

Risque de Souscription pour une branche
Assurance-Crédit :
Comparaison entre l'approche assurantielle et
l'approche risque de crédit

Babacar Ndoye

28 février 2019

Résumé

Dans ce mémoire, nous avons cherché à analyser l'incertitude sous-jacente à l'évaluation du risque de souscription selon deux approches :

1. l'approche assurantielle et
2. l'approche risque de crédit.

La première approche consiste à modéliser la fréquence et les coûts des sinistres attritionnels et graves. La distribution de pertes agrégées est obtenue au moyen de simulations Monte Carlo. Cette approche est considérée techniquement comme simple à mettre en oeuvre étant donné qu'elle est très répandue d'une part. D'autre part, la simulation Monte Carlo dans le cadre de cette approche n'est pas trop consommatrice de temps.

Comparée à l'approche assurantielle, l'implémentation de l'approche risque de crédit est moins directe dans la mesure où elle requiert un ensemble de modèles pour déterminer les paramètres de la perte tels que l'exposition au défaut, la probabilité de défaut, la perte en cas de défaut ainsi que les corrélations de défaut. En effet, la modélisation de ces paramètres doit être réalisée à partir de données à une granularité fine (par exemple pour les informations liées aux polices). De plus, la simulation Monte Carlo requiert beaucoup de temps puisque qu'elle est réalisée acheteur par acheteur. Nous avons utilisé des données d'assurance-crédit pour comparer ces deux approches.

Les résultats ont montré que l'approche risque de crédit est une approche plus prudente comparée à l'approche assurantielle. En plus de son caractère plus prudent, elle apparaît comme une approche plus appropriée pour des compagnies dont le portefeuille peut évoluer significativement étant donné que le calcul de l'exigence de fonds propres n'est pas basé que sur les modèles mais aussi sur les expositions à date.

Abstract

In this document, we capture the uncertainty underlying the premium risk based on two approaches :

1. the insurance approach and
2. the credit risk approach.

The first approach proceeds by modeling the frequency and the severity of both attritional and large losses. The aggregate loss distribution is derived using the Monte Carlo simulation technique. This approach is considered technically to be easy since practitioners are familiar with this approach on the one hand. On the other hand, the Monte Carlo process does not require much time.

Nevertheless, the implementation of the credit risk approach is not straightforward since it requires a set of models to define the necessary parameters like EaD, Probability of Default, Loss Given Default and Default Correlations. In fact, the modeling of these parameters is to be performed at more granular data on claims policy information. Furthermore, the Monte Carlo simulation requires a lot of time since it is conducted at buyer level. For an illustration, we used credit insurance data to compare these approaches.

The results have shown that the credit risk approach is more conservative compared to the insurance approach. In addition to that conservativeness, one could agree that the Credit Risk approach is more suitable for companies which have some significative changes in the structure of the portfolio given that the SCR computation is not only based on models but also on as of date exposure.

Table des matières

Résumé	1
Abstract	2
Introduction	6
I La théorie	12
1 Le principe de l'approche assurantielle	13
1.1 La modélisation	13
1.2 Théorie des valeurs extrêmes - Distribution de Pareto Généralisée pour les coûts des sinistres graves	14
1.2.1 Détermination graphique du seuil des graves par le Graphique de Hill	15
1.2.2 Détermination du seuil des graves par algorithme	16
1.3 Modélisation du coût moyen des sinistres attritionnels	16
1.3.1 Loi Gamma	16
1.3.2 Loi Normale	17
1.3.3 Loi Lognormale	17
1.4 Modélisation de la fréquence des sinistres graves et attritionnels	18
1.4.1 Loi de Poisson	18
1.4.2 Loi Binomiale Négative	18
2 Le principe de l'approche Risque de Crédit	20
2.1 Modélisation de la probabilité de défaut	21
2.2 Corrélations des défauts	22
2.2.1 La méthode des moments	22
2.2.2 La méthode du maximum de vraisemblance	23
2.3 Modélisation du taux d'utilisation en cas de défaut	24

2.4	Modélisation du taux de perte en cas de défaut	24
2.5	Notion de capacité de paiement / Ability to pay et modèle de Merton	25
II	Simulation Monte Carlo	27
1	Le Principe de la Simulation	28
1.1	Distribution des pertes avec l'approche assurantielle	28
1.2	Distribution des pertes avec l'approche risque de crédit	29
2	Nombre de simulations	31
III	Analyse exploratoire des données de base de notre étude	32
IV	Le choix de modélisation dans chacune des deux approches	35
1	Choix de modélisation dans l'approche assurantielle	36
1.1	Valeurs extrêmes - Distribution de Pareto généralisée	36
1.1.1	Détermination graphique du seuil des graves par Graphique de Hill	36
1.1.2	Détermination du seuil des graves par algorithme	37
1.2	Modélisation de la fréquence des sinistres attritionnels	39
1.2.1	Loi de Poisson	40
1.2.2	Loi Binomiale Négative	40
1.3	Modélisation de la fréquence des sinistres graves	41
1.3.1	Loi de Poisson	41
1.3.2	Loi Binomiale Négative	42
1.3.3	Loi uniforme	43
1.4	Modélisation du coût moyen des sinistres attritionnels	44
1.4.1	Loi Gamma	44
1.4.2	Loi Lognormale	45
1.4.3	Loi Normale	46
1.5	Modélisation du coût des sinistres graves	47
1.6	Synthèse des tests d'adéquation et choix de modèles	48

2	Choix de modélisation dans l'approche Risque de Crédit	50
2.1	Les probabilités de défaut	50
2.2	Les corrélations	52
2.3	Le taux d'utilisation en cas de défaut	52
2.3.1	Segment Domestique n°1	52
2.3.2	Segment Domestique n°2	54
2.3.3	Segment Domestique n°3	55
2.3.4	Segment Domestique n°4	56
2.3.5	Segment Export n°1	58
2.3.6	Segment Export n°2	59
2.3.7	Segment Export n°3	60
2.3.8	Segment Export n°4	62
2.4	Le taux de perte en cas de défaut	63
2.4.1	Segment Domestique	63
2.4.2	Segment Export	64
2.5	Synthèse des tests d'adéquation et choix de modèles	64
V	Résultats du risque de souscription selon les deux approches	66
1	Approche assurantielle	67
2	Approche risque de crédit	70
3	Comparaison des résultats	73
	Conclusion	75

Introduction

Une police d'assurance-crédit est une police qui offre à l'assuré une protection contre le défaut de paiement de son client (acheteur ou *buyer*) [5]. Ce type de produit n'est pas destiné aux personnes physiques. Une police d'assurance-crédit permet aux entreprises de se développer tout en limitant le risque d'impayés qui peut fortement nuire à leur rentabilité [5] (surtout dans le cadre d'une activité à marge faible) qu'elle offre ses services sur le marché local ou à l'export [19].

Une police d'assurance-crédit fonctionne comme suit : l'assuré choisit un assureur qui lui garantit de le dédommager en cas de défaut de paiement de ses acheteurs. L'assuré spécifie à son assureur la liste des acheteurs pour lesquels il cherche à se protéger du défaut. L'assureur communique alors à son assuré le montant des créances (factures en attente de paiement) qu'il ne doit pas dépasser avec chacun de ses acheteurs. Ce montant est appelé la limite.

La limite est un montant "théorique". Elle n'a aucune réalité économique. Elle représente le montant maximum que l'assureur peut être amené à déboursier en cas de défaut de l'acheteur en question.

Lorsque l'assuré déclare un sinistre, celui-ci est déclaré avec le montant effectif de factures impayées à la date du défaut. Ce montant correspond à la limite utilisée par l'assuré.

L'assureur indemnise alors son assuré en prenant bien en compte les caractéristiques de la police (franchise, etc.) et se lance dans le recouvrement des impayés directement auprès de l'acheteur de l'assuré.

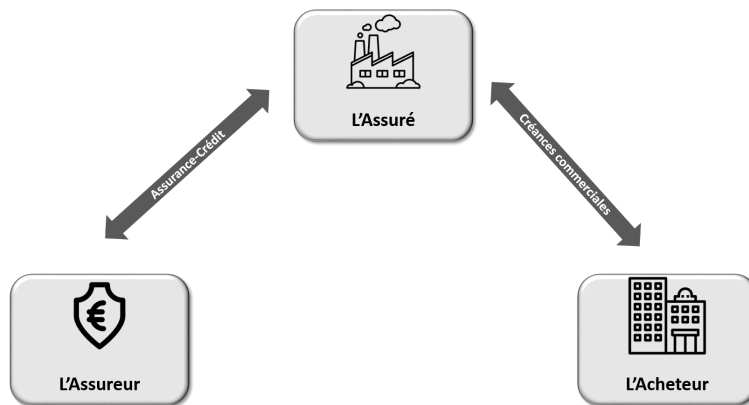


FIGURE 1 – Relations entre les acteurs de l'assurance-crédit

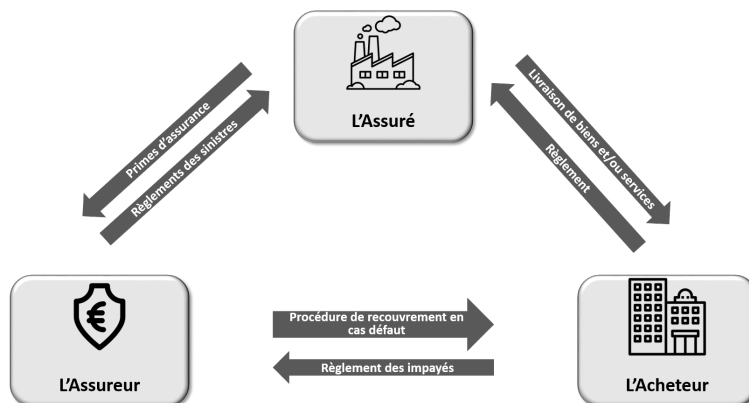


FIGURE 2 – Flux dans le cadre d'un contrat d'assurance-crédit

Le risque d'assurance-crédit se décompose généralement en deux types de sous-risques :

- Le risque commercial qui est lié aux clients de l'assuré et à leur capacité à payer les biens ou services qu'ils ont commandés.
- Le risque politique qui lui est relatif au pays de l'acheteur et tient compte des pertes qui pourraient survenir en cas d'événements politiques tels que des guerres, la promulgation de nouvelles lois, des embargos ou toutes autres mesures qui interfèrent avec le contrat établi.

Les montants de primes relatifs à ces polices d'assurance sont calculés comme étant un pourcentage du chiffre d'affaires garanti de l'assuré ou comme un pourcentage de son encours de créances [5]. La perception des primes peut être faite sur la base des déclarations, par les assurés, de la métrique désignée dans le contrat (chiffre d'affaires ou encours de créances) à une fréquence qui peut être mensuelle, trimestrielle, semestrielle ou annuelle. Selon la sinistralité de la police (ratio S/P), l'assureur peut accorder à son assuré une remise sur son montant de prime ou au contraire un surplus (système de bonus/malus).

Le montant de la prime commerciale d'une police d'assurance est égale au montant de sinistres probables (qui constitue la prime pure) augmenté des chargements (qui doivent couvrir les différents frais de gestion et d'administration). Compte tenu de la nature même de l'activité d'assurance (cycle de production inversé), la suffisance du montant des primes collectées est incertaine. Cette incertitude peut conduire à une sévère sous-estimation des primes en cas de montants de sinistres beaucoup plus élevés qu'habituellement ou des montants de frais anormalement hauts.

Ces considérations ont poussé les régulateurs à imposer aux assureurs et aux réassureurs de conserver suffisamment de Capital de façon à pouvoir faire face à ces risques liés à l'insuffisance de primes.

Le risque de souscription résulte de fluctuations dans la fréquence, la sévérité ou le timing des événements assurés. De plus, la réglementation en vigueur impose de calculer ce risque de souscription non seulement sur les contrats existant mais en incluant les polices d'assurance à émettre (i.e. en tenant compte des renouvellements de police). Il est également précisé que le risque de prime doit également tenir compte d'éventuelles insuffisances des provisions pour primes pour couvrir les sinistres.

Afin de protéger les assurés et assurer la stabilité des marchés financiers, la réglementation Solvabilité II requiert que les assureurs et les réassureurs conservent un capital, appelé Exigence de Fonds Propres (ou Solvency Capital Requirement - *SCR*), afin d'être en mesure de faire face aux pertes liées à une fluctuation inattendue des montants de sinistres et de frais. Cette exigence correspond à la perte possible à horizon 1 an pour cette compagnie avec un indice de confiance de 99,5%. Dans le cadre de la gestion des risques, il est commun de mesurer ce capital sur la base d'une distribution des pertes. De ce fait, la réglementation définit le SCR comme étant la *Value-at-Risk* (VaR) des fonds propres du société d'assurance ou de réassurance.

Le calcul de la VaR se fait en calculant la distribution des pertes.
La réglementation propose deux approches pour la calculer :

— **La formule standard**

Elle est considérée comme une méthode basique de calcul du SCR étant donné qu'elle ne nécessite que peu de calcul et de modélisation. En effet, the SCR est calculé comme suit :

$$SCR_t = \rho(\sigma_{t,lob}) * V_{t,lob} \quad (1)$$

Où V fait référence à l'exposition au risque, σ fait référence à l'écart-type et ρ est une fonction de l'écart-type défini comme suit :

$$\rho(\sigma_{t,lob}) = \frac{\exp(\mathcal{N}_{0,995} * \sqrt{\log(\sigma_{t,lob}^2 + 1)})}{\sqrt{\sigma_{t,lob}^2 + 1}} - 1 \quad (2)$$

Où $\mathcal{N}_{99,5\%}$ est le quantile à 99,5% de la loi normale centrée réduite. $\rho(\sigma_{t,lob})$ est défini de façon à ce que, en supposant que le risque sous-jacent suive une loi LogNormale, le SCR produit soit cohérent avec une VaR à 99,5%. On peut approcher $\rho(\sigma_{t,lob})$ par $3 * \sigma_{t,lob}$.

