



**Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : M. Hicham EL GHAZI

Titre du mémoire :

**Modélisation et Segmentation Produits pour le Pilotage Économique
d'une Compagnie d'Assurance Non-Vie**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de
l'Institut des Actuaires

signature

Entreprise :

Nom : GAN Assurances

Signature :

Directeur de mémoire en
entreprise :

Nom : M. Blaise-Marie CANTAU

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et
de mise en ligne sur un site de
diffusion de documents**

actuariels (après expiration de
l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable
entreprise

Signature du candidat

Membres présents du jury de la
filière

Sommaire

Résumé	5
Abstract	6
Remerciements	7
Introduction	8
Contexte et enjeux	10
I. Présentation de la structure d'accueil	10
II. Contexte de l'étude réalisée	10
Solvabilité 2 : Aspects réglementaires et Fonction actuarielle	12
Provisionnement économique : Définitions et compte de résultat	15
I. Alphabets actuariels en Provisionnement Non-Vie	15
II. Introduction du Compte de résultat économique et de ses composants	18
Portefeuille et Mailles de l'étude	21
I. Introduction du portefeuille	21
II. Quelques Chiffres Clés	22
III. Maille et Périmètre de l'étude :	23
Méthodes de provisionnement et de mesure du risque	26
I. Méthode de provisionnement déterministe : Chain Ladder	26
II. Outils de Mesure du risque	31
Provisionnement économique actuel et ses limites	33
I. Modalités du seuil de découpage	34
II. Construction de la base de modélisation	35
III. Objectif de l'étude	37
IV. Méthode actuelle de provisionnement économique et ses limites	38
Optimisation du Compte de résultat économique : Découpage des graves par seuil adéquat	42
I. Hypothèses, mesures de réserve et de risque	43
II. Seuils de graves Clés	44
III. Modélisation de l'exhaustivité des Graves 160 K€	44
IV. Etude de Cas pour définir un seuil de découpage des Graves 160 K€	47
V. Approche subsidiaire : Théorie des valeurs Extrêmes	51
VI. Validation du seuil de découpage	59
VII. Synthèse de l'étude de classification par seuil	62
Optimisation du Compte de résultat économique : Mise en place d'une segmentation de référence	66
I. Contexte de la segmentation de référence	67
II. Validation de la segmentation de référence	68
III. Evaluation des provisions pour recours à encaisser	79
IV. Synthèse et Résultats	86

Conclusion	89
Annexes	91
I. Validation des hypothèses de Chain-Ladder	91
II. Hypothèse de log normalité	102
Bibliographie	103

Préambule

Résumé

Mots-clés : Compte de résultat économique, Assurance Non-Vie, seuil, gravité, découpage, segmentation, provisions techniques, provisions pour risques et incertitude, cadences de liquidation, découpage, mesure de risque, Chain-Ladder, Bornhuetter-Ferguson, Mack, Best-Estimate, théorie des valeurs extrêmes.

L'assureur, pour le suivi des résultats opérationnels et de la rentabilité de son portefeuille, a recours au compte de résultat économique qui permet une évaluation de la rentabilité de chaque branche commerciale, en tenant compte du profil de risque inhérent. L'estimation adéquate des provisions techniques représentent une partie essentielle dans cette évaluation. Lors du calcul de ces provisions, l'actuaire peut choisir de décomposer les sinistres tout en tenant compte des spécificités opérationnelles de chaque marché. Ainsi, pour affiner les estimations, il est essentiel de déterminer la maille de segmentation des sinistres la plus pertinente permettant d'assurer homogénéité et quantité de données suffisante.

Ce mémoire aborde l'amélioration d'une méthode existante pour l'évaluation économique des provisions. Nous présenterons une étude de découpage par seuil et une approche de segmentation intégrant la maille de présentation du compte de résultat.

Nous présenterons en premier lieu, le compte de résultat économique en mettant en évidence les limites de la méthode d'évaluation existante.

En second lieu, nous exposerons une analyse de classification des sinistres en fonction de leur coût permettant ainsi de déterminer le seuil de gravité optimal pour notre portefeuille d'étude. A cet effet, différents seuils de gravité seront étudiés permettant de déduire une méthode de découpage améliorant la robustesse des estimations des provisions. A ce propos, nous mesurerons la pertinence de chacun des seuils, par le biais d'indicateurs issus de la modélisation par les méthodes de Chain-Ladder, et de Mack. Nous apprécierons aussi les résultats avec la théorie des valeurs extrêmes.

Ensuite, nous déterminerons une segmentation tenant compte du profil de risque, du développement de chaque branche commerciale, et du suivi opérationnel des sinistres. Par la suite, nous évaluerons des approches de modélisation de chaque segment dans le respect du découpage par tranche via la modélisation par Chain-Ladder et par Bornhuetter-Ferguson.

En dernier lieu, nous déduirons l'impact de notre étude sur le compte de résultat économique de l'assureur et sa rentabilité.

Abstract

Keywords: Economic profit and loss account, non-life insurance, threshold, gravity threshold, slicing, segmentation, technical insurance liabilities, risk and uncertainties liabilities, cadence of liquidation, risk measure, Chain-Ladder, Bornhuetter-Ferguson, Mack, Best-Estimate, extreme value theory

The insurer uses the economic profit and loss account for his operational results follow-up and his portfolio profitability. It helps the actuary to proceed with a profitability valuation of every commercial branch by using an adequate risk profile. The best estimate of the technical liabilities is an essential part of the valuation. When computing the liabilities, the actuaries may choose to split claims considering the operational specificities of the market.

Thus, to improve the estimation quality, it is crucial to use a relevant segmentation of claims with a sufficient homogeneity and enough data.

This study proposes an improved method for the economic valuation of the liabilities. We will present a slicing by threshold study and a segmentation method of claims considering the presentation mesh of the profit and loss account.

We will present in the first step the economic profit and loss account and identify the limits of the actual evaluation method.

Then, we will describe an analysis of segmentation of claims by their costs enabling the identification of an optimal severity threshold for our portfolio. For this study, different severity threshold will be studied in order to identify the most adequate slicing method that improves the stability of the estimations. For this purpose, we will measurement indicators issued from the methods of Chain-Ladder and Mack and from the extreme value theory.

We will identify afterwards a segmentation method considering the risk profile, the development of every commercial branch and the operational follow up of claims. We will also value the modelisation approach of every line of business considering the slicing method using Chain-Ladder and Bornhuetter-Ferguson modelisation.

Finally, we will infer the impact of our study on the economic profit and loss account for the insurer and his profitability.

Remerciements

Je tiens à remercier Blaise-Marie Cantau pour m'avoir soutenu dans ma démarche et pour ses remarques pertinentes.

Je remercie également Mohamed Zouari pour sa disponibilité et ses conseils.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à mes parents, ma femme, mon frère et ma sœur, pour leur précieux soutien le long de ces années, et pour leur aide précieuse.

Introduction

Depuis le XIX^{ème} siècle, plusieurs compagnies d'assurance sont créées et prospèrent rapidement. De nos jours, l'assurance fait partie intégralement de notre cadre de vie. Souscrire à un contrat d'assurance est devenu un acte naturel chez les personnes désirant se prémunir d'une perte financière ou matérielle entraînée par la réalisation d'un évènement ayant des conséquences fâcheuses.

Ainsi, une compagnie d'assurance protège un assuré sur lequel porte un risque moyennant une prime ou cotisation. Cette prime est payée par le souscripteur du contrat sans connaissance préalable du montant réel du remboursement suite à l'éventuelle réalisation du risque.

Le risque est quant à lui un évènement aléatoire qui peut être classé en tant que risque porté par une personne physique (exemple du décès), un bien matériel (exemple de l'habitat) ou un risque de responsabilité (exemple responsabilité professionnelle). Ces risques sont généralement distingués en deux catégories majeures : risques liés à la Vie ou risques liés à la Non-Vie.

La durée des contrats d'assurance dépend ainsi de la nature du risque. Généralement, les contrats d'assurance vie ont une durée plus longue que celles des contrats d'assurance non-vie. Afin de faire face aux engagements vis-à-vis des assurés, les différentes réglementations auxquelles sont soumises les compagnies d'assurances leur imposent de conserver dans leurs comptes un niveau suffisant de provisions durant toute la durée du contrat d'assurance.

Ainsi, dès lors qu'un contrat d'assurance est signé, la prime émise est déversée sous forme d'actifs ou de placements. En parallèle, la compagnie d'assurance réalise tout au long de la durée de vie du contrat des arrêtés comptables durant lesquels les actifs, primes et durée résiduelle du contrat sont connus. En revanche, l'évaluation du sinistre n'est connue que partiellement. En effet, il se décompose d'une partie déjà survenue et d'une partie inconnue qui représente les engagements de l'assureur envers l'assuré durant la durée résiduelle du contrat. Ce montant est qualifié de provisions techniques. L'évaluation de ces provisions doit se faire en adéquation avec le profil risque de chaque compagnie d'assurance en se basant sur des risques homogènes pour éviter toute intermittence.

L'inventaire consiste à évaluer le plus précisément possible ces provisions techniques selon les réglementations en vigueur en se basant sur la sinistralité passée, l'analyse des actuaires et les législations prudentielles et fiscales. En effet, en plus des réglementations locales, les compagnies d'assurance sont désormais soumises à la réglementation Européenne « Solvabilité 2 » qui a pour objectif de mieux protéger le souscripteur et préserver le système financier en évaluant le plus juste possible la solvabilité de ces entités.

En provisionnement non-vie, la base de sinistre est répartie en plusieurs groupes de telle sorte que la meilleure homogénéité possible soit assurée. En effet, en séparant les sinistres en groupes homogènes, la qualité des estimations est plus fine et permettra donc d'obtenir les provisions les plus justes possible. Lorsque les méthodes de provisionnement sont basées sur des cadences de développement par exemple, l'homogénéité d'un groupe est mesurée par les charges ou règlements effectués. L'enjeu réside donc dans la maille de distinction des sinistres. Plus celle-ci est fine, plus les groupes seront homogènes. En revanche, la quantité de données risque de diminuer rendant difficile d'ajuster un modèle et d'obtenir des estimations des réserves fiables. Une fois la maille de distinction des sinistres déterminée, un regroupement de sinistres par coût est fréquemment utilisé par les assureurs permettant de modéliser séparément les profils de risques. Ainsi, une distinction est souvent faite entre les sinistres de masse ou sinistres attritionnels et les sinistres coûteux ou sinistres graves. Une évaluation pertinente des provisions doit tenir compte de cette classification. Les provisions techniques

tiennent donc compte d'une segmentation par seuil de découpage et par branche de risques homogènes.

Sous « Solvabilité 2 », le compte de résultat prudentiel par branche de risques permet à l'assureur de récapituler les produits et les charges de l'exercice, dont les provisions techniques sont une composante importante afin d'analyser le résultat des comptes sociaux.

En outre, la fonction actuarielle en tant que fonction clé de la réglementation « Solvabilité 2 » a pour objectifs entre autres d'évaluer au mieux les provisions techniques et de participer à l'amélioration de la rentabilité de la compagnie d'assurance. Cette amélioration dépend notamment de la qualité de la surveillance du portefeuille, qui permet d'assurer un suivi de rentabilité par marché ou par produit.

Afin de mesurer la pertinence de sa politique commerciale et effectuer les différentes trajectoires futures de son portefeuille, la compagnie d'assurance utilise le compte de résultat économique pour suivre les résultats de ces produits.

Ainsi, le compte de résultat économique, permet à travers des indicateurs comme le ratio combiné d'apprécier la rentabilité des produits de la compagnie. En effet, l'évaluation économique se fait par une estimation adéquate des provisions par le biais d'une segmentation appropriée, tout en tenant compte des spécificités opérationnelles de chaque marché. Cette approche de provisionnement doit être libre de toute contrainte réglementaire, induisant une marge de prudence implicite ou explicite, afin de refléter au mieux le profil de risque de chaque produit.

Le provisionnement actuel considéré dans le compte de résultat économique chez GAN Assurances intègre un split par tranche de coût et par produit mais ne permet pas d'appréhender convenablement la charge grave et le profil de risque inhérent au portefeuille.

Ce mémoire a donc pour objectif de présenter une nouvelle politique optimale d'évaluation du provisionnement économique en définissant une méthodologie et un seuil de grave spécifiques par produit*risque. La différence de méthodologie et de maille permet de prendre en considération les spécificités de chaque produit, en matière de cadencement de liquidation liée à une gestion de sinistres différente, mais aussi au comportement client. L'approche s'inscrit dans le cadre d'un projet d'optimisation du compte de résultat économique afin de répondre au besoin de renforcement de surveillance du portefeuille sur les produits de GAN Assurances dans un contexte économique déficitaire.

Nous allons dans un premier temps effectuer une étude de seuils afin d'identifier le ou les seuils optimaux et permettre une meilleure estimation des réserves de chaque tranche de sinistres tout en trouvant le meilleur compromis entre l'homogénéité des groupes et une quantité suffisante de données. Ensuite, nous essaierons de déterminer une maille de produit adaptée aux données disponibles et aux méthodes de modélisations utilisées. Pour conclure, nous illustrerons les résultats obtenus sur le compte de résultat économique.

Contexte et enjeux

Dans un contexte économique déficitaire, **GAN Assurances** a mis en place un plan stratégique à horizon 2020 visant à transformer la compagnie. Dans ce sens, un projet de compte de résultat économique a été initié pour répondre au besoin de renforcement de surveillance de portefeuille, en adéquation avec les exigences de la fonction actuarielle.

I.Présentation de la structure d'accueil

Filiale du groupe Groupama depuis 1998, **Gan Assurances** est un assureur généraliste qui propose aux particuliers, professionnels et entreprises une offre complète adaptée aux besoins en auto, habitation, santé, prévoyance, épargne, retraite, placements et garanties professionnelles.

Au service de 1,4 million de clients, Gan Assurances constitue le 4^e réseau français d'Agents généraux en France, grâce à ses 900 Agents généraux et 2000 collaborateurs d'agence, soutenus par près de 1700 salariés répartis sur toute la France.

En Assurances IARD et en santé Individuelle, Gan Assurances est une entreprise de plein exercice opérant en tant qu'assureur et distributeur sur l'ensemble des métiers et marchés.

En Assurances Vie, Gan Assurances assure une mission de distribution pour le compte de Groupama Gan Vie dans le cadre d'une convention de distribution.

Pour ses activités bancaires, Gan Assurances assure une mission de distribution en tant qu'intermédiaire en Opérations bancaires et en services de Paiement (IOBSP).

Pour la commercialisation de l'ensemble ses produits, Gan Assurances s'appuie sur un réseau de 874 agents pour 969 points de vente répartis sur l'ensemble du territoire et d'un réseau de près de 108 chargés de mission, salariés de Gan Assurances.

