

Mémoire présenté devant l'Université de Paris-Dauphine  
pour l'obtention du Certificat d'Actuaire de Paris-Dauphine  
et l'admission à l'Institut des Actuaires  
le

Par : Alexandre CHEVALLIER

Titre : Le calibrage des chocs prévus par Solvabilité II à l'épreuve de la crise de la Covid-19

Confidentialité :  Non     Oui    (Durée :  1 an     2 ans)

---

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaires :*

*Entreprise :*

Nom : Mazars Actuariat

Signature :



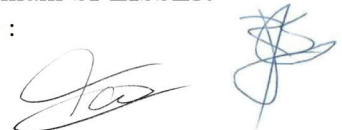
*Membres présents du Jury du Certificat  
d'Actuaire de Paris-Dauphine :*

*Directeur de Mémoire en entreprise :*

Nom : Ismaël TAHRI HASSANI

Romain SPEISSER

Signature :



---

*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents  
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

*Secrétariat :*

*Signature du responsable entreprise*

*Bibliothèque :*

*Signature du candidat*





## Résumé

---

La réglementation prudentielle Solvabilité II, entrée en vigueur au 1<sup>er</sup> janvier 2016, a pour objectif de mieux adapter les fonds propres exigés des compagnies d'assurance aux risques que celles-ci encourent dans leur activité. Pour ce faire, ces dernières doivent calculer un besoin en capital réglementaire, le SCR (*Solvency Capital Requirement*), leur permettant d'absorber un choc dû à des événements inattendus qui surviendrait une fois tous les 200 ans, afin d'éviter une ruine à horizon 1 an. Pour les compagnies utilisant la formule standard, ce SCR est calculé via une approche modulaire décomposant les risques en fonction de leur nature. Les chocs à appliquer sont calibrés et mis à disposition par l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*). Ces besoins sont ensuite agrégés par sous-module, puis par module, en utilisant des matrices de corrélations fournis par l'EIOPA.

Ces méthodes de calibrage sont documentées mais présentent néanmoins certaines limites. En effet, la nouvelle réglementation bien que mise en place en 2016, est tiré de la directive 2009/138/CE du parlement européen et du Conseil du 25 novembre 2009 et n'a pas fait l'objet d'une revue depuis. Par conséquent, la profondeur de l'historique rend difficile le calibrage robuste d'un choc bicentennal puisque les données utilisées sont antérieures à 2009. Etant donné le rôle majeur joué par le SCR dans le reporting réglementaire ainsi que dans la stratégie de pilotage des compagnies d'assurance et de la sensibilité de ce dernier aux paramètres de chocs et de corrélations, il semble pertinent de s'assurer de la robustesse du calibrage utilisé au cours du temps ainsi qu'en situation de crise. La crise sanitaire provoquée par le SARS-CoV-2, qui a également entraîné un krach boursier historique, offre le contexte propice à l'évaluation de ce calibrage.

Il existe dans la littérature deux grandes familles de modèles pour mesurer l'impact d'une pandémie : les modèles actuariels et des modèles épidémiologiques, basés sur des simulations de propagation du virus. Le premier est relativement simple à mettre en œuvre mais ne permet pas de considérer certains paramètres important dans la sévérité et la propagation d'une pandémie, comme la structure par âge de la population, l'emplacement géographique ou encore divers interventions pour la freiner. Par ailleurs, le choc relatif au risque de pandémie a été calculé via un modèle épidémiologique, en se basant sur des hypothèses pharmaceutiques qui atténueraient la mortalité due à la maladie. La COVID-19 a néanmoins rendu impuissant tout antibiotiques, antiviraux ou autres médicaments. Ce mémoire mesurera alors l'efficacité des interventions non-pharmaceutiques comparé aux hypothèses pharmaceutiques retenues par le régulateur.

Le nouveau coronavirus nous a également montré plusieurs aspects intéressants qui pourrait remettre en cause la structure même de la formule standard. Du fait de son ampleur mondiale, l'apparition d'une pandémie pourrait en effet affecter d'autres risques relatifs au risque de marché de la formule standard. Néanmoins, la configuration proposée par l'EIOPA ne permet pas de considérer un lien entre ces risques. Il serait pertinent pour le régulateur de considérer une approche plus global dans sa cartographie des risques pour prendre en compte certaines corrélations implicites entre sous-modules relatifs à des modules différents.

---

*Mots-clés : risque de pandémie, risque catastrophe, risque de marché, risque de taux, risque action, corrélations, COVID-19, Solvabilité II, formule standard, SCR.*

## Abstract

---

The Solvency II directive, which came into effect on 1 January 2016, aims to adapt capital from companies to reduce the risk of insolvency. To do this, insurance companies must calculate an amount of capital, called Solvency Capital Requirement (SCR), allowing them to absorb a shock that would occur once in 200 years, in order to avoid a ruin within one year. For companies using the standard formula, this SCR is calculated through a modular approach based on a risk cartography divided into modules and sub-modules according to their nature. These shocks are calibrated and made available by the European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA). These capital requirements are then aggregated by sub-module and module, using correlation matrices provided by EIOPA.

These calibration methods are documented but have certain limitations. Although that it was implemented in 2016, the new regulation is taken from Directive 2009/138/CE of the European Parliament and of the council of 25 November 2009 and has not been reviewed since then. Therefore, the lack of recent data makes difficult a robust calibration of the shocks. Due to the importance of the SCR in regulatory reporting, it seems relevant to ensure the robustness of the calibration over time. The COVID-19 health crisis, which also led to a stock market crash, lead us to focus on the evaluation of this calibration.

Two main model types exist to assess the impact of a pandemic: actuarial models, based on historical data, and epidemiological models which simulate the spread of the disease. The first one is relatively simple to implement but does not consider the structure of a population, its age distribution or some interventions to slow it down. For instance, the pandemic risk shock was calculated using an epidemiological model, based on pharmaceutical hypotheses which would reduce mortality due to illness. Nevertheless, COVID-19 pandemic has shown the lack of efficiency of any drugs to reduce the disease severity. This dissertation thesis will deal with the efficiency of non-pharmaceutical interventions compared to the pharmaceutical assumptions used by the regulator.

The novel coronavirus has shown several aspects that could. The emergence of pandemic could affect other risks relating to the market risk of the standard formula. However, the risk cartography does not consider links between these risks. It would be relevant for the regulator to consider a global approach in its risk cartography to take account implicit correlations between sub-modules relating to different modules.

---

*Keywords : pandemic risk, catastrophe risk, market risk, interest rate risk, equity risk, correlation, COVID-19, Solvency II, standard formula, SCR.*

# Note de Synthèse

Depuis les dernières pandémies du XX<sup>ème</sup>, l'apparition d'une nouvelle maladie de grande ampleur à l'échelle mondiale paraissait impossible. Le nouveau SARS-CoV-2, apparu en Novembre 2019 en Chine, vient contredire ces dires. Depuis son apparition, la maladie de COVID-19 s'est propagée au delà des frontières de Chine pour établir un bilan de plus deux millions de morts dans le monde. Ce chiffre est susceptible de s'aggraver au vu de la menace d'une troisième vague, et dans une période de grippe qui fait chaque année plus de 10 000 décès en France.

Une pandémie est définie comme la propagation d'une maladie sur une grande zone géographique. Elle constitue un réel risque pour l'assureur, tant sur son actif que sur son passif. Le nouveau coronavirus est un bon exemple de ce que pourrait être l'ampleur d'une pandémie pour ce dernier, dans un scénario bicentenaire. Elle a entraîné une surmortalité de la population et donc dans le portefeuille des assureurs, mais également une chute des actions sur les marchés financiers. La crise sanitaire a alors entraîné une crise financière.

Au titre de la réglementation prudentielle Solvabilité II régi par l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*) en 2009, les compagnies d'assurance doivent calculer un besoin en capital, appelé SCR (*Solvency Capital Requirement*), qui doit permettre de limiter le risque de faillite à horizon 1 an qui interviendrait une fois tous les 200 ans. Pour les compagnies n'utilisant pas de modèle interne, ce SCR est calculé via une approche modulaire décomposant les risques en fonction de leur nature. Pour chacun de ces risques, un besoin en capital est calculé sur la base de chocs calibrés par l'EIOPA. De manière générale, le SCR s'obtient par différence entre une NAV (*Net Asset Value*) centrale et une NAV après application de ces chocs. Ces besoins sont ensuite agrégés par sous-module, puis par module, en utilisant des matrices de corrélation, elles aussi fournies par l'EIOPA.

La méthodologie de calibrage de ces paramètres est documentée mais présente plusieurs limites. La première est liée aux données. Ces chocs ont été calibrés en 2009, sur un historique de données antérieures à 2009 et sur un faible volume. La deuxième est le calibrage du risque de pandémie, qui est calibré sur des pandémies du XX<sup>ème</sup> siècle et basé sur des hypothèses qui peuvent être remises en cause. La dernière limite notable repose sur la méthodologie en elle-même. En effet, bien qu'efficace et facilement applicable, l'approche modulaire atteint ses limites dans l'agrégation des risques. Les matrices de corrélations étant agrégées par sous-module puis par module, cette méthode rend difficile la prise en compte de corrélations entre sous-module de facteurs de risques différents, ces dernières étant implicites. Néanmoins, la crise sanitaire actuelle semble clairement montrer un lien de corrélation entre le risque de pandémie et le risque sur actions, ou de marché en général, ces derniers appartenant à un module différent.

Au vue de la crise sanitaire et financière provoquée par la COVID-19, notre périmètre d'études s'est principalement concentré sur le module Catastrophe Vie, puis le module marché traité séparément et enfin la corrélation entre ces derniers. En effet, selon la logique « formule standard » et son approche

modulaire, nous avons suivi la même méthodologie. Par conséquent, nous avons traité les modules séparément avant de les agréger.

Dans sa cartographie des risques, le régulateur identifie de manière implicite le risque de pandémie par les sous-modules  $SCR_{Health_{CAT_{PAND}}}$  et  $SCR_{Life_{CAT}}$ . Le premier SCR est calculé en retenant 0.075‰ de l'exposition aux garanties invalidité sommé à 40% de l'exposition aux garanties frais d'hospitalisation et frais de soin, en supposant qu'en cas de pandémie, 1% des personnes seraient hospitalisées et que 20% iraient consulter un médecin. Ce choc de 0.075‰ se base sur une étude qui est sujet à discussion. Le deuxième SCR correspond à la perte de fonds propres correspondant à une augmentation de 1,5‰ du taux de mortalité dans le portefeuille de l'assureur. Ce chiffre est calibré sur une étude de Swiss Re en 2007, en considérant les trois pandémies de grippe aviaires qui sont survenues au XX<sup>ème</sup> siècle à savoir : la grippe espagnole, la grippe asiatique et la grippe de Hong-Kong. Des hypothèses, notamment sur des interventions pharmaceutiques, ont été considérées dans cette étude en appuyant des arguments sur l'évolution de la médecine aujourd'hui. Ces dernières ont montré leur efficacité en diminuant la sévérité en terme de nombre de décès (près de deux tiers). Néanmoins, un an après le début de la pandémie de COVID-19 et malgré l'évolution de la médecine, aucun antibiotique, antiviral ou autre molécule n'a prouvé son efficacité pour stopper la propagation et la sévérité de la maladie.

Pour modéliser le risque de pandémie survenant une fois tous les 200 ans, une approche Fréquence  $\times$  Sévérité est retenue. Pour modéliser la sévérité, il existe deux familles de modèles dans littérature : les modèles actuariels sur données historiques et les modèles épidémiologiques. Ces deux familles présentent des avantages et limites qui leur sont propres. Les modèles actuariels sur données historiques ont l'avantage d'être relativement simple à mettre en place. Ils consistent à ajuster une loi de sévérité à partir de la mortalité engendrée par les pandémies passées. Néanmoins, des limites viennent rapidement défier ce type de modèle : non prise en compte de la répartition par âge de la population, la sensibilité des hypothèses de mesures pharmaceutiques ou non sur le calibrage d'un tel choc. Ces aspects sont néanmoins des facteurs importants dans la sévérité d'une pandémie, dans le cadre d'un scénario bi-centenaire. Les modèles épidémiologiques apportent l'avantage de répondre aux faiblesses des modèles actuariels, et offrent également le luxe de simuler différents scénarios de pandémie possible en jouant sur des paramétrages relatifs à la propagation d'une maladie en épidémiologie : le taux de reproduction de base  $R_0$ , le taux de létalité, etc.

La fréquence de survenance d'une pandémie se modélise par une loi binomiale et vaut 1 si une pandémie survient durant l'année avec une probabilité  $p$  et 0 sinon. Le calibrage de  $p$  s'effectue naturellement en retenant le nombre de pandémies historiques rapporté à la période totale d'observation. Dans la littérature, cette probabilité fluctue entre 2,56% et 7,5% avec une moyenne autour de 4% - 5%. La fréquence retenue dans ce mémoire a été de 4%.

Dans le cadre de notre premier modèle de sévérité sur données historiques, nous avons ajusté une courbe sur des taux relatifs de mortalité correspondants aux pandémies passées aux Etats-Unis et en associant pour chacune d'elles un quantile. Nous avons utilisé les données du *Centers for Disease Control and Prevention* (CDC) détaillant par tranche d'âge et par sexe le taux de mortalité dû à la grippe et le taux de mortalité toutes causes depuis 1900 aux Etats-Unis, pour calculer l'augmentation du taux de mortalité due à une pandémie. Nous avons également intégré la pandémie de COVID-19 actuelle, bien que celle-ci ne soit pas terminée. Nous en déduisons le choc de surmortalité relatif au risque CAT Vie de la formule standard en prenant le quantile à 99,5% de la distribution fréquence  $\times$  Sévérité. Nous obtenons, pour des fréquences annuelle fixées à 2,56%, 4% et 7,5% un choc respectif de 0,916‰, 1,17‰ et 1,39‰. Ces chocs sont proches de celui calibré dans la formule standard et entrent dans la

fourchette d'estimation de Swiss Re, qui estime entre 1‰ et 1,5‰ la surmortalité engendrée par une pandémie de période de retour une fois tous les deux-cents ans. Avec cette méthode, nous concluons à des niveaux de chocs similaires à la formule standard avec un modèle beaucoup plus simple. Néanmoins, ce choc est censé s'appliquer sur l'ensemble du portefeuille des souscripteurs et sans différenciation selon l'âge, ce qui est discutable car les pandémies passées ont principalement touchées les personnes âgées, plus vulnérables.

Dans le cadre de notre deuxième modèle, nous nous sommes basé sur un modèle épidémiologique compartimentaux stochastique intégrant des hypothèses non-pharmaceutiques, pouvant réduire les contacts sociaux dans la population. A partir de données sur la population de l'Union Européenne ainsi que de matrices de contacts obtenues via des *packages* de R, nous avons simulé divers scénarios / interventions comme la fermeture des écoles, la distanciation sociale, l'isolation des personnes âgées, des personnes symptomatiques et le confinement, pour une maladie de type COVID-19 selon les informations disponibles à mars 2020. Sans aucune intervention, le modèle prédit un choc de 8.22‰ en moyenne pour tout âge et pour l'ensemble des pays de l'UE. Ce choc peut-être réduit de moitié en simulant des interventions intensives avec la mise en place d'un confinement au delà d'un certain seuil atteint en soins intensifs. Par ailleurs des études s'accordent à dire que dans le cadre d'une pandémie de coronavirus, la mortalité dans la population assurée serait deux fois moins importante que dans la population générale, ramenant le choc initial de 8.22‰ à 2.22‰. Nous reportons dans le tableau 1 les niveaux de chocs obtenus par scénario.

Scénario		
Base	Interventions drastiques	Population Assurée
<b>8.22‰</b>	<b>4.44‰</b>	<b>2.22‰</b>

TABLE 1: Niveaux de chocs obtenus par scénario

Quoi qu'il en soit les chocs calibrés par notre modèle semblent être plus prudent que celui calibré par la formule standard, bien que le sévérité et la volatilité de la COVID-19 simulé par le modèle soient particulièrement fortes.

Concernant le module de marché, nous nous sommes naturellement focalisé sur les risques action et taux dont l'assureur Vie est particulièrement exposé. Pour le risque action, la méthodologie retenue par la réglementation repose sur l'hypothèse que les rendements annuels des actions suivent une loi normale. Par conséquent, l'EIOPA a utilisé l'indice *MSCI World Developed Index* pour ajuster cette loi normale afin d'en prendre le quantile à 0,5% de la distribution. Le choc retenue en 2009, a alors été de -39% au titre des actions de type 1. Néanmoins, le marché boursier a depuis bien évolué. Par conséquent, nous avons voulu étudier la robustesse du calibrage au cours du temps. En complétant l'historique jusqu'au 31/12/2019, nous en déduisons une diminution du choc bicentenaire passant de -39% à -36%, ce qui représenterait une économie de capital de 8% sans interaction actif/passif. Cependant, plusieurs points et hypothèses pourraient remettre en question le calibrage d'un tel choc. La première repose sur les données utilisées. En effet, l'ajustement sur un indice européen comme l'EuroStoxx 50 par exemple, donne des niveaux de chocs plus importants. Au 31/12/2020, le quantile à 0,5% de la nouvelle loi normale vaut alors -47%. La deuxième hypothèse à remettre en cause repose sur le choix même de la loi à utiliser. Le test de Shapiro-Wilk donne en effet des p-valeurs inférieures à 5%, donc pour un niveau de confiance à 5% l'hypothèse de normalité est rejetée. De plus, d'un point de vu graphique, l'ajustement par une loi asymétrique à gauche et à queue épaisse semblerait plus adaptée et plus prudent. Si une telle loi avait été retenue, le choc de -39% calibré en 2009 aurait été plus

lourd de conséquence. En ajustant une loi de Weibull sur l'échantillon de l'indice *MSCI* retenue par l'EIOPA en 2009 par la méthode des moments, nous obtenons un nouveau choc de -46%. Le troisième et dernier inconvénient du calibrage du choc action par une loi usuelle est que cette dernière ne capte pas les changements de régime de volatilité qui semble être un aspect clé dans la chute des actions sur les marchés financiers. Pour capter ce phénomène, nous avons pris le soin d'utiliser un dernier modèle, en calibrant le choc action sur un modèle de séries temporelles à changement de régime Markovien. En utilisant l'évolution journalier de l'indice EuroStoxx 50, nous obtenons un choc de -42%. Nous reportons dans le tableau 2 les niveaux de chocs obtenus par les différents modèle.

Modèle				
loi Normale (MSCI)	loi Weibull (MSCI)	loi Normale (EuroStoxx)	loi Weibull (EuroStoxx)	Séries Temporelles (EuroStoxx)
<b>-36%</b>	<b>-46%</b>	<b>-47%</b>	<b>-53%</b>	<b>-42%</b>

TABLE 2: Niveaux de chocs obtenus par les différents modèles

L'assureur vie étant particulièrement exposé au risque de taux, nous avons effectué une analyse similaire pour ce module. La méthodologie employée par l'EIOPA pour le calibrage d'un tel risque repose sur une analyse en composante principale des variations de la courbe de taux appliquée sur des taux swaps et zéro-coupon européens et britanniques, suivi d'une régression linéaire pour chaque maturité. Dans le cadre de ce mémoire, nous avons récupéré via la plateforme Bloomberg un historique de taux swaps et zéro-coupon européens. Quatre composantes principales ressortent de cette analyse qui expliquent l'essentiel des variations de la courbe, à savoir : mouvement en niveau, de pentification, courbure et de distorsion. La formule standard n'intègre que le risque de variation en niveau de la courbe de taux, en négligeant les trois autres risques de variation. Nous avons donc étendu la méthodologie en intégrant un choc sur la pente, ainsi qu'en l'appliquant sur des variations relatives (formule standard) et sur des variations absolues. En effet, dans un environnement de taux bas actuel, aucun choc n'est appliqué aux taux négatifs. Ainsi, l'approche actuelle n'est plus jugée comme prudente, et la clause de revoyure en 2018 soulève cette problématique. Un choc absolu calibré par des méthodes identiques aboutit à des mouvements significatifs de la courbe des taux, mais présente une variabilité dans le temps relativement importante par rapport à un choc relatif. Enfin, l'hypothèse du caractère négligeable du risque de pentification par rapport au risque de variation de niveau peut être remise en question. Le calibrage d'un choc absolu sur la pente entraîne un mouvement significatif de la courbe, plus important encore que le choc de niveau pour certaines maturités. Ce dernier semble cependant plus stable au cours du temps.

Lors du re-calibrage des modules action et taux d'intérêts, nous avons vu que ce n'est pas tant l'effet pandémie qui rend instable les chocs calibrés en 2009 mais plutôt l'inclusion de nouvelles données dans l'historique. En effet, depuis 2009, la performance des marchés boursiers a bien évolué, et la baisse des taux ces dernières années a également rendu les chocs de taux instables. Nous remarquons néanmoins, avec la COVID-19, un possible lien entre émergence d'une pandémie et choc des marchés financiers. La structure modulaire de la formule standard ne permet pas de prendre en compte explicitement les corrélations entre deux sous-modules appartenant à deux modules distincts. Nous avons donc voulu analyser la robustesse et la sensibilité de la formule standard à un changement dans les corrélations implicites relatives au module catastrophe vie et aux modules de marché. Pour pouvoir obtenir ces coefficients implicites, nous nous sommes basé sur les travaux de Damir Filipovic qui permettent de modifier la cartographie des risques proposée par la formule standard, en passant d'une architecture sur plusieurs niveaux à une architecture en râteau. Ainsi, par cette nouvelle cartographie, l'agrégation



peut se faire en une seule étape par une matrice de corrélation globale entre tous les modules de risques. Cette dernière est alors déterminée de telle sorte que le SCR calculé avec cette matrice soit égale au SCR calculé par la formule standard avec les matrices calibrées par l'EIOPA. On obtient alors une équation avec comme inconnu la matrice des corrélations implicites. Néanmoins, cette matrice dépend des capitaux élémentaires propres à chaque compagnie d'assurance. Elle est donc unique pour chacune d'entre elles.

Pour mesurer la sensibilité d'un changement de coefficients dans la matrice des corrélations implicites, nous utilisons des données de SCR de l'un de nos clients. En utilisant les capitaux élémentaires des modules vie et marché de ce client, nous obtenons une matrice de corrélations implicites pour ce dernier. A partir d'études et de calculs, nous avons d'abord fixé la corrélation action - CAT vie à 50% et spread - CAT vie à 60%. On observe dans ce cas un écart sur le SCR peu significatif de l'ordre de 0,61%. Néanmoins, ce chiffre est susceptible d'être plus important pour une compagnie plus exposé au risque catastrophe. En effet, en multipliant d'un facteur dix le SCR CAT vie, nous passons d'un écart de 0,61% à 3,77%. Nous nous sommes intéressé à deux sous-modules de marché dans cette analyse et aux chiffres relatifs à la COVID-19. Il est possible qu'une pandémie, comme celle de la COVID-19, puisse avoir un impact à terme sur d'autres sous-modules marché. En fixant par exemple la corrélation entre tous les sous-modules de marché et le sous-module CAT vie à 50%, nous pouvons atteindre un écart plus significatif à hauteur de 10%.



# Synthesis note

Since the last pandemics of the 20<sup>th</sup> century, the appearance of a new disease that could have spread through the entire world seemed impossible. However, the new SARS-CoV-2 virus, which appeared in November 2019 in China, show us the opposite. Since its onset, the COVID-19 disease has spread beyond China to establish a toll of more than two million deaths worldwide and is likely to worsen given the treat of a third wave, and during influenza period which kills more than 10,000 people each year in France.

A pandemic is defined as the spread of a disease among the entire people. It constitutes a risk for the insurer, both on its assets and liabilities. The new coronavirus is a good example of what damage a pandemic could be for the insurer in a 1-in-200 year scenario. It has led to an excess mortality in the population and therefore in the insurer portfolio but also a fall of the stocks in the financial markets. A financial crisis has then followed the health crisis.

In the Solvency II risk regulation, insurance companies must calculate an amount of capital, called Solvency Capital Requirement (SCR), allowing them to absorb a shock that would occur once in 200 years, in order to avoid a ruin within one year. For companies using the standard formula, this SCR is calculated through a modular approach based on a risk cartography divided into modules and sub-modules according to their nature. For each of these risks, a capital requirement is calculated thanks to shocks calibrated by EIOPA. The SCR is then obtained by difference between a central Net Asset Value (NAV) and a NAV after applying shocks. These SCR are then aggregated by sub-module and by module, using correlation matrices provided by EIOPA.

The calibration methodology of these parameters is documented but has several limitations. First, these shocks were calibrated in 2009, using a few historical data. Secondly, the pandemic risk is calibrated on 20<sup>th</sup> century pandemics and based on assumptions that can be challenged. Lastly, although the methodology is easily applicable, the modular approach has limitations in the aggregation part. The correlation matrices being aggregated by sub-module and by module, this method makes it difficult to consider the implicit correlations between sub-modules related to different module. Nevertheless, the current health crisis seems to show an explicit correlation between the risk of a pandemic and the risk on a fall of equities and financial market, the latter belonging to different module.

The health and financial impact caused by COVID-19 has led us to focus on the life catastrophe module and the market module separately and finally, the correlation between the two of them. Indeed, according to the standard formula and the modular approach, we followed the same methodology. Therefore, we focused on the modules separately before aggregating them.

In the Solvency II risk mapping, the pandemic risk appears in two sub-modules: the  $SCR_{HealthCATPAND}$  and  $SCR_{LifeCAT}$ . The  $SCR_{HealthCATPAND}$  retains 0.075‰ of the income protection pandemic exposure and 40% of the amounts payable related to medical expense insurance in case of hospitalization

and medical treatment, assuming that in an event of a pandemic, 1% of the population would be hospitalized and 20% would require a consultation with a doctor. The 0.075‰ shock is based on a study which can be challenged. The  $SCR_{Life_{CAT}}$  corresponds to the loss of capital resulting from an absolute increase of 1.5‰ in the rate of policyholders dying over the year. This calibration resulting from a study published by Swiss Re in 2007, considering the three influenza pandemics which occurred in the 20<sup>th</sup> century: the Spanish flu, the Asian flu and the Hong Kong flu. This study retains hypotheses on pharmaceutical interventions saying that the evolution of medicine today would decrease the severity of a future pandemic by reducing the number of deaths (nearly two thirds). However, one year after the beginning of the COVID-19 pandemic and despite the evolution of medicine, no antibiotics, antiviral or other drugs has shown to be effective in stopping the spread and the severity of the disease.

To modelling the pandemic risk occurring once every 200 years, we retained a Frequency  $\times$  Severity model. It consists to modelling the severity and the frequency of a pandemic separately. To modelling the severity, there exists two main models in the literature: actuarial models, based on historical data, and epidemiological models which simulate the spread of the disease. These two families have their own advantages and drawbacks. Actuarial models based on historical data are relatively simple to manage. It consists on fitting a law of severity considering the mortality of past pandemics. However, these models don't take into account the age and the structure distribution of the population, the sensitivity of pharmaceutical or non-pharmaceutical interventions on the calibration, and so on, which are important factors in the severity of a pandemic, in a 1-in-200 year scenario. Epidemiological models consider these aspects by simulating various possible pandemic scenarios driving some parameters of the spread of the disease: the basic reproduction number  $R_0$ , the lethality rate, and so on.

The occurrence of a pandemic is modeled by a binomial distribution and is equal to 1 if a pandemic occurs during the year with a probability  $p$  and 0 otherwise. The calibration of  $p$  is calculated by retaining the number of historical pandemics divided by the total observation period. In the literature, this probability fluctuates between 2.56% and 7.5% with an average around 4% - 5%. The frequency retained in this thesis was 4%.

For our severity model on historical data, we fitted a curve on relative death rates corresponding to past pandemics in the United States, associating for each of them a quantile. We used data from the Centers for Disease Control and Prevention (CDC) giving the death rate due to influenza and the all-cause death rate since 1900 in the United States for each age group and sex in order to calculate the increase of death rate due to a pandemic. We also considered the COVID-19 pandemic even if it is not finished yet. We deduce the excess mortality shock of the CAT life risk of the standard formula by taking the 99.5% quantile of the Frequency  $\times$  Severity distribution. We obtained, for annual frequencies 2.56%, 4% and 7.5%, a shock of 0.916‰, 1.17‰ and 1.39‰ respectively. These shocks are close to those calibrated in the standard formula and belongs to the estimation range of Swiss Re, which estimates the excess mortality caused by a pandemic between 1‰ and 1.5‰ in a 1-in-200 year scenario. We conclude in a similar shock to the standard formula with a simpler model. However, this shock is supposed to be applied to the entire insured population and without differentiation depending on the age, which can be challenged because past pandemics have mainly affected elderly people, more vulnerable.

In this thesis we challenged the standard formula and the CAT life risk with a second epidemiological stochastic compartmental model based on non-pharmaceutical hypotheses, which can reduce social contacts among the people. Thanks to R packages, we used data from the European Union population and contact matrices to simulate various scenarios / interventions such as school closures, social distancing, shielding of older people, self-isolation and lockdown for a coronavirus disease ac-

According to data available up to march 2020, without any intervention, the model predicts a 8.22‰ on average for any ages and EU countries. This shock can be reduced by simulating intensive interventions with lockdown if the number of care unit is over a threshold. Moreover, studies show that in coronavirus pandemic context, mortality in the insured population would be half as high as in the general population, reducing the initial shock from 8.22‰ to 2.22‰.

Scénario		
Base	Intensives Interventions	Insured Population
<b>8.22‰</b>	<b>4.44‰</b>	<b>2.22‰</b>

Table 3: 1-in-200 year sceanrio shock by scenario simulated

In conclusion, our shocks calibrated by our model seem to be more conservative than those used in the standard formula, even if the severity of our model is particularly volatile.

Regarding the market module, we naturally focused on equity risks and interest rates which life insurer is particularly exposed to. For equity risk, the methodology used by the regulator assumes that the annual returns follow a normal distribution. Therefore, EIOPA used the MSCI World Developed Index to adjust this normal distribution in order to retain the 0.5% quantile of the distribution. The shock retained in 2009 was -39% for type 1 equities. However, the stock market has been well developed since then. Therefore, we studied the calibration robustness of over time. By completing historic data up to 12/31/2019, we deduced a decrease of the 1-in-200 year shock from -39% to -36%, which would have saved 8% without active and passive interaction and symmetric adjustment. However, some hypotheses can be challenged the calibration of such a shock. First, the adjustment on a European index like Euro-Stoxx 50 for instance gives higher shock levels. On 12/31/2020, the 0.5% quantile of the normal distribution is then -47% using this index. Secondly, the distribution used can also be challenged. The Shapiro-Wilk test gives p-values lower than 5%, so the normal distribution hypothesis is rejected. We saw graphically that fitting with an asymmetric left tail distribution seems more adapted and more prudent. If such a distribution had been adopted, the 0.5% shock would have been bigger. By fitting a Weibull distribution on MSCI index, we got a new shock of -46%. Lastly, modelling annual returns by fitting mathematical distributions does not capture changes in the volatility regime which seem to be a key aspect on the fall of equities in financial markets. To capture this, we used a time series model with Markov Switching. Using the EuroStox 50 daily evolution index, we got a -42% shock.

Model				
Normal Distribution (MSCI)	Weibull Distribution (MSCI)	Normal Distribution (EuroStoxx)	Weibull Distribution (EuroStoxx)	Time Series (EuroStoxx)
<b>-36%</b>	<b>-46%</b>	<b>-47%</b>	<b>-53%</b>	<b>-42%</b>

Table 4: 1-in-200 year sceanrio shock by model used

Since life insurer is particularly exposed to interest rate risk, we carried out a similar analysis for this module. The methodology is focused on a principal component analysis (PCA) of the variations of the yield curve applied to European and British swap and zero-coupon rates, followed by a linear regression for each maturity. In this thesis we extracted from Bloomberg platform data of European swap and zero-coupon rates. Four principal components explain 99.98% of the variability of the annual

percentage rate change in each of the maturities in the underlying datasets recognized as the level, slope, curvature and twist. The standard formula retains the risk of variation of the level of the yield curve, ignoring the other three variations. Then, we extended the methodology by integrating a slope shock and applying it to relative and absolute variations. Indeed, in a low interest rates environment, no shock is applied to negative interest rates. Thus, the current approach is no longer prudent and was reviewed on the EIOPA's second set of advice to the European Commission in 2018. An absolute shock calibrated by identical methods led to significant movements in the yield curve, but with high volatility over time with respect to a relative shock. Finally, the hypothesis of the negligence of the slope risk compared to the level variation risk can be challenged. The calibration of an absolute shock in the slope causes significant variability of the annual percentage rate change of the curve, even more important than the level shock for some maturities. However, it seems more stable over time.

When we calibrated the equity and interest rate modules, we saw that using recent data for calibration makes shocks of the standard formula unstable. In fact, since 2009 the performance of stock markets has evolved well, and the decline of interest rates these years have also made shocks unstable. We noticed with the COVID-19 disease correlations between the emergence of a pandemic and a shock in financial markets. The modular approach of the standard formula does not make possible to consider these correlations, especially for two sub-modules relatives to two distinct modules. We analyzed the robustness and sensitivity of a change on the risk cartography and implicit correlations of the standard formula for life catastrophe sub-module and market modules. We focused on Damir Filipovic study which allow us to modify the risk mapping proposed by the standard formula and its architecture. Thus, with this new risk cartography this aggregation can be done in one step using a global correlation matrix between all risk modules. We calculate this matrix in such a way that the SCR calculated with it is equal to the SCR calculated with the standard formula. However, this matrix of implicit correlations depends on the capital requirement of each insurance company. It is therefore not unique.

To measure the sensitivity of changes of coefficients in the implied correlation matrices, we used SCR data from one of our clients. Using life and market modules capital requirement from this client, we obtained an implied correlation matrix. From studies and calculations, we fixed the equity – life CAT correlation to 50% and spread – CAT life to 60%. In this case, we observed an insignificant deviation from SCR 0.61%. However, this deviation is likely to be higher for an insurance company more exposed to life CAT risk. By multiplying the SCR life CAT by ten, the deviation goes from 0.61% to 3.77%. We interested in two market sub-modules in this analysis and for COVID-19 data. It is possible that such a pandemic could have an impact on other market sub-modules. Fixing for instance the correlation between all market sub-modules and the life CAT sub-module to 50%, we reached a more significant deviation up to 10%.

# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble de l'équipe Mazars Actuariat pour leur intégration au sein de Mazars malgré un contexte sanitaire compliqué. Je remercie également mes deux tuteurs Ismaël Tahri Hassani et Romain Speisser pour leur aide précieuse dans la réalisation et la rédaction de ce mémoire et sans qui ce travail n'aurait pas vu le jour. Leurs disponibilités et conseils m'ont grandement aidé à produire un mémoire d'actuariat de meilleure qualité.

Merci à Christophe Dutang, mon tuteur école et responsable du master 2 d'actuariat à Dauphine pour ses conseils et son suivi.

Merci à Nicholas Davies pour ses précisions et explications concernant le modèle de pandémie. Merci également aux personnes qui m'ont répondu et aidé sur les blogs et sites de question réponse sur des problèmes de programmation informatique.

Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont soutenu, non seulement sur la réalisation de ce mémoire mais également sur l'ensemble de mes études. Je pense particulièrement à mes parents, à mes amis et à l'ensemble de mes proches.





# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>Note de Synthèse</b>	<b>5</b>
<b>Synthesis note</b>	<b>11</b>
<b>Remerciements</b>	<b>15</b>
<b>Table des matières</b>	<b>17</b>
<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>1 Risque de pandémie</b>	<b>23</b>
1.1 Traitement du risque de pandémie par Solvabilité II . . . . .	25
1.2 Les différents modèles de pandémie . . . . .	31
1.3 Modèle retenu et calibrage du choc pandémie . . . . .	40
1.4 Synthèse . . . . .	60
<b>2 Risque de marché</b>	<b>63</b>
2.1 Le risque action . . . . .	67
2.2 Calibrage du choc action par des séries temporelles . . . . .	78
2.3 Le risque de taux . . . . .	86
<b>3 Corrélation et agrégation des risques</b>	<b>105</b>
3.1 Les marchés en période de pandémie . . . . .	105
3.2 L'agrégation des risques dans la formule standard . . . . .	112

3.3	Intégration des corrélations implicites dans la formule standard . . . . .	114
3.4	Application numérique . . . . .	117
	<b>Conclusion</b>	<b>121</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>124</b>
	<b>Annexes</b>	<b>129</b>
A.1	Les modèles actuariels sur données historiques . . . . .	129
A.2	Résolution des équations dans les modèles déterministes . . . . .	131
A.3	Résultats des simulations . . . . .	134
A.4	Ecart type des chocs et courbes des taux . . . . .	136

# Introduction

Courant novembre 2019 la Chine fait face à une nouvelle épidémie. Il s'agit d'un nouveau coronavirus, nommé le SARS-CoV-2, et responsable d'une maladie infectieuse respiratoire appelée COVID-19. L'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) déclare, le 11 mars 2020, l'état de pandémie. Depuis le premier cas relevé dans la ville de Wuhan, elle fait aujourd'hui le bilan de plus de 1 million de morts dans le monde et près de 38 millions de cas. La cause n'a pas été identifiée avec certitude, néanmoins, des études montrent que la chauve-souris est probablement l'espèce réservoir du virus, c'est-à-dire, qui participe au cycle de reproduction d'un agent pathogène. D'autres publications suggèrent qu'un deuxième mammifère ait servi d'hôte intermédiaire entre la chauve-souris et l'homme. Le pangolin, animal vivant au sud de la Chine notamment, en est le principal suspect.

La propagation du virus à l'échelle mondiale a engendré une crise à la fois sanitaire et financière de grande ampleur. Malgré les évolutions récentes de la médecine, ni traitement ni vaccin efficaces n'ont encore pu être trouvés contre ce virus inconnu. Dans un tel contexte, la meilleure protection pour la population consiste en des mesures non-pharmaceutiques, comme le respect des gestes barrières, le port du masque ou la distanciation physique. De nombreux pays, voyant le virus se propager et les services de réanimation saturés, ont décidé de mettre en place un confinement général mais qui n'a pas été sans conséquences pour l'économie du pays (baisse du PIB, hausse du chômage, etc.).

L'OMS définit le terme de pandémie comme la propagation d'une nouvelle maladie à l'échelle mondiale. Cette notion diffère du terme « épidémie » qui fait référence à la propagation à l'échelle locale, comme ce fut le cas pour le SARS-CoV de 2003. Les épidémies sont souvent cycliques, comme c'est le cas de la grippe saisonnière par exemple. De nombreuses pandémies de grippe historique ont vu le jour ces dernières années. On en dénombre quatre aux XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècles :

- La grippe espagnole, en 1918, responsable de 50 millions de morts pour 500 millions de personnes infectées. Alors que les pandémies grippales touchent généralement plus particulièrement les enfants et les personnes de plus de 65 ans, la grippe espagnole a également touché les personnes âgées de 20 à 40 ans, ce qui la rend unique et explique son bilan catastrophique ;
- La grippe asiatique, en 1957, responsable de 1,1 millions de morts ;
- La grippe de Hong-Kong, en 1968, faisant l'objet d'un million de morts ;
- La grippe A (H1N1), en 2009, responsable de 151 700 à 575 400 morts dans le monde selon une estimation du *Centers for Disease Control and Prevention* (CDC).

La propagation d'un virus à grande échelle n'est pas sans conséquence pour un assureur vie. D'abord, il verrait son passif principalement exposé. Il serait en effet forcé de constater une hausse de sinistralité dans son portefeuille d'assurés. Une pandémie augmenterait le nombre de décès et obligerait l'assureur à indemniser les bénéficiaires de garanties prévues à cet effet, pour un montant plus

élevé que l'attendu. D'autres garanties peuvent également être touchées : garantie frais médicaux et d'hospitalisation (forfait hospitalier, visite chez le médecin, etc.), garantie d'incapacité temporaire de travail (impossibilité pour l'assuré d'exercer son activité à cause de la maladie) ou encore une garantie chômage (l'employeur est contraint de licencier des employés au vu d'une situation économique compliquée). Néanmoins, une pandémie de période de retour 1/200 ans pourrait avoir des effets positifs sur certaines garanties, à l'instar des rentes viagères jusqu'au décès de l'assuré. Ce dernier décédant plus tôt que ce qui avait été tarifé, l'assuré en dégage un bénéficiaire. L'actif de l'assureur vie est également exposé au risque de pandémie. En effet, et comme nous le voyons actuellement, une pandémie de grande ampleur pourrait bouleverser les marchés financiers, rendant les investisseurs averses au risque et des marchés illiquides. Un taux d'absentéisme élevé et un ralentissement économique est également à prévoir, ce qui est mesuré par une chute du PIB. Ce taux engendrerait une baisse de productivité et donc de performance économique, et divers coûts directs (maintien du salaire, perturbations organisationnelles) ou indirects (dégradation de l'image de la compagnie lié aux retards par exemple) pour l'entreprise. Ces risques opérationnels peuvent cependant être atténués par la mise en place de plans de continuité d'activité (PCA).

L'impact pour un assureur non-vie prend une forme différente et peut même être positif (par exemple du fait de la diminution de la sinistralité en assurance automobile du fait du confinement). Néanmoins, s'il commercialise des contrats ayant des garanties « pertes d'exploitation » ou « annulation d'événements », ce dernier n'est pas pour autant épargné par une pandémie de grande ampleur. La période de confinement qu'a connue la France cette année 2020 a particulièrement soulevé la problématique du caractère assurable du risque « pertes d'exploitation » en période de pandémie. A ce titre, Axa a par exemple été contraint par voie judiciaire d'indemniser deux de ses assurés, d'un montant de 23 000 et 92 800 euros, et dont le contrat prévoyait « une extension pour pertes d'exploitation en cas de fermeture administrative imposée par les services de police ou d'hygiène ou de sécurité ». D'autres assureurs non-vie comme la GMF ont remboursé leurs assurés sur leur contrat auto durant le confinement.

Au titre de la réglementation prudentielle Solvabilité II, les compagnies d'assurance doivent calculer un besoin en capital, le SCR (*Solvency Capital Requirement*) qui doit permettre de limiter le risque de faillite à horizon 1 an à une fois tous les 200 ans. Pour les compagnies n'utilisant pas de modèle interne, ce SCR est calculé via une approche modulaire décomposant les risques en fonction de leur nature.

Pour chacun de ces risques, un besoin en capital est calculé sur la base de chocs calibrés par l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*), en prenant l'écart entre une NAV (*Net Asset Value*, égale à la différence entre les actifs et les dettes d'une compagnie) centrale et une NAV après application d'un choc. En d'autres termes, cela revient à mesurer la sensibilité des fonds propres à un choc appliqué sur le portefeuille d'un assureur. Une fois calculés, ces besoins sont ensuite agrégés par sous-module, puis par module, en utilisant des matrices de corrélation, elles aussi fournies par l'EIOPA.

La méthodologie de calibrage de ces paramètres est documentée mais présente plusieurs limites. L'une d'entre elles est liée aux données : la profondeur de l'historique rend difficile le calibrage robuste d'un choc bicentenaire et l'historique utilisé n'inclut que des données antérieures à 2009. Etant donné le rôle majeur joué par le SCR dans le *reporting* réglementaire ainsi que dans la stratégie de pilotage des compagnies d'assurance et la sensibilité de ce dernier aux paramètres de chocs et de corrélations, il semble pertinent de s'assurer de la robustesse du calibrage utilisé au cours du temps ainsi qu'en situation de crise. La crise sanitaire provoquée par le SARS-CoV-2, qui a également entraîné un krach boursier historique, offre le contexte propice à l'évaluation de ce calibrage.

L'objectif de ce mémoire est d'interroger le niveau des chocs bicentenaire retenus dans le cadre de Solvabilité II, du fait de l'évolution significative de l'environnement économique depuis leur calibrage et de l'apparition de la crise liée à la maladie COVID-19. Cette crise étant à la fois sanitaire et financière, ce mémoire interrogera également les niveaux retenus pour les corrélations entre modules de risque.

Dans le cadre de ce mémoire, nous effectuerons un re-calibrage des paramètres de la formule standard en lien avec le risque de pandémie, en utilisant les méthodologies développées par l'EIOPA ainsi que celles développées dans la littérature. Du fait d'un lien notable entre crise sanitaire et crise financière, ce mémoire sera naturellement décomposé en trois parties à savoir : le risque de pandémie, le risque de marché et la corrélation entre ces derniers.



# Chapitre 1

## Risque de pandémie

Depuis décembre 2019, un nouveau virus s'est propagé à l'échelle mondiale. Initialement détecté dans la capitale de Hubei en Chine, ce dernier présente toutes les caractéristiques d'une nouvelle pandémie. Par ailleurs, son bilan de plus d'un million de décès pourrait bien refléter celui d'un scénario bicentenaire défini par la réglementation. Ce genre de phénomène n'est pas sans conséquences pour un assureur vie.

A titre d'exemple la crise sanitaire actuelle provoquée par la COVID-19 a eu des effets néfastes pour le groupe CNP assurance qui a vu son bénéfice net baisser de 8,2% ce qui représente près de 299 millions d'euros. Première assurance de personnes en France, le groupe a été contraint de prendre en charge des indemnités journalières de personnes fragiles et des gardes d'enfants, prévus contractuellement, pour un montant estimé à 23 millions d'euros. Les mesures gouvernementales mises en place ne semblent pas avoir arrangé ce chiffre. En effet, les mesures de confinement ont entraîné une perte de 50 millions d'euros pour le groupe. De la même manière, ces mesures non pharmaceutiques ont un coût pour les assureurs qui couvrent les pertes liées aux annulations d'événements ou de voyages par exemple. De plus, la pandémie de coronavirus pourrait coûter plus de 200 milliards de dollars aux assureurs en 2020 selon le marché de l'assurance Lloyd's of London comme l'évoque un article du journal LA TRIBUNE (2020, 15 mai), ce qui fera d'elle l'événement le plus coûteux pour les assureurs aux côtés de l'ouragan Katrina et des attentats du 11 septembre.

L'intégration du risque de pandémie dans le calcul du capital réglementaire devient alors primordiale pour les assureurs proposant ce type de contrat. Dans la formule standard, le risque de catastrophe en santé et vie est modélisé comme un risque de pandémie. Néanmoins, et nous le verrons dans la suite, les chocs relatifs à ces modules sont calibrés différemment par le régulateur. Quoi qu'il en soit, ce risque considère une hausse du taux de mortalité dans la population assurée touchant ainsi les garanties décès, voir même des garanties incapacité, invalidité, frais de soins d'un contrat d'assurance suivant la virulence de la pandémie considérée.

Il est difficile de mesurer l'impact d'une future pandémie sur une population d'assurés. En effet, nous avons tendance à penser qu'une pandémie, aussi inédite soit elle, pourrait être freinée par des interventions médicales. Par ailleurs, cette intuition est d'autant plus forte que nous constatons en effet que les pandémies passés ont eu tendance à s'atténuer au cours du temps en terme de nombre de morts avant l'apparition de la COVID-19. Néanmoins, le SARS-CoV-2 actuel nous montre le contraire. Plusieurs facteurs sont également importants dans la modélisation et la quantification d'un tel risque pour un assureur comme par exemple la répartition par âge de la population, la virulence du virus par âge ou encore la différence entre la population générale et la population assurés.

Nous verrons dans un premier temps le traitement du risque de pandémie par la réglementation Solvabilité II. Nous verrons ensuite les modèles rencontrés dans la littérature pour quantifier la propagation d'une pandémie et de son impact au sein d'une population. Enfin, nous calibrerons un choc relatif risque de pandémie en apportant d'autres hypothèses que celles retenues par la formule standard au regard de la pandémie actuelle provoquée par le nouveau coronavirus.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, il est important de définir quelques termes et indicateurs en épidémiologie qui seront utiles pour la suite du mémoire.

On appelle  $R_0$  le taux ou le nombre de reproduction d'une maladie infectieuse. Il s'agit du nombre moyen de personnes qu'une personne contagieuse peut infecter. D'une manière générale, ce paramètre se calcule à partir d'une population totalement susceptible d'être infectée, par la formule 1.1.

$$R_0 = \beta \times c \times d ; \quad (1.1)$$

avec :

- $\beta$  le taux ou la probabilité de transmission du virus par individus et par unité de temps ;
- $c$  le taux de contact (*i.e* le nombre de contacts par unité de temps) ;
- $d$  la durée de contagiosité, *i.e* la durée pendant laquelle l'individu est contagieux.

La force d'infection  $\lambda$  désigne la vitesse à laquelle un individu sain devient infecté.

Le taux d'attaque (AR) est le nombre total de personnes infectées (symptomatiques ou non) rapporté à la population totale :  $AR = \frac{Ind. Infectés}{Population}$ . Ce paramètre se diffère du taux d'attaque clinique (CAR), qui est le nombre d'individus infectés symptomatiques rapporté à la population totale :  $CAR = \frac{Ind. sympt.}{Population}$ . Notons que ces indicateurs sont calculés lorsque la pandémie est terminée. Nous pouvons néanmoins les calculer sur un laps de temps donné.

Le taux de létalité est la proportion d'individus contagieux qui meurent du virus. Ces derniers peuvent être symptomatiques ou asymptomatiques. On rencontre également dans la littérature le terme *case-fatality ratio* (CFR) qui désigne la proportion de cas symptomatiques qui décèdent du virus. Dans de nombreux cas, un abus de langage est fait entre ces deux termes bien que différents. Sauf mention contraire, nous ferons cette distinction dans la suite de ce mémoire. On aura donc :  $CFR = \frac{Morts}{Ind. sympt.}$  et  $Létalité = \frac{Morts}{Ind. sympt. ou asympt.}$

Le taux de surmortalité est le nombre de morts du virus rapporté à la population totale. Ainsi,  $Surmortalité = \frac{Morts}{Population}$



## 1.1 Traitement du risque de pandémie par Solvabilité II

La formule standard intègre le risque de pandémie à travers les sous-modules  $Health_{CAT}$  et  $Life_{CAT}$ . Pour avoir une vision globale, nous représentons sur la figure 1.1 les modules à considérer dans la cartographie des risques donnée par le régulateur.

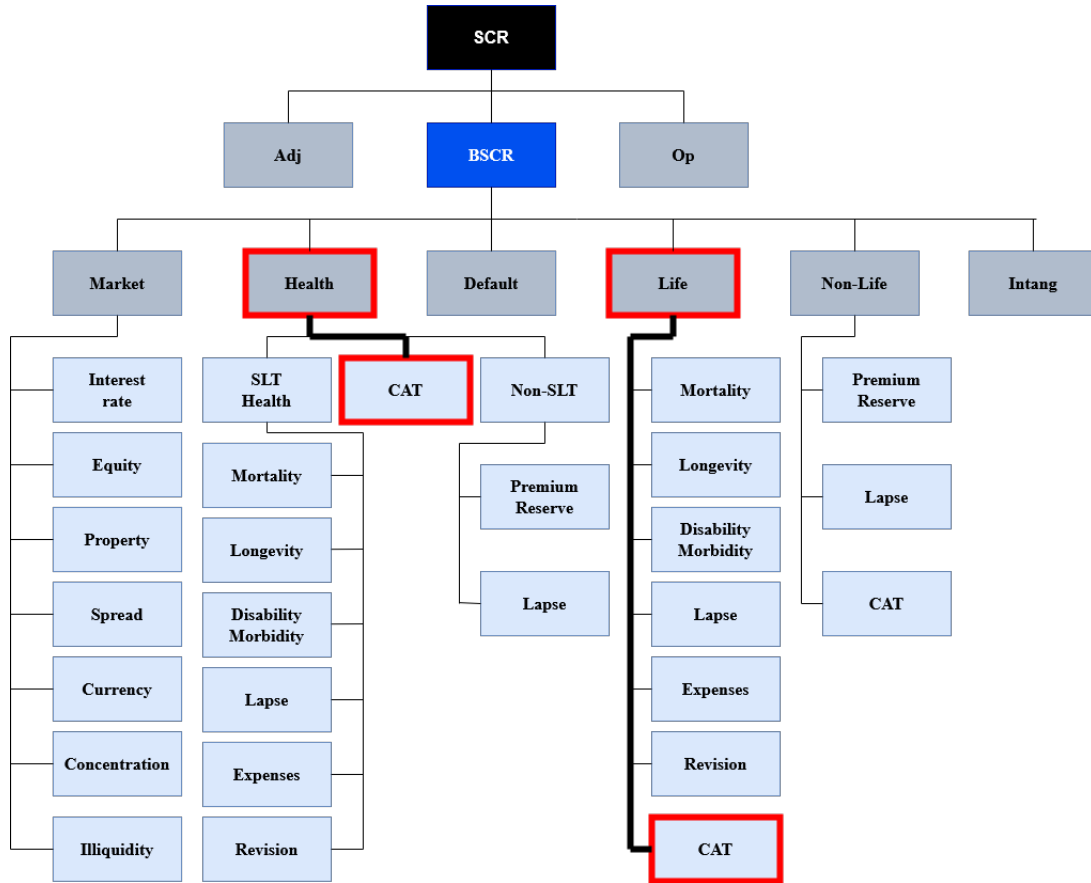


FIGURE 1.1: Intégration du risque de pandémie dans la formule standard

Cette cartographie proposée par le régulateur est utilisée pour le calcul du besoin en capital. En d'autres termes, la formule standard identifie par le biais de cette figure les principaux risques qu'un assureur vie ou non vie est exposé. On distingue principalement les modules marché, santé, vie et non-vie. Pour chacun de ces modules, une description plus fine des risques est faite par le biais de sous-modules. Ainsi, pour chacun de ces facteurs, un besoin en capital est calculé, avant d'être agrégé sur plusieurs niveaux. On s'intéresse ainsi dans cette partie, aux sous-modules CAT des modules Santé et Vie. Par ailleurs, pour calibrer le sous-module CAT Vie, la formule standard se base uniquement sur des pandémies historiques et néglige les autres causes de mortalité provoquées par exemple par le terrorisme ou d'autres catastrophes physiques comme les tremblements de terre. Si ces aspects avaient été pris en compte dans la formule standard, le choc calibré au titre de ce module aurait sûrement été plus important.

Bien que ces deux sous-modules reflètent l'impact qu'aurait une pandémie pour un assureur, le calibrage des formules associées est néanmoins différent et sera l'objet des sections suivantes.

### 1.1.1 Le SCR Vie CAT

La réglementation Solvabilité II énonce que le calcul du capital requis pour le risque de catastrophe associé au risque de souscription en assurance vie doit correspondre à une perte de fonds propres provoqué par une augmentation absolue de 1,5‰ du taux de mortalité de la population assurée durant l'année. Plus précisément, l'EIOPA propose le calcul du SCR Vie CAT 1.2.

$$SCR_{LifeCAT} = \Delta NAV |_{life\ CAT\ shock} ; \quad (1.2)$$

où  $\Delta NAV |_{life\ CAT\ shock}$  correspond à la variation des fonds propres survenant à la suite des événements suivants :

- Une augmentation absolue de 1,5‰ du taux de souscripteurs décédant dans l'année à suivre ;
- Une augmentation absolue de 1,5‰ du taux de souscripteurs touché par la maladie dans l'année à suivre.

Ainsi les assureurs doivent considérer une hausse de 1,5‰ du taux de mortalité dans l'année. A titre d'exemple, si le taux de mortalité du portefeuille d'un assureur est de 5‰ cela revient à considérer une mortalité de 6,5‰ en période de pandémie.