Concernant l'exposition au risque, elle est déterminée comme suit :

$$V_{t,lob} = \max(P_{lob}^{t,emises}, P_{lob}^{t,acquises}, P_{lob}^{t-1,emises}) + P_{lob}^{provisionspourprimes} \quad (3)$$

— **Le modèle interne**

Le recours à une modèle interne autorise à calculer le SCR sur la base de données d'exposition aux risques internes et/ou externes ainsi que sur la base des données de sinistres de l'entreprise. Le modèle interne est donc un outil puissant pour capturer le comportement de risque individuel ainsi que le profil de risque.

L'un des objectifs de l'utilisation d'un modèle interne est de permettre une optimisation du besoin de fonds propres car, contrairement à la formule standard qui elle est basée sur des calibrages plutôt conservateurs pour pouvoir couvrir les besoins d'un maximum d'acteurs, le modèle interne est calibré par rapport au profil de risque de la compagnie le développant.

Bien que le développement du modèle interne soit libre a priori, son utilisation pour les besoins réglementaires nécessite une validation au préalable par les régulateurs. Les compagnies d'assurance et de réassurance se doivent de démontrer que leur modèle interne respecte un certain nombre d'exigences en termes de cohérence et de précisions des résultats. C'est pour cette raison que l'EIOPA a produit un guide des bonnes pratiques concernant l'utilisation des modèles internes. L'objectif est double :

1. Communiquer les attentes des régulateurs en termes pré-requis à remplir avant approbation du modèle interne et donc s'assurer de la conformité du SCR avec la directive Solvabilité II ;
2. Contribuer à la convergence des pratiques des différents régulateurs en termes d'appréciation des exigences relatives aux modèles internes.

La validation d'un modèle interne conforme à Solvabilité II repose sur l'ensemble de la chaîne le conduisant au résultat à savoir :

- Une approche statistique et actuarielle
- Les *usetests* ou l'utilisation des sorties du modèle dans le pilotage de l'entreprise
- La documentation
- La validation interne
- L'engagement et l'implication des dirigeants de la compagnie
- Le processus de changement des modèles
- L'utilisation de modèles et de données externes

L'objectif de l'étude qui fait l'objet de ce mémoire est de comparer deux approches possibles pour déterminer le Risque de Souscription pour une branche d'assurance-crédit : l'approche assurantielle et l'approche risque de crédit.

La première approche repose sur le fait que l'assurance-crédit peut être considérée comme une activité d'assurance non-vie classique alors que l'utilisation de la seconde approche peut se justifier par le fait générateur des sinistres (i.e. : le défaut). En effet, le sinistre correspond au défaut de paiement d'une contrepartie (qui s'avère être le client ou *buyer* de l'assuré). On pourrait donc analyser le défaut de la même manière que le ferait une banque.

Deux types de défauts sont à noter :

1. Les défauts de paiement
2. Les impayés suite à mise en liquidation judiciaire du buyer

Quand le défaut de paiement peut se produire à plusieurs reprises dans une année, la mise en liquidation judiciaire n'arrive qu'une seule fois.

Première partie

La théorie

Chapitre 1

Le principe de l'approche assurantielle

1.1 La modélisation

Pour l'approche assurantielle, on considère que la charge globale de sinistres pour une compagnie d'assurance sur une période donnée correspond à la somme des coûts de chaque sinistre étant survenu pendant cet exercice. On considère une variable aléatoire $N(t)$ dont les valeurs sont entières. Cette variable aléatoire $N(t)$ représente le nombre de sinistres de l'exercice.

Soit également $N(t)$ variables aléatoires positives i.i.d $X_1, X_2, \dots, X_{N(t)}$ ou X_i représente le coût du i^{eme} sinistre de l'exercice. Les X_i suivent une loi de densité F_X .

Soit enfin $S(t)$ le montant de la charge cumulée de tous les sinistres de l'exercice.

On peut alors écrire :

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

On prend pour hypothèse que les coûts des sinistres X_i sont indépendants du nombre de sinistres $N(t)$.

Sous ses hypothèses, on peut écrire :

$$F_S = F(S \leq s) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} P(N(t) = n) * F_X^{n*}, & \text{si } s > 0 \\ P(N(t) = n), & \text{si } s = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Où F_X^{n*} représente la convolution de F_X n fois avec elle-même.

Etant donnée l'indépendance supposée de $N(t)$ avec $X(t)$ on obtient les formules qui suivent pour l'espérance et la variance :

$$E(S) = E(N(t)) * E(X) \quad (3)$$

$$Var(S) = E(N(t)) * Var(X) + Var(N(t)) * E(X)^2 \quad (4)$$

1.2 Théorie des valeurs extrêmes - Distribution de Pareto Généralisée pour les coûts des sinistres graves

Afin d'avoir une modélisation optimale du risque de souscription pour l'assureur, une première étape va être de traiter séparément les sinistres attritionnels des sinistres graves identifiés. Pour ce faire, il convient d'identifier le seuil à partir duquel un sinistre est grave. Nous allons employer la méthode de dépassement de seuil (Peaks-Over-Threshold) pour la détermination du seuil à partir duquel on peut considérer un sinistre comme grave.

D'après le théorème de Pickands-Balkema-de Haan (Balkema et de Haan en 1974, Pickands 1975)[1][10], les pertes qui dépassent un seuil suffisamment élevé suivent une Distribution de Pareto Généralisée[2].

$$G(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\xi x}{\beta})^{-\frac{1}{\xi}}, & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{\beta}}, & \text{si } \xi = 0 \end{cases} \quad (5)$$

où ξ et β sont respectivement les paramètres de forme et d'échelle. On notera que $x \geq 0$ quand le paramètre de forme $\xi \geq 0$ et que $0 \leq x \leq -\frac{\xi}{\beta}$ quand $\xi < 0$.

La Distribution Généralisée de Pareto intègre en fait trois distributions selon la valeur du paramètre ξ .

- Si $\xi = 0$ alors la distribution est équivalente à la distribution de la loi exponentielle.
- Dans le cas où $\xi > 0$ alors la distribution est équivalente à la distribution "classique" de Pareto.
- Enfin, lorsque $\xi < 0$, nous nous retrouvons avec une distribution de pareto de type II [3].

Il y a plusieurs méthodes pour déterminer le seuil approprié pour les montants des sinistres graves.

Nous chercherons à déterminer ce seuil :

1. Par une approche graphique - le graphique de Hill
2. Par une approche algorithmique

1.2.1 Détermination graphique du seuil des graves par le Graphique de Hill

Dans cette section nous nous intéressons à la méthode du graphique de Hill. Cette méthode consiste en :

1. Réordonner les X_i par ordre décroissant de telle sorte d'avoir $X^{(1)} > X^{(2)} > X^{(3)} > \dots > X^{(n)}$
2. Pour chaque nombre d'ordre k on va calculer la statistique de Hill.

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \frac{X^{(i)}}{X^{(k+1)}} \quad , \quad \text{pour } 1 \leq k \leq n \quad (6)$$

3. Tracer le graphique qui représente $H_{k,n} = f(k)$
4. Déterminer le seuil à partir de la zone stable du graphe (si possible).

Le choix du seuil des sinistres graves sur la base du graphique n'est pas toujours évident dans la mesure où le graphique en question peut être très volatile[7]. Dans ce cas, cette méthode pourra être utilisée comme un indicateur de l'ordre de grandeur de ce seuil.

1.2.2 Détermination du seuil des graves par algorithme

En application du théorème de Pickands-Balkema-de Haan (Balkema et de Haan en 1974, Pickands 1975)[1][10], nous proposons de chercher par itération les plus petits seuils qui permettent de calibrer une Distribution Généralisée de Pareto pour les sinistres dont les montants dépassent ce seuil.

1.3 Modélisation du coût moyen des sinistres attritionnels

Pour modéliser les montants des sinistres nous choisirons de tester un ensemble de distributions continues classiques afin de déterminer celle qui s'applique le mieux aux données de l'assureur.

Ainsi nous testerons les lois suivantes :

1. Loi Gamma
2. Loi Normale
3. Loi Lognormale

Le choix de la loi à retenir se fera sur la base des résultats des tests Kolmogorov Smirnov.

1.3.1 Loi Gamma

Une distribution Gamma est caractérisée par deux paramètres qui affectent respectivement la forme et l'échelle de sa représentation graphique.

La loi Gamma se caractérise par :

— sa densité

$$f(x; k, \theta) = \frac{x^k e^{-\frac{x}{\theta}}}{\Gamma(k)\theta^k} \quad \text{ou} \quad \Gamma(k) = \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-t} dt \quad (7)$$

— son espérance

$$E(X) = k\theta \quad (8)$$

— sa variance

$$V(X) = k\theta^2 \quad (9)$$

1.3.2 Loi Normale

La loi Normale est l'une des lois de probabilité les plus adaptées pour modéliser des phénomènes naturels issus de plusieurs événements aléatoires.

C'est une loi de probabilité absolument continue qui dépend de deux paramètres : son espérance (un nombre réel noté μ) et son écart type (un nombre réel positif noté σ). La loi Normale se caractérise par sa densité :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

1.3.3 Loi Lognormale

Un variable aléatoire X suit une loi LogNormale de paramètres μ et σ lorsque le logarithme de cette variable suit une loi normale de paramètres μ et σ .

La loi LogNormale se caractérise par :

— sa densité

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11)$$

— son espérance

$$E(X) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (12)$$

— sa variance

$$V(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2} \quad (13)$$

1.4 Modélisation de la fréquence des sinistres graves et attritionnels

La fréquence des sinistres fait référence au nombre d'occurrences des sinistres sur une période donnée. Dans le cadre de la modélisation de la fréquence des sinistres, nous utiliserons des distributions discrètes à valeur positive. Nous choisissons de tester l'adéquation de deux lois fréquemment utilisées pour modéliser les fréquences :

- la loi de Poisson
- la loi Binomiale Négative

1.4.1 Loi de Poisson

La loi de Poisson est une loi de probabilité discrète qui décrit le comportement du nombre d'événements se produisant dans un intervalle de temps fixé, si ces événements se produisent avec une fréquence moyenne ou espérance connue et indépendamment du temps écoulé depuis l'événement précédent.

Elle se caractérise par :

- sa probabilité

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (14)$$

- son espérance et sa variance

$$E(X) = V(X) = \lambda \quad (15)$$

1.4.2 Loi Binomiale Négative

La loi binomiale négative est une distribution de probabilité discrète. Elle décrit la situation suivante : une expérience consiste en une série de tirages indépendants, donnant un "succès" avec probabilité p (constante durant toute l'expérience) et un "échec" avec une probabilité complémentaire. Cette expérience se poursuit jusqu'à l'obtention d'un nombre donné n de succès. La variable aléatoire représentant le nombre d'échecs (avant l'obtention du nombre donné n de succès) suit alors une loi binomiale négative. Ses paramètres sont n , le nombre de succès attendus, et p , la probabilité d'un succès.

— Les probabilités s'expriment :

$$P(X = k) = C_{k+r-1}^k p^r (1-p)^k \quad (16)$$

— L'espérance est égale à :

$$E(X) = \frac{r(1-p)}{p} \quad (17)$$

— La variance est égale à :

$$V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2} \quad (18)$$

Chapitre 2

Le principe de l'approche Risque de Crédit

Pour déterminer le risque de souscription avec l'approche Risque de Crédit, il faut modéliser les principales variables qui interviennent à savoir : l'exposition (EaD), la Probabilité de Défaut (PD), le taux de perte en cas de défaut (LGD).

Nous ferons par la suite le choix de modéliser l'exposition (EaD) au moment du défaut comme étant le produit de l'exposition en début d'année (Exp) par un taux d'utilisation en cas de défaut (UGD). Ce taux d'utilisation peut autant être inférieur à 1 ou supérieur à 1 selon si l'exposition a diminué ou augmenté entre le début de l'année et le moment du défaut.

Ainsi pour un acheteur donné, si les paramètres sont jugés indépendants, la perte attendue s'écrit :

$$EL = \mathbf{1}_{PD} * Exp * UGD * LGD \quad (1)$$

où $\mathbf{1}_{PD}$ prend la valeur 1 si l'acheteur est en défaut et 0 sinon.

Il faut cependant noter que des travaux ont démontré que sur certains marchés particuliers, il peut exister des corrélations entre la probabilité de défaut PD et la perte en cas de défaut LGD [4][8][15].

De plus, des études ont même proposé des ajustements aux modèles de risque de crédit afin de prendre en compte ces corrélations [14][20].

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons considérer que les paramètres sont indépendants.

Pour calcul le SCR nous choisissons l'approche de la valeur des actifs de l'entreprise qui est basée sur l'approche de Merton [6]. Elle considère qu'un acheteur sera en défaut si la valeur de ses actifs sur le marché est inférieure à un seuil donné (barrière de défaut). Cette approche permet également de modéliser les défauts corrélés [13].

Suivant cette approche, Vasicek considère qu'une entreprise sera en défaut si son niveau d'actifs sur le marché (ici performance) franchit la barrière de défaut.

Le schéma ci-dessous illustre l'occurrence d'un défaut selon l'approche de Merton :

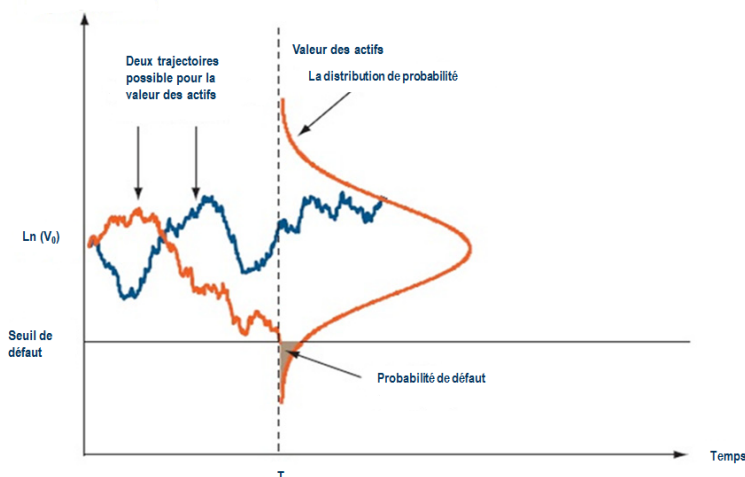


FIGURE 3 – Illustration d'un défaut selon l'approche de Merton (V_0 est la valeur des actifs)

2.1 Modélisation de la probabilité de défaut

Dans le cadre de cette étude nous allons considérer les probabilités de défaut historiques pour alimenter notre approche risque de crédit. La Probabilité de Défaut est déterminée comme étant le nombre d'acheteurs ayant eu un ou plusieurs défauts sur un exercice rapporté au nombre total d'acheteurs. La Probabilité de Défaut ne tient compte que du premier défaut. Cependant le calibrage des autres paramètres permettra de prendre en compte la charge globale de sinistres.

