

Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : François-Marie de Mesmay

Titre du mémoire :
**Etude du couple rendement/risque sur des contrats
Eurocroissance**

Confidentialité : NON x OUI (Durée : 1 an x 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membres présents du jury de
l'Institut des Actuaires*

signature

Entreprise :

Nom :

AXA GIE

Signature :

*Directeur de mémoire en
entreprise :*

*Membres présents du jury de la
filière*

Nom : Samia Hachicha

Signature :

Invité :

*Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable
entreprise

Signature du candidat

François-Marie de Mesmay

Remerciements

Sans regards extérieurs, les travaux présentés n'auraient pas pris la même dimension. Je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leurs remarques, leurs commentaires et leurs explications m'ont éclairé dans la réalisation de ce mémoire d'actuariat. En particulier, je remercie Madame Hachicha pour la pertinence de ses remarques et de ses idées, Monsieur Brouard pour ses explications et sa grande disponibilité et l'ensemble de mes collègues qui m'ont permis, de près ou de loin, de présenter aujourd'hui ce mémoire.

Sur le plan académique, je remercie l'ensemble des enseignants de la filière Actuariat qui m'ont apporté les fondements nécessaires à la réalisation de ces travaux et à la poursuite de ma vie professionnelle. En particulier, je remercie Monsieur Lopez, directeur de l'ISUP, pour son écoute, ses explications de qualité et ses remarques.

Résumé

Avec un encours d'un peu moins de 1700 milliards d'euros en 2018 [10], l'assurance-vie est le placement préféré des français.

Cependant, ce domaine est confronté depuis plusieurs années à certaines limites :

- la crise économique de 2008 a accru l'aversion au risque des assurés, qui ne sont en majorité pas intéressés par les risques encourus sur les fonds en unités de compte.
- la baisse très importante des taux d'intérêt, qui ont atteint des valeurs proches des valeurs durablement faibles voire négatives, a conduit à la baisse des rendements offerts sur le fonds euro et l'augmentation du capital requis pour assurer les garanties de rendement minimum.

Cette situation a conduit à la création d'un nouveau type de fonds, baptisé euro-diversifié, puis Eurocroissance depuis 2014. Ce fonds est un mélange entre les deux supports classiques de l'assurance vie. Via ce fonds, l'assureur garantit le capital de l'assuré uniquement à l'échéance de son contrat, qui est au minimum de 8 ans. Le but est de favoriser l'épargne longue, qui permet à l'assureur de mettre en place une stratégie de gestion actif-passif plus dynamique, et ainsi d'améliorer la performance des produits par rapport à un fonds euro. Le gouvernement tire aussi profit de ce nouveau type de fonds puisqu'il permet de réorienter les économies des français vers des actions à fort potentiel de croissance qui permettent ainsi de dynamiser l'économie du pays.

Les modifications de l'ancien Eurocroissance étudiées dans ce mémoire résultent de la loi PACTE (Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises).

La loi a pour ambition de donner aux entreprises les moyens d'innover, de se transformer, de grandir et de créer des emplois. Il est notamment question de rediriger l'épargne des français vers les PME. Le gouvernement mise alors sur la modification du produit Eurocroissance qui permet d'investir sur des actifs plus risqués que pour un contrat en euros. Le produit a connu un succès mitigé ces dernières années notamment car il est jugé trop complexe. Afin de le simplifier, la loi PACTE permet d'unifier le rendement servi aux assurés tout en bonifiant les engagements de plus longues durées.

Ce mémoire a pour objectif d'étudier les effets que cette nouvelle réglementation a sur les rendements perçus par les assurés. Pour cela, un outil a été créé qui permet de modéliser le fonctionnement du nouveau Eurocroissance avec un système de gestion par coussin. Il ressort de cette étude très simplifiée que dans une période de taux bas comparable à celle qui a lieu actuellement en France, le nouveau produit semble permettre un plus grand partage des richesses entre les différentes générations de souscripteurs, ce qui lui permet de proposer un rendement plus attractif. La loi PACTE pourrait donc avoir un impact positif sur l'encours de l'Eurocroissance.

Abstract

With assets under management of around 1700 billion euros in 2018 [10], the life-insurance sector is one of the preferred savings investment in France.

However, for several years now, this field has been confronted with certain limitations:

- The economic crisis of 2008 has increased the risk aversion of policyholders, who are for the most part not interested in the risks incurred on unit-linked funds.
- the very significant drop in interest rates, which have even reached negative values, led to a decline of euro fund returns as well as an increase of the required capital on insurers side.

This situation led to the creation of a new type of fund, called euro-diversifié, and then Eurocroissance since 2014. This fund is a mix between the two classic funds. This new product guarantees the insured's capital only at the maturity of his contract, which is at least 8 years. The aim is to encourage long-term savings, which allows the insurer to implement a more dynamic asset-liability management strategy, and thus improve the performance of the products compared to a euro fund. The government is also taking advantage of this new type of funds, since it enables French savings to be redirected towards equities with high growth potential, thereby boosting the country's economy.

This paper analyses changes to the former Eurocroissance resulting from the French law: PACTE (Action Plan for Business Growth and Transformation).

The aim of the law is to give companies the means to innovate, transform, grow, and create jobs. It aims to redirect French savings to SMEs. The government is therefore banking on the modification of the Eurocroissance product, which allows investment in riskier assets than for a euro contract. This new fund was not that successful in recent years, because it was considered too complex and riskier than euro funds. In order to simplify it, the PACTE law unifies the return served to policyholders while enhancing the commitments on longer savings duration.

The purpose of this paper is to study the effects that this new regulation has on the returns received by policyholders. For this purpose, a tool has been created to model the operation of the new Eurocroissance with a Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) management. The results of this very simplified study show that in a period of low rates comparable to the one currently prevailing in France, the new product including wealth transfer could allow a greater sharing of wealth between the different generations of subscribers, which enables it to offer a more attractive return. The PACTE law could therefore have a positive impact on Eurocroissance sales.

Synthèse

Dans cette partie, nous verrons un résumé par parties avec les principales idées et résultats.

Partie 1 : Assurance-épargne : enjeux actuels et durables

Un contrat d'assurance-épargne est un contrat multi-parties pouvant être vu comme un placement favorisant le transfert intertemporel d'unités monétaires sur un horizon généralement long. Ce placement devient de plus en plus important dans le portefeuille des ménages.

L'assurance-vie est un placement fiscalement plus avantageux que l'épargne bancaire grâce à un barème d'impôts dégressifs en fonction de la date de création du contrat.

L'assurance-épargne en France s'articule autour de deux types de supports : les supports en euros et les supports en unités de compte (UC). Le fonds euro garantit à tout moment un taux servi au client alors que les supports en unités de compte fonctionnent avec un nombre de parts et une valeur de part qui évolue.

Le support en UC est plus risqué pour le client mais peut permettre d'avoir un meilleur rendement que le fonds en euro.

Dans un environnement changeant, un nouveau support hybride a émergé basé sur un mélange des deux précédents piliers. L'Eurocroissance se présente comme suit :

Actif	Passif
Titres non amortissables	Provision Collective de Diversification Différée
	Provision de Diversification
Titres amortissables	Provision Mathématique

Partie 2 : Eurocroissance après la loi PACTE

À la suite des récentes crises, les taux d'emprunts ont largement diminué. La perspective à long terme est pour une stabilité des taux à un niveau bas. Le contexte actuel a permis cette forte baisse mais une augmentation des taux entraînerait des baisses importantes des actifs au bilan des assureurs, notamment des obligations achetées en période de taux bas.

Le français privilégie une épargne pour sa retraite et des imprévus ce qui fait de lui un investisseur prudent parmi les plus importants du monde selon la Banque de France. Dans les contrats d'assurance vie, la grande variété de supports proposés par les assureurs permet aux clients de prendre des risques en fonction de leur volonté.

Les rendements des fonds euro suivent la même tendance que la courbe des taux d'emprunts. Celle-ci baisse et les rendements des fonds euros aussi.

Afin de trouver d'autres méthodes pour se financer, la loi PACTE apporte de nombreux changements et notamment pour l'assurance-vie et le produit Eurocroissance. Le transfert de richesse permet de faire évoluer des contrats clients en contrats plus récents avec des investissements en unités de comptes. La conversion s'effectue en gardant l'antériorité fiscale du contrat qui est importante.

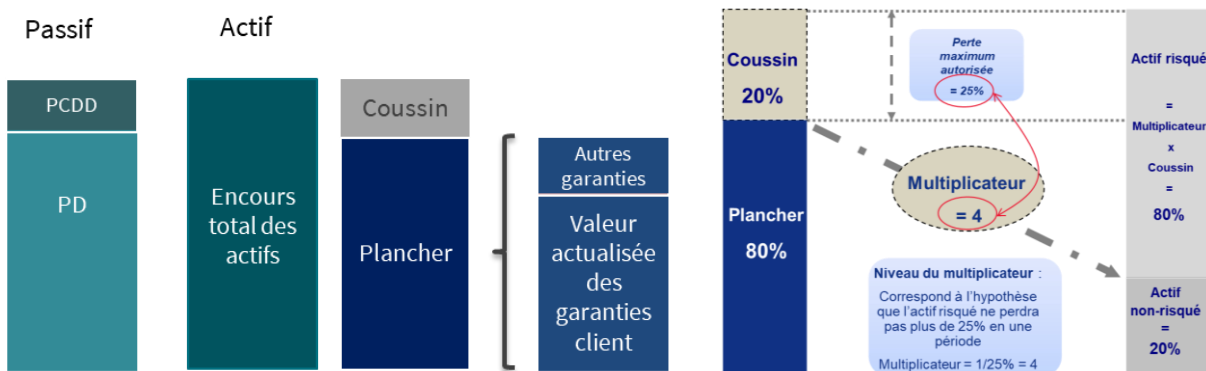
Les modifications apportées sur le produit Eurocroissance permet une meilleure lisibilité du contrat grâce à un rendement unique. Le produit est désormais structuré comme suit :

Actif	Passif
Titres non amortissables	Provision Collective de Diversification Différée
Titres amortissables	Provision Technique de Diversification
	Provision pour Garantie à Terme

Partie 3 : Fonctionnement de l'Eurocroissance et modèle dynamique

Dans la première section de la partie est détaillé le calcul des différentes provisions.

Ensuite le modèle de gestion dynamique par coussin est détaillé avec les notions inhérentes à la stratégie avec les avantages et inconvénients de ce format de gestion.



Ensuite la partie se termine avec une étude sur une période passée qui permet de penser que la meilleure gestion sur la période allant du 1^{er} août 2010 au 1^{er} août 2020 est composée d'une garantie à 100% et un multiplicateur de 1 dû au comportement de l'indice durant la période.

Partie 4 : Etude des rendements selon différents scénarios économiques

La section commence par décrire les étapes de génération des scénarios économiques et les données utilisées pour la calibration de ceux-ci.

Ensuite l'analyse sur les scénarios permet de montrer que le client a intérêt à posséder une garantie totale sur le produit ce qui n'arrange pas l'assureur qui devra constituer une provision pour garantie de taux. Dans le cas d'une garantie moindre, l'assureur a moins de frais et peut prendre plus de risque sur son panier d'investissement. Ce risque se traduit par une moyenne des rendements moins élevée en moyenne mais plus intéressante dans la queue de distribution.

Summary

In this section, we provide a summary of the main ideas and results.

Part 1: Savings insurance: current and sustainable challenges

A savings insurance contract is a multiparty contract with cash flow exchanges over a generally long horizon. This investment is an important share in French household portfolios.

Life insurance is a more fiscally advantageous investment than bank savings thanks to a tax scale that decreases according to the date of creation of the contract.

Savings insurance is based on two products: euro-denominated funds and unit-linked (UC) funds. The euro fund always guarantees the client an annual guaranteed level, whereas unit-linked funds operate with a several units and changing unit value.

The unit-linked fund is riskier for the policyholder but can provide a better return than the euro fund.

In a changing environment, the creation of a new fund based on a mix of the two previous pillars leads to the experimentation of a new product called Eurocroissance with the following balance sheet:

Asset	Liability
non-depreciable securities	Deferred Collective Diversification Provision
	Technical Provision for Diversification
depreciable securities	Mathematical provision

Part 2: Eurocroissance after the PACTE law

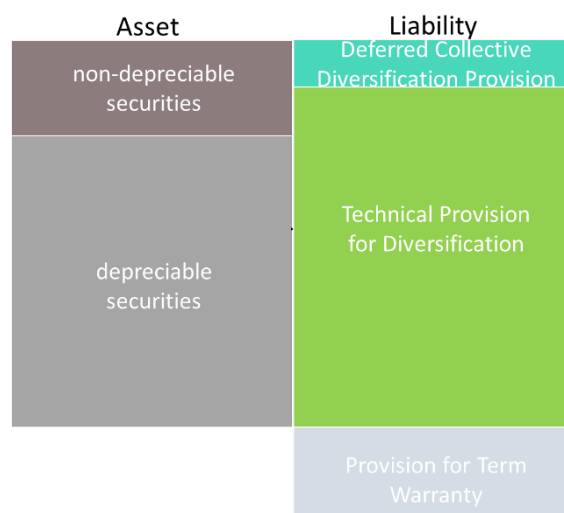
In the wake of the recent crises, borrowing rates have fallen significantly and the long-term perspective is for rates to remain low. The current context has allowed for this sharp drop, but an increase in rates would lead to significant losses for insurers who bought fixed income assets at very low interest rates levels.

French individual investors prefer to save for their retirement and for the unexpected, which makes them one of the world's most prudent investors according to the Banque de France. In addition, the wide variety of products offered by insurers allows customers to take risks according to their wishes.

Euro fund yields follow the same trend as the yield curve. The latter is falling and so are the yields on euro funds.

In order to find other methods of financing, the PACTE law introduces changes, particularly to life insurance and the Eurocroissance product. The transfer of wealth allows the evolution of client contracts into more recent contracts with unit-linked investments. The conversion is carried out while keeping the tax anteriority of the contract which is important.

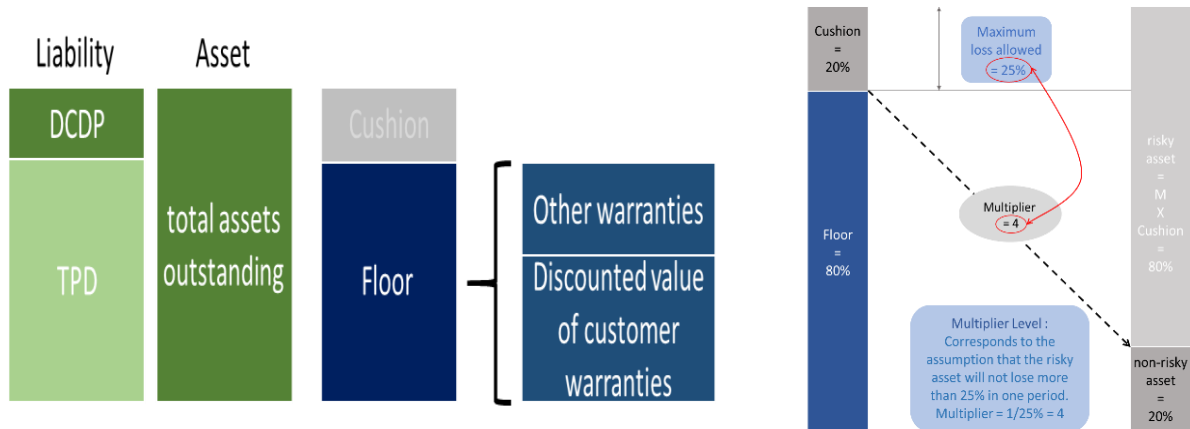
The modifications made to the Eurocroissance product allow a better readability of the contract thanks to a unique return. The product is now structured as follows:



Part 3: How Eurocroissance works and the dynamic model

In the first section of the part, the calculation of the various provisions is detailed.

Then the dynamic management model by cushion is detailed with the notions inherent to the strategy with the advantages and disadvantages.



Then the part ends with a study on a past period which allows to think that the best management over the period from August 1st, 2010 to August 1st, 2020 is composed of a 100% guarantee and a multiplier of 1 due to the behaviour of the index during the period.

Part 4: Study of returns according to different economic scenarios

The section begins by describing the steps involved in generating the economic scenarios and the data used to calibrate them.

Then the scenario analysis shows that it is in the client's interest to have a full guarantee on the product, which does not suit the insurer, who will have to set aside a provision for a guaranteed level. In the case of a lesser guarantee, the insurer has fewer costs and can take more risk on his investment basket. This risk result is lower in average return on average but more interesting in the tail end of the distribution.

Table des matières

Remerciements	1
Résumé	2
Abstract	3
Synthèse	4
Summary	7
Table des matières	10
Acronymes	13
Glossaire	14
Introduction	15
1 Assurance-épargne : enjeux actuels et durables	16
1.1 Généralités.....	16
1.1.1 Définition.....	17
1.1.2 Le contrat d'assurance-épargne.....	17
1.1.3 Part de l'assurance-épargne dans l'épargne des ménages.....	18
1.1.3.1 Evolution dans le temps des % et des montants.....	18
1.1.3.2 Part des UC dans l'assurance-épargne.....	19
1.1.4 Avantages fiscaux de l'assurance vie.....	20
1.1.4.1 Absence de rachat.....	20
1.1.4.2 Rachat partiel ou total.....	20
1.1.4.3 Quelques chiffres sur l'imposition des contrats d'assurance vie.....	20
1.2 Les deux piliers historiques de l'assurance-épargne.....	21
1.2.1 Le fonds euro.....	21
1.2.1.1 Fonctionnement.....	21
1.2.1.2 Qui porte le risque ?.....	22
1.2.2 Les contrats en unités de compte.....	22
1.2.2.1 Fonctionnement.....	22
1.2.2.2 Qui porte le risque ?.....	22
1.3 Emergence d'un troisième pilier.....	23
2 Eurocroissance après la loi Pacte	25
2.1 Contexte de marché.....	25
2.1.1 Environnement incertain et taux bas persistants.....	25
2.1.2 Pourquoi les taux sont bas ?.....	26
2.1.3 Pourquoi les taux vont rester bas ?.....	26
2.2 Les épargnants français : des investisseurs prudents.....	27
2.3 Les rendements de l'actif en Euro toujours en baisse.....	28
2.4 Apports de la Loi PACTE.....	29
2.4.1 Dans le domaine des investissements.....	29
2.4.2 Dans le domaine de l'assurance-vie.....	30
2.4.2.1 Le transfert de richesse.....	30
2.4.2.2 La création du Plan Epargne Retraite.....	31
2.4.2.3 Modifications relatives aux fonds Eurocroissance.....	32

3	Fonctionnement de l’Eurocroissance et modèle dynamique	34
3.1	Fonctionnement du nouvel Eurocroissance	34
3.1.1	Les provisions	34
3.1.1.1	La Provision Collective de diversification différée	34
3.1.1.2	La Provision Technique de diversification	35
3.1.1.3	La Provision pour Garantie à Terme	35
3.1.1.4	Disparition de la Provision Mathématique	36
3.1.2	La stratégie d’investissement dynamique ou CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance)	36
3.1.2.1	Composantes de la gestion en CPPI	37
3.1.2.2	Calcul du multiplicateur	37
3.1.2.3	Exemple numérique	38
3.1.2.4	Avantages de la gestion par coussin	39
3.1.2.5	Inconvénients de la gestion par coussin	40
3.1.3	Application de la gestion CPPI à l’Eurocroissance	40
3.2	Etude sur un scénario passé	41
3.2.1	Impact de la garantie sur la performance du fonds	41
3.2.2	Impact du multiplicateur sur la performance du fonds	42
3.2.3	Plancher et exposition à l’actif risqué	43
4	Etude des rendements selon différents scénarios économiques	44
4.1	Etapas de génération des scénarios économiques	44
4.1.1	Interpolation de la courbe des Zéro-Coupon	44
4.1.2	Calibrage (trouver la valeur optimale, la plus proche des volatilités des <i>swaptions de calibration</i>)	46
4.1.3	Diffusion des taux selon le modèle Hull and White	47
4.1.4	Les tests de martingale, s'ils sont rejetés, génération de nouveaux nombres aléatoires (voir annexe)	52
4.1.5	Pour chaque actif risqué à générer	52
4.2	Calibration des scénarios	53
4.2.1	Courbes de taux swap	53
4.2.2	Volatilité des actifs risqués	54
4.3	Distribution des rendements simulés de l’Eurocroissance sans transfert de richesse	54
4.3.1	Impact du multiplicateur sur la distribution de la performance du fonds	55
4.3.2	Impact du niveau de garantie sur la distribution de la performance du fonds	56
4.3.3	Exposition moyenne à l’actif risqué selon le multiplicateur	56
4.3.4	Exposition moyenne à l’actif risqué selon la garantie	57
4.4	Distribution des rendement simulés de l’Eurocroissance avec transfert de richesse	58
4.4.1	Impact du multiplicateur sur la distribution de la performance du fonds	59
4.4.2	Impact du niveau de garantie sur la distribution de la performance du fonds	60
4.4.3	Exposition moyenne à l’actif risqué selon la garantie	61
	Conclusion	62
	Bibliographie	64
	Articles en ligne	64
	Institutions gouvernementales	64
	Livres	65
	Mémoires	65
	Sites internet	66

Table des figures.....	67
Annexes	68
Génération de nombres aléatoires pour les taux (générer des nombres gaussiens corrélés).....	68
Tables de mortalité règlementaires.....	71
L'impact de la directive Solvabilité II	74

Acronymes

- CPPI : *Constant Proportion Portfolio Insurance*
- ETI : Entreprise de Taille Intermédiaire
- Loi PACTE : loi concernant un « Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises »
- PCDD : Provision Collective de Diversification Différée
- PGT : Provision pour Garantie à Terme
- PM : Provision Mathématique
- PME : Petites et Moyennes Entreprises
- PTD : Provision Technique de Diversification
- TEC : Taux d'Echéance Constante
- UC : Unités de Compte
- ZC : Zéro-Coupon

Glossaire

- **TEC_n** : L'indice quotidien CNO-TEC n , Taux de l'Echéance Constante n ans, pour n variant de 1 à 30, est le taux de rendement actuariel d'une valeur du Trésor fictive dont la durée de vie serait à chaque instant égale à n années. Ce taux est obtenu par interpolation linéaire entre les taux de rendement actuariels annuels des 2 valeurs du Trésor qui encadrent au plus proche la maturité n .

Introduction

En 2018, avec un peu moins de 1700 milliards d'euros d'encours [10], l'assurance-vie reste le placement préféré des français et ce essentiellement grâce au succès des contrats euros qui représentent plus de 70% des contrats d'assurance-vie français en 2018 [6]. En effet, ces contrats regroupaient jusqu'à récemment tout ce qu'on pouvait attendre d'un produit d'épargne, c'est-à-dire de la liquidité, une fiscalité avantageuse, un capital toujours garanti et des rendements compétitifs par rapport aux autres produits du marché.

Cependant, les forts rendements promis jusqu'alors par les contrats euros ne peuvent pas être maintenus au vu de la situation de taux bas actuelle. En effet, ces rendements proviennent d'engagements obligataires souscrits plusieurs années en arrière, et qui ont pris de la valeur du fait de l'érosion progressive des taux d'intérêt. Ils sont donc maintenant en situation de plus-values latentes. Actuellement, les taux sont proches de 0% voire négatifs.