II.Contexte de l'étude réalisée

Dans le cadre d'un plan de transformation stratégique de Gan Assurances, un projet de surveillance et de pilotage du portefeuille fût accordé à la Direction Finance et Risques.

L'enjeu de l'étude fait partie du volet R&D du compte de résultat économique, qui permettra d'optimiser le provisionnement IARD pour le suivi opérationnel de la rentabilité du portefeuille, en ayant un détail par marché et par produit le composant, l'amélioration de la profitabilité de chaque branche commerciale, et l'appréciation de la qualité de gestion des sinistres.

Cette approche est différente de la méthode comptable de production du compte de résultat prudentiel, retenue dans les comptes sociaux, qui a pour but d'assurer l'équilibre financier de la compagnie d'assurance.

Nous allons exposer dans le tableau suivant la différence entre les deux approches :

Différences et similitudes	Compte de Résultat Prudentiel	Compte de Résultat Economique
Objectif	Reporting d'évaluation de la situation financière par branche de risque	Reporting du suivi de la rentabilité du portefeuille par branche commerciale
Branche de présentation	Maille Solvabilité 2 : Ligne de business/Segment de revue	Marché/ Produit
Période de reporting et de modélisation	Exercice d'inventaire	Exercice de souscription
Décomposition des sinistres	Sur-Crête/ Sous-crête	Données au 1er Euro
Seuil des sinistres	Seuils réglementaires Groupe	Seuils de suivi opérationnel des sinistres
Type de modélisation	- modélisation en Best-Estimate des provisions techniques - provisions comptables	Modélisation en Best-Estimate des provisions techniques
Marge de Prudence	- Provision pour risques et incertitude - Marges de prudence sur le suivi des graves qui sont en cogestion avec le Groupe Groupama	Aucune
Liquidation des sinistres	Boni-mali par rapport à l'exercice d'inventaire N-1, rapporté à l'exercice d'inventaire	Liquidation rapportée à chaque exercice de souscription, ce qui permet d'avoir une vision à date de chaque exercice

Dans le cadre de ce projet du compte de résultat économique, le but de l'étude est d'améliorer l'approche économique actuelle qui considère des attributs propres au compte de résultat prudentiel.

La modélisation sera réalisée sur l'ensemble du périmètre IARD hors Santé et construction de Gan Assurances, pour lesquels un suivi spécifique est réalisé.

Pour cela nous utiliserons les logiciels SAS, RESQ, R, et Excel VBA.

Solvabilité 2 : Aspects réglementaires et Fonction actuarielle

Les réglementations sur la solvabilité sont apparues en Europe durant les années 70 imposant aux assureurs de constituer des fonds propres pour faire face aux aléas de l'activité. L'objectif de solvabilité 2 a été de protéger les assurés et de mieux refléter les risques encourus par les assureurs. Sa structure est fondée sur trois piliers : quantitatif, qualitatif et la transparence dans la communication d'informations relatives aux deux premiers piliers.



Ces exigences sont établies par des textes et des normes, et sont réparties en 3 niveaux :

- Niveau 1 : Les textes de ce niveau sont constitués de la Directive de 2009, qui prévoit les grands principes du régime prudentiel applicable aux entreprises d'assurance, et de la Directive Omnibus II votée en 2014, qui a introduit notamment les prérogatives de l'EIOPA. Elles ont été transposées en Droit français en 2015, par voie d'ordonnance.
- Niveau 2 : Il est constitué d'Actes délégués et de normes techniques de réglementation, qui ont été adoptés par la Commission Européenne en 2014 et qui sont d'application directe en Droit français sans transposition nécessaire.

- Niveau 3 : Il se compose de normes techniques d'exécution (ITS) proposés par l'EIOPA à la Commission Européenne qui les a adoptées, ce qui les rend immédiatement applicables dans le Droit français. De plus, il se compose d'orientations (guidelines) et de recommandations, qui ont été rédigées et adoptées par l'EIOPA, après consultation publique.

Focus sur la fonction actuarielle

La fonction actuarielle est une composante clé du système de gouvernance, que doivent mettre les entreprises d'assurance et de réassurance, régie par l'article R354-6 du code des Assurances et l'Article 272 des actes délégués qui décrit les travaux qu'elle doit mener dans le cadre de son mandat.

Ses missions se partagent en deux blocs et portent sur les domaines suivants :

○ Réglementaires

- Provisionnement :
 - ✓ Coordonner le calcul des provisions techniques.
 - ✓ Garantir le caractère approprié des méthodologies, modèles et hypothèses utilisés.
 - ✓ Apprécier la suffisance et la qualité de données relatives au calcul des provisions techniques.
- Système de gestion des risques :
 - ✓ Contribuer à la mise en place du système de gestion des risques, notamment pour la modélisation des risques associés au calcul des exigences quantitatives, et en support à la fonction gestion des risques.
- Souscription :
 - ✓ Emettre un avis sur la politique tarifaire, la politique de souscription, et la surveillance de portefeuille.
- Réassurance :
 - ✓ Emettre un avis sur la pertinence et l'adéquation des dispositions de réassurance.
- Reporting au Conseil :
 - ✓ Informer le conseil d'administration sur l'adéquation et la fiabilité du calcul des provisions techniques, et présenter le rapport de la fonction actuarielle qui intègre les résultats, les défaillances, et les recommandations sur la manière d'y remédier. Ce rapport est mis à disposition de l'Autorité de Contrôle.

○ **Autres fonctions :**

- Calcul des Tarifs.
- Etudes stratégiques et plans d'action.
- Etude de rentabilité et de profils de portefeuille.
- Etude statistiques sur les sinistres...

Notre mémoire a un intérêt global pour la fonction actuarielle de GAN Assurances, en termes de:

- Etude de sensibilités des provisions techniques
- Amélioration de la surveillance du portefeuille
- Etude de rentabilité

Provisionnement économique : Définitions et compte de résultat

Dans cette partie, nous introduisons l'alphabet actuariel en Provisionnement Non-Vie que nous utiliserons dans notre mémoire. De plus, nous exposons le compte de résultat économique et ses composantes.

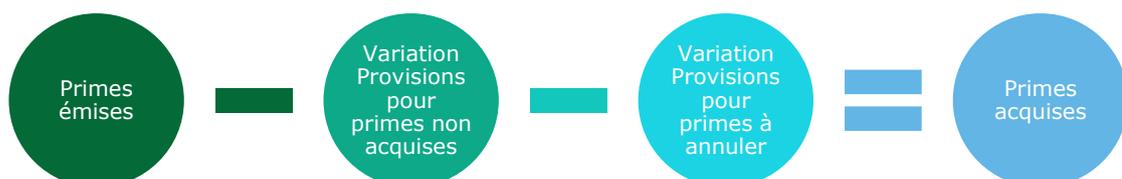
I. Alphabets actuariels en Provisionnement Non-Vie

- **Notions temporelles :**

- **Année de souscription :** Il s'agit de l'année à laquelle le sinistre est rattaché. Globalement, il s'agit de l'année de survenance du sinistre, sauf cas particulier comme l'assurance biennale en construction.
- **Année de survenance :** Il s'agit de l'année de survenance du sinistre.
- **Exercice comptable ou année d'inventaire :** Il Correspond aux années durant lesquelles les mouvements liés aux contrats (sinistres/provisions/primes) sont comptabilisés.

- **Les primes et provisions pour primes :**

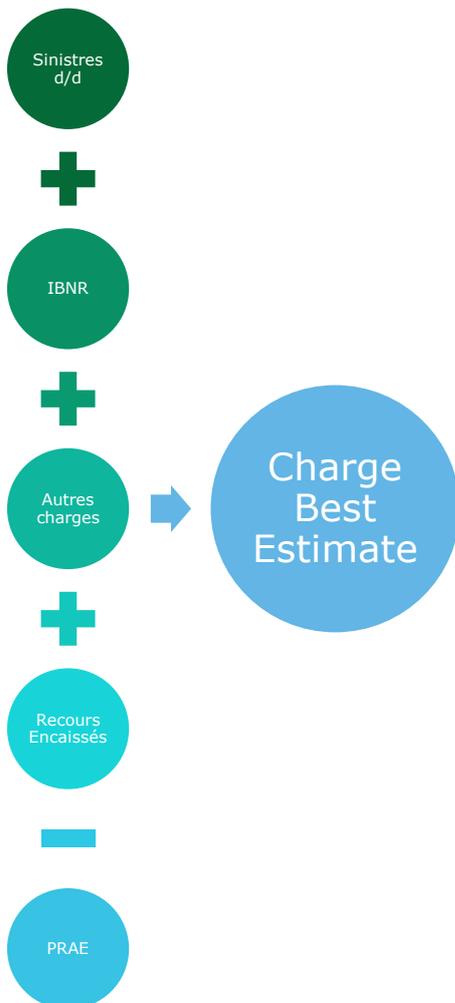
- **Primes émises :** Elles représentent les primes ayant fait l'objet d'une émission. On en distingue les primes comptant, relatives aux affaires nouvelles et les primes terme, associées aux affaires en tacite reconduction.
- **Primes acquises :** Elles représentent les primes qui ont été acquises sur la partie passée du sinistre et sont calculées à partir des primes émises déduite des variations des provisions de primes à savoir : Les provisions pour primes non acquises et les provisions pour primes à annuler.



- **Provisions pour primes non acquises** : Elles représentent la part des primes que doit conserver l'assureur pour faire face aux risques futurs. Elle se rapporte aux activités ayant pris effet à la date de valorisation et représente les primes émises moins les primes déjà acquises sur ces contrats.
- **Provisions pour primes à annuler** : Les provisions pour annulation de primes sont destinées à faire face aux annulations futures pouvant intervenir après la clôture de l'exercice sur les primes émises et les primes acquises et non émises. Les primes à annuler sont évaluées sur l'ensemble du portefeuille à chaque inventaire.

- **Les charges et les provisions pour sinistres :**

La charge cumulée **Best Estimate** est la résultante de la somme des charges et des provisions pour sinistres non escomptées (non-prise en compte de la valeur temporelle de l'argent) :



charge associés aux sinistres (comme l'assistance).

Sinistres d/d bruts de recours : Ils représentent la charge cumulée constatée de l'exercice pour chaque dossier, intégrant les paiements et les provisions dossier par dossier, définis comme le montant restant à payer pour chaque sinistre déclaré non clos, ainsi que les frais d'expertise associés. Les montants sont bruts de recours encaissés et provisionnés.

IBNR : Ils constituent les provisions pour sinistres tardifs et se composent de deux parties :

- Les **IBNER** : Provisions permettant de couvrir le risque d'une sous-évaluation ou surévaluation de l'ensemble des provisions dossier/dossier.

- Les **IBNYR** : Provisions permettant de couvrir les tardifs, à savoir les sinistres déjà survenus mais dont l'assureur n'a pas encore connaissance.

Cette provision est traitée en cumulée des deux composantes.

Autres charges économiques : Elles représentent des compléments de

Recours : Il s'agit du droit de subrogation qu'un assureur a lorsqu'il règle le sinistre d'un assuré et obtient la possibilité d'exercer un recours contre le responsable du sinistre à la place de l'assuré.

- **Recours encaissés :** Il s'agit des recours payés auprès des tiers.
- **PRAE :** Il s'agit de la Provision pour Recours à Encaisser. Elles intègrent les prévisions de recours à encaisser sur les sinistres déjà survenus et sur les tardifs.

Best-Estimate : Il s'agit de la somme des provisions pour sinistres. On distingue le Best_Estimate Brute correspondant à la somme des IBNR et des PSAP, du Best_Estimate Net qui est le Best Estimate Brute réduit des PRAE.

- **Norme Groupe :** Il s'agit de méthodologies standard proposées par le Groupe « Groupama » à ses des entités sous forme de normes de détermination du Best Estimate des provisions, et d'évaluation des cadences de liquidation des sinistres adaptées à chacun des groupes homogènes de risques.

- **Boni-Mali de liquidation :**

Le Boni-Mali de liquidation est un indicateur de court terme désignant l'écart entre les liquidations de charges vues à l'inventaire N et vues à l'inventaire N-1. Il constitue ainsi la résultante de la variation des provisions techniques réduite des paiements survenus en année N.

- **Introduction à la réassurance non-proportionnelle :**

La réassurance est en principe la cession de toute ou partie du portefeuille de l'assureur auprès d'un ou plusieurs réassureurs. La société d'assurance s'appelle la cédante puisqu'elle cède la totalité ou une partie des primes et des sinistres liés à un portefeuille auprès d'un réassureur.

L'intérêt pour la compagnie d'assurance d'avoir recours à la réassurance réside en :

- ✓ La mutualisation des risques ayant peu d'historique et des risques reconsidérés comme atypiques comme le terrorisme.
- ✓ La couverture et mutualisation des gros risques catastrophes naturelles.
- ✓ La réduction de la quantité des fonds propres à détenir au niveau du SCR pour limiter le risque de ruine. En effet, bien que la réassurance impacte négativement le résultat de l'assureur, elle impacte positivement la probabilité de ruine puisqu'elle permet à l'assureur de limiter les fonds propres à détenir.

Le programme de réassurance d'une société d'assurance dépend de son appétence au risque. L'ampleur du recours à la réassurance est usuellement mesurée par le taux de cession des primes acquises en réassurance. En France, le taux moyen de cession sur l'ensemble des catégories d'assurance non-vie s'élève à 16% en 2017.

On distingue deux types de systèmes de réassurance :

- ✓ **Réassurance proportionnelle** : On appelle un traité de réassurance proportionnelle lorsque la charge de sinistre cédée et donc le montant des primes cédées sont proportionnelles à la charge brute de sinistres et donc aux montants des primes brutes.
- ✓ **Réassurance non-proportionnelle** : On appelle un traité de réassurance non-proportionnelle lorsque la partie remboursée par le réassureur n'est pas proportionnelle à ce que l'assureur cède. Ainsi, l'assureur prend en charge les sinistres dont le montant est en dessous d'un certain seuil fixé appelé priorité. Le réassureur intervient donc pour les sinistres dont le montant dépasse le seuil de priorité dans la limite du seuil de portée prédéfini.

On distingue ainsi deux types de traités en réassurance non-proportionnelle :

- Traité en excédent de sinistres (excess of loss) : Ce traité consiste à protéger l'assureur contre les sinistres lourds ou les sinistres moyens dont la fréquence augmente.
- Traité Stop-Loss : Ce traité consiste à protéger l'assureur lors d'une variation importante de la charge de l'assureur. Le réassureur s'engage par exemple à protéger l'assureur lorsque son S/P dépasse un seuil cible.

Dans ce mémoire, nous retiendrons uniquement le traité de type excédent de sinistres (excess of loss).

II. Introduction du Compte de résultat économique et de ses composants

Le compte de résultat correspond à un reporting financier dans l'ensemble de l'activité d'une compagnie d'Assurance Non-vie, basé sur les états nationaux spécifiques (ENS).