2.2 Corrélations des défauts

Supposons que la performance de chaque acheteur (nommé entreprise également par la suite) est représentée par la variable Y_i qui dépend d'un facteur commun Z (facteur systémique) et de leur performance propre ϵ_i (facteur idiosyncratique). Le modèle se présente comme suit :

$$Y_i = \rho_i Z + \sqrt{1 - \rho_i^2} \epsilon_i \quad (2)$$

Le coefficient ρ_i mesure l'impact de la composante systémique Z sur la performance de l'acheteur i : c'est la corrélation entre Y_i et Z . Il est important de noter que la performance d'une entreprise Y_i est une variable latente. Z et ϵ_i sont des variables aléatoires indépendantes de loi normale centrée réduite. La performance de l'entreprise, par conséquent, suit une loi normale centrée réduite.

Nous allons présenter ci-dessous 2 méthodes qui permettent le calibrage des corrélations ρ_i :

- La méthode des moments
- La méthode du maximum de vraisemblance

2.2.1 La méthode des moments

La méthode des moments consiste simplement à évaluer les moments théoriques avec leurs estimations obtenues à partir de l'échantillon. Nous devons considérer au moins autant de moments indépendants qu'il y a de paramètres à estimer.

Considérons que $X_{i,t} = 1$ si l'acheteur i fait défaut pendant la période t et que $X_{i,t} = 0$ dans le cas contraire.

On a :

$$Var(X) = E[X^2] - E[X]^2 \quad (3)$$

Dans notre contexte, la méthode des moments suppose que les segments soient homogènes :

- Deux acheteurs d'un même segment ont la même probabilité de défaut ;
- Deux acheteurs d'un même segment ont la même barrière de défaut ;

Par conséquent, la probabilité de défaut jointe de deux acheteurs appartenant au même segment est définie comme suit :

$$J_{PD} = E(X^2) = \mathcal{N}_2(\mathcal{N}^{-1}(PD); \mathcal{N}^{-1}(PD); RSQ) \quad \text{Avec } \rho = RSQ \quad (4)$$

Ou PD est la probabilité de défaut, \mathcal{N} est la distribution normale cumulée et \mathcal{N}_2 la distribution normale cumulée bivariée.

Selon Gordy [12], on a :

$$Var(X) = \mathcal{N}_2(\mathcal{N}^{-1}(PD); \mathcal{N}^{-1}(PD); \rho) - PD^2 \quad (5)$$

Supposons que DR_t est le taux de défaut d'un segment donnée pour la période t .

Selon Gordy on peut écrire :

$$\widehat{Var}(X) = \frac{Var(DR_t) - E(1/n_t) * PD * (1 - PD)}{1 - E(1/n_t)} \quad (6)$$

La méthode des moments consiste à évaluer les moments théoriques et les moments empiriques. Par conséquent, on a :

$$\mathcal{N}_2(\mathcal{N}^{-1}(PD); \mathcal{N}^{-1}(PD); \rho) - PD^2 = \frac{Var(DR_t) - E(1/n_t) * PD * (1 - PD)}{1 - E(1/n_t)} \quad (7)$$

Le coefficient de corrélation $\rho = RSQ$ peut être déterminé avec des algorithmes numériques (par exemple : la méthode de Newton Raphson)

2.2.2 La méthode du maximum de vraisemblance

Les corrélations de défaut peuvent être calibrées par la méthode de maximum de vraisemblance asymptotique.

Supposons que :

- DR_t est le taux de défaut associé à la période t du segment
- PD est la moyenne empirique des taux de défauts du segment
- T est le nombre d'année de la fenêtre du calibrage

Le logarithme de la fonction du maximum de vraisemblance s'écrit comme suit :

$$LL = \sum_{i=1}^T \log[f(DR_t; \rho, PD)] \quad (8)$$

avec $f(DR_t; \rho, PD) = \frac{\sqrt{1-\rho}}{\rho} * \exp\left(-\frac{(1-2\rho)+\delta_t^2-2\sqrt{1-\rho}*\delta_t*\gamma_t+\gamma_t^2}{2*\rho}\right)$
 et
 $\delta_t = \mathcal{N}^{-1}(DR_t); \gamma_t = \mathcal{N}^{-1}(PD)$

En maximisant la fonction LL par segment on obtient les solutions suivantes :

$$\widehat{\rho} = \frac{\frac{m_2}{T} - \frac{m_1^2}{T^2}}{1 + \frac{m_2}{T} - \frac{m_1^2}{T^2}} \quad (9)$$

$$\widehat{PD} = \mathcal{N}(T^{-1} * \sqrt{1 - \widehat{\rho}} * m_1) \quad (10)$$

avec $m_1 = \sum_{t=1}^T \delta_t$; $m_2 = \sum_{t=1}^T (\delta_t)^2$
 et

\mathcal{N} normale centrée réduite cumulée

2.3 Modélisation du taux d'utilisation en cas de défaut

Comme décrit plus haut, le taux d'utilisation en cas de défaut permet de modéliser l'évolution de l'exposition au défaut entre le début de l'année et le moment du défaut. Nous allons, dans le cadre de cette étude calibrer les UGD par segment de PD.

Pour ce faire nous testerons deux lois usuelles :

- La loi Lognormale (cf. Chapitre 1 - §1.3.3)
- La loi Gamma (cf. Chapitre 1 - §1.3.1)

2.4 Modélisation du taux de perte en cas de défaut

Le taux de perte en cas de défaut (LGD) représente la part que l'assureur va régler *in fine* sur le montant du défaut [18] [16]. Cette part tient compte du montant que l'assureur va pouvoir récupérer via les processus de recouvrement de créances. De par sa nature et sa définition, ce taux est un nombre compris entre 0 et 1 (0 lorsque l'assureur réussit à recouvrer 100 % et 1 si l'assureur ne recouvre rien).

Pour modéliser ce type de paramètre notre choix se tourne vers une loi Béta qui est une loi dont le support est borné (entre 0 et 1). Dans le cas où la loi Béta ne permettrait pas de décrire nos LGD, nous tenterons de calibrer un mélange de lois Béta [9].

Une distribution Béta est caractérisée par deux paramètres α et β qui affectent la forme de sa représentation graphique.

La loi Béta se caractérise par :

— sa densité

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du} & \text{si } x \in [0; 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (11)$$

— son espérance

$$E(X) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (12)$$

— sa variance

$$V(X) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \quad (13)$$

2.5 Notion de capacité de paiement / Ability to pay et modèle de Merton

Le modèle de Merton [6] permet un tirage stochastique de la probabilité de défaut des acheteurs. Le modèle de Merton-Vasicek vient des marchés financiers et consiste :

- d'une part à dire qu'une société fait défaut si la valeur de son capital à la date de remboursement de ses emprunts est insuffisante, c'est-à-dire, si elle tombe à un niveau en-deçà de ses engagements contractuels,
- et d'autre part à modéliser la corrélation de défaut entre les sociétés comme provenant d'une dépendance (au sens corrélation) de chaque société avec un facteur commun à toutes les sociétés.

Son écriture repose sur la valorisation des fonds propres d'une société comme un actif financier qui suit un processus de diffusion de Wiener, classique en finance de marché.

Soit A_t la valeur des fonds propres de la société, cette valeur suit la dynamique suivante :

$$\frac{dA_t}{A_t} = \mu dt + \sigma dX_t \quad (14)$$

avec X un mouvement brownien standard.

Le niveau de fonds propres à la date T vaut alors :

$$\log(A_T) = \log(A_0) + \mu T - \frac{1}{2}\sigma^2 T + \sigma\sqrt{T}X \quad (15)$$

La probabilité de défaut de l'acheteur s'écrit donc (en notant B la valeur des engagements contractuels) :

$$p = P(A_T < B) = P(X < c) = \mathcal{N}(c) \quad (16)$$

avec :

$$c = \frac{\log(B) - \log(A_0) - \mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (17)$$

et

$\mathcal{N}(x)$ la fonction de répartition de la loi normale.

Deuxième partie
Simulation Monte Carlo

Chapitre 1

Le Principe de la Simulation

Il existe une plénitude de méthodes de simulation permettant d'obtenir une distribution des pertes parmi lesquels :

- La transformation de Fourier rapide [11]
- L'algorithme récursif de Panjer [17]
- L'approche de Monte Carlo [11]

Nous faisons le choix de réaliser nos simulations avec la méthode Monte Carlo pour sa simplicité d'implémentation d'une part et sa popularité d'autre part.

1.1 Distribution des pertes avec l'approche assurantielle

La distribution des pertes sera obtenue à l'issue des simulations. Notre approche nous permet de calibrer le nombre de sinistres attritionnels d'une part et graves d'autre part ayant lieu sur une période d'un mois. En parallèle, nous disposons également d'une modélisation des montants moyens des sinistres attritionnels et des montants des sinistres graves.

La simulation se déroule donc comme suit :

1. Simuler à partir de la loi calibrée un nombre $n_{attri}^{(1)}$ de sinistres attritionnels pour le mois numéro 1.
2. Simuler le coût moyen $C_{attri}^{(1)}$ de ces sinistres attritionnels pour le mois numéro 1 à partir de la loi définie .
3. Déterminer la charge de sinistres attritionnels en multipliant $n_{attri}^{(1)}$ par $C_{attri}^{(1)}$
4. Simuler à partir de la loi calibrée un nombre $n_{graves}^{(1)}$ de sinistres graves pour le mois numéro 1.

5. Simuler le coût $C_{graves,i}^{(1)}$ de chacun des $n_{graves}^{(1)}$ sinistres graves à partir de la loi de pareto généralisée.
6. Déterminer la charge de sinistres graves en sommant les $C_{graves,i}^{(1)}$ pour i entre 1 et $n_{graves}^{(1)}$.
7. Sommer le montant de la charge de sinistres attritionnels et la charge de sinistres graves afin d'avoir une charge mensuelle complète.
8. Répéter à 11 reprises les étapes de 1 à 7 et sommer les charges mensuelles obtenues afin d'avoir une charge de sinistres annuelle.
9. Répéter N_{simul} fois les étapes 1 à 8 afin d'établir la distribution de perte.

1.2 Distribution des pertes avec l'approche risque de crédit

La distribution des pertes sera obtenue à l'issue des simulations. Notre approche nous permet de déterminer dans chaque scénario si un acheteur va faire défaut ou non en fonction de la probabilité de défaut du segment auquel il appartient.

En cas de défaut, nous sommes en mesure d'attribuer à chaque acheteur un taux d'utilisation en cas de défaut, qui, couplé avec l'exposition de début de période, va donner une exposition de défaut.

Ensuite nous appliquerons le taux de pertes simulé afin d'obtenir la perte de l'acheteur pour le scénario donné.

La simulation se déroule donc comme suit :

1. Simuler à partir de la loi normale centrée réduite, la valeur du facteur systémique Z qui sera commune à l'ensemble des acheteurs pour ce scénario
2. Simuler à partir de la loi normale centrée réduite, une valeur du facteur idiosyncratique ϵ_i qui sera propre à chaque acheteur.
3. Calculer pour chaque acheteur la variable $Y_i = \rho_i Z + \sqrt{1 - \rho_i^2} \epsilon_i$
4. Comparer la valeur de Y_i à la barrière de défaut / seuil de défaut qui dépend de la PD du segment de l'acheteur
5. Si le seuil n'est pas franchie, alors la perte relative à cette acheteur est nulle. Si elle est franchie, simuler UGD_i et LGD_i selon les

lois choisies et on calcule la perte relative à l'acheteur comme étant $Exposition_i * UGD_i * LGD_i$.

Il est à noter que les taux d' UGD_i et de LGD_i sont re-simulés pour chaque acheteur et donc dans un même scénario, deux acheteurs du même segment ont des taux d' UGD_i et de LGD_i différents.

6. Sommer ensuite les pertes par acheteur pour donner la perte dans le scénario courant.
7. Répéter N_{simul} fois les étapes 1 à 6 afin d'établir le distribution des pertes.

Chapitre 2

Nombre de simulations

Dans chacune des deux méthodes utilisées dans le cadre de ce mémoire (méthode assurantielle ou méthode risque de crédit) nous allons calculer la VaR et donc le SCR à partir du résultat de nos simulations Monte Carlo. Nous allons dans chaque cas simuler N_{simul} fois les pertes annuelles de l'entreprise.

Il convient donc de choisir convenablement le paramètre N_{simul} .

Ce dernier doit être suffisamment faible pour permettre une détermination rapide du résultat, mais il doit être également suffisamment grand pour que le résultat du calcul soit stable. En particulier, le fait de lancer plusieurs fois un calcul de SCR ne doit pas conduire à des résultats très différents.

Nous allons fixé ce nombre de scenarios à 50.000 dans le cadre de notre étude et nous analyserons la stabilité des résultats.

Troisième partie

Analyse exploratoire des données de base de notre étude

Le jeu de données dont nous disposons est composé de l'ensemble des sinistres pour une branche assurance-crédit d'une compagnie sur une période de 48 mois.

Les montants de sinistres observés sur cette période évolue entre 0 et 1,9 millions d'euros réglés par la compagnie.

Min.	1er Qu.	Med.	Moy.	3eme Qu.	Max.
0	2 250	6 130	12 788	13 621	1 918 876

TABLE 1 – Quantiles des coûts de sinistres dans le jeu de données observé

Un QQ plot a été réalisé sur la base des coûts de sinistres observés.