Au cours de la dernière décennie, le gouvernement et les assureurs ont tenté d'anticiper ce changement de situation en développant de nouveaux produits. Ainsi, en 2014, nous avons assisté à la naissance de l'Eurocroissance, qui se voulait être un « troisième pilier de l'assurance-vie », aux côtés des fonds euros et UC. Ce produit innovant garantit à l'assuré son capital, ou une partie de son capital, à la date d'échéance du contrat, qui doit être d'au moins 8 ans. Cela le place donc entre un contrat euro qui garantit le capital à tout moment, et un contrat UC qui ne le garantit jamais. De plus, l'assureur n'ayant besoin de garantir le capital qu'au terme, il peut mettre en place une gestion actif/passif plus adaptée que celle du fonds euro, tout en se permettant une allocation plus dynamique du capital.

Techniquement, un contrat de ce type donne lieu à la constitution d'une PM (provision mathématique), pour garantir le capital à terme, et d'une PTD (provision technique de diversification), qui vise à une allocation plus dynamique des actifs. Cette dernière est l'innovation du contrat et permet d'investir les économies des assurés dans l'économie réelle, notamment par l'acquisition d'actions à fort potentiel de croissance auprès de PME et d'ETI, ce qui était le souhait du gouvernement.

Cependant, ce produit qui semble donc intéressant pour toutes les parties : assureurs, assurés et gouvernement, peine à rencontrer le succès. Les principales raisons citées pour justifier ce manque d'engouement sont la complexité du produit, ainsi que le manque de lisibilité qu'il offre, notamment sur les rendements servis aux assurés qui sont individualisés, et qui ne peuvent donc pas bénéficier d'une communication globale. On peut également supposer que la situation de taux bas actuelle a pénalisé le lancement de ce produit, en ne lui permettant pas d'atteindre des performances suffisamment intéressantes pour contrer son manque de liquidité aux yeux des assurés.

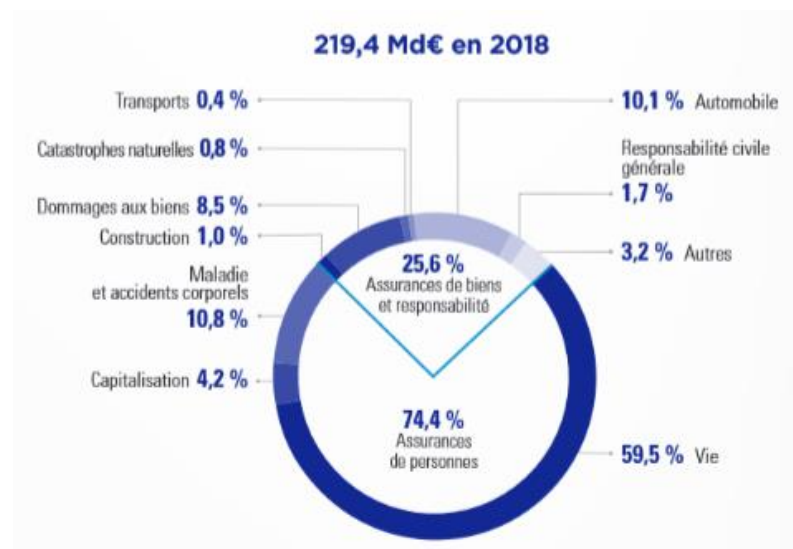
L'objectif de la loi PACTE voulu par Bruno Lemaire (ministre de l'économie), consiste en la nécessité de présenter un rendement unifié pour tous les assurés via la suppression de la PM. Ce mémoire s'attarde sur les conséquences de ce choix, en se plaçant d'un point de vue client. Le but est de déterminer les situations où le changement est à l'avantage ou non de l'assuré en fonction des conditions économiques, afin d'analyser si, oui ou non, cette réforme pourrait permettre de multiplier les encours de l'Eurocroissance.

1 Assurance-épargne : enjeux actuels et durables

Dans cette première partie sont définies les notions clés inhérentes au secteur de l'assurance-épargne. Seront abordés la relation contractuelle, le régime fiscal et les spécificités du marché français. Les contrats phares en euros et en unités de compte seront présentés ainsi que les plus anciens contrats Eurocroissance.

1.1 Généralités

L'assurance-vie représente la plus importante part de collecte et de prestations dans le portefeuille des entreprises d'assurance. Cet accroissement de capital est principalement lié aux avantages fiscaux inhérents aux contrats et présentés dans ce mémoire.



Répartition des cotisations d'assurances en 2018

Source : FFA [9]

Il existe trois types de contrats d'assurance-vie : l'assurance en cas de vie, l'assurance en cas de décès et un contrat mixte de vie et décès. Les assurances-vie garantissent le versement d'un capital ou d'une rente au souscripteur ou au bénéficiaire désigné dans le contrat.

L'assurance en cas de décès constitue une garantie pour les proches de l'assuré, alors que l'assurance en cas de vie est davantage utilisée comme placement, l'assuré pouvant être lui-même le bénéficiaire du contrat. Ce mémoire traite essentiellement de ce dernier type de contrat placement.

1.1.1 Définition

L'assurance-épargne est généralement vue comme un placement favorisant le transfert intertemporel d'unités monétaires. Elle permet de faire fructifier un capital sur un horizon généralement long.

D'après un document de l'Autorité des Marchés Financiers, *étude annuelle sur les attitudes et opinions des épargnants à l'égard des produits financiers* [3], l'épargne des individus est particulièrement appréciée pour les raisons suivantes : faire face à des dépenses imprévues, notamment pour la santé, se constituer un complément de capital pour la retraite et des dépenses pour des frais de santé.

1.1.2 Le contrat d'assurance-épargne

Un contrat d'assurance est un contrat par lequel une partie (le souscripteur) se fait promettre pour son compte ou celui d'un tiers par une autre partie (l'assureur) une prestation généralement pécuniaire en cas de réalisation d'un risque, moyennant le paiement d'une prime ou cotisation.



Les différents partis du contrat

Dans ce contexte, le contrat est un placement financier qui permet de capitaliser une somme d'argent. Ce contrat peut être mono ou multi-supports.

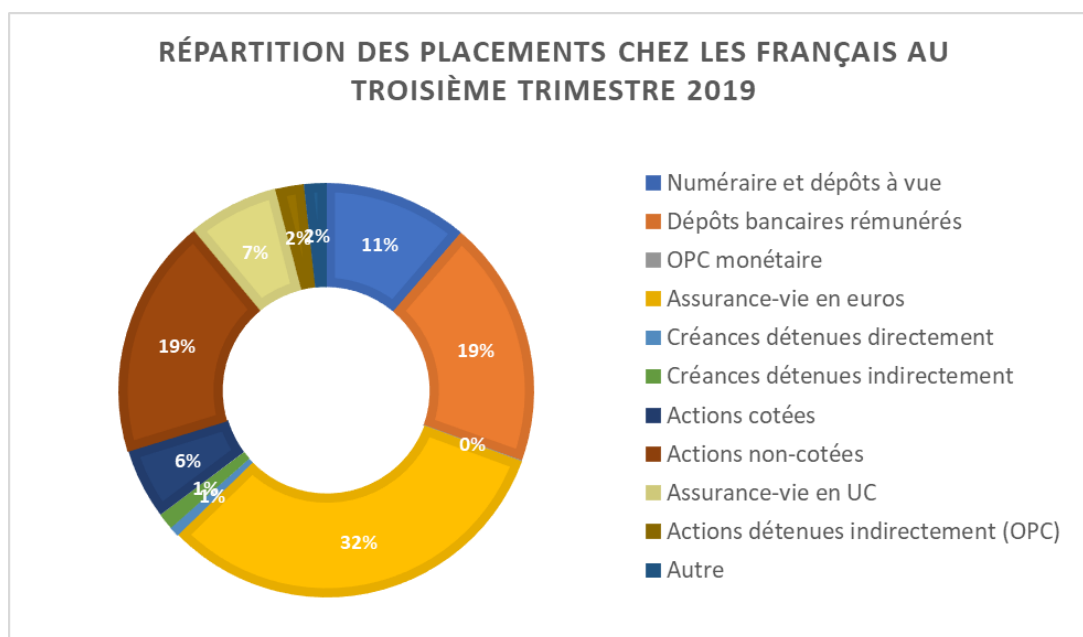
Au sein de ce contrat, il existe plusieurs supports pour investir : supports en euros à capital garanti (ou garanti net de frais), supports en Unités de Compte (UC) ou supports mixtes.

Pendant la durée de vie du contrat, l'épargnant peut changer les supports d'investissements en effectuant des arbitrages.

Au terme du contrat, il peut décider de clôturer son contrat et de sortir soit en rente viagère ou en capital.

1.1.3 Part de l'assurance-épargne dans l'épargne des ménages

L'assurance épargne représente maintenant plus de la moitié du portefeuille des assureurs et également une importante partie des placements des ménages français. Au troisième trimestre 2019, la part de l'assurance-vie en euros représente 32% des placements des ménages et l'assurance-vie avec des contrats UC représente 7% des placements.

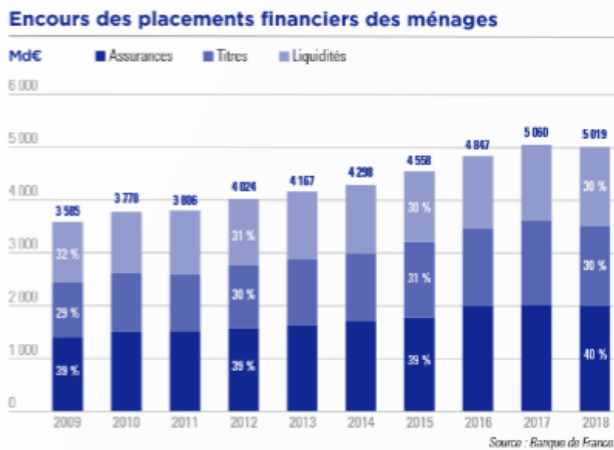


Répartition des placements chez les français au troisième trimestre 2019

Source : Banque de France [6]

1.1.3.1 Evolution dans le temps des % et des montants

La part et les montants investies en assurance-vie subissent une augmentation des actifs des ménages.



Encours des placements financiers des ménages

Source : FFA [9]

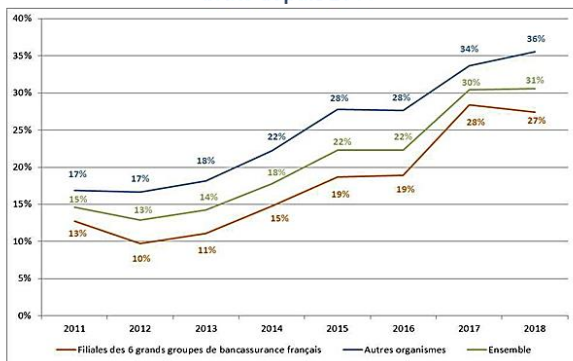


Cotisations par type d'assurance

1.1.3.2 Part des UC dans l'assurance-épargne

La part de cotisations en unités de compte a redémarré à partir de 2013 pour atteindre 28% en 2018 et 27% en 2019. Les augmentations de collecte sur les supports en UC sont boostées par les inquiétudes des épargnants sur le rendement des fonds en Euros suite à la constante baisse des taux (l'Obligation assimilable du Trésor à 10 ans (OAT 10) a basculé en territoire négatif en 2019) et encouragées par les assureurs. En effet, de plus en plus de supports innovants en unité de compte sont proposés. Aussi, certains assureurs proposent des taux de bonifications des supports en euros en fonction du pourcentage d'unités de comptes dans les contrats.

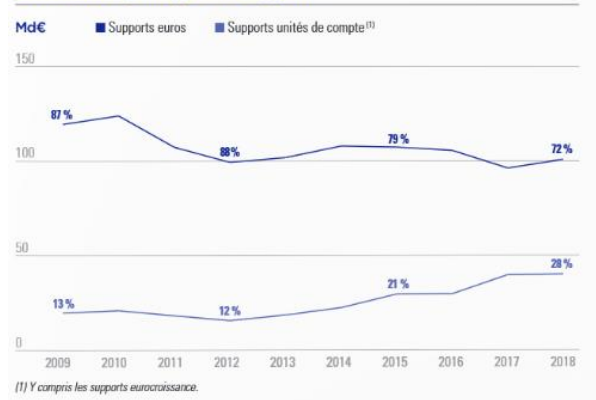
Proportion d'unités de compte dans la collecte brute depuis 2011



Proportion d'UC dans la collecte brute depuis 2011

Source : Banque de France

Cotisations par type de support



Cotisations par type de support

Source : FFA [9]

1.1.4 Avantages fiscaux de l'assurance vie

L'épargne bancaire constitue des capitaux utilisables à tout moment donc peu risqué avec un rendement faible. Elle est soumise à une imposition sur les plus-values de 30% (17,2 % de prélèvements sociaux et 12,8 % de taxe) à tout moment alors que l'assurance vie possède un barème de prélèvements dégressif en fonction de la date d'ouverture du contrat qui sera détaillé après.

L'assurance vie est un placement fiscalement avantageux aussi car le capital constitué est hors succession pour la part des primes versées avant 70 ans.

1.1.4.1 Absence de rachat

- Impôt sur le revenu : les intérêts acquis sur un fonds en euros ou des unités de compte sont exonérés d'impôt sur le revenu. En l'absence de rachat, la taxation n'intervient que l'année du décès de l'assuré en cas de dénouement du contrat.
- Prélèvements sociaux : les intérêts générés sur le fonds en euros sont soumis annuellement aux cotisations sociales dès leurs inscriptions en compte au taux en vigueur directement prélevés par l'assureur. Il n'y a pas de prélèvements sociaux sur les unités de comptes en l'absence de rachat.

1.1.4.2 Rachat partiel ou total

- Impôt sur le revenu : en cas de rachat partiel ou total, seuls les intérêts (plus-values ou gains) sont soumis à imposition. Pour un rachat total, les intérêts sont déterminés par la différence entre la valeur du contrat au moment du rachat et l'ensemble des versements réalisés sur le contrat. Pour un rachat partiel, les intérêts sont déterminés par la proportion entre les versements et le capital obtenu. La fiscalité varie selon l'antériorité fiscale du contrat.
- Prélèvements sociaux : Les prélèvements sociaux sont dus sur la partie des intérêts des unités de compte uniquement lors d'un rachat (total ou partiel).

1.1.4.3 Quelques chiffres sur l'imposition des contrats d'assurance vie

La taxation du contrat dépend de la date de versement sur le contrat :

- **Les produits afférents à des versements effectués avant le 27.9.2017 :**

Durées de détention du contrat	Prélèvements sociaux	Taxation	Imposition globale
moins de quatre ans	17,20 %	35,00 %	52,20 %
entre quatre et huit ans	17,20 %	15,00 %	32,20 %
au-delà de huit ans	17,20 %	Un abattement de 4 600€ (9 200€ pour un couple) par an est applicable sur les plus-values	17,20 %
au-delà de huit ans et de l'abattement	17,20 %	7,50 %	24,70 %

- **Les produits afférents à des versements effectués à compter du 27.9.2017 :**

Durées de détention du contrat	Prélèvements sociaux	Taxation	Imposition globale
moins de quatre ans	17,20 %	12,8 %	30,00 %
entre quatre et huit ans	17,20 %	12,8 %	30,00 %
au-delà de huit ans	17,20 %	Un abattement de 4 600€ (9 200€ pour un couple) par an est applicable sur les plus-values	17,20 %
au-delà de huit ans et de l'abattement	17,20 %	7,50 % (primes < 150 000€) et 12,8 % au-delà	24,70 % - 30,00 %

Le taux global des prélèvements sociaux appliqué aux revenus versés est de 17,2 % et se décompose ainsi :

- cotisation sociale généralisée (CSG) : 9,2 %
- contribution pour le remboursement de la dette sociale (CRDS) : 0,5 %
- prélèvement de solidarité de 7,5 %

1.2 Les deux piliers historiques de l'assurance-épargne

Le fonds euro, plus sécurisant pour l'épargnant, s'oppose aux unités de compte, privilégiant la performance. Selon l'INSEE, 63.5%^[11] des contrats d'assurance-épargne existants en 2018 correspondaient à des contrats monosupport en euros. Désormais, la majorité des contrats souscrits sont des contrats multisupports. Ils permettent d'arbitrer entre la partie fonds euro et la partie en unités de compte. Les spécificités de ces deux supports fondamentaux en assurance-vie sont décrites dans cette section.

1.2.1 Le fonds euro

1.2.1.1 Fonctionnement

Dans un contrat en euro, l'épargne de l'assuré est placée sur le fonds euro et capitalise chaque année à un taux dépendant du rendement financier. Le capital investi est garanti à tout moment et les intérêts de l'année sont acquis définitivement par l'assuré. Le contrat peut être assorti de garanties supplémentaires telles qu'un *Taux Minimum Garanti* (TMG) positif, ou un taux de *Participation aux Bénéfices* (taux de PB) supérieur au seuil légal.

La relation suivante existe entre la *Provision Mathématique* (PM) d'une année à l'autre :

$$PM_{t+1} = PM_t \times (1 + \text{taux servi}_{t+1})$$

Le taux servi correspond au maximum entre le Taux Minimum Garanti (TMG) et le produit du taux de Participation aux bénéfices (PB) par le taux de rendement financier retranché du montant correspondant aux chargements sur encours :

$$\text{taux servi}_{t+1} = \max(\text{TMG}; \text{taux PB}_{t+1} \times \text{rendement}_{t+1} - \text{chargement}_{t+1})$$

1.2.1.2 Qui porte le risque ?

L'investissement de l'assureur dans des produits financier supposés moins risqués est dû au produit. Parce que le fonds euro est un placement sécuritaire pour l'épargnant, l'assureur supporte une grande partie du risque associé à ce produit :

- Le risque de baisse de taux entraîne un rendement attractif pour l'assureur grâce à ces obligations anciennes. La Provision pour Participation pour Aléas Financiers (PAF) permet de diminuer l'impact de la baisse des taux sur les rendements distribués aux clients.
- Le risque de hausse des taux entraîne une diminution de la valeur marché du portefeuille obligataire à taux fixe. Les obligations se retrouvent en moins-value latente car comptabilisées en valeur marché. Au même moment, les assurés sont incités à racheter leurs contrats pour les réinvestir à un taux actuel plus élevé. Cette augmentation du nombre de rachat oblige l'assureur à vendre des obligations en moins-value latente pour satisfaire la demande de ses clients. Cet afflux de clients sortant peut mettre à mal la trésorerie de l'entreprise.

1.2.2 Les contrats en unités de compte

1.2.2.1 Fonctionnement

Plus risquées que les contrats euro, généralement les unités de compte ne garantissent pas le capital investi. Leur valeur fluctue en fonction des performances des actifs sur lesquels elles sont investies. En contrepartie, le contrat offre des perspectives de rendements intéressantes sur le long terme. Au moment de l'ouverture du contrat, l'assuré verse une prime immédiatement convertie en nombre d'unités de compte selon la valeur unitaire de la part au moment de l'investissement :

$$Prime_0 = \text{nombre UC} \times \text{valeur UC}_0$$

En rachetant son contrat à l'instant t , l'assuré recevra le montant correspondant au produit du nombre d'unités de compte qu'il détient par la valeur d'une unité de compte en t :

$$\text{valeur de rachat}_t = \text{nombre UC} \times \text{valeur UC}_t$$

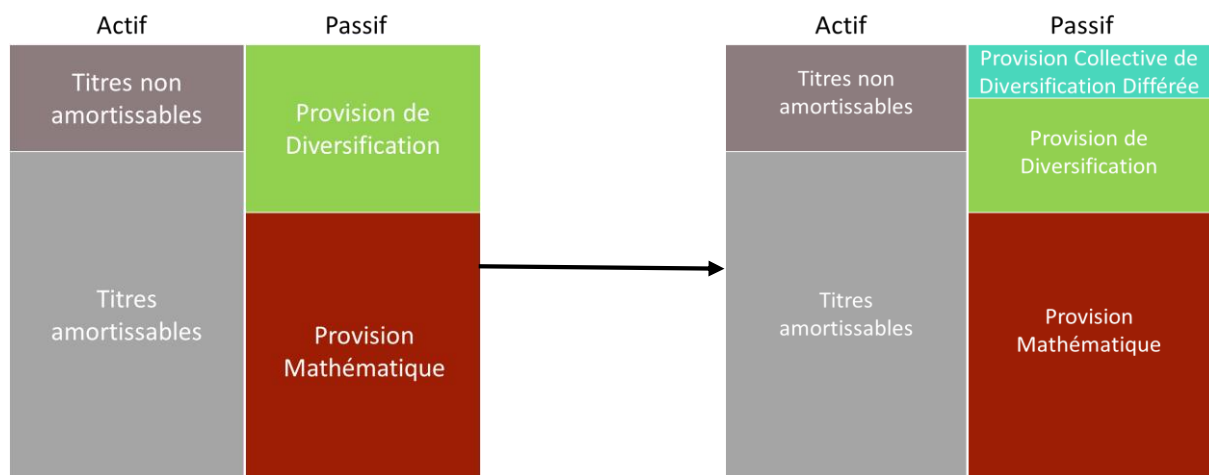
1.2.2.2 Qui porte le risque ?

L'investissement de l'assureur dans des produits financier supposés plus risqués est dû au produit. Parce que le fonds UC est un placement volontaire de l'épargnant, il supporte une partie du risque avec l'assureur. Cette mutualisation du risque engendre une répartition des fluctuations du marché pour l'assureur.

1.3 Emergence d'un troisième pilier

Dans un environnement en proie aux mutations, assureurs, experts et législateur se sont accordés pour faire évoluer l'offre en assurance-épargne. Pour s'adapter au contexte, de nouveaux produits ont vu le jour. Après avoir énoncé les caractéristiques du contrat euro-diversifié dont il s'est inspiré, la version initiale du produit Eurocroissance sera présentée.

Décrit dans les lois Fillon en 2003 [12] et Breton en 2005 [13], l'euro diversifié est un produit permettant de répondre aux besoins des assurés avec un rendement dynamique et peu de risques. Dans ce contrat, l'assuré fixe un horizon de placement à la date de souscription afin de garantir le versement d'un capital à la maturité du contrat. Ce produit a été en premier lieu appliqué à la retraite puis étendu depuis 2008 à l'épargne en assurance de manière générale.



Bilan Actif/Passif euro-diversifié

Bilan Actif/Passif ancien Eurocroissance

A la demande du gouvernement français, Karine Berger et Dominique Lefebvre ont rédigé un rapport sur *l'épargne financière et les besoins de financement de l'économie* [15], publié en avril 2013. Le texte préconise de renforcer le caractère de long terme des placements en assurance-vie, souhaitant redonner aux assureurs des marges de manœuvre dans l'allocation d'actifs en faveur de l'investissement dans l'économie productive. Une ordonnance du 26 juin 2014 dicte les principes de l'Eurocroissance.

Ces contrats s'organisent autour de la durée de placement et la garantie au terme avec pour composition :

- Des actifs évalués en valeur de marché
- La Provision Mathématique (PM) : la provision est la dette probable de l'assureur en raison de ses engagements à l'égard des assurés. Elle est constituée initialement et capitalisée chaque année pour permettre à l'assureur de servir la garantie au terme du contrat. En cas de rachat anticipé, l'assuré recevra une fraction de la PM correspondant à la valeur de son contrat.
- La Provision de Diversification ou Provision Technique de Diversification (PTD) : la provision correspond à la part résiduelle non affectée à la PM. Elle est investie sur des marchés plus dynamiques et potentiellement plus rémunérateurs.