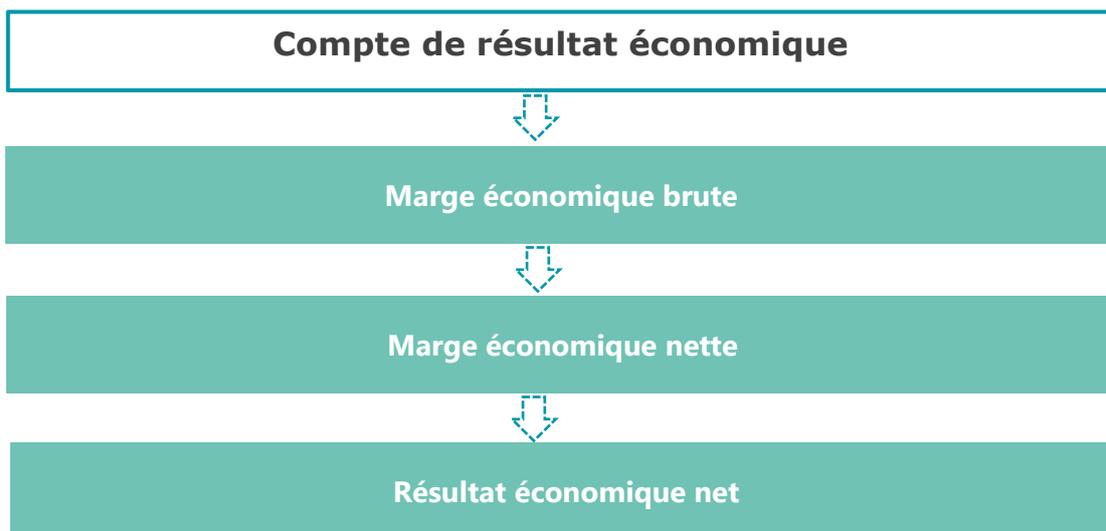
Sous Solvabilité 2, le compte de résultat prudentiel détaille la balance financière de la compagnie par ligne de business. Il isole les opérations d'assurances de celles qui ne s'y rapportent pas (notamment l'acquittement de l'imposition sur les sociétés).

De plus, le compte de résultat prudentiel permet l'évaluation de la rentabilité de chaque activité par le biais de différents indicateurs. C'est le cas du ratio combiné, qui est utilisé le plus souvent dans les communications financières.

Enfin, Le compte de résultat prudentiel est réalisé à chaque année d'inventaire. La liquidation des exercices antérieurs et les boni-mali sont rapportés à l'année d'inventaire en cours.

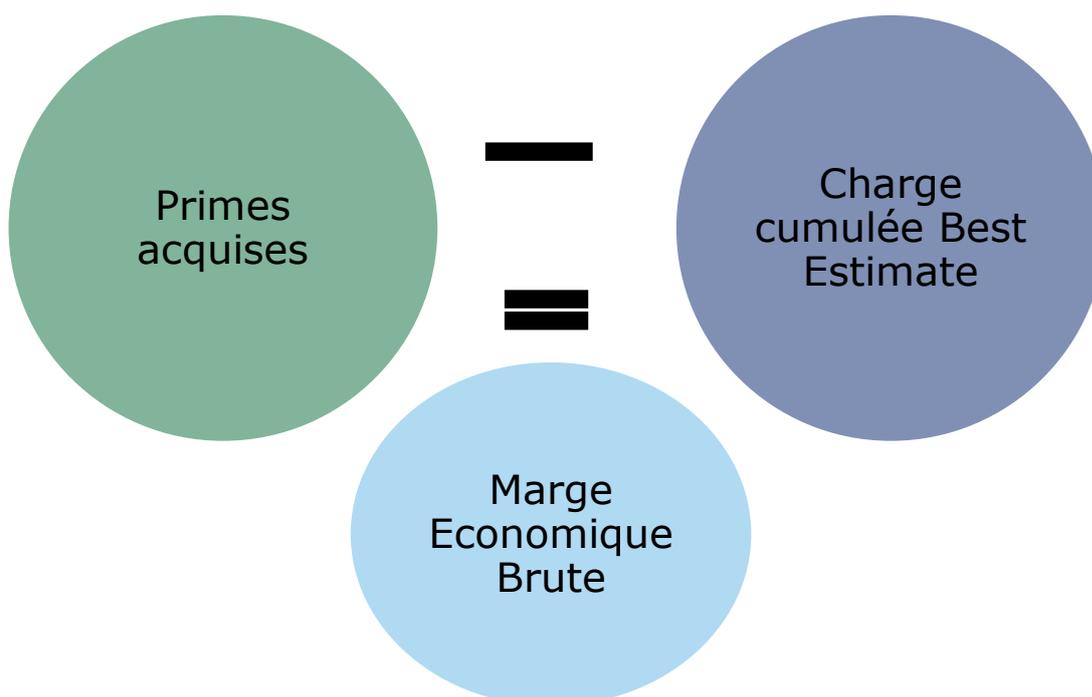
Par ailleurs, le **compte de résultat économique** a des similitudes avec le compte de résultat prudentiel en termes d'indicateurs et de présentation mais il y a des différences :

- ❖ Dans le calcul du ratio combiné actuariel, nous ne tenons pas compte du poste « Produit des placements financiers ». Nous intégrons uniquement le poste associé aux « Frais ».
- ❖ Le reporting est réalisé par année d'inventaire, mais rapporté à chaque exercice de souscription. Ainsi, l'ensemble des mouvements de régularisation de recettes et de liquidation de charges est rapporté à chaque exercice concerné. De ce fait, une vision économique (ou actualisée) de chaque activité est rapportée. En pratique, un **suivi des 5 dernières années** de souscription est effectué.



- **Marge Economique Brute**

De cette charge Best Estimate, on déduit la **marge économique brute** de l'exercice qui représente le solde de souscription résultant de la différence entre les primes acquises de l'exercice et la charge cumulée en Best Estimate.



Ainsi, la marge économique brute est un bon indicateur de la rentabilité d'une branche d'assurance. Elle est souvent présentée sous forme d'un ratio S/P (Sinistres sur Primes).

- **Marge Economique Nette**

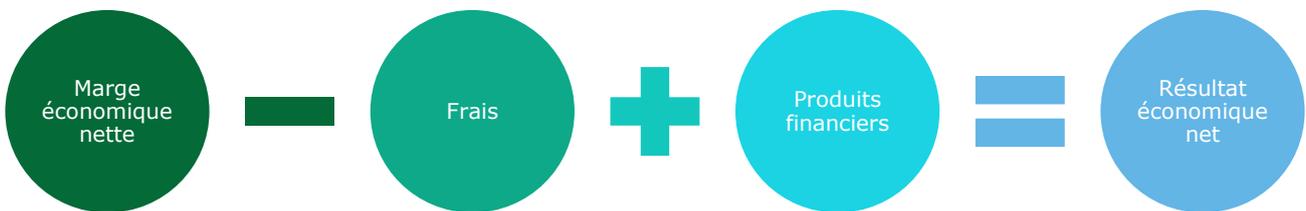
La **marge économique nette** est calculée à partir de la marge économique brute réduite du **solde de réassurance**. En effet, le recours à la réassurance permet de partager les risques de souscription avec un pool de réassureurs.

Ainsi la marge économique nette est calculée à partir du solde de réassurance qui est la somme des sinistres cédés et commissions déduit des primes cédées.



- **Résultat Economique Net**

Enfin, le résultat économique net de la compagnie est calculé à partir de la marge économique nette déduite de l'ensemble des frais de l'assureur et augmentée des placements financiers.



Il en résulte le ratio combiné actuariel (Combined Ratio actuarial ou CoRa) est le rapport entre le résultat économique net déduit des « produits de placements financiers » et les primes acquises.

Portefeuille et Mailles de l'étude

I. Introduction du portefeuille

L'activité Non-Vie de GAN Assurances, concernée par l'étude, est composée d'une gamme diverse de produits d'assurance et financiers, dont :

- Automobile de tourisme
- Habitation
- Tracteurs et machines agricoles (TMA)
- Dommages aux biens, Responsabilité Civile, Atmosphérique
- Assurance Santé individuelle et Garantie Sociale des Chefs d'entreprise
- Assurance vie : contrats d'épargne, de retraite et de prévoyance décès
- Garantie Accidents de la Vie, Dépendance, individuels et collectifs
- Activité bancaire : crédits à la consommation, comptes bancaires
- Compte épargne et autres services liés
- Services d'investissement

Le portefeuille de GAN Assurances se décline principalement en (par poids de portefeuille) :

- Le marché des particuliers qui représente 51,2% du montant du portefeuille global.
- Le marché des entreprises et des collectivités (coopératives et organismes professionnels agricoles, entreprises de plus de 10 salariés et collectivités locales) qui représentent 13,7% du montant du portefeuille global.
- Le marché des professionnels (artisans, commerçants et prestataires de services) qui représente 11,7% du montant du portefeuille global.
- Le marché agricole qui représente 5,8% du montant du portefeuille global.

Pour les autres activités, l'entreprise a essentiellement un rôle de distributeur ou d'intermédiaire.

En 2019, toutes les activités de Gan Assurances sont exercées en France. Les primes émises (bruts de réassurances) de Gan Assurances se répartissent par grandes activités de la façon suivante :

- 99,9% % pour les activités Non-Vie
- 0,1% % pour les activités Vie

Dans notre étude, nous nous intéresserons aux données du portefeuille Non-Vie, notamment celles associées aux sinistres.

II. Quelques Chiffres Clés

Le tableau suivant illustre les données du portefeuille Non-vie entre 2019 et 2018, avec le détail sur les principaux marchés :

Primes émises de l'exercice courant En M€	2019	2018	Evol 2019/2018		% CA
Portefeuille Non-Vie	1421,5	1433,5	-12	-0,80%	100,00%
Dont Marché des Particuliers	748,3	754,6	-6,2	-0,80%	52,60%
Dont Marché des Entreprises et des Collectivités	201,2	205,3	-4,2	-2,00%	14,20%
Dont Marché des Professionnels	123,8	128,2	-4,4	-3,50%	8,70%
Dont Marché Agricole	85,5	87,3	-1,8	-2,00%	6,00%

Les Primes émises sont en baisse en 2019 par rapport à 2018. Néanmoins, le ratio combiné technique est en nette amélioration comme suit :

Compte de Résultat Prudential- Comptes Sociaux	31/12/2019	31/12/2018
Primes Emises de l'exercice Courant	1 421,50	1 433,50
Primes Acquises tous exercices	1 418,40	1 432,10
Charge de Sinistres	-887,30	-974,50
Autres Provisions Techniques	1,30	12,10
Marge technique Brute	532,4	469,7
S/P	62,5%	67,2%
Solde de réassurance cédée	-73,00	-77,20
Marge technique nette	459,4	392,5
Frais	-438	-415,1
Résultat Technique Net	21,4	-22,6
Ratio Combiné (COR)	98,5%	101,6%

L'amélioration du ratio combiné est expliquée en partie par la baisse du S/P, en lien avec la baisse de la fréquence entre 2019 et 2018

	2019	2018
Portefeuille Moyen (en Nombre)	2 266 382	2 361 697
Nombre de dossiers ouverts	259 050	351 541
Fréquence dossier à dossier	11,4%	14,9%

III. Maille et Périmètre de l'étude :

La base Sinistre du portefeuille Non-vie est constituée de différentes classes de données. Parmi ces classes, nous retrouvons les mailles suivantes utilisées dans le reporting et de présentation des comptes :

- ❖ Ligne de Business (LOB) : Utilisée aussi dans le cadre de l'inventaire sous Solvabilité 2, elle incorpore les segments de revue en cohérence avec les traités de réassurance actuels. Par segment de revue, il ne doit exister qu'un seul type de couverture de réassurance et de risques.
- ❖ Segment de revue : Utilisé dans l'inventaire sous Solvabilité 2, il inclut un type de garanties homogènes. Le tableau suivant illustre correspondance entre segments de revue et LOB au sein de GAN Assurances :

Line Of Business (LOB)	Segment de revue
Accident et maladie	Santé individuelle
Perte de revenu	Garantie accidents de la vie
Automobile, Responsabilité Civile	Responsabilité civile corporelle
	Responsabilité civile matérielle
Automobile, autres branches	Domage automobile
	Force de la nature automobile
Marine, aviation et transport	Plaisance
	Catastrophe naturelle automobile
Incendie et autres dommages aux biens	Catastrophe naturelle non automobile
	Construction do fac
	Construction do oblig
	Force de la nature
	Grêle
	Incendie
Construction, Responsabilité Civile Générale	Tous risques chantiers
	Construction rcd
	Construction rcd fac
	Construction rcd oblig
	Rc médical run-off
	Responsabilité civile générale

- ❖ Produit : Il correspond au produit du compte de résultat économique, associé à la maille utilisée dans la présentation des comptes dans le cadre du plan stratégique et opérationnel (PSO). Chaque Produit est affecté à un Marché distinct comme suit :

Marché	Produit
Marché des particuliers	2R (deux roues)
	AUTOMOBILE PART. (Automobile particulier)
	AUTRES PART (Autres particuliers)
	GAV (Garantie accident de la vie)
	MRH/BAILLEUR (Multirisque habitation/Bailleur)
Marché des entreprises et collectivités	Bris de machine
	FLOTTES HORS TP (Flottes hors travaux publics)
	Garages
	MT (Marchandises Transportées)
	RC ENTREPRISES (Responsabilité civile entreprises)
	RD ENTREPRISES (Risques divers entreprises)

	RI (Risques industriels) TPV TPM (Transports publics de voyageurs/de marchandises) COLLECTIVITES
Marché des professionnels	COMMERCES IMMEUBLE RC PROFESSIONNELS (Responsabilité civile professionnels)
Marché agricole	DAB AGRICOLE (Dommage aux biens agricoles) TRACTEURS RECOLTES
Marché de l'assurance de personnes	SANTE
Marché de la construction	DO et TRC (Dommages-Ouvrage et tous risques chantiers) RC DECENNALE (Responsabilité civile décennale)

La maille de présentation du compte de résultat économique est la maille Produit. Dans notre étude, nous nous intéresserons à ces composantes sauf les produits suivants : Récoltes, Santé, DO et TRC et RC Décennale. Ces derniers ne rentrent pas dans le scope du compte de résultat économique, et pour lesquels nous retenons les données comptables des comptes sociaux.

De même, notre étude s'intéressera aux segments de revue suivants :

- Garantie Accident de la Vie (GAV)
- Responsabilité Civile Corporelle (RC Corp)
- Responsabilité Civile Matérielle (RC Mat)
- Dommage automobile (Auto-Dom)
- Incendie
- Responsabilité Civile Générale (RCG)

Nous retenons les données comptables pour les autres segments de revue.

