-4 180,22	-4 481,30	-4 126,35

Figure 71 – Extrait du solde de trésorerie sur 3 années de projection

Le solde, toujours négatif, devra être payé par le biais d'opérations de désinvestissement. C'est l'objet de l'étape suivante.

➤ Etape 5 : Réalignement du portefeuille de placements

Il s'agit de l'étape la plus délicate en termes d'implémentation : reproduire la stratégie d'allocations entre bornes réalisée dans le GPM ALS France, faisant suite aux désinvestissements pour payer la *box*.

Dans un premier temps, l'outil a été conçu pour aller au plus simple, en désinvestissant dans des proportions égales chaque type d'actif (en pourcentage de la valeur de marché totale).

Cette modélisation présente l'avantage d'obtenir des résultats très satisfaisants en équivalent certain, dans la mesure où les actifs ont tous le même rendement (rendement sans risque) et sont initialement positionnés dans leurs bornes d'allocation. Ils conservent donc toujours le même pourcentage d'allocation tout au long de la projection.

Toutefois, les résultats sur certaines simulations stochastiques révélaient des disproportions entre les différents types d'actifs en cours de projection, générant ainsi des résultats aberrants dans la seconde moitié de projection.

Prenons comme exemple le cas d'un scénario extrême (PVFP globale fortement négative) dont la répartition des actifs sous *Prophet* les trente premières années est la suivante :

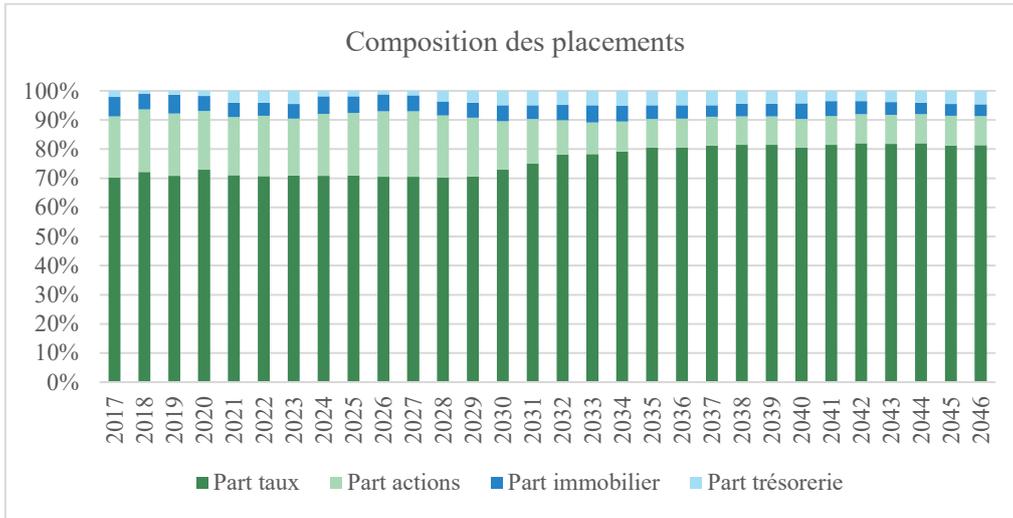


Figure 72 – Allocations des actifs sous *Prophet* au cours du temps pour une simulation « extrême »

Comparons la même simulation avec ce qui est modélisé sous *Excel* sans contrainte aux bornes :

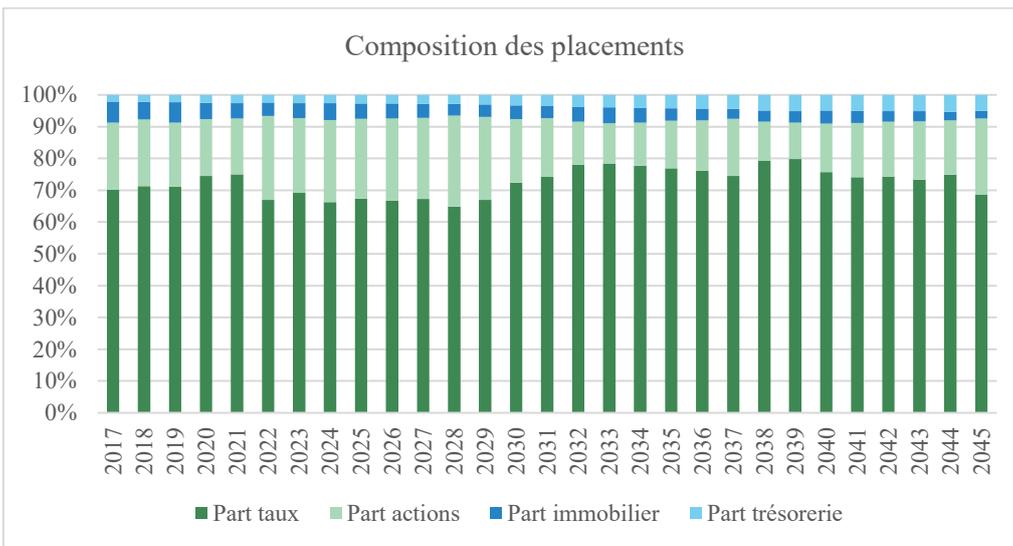


Figure 73 – Allocations des actifs sous *Excel* avant la stratégie *Drift* au cours du temps pour une simulation « extrême »

Nous remarquons une répartition globalement volatile, avec un fort effet de corrélation entre l'évolution des indices *equity* et la proportion du portefeuille du même type dans le fonds général :

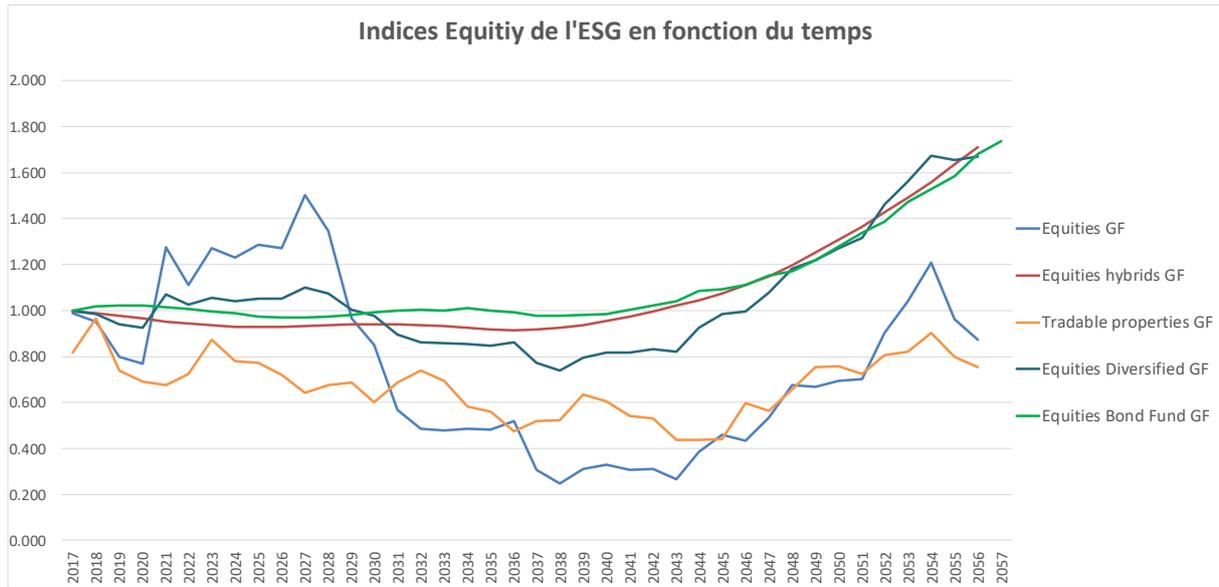


Figure 74 –Indice de l'ESG pour la simulation « extrême » au cours du temps pour une simulation « extrême »

Par ailleurs, la forte variation de la composition du fonds général d'une année à l'autre induit un non-respect des contraintes de la convention de gestion sur certaines années de projection. Pour exemple, l'année 2028 est sujet à une explosion de l'indice action *Equity GF*, provoquant une hausse de la proportion d'action à hauteur de 29 % du fonds général, la borne maximale étant en dessous des 25 %. En conséquence, les obligations passent en dessous de leur borne inférieure d'allocation cible (située aux alentours de 70 %).

La mise en place de bornes s'est donc imposée. Voyons désormais comment réagit le modèle Excel sur la simulation étudiée, en introduisant cette contrainte :

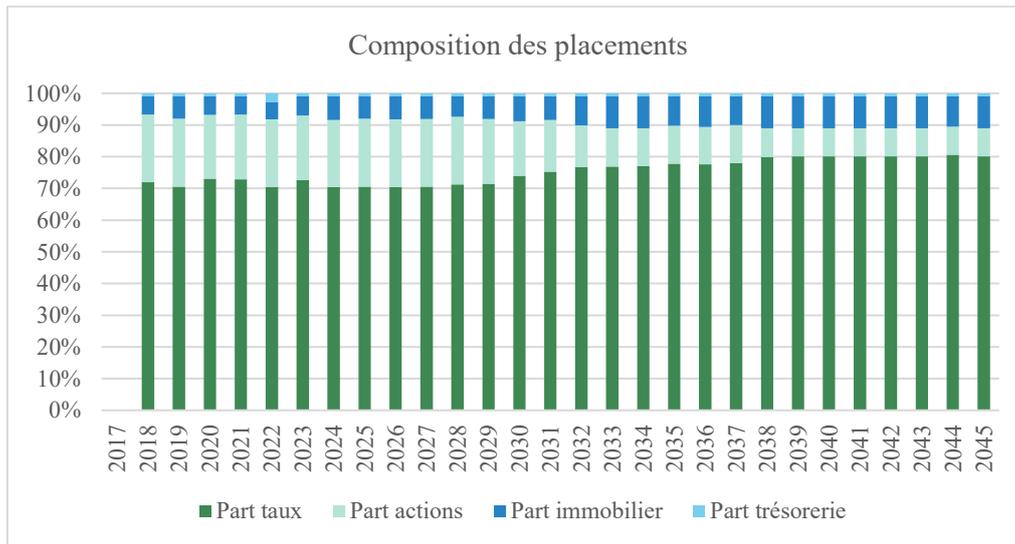


Figure 75 – Allocations des actifs sous Excel après la stratégie Drift au cours du temps pour une simulation « extrême »

On retrouve une évolution des bornes d'allocation très semblable à celles obtenues sous *Prophet*, avec en particulier un lissage des variations d'allocations, et une tendance en fin de projection à plaquer les *equities* vers leur borne inférieure en raison de la forte baisse de leur valeur de marché comparée aux obligations.

En ce qui concerne le taux de rendement des actifs, nous observons un décrochage complet de ce dernier pour la modélisation *Excel* sans contrainte d'allocation en milieu de projection, qui résultera de l'épuisement du fonds général avant la fin de projection (banqueroute), et une explosion des pertes futures (-5 713 M€) :

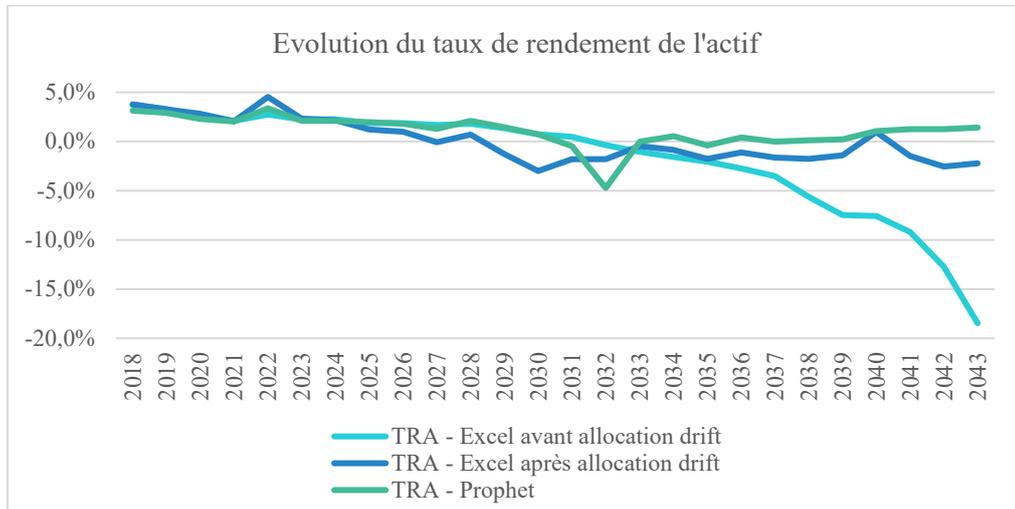


Figure 76 – TRA en fonction du temps pour une simulation « extrême »

La modélisation avec contrainte d'allocation présente un rendement bien plus satisfaisant tout au long de la projection avec une PVFP de -1 029 M€, bien qu'elle ait également pour limite un épuisement des actifs avant l'année 40. La principale raison est due à l'épuisement des revenus obligataires à partir de l'année 2046, qui sont projetés au prorata du driver de FAV ($\frac{FAV_t^{fixed\ rate\ bond}}{FAV_0^{fixed\ rate\ bond}}$) devenant nul à partir de cette année.

Côté *Prophet*, les revenus obligataires deviennent prépondérants en fin de projection, pour une PVFP globale de -97 M€.

Modélisation de la stratégie Drift

La stratégie se déroule en plusieurs étapes :

i. Désinvestissement pour le paiement de la box

Il s'agit de reproduire l'allocation de la *New Money* (toujours négative) réalisée dans *Prophet*, en payant le solde de trésorerie suivant des proportions définies par catégorie d'actif.

ii. Calibrage des taux de désinvestissement $Taux_{Désinv.}^{Actif}$

Pour des raisons de simplification d'implémentation, nous appliquerons la stratégie sur les catégories d'actifs les plus matérielles par type d'actif :

- Action : *Equities GF* (entre 10 et 15 % du fonds général en MV initiale) ;
- Obligation : *Fixed rate Bond* (plus de 65 % du fonds général en MV initiale) ;
- Immobilier : *Tradable Properties GF* (entre 5 et 10 % du fonds général en MV initiale).

Le cash sera également pris en compte en raison de son rôle principal dans la stratégie financière.

Les autres catégories conserveront une cible d'allocation $Taux_{Allocation}^{Actif}$ constante au cours du temps. Par conséquent, il faut désinvestir dans ces catégories avec le même pourcentage que leur allocation cible afin de ne pas les faire éloigner de leur trajectoire : $Taux_{Désinv.}^{Actif} = Taux_{Allocation}^{Actif}$

Le taux de désinvestissement de chacune de ces catégories a été établi en prenant le taux d'allocation moyen sur les 40 années de projection, en scénario équivalent certain.

Pour les principales catégories hors *cash*, les taux de désinvestissement sont repris des hypothèses du GPM ALS issues d'études ALM internes. Le *cash* jouant le rôle principal de tampon pour les désinvestissements, son taux sera déduit par différence : $Taux_{Désinv.}^{Cash} = 1 - \sum_{i \neq Cash} Taux_{Désinv.}^{Actif i}$

Remarque : La FAV de chaque catégorie sera diminuée au prorata de la quantité désinvestie au titre du solde de trésorerie.

Un exemple pas à pas est présenté ci-dessous, dont la composition du fonds général est la suivante :

Avant allocation de la New Money, en M€	MV 2018	FAV 2018
Part taux	67 834,79	61 538,97
Part actions	21 033,05	17 381,81
Part immobilier	6 599,06	5 305,90
Part trésorerie	2 133,59	2 133,59
Valeur de marché totale	97 600,49	86 360,26

Figure 77 – Extrait de l'évolution de la MV et de la FAV avant allocation de la New Money en année 1

Le montant suivant doit être désinvesti :

Solde de trésorerie (en M€)	-4 180,22
------------------------------------	------------------

On ventile le désinvestissement sur l'ensemble des actifs selon leur taux défini :

Après allocation de la New Money, en M€	MV 2018	FAV 2018
Part taux	67 581,04	61 301,76
Part actions	20 240,38	16 709,64
Part immobilier	6 383,03	5 133,96
Part trésorerie	-1 511,86	-1 511,86
Valeur de marché totale	92 692,59	81 633,50

Figure 78 – Extrait de l'évolution de la MV et de la FAV après allocation de la New Money en année 1

Les totaux de la MV et de la FAV ont bien diminué d'un montant égal au solde de trésorerie.

iii. Calcul de l'excédent aux bornes

Certaines catégories ayant absorbé en grande partie le défaut de trésorerie à régler chaque année (en particulier le *cash*), nous devons déduire le montant nécessaire à réinvestir ou désinvestir pour atteindre la borne la plus proche. Un montant positif (respectivement négatif) correspondra à un investissement (resp. désinvestissement) nécessaire pour atteindre la borne inférieure (resp. supérieure) :

Calcul de l'excédent aux bornes, en M€	2018
Part taux	
<i>fixed rate bonds</i>	0,00
<i>floating rate bonds</i>	285,92

<i>Inflation rate bonds</i>	96,81
Part actions	
<i>equities GF</i>	-288,26
<i>bond fund GF</i>	406,85
<i>diversified fund GF</i>	-515,38
Immobilier	0,00
Trésorerie	2 438,78
Excédent total	2 424,72

Figure 79 – Extrait de l'excédent aux bornes pour chaque catégorie d'actif en année 1

L'excédent aux bornes des catégories non principales (*floating rate bonds*, *bond fund GF*, ...) correspond au montant nécessaire pour atteindre l'allocation cible définie.

iv. Calcul des marges disponibles

Il s'agit de déduire jusqu'à quelle hauteur nous sommes en mesure d'investir ou désinvestir dans nos quatre principales catégories.

Catégorie d'actif	Priorité d'achat / vente	Marge libre inférieure, en M€	Marge libre supérieure, en M€
<i>Fixed rate bonds</i>	2	2 704,35	10 195,22
<i>Equities GF</i>	3	11 608,91	0,00
Immobilier	4	2 675,32	2 886,23
Trésorerie	1	0,00	3 707,70
Valeur de marché totale		16 988,58	16 789,15

Figure 80 – Extrait du calcul des marges libres inférieures et supérieures en année 1

Les transferts de *cash* seront réalisés selon les priorités définies ci-dessus.

Nous remarquons que le *cash* est prioritaire pour les opérations d'achats et ventes. Or, nous voyons que nous n'avons d'autre choix que d'investir dans cette catégorie pour le faire rentrer dans ses bornes, ce qui est impossible compte tenu de son déficit.

Ce sera donc au *fixed rate bonds* de désinvestir l'intégralité de l'excédent de **2 425 M€**, ce qui est réalisable compte tenu de sa marge libre inférieure suffisante (**2 704 M€**).

Transferts, en M€	2018
Transfert trésorerie	0,00
Valeur de marché de la trésorerie après transfert	926,93
Stock à désinvestir après trésorerie	2 424,72
transfert <i>fixed rate bonds</i>	2 424,72
Valeur de marché des <i>fixed rate bonds</i> après transfert	60 746,71
Stock à désinvestir après <i>fixed rate bonds</i>	0,00
transfert <i>equities GF</i>	0,00
Valeur de marché des <i>equities GF</i> après transfert	13 930,68
Stock à désinvestir après <i>equities GF</i>	0,00
transfert immobilier	0,00
Valeur de marché de l'immobilier après transfert	6 383,03
Stock à désinvestir après immobilier	0,00

Figure 81 – Extrait du calcul des transferts par catégorie en année 1

Le montant total sera alors réparti selon la composition donnée dans le tableau de calcul de l'excédent aux bornes.

Au global, nous retrouvons donc la même valeur de marché global du fonds général après l'étape de désinvestissement du solde de trésorerie, ce qui est cohérent dans la mesure où il s'agit d'un réaligement.

Valeur de marché après réallocation, en €	MV 2018	FAV 2018
Part taux	65 539,05	59 485,73
Part actions	19 843,58	16 438,74
Part immobilier	6 383,03	5 133,96
Part trésorerie	926,93	926,93
Valeur de marché totale	92 692,59	81 985,36

Figure 82 – Evolution de la MV des actifs par catégorie en année 1

De son côté, la FAV a été ajustée des plus ou moins-values réalisées au titre des opérations d'achats et ventes.

v. Calcul des plus ou moins-values réalisées

Elles sont la résultante des opérations de ventes lors du paiement du solde de trésorerie $PMVR_{apr.New Money}^{Actif}$ et des ventes réalisées lors de la phase de réaligement $PMVR_{apr.Realign.}^{Actif}$. Le calcul par catégorie est établi en tenant compte de la variation de quantité d'actifs vendus $\theta_{opération}^{Actif}$ lors de chaque opération :

$$\begin{aligned}
 PMVR_{apr.New Money}^{Actif} &= (MV_{avt.New Money}^{Actif} - FAV_{avt.New Money}^{Actif}) \times \left(\frac{\theta_{apr.New Money}^{Actif} - \theta_{avt.New Money}^{Actif}}{\theta_{avt.New Money}^{Actif}} \right) \\
 &\times 1_{\theta_{apr.New Money}^{Actif} - \theta_{avt.New Money}^{Actif} > 0} \\
 PMVR_{apr.Realign.}^{Actif} &= (MV_{apr.New Money.}^{Actif} - FAV_{apr.New Money.}^{Actif}) \times \left(\frac{\theta_{apr.Realign.}^{Actif} - \theta_{apr.New Money}^{Actif}}{\theta_{apr.Realign.}^{Actif}} \right) \\
 &\times 1_{\theta_{apr.Realign.}^{Actif} - \theta_{apr.New Money}^{Actif} > 0}
 \end{aligned}$$

Plus ou moins-values réalisées, en M€	2018
Part taux	248,76
Part actions	258,67
Part immobilier	41,91
Part trésorerie	0,00
Plus ou moins-value réalisée	549,33

Figure 83 – Synthèse des plus ou moins-values réalisées par type d'actif

Afin de contrôler le bon calcul de la FAV au global, l'égalité suivante a été vérifiée :

$$FAV_{apr.Realign.}^{Actif} = FAV_{avt.New Money}^{Actif} + Solde_{trésorerie} + PMVR_{apr.New Money}^{Actif} + PMVR_{apr.Realign.}^{Actif}$$

Les hypothèses associées à la stratégie d'allocation sont détaillées ci-dessous, en donnant des fourchettes de valeur pour des raisons de confidentialité :

Catégorie d'actif	Marge libre inf. (%)	Marge libre sup. (%)	New Money(%)	Taux allocation cible moyen
<i>trésorerie</i>	Entre 0 et 2 %	Entre 3 et 5 %	Déduit par différence	N.A.
<i>equities GF</i>	Entre 2 et 7 %	Entre 15 et 20 %	Entre 9 et 14 %	N.A.
<i>immobilier</i>	Entre 2 et 7 %	Entre 8 et 13 %	Entre 3 et 8 %	N.A.
<i>diversified fund GF</i>	N.A.	N.A.	Entre 0 et 2 %	Entre 0 et 2 %
<i>bond fund GF</i>	N.A.	N.A.	Entre 5 et 7 %	Entre 5 et 7 %
<i>fixed rate bonds</i>	Entre 65 et 70 %	Entre 75 et 80 %	Entre 0 et 5 %	N.A.
<i>Inflation rate bonds</i>	N.A.	N.A.	Entre 0 et 2 %	Entre 0 et 2 %
<i>floating rate bonds</i>	N.A.	N.A.	Entre 3 et 5 %	Entre 3 et 5 %

Figure 84 – Synthèse des hypothèses d'allocation et de désinvestissement d'actif

➤ Etape 6 : Calcul des provisions avant revalorisation

On calcule ici la PM de clôture avant revalorisation au titre de la PB distribuée en fin d'année :

$$PM_t^{avt\ revalo.} = \sum_{i=t+1}^{40} \frac{CF_i}{(1 + TxTech.)^i} \times (1 + Taux_{PM}^{Frais}) \times Taux_{t-1}^{Flexing}$$

Où :

- *TxTech.* est le taux d'intérêt technique ;
- $Taux_{PM}^{Frais}$ le taux de revalorisation des PM ;
- $Taux_{t-1}^{Flexing}$ le taux de revalorisation cumulé (coefficient de *flexing*) en $t - 1$.

➤ Etape 7 : Calcul du taux de rendement des actifs TRA_t

Le taux de rendement des actifs TRA_t est calculé de manière classique, sur la base des éléments suivants :

- Le produit des placements $p\varphi_t$;
- Les variations de provisions liées à l'actif (RC et PDD) ΔPRE_t ;
- Les frais de gestion de placements $frais_t^{Gest.Placements}$;
- Les impôts au titre de la dotation à la RC ;
- L'assiette moyenne corrigée AMC_t .

Ici, le choix de modélisation a été fait de ne pas calculer de RC ni de PDD. La PRE jouera le rôle de PDD en comptabilisant ses variations dans le calcul des produits financiers disponibles $p\varphi_t^{Disponibles}$. La justification de ce choix est détaillée dans la partie suivante [3.4. Principaux écarts avec le GPM ALS et choix de modélisation.](#)

Le calcul effectué est alors le suivant :

$$TRA_t = \frac{p\varphi_t^{Disponibles}}{AMC_t}$$

$$\text{Où } \begin{cases} p\varphi_t^{\text{Disponibles}} = p\varphi_t + \Delta PRE_t + \text{frais}_t^{\text{Gest.Placements}} \\ AMC_t = \frac{FAV_{t-1}^{\text{Actif}} + FAV_{t,\text{apr.Realign}}^{\text{Actif}}}{2} \end{cases}$$

Le graphique qui suit permet de visualiser l'impact de modélisation des actifs et des provisions sur le TRA entre les modèles *Excel* et *Prophet* :



Figure 85 – Comparaison des TRA au cours du temps en scénario Equivalent Certain

La baisse de rendement du modèle *Excel* vers le milieu de projection s'explique par la baisse du rendement obligataire par rapport à *Prophet*, comme l'illustre le graphique de comparaison des revenus des coupons des obligations à taux fixe.

Calcul du taux cible et du besoin pour l'atteindre

Pour rappel, le taux cible $Taux_t^{\text{Cible}}$ est calculé sur la base du taux moyen d'emprunt d'état (TME) à horizon dix ans des deux dernières années OAT_t^{10ans} , d'un coefficient d'abattement $Coeff_t^{\text{TxCible}}$ ainsi que d'un spread $Spread_t^{\text{TxCible}}$:

$$Taux_t^{\text{Cible}} = Coeff_t^{\text{TxCible}} \times \left(\frac{OAT_{t-1}^{10ans} + OAT_t^{10ans}}{2} \right) + Spread_t^{\text{TxCible}}$$

Les paramètres utilisés sont issus des hypothèses renseignées dans *Prophet* pour l'exercice prudentiel du 31 décembre 2017.

Le besoin initial pour atteindre le taux cible $Besoin_t^{\text{TxCible}}$ peut alors être déduit comme différence entre le stock de PB $Stock_t^{\text{PB net}}$ et le montant cible, tous deux nets des intérêts techniques sur PM $IT_t^{\text{Provisions}}$ et prestations $IT_t^{\text{Prestations}}$:

$$Besoin_t^{\text{TxCible}} = Stock_t^{\text{PB net}} - Montant_t^{\text{Cible}}$$

$$\text{Où } Montant_t^{\text{Cible}} = Taux_t^{\text{Cible}} \times (PM_{t-1} - Prestations_t^{\text{versées}}) - (IT_t^{\text{Provisions}} + IT_t^{\text{Prestations}})$$

Le calcul du stock de PB est détaillé ci-après.

➤ Etape 8 : Comptes de participation aux bénéfices

Dans cette étape, l'objectif est de calculer le montant total de revalorisation $Stock_t^{PB}$ à affecter.

On détermine pour cela le compte de PB, en calculant le solde technique $Solde_t^{Technique}$ ainsi que le solde financier $Solde_t^{Financier}$. $Solde_t^{Technique}$ est obtenu en sommant les soldes de souscription $Solde_t^{Souscription}$ et solde de gestion $Solde_t^{Gestion}$, $Solde_t^{Financier}$ représentant la part du résultat financier alloué aux assurés :

$$Solde_t^{Technique} = Solde_t^{Souscription} + Solde_t^{Gestion}$$

$$Solde_t^{Financier} = p\varphi_t^{Disponibles} \times \frac{PM_t^{avt\ revalo.}}{FAV_{apr.Realign.}^{Total}}$$

On en déduit alors le solde de PB $Solde_t^{PB\ régl.}$ réglementaire, le montant de PB contractuel $Solde_t^{PB\ contract.}$, puis le montant de revalorisation $Stock_t^{PB}$ à affecter :

$$Solde_t^{PB\ régl.} = \begin{cases} Solde_t^{Technique} + 85\%Solde_t^{Financier}, & Solde_t^{Technique} < 0 \\ 90\%Solde_t^{Technique} + 85\%Solde_t^{Financier}, & Solde_t^{Technique} \geq 0 \end{cases}$$

$$Solde_t^{PB\ contract.} = Taux_{PB}^{contractuel} \times Solde_t^{Financier} - Taux_{Chargement}^{Encours} \times PM_t^{avt\ revalo.}$$

$$Stock_t^{PB} = \max(Solde_t^{PB\ régl.}, Solde_t^{PB\ contract.})$$

A titre d'exemple, la mise en place du compte de PB en 1^{ère} année de projection :

Participation aux bénéfices réglementaire, en M€	2018
Cotisations	86,83
Charge des prestations	-6 884,81
Charge des provisions	6 635,66
Solde de souscription	-162,32
Frais d'acquisition	-0,87
Autres charges de gestion nettes	-162,58
Solde de gestion	-163,45
Solde technique	-325,76
Solde financier	3 314,20
Solde de participation aux bénéfices	2 491,31
Revalorisation à affecter	2 637,19

Figure 86 – Extrait du compte de PB en année 1

Remarque : $Stock_t^{PB\ net} = Stock_t^{PB} - (IT_t^{Provisions} + IT_t^{Prestations})$

Calcul de la PPE

Contrairement à ce qui a été mis en place sous *Prophet* dans notre modèle d'étude, le choix a été fait de prendre en compte le calcul de la PPE par génération, dans la mesure où une *management action* porte sur elle, et afin d'être plus proche d'un fonctionnement réel (sa mise en place étant simple comparé à ce qui devrait être fait sous *Prophet*). Cette modélisation a pour avantage de permettre une lecture des dotations et reprises plus aisée.