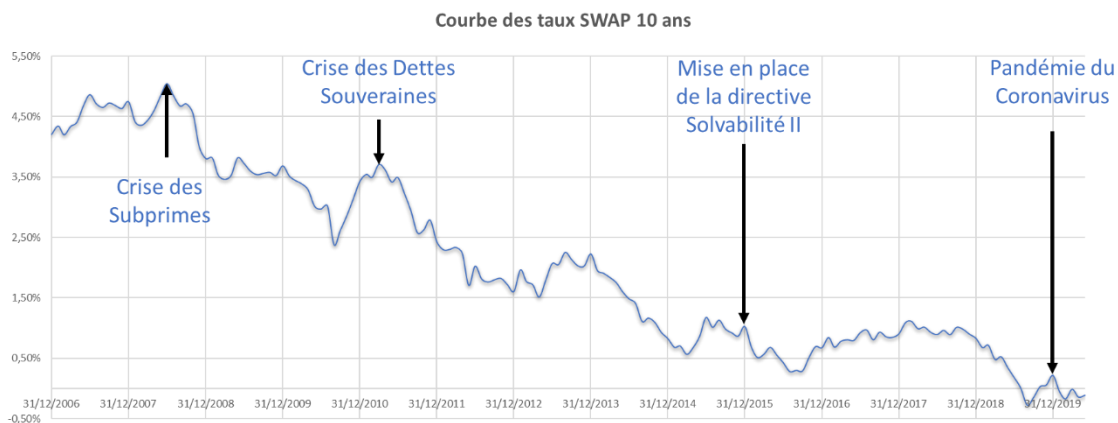
- La Provision Collective de Diversification Différée (PCDD) : elle permet de lisser les performances sur la durée. Elle répond au même objectif que la provision pour participation aux excédents (PPE) du fonds euro. Sa distribution est à la discrétion de l'assureur qui dispose de huit ans pour la distribuer.

2 Eurocroissance après la loi Pacte

Dans cette deuxième partie est définie le cadre contextuel de l'assurance-épargne et les changements apportés au produit Eurocroissance. Seront abordés la courbe des taux swap, et les changements qu'entraîne la loi PACTE notamment sur les contrats Eurocroissance.

2.1 Contexte de marché

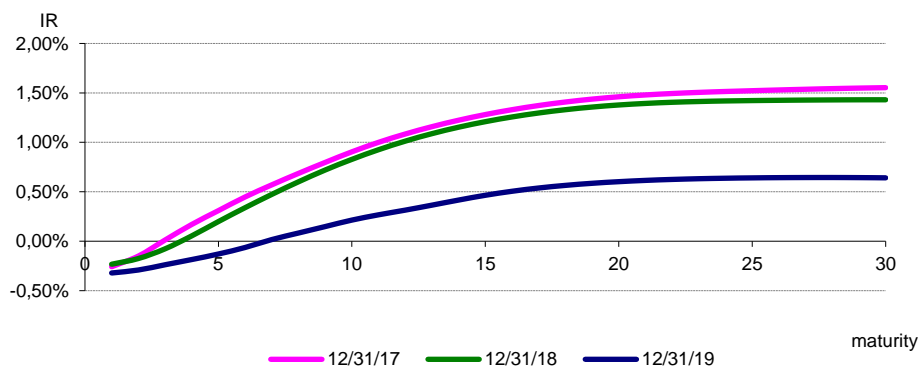
2.1.1 Environnement incertain et taux bas persistants



Courbe des taux swaps 10 ans

Source : Bloomberg

À la suite des récentes crises, les taux swap 10 ans ont largement diminués et la perspective à long terme est pour une stabilité des taux au niveau atteint.



Courbe des taux swaps

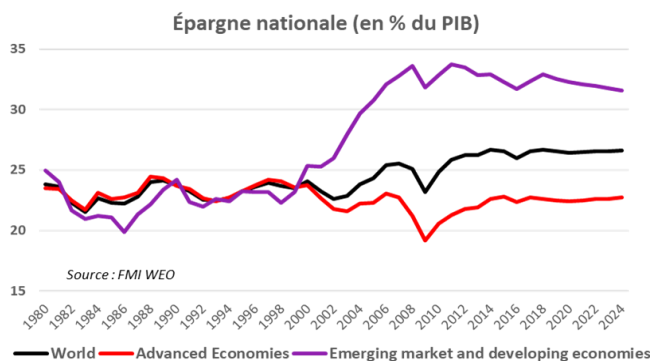
Source : Bloomberg

On voit alors que la courbe des taux à une tendance à se translater vers le bas.

2.1.2 Pourquoi les taux sont bas ?

Depuis les années 1982-1983, les taux d'intérêt diminuent mais l'état actuel du marché a augmenté cette évolution. Seuls des changements structurels peuvent expliquer de telles variations. Les conséquences du ralentissement de la population active et la productivité globale des facteurs ont entraîné un ralentissement du taux de croissance tendancielle du PIB qui expliquerait environ un quart de cette baisse.

Les trois autres quarts proviendraient d'une offre accrue d'épargne et d'une moindre demande d'investissement. L'excès d'épargne mondiale est alimenté par l'allongement de la durée de la vie, la hausse des inégalités - les plus âgés et les plus riches épargnent davantage - et l'accumulation des réserves de change dans les pays émergents.



Épargne nationale

Source : Banque de France

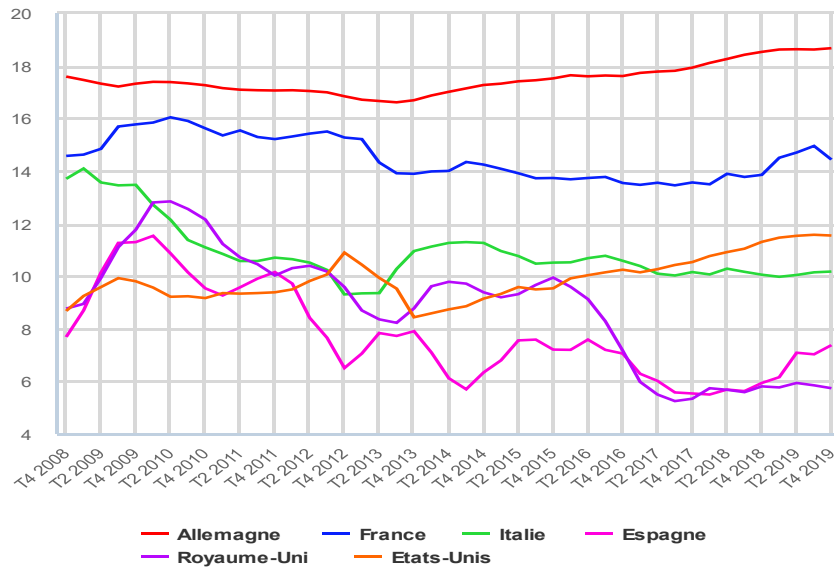
2.1.3 Pourquoi les taux vont rester bas ?

Ce contexte d'incertitude prolongée impose la poursuite d'une politique monétaire accommodante surtout à la suite de la vague mondiale de Covid-19. Ce serait un contresens de relever les taux aujourd'hui. Quand il y a matière à un soutien de la demande, ce que révèle une inflation trop faible comme actuellement, il faut garder des politiques monétaires actives.

L'environnement actuel de taux d'intérêt bas a aussi des effets positifs qui ne doivent pas être sous-estimés. Si la BCE n'avait pas agi en baissant les taux d'intérêt, et en achetant des actifs, il y aurait aujourd'hui entre 1 et 1,5 point d'inflation de moins en zone euro au cours de la période 2015-2018 mais surtout moins de croissance (de l'ordre de 2,5 points), et moins d'emplois en France et en Europe. La profession de l'assurance a intérêt à ce meilleur environnement économique.

2.2 Les épargnants français : des investisseurs prudents

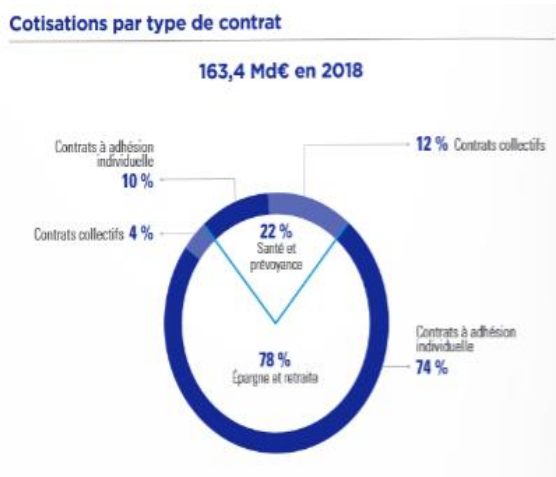
Les Français sont les 2eme plus gros épargnants en Europe après l'Allemagne. L'assurance épargne représente près de 40% au troisième trimestre 2019 de l'épargne des ménages français selon la Banque de France.



Comparatif du taux d'épargne de certains pays

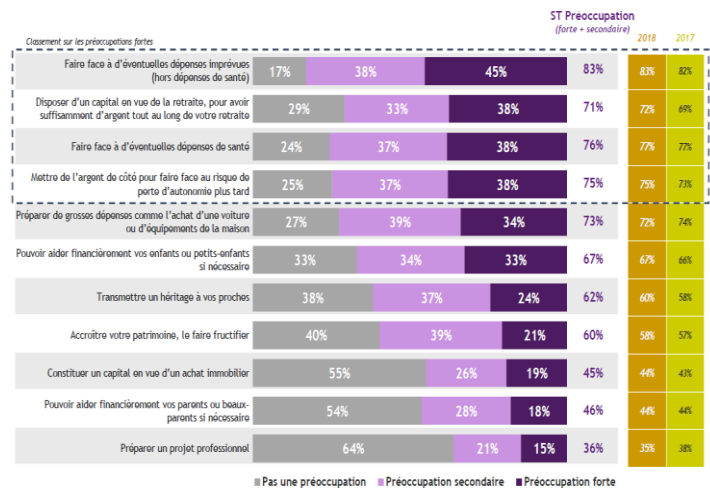
Source : Banque de France [6]

Le français privilégie une épargne pour sa retraite et des imprévus ce qui fait de lui un investisseur prudent.



Cotisations par type de contrat

Source : FFA [9]



Préoccupation des français

Source : AMF [3]

Les clients possèdent désormais des contrats multi-supports de plus en plus variés en fonction de leur volonté de prendre des risques. Si le client veut prendre des risques, il augmentera la proportion d'unités de compte dans son support. On peut voir que les provisions pour les contrats en unités de compte augmentent ce qui traduit quand même une tendance de prise de risque des investisseurs mais le support euro, moins risqué, reste le placement préféré des français.

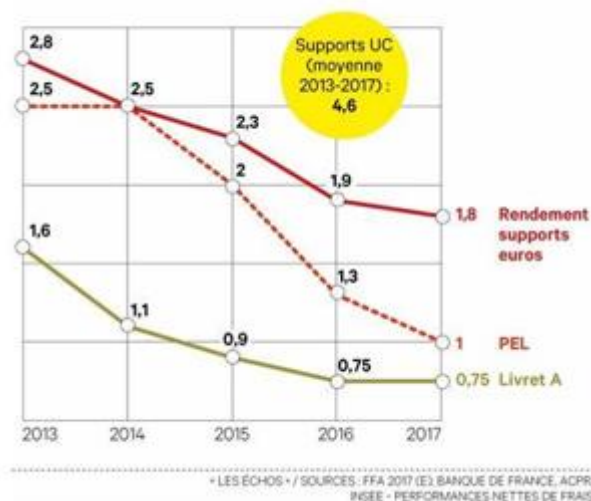


Provisions mathématiques par type de contrat

Source : FFA [9]

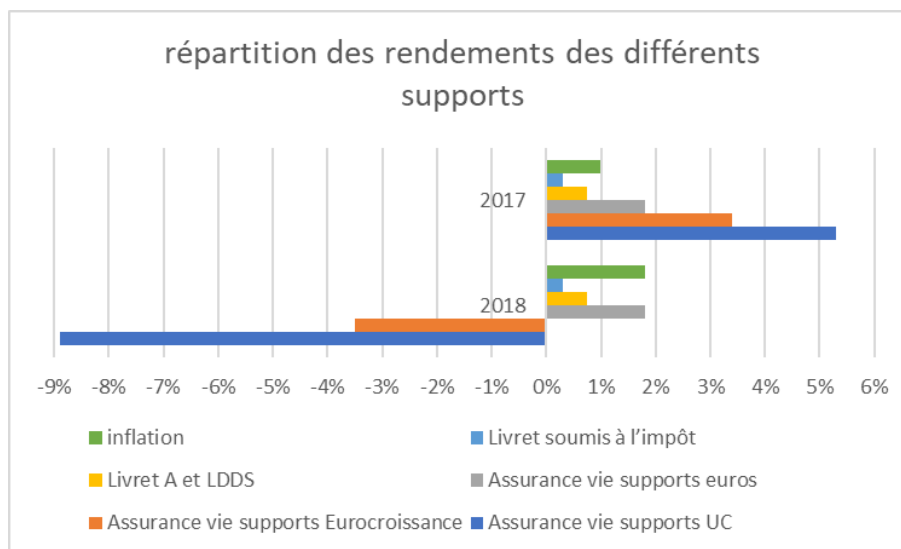
2.3 Les rendements de l'actif en Euro toujours en baisse

Avec le contexte actuel, les marchés ne sont plus en capacité de servir des rendements intéressants sur les supports euros et encourage les investisseurs à répartir leurs investissements sur d'autres supports. L'investisseur qui accepte de prendre des risques se retrouve face au marché. La courbe des taux swap étant très basse reflète cette problématique pour l'assureur de trouver des rendements en couvrant ses frais.



Comparatif des rendements par type de support

Malgré cette baisse importante des rendements, le support Eurocroissance possède un meilleur rendement que le support UC dû à sa vision long terme et dynamique du contrat.



Répartition des rendements des différents supports

Source : FFA [10]

2.4 Apports de la Loi PACTE

La Loi PACTE (acronyme pour *Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises*) compte dynamiser l'économie française. Porté par le Ministre de l'Economie et des Finances, le projet de Loi a été initié en octobre 2017. Promulguée le 23 mai 2019, la Loi est désormais officiellement publiée. La majorité des dispositions sont entrées en vigueur avant en 2019 et le 1^{er} janvier 2020.

La Loi PACTE souhaite faciliter la vie des entreprises et améliorer leur compétitivité en favorisant l'innovation. Dans les parties suivantes, on verra les changements abordés par la loi PACTE dans différents domaines.

Le champ d'application de la loi est grand et réforme de multiples domaines. L'accent sera porté sur les mesures applicables au domaine de l'assurance-épargne, et, en particulier aux simplifications opérées sur le produit Eurocroissance.

2.4.1 Dans le domaine des investissements

L'orientation de placements d'épargne des français vers un financement long est profitable à l'économie réelle et instable. Paradoxalement, les petites et moyennes entreprises (PME) et entreprises de taille intermédiaire (ETI) créent le plus d'emplois en France mais rencontrent le plus de difficultés à se financer.

La Loi PACTE prévoit de simplifier la création, l'administration et le développement économique des PME. A ces fins, certains supports font l'objet d'une modernisation. Pour y

parvenir, les revenus de cession d'entreprises publiques vont alimenter un fonds pour l'innovation de rupture afin de financer des start-ups et projets d'innovation. Le gouvernement prévoit également de développer les cryptomonnaies en instaurant un cadre législatif souple et incitatif propice à leur expansion. Les levées de fonds en cryptomonnaie sont désormais autorisées : cela consisterait, pour une entreprise, à émettre des « jetons » numériques, pour se financer, durant la phase de démarrage d'un projet.

2.4.2 Dans le domaine de l'assurance-vie

La baisse constante des taux obligataires enregistrée ces dernières années a fragilisé le modèle de l'assurance-vie investie principalement sur des supports en euros. Le taux de rendement de l'actif des assureurs est ainsi passé de 4,2 % en 2008 à moins de 3 % en 2016. D'un autre côté, et du fait des frais prélevés, le rendement moyen des contrats clients en fonds euros en 2017 est d'environ 1,5 %, tandis que la durée moyenne de détention des contrats est de 11 ans.

Plus généralement, la complexité des assurances-vie, le manque de lisibilité et la limitation de leur transférabilité sont autant d'obstacles à leur développement.

2.4.2.1 Le transfert de richesse

L'antériorité fiscale est un élément qui a conduit à l'immobilisation des capitaux investis dans les contrats d'assurance vie Epargne historiques. D'une part parce que les souscripteurs ne souhaitent pas perdre la fiscalité avantageuse des contrats déjà entrés en phase de rachat à fiscalité réduite mais aussi parce que les rendements sur ces contrats bénéficient de garanties long terme plus élevées que les garanties des nouveaux contrats. Les nouveaux contrats proposent en général une garantie annuelle au taux minimum garanti annuel.

L'amendement Fourgous, inséré dans la loi du 26 juillet 2005 relative à la confiance et la modernisation de l'économie, visait à dynamiser ces contrats d'épargne et de retraite. Il met en place 2 dispositifs :

- 1) Il permet la transformation, sans perte de l'antériorité fiscale, d'un contrat d'assurance-vie monosupport investi en fonds euros (à capital garanti) vers un contrat multi-support, à condition d'investir au moins 20 % des fonds en unités de compte (au capital non garanti).
- 2) Depuis août 2016, certains assureurs proposent de transformer, totalement ou partiellement, un contrat d'assurance vie classique en contrat Eurocroissance. Cela permet de reporter la plus-value ou moins-value latente sur le contrat transformé. Mais c'est la date de souscription du premier contrat qui compte pour déterminer l'antériorité fiscale du second.

Avec la loi PACTE, les modalités de ce transfert de richesse sont possibles entre deux contrats différents au sein d'un même organisme d'assurance. Ce transfert s'effectue avec certaines contraintes d'investissements dictées par l'assureur afin de garder l'antériorité fiscale du contrat.

2.4.2.2 La création du Plan Epargne Retraite

Pour la retraite, il existe des contrats individuels et collectifs avec les particularités suivantes :

Parmi les plans d'épargne individuels figurent :

- les PERP (plan d'épargne retraite populaire, créé en 2003) qui sont ouverts à tous
- les plans destinés aux artisans et aux professions libérales (contrats « Madelin », créés en 1994) ou destinés aux chefs d'entreprise et exploitants agricoles (contrats « Madelin agricole »)
- les plans destinés aux fonctionnaires (à l'instar du régime Préfon, créé en 1967).

Parmi les plans d'épargne collectifs figurent :

- des plans à cotisations définies, dits « Article 83 », qui visent à compléter la retraite de l'ensemble des salariés ou seulement de certaines catégories (principalement les cadres)
- des plans à prestations définies, dits « Article 39 »
- des dispositifs d'épargne en vue de la retraite avec le PERCO (plan d'épargne retraite collectif, créé en 2003).

Si la plupart de ces plans d'épargne, tout comme les contrats d'assurance dits « Article 83 », offrent la possibilité de déduire de son revenu imposable les versements effectués, jusqu'à un certain plafond, et de percevoir, lors de la liquidation du contrat (au moment de la retraite), des rentes assujetties au régime des rentes viagères à titre gratuit, des spécificités apparaissent en matière de règles de fonctionnement (bénéficiaires potentiels, conditions de déblocage, etc.), de fiscalité et de traitement social. Par exemple, certains produits, contrairement à d'autres, offrent la possibilité de débloquer l'épargne sous forme de capital, plutôt que sous la forme de rentes viagères, et ce, avant la date de la retraite en vue de l'achat de la résidence principale (comme le PERCO).

L'hétérogénéité et la multiplicité de ces caractéristiques sont une source de complexité, et conduisent à une fragmentation des encours (donc à une multiplication des frais imputés par les différents prestataires financiers) et peuvent encourager des formes d'optimisation fiscale. En outre, les différents produits souffrent d'une transférabilité limitée des droits acquis, sont diversement adaptés à un horizon de long terme selon qu'ils sont investis en actions, en fonds monétaires, en fonds diversifiés ou encore en fonds obligataires.

La loi PACTE et l'ordonnance du 24 juillet 2019 qui la suit créent le plan d'épargne retraite (PER), nouveau produit d'épargne retraite commercialisable au 1er octobre 2019 et qui peut être :

- ouvert individuellement : c'est le plan d'épargne retraite individuel (PERI ou PERIN) qui a vocation à remplacer le PERP et le contrat Madelin ;
- mis en place dans les entreprises : il s'agit alors d'un plan d'épargne retraite d'entreprise (PERE) collectif (PEREC ou PERECO) ou obligatoire (PERO), l'un étant destiné à se substituer au PERCO et l'autre au régime de retraite supplémentaire collectif et obligatoire à cotisations définies (régime article 83).

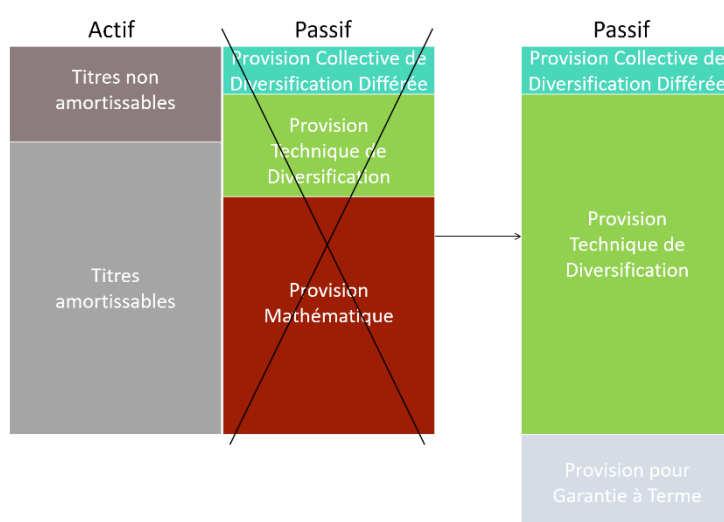
Les PERCO et régimes de retraite article 83 mis en place jusqu'au 30 septembre 2020 peuvent être maintenus (même si le transfert des droits en cours de constitution ou leur transformation

sont vivement encouragés). A compter du 1er octobre 2020, ces dispositifs ne pourront plus être mis en œuvre dans les entreprises.

2.4.2.3 Modifications relatives aux fonds Eurocroissance

Le titulaire d'un contrat d'assurance-vie pourra également transformer partiellement ou totalement son contrat en un contrat permettant qu'une part ou l'intégralité des primes versées soient affectées à l'acquisition de droits exprimés en unités de compte ou de droits donnant lieu à la constitution d'une provision de diversification (contrat Eurocroissance), sans que cela n'entraîne les conséquences fiscales d'un dénouement du contrat. Cette transformation s'effectuera soit par avenant au contrat, soit par la souscription d'un nouveau contrat auprès de la même entreprise d'assurance.

Suppression de la garantie de suivi



Evolution du bilan comptable du nouvel Eurocroissance

La suppression de la Provision Mathématique entraîne un blocage de l'investissement jusqu'au terme de la garantie ou une sortie anticipée avec pénalité. La Provision pour Garantie à Terme est utilisée par l'assureur pour maintenir un équilibre en cas de rachat du contrat par une partie des clients ou en cas de choc important et soudain sur les rendements des actifs.