Ainsi notre périmètre d'étude est composé des produits suivants, avec la décomposition des risques encourus sous forme de segments de revue :

Produit	Segment de revue
2R	Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile Incendie
AUTOMOBILE PART.	Garantie Accident de la Vie Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile Incendie
AUTRES PART	Garantie Accident de la Vie Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile Incendie Responsabilité Civile Générale
BRIS DE MACHINE COLLECTIVITES	Incendie
	Garantie Accident de la Vie Incendie Responsabilité Civile Générale
COMMERCES	Garantie Accident de la Vie

	Incendie Responsabilité Civile Générale
DAB AGRICOLE	Garantie Accident de la Vie Incendie Responsabilité Civile Générale
FLOTTES HORS TP	Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile Incendie
GARAGES	Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile Incendie
GAV	Garantie Accident de la Vie
IMMEUBLE	Garantie Accident de la Vie Incendie Responsabilité Civile Générale
MRH/BAILLEUR	Garantie Accident de la Vie Incendie Responsabilité Civile Générale
MT	Responsabilité Civile Corporelle Dommage Automobile
RC ENTREPRISES	Garantie Accident de la Vie Incendie Responsabilité Civile Générale
RC PROFESSIONNEL	Garantie Accident de la Vie Incendie Responsabilité Civile Générale
RD ENTREPRISES	Garantie Accident de la Vie Incendie
RI	Incendie Responsabilité Civile Générale
TPV TPM	Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile Incendie
TRACTEURS	Responsabilité Civile Corporelle Responsabilité Civile Matérielle Dommage Automobile

Méthodes de provisionnement et de mesure du risque

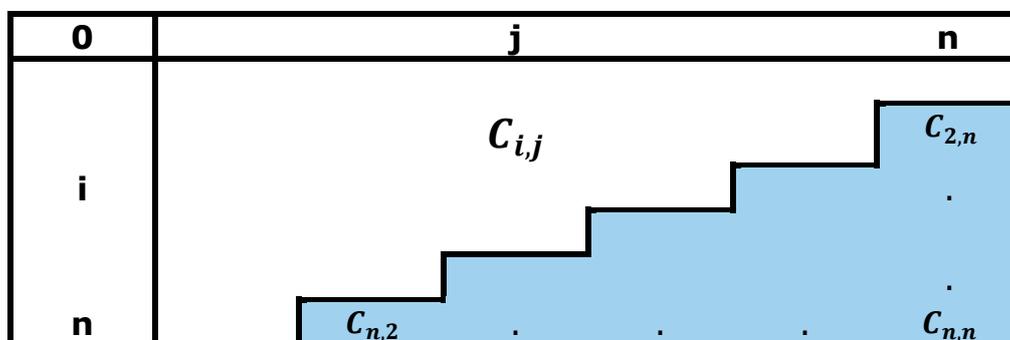
I. Méthode de provisionnement déterministe : Chain Ladder

Le principe de l'assurance par répartition consiste à payer les sinistres de l'année via les primes de l'année. Cependant, comme expliqué au préalable, il existe des risques dont le comportement des sinistres est à déroulement long (comme la Responsabilité Civile) et d'autres dont la nature est à horizon long (comme la dépendance).

Par conséquent, les provisions pour sinistre représentent l'essentiel du montant des provisions techniques en assurances non-vie. En 2017, elles représentent la moitié du passif des sociétés non-vie et plus de deux fois le montant des fonds propres selon les chiffres de l'ACPR. L'importance du volume de ce poste comptable justifie à lui seul les efforts menés par les actuaires pour améliorer la qualité de l'évaluation de ces provisions. Une erreur d'évaluation de quelques pour-cent a en effet une incidence forte sur le montant des fonds propres alloués à l'activité.

Le triangle de données regroupe l'historique de données disponible. Le principe du provisionnement consiste à estimer les paiements futurs concernant les sinistres survenus l'année n .

Soit le triangle de développement ci-dessous :



Le but du provisionnement est d'estimer les paiements futurs concernant les sinistres survenus avant l'année n à savoir la partie colorée du triangle. Nous verrons dans ce qui suit comment estimer cette partie du triangle via la méthode standard de Chain Ladder.

1. Focus sur la Méthode de Chain Ladder standard

Chain Ladder est la méthode la plus connue et utilisée par les actuaires en provisionnement. Il s'agit d'une méthode déterministe qui fut introduite aux alentours de 1930. Elle est simple à mettre en place et est utilisable sur plusieurs types de données. Que ce soit sur des paiements cumulés ou des charges de sinistralités, le principe de cette approche ne repose sur aucune loi de probabilité et consiste à utiliser des facteurs de proportionnalité entre le niveau de sinistralité observé appliqués aux années d'origine les plus récentes afin d'estimer leur charge de sinistralité.

Cette méthode permet d'estimer le montant ultime des sinistres et donc la provision repose sur plusieurs hypothèses :

- Tous les contrats ont la même durée n .
- L'évolution du montant de sinistres ne dépend pas de l'exercice de survenance des contrats c.-à-d. que les facteurs de développement sont indépendants de l'année de survenance.
- Le montant cumulé de sinistres jusqu'à l'année $i+j$ pour les contrats souscrits l'année i est proportionnel au montant cumulé l'année $i+j-1$ pour ces mêmes contrats.
- Le coefficient de proportionnalité est déterministe et ne dépend que de l'année de développement et non de l'exercice de survenance.

Soit $f_{i,j}$ le facteur de développement individuel (ou coefficient de proportionnalité),

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \quad \forall i, j \text{ tq } i+j \leq n$$

A partir des facteurs $f_{i,j}$ nous pouvons déduire le paramètre le coefficient de passage \hat{f}_j

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j+1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j+1} C_{i,j}} \quad 1 \leq j \leq n-1$$

Ainsi nous pouvons déduire les charges ultimes par exercice de survenance

$$C_{i,n} = C_{i,n+1-i} \prod_{j=1}^{i-1} \hat{f}_{n-i+j}$$

De plus, les cadences de liquidation des sinistres sont définies par :

$$\text{Cadence}_i = \frac{1}{\prod_{j=1}^{n-1} \hat{f}_j}$$

Le montant de réserves à provisionner pour l'année de survenance i est alors :

$$R_i = C_{i,n} - C_{i,n-i+1} = C_{i,n+1-i} \left[\prod_{j=1}^{i-1} \hat{f}_{n-i+j} - 1 \right]$$

Les provisions totales (IBNR/PRAE...) sont donc :

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Malgré sa simplicité, la méthode de Chain Ladder présente une sur-paramétrisation puisqu'à la date i il faut estimer $i-1$ paramètre. De plus, l'estimation des paramètres de l'approche accorde autant d'importance au passé qu'au présent, ce qui est relativement différent de la réalité observée par les assureurs puisque les données récentes sont plus représentatives que les anciennes.

2. Hypothèses de Validité et de Modélisation

Pour l'utilisation de la méthode de Chain-Ladder, la validité des hypothèses sous-jacentes aux modèles a été vérifiée :

- Hypothèse de linéarité : On suppose qu'il existe une relation de linéarité entre les montants cumulés $C_{i,j+1}$ et $C_{i,j}$ c'est-à-dire qu'il existe f_j tel que, pour tout i année de survenance, on ait $E(C_{i,j+1}|C_{i,j}, \dots, C_{i,1}) = f_j \cdot C_{i,j}$.
- Hypothèse de variance : Elle signifie que la $\text{Var}(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j})$ est proportionnelle à $C_{i,j}$. C'est-à-dire qu'il existe σ_j tel que $\text{Var}(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2 \cdot C_{i,j}$.
- Indépendance des années de survenance : Elle signifie l'indépendance entre les lignes du triangle de liquidation.

Par ailleurs, l'application de cette méthode s'effectue le plus souvent avec un choix d'hypothèses ; à savoir :

- Horizon de stabilisation des facteurs de développement.
- Profondeur de l'historique des données, à intégrer pour calculer les facteurs de développement.
- Exclusion de Coefficients (facteurs de développement) atypiques.

Dans certains cas, un facteur de queue de développement (Tail Factor) doit être évalué afin de pallier un manque de profondeur d'historique. Ce facteur permet d'adapter les durées de liquidation des risques modélisés, en particulier à développement long.

L'actuaire réalise l'ajustement des hypothèses en tenant compte de la spécificité de chaque risque à modéliser, y compris l'évolution des modes de gestion de sinistres.

3. Exemples d'application sur un triangle Responsabilité Civile Corporelle

➤ Exemple 1 :

Dans ce premier exemple, nous présentons un triangle de charge brute du segment de revue « Responsabilité Civile Corporelle » avec un développement annuel.

La profondeur historique correspond à douze années d'inventaire entre 2008 et 2019, et dix-neuf années de survenance entre 2001 et 2019.

Nous présentons dans ce tableau la charge brute cumulée connue et l'ultime calculé pour chaque survenance qui correspond à la colonne « 228 ».

Dans cet exemple, nous avons retenus l'ensemble des coefficients sans effectuer des ajustements comme suit :

- Absence d'horizon de stabilisation
- Profondeur historique complète
- Intégration de l'ensemble des coefficients
- Non prise en compte d'un Tail Factor

Année de survenance Période de développement	Année de survenance																					
	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m	228m			
2001								82 154	81 899	81 675	80 674	80 798	80 660	80 424	80 511	81 262	81 256	81 709	81 710			
2002							67 966	69 552	69 484	67 950	65 844	65 444	65 636	65 290	65 544	65 767	65 790	66 180	66 181			
2003						85 955	86 507	84 141	82 185	81 236	79 606	77 836	77 446	77 510	77 538	77 579	79 073	79 527	79 527			
2004					83 679	81 022	80 412	76 298	74 992	74 891	75 538	75 621	77 074	77 903	77 929	78 161	78 687	79 139	79 140			
2005				88 965	88 627	84 438	82 274	79 513	78 944	78 746	79 152	79 647	79 674	79 530	79 355	79 684	80 220	80 680	80 681			
2006			99 398	101 650	102 891	96 739	90 349	88 849	88 273	87 779	88 587	88 545	87 976	87 342	87 392	87 754	88 344	88 851	88 852			
2007		86 033	83 792	84 881	82 100	78 866	75 489	74 590	73 782	74 105	74 797	74 678	74 100	74 026	74 069	74 375	74 876	75 305	75 306			
2008	68 698	49 725	95 074	96 232	91 622	87 804	85 713	83 331	81 738	80 150	80 604	81 203	81 202	81 121	81 168	81 504	82 052	82 523	82 524			
2009	49 911	84 606	81 859	78 432	76 755	74 734	74 025	73 699	72 114	71 919	71 172	71 055	71 054	70 984	71 024	71 318	71 798	72 210	72 211			
2010	73 095	92 482	92 534	84 765	85 106	84 535	84 290	84 578	83 316	82 552	82 260	82 124	82 123	82 042	82 089	82 428	82 983	83 459	83 460			
2011	73 871	97 222	94 665	90 742	93 364	91 189	91 529	89 678	91 141	90 477	90 157	90 008	90 007	89 918	89 969	90 342	90 950	91 472	91 472			
2012	66 709	84 755	81 570	80 820	81 971	82 844	82 016	81 222	80 442	79 857	79 574	79 442	79 442	79 363	79 408	79 737	80 274	80 734	80 735			
2013	74 636	93 057	87 393	85 044	89 071	86 725	87 758	86 285	85 457	84 835	84 534	84 395	84 304	84 310	84 358	84 707	85 278	85 767	85 767			
2014	65 064	91 514	91 261	87 865	88 224	87 813	86 452	85 001	84 185	83 572	83 276	83 138	83 138	83 055	83 103	83 447	84 008	84 490	84 491			
2015	70 980	94 088	96 435	93 712	93 709	91 112	89 700	88 194	87 347	86 711	86 404	86 262	86 261	86 175	86 225	86 581	87 144	87 664	87 665			
2016	70 757	88 009	86 720	86 023	85 964	83 582	82 286	80 905	80 128	79 545	79 263	79 132	79 132	79 053	79 098	79 426	79 960	80 419	80 419			
2017	86 024	102 208	95 769	93 881	93 817	91 217	89 803	88 295	87 447	86 811	86 503	86 361	86 360	86 274	86 324	86 681	87 264	87 765	87 765			
2018	72 888	98 780	96 739	94 831	94 766	92 140	90 712	89 189	88 332	87 690	87 379	87 235	87 234	87 147	87 197	87 558	88 147	88 654	88 654			
2019	79 223	104 633	102 491	100 470	100 401	97 619	96 106	94 492	93 585	92 904	92 574	92 422	92 421	92 329	92 382	92 764	93 389	93 925	93 925			

Les facteurs de développement individuels issus du rapport entre la charge cumulée de l'année N+1 et l'année N sont donnés dans le tableau suivant :

Facteur de Développement Individuel	Année de survenance																	
	(1) 12-24	(2) 24-36	(3) 36-48	(4) 48-60	(5) 60-72	(6) 72-84	(7) 84-96	(8) 96-108	(9) 108-120	(10) 120-132	(11) 132-144	(12) 144-156	(13) 156-168	(14) 168-180	(15) 180-192	(16) 192-204	(17) 204-216	(18) 216-228
2001								0,99690	0,99727	0,98775	1,00154	0,99829	0,99708	1,00107	1,00933	0,99993	1,00558	1,00000
2002						1,02333	0,99902	0,97793	0,96900	0,99394	1,00292	0,99473	1,00388	1,00341	1,00035	1,00594		
2003					0,96825	0,99247	0,94883	0,98289	0,99865	1,00863	1,00110	1,01922	1,01075	1,00034	1,00298			
2004			1,02266	1,01221	0,94021	0,93394	0,98340	0,99352	0,99440	1,00921	0,99953	0,99356	0,99280	0,99780				
2005		0,97395	1,01300	0,96724	0,96061	0,95718	0,98809	0,98917	1,00438	1,00934	0,99841	0,99225						
2006	1,36431	1,01439	1,01219	0,95209	0,95834	0,97619	0,97220	0,98089	0,98057	1,00566	1,00744							
2007	1,69515	0,96754	0,95813	0,97861	0,97366	0,99052	0,99560	0,97849	0,99729	0,98962								
2008	1,26524	1,00055	0,91604	1,00403	0,99329	0,99711	1,00342	0,98508	0,99083									
2009	1,31610	0,97369	0,95856	1,02889	0,97671	1,00372	0,97978	1,01631										
2010	1,27052	0,96242	0,99081	1,01425	1,01065	0,99001	0,99032											
2011	1,24682	0,93912	0,98457	1,03518	0,97366	1,01192												
2012	1,40652	0,99724	0,96278	1,00409	0,99534													
2013	1,32539	1,02495	0,97176	0,99997														
2014	1,24382	0,98535	0,99197															
2015	1,18813	0,93700																
2016	1,35533																	
2017																		
2018																		
2019																		

Du tableau, nous déduisons le coefficient de passage toute profondeur (nous avons fait le choix de considérer toute la profondeur historique dans cet exemple) ; Par la suite, nous déduisons la cadence de liquidation de chaque année (Voir tableau ci-après) :

	(1) 12-24	(2) 24-36	(3) 36-48	(4) 48-60	(5) 60-72	(6) 72-84	(7) 84-96	(8) 96-108	(9) 108-120	(10) 120-132	(11) 132-144	(12) 144-156	(13) 156-168	(14) 168-180	(15) 180-192	(16) 192-204	(17) 204-216	(18) 216-228
coefficient de passage	1,32073	0,97953	0,98028	0,99931	0,97229	0,98450	0,98321	0,99039	0,99272	0,99645	0,99835	0,99999	0,99901	1,00057	1,00414	1,00673	1,00574	1,00000
Cadence	84%	111%	109%	107%	107%	104%	102%	101%	100%	99%	99%	98%	98%	98%	98%	99%	99%	100%

Ainsi, les ultimes de charge sont déduits en divisant la dernière vision observée de la charge par la cadence associée.