Par ailleurs, nous modélisons l'écoulement de la PPE initiale de manière distincte, en faisant l'hypothèse forte qu'elle soit écoulée de manière égale sous l'horizon de projection (1/40^{ème}). L'idée sous-jacente est de dire qu'on réalise chaque année une rotation sur les dotations et reprises du stock, en écoulant le plus ancien en priorité.

Activation de la reprise de la PPE

Elle ne sera appliquée que sur la PPE constituée en cours de projection. Dans le cas où la *management action* n'est pas activée, la PPE nouvellement dotée sera reprise à hauteur de 1/8^{ème} chaque année afin de lisser l'écoulement de la provision équitablement au cours du temps :

Provision pour participation aux excédents, en €	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
Plus-values réalisées et affectées aux assurés	552 359 858 €	338 608 047 €	198 876 440 €	141 977 094 €	0 €	0 €	40 206 486 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N	69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €	0 €	5 025 811 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+1		69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €	0 €	5 025 811 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+2			69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €	0 €	5 025 811 €	0 €	0 €
Distribution N+3				69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €	0 €	5 025 811 €	0 €
Distribution N+4					69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €	0 €	5 025 811 €
Distribution N+5						69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €	0 €
Distribution N+6							69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €
Distribution N+7								69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €
Distribution dans l'année	69 044 982 €	111 370 988 €	136 230 543 €	153 977 680 €	153 977 680 €	153 977 680 €	159 003 491 €	159 003 491 €	89 958 508 €	47 632 502 €	22 772 947 €
Provision N	483 314 876 €	296 282 041 €	174 016 885 €	124 229 957 €	0 €	0 €	35 180 675 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Provision N-1		414 269 894 €	253 956 035 €	149 157 330 €	106 482 820 €	0 €	0 €	30 154 864 €	0 €	0 €	0 €
Provision N-2			345 224 912 €	211 630 029 €	124 297 775 €	88 735 684 €	0 €	0 €	25 129 054 €	0 €	0 €
Provision N-3				276 179 929 €	169 304 023 €	99 438 220 €	70 988 547 €	0 €	0 €	20 103 243 €	0 €
Provision N-4					207 134 947 €	126 978 018 €	74 578 665 €	53 241 410 €	0 €	0 €	15 077 432 €
Provision N-5						138 089 965 €	84 652 012 €	49 719 110 €	35 494 273 €	0 €	0 €
Provision N-6							69 044 982 €	42 326 006 €	24 859 555 €	17 747 137 €	0 €
Provision N-7								0 €	0 €	0 €	0 €
Provision constituée	483 314 876 €	710 551 935 €	773 197 831 €	761 197 245 €	607 219 566 €	453 241 886 €	334 444 881 €	175 441 390 €	85 482 882 €	37 850 380 €	15 077 432 €

Figure 87 – Extrait du tableau de constitution de la PPE par année sans application de la management action

En cas d'activation, celle-ci n'est reprise qu'en cas de nécessité pour atteindre le taux cible, ou si la dotation à plus de 7 ans.

Comme l'illustre le tableau ci-dessous, les trois premières reprises de PPE ne se font que lorsque les 8 années sont atteintes, à savoir à partir de 2025. On note toutefois qu'en 2028, une reprise supplémentaire est réalisée en raison d'un manque pour atteindre notre taux cible :

Provision pour participation aux excédents, en €	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
Plus-values réalisées et affectées aux assurés	552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €	39 516 900 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+1		0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+2			0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+3				0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+4					0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+5						0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+6							0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Distribution N+7								552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €
Distribution dans l'année	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €
Provision N	552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €	39 516 900 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Provision N-1		552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €	39 516 900 €	0 €	0 €	0 €
Provision N-2			552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €	39 516 900 €	0 €	0 €
Provision N-3				552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €	39 516 900 €	0 €
Provision N-4					552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €	0 €
Provision N-5						552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €	0 €
Provision N-6							552 359 858 €	337 589 144 €	197 665 012 €	140 658 179 €	0 €
Provision N-7								0 €	0 €	0 €	0 €
Provision constituée	552 359 858 €	889 949 002 €	1 087 614 014 €	1 228 272 193 €	1 228 272 193 €	1 228 272 193 €	1 267 789 093 €	715 429 234 €	377 840 091 €	180 175 078 €	0 €

Figure 88 – Extrait du tableau de constitution de la PPE par année après application de la management action

Dans notre exemple, la *management action* a permis une reprise en année 2028 de 180 M€, contre 23 M€ sans utilisation du levier.

En comparant la modélisation de la PPE globale (écoulement de la PPE initiale plus celle constituée au cours de projection) avec celle réalisée sous *Prophet*, nous constatons un écart important à partir de la 15^{ème} année de projection :

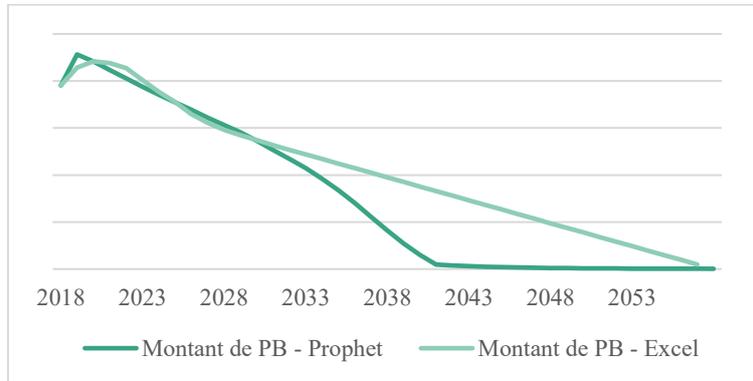


Figure 89 – Comparaison de l'évolution de la PPE en scénario Equivalent Certain entre Excel et Prophet

L'écart s'explique par une reprise beaucoup plus douce de la PPE initiale pour la modélisation *Excel*, ainsi que par une divergence dans la modélisation (par génération dans *Excel* et en % de la PM sous *Prophet*).

Ce choix de modélisation permet notamment de compenser la baisse de revenu obligatoire constatée en fin de projection par rapport au GPM.

Activation de la reprise de la marge assureur

On autorise ici une part des profits de l'assureur à être utilisée pour atteindre le taux cible si les précédents leviers n'ont pas été suffisants. La réduction de marge maximale possible est calculée comme la différence entre la marge minimale que souhaite conserver l'assureur et sa marge disponible :

$$Reduction_t^{Marge} = \max(Marge_t^{Minimale} - Marge_t^{Disponible}, 0)$$

$$\text{Où } \begin{cases} Marge_t^{Minimale} = Taux_{Min}^{Marge} \times AMC_t \\ Marge_t^{Disponible} = p\phi_t^{Disponibles} - Stock_t^{PB} \end{cases}$$

Taux cible versus taux servi

On présente ici les écarts entre les taux cibles et taux servis calculés sous *Excel* et dans le GPM.

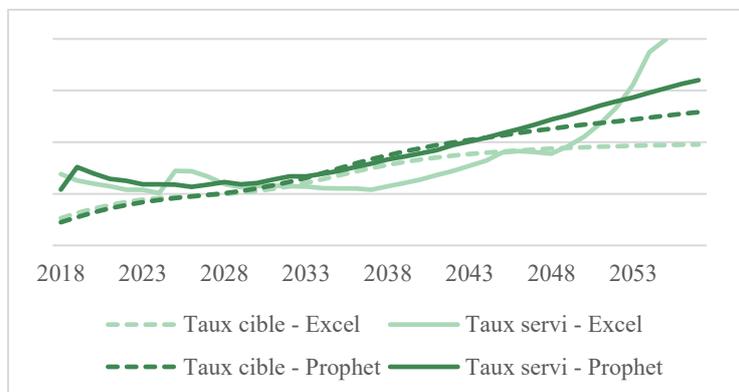


Figure 90 – Comparaison de l'évolution de la PPE en scénario Equivalent Certain entre Excel et Prophet

Nous constatons un biais dans la détermination du taux cible, provenant du *spread* de taux cible qui est renseigné à la maille poche stochastique dans le GPM alors que l'outil *Excel* utilise un *spread* moyen global.

En ce qui concerne le taux servi, celui obtenu sous Excel reste majoritairement inférieur à celui obtenu sous *Prophet*, en raison d'un TRA et de reprises de PPE moins importantes.

Remarque : Le taux servi se calcule comme le rapport entre le montant total servi aux assurés et la PM ajustée pour le calcul du taux servi :

$$Taux_t^{servi} = \frac{Revalo_t^{PM} + (IT_t^{Provisions} + IT_t^{Prestations})}{PM_{t-1} - Prestations_t^{versées}}$$

➤ Etape 9 : Rachats dynamiques

Faire un modèle ALM utilisant des *managements actions liées* au taux cible, qui plus est avec des calculs stochastiques, n'aurait aucun sens sans la prise en compte des rachats dynamiques.

On distinguera les rachats partiels des rachats totaux, dont les lois respectives sont données à la maille poche stochastique dans *Prophet*. Un travail a donc été réalisé dans l'onglet « *Dyn_Surr* » afin de reconstruire les deux lois à une maille globale.

Pour cela, les paramètres globaux suivants ont été calculés comme moyenne pondérée des paramètres de chaque poche par la PM à la même maille :

- Seuil de rachat minimum ;
- Seuil de rachat maximum ;
- Pente de la courbe de rachat en dessous du seuil de rachat minimum ;
- Pente de la courbe de rachat au-dessus du seuil de rachat maximum ;
- Plancher de taux de rachat ;
- Plafond de taux de rachat.

Les points de la courbe sont calculés par tranche de 0,1 %.

Les taux de rachats totaux $Taux_t^{Rachats\ tot.dyn.}$ et partiels $Taux_t^{Rachats\ part.dyn.}$ seront alors obtenus par lecture des lois selon la différence $Taux_t^{servi} - Taux_t^{cible}$ calculé. Une interpolation linéaire est réalisée lorsque l'écart n'est pas un multiple de 0,1 %.

Ajustements des FAV et MV

A l'issue du déclenchement de rachats dynamiques, une part du portefeuille a diminué, réduisant ainsi la quantité d'actif détenu $\theta_{avr.rachats\ dyn.}^{Actif}$ afin de payer les nouvelles prestations. La quantité totale post rachat $\theta_{apr.rachats\ dyn.}^{Actif}$ est modélisée de la manière suivante :

$$\theta_{apr.rachats\ dyn.}^{Actif} = \theta_{avr.rachats\ dyn.}^{Actif} \times \left(1 - \frac{PM_t^{avr\ revalo.} \times (Taux_t^{Rachats\ tot.dyn.} + Taux_t^{Rachats\ part.dyn.})}{FAV_{apr.Realign.}^{Total}} \right)$$

Un taux d'abattement sera alors appliqué à la FAV et à la VM d'ouverture de l'année suivante, dans des proportions égales pour l'ensemble des catégories d'actif.

➤ Etape 10 : Calcul des provisions après revalorisation

Une fois les différentes *management actions* appliquées et les taux de rachats dynamiques calculés, le taux de revalorisation des PM au titre de la PB peut être calculé à partir :

- De la PB de l'année nette d'intérêts techniques $Stock_t^{PB\ net}$;
- Des reprises et dotations sur PPE ΔPPE_t et PPE exceptionnelle ΔPPE_t^{init} (écoulement de la PPE initiale) ;
- De la réduction de marge assureur $Reduct_t^{Marge}$;
- Des charges sociales $Charges_t^{Sociales}$.

$$Taux_t^{Revalo.PM} = \frac{\max(Revalo_t^{PM}, 0)}{PM_t^{avt\ revalo.}}$$

Où $Revalo_t^{PM} = Stock_t^{PB\ net} + \Delta PPE_t + \Delta PPE_t^{init} + Reduct_t^{Marge} + Charges_t^{Sociales}$ représente le montant total à distribuer aux assurés au titre de la PB.

Nous pouvons alors en déduire le taux de revalorisation cumulée (ou taux de *flexing*) de l'année $Taux_t^{Flexing}$ et la PM flexée $PM_t^{apr\ revalo.}$:

$$Taux_t^{Flexing} = \prod_{i=1}^t (1 + Taux_i^{Revalo.PM} - Taux_i^{Rachats\ tot.dyn.} - Taux_i^{Rachats\ part.dyn.})$$

$$PM_t^{apr\ revalo.} = \sum_{i=t+1}^{40} \frac{CF_i}{(1 + TxTech.)^i} \times (1 + Taux_{PM}^{Frais}) \times Taux_t^{Flexing}$$

➤ Etape 11 : Construction du compte de résultat et du bilan de fin de période

A cette étape, nous pouvons désormais déduire le compte de résultat à fin d'année à partir des différents éléments précédemment calculés. Le compte de résultat simplifié qui va suivre ne comporte pas d'éléments non-modélisés dans le cadre de notre étude (Autres provisions techniques, commissions reçues des réassureurs, etc.) :

Compte de résultat, en M€	2018
Primes acquises (A)	86,83
Produit des placements (B)	
Revenus des placements	2 809,21
Produits provenant de la réalisation de placements	532,99
Charge des prestations (C)	
Prestations	-6 661,64
Frais de gestion sur prestations	-223,17
Charge des provisions (D)	
Provisions d'assurance vie	4 549,19
Frais d'acquisition et d'administration (E)	
Frais d'acquisition	-0,87
Frais d'administration	-162,58
Charges des placements (F)	

Frais de gestion interne et externe des placements	-28,00
Produits des placements transférés (G)	-58,59
Résultat technique (H) = (A)+(B)+(C)+(D)+(E)+(F)+(G)	843,37
Produits des placements alloués (I)	58,59
Autres charges non techniques : charges sociales (J)	-378,18
Impôt sur le résultat (K)	-147,87
Résultat de l'exercice (L)=(H)+(I)+(J)+(K)	375,92

Figure 91 – Extrait du compte de résultat réalisé sous Excel

De même, le bilan de clôture peut être déterminé :

Passif, en M€	2017	2018
Fonds propres et réserves		
Réserves	1 330	1 330
Report à nouveau	0	0
Résultat de l'exercice (net d'impôts et de charges sociales)	0	376
Provisions techniques brutes		
Provision mathématique	80 626	75 719
Provisions pour participation aux excédents	3 276	4 034
Charges sociales	0	378
Impôts sur le résultat	0	148
Total du passif	85 232	81 985

Actif, en M€	2017	2018
Placements	85 232	81 985
Total de l'actif	85 232	81 985

Figure 92 – Extrait du bilan de clôture réalisé sous Excel

Note : Le report à nouveau s'alimente des résultats cumulés en cours de projection. Il est donc nul en 1^{ère} année de projection.

➤ Etape 12 : Calcul des valeurs actualisées

Les projections étant réalisées, nous pouvons déduire le calcul du BEL, du BEG puis de notre PVFP qui nous serviront notamment lors du calcul du SCR.

Calcul du BEL

Flux pour BEL, en M€	2018	2019	2020
Primes (Premiums)	-86,83	-79,50	-72,70
Prestations revalorisées (Benefits)	6 661,64	6 066,29	5 544,30
Frais (Expenses)			
Frais d'acquisition	0,87	0,80	0,73
Frais d'administration	162,58	153,11	144,23
Frais de gestion des prestations	223,17	203,22	185,73

Frais de gestion des placements	28,00	25,95	24,00
Charges sociales (Expenses)	378,18	323,58	288,77
Eléments de fin de projection (Benefits)	0,87	0,80	0,73
Provision mathématique			
PPE			
Flux totaux	7 367,60	6 693,45	6 115,06
Flux actualisés	7391,10	6721,65	6123,87
Best Estimate Liabilities total	94 664,32		

Figure 93 – Calcul du Best Estimate of Liabilities sous Excel en scénario Equivalent Certain

Cas des éléments de fin de projection : Comme leur nom l'indique, ils correspondent aux différentes provisions résiduelles en dernière année de projection $PM_{40}^{apr\ revalo.}$ et $Stock_{40}^{PB\ net}$. Ces provisions sont notamment constituées des éléments suivants sous *Prophet* : la PPE, du fonds de revalorisation (rentes) et la RC.

L'évolution des prestations revalorisées entre les 2 modélisation est donnée ci-dessous :

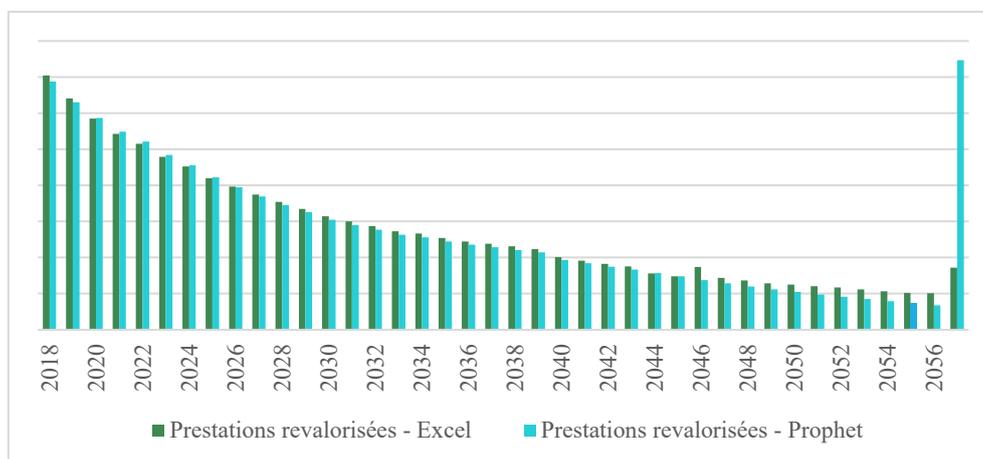


Figure 94 – Comparaison des prestations revalorisées entre Excel et Prophet

Calcul du BEG

Le calcul du BEG est similaire à celui du BEL, à la différence que nous ne tenons pas compte de la partie discrétionnaire. Nous projetons alors nos différents flux de primes, prestations et frais sans revalorisation au titre de la PB. Par ailleurs, les rachats dynamiques sont désactivés :

Flux pour BEG, en M€	2018	2019	2020
Primes (Premiums)	-86,83	-79,50	-72,70
Prestations revalorisées (Benefits)	6 661,64	5 920,44	5 292,54
Frais (Expenses)			
Frais d'acquisition	0,87	0,80	0,73
Frais d'administration	159,08	146,21	134,71
Frais de gestion des prestations	223,17	198,33	177,30
Frais de gestion des placements	22,09	20,25	18,61
Charges sociales (Expenses)	378,18	323,58	288,77
Eléments de fin de projection (Benefits)			

Provision mathématique

Flux totaux	7 358,19	6 530,11	5 839,96
Flux actualisés	7 381,66	6 557,62	5 848,38
Best Estimate Guaranteed total	77 394,27		

Figure 95 – Calcul du Best Estimate Guaranteed sous Excel en scénario Equivalent Certain

Calcul de la PVFP

Elle se déduit en réalisant la somme actualisée des profits futurs probables projetés précédemment :

Flux, en M€	2018	2019	2020
Résultat technique	843,37	739,21	663,25
Résultat financier sur fonds propres	58,59	68,31	75,72
Charges sociales	-378,18	-323,58	-288,77
Flux totaux	523,79	483,94	450,20
Flux actualisés	525,46	485,98	450,85
PVFP total			4 980,01

Figure 96 – Extrait du calcul de la PVFP réalisé sous Excel

En comparant l'évolution des profits tout au long de la projection entre les deux modélisations, nous notons une volatilité non négligeable sur *Excel*, induite par un effet plus marqué de la réduction de marge de l'assureur entre les années 2032 et 2047, une gestion différente de la PPE ainsi que par l'absence de provisions telles que la RC et la PDD.

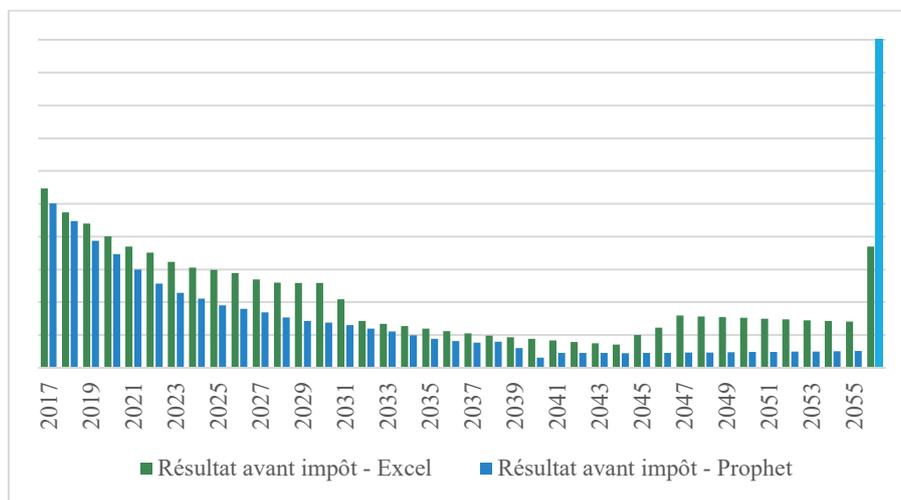


Figure 97 – Comparaison de l'évolution des profits entre Excel et Prophet

Les profits sous Excel sont globalement plus élevés, notamment en début de projection. L'écart est toutefois compensé en fin de projection, la part pour l'assureur des reprises des provisions de fin de projection étant beaucoup plus importante sous Prophet.

Comparaison des BEL et PVFP avec Prophet : Le tableau ci-dessous compare les résultats entre les modélisations sous Excel et Prophet :

Indicateurs (M€)	Prophet	Excel	Ecart	Ecart (%)
BEL	94 995,63	94 664,32	-331,32	0,35%
PVFP	5 000,00	4 980,01	-19,99	0,40%

Figure 98 – Comparaison du BEL et de la PVFP entre Prophet et Excel

Les résultats du BEL et de la PVFP sont très satisfaisants, mais à toutefois nuancer avec un écart de convergence plus important sous Excel et des effets de compensation multiples, notamment au niveau de la répartition des profits au cours du temps. Nous verrons lors des calculs stochastiques que les écarts de PVFP peuvent être importants sur certains scénarios extrêmes.

➤ Etape 13 : Ecart de convergence (EC)

Pour rappel, l'écart de convergence correspond à l'indicateur de fuite de notre modèle et est déduit par différence entre notre MV total initiale et la somme du BEL et de la PVFP. L'ensemble des flux regroupés par poste sont présentés ci-dessous et permettent de déduire l'EC :

Valeur actuelle des flux, en M€	
Primes	-723,36
Prestations	86 122,23
Frais	9 357,84
Résultat technique	7 065,35
Charges sociales	-4 068,34
Résultat financier	3 897,26
Provisions résiduelles en fin de projection	147,86
Variation des fonds propres	-2 154,55
Valeur actuelle probable des flux	99 644,30
VM en t=0	100 000,00

Figure 99 – Valeur actuelle de l'ensemble des flux du modèle Excel

EC	Montant (M€)	% de la MV initiale
Excel	355,70	0,36 %

Figure 100 – Tableau de l'écart de convergence sous Excel

Nous déduisons un écart de convergence pour le fonds général en scénario Equivalent Certain de 0,36 %, ce qui peut être considéré comme acceptable au regard du modèle simplifié et par rapport aux seuils constatés sur le marché.

3.3.4 Contrôles mis en place

Deux types de contrôle ont été définis : ceux liés à la saisie de la donnée et ceux liés aux résultats générés.

➤ Contrôle des inputs

En onglet « *Etapas* », 6 étapes ont été définies en renvoyant à un onglet spécifique :

- 1) Mise à jour de la courbe des taux au 31/12/2017 : il s’agit de vérifier que la courbe des taux utilisée pour la projection en onglet « *Courbe des taux* » est conforme aux hypothèses choisies (exemple : courbe avec volatilité d’ajustement en scénario non choqué) ;
- 2) Mise à jour du bilan initial au 31/12/2017 : on doit s’assurer dans l’onglet « *Bilan initial* » des contrôles liés aux bilans N-1 et N ;
- 3) Mise à jour du compte de résultat initial au 31/12/2017 : l’onglet « *CR initial* » permet de contrôler l’ensemble des éléments constitutifs du compte de résultat au regard des résultats N-1 et N ;
- 4) Mise à jour des flux futurs de la PM au 31/12/2017 : ce contrôle renvoie vers l’onglet « *Flux bruts* » qui ajuste les *cash-flows* futurs entrants et sortants de la PM afin que leur somme actualisée soit égale à la PM au 31/12/2017 ;
- 5) Mise à jour du portefeuille de placements au 31/12/2017 : Un renvoi vers l’onglet « *Placements* » est réalisé, afin de s’assurer que les différentes catégories d’actifs en valeur de marché et nette comptable sont correctement renseignées et correspondent aux valeurs réelles en début de projection ;
- 6) Mise à jour des hypothèses générales de projection : ce contrôle renvoie vers l’onglet « *Paramètres* » afin de vérifier que l’ensemble des hypothèses saisies sont conformes à celles renseignées sous *Prophet*.

Les contrôles de cet onglet ne sont pas automatisés dans la mesure où l’objectif est que l’utilisateur vérifie chaque onglet, en s’assurant que l’ensemble des données saisies soient cohérentes. Il convient donc à l’utilisateur de passer le statut de chaque étape à « *OK* » avant de procéder aux calculs.

➤ Contrôle des outputs

L’onglet « *Contrôles* » permet de garantir la bonne implémentation d’une ou plusieurs modifications de l’outil sur la base de plusieurs critères. Il se compose de 14 contrôles regroupés en 6 thématiques :

- 1) Equilibre du bilan initial : Vérification dans l’onglet « *Bilan initial* » des contrôles liés aux bilans N-1 et N, ainsi que des bilans modifiés (pour « anonymiser » les données) ;
- 2) Cohérence du compte de résultat modifié avec le compte de résultat initial (onglet « *CR initial* ») ;
- 3) Ecart entre la PM comptable et la PM recalculée (avant retraitement) dans l’onglet « *Flux bruts* ».

Un seuil de tolérance de 2 % a été fixé :

PM recalculée	81 383,99 M€
PM PC17 French	80 626,10 M€
Coefficient d'ajustement	0,99
Ecart	-0,9%

Figure 101 – Recalcul de la PM d’ouverture *Prophet*

- 4) Traitement des flux modifiés : un contrôle est réalisé pour s’assurer que la PM ajustée soit égale à la PM comptable ;

PM théorique	80 626,10 M€
Contrôle de valeur	VRAI

Figure 102 – Retraitement des flux de PM Excel pour caler avec la PM Prophet

- 5) Cohérence des placements avec le bilan renseigné : mise en place d’une vérification entre le total de la FAV renseigné en onglet « Placement » et celui renseigné dans l’onglet « Bilan initial » ;
- 6) Contrôles du modèle de projection : ils sont réalisés aux principales étapes de calcul décrites précédemment afin de s’assurer qu’il n’y ait pas de fuite générée dans le modèle et de garantir une précision lors des projections en agitant une accumulation d’erreurs :
- Contrôle de l’équilibre du bilan d’ouverture pour chaque année ;
 - Contrôle des placements en FAV par rapport au bilan ;
 - Contrôle du total de la MV initiale par rapport aux données renseignées dans l’onglet « Placement » ;
 - Contrôle de la MV et la FAV après réaligement (stratégie *drift*) à chaque année ;
 - Contrôle de la distribution de la participation aux bénéfices de l’année ;
 - Contrôle de l’équilibre du bilan de clôture pour chaque année ;
 - Contrôle des rendements totaux qui va permettre de vérifier que le taux de rendement de chaque actif Rdt_t^{Actif} est égal à celui du rendement sans risque en scénario Equivalent Certain :

Taux de rendement total - Part taux	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part taux fixe	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part taux variable	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part taux IL	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part actions	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part equities	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part bond fund GF	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part diversified fund GF	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part immobilier	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux de rendement total - Part trésorerie	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Taux sans risque de référence	-0,32%	-0,10%	0,28%	0,58%	0,81%	1,08%
Contrôle du rendement - Part taux	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part taux fixe	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part taux variable	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part taux IL	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part actions	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part equities	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part bond fund GF	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part diversified fund GF	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part immobilier	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
Contrôle du rendement - Part trésorerie	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI

Figure 123 – Extrait du contrôle des rendements des catégories d’actif en scénario Equivalent Certain

Le calcul est réalisé pour chaque classe d’actif sur la base des MV ainsi que des revenus récurrents générés $Rinc_t^{Actif}$ en cours d’année :

$$Rdt_t^{Actif} = \frac{Rinc_t^{Actif} + MV_t^{Actif}}{MV_{t-1}^{Actif}} - 1$$

- Compte de résultat par marge : on recalcule le résultat par année de projection, en ayant une approche par marge. L’objectif de vérifier si nous retombons bien sur le résultat calculé précédemment. L’exemple ci-dessous se base sur des données fictives :

Marges de l'assureur	2018	2019	2020
Primes émises	40	38	35
Frais d'acquisition	-1	-1	-1

Marge d'acquisition	39	37	34
Chargements sur prestations	70	63	56
Frais sur prestations	-100	-95	-90
Marge de gestion	-30	-32	-34
Chargements sur encours	150	145	140
Frais sur encours	-75	-70	-65
Marge sur encours	75	75	75
Marge financière sur provisions techniques	100	90	75
Marge financière sur fonds propres	20	25	25
Résultat de l'assureur avant impôts – vision par marge	204	195	175
Résultat de l'assureur avant impôts	204	195	175
écart	0	0	0
contrôle du résultat	VRAI	VRAI	VRAI

Figure 103 – Exemple de calculs des profits par marge

- Test de récurrence des provisions mathématiques : A l’instar du résultat, la PM de fin d’année est recalculée sur la base de la PM d’ouverture et des différentes entrées et sorties de l’année :

$$PM_t = PM_{t-1} - Prestations_t^{versées} - Frais_t^{Prestations} + IT_t^{Provisions} + IT_t^{Prestations} + Revalo_t^{PM}$$

Test de récurrence des PM, en M€	2018	2019	2020
Provision d'ouverture	80 626,10	75 719,07	71 152,74
Prestations payées	-6 661,64	-6 066,29	-5 544,30
Frais sur prestations	-146,56	-133,46	-121,97
Intérêts techniques sur prestations	6,80	6,19	5,66
Intérêts techniques	73,82	69,53	65,49
Revalorisation (nette de charges sociales)	1 820,54	1 557,71	1 390,12
Provision de clôture	75 719,07	71 152,74	66 947,74
Provision de clôture - modèle	75 719,07	71 152,74	66 947,74
écart	0	0	0
Contrôle des provisions mathématiques	VRAI	VRAI	VRAI

Figure 104 – Extrait de la récurrence des PM

Remarque : Les prestations comprennent celles au titre des rachats dynamiques.