Suppression de la bonification pour prise de risque des investisseurs

La suppression de la Provision Mathématique facilite la gestion du produit Eurocroissance. En revanche, le rendement unique de l'Eurocroissance à la suite de la Loi Pacte ne permet plus au client de prendre des positions de risque différentes des autres souscripteurs de parts du même support.

En l'absence de PM, le fonctionnement de l'Eurocroissance s'apparente à celui des unités de compte. Le taux de rendement est unifié pour tous les épargnants, quelque soient les

caractéristiques de leur contrat. Du côté des assurés, il n'existe alors plus d'incitation à investir sur des contrats à horizons longs ou dont la garantie au terme est inférieure au montant du versement initial.

3 Fonctionnement de l'Eurocroissance et modèle dynamique

Dans cette troisième partie est définie les notions clés inhérentes au produit Eurocroissance et la gestion dynamique du contrat par le modèle « Constant Proportion Portfolio Insurance ». Seront abordés la segmentation des provisions, le modèle « Constant Proportion Portfolio Insurance ». Un exemple finira la partie afin de comprendre les mécanismes du contrat.

3.1 Fonctionnement du nouvel Eurocroissance

Avec les changements apportés par la loi Pacte et la disparition de la provision mathématique, il y a désormais 3 composantes au passif des contrats Eurocroissance : la Provisions Collective de Diversification Différée, la Provision de Diversification et la Provision pour Garantie à Terme.

3.1.1 Les provisions

3.1.1.1 La Provision Collective de diversification différée

La Provision Collective de Diversification Différée (PCDD) convient pour les engagements relevant de l'article [L. 134-1](#). Cette provision permet de lisser les performances et les valeurs de rachat des contrats. Elle est restituée aux assurés dans les 15 ans. Cette provision peut être abondée, dans les limites et conditions définies par arrêté du ministre chargé de l'économie, par la part des résultats qui n'est pas affectée sous forme de provision mathématique ou de provision de diversification. Cette provision est reprise et donne lieu à une dotation de même montant à la provision de diversification, dans les conditions prévues par arrêté du ministre chargé de l'économie. Elle n'est plus individualisée. Elle est exprimée en montant et discrétionnaire mais encadrée. Depuis la Loi Pacte, la durée de différé a été prolongée de 8 à 15 ans.

Dans ce mémoire, on propose de calculer la PCDD de la manière suivante :

Notons $Performance_t$, le rendement de la Provision Technique de Diversification sur l'année t . Introduisons aussi un seuil inférieur et un seuil supérieur pour le calcul de la PCDD.

- Si $Performance_t < 0\%$: le solde du compte de participation aux bénéfices est donc négatif. Cette somme manquante est alors soustraite à la provision collective de diversification différée afin d'obtenir un solde du compte de participation aux bénéfices nul. Si le montant présent dans la provision n'est pas suffisant, alors la totalité de cette dernière est reprise afin d'amortir au mieux cette situation, le reste étant amorti par réduction de la valeur de part de provision

de diversification. Dans le cas $Performance_t < 0\%$, la performance de la part de provision de diversification est donc toujours nulle.

$$PCDD_{t+1} = 0$$

- si $0\% < Performance_t < \text{seuil}$: La provision collective de diversification différée n'est pas modifiée. Le solde de participation aux bénéficiaires est entièrement dédié à la revalorisation de la provision de diversification ou de l'engagement.

$$PCDD_{t+1} = PCDD_t$$

- si $Performance_t > \text{seuil sup}$: La performance de la part est bornée par ce seuil. Ainsi, tout ce qui dépassera cette borne sera attribué à la provision collective de diversification différée. Le montant doté de cette provision correspond alors à :

$$PCDD_{t+1} = PCDD_t + (Performance_t - \text{seuil sup}) * PTD_{\text{avant revalorisation}}$$

Les seuils ont été fixés arbitrairement à 5% ; La performance est plafonnée à 5% afin de renouveler la provision collective de diversification et ainsi pouvoir toujours servir des taux intéressants même si la situation ne le permet pas.

3.1.1.2 La Provision Technique de diversification

La Provision Technique de Diversification (PTD) convient pour les engagements relevant de l'article [L. 134-1](#) : provision destinée à absorber les fluctuations des actifs affectés à ces engagements et sur laquelle les souscripteurs ou adhérents détiennent des droits individualisés sous forme de parts. Cette provision est abondée par tout ou partie des primes versées par les souscripteurs ou adhérents et par la part des résultats de la comptabilité auxiliaire d'affectation correspondante qui n'est pas affectée sous forme de provision mathématique ou de provision collective de diversification différée. Elle peut être également abondée par la reprise de la provision collective de diversification différée. Elle est réduite par imputation des pertes, par imputation des frais, par prélèvements au titre des prestations servies et par conversion des parts des souscripteurs ou adhérents en provision mathématique.

Elle se calculait de la manière suivante avec l'ancien système pour l'Eurocroissance:

$$PTD_t = Réserve_t - PM_t - PCDD_t$$

Elle se calcule de la manière suivante avec le nouveau système pour l'Eurocroissance:

$$PTD_t = \text{nombre UC} \times \text{valeur UC}_{t-1}$$

3.1.1.3 La Provision pour Garantie à Terme

La Provision pour Garantie à Terme (PGT) est constituée pour les engagements relevant du 2° de l'article [L. 134-1](#), cette provision est destinée à faire face à une insuffisance d'actifs au regard des garanties à échéance contractées.

Si la valeur des actifs est insuffisante, elle se calcule de la manière suivante :

$$PGT_t = VA(\text{contrat}_t) - PTD_t - PCDD_t$$

3.1.1.4 Disparition de la Provision Mathématique

Avec la disparition de la valeur de rachat minimale avant l'échéance de l'Eurocroissance, la Provision Mathématique disparaît. La Provision Mathématique (PM) était la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés. Pour des contrats faisant intervenir une table de survie ou de mortalité, les montants des provisions mathématiques doivent inclure une estimation des frais futurs de gestion qui seront supportés par l'assureur pendant la période de couverture au-delà de la durée de paiement des primes ou de la date du prélèvement du capital constitutif ; l'estimation de ces frais est égale au montant des chargements de gestion prévus dans les conditions tarifaires de la prime ou du capital constitutif et destinés à couvrir les frais de gestion.

Elle se calcule de la manière suivante :

$$PM_t = \frac{\text{Garantie en \%} \times \text{Capital investi}}{(1 + \alpha\% \times TEC_t)^{n-t}}$$

Avec :

- *Garantie en %* × *Capital investi* est l'engagement pris par l'assureur à la fin du contrat
- *α%* est le coefficient d'actualisation ≤ 90%
- Le TEC_t est le Taux de l'Echéance Constante pour n-t années
- n : durée du contrat ;
- t : ancienneté du contrat.

La contrainte réglementaire de détenir la provision mathématique disparaît, cependant l'assureur doit protéger les montants garantis à maturité. Le calcul de la valeur actualisée de la garantie à maturité reste de vigueur mais peut être appliqué analytiquement comme par exemple dans le calcul du plancher d'une gestion dynamique CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance).

3.1.2 La stratégie d'investissement dynamique ou CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance)

L'Assurance de Portefeuille est une technique d'investissement reposant sur un algorithme mathématique développé par Leland & Rubinstein (1976) puis repris par Perold (1986) et Black & Jones (1987).

La gestion s'articule autour des actifs risqués (actions, matières premières, crédit, ...) et des actifs non-risqués (monétaire, des produits de taux ou des fonds monétaires, ...)

La gestion par coussin permet à l'investisseur de garder une exposition aux rendements positifs des actifs risqués, tout en protégeant le capital à terme en cas de baisse des rendements.

3.1.2.1 Composantes de la gestion en CPPI

La gestion en CPPI permet de garantir que la valeur totale des actifs ne tombe pas en dessous d'un certain seuil donné. Analytiquement, la valeur totale du portefeuille V_t est décomposée en deux sous-parties : le plancher P_t qui représente la valeur présente de la garantie future et le coussin C_t qui représente la perte maximale autorisée afin de protéger la garantie.

Cette décomposition analytique permet la construction du portefeuille réel. L'investisseur décompose le portefeuille en 2 compartiments : un compartiment d'actifs risqués R_t et un compartiment NR_t non risqué d'actifs monétaires ou obligataires.

Tout le long de la vie du fonds, les deux décompositions cohabitent avec un dénominateur commun : la valeur liquidative V_t et le Multiplicateur M .

$$V_t = P_t + C_t$$

$$V_t = R_t + NR_t$$

$$R_t = M * C_t$$

3.1.2.2 Calcul du multiplicateur

Le multiplicateur M détermine la part d'actif risqué dans le portefeuille. Il est calculé tel que la variation de l'actif risqué d'une période sur l'autre ne dépasse pas un seuil de perte L_{max} donné.

$$\begin{cases} R_{t+1} \geq R_t * (1 - L_{max}) \\ R_{t+1} + NR_t * (1 + nr_t) \geq P_{t+1} \end{cases}$$

où nr_t est le rendement de l'actif non risqué.

Supposons que $nr_t = 0$ et le plancher est constant $P_{t+1} = P_t$

$$\begin{cases} R_{t+1} \geq M * C_t * (1 - L_{max}) \\ R_{t+1} + NR_t \geq P_t \end{cases}$$

On en déduit que,

$$\begin{cases} R_{t+1} \geq M * (V_t - P_t) * (1 - L_{max}) \\ R_{t+1} + (V_t - M * C_t) \geq P_t \end{cases}$$

Donc le système d'équation devient,

$$\begin{cases} R_{t+1} \geq M * (V_t - P_t) * (1 - L_{max}) \\ R_{t+1} + (V_t - M * (V_t - P_t)) \geq P_t \end{cases}$$

En retranchant R_t des deux côtés de l'inégalité 1,

$$R_{t+1} - R_t \geq M * (V_t - P_t) * (1 - L_{max}) - R_t$$

Or $R_t = M * (V_t - P_t)$ donc :

$$R_{t+1} - R_t \geq -L_{max}R_t$$

On a aussi $R_{t+1} - R_t = V_{t+1} - V_t$ et vu que le plancher est constant $R_{t+1} - R_t = C_{t+1} - C_t$,

Donc

$$C_{t+1} - C_t \geq -L_{max}R_t$$

$$C_{t+1} \geq C_t - L_{max}R_t$$

$$C_{t+1} \geq R_t * \left(\frac{1}{M} - L_{max}\right)$$

Or il existe $L \leq L_{max}$ tel que $C_{t+1} = R_t * \left(\frac{1}{M} - L\right)$ et $C_{t+1} \geq 0$

Donc

$$M \leq \frac{1}{L}$$

Ce qui entraine que pour tout M,

$$M \leq \frac{1}{L_{max}}$$

De plus,

$$R_t = M * C_t = M * (V_t - P_t) \leq V_t$$

$$M \leq \frac{V_t}{(V_t - P_t)}$$

$$M = \min\left(\frac{V_t}{(V_t - P_t)}, \frac{1}{L_{max}}\right)$$

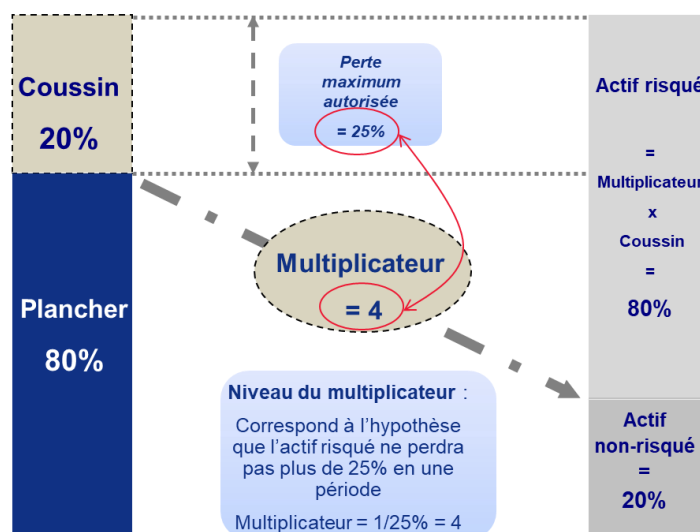
Le niveau optimal du multiplicateur varie en fonction de la volatilité du type d'actifs concernés. Cette volatilité impacte la valeur de perte maximale qu'on s'autorise sur une période.

3.1.2.3 Exemple numérique

Prenons un exemple avec une garantie de 80% sur un investissement de 100 et une perte autorisée de 25% de l'actif risqué sur la période.

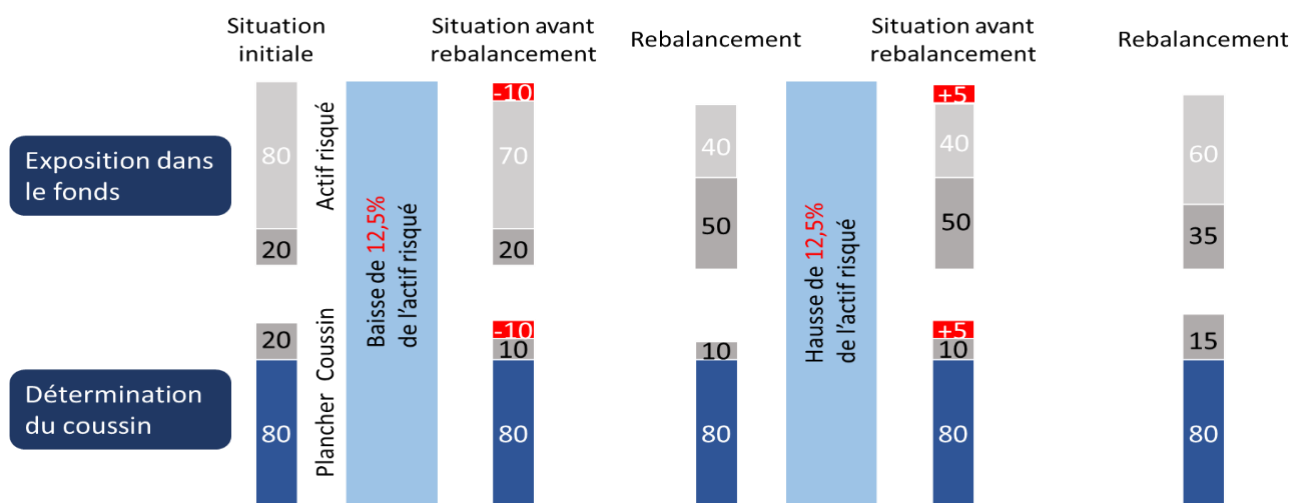
$$M = \min\left(\frac{V_t}{(V_t - P_t)}; \frac{1}{L_{max}}\right) = \min(5; 4) = 4$$

$$R_1 = M * C_1 = 80$$



Investissement de la gestion par coussin

A chaque rebalancement, la valeur du coussin est ajustée en fonction de la valeur totale du portefeuille en maintenant le plancher à son niveau initial. Les actifs risqués et non-risqués sont ajustés appliquant le multiplicateur à la valeur ajustée du coussin.



Mécanisme de rebalancement du CPPI

Si l'actif perd les 25% autorisés, alors la garantie est toujours couverte par addition de la partie non-risquée et les 75% restant d'actifs risqués à chaque instant.

3.1.2.4 Avantages de la gestion par coussin

C'est une méthode de gestion active qui permet de bénéficier de la performance d'un actif financier et d'être protégé en cas de baisse du marché. Elle possède de nombreux avantages :

- Protection du capital à maturité et possibilité de sécurisation de la performance en cours de vie
- Liquidité et transparence
- La performance dépend du comportement de l'actif risqué au cours de sa vie
- Très large spectre d'actifs risqués utilisables
- Allongement de la période de souscription grâce à une gestion active
- Risques mitigés en cas de faible/fort succès commercial
- Une hausse des taux est positive pour la stratégie

3.1.2.5 Inconvénients de la gestion par coussin

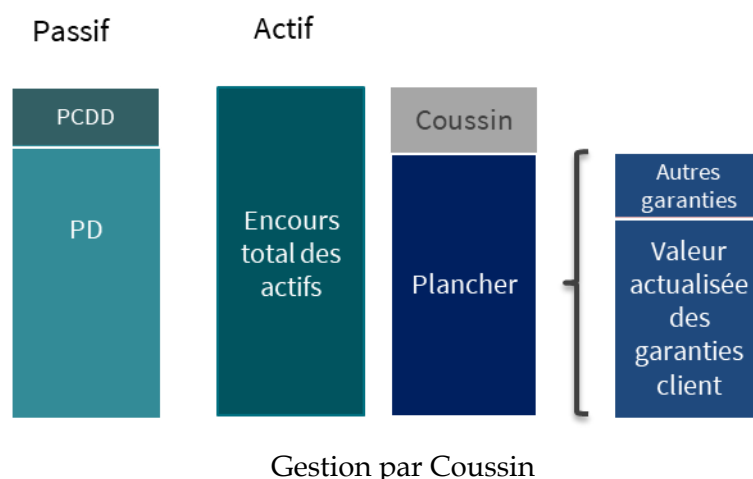
Elle possède aussi des inconvénients :

- La performance dépend du chemin parcouru
- Un comportement suiveur de tendance
- Des mouvements violents sur les marchés ou une baisse des taux d'intérêt peuvent impacter négativement la stratégie de façon durable
- L'algorithme pousse à prendre le maximum de risque autorisé à tout moment
- Risque de dénaturation du support lorsque les actifs sous-jacents ont des rendements négatifs.
- Dilution des rendements en cas de succès commercial en période de taux bas, affectant aux souscripteurs les effets négatifs d'une mauvaise gestion de l'assureur.

Ces inconvénients peuvent être limités par une gestion active du portefeuille : modification du pilotage de la stratégie, achat de produits dérivés pour faire face à une baisse de taux très importante.

3.1.3 Application de la gestion CPPI à l'Eurocroissance

Avec la disparition de la Provision Mathématique et la valorisation unique pour l'ensemble des assurés, il est devenu possible de protéger le capital garanti à terme en utilisant la méthode de gestion CPPI. L'actif représentant la PCDD et la PTD est décomposé en plancher et coussin. Le plancher est égal à la valeur actualisée des garanties à terme et autres garanties in fine le cas échéant. Le multiplicateur permet d'optimiser l'exposition à l'actif risqué, moteur de performance du support.



3.2 Etude sur un scénario passé

Prenons l'exemple d'un contrat 10 ans investi sur un fonds Eurocroissance géré en CPPI.

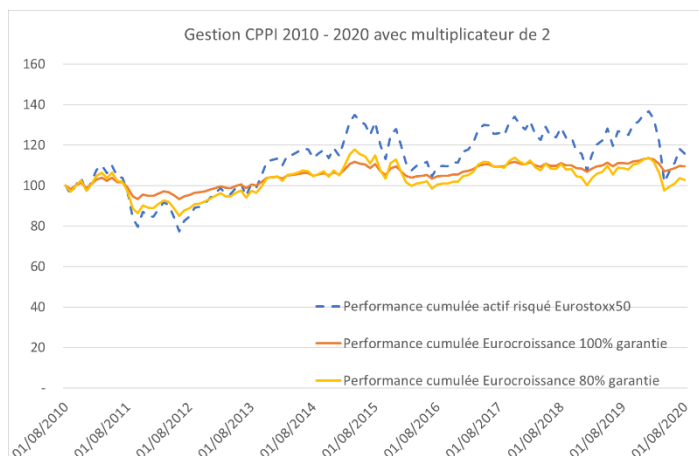
Variables	Hypothèses du contrat
Maturité	10 ans
Garantie au terme	80% ou 100% de la prime nette de frais d'entrée
Frais de gestion	0,7%
Variables	Hypothèses du fonds
Multiplicateur	2, 3 ou 4
Actif risqué	Eurostoxx50

Le contrat projeté est souscrit le 1^{er} août 2010 et arrive à maturité le 1^{er} août 2020.

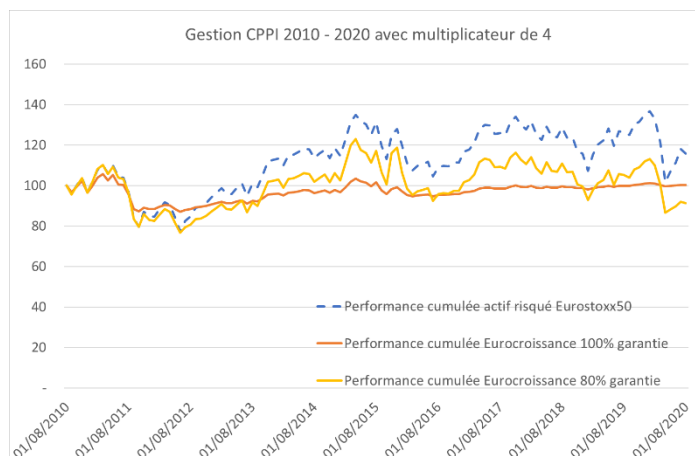
En cette période le rendement annuel moyen de l'Eurostoxx50 est de 1,47% correspondant à un rendement cumulé de 15,76%.

3.2.1 Impact de la garantie sur la performance du fonds

Pour un multiplicateur donné la performance du CPPI est plus importante pour une garantie de 100% sur la période d'août 2010 à août 2020 car le CPPI subit des plus grosses pertes en période de baisse lorsque la garantie est plus basse. Le CPPI avec plus faible multiplicateur donne une meilleure performance grâce à la moindre exposition en période de baisse.



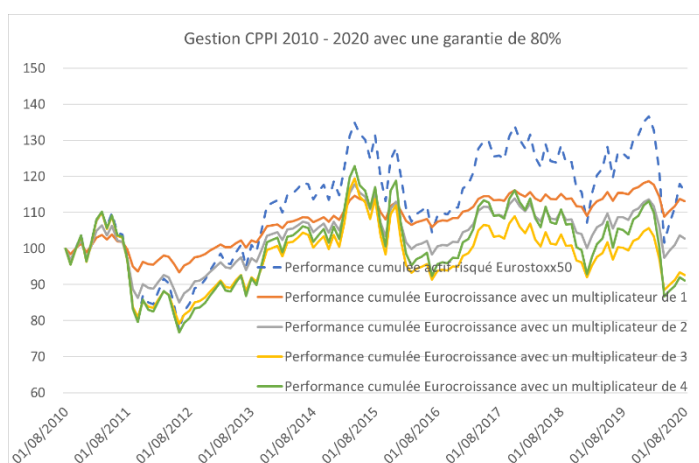
Pour un multiplicateur de 2



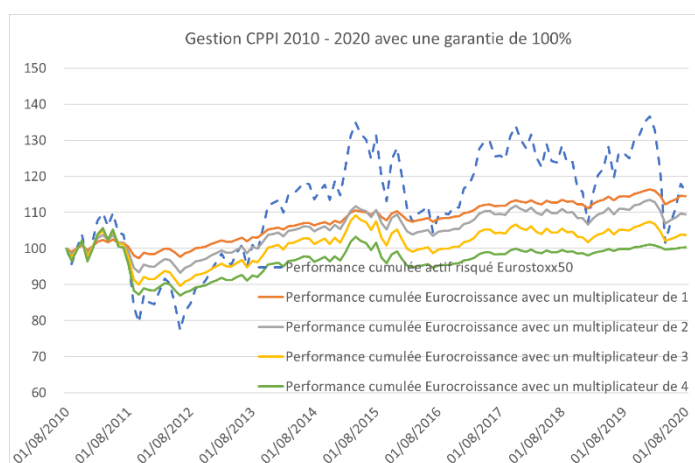
Pour un multiplicateur de 4

Sur la période étudiée, le contrat avec une garantie de 80% à moins performé car il a profité des rendements négatifs alors que la garantie à 100% protégeait plus le contrat. Cette moindre performance est due à la plus grande liberté, reflétée par le multiplicateur, dans l'investissement au début de la période.