➤ **Exemple 2 :**

Dans cet exemple, nous allons exposer une approche différente de calibrage des coefficients passage appliqués au triangle ; Nous utilisons les mêmes données du précédent triangle et ferons focus que sur les cadences.

Pour cela, nous considérons les hypothèses suivantes :

- Horizon de stabilisation à partir de la dixième année
- Intégration de 5 diagonales de développement
- Exclusion du premier coefficient de l'année de survenance N-1(N=2019)

La résultante en termes de facteur de développement individuel se présente comme suit :

Facteur de Développement Individuel	(1) 12-24	(2) 24-36	(3) 36-48	(4) 48-60	(5) 60-72	(6) 72-84	(7) 84-96	(8) 96-108	(9) 108-120	(10) 120-132	(11) 132-144	(12) 144-156	(13) 156-168	(14) 168-180	(15) 180-192	(16) 192-204	(17) 204-216	(18) 216-228	(19) 228-240	(20) 240-252	(21) 252-264	(22) 264-276	(23) 276-288	(24) 288-300	(25) 300-312	(26) 312-324	(27) 324-336	(28) 336-348	(29) 348-360	(30) 360-372	(31) 372-384	(32) 384-396	(33) 396-408	(34) 408-420	(35) 420-432	(36) 432-444	(37) 444-456	(38) 456-468	(39) 468-480	(40) 480-492	(41) 492-504	(42) 504-516	(43) 516-528	(44) 528-540	(45) 540-552	(46) 552-564	(47) 564-576	(48) 576-588	(49) 588-600	(50) 600-612	(51) 612-624	(52) 624-636	(53) 636-648	(54) 648-660	(55) 660-672	(56) 672-684	(57) 684-696	(58) 696-708	(59) 708-720	(60) 720-732	(61) 732-744	(62) 744-756	(63) 756-768	(64) 768-780	(65) 780-792	(66) 792-804	(67) 804-816	(68) 816-828	(69) 828-840	(70) 840-852	(71) 852-864	(72) 864-876	(73) 876-888	(74) 888-900	(75) 900-912	(76) 912-924	(77) 924-936	(78) 936-948	(79) 948-960	(80) 960-972	(81) 972-984	(82) 984-996	(83) 996-1008	(84) 1008-1020	(85) 1020-1032	(86) 1032-1044	(87) 1044-1056	(88) 1056-1068	(89) 1068-1080	(90) 1080-1092	(91) 1092-1104	(92) 1104-1116	(93) 1116-1128	(94) 1128-1140	(95) 1140-1152	(96) 1152-1164	(97) 1164-1176	(98) 1176-1188	(99) 1188-1200	(100) 1200-1212	(101) 1212-1224	(102) 1224-1236	(103) 1236-1248	(104) 1248-1260	(105) 1260-1272	(106) 1272-1284	(107) 1284-1296	(108) 1296-1308	(109) 1308-1320	(110) 1320-1332	(111) 1332-1344	(112) 1344-1356	(113) 1356-1368	(114) 1368-1380	(115) 1380-1392	(116) 1392-1404	(117) 1404-1416	(118) 1416-1428	(119) 1428-1440	(120) 1440-1452	(121) 1452-1464	(122) 1464-1476	(123) 1476-1488	(124) 1488-1500	(125) 1500-1512	(126) 1512-1524	(127) 1524-1536	(128) 1536-1548	(129) 1548-1560	(130) 1560-1572	(131) 1572-1584	(132) 1584-1596	(133) 1596-1608	(134) 1608-1620	(135) 1620-1632	(136) 1632-1644	(137) 1644-1656	(138) 1656-1668	(139) 1668-1680	(140) 1680-1692	(141) 1692-1704	(142) 1704-1716	(143) 1716-1728	(144) 1728-1740	(145) 1740-1752	(146) 1752-1764	(147) 1764-1776	(148) 1776-1788	(149) 1788-1800	(150) 1800-1812	(151) 1812-1824	(152) 1824-1836	(153) 1836-1848	(154) 1848-1860	(155) 1860-1872	(156) 1872-1884	(157) 1884-1896	(158) 1896-1908	(159) 1908-1920	(160) 1920-1932	(161) 1932-1944	(162) 1944-1956	(163) 1956-1968	(164) 1968-1980	(165) 1980-1992	(166) 1992-2004	(167) 2004-2016	(168) 2016-2028	(169) 2028-2040	(170) 2040-2052	(171) 2052-2064	(172) 2064-2076	(173) 2076-2088	(174) 2088-2100	(175) 2100-2112	(176) 2112-2124	(177) 2124-2136	(178) 2136-2148	(179) 2148-2160	(180) 2160-2172	(181) 2172-2184	(182) 2184-2196	(183) 2196-2208	(184) 2208-2220	(185) 2220-2232	(186) 2232-2244	(187) 2244-2256	(188) 2256-2268	(189) 2268-2280	(190) 2280-2292	(191) 2292-2304	(192) 2304-2316	(193) 2316-2328	(194) 2328-2340	(195) 2340-2352	(196) 2352-2364	(197) 2364-2376	(198) 2376-2388	(199) 2388-2400	(200) 2400-2412	(201) 2412-2424	(202) 2424-2436	(203) 2436-2448	(204) 2448-2460	(205) 2460-2472	(206) 2472-2484	(207) 2484-2496	(208) 2496-2508	(209) 2508-2520	(210) 2520-2532	(211) 2532-2544	(212) 2544-2556	(213) 2556-2568	(214) 2568-2580	(215) 2580-2592	(216) 2592-2604	(217) 2604-2616	(218) 2616-2628	(219) 2628-2640	(220) 2640-2652	(221) 2652-2664	(222) 2664-2676	(223) 2676-2688	(224) 2688-2700	(225) 2700-2712	(226) 2712-2724	(227) 2724-2736	(228) 2736-2748	(229) 2748-2760	(230) 2760-2772	(231) 2772-2784	(232) 2784-2796	(233) 2796-2808	(234) 2808-2820	(235) 2820-2832	(236) 2832-2844	(237) 2844-2856	(238) 2856-2868	(239) 2868-2880	(240) 2880-2892	(241) 2892-2904	(242) 2904-2916	(243) 2916-2928	(244) 2928-2940	(245) 2940-2952	(246) 2952-2964	(247) 2964-2976	(248) 2976-2988	(249) 2988-3000	(250) 3000-3012	(251) 3012-3024	(252) 3024-3036	(253) 3036-3048	(254) 3048-3060	(255) 3060-3072	(256) 3072-3084	(257) 3084-3096	(258) 3096-3108	(259) 3108-3120	(260) 3120-3132	(261) 3132-3144	(262) 3144-3156	(263) 3156-3168	(264) 3168-3180	(265) 3180-3192	(266) 3192-3204	(267) 3204-3216	(268) 3216-3228	(269) 3228-3240	(270) 3240-3252	(271) 3252-3264	(272) 3264-3276	(273) 3276-3288	(274) 3288-3300	(275) 3300-3312	(276) 3312-3324	(277) 3324-3336	(278) 3336-3348	(279) 3348-3360	(280) 3360-3372	(281) 3372-3384	(282) 3384-3396	(283) 3396-3408	(284) 3408-3420	(285) 3420-3432	(286) 3432-3444	(287) 3444-3456	(288) 3456-3468	(289) 3468-3480	(290) 3480-3492	(291) 3492-3504	(292) 3504-3516	(293) 3516-3528	(294) 3528-3540	(295) 3540-3552	(296) 3552-3564	(297) 3564-3576	(298) 3576-3588	(299) 3588-3600	(300) 3600-3612	(301) 3612-3624	(302) 3624-3636	(303) 3636-3648	(304) 3648-3660	(305) 3660-3672	(306) 3672-3684	(307) 3684-3696	(308) 3696-3708	(309) 3708-3720	(310) 3720-3732	(311) 3732-3744	(312) 3744-3756	(313) 3756-3768	(314) 3768-3780	(315) 3780-3792	(316) 3792-3804	(317) 3804-3816	(318) 3816-3828	(319) 3828-3840	(320) 3840-3852	(321) 3852-3864	(322) 3864-3876	(323) 3876-3888	(324) 3888-3900	(325) 3900-3912	(326) 3912-3924	(327) 3924-3936	(328) 3936-3948	(329) 3948-3960	(330) 3960-3972	(331) 3972-3984	(332) 3984-3996	(333) 3996-4008	(334) 4008-4020	(335) 4020-4032	(336) 4032-4044	(337) 4044-4056	(338) 4056-4068	(339) 4068-4080	(340) 4080-4092	(341) 4092-4104	(342) 4104-4116	(343) 4116-4128	(344) 4128-4140	(345) 4140-4152	(346) 4152-4164	(347) 4164-4176	(348) 4176-4188	(349) 4188-4200	(350) 4200-4212	(351) 4212-4224	(352) 4224-4236	(353) 4236-4248	(354) 4248-4260	(355) 4260-4272	(356) 4272-4284	(357) 4284-4296	(358) 4296-4308	(359) 4308-4320	(360) 4320-4332	(361) 4332-4344	(362) 4344-4356	(363) 4356-4368	(364) 4368-4380	(365) 4380-4392	(366) 4392-4404	(367) 4404-4416	(368) 4416-4428	(369) 4428-4440	(370) 4440-4452	(371) 4452-4464	(372) 4464-4476	(373) 4476-4488	(374) 4488-4500	(375) 4500-4512	(376) 4512-4524	(377) 4524-4536	(378) 4536-4548	(379) 4548-4560	(380) 4560-4572	(381) 4572-4584	(382) 4584-4596	(383) 4596-4608	(384) 4608-4620	(385) 4620-4632	(386) 4632-4644	(387) 4644-4656	(388) 4656-4668	(389) 4668-4680	(390) 4680-4692	(391) 4692-4704	(392) 4704-4716	(393) 4716-4728	(394) 4728-4740	(395) 4740-4752	(396) 4752-4764	(397) 4764-4776	(398) 4776-4788	(399) 4788-4800	(400) 4800-4812	(401) 4812-4824	(402) 4824-4836	(403) 4836-4848	(404) 4848-4860	(405) 4860-4872	(406) 4872-4884	(407) 4884-4896	(408) 4896-4908	(409) 4908-4920	(410) 4920-4932	(411) 4932-4944	(412) 4944-4956	(413) 4956-4968	(414) 4968-4980	(415) 4980-4992	(416) 4992-5004	(417) 5004-5016	(418) 5016-5028	(419) 5028-5040	(420) 5040-5052	(421) 5052-5064	(422) 5064-5076	(423) 5076-5088	(424) 5088-5100	(425) 5100-5112	(426) 5112-5124	(427) 5124-5136	(428) 5136-5148	(429) 5148-5160	(430) 5160-5172	(431) 5172-5184	(432) 5184-5196	(433) 5196-5208	(434) 5208-5220	(435) 5220-5232	(436) 5232-5244	(437) 5244-5256	(438) 5256-5268	(439) 5268-5280	(440) 5280-5292	(441) 5292-5304	(442) 5304-5316	(443) 5316-5328	(444) 5328-5340	(445) 5340-5352	(446) 5352-5364	(447) 5364-5376	(448) 5376-5388	(449) 5388-5400	(450) 5400-5412	(451) 5412-5424	(452) 5424-5436	(453) 5436-5448	(454) 5448-5460	(455) 5460-5472	(456) 5472-5484	(457) 5484-5496	(458) 5496-5508	(459) 5508-5520	(460) 5520-5532	(461) 5532-5544	(462) 5544-5556	(463) 5556-5568	(464) 5568-5580	(465) 5580-5592	(466) 5592-5604	(467) 5604-5616	(468) 5616-5628	(469) 5628-5640	(470) 5640-5652	(471) 5652-5664	(472) 5664-5676	(473) 5676-5688	(474) 5688-5700	(475) 5700-5712	(476) 5712-5724	(477) 5724-5736	(478) 5736-5748	(479) 5748-5760	(480) 5760-5772	(481) 5772-5784	(482) 5784-5796	(483) 5796-5808	(484) 5808-5820	(485) 5820-5832	(486) 5832-5844	(487) 5844-5856	(488) 5856-5868	(489) 5868-5880	(490) 5880-5892	(491) 5892-5904	(492) 5904-5916	(493) 5916-5928	(494) 5928-5940	(495) 5940-5952	(496) 5952-5964	(497) 5964-5976	(498) 5976-5988	(499) 5988-6000	(500) 6000-6012	(501) 6012-6024	(502) 6024-6036	(503) 6036-6048	(504) 6048-6060	(505) 6060-6072	(506) 6072-6084	(507) 6084-6096	(508) 6096-6108	(509) 6108-6120	(510) 6120-6132	(511) 6132-6144	(512) 6144-6156	(513) 6156-6168	(514) 6168-6180	(515) 6180-6192	(516) 6192-6204	(517) 6204-6216	(518) 6216-6228	(519) 6228-6240	(520) 6240-6252	(521) 6252-6264	(522) 6264-6276	(523) 6276-6288	(524) 6288-6300	(525) 6300-6312	(526) 6312-6324	(527) 6324-6336	(528) 6336-6348	(529) 6348-6360	(530) 6360-6372	(531) 6372-6384	(532) 6384-6396	(533) 6396-6408	(534) 6408-6420	(535) 6420-6432	(536) 6432-6444	(537) 6444-6456	(538) 6456-6468	(539) 6468-6480	(540) 6480-6492	(541) 6492-6504	(542) 6504-6516	(543) 6516-6528	(544) 6528-6540	(545) 6540-6552	(546) 6552-6564	(547) 6564-6576	(548) 6576-6588	(549) 6588-6600	(550) 6600-6612	(551) 6612-6624	(552) 6624-6636	(553) 6636-6648	(554) 6648-6660	(555) 6660-6672	(556) 6672-6684	(557) 6684-6696	(558) 6696-6708	(559) 6708-6720	(560) 6720-6732	(561) 6732-6744	(562) 6744-6756	(563) 6756-6768	(564) 6768-6780	(565) 6780-6792	(566) 6792-6804	(567) 6804-6816	(568) 6816-6828	(569) 6828-6840	(570) 6840-6852	(571) 6852-6864	(572) 6864-6876	(573) 6876-6888	(574) 6888-6900	(575) 6900-6912	(576) 6912-6924	(577) 6924-6936	(578) 6936-6948	(579) 6948-6960	(580) 6960-6972	(581) 6972-6984	(582) 6984-6996	(583) 6996-7008	(584) 7008-7020	(585) 7020-7032	(586) 7032-7044	(587) 7044-7056	(588) 7056-7068	(589) 7068-7080	(590) 7080-7092	(591) 7092-7104	(592) 7104-7116	(593) 7116-7128	(594) 7128-7140	(595) 7140-7152	(596) 7152-7164	(597) 7164-7176	(598) 7176-7188	(599) 7188-7200	(600) 7200-7212	(601) 7212-7224	(602) 7224-7236	(603) 7236-7248	(604) 7248-7260	(605) 7260-7272	(606) 7272-7284	(607) 7284-7296	(608) 7296-7308	(609) 7308-7320	(610) 7320-7332	(611) 7332-7344
-------------------------------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------	-------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	---------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

II. Outils de Mesure du risque

1. Modèle de Mack

Le modèle de Mack est l'extension de Chain Ladder en stochastique. Il s'agit d'une approche permettant d'obtenir l'incertitude sur les estimations de provisions de Chain Ladder à l'ultime. Ainsi, le même montant de provision est retenu avec en plus la possibilité de quantifier la variabilité des réserves estimées dans le but d'obtenir des intervalles de confiances.