3.4 Principaux écarts avec le GPM ALS et choix de modélisation

Cette partie a pour objectif de résumer les écarts entre les deux modélisations, en rappelant ou en exposant les principaux points de divergences, et en expliquant les raisons.

3.4.1 Granularité

Actif – cas des obligations : L'ensemble de nos obligations sont regroupées et projetées sur 3 lignes, contre plusieurs centaines dans le modèle d'origine. Les calculs de la MV et des revenus ont donc été revus de manière simplifiée, mais cohérente.

Passif : Les *inputs* du GPM sont à l'origine constitués afin de regrouper les contrats de mêmes caractéristiques. On parle de poche stochastique. L'outil *Excel* regroupe l'ensemble des poches sur une unique ligne.

En conséquence, de nombreuses hypothèses ont été agrégées au prorata de la PM.

3.4.2 Pas de temps

Comme pour le GPM, le pas de temps appliqué dans le modèle *Excel* est annuel. Toutefois, une partie des flux surviennent en milieu d'année. C'est notamment le cas des prestations au titre des décès, des arrivées en maturité et des rachats dynamiques. Un biais est alors généré lors des opérations d'actualisation.

3.4.3 Provisions

Le choix a été fait de ne pas implémenter de PDD ni de RC. En revanche, la PRE a été implémentée dans le modèle :

- **PDD :** Rappelons que la PDD doit être constituée ligne à ligne pour les actifs éligibles. Son ajout ne présente donc qu'un intérêt limité en plus de la PRE, au regard de la granularité du modèle simplifié (pas de ligne à ligne). Le GPM diffère dans la mesure où pour une catégorie donnée, deux lignes sont renseignées en *input* : Une avec et sans PDD initiale ;
- **RC :** L'impact des variations de réserve de capitalisation dans le TRA est marginal au cours de la projection en Equivalent Certain comme en scénario stochastique moyen (moins de 0,1 % en composante du TRA, à l'exception de la 1^{ère} année de projection où elle contribue à hauteur d'environ 0,3 %) ;
- **PRE :** La PRE est bien calculée dans le modèle en l'appliquant aux mêmes actifs que dans le GPM. Des parts d'éligibilité moyenne par type d'actif au titre de cette provision sont calculées en proportion de la FAV et de la MV. En effet, certaines obligations sont éligibles à la provision. C'est notamment le cas de la majorité de nos obligations à taux variable.

Enfin, le modèle d'origine étudié prévoit un lissage au titre de la PRE, qui peut être différent entre le P&L²⁴ et le calcul des produits financiers disponibles. Pour des raisons de simplicité et principalement afin d'éviter des pertes de flux générés par un lissage différent, un lissage global sur 3 ans a été retenu.

²⁴ *Profit and Loss* : Compte de résultat

3.5 Calculs stochastiques

Une fois les résultats en scénario équivalent certain validés, l’outil Excel a été enrichi des éléments suivants :

- Table d’ESG renseignée pour les 1 000 simulations ;
- Adaptation des formules des onglets « *Projections* » et « *Courbe des taux* » afin de se baser sur les indices de la simulation considérée ;
- Macro VBA permettant de rafraîchir la maquette puis d’enregistrer les résultats dans une table pour chacune des simulations.

3.5.1 Résultats obtenus et comparaison avec le GPM

Le tableau ci-dessous compare les résultats moyens sur l’ensemble des simulations entre les modélisations sous Excel et Prophet :

Indicateurs	Prophet	Excel	Ecarts (€)	Ecarts (%)
BEL	97 418,36	95 393,21	-2 025,15	-2,08%
PVFP	2 500,00	2 421,03	-78,97	-3,16%

Figure 105 – Comparaison du BEL et de la PVFP entre Prophet® et Excel

Les résultats du BEL et de la PVFP entre les deux modélisations sont proches. Nous notons toutefois une augmentation de l’écart de convergence, passant de 0,36 % en scénario Equivalent Certain à 2,19 % en moyenne sur les 1 000 scénarios stochastiques.

EC	Montant	% de la MV initiale
Excel	2 185,77	2,19%

Figure 106 – Ecart de convergence entre Prophet et Excel en moyenne stochastique

L’augmentation de l’écart de convergence provient de certains scénarios économiques pour lesquels les différences entre PVFP et BEL sont importantes. A titre d’illustration, voici la répartition de la PVFP puis du BEL pour les 50 premières simulations :

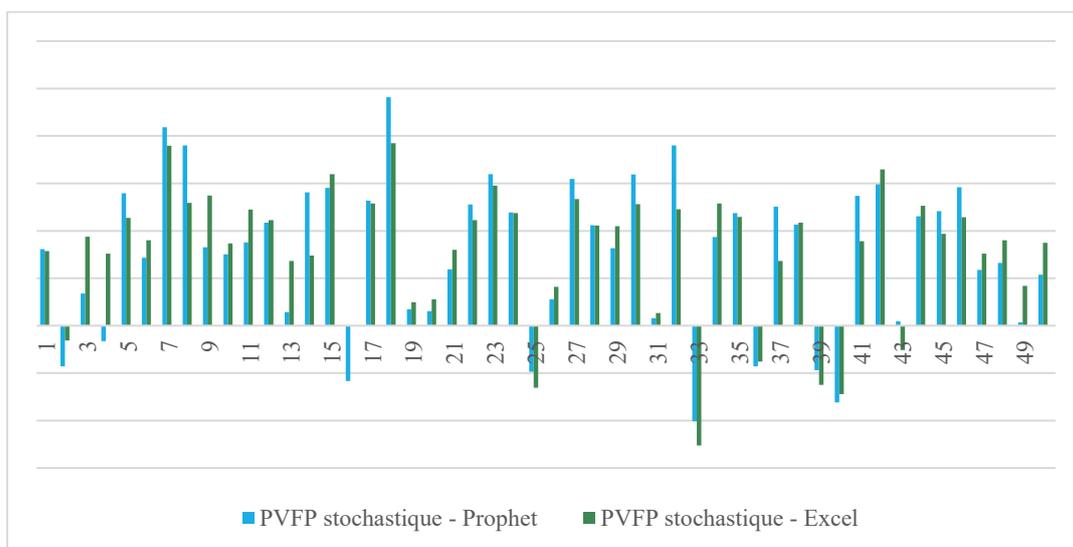


Figure 107 – Comparaison des PVFP par scénario stochastique entre Prophet et Excel

Les écarts les plus importants de PVFP sont généralement constatés dans les scénarios extrêmes à très forte volatilité (cas de la simulation 16) ou à très forte croissance des indices de l'ESG (cas des simulations 18 et 32), faisant accroître les écarts de modélisation des actifs entre *Prophet* et *Excel*. La répartition des PVFP est toutefois jugée très satisfaisante au regard des multiples scénarios à gérer (rachats dynamiques, gestion des managements actions, écart de modélisation).

La répartition des BEL révèle cependant une sous-estimation générale de ce dernier, comme l'indique le graphique suivant :

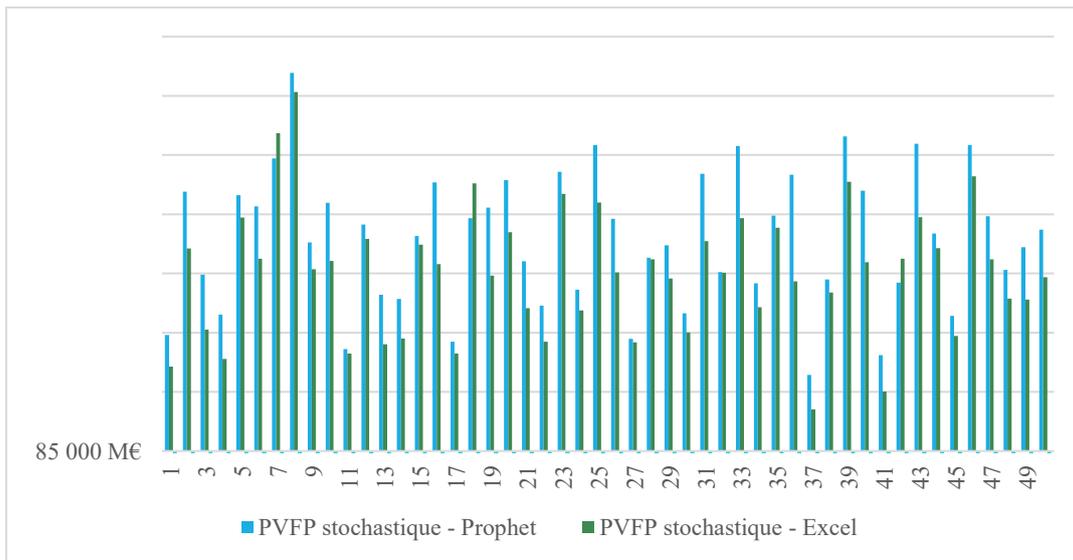


Figure 108 – Comparaison des BEL par scénario stochastique entre *Prophet* et *Excel*

L'analyse concorde avec le constat que le BEL moyen stochastique (95 393 M€) devrait être supérieur d'environ 2 500 M€ par rapport à celui calculé en scénario déterministe (94 664 M €), en raison du coût des options et des garanties (égal à la différence entre la PVFP déterministe et la PVFP stochastique), ce qui n'est pas le cas ici. Par conséquent et principalement pour des raisons prudentes, nous affecterons intégralement l'écart de convergence dans le BEL moyen pour les calculs de SCR qui vont suivre.

3.6 Calculs des SCR par sous-module de risque

Nous nous intéresserons ici aux choix de modélisations appliqués pour déduire le SCR de notre entité d'étude.

L'outil a cette fois-ci été enrichi des tables d'ESG relatives aux chocs de taux à la hausse et à la baisse. Les formules de l'onglet « *Courbe de taux* » ont été adaptées afin de prendre en compte les indices relatifs aux chocs de taux à la baisse et à la hausse. Des *flags* ont été introduits afin de déclencher l'application des chocs. Ces derniers seront alternativement activés puis désactivés via une macro de calcul de SCR.

3.6.1 Simplifications retenues

L'objectif *in fine* étant notamment d'observer l'évolution de notre ratio de Solvabilité après application de l'algorithme génétique, certains choix de modélisation ont dû être réalisés pour éviter une complexification non pertinente de l'outil, ceci afin d'éviter des temps de calculs trop importants.

Ainsi, l'ensemble des SCR de marché seront évalués, à l'exception du risque de concentration en raison de sa contribution au total des SCR marché (inférieur à 0,1 % avant effet de diversification).

En ce qui concerne les risques de souscription vie, seul le risque de frais est modélisé dans la mesure où il s'agit du risque le plus significatif (80 % avant effet de diversification).

Les risques opérationnels ainsi que les ajustements seront également implémentés.

➤ SCR par sous-module de risque

L'ensemble des risques non modélisés seront fixés sur la base des SCR de l'entité calculés pendant l'exercice prudentiel à fin 2017. Ces SCR seront toutefois affichés de manière approximative par souci de confidentialité.

Risques de taux – hausse et baisse : On déduit les actifs et passifs choqués en réalisant les projections sur la base des indices économiques des tables d'ESG choquées.

Risque action : Il est obtenu par application d'un choc de 39 % à la baisse de la MV initiale de notre portefeuille d'action (*equities GF*, *bond fund GF* et *diversified fund GF*). Compte tenu du fait que nous ne disposons pas du détail des actions éligibles aux chocs action de type 1 et de type 2, nous faisons l'hypothèse forte que l'ensemble des actions détenues ne sont éligibles qu'au choc de type 1. Cette simplification permet également d'économiser le lancement d'un choc.

Remarque : Les risques actions de type infrastructures qualifiées et actions basées sur la durée sont nuls pour notre entité pour cet exercice.

Par ailleurs, aucun ajustement symétrique (*dampener*) n'est appliqué au choc.

Risque immobilier : Il s'agit d'appliquer un choc de 25 % à la baisse de la MV initiale de notre portefeuille immobilier (*tradable properties GF*).

Risque de spread : Il est la résultante de 3 risques. Or, le portefeuille de notre entité n'étant éligible qu'au risque de *spread-bonds*, nous ne modéliserons que ce dernier. Ce risque est calculé sur la base d'un coefficient de choc $F(\text{credit quality step}_i, \text{duration}_i)$ appliqué aux obligations i de type *corporate*, dépendant de l'échelon de crédit *credit quality step_i* et de la sensibilité *duration_i* de celles-ci.

Sur la base des notations des obligations (AAA prend la valeur 0, AA 1, et ainsi de suite), nous déduisons un *rating* moyen $Rating_{Avg}$ compris entre 0 et 1.

En ce qui concerne la sensibilité globale Dur_{Bonds} , celle-ci est obtenue à partir de l'onglet « *Duration* » de l'outil et est comprise entre 5 et 10.

Par interpolation linéaire de $F(Rating_{Avg}, Dur_{Bonds})$ pour la variable $Rating_{Avg}$, nous obtenons un coefficient de 6,3 % :

$$F(Rating_{Avg}, Dur_{Bonds}) = 4,5\% + 1\% \times Rating_{Avg} + (0,5\% + 0,1\% \times Rating_{Avg}) \times (Dur_{Bonds} - 5)$$

Risque de change : Il est calculé par application d'un choc à la baisse de 25 % de la MV initiale des actifs concernés. Nous supposons que seules les actions seront concernées. La part en devise étrangère des actions détenues a pu être estimée en réalisant le ratio en MV des actions éligibles au risque de change sur le total des actions. Un ratio entre 20 et 25 % est obtenu.

Risque de frais : Un coefficient de choc de 110 % est appliqué à l'ensemble des frais tout au long de la projection, ainsi qu'un coefficient d'inflation de 101 %.

➤ SCR Opérationnel et ajustements

Risque Opérationnel : Il est déduit de manière similaire aux spécifications de la directive S2, à l'exception du risque opérationnel relatif aux primes, où nous supposons que les primes acquises de l'année N et N-1 sont égales. Ces dernières sont récupérées de l'onglet « *CR initial* ».

Ajustements par les impôts différés Adj_{DT} : Ils seront calculés de manière similaire à ce qui est réalisé dans l'outil interne de BNPPC, « *WIND* » :

$$Adj_{DT} = - \min(Adj_0; Taux_{impôts} \times PVFP)$$

Où Adj_0 représente le montant total d'impôts différés de l'entité renseigné en *input* de « *WIND* », et calculé par un outil en interne. Le montant sera affiché de manière approchée pour des raisons de confidentialité.

Ajustements par les provisions techniques Adj_{TP} : Ils sont obtenus de manière similaire aux calculs exigés par la réglementation :

$$Adj_{TP} = - \min(BSCR - nBSCR; FDB)$$

3.6.2 Résultats

Les différents risques calculés sont présentés ci-dessous et comparés avec la décomposition issue de « *WIND* ». Un focus est réalisé sur les risques de marché compte tenu de leur matérialité, puis sur le SCR global.

➤ SCR de marché

Un SCR de marché total brut d'absorption par la PB de **10 400 M€** est obtenu (**3 182 M€** en vision nette).

L'ensemble des calculs est donné ci-après (en M€) :

Risque	SCR brut	SCR net
Risque de taux	1 617,58	1 617,58
Risque sur actions	6 940,70	1 291,76
Risque sur immobilier	1 293,26	304,70
Risque lié au <i>spread</i>	1 836,29	570,77
Risque de change	999,74	202,89
Risque de concentration	0	0
Risque de marché	10 400,19	3 182,42

Figure 109 – Tableau des SCR de marché nets et bruts d'absorption par la PB issus d'Excel

Les risques prépondérants sont respectivement les risques actions puis *spread*, ce qui est cohérent au regard de la composition du fonds général – composé en grande partie d’actions et d’obligations *corporate* – et de la valeur des chocs appliqués.

La comparaison avec « *WIND* » est donnée ci-après :

– **Décomposition du SCR de marché brut via Excel :**

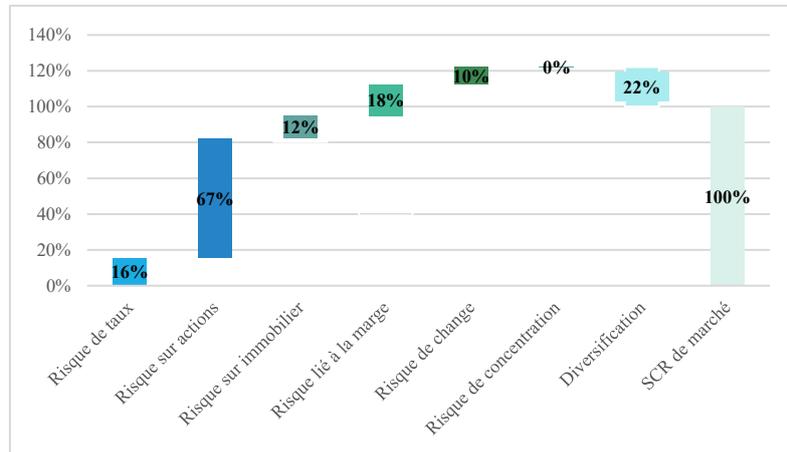


Figure 110 – Décomposition du SCR de marché issue du modèle Excel

– **Décomposition du SCR de marché via WIND**

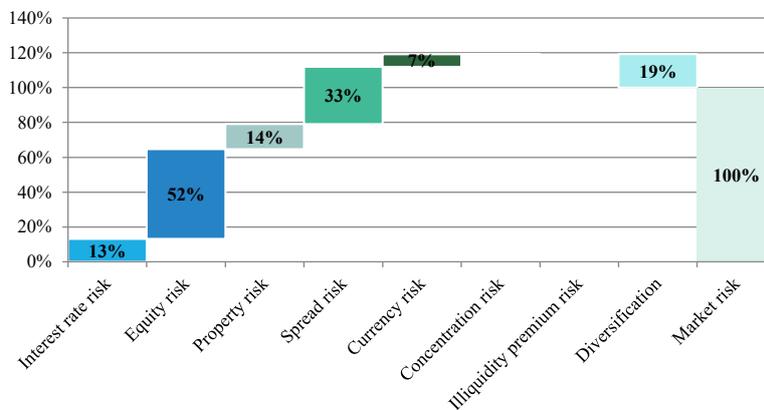


Figure 111 – Décomposition du SCR de marché issue de l’outil WIND

Le profil des risques de marché est similaire entre les deux modélisations. Un biais est toutefois constaté, principalement sur les risques de *spread* et risque *equity*, en raison d’une modélisation simplifiée.

Par ailleurs, les résultats ne peuvent être directement comparés dans la mesure où l’analyse sous *Excel* ne porte que sur le fonds euro et sur les résultats projetés à l’origine dans le GPM, qui ne représentent pas l’intégralité des résultats en entrée de « *WIND* ».

➤ SCR global

Un SCR global de **3 153 M€** est obtenu avec l’outil *Excel*.

Les principaux risques en vision nette et brute sont donnés dans le tableau suivant (BSCR) :

Risque	BSCR brut	BSCR net
Marché	10 400,19	3 182,42
Contrepartie	100,00	100,00
Vie	827,11	840,77
Santé	250,00	250,00
Non vie	0,00	0,00
TOTAL	10 733,08	3 600,22

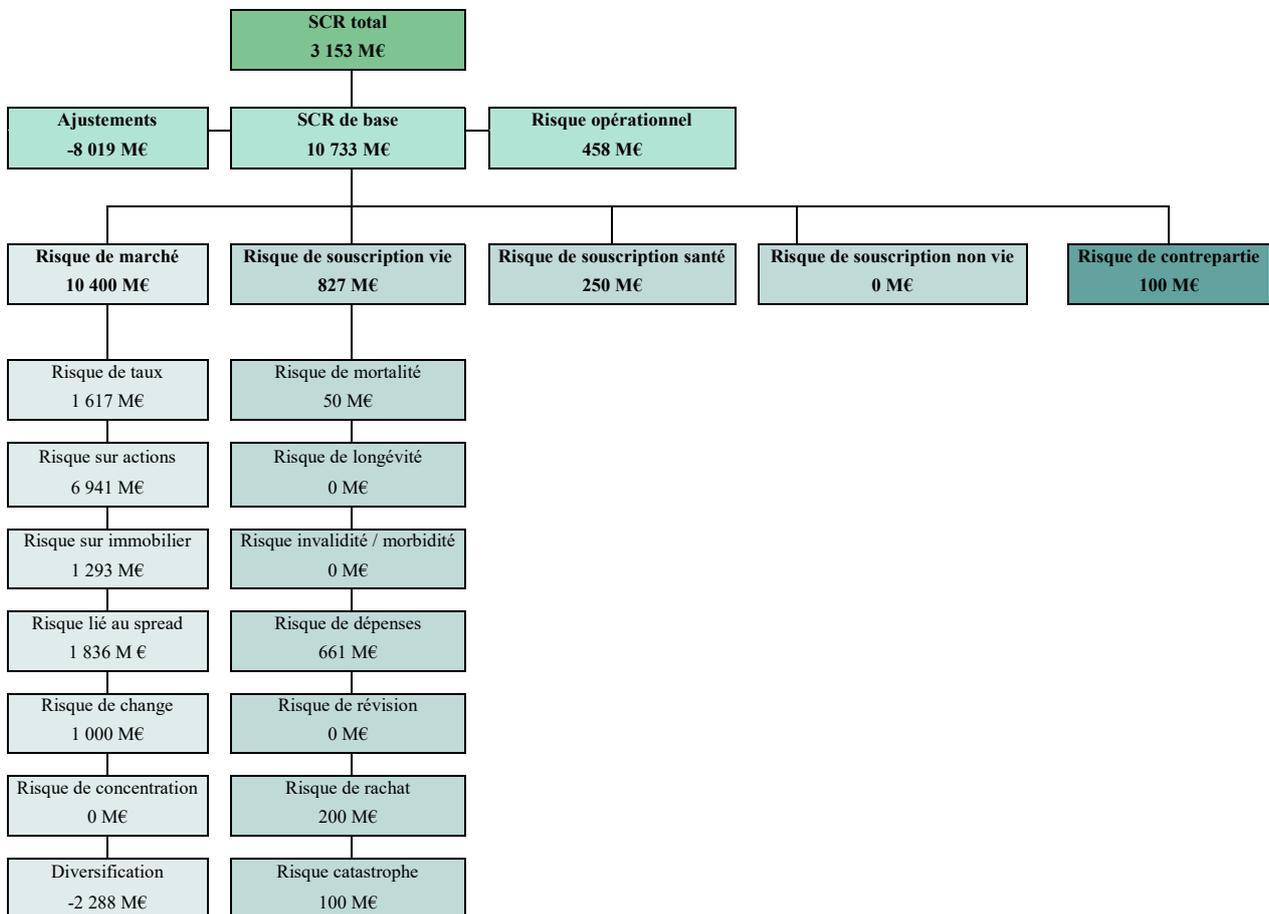
Figure 112 – Tableau des BSCR nets et bruts d’absorption par la PB issus d’Excel

Il en ressort une prépondérance pour le risque de marché (10 400 M€).

Le SCR de souscription vie (brut) arrive en deuxième position à hauteur de 827 M€, en raison de la contribution du risque de frais d’une valeur de 661 M€.

Les ajustements d’une valeur de 8 019 M€ se composent de 7 119 M€ au titre des provisions techniques et de 900 M€ au titre des impôts différés.

Une vision globale des résultats sous forme de pieuvre est donnée ci-dessous :



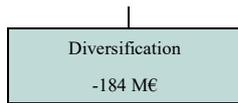


Figure 113 – Synthèse des SCR de l’outil Excel sous forme de pieuvre

La décomposition qui suit permet de visualiser l’apport de chaque effet, et notamment de comparer le profil de risque global de notre entité par rapport à la modélisation officielle effectuée dans « WIND » :

– **Décomposition du SCR de marché via Excel :**

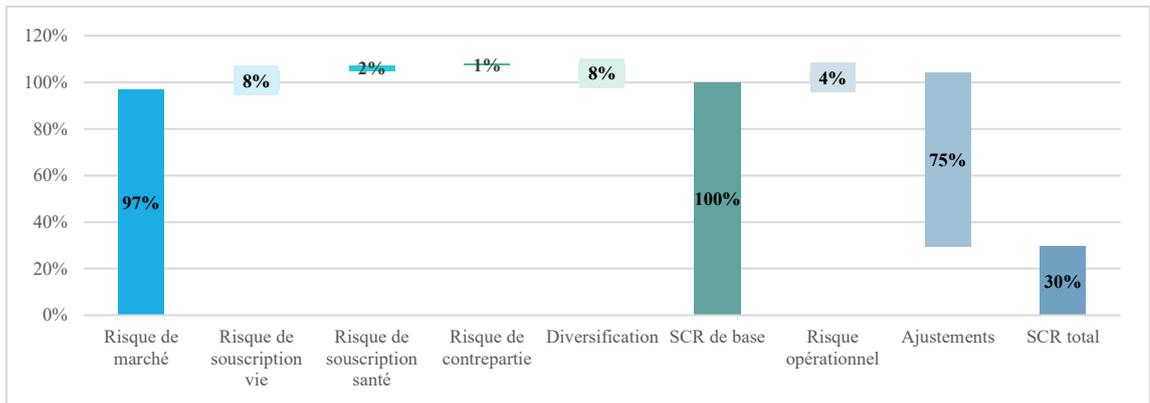


Figure 114 – Décomposition du SCR issue du modèle Excel

– **Décomposition du SCR de marché disponible dans « WIND » :**

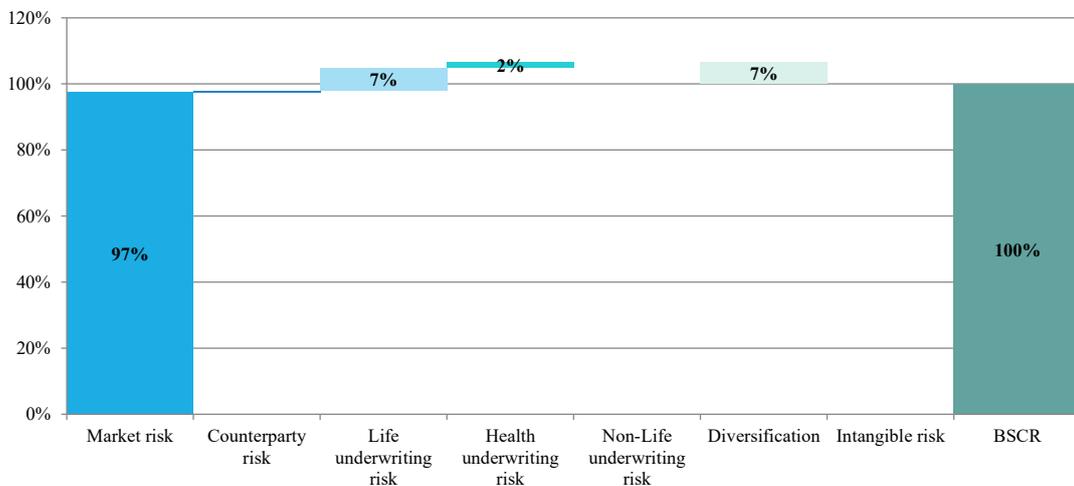


Figure 115 – Décomposition du SCR issue de WIND

Nous notons une répartition très similaire, validant notre modélisation des calculs de SCR.

3.7 Bilan prudentiel et ratio de solvabilité

L’ultime étape de cet outil est de fournir une vision du bilan prudentiel simplifié, afin d’estimer le montant des fonds propres économiques et d’en déduire une estimation du ratio de solvabilité.

3.7.1 Mise en place du bilan

Nous détaillerons les éléments situés à l'actif puis au passif, en précisant les calculs effectués lorsque des précisions seront nécessaires.

➤ Actif

Il est composé de deux principaux éléments :

- Nos placements initiaux en valeur de marché MV_0^{Actif} ;
- Les impôts différés à l'actif, représentant le gain d'impôts par l'augmentation des provisions techniques entre la vision S1 $TPS1_0^{Passif}$ et S2 $TPS2_0^{Passif}$:

$$DT^{Actif} = (TPS1_0^{Passif} - TPS2_0^{Passif}) \times Taux_{impôts}$$

➤ Passif

Trois principaux éléments le composent :

- Les provisions techniques TP^{Passif} , étant la résultante du BEL BEL_0^{Passif} y compris écart de convergence et de la *Risk Margin* RM_0^{Passif} ;
- Les impôts différés au passif DT^{Passif} , représentant la part des impôts induite par l'augmentation (dans notre cas) de la valeur des actifs :

$$DT^{Passif} = (MV_0^{Actif} - FAV_0^{Actif}) \times Taux_{impôts}$$

- Les fonds propres économiques OF^{Passif} , déduits par différence pour équilibrer le bilan : $OF^{Passif} = Total^{Actif} - TP^{Passif} - DT^{Passif}$.

➤ Calcul de la Risk Margin

La méthode retenue pour le calcul de la *Risk Margin* est simplifiée par rapport à celle réalisée dans *WIND*. Il s'agit d'ici d'évaluer la marge pour risque sur la base de la durée des passifs du fonds général Dur^{Passif} , estimé dans l'outil entre 10 et 12 ans. La durée obtenue est cohérente avec celle calculée sous *Prophet* :

$$RM_0^{Passif} = 6\% \times Dur^{Passif} \times \frac{SCR_{RM}}{1 + r_{0,1an}^{sans VA}}$$

Où $\left\{ \begin{array}{l} r_{0,1an}^{sans VA} \text{ est le taux de la courbe sans risque à 1 an sans volatilité d'ajustement} \\ SCR_{RM} \text{ est le SCR calculé sans tenir compte du risque de marché} \end{array} \right.$

➤ Bilan prudentiel

Après calculs des différents éléments, le bilan prudentiel simplifié obtenu (en M€) est le suivant :

ACTIF		PASSIF	
Actifs incorporels	0	Fonds propres économiques	1 512
Investissements		Provisions techniques vie	
Total des placements	100 000	Meilleure estimation	97 579
		Marge de risque	994
Impôts différés actifs	4 142	Impôts différés passifs	4 056
Total de l'actif	104 142	Total du passif	104 142

Figure 116 – Bilan prudentiel simplifié sous Excel

A noter que cette vision ne reflète pas la réalité économique dans la mesure où d'une part, une succursale ne possède pas à proprement parler de fonds propres (ils sont détenus par l'entité mère Cardif Assurance Vie) et d'autre part, où l'ensemble des éléments du bilan ne sont pas comptabilisés ici.