3.2.2 Impact du multiplicateur sur la performance du fonds



Pour une garantie de 80%



Pour une garantie de 100%

Le contrat possédant le rendement le plus intéressant est celui avec un multiplicateur de 1 et une garantie de 100% avec une performance cumulée de 14,45% alors que celui avec une garantie à 80% possède une performance cumulée à 13,14%.

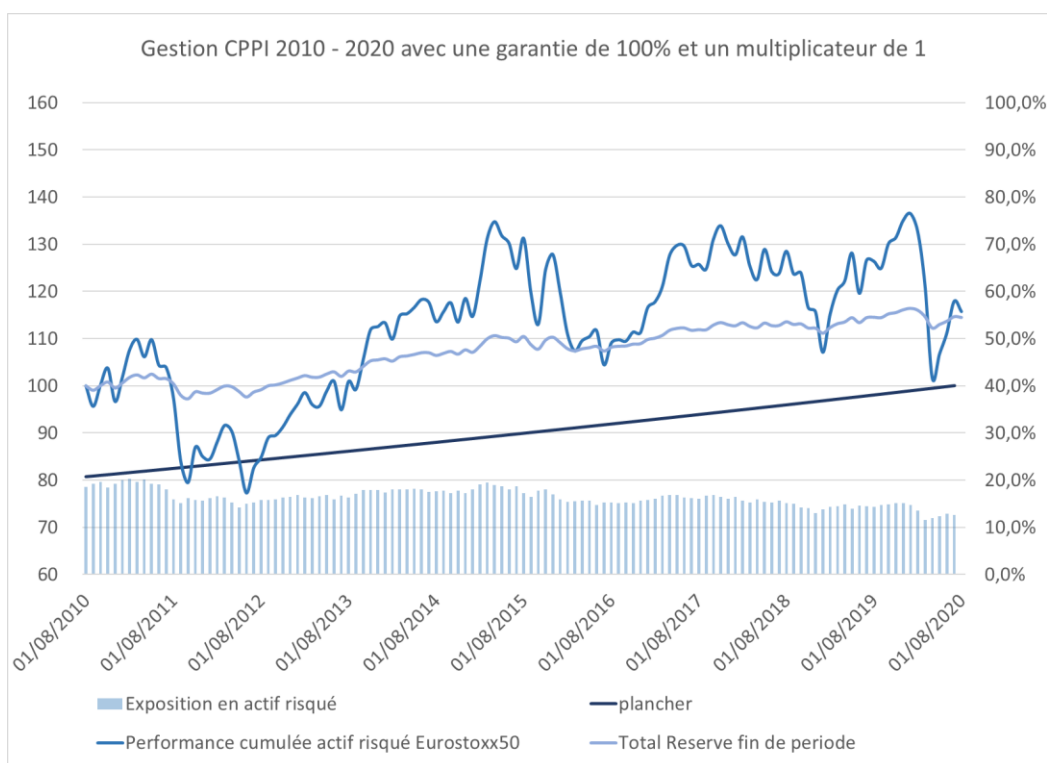
Le tableau ci-dessous représente l'exposition moyenne sur 10 ans en actif risqué pour différentes garantie et niveau de multiplicateur :

	1	2	3	4
Garantie 80%	33,1%	60,1%	77,1%	93,0%
Garantie 100%	16,3%	28,7%	32,8%	27,7%

La garantie à 100% est globalement moins exposée à cause du devoir de rendu de capital au client. Une augmentation du multiplicateur entraîne une exposition plus grande car l'assureur autorise moins de pertes sur l'actif.

3.2.3 Plancher et exposition à l'actif risqué

Sur la base du backtesting, le CPPI avec Multiplicateur de 1 et une garantie à 100% semble être le plus performant. L'exposition moyenne en actif risqué est de 16,3% avec au début une période de forte exposition afin de garantir le versement dû à échéance du contrat.



Gestion CPPI avec une garantie de 100% et un multiplicateur de 1

4 Etude des rendements selon différents scénarios économiques

Dans cette partie, nous analysons le comportement du fonds Eurocroissance en utilisant une simulation Monte Carlo. 2000 scénarios sont générés en probabilité risque neutre suivant les conditions de marché au 31 décembre 2019 et au 31 mars 2020. Les rendements de ces scénarios sont utilisés pour analyser les rendements de l' Eurocroissance en risque neutre et sur un ensemble varié de scénarios.

Les scénarios stochastiques sont générés par un outil de simulation existant. Nous décrivons ici les principales caractéristiques des scénarios générés.

4.1 Etapes de génération des scénarios économiques

Voici une brève description expliquant dans quel ordre les algorithmes sont exécutés afin de simuler les scénarios :

4.1.1 Interpolation de la courbe des Zéro-Coupon

Méthode d'interpolation standard

L'interpolation de la courbe des taux se fait en trois étapes : une première interpolation est effectuée sur la courbe des swaps, puis la courbe des swaps est transformée en une courbe Zéro-Coupon par *bootstrapping*, et enfin une interpolation (et une extrapolation) plus précise est effectuée sur la courbe Zéro-Coupon. Ces trois étapes sont décrites ci-dessous :

Le taux de swap est d'abord interpolé à tous les points nécessaires pour pouvoir ensuite transformer la courbe de swap en courbe Zéro-Coupon. Cela signifie que nous devons interpoler le taux de swap entre 0 et la dernière échéance d'entrée à intervalles réguliers correspondant à la période de coupon du swap. Par exemple, dans le cas des swaps semestriels, nous devons calculer les taux de swap tous les 6 mois entre 0 et la dernière échéance d'entrée.

La courbe Zéro-Coupon sera calculée par *bootstrapping*, c'est-à-dire étape par étape en utilisant la courbe de swap. Prenons l'exemple des taux swap semestriels. Les taux Zéro-Coupon seront calculés successivement en utilisant le taux de swap correspondant et les taux Zéro-Coupon pour les plus petites échéances qui ont déjà été calculés (ex : le taux du coupon Zéro-Coupon 2 ans peut être obtenu en utilisant le taux de swap 2 ans et le taux Zéro-Coupon 6 mois, 1 et 1,5 ans). En effet, les calculs peuvent être effectués en utilisant la formule suivante pour le taux de swap de maturité et la période de coupon :

$$S_T = \frac{1}{t} \frac{1 - B(0, T)}{B(0, t) + B(0, 2t) + \dots + B(0, T)}$$

où $B(0, k)$ est le prix d'un Zéro-Coupon de maturité k .

Cette formule conduit à :

$$B(0, T) = \frac{1 - tS_T[B(0, t) + B(0, 2t) + \dots + B(0, T - t)]}{1 + tS_T}$$

et donc le Zéro-Coupon peut être calculé de manière récursive en utilisant la courbe de swap.

Il est important de noter que l'on interpole juste assez de taux swap pour pouvoir obtenir des taux Zéro-Coupon. Si, par exemple, dans le cas des taux swap semestriels, nous interpolons également les taux swap de 0,25, 0,75, 1,25, 1,75, ..., nous pouvons les utiliser pour calculer successivement les taux Zéro-Coupon pour les échéances correspondantes en utilisant la même procédure. Cependant, la courbe Zéro-Coupon pour ces échéances serait calculée indépendamment de la courbe des Zéro-Coupon pour les échéances entières et demi-entières et nous pourrions ne pas obtenir une courbe continue en mettant les deux courbes ensemble.

La troisième étape de l'algorithme est l'interpolation de la courbe Zéro-Coupon. Elle est effectuée afin d'obtenir une valeur Zéro-Coupon pour chaque mois à partir de 1 mois et jusqu'à 100 ans. Plus précisément, l'interpolation est effectuée sur le rendement Y_T défini par :

$$Y_T = B(0, T)^{-\frac{1}{T}} - 1$$

L'interpolation par spline cubique est utilisée pour les échéances comprises entre un mois et le dernier taux de swap d'entrée. L'extrapolation log-linéaire est utilisée pour les échéances plus importantes (l'extrapolation est effectuée en utilisant les deux plus grands rendements Zéro-Coupon disponibles).

Enfin, le taux à terme défini par $f(0, t) = \lim_{\theta \rightarrow 0} -\frac{1}{\theta} [\ln(B(0, t + \theta)) - \ln(B(0, t))]$ est approximé en prenant $\theta = 1$ mois.

Interpolation par spline cubique

Pour un ensemble $\{x_i\}$ de $n + 1$ points de données, l'interpolation par *spline* cubique S de la fonction $f(x_i) = y_i$ est définie par des polynômes cubiques par morceaux entre les points de données :

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x), x \in [x_0; x_1] \\ S_1(x), x \in [x_1; x_2] \\ \dots \\ S_{n-1}(x), x \in [x_{n-1}; x_n] \end{cases}$$

telle que :

- La propriété d'interpolation est satisfaite : $S_i(x_i) = f(x_i)$ et $S_i(x_{i+1}) = f(x_{i+1})$
- La fonction est différentiable deux fois en continu : $S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i)$ et $S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i)$
- Le second dérivé vaut 0 aux extrémités : $S''_0(x_0) = S''_{n-1}(x_n) = 0$

Cela donne un système linéaire de $4n$ équations avec des inconnues (les coefficients des fonctions polynomiales cubiques). Pour simplifier les calculs, les polynômes $S_i(x)$ peuvent être écrits dans la base $(x - x_i)^3, (x - x_{i+1})^3, (x - x_i), (x - x_{i+1})$, les inconnues devenant les coefficients dans cette base. En écrivant $h_i = x_{i+1} - x_i$ et en utilisant la propriété d'interpolation et $S_{i-1}''(x_i) = S_i''(x_i)$, on obtient :

$$S_i(x_i) = \frac{z_{i+1}(x - x_i)^3 + z_i(x_{i+1} - x)^3}{6h_i} + \left(\frac{y_{i+1}}{h_i} - \frac{h_i}{6}z_{i+1}\right)(x - x_i) + \left(\frac{y_i}{h_i} - \frac{h_i}{6}z_i\right)(x_{i+1} - x)$$

Les coefficients z_i de cette équation peuvent être trouvés en utilisant les conditions $S_{i-1}'(x_i) = S_i'(x_i)$ et $S_0''(x_0) = S_{n-1}''(x_n) = 0$. Les z_i sont les solutions du système :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ h_{i-1}z_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)z_i + h_i z_{i+1} = 6 \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \quad \forall i \in [1: n - 1] \\ z_n = 0 \end{cases}$$

Il convient de noter que le déterminant de ce système a une diagonale dominante ($\forall i, a_{ii} > \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$), de sorte que le système admet une solution unique. Cela signifie que la solution du problème de l'interpolation par spline cubique existe et est unique. Elle peut être calculée en résolvant le système d'équations ci-dessus.

4.1.2 Calibrage (trouver la valeur optimale, la plus proche des volatilités des swaptions de calibration)

L'objectif de la calibration est de déterminer les paramètres a et σ du modèle Hull et White qui nous permettent de nous adapter au mieux aux conditions du marché. Ces paramètres sont choisis de manière que les prix des modèles de swaptions soient aussi proches que possible des prix du marché.

Plus précisément, nous choisissons un ensemble de n swaptions de durées et de maturités différentes sur lesquels nous voulons calibrer notre modèle, et nous associons des poids représentant l'importance que ces swaptions devraient avoir dans notre calibrage. Nous minimisons la fonction d'erreur :

$$F(a, \sigma) = \sum_{i=1}^n w_i (Swaption_i^{model}(a, \sigma) - Swaption_i^{réelle})^2$$

où le terme $Swaption_i^{model}(a, \sigma)$ est le prix de l'échange donné par le modèle, et $Swaption_i^{réelle}$ est le prix de l'échange donné par le marché. En pratique, nous prenons toujours $w_i = 1$.

Nous travaillons sur les swaptions à la monnaie. Afin de calculer les prix du marché et les prix modèles de ces swaptions, nous commençons par calculer le taux de swap S . Pour une swaption d'échéance T , de durée t_f , et avec un paiement échangé à chaque Δt , le taux de swap doit satisfaire :

$$B(t, T) = S\Delta t \sum_{0 < k\Delta t \leq t_f} B(t, T + k\Delta t) + B(t, T + t_f)$$

Cela donne

$$S = \frac{B(t, T) - B(t, T + t_f)}{\Delta t \sum_{0 < k\Delta t \leq t_f} B(t, T + k\Delta t)}$$

Le prix du marché $Swaption_i^{réelle}$ est ensuite déduit des volatilités du marché en utilisant la formule Black Scholes (qui est par convention utilisée pour donner les volatilités implicites cotées sur le marché). Pour une swaption payante de maturité T, de durée t_f , de taux d'exercice K, et avec paiement échangé tous les Δt ,

$$\begin{cases} Swaption_i^{réelle} = \Delta t \sum_{0 < k\Delta t \leq t_f} B(t, T + k\Delta t) [SN(d_1) - KN(d_2)] \\ d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\ d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \end{cases}$$

Dans le cas particulier d'une swaption à la monnaie, $K=S$ et donc la formule devient :

$$Swaption_i^{réelle} = (B(t, T) - B(t, T + t_f))[N(d) - N(-d)] \text{ avec } d = \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$$

Le prix du modèle $Swaption_i^{model}(a, \sigma)$ est fonction des formules théoriques obtenues dans le modèle de Hull and White et calculé à l'aide de ces formules.

4.1.3 Diffusion des taux selon le modèle Hull and White

Afin de diffuser les taux et les actions, des mouvements browniens corrélés doivent être générés. Cela revient à générer des variables gaussiennes corrélées et les algorithmes nécessaires à cette simulation sont décrits dans la section précédente.

Le modèle de Hull and White suppose que, dans le cadre de la mesure risque-neutre, le taux court suit la dynamique :

$$dr(t) = (\theta(t) - ar(t))dt + \sigma(t)dW(t)$$

Où a représente la vitesse de retour à la moyenne, $\sigma(t)$ représente la volatilité du processus et $\theta(t)$ représente le taux à long terme ou le point de référence de retour à la moyenne

Nous nous plaçons désormais dans le cas d'un modèle Hull and White avec un paramètre de volatilité constant. L'équation de diffusion devient :

$$dr(t) = (\theta(t) - ar(t))dt + \sigma dW(t)$$

Taux court et taux à terme

Nous obtenons les équations suivantes :

$$r_t = f(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a^2} [1 - \exp(-at)]^2 + \sigma \exp(-at) \int_0^t \exp(as) dW_s$$

$$f(t, T) = f(0, T) + \frac{\sigma^2}{a^2} \exp(-aT) [\exp(at) - 1] - \frac{\sigma^2}{2a^2} \exp(-2aT) [\exp(2at) - 1] + \sigma \exp(-aT) \int_0^t \exp(as) dW_s$$

La première équation est utilisée pour générer le taux court dans le Générateur de scénarios économiques. La deuxième équation est utilisée pour générer les obligations Zéro-Coupon qui sont exprimées ci-dessous en fonction de $f(t, T)$.

Bêta

Le bêta représente le compte du marché monétaire, c'est-à-dire la somme d'argent que l'on obtiendrait en plaçant une unité de monnaie au taux neutre en termes de risque. Plus précisément :

$$\beta(t) = \exp\left(\int_0^t r_s ds\right)$$

En utilisant la valeur calculée ci-dessus, nous pouvons déduire la valeur de $\beta(t)$:

$$\ln \beta(t) = \int_0^t r_s ds$$

$$\ln \beta(t) = \int_0^t f(0, s) ds + \int_0^t \frac{\sigma^2}{2a^2} [1 - \exp(-as)]^2 ds + \sigma \int_0^t \exp(-as) \left(\int_0^s \exp(au) dW_u \right) ds$$

En utilisant la relation entre le taux à terme et le Zéro-Coupon pour simplifier le premier terme et le théorème de Fubini pour échanger les intégrales dans le dernier terme, nous obtenons :

$$\ln \beta(t) = -\ln(B(0, t)) + \frac{\sigma^2}{2a^2} t - \frac{\sigma^2}{a^3} [1 - \exp(-at)] + \frac{\sigma^2}{4a^3} [1 - \exp(-2at)]$$

$$+ \sigma \int_0^t \exp(au) \left(\int_u^t \exp(-as) ds \right) dW_u$$

$$\beta(t) = \frac{1}{B(0, t)} \exp\left(\frac{\sigma^2}{2a^2} t - \frac{\sigma^2}{a^3} [1 - \exp(-at)] + \frac{\sigma^2}{4a^3} [1 - \exp(-2at)]\right)$$

$$\times \exp\left(\frac{\sigma}{a} W_t\right) \exp\left(-\frac{\sigma}{a} \exp(-at) \int_0^t \exp(au) dW_u\right)$$

Cette équation est utilisée pour générer le bêta dans le générateur de scénarios économiques.

Obligations Zéro-Coupon

La valeur d'une obligation Zéro-Coupon peut être calculée à l'aide de la formule :

$$B(t, T) = \exp\left(-\int_t^T f(t, s) ds\right)$$

Le taux à terme a déjà été calculé dans les parties précédentes, de sorte que cette formule peut être calculée. Deux méthodes sont possibles :

- La première solution consiste à discrétiser l'intégrale et à calculer les valeurs d'un nombre fini de termes afin de l'approximer. C'est l'option utilisée dans la version par défaut du Générateur de scénarios économiques dans la partie génération de scénarios.
- La deuxième solution consiste à remplacer par sa valeur dans l'intégrale. On peut alors calculer une formule fermée pour la valeur du Zéro-Coupon. C'est l'option utilisée pour la calibration par le Générateur de scénarios économiques. Les calculs sont détaillés ci-dessous :

$$-\ln B(t, T) = \int_t^T f(t, s) ds$$

$$-\ln B(t, T) = \int_t^T f(0, s) ds + \frac{\sigma^2}{a^2} [\exp(at) - 1] \int_t^T \exp(-as) ds - \frac{\sigma^2}{2a^2} [\exp(2at) - 1] \int_t^T \exp(-2as) ds + \sigma \int_t^T \exp(-as) \left(\int_0^t \exp(au) dW_u \right) ds$$

Le premier terme $\int_t^T f(0, s) ds = \int_0^T f(0, s) ds - \int_0^t f(0, s) ds$ peut être simplifié en utilisant la relation entre le Zéro-Coupon et le taux à terme, et le dernier terme peut être simplifié en utilisant le fait que l'intégrale à l'intérieur de la fourchette est indépendante de s et peut donc être considérée comme un terme constant dans l'autre intégrale, ce qui signifie que les deux intégrales peuvent être calculées séparément. Enfin, nous obtenons :

$$\int_t^T f(t, s) ds = \ln \frac{B(0, t)}{B(0, T)} + \frac{\sigma^2}{a^3} [\exp(at) - 1] [\exp(-at) - \exp(-aT)] - \frac{\sigma^2}{4a^3} [\exp(2at) - 1] [\exp(-2at) - \exp(-2aT)] + \frac{\sigma}{a} [\exp(-at) - \exp(-aT)] \int_0^t \exp(au) dW_u$$

Et donc :

$$B(t, T) = \frac{B(0, T)}{B(0, t)} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{a^3} [\exp(at) - 1] [\exp(-at) - \exp(-aT)] + \frac{\sigma^2}{4a^3} [\exp(2at) - 1] [\exp(-2at) - \exp(-2aT)]\right) \times \exp\left(-\frac{\sigma}{a} [\exp(-at) - \exp(-aT)] \int_0^t \exp(au) dW_u\right)$$

Cette formule peut également être réécrite comme $B(t, T) = X(t, T) \exp(-Y(t, T)r_t)$ avec :

$$X(t, T) = \frac{B(0, T)}{B(0, t)} \exp\left(Y(t, T)f(0, t) - \frac{\sigma^2}{4a} (1 - \exp(-2at))Y(t, T)^2\right)$$

$$Y(t, T) = \frac{1}{a} [1 - \exp(-a(T-t))]$$

La formule fermée donne un résultat exact alors que la discrétisation de l'intégrale ne donne qu'un résultat approximatif. De plus, cette discrétisation prend beaucoup de temps. Pour ces deux raisons, nous recommandons vivement de toujours utiliser la formule fermée.

Valeur d'un call sur un Zéro-Coupon

Nous définissons $ZBC(t, T, S, K)$ comme le prix au temps t d'une option d'achat avec un strike K et une échéance T , vendue sur un Zéro-Coupon arrivant à échéance au temps S .

$$ZBC(t, T, S, K) = E^Q \left(\exp \left(- \int_t^T r_s ds \right) (B(T, S) - K)^+ | F_t \right)$$
$$ZBC(t, T, S, K) = B(t, T) E^{Q_T} ((B(T, S) - K)^+ | F_t)$$

Pour fixer le prix de cette option d'achat, nous devons connaître la loi de $B(T, S)$ sous la mesure à terme Q_T .

$B(T, S) = X(T, S) \exp(-Y(T, S)r_T)$ où $X(T, S)$ et $Y(T, S)$ sont des fonctions déterministes définies dans la section précédente.

Puisque $B_t(T, S)$ est une martingale sous Q_T nous savons que $E^{Q_T}(B(T, S) | F_t) = \frac{B(t, S)}{B(t, T)}$. De plus, r_T sous la condition F_t suit une loi $N(m, v^2(t, T))$, donc $Y(T, S)r_T$ suit une loi $N(m', Y(T, S)^2 v^2(t, T))$.

Nous sommes exactement dans le cas de la tarification d'un call dans le modèle Black Scholes et des calculs similaires conduisent à :

$$ZBC(t, T, S, K) = B(t, S)\Phi(h) - KB(t, T)\Phi(h - \sigma_p)$$

avec $\sigma_p^2 = \frac{\sigma^2}{2a}(1 - \exp(-2a(T-t)))Y(T, S)^2$

$$\text{et } h = \frac{1}{\sigma_p} \ln \left(\frac{B(t, S)}{B(t, T)K} \right) + \frac{\sigma_p}{2}$$

(Φ représente la distribution gaussienne cumulative)

De même, le prix d'un put sur un coupon zéro est donné par :

$$ZBP(t, T, S, K) = KB(t, T)\Phi(-h + \sigma_p) - B(t, S)\Phi(-h)$$

Valeur d'une swaption

Nous étudions d'abord le prix d'une option de vente sur une obligation à coupon. Nous considérons qu'une obligation paie des coupons c_1, c_2, \dots, c_n à des intervalles de temps T_1, T_2, \dots, T_n .