Ce choc de 1,5‰ a été calibré par un modèle épidémiologique sophistiqué de SWISS RE (2007) et estime qu'une pandémie grippale qui surviendrait une fois tous les 200 ans provoquerait une surmortalité de 0,15% dans une population d'assurés. Ce dernier est calibré sur les trois dernières pandémies du XX<sup>ème</sup> siècle connues à l'époque, à savoir la grippe espagnole, la grippe asiatique et la grippe de Hong Kong caractérisées par un taux de reproduction  $R_0$  et un taux de létalité variables en fonction de la classe d'âge. Il prend en compte des interventions pharmaceutiques (vaccins, antibiotiques, antiviraux) et comportementales (restriction des voyages, diminution des contacts entre infectés et sains). Notons que Swiss Re dénombre 13 pandémies historiques depuis 1729 pour l'estimation de la fréquence de survenance d'une pandémie, mais n'utilise que les trois pandémies de grippe du XX<sup>ème</sup> siècle pour calibrer son modèle. En effet, plus on remonte l'historique, et plus nous nous confronterons à l'absence de données fiables, à l'écart important d'hygiène, de la qualité de vie passée ou encore à des maladies bien traitées aujourd'hui. Par ailleurs, la grippe espagnole fut la plus sévère des 13 pandémies comptées par Swiss Re, la dernière aussi sévère remontant à 1580. Les autres pandémies du XVIII<sup>ème</sup> et XIX<sup>ème</sup> siècle ont le même profil de mortalité par âge que la grippe asiatique ou de Hong-Kong.

Le modèle utilisé par Swiss Re repose sur plusieurs hypothèses importantes. Tout d'abord pour chaque simulation de scénario de pandémie, le modèle génère aléatoirement un taux de létalité et un nombre de reproduction  $R_0$  selon respectivement une loi lognormale et de Pareto. Ces deux paramètres sont calibrés sur la base de données historiques des pandémies passées en accordant un poids plus faible à la grippe espagnole qu'aux deux autres. A titre d'exemple, Swiss Re lui accorde un poids de 1/13 dans la mesure où ce fut la plus dévastatrice des 13 dernières pandémies recensées. Cette sous-pondération est justifiée par différents facteurs. En effet, cette étude s'accorde également à dire qu'une telle pandémie n'aurait pas eu le même impact aujourd'hui du fait du contexte particulier de la Première Guerre Mondiale qui aurait aggravé la létalité du virus. La mobilisation du personnel soignant lors de cette période et le nombre élevé de cas de tuberculose ont en effet augmenté le taux de mortalité en 1918. De la même manière, une revue à la baisse du taux de reproduction a été appliquée sur les trois dernières pandémies pour refléter le changement de structure d'âge dans la population

avec moins de jeunes qui propagent le virus plus rapidement et plus de personnes âgées qui le propagent moins. A titre d'exemple, on rapporte dans le tableau 1.1 les modifications concernant la pandémie de 1918.

	Estimations tirés de la littérature	Valeur utilisé dans le modèle
$R_0$	Entre 1.5 et 4	2.1
Létalité	Entre 0.99% et 5.56%	Entre 1.01% et 2.65%

TABLE 1.1: Révision à la baisse des caractéristiques de la grippe espagnole

Après simulation des deux variables évoquées au-dessus, le modèle crée un profil de mortalité par tranche d'âge selon sa sévérité illustré sur le graphique 1.2 (la méthode retenue pour créer ce profil de mortalité n'est pas détaillée dans l'étude de Swiss Re).

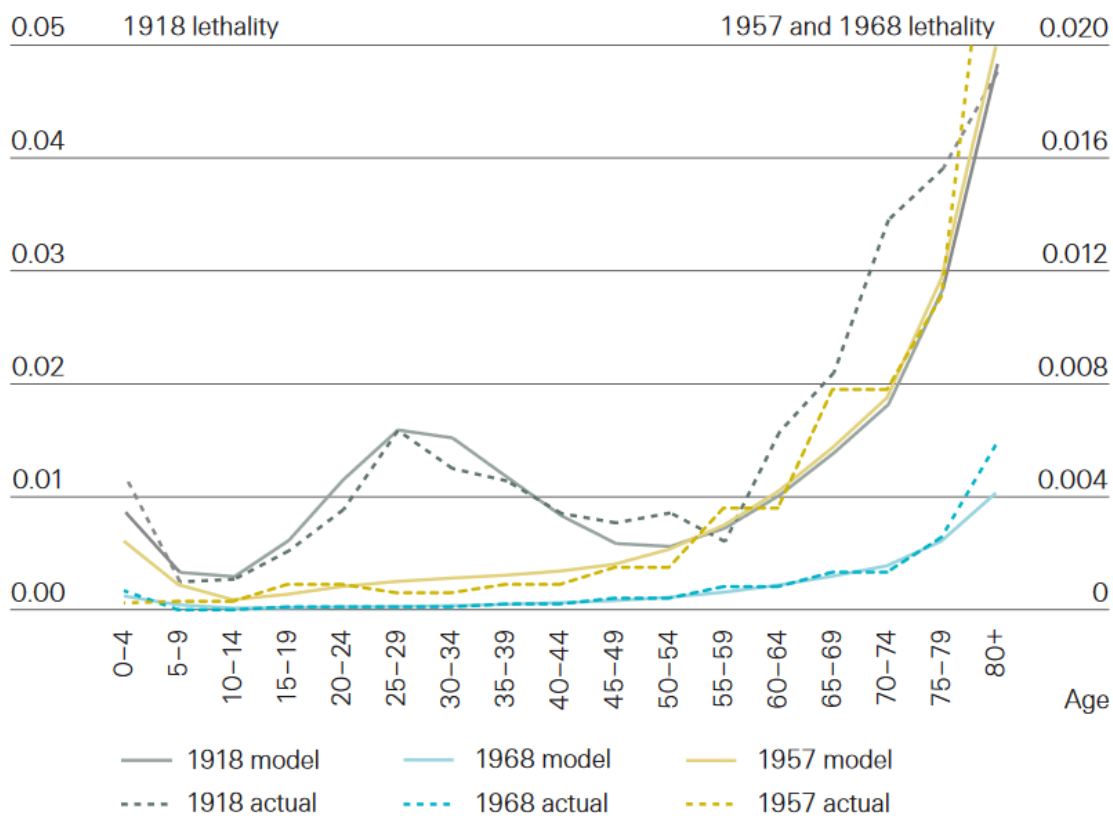


FIGURE 1.2: Profil de mortalité par âge des différentes pandémies

On remarque deux profils de mortalité suivant la sévérité de la pandémie. Un virus peu létal comme ce fut le cas en 1957 et 1968 est supposé être entièrement dû à une pneumonie bactérienne. Ce type de virus provoque un pic de mortalité infantile et chez les plus âgés. La courbe de la létalité en fonction de l'âge a alors la forme d'un U. La mortalité en période de pandémie avec un taux de létalité élevé

comme ce fut le cas en 1918 est supposé être principalement dû à la combinaison d'une pneumonie virale et d'un choc cytokinique, qui est une production excessive de cytokine se manifestant par une violente réponse inflammatoire du système immunitaire. Ce dernier touche essentiellement des jeunes adultes, épargnant les enfants, dont le système immunitaire est encore immature, et les personnes âgées, dont l'immunité est affaiblie. La létalité par tranche d'âge a ainsi la forme de W.

D'autres paramètres sont également déterminés à la suite de la génération de ces deux variables à savoir :

- Un taux d'infection ;
- Une période d'incubation ;
- Un degré de contagiosité par tranche d'âge et des facteurs comportementaux des individus face au virus.

La population est répartie par âge à partir de diverses études statistiques de 2006 <sup>1</sup>. De plus, le modèle prend en compte différents paramètres, comme le nombre de contacts moyen qu'un individu d'âge donné a avec les autres tranches d'âge. Au delà de ces hypothèses démographiques, le modèle considère d'autres facteurs qui portent un poids important dans la diminution de la sévérité de la pandémie et donc de la mortalité engendrée. En effet, Swiss Re accorde beaucoup d'importance à l'évolution de la médecine dans la construction de ses hypothèses. Ainsi, des interventions pharmaceutiques et non pharmaceutiques sont intégrées dans le modèle énoncées dans le tableau 1.2.

Non pharmaceutique		Pharmaceutique	
Intervention	Hypothèse	Intervention	Hypothèse
Distanciation sociale	Diminution des contacts dans la population	Antibiotiques	Réduit la mortalité de 70% plus ou moins efficace selon le pays
Restriction des déplacements de la population	Diminution de la proportion de voyages	Antiviraux	Réduit la propagation du virus et la mortalité. Il est inefficace dans 1 simulation sur 4
		Vaccin	Efficace dans 90% des cas après 200 jours pour le développer
		Ressources médicales	Disponibilité des medecins et infirmières différents pour chaque pays

TABLE 1.2: Interventions et hypothèses retenues

On remarque ainsi l'importance des interventions pharmaceutiques et l'évolution de la médecine dans le calibrage du choc de 1,5%. Par ailleurs, Swiss Re propose l'étude de la grippe espagnole et de son impact sur la surmortalité si cette dernière devait se produire aujourd'hui. On représente sur

<sup>1</sup> *Central Intelligence Agency, 2006 ; Population Division/International Programs Center, US Census Bureau, 2006 ; Lahmeyer J. Population statistics, 2006*

le graphique 1.3 l'impact de l'évolution de la médecine ainsi que le changement de structure d'âge de la population, donnée par la meilleure simulation du modèle de Swiss Re.

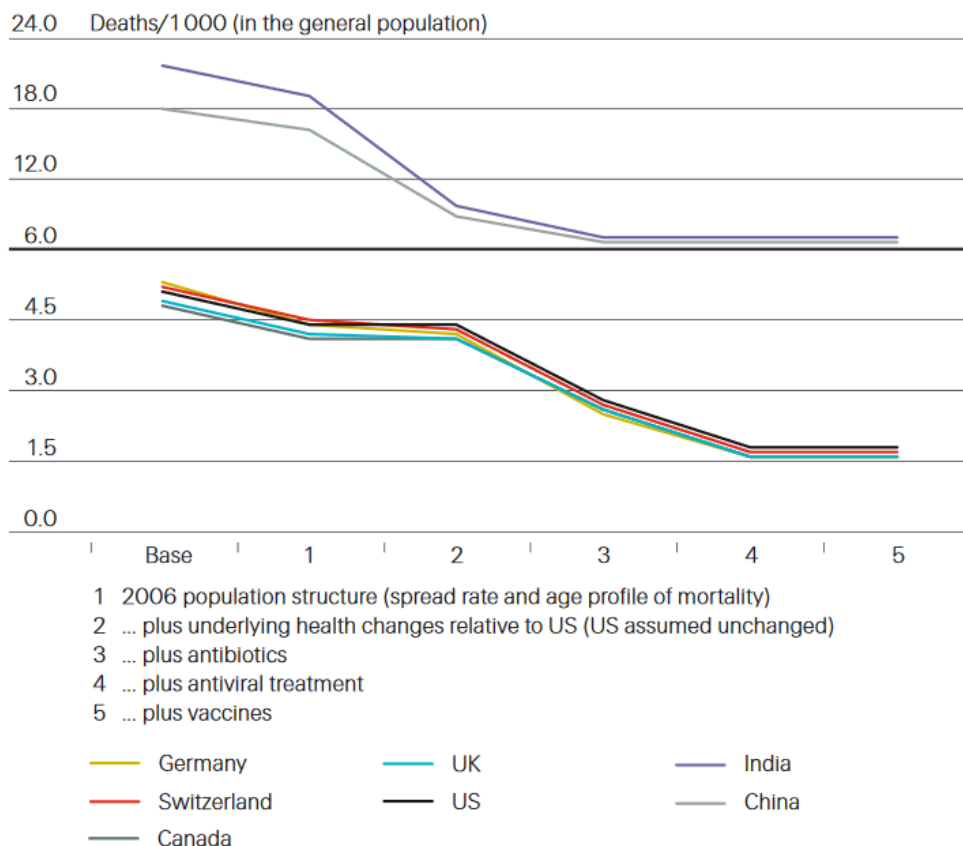


FIGURE 1.3: Impact de l'évolution de la médecine dans le modèle de Swiss Re

On remarque que les interventions pharmaceutiques font diminuer jusqu'à deux tiers la mortalité engendrée par la pandémie de 1918. De même, la mortalité est beaucoup plus importante dans les pays en développement. De plus, on remarque qu'avec la meilleure simulation de la grippe espagnole obtenue par Swiss Re, on arrive au même niveau de choc calibré par le modèle, soit 1,5‰. Implicitement, cela veut dire que le choc calibré par Swiss Re représenterait le choc qu'une pandémie sévère similaire à celle de 1918 aurait sur une population d'assurés aujourd'hui. Néanmoins, les hypothèses amenant à cette réduction sont discutables. En effet, à plus de deux cents jours depuis le début de l'épidémie de COVID-19, aucun vaccin n'a été testé, les antibiotiques et antiviraux n'ont pas montré leur efficacité pour stopper ou atténuer la propagation du virus. Seul les corticoïdes ont permis de diminuer la mortalité chez les personnes hospitalisées. En effet, une étude menée par l'OMS et l'Université de Bristol (STERNE et al., 2020) montre que les corticoïdes diminuent de 21% la mortalité sur des patients développant une forme sévère de la COVID-19, bien loin des 70% de réductions proposées par le modèle de Swiss Re.

L'EIOPA précise également que ce modèle possède quelques faiblesses. Il est précisé dans le rapport de 2010 qu'il existe toujours un degré d'incertitude important dans le calibrage d'un modèle de pandémie du fait d'un faible historique à disposition suivant la définition donnée par l'OMS. Il est en effet intéressant de se demander s'il ne serait pas plus judicieux d'élargir la définition d'une pandémie

proposé par l'OMS qui repose uniquement sur la propagation d'un virus à grande échelle, pour ainsi intégrer un historique de données plus volumineux.

### 1.1.2 Le SCR Santé CAT

La composante pandémie du SCR Santé CAT se calibre non pas sur une pandémie qui serait susceptible de causer une surmortalité dans la population assurée mais sur celle qui toucherait directement la garantie invalidité d'un portefeuille d'assurance santé à savoir l'encéphalite léthargique. Le choix de cette maladie pour le calibrage de la composante pandémie se justifie par le fait que les victimes atteintes pouvaient entrer dans un état pseudo-comateux sans aucune chance d'en guérir. Une étude de VILENSKY (2008) estime que l'encéphalite léthargique aurait touché plus d'un million de personnes entre 1915 et 1930 et tué la moitié d'entre eux. Les individus touchés par cette maladie sont susceptibles de développer des symptômes réduisant leur mobilité pouvant aller jusqu'au développement du syndrome parkinsonien avec peu de chance de guérison. Ils ne seraient ainsi plus capables d'exercer leur activité professionnelle, activant la garantie invalidité proposée par un assureur santé. La formule standard retenue par le régulateur est alors donnée par la formule 1.3.

$$SCR_{Health_{CAT_{PAND}}} = 0,075\% \times E + 0,4 \times F ; \quad (1.3)$$

où  $E$  est l'exposition de l'assureur aux garanties invalidité et  $F$  l'exposition aux garanties frais d'hospitalisation et frais de soin.

Le choc de 0,075‰ est ici calibré sur cette même étude de Vilensky. Le rapport de l'EIOPA de 2010 précise cependant quelques incohérences dans cette étude, à savoir un pic de l'épidémie atteignant les 10 000 cas en 1920 et 1924, ce qui ferait au maximum 150 000 cas sur 15 ans, loin du million de cas estimé, et tuant 15% des cas confirmés, ce qui ferait 150 000 morts au lieu de 500 000 estimés. Néanmoins, par manque d'informations, l'EIOPA retient le million de cas dans son scénario bicentenaire, intervenant en une année. La population étant estimée à 2 milliards d'individus au paroxysme de la maladie, le taux d'incidence s'élève ainsi à 0,5‰ réduit à 0,3‰ pour une population d'assurés. En effet, selon MALZBERG (1929), près de la moitié des personnes touchées par l'encéphalite léthargique étaient âgées de moins de 20 ans, rendant peu probable une couverture invalidité pour cette classe d'âge. En s'appuyant toujours sur l'étude de Vilensky, parmi les 85% de survivants, 34% développent une invalidité chronique. Le choc ainsi retenu par le régulateur est  $0,3\% \times 85\% \times 34\% = 0,087\%$  ramené à 0,075‰ pour prendre en compte le développement de la médecine.

En nous appuyant sur les arguments de Romain Speisser proposés dans son mémoire en 2013 (SPEISSER (2013)), nous décidons de ne pas traiter le risque de catastrophe pandémie du module souscription santé. Le calibrage de ce dernier repose sur une étude qui présente des failles évoquées précédemment. Elle a en effet tendance à surestimer le nombre de décès mais plus généralement le nombre de cas provoqué par l'encéphalite léthargique et donc la sévérité de cette maladie pour un assureur santé. En effet, le choc calibré par l'EIOPA repose fortement sur l'hypothèse du million de cas, qui est discutable ici. Cette étude présente également des zones d'ombres quant à sa cause. L'hypothèse d'un lien direct entre le pic épidémique de l'encéphalite léthargique dans les années qui ont précédé 1918 et la grippe espagnole est très partagée dans le monde scientifique. Une dernière étude de DOURMASHKIN et al. (2012) conclut que la transmission de l'encéphalite léthargique se serait faite par voie oro-fécale au même titre que le choléra par exemple et repose notamment sur une mauvaise hygiène. En se basant sur cette hypothèse, l'apparition future d'une telle épidémie est peu probable au vu de l'évolution de la qualité de vie et de l'hygiène collective de la population mondiale ou du moins européenne. Quoi qu'il en soit devant de tels avis divergents et en se basant sur le fait qu'aucune

autre pandémie de ce type provoquant l'invalidité de la population touchée n'a vu le jour depuis, nous décidons d'écarter de notre étude le risque santé CAT pandémie et de nous concentrer uniquement sur le risque vie CAT qui repose sur des pandémies historiques qui elles, sont susceptibles de se reproduire comme nous le voyons avec le nouveau SARS-CoV-2.

## 1.2 Les différents modèles de pandémie

Avant de se pencher sur les modèles de pandémies présents dans la littérature, il est important de rappeler l'approche globale du calibrage d'un choc bicentenaire. Par définition, une pandémie est un événement rare et extrême provoquant un taux de mortalité anormalement élevé par rapport à celui attendu. Pour mesurer au mieux l'impact d'une pandémie sur une population pour un assureur à horizon un an, nous nous basons sur une approche de type Fréquence  $\times$  Sévérité relativement connue dans le monde actuariel. En effet, l'assureur s'intéressera à l'impact d'une pandémie si celle-ci a lieu dans l'année. Cette méthode consiste à modéliser séparément et de manière indépendante la fréquence de survenance et la sévérité d'une pandémie en termes de surmortalité engendrée.

Ainsi, une fois fréquence et sévérité estimées, nous pourrions en déduire un choc de surmortalité engendré par une pandémie dans le cas d'un scénario bicentenaire de la manière suivante. Notons  $I$  et  $S$  les variables aléatoires modélisant respectivement la fréquence et la sévérité d'une pandémie en terme de taux de surmortalité. Alors, le choc de surmortalité  $m$  sera donné par le quantile à 99,5% de la distribution  $S * I$  donné par l'équation 1.4.

$$m = VaR^{99.5\%}(S * I) . \quad (1.4)$$

### 1.2.1 Modèle de fréquence

La fréquence modélisée ici caractérise la probabilité d'occurrence d'une pandémie dans l'année. Nous modéliserons ainsi la fréquence par une variable aléatoire  $I$  suivant une loi de Bernoulli de paramètre  $p$ . Nous rappelons que  $X \sim \mathcal{B}(p)$  si  $X(\Omega) = \{0, 1\}$  et :

$$\mathbb{P}[X = x] = \begin{cases} p & \text{si } x = 1; \\ 1 - p & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Ainsi  $I$  vaudra 1 si une pandémie survient pendant l'année et 0 sinon.

Pour calibrer la probabilité d'occurrence  $p$ , nous nous basons sur des jugements d'experts sur la survenance future de prochaines pandémies, eux-mêmes se basant sur des pandémies historiques. Comme l'évoque Marine Corlosquet-Habart dans sa thèse (CORLOSQUET-HABART (2010)), des problèmes surviennent dans le comptage des pandémies et des périodes d'observation. En effet, on obtient en prenant en compte les dernières pandémies du XXI<sup>ème</sup> siècles :

- Selon LINFOOT (2007), on recense 33 pandémies grippales sur les 440 dernières années soit une fréquence de survenance annuelle de 7,5%
- Pour SWISS RE (2007), on compte entre 12 et 15 pandémies grippales sur les 313 dernières années soit une fréquence de survenance annuelle entre 3,83% et 4,79%

- L’OMS retient le chiffre de 3% en se basant sur les 3 pandémies du XX<sup>ème</sup> siècle soit 4,17% en prenant celles du XXI<sup>ème</sup>
- POTTER (2001) recense 9 pandémies depuis 1580 soit 11 pandémies en comptant les 2 dernières sur les 440 dernières années, ce qui fait une fréquence annuelle de 2,56%

Ainsi le chiffre retenu dépend fortement de la définition d’une pandémie et de sa période d’observation et diffère selon les études. Nous retenons néanmoins le chiffre de 4%, chiffre obtenu par une étude épidémiologique mené par l’un de nos clients et proche de celui retenu par Swiss-Re pour son modèle, ce qui revient à compter 15 pandémies sur les 375 dernières années.

Par cette modélisation de la fréquence on en déduit immédiatement une simplification de l’équation (1.4). En effet, en notant  $F_X$  la fonction de répartition d’une variable aléatoire  $X$ , on a  $\forall x \geq 0$  :

$$\begin{aligned}
 F_{S*I}(x) &= \mathbb{P}[S * I \leq x]; \\
 &= \mathbb{P}[S * I \leq x | I = 0] \times \mathbb{P}[I = 0] + \mathbb{P}[S * I \leq x | I = 1] \times \mathbb{P}[I = 1]; \\
 &= (1 - p) + p \times \mathbb{P}[S \leq x]; \\
 &= (1 - p) + p \times F_S(x).
 \end{aligned}$$

Par définition de (1.4) on a alors :

$$\begin{aligned}
 F_{S*I}(m) = 99.5\% &\Leftrightarrow F_S(m) = 1 - \frac{0.5\%}{p}; \\
 &\Rightarrow m = F_S^{-1} \left( 1 - \frac{0.5\%}{p} \right).
 \end{aligned}$$

Ainsi, le choc de mortalité CAT pandémie (1.4) au niveau 99.5% devient 1.5.

$$m = VaR^{1 - \frac{0.5\%}{p}}(S) . \quad (1.5)$$

Il suffit donc de modéliser la sévérité et d’en prendre le quantile à 87,5% pour le calcul du choc pandémie.

### 1.2.2 Modèle de sévérité

Conditionnellement à la survenance d’un événement, on modélise la sévérité d’une pandémie en termes de taux de surmortalité. Pour ce faire, on retrouve dans la littérature deux grandes familles de modèles : les modèles actuariels sur données historiques et les modèles de type épidémiologiques.



### Les modèles actuariels sur données historiques

Ces modèles sont basés sur des données de mortalité survenues à la suite de pandémies historiques dans le but d'ajuster une courbe de sévérité. Il s'agit du modèle le plus simple pour en déduire une distribution de surmortalité. Néanmoins, ces modèles ont le principal inconvénient d'exclure une composante prospective dans la modélisation, comme la prise en compte de l'évolution de la structure de la population, des transports ou encore des stratégies d'atténuation mises en place en cas d'épidémie (distanciation sociale, confinement, fermeture des écoles, des lieux publics, etc.) pouvant être déterminantes dans la propagation et l'impact d'une pandémie.

Reprenons par exemple le modèle utilisé par Milliman pour l'évaluation d'obligations indexées sur le risque de surmortalité et utilisé par SPEISSER (2013) pour la construction d'un modèle interne partiel, en y ajoutant les deux dernières pandémies du XXI<sup>ème</sup> siècle. Il est intéressant de comparer le modèle le plus simple au modèle sophistiqué utilisé par le régulateur. Pour rappel, le modèle utilise les données du *Centers for Disease Control and Prevention* (CDC), détaillant par tranche d'âge et par sexe le taux de mortalité dû à la grippe et le taux de mortalité toutes causes depuis 1900 aux Etats-Unis, pour calculer l'augmentation du taux de mortalité due à une pandémie. Notons que nous travaillons ici sur des chocs relatifs de mortalité pour refléter les circonstances des années observées. Le modèle confond également la mortalité due à la grippe et celle due à la pneumonie, ainsi que la structure par âge et par sexe de la population.

Rappelons dans le tableau 1.3 les points retenus dans le modèle de base.

Epidémie	Augmentation du taux de mortalité
1918 ajustée	58.39%
1918	32.12%
1957	1.11%
2003 SARS	0.85%
1968	0.73%
1977	0.62%

TABLE 1.3: Points retenus dans le modèle

Le point « 1918 ajustée » a été ajouté pour augmenter le nombre de données et améliorer l'ajustement de la courbe. Ce dernier correspond à une pandémie fictive semblable à celle de 1918 qui se produirait aujourd'hui et sera notre point de référence en terme de scénario extrême. Plus précisément, le taux de surmortalité relatif à ce point est calculé par le biais d'une moyenne pondérée entre le taux de surmortalité engendré par la pandémie de 1918 et le taux de surmortalité de 1918 ajusté à aujourd'hui, en prenant en compte la diminution de la mortalité générale ces dernières années et en supposant que la surmortalité engendré par une pandémie serait proportionnelle à la mortalité toutes causes. Ce calcul suppose ainsi qu'il y aurait un risque pour que la médecine moderne soit inefficace pour réduire la surmortalité engendrée par une pandémie. Par conséquent, le taux de surmortalité absolu sera plus faible que 1918 mais la surmortalité relative sera plus importante dans la mesure où le taux de mortalité toutes causes aujourd'hui est beaucoup plus faible qu'en 1918. Pour plus de détails notamment sur le calcul de ces écarts relatifs, le lecteur intéressé pourra se référer au mémoire de Romain Speisser (SPEISSER (2013)).

Toujours en se basant sur les données du CDC, nous avons pu récupérer les taux de mortalités toutes causes et dus à la grippe en 2008 et 2009. On obtient les résultats du tableau 1.4.

(A)	Taux de mortalité toutes causes pour 100 000 en 2008	501.8
(B)	Taux de mortalité dû à la grippe pour 100 000 en 2008	0.3
(C)	Taux de mortalité dû à la grippe pour 100 000 en 2009	0.4
(D) = (C)-(B)	Taux de surmortalité dû à la pandémie pour 100 000	0.1
(E) = (D)/(A)	Augmentation du taux de mortalité	0.02%

TABLE 1.4: Calcul de l'augmentation du taux de mortalité de la pandémie de 2009

Pour la pandémie actuelle du SARS-CoV-2 nous utilisons les informations disponibles au 11 août 2020 du CDC. Ce dernier estime un nombre de morts de la COVID-19 aux Etats-Unis égale à 162 407 pour 328.2 millions d'habitants (chiffre 2019) soit un taux de surmortalité de 0,495‰. Ayant à notre disposition les taux de mortalité toutes causes aux Etats-Unis uniquement pour les années 2015, 2016, 2017 et 2018, on en déduit un taux de mortalité toutes causes moyen sur les 4 années précédant 2018 égale à 727,75 pour 100 000 habitants soit une augmentation de mortalité de 6,80%.

On peut maintenant ajuster une courbe de sévérité en associant à chaque point un quantile. La pandémie fictive étant le pire scénario, nous associons au quantile 0% le point « 1918 ajusté ». La pandémie de 2009 étant celle ayant eu le moins d'impact sur l'augmentation du taux de mortalité, nous lui associons le quantile 100%. Enfin, en supposant une fréquence annuelle de 4%, la pandémie de 1918 a été la plus dévastatrice des 15 pandémies recensées. On lui associe donc le quantile  $1/15 = 6,57\%$ . Les autres points sont ensuite placés sur la courbe de manière équidistante en fonction de leur sévérité calculée précédemment. On obtient alors les points du tableau 1.5 avec leur quantile associé :

Epidémie	Augmentation du taux de mortalité	Quantile
1918 ajustée	58.39%	0.00%
1918	32.12%	6.67%
2019 COVID-19	6.80%	22.22%
1957	1.11%	37.78%
2003 SARS	0.85%	53.33%
1968	0.73%	68.89%
1977	0.62%	84.44%
2009	0.02%	100.00%

TABLE 1.5: Points retenus et quantiles associés

Pour ajuster une courbe de sévérité sur les points obtenus, nous appliquons l'algorithme des moindres carrés en prenant une fonction de type exponentielle, de la forme 1.6 (fonction qui donne le meilleur ajustement).

$$\boxed{\text{Augmentation du taux de mortalité} = a \times \exp(b \times \sqrt{\text{Quantile}})} \quad (1.6)$$

Après application de l'algorithme des moindres carrés on obtient la courbe ajustée 1.4 avec  $a = 0,6037$  et  $b = -3,7331$  :

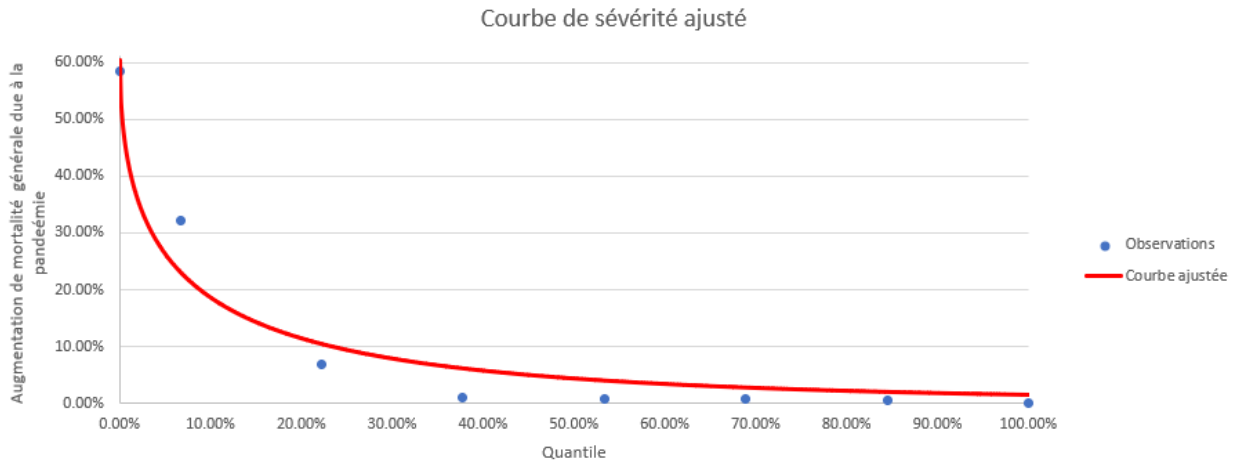


FIGURE 1.4: Courbe de sévérité ajustée pour une fréquence de 4%

En prenant le quantile  $\frac{0,5\%}{4\%} = 12,50\%$  comme indiqué par (1.5) on en déduit un choc relatif d'augmentation du taux de mortalité égale à 16,13% soit un choc de taux de surmortalité absolue égale à 1,17‰ en multipliant par le taux de mortalité toutes causes moyen de 2015 à 2018.

Ce choc de 1,17‰ est néanmoins sensible à la fréquence annuelle retenue. En effet, en réitérant la méthodologie de construction de notre courbe de sévérité mais en prenant cette fois-ci les fréquences extrêmes calculées précédemment, nous obtenons les chocs 1.6 (courbes et calculs en annexe A.1).

	Fréquence Annuelle		
	2.56%	4%	7.5%
Choc	<b>0.916‰</b>	<b>1.17‰</b>	<b>1.39‰</b>

TABLE 1.6: Choc en fonction de la fréquence

Nos chocs ainsi calculés semblent cohérents, puisqu'ils entrent dans la fourchette de Swiss-Re qui estime entre 1‰ et 1,5‰ le choc de surmortalité engendré par une pandémie dans un scénario bicentenaire. Néanmoins, bien que relativement simple à comprendre et mettre en place, ce modèle présente plusieurs limites. Il suppose en effet que la sévérité est la même dans tous les pays semblables aux Etats-Unis, pour tous les âges et sexes confondus. Néanmoins on voit bien que ce n'est pas le cas puisque les pandémies passées ont principalement touché les plus fragiles hormis celle de 1918. De plus, la pandémie de COVID-19 actuelle nous montre que même deux pays, à niveau de développement similaire, peuvent faire face à des taux de mortalité différents. A titre illustratif, l'Allemagne a été très peu touché par le coronavirus (9 508 décès au 31/07/2020 pour une population de 83 186 719

habitants soit un taux de mortalité de 0,11‰). A l'inverse, la France est l'un des pays européens les plus touchés par la COVID-19 (31 459 décès au 31/07/2020 pour une population de 67 064 000 habitants soit un taux de mortalité de 0,47‰). Par ailleurs, à niveau de développement similaire, deux pays peuvent réagir différemment face à une pandémie, et mettre en place des mesures plus ou moins sévères. Par exemple, l'Italie a été le premier pays européen à fermer ses frontières et mettre en place des mesures drastiques pour contrer l'épidémie (LE MONDE, 2020, 11 mars). A l'inverse, le Royaume-Uni a tardé avant de prendre des mesures et a d'abord misé sur l'immunité collective pour éviter un second pic épidémique comme l'évoque un article de LE MONDE (2020, 16 mars). Bien que le modèle de référence choisi par le régulateur distingue la structure d'âge de la population différente selon le pays, le choc retenu s'applique finalement sans cette distinction ce qui est discutable. En effet, la sévérité de la pandémie de coronavirus actuelle et des autres pandémies historiques diffère bien selon l'âge des individus.

### Les modèles épidémiologiques

Ces modèles étudient la propagation du virus à l'échelle d'une population. Ils utilisent des algorithmes dans l'optique de modéliser la diffusion d'une maladie infectieuse comme la grippe. On distingue également deux catégories de modèles au sein de cette classe : les modèles compartimentaux regroupant les individus par compartiment suivant leur état de santé, et les modèles non compartimentaux basé sur l'individu. Les modèles non compartimentaux offrent une modélisation extrêmement fine, cependant ils sont efficaces sur une population assez réduite et pour simuler un début de pandémie notamment. Simuler des scénarios bicentenaire sur une population de grande taille semble alors impossible avec ces modèles. Par la suite, nous nous intéresserons uniquement aux modèles compartimentaux. Ce type de modèle a le principal avantage d'être relativement simple à comprendre, à mettre en œuvre et est facilement adaptable. En effet, on suppose que les individus d'une population sont répartis dans diverses classes reflétant la diffusion de la maladie. Le passage d'un état à l'autre est régi par des équations différentielles (cas déterministe) ou par des lois de probabilités (cas stochastique). On distingue principalement les 4 états suivant :

- S (Susceptible) : l'individu est sain mais susceptible d'être infecté ;
- E (Exposé) : l'individu est infecté mais non encore contagieux. On parle de période d'incubation ou de phase latente ;
- I (Infecté) : l'individu est infecté et contagieux, pouvant ainsi transmettre la maladie à la population susceptible ;
- R (Retiré) : l'individu est retiré de la population, soit parce qu'il est guéri et immunisé contre la maladie, soit parce qu'il est décédé. Ainsi, il ne peut plus être infecté ni propager la maladie.

Par conséquent, on peut connaître à chaque instant  $t$ , le nombre d'individus dans chaque classe. On travaille sur une population fermée, i.e qu'on suppose par la suite que le nombre d'individus au total dans les compartiments reste constant au cours de la propagation de l'épidémie, ce qui revient à négliger les naissances et décès autre que ceux provoqués par cette dernière. Après avoir présenté rapidement quelques modèles déterministes classiques nous nous intéresserons plus en détail au modèle SEIR stochastique.

#### **Le modèle SI déterministe**

Le modèle SI est le plus simple qu'on puisse trouver dans la littérature. Développé par Hamer en 1906, il modélise assez bien les maladies pour lesquelles toute guérison est impossible comme la tuberculose, qui à l'époque était mortelle avant l'apparition des antibiotiques dès 1950. Comme son nom l'indique, les individus sont répartis entre les deux classes Susceptible et Infecté comme illustré sur le schéma 1.5.

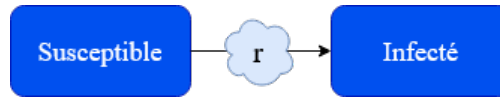


FIGURE 1.5: Modèle SI déterministe

En notant  $S(t)$  et  $I(t)$  le nombre d'individus respectivement Susceptibles et Infectés à la date  $t$ , et toujours en supposant une population constante au cours du temps, le modèle est ainsi régi par le système d'équations différentielles suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -rS(t)I(t) \quad (1); \\ \frac{dI(t)}{dt} = rS(t)I(t) \quad (2); \\ N = S(t) + I(t), \forall t \quad (3). \end{array} \right.$$

avec  $r$  le taux de contact entre les personnes, correspondant à la probabilité pour un Susceptible d'être infecté au contact d'un Infecté. Ces équations sont facilement interprétables. En effet en  $t$ , chaque individu de  $S(t)$  peut être infecté par un individu de  $I(t)$  ce qui fait  $I(t)$  contacts possibles pour chaque individu de  $S$  soit  $S(t)I(t)$  contacts possibles au total. Ces contacts entraînant une contamination avec une probabilité  $r$ , on en déduit que le nombre de nouveaux infectés à l'instant  $t$  est  $rS(t)I(t)$ . Ces individus sont alors enlevés du compartiment  $S$  pour être ajoutés au compartiment  $I$ . Une résolution de ce système et les résultats obtenus sont donnés en annexe A.2.

### Le modèle SIR déterministe

Ce modèle introduit par Kermack et McKendrick en 1927 est incontournable dans le domaine de l'épidémiologie. Il a en effet été utilisé pour la modélisation d'épidémies telles que la peste et le choléra mais également pour d'autres maladies comme la rougeole. Son schéma de fonctionnement est représenté sur la figure 1.6.



FIGURE 1.6: Le modèle SIR déterministe

La première partie du schéma fonctionne de la même manière que précédemment (modèle SI). Néanmoins, les individus infectés peuvent sortir de l'état Infecté avec une probabilité  $a$ , pour devenir

immunisé ou mourir de la maladie. On en déduit le système d'équations suivant, dont la résolution et les résultats sont donnés en annexe A.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -rS(t)I(t) \quad (1); \\ \frac{dI(t)}{dt} = rS(t)I(t) - aI(t) \quad (2); \\ \frac{dR(t)}{dt} = aI(t) \quad (3); \\ N = S(t) + I(t) + R(t), \forall t \quad (4); \end{array} \right.$$

où la proportion d'individus  $aI(t)$  est enlevé du compartiment I pour être ajouté au compartiment R. Pour compter le nombre de décès, des hypothèses sur le taux de létalité peuvent être faites.

### Le modèle SEIR déterministe

Le modèle précédent suppose que lorsqu'un individu susceptible contracte la maladie, il devient directement infecté et infectieux. Autrement dit ce modèle ne prend pas en compte une éventuelle phase durant laquelle l'individu est infecté mais ne propage pas la maladie. C'est ce qu'on appelle la période d'incubation. Cette dernière est directement intégrée dans le modèle SEIR à travers l'état Exposé dans lequel l'individu est stocké durant sa phase latente. Le modèle se schématise ainsi par le schéma 1.7.



FIGURE 1.7: Le modèle SEIR déterministe

Le modèle se traduit ainsi mathématiquement comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -rS(t)I(t) \quad (1); \\ \frac{dE(t)}{dt} = rS(t)I(t) - wI(t) \quad (2); \\ \frac{dI(t)}{dt} = wE(t) - aI(t) \quad (3); \\ \frac{dR(t)}{dt} = aI(t) \quad (4); \\ N = S(t) + E(t) + I(t) + R(t), \forall t \quad (5). \end{array} \right.$$

Pour la résolution de ce système et des résultats obtenus, le lecteur est invité à consulter l'annexe

A.2 à la fin de ce mémoire. Ce modèle semble être le plus convaincant pour refléter la dynamique de la grippe et donc des pandémies historiques. On utilisera ainsi par la suite ce genre de modèle pour la diffusion d'une pandémie. Néanmoins, nous optons pour un modèle SEIR stochastique, permettant une modélisation plus fine d'une épidémie par l'intégration d'aléas de transmission. Les passages entre les différents compartiments sont alors régis par des lois de probabilité. Ce dernier sera présenté dans la partie suivante. Le choix du modèle est un point primordial pour le calcul du choc pandémie. La contrainte est double : il doit être assez complexe pour refléter au mieux la surmortalité engendrée par une pandémie tout en ayant un temps de calcul raisonnable. Le modèle SEIR stochastique semble être un bon compromis entre complexité, performance et simplicité d'implémentation. Nous récapitulons dans le tableau 1.8 (tiré de la thèse de CORLOSQUET-HABART (2010)) les différents modèles épidémiologiques existants ainsi que leurs avantages et limites.

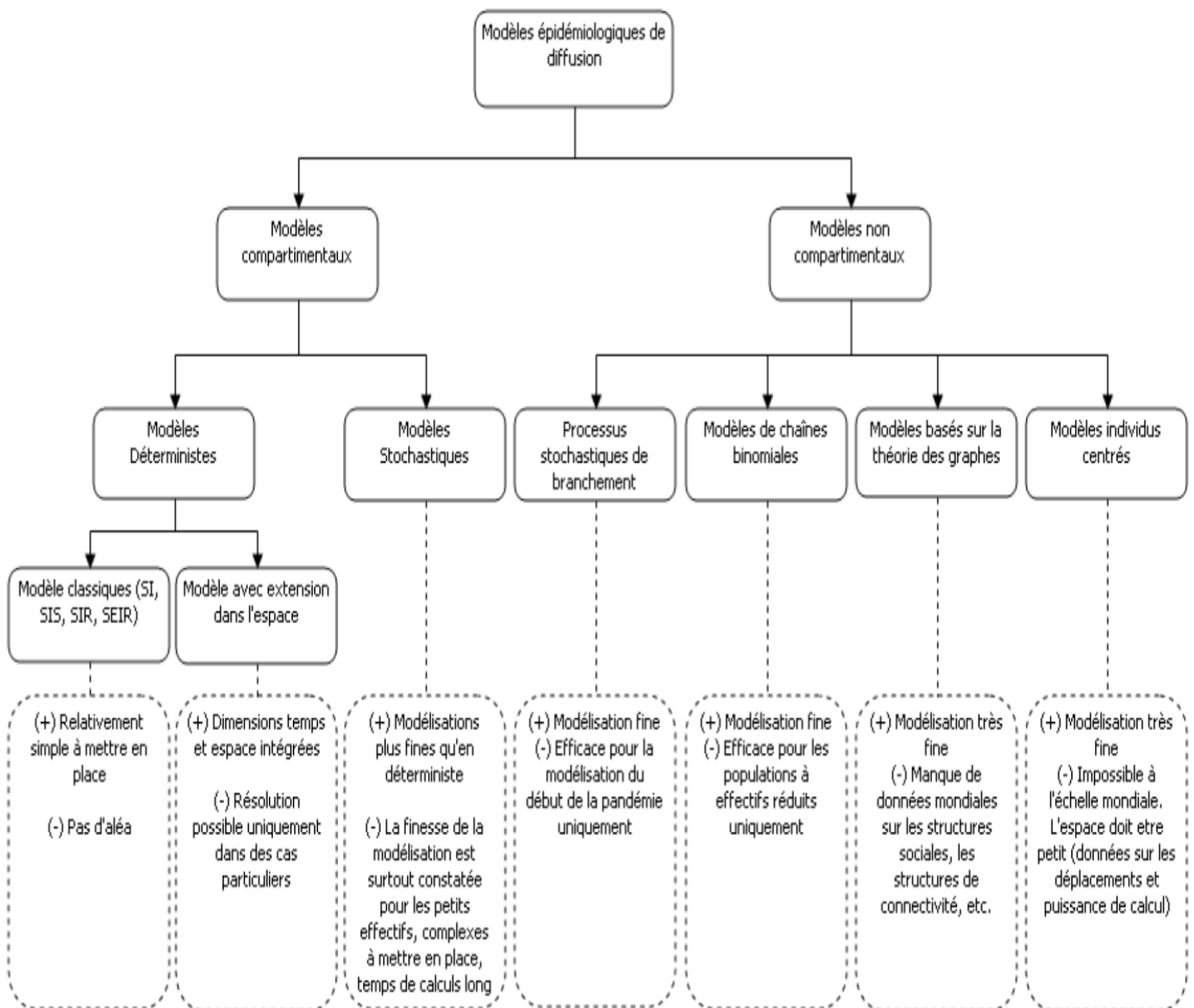


FIGURE 1.8: Tableau récapitulatif des modèles épidémiologiques

### 1.3 Modèle retenu et calibrage du choc pandémie

Le modèle retenu est fortement inspiré d'une étude sur les effets des mesures non pharmaceutiques sur les cas de coronavirus au Royaume-Uni (DAVIES et al. (2020b)). Il s'agit d'un modèle SEIR stochastique structuré par âge, dont la transmission reflète celle de la COVID-19. Diverses interventions telles que la distanciation sociale, la fermeture des écoles, l'isolation des cas symptomatiques et le confinement de la population ont été modélisées. Nous avons décidé par la suite de reprendre les travaux effectués sur cette étude pour le calibrage du choc Vie CAT (*section 1.1.1*).

#### 1.3.1 Données du modèle

Nous utilisons, dans le cadre de notre modèle, des données sur la population mondiale de 2019 issues de l'Organisation des Nations Unies (ONU) et accessibles via le *package wpp2019* (DIVISION, 2020) sur R CORE TEAM (2021). Ce dernier nous permet d'extraire des données sur la population des pays composant l'Union Européenne, par tranche d'âge et par sexe. A l'aide de la librairie *socialmixr* (FUNK, 2020) de R, nous pouvons extraire des matrices de contacts pour chaque pays. Ces dernières regroupent le nombre de contacts moyen qu'un individu d'âge  $i$  a avec un individu d'âge  $j$  ainsi que le lieu des contacts (au « foyer familial », au « travail », à l'« école » et dans les « autres lieux »). Ainsi, pour chaque pays, il y aura quatre matrices relatives aux quatre lieux de contacts évoqués. Par exemple, pour la matrice de contacts au travail, sur la première ligne nous pourrions lire pour la tranche d'âge  $[0,5[$ , le nombre de contacts moyen avec les tranches  $[0,5[$ ,  $[5,10[$ ,  $[10,15[$ , etc. Les informations sur les contacts sociaux ont été obtenues à l'aide de sondages menés par différentes entreprises commerciales et d'instituts de santé publiques dans divers pays de l'UE entre mai 2005 et septembre 2006. Pour plus de détails sur la méthodologie utilisée, le lecteur pourra se référer à MOSSONG et al. (2008). Dans la suite de ce mémoire nous diviserons, pour chaque pays, la population en tranche d'âge de 5 ans, allant de 0 à 75 ans et plus, et nous ne ferons aucune distinction entre hommes et femmes. La pandémie de COVID-19 en France va dans ce sens : parmi les décès reportés, 57% étaient des hommes et 43% des femmes selon un article du LEPARISIEN (2020, 25 mars).

#### 1.3.2 Dynamique du modèle

On suppose tout d'abord que toute la population est dans l'état susceptible (S) au temps  $t = 0$ . Après un contact avec une personne infectée (I), l'individu dans l'état (S) deviendra exposé (E) durant une période d'incubation  $d_E$ . A la suite de cette période, l'individu exposé développera soit une infection clinique ( $I_C$ ), précédée de l'état préclinique ( $I_P$ ), soit une infection subclinique ( $I_S$ ). On suppose également que les individus ( $I_S$ ) sont deux fois moins contagieux que les individus ( $I_C$ ) et ( $I_P$ ) (d'après une étude de CHEN et al. (2020)), que la population retirée (R) est immunisée contre une réinfection et que les hospitalisations et décès du virus touchent uniquement les cas cliniques.

La durée que chaque individu passe dans l'état E,  $I_P$ ,  $I_C$  et  $I_S$  notées respectivement  $d_E$ ,  $d_{I_P}$ ,  $d_{I_C}$  et  $d_{I_S}$  sont distribués selon une loi gamma par simplicité. En effet, notre choix se porte naturellement vers une loi gamma dès lors qu'on veuille modéliser des durées de vie par exemple, ce qui est notre cas ici. De plus, elle offre également une certaine flexibilité car à l'inverse de ses lois sous-jacentes comme celle  $\chi^2$  ou la loi exponentielle, elle dispose que deux paramètres, ce qui ne complexifie pas pour autant le modèle. On rencontre également le choix de la loi gamma pour cette modélisation dans la littérature, comme l'ont fait SPEISSER (2013), MANDHOUI (2011) ou JOUBERT et FOUHAILI (2014). Enfin on discrétise le temps en pas de 6 heures soit  $\frac{1}{4}$  de jour.



Une première version simplifiée de la dynamique du modèle est représentée sur la figure 1.9.

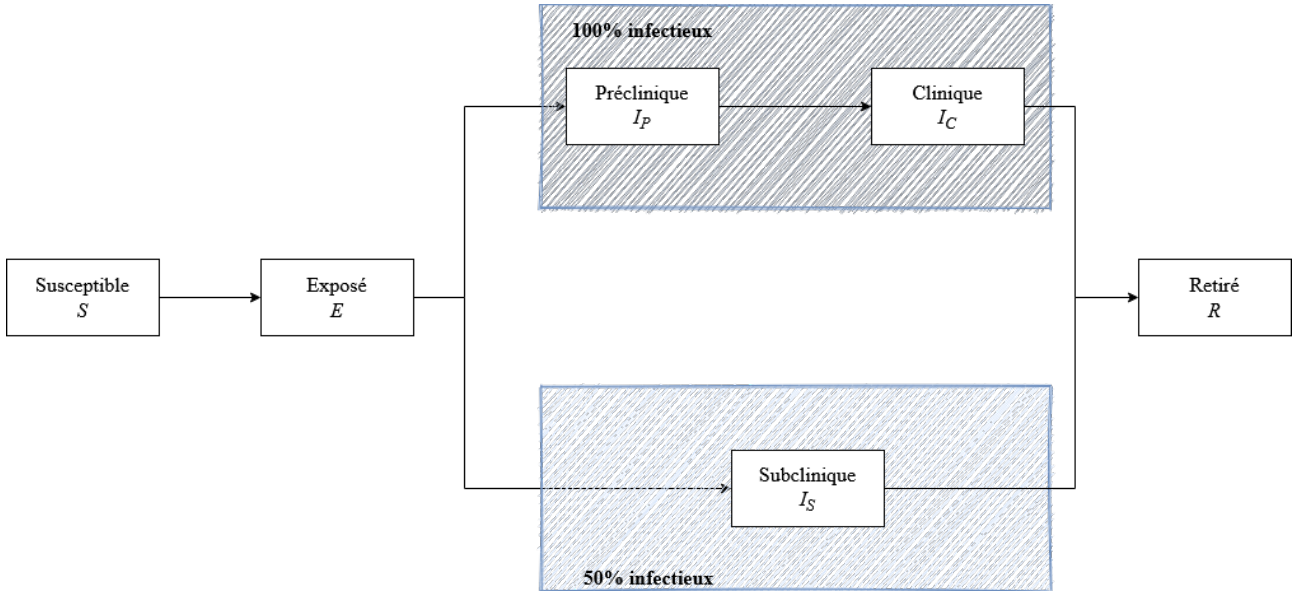


FIGURE 1.9: Schématisation du modèle

Pour un pays donné et au début de chaque pas de temps  $t$ , on note  $S_{i,t}$  et  $R_{i,t}$  le nombre d'individus d'âge  $i$  dans l'état respectivement susceptible et retiré et  $E_{i,t,d}$ ,  $I_{P_{i,t,d}}$ ,  $I_{C_{i,t,d}}$  et  $I_{S_{i,t,d}}$  le nombre d'individus d'âge  $i$  avec  $d$  le temps restant dans leur états respectifs. Autrement dit, le temps que chaque individu passera dans les compartiments E,  $I_P$ ,  $I_C$  ou  $I_S$  est déterminé aléatoirement au moment d'entrer dans ces derniers selon les lois gamma  $d_E$ ,  $d_{I_P}$ ,  $d_{I_C}$  et  $d_{I_S}$ . A titre d'exemple, prenons un individu d'âge  $x$  qui devient infecté. Cette personne entrera donc dans le compartiment E et y restera pendant par exemple 2 jours (2 étant une réalisation de la variable aléatoire  $d_E$ ). En se basant sur nos notations, cet individu sera comptabilisé dans  $E_{x,t,8}$  au temps  $t$ , puis dans  $E_{x,t+1,7}$  au temps  $t+1 \dots E_{x,t+8,0}$  en  $t+8$ , ce qui fait bien 2 jours selon notre subdivision. Il passera ensuite dans les compartiments  $I_P$  ou  $I_S$  suivant la même logique. Ainsi, seul les personnes avec  $d=0$  changeront de compartiment.

Pour représenter les nouvelles infections à la suite d'un contact, c'est-à-dire le passage du compartiment S au compartiment E, on définit  $Y_{i,t} \sim \mathcal{B}(n = S_{i,t}, p = p_{i,t}^E = 1 - \exp(-\lambda_{i,t}\Delta t))$  le nombre d'individus retirés du compartiment S et ajoutés au compartiment E, avec  $p_{i,t}^E$  la probabilité qu'un individu susceptible soit infecté dans un intervalle de temps  $\Delta t$ .  $\lambda_{i,t}$  est la force de l'infection pour un individu dans le groupe d'âge  $i$  et est défini au temps  $t$  par l'équation 1.7.

$$\lambda_{i,t} = u \sum_j c_{ij,t} (I_{P_{j,t}} + I_{C_{j,t}} + f I_{S_{j,t}}) / N_j . \quad (1.7)$$

Il s'agit de la vitesse moyenne à laquelle les personnes susceptibles entrent dans l'état (E). Ici,  $u$  est le taux de transmission,  $c_{ij,t}$  est le nombre d'individus d'âge  $j$  contactés par un individu d'âge  $i$  en moyenne par jour au temps  $t$ ,  $f$  vaut 50% comme évoqué dans le paragraphe précédent et  $(I_{P_{j,t}} + I_{C_{j,t}} + f I_{S_{j,t}}) / N_j$  est la probabilité pour qu'un individu d'âge  $j$  soit contagieux au temps  $t$ .

La probabilité  $p_{i,t}^E$  est calibré comme suit. Pour un individu susceptible d'âge  $i$  au temps  $t$ , on suppose que le nombre de contacts avec les personnes contagieuses pendant un intervalle de temps

$\Delta t$  suit une loi de poisson de paramètre  $\theta_{i,t} = \lambda_{i,t}\Delta t$ . Ceci implique que la probabilité qu'un individu susceptible d'âge  $i$  n'ait aucun contact avec un contagieux dans un intervalle  $\Delta t$  vaut  $\exp(-\theta_{i,t})$ . Ainsi, la probabilité d'avoir au moins un contact avec un contagieux, et donc être infecté, vaut donc  $p_{i,t}^E = 1 - \exp(-\lambda_{i,t}\Delta t)$ .

Pour les individus  $E_{i,t,d}$ ,  $I_{P_{i,t,d}}$ ,  $I_{C_{i,t,d}}$  et  $I_{S_{i,t,d}}$  avec un temps restant  $d$  égal à 0, ces derniers peuvent changer de compartiment de la manière suivante. Pour la transition  $I_P \rightarrow I_C$ ,  $I_{P_{i,t,0}}$  individus sont ajoutés au compartiment  $I_C$ . Pour la transition  $E \rightarrow I_P$  ou  $E \rightarrow I_S$ ,  $W_{i,t} \sim \mathcal{B}(n = E_{i,t,0}, p = p_i^{I_C})$  individus passent vers l'état  $I_P$  et  $E_{i,t,0} - W_{i,t}$  vers l'état  $I_S$  pour chaque groupe  $i$ , avec  $p_i^{I_C}$  la probabilité pour une personne d'âge  $i$  de développer une infection clinique.