➤ Ratio de solvabilité

Le ratio de solvabilité est obtenu par ratio du montant des fonds propres et du SCR précédemment calculé. Il a la valeur suivante :

$$\frac{OF}{SCR} = \frac{1\,512}{3\,153} = 48\%$$

Cette valeur ne reflète aucunement le ratio de solvabilité de son entité mère, mais nous permettra de discuter des résultats obtenus après application des *managements actions* optimales.

A titre de comparaison, le bilan simplifié (en M€) en vision S1 donne un taux de couverture de 41 % :

ACTIF		PASSIF	
Actifs incorporels	0	Fonds propres et réserves	1 330
Placements		Provisions techniques brutes	
Total des placements	85 232	Provisions d'assurance vie	
		- <i>Provision mathématique</i>	80 626
Créances	0	- <i>Provisions pour participation aux excédents</i>	3 277
Total de l'actif	85 232	Total du passif	85 232

Figure 117 – Bilan S1 simplifié sous Excel

Le besoin en marge de solvabilité *BMS* étant calculé sur la base de 4 % des PM, et les fonds propres étant uniquement constitués de la réserve de capitalisation et du fonds de revalorisation dans notre modélisation :

$$\frac{OF}{BMS} = \frac{1\,330}{3\,225} = 41\%$$

4. Implémentation de l'algorithme en VBA

La partie à suivre a pour objectif de présenter les travaux d'implémentation de l'algorithme génétique, en y décrivant la démarche de mise en place, d'amélioration puis de validation de ce dernier. Enfin, nous présenterons les résultats générés par rapport à ceux obtenus récemment afin d'en dégager des tendances d'utilisation de combinaisons de *management actions* particulières selon le contexte économique.

4.1 Construction de l'algorithme

L'objectif de l'algorithme est pour rappel de maximiser la PVFP en trouvant pour chaque scénario économique, la combinaison de n *management actions* optimale $X^* \in \mathbb{R}^n$.

$$X^* = \underset{h(X)=0}{\operatorname{argmax}}_{g(X) \leq 0} PVFP(X)$$

g et h représentant les contraintes induites par la construction du modèle et la restriction de certaines hypothèses.

Pour cela, une population P de Lg_{pop} séquences de n *management actions* sera évaluée et mise à jour à chaque génération en fonction du critère de sélection défini. La meilleure PVFP obtenue en dernière génération $Nb_{Gen} - 1$ (0 étant la génération de départ) parmi la population disponible sera celle retenue comme optimum $PVFP(X^*)$.

4.1.1 Procédure de déclenchement

L'algorithme étudié est géré dans un module dédié appelé « *Algo_Genetique* ». Celui-ci regroupe l'ensemble des procédures relatives à chaque étape de calcul.

L'ensemble des informations pertinentes pour la recherche de l'optimum seront stockées dans des tables VBA. Ceci permettra de minimiser les opérations de lecture et d'écriture avec les onglets d'*Excel*.

Le principe de fonctionnement de la procédure principale est le suivant pour chaque scénario économique :

Initialiser les variables et paramètres	
Nettoyage des tableaux	
Création au hasard la population initiale $P = P^0$, et tant que la génération $Gen < Nb_{Gen} - 1$:	
	Evaluer les PVFP de la population en cours P
	Trier puis enregistrer la population selon le critère de PVFP dans la table Tab^{MA}
	Sélectionner des parents
	Créer des enfants par opérateur génétique
	Sélectionner la nouvelle génération P' à partir des enfants et des parents
	Appliquer la mutation sur la nouvelle population P'
	Enregistrer P' dans la table Tab^{MA}
	Enregistrer le meilleur individu de P' dans la table Tab^{Gen}
Fin tant que	
Ecrire les optima obtenus dans la table de résultat par simulation Tab^{Sim}	

4.1.2 Génération de la population initiale

Une fonction « *code_aleatoire* » a été créée afin de permettre la génération aléatoire des composantes d'un vecteur X , selon une distribution uniforme. Autrement dit, cette fonction va créer chaque individu de notre population initiale P^0 .

Par ailleurs, la spécificité de nos séquences chromosomiques est qu'elles ne contiendront que des « O » et des « N », la première valeur signifiant que l'action de management est activée sur tout l'horizon de projection. Il aurait été tout à fait possible de renseigner des valeurs binaires $\{0,1\}$.

En appelant $x_i^j \in \{O, N\}$, $(i, j) \in [[1, n]] \times [[1, Lg_{Pop}]]$, la valeur d'un gène X_j , on obtient alors les relations suivantes :

$$\mathbb{P}(x_i^j = O) = \mathbb{P}(x_i^j = N) = 1/2$$

$$X_j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)$$

Une procédure « *New_chromosome* » aura ensuite pour objectif d'assembler les différents gènes x_i^j pour constituer chacun des chromosomes X_j de notre population P^0 . Chaque chromosome sera ensuite stocké dans la table Tab^{MA} en 1^{ère} colonne : $Tab^{MA}(j, 1) = X_j$.

4.1.3 Calcul de la PVFP par séquence

Comme son nom l'indique, la procédure « *Calcul_PVFP* » a pour objectif de déduire la PVFP pour l'ensemble des séquences de notre population P en cours. L'ensemble des PVFP sont alors stockées dans la table Tab^{MA} , en 2^{ème} colonne : $Tab^{MA}(j, 2) = PVFP(X_j)$. Par ailleurs, les BEL sont également placés en 3^{ème} colonne pour des fins d'analyse, notamment pour le calcul de la moyenne stochastique.

4.1.4 Tri et stockage de la population

Une fois les différentes séquences évaluées, l'objectif est de les trier par critère de PVFP puis de stocker le meilleur résultat dans la table Tab^{Gen} .

➤ Tri

Il est réalisé par le biais d'une procédure « *Tri* » à 4 paramètres : Le tableau Tab^{MA} , la colonne à trier (PVFP), l'indice de la première valeur à trier et l'indice de la dernière valeur. La procédure opère par dichotomie afin de classer les différentes séquences par ordre croissant.

➤ Stockage des optima

Une fois le tri réalisé, le meilleur individu de la génération Gen en cours est stocké dans la table Tab^{Gen} à la ligne Gen , ainsi que son BEL et sa séquence optimale associée.

Génération	PVFP optimale	BEL (PVFP opti.)	Séquence optimale
0	-593 M€	100 561 M€	NNONO
1	-593 M€	100 561 M€	NNONO
2	-532 M€	100 500 M€	ONONO

3	-507 M€	100 475 M€	ONONN
4	-507 M€	100 475 M€	ONONN

Figure 118 – Extrait du tableau des optima par génération

4.1.5 Sélection de la population à croiser

Il s’agit du cœur de l’algorithme d’étude : Implémenter une fonction de sélection d’individus selon la méthode décrite précédemment de la roulette biaisée (« *Roulette wheel selection* »).

Toute la difficulté réside dans la détermination d’une fonction d’évaluation adaptée à notre problématique et permettant pour chaque individu d’avoir une valeur conditionnant sa probabilité d’être sélectionné : On parlera alors de *fitness* f d’une séquence chromosomique.

Naturellement, il serait tentant de choisir la PVFP comme *fitness* dans la mesure où elle permet de facilement classer les individus entre eux. Or, certains scénarios économiques présentent des valeurs de profits futurs négatives, ce qui est incompatible avec la méthode retenue dans la mesure où les probabilités sont déduites du ratio entre la *fitness* de l’individu considéré et la somme des *fitness* de la population P .

Partant du principe que f est une fonction à valeur dans \mathbb{R}_+^* (la valeur nulle est interdite notamment pour ne pas exclure individu de la sélection et conserver ainsi de la diversité), la probabilité qu’un individu X_j soit sélectionné a pour valeur :

$$\mathbb{P}(X_j) = \frac{f(X_j)}{\sum_{j=1}^{LgPop} f(X_j)}$$

Un tirage aléatoire d’une variable $S \in [0,1]$ suivant une loi uniforme sur $[0,1]$ est effectué. L’individu j qui sera sélectionné sera le premier pour lequel la condition suivante est respectée : $S(X_j) \leq \sum_{k \leq j} \mathbb{P}(X_k)$.

Afin d’illustrer le procédé, prenons un exemple avec $LgPop = 3$. Le tirage aléatoire donne la valeur $S \approx 0,56$. Les *fitness*, probabilités et probabilités cumulées par individu sont données ci-dessous :

Individu	$f(X_j)$	$\mathbb{P}(X_j)$	Probabilités cumulées
X_1	15	0,50	0,5
X_2	5	0,17	0,67
X_3	10	0,33	1

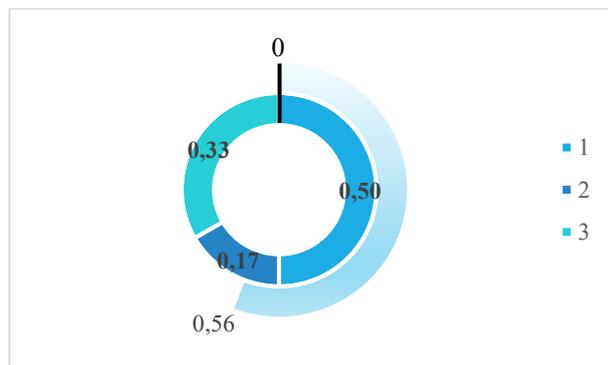


Figure 119 – Exemple d’un tirage aléatoire - Tableau et graphique des *fitness* et probabilité par individu

L’individu retenu par la méthode de sélection est celui pour lequel la portion de S coïncide avec sa portion. Il s’agit donc ici de l’individu X_2 ($\sum_{k \leq 1} \mathbb{P}(X_k) = 0,5 \leq S \leq \sum_{k \leq 2} \mathbb{P}(X_k) \approx 0,67$).

➤ Choix de la *fitness*

L'objectif est de mettre en place une fonction permettant de favoriser les meilleurs candidats, sans pour autant exclure d'individus. La première idée fut d'appliquer une fonction simple de translation du type :

$$f_0(X_j) = PVFP(X_j) - PVFP(X_0) + \sigma_{PVFP}$$

Où $PVFP(X_0)$ représente la plus basse PVFP, l'individu étant classé en tête de table, et σ_{PVFP} est l'écart-type des PVFP.

Le terme $PVFP(X_j) - PVFP(X_0)$ étant toujours positif, les conditions sont remplies pour une *fitness*.

Remarque : $f_0(X_j) = 0 \Rightarrow \sigma_{PVFP} = 0$ et $PVFP(X_j) = PVFP(X_0) \Rightarrow f_0(X_j) = 0 \forall j \in Lg_{Pop}$. Ce cas n'est pas géré dans l'algorithme mais ne n'est jamais présenté.

Le facteur σ_{PVFP} a été introduit pour laisser une chance au plus mauvais individu d'être sélectionné.

4.1.6 Crossover

Une fois nos futurs parents sélectionnés, ces derniers sont enregistrés dans la table des parents $Tab^{Père}$ à 2 dimensions de $Lg_{Pop}/2$ lignes et 3 colonnes pour le stockage de la séquence, de la PVFP et du BEL.

L'opération de croisement est réalisée au sein de la procédure « *Crossover* ». L'objectif de celle-ci est de sélectionner au hasard 2 individus de la population des parents $Père^1$ et $Père^2$ via deux tirages aléatoires successifs avec remise via la fonction de sélection précédemment décrite, puis de générer deux enfants $Fils^1$ et $Fils^2$ de séquences chromosomiques complémentaires. Les enfants obtenus seront ensuite stockés dans une table dédiée Tab^{Fils} .

En effectuant un tirage aléatoire d'une variable $C \in [0,1]$ suivant une loi uniforme sur $[0,1]$, et en notant P_{Cross} la probabilité de réaliser un croisement au niveau du gène numéro i avec deux pères, l'échange de gènes sera réalisé si la condition suivante est remplie : $C(i) \leq P_{Cross}$.

Le procédé est réalisé n fois pour chaque individu, puis réitéré tant que $Lg_{Pop}/2$ fils n'ont pas été générés.

Pour plus de précision, l'algorithme en pseudo code est indiqué ci-dessous :

```

Tant que le nombre de fils  $Nb_{Fils} < Lg_{Pop}/2$  :
    Création des fils
    Sélection au hasard de 2 individus dans la population des parents  $Tab^{MA}$  selon la méthode de la roulette biaisée
    Pour chaque gène  $i$ , on tire aléatoirement un nombre  $C(i)$ 
        Si  $C(i) \leq P_{Cross}$  alors
             $x_i^{Fils1} = x_i^{Père2}$  et  $x_i^{Fils2} = x_i^{Père1}$ 
        Sinon
             $x_i^{Fils1} = x_i^{Père1}$  et  $x_i^{Fils2} = x_i^{Père2}$ 
        Fin si
    Fin pour
    Stockage du fils dans la table  $Tab^{Fils}$ 
Fin tant que
    
```

Cas extrêmes : Si aucun croisement ne s'opère entre les deux parents alors : $Fils^1 = Père^1$ et $Fils^2 = Père^2$. *A contrario*, si l'ensemble des gènes sont croisés entre les deux parents : $Fils^1 = Père^2$ et $Fils^2 = Père^1$.

Une probabilité de croisement importante est donc nécessaire pour éviter de se retrouver avec des individus génétiquement très proches voire identiques : on parle alors de phénomène de consanguinité.

Remarque : Le tirage avec remise d'un parent n'est pas optimal d'un point de vue diversité génétique. Il a toutefois été implémenté de cette manière en raison de la faible probabilité de piocher 2 fois un même individu ($\frac{1}{(Lg_{Pop}/2)^2} = 1\%$ pour une population de 20 individus par exemple).

4.1.7 Mise à jour de la population

A ce stade, une population de $Lg_{Pop}/2$ parents et $Lg_{Pop}/2$ enfants ont été générés. Cette étape viendra mettre à jour la population P en concaténant respectivement les tables $Tab^{Père}$ et Tab^{Fils} dans la table Tab^{MA} .

4.1.8 Mutation

Elle a pour objectif de créer de la diversité en évitant d'être piégé dans un optimum local, ce qui peut arriver dans des situations où la population initiale manque de variété génétique. Autrement dit, une opportunité d'explorer de nouvelles zones de l'espace des possibles est donnée. La procédure « *Mutation* » a été implémentée de sorte à permettre des croisements multiples entre chacun des gènes.

En effectuant un tirage aléatoire d'une variable $M \in [0,1]$ suivant une loi uniforme sur $[0,1]$ et en notant P_{Mut} la probabilité qu'un des gènes x_i^j de notre individu X_j mute, le gène donné sera modifié si la condition suivante est remplie : $M(x_i^j) \leq P_{Mut}$

Le cas échéant, la valeur est modifiée par son inverse (O devient N et vice-versa).

4.1.9 Fin des générations

Il s'agit de la dernière étape de l'algorithme dans laquelle l'ensemble des résultats obtenus par génération issus de la table Tab^{Gen} seront écrits dans un onglet « *Paramétrage* », dans une section isolée des paramétrages du modèle. L'intérêt d'afficher les résultats dans cet onglet est :

- De pouvoir visualiser les séquences de *management actions* et les paramètres associés générés ;
- De contrôler la croissance de la courbe d'évolution de la PVFP en fonction des générations.

Dans le cadre d'un calcul stochastique, la table Tab^{Sim} ira écrire l'ensemble des résultats optimaux (c'est-à-dire la meilleure séquence de la dernière génération) pour chacune des simulations.

4.1.10 Sélection des paramètres du modèle

Cette partie transverse décrit succinctement les aller-retours nécessaires entre la partie VBA et les valeurs présentes sous *Excel*.

A chaque nouvelle génération, la population P stockée dans la table Tab^{MA} ira écrire en onglet « Paramètres ».

La PVFP et le BEL seront calculés sur la base de chaque séquence lue en colonne « Séquences MA ». Une fois l'ensemble des Lg_{Pop} séquences évaluées, les résultats seront triés puis stockés dans Tab^{MA} avant de procéder à l'opération de croisement.

Selon le type de calcul sélectionné, le numéro de simulation sera fixé au préalable ou initialisé à 1, puis incrémenté jusqu'à 1 000 à chaque fin de génération.

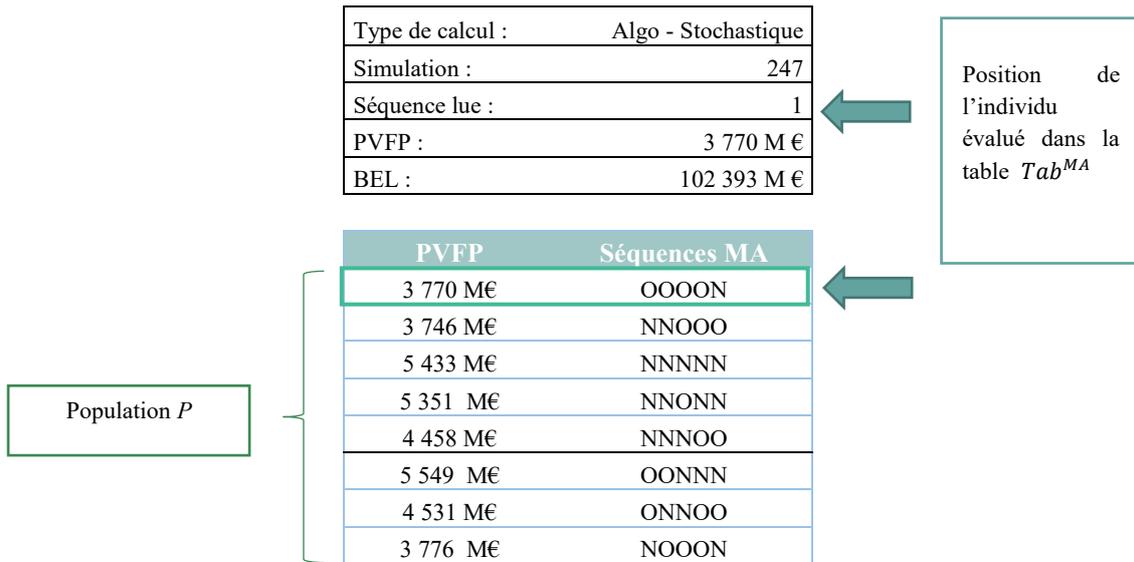
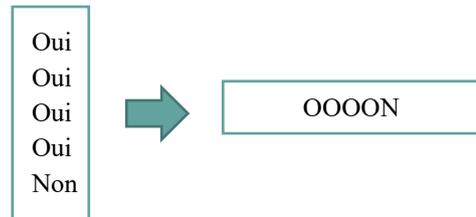


Figure 120 – Extrait du fonctionnement de l'algorithme

- Activation du turnover equity
- Reprise de la PPE pour atteindre le taux cible
- Reprise de la marge assureur pour atteindre le taux cible
- Réinvestissement des dividendes
- Gap de sensibilité



➤ Sélection des paramètres de l'algorithme

En tout état de cause, dans de nombreuses hypothèses utilisées dans le cadre de travaux de recherche, les paramètres suivants donnent des résultats satisfaisants :

- Taille de la population Lg_{Pop} : dix fois le nombre de variables d'optimisation ;
- Nombre (ou probabilité) de croisement P_{Cross} : 70 à 80 % ;
- Nombre (ou probabilité) de mutation P_{Mut} : 0,1 à 10 %.

Ces valeurs sont toutefois à considérer selon les problèmes étudiés. Dans cette 1^{ère} phase d'implémentation, chaque séquence est de taille $n = 5$ (nombre de *management actions*). Par conséquent, il n'y aurait aucun intérêt à générer une population de taille 50 dans la mesure où il existe $2^5 = 32$ combinaisons possibles.

Par ailleurs compte tenu de la possibilité de faire muter chacun des gènes de chaque chromosome, une probabilité faible sera retenue.

En conséquence, les paramètres suivants sont retenus : $Lg_{Pop} = 8$, $P_{Cross} = 70\%$ et $P_{Mut} = 1\%$

Le nombre de génération Nb_{Gen} a été fixé arbitrairement à 50, ni trop faible pour permettre une exploration de l'espace des possibles, ni trop élevé afin de pas générer de temps de calcul trop importants.

4.1.11 Premiers résultats et conclusion

Les premiers tests aboutissent à des résultats mitigés, tant par la qualité des résultats obtenus que par l'allure de la convergence. En effet, en raison du nombre de combinaison possibles, il est aisé de connaître en avance l'optimum global pour un scénario donné. Or, certains lancements montrent une convergence vers un optimum local. Pire, certains cas montrent des phases de décroissance de l'évolution de la PVFP au cours de générations :

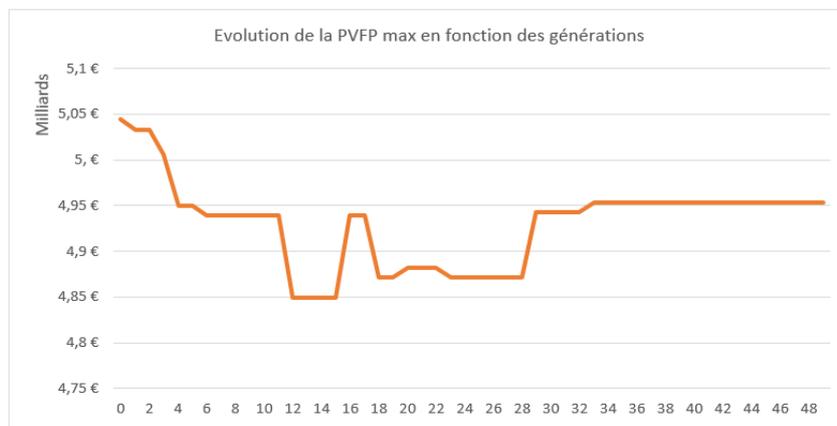


Figure 121 – Cas d'une évolution de la PVFP par génération pour un scénario économique

➤ Temps de calcul

Les caractéristiques du PC sont les suivantes :

- Processeur : Intel® Core™ i5-6300U CPU @2.40Gz 2.50Gz ;
- RAM : 16 Go ;
- OS : Windows 10 64 bits.

En termes de temps de calcul, l'algorithme produit des résultats avec une moyenne de 52 secondes par simulation, une fois la partie *Excel* stabilisée (projections ALM, calculs stochastiques et SCR).

Remarque : En plus d'être sensible aux différents paramètres algorithmiques, les temps de calculs dépendent fortement du temps de *refresh* de l'outil de projection.

On note donc en première conclusion une convergence assez rapide de notre PVFP, mais avec une tendance à être piégé vers un optimum local. Pour cause, une *fitness* mal ajustée ne permettant pas de départager suffisamment les bons candidats des autres. Ceci est d'autant plus vrai que les écarts relatifs entre PVFP sont faibles.

4.2 Calibrage du modèle

L'algorithme étant implémenté, une phase de réglage des différents paramètres et de la *fitness* est nécessaire pour s'assurer de la robustesse et de la qualité des résultats, ainsi que d'une vitesse de convergence satisfaisante du modèle.

4.2.1 Affinage de la méthode de sélection

Plusieurs pistes ont été envisagées pour la recherche d'une *fitness* efficace pour notre problème. Les différentes fonctions seront présentées en y indiquant leurs limites.

➤ Scaling

Il existe plusieurs procédés permettant d'éviter des situations où un individu fort est très souvent sélectionné, empêchant ainsi le phénomène de diversité d'explorer l'espace des possibles. Dans notre cas, il s'agit plutôt d'appliquer une méthode permettant d'accentuer artificiellement le poids des bons individus afin que leur probabilité de sélection soit d'autant plus forte que leur PVFP se démarque des autres, l'effet devant être amplifié au fil des générations afin d'assurer une convergence rapide. On parlera alors de *scaling* ou mise à l'échelle.

Plusieurs types de *scaling* existent. Nous nous intéresserons ici au *scaling* dit exponentiel.

La fonction de *scaling* exponentiel f_s est définie de la manière suivante :

$$f_s(X_j) = \left(f(X_j)\right)^{k(Gen)}, \forall j \in Lg_{Pop}$$

Avec k le facteur de mise à l'échelle (ou facteur de *scaling*) dépendant de la génération en cours.

Plus k est grand, plus le *scaling* opère une pression de sélection importante pour la roulette biaisée. *A contrario*, un k proche de 0 rendra quasi inopérant la distinction des différents individus.

i. Proposition 1 : coefficient tangentiel

En premier lieu, le choix s'est porté sur un coefficient de *scaling* de type tangentiel²⁵ :

$$k_1(Gen) = \left(\tan \left[\left(\frac{Gen + 1}{NbGen} \right) \frac{\pi}{2} \right] \right)^p, Gen^{26} \in [0, NbGen - 1]$$

Avec $p \in$ un paramètre à choisir, permettant d'accentuer ou au contraire de limiter l'effet de pression. Il sera fixé à 1 pendant l'étude.

²⁵ Fonction inspirée des travaux de Nicolas Durand. Algorithmes Génétiques et autres méthodes d'optimisation appliqués à la gestion de trafic aérien. Optimisation et contrôle [math.OC]. INPT, 2004.

²⁶ Dans un tableau VBA, l'indice de la 1ère ligne est 0.

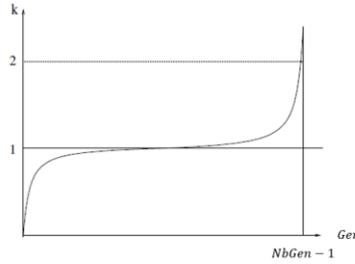


Figure 122 – Allure de k en fonction des générations

Cette méthode présente des résultats peu satisfaisants dans la mesure où un problème d'explosion des valeurs des exposants survient dans les dernières générations en raison de la divergence de la fonction \tan en $\frac{\pi}{2}$, provoquant alors un dépassement de capacité sous VBA.

La fonction a alors été ajustée d'un coefficient c permettant de limiter les dépassements de capacité :

$$f_1(X_j) = \left(\frac{PVFP(X_j) - PVFP(X_0) + \sigma_{PVFP}}{c} \right)^{k_1(Gen)}$$

Un autre problème se pose quant à la calibration de cette valeur. En effet, en la fixant à 10^l où l représente le nombre de chiffre avant la virgule de $PVFP(X_0)$, des dépassements peuvent survenir sur certaines simulations extrêmes lorsque les autres PVFP ne sont pas de même taille.

Par ailleurs, en plus du problème d'explosion en fin de génération, la fonction tangente présente le principal défaut de n'exercer un effort de pression sur la sélection qu'à partir du dernier quart de génération, rendant ainsi inefficace l'algorithme avant cette étape.

La complexité de gérer l'ensemble des différents cas a amené à revoir la *fitness* ainsi que le *scaling*.

ii. Proposition 2 : coefficient tangentiel avec une nouvelle fitness

L'objectif premier est de définir une nouvelle *fitness* permettant d'amplifier la sélection des bons candidats, sans pour autant pénaliser le reste de la population de manière trop importante.

L'idée est de démarquer progressivement avec un effet de pente « douce » les candidats au-dessus de la moyenne, en donnant un très fort poids dans le cas où un d'eux se démarquerait significativement (auquel cas la probabilité d'être proche de l'optimum global est forte). Ainsi, toutes les chances sont mises de côté pour conserver le bon candidat lors des futures générations, et pouvoir le faire se croiser.

La fonction exponentielle est pour cela un bon candidat, à la condition de l'utiliser sur une fonction centrée réduite de la PVFP de moyenne sur la population en cours m_{PVFP} :

$$f_2(X_j) = \exp\left(\frac{PVFP(X_j) - m_{PVFP}}{\sigma_{PVFP}}\right)^{k_1(Gen)} = \exp\left(k_1(Gen) \times \left(\frac{PVFP(X_j) - m_{PVFP}}{\sigma_{PVFP}}\right)\right)$$

Cette fonction présente des résultats plus intéressants qu'avec la méthode précédente, avec une amélioration des PVFP en fin de génération par rapport à l'existant (sauf dans le cas où l'optimum était déjà atteint). Toutefois, la croissance de la PVFP par génération n'est pas systématique et nécessite encore de nombreuses générations.

iii. Proposition 3 : coefficient exponentiel avec la nouvelle fitness

L’objectif second est de définir un nouveau coefficient de *scaling* limitant les effets de débordement mémoire, et permettant une convergence beaucoup plus rapide vers notre optimum global recherché.

Pour cela, il convient naturellement de trouver une fonction avec un plafond et ayant un caractère concave afin de démarquer les bons candidats dès les premières générations et dès qu’ils s’éloignent de la valeur moyenne.

Intuitivement, l’orientation s’est faite sur un *scaling* ayant l’allure d’une courbe de type loi exponentielle cumulée, Avec α et β des paramètres de calibrage ajustés de manière empirique :

$$k_2(Gen) = \alpha \left(1 - \exp \left[-\beta \times \left(\frac{Gen + 1}{NbGen} \right) \right] \right)$$

En combinant la nouvelle *fitness* ainsi que le *scaling* décrit ci-dessus, et en choisissant $\alpha = 10$ et $\beta = 5$ nous obtenons enfin des résultats très satisfaisants, tant d’un point de vue rapidité de convergence que sur l’aspect croissance de la fitness au cours des générations.