Le prix de cette obligation à un moment donné T est écrit $CB(T_0, T, C)$. Dans le modèle Hull and White, il ne dépend que du taux court du moment T_0 et vaut :

$$CB(T_0, T, C) = \sum_{i=1}^n c_i B(T_0, T_i) = \sum_{i=1}^n c_i X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r_{T_0})$$

Le gain d'une option de vente ou d'un strike sur cette obligation est :

$$P = \left(K - \sum_{i=1}^n c_i X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r_{T_0}) \right)^+$$

Comme la valeur de l'obligation à coupon est continue et décroît (entre $+\infty$ et 0) lorsque la valeur r_{T_0} augmente, il existe un taux unique r^* appelé taux de Jamshidian, tel que

$$\sum_{i=1}^n c_i X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r^*) = K$$

La solution unique r^* de cette équation peut être trouvée en utilisant l'algorithme de Newton (la fonction étudiée est convexe, donc l'algorithme converge toujours)

Cela signifie que le paiement de l'option de vente peut être réécrit comme :

$$P = \left(\sum_{i=1}^n c_i X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r^*) - \sum_{i=1}^n c_i X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r_{T_0}) \right)^+$$

Étant donné que chaque terme de la somme est une fonction décroissante de r , la différence entre deux termes correspondants dans les deux sommes a toujours le même signe que la différence entre deux autres termes correspondants, donc :

$$P = \sum_{i=1}^n c_i [X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r^*) - X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r_{T_0})]$$

Cela nous permet de calculer le prix d'une option de vente sur cette obligation à coupon :

$$CBP(t, T_0, T, C, K) = \sum_{i=1}^n c_i ZBP(t, T_0, T_i, X(T_0, T_i) \exp(-Y(T_0, T_i)r^*))$$

Le prix des swaptions peut maintenant être calculé puisqu'ils peuvent être considérés comme une option sur une obligation à coupon. En effet, considérons une swaption payante avec taux d'exercice S , échéance T_0 et valeur nominale N , qui donne au détenteur le droit d'entrer à un moment donné T_0 dans un swap de taux d'intérêt avec des délais de paiement T_1, T_2, \dots, T_n où il paie le taux fixe S et reçoit le taux Libor. Cela correspond à un put sur une obligation à coupon d'exercice $K = N$ et avec des paiements de coupon à des dates T_i pour

$$c_i = NS(T_i - T_{i-1}) \text{ pour } i < n$$

$$c_n = N(1 + S(T_n - T_{n-1}))$$

Le prix de cette swaption peut être fixé en utilisant la formule d'un put sur une obligation à coupon.

Des informations détaillées sur les modèles de taux d'intérêt et sur le modèle Hull and White en particulier peuvent être trouvées dans *Interest Rate-Models - Theory and Practice* de D. Brigo et F. Mercurio.

De plus, l'implémentation des méthodes de réduction de la variance comprennent l'utilisation de variables antithétiques et de tests de martingale : si les rendements des taux ou des actions ne sont pas assez proches de leurs valeurs théoriques, il est nécessaire de rejeter les variables simulées et la génération d'un autre ensemble est nécessaire.

4.1.4 Les tests de martingale, s'ils sont rejetés, génération de nouveaux nombres aléatoires (voir annexe)

La fixation des prix des produits se fait par une simulation de Monte-Carlo. L'objectif du générateur de scénarios est de générer des scénarios indépendants qui seront utilisés pour cette tarification. La loi des grands nombres implique que la moyenne des prix sur chaque chemin convergera vers le prix réel du produit. Plus précisément, le théorème de la limite centrale stipule que :

$$\sqrt{n} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n P_k - P \right) \xrightarrow{\text{loi}} N(0, \sigma^2)$$

Où σ est l'écart-type de P_k

Cela signifie que l'on peut écrire $\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n P_k$ et un intervalle de confiance de 95% pour le prix est donné :

$$P \in \left[\bar{P} - \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{P} + \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

On peut voir que la précision de la fixation des prix dépend de deux paramètres : le nombre de chemins et l'erreur type d'une fixation des prix. Le nombre de chemins doit donc être aussi grand que possible et l'écart type petit, ce qui peut augmenter fortement le temps de calcul de la simulation.

4.1.5 Pour chaque actif risqué à générer

- a) Génération de nombres aléatoires pour cette action (générer des nombres gaussiens corrélés)

voir annexe sur la génération de nombres aléatoires pour les taux

- b) Diffusion des rendements de l'actif risqué : le modèle de Black & Scholes

Les actions sont projetées à l'aide du modèle Black and Scholes, dans lequel le taux d'intérêt est celui qui est diffusé à l'aide du modèle Hull and White décrit dans la section 4.1.3 :

$$\begin{cases} \frac{dS_t^i}{S_t^i} = r_t dt + \sigma_t^i dW_t^i \\ dr_t = (\theta_t - ar_t)dt + \sigma_t^0 dW_t^0 \\ \langle dW_t^i, dW_t^j \rangle = \rho_{ij} dt \end{cases}$$

Les nouveaux paramètres de ces équations sont les volatilités des actions σ_t^i et la corrélation entre les différents mouvements browniens ρ_{ij} (notamment la corrélation entre les mouvements browniens des actions et la corrélation entre le mouvement brownien du taux et les mouvements browniens des actions). Les volatilités des actions peuvent dépendre du temps t mais sont déterministes.

La solution de la première équation est

$$S_t^i = \exp\left(\int_0^t r_s ds - \frac{1}{2} \int_0^t \sigma_s^2 ds + \int_0^t \sigma_s dW_s^i\right) = \beta_t \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^t \sigma_s^2 ds + \int_0^t \sigma_s dW_s^i\right)$$

Les valeurs des actions seront simulées en les discrétisant et en utilisant un nombre fini de pas de temps. De plus, elle est supposée être constante sur un pas de temps. Cela signifie qu'à chaque pas de temps, s'effectue la génération de :

$$\frac{S_{t+1}^i}{S_t^i} = \frac{\beta_{t+1}}{\beta_t} \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma^2 \Delta t + \sigma \int_t^{t+\Delta t} dW_s^i\right)$$

Une fois que les taux β_t et β_{t+1} ainsi de suite ont été générés, il ne reste plus qu'à simuler $\int_t^{t+\Delta t} dW_s^i$ qui est une variable gaussienne de variance Δt et avec une corrélation ρ_{ij} égale aux autres intégrales simulées.

c) Tests de martingale (en cas de rejet, retour au point a))

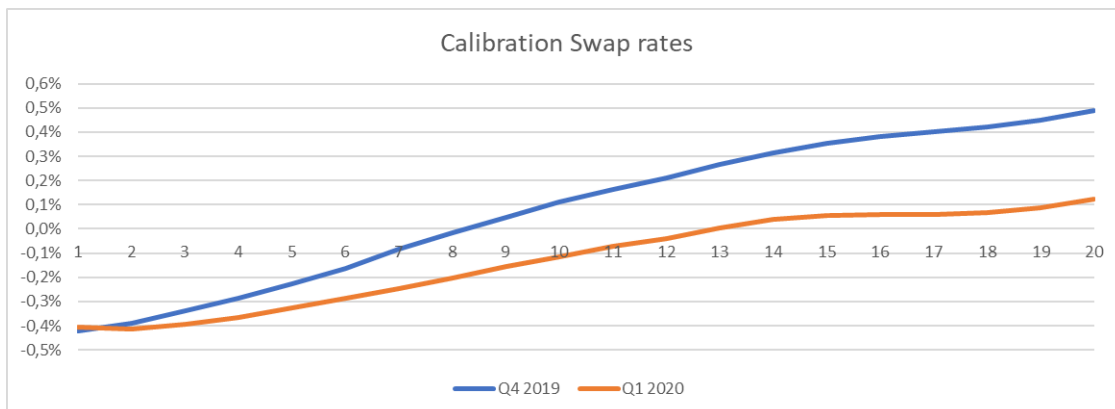
voir partie [4.1.4](#)

4.2 Calibration des scénarios

Pour la calibration des scénarios, l'utilisation de courbe de taux swap et de volatilité d'actifs vont être abordées. Les notions de corrélations des actifs et de swaptions sont utilisées mais pas détaillées dans ce mémoire.

4.2.1 Courbes de taux swap

Les taux swap au 31 décembre et au 31 mars ont été utilisés. Spécificité de cette période inédite, les taux sont négatifs sur les 8 premières années en décembre 2019 et sur les 12 premières années en mars 2020.



Courbe des taux SWAP

4.2.2 Volatilité des actifs risqués

La volatilité des actifs en fin d'année 2019 est :

Nombre d'années	SX5E Index	SPX Index
10	17,33%	23,43%

La volatilité des actifs en début d'année 2020 est :

Nombre d'années	SX5E Index	SPX Index
10	20,59%	26,11%

Le contexte actuel et la pandémie entraîne une hausse de l'incertitude à l'égard des actifs financiers traduit par une volatilité plus grande à maturité équivalente.

4.3 Distribution des rendements simulés de l'Eurocroissance sans transfert de richesse

Sur les 10 prochaines années, le rendement cumulé de l'EUROSTOXX50 est en moyenne 3,7%. On peut voir les rendements moyens de la gestion par coussin sur 2000 scénarios avec différents multiplicateurs.

	2	3	4
Garantie 80%	-2,5%	-0,8%	0,4%
Garantie 100%	2,3%	2,9%	3,6%

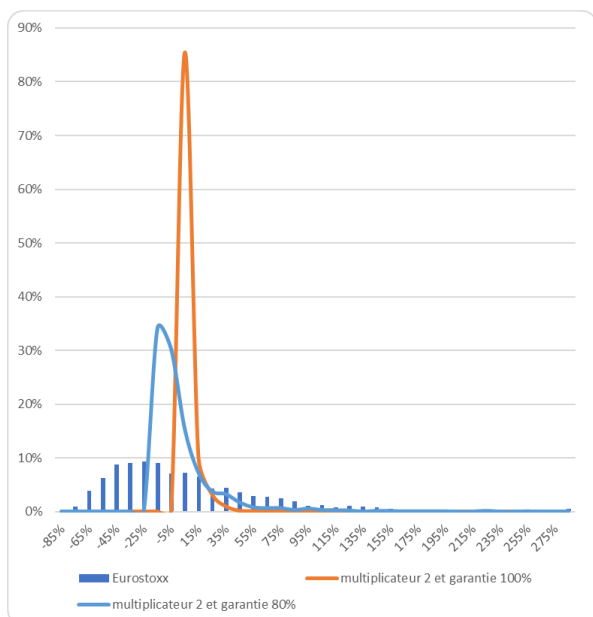
Afin d'avoir le meilleur rendement, il faut utiliser un plus grand multiplicateur car il réplique au mieux l'indice. En cas de baisse sur l'indice il faudrait utiliser un plus petit multiple.

Avec une garantie de 100%, le rendement ne peut pas être négatif donc l'intérêt du client est d'avoir une garantie totale.

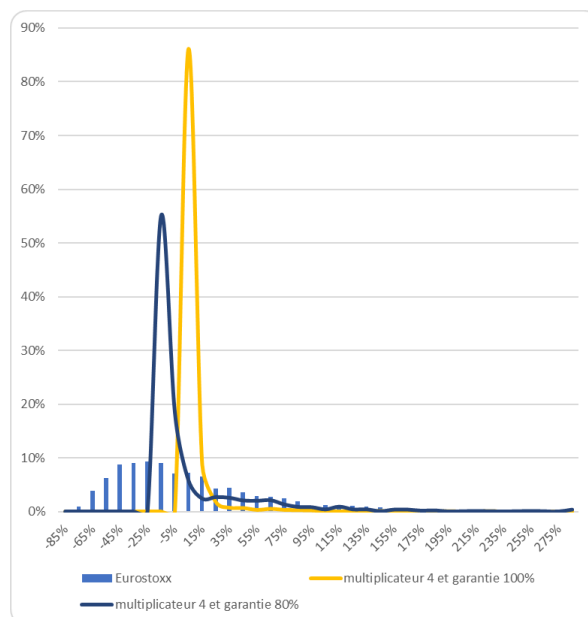
La garantie de 100% nécessite beaucoup de frais pour l'assureur pour satisfaire le client. Plus le multiplicateur est grand, plus la PGT est importante car le portefeuille est plus exposé aux pertes. L'assureur doit mettre du capital afin de palier à la baisse des actifs.

	2	3	4
Garantie 80%	0,88	1,66	2,42
Garantie 100%	7,35	7,54	7,84

4.3.1 Impact du multiplicateur sur la distribution de la performance du fonds



Pour un multiplicateur de 2



Pour un multiplicateur de 4

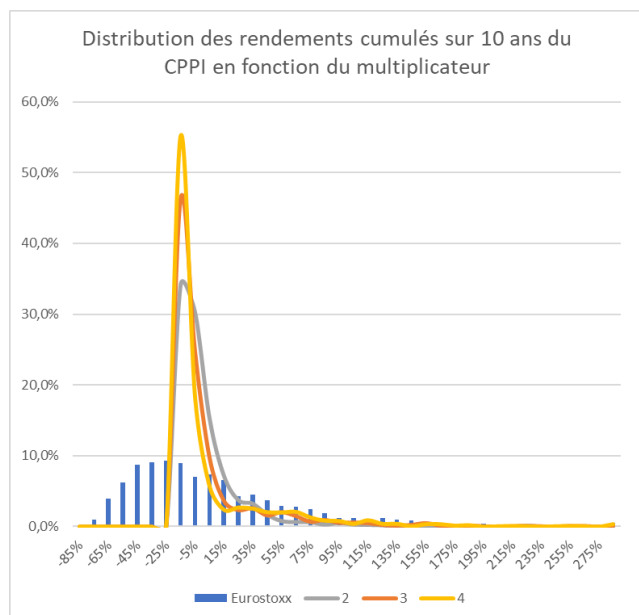
Pour un multiplicateur donné la performance du CPPI est plus élevée pour une garantie à 100% en moyenne. La queue de distribution de la performance est plus étendue pour une garantie à 80%, il est préférable d'utiliser ce contrat pour avoir un meilleur rendement.

Dans le tableau ci-dessous, le kurtosis de la série en fonction de la garantie et du multiplicateur.

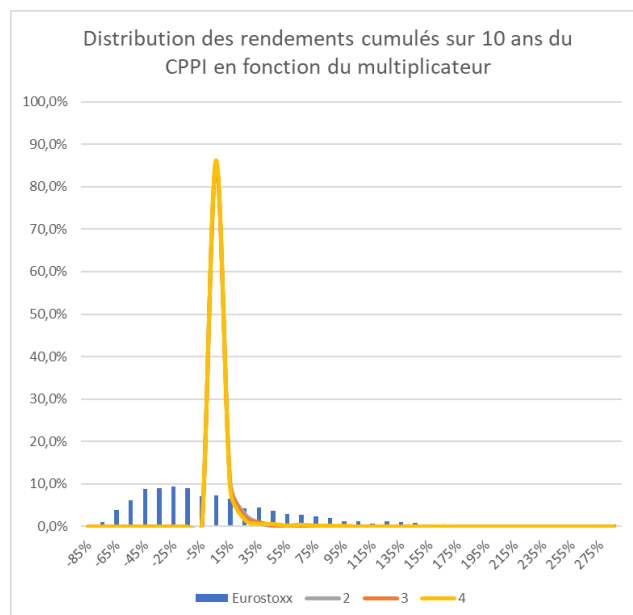
	2	4
Garantie 80%	25,5	18,5
Garantie 100%	66,8	75,8

Comme vu sur le graphique la courbe avec un niveau de garantie plus faible est très aplatie par rapport à celle avec 100% de garantie.

4.3.2 Impact du niveau de garantie sur la distribution de la performance du fonds



Pour une garantie de 80%



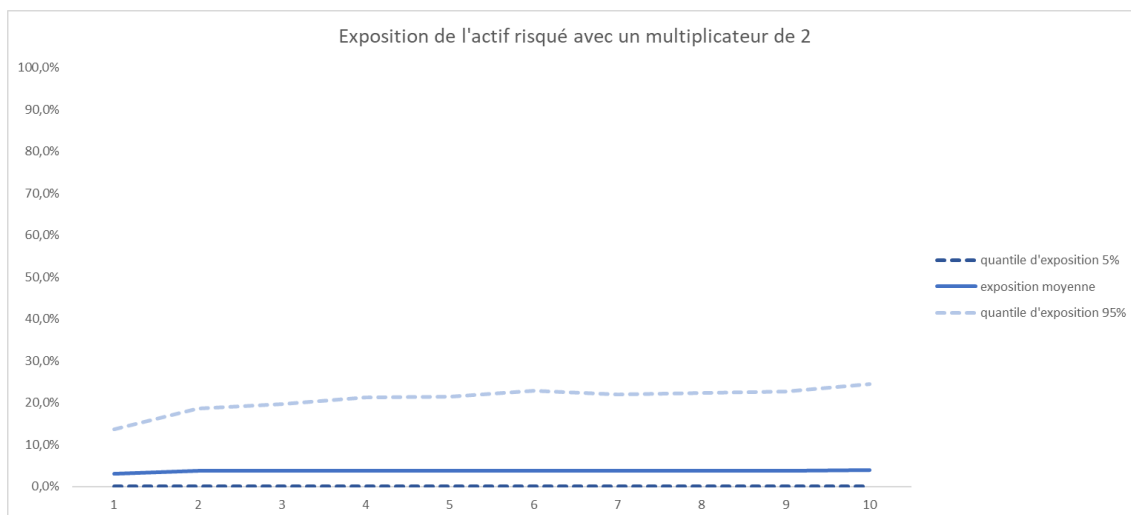
Pour une garantie de 100%

Pour une garantie à 80% les valeurs sont presque symétriques autour de la moyenne avec un léger étalement vers la droite ce qui correspond à un skewness allant de 4,1 pour un multiplicateur de 2 à 3,7 pour un multiplicateur de 4. La droite est moins aplatie qu'une loi normale avec un kurtosis allant de 25,5 pour un multiplicateur de 2 à 18,5 pour un multiplicateur de 4.

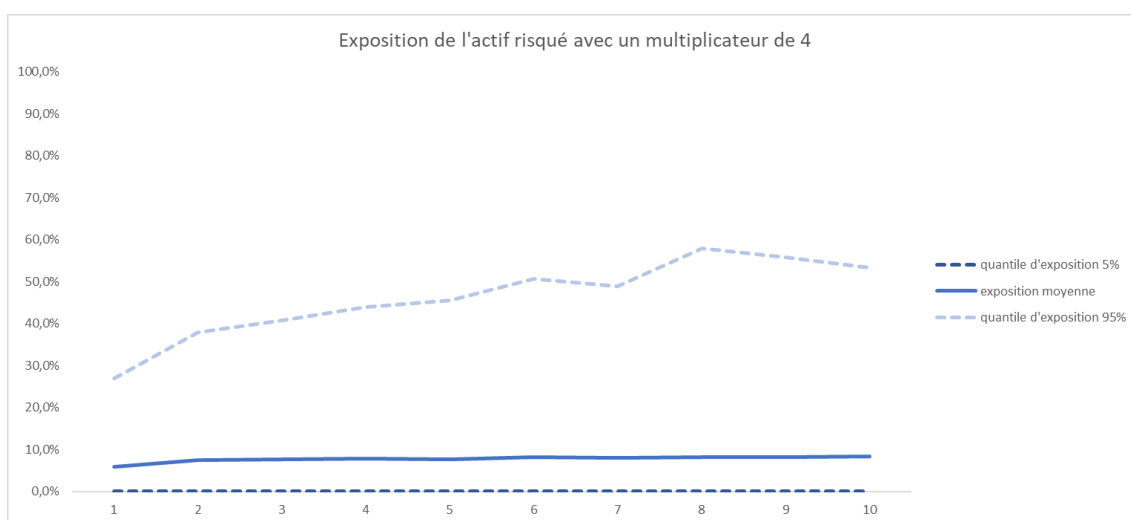
Pour une garantie à 100% les valeurs sont presque symétriques autour de la moyenne avec un moins léger étalement vers la droite ce qui correspond à un skewness allant de 6,2 pour un multiplicateur de 2 à 8,5 pour un multiplicateur de 3. La droite est moins aplatie qu'une loi normale avec un kurtosis entre 66,8 pour un multiplicateur de 2 à 100,8 pour un multiplicateur de 3.

4.3.3 Exposition moyenne à l'actif risqué selon le multiplicateur

Plus le multiplicateur est grand, plus l'exposition à l'actif risqué est importante par définition mais avec le contexte actuel il n'y a pas une grosse différence sur la valeur moyenne en fonction des multiplicateurs. Les valeurs extrêmes sont plus grandes en fonction du multiplicateur.



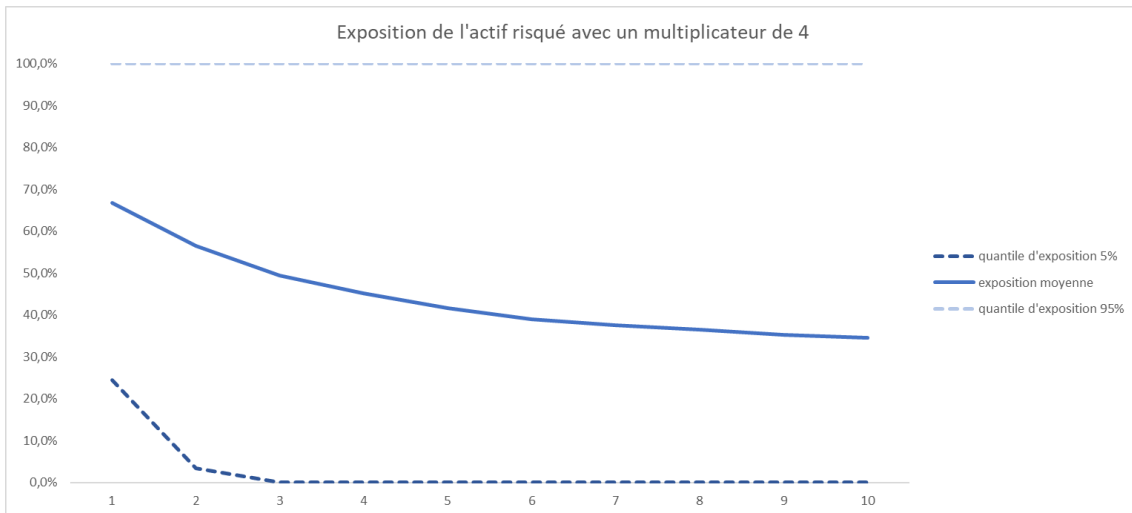
Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%



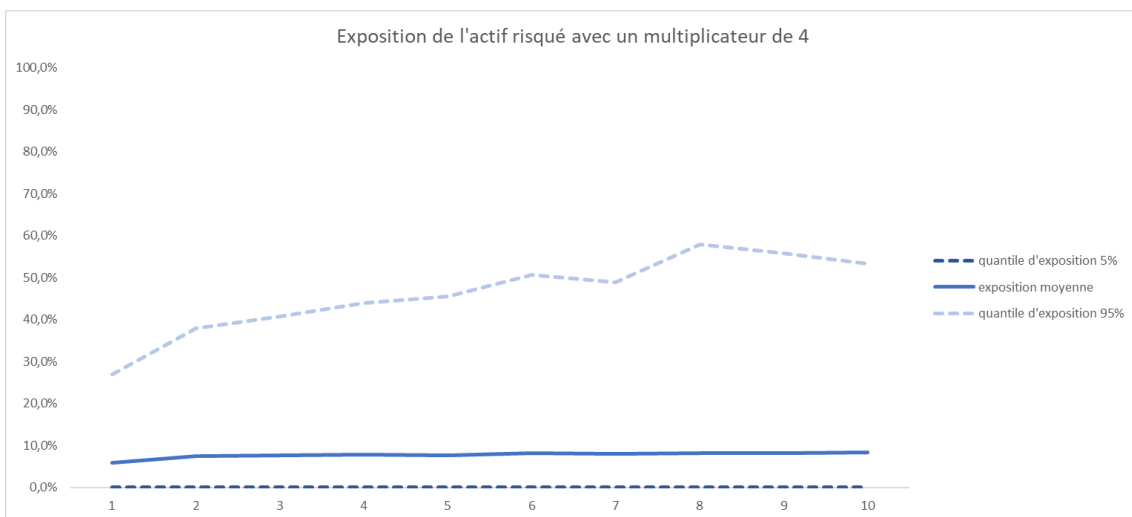
Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%

4.3.4 Exposition moyenne à l'actif risqué selon la garantie

En raison du devoir de garantie du capital à 100% et du contexte économique actuel, l'exposition en actif risqué est faible quel que soit le multiplicateur. Cependant selon les scénarios et un niveau de garantie moindre, l'exposition en actif risqué même avec les très bas niveaux de taux actuels peut aller jusqu'à plus de 60%.



Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 80%

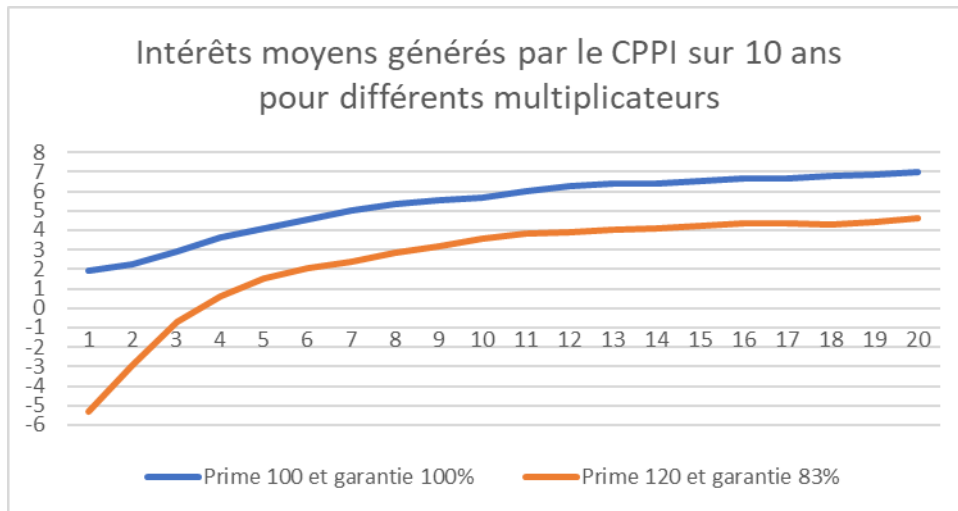


Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%

4.4 Distribution des rendement simulés de l'Eurocroissance avec transfert de richesse

Dans cette partie, le client ajoute 20% à sa prime mais garde une garantie à 100 ce qui revient à payer une prime de 120 et avoir une garantie à 83%.

Sur les 10 prochaines années, le rendement cumulé de l'EUROSTOXX50 est en moyenne 3,7%. On peut voir les intérêts moyens générés par la gestion en coussin sur 2000 scénarios avec différents multiplicateurs.

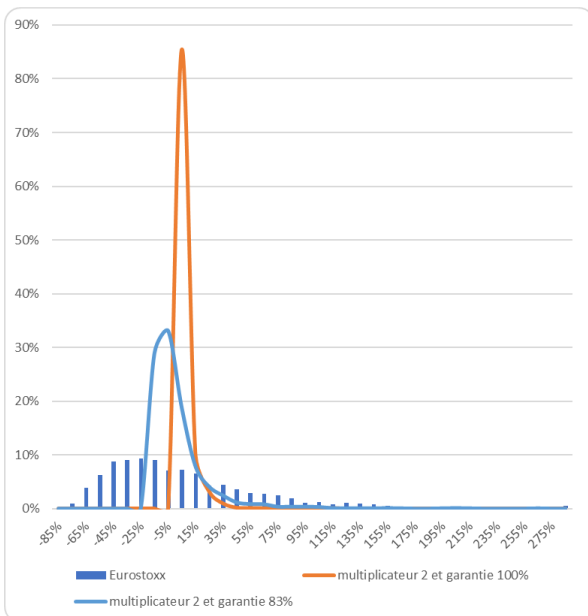


Intérêts moyens générés par le CPPI sur 10 ans pour différents multiplicateurs

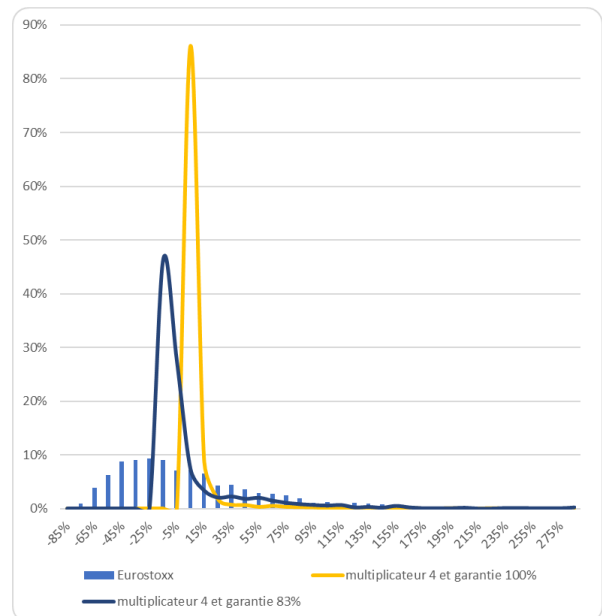
Afin d'avoir le meilleur rendement, il faut utiliser un multiplicateur grand car il réplique au mieux l'indice. En cas de baisse sur l'indice il faudrait utiliser un plus petit multiple.

Avec une garantie de 100%, le rendement ne peut pas être négatif donc l'intérêt du client est d'avoir une garantie totale.

4.4.1 Impact du multiplicateur sur la distribution de la performance du fonds



Pour un multiplicateur de 2



Pour un multiplicateur de 4

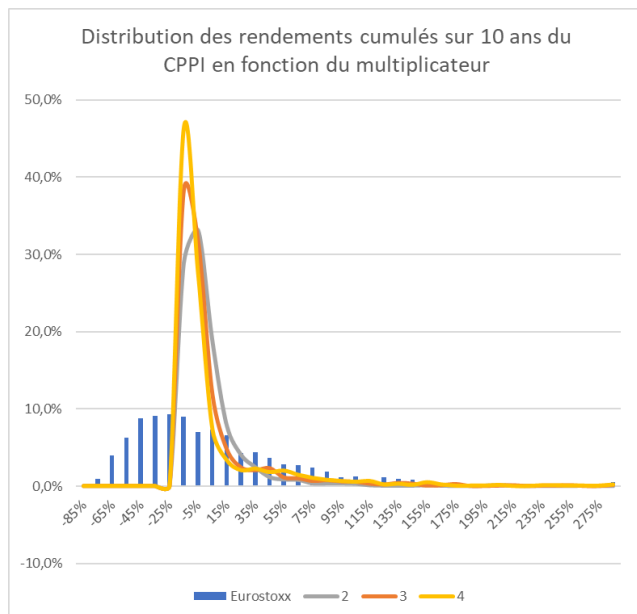
Pour un multiplicateur donné la performance du CPPI est plus élevée pour une garantie à 100% en moyenne. La queue de distribution de la performance est plus étendue pour une garantie à 83%, il est préférable d'utiliser ce contrat pour avoir un meilleur rendement.

Dans le tableau ci-dessous, le kurtosis de la série en fonction de la garantie et du multiplicateur.

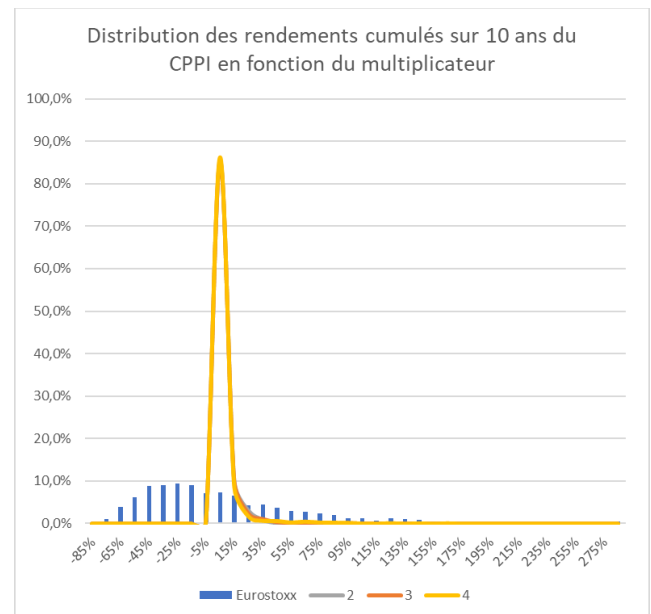
	2	4
Garantie 83%	29,3	22,2
Garantie 100%	66,8	75,8

Comme vu sur le graphique la courbe avec un niveau de garantie plus faible est très aplatie par rapport à celle avec 100% de garantie.

4.4.2 Impact du niveau de garantie sur la distribution de la performance du fonds



Pour une garantie de 83%



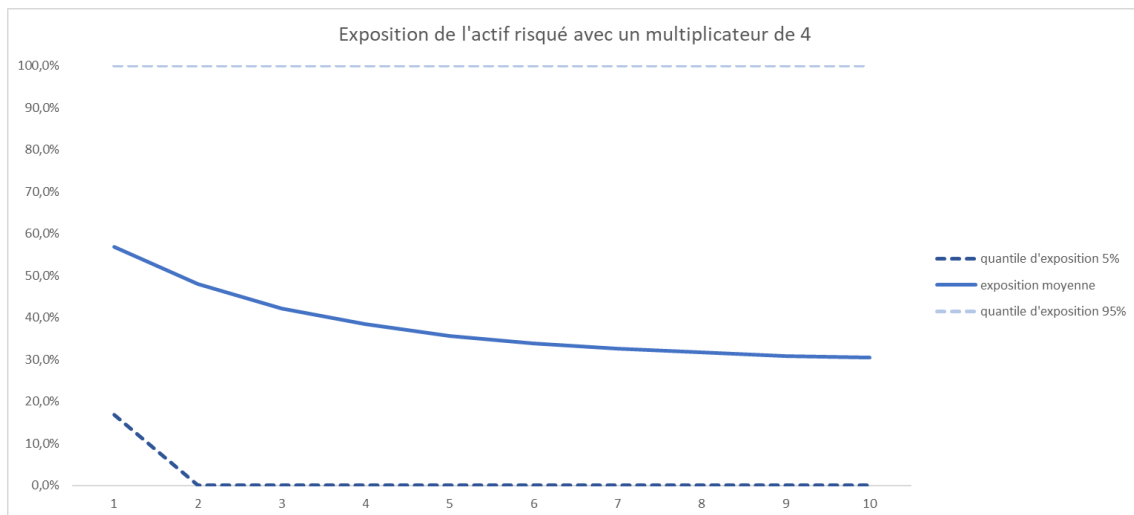
Pour une garantie de 100%

Pour une garantie à 83% les valeurs sont presque symétriques autour de la moyenne avec un léger étalement vers la droite ce qui correspond à un skewness allant de 4,4 pour un multiplicateur de 2 à 4 pour un multiplicateur de 4. La droite est moins aplatie qu'une loi normale avec un kurtosis allant de 29,3 pour un multiplicateur de 2 à 22,2 pour un multiplicateur de 4.

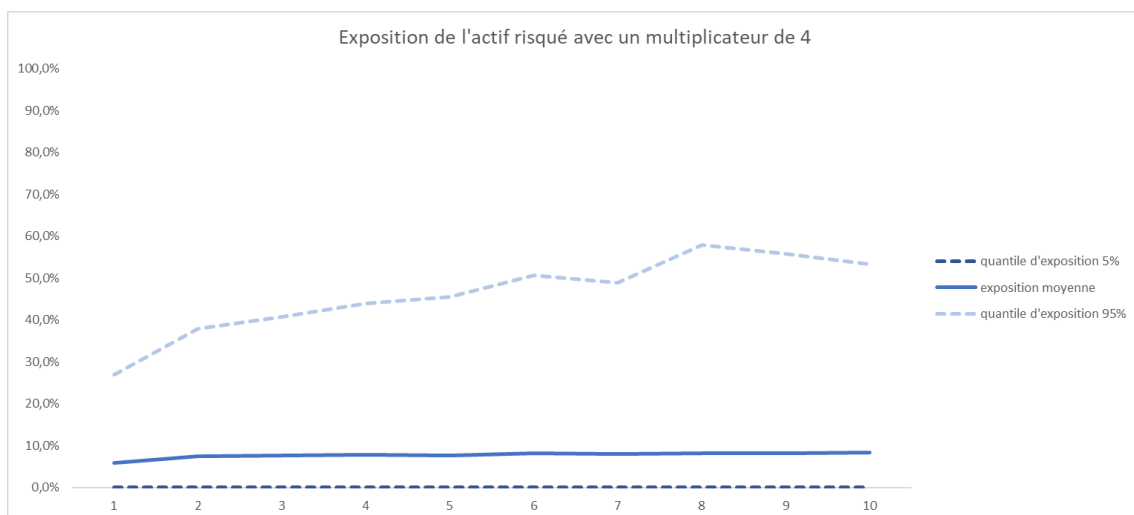
Pour une garantie à 100% les valeurs sont presque symétriques autour de la moyenne avec un moins léger étalement vers la droite ce qui correspond à un skewness allant de 6,2 pour un multiplicateur de 2 à 8,5 pour un multiplicateur de 3. La droite est moins aplatie qu'une loi normale avec un kurtosis entre 66,8 pour un multiplicateur de 2 à 100,8 pour un multiplicateur de 3.

4.4.3 Exposition moyenne à l'actif risqué selon la garantie

En raison du devoir de garantie du capital à 100% et du contexte économique actuel, l'exposition en actif risqué est faible quel que soit le multiplicateur. Cependant selon les scénarios et un niveau de garantie moindre, l'exposition en actif risqué même avec les très bas niveaux de taux actuels peut aller jusqu'à plus de 60%.



Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 83%



Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%

L'augmentation de la prime par une partie non-garantie entraîne une diminution du pourcentage de garantie et les intérêts moyens générés sont plus faibles.

Conclusion

La volonté de clarifier les modalités d'attribution des performances dans les contrats de type Eurocroissance passe par le retrait de la Provision Mathématique (PM) d'après les solutions données par la loi PACTE.

Cependant, des rendements identiques pour des assurés n'ayant pas pris le même risque introduit une problématique d'équité. En effet, la simplification du produit nous place en situation d'égalité dans les scénarios favorables. Par ailleurs, l'assureur qui veut offrir un meilleur rendement aux assurés, a tout intérêt à les inciter à investir sur des produits plus risqués et de plus longs termes au vu de la courbe des taux SWAP.

La technique d'assurance de portefeuille du CPPI utilisé dans ce mémoire a pour but d'assurer un montant garanti à une échéance donnée. Cependant, cette technique est basée sur des réallocations continues ainsi que sur l'absence de sauts dans la dynamique de l'actif. Le type de CPPI étudié ici est un CPPI long terme qui est appliqué pour certains contrats de type Eurocroissance.

Nous avons montré, par des simulations de Monte-Carlo, que la technique du CPPI permet d'assurer le montant garanti dans la plupart des cas pour des niveaux de levier faibles. Cependant, il n'est pas possible d'obtenir un rendement certain lorsque l'on investit dans un fonds géré selon la technique du CPPI. Si un assureur applique cette technique à un contrat d'assurance-vie en unités de compte à garantie plancher, il s'assure un rendement d'actif face à ses engagements contractuels. Cependant, cette "assurance" n'est pas sans risque : c'est pourquoi la réglementation prudentielle impose une provision pour garantir le capital à terme.

D'après l'étude, les clients ayant pris un risque avec une garantie plus faible auront un rendement plus faible contrairement à ce que l'on pouvait penser. Si le client veut transférer de l'argent sur son contrat, l'argent placé permet de réduire la garantie. Cette diminution de la garantie entraîne une plus grande flexibilité dans la gestion et une diminution des frais de l'assureur. Ce transfert entraîne un gain fiscal mais un rendement moindre du contrat sur une horizon 10 ans. L'assureur doit allouer un besoin en capital face aux risques de baisse des rachats et de hausse des frais de gestion des contrats ce qui n'est pas la tendance actuelle.

L'utilisation d'un fond géré en CPPI permet à l'assureur de diminuer ses besoins en capitaux face aux risques de marchés :

- le besoin en capital face au risque action est faible,
- l'assureur n'a pas à allouer de capital face au risque de baisse des taux,
- le besoin en capital face au risque d'une hausse des taux est faible.

Parmi les modèles utilisés, il est important de rappeler qu'ils possèdent des intérêts et des limites :

- Le modèle développé par Black et Scholes présente de nombreux avantages pratiques justifiant son utilisation très répandue. La plus évidente est la différence existante entre la volatilité observée sur les marchés et celle employée par le modèle. Cet écart est représenté par la surface de volatilité qui montre en pratique la dépendance de la volatilité à la maturité ou au strike d'une option.
Une seconde critique peut être émise concernant l'hypothèse de rendements log-gaussiens. Celle-ci n'est, dans la pratique, pas observée sur les marchés. De plus, considérer les rendements des actifs log-normaux revient à sous-estimer la fréquence de survenance des scénarios extrêmes. Ainsi, la théorie de Black-Scholes serait valable en régime "standard" de marché mais peu adaptée aux régimes stressés.
- Le modèle de Hull and White est un modèle gaussien linéaire qui permet de déterminer le prix des obligations zéro-coupons, pour chaque pas de temps, à l'aide d'une formule fermée. De plus, il est *market-consistent* et, de ce fait, cohérent avec les exigences de la directive Solvabilité II relatives aux Générateur de Scénarios Economiques. Il présente le double avantage d'être facile à calibrer et de pouvoir générer des taux négatifs.
- Le modèle CPPI par son caractère suiveur de tendance peut être un atout comme un inconvénient en fonction du panier d'investissement. Si le panier a tendance à faire des profits, l'investissement sera de plus en plus exposé et en cas de scénario inverse, la gestion sera moins coûteuse qu'un simple contrat en unités de compte.

Avec le contexte de taux bas actuel, la gestion par coussin est recommandée et le mémoire peut être approfondi avec une modélisation par des lois de rachats dynamiques.

Bibliographie

Articles en ligne

- [1] Editions Francis Lefebvre : [Les principales nouveautés de la loi Pacte en matière d'assurance-vie](#) , 07/06/2019
- [2] Institut National de la Consommation : [Loi Pacte et assurance vie](#) , 23/08/2019

Institutions gouvernementales

Autorité des Marchés Financiers

- [3] <https://www.amf-france.org/sites/default/files/2020-02/barometre-amf-de-lepargne-et-de-linvestissement-novembre-2019.pdf> , 2019

ACPR / Banque de France

- [4] https://publications.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/bdf_220-4_une-part-croissante-des-opc-dans-les-placements-financiers-des-assureurs-etablis-en-france-en-2017.pdf , 2017
- [5] https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/as_100_2019_le_marche_francais_d_e_lassurance_vie_en_2018_vf.pdf , 2018
- [6] <https://www.banque-france.fr/statistiques/epargne-et-comptes-nationaux-financiers/epargne-des-menages> , 2019
- [7] https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20191025_ffa.pdf , 2019
- [8] <https://www.banque-france.fr/intervention/les-taux-bas-quelles-causes-et-queles-effets-pour-la-france> , 2020

Fédération Française de l'Assurance

- [9] <https://www.ffa-assurance.fr/etudes-et-chiffres-cles/assurance-francaise-donnees-cles-2018> , 2018
- [10] <https://www.ffa-assurance.fr/la-federation/publications/rapports-annuels/rapport-2018> , 2019

Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques

[11] <https://www.insee.fr/fr/statistiques/3658937> , 2018

Lois françaises

- [12] Loi Fillon :
<https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000000781627> ,
21 août 2003
- [13] Loi Breton :
<https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000000451890> ,
26 juillet 2005
- [14] La fiscalité de l'assurance-vie :
<https://www.impots.gouv.fr/portail/particulier/assurance-vie-et-le-pea-0> ,
17 avril 2020

Rapport sur une loi

- [15] Rapport Berger-Lefebvre : <http://proxy-pubminefi.diffusion.finances.gouv.fr/pub/document/18/14663.pdf> , Avril 2013
- [16] Comité de suivi et d'évaluation de la loi PACTE : <https://www.vie-publique.fr/sites/default/files/rapport/pdf/272520.pdf> , Décembre 2019

Livres

- [17] J. Hull, "Options, futures et autres actifs dérivés", 5-ième édition
- [18] D. Brigo et F. Mercurio, "Interest Rate-Models - Theory and Practice"

Mémoires

- [19] Maïlys Crenn , *Analyse et évaluation des risques de la technique d'assurance de portefeuille dite du "CPPI" et application à un contrat d'assurance-vie italien dans le cadre de Solvabilité 2* , 2010
- [20] Anaëlle Servant , *L'Eurocroissance peut-il être un relais crédible de l'euro dans un contexte de taux bas?* , 2016
- [21] Yacine Hosni , *Méthodes d'atténuation du risque de marché : risque action et risque de spread* , 2017
- [22] Céline Briand , *Fonds euro-croissance : perspectives offertes par la Loi PACTE au marché de l'assurance-épargne* , 2019
- [23] Mathilde Stern , *Euro-croissance : Analyse de la transformation du produit prévue par la loi PACTE* , 2019

Sites internet

[24] CALCI Patrimoine: <https://calci-patrimoine.com/fonds-euros-fonctionnement-composition-assurance-vie/>

Table des figures

<i>Répartition des cotisations d'assurances en 2018</i>	16
<i>Les différents partis du contrat</i>	17
<i>Répartition des placements chez les français au troisième trimestre 2019</i>	18
<i>Encours des placements financiers des ménages</i>	19
<i>Cotisations par type d'assurance</i>	19
<i>Proportion d'UC dans la collecte brute depuis 2011</i>	19
<i>Cotisations par type de support</i>	19
<i>Bilan Actif/Passif euro-diversifié</i> <i>Bilan Actif/Passif ancien Eurocroissance</i>	23
<i>Courbe des taux swaps 10 ans</i>	25
<i>Courbe des taux swaps</i>	25
<i>Epargne nationale</i>	26
<i>Comparatif du taux d'épargne de certains pays</i>	27
<i>Cotisations par type de contrat</i>	27
<i>Préoccupation des français</i>	27
<i>Provisions mathématiques par type de contrat</i>	28
<i>Comparatif des rendements par type de support</i>	28
<i>Répartition des rendements des différents supports</i>	29
<i>Evolution du bilan comptable du nouvel Eurocroissance</i>	32
<i>Investissement de la gestion par coussin</i>	39
<i>Mécanisme de rebalancement du CPPI</i>	39
<i>Gestion par Coussin</i>	41
<i>Pour un multiplicateur de 2</i>	42
<i>Pour un multiplicateur de 4</i>	42
<i>Pour une garantie de 80%</i>	42
<i>Pour une garantie de 100%</i>	42
<i>Gestion CPPI avec une garantie de 100% et un multiplicateur de 1</i>	43
<i>Courbe des taux SWAP</i>	53
<i>Pour un multiplicateur de 2</i>	55
<i>Pour un multiplicateur de 4</i>	55
<i>Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%</i>	57
<i>Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%</i>	57
<i>Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 80%</i>	58
<i>Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%</i>	58
<i>Intérêts moyens générés par le CPPI sur 10 ans pour différents multiplicateurs</i>	59
<i>Pour un multiplicateur de 2</i>	59
<i>Pour un multiplicateur de 4</i>	59
<i>Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 83%</i>	61
<i>Exposition sur 2000 scénarios pour une garantie à 100%</i>	61
<i>Transformation du bilan par la directive</i>	74
<i>Les piliers de Solvabilité II</i>	74
<i>Modifications engendrées par Solvabilité II</i>	75
<i>Pieuvre des risques Solvabilité II</i>	76

Annexes

Génération de nombres aléatoires pour les taux (générer des nombres gaussiens corrélés)

La tarification des produits est effectuée par un algorithme de Monte-Carlo. Cela signifie que de nombreux chemins aléatoires sont simulés et que nous devons donc générer un très grand nombre de variables aléatoires.