Pour compter le nombre de morts et le nombre de lits occupés, nous ajoutons 5 états supplémentaires  $H_I$ ,  $H_G$  et  $D$  pour les individus qui respectivement entreront en soins intensifs, en hospitalisation et qui mourront du virus, et  $B_I$ ,  $B_G$  le nombre de lits actuellement occupés en soins intensifs et en hospitalisation respectivement. Plus particulièrement, lorsque  $V_{i,t}$  individus d'âge  $i$  entrent dans l'état  $I_C$ , la répartition dans les différents états se fait selon une loi multinomiale (généralisation de la loi binomiale). Ainsi,  $Z_{i,t}$  et  $T_{i,t}$  individus seront ajoutés aux compartiments  $H_I$  et  $H_G$  respectivement avec  $(Z_{i,t}, T_{i,t}, U_{i,t}) \sim \mathcal{M}(n = V_{i,t}, p = (p_i^{H_I}, p_i^{H_G}, 1 - p_i^{H_I} - p_i^{H_G}))$ .

Pour rappel, un vecteur aléatoire  $(X_1, \dots, X_r) \sim \mathcal{M}(n, p_1, \dots, p_r)$  si  $X_1(\Omega) = \dots = X_r(\Omega) = \{0, \dots, n\}$  et :

$$\mathbb{P}[X_1 = k_1, \dots, X_r = k_r] = \begin{cases} \frac{n!}{k_1! \dots k_r!} p_1^{k_1} \dots p_r^{k_r} & \text{si } k_1 + \dots + k_r = n; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Finalement, le temps passé dans les compartiments  $H_I$  et  $H_G$ , noté  $d_H$ , correspond au délais entre le début des symptômes et l'hospitalisation. On note par ailleurs que  $d_H$  suit également une loi gamma. Ainsi, en utilisant les mêmes notations que précédemment, les  $H_{I_{i,t,0}}$  et  $H_{G_{i,t,0}}$  individus passeront vers l'état  $B_I$  et  $B_G$  respectivement, et y resteront pendant  $d_{B_I}$  et  $d_{B_G}$  jours. Pour le suivi des décès,  $Q_{i,t} \sim \mathcal{B}(n = V_{i,t}, p = p_i^D)$  individus sont ajoutés au compartiment  $D$ , avec  $p_i^D$  correspondant au taux de létalité du virus (CFR) pour un individu d'âge  $i$ .

Ces compartiments supplémentaires n'influencent pas sur la dynamique du modèle. Autrement dit, la population totale sera la somme des individus dans chaque compartiments S-E-I-R. Les individus entrant dans le compartiment  $I_C$  pourront soit : être hospitalisé ( $H_I$  ou  $H_G$ ) puis mourir ou guérir, soit mourir ou guérir directement. C'est ainsi pour cela que les décès ne sont pas comptabilisés dans la loi multinomiale. Il est néanmoins important de comptabiliser le nombre de lits disponibles pour la mise en place des interventions futures.

Ces étapes sont répétées pour chaque pays et chaque pas de temps du début de la simulation jusqu'à sa fin. Un schéma du modèle final est représenté sur la figure 1.10.

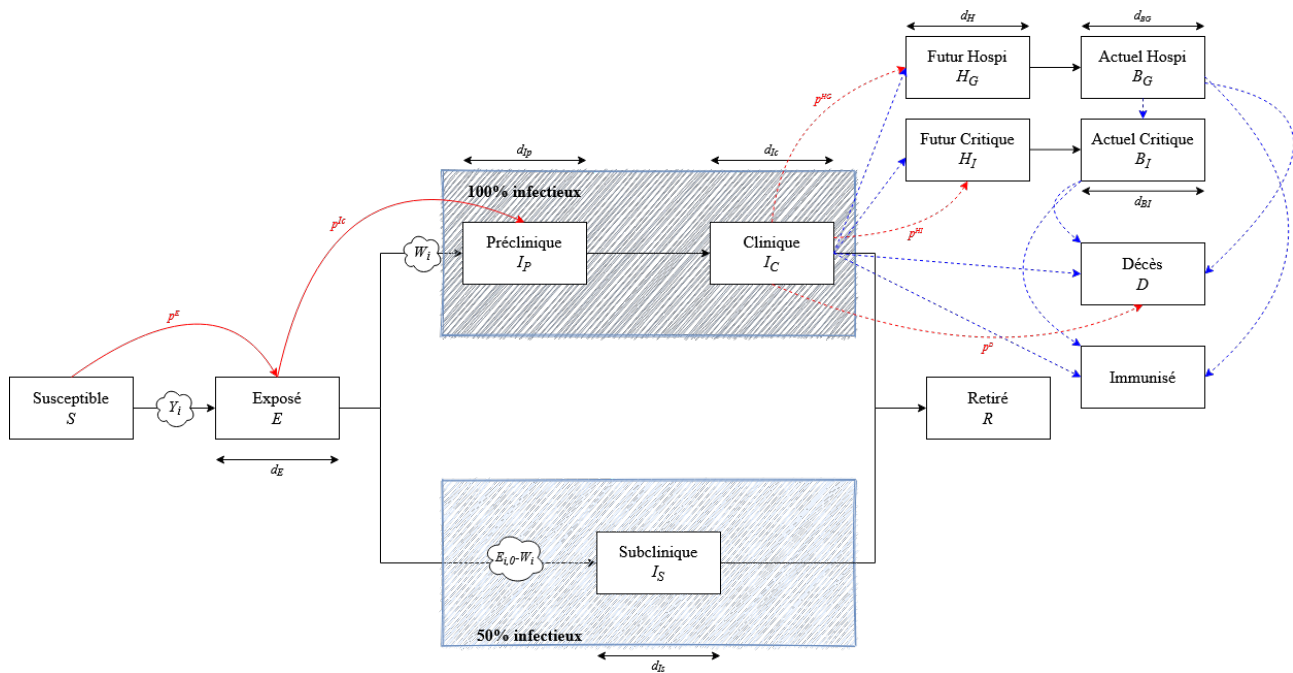


FIGURE 1.10: Schématisation du modèle

Les flèches bleues correspondent aux chemins possibles lorsqu'on est un individu symptomatique. En effet, lorsqu'un individu entre dans le compartiment  $I_C$ , la dynamique de base du modèle veut qu'il finira dans le compartiment  $R$ . Néanmoins, pour suivre le nombre de morts et les individus hospitalisés et en soins intensifs, on suppose que lors de son entrée dans  $I_C$ , cet individu aura une certaine probabilité d'être hospitalisé ou finir en soins intensifs, et une probabilité de mourir. Néanmoins il pourra mourir directement sans être hospitalisé, ou être hospitalisé puis mourir.

Chaque simulation se déroule du 1<sup>er</sup> janvier au 31 décembre. Pour chacune d'entre elles, nous tirons au hasard le pays dans lequel le virus apparaît pour la première fois. Nous ajoutons alors 10 individus dans l'état exposé par jour et pendant 28 jours dans chaque pays. Le jour de départ pour ce processus est choisi aléatoirement sur la première semaine de simulation pour le pays de début de pandémie choisi et sur les quatre premières semaines pour les autres. Cette manière de faire nous permet de contourner l'une des limites de notre modèle à savoir la non prise en compte des interactions et mobilités entre pays du fait des transports ou voyages qui amplifie la propagation du virus en début de pandémie. La difficulté d'obtenir des données sur les mobilités aériennes ou sur d'autres moyens de transports nous impose de procéder différemment en rajoutant aléatoirement des expositions dans les différents pays. Nous prenons en compte également la fermeture des écoles durant les périodes de vacances scolaires quel que soit le scénario simulé.

### 1.3.3 Calibrage des paramètres du modèle

Pour calibrer les périodes passées dans chaque compartiments, nous nous basons sur des jugements d'experts et des études menées dans la littérature. On rapporte dans les tableaux 1.7 et 1.8 les périodes d'incubation et durées d'infection qu'on trouve dans la littérature en fonction du virus étudié.

Valeur Moyenne	Virus	Source	95% IC
3.4	H7N9, Chine, 2013	VIRLOGEUX et al. (2012)	[3 ;3.7]
2	H1N1 1918	TAUBENBERGE (2008)	[1 ;3]
1.5	Grippe saisonnière	SCHAECHTER (2006)	[1 ;2]
2	Grippe saisonnière	CDC	[1 ;4]
4.8	COVID-19	BI (2020)	[4.2 ;5.4]

TABLE 1.7: Période d'incubation  $d_E$ 

On remarque une certaine volatilité dans les chiffres avec une moyenne autour de 3-4 jours. Nous fixerons dans notre modèle une période d'incubation moyenne de 4 jours.

Valeur Moyenne	Virus	Source	95% IC
1	Grippe saisonnière	CORI et al. (2012)	
6	Grippe saisonnière	CHP <sup>2</sup>	
4.5	Grippe saisonnière	ZHANG (2011)	
3.79	2009	YANG et al. (2015)	[3.34 ;4.17]
4.90	Grippe saisonnière	YANG et al. (2015)	[4.43 ;5.26]
5.4	COVID-19	BI (2020)	[4.4 ;6.5]

TABLE 1.8: Durée d'infection  $d_{I_S}$  et  $d_{I_P} + d_{I_C}$ 

Comme pour la période d'incubation, on remarque une certaine volatilité dans les résultats avec une moyenne gravitant autour de 4-5 jours. Pour notre modèle, nous fixerons une durée d'infection moyenne de 5 jours. Nous supposons également que la durée dans l'état préclinique ( $d_{I_P}$ ) correspond à 30% de la durée d'infection totale soit une moyenne de  $30\% \times 5 = 1,5$  jours. On suppose également que les individus asymptomatiques sont 50% moins infectieux que les individus symptomatiques. Ce chiffre dérive d'une étude menée sur les caractéristiques d'infection relatif à la COVID-19 réalisée par CHEN et al. (2020). Pour calibrer les paramètres des lois  $d_H$ ,  $d_{B_I}$  et  $d_{B_G}$ , nous nous basons encore une fois sur des études et des rapports hospitaliers. Pour les variables  $d_H$  et  $d_{B_I}$ , CAO et al. (2020) estime en moyenne un délais de 7 jours entre le début des symptômes et l'hospitalisation et un temps moyen de 10 jours passés en soins intensifs, pour des cas sévère de la COVID-19. Pour  $d_{B_G}$  on retient une moyenne de 8 jours. Ce chiffre est basé sur des rapports publiés par la NHS<sup>3</sup> sur les temps passés en hospitalisation au Royaume-Uni pour des cas de grippe et de pneumonie. En ce qui concerne les probabilités pour qu'un individu d'âge  $i$  symptomatique entre en soin intensif et en hospitalisation générale, notées respectivement  $p_i^{H_I}$  et  $p_i^{H_G}$ , nous les estimons comme suit :

Soit  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  les événements « un individu d'âge  $i$  est hospitalisé », « un individu d'âge  $i$  entre en soin intensif » et « un individu d'âge  $i$  est hospitalisé et n'entre pas en soins intensifs ». On a alors :

---

<sup>2</sup> Centre for Health Protection

<sup>3</sup> National Health Service

$$\begin{aligned}
p_i^{\text{H}_1} &= \mathbb{P}(B_i); \\
&= \frac{\mathbb{P}(A_i \cap B_i)}{\mathbb{P}(A_i|B_i)}; \\
&= \mathbb{P}(A_i \cap B_i), \text{ car } \mathbb{P}(A_i|B_i) = 1; \\
&= \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(B_i|A_i).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_i^{\text{H}_G} &= \mathbb{P}(C_i); \\
&= \mathbb{P}(A_i \cap \bar{B}_i); \\
&= \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(\bar{B}_i|A_i); \\
&= \mathbb{P}(A_i)(1 - \mathbb{P}(B_i|A_i)).
\end{aligned}$$

Nous fixons à 30% la proportion de personnes hospitalisées entrant en soins intensifs, quel que soit l'âge et en ce basant toujours sur CAO et al. (2020). On a donc  $\mathbb{P}(B_i|A_i) = 30\%$ . Pour calibrer la probabilité pour qu'un individu d'âge  $i$  soit hospitalisé,  $\mathbb{P}(A_i)$ , nous utilisons des données issues de rapports de la CDC en début de pandémie relatif à la COVID-19 en Chine (FENG et al. (2020)), arrêté au 11 février. Ce rapport nous donne le nombre de cas sévère et critique (et donc hospitalisé) ainsi que le nombre de morts sur 44 672 cas confirmés de coronavirus en Chine. N'ayant pas la distinction par tranche d'âge des cas sévères et critiques, nous calculons le rapport  $\frac{\text{cas sévère} + \text{cas critiques}}{\text{nombre de morts}}$  et nous le multiplierons par le CFR propre pour chaque âge à la COVID-19 donnée dans 1.11, ce qui suppose une certaine proportionalité entre le nombre de mort et le nombre d'hospitalisation par âge. Cela revient également à estimer cette probabilité par la formule  $\frac{\text{nombre hospitalisation}}{\text{nombre cas sympt.}}$  pour chaque âge. En ce qui concerne la probabilité  $p_i^{\text{I}_C}$  nous la fixons à 50% sans distinction selon l'âge, comme estimé par l'étude DAVIES et al. (2020a). Pour calibrer le taux de transmission  $u$ , nous utilisons la matrice de génération suivante introduite par DIEKMANN et al. (1990) et la technique développée par VAN DER DRIESSCHE et WATMOUGH (2002). La matrice est définie par la formule 1.8.

$$M_{ij} = u \times c_{ij,t} \times [p_i^{\text{I}_C} \times \mathbb{E}(d_{I_P} + d_{I_C}) + (1 - p_i^{\text{I}_C}) \times f \times \mathbb{E}(d_{I_S})] . \quad (1.8)$$

La méthode proposée par VAN DER DRIESSCHE et WATMOUGH (2002) est d'estimer le nombre de reproduction de base  $R_0$  en prenant la plus grande valeur propre en valeur absolue de cette matrice. Cette méthode est spécifiquement utilisée dans le cas où il existe plusieurs compartiments représentant des individus infectieux, ce qui est notre cas ici. Pour plus d'informations sur l'origine de cette méthode, le lecteur pourra se référer à ces études et plus particulièrement à DIEKMANN et al. (1990). Ainsi, nous fixons  $u$  arbitrairement, puis en début de pandémie lorsqu'on générera un  $R_0$ , nous ajusterons le taux de transmission  $u$  associé.

On récapitule dans le tableau 1.9 les paramètres retenus pour notre modèle :

Paramètre/ variable aléatoire	Description	Calibrage
$d_E$	Période latente (en jour)	$\sim \mathcal{G}(\mu = 4.0, k = 4)$
$d_{IP}$	Durée de l'infection préclinique (en jour)	$\sim \mathcal{G}(\mu = 1.5, k = 4)$
$d_{IC}$	Durée de l'infection clinique (en jour)	$\sim \mathcal{G}(\mu = 3.5, k = 4)$
$d_{IS}$	Durée de l'infection subclinique (en jour)	$\sim \mathcal{G}(\mu = 5.0, k = 4)$
$d_H$	Délai symptômes-hospitalisation (en jour)	$\sim \mathcal{G}(\mu = 7.0, k = 7)$
$d_{BI}$	Durée en soins intensifs	$\sim \mathcal{G}(\mu = 10, k = 10)$
$d_{BG}$	Durée de l'hospitalisation	$\sim \mathcal{G}(\mu = 8.0, k = 8)$
$f$	Infections des cas subcliniques	50%
$c_{i,j,t}$	Nombre d'individus d'âge $j$ contacté par un individu d'âge $i$ par jour en $t$	Déduit de sondages/ <i>package</i> R
$N_i$	Nombre d'individus d'âge $i$	Données ONU
$\Delta t$	Pas de temps	0.25 jours
$u$	Taux de transmission	Déduit à partir du $R_0$
$p_i^{HI}$	Probabilité d'être en soins intensifs pour un individu d'âge $i$	A partir d'études
$p_i^{HG}$	Probabilité d'être hospitalisé sans soins intensifs pour un individu d'âge $i$	A partir d'études
$p_i^D$	Probabilité de décès pour un individu d'âge $i$	CFR partie 1.3.5
$p_i^{IC}$	Probabilité d'être symptomatique pour un individu d'âge $i$	50%, $\forall i$
$p_i^E$	Probabilité d'être infecté pour un individu d'âge $i$	A partir de $\lambda_{i,t}$

TABLE 1.9: Récapitulatif du calibrage des paramètres

### 1.3.4 Hypothèse des interventions

Nous avons vu dans la partie 1.1.1 l'importance du développement de la médecine dans le calibrage du choc pandémie et dans le modèle développé par Swiss Re. Néanmoins, la pandémie provoquée par le SARS-CoV-2 montre que malgré l'évolution de la médecine aujourd'hui, l'apparition d'un nouveau virus inconnu peut rendre inefficace toute intervention pharmaceutique (antibiotique, antiviraux, etc.). Dans un tel cas de figure, seul des mesures non-pharmaceutiques drastiques sont possibles et nous pouvons se demander si celles-ci sont aussi efficaces que celles médicales, ces dernières pouvant réduire de 2/3 la mortalité comme le montre le graphique 1.3.

Nous définissons, dans cette partie, un scénario comme étant l'application d'interventions spécifiques. Ainsi, pour chaque scénario plusieurs projections sont effectuées. Nous considérons également un scénario de base à travers lequel aucune intervention n'est appliquée. Pour mesurer l'impact de mesures non-pharmaceutiques, nous testons les interventions suivante :

- La fermeture des écoles ;
- La distanciation sociale ;
- La protection des personnes âgées ;
- L'auto-isollement des personnes symptomatiques ;
- La combinaison des interventions précédentes ;
- Des interventions intensives ;
- Le confinement.

Celles-ci sont supposées réduire les contacts sociaux dans la population par une réduction du nombre de contacts dans les matrices de contacts.

La fermeture des écoles n'est efficace uniquement au sein des écoles, et réduit de 100% les contacts sociaux. Pour les autres lieux, le taux de contact reste à 100%.

L'intervention « quarantaine des personnes symptomatiques » est simulé par une réduction de 35% de la contagiosité des individus symptomatiques. Ce chiffre est déduit de l'étude LIU et al. (2020) qui prédit que l'isolation des malades à Shenzhen aurait réduit de 35% le nombre de cas secondaires. Ce terme est défini comme étant le nombre d'individus qui ont contracté la maladie au sein du territoire.

Nous supposons que la protection des personnes âgées réduirait de 75% les contacts au travail et dans les « autres » lieux avec les personnes de plus de 70 ans. Une réduction de 75% dans les lignes et colonnes des matrices correspondantes pour les individus de plus de 70 ans est alors appliquée.

Pour l'intervention « Distanciation sociale », nous supposons qu'une telle mesure est impossible à l'école et dans le foyer familial, mais réduit de 50% les contacts au travail et ailleurs.

Pour le scénario « Interventions intensives » diverses hypothèses sont faites. On suppose dans un premier temps que 30% des personnes exerçant une activité professionnelle pourrait télétravailler, réduisant de 30% les contacts dans les transports (ce qui correspond à 11% des « autres » contacts) et au travail, dans la population à faible risque (90% des adultes de moins de 70 ans ). Les contacts « loisirs » sont réduit de 75% dans cette population ce qui correspond à 45% des « autres » contacts. Pour l'intervention « protection des personnes âgées » (à risque), on suppose que cela réduirait de 75% les contacts au travail et « autres » contacts dans la population à haut risque ce qui correspond aux personnes de plus de 70 ans et à 10% des personnes âgées de 70 ans ou moins. On réduit également dans la population des personnes de plus de 70 ans les contacts relatifs aux loisirs et aux transports.

Enfin, pour le scénario de confinement, nous supposons une réduction de 90% des contacts dans tous les lieux hormis au foyer familial. En effet, pour certains métiers comme ceux liés au service médical ou à la grande distribution, un confinement total des salariés est impossible.

Les hypothèses des taux de contacts pour chaque intervention sont reportés dans le tableau 1.10.

Hypothèses de réduction Scénario	Contacts au foyer	Contacts au travail	Contacts à l'école	Autres contacts	Contagiosité des personnes infectées symptomatiques
Base	100%	100%	100%	100%	100%
Fermeture des écoles	100%	100%	0%	100%	100%
Distanciation sociale	100%	50%	100%	50%	100%
Protection des personnes âgées	100%	25%( $\geq 70$ ans) ; 100%(autres)	100%	25%( $\geq 70$ ans) ; 100%(autres)	100%
Isolation des symptomatiques	100%	100%	100%	100%	65%
Combinaison	100%	25%( $\geq 70$ ans) ; 50%(autres)	0%	25%( $\geq 70$ ans) ; 50%(autres)	65%
Interventions intensives	100%	25%( $\geq 70$ ans) ; 65%(autres)	100%(écoles ouvertes) ; 0%(écoles fermées)	16%( $\geq 70$ ans) ; 59%(autres)	65%
Confinement	100%	10%	10%(écoles ouvertes) ; 0%(écoles fermées)	10%	65%

TABLE 1.10: Hypothèses retenues pour les scénarios d'interventions

On comprends bien à partir de ce tableau les paramètres impactés par ces changements. Ces réductions, appliquées dans les matrices de contacts  $(c_{i,j,t})$ , vont d'abord réduire la force de l'infection  $\lambda_{i,t}$  et donc indirectement la probabilité  $p_i^E$  d'être infecté. De ce fait, le nombre d'individus dans les compartiments E, I<sub>S</sub>, I<sub>P</sub>, I<sub>C</sub> sera également réduit. A terme, la probabilité  $(I_{P,j,t} + I_{C,j,t} + fI_{S,j,t})/N_j$  sera plus faible et  $\lambda_{i,t}$  diminuera également au cours du temps. En limitant directement les contacts sociaux, et donc les premières infections, le nombre de décès et de personnes hospitalisées dans les compartiments D, H<sub>G</sub>, H<sub>I</sub>, B<sub>G</sub>, B<sub>I</sub> diminuera en conséquence.

### 1.3.5 Résultats : le scénario de base

Nous prenons comme scénario de base, le scénario dans lequel aucune intervention n'est appliquée. Nous avons testé deux méthodes différentes pour le calcul du choc pandémie dans ce scénario. La première méthode consiste à récupérer dans la littérature le taux de reproduction  $R_0$  ainsi que les taux de létalités par tranche d'âge des 5 pandémies passées du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle. Au début de chaque simulation, nous tirons au hasard un chiffre entre 1 et 5 avec la même probabilité 1/5. Ce chiffre simulé correspondra à la simulation d'une pandémie spécifique caractérisé par son  $R_0$  et son taux de létalité. Ainsi, « 1 » correspondra à la Grippe espagnole, « 2 » à la Grippe Asiatique, « 3 » à la Grippe de Hong-Kong, « 4 » à la Grippe A H1N1 (2009) et « 5 » à la COVID-19. Pour la pandémie de 1918 nous nous basons sur les travaux de TAUBENBERGER et MORENS (2006) pour la létalité associée à la grippe espagnole. Cette étude obtient le taux de létalité par âge illustré sur la figure 1.11.





FIGURE 1.11: Taux de létalité par tranche d'âge de la pandémie de 1918

Notons que le taux de létalité publié dans cette étude diffère légèrement de celui utilisé par Swiss Re (figure 1.2) et a tendance à être plus sévère en particulier pour les tranches correspondants aux jeunes adultes. Ceci s'explique par le fait que Swiss Re définit la létalité comme étant le nombre de morts par infection et dissocie cette notion du « case fatality rate » (CFR) défini comme étant le taux de mortalité parmi les personnes infectées et malades. A titre d'exemple, supposons une population de 1 000 individus. 600 d'entre eux sont infectés par le virus, dont 300 deviennent malades (personnes symptomatiques) et 3 personnes meurent. Par conséquent le taux de mortalité vaut 0,3% (3/1000), la létalité 0,5% (3/600) et le CFR 1% (3/300). Cette notion est d'autant plus importante avec le nouveau coronavirus actuel car la proportion d'individus asymptomatiques porteur du SARS-CoV-2 est relativement élevée plus particulièrement chez les jeunes (HE et al. (2020)).

Pour le taux de létalité relatif à la COVID-19<sup>3</sup>, nous nous basons sur les études FENG et al. (2020) et RUSSELL et al. (2020). La première utilise les données des cas de coronavirus et du nombre de morts associés en début de pandémie en Chine pour en déduire le CFR. La deuxième reprend l'étude précédente et calcule le taux de létalité du virus sur la population présente sur le bateau de croisière Diamond Princess, mis en quarantaine plusieurs semaines au Japon pour cas de coronavirus. Ce document scientifique explique que l'estimation en temps réel du CFR peut être biaisé à la hausse par la sous-déclaration des cas ou à la baisse par la non prise en compte du délai entre la confirmation des cas de COVID-19 et les décès. La collecte d'informations épidémiologiques auprès d'une population fermée telle que celle du bateau de croisière Diamond Princess peut produire une estimation plus fine du CFR, en structurant par âge la population et en corrigeant les retards entre confirmation et décès. Cette étude suggère donc de multiplier d'un facteur 52% le CFR brut calculé dans le premier article (FENG et al. (2020)). On rapporte dans le tableau 1.11 le nombre de cas et de morts de coronavirus en Chine jusqu'au 11 février 2020, le CFR brut et le CFR ajusté, ainsi qu'un intervalle de confiance à 95%.

<sup>3</sup>Notons que nous faisons ici et dans les parties précédentes un abus de langage entre taux de létalité et le taux de morts par cas (CFR)

Age	Cas	Morts	CFR naïf	95% IC	CFR ajusté
0-9	416	0	0%	0.0% - 0.9%	0%
10-19	549	1	0.2%	0.0% - 1.0%	0.09%
20-29	3619	7	0.2%	0.1% - 0.4%	0.10%
30-39	7600	18	0.2%	0.1% - 0.4%	0.12%
40-49	8571	38	0.4%	0.3% - 0.6%	0.23%
50-59	10 008	130	1.3%	1.1% - 1.5%	0.68%
60-69	8583	309	3.6%	3.2% - 4.0%	1.87%
70-79	3918	312	8.0%	7.2% - 8.9%	4.14%
80-89	1408	208	14.8%	13.0% - 16.7%	7.68%

TABLE 1.11: Taux de létalité relatif à la COVID-19

En ce qui concerne les pandémies de 1957 et 2009 nous nous basons sur les taux de létalité estimés dans les études PAYNE (1958) et DONALDSON et al. (2009). De la même manière nous récupérons dans la littérature les nombres de reproduction  $R_0$  associés à chacune des 5 pandémies passées. Nous reportons dans les tableaux 1.12 et 1.13 ces éléments.

Age	1918	1957	1968	2009	COVID-19
0-4	3.38%	0.01%	0.01%	0.0285%	0%
5-9	0.5%	0.01%	0.01%	0.011%	0%
10-14	0.55%	0.01%	0.01%	0.011%	0.09%
15-19	1.1%	0.01%	0.01%	0.012%	0.09%
20-24	1.75%	0.01%	0.01%	0.012%	0.10%
25-29	3%	0.01%	0.01%	0.03%	0.10%
30-34	2.5%	0.01%	0.01%	0.03%	0.12%
35-39	2.25%	0.01%	0.01%	0.03%	0.12%
40-44	1.75%	0.01%	0.01%	0.03%	0.23%
45-49	1.25%	0.25%	0.25%	0.065%	0.23%
50-54	1.75%	0.25%	0.25%	0.065%	0.68%
55-59	1.25%	0.25%	0.25%	0.065%	0.68%
60-64	3%	0.25%	0.25%	0.065%	1.87%
65-69	4%	2%	2%	0.98%	1.87%
70-74	5%	2%	2%	0.98%	5.55%
75+	5%	2%	2%	0.98%	5.55%

TABLE 1.12: CFR par tranche d'âge et par pandémie

Pandémie	$R_0$
1918	2.2
1957	1.65
1968	1.80
2009	1.5
COVID-19	2.5

TABLE 1.13:  $R_0$  retenus pour chaque pandémie

Nous n'avons pas trouvé d'informations relatives à la grippe de Hong Kong. C'est pourquoi nous avons supposé que la létalité était similaire à celle de 1957. Pour obtenir un équilibre entre robustesse des résultats et temps d'exécution raisonnable, nous simulons 1 000 projections sur 1 an d'une pandémie. En effet, réaliser 1 000 simulations demande au modèle 12h pour générer un résultat. Nous traçons sur les graphiques 1.12 et 1.13 les 100 premières trajectoires parmi les 1 000 simulations effectuées sur 1 an du nombre de décès et du nombre cumulé de décès par jour en moyenne dans les pays de l'Union Européenne, et dans le tableau 1.14 les quantiles des distributions par pandémie.

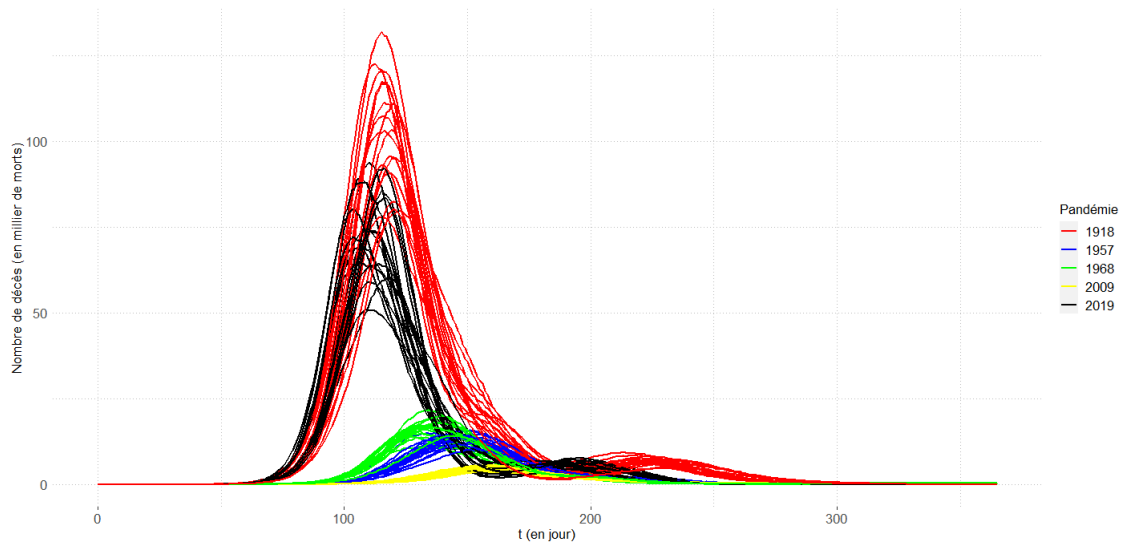


FIGURE 1.12: Nombre de décès par jour en Europe pour le scénario de base

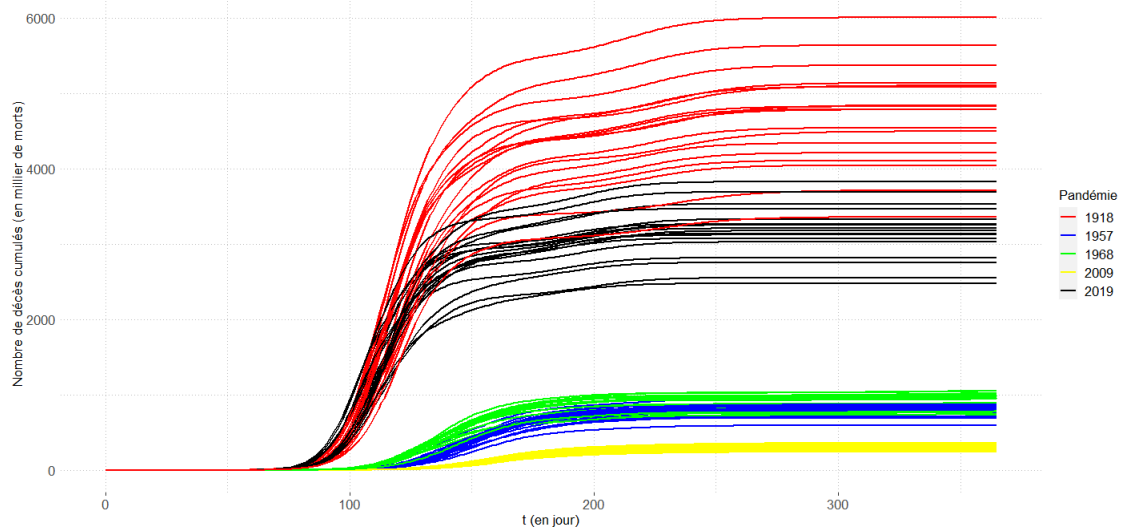


FIGURE 1.13: Nombre de décès cumulés par jour en Europe pour le scénario de base

Pandémie				
1918	1957	1968	2009	COVID-19
10.58‰	1.74‰	1.94‰	0.71‰	6.85‰

TABLE 1.14: Quantile par pandémie

Comme on pouvait s'y attendre, la grippe espagnole est la plus sévère des 5 pandémies et la grippe de 2009 la moins sévère. Par ailleurs, nous remarquons que le scénario relatif à la COVID-19 a tendance à augmenter la sévérité et ressemble fortement à un scénario bicentenaire. Néanmoins ce résultat n'est pas en désaccord avec les taux de létalité du tableau 1.12 ni avec l'ajustement de la courbe de sévérité 1.4 qui pour rappel est obtenue en associant au point relatif à la COVID-19 un quantile relativement élevé par rapport aux autres pandémies (voir *tableau 1.5*). Nous avons calculé pour chaque pays le choc pandémie par la formule (1.5). Nous obtenons un choc entre 7,67‰ (cas de l'Irlande) et 1,16% (cas de l'Italie) avec une moyenne de 9,00‰. Nous pouvons également tracer la distribution empirique du taux de surmortalité moyen (tous âges) dans l'ensemble des pays de l'UE à partir de nos 1 000 simulations.

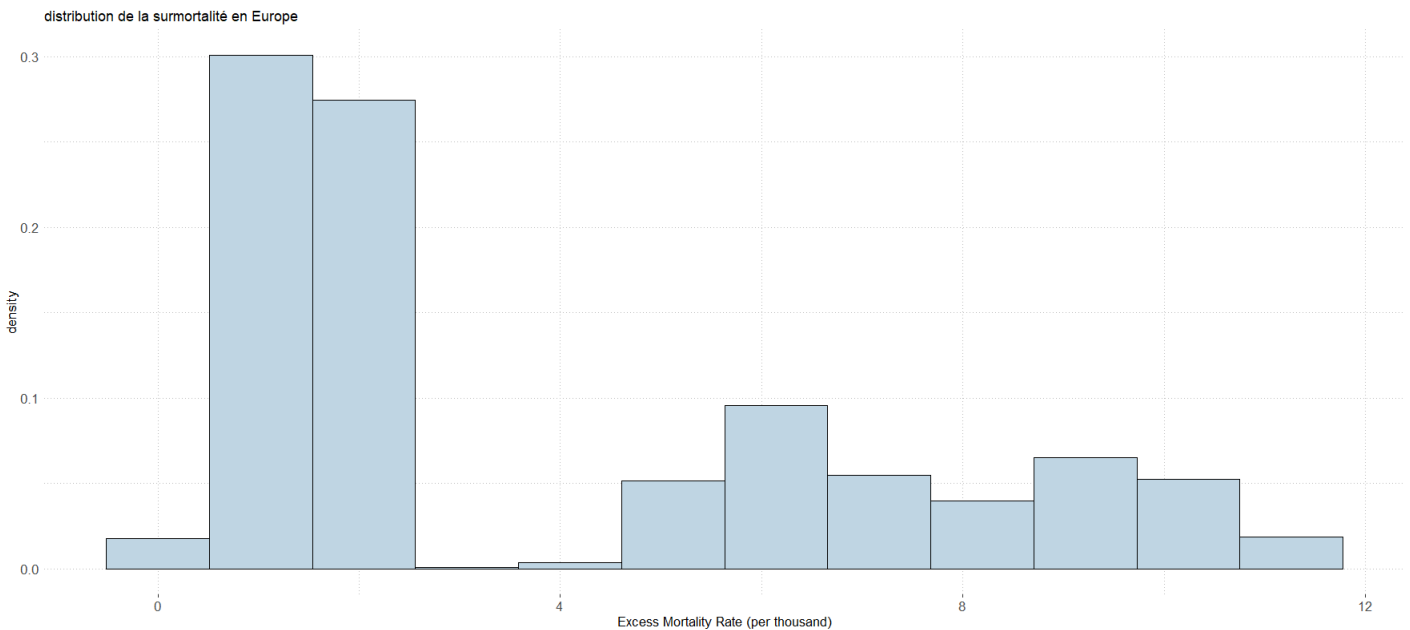


FIGURE 1.14: Distribution de la surmortalité en Europe

On constate deux phases distinctes dans cette distribution. La première correspond aux pandémies de 1957, 1968 et 2009 et la deuxième aux pandémies de 1918 et 2019. Ainsi, le quantile à 99,5% de cette distribution correspondra au meilleur scénario de la pandémie de 1918 ou au pire scénario de 2019. De plus, au vu du profil de mortalité pour chacune des pandémies passées par tranche d'âge, nous sommes en mesure de remettre en cause l'application d'un unique choc de surmortalité dans un portefeuille d'assuré dans le calcul du  $SCR_{LifeCAT}$ . Nous avons alors calculé un choc de surmortalité par tranche d'âge qu'on reporte dans le tableau 1.15.

Age	Choc
0-4	3.23‰
5-9	0.51‰
10-14	0.29‰
15-19	0.64‰
20-24	4.24‰
25-29	7.31‰
30-34	8.69‰
35-39	7.85‰
40-44	6.49‰
45-49	4.48‰
50-54	7.78‰
55-59	5.04‰
60-64	16.11‰
65-69	20.10‰
70-74	29.40‰
75+	24.78‰

TABLE 1.15: Choc pandémie par tranche d'âge en Europe

On remarque une différence flagrante du niveau de choc par âge. Il est, en effet, plus important pour les tranches d'âge élevées de plus de 60 ans. On voit également le poids prépondérant de la grippe espagnole sur les jeunes adultes, dans la mesure où le choc augmente brutalement entre les âges 20 et 34 ans avant de décroître lentement de 35 à 49 ans. La prépondérance de cette dernière dans notre modèle est à remettre en question dans la mesure où aucune autre pandémie avec un tel profil de mortalité n'a vu le jour depuis. Swiss Re évoque quelques arguments qui expliquent pourquoi la pandémie de 1918 était si sévère. En plus de l'absence d'antibiotiques, antiviraux et vaccins durant cette période, le contexte de la Première Guerre Mondiale n'est pas à négliger. En effet, parmi les facteurs susceptibles d'avoir contribué à sa gravité, l'absence ou la restriction de communication médiatique en temps de guerre a empêché la population de se préparer pour faire face à cette pandémie, ce qui n'a pas été le cas pour le SARS-CoV-2. De plus, le rassemblement et mouvement des troupes a favorisé la propagation de la maladie et la mobilisation de médecins et infirmières pour cette guerre a conduit à un déclin des soins pour les civils. Enfin, Swiss Re explique également que de nombreuses maladies sous-jacentes telles que la tuberculose étaient répandues en 1918 et que certaines recherches ont montré que de nombreux jeunes adultes, initialement en bonne santé, décédés à cette époque étaient atteints de tuberculose expliquant la mortalité élevée dans ces tranches d'âge. La tuberculose et d'autres maladies similaires de l'époque sont maintenant traitées avec antibiotiques et vaccins. Quoiqu'il en soit, malgré l'évolution de la médecine et le contexte particulier de 1918, l'apparition d'une pandémie sévère aujourd'hui n'est pas à remettre en cause. Initialement présentée comme une maladie bénigne, la sévérité de la COVID-19 n'est pas pour autant négligeable et représente assez bien un scénario bicentenaire. Par ailleurs, elle reflète assez bien la première pandémie significative du XXI<sup>ème</sup> siècle. De par ce fait, nous décidons d'appliquer une deuxième méthode pour le calcul du choc pandémie. Notons que cette dernière a la même structure de mortalité par âge que les 3 épidémies précédentes (forme de U).

Dans la deuxième méthode de calcul du choc pandémie nous utilisons les données de la COVID-19 dans le tableau 1.11. Nous ajustons une loi normale sur le taux de reproduction  $R_0$  et le taux de létalité CFR ajusté. En d'autres termes, nous simulons  $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$  à chaque début de simulation et ajustons le taux de létalité pour chaque tranche d'âge  $i$  par  $X_i = \mu_i + \sigma_i \times Z$  avec  $\mu_i$  le CFR ajusté

et  $\sigma_i$  l'écart-type déduit à partir de l'intervalle de confiance dans le tableau 1.11. Nous faisons ainsi implicitement l'hypothèse qu'il existe une loi de mortalité sous-jacente et que la répartition par classe d'âge est déterministe, ce qui implique une dépendance totale entre les  $X_i$ . Cette manière de procéder nous assure un profil de létalité par âge similaire pour toutes les simulations. Une forte létalité pour les personnes âgées entrainera également une mortalité relativement plus élevée que la moyenne pour les autres tranches tout en gardant la même structure par âge de la mortalité en période de pandémie comme nous avons remarqué sur les épidémies passées (forme de U). Pour le calcul du  $R_0$  nous nous basons sur l'estimation de ce paramètre de diverses études. On obtient ainsi une moyenne de 2,68 et un écart-type de 0,57. A chaque début de simulation nous simulerons ainsi une loi normale  $\mathcal{N}(2.68, 0.57)$ .

A partir de ces 1 000 simulations nous traçons également la distribution empirique du taux de surmortalité moyen (tous âges) dans l'ensemble des pays de l'UE.

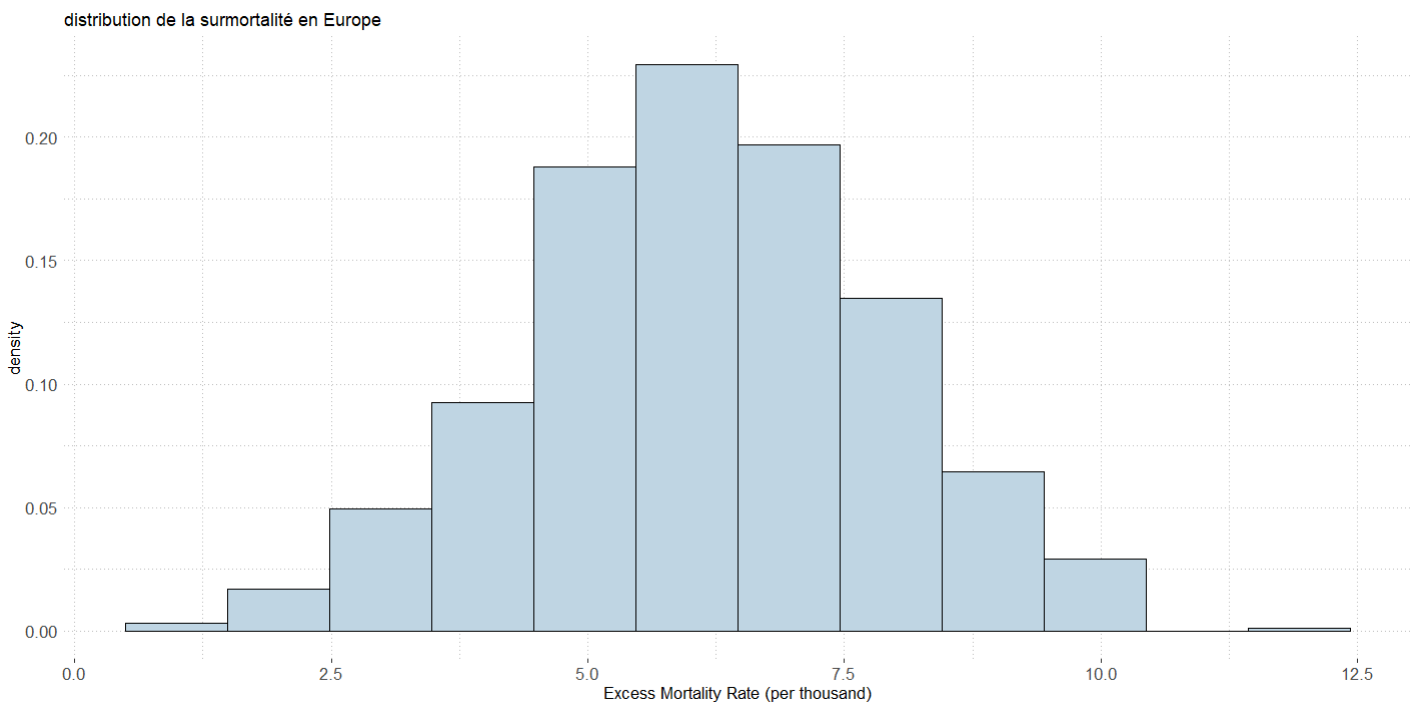


FIGURE 1.15: Distribution de la surmortalité en Europe

En prenant le quantile à 87,5% de cette distribution (*eq.* (1.5)) on obtient un choc de surmortalité de 8,22‰ en moyenne pour l'UE. Néanmoins, la volatilité des résultats par pays est ici plus frappante que lorsque l'on applique la première méthode. Les résultats par pays peuvent être consultés en annexe A.3. Le choc de surmortalité varie de 5,91‰ (cas de l'Irlande) à 10,60‰ (cas de l'Italie). La sévérité par pays en termes de taux de mortalité dépend principalement de deux paramètres majeurs : la structure de la population et la proportion de personnes à risque et les contacts sociaux avec ces personnes.

Pour mieux comprendre la première cause de sévérité identifié, nous pouvons analyser les chocs par âge pour l'Irlande et l'Italie.

Age	Choc	
	Irlande	Italie
0-4	0.00‰	0.00‰
5-9	0.00‰	0.00‰
10-14	0.25‰	0.26‰
15-19	0.24‰	0.25‰
20-24	0.94‰	0.97‰
25-29	0.95‰	0.98‰
30-34	1.46‰	1.47‰
35-39	1.46‰	1.49‰
40-44	2.05‰	2.07‰
45-49	2.01‰	2.05‰
50-54	4.47‰	4.63‰
55-59	4.37‰	4.59‰
60-64	14.52‰	16.56‰
65-69	14.01‰	16.38‰
70-74	36.26‰	43.74‰
75+	32.63‰	40.95‰

TABLE 1.16: Comparaison des chocs pandémie par tranche d'âge entre l'Italie et l'Irlande

On remarque un net écart de surmortalité pour les deux pays principalement pour les tranches d'âge élevées (supérieur à 60 ans). Ceci s'explique principalement par une population assez âgée en Italie contre une population plus jeune en Irlande. Le graphique 1.16 illustre la répartition de la population par âge en Italie et Irlande.

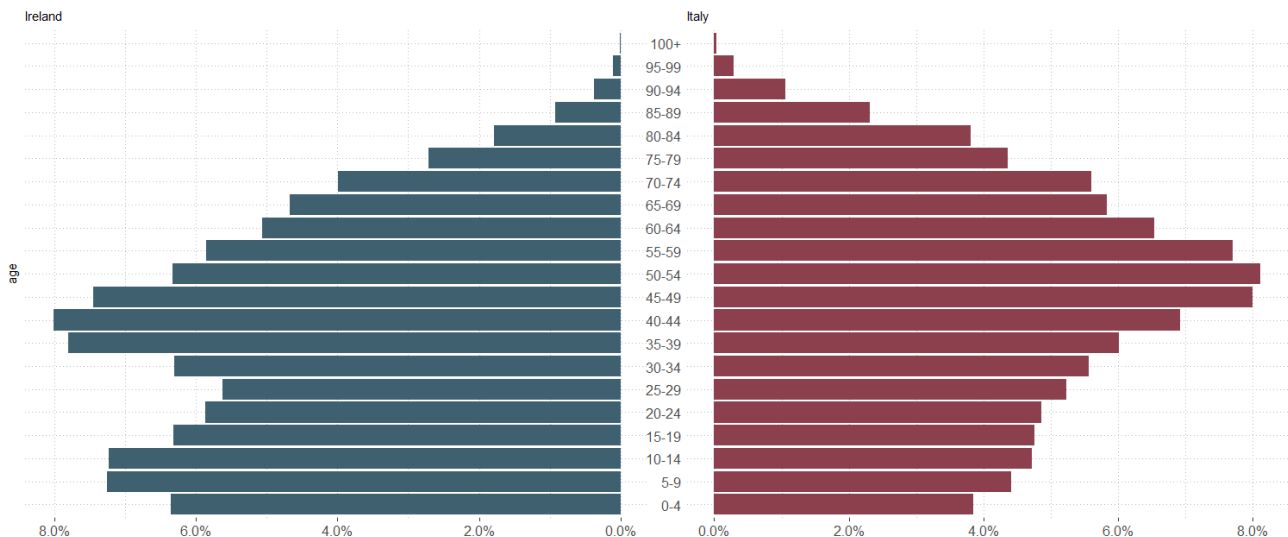


FIGURE 1.16: Répartition de la population italienne et irlandaise par tranche d'âge

Ce graphique illustre assez bien la différence de structure d'âge de la population. En effet, 21% de la population irlandaise ont entre 0 et 14 ans contre 13% pour la population italienne. A l'inverse, 13% de la population irlandaise ont plus de 65 ans contre 22% pour la population italienne. Ces résultats ne sont pas incohérents au vu du fait que l'Italie est l'un des pays les plus touché par le coronavirus

au début de la pandémie, qui pour rappel touche mortellement les plus âgés.

Pour illustrer le deuxième facteur important dans la sévérité d'une pandémie, nous proposons d'étudier les deux pays suivants : la Bulgarie et le Royaume-Uni. Ces derniers semblent avoir la même structure de population en particulier sur les tranches d'âges élevées.

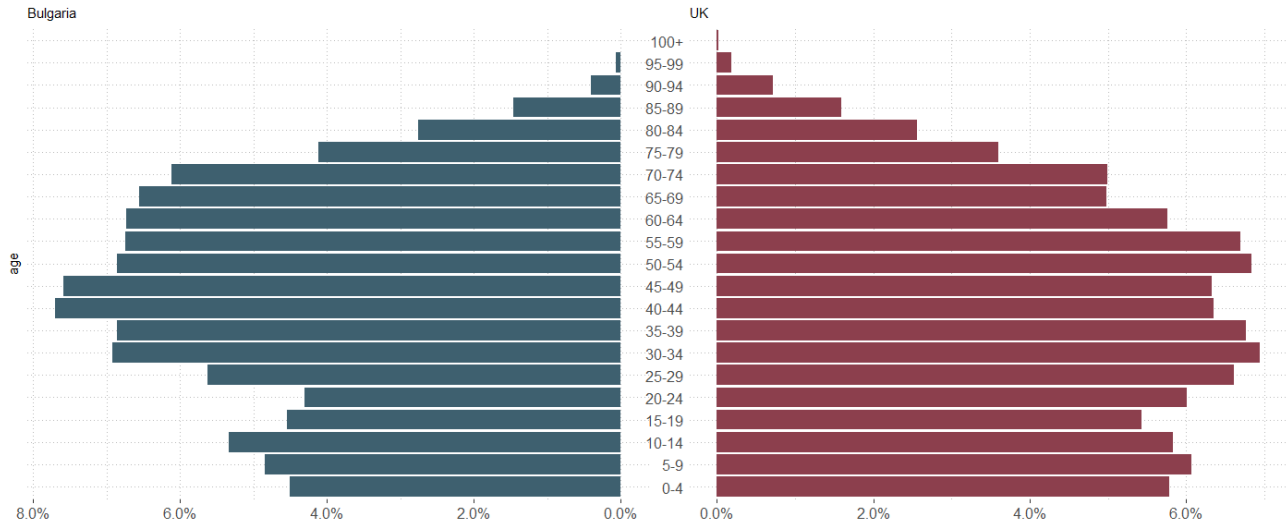


FIGURE 1.17: Répartition de la population Bulgare et du Royaume-Uni par tranche d'âge

Néanmoins nous constatons une nette différence de choc de surmortalité (10,02‰ pour la Bulgarie contre 7,18‰ pour le Royaume-Uni). Cette différence de choc peut s'expliquer par des différences dans les matrices de contacts. En comparant les deux matrices relatives aux deux pays, nous remarquons en effet que les coefficients de contacts de la Bulgarie sur les tranches d'âges élevées sont nettement supérieurs à ceux relatifs au Royaume-Uni. Nous représentons dans la matrice 1.18 les écarts relatifs entre les contacts bulgare et anglais.

	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75+
60-64	253%	97%	121%	206%	55%	57%	79%	48%	0%	-15%	9%	8%	128%	20%	15%	-73%
65-69	185%	169%	140%	10%	47%	18%	145%	54%	58%	24%	26%	22%	41%	88%	-25%	11%
70-74	90%	617%	170%	57%	8%	77%	235%	324%	60%	40%	31%	66%	155%	56%	103%	-33%
75+	590%	219%	973%	330%	150%	238%	78%	163%	117%	240%	51%	60%	-5%	379%	34%	-12%

FIGURE 1.18: Ecart relatif dans les matrices de contacts relatives à la Bulgarie et au Royaume-Uni

Nous pouvons déjà en conclure qu'un assureur vie sera plus ou moins exposé au risque de pandémie suivant le pays dans lequel il propose ses contrats, si aucune intervention n'est faite et si le virus en question est léthal pour une structure d'âge en particulier. Néanmoins le choc de 1,5‰ proposé par le régulateur est censé s'appliquer à toutes compagnies sans distinction du pays dans lequel elle exerce son activité.



### 1.3.6 Résultats : les interventions non pharmaceutiques

#### Les interventions non pharmaceutiques sur une durée pré-définie

Nous appliquons dans cette partie quatre interventions distinctes sur une durée de 12 semaines, débutant 6 semaines avant le début du pic épidémique. Pour ce faire, nous appliquons d'abord le scénario de base, puis nous simulons les interventions sur ce scénario. Nous appliquons les interventions « fermeture des écoles », « distanciation sociale », « protection des personnes âgées », « mise en quarantaine des individus symptomatiques » et enfin ces quatre dernières cumulées.

On reporte dans le tableau 1.17 et dans le graphique 1.19 l'évolution du quantile pour chaque scénario.

Scénario					
Base	School Closures	Self-Isolation	Elderly Shielding	Social Distancing	Combination
8.22‰	8.13‰	7.51‰	6.73‰	6.85‰	7.37‰

TABLE 1.17: Choc bicentenaire par scénario

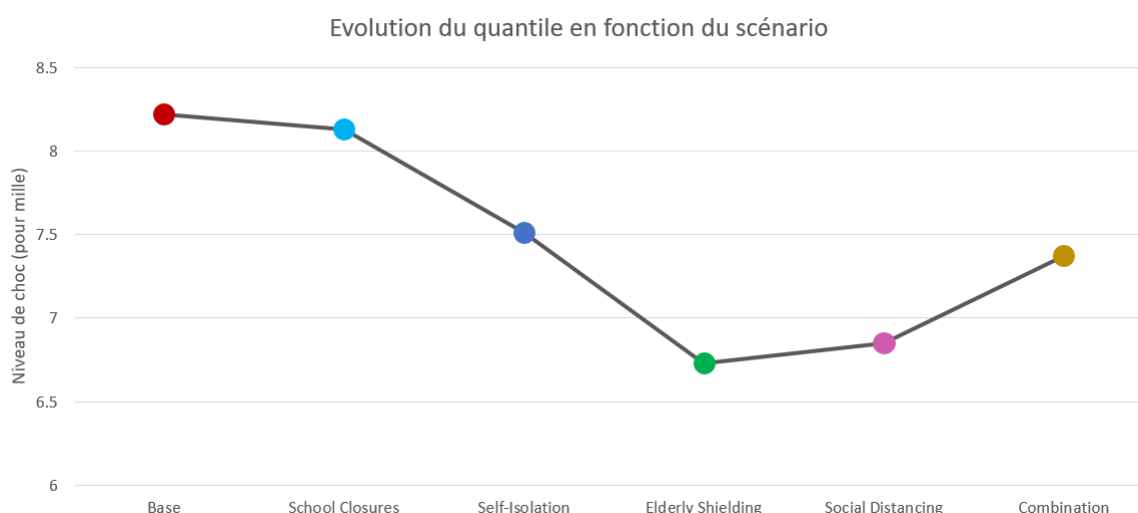


FIGURE 1.19: Evolution du choc bicentenaire par scénario

On remarque que des interventions ciblées sur les personnes à risque (« protection des personnes âgées ») sont plus efficaces que les autres interventions. Néanmoins, ce qui est étonnant dans ces résultats, c'est que la combinaison des quatre interventions n'est pas aussi efficace en terme de diminution de la sévérité que d'autres interventions ciblées. A titre d'exemple, elle a permis une diminution de 10,34% du nombre de décès contre 18,13% pour la protection des personnes âgées. Elles permettent cependant d'étaler dans le temps le nombre de décès par jour, et donc le nombre d'hospitalisations, ce qui évite la surcharge des hôpitaux, dans la mesure où même les tranches d'âge faibles peuvent développer des formes graves. Par ailleurs, ces scénarios dans cette partie ne prennent pas en compte la saturation des capacités hospitalières. Par conséquent, étaler dans le temps les cas permet également de réduire la mortalité globale.