Le modèle de Mack se base sur :

- Le montant $C_{i,j}$ réglé en j sert à lui seule à déterminer le montant $C_{i,j+1}$:

$$E(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j}f_{j+1} \text{ pour } 1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq j \leq n-1$$

- Les années de survenances $\{C_{i,1}, \dots, C_{i,n}\}$ et $\{C_{j,1}, \dots, C_{j,n}\}$ sont indépendants pour $i \neq j$
- $Var(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j}\sigma_j^2$ pour $1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq n-1$

En effet, ce modèle permet de déterminer des paramètres f_j de dispersion σ_j^2 proportionnel à la mesure cumulée de l'année précédente.

Les facteurs f_j sont estimés à partir des facteurs de développement de Chain Ladder. Les dispersion σ_j^2 sont sans biais et estimées par :

$$\begin{cases} \widehat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - f_j \right)^2, & 0 \leq j \leq n-2 \\ \widehat{\sigma}_j^2 = \min(\widehat{\sigma}_{n-2}^4 / \widehat{\sigma}_{n-3}^2, \widehat{\sigma}_{n-2}^2) \end{cases}$$

L'erreur carrée moyenne des réserves mesure l'incertitude des prédictions et est estimée comme suit :

En supposant que $\widehat{C}_{i,n-i} = C_{i,n-i}$

$$\widehat{mse}(\widehat{R}_i) = E[(\widehat{R}_i - R_i)^2 | D] = \widehat{C}_{i,n} \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\widehat{f}_j} \left(\frac{1}{\widehat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right)$$

Par conséquent, l'erreur commise sur la réserve totale est déduite de la formule suivante :

$$\widehat{mse}(\widehat{R}) = \sum_{i=2}^n \left[\widehat{mse}(\widehat{R}_i) + \widehat{C}_{i,n} \left(\sum_{k=i+1}^n \widehat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n+1-i}^{n-1} \frac{2\widehat{\sigma}_j^2 / \widehat{f}_j^2}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right]$$

On identifie ainsi l'erreur standard relative, par l'écart-type rapporté au montant total de réserve :

$$\frac{\sqrt{\widehat{mse}(\widehat{R})}}{\widehat{R}}$$

La méthode de Mack permet d'estimer les \widehat{mse} des ultimes toute survenance confondu et aussi par année de survenance.

La volatilité estimée avec la méthode de Mack intègre les données atypiques, associées aux sinistres graves/événements exceptionnels. L'exclusion de ces derniers aura un impact baissier sur la volatilité, d'une manière artificielle.

Par ailleurs, les hypothèses d'utilisation du modèle de Mack sont ceux de la méthode de Chain-Ladder ont été vérifiées. A ces hypothèses se rajoute l'hypothèse de log normalité de la distribution des réserves qui a été vérifiée aussi.

2. Provisions pour risques et incertitude

Conformément au Code des Assurances, les provisions de sinistres sont réputées prudentes. La provision pour risque et incertitude est une mesure de risque permettant de traduire l'exigence réglementaire en termes de prudence en provisionnement en limitant la probabilité de mali à un certain seuil.

Dans notre étude, nous utiliserons la norme de provisionnement Groupe traduisant cette exigence réglementaire et fixant un niveau de prudence cible à 70% (c.-à-d. que sur chaque segment, la probabilité de réaliser un malus doit être limitée à 30%).

Ainsi, selon la norme de provisionnement Groupe, les provisions pour sinistres doivent être égales à la somme d'une Provision en espérance mathématique (non escomptée) et d'une Provision pour Risques et Incertitudes (PRI) où :

- La provision en espérance mathématique représente la plus juste estimation des provisions pour sinistres (non escomptée), et est équivalente au quantile 50%.
- La Provision pour Risques et Incertitudes correspond à la différence entre une provision pour sinistres calculée en tenant compte d'une marge explicite de sécurité (quantile 70%) et une provision pour sinistres en espérance mathématique non escomptée.

Notons par exemple l'espérance mathématique et l'écart-type de la distribution des cash-flows futurs respectivement μ_{lob} et σ_{lob} .

Avec une hypothèse de loi Log normale, la PRI est alors définie comme l'écart entre la moyenne et le quantile à 70% de cette distribution.

$$PRI = q_{70\%}(\text{loi lognormale inverse}(\mu_{lob}; \sigma_{lob})) - \text{Best_Estimate}$$

Dans le cas où μ_{lob} est négatif, nous utilisons une loi normale inverse à la place de la loi log normale inverse.

Dans la pratique, nous avons l'approximation :

$$PRI \approx 50\% \cdot \sigma_{lob}$$

3. Coefficients de variation

La notion de coefficient de variation est un outil d'analyse représentant une mesure d'incertitude de l'estimation du Best Estimate des provisions. Il s'agit d'un indicateur de la qualité de l'estimation des charges obtenue via les différents modèles étudiés. Ce coefficient est obtenu à partir du rapport entre la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne et l'espérance de l'estimation des charges. Plus la valeur de cet indicateur est faible, plus la valeur estimée des charges est précise puisque l'amplitude de l'intervalle de confiance est étroite.

$$coefvar = \sigma_{lob} / \mu_{lob}$$

Provisionnement économique actuel et ses limites

Le compte de résultat économique est réalisé par produit durant chaque arrêté trimestriel, permettant ainsi à évaluer plus pertinemment la qualité des risques en portefeuille et remédier éventuellement à la rentabilité technique suivant une maille produit.

L'approche économique du compte du résultat consiste en une revue actuarielle de la composante « Charge cumulée Best Estimate », afin d'obtenir un ratio combiné actuariel. Cette approche est différente de l'approche comptable retenue dans les comptes de l'entreprise, qui correspond à la norme de provisionnement du Groupe Groupama.

En effet, le provisionnement des comptes sociaux intègre de la prudence. Cette dernière se traduit par exemple dans la modélisation par la méthode de Chain-Ladder, d'un horizon de stabilité court et d'une profondeur historique réduite. De même, un traitement des coefficients atypiques est souvent réalisé.

Par ailleurs, le provisionnement économique doit permettre un développement opérationnel sans contraintes réglementaires, qui reflétera ainsi la rentabilité économique des produits, et ainsi l'amélioration de la surveillance du portefeuille.

Néanmoins, la méthode économique actuelle intègre les résultantes issues des comptes sociaux, ainsi que les hypothèses sous-jacentes identiques en termes de seuil de grave et de segments de modélisation.

Dans cette partie, nous introduisons dans un premier le seuil de découpage des sinistres et la méthode utilisée pour classifier les graves. Dans un second temps, nous décrivons la construction de la base de données utilisée pour la modélisation des provisions techniques. De plus, nous définissons la modélisation par le biais de RESQ. Par la suite, nous présenterons la finalité de notre étude. Enfin, nous illustrerons la méthodologie de provisionnement économique actuelle et ses limites.

A noter que le provisionnement dit économique se penche uniquement sur l'évaluation des provisions des sinistres inconnus ou insuffisamment provisionnés (IBNR) et des provisions pour recours à encaisser (PRAE). Les autres composantes du compte de résultat économique intègrent les chiffres des comptes sociaux.

I. Modalités du seuil de découpage

1. Définition du seuil de découpage

L'assureur a pour objectif de constituer des classes de risques homogènes en divisant le risque et en modélisant séparément la sous-crête et la sur-crête. En effet, Gan Assurances dans sa méthodologie de provisionnement utilise le principe de classification par seuil afin de garantir la stabilité des triangles d'une part en subdivisant les risques et de ne se focaliser que sur les sinistres portés réellement par l'entreprise d'autre part.

Un découpage des sinistres permettrait une distinction des **sinistres attritionnels** (sinistres ayant un coût moyen ou faible) et des **sinistres graves** (sinistres dont le coût dépasse un certain seuil). Les sinistres attritionnels par leur nature ont une fréquence de survenance plus importante que les sinistres graves.

Nous distinguons deux méthodologies de classification :

- **Découpage des sinistres au 1^{er} euro** : Cette méthodologie consiste à transférer la totalité de la charge du sinistre quand il dépasse le seuil dans le triangle des graves. Pour les dossiers ayant une charge ne dépassant pas le seuil, la totalité de la charge est affectée au triangle des attritionnels.
- **Ecrêtement des sinistres en sous-crête/sur-crête** : Elle consiste à transférer uniquement la charge du sinistre dépassant le seuil dans les graves et de conserver dans le triangle des attritionnels la charge en dessous de ce seuil.

2. Focus sur les sinistres graves

Il existe différentes façons de définir la gravité d'un sinistre. Un sinistre peut être catégorisé comme un sinistre grave si son coût est élevé dès son ouverture, après une certaine durée de vie, s'il a été cher au moins une fois ...

Il est probable qu'il n'existe pas qu'une seule et unique définition des graves permettant d'obtenir la valeur la plus juste possible des provisions mais une multitude de définitions de sinistres graves en fonction des branches étudiées et méthodes d'estimation utilisées.

Nous pouvons définir un sinistre grave sous deux angles différents :

- **Sinistres graves « instantanés »** : la charge des sinistres est évaluée à chaque observation. En effet, si un sinistre dépasse le seuil de gravité fixé, il change de catégorie et passe grave. En revanche, si sa charge diminue et repasse en dessous du seuil, il redevient attritionnel. Ainsi sous la définition de gravité instantanée, un sinistre peut être attritionnel ou grave plusieurs fois dans sa vie. Bien que les coûts moyens des sinistres soient assez stables sous cette méthode, l'inconvénient réside dans les nombreux changements de tranche qui vont se produire risquant ainsi de perturber les calculs des provisions. En effet, la modélisation des réserves prendrait en compte la projection des variations de charges dues à des changements de tranche qui ne sont pas amenés à être généralisés. De plus, les sinistres ultimes seraient compliqués à modéliser puisque les triangles n'évoluent pas uniquement avec la prise en compte de nouveaux sinistres mais également avec le changement de tranches.
- **Sinistres « graves un jour, graves toujours »** : seule la charge maximale durant la vie du sinistre est examinée. En effet, si la charge maximale atteinte par un sinistre est supérieure au seuil de gravité, alors le sinistre est considéré grave sinon il sera considéré comme attritionnel. Sous cette méthodologie, un sinistre peut subir un changement de tranche vers le haut mais ne peut en aucun cas revenir à la tranche en dessous même si sa charge subit une importante baisse. Bien que sous cette définition, les variations de

tranches sont limitées, la stabilité du coût moyen d'un sinistre est remise en cause puisque certains dossiers subissent d'importantes majorations ou minorations.

Dans notre étude, nous retenons la notion de sinistre « grave un jour grave toujours » afin de limiter les changements de tranches et obtenir les cadences les plus justes possibles.

Concernant l'historique d'un sinistre, nous considérons que si un sinistre franchit le seuil de gravité déterminé, tout son historique sera transporté dans le triangle des graves. En effet, lorsqu'un sinistre attritionnel passe grave, non seulement ces observations futures passeront dans le triangle des graves mais également toutes ces observations passées. L'intérêt de cette méthodologie est d'obtenir des cadences de liquidation stables car non perturbées par les entrées et sorties des sinistres changeants de tranche. En revanche, un biais sera observé dans le calcul des provisions. En effet, plus les sinistres sont jeunes, plus la probabilité de changement de tranche est élevée rendant ainsi inconnue la tranche dans laquelle ils vont appartenir en fin de vie.

Dans la présentation du compte de résultat économique, nous utilisons la méthodologie de découpage au 1^{er} Euro au seuil de 160 K€. Nous aurons ainsi un « Best-Estimate » pour la charge attritionnelle 160 au 1^{er} Euro K€ et pour la charge grave 160 K€ au 1^{er} Euro.

Quelques chiffres :

Le tableau suivant met un focus sur les sinistres 160 K€ au 1^{er} Euro pour les années de survenance 2018 et 2019, vues au 31/12/2018 et 31/12/2019 respectivement :

	2018 au 31/12/2018		2019 au 31/12/2019	
	Nombre de sinistres	Charge Brute Dossier/Dossier en K€	Nombre de sinistres	Charge Brute Dossier/Dossier en K€
Sinistres Attritionnels au 1er Euro	299 652	512 886	263 282	470 856
Sinistres Graves au 1er Euro	611	244 543	561	245 430

II. Construction de la base de modélisation

Nous nous baserons dans notre étude sur l'ensemble des sinistres de l'ensemble du portefeuille GAN Assurances. Pour chaque sinistre, nous disposons des informations suivantes :

- ✓ Le numéro du sinistre
- ✓ Le code produit et la garantie mise en jeu
- ✓ L'état du dossier
- ✓ L'année de survenance du sinistre
- ✓ Le trimestre de survenance du sinistre
- ✓ Le segment de revue

- ✓ L'année d'inventaire
- ✓ Le trimestre d'inventaire
- ✓ Le montant payé du sinistre (y compris les frais directs liés aux sinistres comme les frais d'expertise)
- ✓ Les recours encaissés
- ✓ Les provisions pour sinistres à payer (PSAP)

Pour ce mémoire, la base de données est déterminée à partir de tous les sinistres dont la date de survenance est comprise entre le 1^{er} janvier 2001 et le 31 décembre 2019 et de toutes les années d'inventaires du 1^{er} janvier 2008 au 31 décembre 2019.