A titre d’exemple, voici les courbes obtenues sur deux lancements de l’algorithme pour la même simulation que celle présentée lors des premiers résultat, l’optimum global pour cette simulation est connu et a pour valeur 5,044 Mds€ :

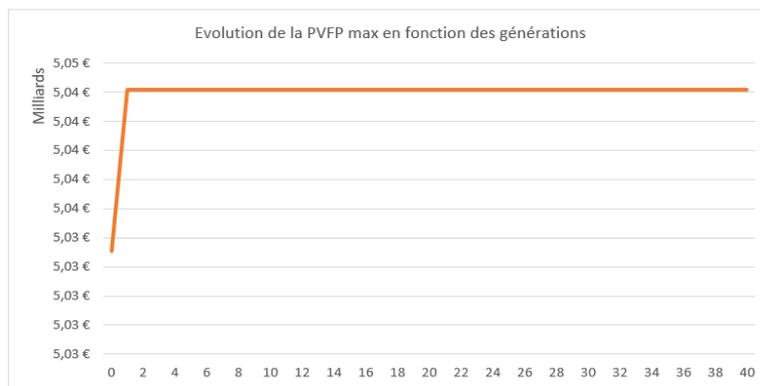


Figure 123 – Cas 1 - Evolution de la PVFP par génération après fitness et scaling

Dans le cas 1, le nombre de générations a été avancé à 40 en raison de l’amélioration de la convergence vers l’optimum global. La PVFP max est en effet atteinte dès la 1^{ère} génération.

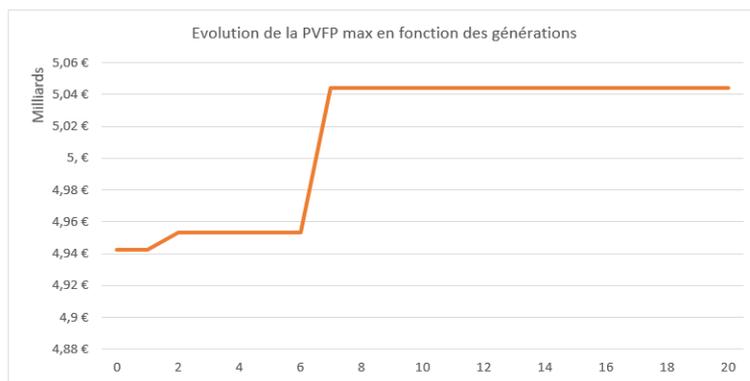


Figure 124 – Cas 2 - Evolution de la PVFP par génération après fitness et scaling

Dans le Cas 2, le nombre de génération a encore été diminué. La convergence est également globale, cette fois-ci au bout de la 7^{ème} génération.

Par ailleurs, les courbes ont une tendance croissante dans les deux cas.

L’algorithme étant désormais fonctionnel, une dernière étape de calibrage puis de validation est requise avant d’analyser les résultats obtenus.

Remarque : Il peut arriver que les courbes présentent des sauts. Cela est une conséquence de la probabilité de mutation, qui impacte parfois le meilleur candidat. Dans l’exemple ci-dessous, cela est flagrant car une mutation se présente sur le meilleur individu lors de la 2^{ème} génération pour laquelle la population est encore relativement disparate, et provoque ainsi une chute de la PVFP optimale :

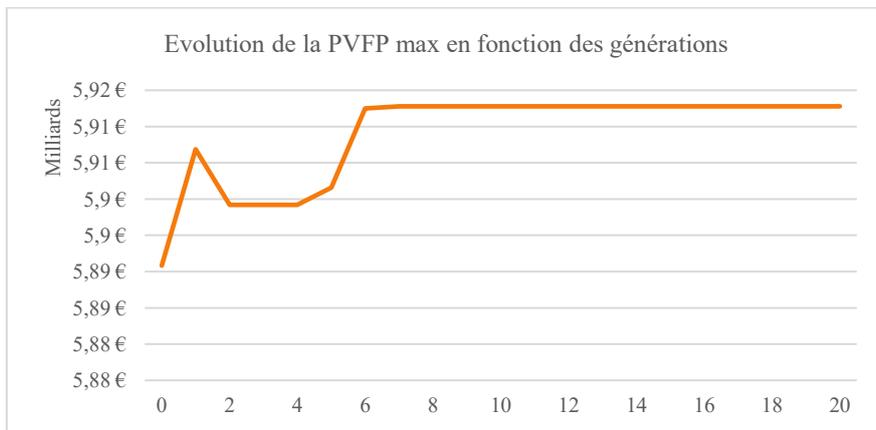


Figure 125 – Cas d’un creux dans l’évolution de la PVFP par génération

4.2.2 Calibrage des paramètres

➤ Calibrage définitif du nombre de générations

Pour des raisons de compromis entre performance et précision, un calibrage du nombre de générations a été réalisé. Le principe est de compter la plus petite génération à partir de laquelle l’optimum est obtenu sur 50 lancements, afin d’en déduire un nombre de génération acceptable. Sur la base d’un nombre maximum de 20 générations, la distribution obtenue est la suivante :

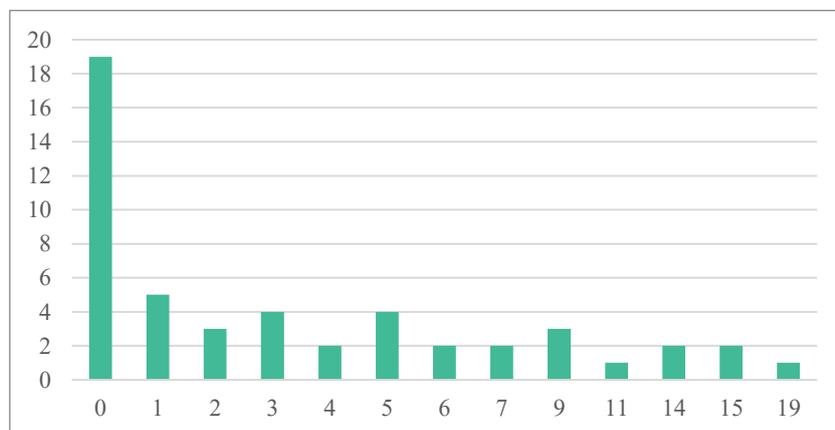


Figure 126 – Distributions des premières générations de convergence vers l’optimum

Une majorité des optima sont obtenus dès la génération 0 (19 sur 50), et seuls 6 lancements permettent d'obtenir la PVFP maximale au-delà de 10 générations (12%). Pour la suite de l'étude, un nombre de génération $NbGen = 10$ sera retenu.

4.3 Enrichissement de l'algorithme

L'algorithme génétique étant désormais en mesure de fournir des résultats optimisés, la prochaine étape consiste à étendre les optimisations aux paramètres quantitatifs liés aux *managements actions* : taux du *turnover equity* $Taux_{Turnover}^{equity}$, marge minimale de l'assureur $Taux_{Min}^{Marge}$ et la proportion de dividendes réinvestis $TxReinv_t^{equity}$.

➤ Codage binaire des paramètres

On rappelle qu'une séquence X_j est de la forme suivante :

$$X_j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)$$

On définira une sous-séquence $X_{j,k,l}$ comme la $(k + 1)$ -ième restriction de l gènes contigus d'une séquence X_j .

Exemple : $X_1 = (X_{1,0,1}, X_{1,1,2}, X_{1,2,1}) = ((x_1^1), (x_2^1, x_3^1), (x_4^1))$

Ici, les 3 paramètres quantitatifs seront évalués à partir d'un codage en 4 bits (i.e. 4 gènes), via une fonction de décodage des sous séquences d_k :

$$d_k = \sum_{i=4k+2}^{4k+5} x_i^j 2^{i-(4k+2)}, \forall k \in \{1,2,3\}$$

Ainsi, une sous-séquence $X_{j,k,4} = \{1,1,0,1\}$ aura pour valeur $d_k = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 11$

Les nouvelles séquences chromosomiques passeront alors de 5 à 17 gènes, la première sous-séquence correspondant aux leviers d'activation des *managements actions* précédemment étudiées.

➤ Calculs des paramètres et justifications des hypothèses

Les 3 paramètres pourront évoluer dans des fourchettes de taux définies sur la base des valeurs constatées sur le marché et des valeurs présentes en hypothèse du GPM ALS, en laissant une marge de manœuvre suffisamment importante quand cela a du sens :

- $Taux_{Turnover}^{equity}$: Entre 0 et 10 % ;
- $Taux_{Min}^{Marge}$: Entre 0 et 1 % ;
- $TxReinv_t^{equity}$: Entre 0 et 100 %.

Les paramètres décrits seront alors évalués afin d'être ajustés dans leurs bornes de la manière suivante :

$$Taux_{Turnover}^{equity} = d_1 \times \frac{10\%}{15}, Taux_{Min}^{Marge} = d_2 \times \frac{1\%}{15} \text{ et } TxReinv_t^{equity} = d_3 \times \frac{100\%}{15}$$

➤ Précision de l’algorithme

Afin de valider la convergence vers l’optimum global, l’algorithme a été lancé une vingtaine de fois sur la même simulation. Les résultats de chacun des lancements dans les 2 graphiques ci-dessous montrent un taux de succès vers la valeur optimale de 25 % (5 succès sur 20, indiqués en vert), mais un écart moyen par rapport au maximum de 0,03 %, très faible en comparaison de la valeur d’origine 0 en orange :

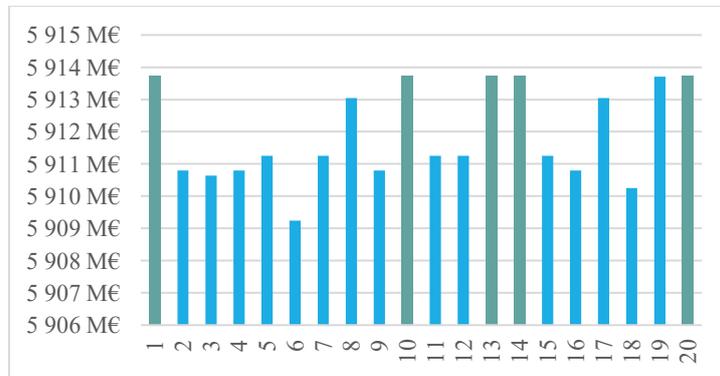


Figure 127 – PVFP optimales par lancement – zoom sur les valeurs optimales

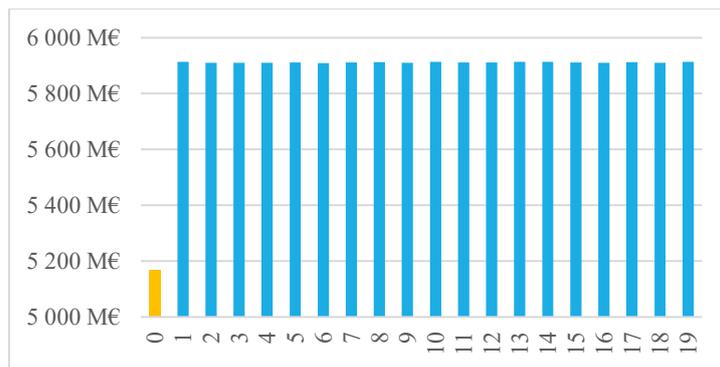


Figure 128 – PVFP optimales par lancement vs PVFP d’origine

➤ Précision versus performance

Pour augmenter la précision des valeurs possibles prises par les différents paramètres, il conviendrait d’augmenter la longueur de chaque sous-séquence. Cela nécessiterait d’augmenter la taille de la population, potentiellement le nombre de générations et de recalibrer certains des paramètres tels que ceux liés au *scaling*. Par conséquent, des temps de calcul beaucoup plus importants seraient à prévoir.

A titre d’exemple, sur la base de 20 lancements d’une même simulation et pour 10 générations, le temps moyen obtenu est de 47 secondes avec une séquence de longueur $n = 17$, contre 17 secondes pour $n = 5$.

Pour ces raisons, le choix a été fait de coder les sous-séquences avec 4 bits.

Remarque : la codification actuelle donne un nombre de combinaisons totales possible de $2^{17} = 131\,072$.

Or, la plupart des combinaisons donnent les mêmes résultats de PVFP, en particulier lorsque certaines *managements actions* sont désactivées (par exemple, équivalence entre 0 % de taux de *turnover* et sa désactivation, quel que soit le taux renseigné). Au total, il existe alors jusqu’à $2^4 \times 2 \times 2^4 \times 2^4 \times 2 = 16\,384$ valeurs possibles par scénario.

➤ Robustesse de l’algorithme

Cette dernière étape de validation consiste à exécuter l’algorithme sur les 1 000 simulations stochastiques, puis à comparer les PVFP obtenues. La difficulté dans cet exercice réside sur la non-connaissance de l’ensemble des optima, en raison du nombre de combinaisons possibles.

Sur l’ensemble de simulations, 997 présentent des résultats de PVFP améliorés. Parmi les 3 simulations non optimisées, une variation de -0,10 % est constatée, laissant supposer que les hypothèses d’origine donnaient des PVFP proches de l’optimum global recherché. Une illustration de l’amélioration de la PVFP pour les 50 premières simulations est donnée ci-dessous :

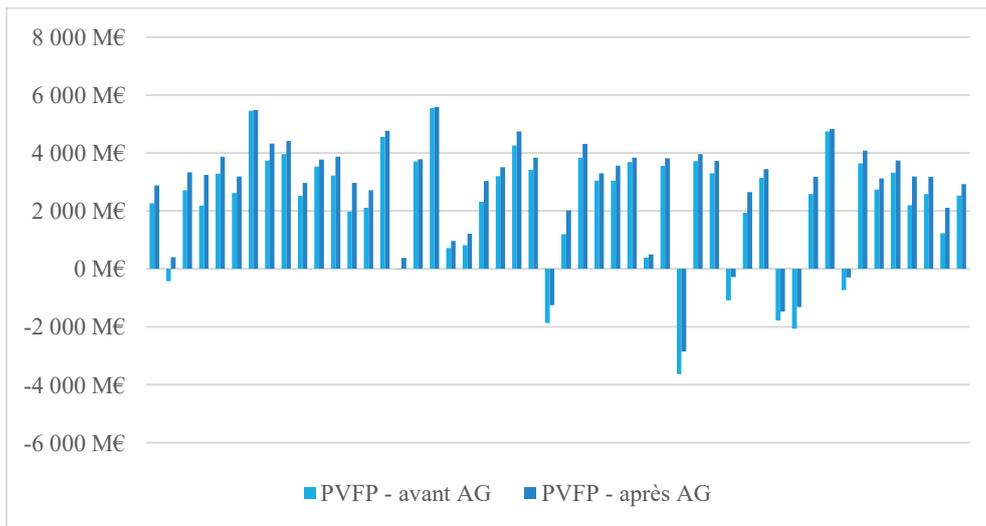


Figure 129 – Optimisation des PVFP des 50 premières simulations

Remarque : La fitness a été revue suite à l’enrichissement de l’algorithme en modifiant la valeur du coefficient $\alpha = 20$.

4.4 Résultats obtenus

Notre AG ayant amélioré la quasi-totalité des scénarios économiques en termes de PVFP, une amélioration de la PVFP moyenne stochastique $PVFP_{Optim}$ est constatée :

Indicateurs	Sans AG	Avec AG	Ecart (€)	Ecart (%)
BEL	95 393,21	95 536,30	143,09	0,15 %
PVFP	2 421,03	2 963,58	542,55	22,41 %
EC	2 185,77	1 314,52	-871,25	-39,86 %

Figure 130 – Comparaison des principaux indicateurs après utilisation de l’AG

L’augmentation de la PVFP moyenne est la résultante d’un nombre important de simulations ayant significativement amélioré leurs profits futurs (236 ont été améliorés d’au moins 1 Mds€).

Les meilleures séquences chromosomiques de chaque simulation ont été conservées afin d’identifier les leviers appliqués.

Parmi les 50 meilleures optimisations, il en ressort les constats suivants par type d'action de management :

Management action liée aux equity	Management action liée au taux cible	Management action liée aux obligations
<ul style="list-style-type: none"> • Une tendance quasi systématique à ne pas réinvestir les dividendes en cours de projection (98 % des cas), en raison d'indices actions globalement inférieurs à 100 • <i>A contrario</i>, quelques rares cas présentent un intérêt à réinvestir les dividendes lorsque les indices equity sont globalement à la hausse • Un très faible turnover equity lorsque les indices sont globalement à la baisse. 	<ul style="list-style-type: none"> • Une tendance à ne pas reprendre la marge de l'assureur (84 %) • Tendance générale à ne pas reprendre la PPE pour atteindre le taux cible (80 % des cas). 	<ul style="list-style-type: none"> • Un impact marginal de la gestion en gap de sensibilité sur la majorité des scénarios, sauf en cas de taux durablement négatifs • Le gap de duration n'est pas activé lorsque la courbe des taux sans risque est globalement positive et croissante.

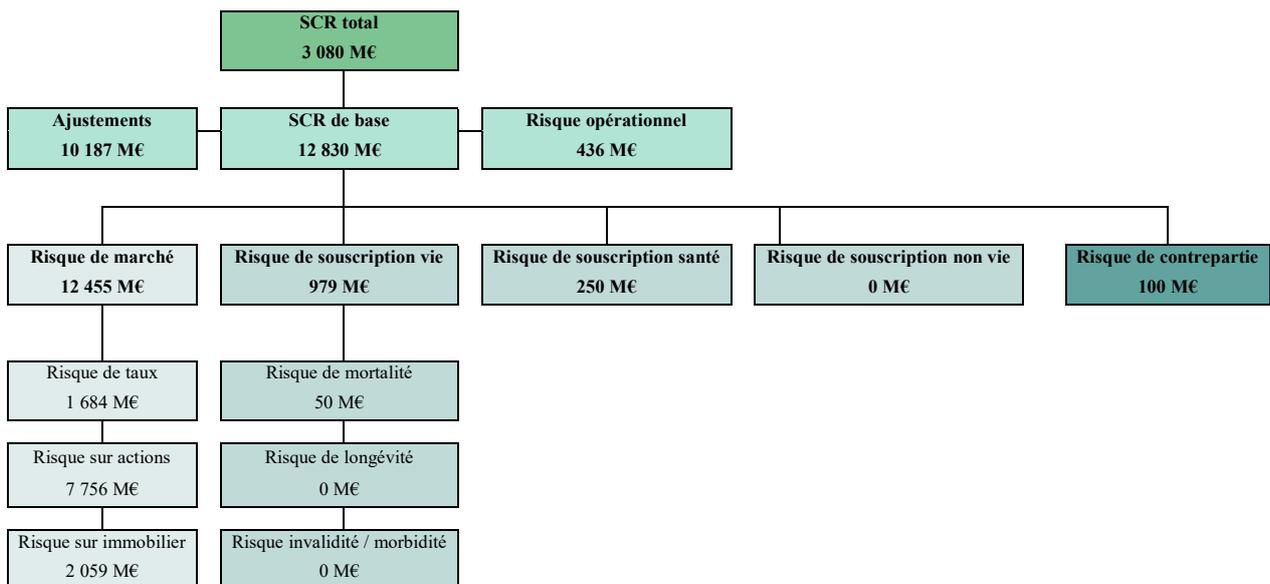
Pour confirmer les précédentes analyses, la dernière étape aura pour objectif de regarder le comportement du GPM sur quelques cas spécifiques et pour les mêmes actions de management appliqués.

Pour rappel, l'outil ALM Excel est plus sensible que le GPM aux effets de scénarios à fortes variations. Il est donc attendu d'obtenir des effets d'optimisation moins forts.

➤ Impact sur le SCR

L'ensemble des chocs ont été régénérés sur la base des séquences optimales obtenus pour chacune des simulations.

Une vision globale des résultats sous forme de pieuvre est donnée ci-dessous :



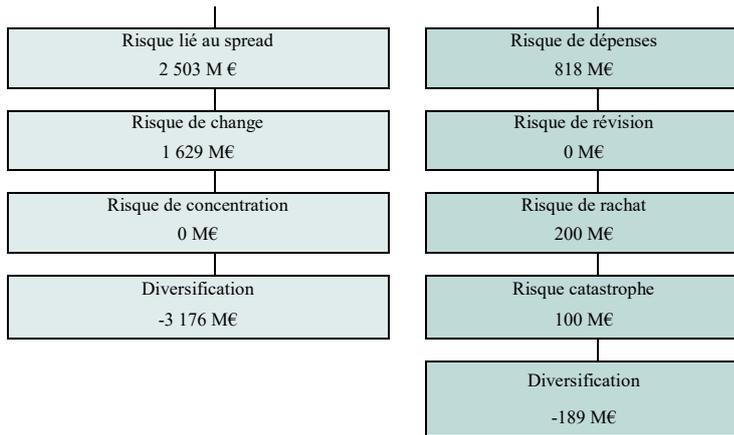


Figure 131 – Vision des différents SCR après utilisation de l’AG

Une augmentation globale des SCR bruts d’absorption par les provisions techniques est constatée, mais compensée par un BSCR net relativement stable (3 530 M€ contre 3 600 M€ avant application de l’AG) qui impacte en conséquence les ajustements.

Les différents SCR de bruts et nets après AG sont données ci-dessous :

Risques de marché	SCR brut	SCR net
Risque de taux	1 683,64	1 220,54
Risque sur actions	7 756,06	1 322,89
Risque sur immobilier	2 059,37	398,19
Risque lié au spread	2 502,92	661,17
Risque de change	1 629,19	274,87
Risque de concentration	0,00	0,00
Total	12 454,85	3 030,51

Figure 132 – SCR de marché bruts et nets d’absorption par la PB après AG

SCR de souscription vie : Une augmentation du SCR est constatée, en raison d’une hausse de 157 M€ du risque de frais (818 M€ contre 661 M€ à l’origine).

Le nouveau SCR net d’absorption est relativement stable. Il a pour valeur **3 080 M€**, soit une diminution de 2,4 % (-73 M€) par rapport au scénario d’origine.

➤ Impact sur le ratio de solvabilité

Un nouveau bilan simplifié peut alors être déduit.

Une diminution globale de 635 M€ des Provisions techniques est constatées (-0,64%), résultat d’un effet combiné :

- De la diminution de notre BEL moyen stochastique retraité de l’écart de convergence de 728 M€ ;

- D'une augmentation de la *Risk Margin* de 94 M€ en raison de la hausse du SCR de frais brut d'absorption :

ACTIF		PASSIF	
Actifs incorporels	0	Fonds propres économiques	1 855
Investissements		Provisions techniques vie	
Total des placements	100 000	Meilleure estimation	96 851
		Marge de risque	1 088
Impôts différés actifs	4 075	Impôts différés passifs	4 169
Total de l'actif	104 075	Total du passif	104 075

Figure 133 – Bilan S2 simplifié après utilisation de l'algorithme génétique

Le ratio de fonds propres sur SCR augmente de 12 % en raison d'une augmentation des fonds propres de 343 M€ et de la légère baisse du SCR : $\left(\frac{OF}{SCR}\right)_{Optim} = \frac{1\,855}{3\,080} = 60\%$

Ainsi, les critères d'optimisation fixés au départ sont bien respectés :

$$\left(\frac{OF}{SCR}\right)_{Optim} \geq \frac{OF}{SCR} \text{ et } PVFP_{Optim} \geq PVFP$$

5. Application des optima obtenus sous *Prophet*

2 runs *Prophet* ont été préparés avec des séquences de management différentes afin d'évaluer l'impact des effets combinés ou isolés des différentes *managements actions*.

5.1 Choix des scénarios

Les scénarios retenus pour les comparaisons porteront sur quelques-unes des 50 simulations pour lesquelles la PVFP a été la plus optimisée.

Les graphiques ci-dessous présentent l'évolution de leurs indices *equity GF* et immobiliers et de leurs courbes des taux avec VA, en comparaison avec le scénario équivalent certain.

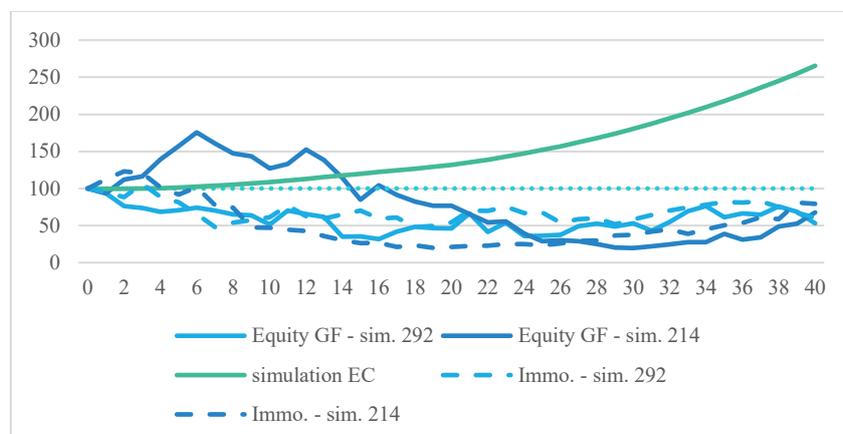


Figure 134 – Indices *equity GF* et immobiliers pour 3 scénarios

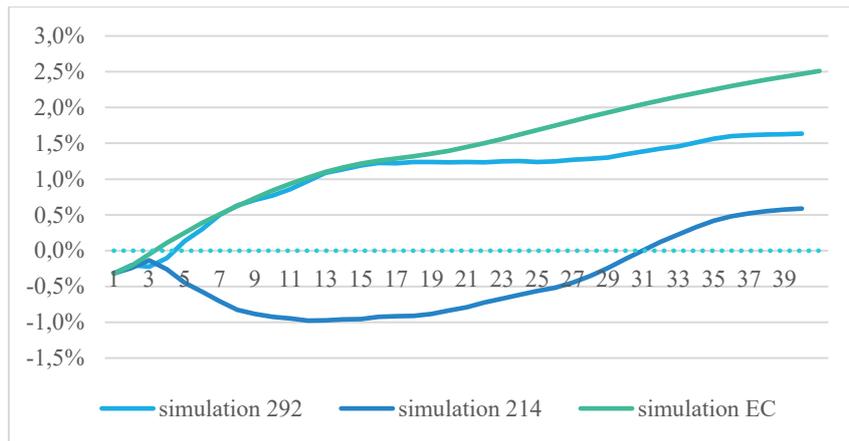


Figure 135 – Courbes des taux avec VA pour 3 scénarios

5.2 Résultats

➤ Cas 1 : Simulation 292

Dans ce premier cas, la PVFP est augmentée significativement de 1 373 M€ à 4 286 M€ dans l’outil Excel.

Il s’agit ici d’un scénario extrême caractérisé par une baisse quasi permanente des indices actions et immobilier. Pour se couvrir contre chute de ces indices, aucun réinvestissement n’est réalisé tout au long de la projection. Par ailleurs, le taux de *turnover* est positionné à sa valeur maximale (10 %) afin de vendre rapidement les actions et de minimiser les moins-values latentes.

En ce qui concerne la courbe des taux, celle-ci se rapproche de la courbe en scénario équivalent certain, en particulier les 20 premières années de projection. La sensibilité obligataire respecte alors globalement la contrainte de *gap* de durée. Il n’est par conséquent pas nécessaire d’activer la *management action* associée.

En appliquant la même séquence dans le GPM, il en ressort une augmentation de la PVFP de 1 766 M€, relativement forte au regard de la PVFP de cette simulation :

Indicateurs (M€)	Baseline	Séquence optimale	Variation
PVFP Excel	1 378	4 286	2 908
PVFP Prophet	- 23	1 743	1 766

Figure 136 – Cas 1 - Evolution des PVFP Excel et Prophet après optimisation

➤ Cas 2 : Simulation 214

Dans cette seconde configuration, nous constatons également des indices action et immobilier globalement à la baisse. Toutefois, les valeurs de l’indice *Equity GF* ne demeurent en dessous de la valeur d’origine (100) qu’à partir de la 16^{ème} année de projection, avec des périodes de fortes hausses. Pour cette raison, le taux de *turnover* appliqué est plus faible que dans le premier, avec pour valeur optimale 1,3 %.

Par ailleurs, la courbe des taux présente des valeurs extrêmement basses, avec notamment des valeurs négatives sur les 30 premières années de projection.

En activant étape par étape l'absence de réinvestissement des *equities*, puis l'activation de la contrainte du *gap* de sensibilité :

- Une hausse de la PVFP de 1 999 M€ dans l'outil *Excel* et de 3 060 M€ dans *Prophet* suite à l'activation de l'absence de réinvestissement dans les *equities* :

Indicateurs (M€)	Baseline	Séquence optimisée	Variation
PVFP Excel	-6 255	-4 256	1 999
PVFP Prophet	-5 134	- 2 074	3 060

Figure 137 – Cas 2 - Evolution des PVFP Excel et Prophet après optimisation

- Après activation de la contrainte de durée, une hausse supplémentaire de la PVFP de 447 M€ est constatée sur *Excel*. Toutefois, la PVFP est relativement stable sous *Prophet* avec une baisse de -10M € :

Indicateurs (M€)	Séquence optimisée	Séquence après gap	Variation
PVFP Excel	-4 256	-3 809	447
PVFP Prophet	- 2 074	- 2 084	-10

Figure 138 – Cas 2 - Evolution des PVFP Excel et Prophet après activation du *gap* de sensibilité

La baisse de la PVFP sous *Prophet* est la conséquence de moins-values réalisées plus importantes entre les années 2038 et 2045 comme l'illustre la répartition des profits et des plus ou moins-values ci-dessous :

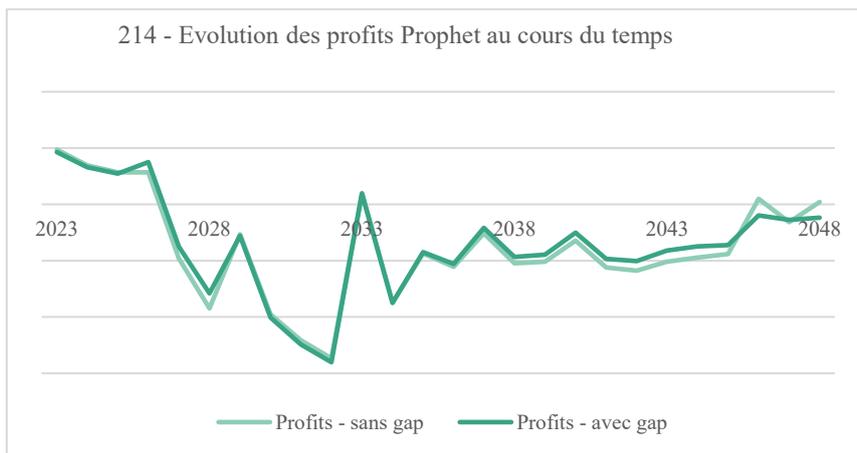


Figure 139 – Cas 2 - Evolution des profits sous Excel sans et avec *gap* de sensibilité

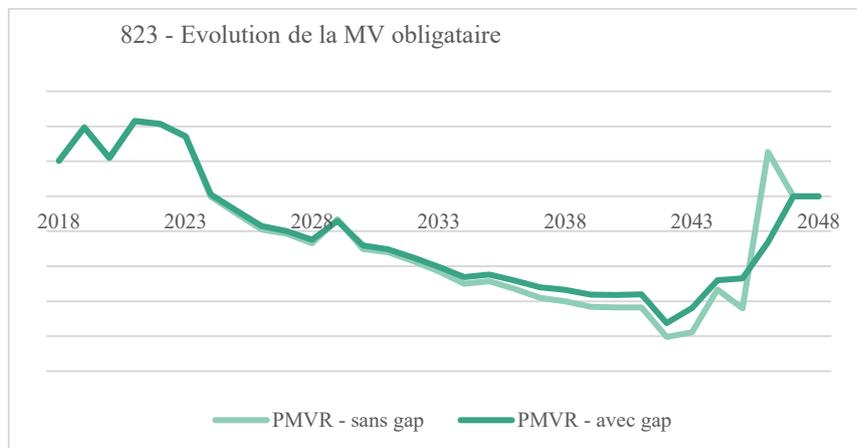


Figure 140 – Cas 2 - Evolution des plus ou moins-values réalisées sous Excel sans et avec *gap* de sensibilité

En effet, dans la modélisation *Excel*, les revenus obligataires sont proportionnels à l'évolution de la sensibilité de l'actif. Les taux étant plus bas qu'en équivalent certain, la sensibilité est plus importante et par conséquent les revenus des coupons également. Ceci a pour conséquence d'entraîner une diminution plus importante de la MV de fin de période et mécaniquement des plus ou moins-values lors du réaligement et de la stratégie *drift*.