### Les interventions intensives et confinement

Nous simulons dans cette partie, le scénario « interventions intensives » et le scénario « confinement » du tableau 1.10 au delà d'un seuil de nombre de lits occupés en soins intensifs. Plus particulièrement, nous appliquons la combinaison des quatre interventions ci-dessus sur une période plus longue de 365 jours (*i.e* des interventions ciblées). En plus de ce scénario, nous choisissons arbitrairement un seuil de nombre de lits occupés en soins intensifs au delà duquel nous appliquons le scénario « confinement ». Par exemple, si nous fixons un seuil de 1 000 lits en réanimation, alors lorsque le nombre d'individus en soins intensifs (comptabilisé dans le compartiment  $B_1$ ) excédera 1 000, le scénario « confinement » du tableau 1.10 sera appliqué. Par conséquent, tant que ce nombre est supérieur à 1 000, les contact dans les matrices de contacts sont fortement réduit selon les hypothèses 1.10. Nous testons les seuils 1 000, 2 000 et 5 000. Nous reportons sur le graphique 1.20 le niveau de choc moyen pour les pays de l'Union Européenne pour chacun des scénarios simulés :

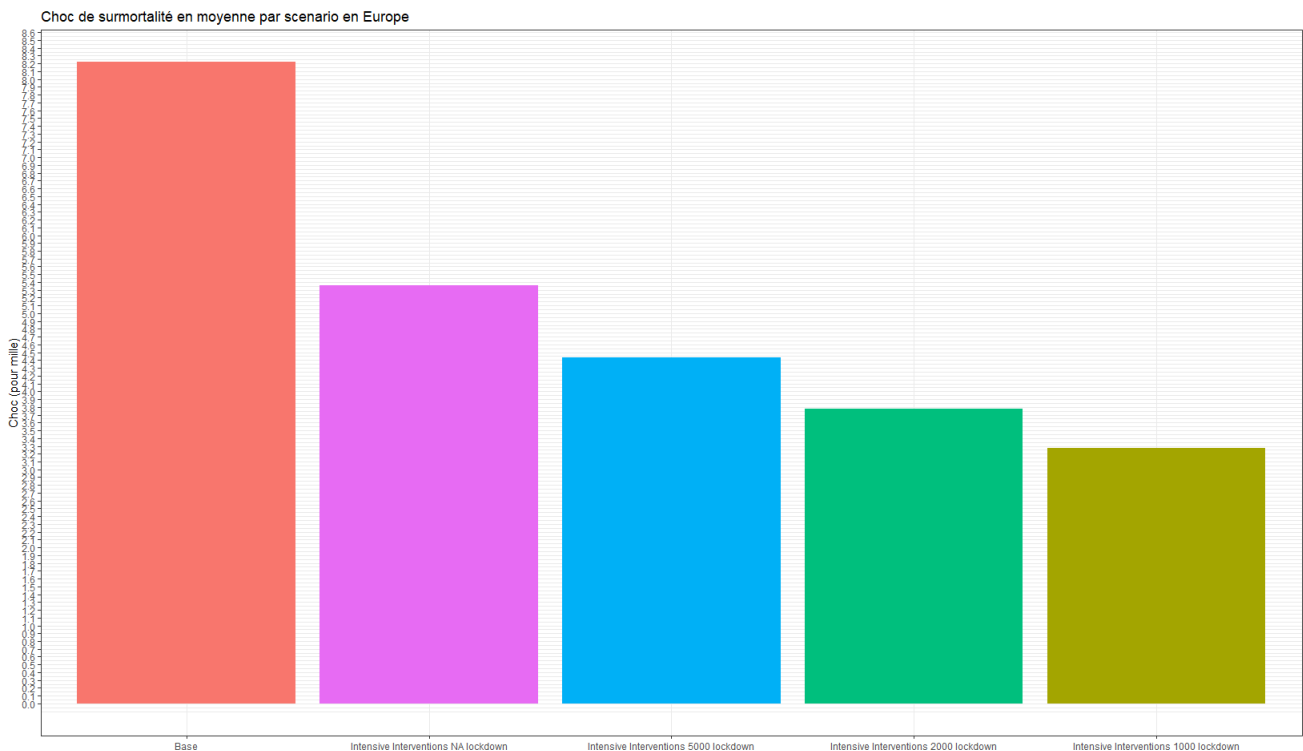


FIGURE 1.20: Choc de surmortalité engendré par une pandémie type COVID-19 suivant différentes interventions

On remarque qu'à l'inverse des interventions précédentes, les interventions intensives et drastiques permettent de diminuer considérablement la mortalité engendré par une pandémie. En effet, le choc initial de 8,22‰ vaut 5,35‰ dans le cadre d'interventions intensives sans confinement. Nous parvenons à diminuer la mortalité avec la mise en place d'un « confinement » au delà d'un certain seuil. Pour un seuil de 5 000, 2 000 et 1 000 lits ICU atteint, on obtient un choc respectivement de 4,44‰, 3,78‰ et 3,27‰. Néanmoins, ce choc n'est pas unique pour toutes les tranche d'âge. En effet, de la même manière que précédemment, nous avons calculé un choc par âge pour chaque scénario (« Base », « Interventions intensives sans confinement », « Interventions intensives avec confinement au delà de 5 000 occupés », « Interventions intensives avec confinement au delà de 2 000 lits occupés »,

« Interventions intensives avec confinement au delà de 1 000 occupés »).

Age	Choc				
	Base	NA	5 000	2 000	1 000
0-4	0.00‰	0.00‰	0.00‰	0.00‰	0.00‰
5-9	0.00‰	0.00‰	0.00‰	0.00‰	0.00‰
10-14	0.24‰	0.20‰	0.16‰	0.14‰	0.12‰
15-19	0.25‰	0.21‰	0.17‰	0.15‰	0.13‰
20-24	0.95‰	0.80‰	0.67‰	0.57‰	0.46‰
25-29	0.94‰	0.81‰	0.68‰	0.57‰	0.46‰
30-34	1.42‰	1.23‰	1.07‰	0.89‰	0.72‰
35-39	1.43‰	1.24‰	1.09‰	0.93‰	0.78‰
40-44	2.02‰	1.76‰	1.49‰	1.26‰	1.04‰
45-49	2.02‰	1.69‰	1.39‰	1.18‰	0.94‰
50-54	4.45‰	3.67‰	2.97‰	2.44‰	1.95‰
55-59	4.23‰	3.34‰	2.69‰	2.25‰	1.80‰
60-64	14.51‰	10.91‰	8.78‰	7.45‰	6.01‰
65-69	13.84‰	10.22‰	8.26‰	7.07‰	5.75‰
70-74	39.25‰	21.44‰	18.41‰	15.35‰	13.88‰
75+	34.14‰	19.92‰	17.23‰	14.64‰	13.20‰

TABLE 1.18: Choc par âge et par scénario en UE

Ces résultats nous amène à remettre en question l'application d'un unique choc de surmortalité pour tous les âges, proposé par la formule standard. En effet, même avec des interventions drastiques, nous n'arrivons pas à baisser le choc en dessous de 2‰ pour les âges élevés. Remarquons par ailleurs que les interventions intensives sans confinement ont un impact principalement pour les tranches d'âges au delà de 50 ans. Ceci n'est pas étonnant au regard des hypothèses, protégeant principalement les personnes âgées à risque. De plus, si nous regardons les deux pays pour lesquels nous avons remarqué une nette différence de choc à savoir l'Irlande et l'Italie, on remarque une diminution plus importante en valeur absolu pour le cas de l'Italie (6,25‰ contre 3,36‰) mais un écart relativement proche pour les deux (59% et 56%).

Pays	Choc				
	Base	NA	5 000	2 000	1 000
Irlande	5.95‰	4.49‰	3.47‰	3.07‰	2.59‰
Italie	10.58‰	7.09‰	5.78‰	5.17‰	4.33‰

TABLE 1.19: Choc bicentenaire par scénario pour l'Irlande et l'Italie

### 1.3.7 Les limites du modèle

Le modèle présente quelques limites qu'il est important de prendre en compte.

D'abord, la composante transport est très importante dans la propagation d'une pandémie, et surtout en début de celle-ci. Néanmoins, au vu de la difficulté d'obtenir des données de transports aériens, nous avons dû supposer une absence d'interaction entre pays et choisir un nombre arbitraire

de nouveaux cas par jour. Il s'agit d'une hypothèse assez forte dans la mesure où le flux de voyageurs est différent d'un pays à l'autre.

Notre modèle manque de finesse dans la mesure où la propagation au sein d'un même pays est différent selon les régions, de même que les contacts. Il aurait été préférable de découper la carte du monde plus finement. Le lecteur intéressé pourra se référer à JOUBERT et FOU DHAILI (2014) qui analysent la propagation spatiale d'une épidémie en France, et l'impact pour l'assureur.

## 1.4 Synthèse

On peut en conclure que les mesures gouvernementales deviennent efficaces lorsqu'elles sont appliquées sur une longue durée et lorsqu'elles sont adaptées aux caractéristiques du virus (protection des personnes à risque, etc.). De plus, ces mesures sont d'autant plus efficaces, lors la mise en place d'un confinement. Néanmoins, de telles interventions non-pharmaceutiques sont coûteuses pour l'assureur mais également pour l'économie en général : hausse du chômage, baisse du PIB, faillite des entreprises fragiles, etc. Ainsi, les interventions non-pharmaceutiques sont certes efficaces dans une certaine mesure, mais engendrent des conséquences sous-jacentes, conséquences qui n'auraient sans doute pas eu autant d'ampleur si des interventions pharmaceutiques étaient possibles pour atténuer une éventuelle pandémie sévère. De plus, les mesures non-pharmaceutiques ne sont pas aussi efficace que les interventions pharmaceutiques. Pour rappel, elles permettent, dans le modèle de Swiss Re, de réduire la mortalité de près de 70% (figure 1.3). Avec notre modèle, nous arrivons à la diminuer de 46%.

Quoi qu'il en soit, la revue de la littérature montre une forte volatilité dans le calcul d'un choc de surmortalité engendré par une pandémie. En effet, ce dernier est particulièrement sensible aux hypothèses prises, et à la révision ou non à la baisse de la grippe espagnole qui fut la plus sévère mais dans un contexte particulier. Pour avoir un ordre de grandeur du choc de surmortalité engendré par une pandémie, nous illustrons sur le graphique 1.21 les résultats obtenues en fonction des différentes études, tiré de la thèse CORLOSQUET-HABART (2010).

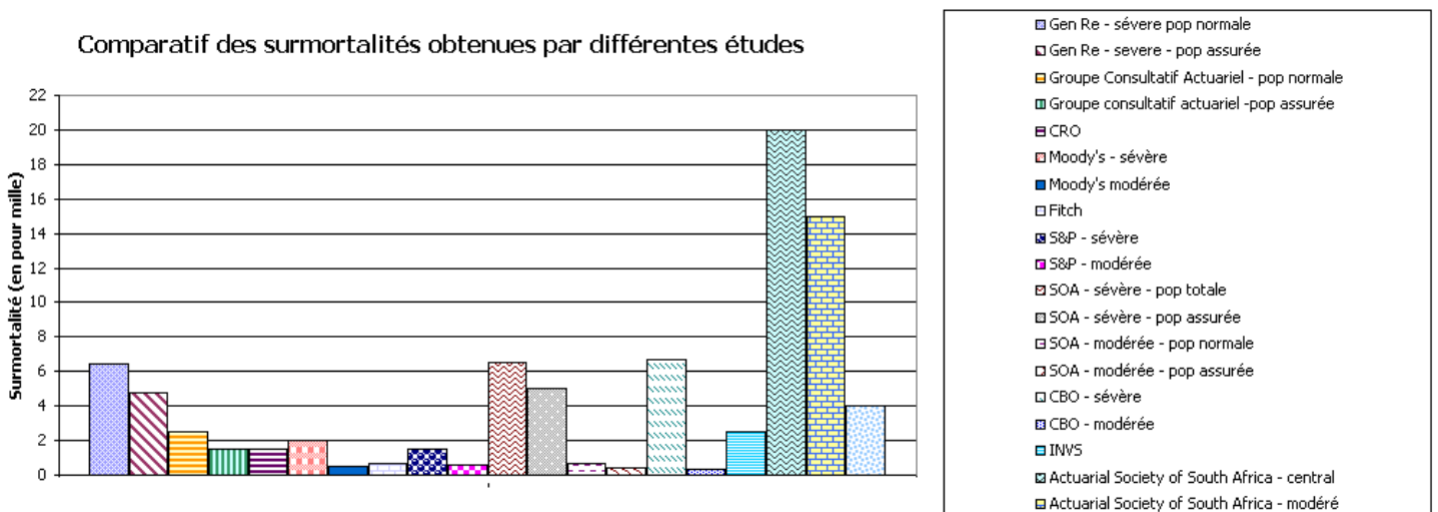


FIGURE 1.21: Comparatif des surmortalités obtenues par différentes études

D'après ces études, la surmortalité d'une pandémie sévère gravite entre 1,5‰ et 20‰ avec une moyenne à 6,6‰. Pour une pandémie modérée, ce taux gravite néanmoins entre 0,3‰ et 4‰ pour une moyenne de 1‰. Nos chiffres sont donc en accord avec ces valeurs. On remarque également une légère différence de choc entre la population générale et la population assurée pour une même étude. Ceci s'explique par différents points, notamment : une première sélection médicale des individus à la souscription et une catégorie sociale plus élevée dans la population assurée et donc un plus grande accès aux soins. Le rapport entre le taux de mortalité de la population assurée et celui de la population générale s'élèverait entre 60% et 75% aux Etats-Unis d'après le mémoire de Romain SPEISSER (2013) qui se base sur une étude de TOOLE (2007) et d'une conférence sur le risque de pandémie tenue chez le réassureur SCOR. Néanmoins, certains assureurs s'accordent à dire que dans un scénario de pandémie de COVID-19, ce rapport serait en fait réduit de moitié, le ramenant entre 30% et 37,5%. Cette réduction s'explique par plusieurs facteurs. Les classes sociales plus aisées peuvent en effet anticiper les mesures de distanciation notamment par le biais du télétravail. De plus, la corrélation entre le taux de létalité et la comorbidité des individus paraît plus forte dans le cas de la maladie COVID-19 que dans le cas d'une grippe. L'écart de surmortalité engendré sera alors plus important par le phénomène d'antisélection. Ces chiffres sont néanmoins sujet à discussion, dans la mesure où ils sont valables pour un portefeuille situé aux Etats-Unis. Pour un portefeuille situé en France ou en Europe, le processus d'anti-sélection est moins marqué, parfois nul dans le cadre d'assurances collectives. De plus, l'écart de qualité des soins par catégories sociales est beaucoup moins marqué en Europe qu'aux Etats-Unis. Un taux de 50% peut alors paraître raisonnable pour le cas de l'Europe. On peut ainsi revoir nos chocs à la baisse si nous avons appliqué notre modèle à une population d'assurés. Nous illustrons, sur le graphique ci-dessous, l'évolution du choc de surmortalité en Europe en fonction des différents scénarios (*figure 1.20*), mais sur une population d'assuré. Pour chaque scénario, nous reportons dans le graphique 1.22, le choc respectivement sur la population générale et sur une population d'assuré en supposant un taux de 75%, de 50% et de 25% de la mortalité de la population assurée rapporté à la mortalité de la population générale.

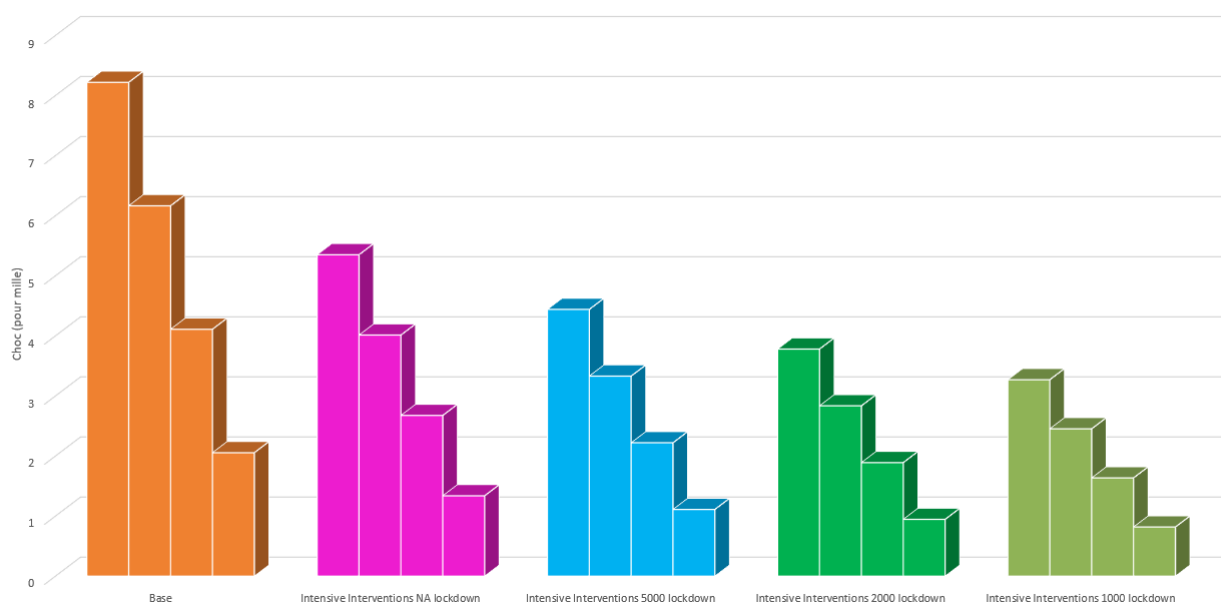


FIGURE 1.22: Evolution du choc de surmortalité en fonction des scénario et de l'écart population assuré et générale

On comprend très vite l'importance des hypothèses dans le calibrage du choc. Réduire plus ou moins l'écart de mortalité entre la population générale et la population assurée revient à réduire de manière plus ou moins forte le risque CAT pandémie. Quoi qu'il en soit, pour un écart de 50% comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe précédent et en supposant un seuil arbitraire de 5 000 lits pour la mise en place du confinement, nous estimons qu'une pandémie type COVID-19 provoque un choc de surmortalité de 2,2‰. Ce choc est alors supérieur que celui de la formule standard. Par ailleurs, parmi toutes les études estimant le niveau de ce choc (*figure 1.21*), celui calibré par la formule standard est le plus faible (1,5‰ pour une pandémie sévère). Enfin, comme évoqué dans la thèse de CORLOSQUET-HABART (2010), le calibrage du choc de risque de souscription vie soulève de nombreuses interrogations. Dans le *Consultation Paper 49* de 2009, une revue à la hausse de ce taux avait été proposé, de l'ordre de 2,5‰ avant de finalement retenir le chiffre de 1,5‰. Notre chiffre de 2,2‰ paraît alors plus prudent.

La crise sanitaire actuelle a soulevé une question importante dans le monde de l'assurance : la perte de chiffre d'affaire dans divers secteurs d'activité à la suite du confinement peut-elle être couverte dans le cadre de perte d'exploitation ? A titre d'exemple, Axa a refusé d'indemniser un de ses assurés dont le contrat prévoyait « une extension pour pertes d'exploitation en cas de fermeture administrative imposée par les services de police ou d'hygiène ou de sécurité ». L'affaire s'est poursuivie en justice, et le restaurateur en question a obtenu gain de cause. Ce cas de figure n'est pas pour autant unique. Les demandes de remboursement se sont multipliées dans les jours qui ont suivi le confinement sans avoir de réponse favorable. Les assureurs s'accordent à dire que le risque de pandémie n'est pas assurable plus particulièrement pour les contrats de pertes d'exploitation, car la mutualisation y est impossible, explique un article du Monde. Une pandémie touche en effet tout le monde en même temps. Dans la majeure partie des contrats, un dommage matériel est nécessaire pour déclencher la garantie « perte d'exploitation ». Quoi qu'il en soit, le secteur de l'assurance est sous le feu des projecteurs dans cette crise et le gouvernement attend notamment un soutien majeur des assureurs. En effet, le gouvernement a appelé les assureurs à participer à hauteur de 200 millions d'euros au fonds de solidarité mis en place par l'état durant la période de confinement national. Le premier ministre Edouard Philippe a également déclaré le 1<sup>er</sup> avril 2020 que les assureurs avaient un rôle à jouer dans cette période de crise, appelant à la solidarité de tous.

Malgré le refus d'indemnisation de certains assureurs, on dénombre à un milliard d'euros les engagements des assureurs sur le secteur touristique. De plus, de nombreux assureurs offrent un soutien aux PME et TPE. Les compagnies se sont déjà engagées à verser près de 200 millions d'euros en faveur de ces dernières.

Pour finir et conclure sur ce chapitre, on aurait tendance à croire que l'assurance non-vie, et plus particulièrement en responsabilité civile, pourraient tirer partie des mesures de confinements prises : diminution des sinistres suite à d'éventuelles manifestations, diminution de demandes d'indemnisation pour chutes et glissades, pour accidents, etc. en raison du télétravail et la fermeture des lieux publics. Néanmoins, la pandémie de coronavirus a vu d'autres tendances de sinistralité émerger comme les risques de moisissure et légionellose avec la fermeture d'établissements, comme l'évoque l'article de RISKASSUR (2020, 9 Septembre) qui liste les cinq tendances de sinistralité en responsabilité civile pour l'assureur allemand Allianz causées par le coronavirus. Quoi qu'il en soit, aucune branche n'est épargnée par une pandémie de grande ampleur comme celle actuelle.

## Chapitre 2

# Risque de marché

Nous avons vu dans la partie précédente la conceptualisation et la quantification du risque de pandémie pour un assureur vie dans un scénario bicentenaire et les facteurs de risque sous-jacents. Néanmoins, ce n'est pas le seul risque auquel l'assureur est exposé dans le cadre d'une pandémie, puisqu'il est également exposé au risque de marché qui peut accompagner la pandémie. En effet, la pandémie de COVID-19 a entraîné courant mars 2020 un krach boursier historique à l'image de la chute du CAC40 sur l'année 2019/2020.

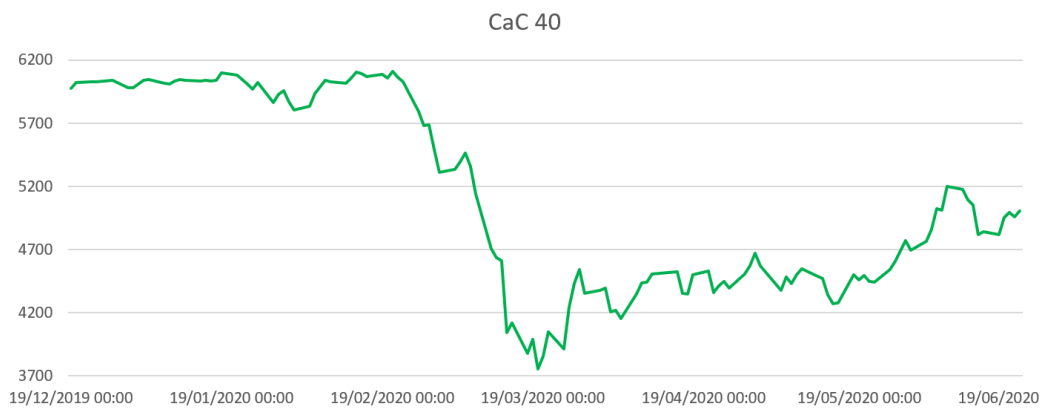


FIGURE 2.1: Cours du CaC 40 sur la période de crise sanitaire provoqué par la COVID-19

Les assureurs vie sont particulièrement touchés par le risque de marché, et plus particulièrement ceux proposant des contrats épargne – retraite, dans la mesure où les primes récoltées des assurés sont placées sur les marchés financiers pour en dégager des bénéfices et pouvoir liquider une rente en temps voulu. La crise financière actuelle provoquée par le SARS-CoV-2 a entraîné une baisse des ratios de solvabilité. En effet, dans une analyse interne menée par MAZARS, on découvre que le risque de marché a un poids considérable dans le calcul du SCR et est même le risque majeur de l'assurance vie. On note que le risque de marché représente 60% du le SCR des assureurs vie.

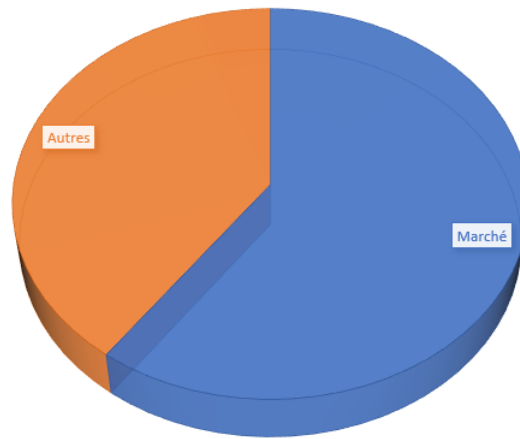


FIGURE 2.2: Poids du module marché dans le SCR des assureurs Vie

Il est donc primordial de s'assurer de la stabilité des chocs du risque de marché en prenant au regard la pandémie actuelle. En revenant sur le cas de la CNP, qui pour rappel a vu son bénéfice net baisser de plus de 8%, le groupe a subi les mouvements des marchés financiers et la réduction de l'activité a affecté significativement ce bénéfice. De plus, parmi les 203 milliards de dollars de pertes estimés par le Lloyd's of London, 96 milliards sont dus aux moins-values sur les portefeuilles d'investissement en raison de la chute des marchés financiers. La période de confinement totale en France et dans les autres pays du monde a également vu une augmentation du chômage, de faillites des entreprises déjà fragiles et une chute du produit intérieur brut. Au-delà de la chute du marché des actions à l'image du CAC40 par exemple, le niveau des spreads de crédit a fortement augmenté ces derniers mois. Si on regarde le ICE BofA Option-Adjusted Spreads (OASs), calculant le spread de crédit entre l'indice OAS et la courbe spot de trésorerie, on remarque que ce dernier a augmenté de 700 points de bases en un mois.

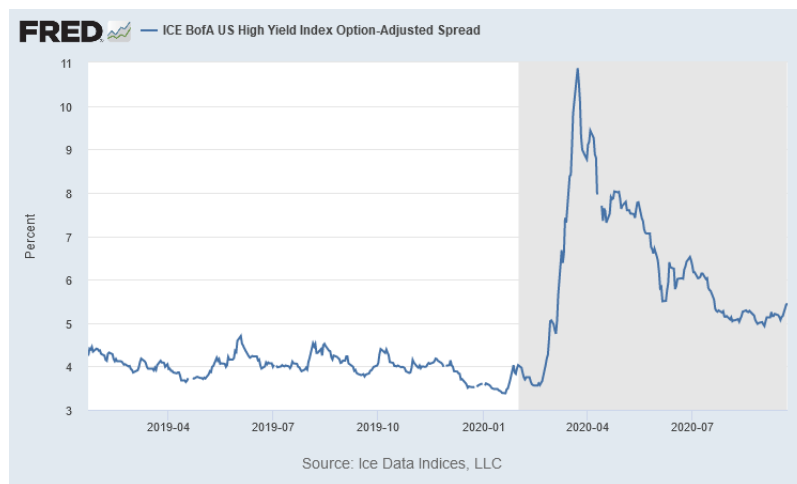


FIGURE 2.3: Evolution des spread de crédit sur la période de la crise sanitaire provoquée par la COVID-19

De plus, dans son rapport sur l'impact des taux bas sur le secteur de l'assurance (EIOPA, 2020),



l'EIOPA revient sur les premiers effets de la COVID-19 sur le secteur. On remarque des mouvements significatifs dans la courbe des taux swaps européens ces dernières années qui se poursuit également durant la période de pandémie actuelle. Début mars 2020, la courbe swap était négative pour toutes les maturités de 1 à 20 ans avant de se translater vers le haut.

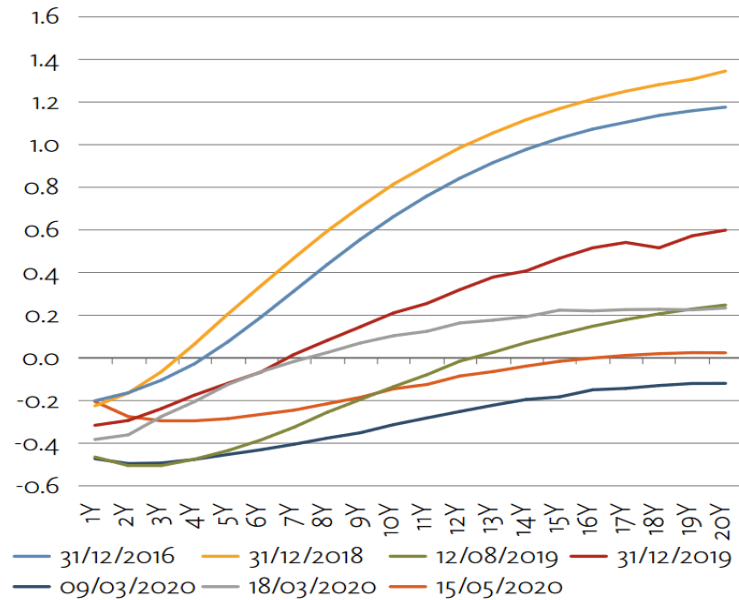


FIGURE 2.4: Evolution des taux swaps européens depuis décembre 2016, source : EIOPA

Les marchés financiers ont fortement chuté à la suite de l'expansion de la COVID-19 à travers le monde. Ces derniers viennent avoir un impact sur le SCR marché des assureurs.

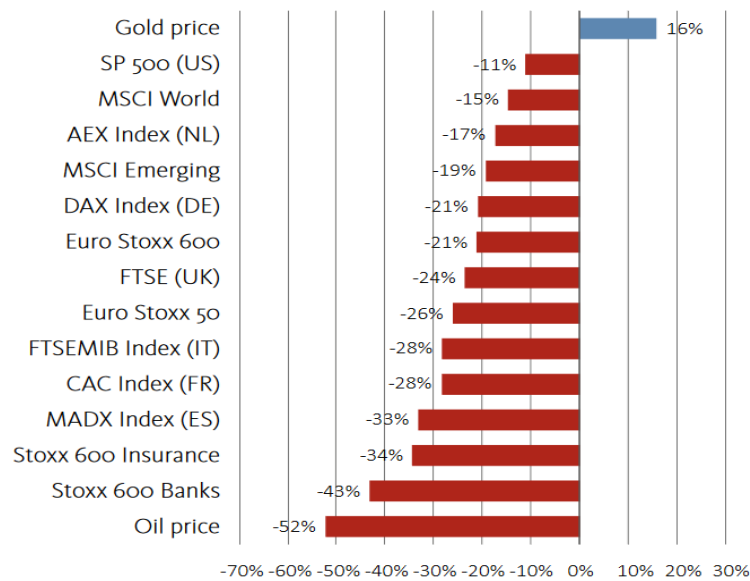


FIGURE 2.5: Performance des marchés au 15/05/2020, source : EIOPA

Quoi qu'il en soit la situation actuelle nous montre qu'une pandémie de grande ampleur à l'échelle mondiale n'est pas sans conséquences sur les marchés financiers et le risque de marché définie par le régulateur en général. On s'intéresse alors dans ce chapitre à ce risque traité dans la formule standard et illustré sur la figure 2.6.

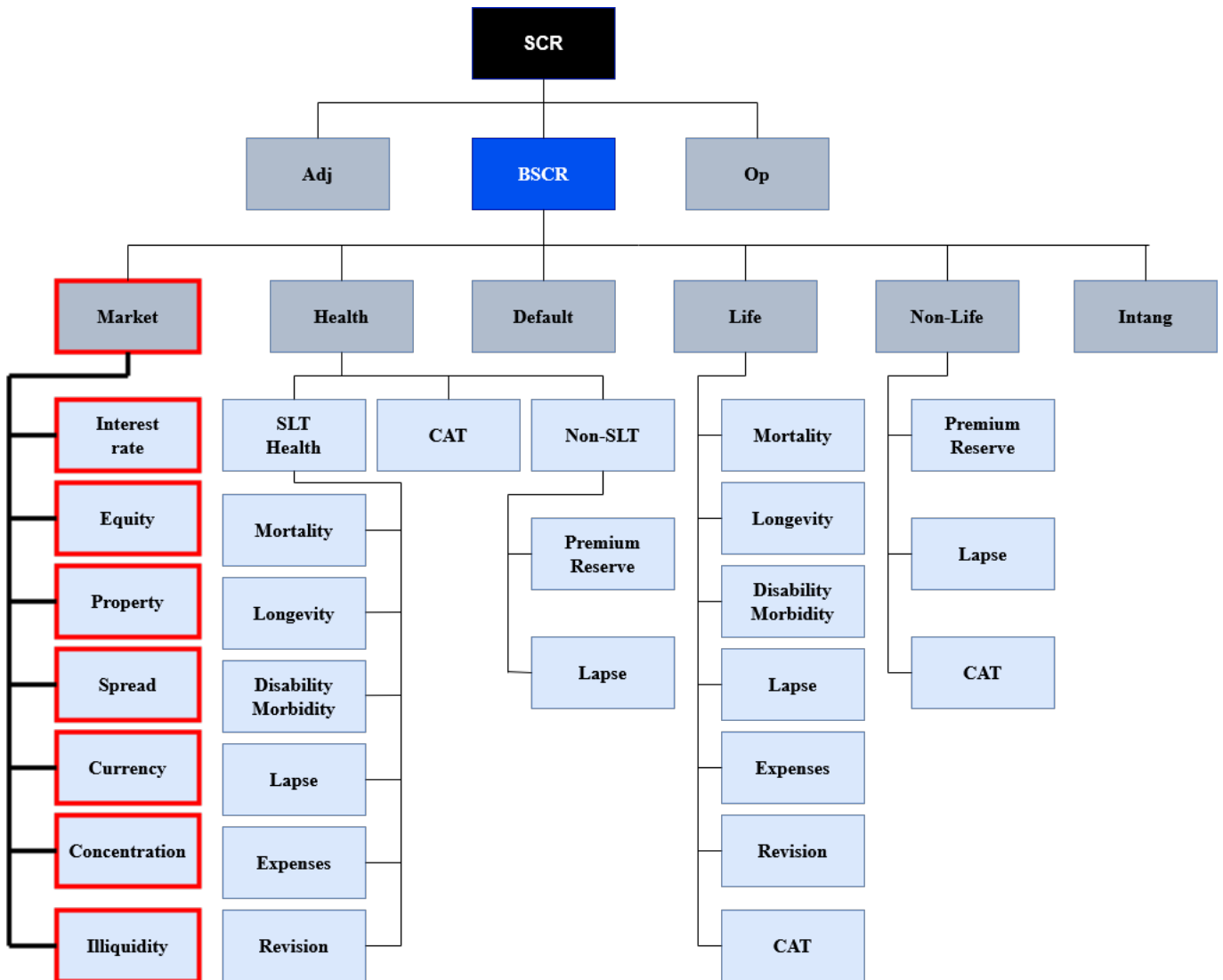


FIGURE 2.6: Le risque de marché dans la cartographie des risques

L'EIOPA divise donc le module marché en 7 sous-modules à savoir : le risque de taux d'intérêt, le risque action, le risque immobilier, le risque de spread, le risque de change, le risque de concentration et le risque d'illiquidité. Pour chacun d'entre eux, des niveaux de chocs ont été calibrés par l'EIOPA en 2010 et n'ont pas fait l'objet d'une revue. Or les marchés financiers ont bien évolué depuis, et la crise sanitaire provoquée par le SARS-CoV-2, qui a également entraîné un krach boursier historique, offre le contexte propice à l'évaluation et la stabilité de ce calibrage dans le temps.

## 2.1 Le risque action

### 2.1.1 Définition et méthodologie

Le risque sur actions est défini comme étant le risque de baisse de la valeur des actions entraînant une diminution des fonds propres et une situation financière défavorable pour les organismes d'assurance et de réassurance. Il correspond à l'un des principaux risques identifiés par le régulateur européen dans le cadre de la formule standard pour le calcul de l'exigence en capital (*Solvency Capital Requirement* ou SCR).

La méthode de calcul des exigences en capital dans le cadre de la formule standard consiste à appliquer des chocs sur le niveau des différents paramètres ou instruments du bilan prudentiel et de mesurer la baisse de la valeur des fonds propres économiques. Plus particulièrement, le risque sur actions consiste à appliquer une baisse instantanée sur la valeur de marché des actions détenues par l'organisme d'assurance ou de réassurance. Les niveaux de choc sur les actions ont été calibrés par l'EIOPA en 2010 et n'ont depuis pas fait l'objet d'une revue. Ces derniers sont définis à l'article 170 du Règlement Délégué (UE) 2015/35.

Dans le calcul du besoin en capital, une distinction est faite entre quatre classes d'actions, un choc étant calibré pour chacun de ces types :

- **Les actions de type 1 :**

Elles comprennent les actions qui sont cotées sur des marchés réglementés de pays membres de l'Espace Economique Européen (EEE) ou de l'Organisation de Coopération et de Développement Economiques (OCDE). Un choc de -39% (hors ajustement symétrique) est à appliquer sur ces types d'actions.

- **Les actions de type 2 :**

Elles comprennent les actions cotées en bourse dans les pays qui ne sont pas membres de l'EEE ou de l'OCDE et les actions non cotées. Elles comprennent également les actions autres que celles de type 1, les produits de base et autres investissements alternatifs. Elles comprennent également tous les actifs autres que ceux couverts par les autres sous-modules du module « Risque de marché ». Un choc de -49% (hors ajustement symétrique) est à appliquer sur ces types d'actions.

- **Les actions d'infrastructure éligibles (rajoutées par amendement du 30 septembre 2015 du Règlement Délégué (UE) 2015/35) :**

Les actions d'infrastructure éligibles se composent des investissements en actions dans des entités de projet d'infrastructure remplissant les critères énoncés à l'article 164 *bis* du Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission.

- **Les actions de sociétés d'infrastructure éligibles (rajoutées par l'amendement du 18 mars 2019 du Règlement Délégué (UE) 2019/981)**

Les actions de sociétés d'infrastructure éligibles se composent des actions des entreprises tirant profit de la gestion d'actifs d'infrastructure.

La méthode de calibrage du risque sur actions choisie par l'EIOPA est décrite dans le document *Solvency II Calibration Paper*. Elle consiste à supposer que les rendements annuels des indices financiers suivent une loi normale et d'effectuer une maximisation de la vraisemblance pour l'estimation des deux paramètres.

Le choc sur la valeur des actions doit correspondre au quantile d'ordre 0,5% de la loi ajustée. Si  $X$  suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ , alors son quantile d'ordre 0,5%, noté  $Q(0,5\%)$  est donné par la formule analytique 2.1.

$$Q(0.5\%) = \sigma \times \Phi^{-1}(0.5\%) + \mu ; \quad (2.1)$$

où  $\Phi^{-1}(0.5\%)$  désigne le quantile d'ordre 0.5% de la loi normale centrée et réduite.

L'indice de référence pour le calibrage du risque sur actions de type 1 est le *MSCI World Developed Index*. Cet indice boursier géré par MSCI mesure la performance des marchés boursiers de pays économiquement développés<sup>4</sup>. Le niveau de choc de -39% pour les actions de type 1 a été obtenu en prenant le quantile d'ordre 0,5% d'une loi normale calibrée à partir de 36 rendements annuels (de 1973 à 2009) de l'indice *MSCI World Developed Index* dont les résultats sont décrits dans le document *Solvency II Calibration Paper* et rappelés sur la figure 2.7 et le tableau 2.1.

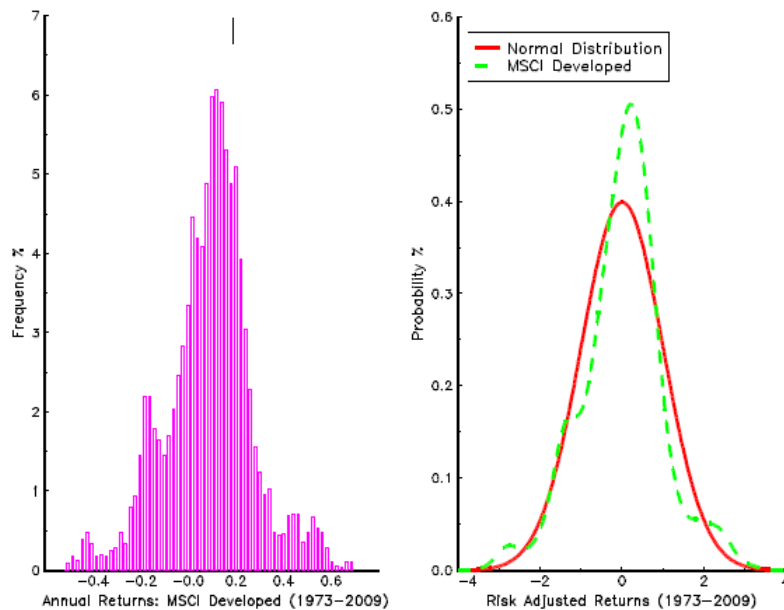


FIGURE 2.7: Distribution des rendements annuels de l'indice *MSCI World Developed Index*, source : EIOPA

<sup>4</sup>L'indice se compose de titres des 23 pays suivants : Allemagne, Australie, Autriche, Belgique, Canada, Danemark, Espagne, Etats-Unis, Finlande, France, Hong Kong, Irlande, Israël, Italie, Japon, Nouvelle-Zélande, Norvège, Pays-Bas, Portugal, Singapour, Suède, Suisse et le Royaume-Uni

Percentiles	MSCI World
100.00%	65.58%
99.95%	63.92%
99.50%	56.96%
99.00%	52.44%
97.50%	46.65%
50.00%	9.47%
2.50%	-32.93%
1.00%	-42.05%
<b>0.50%</b>	<b>-44.25%</b>
0.05%	-50.93%
0.00%	-51.94%
Mean	7.43%
St. Deviation	18.16%
Kurtosis	72.01%
Skewness	-17.95%
<b>Normal VAR</b>	<b>39.34%</b>
<b>Empirical VAR</b>	<b>44.25%</b>

TABLE 2.1: Quantiles des rendements annuels de l'indice *MSCI World Developed Index*, source : EIOPA

L'EIOPA souligne également la non-normalité des rendements annuels. Ainsi, la VaR de -39% obtenu en retenant l'hypothèse de normalité sous-estime le choc sur action de type 1 du fait d'hypothèses incorrectes concernant la queue de la distribution. Nous verrons dans une deuxième partie une deuxième méthode de calibrage de ce choc.

Le calibrage du risque sur actions de type 2 est plus complexe dans la mesure où il faut déterminer un indice dont la performance correspond à celle des d'actions de type 2. L'EIOPA a déterminé plusieurs indices potentiels pour chacune des catégories d'actifs classés dans les actions de type 2 :

Catégorie	Indice potentiel	Niveau de choc
Private Equity	LPX50 Total Return	-68.67%
Commodities	S&P GSCI Total Return Index	-59.45%
Hedge Funds	HFRX Global Hedge Fund Index	-23.11%
Emerging Markets	MSCI Emerging Markets BRIC	-63.83%

TABLE 2.2: Niveau des chocs par catégorie d'action

Les niveaux de choc sont très hétérogènes et l'EIOPA ne précise pas dans son étude le niveau des pondérations retenues pour la détermination du niveau de choc sur les actions de type 2.

Pour comparer au mieux la robustesse de la méthode de calibrage proposée par l'EIOPA, nous décidons de ne pas traiter les actions de type 2 dans la suite.

### 2.1.2 Stabilité du calibrage du risque action

La crise sanitaire provoquée par la COVID-19 a aussi entraîné une crise financière sous forme d'une chute des actions. Cela nous interroge sur la robustesse du choc après prise en compte de cet événement. De plus, le niveau de choc a été calibré sur des données arrêtées en 2009, la performance du marché boursier a depuis bien évolué. Il conviendrait donc de vérifier si le quantile d'ordre 0,5% des rendements annuels est stable dans le temps.

Nous avons effectué un recalibrage des paramètres de la loi normale en complétant l'historique (1973 à 2009) de l'indice *MSCI World Developed Index* par les rendements annuels observés de 2010 à 2019 :

Année	Rendement annuel MSCI World Developed Index
2010	11.76%
2011	-5.54%
2012	15.83%
2013	26.68%
2014	4.94%
2015	-0.87%
2016	7.51%
2017	22.40%
2018	-8.71%
2019	27.67%

TABLE 2.3: Rendement annuel du *MSCI World Developed Index*

Nous n'avons pas pu récupérer les rendements annuels de l'indice *MSCI World Developed Index* de 1973 à 2009 (36 points) que l'EIOPA a utilisés pour l'estimation des paramètres effectuée en 2010. Néanmoins, nous disposons de la moyenne  $\mu_{[1973,2009]}$  et de l'écart-type  $\sigma_{[1973,2009]}$  empiriques de cet échantillon (*tableau 2.1*). On a alors en notant  $x_i$  le rendement de l'année  $i$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{[1973,2009]} = \frac{\sum_{i=1973}^{2009} x_i}{36} = 7.43\%; \\ \sigma_{[1973,2009]} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1973}^{2009} x_i^2}{36} - \left(\frac{\sum_{i=1973}^{2009} x_i}{36}\right)^2} = 18.16\%. \end{array} \right.$$

Nous pouvons ensuite calculer les estimateurs  $\mu_{[1973,j]}$  et  $\sigma_{[1973,j]}$  avec  $j \in \{2010, 2011, \dots, 2019\}$  à partir des formules suivantes <sup>5</sup> :

---

<sup>5</sup>Nous avons utilisé la formule suivante pour l'estimation de la variance empirique :  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}\right)^2$

$$\begin{cases} \mu_{[1973,j]} = \frac{36 \times \mu_{[1973,2009]} + \sum_{i=2010}^j x_i}{36 + j - 2009}; \\ \sigma_{[1973,j]} = \sqrt{\frac{36 \times (\sigma_{[1973,2009]}^2 + \mu_{[1973,2009]}^2) + \sum_{i=2010}^j x_i^2}{36 + j - 2009}} - \mu_{[1973,j]}^2. \end{cases}$$

Les estimateurs  $\mu_{[1973,j]}$  et  $\sigma_{[1973,j]}$  correspondent respectivement à la moyenne et l'écart-type empiriques des rendements annuels de 1973 jusqu'à l'année  $j$  et sont estimés à partir de  $\mu_{[1973,2009]}$  et  $\sigma_{[1973,2009]}$ . Ils permettent de déterminer le quantile d'ordre 0,5% de la loi normale donné par la formule (2.1).

Nous représentons sur le graphique 2.8 le niveau de choc et la volatilité  $\sigma_{[1973,j]}$  en fonction de l'année de calibrage.

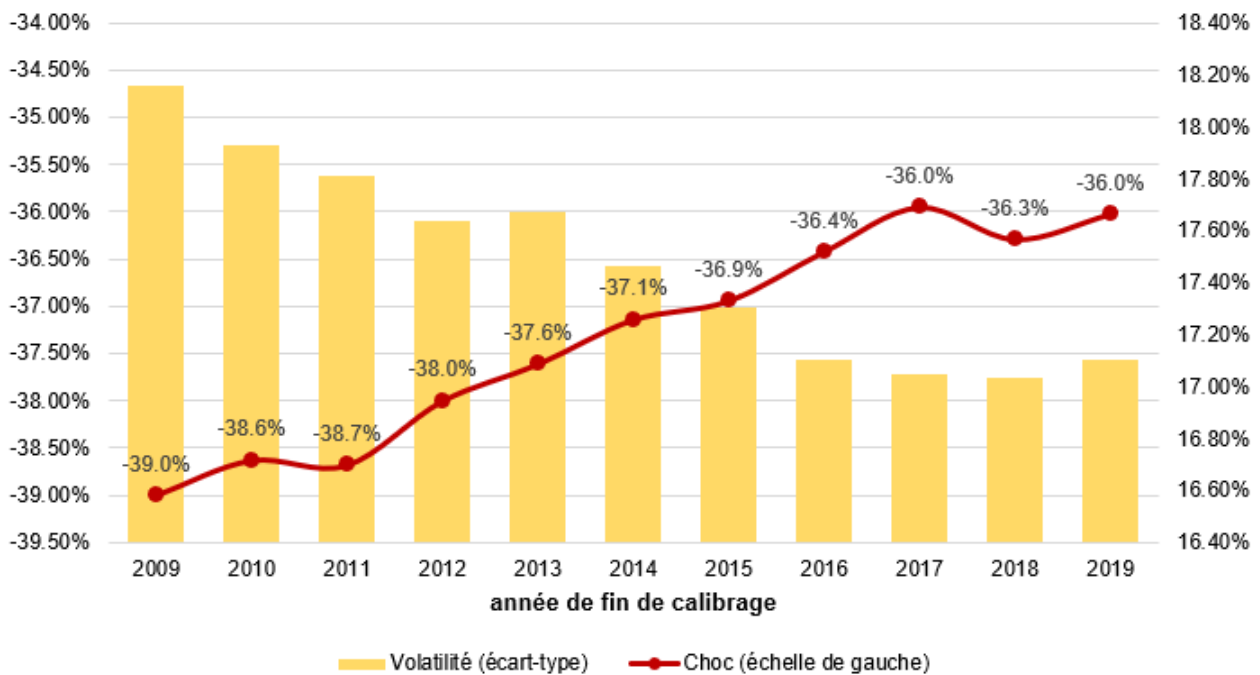


FIGURE 2.8: Niveau de choc et volatilité en fonction de l'année de calibrage

Nous constatons que l'intensité du choc diminue (de -39% à -36%) en fonction de l'année de calibrage, cela est principalement expliqué par le fait que la volatilité des rendements annuels décroît.

En impact SCR, pour une compagnie d'assurance sans interaction actif/passif, la diminution de l'intensité du choc représenterait une économie de capital de 8% ( $36\%/39\% - 1$ ) hors effet de diversification. Toutefois, le calibrage des paramètres a été effectué sur un nombre relativement faible de données (36 à 46 points). L'estimation pourrait donc ne pas être robuste. Dans la suite, nous allons tester une deuxième méthode de calibrage pour mesurer l'impact sur le niveau de choc afin de considérer la période de pandémie actuelle.

## 2<sup>ème</sup> méthode d'estimation du niveau de choc et comparaison

La première méthode d'estimation n'est basée que sur peu de données. Pour obtenir des estimations robustes, il est nécessaire d'avoir un nombre important de données. Nous pouvons par exemple se servir de l'historique de l'évolution de l'indice à un pas journalier et calculer les rendements annuels glissants (1<sup>er</sup> janvier N à 1<sup>er</sup> janvier N+1, 2 janvier N à 2 janvier N+1, etc.). Autrement dit, si on pose  $y_{N,j}$  le prix de l'indice le  $j^{\text{ème}}$  jour de l'année N et  $y_{N,365}$  le prix de l'indice au 31/12/N. La première méthode consiste à calculer le rendement sur l'année civile  $x_{N+1} = \frac{y_{N+1,365}}{y_{N,365}} - 1$ . La deuxième consiste quant à elle à calculer les rendements  $x_{N+1,j} = \frac{y_{N+1,j}}{y_{N,j}} - 1 \forall j \in \llbracket 1, 365 \rrbracket$ . Une année contient environ 250 jours ouvrés, donc si nous avons à notre disposition un historique de 10 ans (2 500 jours ouvrés), cela donnerait 2 250 rendements annuels glissants contre 10 points si nous calculons les rendements sur l'année civile. Le choc action calibré par l'EIOPA repose sur un indice capturant le marché de 23 pays mondiaux économiquement développés. Par prudence, il serait intéressant de considérer un indice à l'échelle européenne. Nous nous sommes donc appuyé sur un deuxième indice dont nous disposons de l'évolution journalière et dont la corrélation avec le *MSCI World Developed Index* soit forte. Nous appliquerons notamment cette deuxième méthode sur cet indice.

L'Euro Stoxx 50 est un indice boursier au niveau de la zone euro. Au même titre que le CAC 40 pour la France, il regroupe 50 sociétés selon leur capitalisation boursière au sein de la zone euro. Il est donc un bon candidat pour effectuer la comparaison des deux méthodes d'estimation.



FIGURE 2.9: Euro Stoxx 50

Nous représentons sur le graphique 2.10 les rendements annuels de 2010 à 2019 de l'Euro Stoxx 50 et de l'indice *MSCI World Developed Index*.



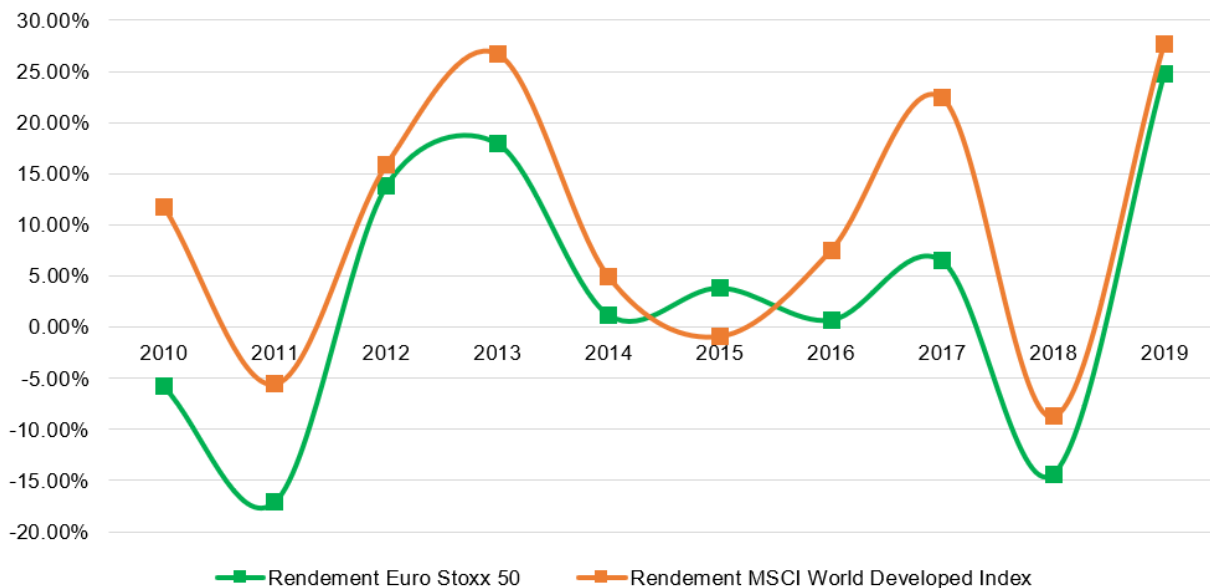


FIGURE 2.10: Rendements annuels de l'Euro Stoxx 50 et du *MSCI World Developed Index*

A travers le graphique, nous pouvons constater qu'il y a une corrélation positive forte (87%) entre les rendements des deux indices. Sur la partie gauche de la distribution, cette corrélation est de 90%.