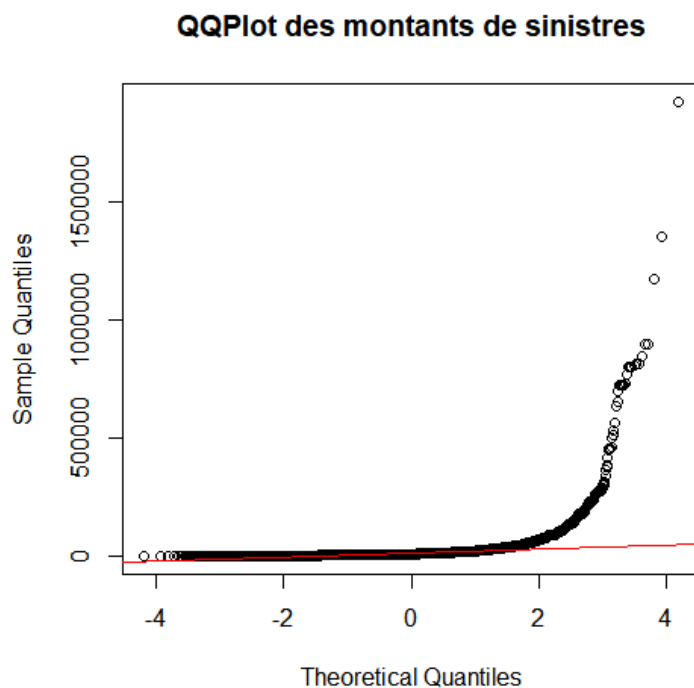


FIGURE 4 – QQ plot des coûts des *montants de sinistres*

Cette analyse met en exergue que la distribution des coûts des sinistres est probablement une distribution à queue épaisse. On note que sur la droite du

graphique, le poids des valeurs extrêmes est bien supérieur à ce qu'il serait si la distribution était à queue fine.

Ce constat est confirmé par le graphique ci-dessous qui représente un QQ plot du Log (montants des sinistres).

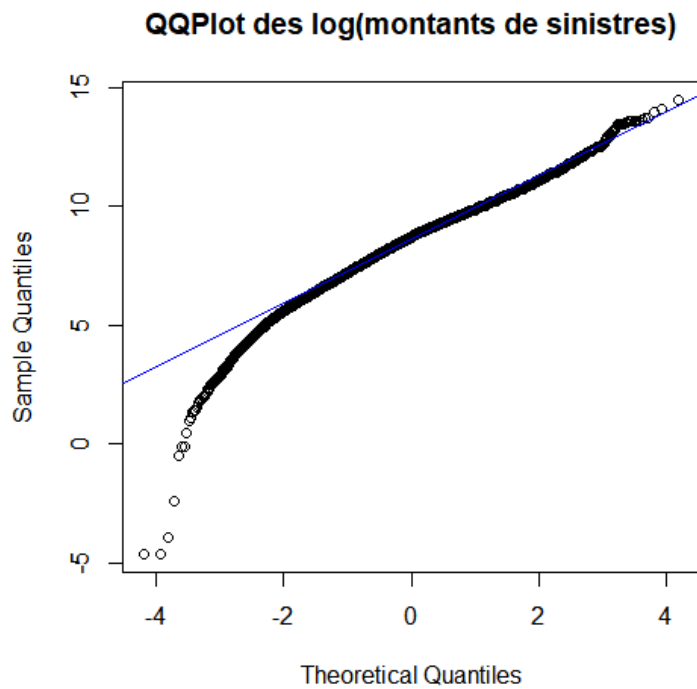


FIGURE 5 – QQ plot des $\log(\text{montants de sinistres})$

Sur la droite du graphique, les logarithmes (montant de sinistres) pourraient, pour les grande valeurs de sinistres, suivre une loi dont la distribution sera a queue fine.

Quatrième partie

Le choix de modélisation dans
chacune des deux approches

Chapitre 1

Choix de modélisation dans l'approche assurantielle

1.1 Valeurs extrêmes - Distribution de Pareto généralisée

1.1.1 Détermination graphique du seuil des graves par Graphique de Hill

Le seuil peut être identifié sur le graphique à partir du nombre d'ordre pour lequel la courbe représentée au sein du graphique est stable.

Ci-dessous le graphique obtenu à partir de la base de données en notre possession.

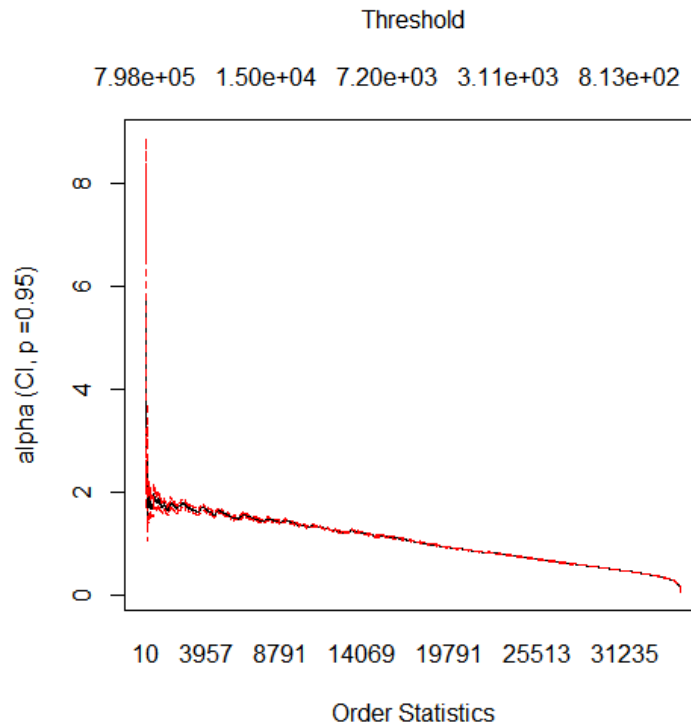


FIGURE 6 – Graphique de Hill pour la détermination du seuil des graves

Il apparaît que la détermination du seuil avec nos données est plutôt compliquée compte tenu du manque de stabilité du graphique.

Nous choisissons donc de recourir à une autre méthode.

1.1.2 Détermination du seuil des graves par algorithme

Comme décrit dans la partie théorique, nous pouvons déterminer le seuil à partir duquel un sinistre est considéré comme grave par l'exécution d'un algorithme. Nous constatons (cf. Figure 7) que le premier seuil pour lequel les excédents suivent une Distribution Généralisée de Pareto correspond à environ à

47 000€ (p-value du test de Kolmogorov-Smirnov $> 5\%$).

L'analyse plus complète des résultats du test de Kolmogorov-Smirnov pour un seuil balayant l'ensemble des valeurs observées des sinistres nous permet de définir par jugement d'expert une valeur plus élevée de seuil à savoir 90 000 €. En effet, le graphique représentant la p-value du test de Kolmogorov-

Smirnov en fonction du seuil nous montre un réel saut au niveau de la p-value à 90 000 € (cf. figure ci-dessous).

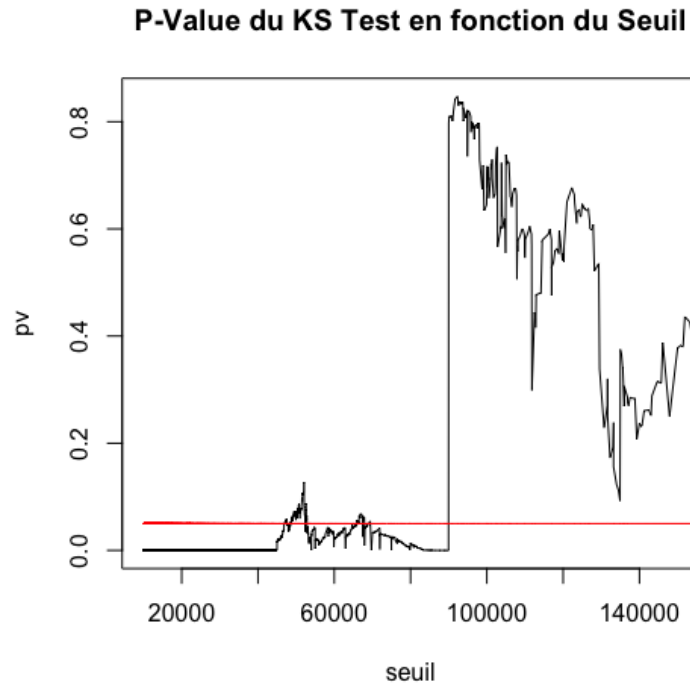


FIGURE 7 – p-value du test de Kolmogorov-Smirnov en fonction du seuil choisi

Avec le seuil déterminé précédemment (90 000 €), les excédents suivent une Distribution Généralisée de Pareto dont les paramètres sont présentés dans la table ci-dessous :

μ	ξ	β	KS D	KS p-value
90 000	0.5039027	58 689.71	0.03143528	0.7973690

TABLE 2 – Paramètres de la Distribution Généralisé de Pareto pour un seuil à 90 000 €

Par ailleurs l’observation des différents coûts de l’ensemble des sinistres nous permet de confirmer visuellement que nous sommes dans le cadre d’une Distribution Généralisée de Pareto de $\xi > 0$

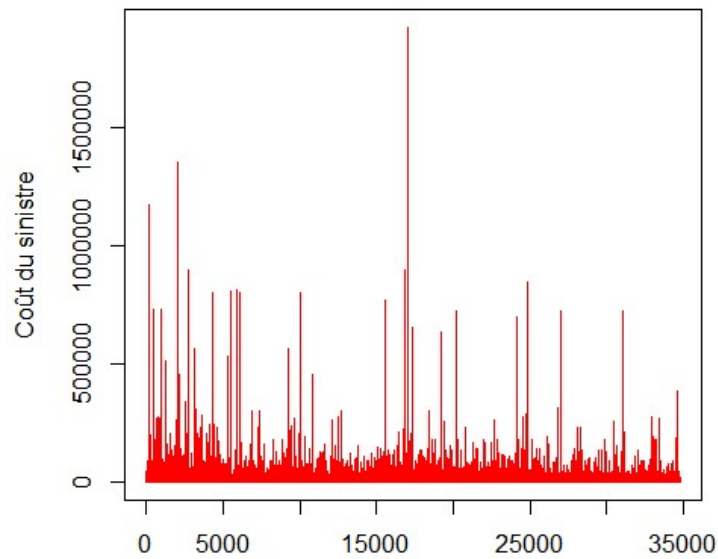


FIGURE 8 – Visualisation des montants de sinistres

En effet ci dessous les types d'observation relatifs à chaque sous-distribution de la Distribution Généralisée de Pareto selon les valeurs de ξ

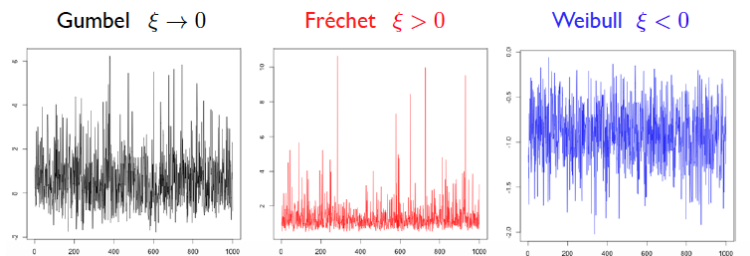


FIGURE 9 – Les trois types de Distribution Généralisée de Pareto selon les valeurs de ξ

1.2 Modélisation de la fréquence des sinistres attritionnels

Dans cette section, nous présentons les résultats des tests d'adéquation entre les données dont nous disposons et les différentes lois de probabilité.

1.2.1 Loi de Poisson

Nous avons calibré une loi de Poisson à partir des données de sinistres attritionnels de l'assureur.

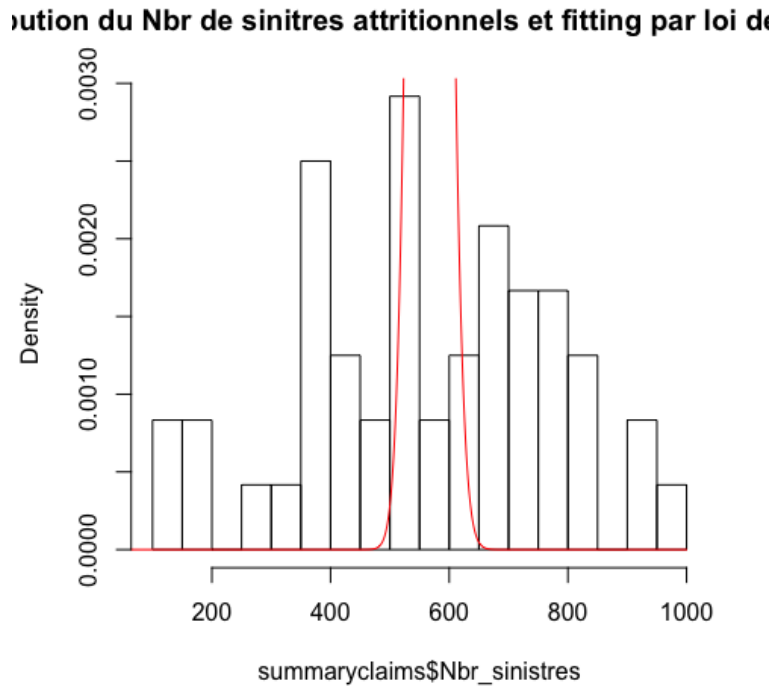


FIGURE 10 – Test d'adéquation avec la loi de Poisson pour les sinistres attritionnels

λ	KS D	KS p-value
566.0625	0.43136	3.495e-08

TABLE 3 – Paramètres de la loi de Poisson pour les sinistres attritionnels

1.2.2 Loi Binomiale Négative

Nous avons calibré une loi Binomiale Négative à partir des données de sinistres attritionnels de l'assureur.

n du Nbr de sinistres attritionnels et fitting par loi Binon

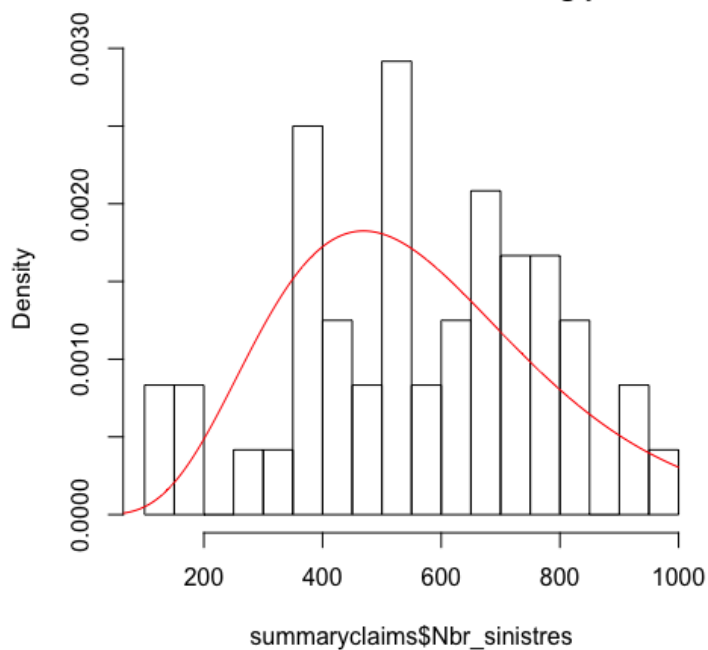


FIGURE 11 – Test d’adéquation avec la loi Binomiale Négative pour les sinistres attritionnels

μ	size	KS D	KS p-value
566.017532	5.803607	0.10759	0.6349

TABLE 4 – Paramètres de la loi Binomiale Négative pour les sinistres attritionnels

1.3 Modélisation de la fréquence des sinistres graves

Dans cette section nous présentons les résultats des tests d’adéquation entre les données dont nous disposons et les différentes lois de probabilité.