➤ Remarque

Parmi l'ensemble des simulations pour lesquelles la PVFP a été la plus significative, l'activation des leviers de PPE et de la marge assureur pour atteindre le taux cible a un impact globalement marginal.

5.3 Conclusion

L'algorithme génétique a permis une amélioration significative des profits futurs pour chaque simulation stochastique, en identifiant les actions de gestion les plus pertinentes à appliquer.

En particulier, la gestion des réinvestissements et le *turnover* relatif aux *equities* se sont avérés avoir des comportements similaires entre *Excel* et *Prophet*.

Une limite dans la modélisation des obligations a été observée et ne permet pas d'évaluer avec précision l'impact de la contrainte de sensibilité. Toutefois, celle-ci est principalement mise en place pour refléter les contraintes de conventions de gestion.

Ces optima sont à prendre avec précaution car :

- Il s'agit d'un modèle simplifié sous Excel ayant certaines limites ;
- Les *managements actions* appliquées dans un cadre Solvabilité II n'auraient pas nécessairement le même effet en monde réel, notamment avec la prise en compte des affaires nouvelles et des versements libres dans le cas de la gestion du *gap* de sensibilité ;
- Il est difficile d'anticiper dans le monde réel des contextes économiques extrêmes et durables.

Conclusion

L'objectif de cette étude était de mettre en place une méthode permettant de déterminer les séquences de *management actions* optimales du point de vue des profits futurs, quel que soit l'environnement économique étudié.

A cette fin, une phase de compréhension du modèle de projection actif-passif de l'entité Cardif France, appelé GPM a été réalisée, en étudiant notamment les principaux impacts sur les profits futurs. Elle a permis de mettre en lumière la forte sensibilité des *equities* sur la modélisation, et plus particulièrement sur les effets de constitution et reprise d'une PDD.

Ensuite, deux *management actions* ont été sélectionnées en fonction de leurs caractéristiques et ont été implémentées dans le modèle afin d'en observer les effets dans différents scénarios économiques et d'en critiquer la modélisation. Une fois le modèle doté d'actions de gestion supplémentaires, la réflexion sur le chantier d'optimisation a pu débuter.

Une approche métaheuristique a alors été retenue compte tenu de la complexité d'un modèle ALM à déterminer une solution analytique. Cette approche permet l'exploration totale de l'espace des possibles et par conséquent de déterminer une solution optimale localement, voire globale selon la qualité de la méthode. Le choix s'est porté sur la mise en place d'un algorithme génétique développé en VBA.

Afin de calibrer puis de valider son implémentation, un modèle de gestion actif-passif simplifié a été construit sous *Excel*, en reproduisant les principaux mécanismes mis en place dans le modèle d'étude sous *Prophet*. Une phase de calibrage des paramètres et de contrôle a été réalisée afin de retrouver les résultats générés issus GPM en scénario déterministe, puis en stochastique. L'outil a également été développé afin de calculer le SCR global, la *Risk Margin*, et ainsi de générer un bilan simplifié pour en déduire les fonds propres économiques et le ratio de solvabilité.

L'algorithme permettait d'obtenir de manière quasi certaine des résultats optimisés, pour l'ensemble des scénarios économiques. En particulier, il a montré une amélioration de la PVFP moyenne stochastique et du ratio de solvabilité.

Quelques-unes des meilleures optimisations obtenues sous *Excel* ont été reproduites dans le GPM, en répliquant le même paramétrage. La modélisation des *equities*, fidèle d'un point de vue granularité et méthodologique par rapport à *Prophet*, s'est avérée juste dans la mesure où les *managements actions* relatives à ce type d'actif ont effectivement présenté de meilleurs résultats.

Toutefois, les résultats générés entre les deux outils ne présentaient pas toujours des résultats similaires, en raison de choix de modélisation divergents et globalement simplifiés sous *Excel*. Ces limites se sont retrouvées lors de la validation d'optimums portant sur l'activation de la gestion du gap de sensibilité.

Or, le but de cette étude n'est pas de déduire les meilleures combinaisons de *management actions* dans le GPM pour chaque simulation. L'algorithme génétique sert avant tout à montrer qu'il est possible de dégager des axes d'amélioration des profits futurs et du ratio de solvabilité afin de pérenniser l'activité de l'entreprise sur le long terme, tout en appliquant une gestion proche de la réalité économique.

Pour aller plus loin, il serait intéressant d'adapter les *managements actions* de manière dynamique afin de séquencer les projections en différentes parties selon les caractéristiques de l'ESG au cours du temps. Ainsi sur chacune d'elles, la meilleure séquence de *management actions* pourrait être appliquée.

Par ailleurs, au regard des performances limitées avec une technologie telle qu'*Excel*, il conviendrait d'adapter l'algorithme dans un langage plus performant que VBA. Soit dans *Prophet*, soit en répliquant le GPM ainsi que l'algorithme sous *Python*. Cela permettrait par exemple de tester l'algorithme de colonie de fourmis sur de très nombreuses *management actions*, présentant de bonnes performances avec des volumétries d'individus et de population importante.

Ces pistes font d'autant plus sens que de nombreuses entreprises se tournent aujourd'hui vers une industrialisation de leurs outils dans des langages puissants permettant de gérer d'importants volumes de données, et qu'il est primordial en ces temps économiquement moroses d'explorer toutes les possibilités pour se protéger d'un défaut de solvabilité.

Bibliographie

Mémoires d'actuariat :

GERONDEAU E. (2016) *Ratio de couverture Solvabilité 2 d'un contrat d'épargne en euros, quels leviers de pilotage pour l'assureur ?* Mémoire, Université Paris Dauphine.

GRAZINA X. (2016) *Modélisation de la politique d'allocation d'actifs sur les fonds propres économiques d'une compagnie d'assurance.* Mémoire, ISFA, Lyon.

MICHEL L. (2015) *Impacts de management actions sur des indicateurs de risque et de rentabilité dans le cadre d'un contrat d'épargne Euro.* Mémoire, ENSAE.

Thèses et publications scientifiques :

BAIR J. (2017) *Le concept de duration : une présentation heuristique.* Publication, Université de Liège.

DREO J. (2006) *Adaptation de la métaheuristique des colonies de fourmis pour l'optimisation difficile en variables continues. Application en génie biologique et médical.* Thèse de doctorat, Université Paris XII Val de Marne.

DURAND N. (2016) *Algorithmes Génétiques et autres méthodes d'optimisation appliquées à la gestion de trafic aérien.* Habilitation à diriger des recherches, INPT, Toulouse.

EL HASSANI H. et al., (2015). *Comparaison de l'optimisation par colonies de fourmis et des Algorithmes Génétiques pour la résolution du problème du voyageur de commerce.* Laboratoire LISER, ENSEM, UH2C, Casablanca.

SOUQUET A., RADET F. (2004) *Algorithmes génétiques.* TE de fin d'année.

Ouvrages / Groupes de travail :

ABGRALL D. et al., (2016) – Groupe de travail, [Groupe de travail Best Estimate Liabilities Vie](#), Institut des Actuaires.

SAC J. et al., (2016) – *Sia Partners Formule Standard & USP : Guide pratique des calculs Solvabilité II.* E-book, édition Publishroom.

Cours magistraux :

ELLIE R. (2018) *Calcul Stochastique pour la finance*, Centre d'Etudes Actuarielles.

SANDOU G. (2010) *Métaheuristicques pour l'optimisation difficile*, CentraleSupélec anciennement Supélec.

Publications financières :

CEIOPS (2009), *CEIOPS'Advice for Level 2 Implementing Measures of Solvency II: Technical Provisions – Assumptions about future Management Actions.*

Rapport sur la Solvabilité et la situation financière (SFCR), Groupe BNP PARIBAS CARDIF – 31 décembre 2017.

Rapport sur la Solvabilité et la situation financière (SFCR), Cardif Assurance Vie – 31 décembre 2017.

[Recommandation pour les "organismes d'assurance" pour l'arrêté des comptes en période de crise financière - Arrêté au 31 décembre 2008 \(2008\)](#), du Conseil national de la comptabilité et de l'Autorité de contrôle des Assurances et mutuelles, site anc.gouv.fr, consulté le 7 Janvier 2019.

Annexes

<u>Annexe n°1 : Calculs du SCR par modules et sous-modules de risque</u>	2
<u>Annexe n°2 : Calcul du Best Estimate of Liabilities</u>	18
<u>Annexe n°3 : Catégories d'actif dans le modèle</u>	20
<u>Annexe n°4 : Etude de conformité du modèle par rapport à l'existant : Focus sur la PDD</u> .	22

Annexe n°1 : Calculs du SCR par modules et sous-modules de risque

➤ Calcul du SCR

Le principe de calcul repose sur l'évaluation de besoins en capital suite à l'application de différents chocs subis à l'actif et au passif. Ces besoins en capital sont ensuite corrélés en partant du principe que tous les chocs ne peuvent se produire simultanément. Cela se traduit par un effet de diversification venant réduire les montants de capitaux requis.

Mathématiquement, la diversification se traduit par des coefficients de corrélations $Corr_{i,j}$ entre risques i et $j < 1$.

En effet :

$$SCR_{aggregated} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \leq \sqrt{\sum_{i,j} SCR_i \cdot SCR_j}$$

Or, $\sum_{i,j} SCR_i \cdot SCR_j = (\sum_i SCR_i)^2$ et $SCR_i > 0 \forall i$

D'où $SCR_{aggregated} \leq \sum_i SCR_i$

Dépendamment des risques, deux méthodes de calcul sont utilisées pour l'estimation des besoins en capital :

- Une approche par formule fermée : elle dépend d'un nombre prédéfini de paramètres et de variables.

Exemple : Calcul du risque de prime et réserve Non-Vie : $SCR_{P\&R}^{NL} = 3\sigma V$

Où :

- $SCR_{P\&R}^{NL}$ est le capital requis pour le risque de primes et de réserve ;
 - σ est la mesure de volatilité agrégée des risques de primes et de réserve ;
 - V est la mesure du volume des risques de primes et de réserve ;
 - σ et V étant également obtenus à partir de formules fermées.
- Une approche par variation de Net Asset Value dite « scenario based » : Le principe est de déterminer la perte résultant de l'application d'un choc, en évaluant la différence entre l'actif net réévalué en scénario central (non choqué) $NAV_{before\ shock}$ et l'actif net réévalué en scénario choqué $NAV_{after\ shock}$:

$$\begin{aligned} \Delta NAV &= NAV_{before\ shock} - NAV_{after\ shock} \\ &= (Asset_{before\ shock} - BEL_{before\ shock}) - (Asset_{after\ shock} - BEL_{after\ shock}) \end{aligned}$$

On peut également la calculer comme différence entre la variation d'actif et de passif après l'application d'un choc.

Elle peut être illustrée de la manière suivante :

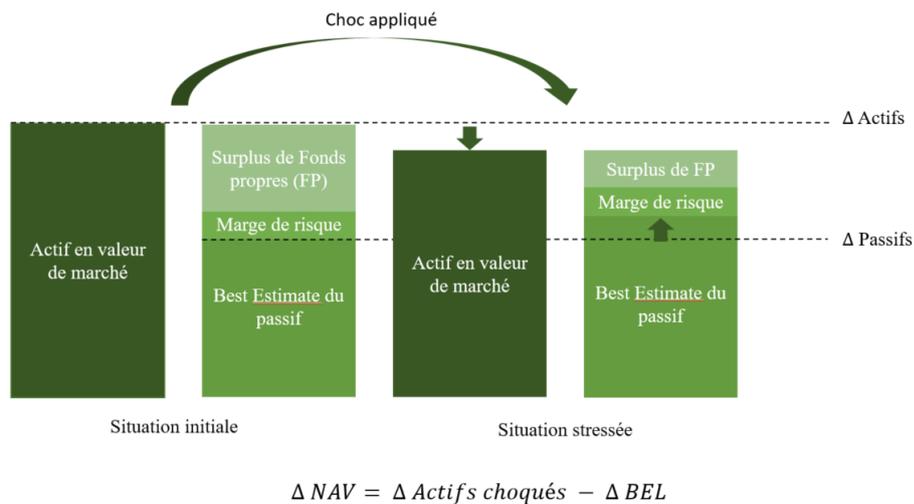


Figure 2 – Principe de calcul de la variation de NAV

Le SCR global est déterminé sur la base du BSCR, ajusté des éléments suivants :

$$SCR = BSCR + \min(Adj; 0) + SCR_{Op}$$

Avec :

- *Adj*, la somme des ajustements relatifs à la capacité d’absorption des pertes par les provisions techniques (*Adj_{TP}*) et par les impôts différés (*Adj_{DT}*) ;
- *SCR_{Op}*, le capital de solvabilité requis lié au risque opérationnel.

Ces notions sont décrites ci-après.

➤ BSCR

Une fois l’ensemble des sous-module calculés selon une approche factorielle ou *scenario based*, les chocs sont ensuite agrégés à plusieurs reprises (cas des modules de risque Santé) par le biais de matrices de corrélation.

Les modules de risque obtenus ci-dessous sont alors eux-mêmes agrégés afin de déterminer le capital de solvabilité requis de base, appelé BSCR :

- *SCR_{Market}* lié aux risques de marché (*Market*) ;
- *SCR_{Default}* lié aux risques de défaut des contreparties (*Default*) ;
- *SCR_{Underwriting}^{Life}* lié aux risques de souscription Vie (*Life Underwriting*) ;
- *SCR_{Underwriting}^{Health}* lié aux risques de souscription Santé (*Health Underwriting*) ;
- *SCR_{Underwriting}^{Non-Life}* lié aux risques de souscription Non Vie (*Non-Life Underwriting*).

Le calcul est défini de la manière suivante :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{Intang}$$

Où :

- i et j représentent les différents modules de risque ;
- $Corr_{i,j}$ correspond aux différents coefficients de corrélation ;
- SCR_{Intang} est le SCR lié aux actifs de type incorporel. Nous supposons ce dernier nul dans toute l'étude.

i \ j	Market	Default	Life	Health	Non-Life
Market	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Default	0,25	1	0,25	0,25	0,5
Life	0,25	0,25	1	0,25	0
Health	0,25	0,25	0,25	1	0
Non-Life	0,25	0,5	0	0	1

Figure A1 – Matrice de corrélation des SCR par module de risque

➤ Risque Opérationnel

Le risque opérationnel est défini comme le risque lié aux pertes découlant de défaillances ou d'inadéquations dans les procédures, les systèmes internes (applicatifs, matériels, etc.), le personnel ou lié à des risques externes (incendie, coupure d'électricité dans tout un secteur, etc.).

Le besoin en capital pour le risque opérationnel est évalué sur la base d'une approche factorielle :

$$SCR_{Op} = 25\% \times Exp_{ul} + \min(30\% \times BSCR; Op)$$

Où :

- Exp_{ul} représente le montant des frais liés aux UC²⁷ ;
 - survenus lors des 12 derniers mois ;
 - relatifs aux contrats d'assurance vie dont le risque est supporté par les assurés ;
 - nets de frais d'acquisition.
- Op est le capital requis de base pour le risque opérationnel, défini comme suit :

$$Op = \max(Op_{premiums}; Op_{provisions})$$

Avec :

- $Op_{premiums}$, le capital requis de base pour le risque opérationnel lié aux primes acquises ;

²⁷ Unités de Compte : Unités standardisées permettant de quantifier la valeur des échanges et des stocks d'actifs sur un ou plusieurs supports financiers.

- $Op_{provisions}$, le capital requis de base pour le risque opérationnel lié aux provisions techniques.

Cas du risque opérationnel lié aux primes acquises

Le risque opérationnel lié aux primes acquises se définit comme suit :

$$Op_{Premiums} = 4\%(Earn_{life} - Earn_{life\ ul}) + 3\%.Earn_{non\ life} + \max\left(0; 4\%(Earn_{life} - 1.2pEarn_{life} - (Earn_{life\ ul} - 1.2pEarn_{life\ ul}))\right) + \max(0; 3\%(Earn_{non\ life} - 1.2pEarn_{non\ life}))$$

Avec :

- $Earn_{life}$ les primes acquises les 12 derniers mois pour les engagements d'assurance Vie ;
- $Earn_{life\ ul}$, les primes acquises les 12 derniers mois pour les engagements d'assurance Vie dont le risque est supporté par les assurés ;
- $Earn_{non\ life}$, les primes acquises les 12 derniers mois pour les engagements d'assurance Non Vie ;
- $pEarn_{life}$, les primes acquises les 12 mois antérieurs aux 12 derniers mois pour les engagements d'assurance Vie ;
- $pEarn_{life\ ul}$, les primes acquises les 12 mois antérieurs aux 12 derniers mois pour les engagements d'assurance Vie dont le risque est supporté par les assurés ;
- $pEarn_{non\ life}$, les primes acquises les 12 mois antérieurs aux 12 derniers mois pour les engagements d'assurance Non Vie.

Cas du risque opérationnel lié aux provisions techniques

De manière analogue au risque opérationnel lié aux primes acquises, le risque opérationnel lié aux provisions se définit en formule factorielle de la manière suivante :

$$Op_{Provisions}^{28} = 0.45\% \max(0; TP_{life} - TP_{life\ ul}) + 3\% \max(0; TP_{non\ life})$$

Avec :

- TP_{life} , les provisions techniques liées aux engagements d'assurance Vie ;
- $TP_{life\ ul}$, les provisions techniques liées aux engagements d'assurance Vie dont le risque est supporté par les assurés ;
- $TP_{non\ life}^{29}$, les provisions techniques liées aux engagements d'assurance Non Vie.

Ajustement par les Provisions Techniques

L'ajustement pour la capacité d'absorption des pertes par les provisions techniques Adj_{TP} est défini par la relation suivante :

$$Adj_{TP} = -\min(BSCR - nBSCR; FDB)$$

²⁸ Calculé brut de réassurance

²⁹ Toutes les provisions techniques sont calculées hors *Risk Margin*

Où :

- FDB représente les prestations discrétionnaires futures. Elles sont calculées comme la différence entre le BEL et le BEG ;
- $nBSCR$ représente le BSCR défini précédemment, à l'exception que les différentes exigences en capital seront évaluées en supposant que l'assureur aura fait varier ses hypothèses de taux servi en réponse à un choc subi donné.

Pour chaque sous-module de risque, l'exigence en capital nette d'absorption $nSCR$ peut être calculée de la manière suivante :

$$nSCR = SCR + (FDB_{before\ shock} - FDB_{after\ shock}) \quad (1)$$

Où :

- $FDB_{before\ shock}$ sont les bénéfices discrétionnaires futurs avant application d'un choc ;
- $FDB_{after\ shock}$ sont les bénéfices discrétionnaires futurs suite à l'application d'un choc (à l'actif ou au passif).

En effet, sur la base des trois équations ci-dessous :

1. $SCR = (Asset_{before\ shock} - BEL_{before\ shock}) - (Asset_{after\ shock} - BEL_{after\ shock})$
2. $nSCR = (Asset_{before\ shock} - BEG_{before\ shock}) - (Asset_{after\ shock} - BEG_{after\ shock})$
3. $BEL_{shock\ situation} = BEG_{shock\ situation} + FDB_{shock\ situation}, \forall shock\ situation \in \{before\ shock; after\ shock\}$

En injectant les relations 1. et 3. dans 2., on en déduit immédiatement la relation (1).

➤ Ajustement par les Impôts Différés

A la différence d'un impôt exigible payable au titre du bénéfice fiscal de l'exercice considéré, on peut définir un impôt différé³⁰ comme un impôt relatif aux opérations de l'entreprise qui aboutiront lors d'exercices ultérieurs à un impôt ou crédit d'impôt.

Il peut s'agir d'un crédit d'impôts reportable non utilisé, comme d'un impôt calculé comme la différence temporaire entre le résultat comptable en norme S2 et le résultat fiscal, ou encore de la différence entre la valeur économique d'un poste du bilan S2 et sa valeur comptable.

L'ajustement par les impôts différés Adj_{DT} représente la variation dans la valeur des impôts différés suite à la reconnaissance d'une perte immédiate (choc). Autrement dit, il s'agit de la différence entre :

- La valeur actuelle des impôts différés (avant application d'un choc),
- Et la valeur des impôts différés après application d'un choc, en supposant que l'entreprise constate une perte instantanée égale au montant ci-dessous :

$$SCR_{shock} = BSCR + Adj_{TP} + SCR_{Op}$$

³⁰ *deferred tax*

➤ Cas du risque de marché

Le risque de marché est défini à l'article 105 (4) de la Directive Solvabilité II comme devant :

« refléter le risque résultant du niveau ou de la volatilité de cours du marché des instruments financiers qui ont un impact sur la valeur de l'actif et le passif de l'engagement. Il doit refléter correctement la disparité structurelle entre l'actif et le passif, en particulier avec le respect de la durée de ceux-ci. »

Six sous-modules sont définis pour le calcul du besoin en capital du module marché. Ils correspondent aux facteurs de risque de marché identifiés par l'EIOPA :

- Taux ;
- Actions ;
- Immobilier ;
- Crédit ;
- Change ;
- Concentration

Afin de prendre en compte la diversification entre les différents risques, le calcul du SCR a recours à une matrice de corrélation :

Corr. Market	Interest	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration
Interest	1	0,5	0,5	0,5	0,25	0
Equity	0,5	1	0,75	0,75	0,25	0
Property	0,5	0,75	1	0,5	0,25	0
Spread	0,5	0,75	0,5	1	0,25	0
Currency	0,25	0,25	0,25	0,25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

Figure A2 – Matrice de corrélation des risques de marché

Remarque : Les coefficients 0,5 liés au SCR *Interest* valent 0 dans le scénario où le choc de taux à la hausse est prépondérant.

Le SCR de marché se détermine alors par la formule suivante :

$$SCR_{Market} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

SCR_i et SCR_j sont les besoins en capital des sous-modules de risque de marché et $Corr_{i,j}$, est le coefficient de corrélation (issu du tableau ci-dessus) entre les facteurs de risque i et j .

Notons que l'ensemble des sous-module de risque de marché sont évalués selon la méthode *scenario based*.

Risque de taux (*Interest rate risk*)

Le risque de taux vise à quantifier le besoin en capital requis pour faire face à l'impact d'une évolution de la structure de la courbe des taux sans risque sur la valeur du bilan.

La courbe de référence est revue à la hausse comme à la baisse via l'application de choc en pourcentage du niveau des taux, tout en respectant les conditions suivantes :

- Le choc à la hausse ne peut être inférieur à 1% ;
- Le choc à la baisse n'a pas d'effet si les taux sont déjà négatifs.

La valeur des pourcentages de choc en fonction de la maturité et du type de choc est donné dans le graphe ci-dessous :

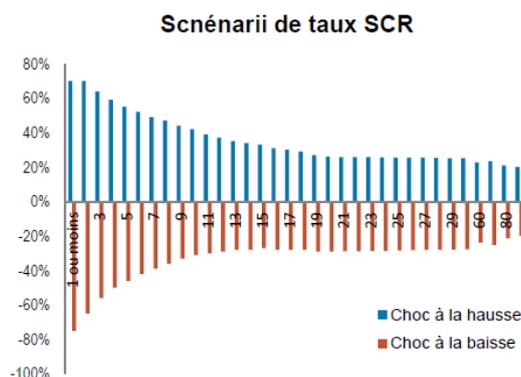


Figure A3 – Pourcentage du choc appliqué en fonction de la maturité (en années)

A noter que dans le cadre de la revue de la norme Solvabilité 2, l'EIOPA propose de modifier la formule des chocs de taux en introduisant un choc additif, une modulation des facteurs de chocs plus fortes, ainsi qu'une prise en compte des taux négatifs.

Le besoin en capital se calcul comme la perte maximum générée par une hausse ou une baisse de la courbe de taux de référence :

$$SCR_{Rate} = \sum_{currency\ i} SCR_{Rate}^i = \sum_{currency\ i} \max(SCR_{Rate\ Up}^i, SCR_{Rate\ Down}^i, 0)$$

Où pour chaque devise i , on a :

- $SCR_{Rate\ Up}^i = \Delta NAV_{Rate\ Up}^i$ pour le risque associé au choc de taux à la hausse ;
- $SCR_{Rate\ Down}^i = \Delta NAV_{Rate\ Down}^i$ pour le risque associé au choc de taux à la baisse.

Risque action (Equity risk)

Il vise à quantifier l'impact de la baisse des marchés actions sur la valeur du bilan.

Trois types d'actions sont répertoriés :

- Actions globales (type 1) : actions listées dans un pays membre de l'Union Européenne ou de l'OCDE³¹ ;
- Autres actions (type 2) : autres actions listées hors OCDE, actions non listées, *Hedge funds*, matières premières et autres titres non classés dans un module du risque de marché ;

³¹ OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Economiques

- Actions qualifiées d'investissement en infrastructures (qualifying infrastructure) : Investissement lié à un projet d'infrastructure remplissant les critères d'éligibilité de « qualifié ». Dans les critères, on trouvera par exemple la capacité du projet à générer des revenus et à avoir un fonds de roulement suffisant.

Pour chacun des titres concernés par le choc, on calcule la perte comme le produit du choc par l'exposition du titre au marché action correspondante.

Les chocs standards appliqués dépendent du type d'action :

- Actions globales (type 1 ou Global) : - 39% +/- *Dampener* ou 22% pour les participations stratégiques³².
- Autres actions (type 2 ou Other) : - 49% +/- *Dampener* ou 22% pour les participations stratégiques ;
- Actions qualifiées d'investissement en infrastructures (qualifying infra.) : - 30% +/- 77%*Dampener* ou 22 % pour les participations stratégiques.

Le *Dampener* correspond à un mécanisme d'ajustement symétrique. Il est défini comme suit :

$$Dampener = \min(\max(SA, -10\%), 10\%)$$

Avec *SA* étant le *Symmetric Adjustment* non-capé et défini ci-dessous :

$$SA = 0.5 \left(\frac{CI - AI}{AI} - 8\% \right)$$

Où :

- *CI* est le niveau actuel de l'indice du marché action choisi par l'EIOPA ;
- *AI* est la moyenne journalière de la valeur de l'indice des trois dernières années.

On calcule alors le SCR de chaque type d'action de manière classique selon la méthode *scenario-based* :

$$SCR_{Eq,type i} = \max(\Delta NAV_{Eq,type i}, 0)$$

Le SCR action se déduit des SCR action de type 1, type 2 et infrastructures qualifiées par la relation matricielle suivante :

$$SCR_{Equity} = \sqrt{SCR_{Eq,Type1}^2 + 2 \times 0.75 \times SCR_{Eq,Type1} SCR_{Eq,Type2} + SCR_{Eq,Type2}^2}$$

Où :

- $SCR_{Eq,Type1}$ est le SCR relatif aux actions de type 1 ;
- $SCR_{Eq,Type2}$ est le SCR relatif aux actions de type 2 ;
- $SCR_{Eq,Qual.Infra.}$ est le SCR relatif aux actions qualifiées d'investissement en infrastructure.

³² Investissements de nature stratégique tels que décrit dans l'article 171 de la directive 2009/138/CE

Risque immobilier (*Property risk*)

Il a pour objectif de quantifier l'impact de la baisse du marché immobilier sur la valeur du bilan.

On calcule le SCR comme la perte résultant de l'application d'une baisse de 25 % de la valeur immobilière :

$$SCR_{Property} = \max(\Delta NAV_{property\ shock}, 0)$$

- Liste des actifs concernés par les modules du SCR immobilier :
 - SCI : Société civile immobilière ;
 - SIIC : Société d'investissement immobilier cotée ;
 - SCPI : Société civile de placement immobilier ;
 - OPCI : Organisme de placement collectif en immobilier.

- La valeur du choc à appliquer en fonction de la classe d'actif immobilier est listée ci-dessous :

Classe d'actif	Charge brute en capital hors change
Immobilier en direct	SCR immobilier : 25%
SCPI	SCR immobilier : 25% * (taux d'investissement)
SIIC	SCR Actions Type 1 : 39% +/-SA
SCI	SCR immobilier : 25% (1+taux d'endettement)
OPCI	Mise en transparence des actifs ou SCR Actions Type 2 49% +/-SA

Figure A4 – Valeur des chocs immobilier selon la classe d'actif

Risque de crédit (*Spread risk*)

Le risque de crédit quantifie le besoin en capital correspondant au risque d'une évolution à la hausse (ou à la baisse pour les CDS³³) des *spreads*³⁴ de crédit.

Le risque de crédit est divisé en trois sous modules :

$$SCR_{Spread} = SCR_{bonds} + SCR_{securitisation} + SCR_{cd}$$

- SCR_{bonds} concerne les obligations (y compris les TCN) et les *loans* (hors *mortgage loans*) ;
- $SCR_{securitisation}$ concerne les titres issus de titrisation *asset back securities*, c'est-à-dire les RMBS, CMBS et les CDOs, CLOs³⁵ ;
- SCR_{cd} concerne les dérivés de crédit CDS, CLN, TRS³⁶.