Nous disposons de l'historique de l'évolution journalière de l'Euro Stoxx 50 du 1<sup>er</sup> janvier 1990 jusqu'au 31 décembre 2019, soit 7 559 rendements annuels glissants. Les résultats des deux méthodes de calibrage sont représentés sur les graphiques 2.11 et 2.12.

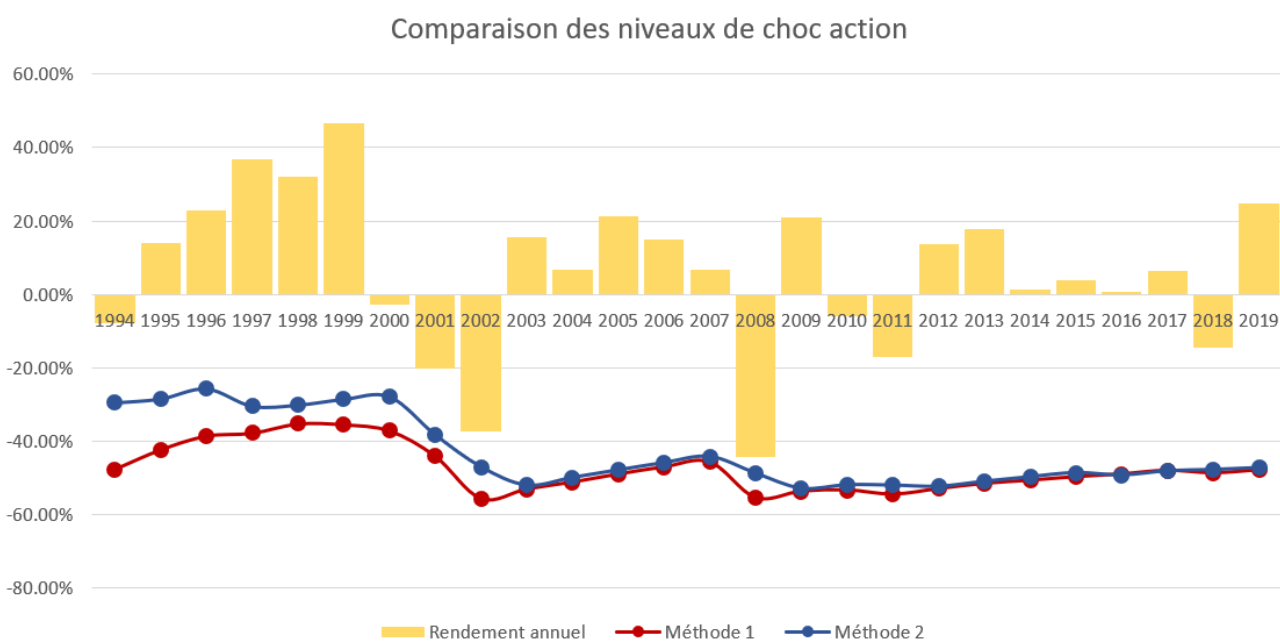


FIGURE 2.11: Comparaison du niveau de choc pour les deux méthodes de calibrage

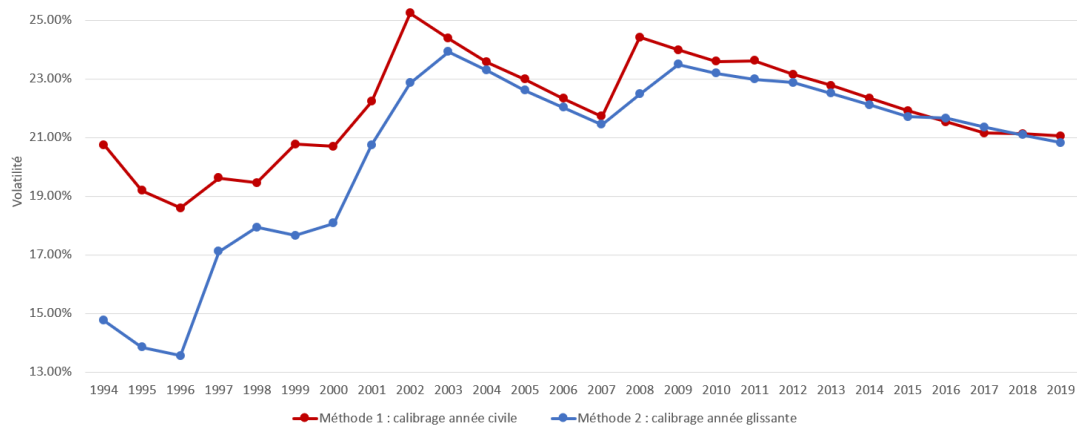


FIGURE 2.12: Comparaison de la volatilité (écart-type) pour les deux méthodes de calibrage

Sur les premières années, la première méthode donne un niveau de choc plus important en valeur absolue à cause de la volatilité qui est plus élevée. Ce résultat était attendu puisque le nombre de données est beaucoup plus faible donc la volatilité est nécessairement plus importante. Toutefois, nous constatons que les deux méthodes convergent et donnent un niveau de choc similaire lorsque nous cumulez tout l'historique jusqu'en 2019. L'Euro Stoxx 50 et le *MSCI World Developed Index* sont très corrélés positivement, donc il est probable que les deux méthodes auraient également convergé si nous avions fait le calibrage à partir du *MSCI World Developed Index*. En conséquence, le niveau de choc à -36% calibré précédemment peut être considéré comme robuste. Néanmoins, nous remarquons des niveaux de choc plus significatifs en calibrant la loi normale sur l'Euro Stoxx.

Calibrer la loi normale au 30/07/2020 fait diminuer légèrement la moyenne (passant de 6,49% au 31/12/2019 à 6,31% au 30/07/2020) et l'écart-type (passant de 20,82% à 20,77%) augmentant le choc de -47,15% à -47,20%. Par conséquent la crise financière provoquée par la propagation de la COVID-19 dans le monde n'a eu que peu d'impact dans le calibrage du choc action. Pour comprendre un peu mieux ce phénomène, nous pouvons regarder de plus près les rendements annuels sur un an glissant de l'Euro Stoxx 50 du 01/01/1991 au 30/07/2020 (historique retenu pour le calibrage) sur le graphique 2.13.

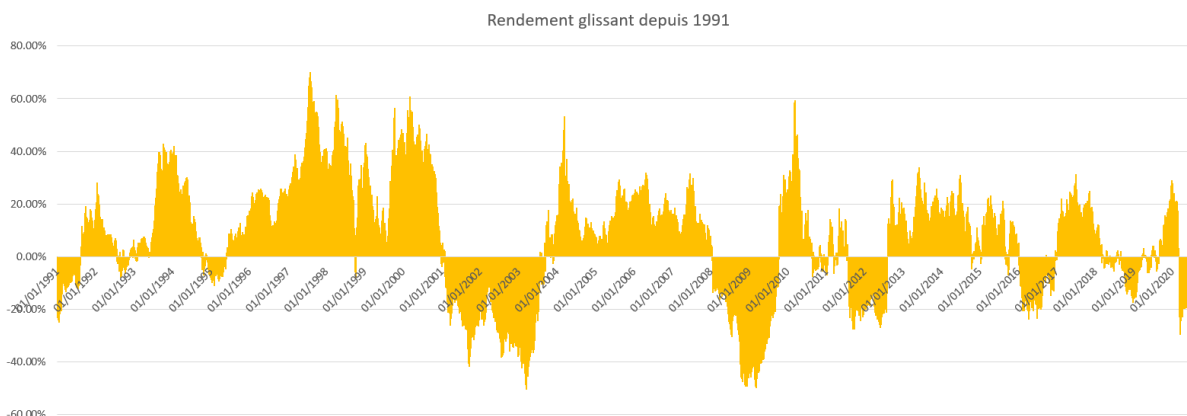


FIGURE 2.13: Rendements annuels sur un an glissant de l'Euro Stoxx 50 depuis 1991

Deux aspects ressortent alors de cette analyse graphique. La première est la performance des marchés financiers de fin 1995 jusqu'au début des années 2000 qui pilote la moyenne de la loi normale à la hausse. A l'inverse, l'éclatement de la bulle internet et la crise financière de 2008 se sont fait ressentir significativement sur plusieurs années pouvant atteindre des pics de rendement jusqu'à -50% de l'Euro Stoxx. La crise de la COVID-19 a quant à elle provoquée une chute des actions et une baisse de rendement de l'Euro Stoxx jusqu'à -29,58% au 18/03/2020. Cependant, la performance des marchés financiers d'aujourd'hui ainsi que la réaction rapide des gouvernements face à la crise a permis de limiter cet impact et de remonter le cours des actions, ramenant les rendements rapidement à zéro. Par conséquent, la crise actuelle a un impact peu significatif sur le calibrage du choc action, car d'autres événements ont touché de manière plus importante les titres financiers et sur des périodes plus longues. Il faudrait attendre la fin de la crise pour en tirer des conclusions plus concrètes sur la performance des marchés en période de pandémie.

Comme évoqué précédemment, le choix de la loi normale pour le calibrage des rendements annuels peut être remis en cause. Au vue de la figure 2.7 et du tableau 2.1 (*skewness* non nulle), on rejette facilement l'hypothèse de normalité. De la même manière, la p-valeur du test de Shapiro-Wilk sur les rendements annuels glissants est inférieure à  $2,2 \times 10^{-16}$ , donc pour un niveau de confiance à 5%, l'hypothèse nulle est rejetée. Cette hypothèse de normalité a tendance à sous-estimer le choc action calibré par l'EIOPA. Reprenons le calibrage du choc action de l'EIOPA (indice *MSCI*) en ajustant les rendements non plus sur une loi normale mais sur une loi à queue épaisse, asymétrique à gauche comme la distribution de Weibull par exemple. Cette dernière prenant des valeurs positives, nous ajustons la loi non pas sur les *Rendements* mais sur les *Rendements + 1* par la méthode des moments comme illustrée par JBILI (2008). A partir de la moyenne et l'écart-type de notre échantillon, nous pouvons estimer les paramètres d'échelle et de forme de la loi de Weibull. A partir de la moyenne et de l'écart-type 2.1, nous avons ajusté la loi de Weibull et calculé son quantile d'ordre 0,5%. Nous obtenons un choc de -46,35% pour une  $\mathcal{W}(6, 95; 1, 15)$ . De la même manière, nous illustrons sur les graphiques 2.14 et 2.15 la distribution empirique des rendements annuels glissants ainsi que la distribution théorique suivant une loi Normale et de Weibull respectivement.

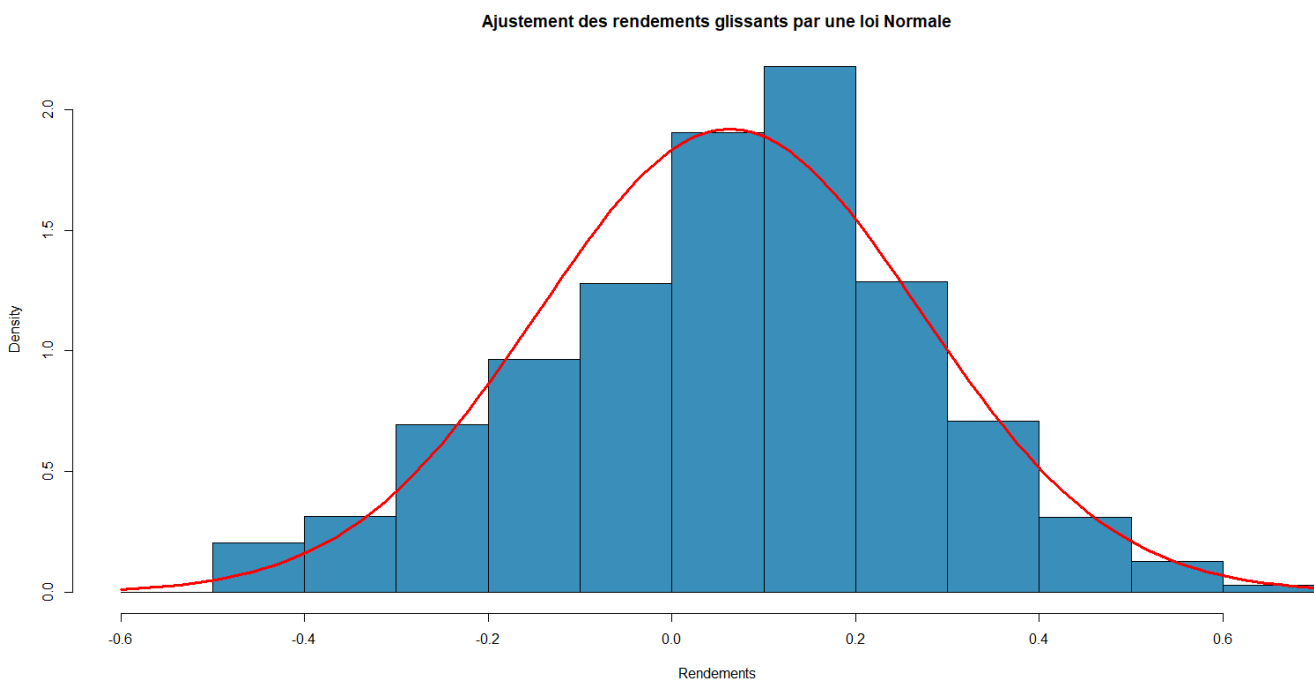


FIGURE 2.14: Ajustement des rendements annuels glissants par une loi Normale

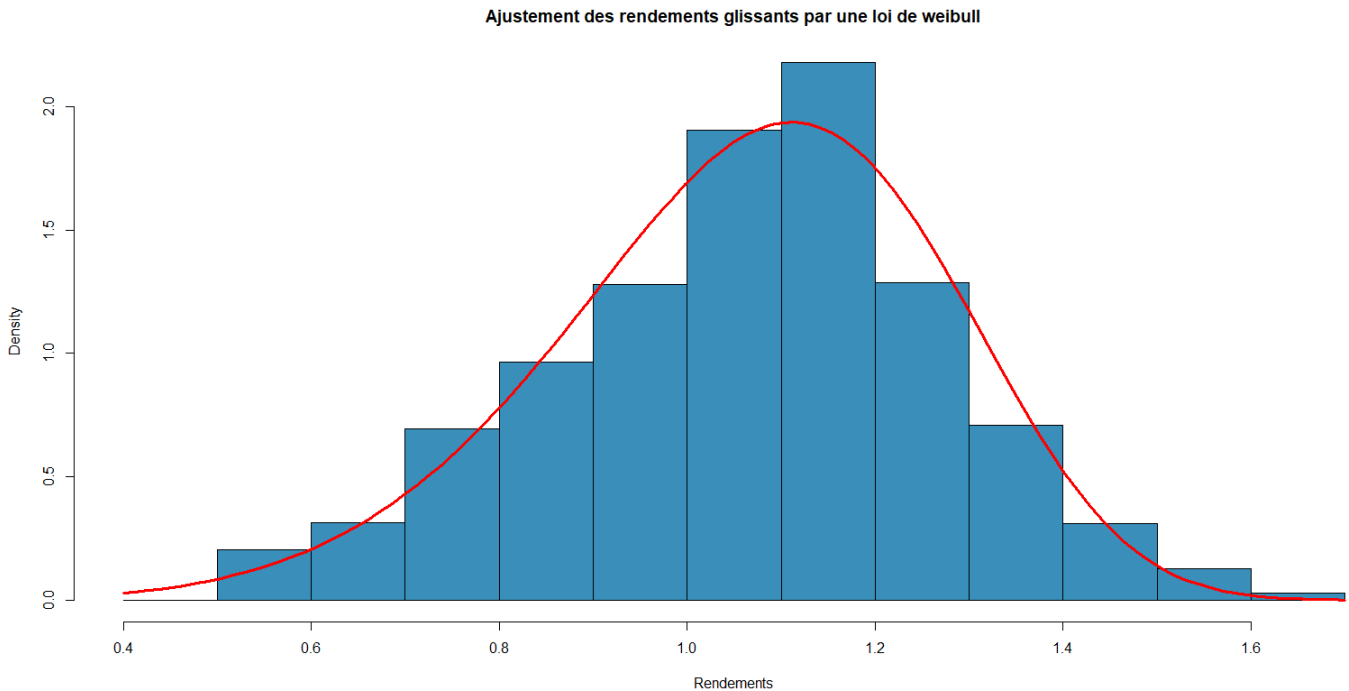


FIGURE 2.15: Ajustement des rendements annuels glissants par une loi de Weibull

L'ajustement d'une loi de Weibull sur les rendements glissants de l'Euro Stoxx 50 semble plus adapté. Néanmoins le quantile à 0,5% est également plus important. Il passe de -47% pour une loi Normale à -53% pour une loi de Weibull. Par ailleurs, l'effet dampener peut amplifier ou atténuer ce choc. A titre d'exemple, ce dernier valait 1,45% avant l'effondrement des actions dû à la crise de la COVID-19. Un mois plus tard, du fait d'une recession sur les marchés financiers, ce coefficient d'ajustement a atteint sa valeur minimale de -10% avant de remonter à un niveau quasiment nul de -0,48% au 31/12/2020.

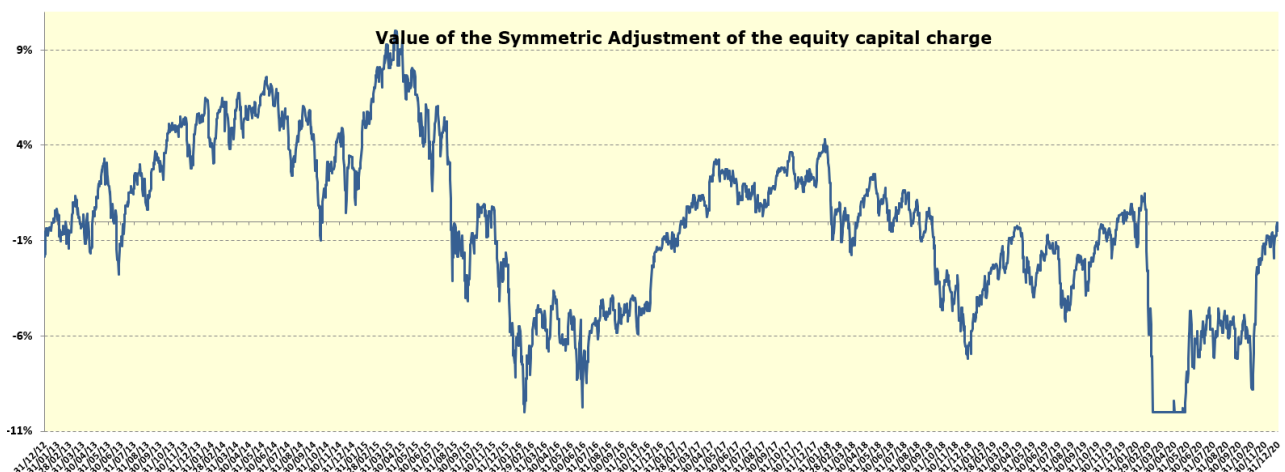


FIGURE 2.16: Evolution de l'effet Dampener du 31/12/2012 au 31/12/2020, source : EIOPA

Quoi qu'il en soit, l'étude de calibrage du niveau de choc suppose que les rendements annuels suivent une loi normale de paramètres constants. Or, si nous regardons les graphiques de l'évolution

de l'Euro Stoxx 50 ainsi que la volatilité des rendements annuels, nous constatons qu'il y a plusieurs régimes de volatilité. Sur la période de 2000 à 2003 (éclatement de la bulle internet), la volatilité des rendements devient beaucoup plus élevée que celle des années antérieures et ne se stabilise qu'à la fin de l'année 2004. Ensuite, la crise financière mondiale qui se déclenche à partir de 2007 rehausse la volatilité des rendements du marché boursier.

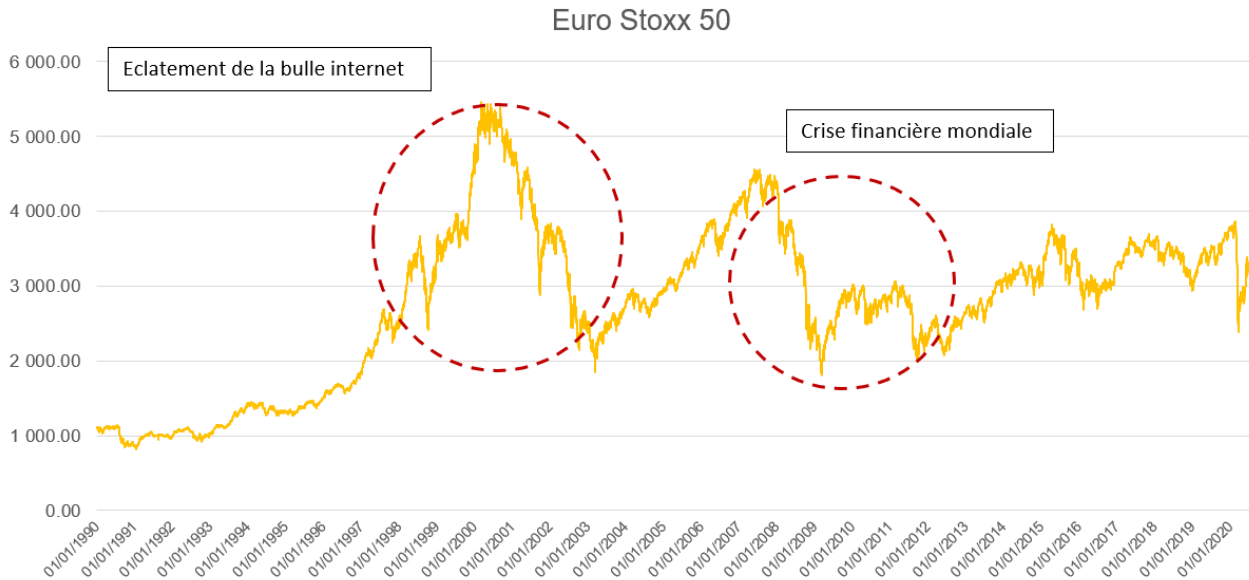


FIGURE 2.17: Différents régimes de volatilité de l'Euro Stoxx 50

De la même manière, le marché devient volatile lors de périodes de crise sanitaire comme celle actuelle. Les changements de régime de volatilité ne sont pas captés en calibrant sur des lois usuelles. Nous proposons dans la section suivante une deuxième méthode de calibrage du choc action en utilisant un modèle de séries temporelles à chaîne de Markov cachée.

## 2.2 Calibrage du choc action par des séries temporelles

Nous avons vu dans la partie précédente l'importance du changement de régime de volatilité lors de périodes de crise. Pour capter cet effet, calibrer le choc sur actions par une loi normale peut ne pas être suffisant, et l'assureur peut effectivement être exposé à ce changement de régime. Deux options s'offrent à nous : soit modéliser le risque de volatilité des actions comme un sous-module à part, soit modéliser d'une autre façon le risque action de la formule standard. Pour ne pas s'éloigner de la formule standard, nous optons pour la deuxième option. Notre choix se porte donc sur des modèles de séries temporelles de type ARMA(p,q) à changement de régime markovien. Ce sont des modèles de séries temporelles classiques dont la dynamique est piloté par une variable ou processus inobservable, souvent modélisé par une chaîne de Markov. De par ce fait, ces modèles sont appelés MS(m)-AR(p), MS(m)-ARMA(p,q), MS-GARCH(p,q), etc. avec « MS » faisant référence à *Markov Switching*. Avant d'introduire ces modèles, nous faisons un bref rappel sur les chaînes de Markov, ainsi que les principales définitions et propriétés.

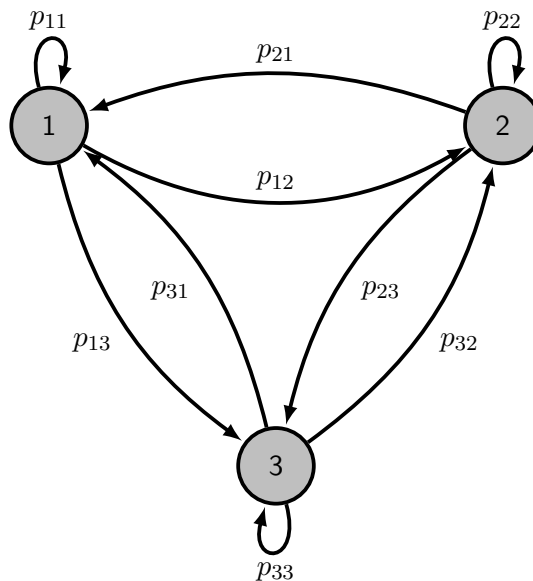
### 2.2.1 Chaîne de Markov

Soit  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  un processus aléatoire à valeur dans  $\mathbb{S}$ . Les éléments de  $\mathbb{S}$  sont appelés « états ».  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  est une chaîne de Markov d'ordre  $k$  si  $\forall i_t \in \mathbb{S}$  et  $t \geq 1$ ,

$$\mathbb{P}[S_{t+1} = i_{t+1} | S_t = i_t, \dots, S_0 = i_0] = \mathbb{P}[S_{t+1} = i_{t+1} | S_t = i_t, \dots, S_{t-k+1} = i_{t-k+1}]. \quad (2.2)$$

Autrement dit, la probabilité d'être dans l'état  $i_{t+1}$  au temps  $t+1$  conditionnellement au passé du processus dépend de l'état présent et des  $k-1$  états précédents. Dans la suite, nous considérerons des chaînes d'ordre  $k = 1$  uniquement.

Notons maintenant  $\forall i, j \in \mathbb{S}$ ,  $p_{ij}$  la probabilité de passer de l'état  $i$  vers l'état  $j$  (ou de rester dans le même état entre deux pas de temps si  $i = j$ ). Autrement dit,  $p_{ij} = \mathbb{P}[S_{t+1} = j | S_t = i]$ . Les  $p_{ij}$  sont les probabilités de transition et sont intégrées dans une matrice appelée matrice de transition de taille  $\text{card}(\mathbb{S}) \times \text{card}(\mathbb{S})$ . A titre d'exemple, prenons une chaîne de Markov à 3 états. Nous donnons la représentation graphique de cette chaîne ainsi que sa matrice de transition.



$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}.$$

**Equations de Chapman-Kohngorov :** Soit  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  une chaîne de Markov de matrice de transition  $P$ . On note  $\mu_0$  la loi de  $S_0$ . Alors  $\forall n \geq 0, \forall x_0, \dots, x_n \in \mathbb{S}$

$$\mathbb{P}[S_n = x_n, \dots, S_0 = x_0] = \mu_0(x_0) \prod_{i=0}^{n-1} P(x_i, x_{i+1}). \quad (2.3)$$

Autrement dit, la loi d'une chaîne de Markov ne dépend uniquement de :

- Sa condition initiale (loi)  $\mu_0$  ;
- Sa matrice de transition  $P$ .

**Notation :** On notera dans la suite  $\mathbb{P}_x(\cdot) = \mathbb{P}(\cdot | S_0 = x)$  pour désigner la chaîne  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  de condition initiale  $x \in \mathbb{S}$ .

**Propriété 1 :** Soit  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  une chaîne de Markov de matrice  $P$  et de condition initiale  $x$ . En notant  $\mu_n$  la loi de  $S_n$  alors  $\forall n \geq 0, \mu_n = \mu_{n-1}P$  et  $\forall n \geq 0, \forall x, y \in \mathbb{S}, \mathbb{P}[S_n = y | S_0 = x] = P^n(x, y)$ .

**Homogénéité :**  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  est homogène si les probabilités de transition sont indépendantes du temps. Autrement dit,  $\mathbb{P}[S_{t+1} = j | S_t = i] = \mathbb{P}[S_1 = j | S_0 = i], \forall t$

**Irréductibilité :** On dit que  $x \in \mathbb{S}$  communique avec  $y \in \mathbb{S}$  s'il existe  $n \geq 0$  tel que  $P^n(x, y) > 0$ .  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  est irréductible si  $\forall (x, y) \in \mathbb{S}^2, x$  communique avec  $y$ .

**Récurrence :** On pose  $T_x = \inf\{n \geq 1, S_n = x\}$ .  $x$  est un état récurrent si  $\mathbb{P}_x(T_x < +\infty)$ . On dit que  $x$  est récurrent positif si de plus  $\mathbb{E}_x(T_x) < +\infty$ . Autrement dit  $x$  est récurrent si, partant de  $x$ ,  $S$  revient presque sûrement en  $x$  et  $x$  est récurrent positif si en plus, le processus  $S$  passe une fraction non négligeable de son temps dans cet état.  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  est dite récurrente (resp. récurrente positive) si  $\forall x \in \mathbb{S}, x$  est récurrent (resp. récurrent positif).

**Mesure invariante :** Soit  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  une chaîne de Markov sur  $\mathbb{S}$  de transition  $P$ . Soit  $\mu$  une mesure de probabilité sur  $\mathbb{S}$ . On dit que  $\mu$  est stationnaire ou invariante si  $\mu P = \mu$ .

**Propriété 2 :** De par la propriété 1, si  $\mu$  est une loi invariante et  $S_0 \sim \mu$  alors  $S_n \sim \mu \forall n$ .

**Théorème :** Soit  $\{S_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  une chaîne de Markov irréductible. Alors les trois propositions suivantes sont équivalentes :

- i il existe un état récurrent positif ;
- ii tous les états sont récurrents positifs ;
- iii la chaîne admet une probabilité invariante  $\pi$ .

La chaîne est alors récurrente positive et de plus :  $\pi$  est unique et  $\forall x \in \mathbb{S}, \pi(x) = \frac{1}{\mathbb{E}_x(T_x)}$ .

### 2.2.2 Le modèle MS-AR

Soit  $\mathbf{S} = \{S_t\}_{t \geq 0}$  une chaîne de Markov d'ordre 1, à  $N$  états ( $\text{card}(\mathbb{S}) = N$ ), homogène, irréductible, apériodique, de récurrence positive, de probabilité à priori initiale  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_N)$ , i.e  $\mathbb{P}(S_0 = i) = \pi_i, \forall i$ .

Soit  $\mathbf{X} = \{X_t\}_{t \geq 0}$ .  $\mathbf{X}$  suit un modèle MS(N)-AR(p) s'il est de la forme 2.4.

$$X_t = \varphi_{0,S_t} + \sum_{k=1}^p \varphi_{k,S_t} X_{t-k} + \sigma_{S_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 1). \quad (2.4)$$

Autrement dit, conditionnellement à l'état dans lequel on se trouve au temps  $t$ ,  $X_t$  suit un modèle AR(p). La dynamique de l'AR(p) dépend d'une variable inobservable  $S_t$ . Nous allons donc calibrer un nouveau choc action en utilisant ce modèle. Pour ce faire, nous utilisons le *package* **NHMSAR** (MONBET, 2020) de R qui permet, au même type que le *package* **rugarch** (GHALANOS, 2020), de calibrer, simuler et prédire des modèle MS-AR.

Nous utilisons comme précédemment, l'indice l'Euro-Stoxx du 01/01/1990 au 30/07/2020. Comme ce qui est fait en pratique, nous calibrons notre modèle sur le logarithme de cet indice. Dans le but de réaliser le *backtesting* du modèle, nous enlevons les 300 derniers points de notre échantillon. Nous travaillons donc sur un échantillon tronqué et de taille  $n = 7556$ .

Nous traçons les autocorrélogrammes simple et partiel du processus :

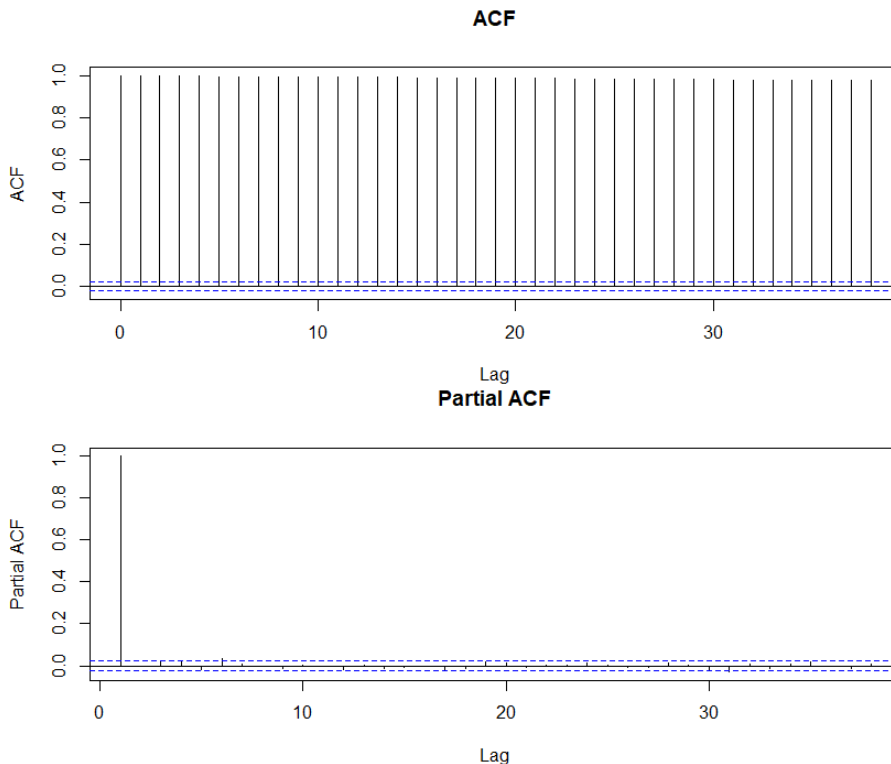


FIGURE 2.18: Les autocorrélogrammes simple et partiel



Les autocorrélations simples semblent constantes ou converger très lentement vers 0. Les autocorrélations partielles sont quasi-nulles à partir de l'ordre 1. Un modèle potentiel pour la composante autorégressive serait donc un modèle AR(1). Nous supposons qu'il existe deux régimes possibles de volatilité notamment : faible et élevé. Ainsi nous fixons  $N = \text{card}(\mathcal{S}) = 2$ .

Nous avons donc choisi pour modéliser les actions un modèle MS(2)-AR(1). Pour calibrer notre modèle, nous utilisons la fonction « fit.MSAR » du *package*. Cette fonction, estime les paramètres du modèle par l'algorithme espérance-maximisation (EM). Ce dernier permet de trouver les paramètres d'un modèle probabiliste lorsqu'il dépend de variables latentes non observables ce qui est notre cas ici.

Les résultats du calibrage des paramètres et de la matrice de transition sont données par :

Régime	$\varphi_{0,k}$	$\varphi_{1,k}$	$\sigma_k$	$\pi_k$
1	0.039%	1.000	6.13e-05	1
2	1.091%	0.999	0.0392%	0

TABLE 2.4: Estimation des paramètres

$$P = \begin{pmatrix} 98.597\% & 1.402\% \\ 2.743\% & 97.256\% \end{pmatrix}.$$

Nous représentons sur la figure 2.19 la trajectoire réelle de l'indice logarithmique tiré de notre échantillon, ainsi que les différents régimes estimés par le modèle (le régime 2 est illustré par des zones grisées) :

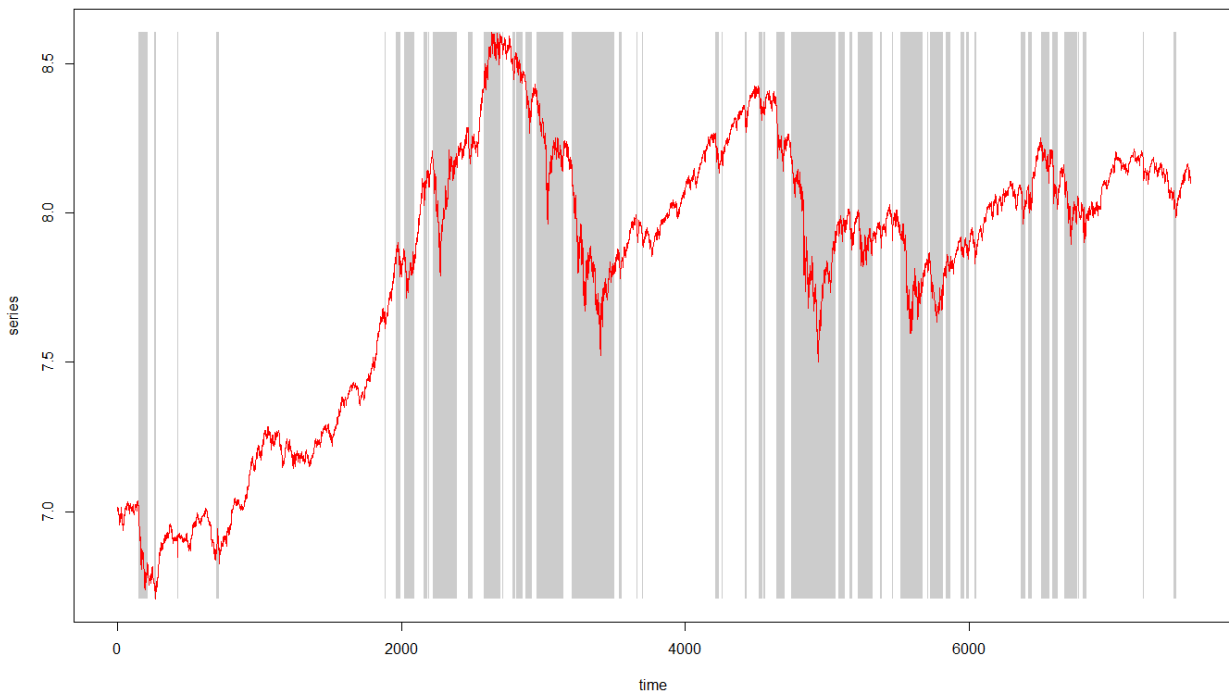


FIGURE 2.19: Régimes estimés par le modèle sur la trajectoire réelle de l'indice logarithmique

On en déduit que le régime 1 estimé par l'algorithme correspond aux phases de faible volatilité, et le régime 2 aux phases de forte volatilité. Ceci est également interprétable par le paramètre  $\sigma$  qui est plus important pour le deuxième régime. De plus, l'algorithme estime les probabilités à priori égales à 1 et 0 pour les régimes 1 et 2 respectivement, ce qui voudrait dire que l'état initial de la chaîne vaut toujours 1.

Nous procédons maintenant au *backtesting* du modèle. En d'autres termes, nous avons simulé 1 000 trajectoires du logarithme des prix pour notre modèle sur une durée  $T = 300$ , soit 300 jours. Nous les avons ensuite comparées à la trajectoire réelle (les 300 points tronqués au début de l'étude).

Pour ne pas surcharger le graphique, nous représentons seulement 5 trajectoires. La courbe noire correspond à la trajectoire réelle. Les trajectoires Min et Max désignent respectivement le minimum et maximum des 1 000 scénarios. Elles constituent l'enveloppe du « cône » de simulations.

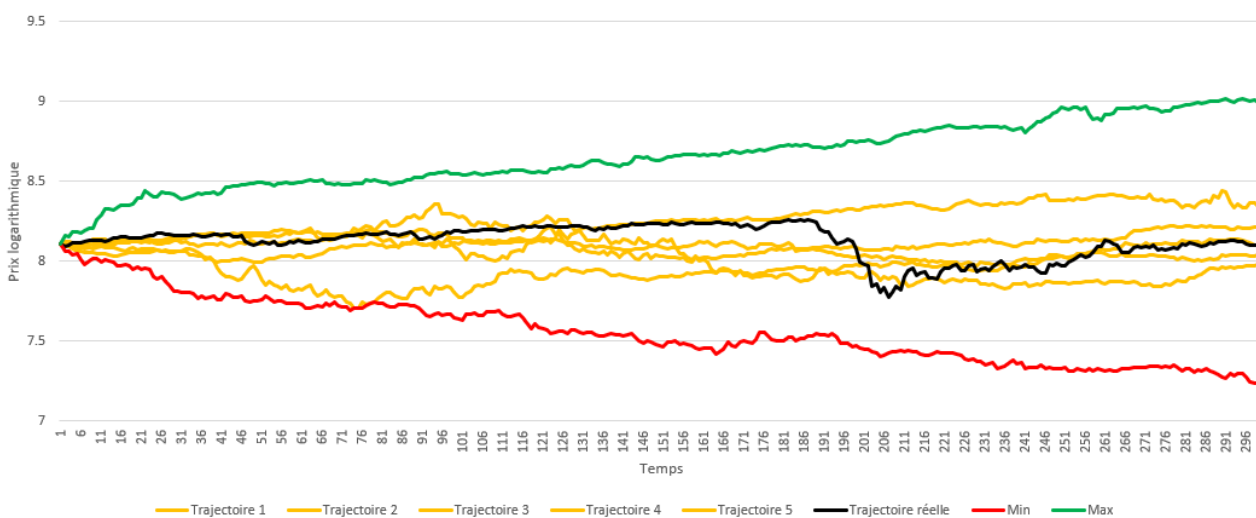


FIGURE 2.20: Simulations de trajectoire du prix logarithmique

Nous constatons que la trajectoire réelle est dans le cône de simulations. Notre modèle ne simule donc pas des trajectoires incohérentes.

Il est également intéressant d'analyser les trajectoires en fonction de la simulation de la chaîne. Nous représentons sur les figures 2.21 et 2.22 deux exemples de trajectoires simulées par le modèle sur lesquelles nous reportons la projection de la chaîne de Markov cachée.

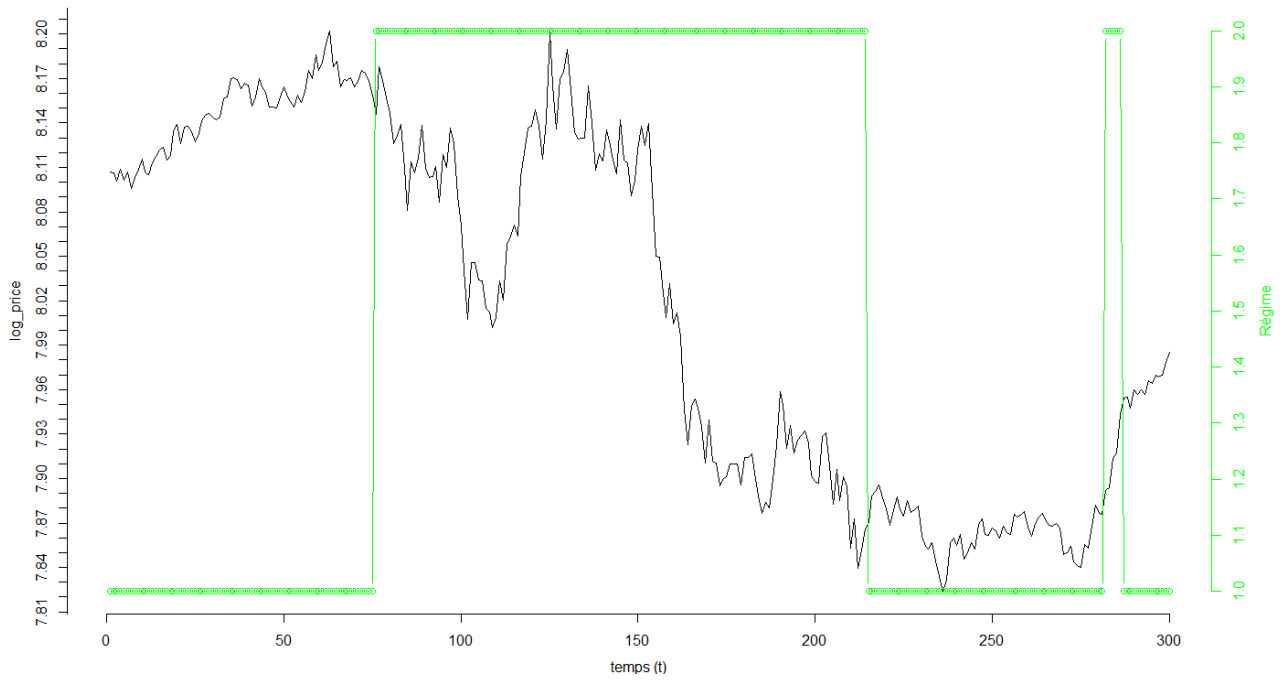


FIGURE 2.21: Exemple de trajectoire simulé par le modèle

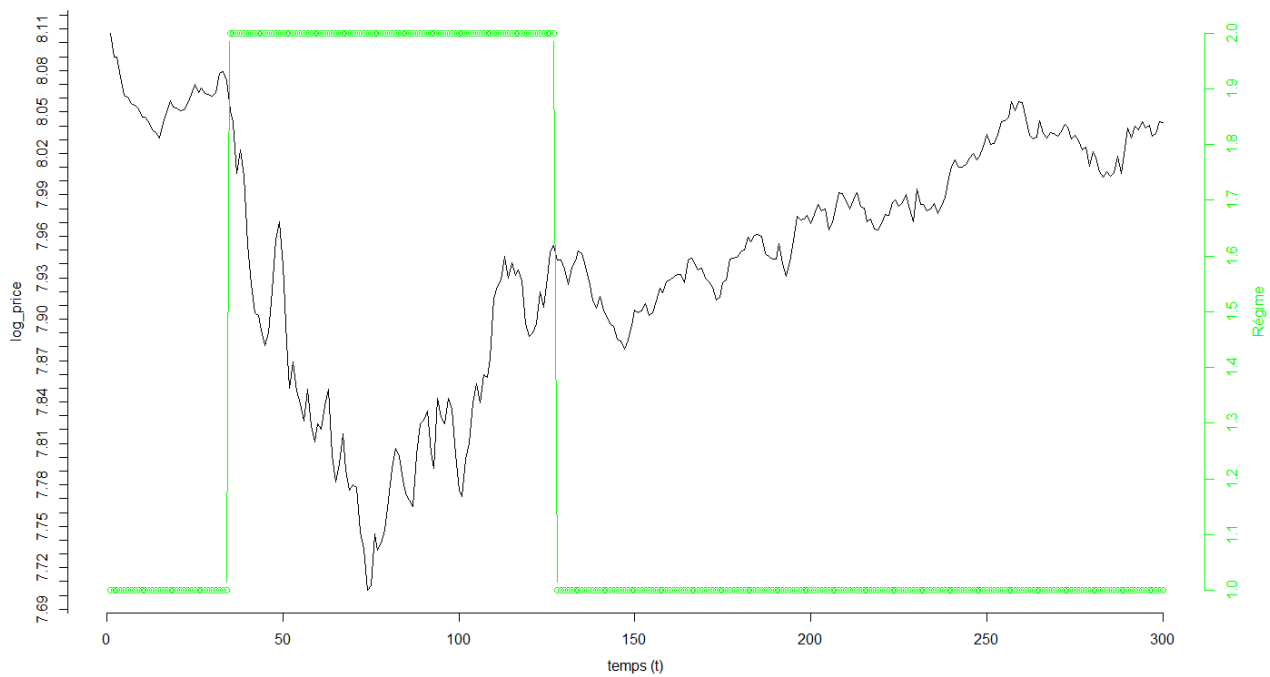


FIGURE 2.22: Exemple de trajectoire simulé par le modèle

Il est clair que lorsque la variable  $S_t$  est dans l'état 2, la trajectoire de la variable observable  $X_t$  est plus volatile que dans le régime 1, et une chute du marché est plus significatif dans cet état, ce qui est cohérent avec le calibrage de notre modèle.

### Calibrage du choc action

Dans cette partie nous allons calibrer un choc au titre du risque action. Pour ce faire, nous calibrons un modèle MS(2)-AR(1) sur la totalité de l'échantillon. Nous obtenons les résultats suivants :

Régime	$\varphi_{0,k}$	$\varphi_{1,k}$	$\sigma_k$	$\pi_k$
1	0.033%	1.000	6.19e-05	1
2	1.360%	0.998	0.042%	0

TABLE 2.5: Estimation des paramètres

$$P = \begin{pmatrix} 98.536\% & 1.464\% \\ 2.957\% & 97.043\% \end{pmatrix}.$$

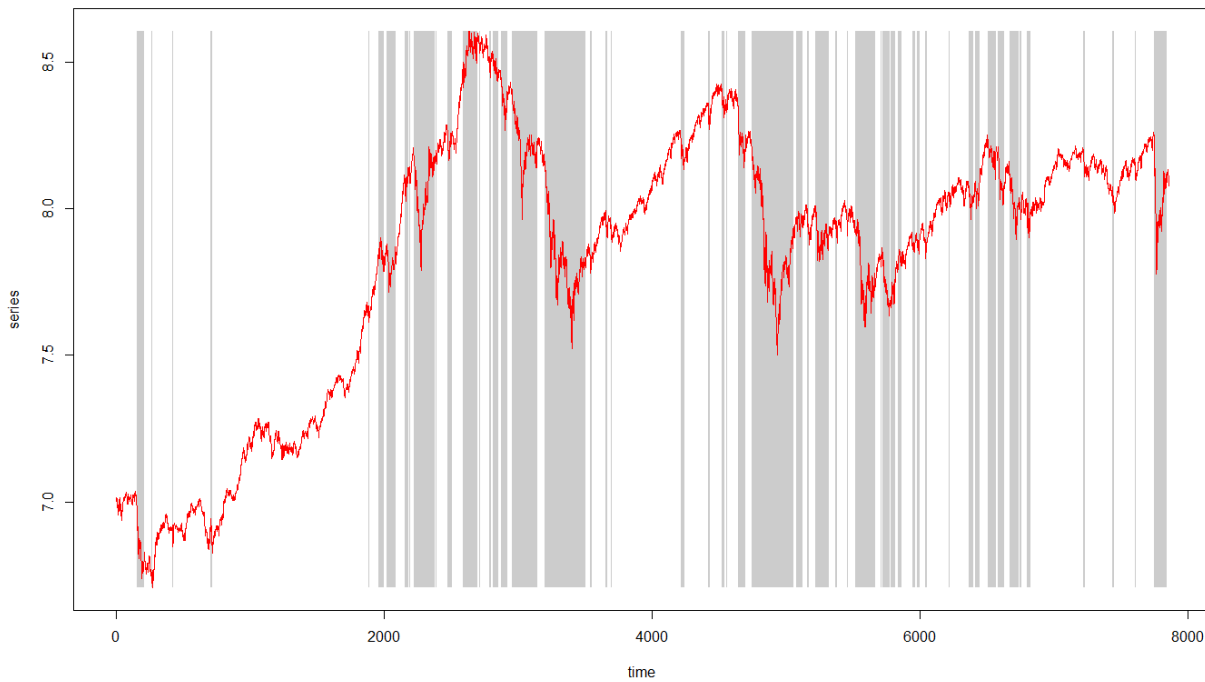


FIGURE 2.23: Régimes estimés par le modèle sur la trajectoire réelle de l'indice logarithmique

Notons que la « période COVID », qui correspond approximativement aux 150 derniers points de notre échantillon, est, selon notre modèle, piloté par un régime de volatilité élevé, ce qui n'est pas en contradiction avec la situation actuelle sur les marchés financiers.

De la même manière que précédemment, nous effectuons 10 000 simulations mais sur un horizon d'un an, ce qui correspond à  $T = 250$ , car il y'a 250 jours ouvrés dans une année. Pour chaque projection nous aurons un rendement annuel égale à 2.5.

$$r^{(j)} = \frac{P_T^{(j)}}{P_0^{(j)}} - 1 = \exp\left(X_T^{(j)} - X_0^{(j)}\right) - 1, \quad j \in \llbracket 1, 10\,000 \rrbracket ; \quad (2.5)$$

où  $P_t^{(j)}$  est le prix en  $t$  pour la projection  $j$  et  $X_t^{(j)} = \log(P_t^{(j)})$ .

A partir de ces 10 000 rendements annuels projetés, nous pouvons tracer une distribution empirique et prendre le quantile à 0,5% de cette distribution en guise de choc pour le risque action de la formule standard. Nous traçons sur la figure 2.24 cette distribution ainsi qu'une comparaison entre les quantiles empiriques des variations annuelles glissantes de l'Euro-Stoxx et les quantiles obtenus après 10 000 simulations du modèle.

	0%	0.5%	1%	5%	25%	50%	75%	100%
Quantile empirique	-50.33%	-45.81%	-43.57%	-30.43%	-6.57%	8.27%	19.84%	69.84%
Quantile modèle	-59.87%	-41.92%	-38.00%	-25.79%	-6.47%	7.96%	23.13%	172.61%

TABLE 2.6: Quantiles empiriques vs Quantile empiriques du modèle

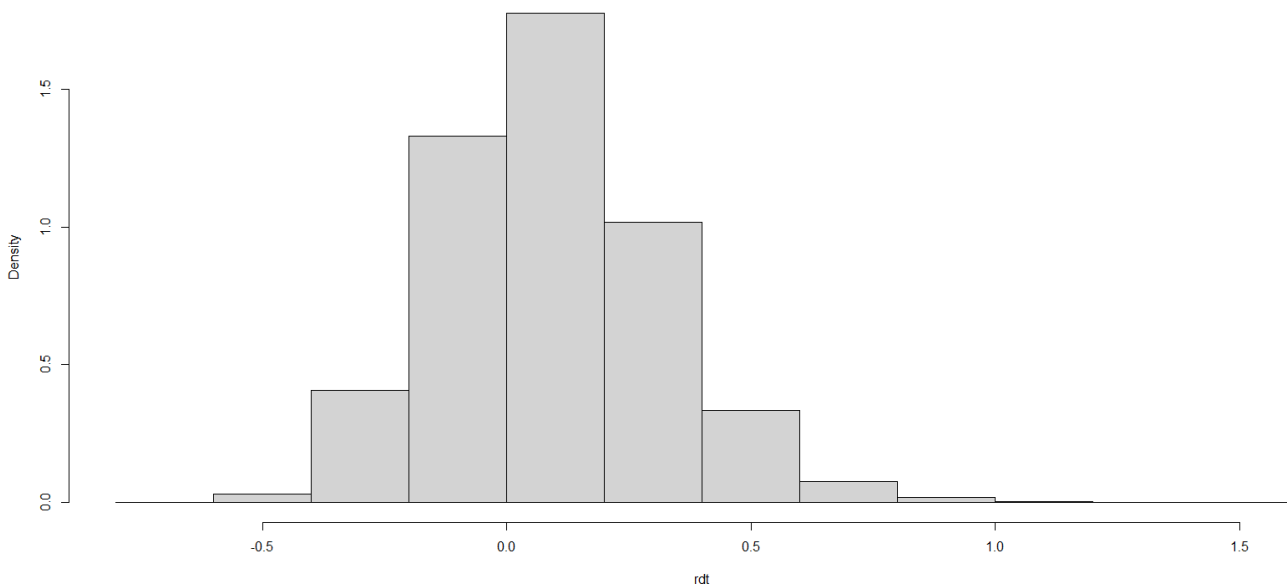


FIGURE 2.24: Distribution empirique des rendements annuels après 10 000 simulations du modèle

Nous en déduisons donc un choc de -42% au titre du risque action. Ce choc est légèrement supérieur que celui calibré par la formule standard (-39%) en utilisant l'indice *MSCI World Developed Index* mais inférieur à celui calibré sur l'Euro-Stoxx (-47%) à iso-méthode (*i.e* en utilisant la méthode de formule standard qui consistait à calibrer les rendements sur une loi normale). De plus, la distribution selon le modèle de séries temporelles a une queue plus épaisse mais un quantile d'ordre 0.5% plus faible, en valeur absolue, que le quantile empirique des variations annuelles glissantes historiques de l'Euro-Stoxx.

Nous avons vu que l'estimation des paramètres de la loi normale en section 2.1 dépend fortement de l'historique utilisé. Ainsi, rajouter des données peut influencer sur le calibrage des chocs proposés par la formule standard pour le risque action. De plus, le risque des taux d'intérêts est l'un des plus significatifs pour l'assureur vie et nous amène naturellement à une analyse similaire pour ce sous-module.

## 2.3 Le risque de taux

### 2.3.1 Définition et méthodologie

Le Règlement Délégué (UE) 2015/35 précise aux Articles 165, 166 et 167 la méthodologie applicable pour le calcul de cette exigence de capital au titre du risque d'intérêt. Elle consiste à appliquer à la courbe des taux sans risque un choc multiplicatif à la hausse ou à la baisse – le choc à la baisse n'étant pas appliqué aux taux négatifs – en fonction de la maturité, comme résumé dans le tableau 2.7.