1.3.1 Loi de Poisson

Nous avons calibré une loi de Poisson à partir des données de sinistres graves de l’assureur.

Distribution du Nbr de sinistres graves et fitting par loi de P

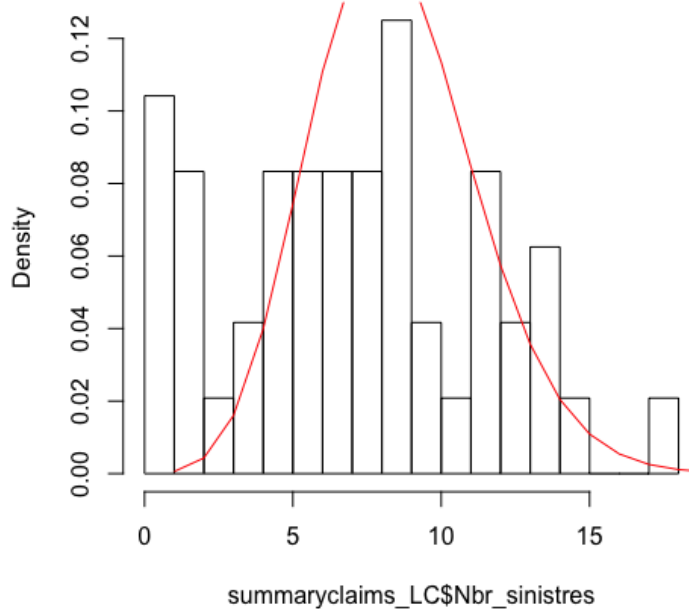


FIGURE 12 – Test d’adéquation avec la loi de Poisson pour les sinistres graves

λ	KS D	KS p-value
7.458333	0.19782	0.04671

TABLE 5 – Paramètres de la loi de Poisson pour les sinistres graves

1.3.2 Loi Binomiale Négative

Nous avons calibré une loi Binomiale Négative à partir des données de sinistres graves de l’assureur.

Test d'adéquation du Nbr de sinistres graves et fitting par loi Binomiale Négative

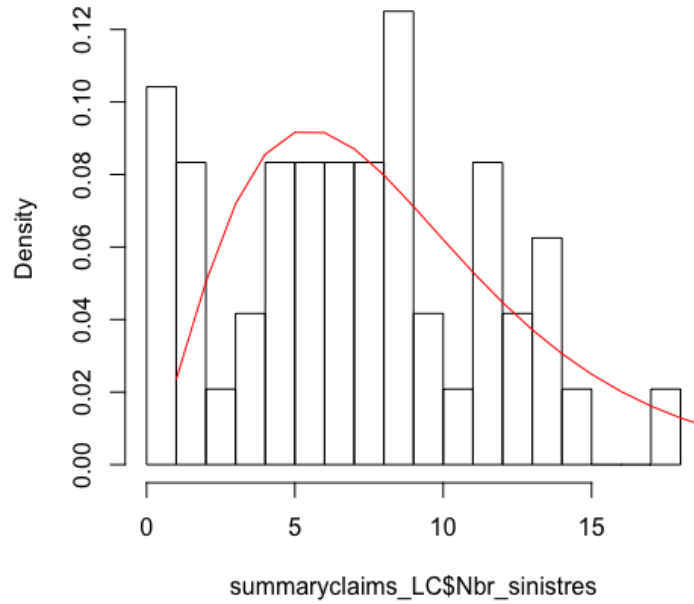


FIGURE 13 – Test d’adéquation avec la loi Binomiale Négative pour les sinistres graves

μ	size	KS D	KS p-value
7.458007	3.012535	0.1681	0.1327

TABLE 6 – Paramètres de la loi Binomiale Négative pour les sinistres graves

1.3.3 Loi uniforme

Nous avons calibré une loi Uniforme à partir des données de sinistres graves de l’assureur.

Distribution du Nbr de sinistres graves et fitting par loi de P

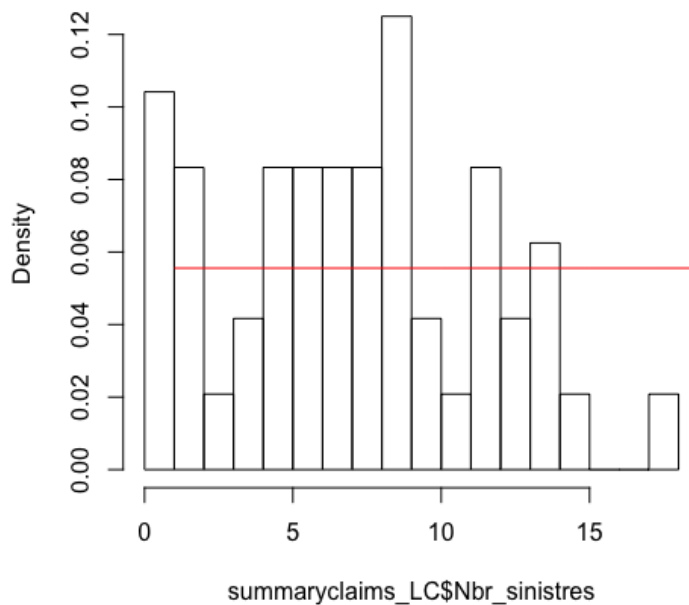


FIGURE 14 – Test d’adéquation avec la loi Binomiale Négative pour les sinistres graves

min	max	KS D	KS p-value
0	18	0.20833	0.03101

TABLE 7 – Paramètres de la loi Uniforme pour les sinistres graves

1.4 Modélisation du coût moyen des sinistres attritionnels

1.4.1 Loi Gamma

Nous avons calibré une loi Gamma à partir des données de sinistres attritionnels de l’assureur.

on du Cout Moyen des sinistres attritionnels et fitting p.

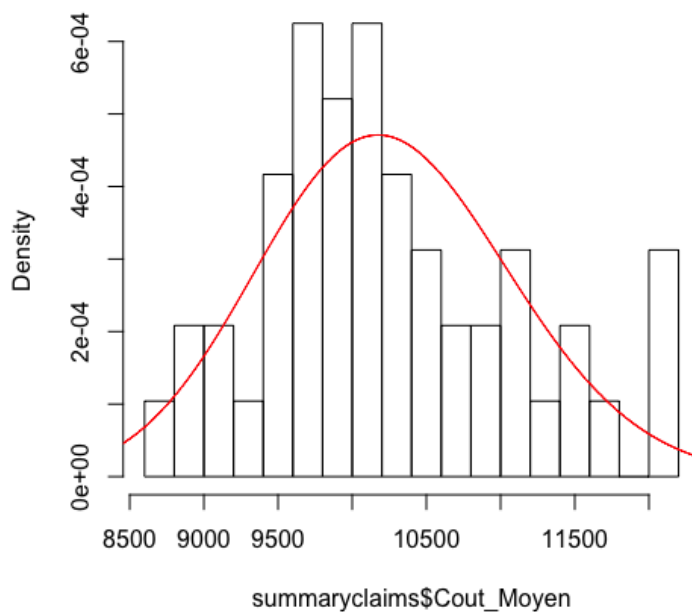


FIGURE 15 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les sinistres attritionnels

forme	échelle	KS D	KS p-value
145.444	0.01419	0.11695	0.4913

TABLE 8 – Paramètres de la loi Gamma pour les sinistres attritionnels

1.4.2 Loi Lognormale

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir des données de sinistres attritionnels de l’assureur.

du Cout Moyen des sinistres attritionnels et fitting par

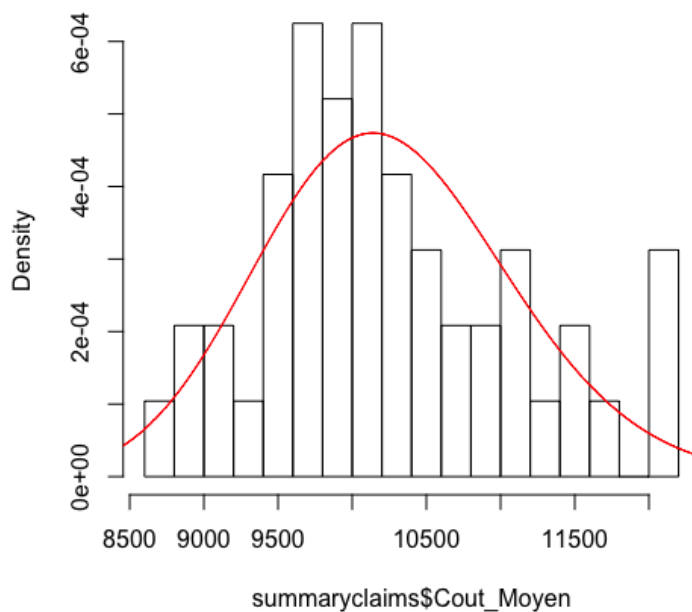


FIGURE 16 – Test d'adéquation avec la loi Lognormale pour les sinistres attritionnels

μ	σ	KS D	KS p-value
9.23099	0.08277	0.11178	0.5487

TABLE 9 – Paramètres de la loi lognormale pour les sinistres attritionnels

1.4.3 Loi Normale

Nous avons calibré une loi Normale à partir des données de sinistres attritionnels de l'assureur.

n du Cout Moyen des sinistres attritionnels et fitting p:

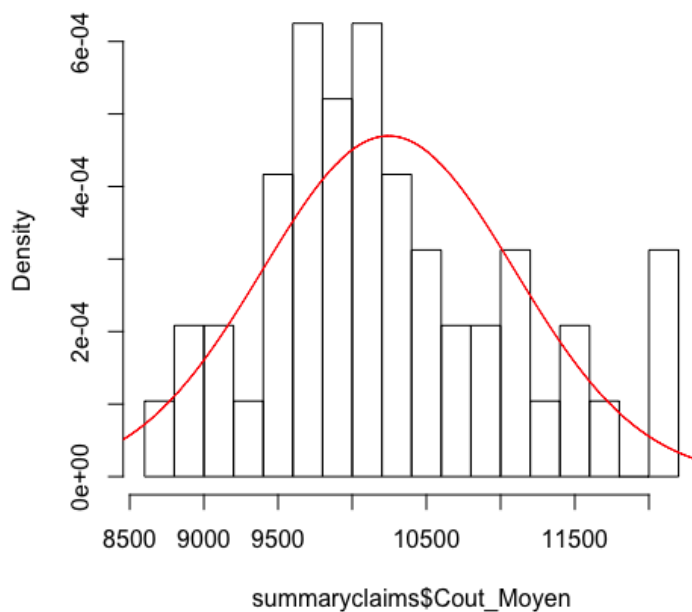


FIGURE 17 – Test d’adéquation avec la loi normale pour les sinistres attritionnels

μ	σ	KS D	KS p-value
10243.7332	849.3943	0.12757	0.3831

TABLE 10 – Paramètres de la loi normale pour les sinistres attritionnels

1.5 Modélisation du coût des sinistres graves

Nous avons calibré une loi de Pareto Généralisée à partir des données de sinistres graves de l’assureur lors de la détermination du seuil des sinistres graves.