De plus, nous nous intéresserons aux notions de charges et de recours :

- **Charge Brute** : Elle correspond à la charge brute de recours encaissés, utilisée lors de la fixation du seuil de grave, et la modélisation des IBNR.
- **Charge Nette** : Elle correspond à la charge nette de recours encaissés, utilisée essentiellement lors de la fixation du seuil de réassurance.
- **Recours encaissés**, utilisée pour la modélisation des PRAE.

Les informations pour chaque sinistre sont disponibles annuellement. En effet, pour la détermination d'un grave, nous utiliserons les observations annuelles à partir de l'année de survenance et durant toutes les années d'inventaire disponibles. Dès que le sinistre passe d'attritionnel en grave, nous récupérerons l'ensemble de son historique à partir de sa date de survenance.

Pour la construction des bases de données, nous récupérerons la base initiale des sinistres et la croisons avec la base de correspondance des produits afin d'obtenir l'information concernant le produit du compte de résultat économique équivalent, en utilisant le logiciel SAS. Nous obtenons ainsi les inputs pour notre modélisation, sous forme de tables intégrant les segmentations choisies.

Le calcul des provisions techniques est réalisé sous le logiciel RESQ de Towers Watson. Ce logiciel intègre différentes méthodes de projection (Chain Ladder, Butter-Ferguson, ...) et est donc un outil pertinent dans l'aide à la décision dans les travaux d'inventaire.

Par ailleurs, l'intégration des données dans cet outil est effectuée suivant un format prédéfini, en triangle ou en vecteur. Le triangle est bidimensionnel dont les composantes sont : Une date de survenance, une date de développement, et une variable de projection.

- ❖ **Date de survenance (ou date d'origine)** : Elle correspond à la date de survenance du sinistre, mais souvent rapporté au trimestre ou à l'année de survenance. Exemple : Un sinistre survenu le 17/01/2020, sera affecté soit au trimestre de survenance 2020 Q1, ou bien à l'année de survenance 2020.
- ❖ **Date de développement** : Elle correspond à la date de d'inventaire au quelle le sinistre est développé. Comme pour la date de survenance, le format de la date de développement est le plus souvent en format trimestriel ou annuel.
- ❖ **Variable de projection** : Elle correspond à une variable de charge (charges, paiements, nombre de dossiers ouverts, nombre de dossiers fermés...) ou de prime (primes acquises, primes émises...), pour laquelle des calculs actuariels seront appliqués.

Ainsi, ces dimensions seront identiques pour les différentes classes identifiées pour effectuer la projection. La classification se fait notamment sur la base de produit, segment de revue, ligne

de business, et découpage par seuil de grave. Un croisement de ces classes est le plus souvent utilisé.

La segmentation résultante est la suivante :

Produit*Ligne de Business*Segment de Revue * Inventaire* Survenance* Charge Brute/Charge Nette/Recours Encaissés*Seuil de découpage

III. Objectif de l'étude

En tant que fonction actuarielle, nous devons contribuer à la surveillance du portefeuille et à l'amélioration de la rentabilité de l'entreprise. En complément du compte de résultat prudentiel (Comptes Sociaux), le compte de résultat économique permet de déterminer la profitabilité du portefeuille.

Afin de mesurer la pertinence de sa politique commerciale et effectuer les différentes trajectoires futures de son portefeuille, la compagnie d'assurance utilise le compte de résultat économique pour suivre les résultats de ces produits.

De plus, la vision économique par exercice de souscription octroie un suivi opérationnel qui permet d'évaluer la pertinence de sa politique commerciale et de la gestion de sinistres. Dans cet esprit, ses indicateurs constituent un outil d'aide à la décision pour les travaux de redressement de la rentabilité ou de renforcement éventuels pour les marchés, et de la performance de la gestion de sinistres.

Par ailleurs, l'évaluation économique des provisions est un enjeu majeur dans la définition du résultat. Elle permet entre autres d'affecter la charge sinistre à l'exercice de souscription associé, tout en respectant les exigences opérationnelles en termes d'allocation des sinistres par seuil de découpage adéquat. Cette allocation doit être d'appoint au calibrage des provisions par tranche de sinistres définie.

En outre, le Best-Estimate résultant doit refléter le développement économique de chaque produit, loin de toute contrainte réglementaire en matière de marge. En effet, les hypothèses de modélisation de l'actuaire dans le cas de la méthode « Chain Ladder » par exemple doivent respecter la profondeur de l'historique et de la stabilité des triangles sans pour autant garder des valeurs atypiques qui peuvent tronquer le résultat.

De plus, la spécificité de chaque produit en matière de profil de risque et de gestion des sinistres doit se traduire dans l'estimation des provisions, afin d'obtenir un ratio combiné à l'image de la rentabilité du produit.

La méthode actuelle de provisionnement économique répond en partie aux exigences opérationnelles, mais montre des limites en matière de modélisation économique des graves et de maille de projection des provisions.

Notre étude a pour objectif d'une part d'améliorer le provisionnement économique des différentes classes de sinistre, en adéquation avec le découpage des seuils alloués et l'homogénéité des tranches de sinistres en prenant en compte les techniques d'atténuation de risques (Réassurance), d'autre part de définir les mailles de modélisation des provisions en concordance avec le profil des produits du portefeuille et la typologie des risques associés.

Ainsi, nous allons décrire d'abord dans la partie qui suit, la méthode actuelle et ses limites. Ensuite, nous nous intéresserons dans le prochain chapitre aux contours de l'évaluation Best_Estimate des graves en définissant des classes appropriées suivant différents seuils de

découpage. Enfin, nous évaluerons les mailles de projection les plus adéquates tout en respectant la classification par tranche déterminée.

IV. Méthode actuelle de provisionnement économique et ses limites

1. Description de la méthode actuelle de provisionnement économique

GAN Assurances dans sa méthodologie de provisionnement des comptes sociaux se base sur la norme Groupe qui s'illustre principalement par :

- Un Provisionnement en best estimate non escompté des segments de revue.
- L'utilisation de la méthode d'écrêtement « Sous-Crête/Sur-Crête » avec un seuil de 1,5 M€.
- Modélisation actuarielle uniquement pour la « Sous-Crête de 1,5 M€ » * « IBNR/PRAE ». Cette sous-crête est nommée « Charge attritionnelle à 1,5 M€ ».

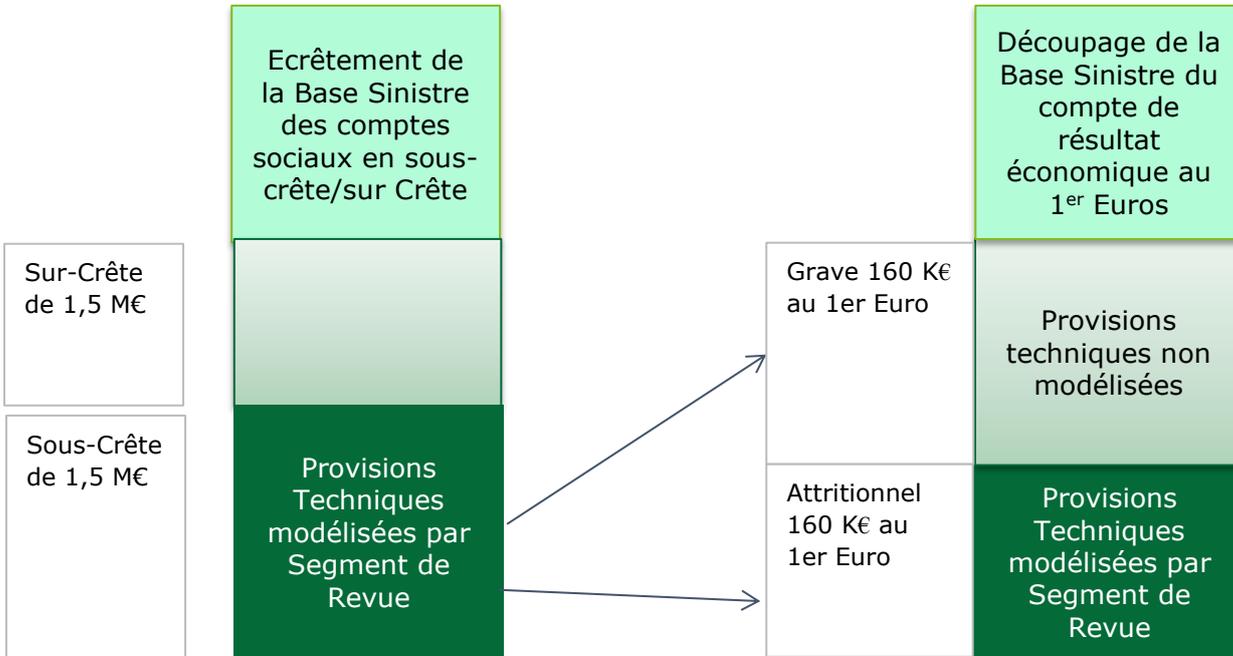
Dans le même esprit, la méthode actuelle de provisionnement économique utilise les mêmes modalités que la méthode des comptes avec quelques différences :

- Base Sinistre répartie en deux blocs suivant le seuil de découpage à 160 K€ au 1er Euro ; La modélisation et le reporting intègrent ainsi une « charge attritionnelle 160 K€ » au 1er Euro et une « charge grave 160 K€ » au 1er Euro.
- Charge attritionnelle 160 K€ : Modélisation des IBNR/PRAE par segment de revue en utilisant la méthode de Chain-Ladder ; L'affectation des montants résultants par produit s'effectue à partir de la base de données construites, qui intègre un croisement entre les produits et les segments de revue. Ainsi, un poids de PSAP/recours encaissés est déterminé par produit sur la base des segments de revue pour la répartition des IBNR/PRAE respectivement. Le schéma suivant explicite cette approche :



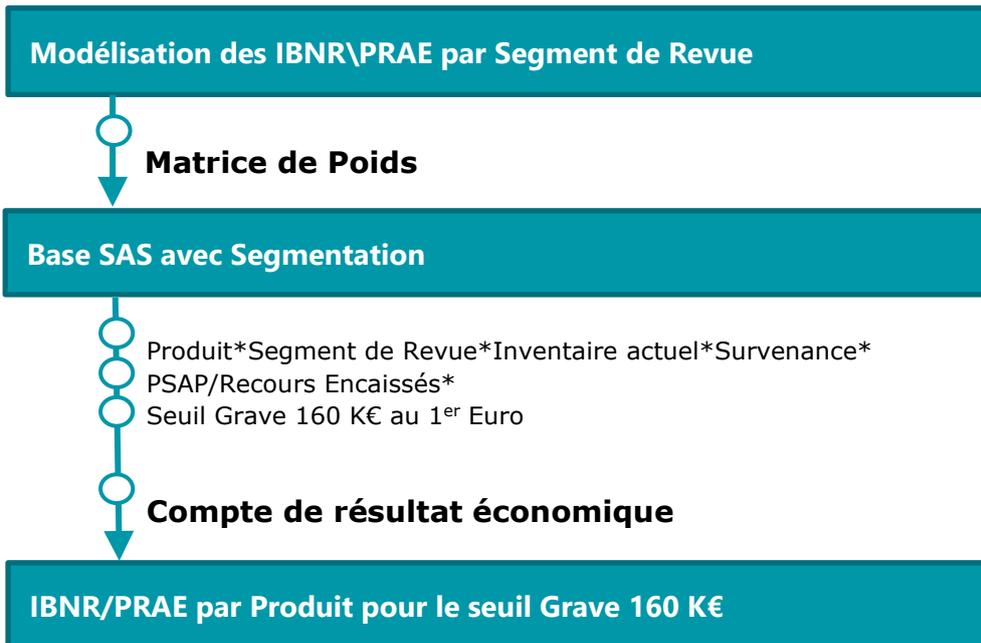
- **Charge grave 160 K€** : Estimation des IBNR/PRAE par segment de revue sur la base d'un Proxy, en intégrant les résultantes en provisions techniques des comptes sociaux, déduites des IBNR/PRAE issues de la modélisation de la charge attritionnelle 160 K€ ; Comme pour la charge attritionnelle, nous utilisons une matrice de poids calculée dans la base de données pour la répartition des résultantes par produit.

Le schéma suivant explicite cette approche :



2. Proxy utilisé par segment de revue :

$$\text{IBNR/PRAE Grave 160 K€ au 1er Euro} = \text{« IBNR/PRAE Sous-Crête Attritionnelle de 1,5 M€ (Comptes) »} - \text{« IBNR/PRAE Attritionnel 160 K€ au 1er Euro »}$$



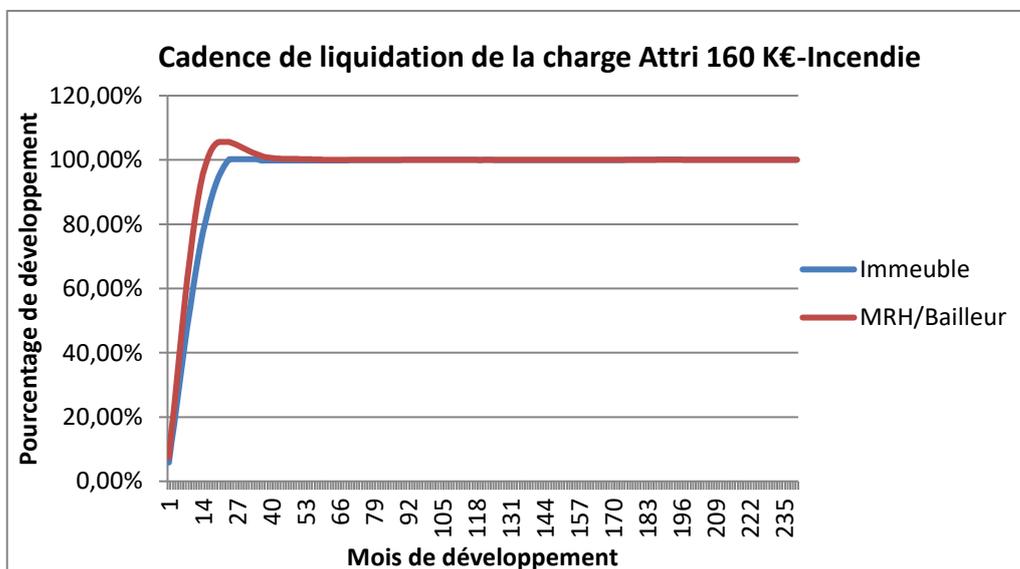
La méthode actuelle de provisionnement présente des limites, détaillées comme suit :

- Charge Attritionnelle 160 K€ : Les triangles projetés agrègent les produits par segment de revue. Cette approche ne reflète pas la réalité du développement et la liquidation spécifique à chaque produit.