Maturité	Augmentation	Diminution
1	70%	75%
2	70%	65%
3	64%	56%
4	59%	50%
5	55%	46%
6	52%	42%
7	49%	39%
8	47%	36%
9	44%	33%
10	42%	31%
11	39%	30%
12	37%	29%
13	35%	28%
14	34%	28%
15	33%	27%
16	31%	28%
17	30%	28%
18	29%	28%
19	27%	29%
20	26%	29%
90	20%	20%

TABLE 2.7: Chocs appliqués à la courbe des taux

Une interpolation linéaire est utilisée pour déterminer le choc applicable aux maturités non listées.

La méthodologie de calibrage de ces chocs est détaillée dans le document CEIOPS-SEC-40-10 intitulé « *Solvency II Calibration Paper* » (EIOPA, 2010). Elle repose principalement sur une Analyse en Composante Principales des variations de la courbe de taux appliquée sur des taux swaps et zéro-coupon européens et britanniques. Cette méthode permet d'extraire de l'historique des courbes de taux 4 composantes principales qui expliquent l'essentiel des variations de la courbe. On interprète aisément ces composantes en analysant leurs coordonnées.

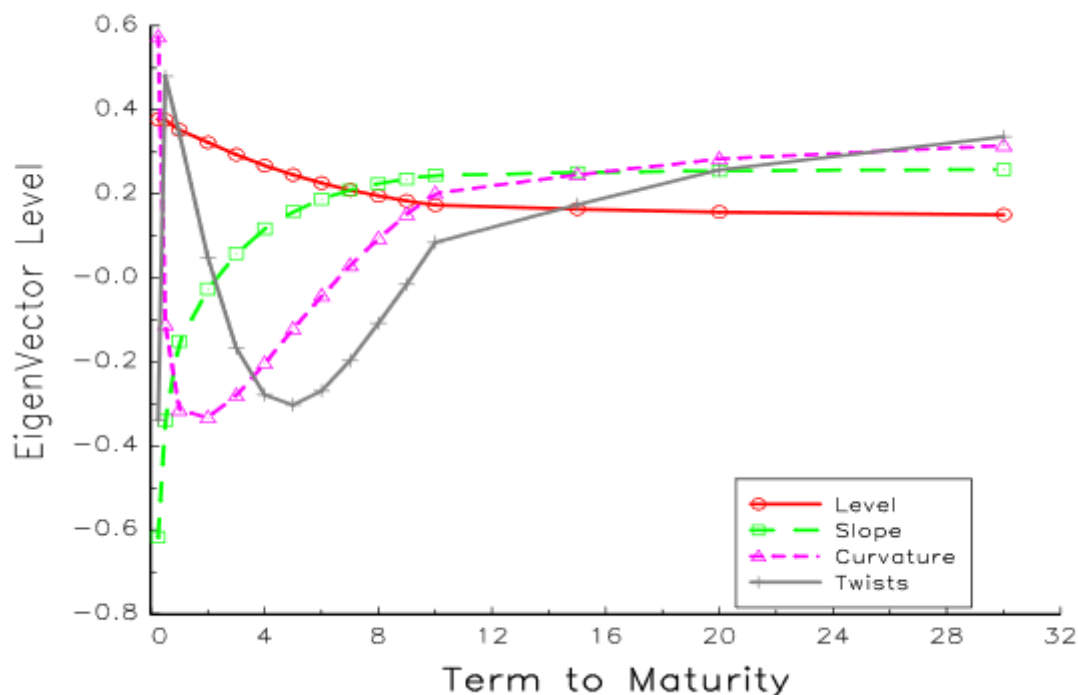


FIGURE 2.25: Coordonnées des composantes principales en fonction de la maturité (*cf. Solvency II Calibration Paper*)

La première composante (courbe rouge) a environ les mêmes coordonnées pour toutes les maturités. Cela signifie qu'elle correspond à un mouvement de translation de la courbe. Autrement dit, une hausse des taux d'intérêts à court terme s'accompagnera d'une translation vers le haut des taux à échéance longue. On parle d'une variation en niveau.

La deuxième composante (courbe verte) a des coordonnées négatives pour les maturités courtes et positives pour des maturités plus longues. Elle correspond à une variation dans le sens opposés des maturités courtes et longues, ce qui correspond à un mouvement de pentification. Cette situation se produit lors de la hausse des taux à long terme rendant la courbe initialement concave plus proche d'une droite.

La troisième composante (courbe violette) a des coordonnées qui décroissent fortement pour des maturités courtes puis croissent lentement pour devenir relativement stable sur des maturités longues. On parle alors de mouvements de courbure ou « butterfly ».

Enfin la quatrième et dernière composante (courbe noire) a des coordonnées qui décroissent plus lentement pour des maturité courtes puis croissent fortement pour des maturités plus longues. C'est un mouvement dit de distorsion (twist).

Il est plus aisé de comprendre ces changements de courbe des taux par des schémas simples. Ces derniers illustrent les changements respectivement de translation, de pente, de distorsion et de courbure.

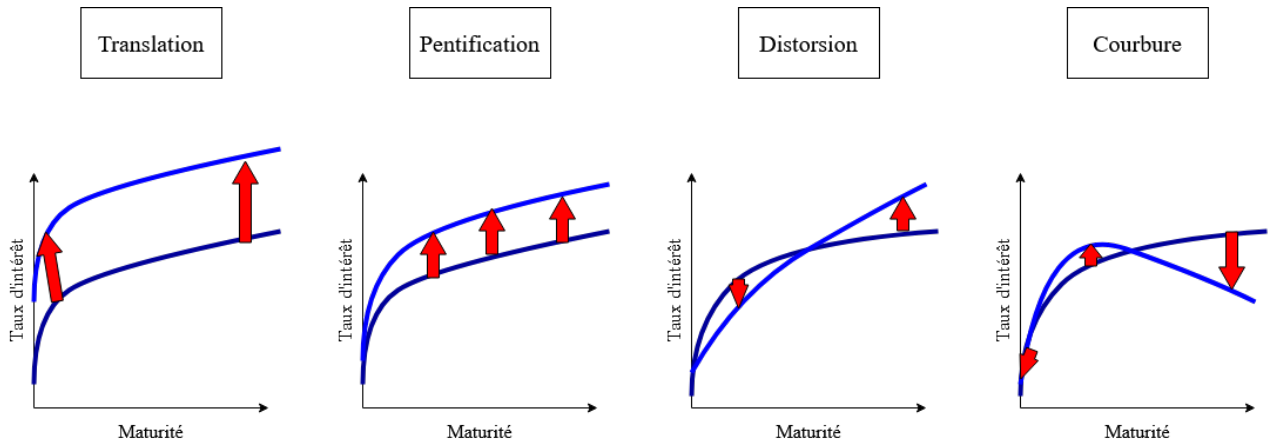


FIGURE 2.26: Illustration de changement de la courbe des taux

La formule standard n'intègre que le risque de variation en niveau de la courbe de taux, en négligeant les trois autres risques de variation.

### 2.3.2 Stabilité du calibrage du risque de taux

Le risque de taux traité par le régulateur et présenté précédemment montre plusieurs limites. Comme expliqué plus haut, en plus d'un historique s'arrêtant en mai 2009, la formule standard néglige le risque lié à une variation de pente. Il est intéressant d'étendre la méthodologie utilisée pour calibrer le choc de niveau au choc sur la pente. Nous étudierons donc également l'évolution de ce risque dans le temps, afin de se prononcer sur son caractère négligeable.

Nous travaillons sur un historique de courbes de taux *swaps* européens, pour des maturités comprises entre 1 et 30 ans. Pour ce faire, nous récupérons via Bloomberg les courbes EUSA1 Curncy, EUSA2 Curncy, ..., EUSA30 Curncy. Pour les maturités pour lesquelles nous ne disposons pas d'informations, nous avons eu recours à une interpolation linéaire. L'historique retenu s'étend du 19/10/1999 au 29/07/2020. Afin de compléter notre analyse, nous avons également étudié un historique des taux zéro-coupons européens pour des maturités comprises entre 1 et 30 ans. Pour ce faire, nous avons récupéré la courbe des taux de la zone Euro obtenue sur le site de l'*European Central Bank*. L'historique retenu s'étend du 06/09/2004 au 29/07/2020.

Le pas de temps des historiques est journalier ce qui implique un pas de temps  $\delta = \frac{1}{250}$  car une année contient en moyenne 250 jours ouvrés. De plus nous avons retraité des données aberrantes correspondant à des jours de fermeture d'Euronext.

Nous appliquons la méthode de l'EIOPA présentée rapidement dans la partie précédente sur ces données récoltées. Ainsi, une fois l'ACP effectuée, on peut transformer la base de données sources en une nouvelle base de données. En effet, l'ACP génère à partir des variables  $(\Delta R_m)_{m \in \llbracket 1, 30 \rrbracket}$ , qui correspondent aux variations historiques sur un an glissant des taux de maturité 1 à 30 ans, de nouvelles variables  $(PC_i)_{i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket}$  qui ne sont pas corrélées les unes aux autres et qui sont des combinaisons linéaires des anciennes variables :  $PC_i = \sum_{m=1}^{30} \alpha_{i,m} \Delta R_m$ . L'ACP nous fournit les coefficients  $(\alpha_{i,m})_{(i,m) \in \llbracket 1, 30 \rrbracket^2}$ . On peut donc calculer à chaque date d'observation  $(PC_i(t))_{i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket}$  ce qui nous fournit une base de données aux mêmes dimensions que la base initiale, mais dont les colonnes ne sont pas corrélées. On effectue alors pour chaque maturité  $m$  la régression linéaire 2.6.



$$\Delta R_m(t) = \beta_0^m + \beta_1^m PC_1(t) + \beta_2^m PC_2(t) + \beta_3^m PC_3(t) + \beta_4^m PC_4(t) + \epsilon_t . \quad (2.6)$$

Ceci permet d'obtenir, pour chaque maturité, la sensibilité des variations de taux d'intérêt à la composante représentant la pente. On peut alors déduire les chocs comme :

$$\begin{cases} \Delta NiveauUp & = \beta_1^m \times q_{99.5\%}(PC_1(t)); \\ \Delta NiveauDown & = \beta_1^m \times q_{0.5\%}(PC_1(t)); \\ \Delta Pentif_m & = \beta_2^m \times q_{0.5\%}(PC_2(t)); \\ \Delta Applat_m & = \beta_2^m \times q_{99.5\%}(PC_2(t)). \end{cases}$$

Cette méthodologie a été appliqué à deux types de variations annuelles :

- Les variations relatives  $\Delta R_m(t) = \frac{R_m(t)}{R_m(t-250)} - 1$ ;
- Les variations absolues  $\Delta R_m(t) = R_m(t) - R_m(t - 250)$ .

En effet, si à l'époque du calibrage de la formule standard seule la première méthode avait été retenue, celle-ci n'est plus applicable dans un environnement présentant des taux nuls ou négatifs car un choc relatif de niveau à la baisse n'est pas appliqué sur ces derniers. Calibrer un choc additif sur les variations absolues plutôt qu'un choc multiplicatif sur les variations relatives semble être alors une option pertinente. Afin de pouvoir mener la comparaison au maximum à méthodologies similaires, un choc sur les variations relatives a également été calibré. Il convient cependant de noter que les données suivant l'apparition des taux négatifs sont alors retirées de l'historique : ceci implique que le choc relatif reste identique aux dernières dates testées.

L'historique a été tronqué aux dates suivantes :

- Au 31/05/2009 (ce qui est censé correspondre à la date de calibrage par l'EIOPA) ;
- A tous les 31/12 de 2009 à 2019 ;
- Au 29/07/2020 (date d'extraction des données).

### **Résultats du calibrage pour les chocs multiplicatifs de niveau**

Les graphiques 2.27 et 2.28 décrivent l'évolution dans le temps des deux chocs sur le niveau, en les comparant aux chocs de l'EIOPA.

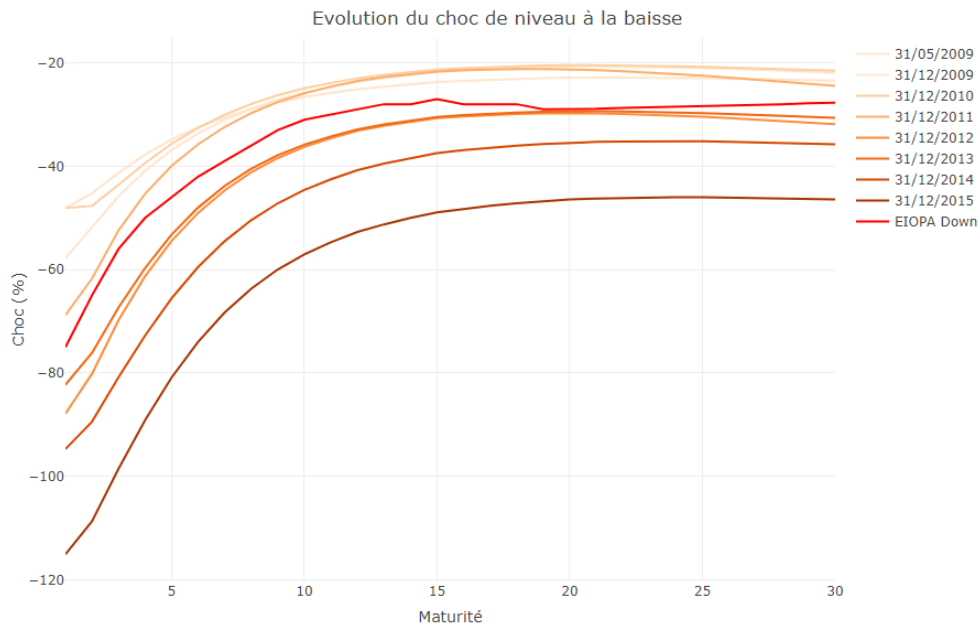


FIGURE 2.27: Evolution du choc multiplicatif de niveau à la baisse

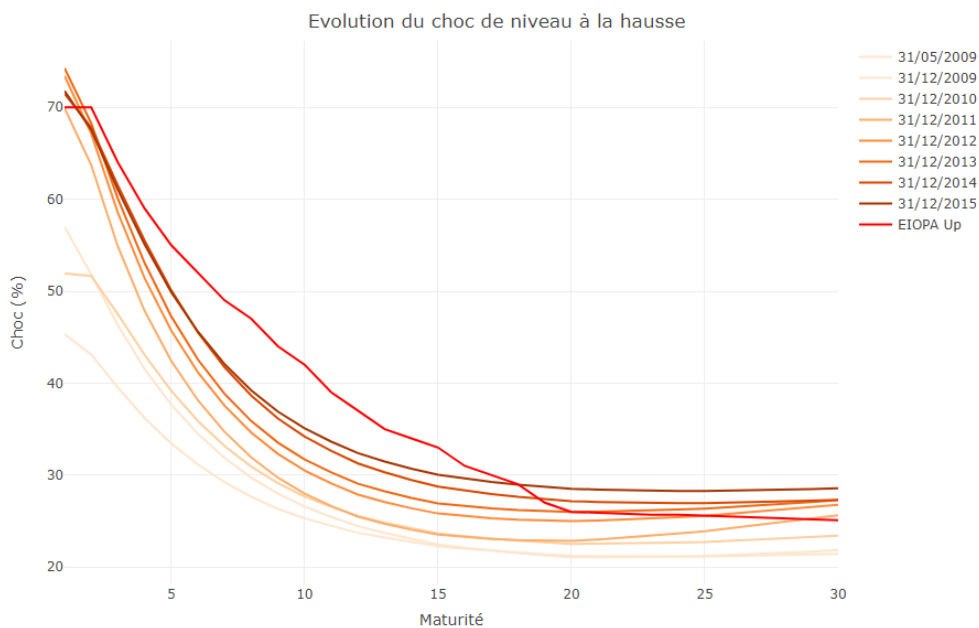


FIGURE 2.28: Evolution du choc multiplicatif de niveau à la hausse

Conformément à ce qui a été indiqué dans la partie précédente, nous n'avons pas tracé les résultats pour l'historique tronqué au 31/12/2016, 31/12/2017, 31/12/2018, 31/12/2019 et 29/07/2020 : les courbes se confondraient avec celle du 31/12/2015.

Le premier constat que l'on peut faire est que le calibrage au 31/05/2009 diffère du choc proposé par l'EIOPA. Ceci peut s'expliquer par plusieurs facteurs, notamment :

- En plus des taux *swaps* et zéro-coupon européens, l'EIOPA a également utilisé les taux *swaps* et zéro-coupon britanniques ;
- L'EIOPA indique que l'historique utilisé remonte à 1997, alors que nous n'avons eu accès aux données qu'à partir de 1999 ;
- La courbe des taux zéro-coupon européens utilisée par l'EIOPA s'arrête à la maturité 15 ans, là où nos données vont jusqu'à la maturité 30 ans ;
- L'EIOPA n'a pas complété les courbes disponibles par interpolation linéaire (par exemple pour les maturités comprises entre 10 et 15 ans pour les taux *swaps*) et a plutôt effectué l'interpolation sur les chocs.

En particulier, les chocs de l'EIOPA semblent plus prudents que les chocs calibrés par nos soins au 31/05/2009. On constate cependant que pour les calibrages aux dates ultérieures au 31/12/2012, le choc de niveau à la baisse est plus important que celui calibré par l'EIOPA. Ceci n'est pas étonnant, compte tenu de la tendance à la baisse des taux ces dernières années : ainsi, si la part de la variance expliquée par la composante « Niveau » n'a que peu évolué (environ 94% pour les taux *swaps*), la sensibilité des variations à cette composante a augmenté entre le 31/05/2009 et le 31/12/2015 (le coefficient  $\beta_1$  moyen passant de 0,13 à 0,19 pour les taux *swaps*), de même que le quantile à 0,5% de cette composante en valeur absolue (passant de -1,8 à -3,29 pour les taux *swaps*). Concernant le choc à la hausse, on observe au contraire une diminution du quantile à 99,5% de la composante (qui passe de 2,39 à 1,93 pour les taux *swaps*), néanmoins insuffisante pour compenser l'effet lié à la sensibilité, ce qui explique que le choc augmente avec le temps. On représente sur le graphique 2.29 l'évolution de ces quantiles en fonction de la date de calibrage :

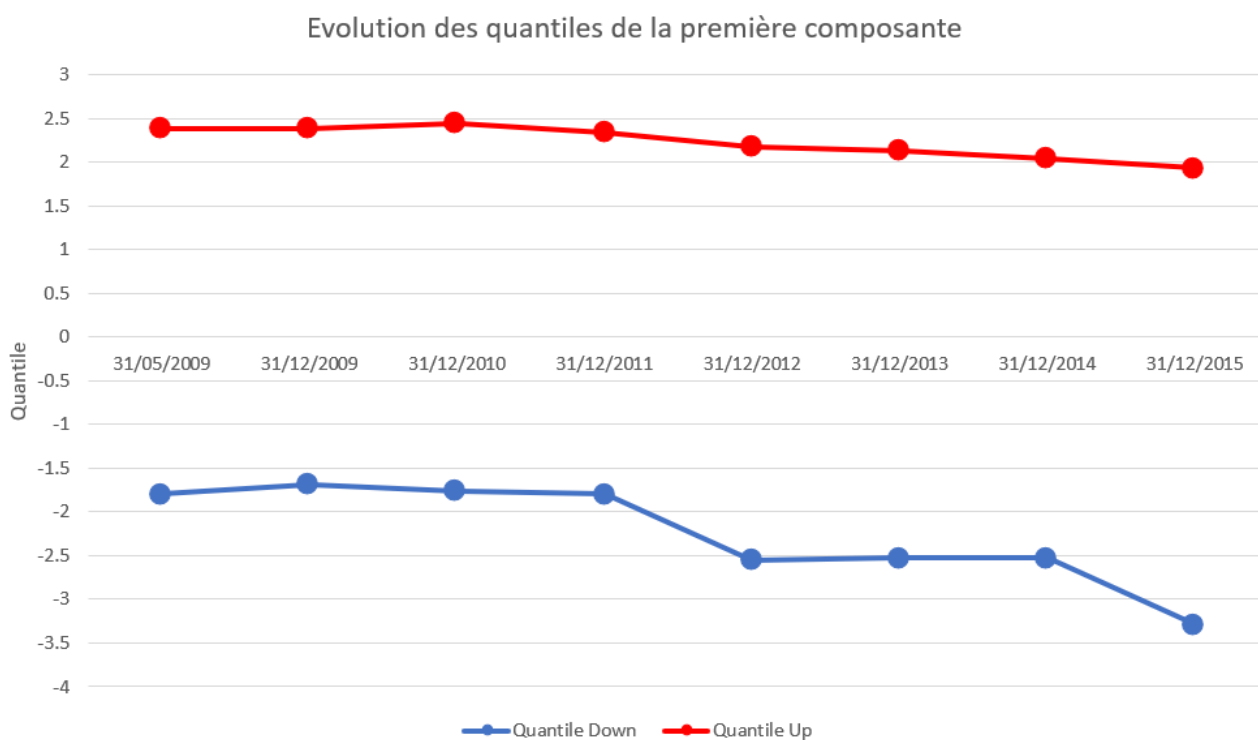


FIGURE 2.29: Evolution des quantiles de la composante de niveau

On constate cependant que pour les maturités inférieures à 18 ans, le choc de l'EIOPA reste plus prudent.

A ce stade, aucune conclusion ne peut être émise sur un éventuel mouvement significatif de la courbe des taux en période de pandémie. L'apparition des taux négatifs ces dernières années nous a amené à supprimer de l'historique ces dernières. Quoi qu'il en soit, l'inclusion de nouvelles données dans une période de baisse des taux rend instable le choc calibré par l'EIOPA en 2009.

Dans un environnement de taux bas comme c'est le cas aujourd'hui, aucun choc relatif n'est appliqué sur ces derniers. Ce contexte particulier de baisse des taux offre la possibilité d'approfondir sur une deuxième méthode. Celle-ci consisterait à appliquer un choc additif à la courbe des taux, applicable sur des taux positifs comme négatifs. Nous nous intéressons dans la suite au calibrage d'un tel choc, obtenu sur des variations absolues des taux d'intérêts.

### Résultats du calibrage pour les chocs additifs de niveau

Les graphiques 2.30 et 2.31 décrivent l'évolution dans le temps des deux chocs sur le niveau, en les comparant aux chocs de l'EIOPA.

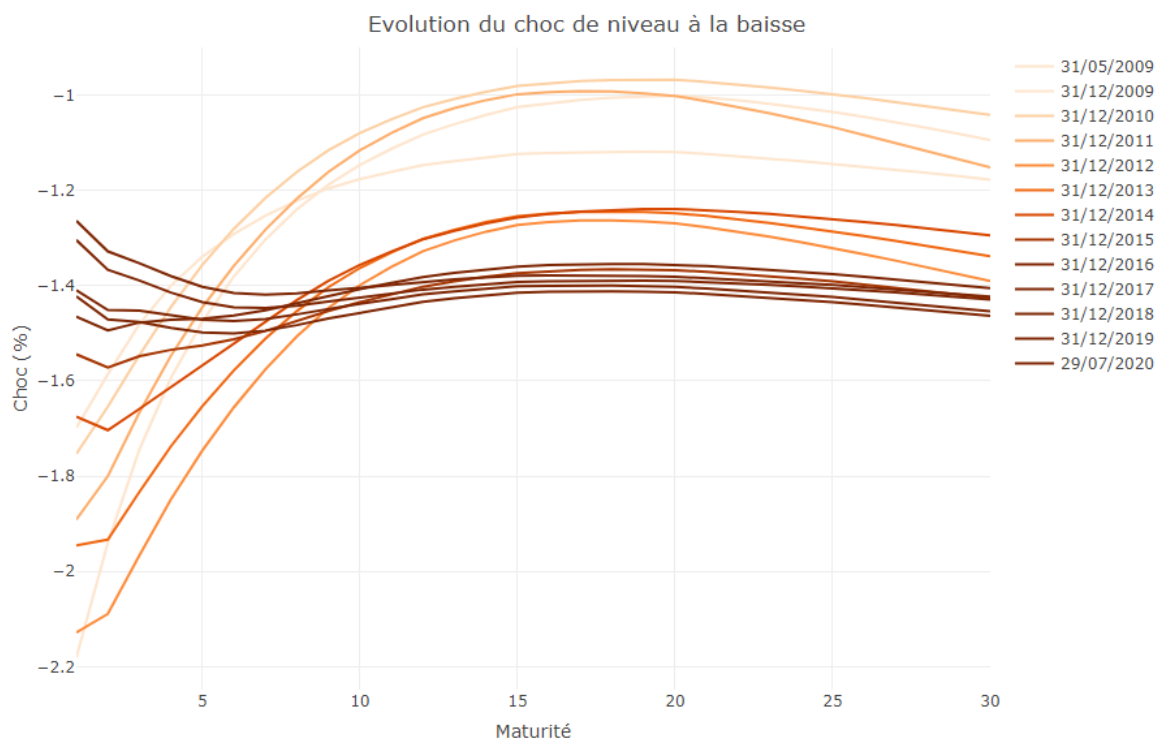


FIGURE 2.30: Evolution du choc additif de niveau à la baisse

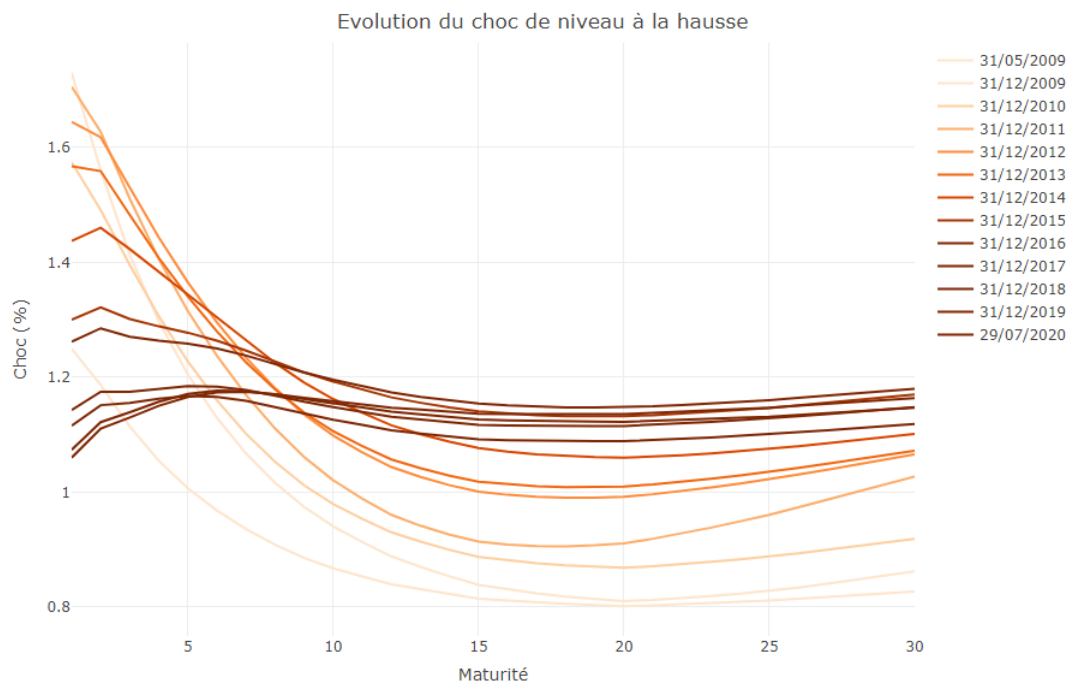


FIGURE 2.31: Evolution du choc additif de niveau à la hausse

Rappelons que dans le cas d'une hausse des taux, la variation absolue minimale entre la courbe des taux avant et après choc doit être de 100 points de base. Dans notre cas, cela reviendrait à fixer un choc additif minimal de 1%. Ainsi, si nous avons calibré le risque de taux au 31/05/2009 par exemple, les chocs pour les taux de maturité supérieure à 5 ans auraient tous été égaux à 1%.

Les chocs additifs obtenus montrent également une certaine variabilité dans le temps : les chocs pour les maturités les plus courtes ont tendance à diminuer en valeur absolue, alors qu'ils ont tendance à augmenter pour les maturités plus élevées. Ceci n'est pas en contradiction avec la tendance générale des chocs relatifs à augmenter avec le temps. En effet, les taux les plus courts ont eu tendance à diminuer pour se rapprocher de valeurs quasiment nulles : le moindre mouvement représente alors une variation relative importante, ce qui explique que les chocs relatifs obtenus augmentent. Or, ces mouvements représentent des variations absolues faibles, ce qui explique que les chocs absolus aient tendance à diminuer. Les taux de maturité plus longue étant de manière générale plus élevés, l'effet de la diminution relative constatée se traduit par une augmentation des chocs absolus.

Comme on pouvait s'y attendre, ce n'est pas tant l'effet « pandémie » qui rend instable le choc d'une baisse ou d'une hausse des taux mais plutôt l'inclusion de nouvelles données sur une période de baisse des taux.

### Résultats du calibrage pour les chocs multiplicatifs sur la pente

Les graphiques 2.32 et 2.33 décrivent l'évolution dans le temps des deux chocs sur la pente. Notons qu'il n'est pas possible de les comparer à des chocs issus de la formule standard, cette dernière n'incluant pas ce risque.

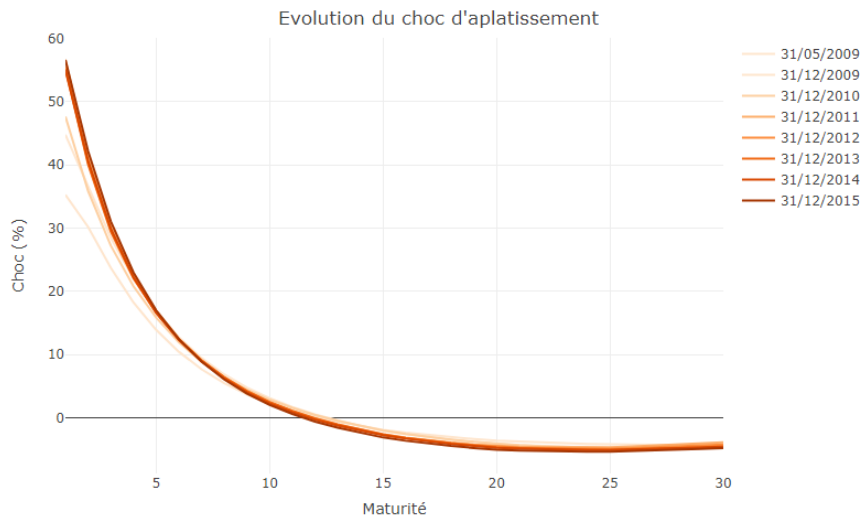


FIGURE 2.32: Evolution du choc multiplicatif d'aplatissement

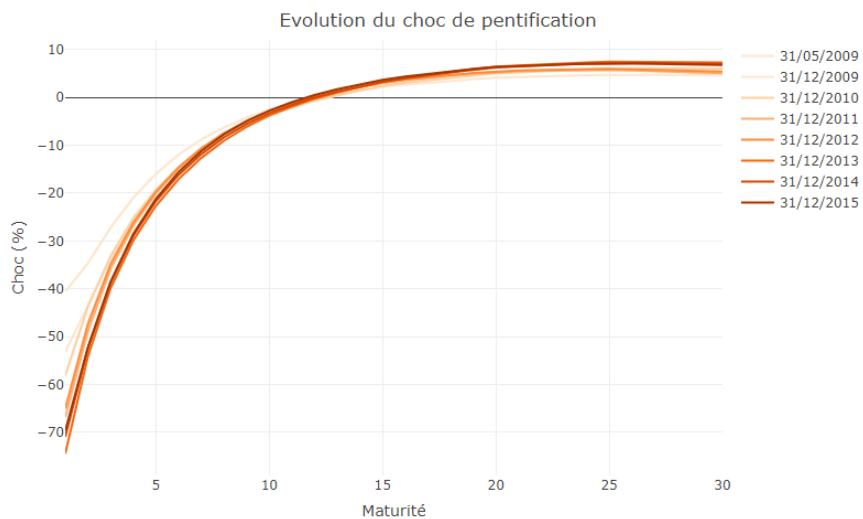


FIGURE 2.33: Evolution du choc multiplicatif de pentification

On remarque dans un premier temps que les chocs sur la pente ne sont pas négligeables par rapport aux chocs de niveau notamment pour des calibrages aux dates antérieures au 31/12/2012 et aux chocs retenus par l'EIOPA en particulier pour les maturités courtes. Si un tel choc devait être intégré au calcul du capital de solvabilité il suffirait d'appliquer les chocs de pentification et d'aplatissement et de retenir le plus coûteux des deux – comme cela est par ailleurs fait pour le choc sur le niveau. La variabilité dans le temps semble moindre que celle des chocs sur le niveau. On ne distingue pas non plus de différence majeure entre la variabilité des chocs de pentification et celle des chocs d'aplatissement.

Comme précédemment, les chocs calibrés aux dates ultérieures au 31/12/2015 se confondent avec cette dernière du fait de l'apparition de taux négatifs dans l'historique. Dans un contexte de taux négatif comme nous le vivons actuellement, un choc à la baisse ne s'applique plus sur des taux nuls ou négatifs. Nous calibrons alors un choc additif pour ces deux composantes dans la sous partie suivante.

### Résultats du calibrage pour les chocs additifs sur la pente

Les graphiques 2.34 et 2.35 décrivent l'évolution dans le temps des deux chocs sur la pente.

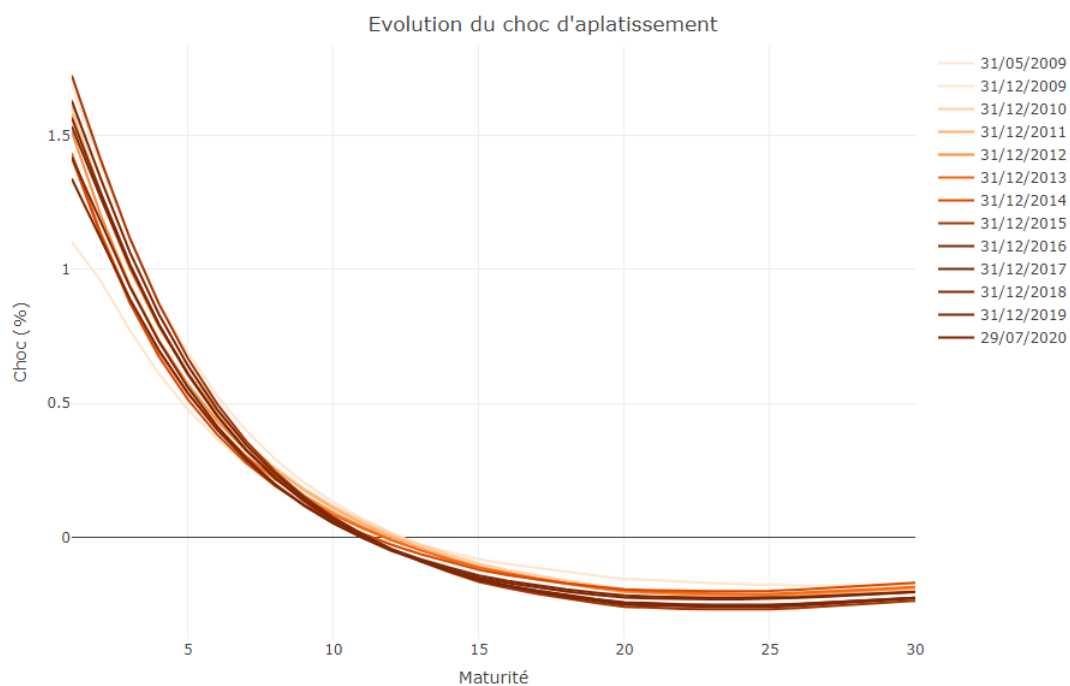


FIGURE 2.34: Evolution du choc additif d'aplatissement

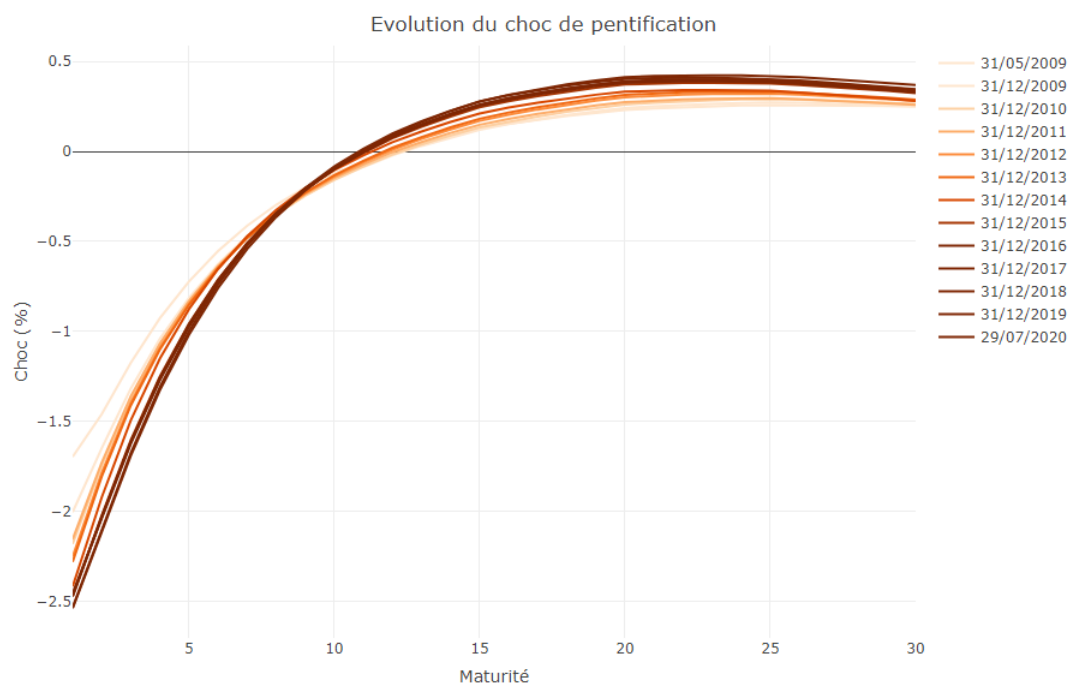


FIGURE 2.35: Evolution du choc additif de pentification

Les chocs de pentification et d'aplatissement calibrés sur les variations absolues suivent la même tendance que ceux calibrés sur les variations relatives : ils présentent une variabilité dans le temps bien plus faible que les chocs sur le niveau de la courbe des taux.

Par ailleurs, on constate également que les chocs sur la pente sont loin d'être négligeables par rapport aux chocs de niveau, en particulier pour les maturités les plus courtes. Par ailleurs, les chocs additifs de pentification sont plus importants que les chocs additifs de niveau à la baisse. A titre d'exemple, le choc sur la pente calibré au 29/07/2020 pour la maturité 1 an vaut -2,5% contre -1,3% pour le choc de niveau, soit un écart absolu de 1,2%. Il nous semble donc difficile de considérer que ce choc n'est pas pertinent a priori. Néanmoins, on pourrait avancer l'argument selon lequel les assureurs (particulièrement ceux exerçant une activité d'assurance vie) seraient plus sensibles aux variations des taux plus longs. Il serait intéressant de discuter du caractère négligeable du risque en calculant effectivement les besoins en capital correspondants.

### Impact sur les courbes de taux choquées

Dans les paragraphes précédents, la variabilité temporelle des chocs n'est discutée qu'en termes d'analyse graphique. Nous avons essayé de produire des mesures quantitatives de la variabilité, afin de clarifier nos propos. En particulier, nous avons mesuré l'écart-type des chocs pour chaque maturité. Les tableaux en annexe A.4 présentent les résultats de cette analyse : ils tendent à confirmer ce qui était visible graphiquement, à savoir que les chocs sur la composante « Niveau » sont plus volatils que les chocs sur la composante « Pente » (sauf pour les maturités les plus courtes, pour lesquelles la volatilité est équivalente). Néanmoins, ces résultats donnent l'impression que les chocs absolus sont bien moins volatils que les chocs relatifs : cette impression est liée à l'ordre de grandeur des chocs sur lesquels nous travaillons. En effet, les chocs absolus sont compris entre -2,5% et 1,7%, là où les chocs relatifs sont compris entre -115% et 74% : l'écart-type des premiers sera mécaniquement plus faible que celui des seconds. Le coefficient de variation, qui est simplement l'écart-type divisé par la moyenne, permet de pallier ce défaut. Il en présente cependant un supplémentaire, à savoir qu'il tend vers l'infini quand la moyenne tend vers 0 : des valeurs de chocs faibles donneront donc un coefficient très élevé, même si elles ne varient que peu.

Plutôt que de combiner diverses mesures présentant toutes des limites d'interprétation, nous avons donc décidé de mener l'analyse de variabilité non pas sur les chocs en eux-mêmes, mais sur les courbes de taux choquées : ceci garantira un même ordre de grandeur des valeurs considérées, ce qui fera de l'écart-type une mesure de variabilité fiable. Nous avons considéré les courbes de taux choquées jusqu'au 29/07/2020, sans *volatility adjustment* à partir de la courbe des taux sans risque au 31/12/2019. Nous avons également pris la décision de ne pas appliquer de choc multiplicatif aux taux négatifs (à la hausse ou à la baisse), mais nous appliquons le choc additif à la baisse aux taux négatifs. Le tableau résumant les écarts-types (une observation correspondant à une date de calibrage) des taux par maturité et en fonction du type de choc appliqué est disponible en annexe A.4.

### Pour les chocs relatifs

Les graphiques 2.36, 2.37, 2.38, 2.39, 2.40, 2.41, 2.42 et 2.43 présentent les courbes obtenus en appliquant les chocs relatifs calibrés aux différentes dates, ainsi que la courbe centrale fournie par l'EIOPA (et, lorsque cela s'avère pertinent, la courbe choquée fournie par l'EIOPA).



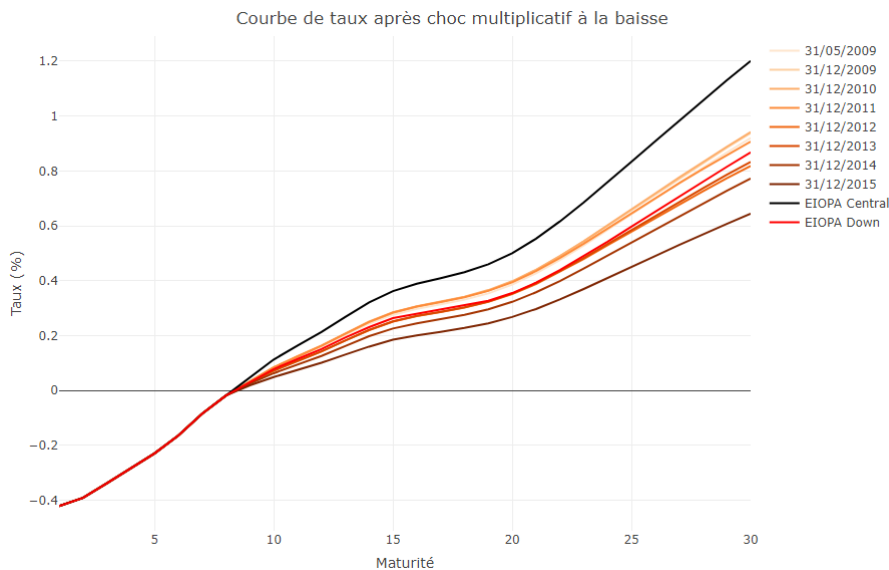


FIGURE 2.36: Courbe des taux après choc multiplicatif à la baisse

Conformément à ce qui a été observé concernant le niveau des chocs, on observe une variabilité importante dans les courbes de taux choquées à la baisse. On constate notamment qu’à compter du 31/12/2012, les courbes choquées à la baisse par nos soins sont plus prudentes que la courbe fournie par l’EIOPA.

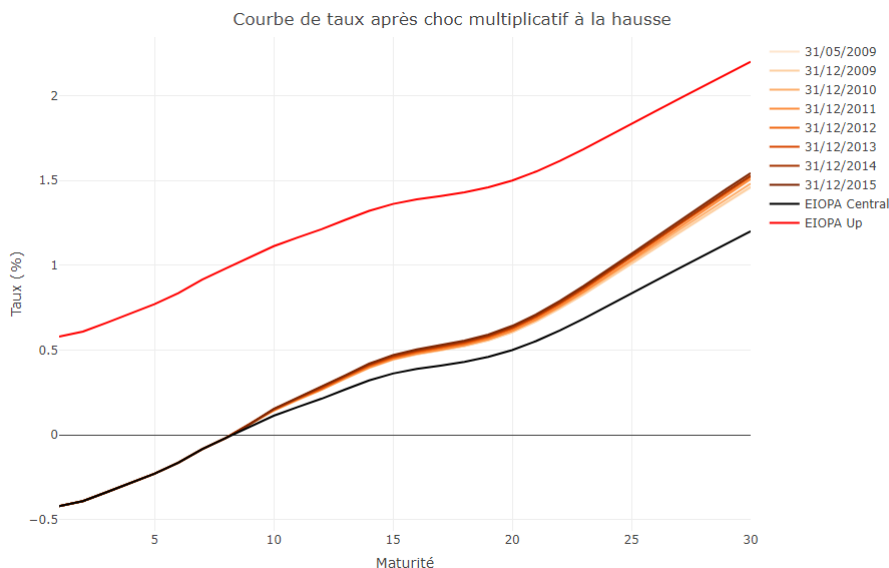


FIGURE 2.37: Courbe des taux après choc multiplicatif à la hausse

Conformément à ce qui a été observé concernant le niveau des chocs, la variabilité des courbes choquées à la hausse est beaucoup plus faible. Par ailleurs, on constate qu’aucun des chocs calibrés n’aboutit à une variation absolue de 1%, qui est la variation minimale spécifiée par le Règlement Délégué : les courbes choquées par nos soins seraient donc alors toutes égales à la courbe choquée

fournie par l'EIOPA.

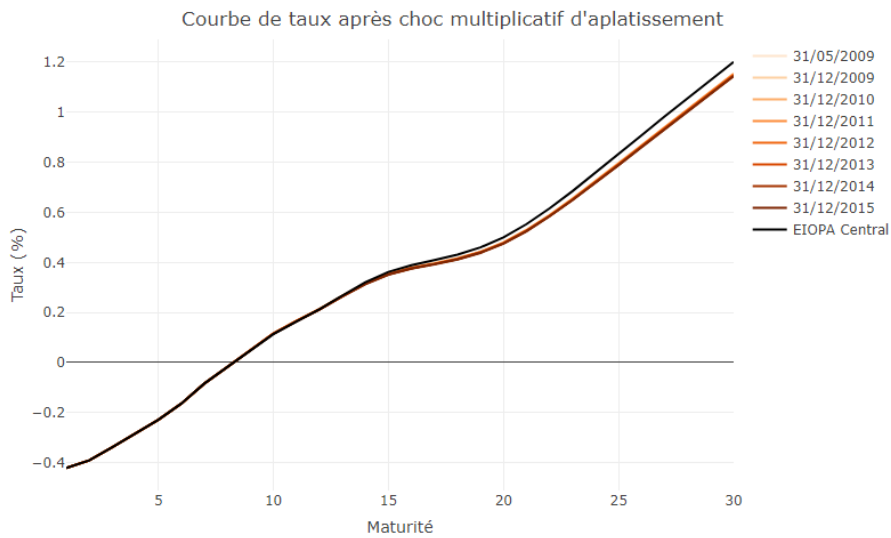


FIGURE 2.38: Courbe des taux après choc multiplicatif d'aplatissement

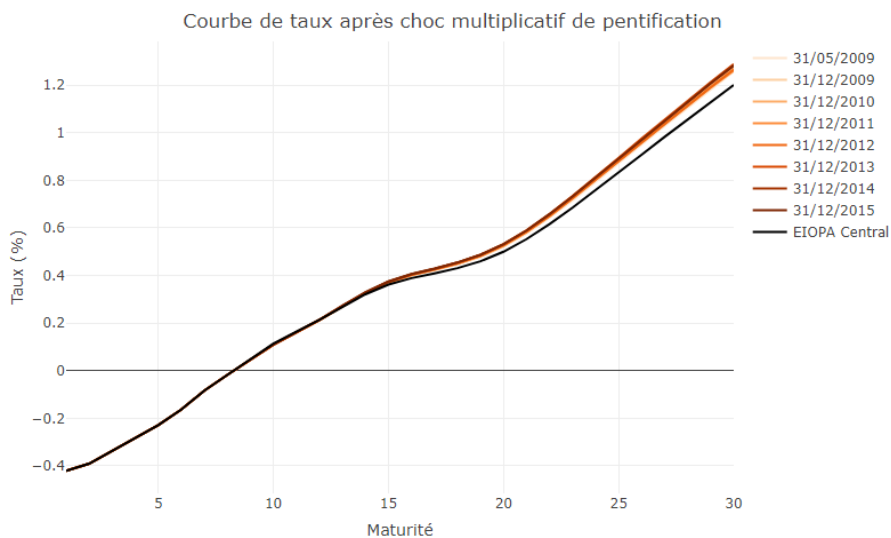


FIGURE 2.39: Courbe des taux après choc multiplicatif de pentification

Conformément à ce qui a été observé concernant le niveau des chocs, la variabilité des courbes suite à un choc sur la pente est beaucoup plus faible que celle suite à un choc sur le niveau. L'écart entre la courbe centrale et la courbe choquée semble effectivement assez faible par rapport à l'écart que l'on peut avoir pour les chocs de niveau. Cependant, il faudrait mesurer l'impact sur les besoins en capital d'un assureur pour discuter du caractère négligeable de ce risque.

**Pour les chocs absolus**

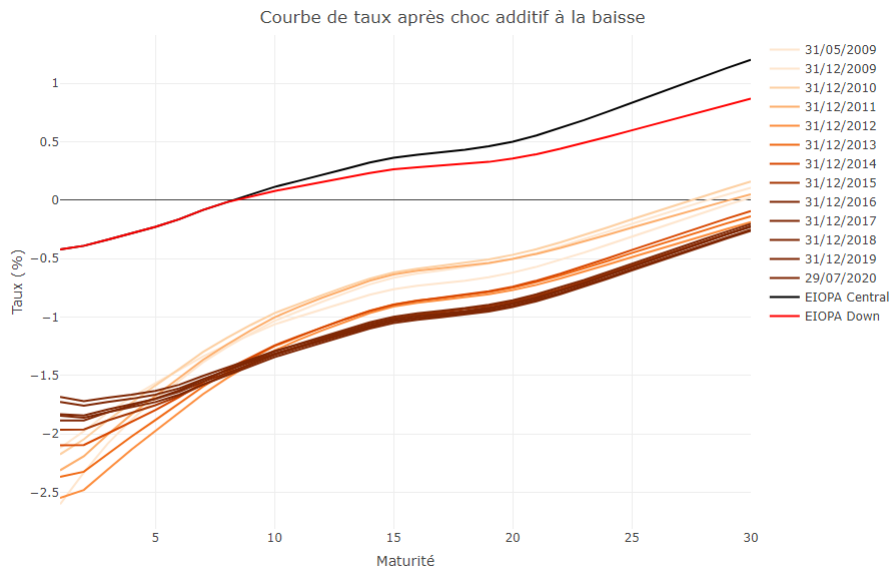


FIGURE 2.40: Courbe des taux après choc additif à la baisse

Conformément à ce qui a été observé sur le niveau des chocs, nous observons une certaine variabilité sur les courbes de taux choquées à la baisse, en particulier en ce qui concerne l'évolution en sens opposé des maturités courtes et longues. On constate également, sans surprise, que les chocs calibrés par nos soins aboutissent à des courbes choquées bien plus prudentes que celle fournie par l'EIOPA : étant donné le niveau des taux en vision centrale, un choc multiplicatif n'aura qu'un effet réduit par rapport à un choc additif.

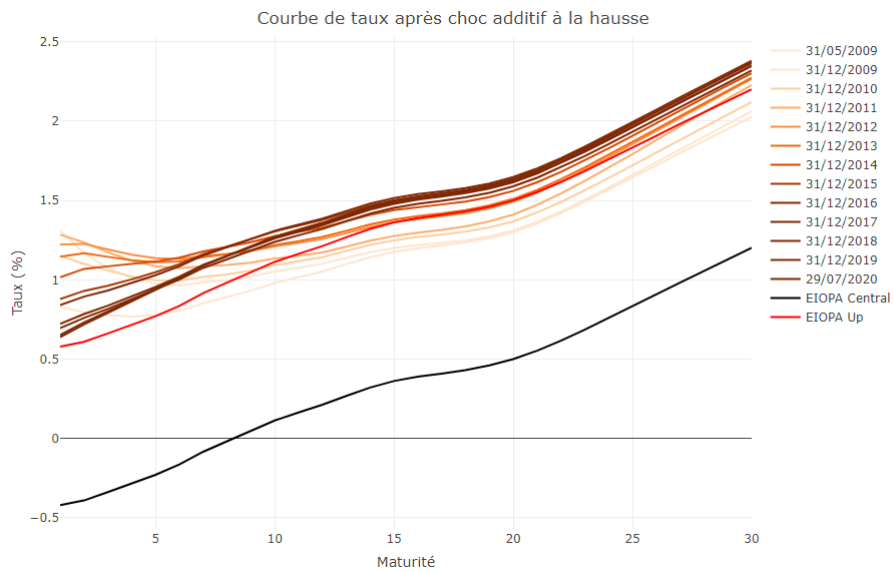


FIGURE 2.41: Courbe des taux après choc additif à la hausse

On constate une variabilité similaire pour les courbes choquées à la hausse. Cependant, l'écart entre les courbes choquées issues du calibrage et celle fournie par l'EIOPA est relativement faible : ceci est lié au minimum de 1% imposé par la réglementation sur l'écart entre la courbe centrale et celle choquée à la hausse. Notre analyse fournit donc un argument quant à la pertinence de ce minimum.

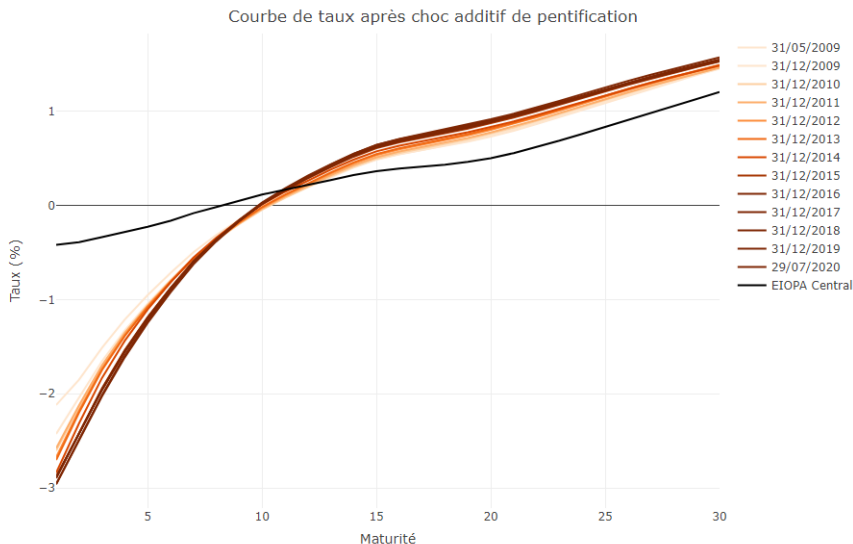


FIGURE 2.42: Courbe des taux après choc additif de pentification

Le choc additif de pentification aboutit à des courbes choquées relativement stables quel que soit l'historique retenu pour le calibrer. On constate également que le choc additif représente une variation significativement plus importante de la courbe des taux que le choc multiplicatif – on observe effectivement un mouvement de pentification de la courbe. Pour les courtes maturités, l'effet est similaire à celui du choc de niveau à la baisse, tandis que pour les maturités plus longues, l'effet est plus faible que celui du choc de niveau à la hausse.