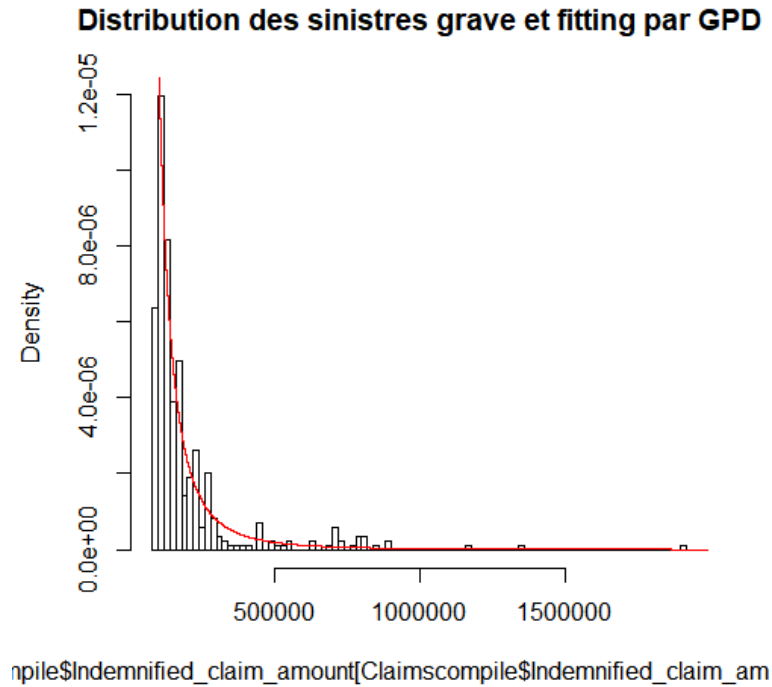


FIGURE 18 – Test d’adéquation avec la loi de Pareto Généralisée pour les sinistres graves

μ	ξ	β	KS D	KS p-value
90 000	0.5039027	58689.71	0.03143528	0.7973690

TABLE 11 – Paramètres de la loi de Pareto généralisée pour les sinistres graves

1.6 Synthèse des tests d’adéquation et choix de modèles

Sur la base des tests qui ont été présentés dans les sections précédentes, nous retiendrons pour les simulations concernant l’approche assurantielle les lois suivantes :

- Pour les sinistres attritionnels :
 - * fréquence des sinistres : loi Binomiale Négative
 - * coût moyen des sinistres : loi LogNormale

- Pour les sinistres graves :
 - * fréquence des sinistres : loi Binomiale Négative
 - * coût moyen des sinistres : loi de pareto généralisée

Le choix des modèles à retenir pour les simulations a été fait sur la base des comparaisons des p-value suite aux tests de Kolmogorov-Smirnov effectués pour le calibrage des modèles (p-value les plus-élevées).

Chapitre 2

Choix de modélisation dans l'approche Risque de Crédit

2.1 Les probabilités de défaut

Nous avons analysé les probabilités de défaut des acheteurs en fonction de deux paramètres :

- la localisation de l'acheteur : basé dans le pays (marché Domestique) ou à l'étranger (Marché Export)
- la notation de son risque de crédit

Ces probabilités de défaut empiriques sont présentées dans le graphique ci-dessous.

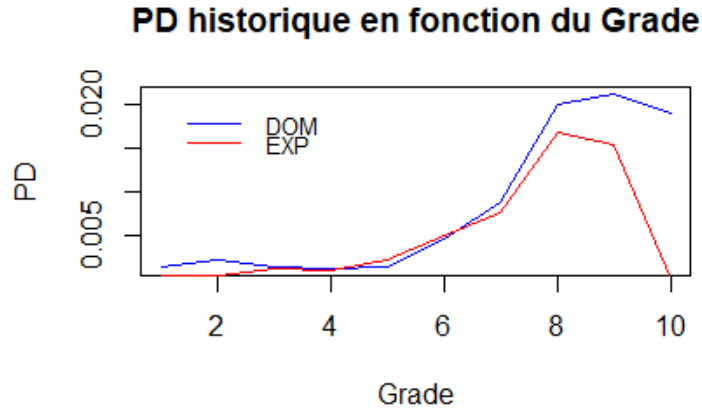


FIGURE 19 – Probabilités de défaut par notation des acheteurs pour les marchés Domestique et Export

On note que conformément à ce à quoi on pourrait s'attendre, la fréquence des défauts augmente avec la note (1 représentant les acheteurs possédant la meilleure qualité de crédit et 10 la pire).

Cependant, on constate une baisse des probabilités de défaut pour la note 10 dans le marché Domestique et pour les notes 9 et 10 dans le Marché Export. Ces baisses de probabilité de défaut s'expliquent par le très faible nombre d'acheteurs se trouvant dans ces catégories de note et une sinistralité clémente sur la période d'observation.

Pour les besoins de notre étude, nous allons regrouper les notes par catégories de PD consistantes de manière à avoir les PD les plus faibles pour les catégories de note les plus faibles. Nous faisons là un jugement d'expert tel qu'il est permis de le faire dans le cadre de Solvency II.

Ainsi, nous aboutissons à une partition des acheteurs en 8 segments : 4 segments pour le marché Domestique et 4 segments pour le marché de l'Export.

PD DOM1	PD DOM2	PD DOM3	PD DOM4
0.001356	0.00454	0.008749	0.020171
$Note \in [1; 6[$	$Note = 6$	$Note = 7$	$Note \in]7; 10]$

TABLE 12 – Probabilités de Défaut empiriques des segments Domestiques

PD EXP1	PD EXP2	PD EXP3	PD EXP4
0.001494	0.004889	0.007541	0.016581
<i>Note</i> ∈ [1 ; 6[<i>Note</i> = 6	<i>Note</i> = 7	<i>Note</i> ∈]7 ; 10]

TABLE 13 – Probabilités de Défaut empiriques des segments Exports

2.2 Les corrélations

Nous avons procédé au calibrage des corrélations via la méthode des moments comme décrite dans la partie théorique de ce mémoire.

Ainsi le paramètre ρ a été estimé pour chacun des segments de Probabilité de Défaut retenus dans la section précédente. Ci-dessous les paramètres obtenus.

PD DOM1	PD DOM2	PD DOM3	PD DOM4
0.076734	0.066323	0.098747	0.122175

TABLE 14 – Corrélations pour les segments Domestiques

PD EXP1	PD EXP2	PD EXP3	PD EXP4
0.112756	0.163374	0.186569	0.207717

TABLE 15 – Corrélations pour les segments Exports

2.3 Le taux d'utilisation en cas de défaut

2.3.1 Segment Domestique n°1

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°1.

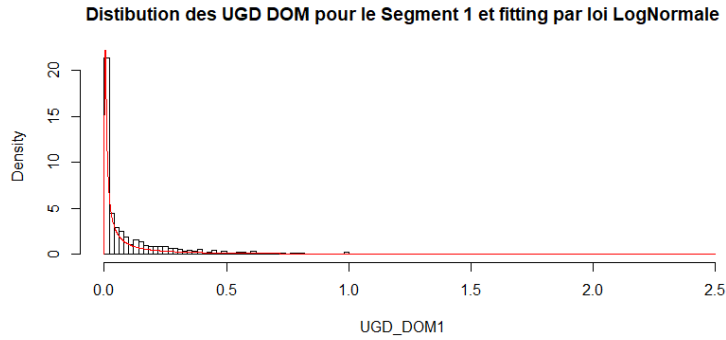


FIGURE 20 – Test d’adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°1

μ	σ	KS D	KS p-value
-4.157124	3.067587	0.11298	2.22e-16

TABLE 16 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°1

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l’historique des taux d’utilisation en cas de défaut de l’assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°1.

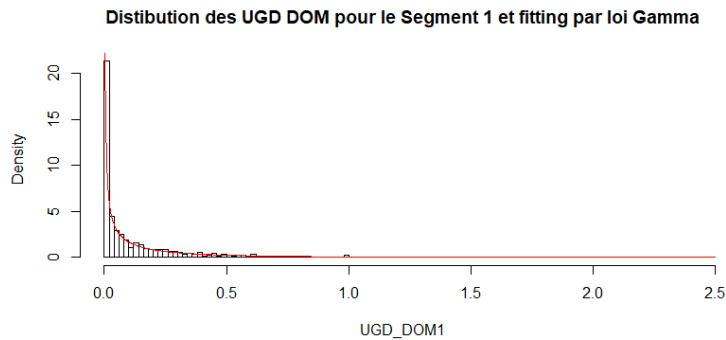


FIGURE 21 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°1

α	β	KS D	KS p-value
0.2914519	1.9870817	0.029234	0.1705

TABLE 17 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°1

2.3.2 Segment Domestique n°2

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°2.

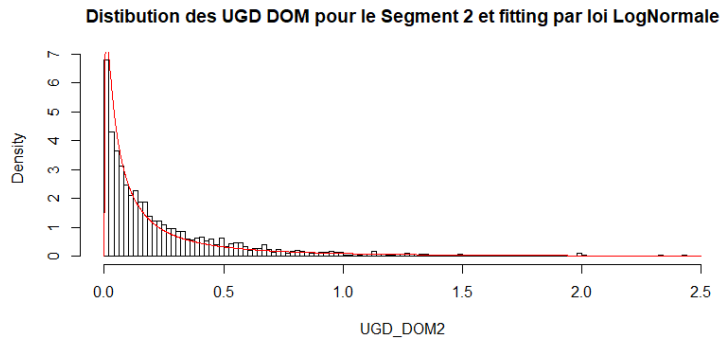


FIGURE 22 – Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°2

μ	σ	KS D	KS p-value
-2.168324	1.589777	0.063917	2.22e-16

TABLE 18 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°2

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°2.

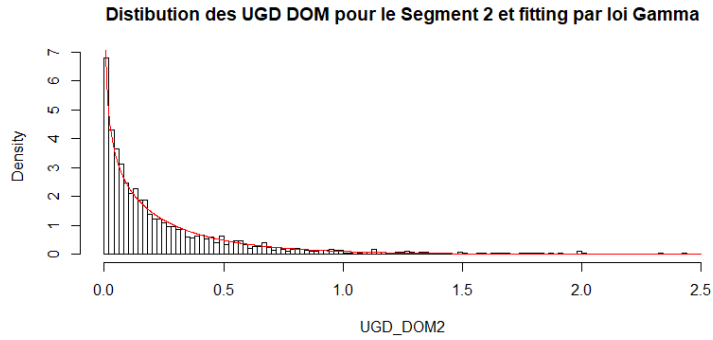


FIGURE 23 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°2

α	β	KS D	KS p-value
0.689208	2.693402	0.018814	0.06947

TABLE 19 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°2

2.3.3 Segment Domestique n°3

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l’historique des taux d’utilisation en cas de défaut de l’assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°3.

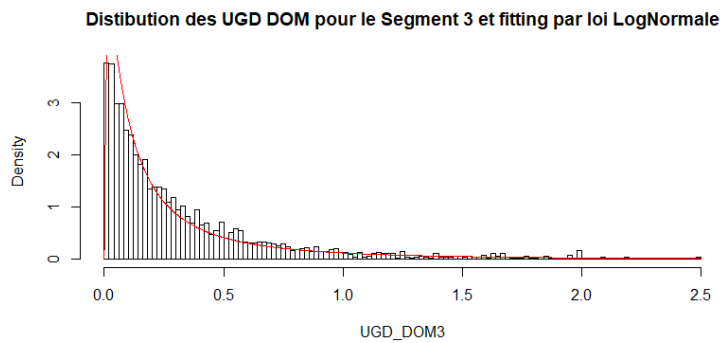


FIGURE 24 – Test d’adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°3

μ	σ	KS D	KS p-value
-1.804718	1.385332	0.052777	4.977e-08

TABLE 20 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°3

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°3.

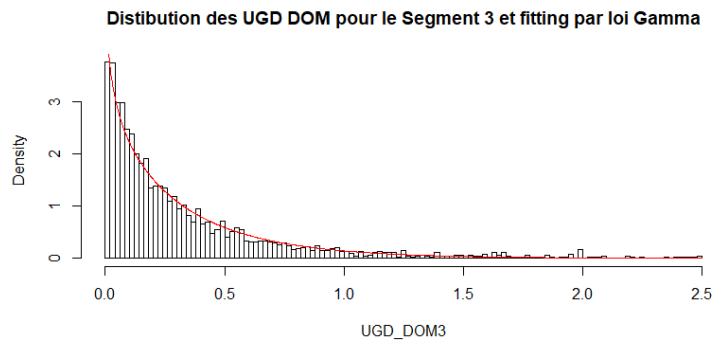


FIGURE 25 – Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°3

α	β	KS D	KS p-value
0.8171314	2.5866583	0.023364	0.06468

TABLE 21 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°3

2.3.4 Segment Domestique n°4

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°4.

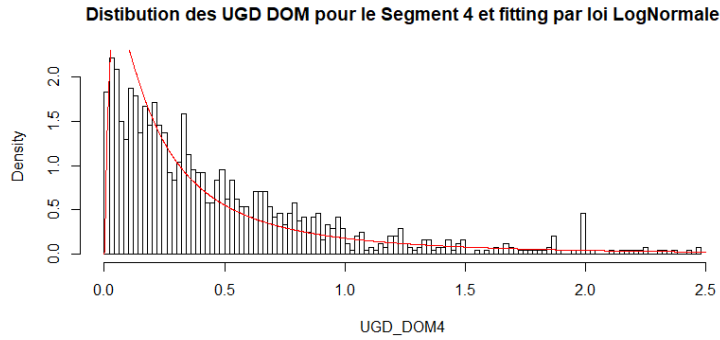


FIGURE 26 – Test d’adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°4

μ	σ	KS D	KS p-value
-1.326712	1.269990	0.073708	4.348e-06

TABLE 22 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°4

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l’historique des taux d’utilisation en cas de défaut de l’assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Domestique n°4.

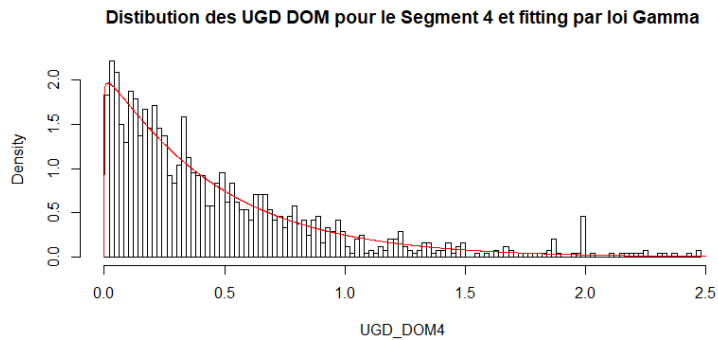


FIGURE 27 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°4

α	β	KS D	KS p-value
1.032819	2.228700	0.013075	0.9865

TABLE 23 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°4

2.3.5 Segment Export n°1

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°1.