La génération de ces variables aléatoires se fait en trois étapes :

- génération de variables aléatoires uniformes indépendantes en utilisant l'algorithme de Mersenne Twister
- transformation des variables aléatoires uniformes en variables aléatoires gaussiennes, ce qui peut être fait avec la transformation polaire.
- transformation des variables gaussiennes indépendantes en variables gaussiennes corrélées en utilisant la décomposition de Cholesky.

L'algorithme de Mersenne Twister :

L'algorithme de Mersenne Twister utilisé est la version MT19937 qui a été développée en 1997 par Makoto Matsumoto et Takuji Nishimura. Elle est largement utilisée pour les simulations de Monte-Carlo et a été très minutieusement testée par la communauté scientifique.

L'algorithme fonctionne sur des entiers de 32 bits, qui représentent un vecteur de longueur 32 sur le champ binaire. Une récurrence linéaire (d'ordre 624, ce qui signifie que les 624 derniers entiers doivent être mémorisés afin de calculer le suivant) sur ces vecteurs nous permet de calculer les entiers suivants. Ces entiers sont ensuite sortis après une petite transformation sous forme de nombres pseudo-aléatoires. Ils sont ensuite divisés par 2^{32} pour représenter un nombre réel compris entre 0 et 1.

L'algorithme de Mersenne Twister est très rapide et il est également très efficace en raison de ses fortes propriétés algébriques. Il satisfait à de nombreuses propriétés statistiques importantes, notamment l'équi-distribution et l'absence d'autocorrélation.

L'initialisation se fait simplement en prenant un tableau fixe de nombres comme germe de notre algorithme, mais d'autres méthodes d'initialisation sont possibles, y compris une nouvelle méthode d'initialisation améliorée qui a été suggérée en 2002. Elle garantit un meilleur caractère aléatoire lorsque la graine initiale contient de nombreux zéros (écrits en base 2).

En conclusion, nous pensons que le Mersenne Twister génère des nombres aléatoires de haute qualité qui peuvent être utilisés en toute sécurité dans nos simulations.

La transformation polaire :

De nombreux algorithmes différents peuvent être utilisés pour transformer des nombres aléatoires uniformes en nombres gaussiens. Il peut être prouvé que tous donnent des résultats corrects, la seule différence réelle entre eux est donc leur vitesse. L'algorithme polaire utilisé dans notre générateur et décrit ici est l'un des plus rapides de ces algorithmes, à condition que le générateur de nombres aléatoires uniformes soit suffisamment rapide.

L'algorithme polaire prend en entrée un point aléatoire (A_1, A_2) à l'intérieur du cercle centré en $(0,0)$ de rayon 1, suivant une distribution uniforme. Ce point est généré par un algorithme de rejet : génération de deux variables aléatoires uniformes indépendantes sur $[0;1]$ nommées U_1 et U_2 , et transformation de celle-ci en deux variables aléatoires uniformes indépendantes sur $[-1;1]$ en définissant $A_1 = 2U_1 - 1$ et $A_2 = 2U_2 - 1$. Ensuite, elles sont conservées si et seulement si $A_1^2 + A_2^2 < 1$. Sinon, on procède une génération de nouvelles variables aléatoires uniformes jusqu'à ce que cette condition soit remplie. Ensuite, des variables gaussiennes indépendantes sont générées en utilisant les formules suivantes :

$$\begin{cases} R = A_1^2 + A_2^2 \\ G_1 = \sqrt{-2 \log(R)/R} \times A_1 \\ G_2 = \sqrt{-2 \log(R)/R} \times A_2 \end{cases}$$

La probabilité d'avoir $A_1^2 + A_2^2 < 1$ dans la première étape est environ $\pi/4$, ce qui signifie que nous devons en moyenne générer $4/\pi \approx 1.27$ variables aléatoires uniformes pour chaque variable gaussienne qui devra être simulé.

La décomposition de Cholesky :

La décomposition de Cholesky est la décomposition d'une matrice symétrique définie positive en produit d'une matrice triangulaire inférieure et de son conjugué transposé. Cela signifie que la matrice s'écrit $A = TT^*$. Puisque TT^* est nécessairement une matrice symétrique définie positive, A doit satisfaire cette condition pour que la décomposition existe. De plus, si l'on ajoute la condition que les coefficients de la diagonale de T doivent être strictement positifs, cette décomposition existe et est unique pour toute matrice symétrique définie positive.

La matrice peut facilement être calculée à l'aide des formules suivantes, écrites dans le cas d'une matrice réelle, et dérivées directement de l'égalité $A = TT^*$:

$$T_{i,j} = \frac{1}{T_{j,j}} \left(A_{i,j} - \sum_{k=1}^{j-1} T_{i,k} T_{j,k} \right)$$
$$T_{i,i} = \sqrt{A_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} T_{i,k}^2}$$

Les valeurs des coefficients de T peuvent être calculées de manière récursive, colonne par colonne. L'algorithme utilisé pour calculer cette décomposition est assez rapide, nécessitant $n^3/3$ multiplications pour une matrice de taille $n \times n$.

Il est important de rappeler que cet algorithme ne doit être appelé qu'avec des matrices définies positives en entrée, sinon la décomposition n'existe pas et à un moment donné pendant les calculs, la racine carrée sera prise sur un nombre négatif et sera indéfinie (ou une division par 0 sera faite si la matrice n'est pas définie). Cela signifie que cet algorithme nous offre également un moyen de vérifier si une matrice symétrique est définie positive : si l'algorithme s'exécute correctement (ce qui signifie que les racines carrées ne sont appelées que sur des valeurs strictement positives), la matrice donnée en entrée est effectivement définie positive.

Tables de mortalité règlementaires

Age	TF 00-02 décès		TF 00-02 vie		TH 00-02 décès		TH 00-02 vie	
	Lx	qx	Lx	qx	Lx	qx	Lx	qx
0	100 000	0,00384	100 000		100 000	0,00489	100 000	
1	99 616	0,00033	100 000		99 511	0,00038	100 000	
2	99 583	0,00021	100 000		99 473	0,00027	100 000	
3	99 562	0,00017	100 000		99 446	0,00022	100 000	
4	99 545	0,00014	100 000		99 424	0,00018	100 000	
5	99 531	0,00012	100 000		99 406	0,00016	100 000	
6	99 519	0,00011	100 000		99 390	0,00014	100 000	
7	99 508	0,00010	100 000		99 376	0,00013	100 000	
8	99 498	0,00010	100 000		99 363	0,00013	100 000	
9	99 488	0,00010	100 000		99 350	0,00012	100 000	
10	99 478	0,00011	100 000		99 338	0,00013	100 000	
11	99 467	0,00011	100 000		99 325	0,00013	100 000	
12	99 456	0,00012	100 000		99 312	0,00016	100 000	
13	99 444	0,00013	100 000		99 296	0,00020	100 000	
14	99 431	0,00016	100 000		99 276	0,00026	100 000	
15	99 415	0,00020	100 000		99 250	0,00037	100 000	
16	99 395	0,00024	100 000	0,00012	99 213	0,00050	100 000	0,00022
17	99 371	0,00029	99 988	0,00011	99 163	0,00067	99 978	0,00018
18	99 342	0,00033	99 977	0,00010	99 097	0,00083	99 960	0,00016
19	99 309	0,00035	99 967	0,00010	99 015	0,00095	99 944	0,00014
20	99 274	0,00035	99 957	0,00010	98 921	0,00102	99 930	0,00013
21	99 239	0,00034	99 947	0,00011	98 820	0,00105	99 917	0,00013
22	99 205	0,00034	99 936	0,00011	98 716	0,00105	99 903	0,00012
23	99 171	0,00034	99 925	0,00012	98 612	0,00104	99 891	0,00013
24	99 137	0,00034	99 913	0,00013	98 509	0,00105	99 878	0,00013
25	99 103	0,00035	99 900	0,00016	98 406	0,00105	99 865	0,00016
26	99 068	0,00035	99 883	0,00020	98 303	0,00107	99 849	0,00020
27	99 033	0,00036	99 863	0,00024	98 198	0,00109	99 829	0,00026
28	98 997	0,00037	99 839	0,00029	98 091	0,00111	99 803	0,00037
29	98 960	0,00039	99 810	0,00033	97 982	0,00114	99 766	0,00050
30	98 921	0,00042	99 777	0,00035	97 870	0,00116	99 715	0,00067
31	98 879	0,00047	99 742	0,00035	97 756	0,00120	99 649	0,00083
32	98 833	0,00052	99 707	0,00034	97 639	0,00125	99 567	0,00095
33	98 782	0,00058	99 672	0,00035	97 517	0,00132	99 472	0,00102
34	98 725	0,00064	99 637	0,00035	97 388	0,00143	99 371	0,00105
35	98 662	0,00070	99 602	0,00039	97 249	0,00153	99 266	0,00105
36	98 593	0,00076	99 563	0,00042	97 100	0,00166	99 161	0,00104
37	98 518	0,00084	99 521	0,00047	96 939	0,00179	99 058	0,00105
38	98 435	0,00093	99 474	0,00052	96 765	0,00195	98 954	0,00105
39	98 343	0,00103	99 423	0,00058	96 576	0,00214	98 851	0,00125
40	98 242	0,00114	99 366	0,00064	96 369	0,00237	98 727	0,00132
41	98 130	0,00125	99 302	0,00070	96 141	0,00264	98 597	0,00143
42	98 007	0,00138	99 233	0,00076	95 887	0,00293	98 456	0,00153
43	97 872	0,00151	99 157	0,00084	95 606	0,00325	98 305	0,00166
44	97 724	0,00165	99 074	0,00093	95 295	0,00360	98 142	0,00179
45	97 563	0,00180	98 981	0,00103	94 952	0,00397	97 966	0,00195

46	97 387	0,00195	98 879	0,00114	94 575	0,00435	97 774	0,00214
47	97 197	0,00210	98 767	0,00125	94 164	0,00472	97 565	0,00237
48	96 993	0,00224	98 643	0,00138	93 720	0,00508	97 334	0,00264
49	96 776	0,00238	98 507	0,00151	93 244	0,00545	97 077	0,00293
50	96 546	0,00251	98 358	0,00165	92 736	0,00582	96 792	0,00325
51	96 304	0,00265	98 196	0,00195	92 196	0,00624	96 478	0,00360
52	96 049	0,00282	98 004	0,00210	91 621	0,00668	96 130	0,00397
53	95 778	0,00302	97 799	0,00224	91 009	0,00715	95 749	0,00435
54	95 489	0,00324	97 580	0,00238	90 358	0,00767	95 333	0,00472
55	95 180	0,00346	97 348	0,00251	89 665	0,00821	94 883	0,00508
56	94 851	0,00369	97 104	0,00265	88 929	0,00875	94 401	0,00545
57	94 501	0,00392	96 847	0,00282	88 151	0,00932	93 887	0,00582
58	94 131	0,00414	96 574	0,00302	87 329	0,00995	93 340	0,00624
59	93 741	0,00440	96 282	0,00324	86 460	0,01066	92 758	0,00668
60	93 329	0,00468	95 971	0,00346	85 538	0,01146	92 138	0,00715
61	92 892	0,00503	95 639	0,00392	84 558	0,01235	91 479	0,00767
62	92 425	0,00543	95 264	0,00414	83 514	0,01335	90 778	0,00821
63	91 923	0,00589	94 870	0,00440	82 399	0,01448	90 033	0,00932
64	91 382	0,00640	94 453	0,00468	81 206	0,01576	89 193	0,00995
65	90 797	0,00697	94 011	0,00503	79 926	0,01719	88 305	0,01235
66	90 164	0,00763	93 538	0,00543	78 552	0,01876	87 215	0,01335
67	89 476	0,00838	93 030	0,00589	77 078	0,02046	86 051	0,01448
68	88 726	0,00923	92 482	0,00697	75 501	0,02232	84 805	0,01576
69	87 907	0,01020	91 838	0,00763	73 816	0,02434	83 468	0,01719
70	87 010	0,01133	91 137	0,00838	72 019	0,02658	82 033	0,01876
71	86 024	0,01259	90 373	0,00923	70 105	0,02903	80 494	0,02046
72	84 941	0,01401	89 539	0,01020	68 070	0,03167	78 847	0,02232
73	83 751	0,01563	88 625	0,01133	65 914	0,03455	77 087	0,02434
74	82 442	0,01752	87 621	0,01259	63 637	0,03768	75 211	0,02658
75	80 998	0,01970	86 518	0,01401	61 239	0,04117	73 212	0,03167
76	79 402	0,02228	85 306	0,01563	58 718	0,04506	70 893	0,03455
77	77 633	0,02527	83 972	0,01752	56 072	0,04938	68 444	0,03768
78	75 671	0,02874	82 501	0,02228	53 303	0,05426	65 865	0,04117
79	73 496	0,03276	80 663	0,02527	50 411	0,05993	63 153	0,04506
80	71 088	0,03749	78 625	0,02874	47 390	0,06660	60 308	0,04938
81	68 423	0,04304	76 365	0,03276	44 234	0,07433	57 329	0,05426
82	65 478	0,04956	73 863	0,03749	40 946	0,08304	54 219	0,05993
83	62 233	0,05709	71 094	0,04304	37 546	0,09253	50 970	0,06660
84	58 680	0,06564	68 034	0,04956	34 072	0,10264	47 575	0,07433
85	54 828	0,07518	64 662	0,05709	30 575	0,11352	44 039	0,08304
86	50 706	0,08567	60 971	0,06564	27 104	0,12533	40 382	0,09253
87	46 362	0,09693	56 968	0,07518	23 707	0,13802	36 646	0,10264
88	41 868	0,10865	52 685	0,08567	20 435	0,15155	32 885	0,11352
89	37 319	0,12053	48 172	0,09693	17 338	0,16576	29 151	0,12533
90	32 821	0,13260	43 502	0,10865	14 464	0,18059	25 498	0,13802
91	28 469	0,14546	38 776	0,13260	11 852	0,19625	21 979	0,15155
92	24 328	0,15965	33 634	0,14546	9 526	0,21289	18 648	0,16576
93	20 444	0,17531	28 742	0,15965	7 498	0,23059	15 557	0,18059
94	16 860	0,19229	24 153	0,19229	5 769	0,24926	12 747	0,19625
95	13 618	0,21060	19 509	0,21060	4 331	0,26899	10 246	0,21289
96	10 750	0,23005	15 400	0,23005	3 166	0,28964	8 064	0,23059

97	8 277	0,25045	11 857	0,25045	2 249	0,31125	6 205	0,24926
98	6 204	0,27208	8 888	0,27208	1 549	0,33376	4 658	0,26899
99	4 516	0,29473	6 470	0,29473	1 032	0,35756	3 405	0,28964
100	3 185	0,31837	4 563	0,31837	663	0,38160	2 419	0,31125
101	2 171	0,34316	3 110	0,34316	410	0,40488	1 666	0,33376
102	1 426	0,36886	2 043	0,36886	244	0,43033	1 110	0,35756
103	900	0,39556	1 289	0,39556	139	0,46043	713	0,38160
104	544	0,42279	779	0,42279	75	0,48000	441	0,40488
105	314	0,45223	450	0,45223	39	0,51282	262	0,43033
106	172	0,48256	246	0,48256	19	0,52632	149	0,46043
107	89	0,50562	127	0,50562	9	0,55556	81	0,48000
108	44	0,54545	63	0,54545	4	0,50000	42	0,51282
109	20	0,55000	29	0,55000	2	0,50000	20	0,52632
110	9	0,55556	13	0,55556	1	1,00000	10	0,55556
111	4	0,75000	6	0,75000			4	0,50000
112	1	1,00000	1	1,00000			2	0,50000

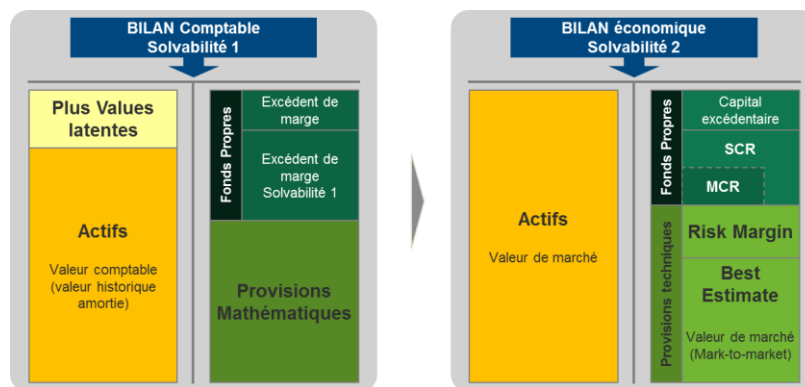
L'impact de la directive Solvabilité II

Contexte

A la suite de la crise de Subprimes, la Banque Centrale européenne a accéléré les processus de prudence de calcul au sein des organismes financiers. Après l'accord de Bâle pour le domaine bancaire, l'assurance a subi des changements orchestrés par la directive Solvabilité II.

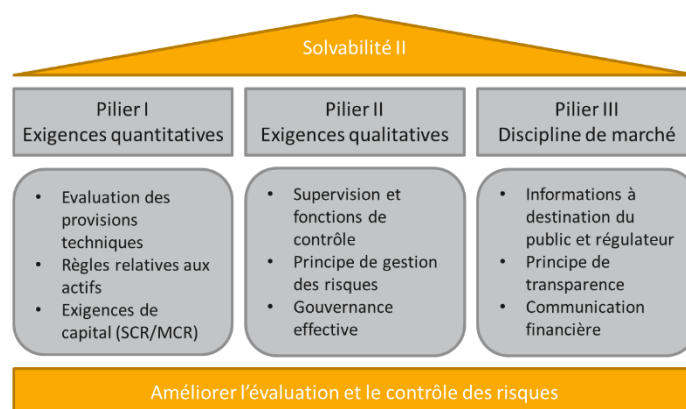
Renforcement des exigences prudentielles

La norme voulait calculer au plus juste les exigences des assureurs en changeant le mode de comptabilité de chacun des éléments du bilan comme le montre le schéma ci-dessous.



Transformation du bilan par la directive

La directive a augmenté le travail des assureurs sur les 3 piliers de Solvabilité II qui sont les exigences quantitatives en termes de valorisation du bilan, les exigences qualitatives en termes de hiérarchie de l'entreprise et la discipline de marché qui prend en charge la communication au public et au superviseur.



Les piliers de Solvabilité II

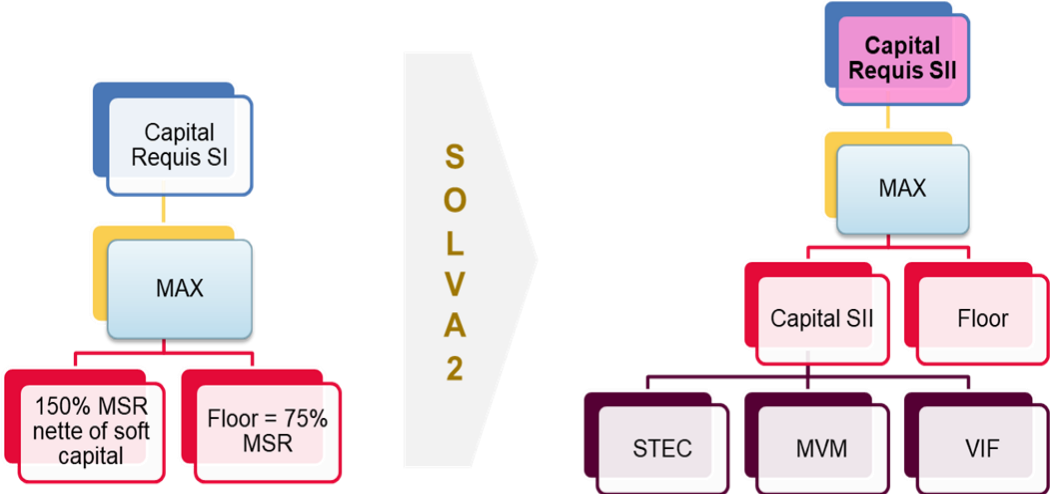
Critiques de Solvabilité II

Le changement d'environnement

La mise en application de la directive, en 2016, a été particulièrement difficile pour les assureurs dans ce contexte parce que les travaux d'élaboration de la directive *Solvabilité II* ont été élaborés pendant une période durant laquelle les taux d'intérêts étaient sensiblement plus élevés qu'actuellement. Les normes prudentielles n'avaient alors pas été calibrées en tenant compte de l'environnement de taux bas durable auquel le secteur fait face à l'heure actuelle.

Modification de l'évaluation du besoin en capital

Augmentation des indicateurs financiers

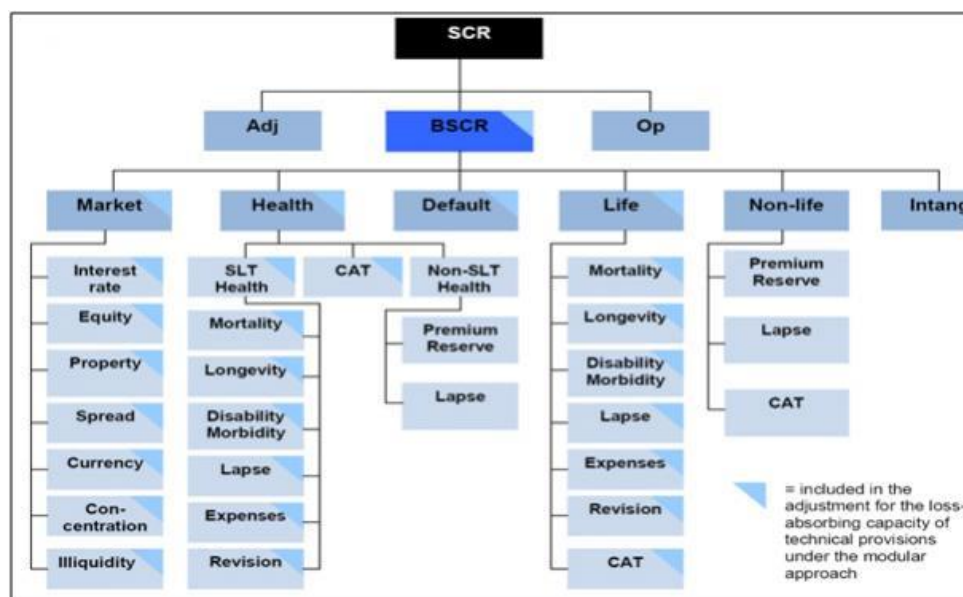


Modifications engendrées par Solvabilité II

Source: AXA

Le changement de comptabilité des actifs entraîne une modification de calcul des indicateurs de risque de chaque entreprise d'assurance.

Segmentation des risques en catégories



Pieuvre des risques Solvabilité II

Cette segmentation des risques engendre une prudence supplémentaire dans chacun des modules de risques par rapport à la première version de la directive Solvabilité. Cette prudence se reflète par un capital plus important dans chacun des modules donc un BSCR augmenté. Pour obtenir le SCR, il faut ajouter des besoins en capitaux annexe : le SCR ajusté et le SCR opérationnel.