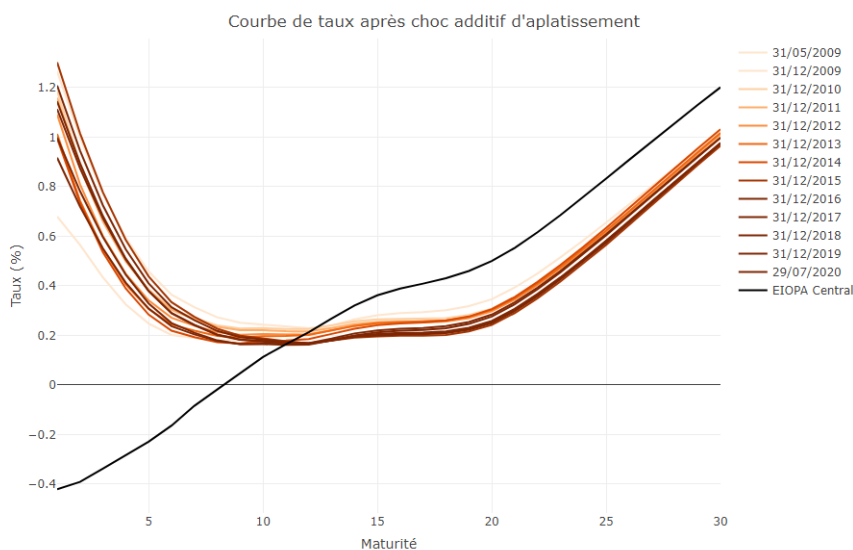


FIGURE 2.43: Courbe des taux après choc additif d'aplatissement

Le choc additif d'aplatissement de la courbe des taux peut s'analyser de la même manière que le choc de pentification : relative stabilité, variation plus importante que le choc multiplicatif, écart avec le choc de niveau différencié en fonction de la maturité. Il est intéressant de relever ici la forme atypique de la courbe des taux choquée, dite « courbe inversée ». Si celle-ci n'apparaît que rarement, elle a néanmoins un sens économique. On la rencontre en effet soit dans une situation où le marché anticipe une récession dans le futur, soit dans une situation où la politique monétaire est particulièrement restrictive (une Banque Centrale qui relèverait son taux directeur pour lutter contre l'inflation, par exemple). Il ne paraît donc pas déraisonnable de considérer cette courbe dans le cadre d'un scénario bicentenaire.

### Synthèse

Les analyses exposées dans cette section permettent d'effectuer plusieurs constats.

Tout d'abord, il serait pertinent d'interroger la forme du choc à appliquer à la courbe de taux. En effet, dans un environnement de taux bas, un choc relatif, aussi important soit-il, n'aura pas pour conséquence un mouvement de la courbe des taux sans risque significatif en valeur absolue. Un choc absolu calibré par des méthodes identiques aboutit à des mouvements significatifs de la courbe des taux, mais présente une variabilité dans le temps relativement importante par rapport au choc relatif – encore que cette dernière remarque soit à nuancer pour le choc à la baisse. Par ailleurs, ce point a été discuté par l'EIOPA dans le cadre de la clause de revoyure dans le document *EIOPA's second set of advice to the European Commission on specific items in the Solvency II Delegated Regulation* en 2018 (EIOPA, 2018). En effet, le mouvement de la courbe de taux observé au cours des dernières années est supérieur aux chocs proposés par la formule standard dans le cadre du risque de taux. Ainsi, l'approche actuelle qui ne stresse pas les taux négatifs n'est plus jugée comme prudente et a été invalidée par des variations observées sur le marché au cours des dernières années. Le module risque de taux de la formule standard a donc tendance à sous-estimer le risque de taux dans la conjoncture actuelle dans la mesure où les acteurs en modèle interne aboutissent à des SCRs taux significativement supérieurs à ceux induits par la formule standard. Par conséquent, l'EIOPA propose dans cette clause une méthode qui pallie les limites de l'approche actuelle avec un choc appliqué aux taux négatifs et une amplitude du choc final plus important, en mixant choc relatif et choc absolu. L'EIOPA propose donc des taux choqués de la forme 2.7 et 2.8.

$$r_t^{UP} = r_t^{central} \times (1 + s_t^{UP}) + b_t^{UP} ; \quad (2.7)$$

$$r_t^{DOWN} = r_t^{central} \times (1 + s_t^{down}) + b_t^{down} ; \quad (2.8)$$

avec :

- $r_t^{central}$  le taux sans risque de la courbe centrale pour la maturité  $t$  ;
- $r_t^{UP}/r_t^{DOWN}$  le taux sans risque dans le scénario de hausse/baisse des taux ;
- $s_t^{UP}/s_t^{down}$  paramètre multiplicatif pour la maturité  $t$  dans le scénario de hausse/baisse des taux ;
- $b_t^{UP}/b_t^{down}$  paramètre de translation pour la maturité  $t$  dans le scénario de hausse/baisse des taux.

Sur la base d'une demande d'information auprès des acteurs opérant en assurance vie, l'EIOPA estime que le changement d'approche pour le risque de taux, devrait faire baisser en moyenne de 14% (baisse absolue) le ratio de Solvabilité des assureurs vie (en environnement de taux bas actuel). Toutefois, l'impact est susceptible de varier fortement en fonction du profil de risque spécifique des entités. Quoi qu'il en soit, l'application de cette méthodologie pourrait mettre à mal la solvabilité des assureurs vie. Néanmoins, une variation à la baisse de 1% en valeur absolu de la courbe des taux n'est pas absurde. En effet, si nous regardons la courbe EIOPA au 31/12/2018 et au 31/12/2019, on remarque que cette dernière a pratiquement perdu 100 points de base sur 1 an.

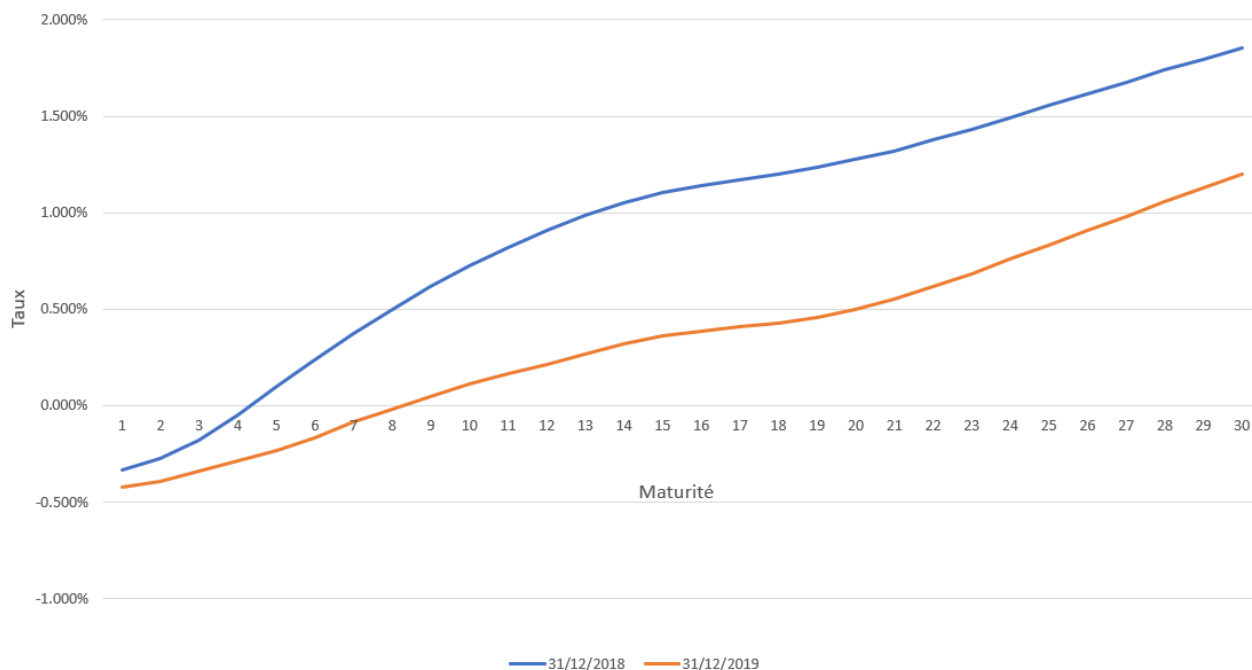


FIGURE 2.44: Comparaison des courbes EIOPA au 31/12/2018 et 31/12/2019

Nos chocs absolus calibrés ne semblent ainsi pas si absurdes à en croire les variations réelles ces dernières années.

Par ailleurs, il est clair que des mouvements significatifs sur la courbe des taux ont un effet significatif sur le niveau des chocs issus des calibrages : en particulier, on peut observer que la tendance à la baisse des taux ces dernières années a des conséquences directes sur le niveau du choc relatif à la baisse, qui est beaucoup plus variable que le choc relatif à la hausse, la différence étant moins marquée pour les chocs absolus. Il serait donc pertinent de revoir le calibrage de ces chocs soit de manière périodique, soit en fonction d'un indicateur de variation des taux depuis le dernier calibrage (par exemple l'écart entre les taux 1 an, 10 ans et 20 ans entre la date de calibrage et la date de projection).

Enfin, et cette question va de pair avec celle du choix du type de choc à appliquer, l'hypothèse du caractère négligeable du risque de pentification par rapport au risque de variation du niveau peut être remise en question. En effet, lorsque l'on calibre un choc relatif sur la pente, on observe que le mouvement de la courbe des taux est effectivement négligeable. Cependant, le calibrage d'un choc absolu sur la pente entraîne un mouvement significatif de la courbe, plus important encore que le choc de niveau pour certaines maturités. Il est à noter que le calibrage de ce choc semble plus stable dans

le temps que celui du choc de niveau.

Quoi qu'il en soit, les travaux réalisés dans cette partie ne peuvent pas conclure sur l'impact du risque de taux en période de pandémie. En complétant l'historique jusqu'au 29/07/2020 pour prendre en compte la période de la crise provoquée par la COVID-19 ne montre par un mouvement significatif des chocs et de la courbe choquée.





## Chapitre 3

# Corrélation et agrégation des risques

Nous avons vu dans les parties précédentes, qu'une pandémie, relativement sévère et qui se produirait aujourd'hui à l'échelle mondiale, est un risque pour l'assureur non seulement au niveau de son portefeuille d'assurés mais également au niveau de son portefeuille d'investissement. En effet, la crise sanitaire actuelle nous montre deux choses : d'abord, une hausse de mortalité qui amène une hausse de sinistralité pour un assureur vie, puis, un krach boursier historique et des mesures gouvernementales prises qui fragilisent l'économie des pays. Dans tous les cas, la situation actuelle nous incite à penser qu'il existe une certaine corrélation entre l'apparition d'une pandémie sévère, événement rare qui soulève éventuellement un mouvement de panique, et la chute du marché action, des spreads de crédits et des mouvements dans la courbe des taux. En effet, nous avons observé simultanément une crise sanitaire et financière. Rappelons que ce vent de panique s'est non seulement fait ressentir sur les marchés financiers, mais également au sein de la population avec l'anticipation des individus et les craintes de pénuries alimentaires.

Grâce à l'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) l'assureur a la possibilité de tester des scénarios pour quantifier son risque catastrophe et d'y insérer la composante risque de marché dans ces derniers. Il est ainsi capable de coupler le risque de pandémie avec le risque de marché pour lesquels il est exposé, notamment par le biais de copules, pour quantifier sa capacité à surmonter un tel choc.

Dans le cadre de la formule standard, la corrélation entre le risque de pandémie et les divers risques de marché n'est pas explicitement considérée. Néanmoins, comme nous le montre la figure 2.2, le risque de souscription et le risque de marché sont les deux principaux risques pour l'assureur vie. Il serait intéressant de mesurer l'impact de cette corrélation pour un assureur utilisant la formule standard.

Nous verrons dans un premier temps la technique d'agrégation de la formule standard et ses limites. Nous analyserons ensuite l'impact des corrélations pandémie – marché pour l'assureur vie à travers une application numérique et des travaux de Damir Filipovic.

### 3.1 Les marchés en période de pandémie

Dans le contexte actuelle, nous remarquons un possible lien fort entre le risque de catastrophe pandémie et le risque action de la formule standard. En effet, bien que ce dernier ne se ressente pas dans le calibrage du choc action vu dans la partie précédente notamment par le fait de l'ampleur des événements précédents, la crise sanitaire provoquée par le SARS-CoV-2 a également provoquée une crise financière et reflète le lien éventuel entre l'ampleur d'une pandémie et une chute des actions sur

les marchés financiers. A titre d'exemple, les rendements annuels sur un an glissant de l'Euro-Stoxx ont chuté jusqu'à -29,58%, ce qui correspond au quantile de l'ordre de 4,18% de sa distribution normale. De plus, avant même le début de mesures gouvernementales intensives telles que le confinement, l'indice boursier CAC40 avait perdu près de 40% de sa valeur avant de revoir les marchés remonter par la suite. Nous représentons sur le graphique 3.1 l'évolution du CAC40 sur la période de circulation du virus dans le monde.

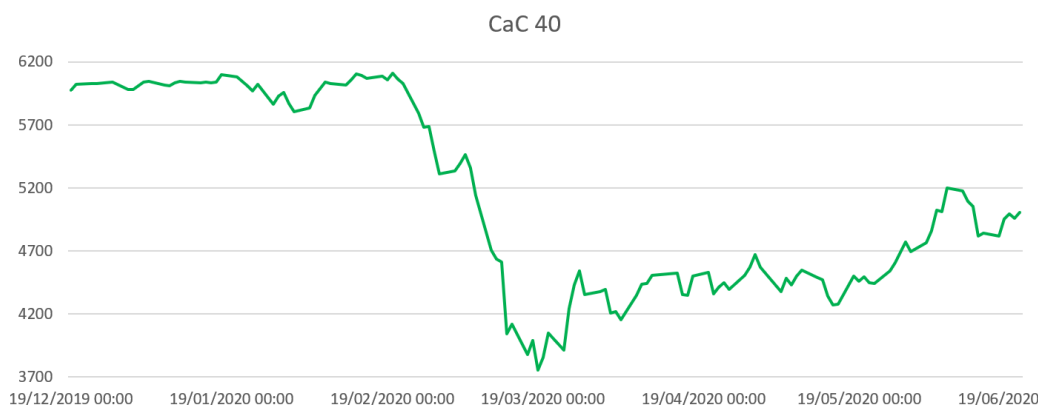


FIGURE 3.1: Cours du CaC 40 sur la période de crise sanitaire provoqué par la COVID-19

On remarque également lors de la remontée de l'indice une certaine volatilité qui relève l'incertitude des investisseurs quant à la propagation et la sévérité du coronavirus.

Il est néanmoins complexe de calculer une corrélation entre ces deux risques, d'une part car il est difficile de récupérer des données en période de pandémie lorsque celles-ci se sont produites il y a plus de 50 ans, et d'autre part, il est périlleux de se prononcer sur les facteurs qui provoqueraient une réaction instantanée sur les marchés financiers. S'agit-il de la surmortalité et donc la sévérité provoquée par la pandémie ? S'agit-il des mesures intensives et drastiques prises par les gouvernements qui ont un impact majeur sur l'économie mondiale mais qui ont pour but de privilégier la santé de la population ? La crise actuelle nous montre également deux réactions différentes suivant les pays face à la propagation du virus. La première et la plus naturelle est une réaction du gouvernement pour sensibiliser la population et appeler à la vigilance notamment par des gestes simples (distanciation sociale, port du masque, isolement des cas de symptomatiques, etc.) pouvant aller jusqu'à la mise en place de mesures plus radicales pour éviter la surcharge des hôpitaux et permettre la réduction du taux de reproduction  $R_0$  (fermeture des écoles, des places publiques, interdiction de rassemblements de plus de 10 personnes, confinement, etc.). Cette façon de faire repose sur l'argument de la protection de la population avant tout. Des pays comme la France ou l'Italie ont choisi ce type d'approche. La deuxième réaction identifiée est l'absence de mesures appliquées pour réduire la propagation du virus. Cette dernière s'appuie sur l'argument d'une immunité collective pour sauver l'économie comme c'est le cas pour le Brésil, les Etats-Unis, le Royaume-Uni ou encore la Suède. Néanmoins, d'un point de vu marché, on voit que cette deuxième réaction ne contribue pas à limiter une chute des actions du pays et à une crise financière, et provoque en plus, une forte mortalité de la population. Nous représentons sur la figure 3.2 l'évolution du nombre de décès cumulés au Brésil ainsi que l'évolution du BOVESPA (BVSP), indice reflétant le marché brésilien au même titre que le CAC40 pour la France :

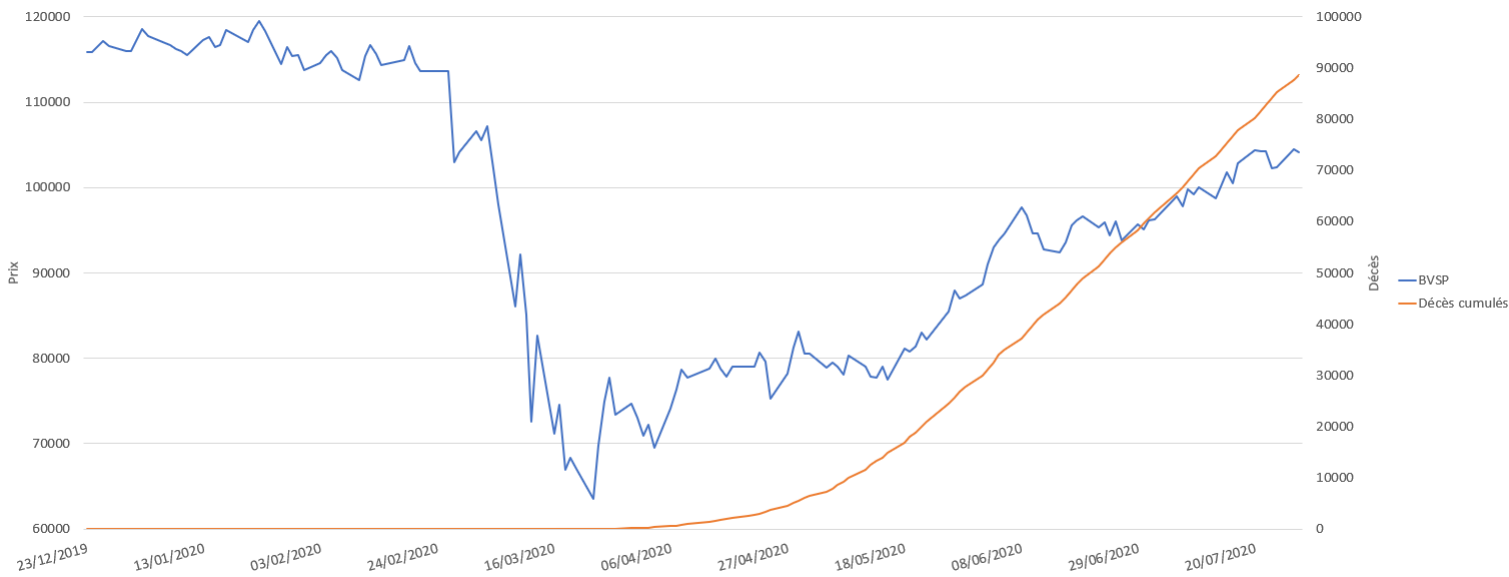


FIGURE 3.2: Cours du BOVESPA et des décès cumulé du Brésil provoqués par la COVID-19

La chute des actions est beaucoup plus frappante et brutale dans le cas du Brésil. L'indice BOVESPA de référence a perdu près de 40% de sa valeur avant de remonter progressivement. Par ailleurs, le président du Brésil Jair Bolsonaro a souvent négligé la COVID-19 la qualifiant de « petite grippe ». Le 17 mars, le confinement débute dans la mégapole de Sao Paulo mais moins drastiquement que dans le reste de l'Europe par exemple. Le non respect de ce dernier n'amène à aucune sanction. Par ailleurs, le Brésil étant un pays fédéral, les décisions sont prises à l'échelle des Etats. Les commerces et services non essentiels sont fermés mais la circulation reste permise. Le 31 mars le président change de discours en admettant que la COVID-19 constitue un « grand défi » mais précise que la lutte contre la pandémie ne doit pas nuire à l'économie.

### 3.1.1 Etude des corrélations

Comme évoqué précédemment, bien qu'un lien entre le risque action et le risque de pandémie soit frappant pour le cas de la COVID-19, il n'est pas toujours évident d'en tirer des conclusions similaires pour d'autres pandémies passées. Une étude menée par la compagnie CRISIL (BHUTADA et MRINAL, 2020) s'intéresse à la modélisation du risque de marché en période de pandémie et compare la réaction des marchés financiers durant les pandémies de 1918 et de 2019 en se focalisant sur l'évolution de l'indice américain Dow Jones Industrial Average (DJIA). Des paramètres statistiques ont été calculés dans le but de comparer ces deux pandémies. En analysant la volatilité dans l'indice DJIA sur les deux périodes et notamment lors de la deuxième vague de la grippe espagnole, on remarque une volatilité plus significative dans le cas du coronavirus.

**Annualised volatility over 30-day periods during the two pandemics**

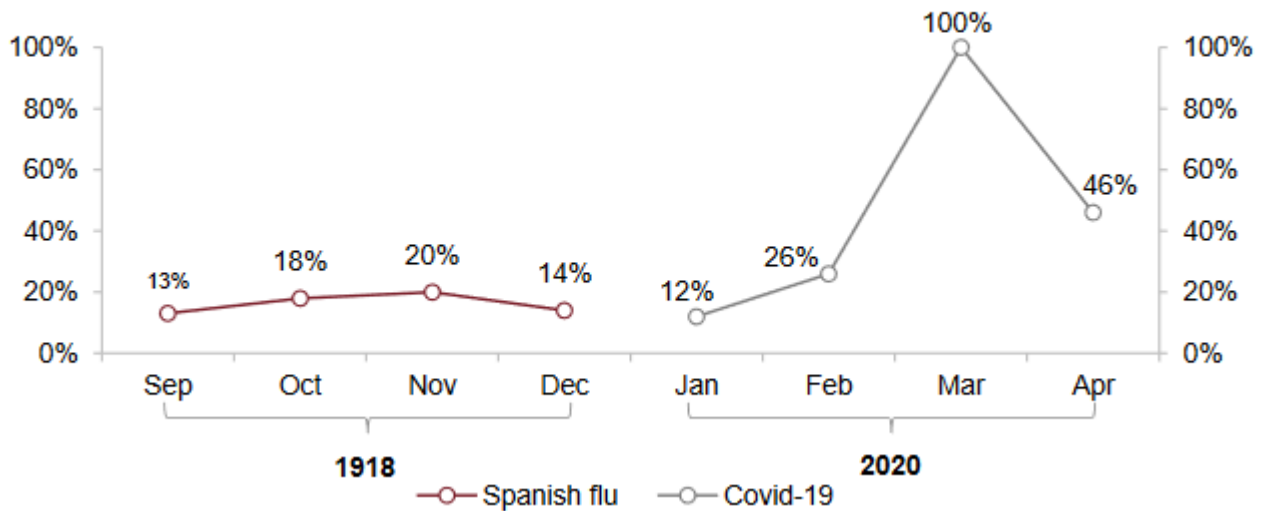


FIGURE 3.3: Volatilité annuelle au cours des deux pandémies

Cette étude explique cette différence de volatilité par le fait que les marchés ont aujourd’hui bien évolué (bien plus volumineux, une vitesse de communication plus élevée et une interconnexion des chaînes d’approvisionnement au niveau mondial).

Le coefficient de corrélation entre les deux séries de données du taux de mortalité des deux pandémies et de la performance de l’indice a également été calculé. On remarque une nette différence dans les résultats (une corrélation de 68% pour 1918 et -55% pour 2019).

**Correlation comparison between the pandemics and DJIA**

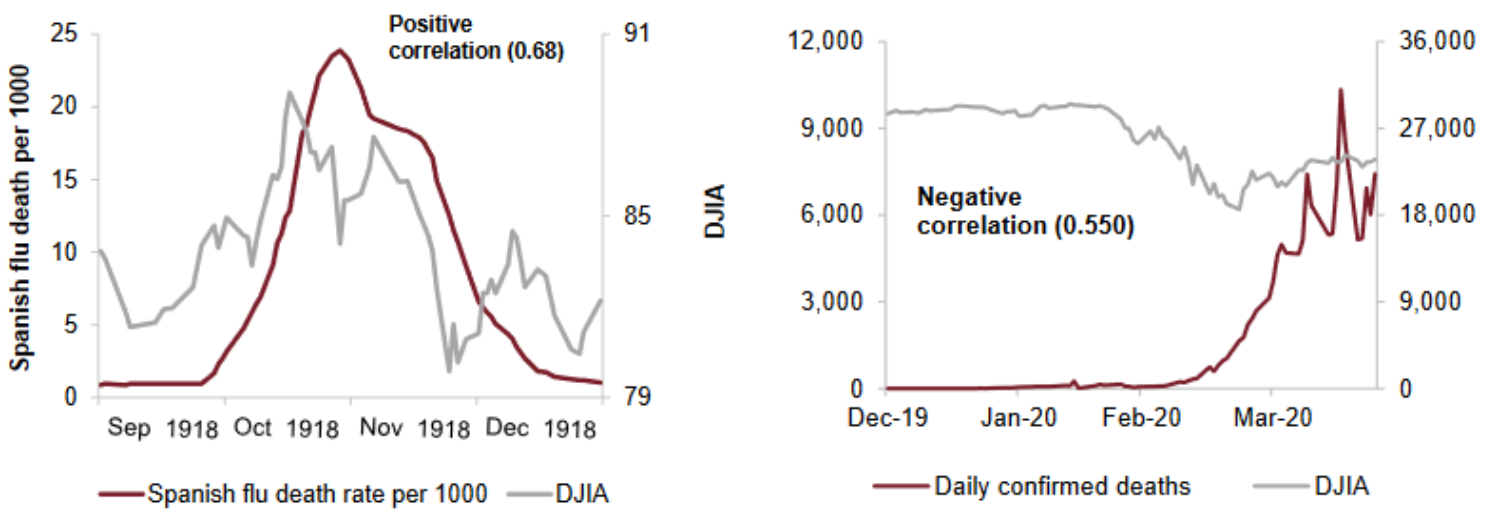


FIGURE 3.4: Corrélacion mortalité - DJIA

Le contexte de 1918 et la fin de la Première Guerre Mondiale a néanmoins un poids important dans la performance des marchés. L'euphorie de cet événement a pris le dessus sur l'impact de la pandémie. De plus, le cycle financier n'est pas le même durant les deux périodes de pandémie. La grippe espagnole a touché les pays lorsque les prix de marché étaient relativement faibles. A l'inverse, dans le cas de la COVID-19, les valeurs de marché étaient élevées et l'économie ne pouvait que baisser en entrant dans une période de récession.

De la même manière, nous avons calculé la corrélation entre le rendement des actions sur d'autres indices, avec l'évolution du nombre de morts.

Pays	Indice	Corrélation
Brésil	BVSP	-52%
UK	FTSE 100	-53%
France	CAC 40	-39%
Suède	OMXS 30	-68%
Italie	FTSE MIB	-45%

TABLE 3.1: Corrélation Décès - Baisse de rendement des actions

Nous avons fait en sorte de prendre des pays qui ont géré la crise différemment. Il est intéressant de voir que les pays qui ont d'abord négligé la maladie de COVID-19 en misant sur une immunité collective (Royaume-Uni, Suède, Brésil, Etats-Uni) ont une corrélation plus forte que les autres.

Le module catastrophe vie correspondant à une augmentation de la surmortalité dans la population assurée, nous avons pris comme variable de référence le nombre de décès pour calculer la corrélation action – CAT vie. Néanmoins, nous pouvons penser à d'autres variables que le nombre de décès, comme le nombre d'infections ou de faillites d'entreprises par exemple. Considérons le cas de la France. A partir de données de l'INSEE sur le nombre de défaillances d'entreprises (INSEE, 2020, 21 Décembre), ainsi que le nombre d'infections par jour de la COVID-19 en France, nous pouvons calculer de la même manière la corrélation avec l'évolution du CAC 40. Nous calculons ainsi une matrice de corrélation 3.2.

	Action	Décès	Infections	Faillites
Action	1	0.39	0.45	0.23
Décès	0.39	1	0.57	0
Infections	0.45	0.57	1	0
Faillites	0.23	0	0	1

TABLE 3.2: Matrice de corrélation

Nous remarquons une plus faible corrélation entre une baisse des rendements et une augmentation de défaillances d'entreprises. Par ailleurs, les corrélations « baisse des rendements »/« augmentation du nombre de décès » et « baisse de rendement »/« augmentation du nombre d'infections » semblent relativement proches.

D'autres études, comme celle de MPG PARTNERS (2020), essaient de faire le lien entre la réaction des marchés et la chronologie de la crise actuelle. Rappelons les moments forts de cette crise :

- Novembre 2019 : la Chine fait face à un nouveau virus ;
- 9 janvier 2020 : identification du virus responsable de la COVID-19 ;
- 21 février 2020 : 1<sup>er</sup> décès en Europe (Italie) ;
- 24 février 2020 : l'épidémie devient mondiale avec 37 pays touchés ;
- 11 mars 2020 : déclaration de pandémie par l'OMS ;
- mi mars 2020 : annonce d'actions des banques centrales.

Ces événements ne sont pas sans conséquences sur les marchés financiers. En effet, l'étude de MPG PARTNERS (2020) distingue trois phases.

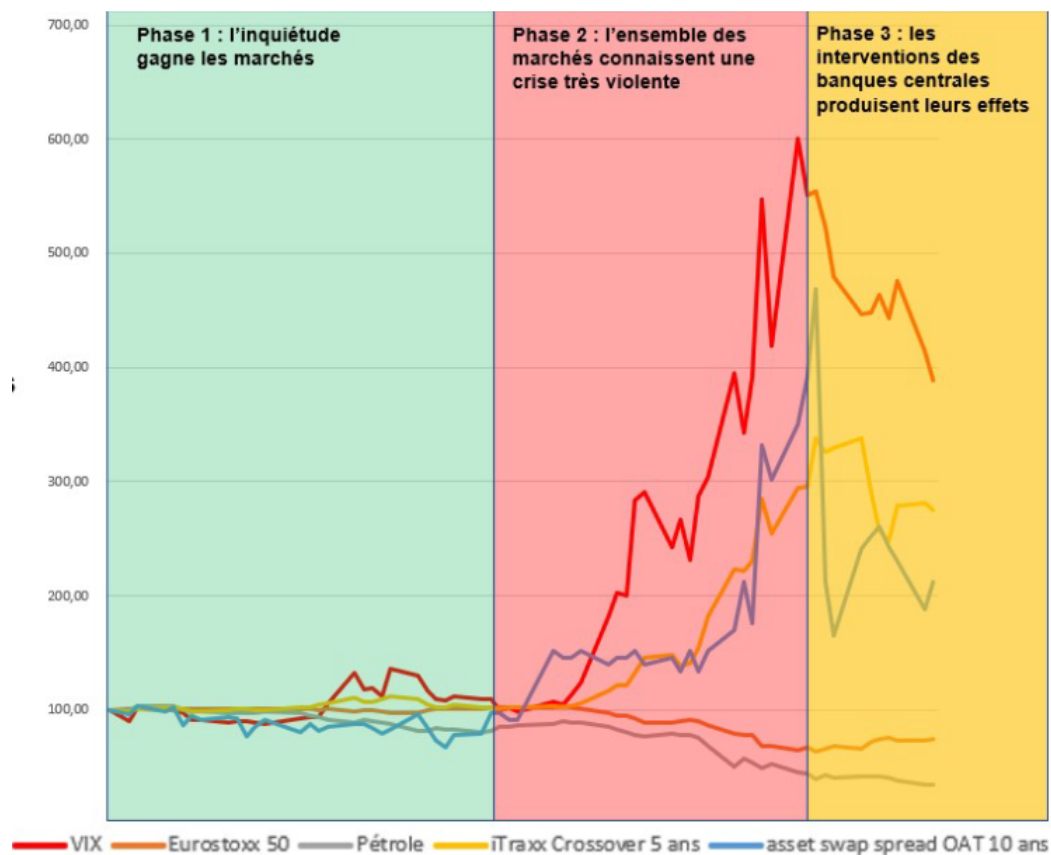


FIGURE 3.5: Les 3 phases de la crise de la COVID-19 sur les marchés financiers

La première phase correspond à l'inquiétude qui se propage sur les marchés financiers. Dès janvier 2020, l'impact de la pandémie sur l'économie chinoise se fait ressentir avec une chute des marchés actions asiatiques (la bourse de Shangaï perd 11% début janvier).

La deuxième phase est une crise violente sur les marchés. Il faut attendre le 24 février et la propagation de la pandémie à l'échelle mondiale pour voir s'agiter les marchés mondiaux : chute des indices comme l'EuroStoxx 50, hausse des volatilités (le VSTOXX, indice mesurant la volatilité implicite sur les options relatives à l'EuroStoxx 50, augmente de 44%; le VIX, indice mesurant la volatilité implicite sur les options relatives à l'S&P 500, de 47%), hausse des spreads de crédit (le

iTraxx CrossOver, Indice sur produits dérivés de crédit, augmente de 0,23%). Les chocs à la baisse des actions sont également comparables à ceux de 2008.

La troisième et dernière phase de cette crise a été la mise en application de plusieurs interventions :

- Sur le marché des taux, la FED réduit son taux directeur de 100 points de base le 16 mars ;
- Le 18 mars, la Banque Centrale Européenne met en place un programme d'assouplissement nommé PEPP (Pandemic emergency purchase programme). Ce dernier est une enveloppe de 750 milliards d'euro permettant aux Banques Centrales de racheter des actions et dettes des banques de la zone Euro dans le but d'injecter de la liquidité dans l'économie et inciter les banques à prêter. C'est ce qu'on appelle le *Quantitative Easing*. Le schéma 3.6 tiré du site de la Banque de France explique ce principe.

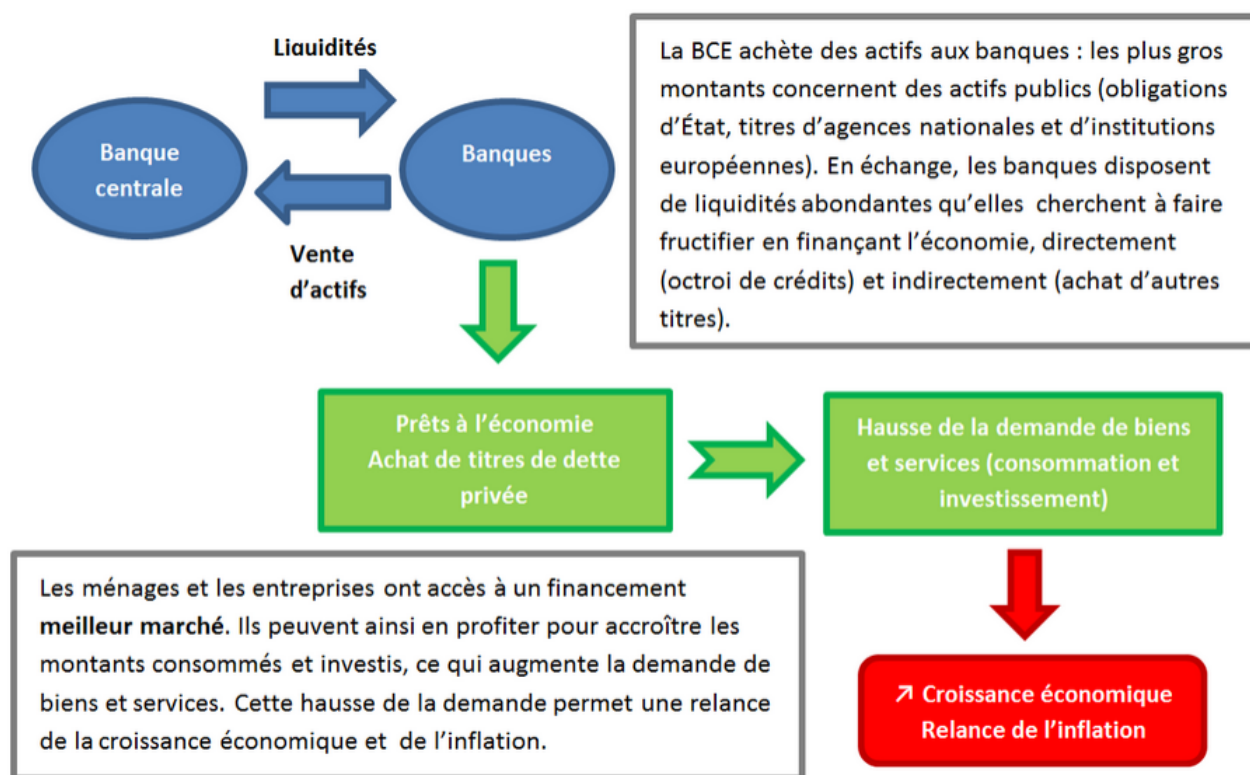


FIGURE 3.6: Schéma du *Quantitative Easing*

Ces interventions ont produit leurs effets sur les marchés : baisse de volatilité, des spreads de crédit et augmentation des actions.

Quoi qu'il en soit, une pandémie sévère en terme de taux de mortalité provoquerait la mise en place de mesures drastiques pouvant aller jusqu'à la mise en quarantaine de l'ensemble de la population d'un pays et donc le ralentissement de l'économie, en supposant que des interventions pharmaceutiques ne soient pas ou peu efficaces face à la propagation et la mortalité du virus. L'anticipation des conséquences de la pandémie peut provoquer la panique des investisseurs qui se ressent sur les marchés financiers. Il est donc naturel de s'intéresser à la corrélation entre ces deux risques.

### 3.2 L'agrégation des risques dans la formule standard

La méthode de calcul du besoin en capital (SCR) repose sur une agrégation multi-niveaux des risques comme illustré sur le schéma 3.7.

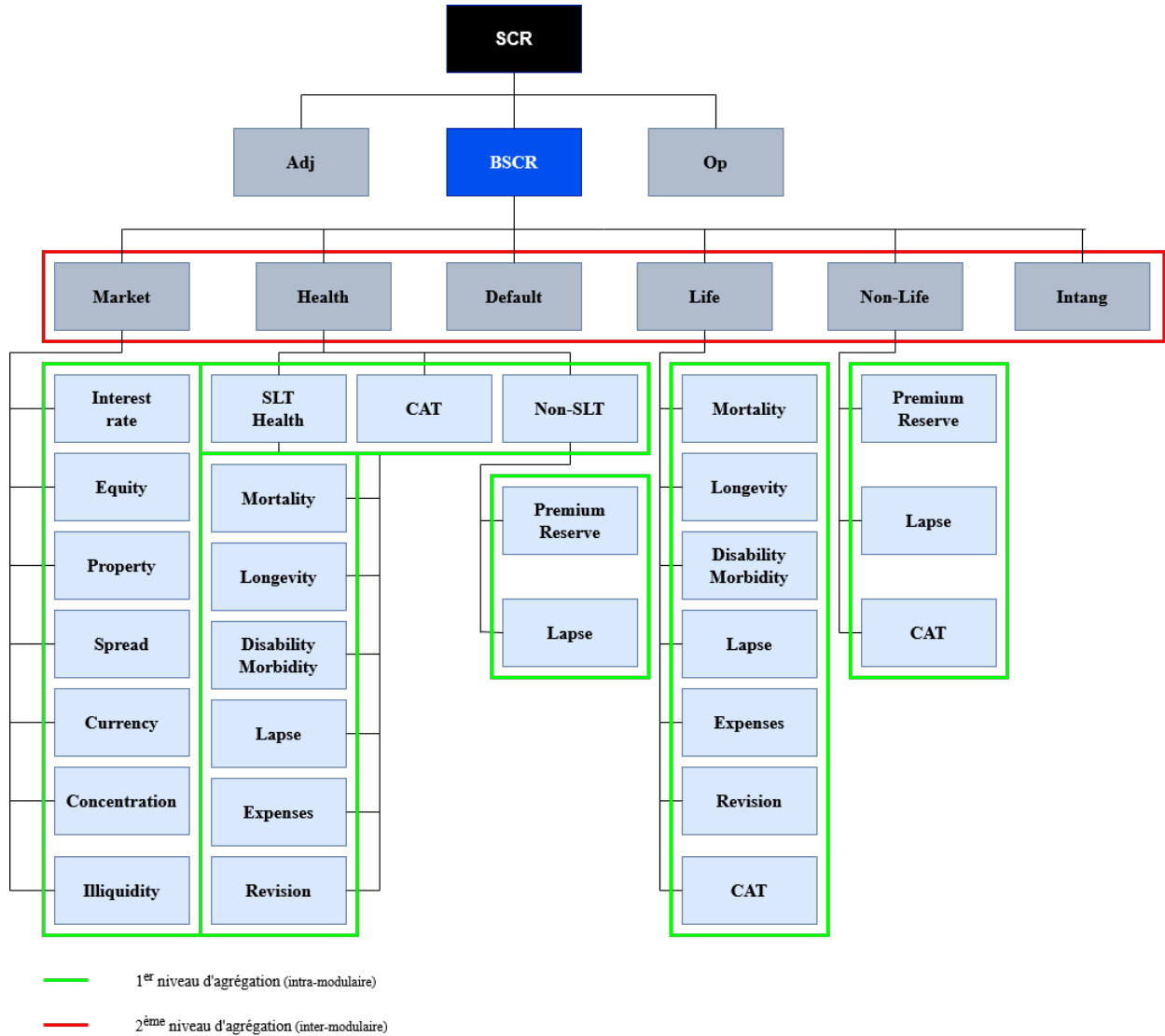


FIGURE 3.7: L'agrégation des risques dans la formule standard

Le premier niveau d'agrégation, appelé agrégation intra-modulaire, s'effectue entre sous-modules dans le but d'obtenir un besoin en capital pour chaque module de risque identifié. A titre d'exemple, pour obtenir le capital de solvabilité requis d'un module de risque  $A$ , on agrège les sous-modules  $i \in \{sous - modules\ relatifs\ à\ A\}$  en considérant les corrélations  $Corr_{i,j}$  entre les sous risques  $i$  et  $j$  de  $A$ . La formule du SCR correspondante est alors donnée par 3.1.

$$SCR_A = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} . \tag{3.1}$$



De la même manière, ces SCR calculés pour chaque module de risque sont ensuite agrégés en prenant compte les corrélations cette fois-ci entre chaque facteur de risque. Cette deuxième étape s'appelle le 2<sup>ème</sup> niveau d'agrégation ou agrégation inter-modulaire.

### 3.2.1 Analyse mathématique des corrélations

Les coefficients de corrélations  $Corr_{i,j}$  sont publiés par l'EIOPA et rapportés dans des matrices de corrélations à l'instar d'une matrice de variance-covariance classique associée à un vecteur aléatoire. L'obtention de ces dernières et le calcul des coefficients sont expliqués dans le document « *SCR STANDARD FORMULA, Article 111(d), Correlations* » publié par l'EIOPA (2010). Dans la science des mathématiques, les matrices de corrélations sont utilisées pour agréger les écarts-types des variables aléatoires ou des lois de probabilité. Il s'agit alors de coefficients de corrélations linéaires définis par 3.2.

$$\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{V[X] \times V[Y]}} . \quad (3.2)$$

Cependant le besoin en capital agrégé dans la formule standard ne correspond pas à la volatilité d'une loi de probabilité mais plutôt à son quantile. L'EIOPA précise néanmoins que pour des lois elliptiques (*i.e* ayant pour densité  $p(x) = h(\|x\|^2)$ )<sup>6</sup> l'agrégation par des matrices de corrélation produit une agrégation de quantiles équivalente. On rencontre dans la littérature divers exemples dans lesquels les coefficients linéaires sont insuffisants pour refléter complètement une éventuelle dépendance entre deux lois et amènent une sur- ou sous-estimation du SCR après agrégation. L'article « *Solvency II : stability problems with the SCR aggregation formula* » de 2007 (PFEIFER et STRASSBURGER (2007)) compare le SCR pour deux facteurs de risque  $X$  et  $Y$  suivant une loi bêta calculé avec la méthode d'agrégation par des coefficients linéaires (*formule* (3.1)) avec le vrai SCR du risque  $S = X + Y$  en considérant une loi particulière pour  $S$ . Dans la plupart des cas, le SCR calculé par (3.1) a tendance à sous-estimer le vrai SCR<sub>S</sub>. Ce problème vient du fait qu'il existe des dépendances dans les queues de distributions, comme c'est le cas lorsque la distribution conjointe de deux variables aléatoires ne suit pas une loi elliptique. Ainsi, l'EIOPA précise que dans la plupart des cas, le coefficient de corrélation linéaire ne sera pas approprié et juge que le coefficient de corrélation doit être choisi de sorte qu'il fournisse la meilleure approximation du quantile à 99,5% du capital agrégé. En d'autres termes, pour deux risques  $X$  et  $Y$  avec  $\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[Y] = 0$  le coefficient de corrélation  $\rho$  doit minimiser la quantité 3.3.

$$|VaR(X + Y)^2 - VaR(X)^2 - VaR(Y)^2 - 2 \times \rho \times VaR(X) \times VaR(Y)| . \quad (3.3)$$

En d'autres termes, la valeur du SCR pour le risque agrégé  $X + Y$  doit être égale au SCR calculé selon la formule standard avec les coefficients de corrélation.

Ainsi, on peut faire face à deux cas de figure. Dans le cas où on peut supposer que les risques considérés suivent une distribution elliptique (comme une loi normale par exemple) minimiser (3.3) peut s'obtenir par le coefficient de corrélation linéaire (3.2). Dans les autres cas, lorsque de telles hypothèses simplificatrices ne peuvent être faites, l'EIOPA suggère d'autres concepts pour le calcul des paramètres de corrélations comme par exemple le coefficient de dépendance de queue pour deux risques  $X$  et  $Y$  de fonction de répartition  $F_X$  et  $F_Y$  (3.4).

---

<sup>6</sup>La loi normale sur  $\mathbb{R}^d$  de densité  $\frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}}} \exp\left(-\frac{\|x\|^2}{2}\right)$  est une loi elliptique

$$\rho = \lim_{\alpha \rightarrow 1^-} \mathbb{P} [Y > F_Y^{-1}(\alpha) | X > F_X^{-1}(\alpha)] . \quad (3.4)$$

Ce coefficient mesure le degré de dépendance dans la queue de distribution, c'est-à-dire la relation dans des situations extrêmes comme c'est le cas en période de crise.

### 3.2.2 Les limites de la formule standard

La méthode d'agrégation retenue par la formule standard a la particularité d'être simple à comprendre et à mettre en œuvre pour le calcul du capital économique. Néanmoins, elle peut présenter quelques inconvénients au regard de la crise actuelle. En effet, l'agrégation multi-niveaux suppose des liens explicites de corrélation/dépendance entre sous-facteurs de risques d'un module précis uniquement. Les liens entre sous-facteurs de risques relatifs à d'autres modules sont quant à eux implicites, ce qui peut être contraignant pour mettre à l'épreuve la formule standard comme nous le faisons dans ce mémoire.

Comme l'évoque BOUTAYBI (2014), dans le cadre de la formule standard, bien qu'elle prône l'utilisation de coefficients applicables à toutes les compagnies d'assurance, ces derniers doivent être spécifiques à chaque entité. Par conséquent, plusieurs simplifications sont faites notamment sur le fait que les facteurs de risques suivent une loi normale. Les coefficients de la formule standard correspondent aux coefficients linéaires (3.2).

## 3.3 Intégration des corrélations implicites dans la formule standard

Comme vu précédemment, la méthode d'agrégation de la formule standard se repose sur deux niveaux (inter et intra modulaire). Cette méthode est simple mais présente des limites. On voudrait prendre en compte des corrélations intra-modulaires relatifs à deux facteurs de risques différents ce qui n'est pas considéré dans le cadre de la formule standard. On s'intéresse dans cette partie aux travaux de FILIPOVIC (2009). Damir Filipovic propose une méthode de dé-modularisation/re-modularisation de la formule standard pour le calcul du capital économique. Elle consiste à changer la cartographie des risques 3.7 de telle sorte que l'agrégation se fasse en une seule étape à travers une matrice de corrélation globale entre tous les modules de risques  $M$ . Une illustration est donnée en figure 3.8.

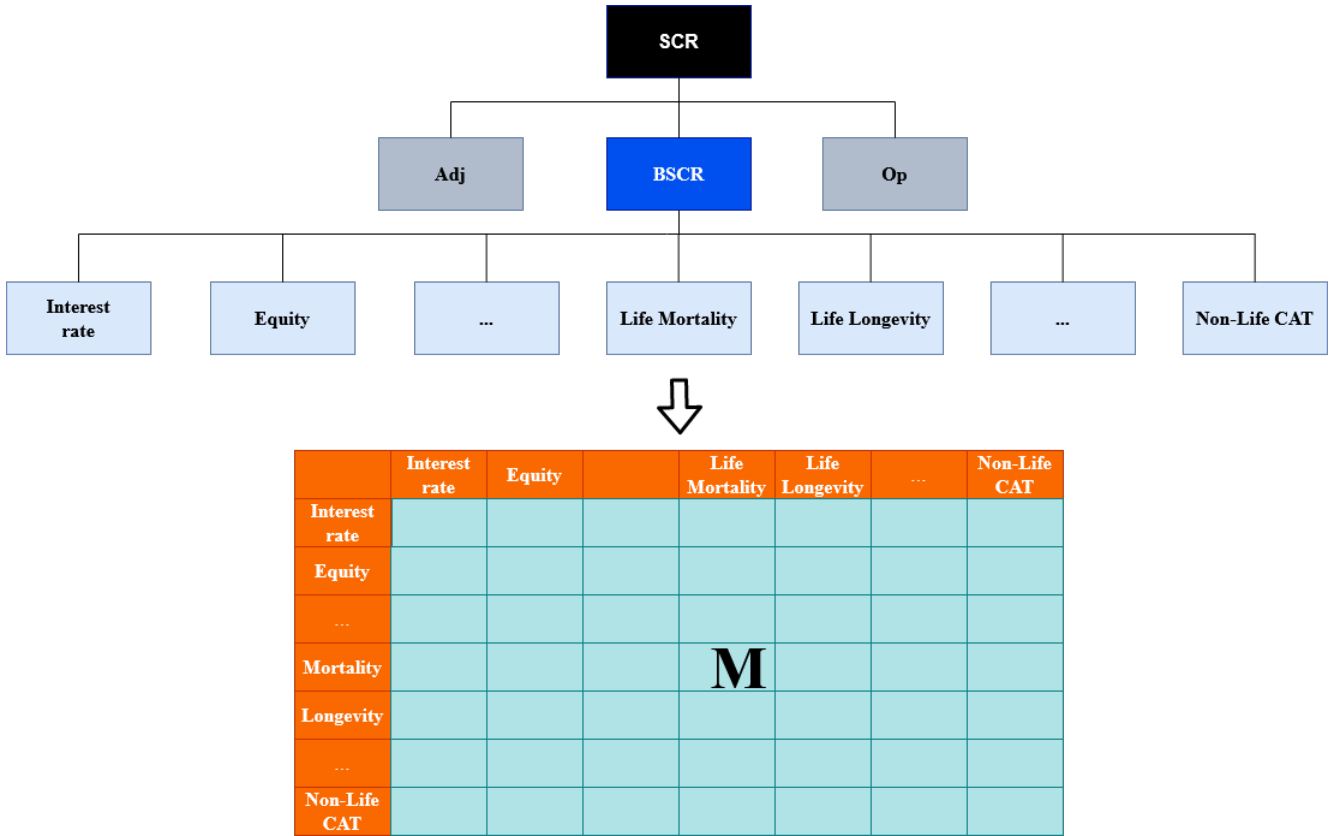


FIGURE 3.8: Architecture de la formule standard en râteau

Cette dernière est donc choisie de telle sorte que le SCR de la formule standard soit égale au SCR calculé avec cette grosse matrice. Mathématiquement et par simplicité, supposons deux facteurs de risques de SCR respectif  $X$  et  $Y$  et dont les besoins en capitaux relatifs aux sous-modules sont reportés dans les vecteurs  $x$  et  $y$  de taille  $m$  et  $n$ . Notons  $A$  (resp.  $B$ ) la matrice de corrélation du module  $x$  (resp.  $y$ ) et  $R$  le coefficient de corrélation entre les deux modules. Ainsi, la formule standard classique nous donne (3.5).

$$\begin{cases} X = \sqrt{x^T \cdot A \cdot x}; \\ Y = \sqrt{y^T \cdot B \cdot y}; \end{cases} \tag{3.5}$$

avec  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_+^m$ ,  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $A \in \mathcal{M}_m(\mathbb{R}_+)$ ,  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}_+)$ .

On cherche alors la matrice  $M$  telle qu'on ait (3.6).

$$SCR = \sqrt{(x^T, y^T) \cdot M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} = \sqrt{X^2 + 2 \times R \times X \times Y + Y^2}. \tag{3.6}$$

Pour assurer l'agrégation intra-modulaire et les propriétés qu'une matrice de corrélation doit satisfaire (symétrique et semie-définie positive (*i.e*  $x^T M x > 0, \forall x$ )),  $M$  est supposée de la forme suivante :

$$M = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}.$$

avec  $C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R}_+)$  la matrice de corrélation entre les risques élémentaires des deux modules  $x$  et  $y$ .

Après calcul matriciel et en remplaçant les variables  $X$  et  $Y$  dans l'équation (3.6) par les formules (3.5) on obtient la nouvelle équation (3.7).

$$x^T \cdot C \cdot y = R \sqrt{x^T \cdot A \cdot x} \sqrt{y^T \cdot B \cdot y}. \quad (3.7)$$

Damir Filipovic précise également que l'équation (3.7) admet une infinité de solution et que la matrice  $C$  est *entity specific* c'est-à-dire spécifique à chaque compagnie d'assurance car elle dépend des niveaux de capitaux élémentaires. Il donne également une preuve de cette affirmation en prenant l'exemple de  $N$  compagnies d'assurance voulant appliquer la méthode d'agrégation en une seule étape avec une matrice  $M$  commune. Ainsi, supposons que pour toute entité  $k \in \llbracket 1, N \rrbracket$  les coefficients  $C_{i,j}(k)$  de la matrice  $C$  spécifiques à la compagnie  $k$  sont tous égaux à  $C_{i,j}$ . En posant  $x_i(k)$  et  $y_j(k)$  les capitaux économiques des sous-modules  $i$  et  $j$  des modules 1 et 2 de la compagnie  $k$  rapportés dans les vecteurs  $x(k)$  et  $y(k)$ , l'équation (3.7) peut alors être vu comme un système de  $N$  équations linéaires d'inconnues  $C_{i,j}$ .

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i(k) y_j(k) C_{i,j} = R \sqrt{x^T(k) \cdot A \cdot x(k)} \sqrt{y^T(k) \cdot B \cdot y(k)}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (3.8)$$

Une condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'une solution est  $N \leq mn$ . Néanmoins le nombre de compagnie sera toujours supérieur à  $mn$ . Par exemple, pour les modules marchés et Vie on aura  $mn = 7 \times 7 = 49$ . Le nombre de compagnies sera forcément supérieur à 49 ce qui montre que la matrice  $C$  ne peut être unique pour toutes les entreprises. Elle est donc *entity specific*. L'argument apporté par Filipovic est néanmoins discutable. En effet, notons que le nombre de compagnies d'assurance exerçant en Europe en 2018 s'élevait à 3200. Néanmoins au vu de la concentration du marché, prendre les 49 plus grandes compagnies peut également avoir du sens. Quoi qu'il en soit nous retenons le fait que  $C$  est *entity specific* car elle dépend des besoins en capitaux propres à chaque compagnie.