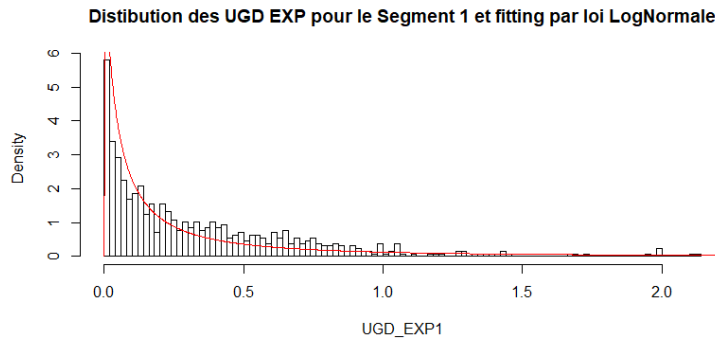


FIGURE 28 – Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°1

μ	σ	KS D	KS p-value
-1.924056	1.725460	0.10527	1.158e-06

TABLE 24 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°1

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°1.

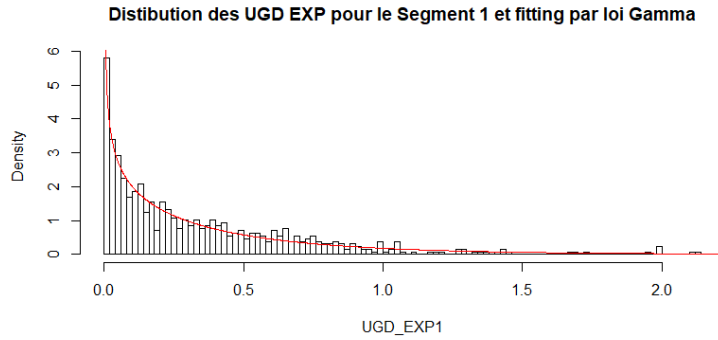


FIGURE 29 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°1

α	β	KS D	KS p-value
0.6989151	1.9158520	0.033728	0.4524

TABLE 25 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°1

2.3.6 Segment Export n°2

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l’historique des taux d’utilisation en cas de défaut de l’assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°2.

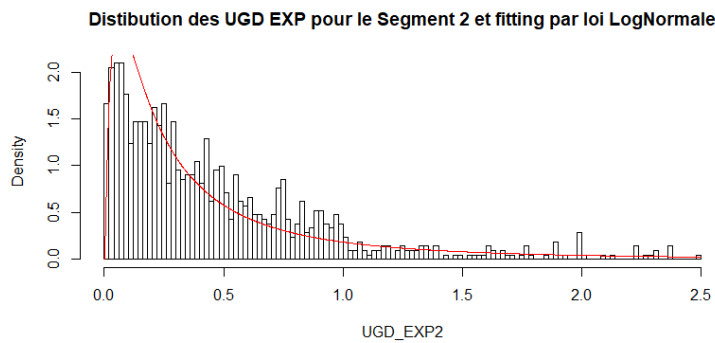


FIGURE 30 – Test d’adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°2

μ	σ	KS D	KS p-value
-1.305281	1.215073	0.073005	2.697e-05

TABLE 26 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°2

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°2.

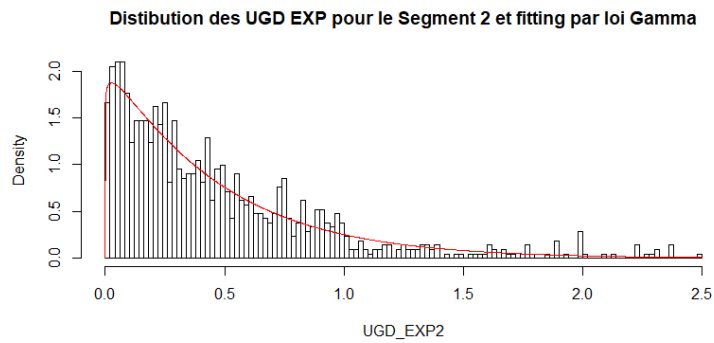


FIGURE 31 – Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°2

α	β	KS D	KS p-value
1.058514	2.270341	0.025611	0.4951

TABLE 27 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°2

2.3.7 Segment Export n°3

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°3.

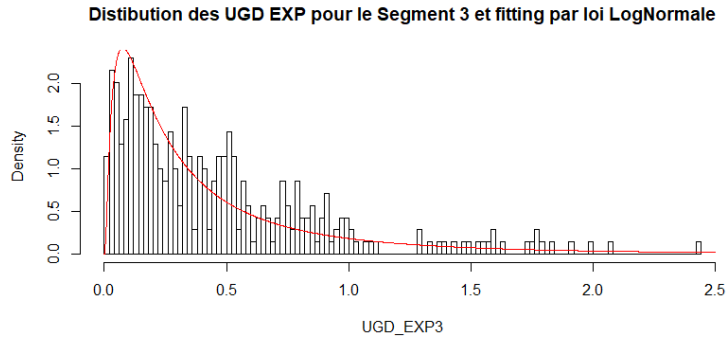


FIGURE 32 – Test d’adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°3

μ	σ	KS D	KS p-value
-1.282810	1.141182	0.075588	0.0375

TABLE 28 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°3

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l’historique des taux d’utilisation en cas de défaut de l’assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°3.

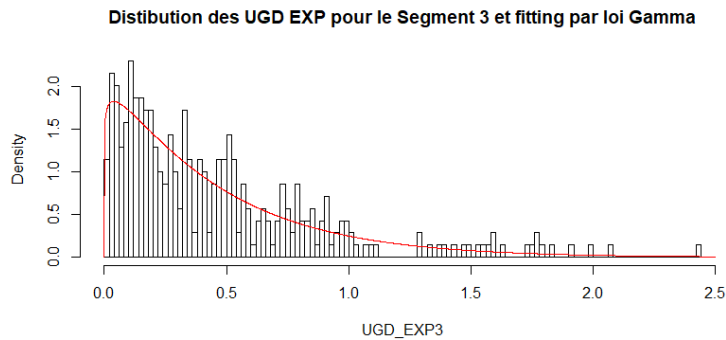


FIGURE 33 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°3

α	β	KS D	KS p-value
1.089980	2.374634	0.026746	0.9646

TABLE 29 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°3

2.3.8 Segment Export n°4

Nous avons calibré une loi LogNormale à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°4.

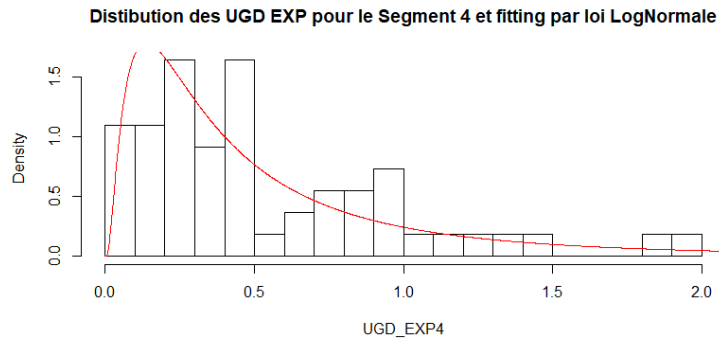


FIGURE 34 – Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°4

μ	σ	KS D	KS p-value
-0.9947467	0.9955290	0.086064	0.8099

TABLE 30 – Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°4

Nous avons calibré une loi Gamma à partir de l'historique des taux d'utilisation en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour le segment Export n°4.

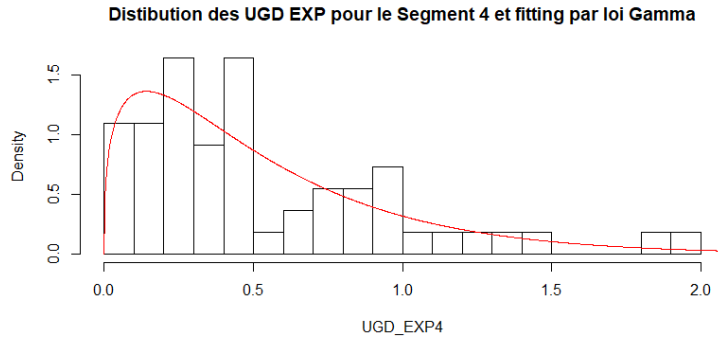


FIGURE 35 – Test d’adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°4

α	β	KS D	KS p-value
1.350819	2.488067	0.079726	0.8756

TABLE 31 – Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°3

2.4 Le taux de perte en cas de défaut

2.4.1 Segment Domestique

Nous avons calibré une loi Béta à partir de l’historique des taux de perte en cas de défaut de l’assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour l’ensemble du segment Domestique (n°1, n°2, n°3 et n°4).

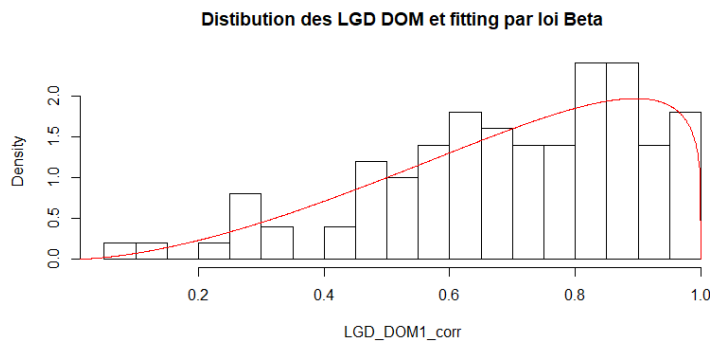


FIGURE 36 – Test d’adéquation avec la loi Béta pour les LGD du segment Domestique

α	β	KS D	KS p-value
2.692047	1.197487	0.057864	0.8912

TABLE 32 – Paramètres de la loi Béta pour les LGD du segment Domestique

2.4.2 Segment Export

Nous avons calibré une loi Béta à partir de l'historique des taux de perte en cas de défaut de l'assureur. Ci-dessous le résultat de ce calibrage pour l'ensemble du segment Export (n°1, n°2, n°3 et n°4).

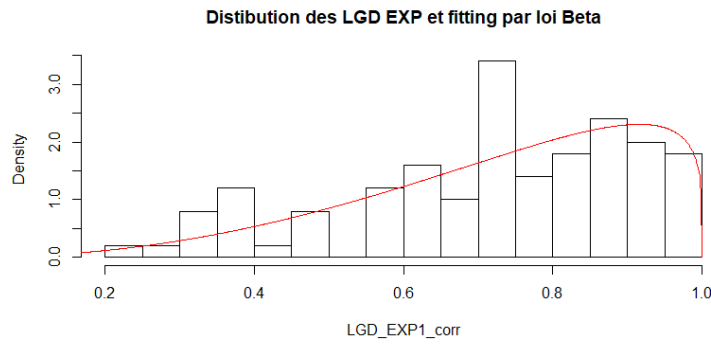


FIGURE 37 – Test d'adéquation avec la loi Béta pour les LGD du segment Export

α	β	KS D	KS p-value
3.255477	1.207695	0.067417	0.7537

TABLE 33 – Paramètres de la loi Gamma pour les LGD du segment Export

2.5 Synthèse des tests d'adéquation et choix de modèles

Sur la base des tests qui ont été présentés dans les sections précédentes, nous retiendrons pour les simulations concernant l'approche risque de crédit les lois suivantes :

— Pour les Probabilités de Défaut et les corrélations :

* Nous utiliserons les probabilités de défaut empiriques avec un total de 8 segments (4 segments pour le marché Domestique et 4 pour le marché Export)

- * Les corrélations ont été calibrées via la méthode des moments sur les mêmes segments de PD
- Pour les Taux d'utilisation en cas de défaut (UGD) : nous utiliserons des lois Gamma sur chaque segment de PD.
- Pour les Taux de perte en cas de défaut (LGD) : nous utiliserons des lois Béta sur chaque segment (1 segment pour le marché Domestique et 1 segment pour le marché Export).

Cinquième partie

Résultats du risque de souscription selon les deux approches

Chapitre 1

Approche assurantielle

L'approche assurantielle conduit à un risque de souscription Solvency II de 117 228 772 Euros suite à nos simulations.

Ci-dessous un récapitulatif des valeurs des VaR selon différents quantiles retenus : 50 % (Perte espérée), 90 %, 95 %, 99 %, 99.5 % (SCR Solva II) et enfin 99.9 %.

Quantile	VaR
50 %	87 683 142
90 %	100 780 902
95 %	104 924 021
99 %	104 924 021
99.5 %	117 228 772
99.9 %	129 862 197

TABLE 34 – Résultat de la simulation Monte Carlo pour l'approche assurantielle

Ci-dessous la distribution complète des pertes.

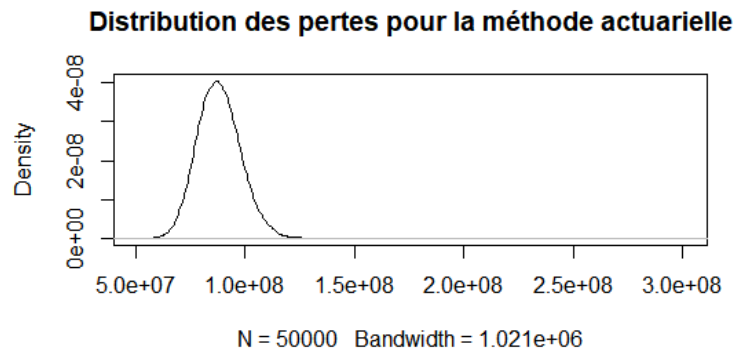


FIGURE 38 – Distribution des pertes pour l’approche assurantielle

Nous avons également cherché à évaluer la convergence de notre modèle.

L’objectif était de s’assurer que bien que l’expérience soit aléatoire et de ce fait les résultats aussi, le résultat (SCR) sur lequel l’entreprise doit s’appuyer pour des besoins de pilotage selon la directive Solvency II ne soit pas trop différent entre deux simulations.

Ainsi, nous présenterons ci-dessous les résultats de 10 simulations afin de montrer le caractère convergent du modèle.