³³ *Credit Default Swap* : Option sur obligation permettant à l'acquéreur de se couvrir en cas de défaut de l'émetteur. Le cas échéant, l'acquéreur est remboursé à hauteur d'un taux de recouvrement préalablement fixé.

³⁴ Se traduit littéralement de l'anglais par « étaler ». Il s'agit de l'écart entre le taux actuariel d'un produit de taux et le taux sans risque de la devise du titre.

³⁵ CDO = RMBS = *Residential Mortgage Back Securities*, CMBS = *Commercial Mortgage Back Securities*, *Collateralized Debt Obligation*, CLO = *Collateralized Loan Obligation*.

³⁶ CDS = *Credit Default Swaps*, CLN = *Credit Linked Note*, TRS = *Total Return Swap*

Cas du SCR obligations

Le SCR obligations SCR_{bonds} est défini de la manière suivante :

$$SCR_{bonds} = \sum_i MV_i \cdot F(\text{credit quality step}_i, \text{duration}_i)$$

Où :

- MV_i est la valeur de marché de l'obligation en euros ;
- $F(\text{credit quality step}_i, \text{duration}_i)$, le choc du stress fonction du *rating credit quality step*_i et de la duration *duration*_i tels que décrits ci-dessous.

La table des chocs F en fonction de l'échelon de crédit (*Rating*) et de la sensibilité (Duration) est donnée ci-dessous :

Échelon de crédit	0	1	2	3	4	5 et 6	NR
Crédit Duration							
de 0 à 5	0.9 % · dur	1.1 % · dur	1.4 % · dur	2.5 % · dur	4.5 % · dur	7.5 % · dur	3.0 % · dur
de 5 à 10	4.5% + 0.5 % · (dur -5)	5.5% + 0.6% · (dur -5)	7.0% + 0.7% · (dur -5)	12.5% + 1.5% · (dur -5)	22.5% + 2.5% · (dur -5)	37.5% + 4.2% · (dur -5)	15% + 1.7% · (dur -5)
de 10 à 15	7% + 0.5 % · (dur -10)	8.4% + 0.5 % · (dur -10)	10.5% + 0.5 % · (dur -10)	20.0% + 1.0 % · (dur -10)	35. % + 1.8 % · (dur -10)	58.5% + 0.5 % · (dur -10)	23.5% + 1.2% · (dur -10)
de 15 à 20	9.5% + 0.5 % · (dur -15)	10.9% + 0.5 % · (dur -15)	13.0% + 0.5 % · (dur -15)	25.0% + 1.0 % · (dur -15)	44.0% + 0.5 % · (dur -15)	61.0% + 0.5 % · (dur -15)	23.5% + 1.2% · (dur -10)
Supérieur à 20	12% + 0.5 % · (dur -20)	13.4% + 0.5 % · (dur -20)	15.5% + 0.5 % · (dur -20)	30.0% + 0.5 % · (dur -20)	46.5% + 0.5 % · (dur -20)	63.5% + 0.5 % · (dur -20)	Min(35.5% + 0.5 % · (dur -20);1)

Figure A5 – Table des chocs de spread bonds

A noter que certaines obligations n'ont pas de choc appliqué :

- Obligations émises par des Etats membres de l'Union Européenne ;
- Obligations émises par la BCE ;
- Obligations émises par des banques multilatérales de développement ;
- Obligations émises par des organisations internationales ;
- Les autorités régionales et locales des Etats membres de l'Union Européenne définies dans le règlement d'exécution 2015/20015 de la Commission du 11/11/2015.

Pour les obligations émises par des Etats non membres de l'Espace économique européen en devise locale et les obligations garanties (*Covered Bonds*), des chocs spécifiques ont été définis par la directive.

Cas du SCR titrisations

Le besoin en capital pour les dérivés de crédit est égal à la perte maximum générée entre un choc haussier et un choc baissier des *spreads* de crédits :

$$SCR_{securitisation} = \sum_i MV_i \cdot \text{stress}(\text{credit quality step}_i, \text{duration}_i, \text{type}_i)$$

Où :

- MV_i est la valeur de marché de l'obligation en euros ;

- $stress_i(credit\ quality\ step_i, duration_i)$, le choc du stress fonction de la qualité de crédit, de la duration et du type d'actif.

Il existe trois catégories de titrisations :

- Celle de type 1 correspondant aux actifs de bonne qualité ;
- Celle de type 2 pour les titrisations plus risquées ;
- *Resecuritisation* pour les titrisations ayant à l'actif des titrisations.

L'affectation du niveau de qualité de crédit est effectuée en retenant la deuxième meilleure des notes attribuées par les agences de notation.

Pour les obligations émises par des sociétés d'assurance non notées, elles se voient affecter un choc dépendant de leur ratio de solvabilité (vision Solvabilité II).

Ce SCR n'est pas modélisé dans le cadre du mémoire.

Cas du SCR dérivés de crédit

Le besoin en capital pour les dérivés de crédit est égal à la perte maximum générée entre un choc haussier et un choc baissier des *spreads* de crédits :

$$SCR_{cd} = \max\left(\sum_i SCR_{spread\ Up}^i, \sum_i SCR_{spread\ Down}^i\right)$$

Les chocs dépendent du niveau de qualité de crédit du sous-jacent et du scénario considéré. A noter que ces chocs ne sont pas modélisés dans le cadre de notre étude.

Risque de change (*Currency risk*)

Il vise à quantifier le besoin en capital correspondant à la perte générée par l'effet de change sur la valeur des actifs.

Sont concernés par le choc :

- Tous les titres libellés en devises étrangères ;
- Les produits de change (*options, futures, swaps, forwards*).

On appelle exposition nette, la valeur absolue de la somme des expositions individuelles des titres à cette devise. Le besoin en capital individuel de l'exposition nette à une devise étrangère est égal à $\pm 25\%$ de l'exposition à cette devise.

Le SCR de change est alors égal à la somme des besoins en capital individuels associés à chaque devise :

$$SCR_{Currency} = \sum_{currency\ i} SCR_{fx}^i = \sum_{currency\ i} \max(SCR_{fx\ Up}^i, SCR_{fx\ Down}^i)$$

Où :

- $SCR_{fx\ Up}^i = \Delta NAV_{fx\ Up}^i$ pour le risque associé au choc de change à la hausse et la devise i ;
- $SCR_{fx\ Down}^i = \Delta NAV_{fx\ Down}^i$ pour le risque associé au choc de change à la baisse et la devise i .

Risque de concentration (*Concentration risk*)

Ce risque vise à quantifier le besoin en capital correspondant à un manque de diversification ou à une surexposition au risque de défaut d'un même émetteur. Les titres concernés par ce risque sont ceux relevant des sous-modules actions, crédit et immobilier.

La concentration est calculée non pas au niveau de l'émetteur, mais au niveau du groupe auquel l'émetteur est rattaché.

Le coût de la concentration à un groupe se calcule à partir de l'exposition nette à ce groupe et de la qualité de crédit. L'exposition nette est égale à la somme des expositions individuelles.

On définit le niveau de surexposition à une entité par un seuil CT_i (*Concentration threshold*), fonction du *rating* moyen des expositions à ladite entité :

$$XS_i = \max\left(0, \frac{E_i}{Assets} - CT_i\right)$$

Où :

- E_i est l'exposition nette au risque de défaut d'une entité ;
- $Assets$ est la somme des valeurs de marché des actifs concernés par ce sous module.

Le coût individuel de l'exposition à un émetteur Con_i est :

$$Con_i = XS_i \cdot g_i$$

Avec g_i le facteur pénalisant de la surexposition (*Risk factor*), fonction du *rating* moyen des expositions à ladite entité tout comme le CT_i .

Le besoin en capital lié au risque de concentration est déterminé en considérant une absence de corrélation entre les émetteurs selon la formule suivante :

$$SCR_{conc} = \sqrt{\sum_i Con_i^2}$$

Les seuils et facteurs en fonction de la nature des titres sont données ci-dessous :

Échelle de crédit moyenne (CQS)	Seuil Relatif d'exposition CT_i	Facteur de risque g_i
0	3.0%	12.0%
1	3.0%	12.0%
2	3.0%	21.0%
3	1.5%	27.0%
4	1.5%	73.0%
5	1.5%	73.0%
6	1.5%	73.0%
NR	1.5%	73.0%

Figure A6 – Table des seuils et facteurs de risque pour le risque de concentration

La qualité du crédit d'une entité est égale à la moyenne pondérée des qualités crédit des expositions individuelles à cette entité.

Les titres suivants sont inclus dans le risque de concentration mais se voient affecter un facteur g_i de 0 % :

- Obligations émises en euro par des Etats membres de l'Union Européenne ;
- Obligations émises par la BCE ;
- Obligations émises par des banques multilatérales de développement ;
- Obligations émises par des organisations internationales ;

Les autres cas concernent :

- Les Titres souverains non EEA ;
- Les *Covered Bonds* ;
- Les Entités relatives au module immobilier ;
- Les Sociétés d'assurance non notées : Elles se voient affecter un facteur de risque dépendant de leur ratio de solvabilité (vision SII) ;
- Les Établissement EEA de crédit non notés ;

Ces titres se voient attribuer des seuils et facteurs de risques spécifiques.

➤ Cas des risques de souscription

Les risques de souscription reflètent le risque découlant des engagements d'assurance liés à leurs branches d'activités.

Ils se déclinent en 3 branches distinctes : vie, santé et non-vie. Chacun d'eux étant également la résultante de multiples chocs, nous ne nous focaliserons que sur les risques de souscription vie.

Sept sous-modules sont définis pour le calcul du besoin en capital du module souscription vie. Ils correspondent aux facteurs de risque de marché identifiés par l'EIOPA :

- Mortalité ;
- Longévité ;
- Catastrophe ;
- Incapacité et Invalidité ;
- Rachat ;
- Révision ;
- Frais.

Evaluation des chocs

Les SCR au niveau sous-module de risque sont évalués en choquant les hypothèses liées au BEL, et en supposant aucune modification liée à l'actif (à l'exception des passifs cédés aux réassureurs).

Par conséquent, le besoin en fonds propre est égal à la variation du BEL net de réassurance :

$$SCR_{Life\ Underwriting\ risk\ i} = \max(\Delta BEL_{shock\ i}, 0) = \max(BEL_{After\ shock\ i} - BEL_{Before\ shock\ i}, 0)$$

Pour chaque sous-module de risque i .

A noter que la fonction \max implique que seuls les chocs adverses aux risques contribueront aux calculs des SCR au niveau sous-module. La granularité retenue pour évaluer l'adversité est le groupe de risques homogènes, c'est-à-dire tout groupe de contrats présentant des caractéristiques similaires.

Pour des motifs d'allègement des formules, les *max* ne seront pas écrits dans les formules ci-dessous.

Calcul du SCR de Souscription Vie

Comme pour le risque de marché, le capital requis global au titre de la branche vie est alors obtenu en agrégeant les sept sous-modules de risque par le biais d'une matrice de corrélation (symétrique), dont les coefficients sont listés ci-dessous :

Corr. Life	Mortality risk	Longevity risk	Disability risk	Lapse risk	Expense Risk	Revision risk	Catastrophe Risk
Mortality risk	1						
Longevity risk	-0,25	1					
Disability risk	0,25	0	1				
Lapse risk	0	0,25	0	1			
Expense Risk	0,25	0,25	0,5	0,5	1		
Revision risk	0	0,25	0	0	0,5	1	
Catastrophe Risk	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0	1

Figure A7 – Matrice de corrélation des risques de souscription vie

$$SCR_{Life\ Underwriting} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

Avec :

- $Corr_{i,j}$: Coefficient de corrélation entre les sous-modules de risque i et j ;
- SCR_i, SCR_j : Capitaux requis des différents sous-modules de risque de souscription vie.

Risque mortalité (*Mortality risk*)

Le risque de mortalité correspond au risque d'augmentation du taux de mortalité conduisant à une augmentation des passifs.

Il est calculé sur la base d'une augmentation instantanée et permanente de 15 % des taux de mortalité utilisé dans le calcul du BEL :

$$SCR_{Life\ Mortality} = \Delta BEL_{Mortality\ shock}$$

Risque longévité (*Longevity risk*)

Le risque de longévité correspond au risque de diminution du taux de mortalité conduisant à une augmentation des passifs.

Il est calculé sur la base d'une diminution instantanée et permanente de 20 % des taux de mortalité utilisé dans le calcul du BEL :

$$SCR_{Life\ Longevity} = \Delta BEL_{Longevity\ shock}$$

Risque invalidité / morbidité (*Disability/Morbidity risk*)

Le risque invalidité (ou morbidité) correspond au risque de sous-estimation du nombre d'assurés invalides, résultant d'une surestimation de l'amélioration de leur état de santé et d'une sous-estimation de l'aggravation de ce dernier, conduisant alors à une augmentation des passifs.

Il est calculé sur la base d'une augmentation des taux d'entrée en invalidité de :

- 35 % pour la 1ère année de projection ;
- 25 % pour les années suivantes.

Par ailleurs, une diminution permanente de 20 % des taux de sortie en invalidité est appliquée.

$$SCR_{Life\ Disability} = \Delta BEL_{Disab.shock}$$

Risque de rachat (*Lapse risk*)

Le risque de rachat correspond au risque d'augmentation des passifs dû à une mauvaise anticipation des rachats et cessations de contrats par les souscripteurs ou l'assureur lui-même (cas d'une résiliation pour primes non versées par exemple). On retiendra le cas plus défavorable entre un scénario de rachat à la baisse, à la hausse et un massif :

$$nSCR_{Life\ Lapse} = \max(nSCR_{Lapse\ Down}, nSCR_{Lapse\ Up}, nSCR_{Lapse\ Mass})$$

Avec :

- $nSCR_{Lapse\ Down}$, le SCR net de capacité d'absorption par les PT correspondant au scénario de rachat à la baisse : Diminution instantanée et permanente de 50 % des taux de rachat partiels et totaux, sans pouvoir diminuer de plus de 20 % dans l'absolu : $Rate_{Lapse\ Down} = \max(50\% \cdot Rate, Rate - 20\%)$;
- $nSCR_{Lapse\ Up}$ le SCR net de capacité d'absorption par les PT correspondant au scénario de rachat à la hausse : Augmentation instantanée et permanente de 50 % des taux de rachat partiels et totaux, sans excéder 100 % : $Rate_{Lapse\ Down} = \min(150\% \cdot Rate, 100\%)$;
- $nSCR_{Mass\ Lapse}$ le SCR net de capacité d'absorption par les PT correspondant au scénario de rachat massif : Diminution instantanée et ponctuelle de 70 % ou 40 % des taux de rachat partiels et totaux, l'abattement dépendant du type de produit et contrat concerné. Pour les contrats d'épargne, un taux de 40 % sera appliqué.

A noter que le $SCR_{Life\ Lapse}$ en vision brut de capacité d'absorption par les PT est déduit du net en retenant le même scénario.

Exemple : Si $nSCR_{Life\ Lapse} = nSCR_{Life\ Down}$, alors $SCR_{Life\ Lapse} = SCR_{Life\ Down}$

Risque de dépenses (*Expense risk*)

Le risque de dépenses correspond au risque d'une sous-estimation de l'inflation des frais imputés aux contrats d'assurance au cours du temps, et induisant une augmentation des passifs.

Il est calculé sur la base d'une diminution instantanée et permanente de 10 % du montant des frais et de 1 % du taux d'inflation des frais utilisé dans le calcul du BEL :

$$SCR_{Life\ Expense} = \Delta BEL_{Expense\ shock}$$

Risque de révision (*Revision risk*)

Le risque de révision correspond au risque d'augmentation de la valeur des prestations à verser aux titres des contrats de rentes, provoquant alors une augmentation des passifs.

Il est calculé sur la base d'une augmentation instantanée et permanente de 3 % du montant des rentes utilisé dans le calcul du BEL :

$$SCR_{Life\ Revision} = \Delta BEL_{Revision\ shock}$$

Risque de catastrophe (*Catastrophe risk*)

Le risque de catastrophe correspond au risque de survenance d'évènements exceptionnels et extrêmes en termes de mortalité des assurés, provoquant alors une sous-estimation des hypothèses de tarification et de provisionnement, et donc une augmentation des passifs.

Il est calculé sur la base d'une augmentation instantanée et ponctuelle de 0,15 % (choc additif) des taux de mortalité utilisés dans le calcul du BEL. Le choc ne concerne que l'année suivant le début de projection :

$$SCR_{Life\ CAT} = \Delta BEL_{CAT\ shock}$$

Annexe n°2 : Calcul du Best Estimate of Liabilities

➤ Composantes du BEL

On rappelle ci-dessous la définition du BEL donnée au Chapitre 1 :

$$BEL = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1+r_i)^i} \right)$$

Décrivons ci-dessous les différentes variables utilisées, en se plaçant dans le cas de l'assurance vie.

Les cash-flows CF_i du BEL constatés à la date i peuvent être regroupés en 4 grandes familles :

- Les *Benefits*, qui correspondent aux différentes prestations ou sorties à verser par l'assureur : rachat partiel ou total d'un contrat d'assurance vie, arbitrage sortant, transfert sortant, capital décès, arrivée à maturité, remboursement d'indemnités de fin de carrière ou de licenciement, etc. ;
- Les *Expenses & Other Cash-Out Flows*, qui correspondent aux différentes dépenses de l'assureur telles que les frais d'acquisition, les frais d'administration, les frais généraux, les taxes, etc. ;
- Les *Premiums*, qui correspondent aux primes versées par les assurés. Il peut s'agir de versements libres (cas d'un contrat d'assurance vie) comme de primes uniques ou encore périodiques (cas d'un contrat d'assurance habitation) ;
- Les *Other Cash-In Flows*, qui comprennent tous les flux de trésorerie entrants ne correspondant pas à des primes. Il peut s'agir de rétrocessions d'*asset managers*, de primes liées aux garanties plancher ou d'amortissement des intérêts dans le cas de rentes.

Les deux derniers étant des *cash-flows* entrants, ils sont de signe négatif car ils tendent à faire diminuer les engagements de l'assureur.

➤ Horizon de projection

Le nombre de pas de projection N (ou horizon de projection) doit être calibré afin de refléter fidèlement la durée de vie des flux de passifs, tout en garantissant des performances de calculs satisfaisantes.

Le pas de projection i utilisé peut être annuel, mensuel voire quotidien. A titre d'exemple, on pourra retenir un pas annuel pour le cas des projections actif-passif (du fait de leur complexité en termes de modélisation), et mensuel pour le cas du risque incapacité, de par le format des tables de maintien en incapacité et de passage en invalidité.

➤ Actualisation

On appellera t_i la date t correspondant à la $i^{\text{ème}}$ date de projection. En particulier pour $t=0$, t_0 est appelé date de début de projection.

Rappelons que le principe d'actualisation consiste à ramener de manière équivalente et à date d'aujourd'hui des flux financiers futurs. En supposant les taux positifs, 1 € vu à aujourd'hui a plus de valeur qu'1 € vu demain du fait de la capitalisation possible au taux r_i :

A t_0	A t_i
J'investis x €	Je récupère $x(1 + r_i)$ €

Autrement dit, 1€ vu aujourd'hui équivaut à $(1 + r_i)$ € en t_i .

CF_i vu à la date t_i a donc la même valeur que $\frac{CF_i}{(1+r_i)^i}$ vu à t_0 .

Le BEL est alors déterminé en ramenant à t_0 l'ensemble des *cash-flows* futurs sur tout l'horizon de projection.

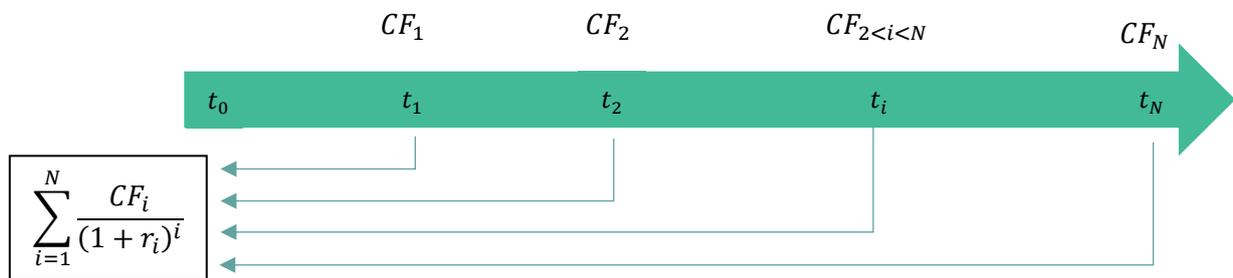


Figure A8 – Exemple de processus d'actualisation

➤ Courbe d'actualisation utilisée

L'actualisation des engagements est réalisée à l'aide d'une courbe de taux sans risque fournie par l'EIOPA à chaque exercice prudentiel, incluant un ajustement de volatilité.

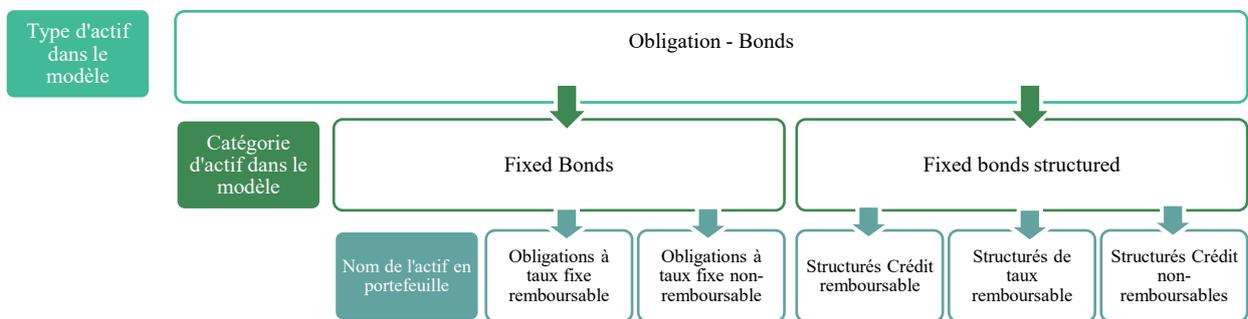
Annexe n°3 : Catégories d'actif dans le modèle

Les catégories d'actifs représentent des lignes d'actifs aux caractéristiques similaires, regroupées car elles n'ont pas besoin d'être suivies individuellement.

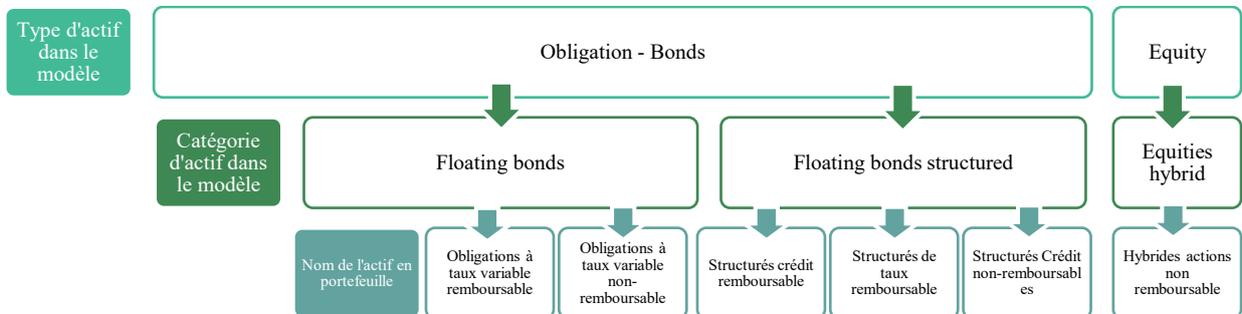
Selon l'appartenance à une catégorie donnée, l'indice issu de l'ESG utilisé pour la projection ne sera pas le même, de même que la nature de la valorisation comptable, de marché et du calcul des provisions associées.

La liste des actifs du portefeuille de Cardif Vie France et leur correspondance avec la catégorie d'actif du modèle est détaillée ci-dessous :

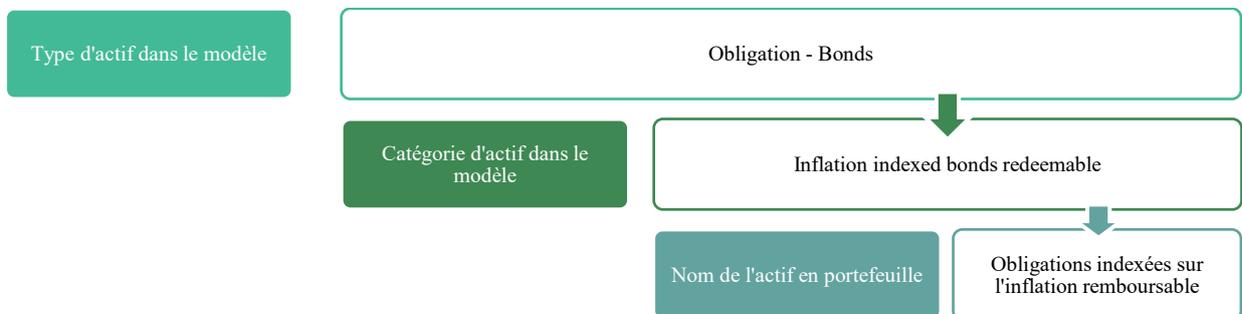
➤ Actifs à taux fixe



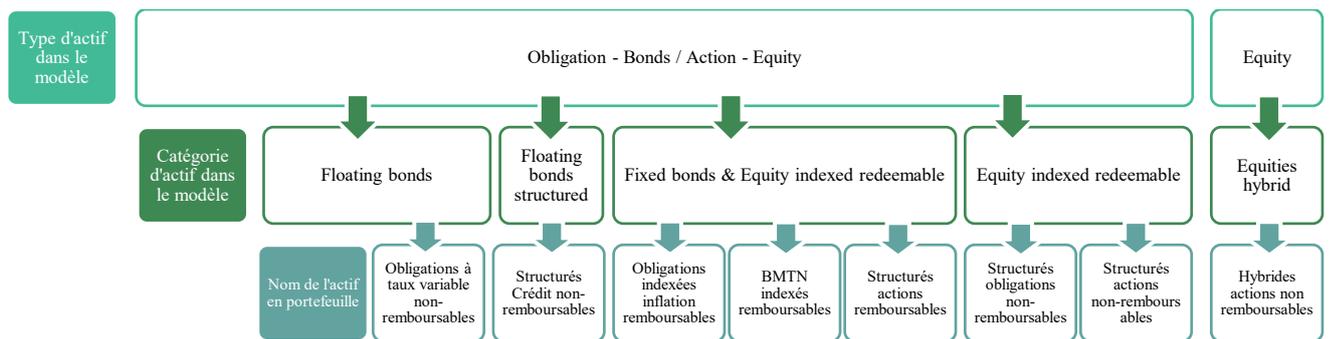
➤ Actifs à taux variable



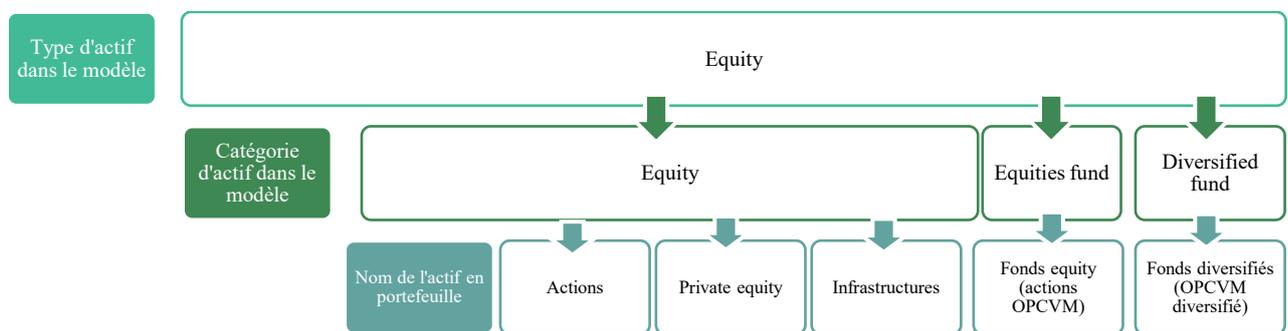
➤ Obligation indexées inflation



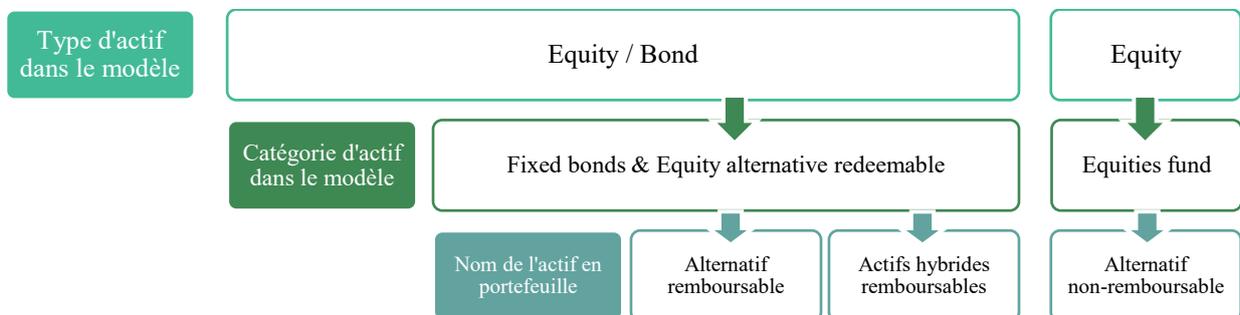
➤ Actifs indexés sur actions et convertibles



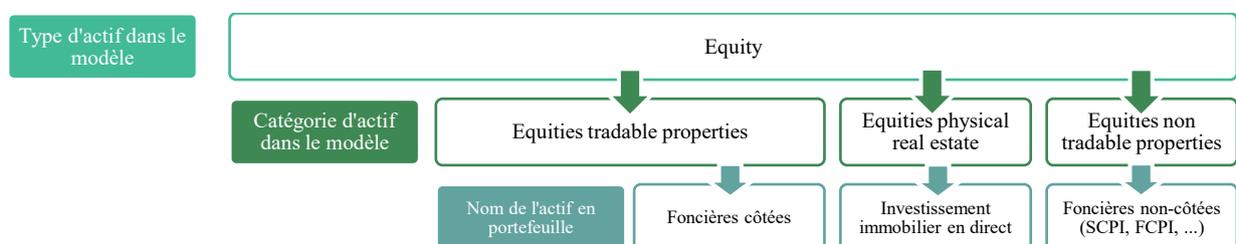
➤ Actions et actifs diversifiés



➤ Actifs Alternatifs et décorrélés



➤ Immobilier



➤ Actifs court termes

Ces actifs sont tous associés au type d'actif *Cash*, lui-même composé d'une unique catégorie éponyme. Cette dernière regroupe les types d'actif suivant : Réassurance Investlife, DAT USD, cash issu des pensions, TCN court-terme, OPCVM monétaires, liquidités journalières, actifs circulants et dépôts.