Filipovic retient la matrice  $C$  suivante comme solution de l'équation (3.7).

$$C = R \frac{\sqrt{x^T \cdot A \cdot x} \sqrt{y^T \cdot B \cdot y}}{\|x\|^2 \|y\|^2} \cdot x \cdot y^T; \quad (3.9)$$

avec  $\|\cdot\|$  la norme euclidienne classique. Il démontre que cette matrice est minimale au sens de la norme euclidienne autrement dit  $\|G\| \geq \|C\|, \forall G$  vérifiant (3.7). Filipovic a prouvé alors que tout

SCR calculé avec une matrice  $G$  quelconque sera toujours supérieur au SCR calculé en prenant la matrice  $C$  (3.9).

Les travaux de FILIPOVIC (2009) sont principalement utilisés dans le cadre de modèles internes partiels pour agréger des risques lorsque le modèle couvre des risques de modules distincts. Comme expliqué par DECUPÈRE (2011), cette méthodologie permet facilement de passer d'une architecture type multi-niveaux à une architecture dite en râteau (i.e où tous les risques sont disposés sur un seul et même niveau) et vice versa, pour ainsi faire apparaître des corrélations implicites de la formule standard. Les compagnies d'assurance peuvent ainsi remplacer les corrélations implicites spécifiques à leur profil de risque et ensuite engendrer une phase de re-modularisation des risques pour appliquer la formule standard.

### 3.4 Application numérique

Nous analysons dans cette partie l'impact pour l'assureur de la corrélation entre le risque de marché et le risque catastrophe dans la formule standard. Pour ce faire, nous utilisons des données de l'un de nos clients. Nous avons récupéré au sein de ce dernier des données de SCR, calculés pour chaque sous-module sur lesquels nous avons appliqué un coefficient. Pour simplification nous nous intéressons uniquement aux modules souscription vie et marché. Pour rappel les matrices de corrélation correspondantes sont les suivantes :

Corr Market	Int	Eq	Prop	Sp	Fx	Conc
Int	1	0.5	0.5	0.5	0.25	0
Eq	0.5	1	0.75	0.75	0.25	0
Prop	0.5	0.75	1	0.5	0.25	0
Sp	0.5	0.75	0.5	1	0.25	0
Fx	0.25	0.25	0.25	0.25	1	0
Conc	0	0	0	0	0	1

TABLE 3.3: Matrice de corrélation pour le risque de marché

Corr Life	Mortality	Longevity	Disability	Lapse	Expense	Revision	CAT
Mortality	1	-0.25	0.25	0	0.25	0	0.25
Longevity	-0.25	1	0	0.25	0.25	0.25	0
Disability	0.25	0	1	0	0.5	0	0.25
Lapse	0	0.25	0	1	0.5	0	0.25
Expense	0.25	0.25	0.5	0.5	1	0.5	0.25
Revision	0	0.25	0	0	0.5	1	0
CAT	0.25	0	0.25	0.25	0.25	0	1

TABLE 3.4: Matrice de corrélation pour le risque de souscription

Notons que nous avons représenté la matrice de corrélation dans le cadre d'une baisse des taux. Pour obtenir la matrice de corrélation relatif au risque d'une hausse des taux, il suffit de remplacer les cellules en jaune par 0. De plus, la corrélation marché-Vie est fixé à 25% par le régulateur.

Nous supposons qu'il existe des coefficients de corrélation implicites entre chaque sous-modules de risque. Ces coefficients sont données par la matrice C obtenue par la formule (3.9). Nous allons alors mesurer l'impact d'un changement de corrélation dans cette matrice sur le SCR et la corrélation marché - souscription vie. On s'intéresse dans un premier temps aux corrélations action - CAT et Spread - CAT qui semblent flagrantes dans la crise actuelle. Nous rapportons ci-dessous, les données SCR utilisées, le SCR global calculé en utilisant la formule standard et les matrices ci-dessus, ainsi que la matrice C des corrélations implicites obtenues.

$$SCR_{Mkt} = \begin{pmatrix} SCR_{int} \\ SCR_{Eq} \\ SCR_{Prop} \\ SCR_{Sp} \\ SCR_{Fx} \\ SCR_{Conc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 161 \\ 706 \\ 268 \\ 389 \\ 58 \\ 82 \end{pmatrix} = 1\,349, \quad SCR_{Life} = \begin{pmatrix} SCR_{Mortality} \\ SCR_{Longevity} \\ SCR_{Disability} \\ SCR_{Lapse} \\ SCR_{Expense} \\ SCR_{Revision} \\ SCR_{CAT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 \\ 4 \\ 0 \\ 63 \\ 108 \\ 0 \\ 23 \end{pmatrix} = 172,$$

$$SCR_{Global} = 1\,402.$$

Corr Mkt-Life	Mortality	Longevity	Disability	Lapse	Expense	Revision	CAT
Int	0.027	0.003	0	0.043	0.075	0	0.016
Eq	0.119	0.013	0	0.191	0.329	0	0.070
Prop	0.045	0.005	0	0.072	0.125	0	0.027
Sp	0.066	0.007	0	0.105	0.181	0	0.039
Fx	0.010	0.001	0	0.016	0.027	0	0.006
Conc	0.014	0.002	0	0.022	0.038	0	0.008

TABLE 3.5: Matrice des corrélations implicites

Pour calculer la corrélation action - CAT nous appliquons la même méthode que sur la figure 3.4. Nous récupérons les données du cours de l'indice Dow Jones Industrial Average et le nombre de morts journalier de la COVID-19 aux Etats-Unis. Nous calculons alors le coefficient de corrélation linéaire de Pearson de ces deux variables. Nous obtenons alors une corrélation de 50% entre les sous-modules action et CAT qu'on rapporte dans la matrice C. De la même manière, nous calculons la corrélation entre le spread de la figure 2.3 et le nombre de morts journalier de la COVID-19 aux Etats-Unis. Nous trouvons une corrélation de 60%, que nous rapportons dans la matrice C. Ces deux coefficients sont coloriés en jaune dans la matrice ci-dessus. Notons que la corrélation estimée entre pertes assurables CAT net de réassurance et le spread de marché net de heading à partir de données quotidiennes est probablement un majorant de la véritable corrélation.

Après avoir calculé les corrélations qui nous intéressent, nous pouvons calculer le SCR global de notre portefeuille, en utilisant la formule (3.6) et notre nouvelle matrice de corrélation 3.3. Notons que nous pouvons en déduire à partir de la formule (3.9) le nouveau coefficient de corrélation  $R$  entre les modules marché et souscription vie. On obtient les résultats suivant :

$$\begin{cases} SCR_{Global} & = & 1\,411; \\ Corr_{Mkt-Life} & = & 30\%; \\ Ecart\ relatif & = & 0.61\%. \end{cases}$$

On remarque un très faible impact sur le SCR global avec un écart assez faible après modification

des corrélations. Néanmoins, la corrélation entre le risque de marché et le risque de souscription vie augmente lui de manière plus significatif, passant de 25% à 30%. Notons cependant une faible exposition au risque catastrophe pour notre compagnie fictive. La matrice de corrélation  $C$  étant « entity specific », une plus grosse exposition à ce risque engendrera un impact plus important pour une autre compagnie fictive. Supposons en effet une deuxième compagnie, dont le  $SCR_{CAT}$  vaut cette fois-ci 314 €. Les corrélations implicites dans la matrice 3.5 augmentent légèrement mais l'impact sur le SCR et sur la corrélation des deux modules est plus flagrante ici :

$$\begin{cases} SCR_{Global} & = & 1\,555; \\ Corr_{Mkt-Life} & = & 41\%; \\ Ecart\ relatif & = & 3.77\%. \end{cases}$$

L'écart de corrélation marché - souscription vie est ici plus flagrant. Il passe de 25% à 41%. De même, on note un écart relatif de 3,77% entre le SCR global calculé avec la formule standard et le SCR global en considérant des corrélations entre les sous-modules de risques. Cet écart atteint 5,47% si on considère la corrélation entre la chute du marché suédois et la mortalité (-68%) du tableau 3.1 avec un coefficient de corrélation proche des 50%.

### Synthèse

Nous avons vu dans ce chapitre que les corrélations implicites de la formule standard peuvent avoir tendance à mal refléter les corrélations réelles entre le risque de catastrophe vie et les risques de marché. Dans le but de mesurer l'impact d'un changement de calibrage dans les matrices, nous avons utilisé les données SCR d'un assureur vie utilisant la formule standard. Il en découle un faible écart négligeable de 0.61%. Néanmoins l'assureur considéré n'était que très peu exposé au risque de pandémie. En modifiant sa valeur du SCR CAT vie, nous avons tout de suite vu cet écart grimper à 3,77%, ainsi que le coefficient de corrélation des modules marché et vie, ce dernier passant de 25% à 41%. L'impact sera alors d'autant plus important que l'exposition aux risques catastrophe et marché est élevé.

Néanmoins nous n'avons pas traité les autres modules, autre que les risques de taux d'intérêts et actions de type 1. Il est possible que, sur le long terme, la crise actuelle touche davantage les autres facteurs de risque telles que le risque de concentration, le risque de change ou le risque immobilier. Il serait intéressant de suivre de plus près l'évolution de ces risques au cours du temps. Par ailleurs, si nous fixons arbitrairement la corrélation des autres sous-modules du risque de marché avec le risque catastrophe à 50%, nous pouvons constater que cet écart de SCR peut atteindre les 10% et une corrélation marché-vie autour des 60%.

Quoi qu'il en soit, suivant le profil de risque d'une compagnie d'assurance, l'impact d'un changement des corrélations implicites dans les matrices calibrés par l'EIOPA peut provoquer des écarts plus ou moins important sur le SCR. Ce dernier pourrait finalement être plus important en prenant compte ces changements.





# Conclusion

Ce mémoire avait pour but de questionner le calibrage des chocs de la formule standard, en analysant la robustesse de ces derniers en période de crise sanitaire. Il est également à noter que les chocs étaient calibrés en 2009, ce qui rend judicieux l'étude de la robustesse de ces calibrages.

La pandémie de COVID-19 actuelle nous a amené à nous concentrer sur les sous-modules catastrophes vie, actions et taux d'intérêts, et naturellement la corrélation entre les deux. En effet, la propagation de la crise sanitaire de 2019 à l'échelle mondiale a entraîné simultanément un krach boursier historique. Nous avons donc essayé d'appliquer la même approche que l'EIOPA à savoir calibrer séparément les sous-modules identifiés avant de les agréger par le biais de matrices de corrélations. Ce mémoire était donc composé de trois chapitres, chacun se focalisant sur un périmètre précis.

Le premier périmètre se focalisait sur le calibrage du choc catastrophe vie, qui pour rappel est basé sur une étude de Swiss Re qui quantifie le risque de pandémie. Cette étude estime entre 1‰ et 1,5‰ le taux de surmortalité engendré par une pandémie qui surviendrait une fois tous les 200 ans sur une population d'assurés. Ces estimations reposent sur un modèle épidémiologique déterministe sur les trois pandémies du XX<sup>ème</sup> siècle mais en prenant divers hypothèses sur les avancées médicales aujourd'hui qui atténueraient la mortalité d'une pandémie. N'ayant pas à notre disposition la description du modèle en question, nous avons opter pour un modèle épidémiologique stochastique développé dans une étude anglaise dans le cadre de la maladie de COVID-19. Par ailleurs nous avons pris le soins d'appliquer des hypothèses non-pharmaceutique. En effet, le nouveau SARS-CoV-2 nous révèle en lui même une possible limite des hypothèses prises par Swiss Re en terme d'évolution de la médecine. En effet, aucun antibiotique, antiviral, vaccin ou autre molécule n'a montré son efficacité pour diminuer la propagation du virus et sa létalité. Nous avons utilisé notre modèle sur la population générale des pays de l'Union Européenne. Nous nous sommes focalisé sur la projection de 1 000 scénarios de la COVID-19 sur un an en mettant en place divers hypothèses. Nous en concluons, que les mesures non-pharmaceutiques ne sont pas aussi efficaces. Le scénario « confinement » et les interventions ciblées semblent être les interventions les plus efficaces. Nous obtenons un choc de 2,22‰ après application d'un coefficient pour prendre en compte la population assurée. Ce choc est donc plus prudent que celui de la formule standard. Il est d'ailleurs à noter que le choc de 1,5‰ correspondant à une hausse de mortalité provoquée par une pandémie sévère. Dans la littérature, ce niveau de choc semble néanmoins être le plus bas. Une revue à la hausse avait d'ailleurs été proposé de l'ordre de 2,5‰. Il serait donc peut-être plus prudent de garder ce dernier. Notre modèle possède néanmoins plusieurs limites. En effet, il ne prend pas en compte les trafics aériens qui est la principale cause de la propagation rapide des contaminations dans le monde. Il ne considère pas non plus les interactions entre pays ou le fait qu'un pays soit développé ou non. En effet, un pays moins développé pourrait manquer de moyen pour mettre en place de telles mesures, quelles soient pharmaceutiques ou non. Il aurait été intéressant de reprendre le modèle de Swiss Re et de le recalibrer en prenant les dernières pandémies pour mesurer au mieux les impacts des hypothèses pharmaceutiques considérées.

Le deuxième périmètre se focalisait sur le calibrage des chocs relatifs au risque de marché. En effet, la pandémie de la COVID-19 ayant également entraîné une crise financière nous avons décidé de recalibrer certains sous-modules, dans la mesure où l'assureur vie est très exposé à ces risques. Nous nous sommes intéressés aux risques action et taux d'intérêts. Ces derniers étant directement impactés dans le cadre de la crise sanitaire actuelles. De plus, les autres sous-modules semblent plus difficiles à recalibrer en terme de données accessibles.

La méthodologie retenue par l'EIOPA pour calibrer le choc action de type 1 est basé sur l'hypothèse de normalité des rendements annuels des actions. L'EIOPA a retenu un historique de 1973 à 2009 des rendements de l'indice MSCI World Developed Index. Le choc obtenu était alors de -39%. Par la même méthode et en complétant l'historique jusqu'en 2019, nous obtenons un choc de -36% et nous remarquons une certaine variabilité au cours du temps. Le calibrage reposant sur très peu de données, nous avons analysé sa robustesse en considérant les rendements annuels sur un an glissant. N'ayant pas à notre disposition l'évolution journalière de l'indice MSCI nous l'avons testé sur un autre indice dont la corrélation est forte comme l'Euro-Stoxx. Nous en avons conclu que les deux méthodes convergeaient vers la même valeur ce qui prouve de la robustesse du choc -36%. Cependant, en prenant l'indice Euro-Stoxx nous obtenons un choc de -47%. Le calibrage peut ainsi varier en fonction de l'indice de référence retenu. Il est donc plus prudent de calibrer le choc sur un indice de la zone Euro. De plus, les hypothèses de normalité ont été remises en cause. Nous avons utilisé une troisième méthode basée sur des séries temporelles et en considérant un changement de régime de volatilité des actions en période de crise. Nous arrivons à un choc de -42% toujours basé sur l'Euro-Stoxx.

Le calibrage des chocs de taux d'intérêts repose sur une analyse en composante principale et d'une régression linéaire sur des variations relatives de la courbe des taux. Nous avons alors appliqué cette méthode en complétant l'historique jusqu'au 29/07/2020. Nous avons donc, comme l'EIOPA, calculé un choc de niveau à la hausse et à la baisse de la courbe des taux sur des variations relatives. Pour compléter la méthodologie, nous avons également calibré un choc de pentification et d'aplatissement sur des variations relatives. Nous en avons conclu une certaine instabilité dans le temps des chocs en particulier pour les chocs sur le niveau. Cela n'est pas étonnant à en croire les fortes variations des taux ces dernières années. Cette instabilité est moins frappante pour les chocs de pentification et d'aplatissement. Néanmoins ces derniers ne sont pas négligeables par rapport aux chocs de niveau. Aucun choc n'étant appliqué sur des taux négatifs, nous avons également étendu la méthodologie en calibrant un choc sur des variations absolues. Ces derniers ont tendance à se stabiliser au cours du temps. Ces travaux n'ont pas permis d'en tirer des conclusions concrètes sur le risque de taux en période de pandémie. Malgré quelques mouvements constatés, il conviendrait d'attendre quelques temps pour réévaluer le réel impact sur les taux pour la COVID-19.

Le troisième et dernier périmètre d'étude s'est basé sur la corrélation entre le risque de catastrophe vie et le risque de marché. Pour agréger les risques, la formule standard préconise une technique d'agrégation multi-niveaux par le biais de matrice de corrélations. Autrement dit, les risques sont d'abord agrégés par sous-module puis par module, rendant implicite les corrélations entre sous-modules de modules différents. Nous avons donc utilisé la matrice de Damir Filipovic pour passer d'une agrégation multi-niveau à une agrégation sur un seul niveau, par le biais d'une seule matrice de corrélation. Cette matrice est cependant *entity specific*, c'est-à-dire unique pour chaque compagnie, cette dernière dépendant des besoins en capitaux spécifiques aux modules. Nous avons donc décidé de mesurer l'impact d'une prise en compte des coefficients de corrélation entre les sous-modules relatifs au risque de marché et au risque catastrophe, en prenant des données d'un assureur vie, utilisant la formule standard. A partir de ces données de SCR marché et vie, nous avons calculé la matrice de Filipovic puis nous avons changé les corrélations implicites par les corrélations tirées d'études sur le risque de marché et le risque de pandémie, ou directement calculé par nos soins. Nous en avons déduit

que l'écart est d'autant plus important que l'assureur est exposé aux risques en question. Ces changements peuvent également modifier la corrélation entre les modules marché et vie, jusqu'à doubler le coefficient de corrélation.

Avant de conclure sur cette étude, il est important d'en préciser les limites. Tout d'abord, les hypothèses sur le paramétrage des matrices de contacts dans le cadre de notre modèle épidémiologique sont basées sur des études récentes non encore définitives. Ensuite, la valeur des corrélations implicites déterminées dans le chapitre 3 sont probablement des majorants des véritables corrélations entre les différents risques. Par ailleurs, pour qu'un risque soit pris en compte dans le calcul du SCR, il faut que ce dernier soit quantifiable et donc contre lequel on peut se prémunir par la détention de capital. Enfin, ce mémoire a été réalisé dans un contexte de crise sanitaire qui est toujours d'actualité lors de sa conclusion. Par conséquent, il existe un manque de recul sur la pandémie de COVID-19, qui n'est toujours pas terminée, et qui est à la base même de cette étude.

Il serait intéressant pour les assureurs, dans le cadre de l'ORSA, de quantifier leur risque catastrophe, et de manière sous-jacente le risque de pandémie, en y intégrant le risque de marché dans leur scénarios. Cette crise pourrait également avoir des impacts sur les autres modules du risque de marché et des études plus fines pourraient être faites dans ce sens. Quoi qu'il en soit, l'hypothèse de relation entre le risque de pandémie et le risque de marché n'est pas à écarter. De plus, la période de confinement a montré d'autres facteurs de risques émergents, cette fois-ci concernant le risque cyber et la protection des données. Avec la généralisation du télétravail les cyber-risques ont pris de l'ampleur dans la mesure où les flux numériques ont pris le dessus sur les flux humains et les serveurs utilisés peuvent être moins sécurisés que les installations des entreprises. De plus, la protection des données et le secret professionnel est à remettre en cause dans le cadre du télétravail, dans la mesure où d'autres personnes peuvent accéder à des données confidentielles. L'espace de travail en entreprise assure une certaine sécurité pour traiter des sujets confidentiels, ce qui peut être rompu dans le travail à distance. Enfin, la crise de la COVID-19 actuelle pourrait également avoir un impact sur le niveau des primes, de même que les rachats ou les résiliations. Malheureusement, nous n'avons pas à notre disposition de données spécifiques pouvant apporter un éclairage sur ces points.



# Bibliographie

- BHUTADA, S. et MRINAL, M. (2020). Modelling market risk for pandemics. Rapp. tech. Crisil, An S&P Global Compagny.
- BI, Q. (2020). Epidemiology and Transmission of COVID-19 in Shenzhen China: Analysis of 391 cases and 1,286 of their close contacts. *The Lancet*.
- BOUTAYBI, A. D. (2014). Techniques d'agrégation des risques. Mém. de mast. Euria.
- CAO, B., WANG, Y. et WEN, D. (2020). A Trial of Lopinavir–Ritonavir in Adults Hospitalized with Severe Covid-19. *The new england journal of medicine*.
- CHEN, Y., WANG, A., YI, B., DING, K., WANG, H., WANG, J., SHI, H., WANG, S. et XU, G. (2020). The epidemiological characteristics of infection in close contacts of COVID-19 in Ningbo city. *National Library of Medicine*.
- COMMITTEE OF EUROPEAN INSURANCE AND OCCUPATIONAL PENSIONS SUPERVISORS (2010). CEIOPS' Advice for level 2 implementing measures on Solvency II : SCR Standard Formula, Correlations. CEIOPS-DOC-70/10.
- CORI, A., VALLERON, A., CARRAT, F., TOMBA, G., THOMAS, G. et BOËLLE, P. (2012). Estimating influenza latency and infectious period durations using viral excretion data. *Elsevier*.
- CORLOSQUET-HABART, M. (2010). Modélisation, Impact et Gestion du Risque de Pandémie de Grippe en Assurance Prévoyance dans le cadre de Solvabilité II. Thèse de doct. Télécom Bretagne.
- DAVIES, N., KLEPAC, P., LIU, Y., PREM, K., JIT, M. et EGGO, R. (2020a). Age-dependent effects in the transmission and control of COVID-19 epidemics. *Nature Medicine*.
- DAVIES, N., KUCHARSK, A., EGGO, R., GIMMA, A. et EDMUND, J. (2020b). Effects of non-pharmaceutical interventions on COVID-19 cases, deaths, and demand for hospital services in the UK: a modelling study. *The Lancet*.
- DECUPÈRE, S. (2011). Agrégation des risques et allocation de capital sous Solvabilité II. Mém. de mast. ENSAE.
- DIEKMANN, O., HEESTERBEEK, J. et METZ, J (1990). On the definition and the computation of the basic reproduction ratio  $R_0$  for infectious diseases in heterogeneous populations. Springer.
- DIVISION, U. N. P. (2020). wpp2019: World Population Prospects 2019.
- DONALDSON, L. J., RUTTER, P. D., ELLIS, B. M., GREAVES, F. E. C., PEBODY, O. T. M. R. G. et YARDLEY, I. E. (2009). Mortality from pandemic A/H1N1 2009 influenza in England: public health surveillance study. *British Medical Journal*.
- DOURMASHKIN, R., DUNN, G., CASTANO, V. et MCCALL, S. (2012). Evidence for an enterovirus as the cause of encephalitis lethargica. *BMC Infectious Diseases, XII (136)*.
- DRIESSCHE, P. et WATMOUGH, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. Elsevier.
- FENG, Z. et al. (2020). The Epidemiological Characteristics of an Outbreak of 2019 Novel Coronavirus Diseases (COVID-19) — China, 2020. *China CDC Wkly*.
- FILIPOVIC, D. (2009). Multi-level risk aggregation. *Astin Bulletin*.
- FUNK, S. (2020). socialmixr: Social Mixing Matrices for Infectious Disease Modelling.

- GHALANOS, A. (2020). rugarch: Univariate GARCH models.
- HE, G., SUN, W., FANG, P., HUANG, J., GAMBER, M., CAI, J. et WU, J. (2020). The clinical feature of silent infections of novel coronavirus infection (COVID-19) in Wenzhou.
- INSEE (2020, 21 Décembre). Défaillances d'entreprises. URL : <https://www.insee.fr/fr/statistiques/2015359#graphique-figure1>.
- JBILI, W. (2008). Modélisation asymétrique de titres financiers. Mém. de mast. Faculté des sciences et de génie université laval, Quebec.
- JOUBERT, G. et FOU DHAILI, S. (2014). Risque de pandémie en assurance prévoyance: construction d'un modèle de propagation dans l'espace. Mém. de mast.
- LE MONDE (2020, 11 mars). Coronavirus : l'Italie ferme tous ses commerces, sauf ceux dédiés à l'alimentation et à la santé. *Le Monde*.
- LINFOOT, A. (2007). Financing Catastrophic Risk: Mortality Bond Case Study. *Scottish Re*.
- LIU, Y., FUNK, S. et FLASCHE, S. (2020). The contribution of pre-symptomatic infection to the transmission dynamics of COVID-2019. Wiley.
- MALZBERG, B. (1929). Age of first admissions with encephalitis lethargica. *Psychiatric Quarterly, III*.
- MANDHOUI, K. (2011). Analyse du risque catastrophe d'une pandémie en assurance prévoyance par une approche épidémiologique. Thèse de doct. ISFA.
- MONBET, V. (2020). NHMSAR: Non-Homogeneous Markov Switching Autoregressive Models.
- MORIN, H. et CABUT, S. (2020, 16 mars). Coronavirus : l'immunité de groupe, un pari risqué. *Le Monde*.
- MOSSONG, J. et al. (2008). Social Contacts and Mixing Patterns Relevant to the Spread of Infectious Diseases. *Plos Medicine*.
- MPG PARTNERS (2020). Marchés financiers: le stress test EBA mis à l'épreuve de la crise du "COVID-19", ou pourquoi le stress test EBA 2020 est rapidement devenu obsolète.
- OUBRIER, J.-B. (2020, 15 mai). La pandémie va coûter 203 milliards de dollars aux assureurs en 2020. *La Tribune*.
- PAYNE, A. M.-M. (1958). Section of Epidemiology and Preventive Medicine. *The Royal Society of Medicine*.
- PERON, I., de LIVONNIÈRE, S. et ALEXANDRE, V. (2020, 25 mars). Décès du Covid-19 en France : les hommes sont-ils vraiment plus exposés que les femmes ? *Le Parisien*.
- PFEIFER, D. et STRASSBURGER, D. (2007). Solvency II: stability problems with the SCR aggregation formula. *Scandinavian Actuarial Journal, 2008, 1, 61-77*.
- POTTER, C (2001). A history of influenza. *Journal of Applied Microbiology*.
- R CORE TEAM (2021). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. URL : <http://www.R-project.org>.
- RISKASSUR (2020, 9 Septembre). Allianz: cinq tendances de sinistralité des entreprises en responsabilité civile face à l'épidémie de coronavirus. URL : [https://www.riskassur-hebdo.com/actu01/actu\\_auto.php?adr=909200923](https://www.riskassur-hebdo.com/actu01/actu_auto.php?adr=909200923).
- RUSSELL, T., HELLEWELL, J., JARVIS, C., van ZANDVOORT, K., ABBOTT, S., RATNAYAKE, R., FLASCHE, S., EGGO, R., EDMUNDS, J. et KUCHARSKI, A. (2020). Estimating the infection and case fatality ratio for coronavirus disease (COVID-19) using age-adjusted data from the outbreak on the Diamond Princess cruise ship. *Eurosurveillance*.
- SCHAECHTER, M. (2006). Schaechter's Mechanisms of Microbial Disease. Lippincott Williams Wilkins.
- SPEISSER, R. (2013). Evaluation du risque de pandémie et construction de deux modèles internes partiels en assurance de personnes dans le cadre de Solvabilité II. Mém. de mast. ESSEC.
- STERNE, J. et al. (2020). Association Between Administration of Systemic Corticosteroids and Mortality Among Critically Ill Patients With COVID-19. *Journal of the American Medical Association*.
- TAUBENBERGE, J. K. (2008). Discovery and characterization of the 1918 pandemic influenza virus in historical context. *Antivir Ther. 2007*.

- TAUBENBERGER, J. K. et MORENS, D. M. (2006). 1918 influenza: The mother of all pandemics. *Emerging Infectious Diseases*, 2006: 12(1): 15-22.
- THE EUROPEAN INSURANCE AND OCCUPATIONAL PENSIONS AUTHORITY (2010). Solvency II Calibration Paper. CEIOPS-SEC-40-10.
- THE EUROPEAN INSURANCE AND OCCUPATIONAL PENSIONS AUTHORITY (2018). EIOPA's second set of advice to the European Commission on specific items in the Solvency II Delegated Regulation.
- THE EUROPEAN INSURANCE AND OCCUPATIONAL PENSIONS AUTHORITY (2020). Impact of ultra low yields on the insurance sector, including first effects of COVID-19 crisis.
- TOOLE, J. (2007). Potential Impact of Pandemic Influenza on the U.S. Life Insurance Industry. *Society of actuaries*.
- VILENSKY, J. (2008). Sleeping Princes and Princesses : The Encephalitis Lethargica Epidemic of the 1920s and a Contemporary Evaluation of the Disease. *China CDC Wkly 2020; 2: 113-22*.
- VIRLOGEUX, V. et al. (2012). Estimating the Distribution of the Incubation Periods of Human Avian Influenza A(H7N9) Virus Infections. *American Journal of Epidemiology*.
- WOOLNOUGH, K., IVANOVIC, B., KRAMER, S. et BUSENHART, J. (2007). Pandemic influenza : A 21st century model for mortality shocks. *Swiss Re*.
- YANG, W., LIPSITCH, M. et SHAMAN, J. (2015). Inference of seasonal and pandemic influenza transmission dynamics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*.
- ZHANG, S. (2011). Estimating Transmissibility of Seasonal Influenza Virus by Surveillance Data. *Journal of Data Science 9(2011), 55-64*.





# Annexes

## A.1 Les modèles actuariels sur données historiques

On reprend dans cette annexe les résultats obtenus sur l'ajustement d'une courbe de sévérité en prenant deux scénarios de fréquence annuelle différentes.

### A.1.1 Scénario 2,56%

On suppose ici une fréquence de survenance d'une pandémie annuelle égale à 2,56% soit un nombre de pandémies retenu égale à 11. Par la même méthodologie expliqué dans la section 2 du chapitre 1 on obtient les points et l'ajustement de la courbe (fonction (1.6)) suivante :

Epidémie	Augmentation du taux de mortalité	Quantile
1918 ajustée	58.39%	0.00%
1918	32.12%	9.09%
2019 COVID-19	6.80%	24.24%
1957	1.11%	39.39%
2003 SARS	0.85%	54.55%
1968	0.73%	69.70%
1977	0.62%	84.85%
2009	0.02%	100.00%

TABLE 6: Points retenus et quantiles associés

a	b
0.6041	-3.5072

TABLE 7: Calibrage de la fonction exponentielle

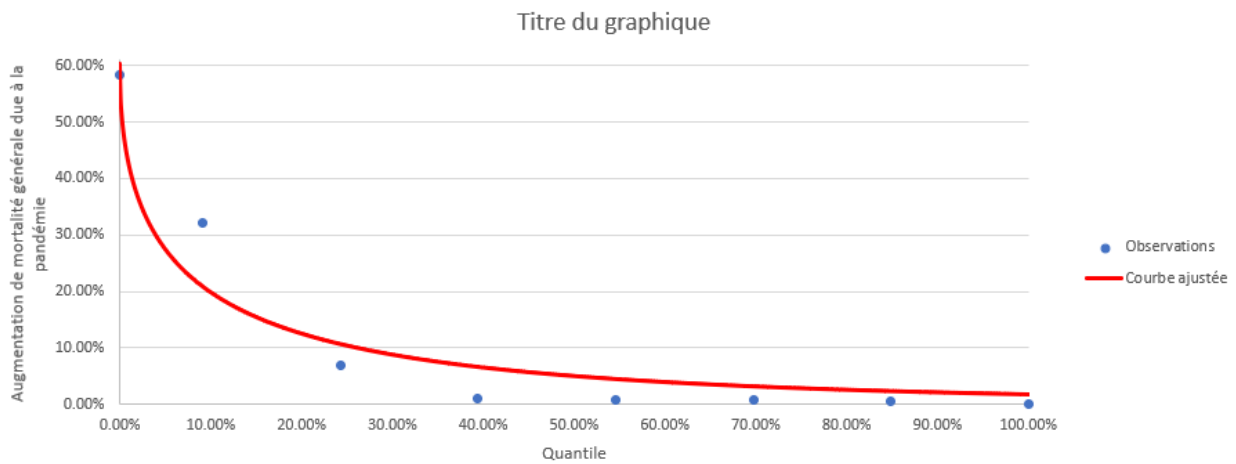


FIGURE 9: Courbe de sévérité ajustée pour une fréquence de 2.56%

On obtient une augmentation du taux de mortalité de 12,59% soit un choc de 0,916‰.

### A.1.2 Scénario 7,5%

On suppose ici une fréquence de survenance d'une pandémie annuelle égale à 7,5% soit un nombre de pandémies retenu égale à 33. Par la même méthodologie expliqué dans la section 2 du chapitre 1 on obtient les points et l'ajustement de la courbe (fonction (1.6)) suivante :

Epidémie	Augmentation du taux de mortalité	Quantile
1918 ajustée	58.39%	0.00%
1918	32.12%	3.03%
2019 COVID-19	6.80%	19.19%
1957	1.11%	35.35%
2003 SARS	0.85%	51.52%
1968	0.73%	67.68%
1977	0.62%	83.84%
2009	0.02%	100.00%

TABLE 8: Points retenus et quantiles associés

a	b
0.5977	-4.3989

TABLE 9: Calibrage de la fonction exponentielle

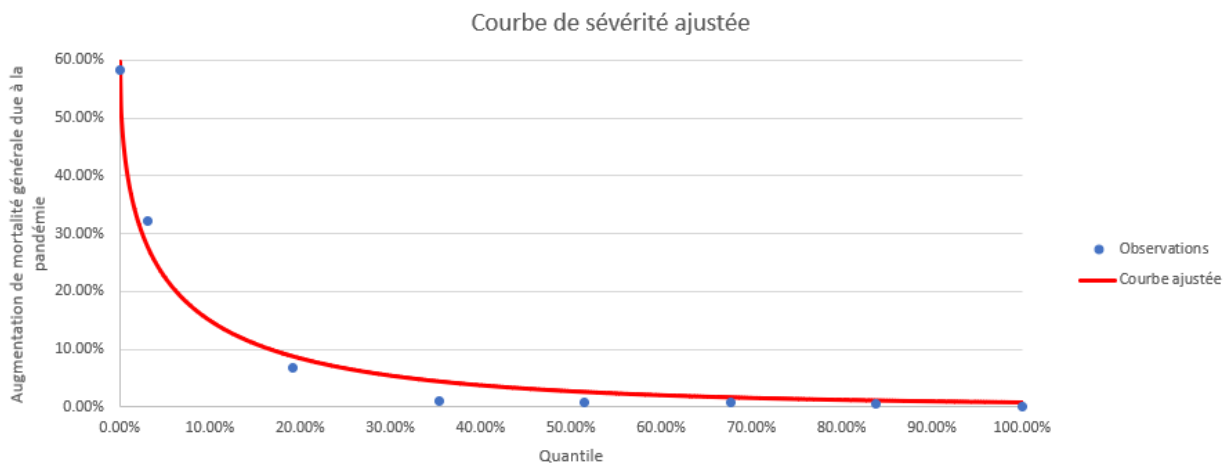


FIGURE 10: Courbe de sévérité ajustée pour une fréquence de 7.5%

On obtient une augmentation du taux de mortalité de 19,14% soit un choc de 1,39‰.

## A.2 Résolution des équations dans les modèles déterministes

### A.2.1 Le modèle SI

En injectant (3) dans (2) on obtient 10.

$$\frac{dI(t)}{dt} = rS(t)I(t) = r(N - I(t))I(t) . \quad (10)$$

Nous fixons comme hypothèse qu'un seul individu est infecté en  $t = 0$ , ce qui nous permet d'avoir comme condition initiale :  $I(0) = 1$ . On a alors :

$$I(t) = \frac{N}{1 + (N - 1)e^{-rNt}} . \quad (11)$$

A titre illustratif, nous traçons sur le graphique 11 l'évolution du nombre d'individus dans chaque compartiment en fixant arbitrairement  $r = 0.1\%$ ,  $N = 1000$ .

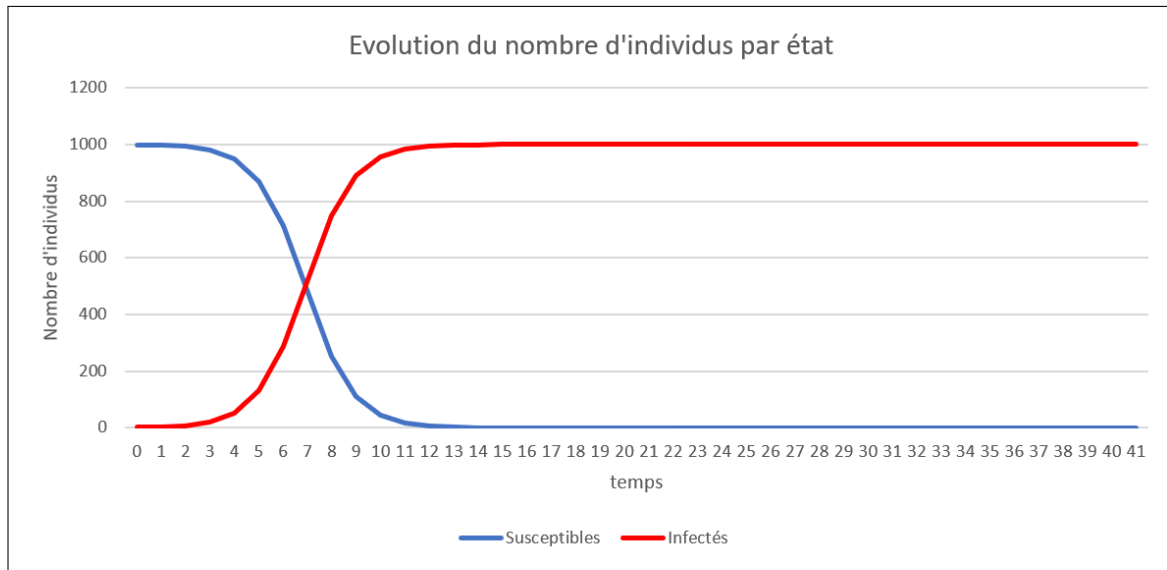


FIGURE 11: Evolution de la population par état dans un modèle SI

En  $t = 0$ , on a 999 individus susceptibles et 1 individu infecté. Au bout d'une dizaine de jour, toute la population est infectée.

### A.2.2 Le modèle SIR

Pour résoudre ce système on peut utiliser des hypothèses simplificatrices ou appliquer la méthode d'Euler à partir de conditions initiales comme dans la partie précédente. A titre illustratif nous traçons en figure 12 l'évolution du nombre d'individus dans chaque compartiment en fixant arbitrairement  $r = 0.1\%$ ,  $a = 10\%$  et  $N = 1000$ .

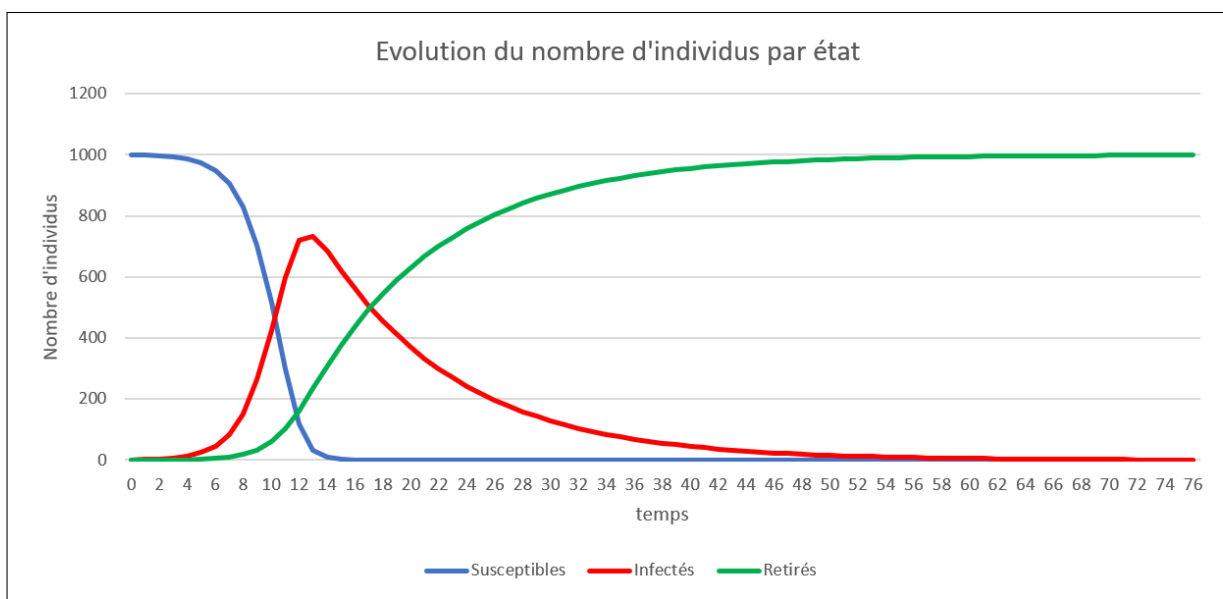


FIGURE 12: Evolution de la population par état dans un modèle SIR

La population d'infecté augmente jusqu'à atteindre le pic épidémique. Au bout de  $t = 15$  les individus sont soit infectés soit retirés. La population infectée diminue jusqu'à ce que toute la population soit retirée (individus immunisés ou décédés).

### A.2.3 Le modèle SEIR

Comme pour le modèle SIR, la complexité du système nous oblige à approximer les solutions par la méthode d'Euler. L'évolution du nombre d'individus dans chaque compartiment est illustré sur le graphique 13, avec  $r = 0.1\%$ ,  $a = 10\%$ ,  $w = 60\%$  et  $N = 1000$ .

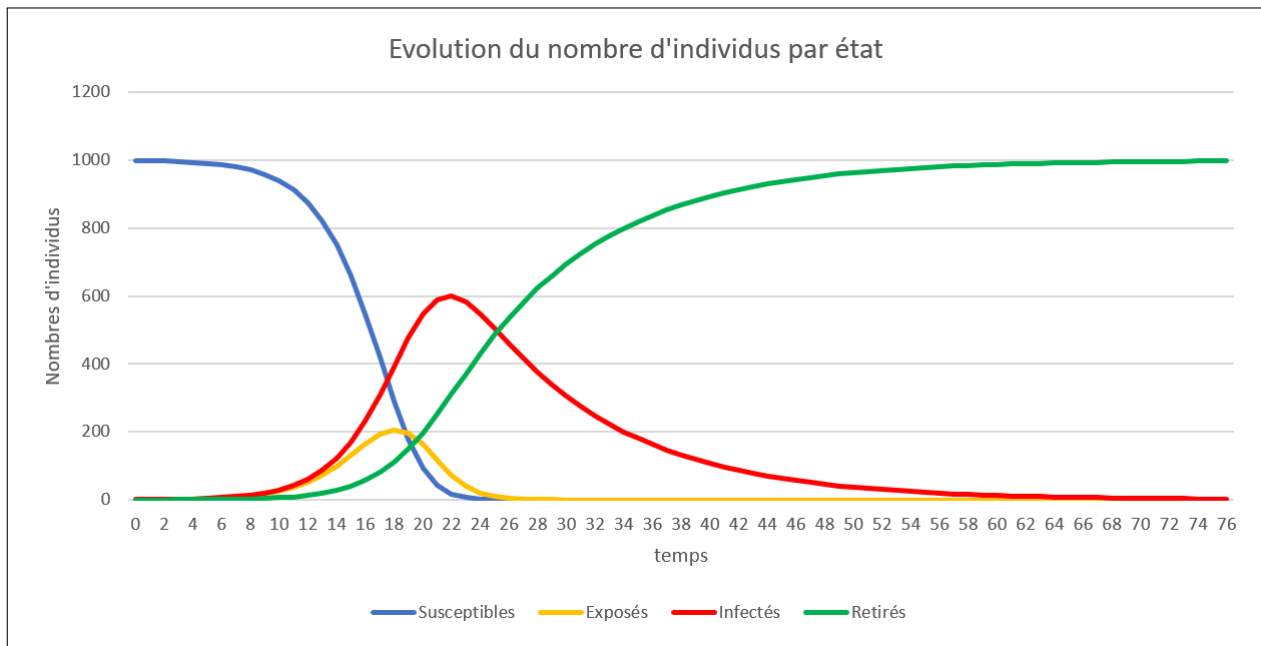


FIGURE 13: Evolution de la population par état dans un modèle SEIR

L'interprétation de ce graphique est similaire que pour le modèle SIR à la différence de l'état « Exposé » qui étale la courbe des individus Infectés et Retirés.

### A.3 Résultats des simulations

Pays	Choc					
	Base	School Closures	Self-Isolation	Elderly Shielding	Social Distancing	Combination
Autriche	8.51‰	8.40‰	7.94‰	7.34‰	7.25‰	7.85‰
Belgique	6.94‰	6.84‰	6.20‰	5.35‰	5.46‰	6.06‰
Bulgarie	10.02‰	9.93‰	9.61‰	9.41‰	9.31‰	9.60‰
Croatie	9.54‰	9.46‰	8.99‰	8.53‰	8.40‰	9.02‰
Chypre	6.37‰	6.32‰	6.00‰	5.74‰	5.60‰	5.64‰
République Tchèque	8.65‰	8.51‰	8.06‰	7.55‰	7.54‰	7.89‰
Danemark	8.55‰	8.44‰	7.88‰	7.04‰	7.22‰	7.75‰
Estonie	9.10‰	8.93‰	8.55‰	8.14‰	7.99‰	8.31‰
<b>Europe</b>	<b>8.22‰</b>	<b>8.13‰</b>	<b>7.51‰</b>	<b>6.73‰</b>	<b>6.85‰</b>	<b>7.37‰</b>
Finlande	8.19‰	7.97‰	7.26‰	5.78‰	6.09‰	6.93‰
France	8.52‰	8.40‰	7.81‰	7.09‰	7.04‰	7.62‰
Allemagne	6.13‰	5.96‰	5.07‰	4.47‰	4.79‰	5.61‰
Grèce	10.10‰	9.97‰	9.46‰	8.78‰	8.75‰	9.46‰
Hongrie	8.78‰	8.67‰	8.22‰	7.84‰	7.73‰	8.17‰
Irlande	5.91‰	5.82‰	5.49‰	5.18‰	5.02‰	5.12‰
Italie	10.60‰	10.53‰	9.98‰	8.32‰	8.90‰	9.28‰
Lettonie	9.46‰	9.31‰	8.95‰	8.78‰	8.63‰	8.74‰
Lituanie	9.05‰	8.94‰	8.44‰	8.20‰	8.02‰	8.11‰
Luxembourg	6.80‰	6.78‰	6.33‰	5.60‰	5.77‰	5.36‰
Malte	9.07‰	8.99‰	8.49‰	7.86‰	7.88‰	8.31‰
Pays-Bas	7.89‰	7.80‰	7.07‰	5.07‰	5.59‰	6.36‰
Pologne	8.61‰	8.60‰	8.17‰	8.09‰	7.92‰	7.60‰
Portugal	9.98‰	9.88‰	9.31‰	8.45‰	8.52‰	9.18‰
Roumanie	8.46‰	8.32‰	7.90‰	7.57‰	7.35‰	7.76‰
Slovaquie	7.17‰	7.03‰	6.69‰	6.44‰	6.28‰	6.39‰
Slovénie	8.97‰	8.83‰	8.30‰	7.77‰	7.72‰	8.14‰
Espagne	8.84‰	8.72‰	8.17‰	7.56‰	7.51‰	7.95‰
Suède	8.61‰	8.51‰	7.99‰	7.12‰	7.29‰	7.74‰
UK	7.18‰	7.13‰	6.51‰	5.73‰	5.75‰	6.38‰

TABLE 10: Quantile par pays et par scénarios ciblés sur 12 semaines

Pays	Choc				
	Base	NA	5 000	2 000	1 000
Autriche	8.51‰	6.46‰	5.20‰	4.43‰	3.79‰
Belgique	6.94‰	4.01‰	3.09‰	2.55‰	2.01‰
Bulgarie	10.02‰	8.53‰	7.38‰	6.58‰	6.01‰
Croatie	9.54‰	7.52‰	6.40‰	5.42‰	4.50‰
Chypre	6.37‰	5.66‰	4.40‰	4.12‰	3.62‰
République Tchèque	8.65‰	6.76‰	5.49‰	4.85‰	4.05‰
Danemark	8.55‰	6.39‰	4.94‰	4.22‰	3.53‰
Estonie	9.10‰	7.99‰	6.26‰	5.58‰	5.11‰
<b>Europe</b>	<b>8.22‰</b>	<b>5.35‰</b>	<b>4.44‰</b>	<b>3.78‰</b>	<b>3.27‰</b>
Finlande	8.19‰	4.71‰	3.14‰	2.65‰	2.07‰
France	8.52‰	5.49‰	4.82‰	4.41‰	3.90‰
Allemagne	6.13‰	1.87‰	1.43‰	0.0064‰	0.0028‰
Grèce	10.10‰	7.49‰	6.36‰	5.36‰	4.47‰
Hongrie	8.78‰	6.80‰	5.91‰	5.14‰	4.48‰
Irlande	5.91‰	4.49‰	3.47‰	3.07‰	2.59‰
Italie	10.60‰	7.01‰	5.78‰	5.17‰	4.33‰
Lettonie	9.46‰	8.39‰	6.88‰	6.27‰	5.54‰
Lituanie	9.05‰	7.99‰	6.35‰	5.86‰	5.41‰
Luxembourg	6.80‰	6.41‰	4.47‰	4.27‰	4.08‰
Malte	9.07‰	8.11‰	5.89‰	5.44‰	5.10‰
Pays-Bas	7.89‰	4.53‰	2.57‰	2.12‰	1.72‰
Pologne	8.61‰	7.26‰	5.99‰	5.79‰	5.42‰
Portugal	9.98‰	7.27‰	5.92‰	5.10‰	4.36‰
Roumanie	8.46‰	6.40‰	5.41‰	4.83‰	4.30‰
Slovaquie	7.17‰	6.07‰	4.79‰	4.38‰	3.87‰
Slovénie	8.97‰	7.48‰	5.41‰	4.79‰	4.13‰
Espagne	8.84‰	6.09‰	5.41‰	4.89‰	4.35‰
Suède	8.61‰	6.37‰	4.83‰	4.18‰	3.58‰
UK	7.18‰	4.13‰	3.79‰	3.43‰	2.86‰

TABLE 11: Quantile par pays et par scénario de confinement

## A.4 Ecart type des chocs et courbes des taux

### A.4.1 Ecart-type des chocs relatifs

	Niveau		Pente	
	Baisse	Hausse	Pentification	Aplatissement
1	24%	11%	11%	8%
2	22%	10%	6%	4%
3	20%	8%	4%	2%
4	18%	7%	3%	2%
5	17%	6%	2%	1%
6	15%	5%	1%	1%
7	14%	5%	1%	1%
8	13%	4%	1%	0%
9	12%	4%	1%	0%
10	11%	4%	0%	0%
11	11%	3%	0%	0%
12	11%	3%	0%	0%
13	10%	3%	0%	0%
14	10%	3%	0%	0%
15	10%	3%	1%	0%
16	10%	3%	1%	0%
17	9%	3%	1%	0%
18	9%	3%	1%	0%
19	9%	3%	1%	0%
20	9%	3%	1%	0%
21	9%	3%	1%	0%
22	9%	3%	1%	0%
23	9%	3%	1%	0%
24	9%	3%	1%	0%
25	9%	3%	1%	0%
26	9%	3%	1%	0%
27	9%	3%	1%	0%
28	9%	3%	1%	0%
29	9%	3%	1%	0%
30	9%	3%	1%	0%

FIGURE 14: Ecart-type des chocs relatifs



## A.4.2 Ecart-type des chocs absolus

	Niveau		Pente	
	Baisse	Hausse	Pentification	Aplatissement
1	0.30%	0.25%	0.25%	0.17%
2	0.24%	0.20%	0.20%	0.13%
3	0.18%	0.16%	0.16%	0.10%
4	0.14%	0.12%	0.12%	0.08%
5	0.11%	0.10%	0.09%	0.06%
6	0.11%	0.09%	0.06%	0.05%
7	0.11%	0.09%	0.03%	0.04%
8	0.12%	0.09%	0.02%	0.03%
9	0.13%	0.10%	0.02%	0.03%
10	0.14%	0.10%	0.03%	0.02%
11	0.15%	0.11%	0.04%	0.02%
12	0.15%	0.11%	0.05%	0.03%
13	0.16%	0.12%	0.05%	0.03%
14	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
15	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
16	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
17	0.17%	0.12%	0.06%	0.03%
18	0.17%	0.13%	0.06%	0.03%
19	0.17%	0.13%	0.06%	0.03%
20	0.17%	0.13%	0.06%	0.03%
21	0.16%	0.13%	0.06%	0.03%
22	0.16%	0.13%	0.06%	0.03%
23	0.16%	0.13%	0.06%	0.03%
24	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
25	0.16%	0.12%	0.05%	0.03%
26	0.16%	0.12%	0.05%	0.02%
27	0.15%	0.12%	0.05%	0.02%
28	0.15%	0.12%	0.05%	0.02%
29	0.15%	0.12%	0.04%	0.02%
30	0.15%	0.12%	0.04%	0.02%

FIGURE 15: Ecart-type des chocs absolus

## A.4.3 Ecart-type des courbes de taux

	Chocs relatifs				Chocs absolus			
	Niveau		Pente		Niveau		Pente	
	Baisse	Hausse	Pentification	Aplatissement	Baisse	Hausse	Pentification	Aplatissement
1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.30%	0.25%	0.25%	0.17%
2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.24%	0.20%	0.20%	0.13%
3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.18%	0.16%	0.16%	0.10%
4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.14%	0.12%	0.12%	0.08%
5	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.11%	0.10%	0.09%	0.06%
6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.11%	0.09%	0.06%	0.05%
7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.11%	0.09%	0.03%	0.04%
8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.12%	0.09%	0.02%	0.03%
9	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.13%	0.10%	0.02%	0.03%
10	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.14%	0.10%	0.03%	0.02%
11	0.02%	0.01%	0.00%	0.00%	0.15%	0.11%	0.04%	0.02%
12	0.02%	0.01%	0.00%	0.00%	0.15%	0.11%	0.05%	0.03%
13	0.03%	0.01%	0.00%	0.00%	0.16%	0.12%	0.05%	0.03%
14	0.03%	0.01%	0.00%	0.00%	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
15	0.04%	0.01%	0.00%	0.00%	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
16	0.04%	0.01%	0.00%	0.00%	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
17	0.04%	0.01%	0.00%	0.00%	0.17%	0.12%	0.06%	0.03%
18	0.04%	0.01%	0.00%	0.00%	0.17%	0.13%	0.06%	0.03%
19	0.04%	0.01%	0.00%	0.00%	0.17%	0.13%	0.06%	0.03%
20	0.05%	0.01%	0.00%	0.00%	0.17%	0.13%	0.06%	0.03%
21	0.05%	0.02%	0.00%	0.00%	0.16%	0.13%	0.06%	0.03%
22	0.06%	0.02%	0.01%	0.00%	0.16%	0.13%	0.06%	0.03%
23	0.06%	0.02%	0.01%	0.00%	0.16%	0.13%	0.06%	0.03%
24	0.07%	0.02%	0.01%	0.00%	0.16%	0.12%	0.06%	0.03%
25	0.07%	0.02%	0.01%	0.00%	0.16%	0.12%	0.05%	0.03%
26	0.08%	0.02%	0.01%	0.00%	0.16%	0.12%	0.05%	0.02%
27	0.09%	0.03%	0.01%	0.00%	0.15%	0.12%	0.05%	0.02%
28	0.09%	0.03%	0.01%	0.00%	0.15%	0.12%	0.05%	0.02%
29	0.10%	0.03%	0.01%	0.00%	0.15%	0.12%	0.04%	0.02%
30	0.10%	0.03%	0.01%	0.00%	0.15%	0.12%	0.04%	0.02%

FIGURE 16: Ecart-type des courbes de taux