Simulations	VaR
Simul 1	117 228 772
Simul 2	117 778 822
Simul 3	117 685 562
Simul 4	117 151 256
Simul 5	117 896 290
Simul 6	117 338 605
Simul 7	117 668 985
Simul 8	117 021 028
Simul 9	117 466 538
Simul 10	117 705 678

TABLE 35 – Test de convergence du modèle pour l’approche assurantielle

On note pour ce modèle une très bonne stabilité. En effet, sur l’ensemble des 10 simulations, la VaR minimum observée est de 117 021 028 euros (observée dans la simulation 8) et la VaR maximum observée est de 117 896 290 euros

(observée dans la simulation 5). L'écart entre ces deux extrêmes s'élève à 875 262 euros soit environ 0.7%. On peut considérer cet écart très faible et donc recommander le recours à ce modèle pour sa robustesse et son caractère convergent. De plus, le nombre de scénario par simulation retenu apparaît comme suffisant.

Chapitre 2

Approche risque de crédit

L'approche risque de crédit conduit à un risque de souscription Solvency II de 220 173 559 Euros suite à nos simulations.

Ci-dessous un récapitulatif des valeurs des VaR selon différents quantiles retenus : 50 % (Perte espérée), 90 %, 95 %, 99 %, 99.5 % (SCR Solva II) et enfin 99.9 %.

Quantile	VaR
50 %	82 476 836
90 %	106 801 824
95 %	124 541 861
99 %	177 597 497
99.5 %	220 173 559
99.9 %	418 591 932

TABLE 36 – Résultat de la simulation Monte Carlo pour l'approche risque de crédit

Ci-dessous la distribution complète des pertes.

Distribution des pertes pour la méthode risque de crédit

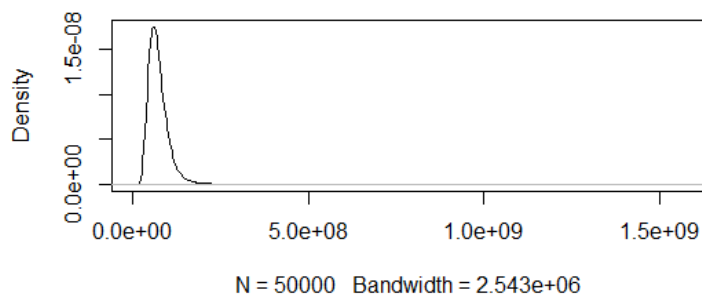


FIGURE 39 – Distribution des pertes pour la méthode risque de crédit

De même que pour l’approche assurantielle, nous avons également cherché à évaluer la convergence de notre modèle.

Ainsi, nous présenterons ci-dessous les résultats de 10 simulations afin d’analyser le caractère convergent du modèle.

Simulations	VaR
Simul 1	220 173 559
Simul 2	214 022 965
Simul 3	215 054 480
Simul 4	218 667 777
Simul 5	222 861 475
Simul 6	219 561 348
Simul 7	221 145 684
Simul 8	216 058 348
Simul 9	219 978 247
Simul 10	217 743 258

TABLE 37 – Test de convergence du modèle pour l’approche risque de crédit

On note pour ce modèle une stabilité moyenne. En effet, sur l’ensemble des 10 simulations, la VaR minimum observée est de 214 022 965 euros (observée dans la simulation 4) et la VaR maximum observée est de 222 861 475 euros (observée dans la simulation 5). L’écart entre ces deux extrêmes s’élève à 8 838 510 euros soit environ 4.1%. On peut considérer cet écart pas suffisamment faible pour un pilotage fin de l’entreprise. Il apparaît qu’un nombre de

scénario par simulation plus élevé serait plus approprié. Le principal inconvénient serait des temps de calcul bien supérieurs.

Chapitre 3

Comparaison des résultats

Les simulations selon les deux méthodes ont révélé des VaR bien différentes bien que du même ordre de grandeur (la centaine de millions) : les écarts se faisant de plus en plus grands dans les quantiles élevés.

Ci-dessous la comparaison des distributions obtenues avec les deux approches.

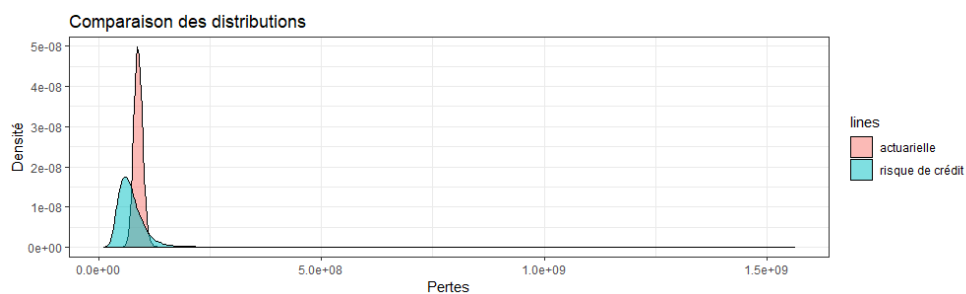


FIGURE 40 – Comparaison des Distributions de pertes dans les deux approches

Quantile	VaR Assurantielle	VaR Risque de Crédit	Δ %
50 %	87 683 142	82 476 836	-6%
90 %	100 780 902	106 801 824	+6%
95 %	104 924 021	124 541 861	+19%
99 %	104 924 021	177 597 497	+69%
99.5 %	117 228 772	220 173 559	+88%
99.9 %	129 862 197	418 591 932	+222%

TABLE 38 – Comparaison des résultats de la simulation Monte Carlo par quantile entre les deux méthodes

On constate dans le tableau ci-dessus, qu'à l'exception de la perte attendue (quantile à 50 %) pour laquelle l'approche assurantielle est plus prudente que l'approche risque de crédit, l'approche risque de crédit est la plus prudente.

On observe une distribution des pertes bien plus étroite dans l'approche assurantielle que dans l'approche risque de crédit. Ceci peut s'expliquer par la complexité de la seconde approche dans sa globalité avec un plus grand nombre de modèles utilisés (Merton, PD, Corrélations, UGD et LGD) ce qui induit une plus grande volatilité des pertes calculées d'un scénario à l'autre.

Conclusion

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons pu comparer la méthodologie de calcul du risque de souscription ainsi que le résultat même du calcul pour une entreprise commercialisant de l'assurance-crédit. Comme rappelé en Introduction, dans le cadre de la directive Solvency II, les sociétés doivent calculer le risque de souscription afin de déterminer :

- leur exigence en fonds propres ;
- piloter leur activité à travers la mise en place de *usetests*.

Notre analyse a révélé que dans l'optique de la détermination d'une exigence de fonds propres, la méthode risque de crédit assure la VaR à 99,5 % la plus élevée. Cette méthode est donc la plus contraignante pour l'entreprise et est celle qu'il conviendra de retenir afin de protéger au maximum les assurés contre une faillite de l'assureur.

De plus, le fait que cette approche ait comme données d'entrée les expositions par acheteur de la compagnie à la date de calcul, elle permet d'avoir un calcul de risque de souscription basé sur le portefeuille de la compagnie à date, bien que les modèles eux, soient calibrés sur la base de données passées.

Cet avantage est encore plus grand lorsque l'entreprise cherche à projeter son risque de souscription dans le temps ou lorsque l'entreprise cherche à simuler son risque de souscription avec différents scénarios macro-économiques. Un bon exemple serait la détermination du risque de souscription selon les différents scénarios de Brexit possibles. Le calcul pourrait se faire assez simplement. Il suffirait de déterminer l'impact sur les notes des différents acheteurs dans chaque scénario et recalculer le SCR.

Pour conclure, il apparaît que l'approche risque de crédit est la plus appropriée dans le cadre de notre besoin, cependant il faudrait augmenter le nombre de simulations pour la détermination du SCR afin d'augmenter la stabilité de ce dernier.

Table des figures

1	Relations entre les acteurs de l'assurance-crédit	7
2	Flux dans le cadre d'un contrat d'assurance-crédit	7
3	Illustration d'un défaut selon l'approche de Merton (V_0 est la valeur des actifs)	21
4	QQ plot des coûts des <i>montants de sinistres</i>	33
5	QQ plot des <i>log(montants de sinistres)</i>	34
6	Graphique de Hill pour la détermination du seuil des graves	37
7	p-value du test de Kolmogorov-Smirnov en fonction du seuil choisi	38
8	Visualisation des montants de sinistres	39
9	Les trois types de Distribution Généralisée de Pareto selon les valeurs de ξ	39
10	Test d'adéquation avec la loi de Poisson pour les sinistres attritionnels	40
11	Test d'adéquation avec la loi Binomiale Négative pour les sinistres attritionnels	41
12	Test d'adéquation avec la loi de Poisson pour les sinistres graves	42
13	Test d'adéquation avec la loi Binomiale Négative pour les sinistres graves	43
14	Test d'adéquation avec la loi Binomiale Négative pour les sinistres graves	44
15	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les sinistres attritionnels	45
16	Test d'adéquation avec la loi Lognormale pour les sinistres attritionnels	46
17	Test d'adéquation avec la loi normale pour les sinistres attritionnels	47
18	Test d'adéquation avec la loi de Pareto Généralisée pour les sinistres graves	48
19	Probabilités de défaut par notation des acheteurs pour les marchés Domestique et Export	51

20	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°1	53
21	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°1	53
22	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°2	54
23	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°2	55
24	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°3	55
25	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°3	56
26	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°4	57
27	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°4	57
28	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°1	58
29	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°1	59
30	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°2	59
31	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°2	60
32	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°3	61
33	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°3	61
34	Test d'adéquation avec la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°4	62
35	Test d'adéquation avec la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°4	63
36	Test d'adéquation avec la loi Béta pour les LGD du segment Domestique	63
37	Test d'adéquation avec la loi Béta pour les LGD du segment Export	64
38	Distribution des pertes pour l'approche assurantielle	68
39	Distribution des pertes pour la méthode risque de crédit	71
40	Comparaison des Distributions de pertes dans les deux approches	73

Liste des tableaux

1	Quantiles des coûts de sinistres dans le jeu de données observé	33
2	Paramètres de la Distribution Généralisé de Pareto pour un seuil à 90 000 €	38
3	Paramètres de la loi de Poisson pour les sinistres attritionnels	40
4	Paramètres de la loi Binomiale Négative pour les sinistres attritionnels	41
5	Paramètres de la loi de Poisson pour les sinistres graves	42
6	Paramètres de la loi Binomiale Négative pour les sinistres graves	43
7	Paramètres de la loi Uniforme pour les sinistres graves	44
8	Paramètres de la loi Gamma pour les sinistres attritionnels	45
9	Paramètres de la loi lognormale pour les sinistres attritionnels	46
10	Paramètres de la loi normale pour les sinistres attritionnels	47
11	Paramètres de la loi de Pareto généralisée pour les sinistres graves	48
12	Probabilités de Défaut empiriques des segments Domestiques	51
13	Probabilités de Défaut empiriques des segments Exports	52
14	Corrélations pour les segments Domestiques	52
15	Corrélations pour les segments Exports	52
16	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°1	53
17	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°1	54
18	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°2	54
19	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°2	55
20	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°3	56
21	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°3	56

22	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Domestique n°4	57
23	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Domestique n°4	58
24	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°1	58
25	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°1	59
26	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°2	60
27	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°2	60
28	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°3	61
29	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°3	62
30	Paramètres de la loi LogNormale pour les UGD du segment Export n°4	62
31	Paramètres de la loi Gamma pour les UGD du segment Export n°3	63
32	Paramètres de la loi Béta pour les LGD du segment Domestique	64
33	Paramètres de la loi Gamma pour les LGD du segment Export	64
34	Résultat de la simulation Monte Carlo pour l'approche assurantielle	67
35	Test de convergence du modèle pour l'approche assurantielle .	68
36	Résultat de la simulation Monte Carlo pour l'approche risque de crédit	70
37	Test de convergence du modèle pour l'approche risque de crédit	71
38	Comparaison des résultats de la simulation Monte Carlo par quantile entre les deux méthodes	73

Bibliographie

- [1] Balkema A. and De Haan L. *Annals of Probability 2 - Residuals life times at great age.* 1974.
- [2] McNeil A.J. *Estimating the tails of loss severity distributions using extreme value theory.* ASTIN Bulletin, 1997.
- [3] McNeil A.J. *Extreme value theory for risk managers.* 1999.
- [4] Resti A. Altman E.I, Brady B. and Sironi A. *The link between default ans recovery rates : theory, empirical evidence and implication.* Journal of Business, 2005.
- [5] International Credit Insurance & Surety Association. *A guide to trade credit insurance.* Anthem press, London and New York, 2015.
- [6] Merton C.R. *On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates.* Journal of Finance, 1974.
- [7] De Haan L. Dress H. and Resnick S. *How to make a Hill Plot.* Timbergen Institute Erasmus University, Rotterdam, 1998.
- [8] Altman E.I. *Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice : An Updated Review of the Literature and Empirical Evidence.* 2006.
- [9] Cribari-Neto F. and Achim Zeilis A. *Beta regression in R.* Journal of Statistical Software, 2010.
- [10] Pickands J. *The Annals of Statistics 3 - Statistical reference using extreme order statistics.* 1975.
- [11] Rioux J. and Klugman S. *Toward a unified approach of fitting loss models.* 2004.

- [12] Gordy M. *A comparative anatomy of credit risk models*. Journal of banking and finance, 2000.
- [13] Garp P.J. *Financial Risk Manager Handbook*. Fifth Edition. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2009.
- [14] Gaspar R. and Slinco I. *On recovery and intensity correlation : a new class of credit risk models*. The Journal of Credit Risk, 2008.
- [15] Farinelli S. and Shkolnikov M. *Two models of stochastic loss given default*. The Journal of Credit Risk, 2012.
- [16] Bellotti T. and Crook J. *Loss Given Default Models for UK Retail Credit Cards, Working paper*. Credit Research Centre, University of Edinburgh Business School, 2009.
- [17] Mouatassim Y. *Recursive evaluation of a family of compound distributions*. ASIN Bulletin International Actuarial Association, 1981.
- [18] Crook J. Yao X. and Andreeva G. *Modeling loss given default in SAS/STAT*. 2014.
- [19] Salcic Z. *Export Credit Insurance and Guarantees : A practitioner's Guide*. 2014.
- [20] Wan Z. and Dev A. *Correlation between default events and loss given default and downturn loss given default in Basel II*. The Journal of Credit Risk, 2007.