Annexe n°4 : Etude de conformité du modèle par rapport à l'existant : Focus sur la PDD

Cette étude a été menée au tout début des travaux de ce mémoire afin de comprendre les principaux impacts sur nos profits futurs. Plus précisément, l'étude s'est portée sur l'analyse des scénarios les plus défavorables avec une attention particulière aux années de projection les plus significatives.

L'objectif *in fine* était de dégager des pistes d'actions de management à implémenter dans le modèle. Nous verrons que les pistes n'ont pas abouti mais ont toutefois permis de comprendre les limites et les plus fortes sensibilités du modèle d'étude. Il a donc été jugé important de présenter ce chantier préliminaire.

Compte tenu de leur poids dans le fonds général et de leur volatilité dans les indices de l'ESG, un intérêt tout particulier a été porté sur les catégories equities, en étudiant les impacts :

- du *turnover* en jouant sur les leviers dont nous disposons (activation, activation uniquement en cas de plus-values ou absence de *turnover*) ;
- de la PRE en cours de projection, en modifiant le lissage de la provision au cours du temps ;
- de la PDD en cours de projection.

Ceci a pour objectif de comprendre le comportement des *equities* dans différents scénarios stochastiques.

Cette étude préalable a été réalisée sur la base de données d'une version de modèle et d'un exercice annuel antérieurs.

Nous définissons six scénarios distincts :

- **Baseline** : Il s'agit de notre référence, présentant les mêmes hypothèses que celles utilisées dans le cadre de l'exercice prudentiel de référence, et de l'étude du mémoire ;
- **Turnover 0** : Scénario Baseline dans lequel nous désactivons le *turnover* des *equities* ;
- **Turnover 2 (5%)** : Scénario Baseline dans lequel nous activons le *turnover* des *equities* uniquement dans le cas où des plus-values latentes peuvent être réalisées ;
- **Turnover 1 (20%)** : Scénario Baseline dans lequel nous augmentons le taux de *turnover* de 15 points ;
- **Turnover 2 (20%)** : Scénario Turnover 1 (20%) dans lequel nous activons le *turnover* des *equities* uniquement dans le cas où des plus-values latentes peuvent être réalisées ;
- **PRE (1/8)** : Scénario Baseline dans lequel la PRE utilisée au titre du calcul du solde de PB est lissée sur 8 ans au lieu de 3 ans.

Le graphe ci-dessous présente les montants de PVFP en fonction des différents scénarios :

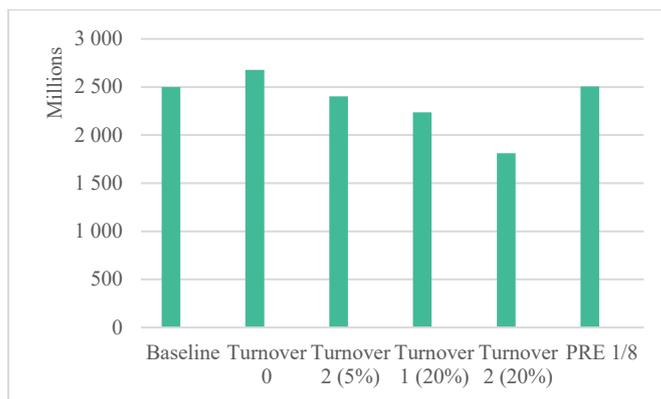


Figure A9 – Graphe de comparaison des PVFP en fonction des scénarios

Le tableau ci-dessous donne le détail des impacts en phase BD et pour $t=1$:

Scénario	PVFP Solo (M€)	écart / Baseline (M€)	écart (%)
Baseline	2 500,00	0	0,00 %
Turnover 0	2 677,15	177,15	7,09 %
Turnover 2 (5%)	2 403,76	-96,24	-3,85 %
Turnover 1 (20%)	2 236,75	-263,25	-10,53 %
Turnover 2 (20%)	1 812,80	-687,20	-27,49 %
PRE 1/8	2 504,96	4,96	0,20 %

Figure A10 – Tableau de comparaison des PVFP par scénario

Nous constatons que l'ensemble des scénarios sont défavorables à une amélioration de la PVFP à l'exception du scénario sans *turnover equity* (+ 7 %) et du scénario *PRE 1/8*, mais très de façon très marginale (+ 0,20 %). En particulier, le scénario de taux de *turnover* à 20 % uniquement en cas de plus-values réalisées est en baisse de 27 %.

Intéressons-nous aux scénarios *Turnover 0* et *Turnover 2 (20 %)* de plus près.

Tout d'abord, l'évolution des profits au cours du temps ci-dessous donne une information utile quant à la comparaison des gains générés entre scénarios. Les profits sont globalement plus élevés pour le scénario *Turnover 2 (20 %)* les premières années de projection, en raison de « *revenus actions* » générés beaucoup plus importants (ventes importantes avec plus-values).

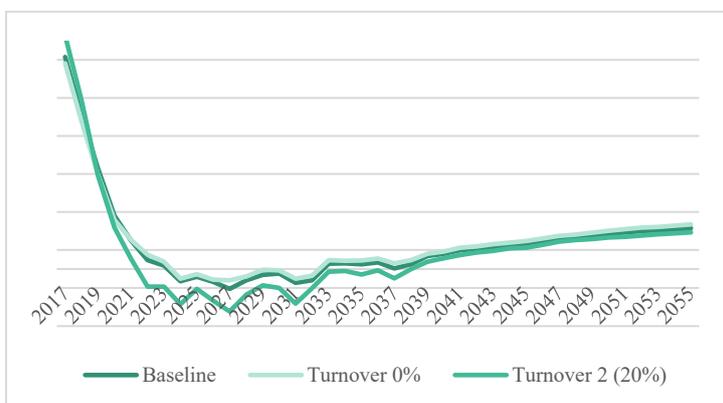


Figure A11 – Evolution des profits selon différentes hypothèses initiales

La tendance s'inverse toutefois rapidement en raison d'une part plus importante, pour ce scénario, de moins-values réalisées lors des phases de réaligement actif-passif. Ces pertes viennent s'ajouter aux *revenus actions* pourtant plus importants qu'en scénario *baseline*.

En ce qui concerne l'absence de *turnover*, les profits sont globalement plus importants qu'en scénario *baseline*. Pour cause, bien que la part de « *revenus actions* » soit moins importante que dans les 2 autres scénarios, une augmentation du TRA est constatée à partir de la 10^{ème} année de projection en raison :

- De dotations de PDD réalisées les 10 premières années ;
- De reprises de PDD de plus en plus importantes les années suivantes.

Pour les deux autres scénarios, l'évolution de la PDD est globalement nulle en raison du renouvellement du portefeuille action qui vient atténuer les effets de plus ou moins-values.

Les courbes ci-dessous illustrent l'impact qu'ont le TRA et la variation de la PDD (le pourcentage représente la part additive de la variation de la provision dans le TRA) dans les montants de profits :



Figure A12 – Evolution du TRA selon différentes hypothèses initiales

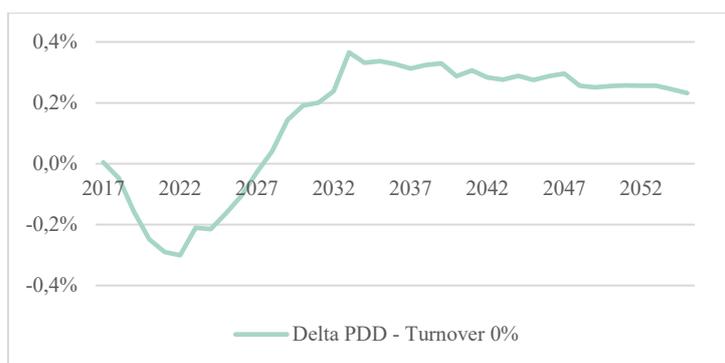


Figure A13 – Illustration de l'évolution de la variation de PDD pour le turnover à 0%

Conclusion

Une absence de *turnover* est plus intéressante en moyenne dans la mesure où elle permet de profiter davantage des plus-values des meilleurs scénarios économiques et de fortes reprises de PDD.

Dans le cadre de l'activation du *turnover*, il est globalement plus intéressant de vendre des *equities* même à perte et en petite quantité, afin de lisser les gains et pertes réalisés tout au long de la projection.

Par ailleurs, certaines simulations présentent de fortes phases de dotations à la PDD. Celles-ci sont d'autant plus atténuées que le portefeuille *equities* est rapidement renouvelé lors des phases de baisse du marché action. Il pourrait alors être intéressant de gérer dynamiquement l'activation du *turnover* dans des scénarios extrêmes de baisse action afin de réduire l'impact des dotations.

Etant donné l'impact significatif que peut avoir la PDD sur le résultat, nous nous intéresserons dans les parties suivantes à l'impact de la prise en compte de la granularité des lignes d'*equity* dans le modèle et du caractère volatile des actions pour les opérations de dotations et reprises, l'objectif étant de critiquer la modélisation au regard de ce qui est attendu d'un point de vue réglementaire.

1. Impact granularité

La présente partie a pour but de comprendre, puis de chiffrer l'impact qu'aurait une prise en compte plus réaliste en termes de maille de calcul de nos données d'actif *equity* dans le modèle.

1.1 Nécessité de comptabiliser la PDD à la maille la plus fine

Pour rappel de la partie [4. Provisions réglementaires à l'actif](#) du Chapitre 2, il est précisé que la PDD est gérée à la maille catégorie dans notre modèle d'étude de référence. Autrement dit, notre table d'actifs éligibles à la PDD ne sera constituée qu'au plus de $2 \times Nb_{Cat.R.343-10}$ lignes, ($Nb_{Cat.R.343-10}$ étant le nombre de catégorie de type R. 343-10).

- Une ligne regroupant chaque segment (ligne d'actif) d'une même catégorie n'ayant pas constitué de PDD à la date de début de projection ;
- Une ligne regroupant chaque segment (ligne d'actif) d'une même catégorie et ayant constitué une PDD initiale.

Le portefeuille d'étude étant en réalité constitué de beaucoup plus de segments, les variations de dotations et reprises seront beaucoup moins précises, voire abruptes dans notre modèle.

Prenons un exemple pour illustrer les précédents propos, en considérant 5 lignes d'*equity* regroupées dans 2 catégories distinctes. A $t=0$, les caractéristiques du portefeuille sont les suivantes :

Segment	Catégorie	FAV	MV	PDD	Ecart relatif MV / FAV (%)
1	1	1000	1100	0	+10 %
2	1	1000	800	200	-20 %
3	2	500	600	0	+20 %

Figure A14 – Tables des equities éligibles à la PDD dans notre modèle à $t=0$

Segment	Catégorie	FAV	MV	PDD	Ecart relatif MV / FAV (%)
1	1	1000	1100	0	+10 %
2	1	400	300	100	-25 %
3	1	600	500	0	-17 %
4	2	300	250	0	-17 %
5	2	200	350	0	+75 %

Figure A15 – Tables des equities éligibles à la PDD en ligne à ligne à $t=0$

En prenant l'hypothèse que le portefeuille ne subit ni entrée ni sortie, et que les dividendes ne sont pas réinvestis, regardons ce qu'il se passe en $t=1$ si :

- La catégorie 1 performe de 5 % ;
- La catégorie 2 sous-performe de -10 %.

On supposera également que les dotations sont égales à la différence entre la FAV et la MV.

Segment	Catégorie	FAV	MV	PDD	Ecart relatif MV / FAV (%)
1	1	1000	1155	0	+16 %
2	1	1000	840	0	-16 %
3	2	500	540	0	+8 %

Figure A16 – Tables des equities éligibles à la PDD dans notre modèle à $t=1$

Nous notons une reprise de la PDD pour le segment n°2 dans la mesure où la baisse de valeur de marché est désormais inférieure à 20 %. La PDD globale du portefeuille est donc de 0, soit une reprise de PDD de $\Delta PDD = +200$.

L'évolution du portefeuille en ligne à ligne est donnée ci-dessous :

Segment	Catégorie	FAV	MV	PDD	Ecart relatif MV / FAV (%)
1	1	1000	1155	0	+16 %
2	1	400	315	100	-21%
3	1	600	525	0	-13%
4	2	300	225	75	-25 %
5	2	200	315	0	+58 %

Figure A17 – Tables des equities éligibles à la PDD en ligne à ligne à $t=1$

Contrairement à la table des *equities* agrégée, aucune PDD n'est reprise pour le segments n°2 dans la mesure où le seuil de -20% de moins-value n'a pas été dépassé : $\Delta PDD_2 = 0$

Pour le segment n°4 (2^{ème} catégorie), une PDD est désormais constituée dans la mesure où la baisse de valeur de marché est désormais inférieure à 20 % : $\Delta PDD_4 = +75$.

Au final, nous observons une PDD totale de :

- 0 dans notre modèle de base, soit une variation globale $\Delta PDD = +200$;
- 175 dans notre modèle ligne à ligne, soit une variation globale $\sum_i \Delta PDD_i = +75$.

Les variations obtenues dans le cas de la table ligne à ligne sont par conséquent atténuées par rapport à une modélisation agrégée.

1.2 Description du développement cible

Aucun développement n'est à prévoir. La modification consiste à fournir une table d'*equity* contenant chaque ligne d'actifs.

1.3 Etude d'impact du passage de la maille catégorie à la maille segment dans le modèle

Regardons comment se comporte la PVFP moyenne brute de taxe suite à la prise en compte des *equity* ligne à ligne :

PVFP Solo	2017	écart / Baseline (M€)	écart (%)
Baseline	2 500,00	0	0,00 %
Nouvelle table Equity	2 791,60	291,60	11,66 %

Figure A18 – Tableau de comparaison de la PVFP du fonds euro avant et après ajout des *equities* ligne à ligne

Une forte augmentation de près de 12 % de la PVFP est constatée.

Celle-ci est la résultante d'un impact indicatif sur les profits entre la 5^{ème} et la 16^{ème} année de projection, comme l'illustre le graphique ci-dessous :

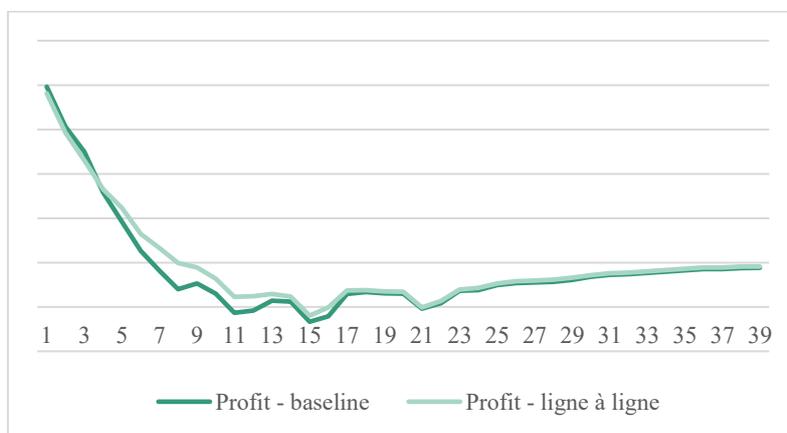


Figure A19 – Evolution des profits du fonds euro avant et après ajout des *equities* ligne à ligne

Pour cause, des dotations à la PDD beaucoup plus fortes lorsqu'elles ont lieu pour le scénario de référence.

Entre les années 0 et 5, les profits du scénario ligne à ligne sont légèrement inférieurs, notamment en raison d'une partie des dotations à la PDD qu'on ne retrouve pas dans le scénario de référence.

Entre les années 5 et 16, la pente de la courbe de la PDD est plus importante pour le scénario de référence, jusqu'à quasiment rattraper la courbe du scénario ligne à ligne au milieu de projection.

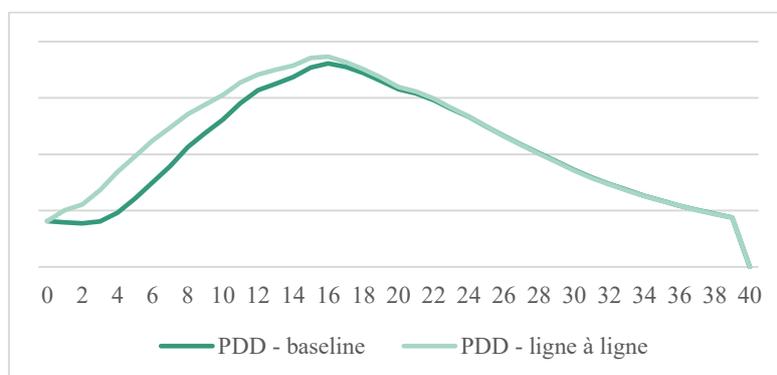


Figure A20 – Evolution de le PDD avant et après ajout des *equities* ligne à ligne

En effet, à partir du milieu de projection, les profils de deux scénarios sont quasiment identiques.

Il s'agit des effets combinés :

- du *turnover* (fixé à 5 %),
- des réinvestissements des *equities*,
- et des phases d'investissement et désinvestissement,

qui au fil du temps, vont contribuer à renouveler le portefeuille, et donc à la fois à faire baisser la PDD (la FAV et la MV étant égales pour les nouveaux segments achetés) et à atténuer les montants des reprises et des dotations.

1.4 Conclusion

Une prise en compte des actifs ligne à ligne est nécessaire, d'une part dans la mesure où elle est conforme à la réglementation, et d'autre part afin de refléter plus fidèlement le profil d'évolution du portefeuille d'actif tout au long de la projection.

Cette prise en compte permettrait également un pilotage plus fin dans le modèle en vue de développements futurs.

2. Pour aller plus loin : Prise en compte du caractère volatile du marché

La dernière partie de l'étude préliminaire a pour but de s'intéresser à l'impact qu'aurait une modélisation de la prise en compte des marchés volatiles sur le critère de constitution de la PDD.

2.1 Rappel du critère de dotation en situation de volatilité

L'avis n°2002-F du 18 décembre 2002 du CNC³⁷ précise qu'en cas de forte volatilité des marchés, une PDD doit être constituée si un actif baisse de plus de 30 %, l'appréciation du caractère volatile des marchés étant réalisée par l'AMF. A titre d'exemple, la crise financière de 2008 a généré une période de fortes volatilités des marchés financiers.

Deux pistes sont alors envisagées pour prendre en compte ce critère dans notre modèle d'étude.

2.2 Proposition d'évolution n°1 : Critère d'évolution de l'indice action

La première proposition consiste à déterminer puis implémenter un critère de volatilité des marchés dans le modèle. Le principe est le suivant : Si notre indice de référence $Indice_{Equity}^N$ varie de plus d'un certain pourcentage $Seuil_{Vol}$ au cours d'une année, alors nous considérons les marchés volatiles et le seuil de constitution d'une PDD passe de 20 % à 30 %.

³⁷ Conseil National de la Comptabilité

$$Seuil_{PDD} = \begin{cases} 30\%, \frac{|Indice_{Equity}^N - Indice_{Equity}^{N-1}|}{Indice_{Equity}^{N-1}} > Seuil_{Vol} \\ 20\%, \frac{|Indice_{Equity}^N - Indice_{Equity}^{N-1}|}{Indice_{Equity}^{N-1}} \leq Seuil_{Vol} \end{cases}$$

L'indice $Indice_{Equity}^N$ retenu pour notre étude est l'indice de la catégorie *Equity GF*, compte tenu de la matérialité de cette catégorie dans le fonds général.

Le seuil de volatilité $Seuil_{Vol}$ a été fixé à dire d'expert à 20 %.

2.3 Analyse des impacts

Comme le présente le tableau ci-dessous, une légère diminution de la PVFP moyenne de 1,21 % est constatée par rapport au scénario de référence.

PVFP Solo	2017	écart / Baseline (M€)	écart (%)
Baseline	2 500,00	0	0,00 %
Seuil de dotation à 30%	2 469,73	-30,27	-1,21 %

Figure A21 – Tableau de comparaison de la PVFP avant et après modification du seuil de dotation en moyenne stochastique

Aucun effet de compensation n'est donc constaté sur les profits par année de projection dans la mesure où les deux courbes se suivent de très près, avec une tendance de la courbe de référence à être au-dessus :

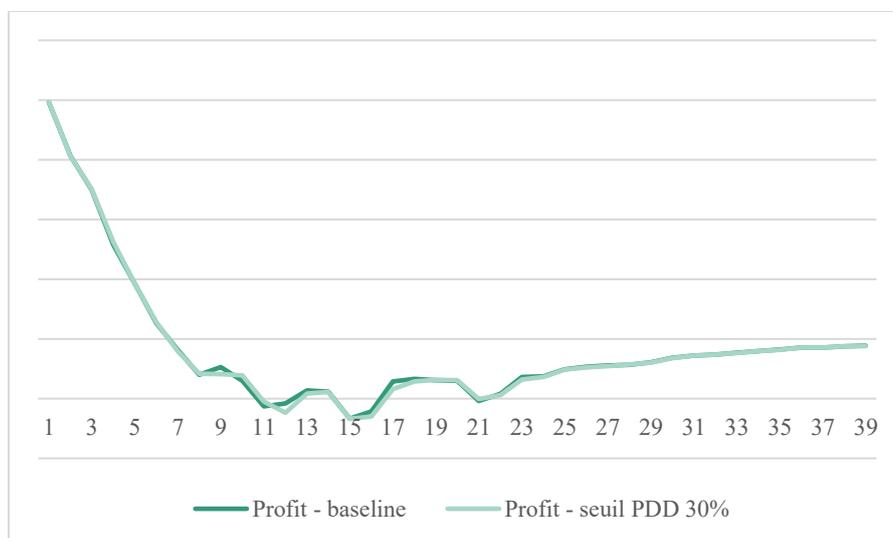


Figure A22 – Evolution des profits du fonds euro avant et après modification du seuil de dotation en moyenne stochastique

La raison principale est une diminution de la PDD totale en raison du critère de dotation plus strict, ce qui induit une reconnaissance immédiate des pertes lors des opérations de ventes (*turnover* et réalignements aux bornes d'allocations).

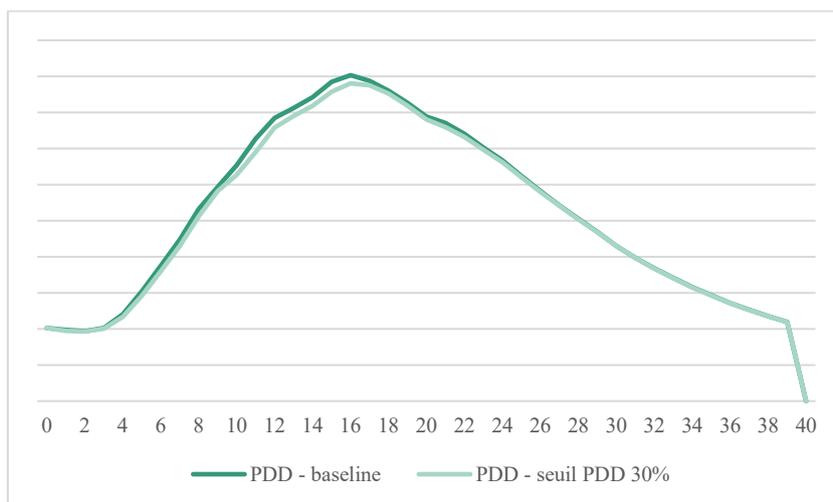


Figure A23 – Evolution de la PDD avant et après modification du seuil de dotation en moyenne stochastique

Cas particulier : simulation « extrême »

Par ailleurs, en nous intéressant à une simulation extrême dont les *indices actions* sont volatiles, nous constatons un effet de « rattrapage » de la reprise de PDD en année 14 :

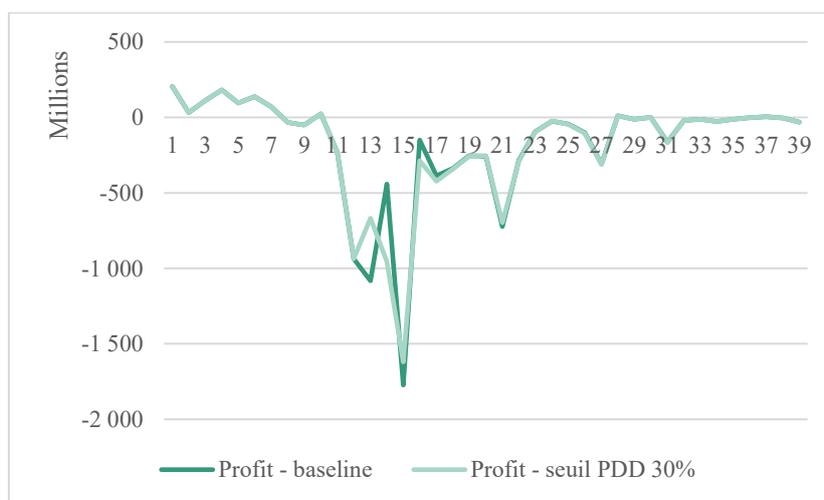


Figure A24 – Evolution des profits du fonds euro avant et après modification du seuil de dotation pour une simulation extrême

En effet, en année 13, le seuil de PDD bascule à 30 %, ce qui génère une dotation moins forte dans le second scénario et une hausse de profit sur l’année.

Toutefois, en année 14, le seuil bascule de nouveau à 20 %, rattrapant ainsi les dotations non réalisées l’année précédente, comme l’illustre le tableau et le graphique d’évolution de la PDD ci-dessous :

Scénario	Variation indice Equity	Seuil PDD	PDD - Baseline
T=12	3,70 %	20 %	1 023,61
T=13	-23,53 %	30 %	2 066,80
T=14	2,17 %	20 %	2 391,44

Figure A25 – Tableau d’évolution de l’indice equity GF et de la PDD sur 3 années

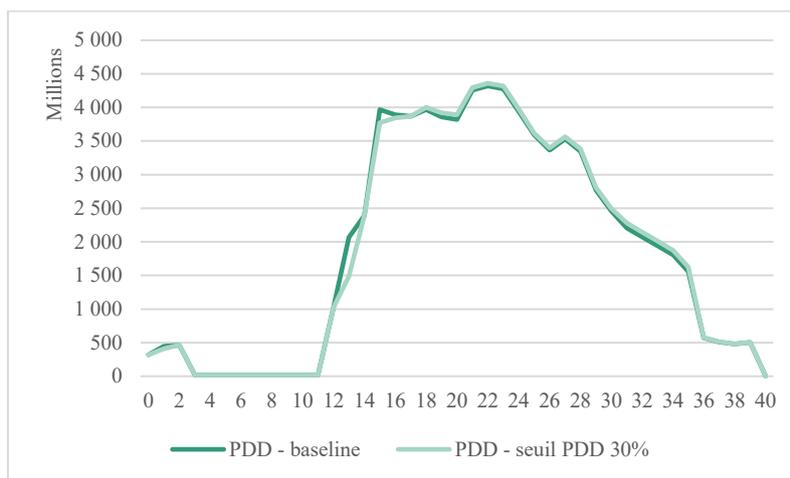


Figure A26 – Evolution de la PDD avant et après modification du seuil de dotation sur un scénario extrême

On remarque par ailleurs une hausse des moins-values latentes (MVL) en année 14 de 581,42 M€, correspondant exactement à l'écart de PDD constaté en année 13 entre les deux scénarios :

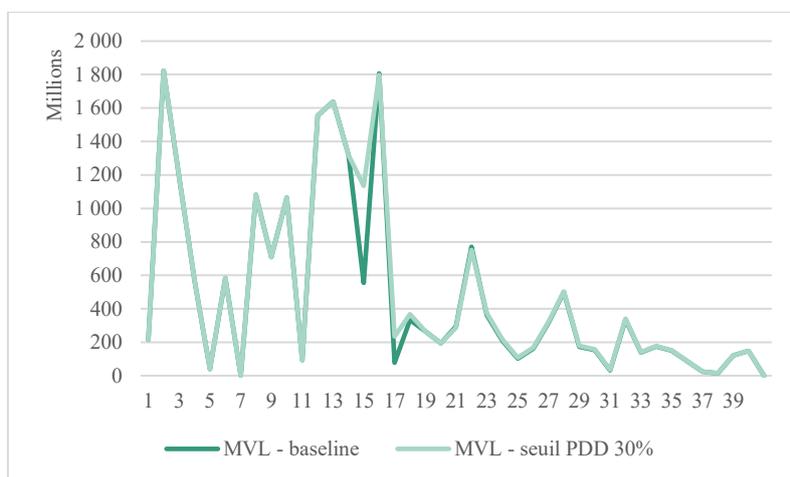


Figure A27 – Evolution des moins-values latentes avant et après modification du seuil de dotation sur un scénario extrême

En conclusion, la modélisation proposée démontre une variation des indicateurs contre-intuitive avec ce qui est attendu, bien que très faible, et présente les avantages d'être simple à implémenter et de proposer une réflexion plus proche de la réglementation.

2.4 Proposition d'évolution n°2 : Modification de l'ESG – Introduction d'une volatilité action accrue

La seconde modélisation est issue d'un échange avec l'équipe d'ingénierie financière de la Direction de gestion des actifs de l'entreprise, notamment en charge de constituer l'ESG utilisé dans notre modèle.

Cette modélisation repose sur le principe d'utiliser une chronique de volatilité implicite basée sur celle à fin 2008, afin de simuler un contexte économique pouvant être jugé volatile par l'AMF.

En raison des contraintes de réalisation de l'ESG par la DGA pour cette étude, et de la problématique du mémoire, cette piste n'a pas été exploitée.