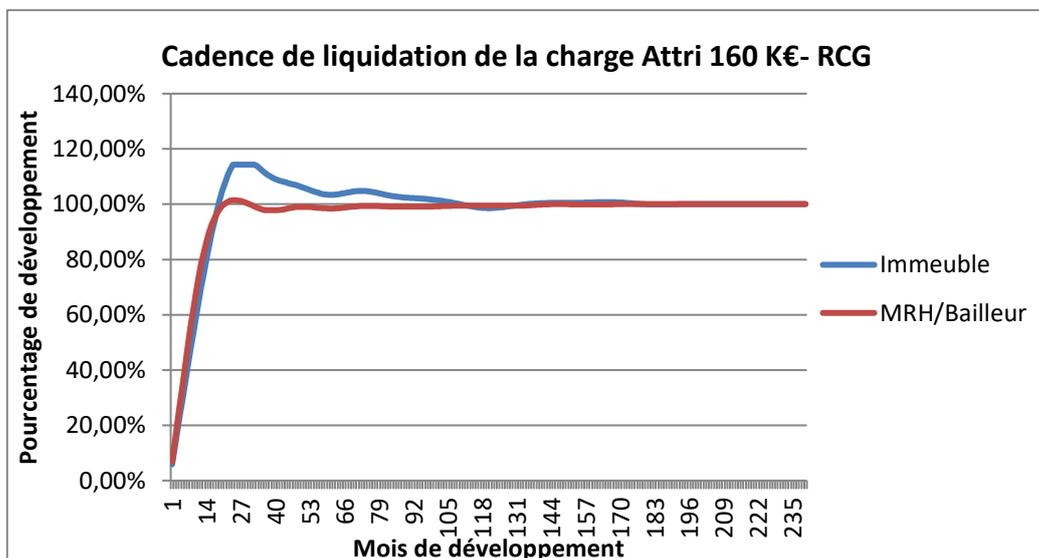
Prenons l'exemple de 2 produits : Immeuble et MRH/Bailleur, qui ont la même classe de risques, à savoir Incendie et RCG avec la répartition suivante :

Poids de la charge brute en moyenne	Incendie	RCG
IMMEUBLE	94%	6%
MRH/BAILLEUR	87%	13%

Les graphiques suivants représentent les cadences de liquidation de la charge Attri 160 K€ pour « Incendie et RCG » * « Immeuble et MRH/Bailleur », issues d'une modélisation de la charge brute de recours.

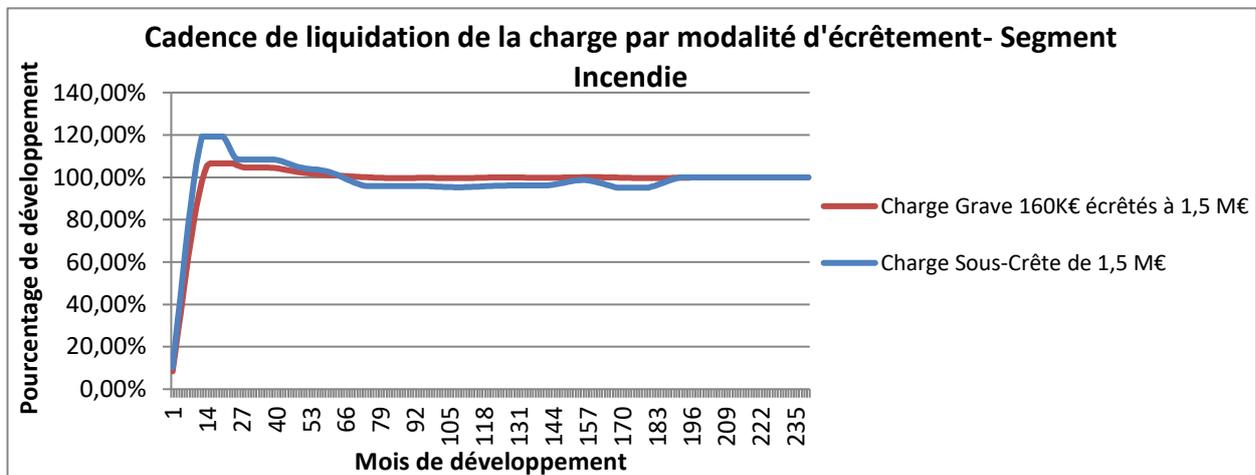


Pour le segment de revue Incendie, le produit Immeuble est à développement court alors que le produit MRH/Bailleur est à développement long.



Pour le segment de revue RCG et à l'inverse de l'Incendie, le produit Immeuble est à développement long alors que le produit MRH/Bailleur est à développement court.

- Charge Grave 160 K€ : La modélisation de la charge grave 160 K€ comporte les limites suivantes :
 - L'approche du compte de résultat économique stipule qu'une modélisation libre est considérée, afin d'illustrer le développement économique de chaque maille, produit ou segment de revue. Ainsi, la prise en compte d'un Proxy basée sur les comptes sociaux, intégrant une marge de prudence (Horizon de stabilité, Profondeur historique, retraitement des coefficients atypiques), déroge à cette approche.
 - Le seuil de sur-crête est identique à celui des comptes sociaux, à savoir 1,5 M€
 - Au seuil de 1,5 M€, les sinistres graves 160 K€ ne sont pas nécessairement identiquement distribués que les sinistres de la sous-crête. L'exemple suivant sur le segment de revue Incendie illustre ce constat :



Conclusion

- ✓ La modélisation des attritionnels suppose que le développement de la liquidation de chaque segment de revue est identique indépendamment du produit. Toutefois, cette hypothèse n'est pas concluante. En effet, les cadences de liquidation du même risque par produit sont différentes, ce qui fait référence à un profil de risque et une gestion de sinistres différents.
- ✓ La modélisation des graves par le biais d'un proxy utilisant une segmentation différente du compte de résultat économique ne permet pas d'apprécier pertinemment le développement de chaque produit. De plus, cette approche conduit à la prise en compte d'une marge explicite allouée sur les graves des comptes sociaux, en lien avec le système de cogestion de ces sinistres avec le Groupe.

Optimisation du Compte de résultat économique : Découpage des graves par seuil adéquat

En provisionnement, un regroupement de sinistres par coût est fréquemment utilisé. Ainsi, une distinction est souvent faite entre les sinistres de masse ou sinistres attritionnels et les sinistres coûteux ou sinistres graves. Les sinistres attritionnels seront par exemple moins coûteux et auront un développement court alors que les graves seront plus coûteux et auront un développement long.

Néanmoins, cette distinction dépend du seuil à partir duquel nous considérons qu'un sinistre ou que la sur-crête qui y est affectée est grave ; Si ce seuil est haut, les sinistres attritionnels sont peu coûteux et représentent la majeure partie des sinistres alors que les sinistres graves possèdent un coût moyen élevé et sont rarement observés. Si par ailleurs le seuil est bas, le découpage permettra d'identifier parmi les graves des comportements de sinistralité différents.

Ainsi, une segmentation de graves pourra émaner de ce découpage en tenant compte de la volatilité, des spécificités de liquidation de chaque classe de sinistres, et de la couverture de réassurance allouable à chaque risque. En effet, nous pourrions définir des graves de masse et des graves exceptionnels afin de quantifier au mieux nos provisions.

A ce sujet, nous allons réaliser dans ce chapitre une étude de découpage sur les graves 160 K€ afin d'identifier le ou les seuils optimaux et permettre une meilleure estimation des réserves de chaque tranche de sinistres tout en trouvant le meilleur compromis entre la qualité de modélisation, l'homogénéité des groupes, et une quantité suffisante de données.

Nous allons effectuer une étude de seuil. Cette étude se fera sur les graves 160 K€ en utilisant la méthode de découpage au 1^{er} Euro.

D'abord, nous allons présenter les hypothèses de modélisation, les mesures permettant de jauger la pertinence de chaque découpage par risque, et les seuils clés qui constitueront une base de départ pour notre étude. En outre, nous ferons une comparaison des seuils prédéfinis. Par la suite, nous utiliserons une approche complémentaire par la théorie de valeurs extrêmes. Après, nous réaliserons une approche de validation du seuil choisi et ainsi nous définirons le découpage résultant par seuil dans le respect des exigences opérationnelles et les techniques d'atténuation des risques.

Par ailleurs, nous utiliserons essentiellement pour notre étude les triangles de charges de sinistres cumulées (paiements cumulés + provisions dossier/dossier) dans le calcul des montants des Best Estimate plus tôt que les règlements, par le biais de la méthode « Chain Ladder ». En effet, bien qu'il soit préconisable d'utiliser les paiements au lieu de la charge pour les risques à développement court comme « Dommage automobile » et « Responsabilité civile matérielle », nous utiliserons par convention la charge pour toutes les branches dans un souci d'homogénéité de méthodes et pour pallier une éventuelle irrégularité des cadences de paiements.

De plus, l'étude de seuil sera réalisée sur la base des segments de revue prédéfinis et en utilisant les notions de charge, à savoir la charge brute et la charge nette, introduits précédemment.

I. Hypothèses, mesures de réserve et de risque

Afin de vérifier l'adéquation des provisions techniques dans notre étude, nous allons modéliser des triangles cumulés de charge brute avec les hypothèses suivantes :

- Absence d'horizon de stabilisation : Prise en compte de l'ensemble des coefficients de passage, à savoir 18, correspondant aux années de survenance entre 2001 et 2019.
- Profondeur historique complète : Prise en compte de 11 diagonales de facteurs de développement de la méthode « Chain-Ladder », correspondant au développement en 12 années d'inventaire (entre 2008 et 2019).
- Intégration de l'ensemble des coefficients : Sans exclusion des coefficients atypiques.
- Absence de facteur de queue de développement : Nous supposons que la profondeur de développement est suffisante pour modéliser au plus juste l'ensemble des segments de revue, sans effet sur la pertinence escomptée.

La modélisation des provisions techniques, permet d'obtenir des IBNR par segment de revue et par année de survenance. Nous déduisons ainsi les mesures de réserves suivantes :

- Best Estimate Brut de Recours encaissés ou BE= IBNR+ PSAP
- Ultime Charge Brute = Charge Brute + IBNR

Par la suite, nous allons déterminer les mesures de risques inhérentes à notre modélisation qui vont nous permettre d'évaluer sa pertinence :

- L'erreur de Mack : $\sqrt{\widehat{mse} (Ultime Charge Brute)}$
- L'erreur standard relative de Mack : $\frac{\sqrt{\widehat{mse} (Ultime Charge Brute)}}{Ultime Charge Brute}$
- Le coefficient de variation : $\frac{\sqrt{\widehat{mse} (Ultime Charge Brute)}}{Valeur Absolue (BE)}$
- La provision pour risques et incertitude (PRI) :

$$PRI = \text{quantile}_{70\%} \left(\text{loi lognormale ou normale} \left(BE; \sqrt{m\overline{se}} (\text{Ultime Charge Brute}) \right) \right) - E(\text{loi lognormale} (BE; \sqrt{m\overline{se}} (\text{Ultime Charge Brute})))$$

II. Seuils de graves Clés

Dans cette partie, nous introduisons les seuils de graves usuels dans la communication financière au sein de GAN Assurances. Ces derniers constitueront une base de départ pour notre étude de seuil et sont définis comme suit :

- ❖ **Seuil 160 K€** : Il correspond au seuil opérationnel de suivi des sinistres permettant la classification entre attritionnels et graves au 1^{er} Euro.
- ❖ **Seuil 1 500 K€** : Il s'agit du seuil d'écrêtement des comptes sociaux pour séparer les attritionnels ou la sous-crête 1500 K€ des graves ou la sur-crête 1500 K€.
- ❖ **Seuil 500 K€** : il correspond au seuil de graves défini par la norme Groupe, et utilisé dans les reporting financiers Groupe.
- ❖ **Seuil 1000 K€** : Il s'agit d'un seuil intermédiaire utilisé pour le suivi des graves.
- ❖ **Seuil de Réassurance** : Il constitue la priorité, à partir duquel le réassureur intervient pour la prise en charge du sinistre. Ce seuil fait intervenir **la charge nette** pour déterminer la part du sinistre conservée par l'assureur ; Enfin, ce seuil est différent par segment de revue :
 - GAV =>500 K€
 - RC Corp =>4 000 K€
 - RC Mat =>4 000 K€
 - Auto-Dom =>3 000 K€
 - Incendie=>3 000 K€
 - RCG =>4 000 K€

III. Modélisation de l'exhaustivité des Graves 160 K€

Une première approche consiste en une modélisation de l'exhaustivité des Graves 160 K€, sans prendre en compte un seuil de découpage au-delà. Nous ferons une modélisation économique de la charge brute par segments de revue, en appliquant les hypothèses de projection expliquées au début de ce chapitre.

Nous évaluerons la qualité de notre modélisation en utilisant les mesures de risques résultant du calcul des IBNR à partir des triangles de charges cumulées par segment de revue. Nous nous

intéresserons aussi à l'interprétation graphique des cadences de liquidation par mois de développement. Nous avons utilisé une interpolation spline cubique pour déduire un développement mensuel à partir d'un développement annuel.

Dans un premier temps, nous calculerons les mesures de risque relatives à l'erreur de Mack comme suit :

- L'erreur de Mack qui représente l'erreur de prédiction ou l'écart type de la charge ultime Brute.
- Le coefficient (Coeff) de Variation qui est un indicateur de dispersion autour de la moyenne, il est le rapport entre l'erreur de Mack et le Best-Estimate.
- L'erreur relative standard de Mack qui mesure la précision de la modélisation, elle est le rapport entre l'erreur de Mack et l'ultime brute.

Grave dont la Charge Brute est sup à 160 K€	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Erreur de Mack (en K€)	7 353,4	51 456,1	5 093,5	1 037,8	28 172,6	26 122,1
Coeff de variation (en %)	37,7%	8,7%	108,7%	67,9%	10,8%	12,7%
Erreur Relative Standard de Mack (en %)	29,1%	3,8%	12,6%	3,6%	1,8%	7,4%

Dans ce tableau, nous remarquons une distorsion des indicateurs suivant les segments de revue. D'un côté, l'erreur de Mack reflète une forte volatilité sur les segments de revue RC Corp, Incendie, et RCG, en lien avec la prise en compte de sinistres exceptionnels. De l'autre, le coefficient de variation affiche une dispersion importante autour du BE sur les segments de revue GAV, RC Mat et Auto-Dom. De plus, l'erreur relative standard de Mack est conséquente sur les segments de revue GAV, RC Mat et RCG. Nous pourrions conclure que la modélisation des segments de revue RC Corp et Incendie est la plus stable malgré une forte volatilité des triangles.

Dans un second temps, nous calculons les mesures de risques en lien avec les indicateurs de la PRI, à savoir :

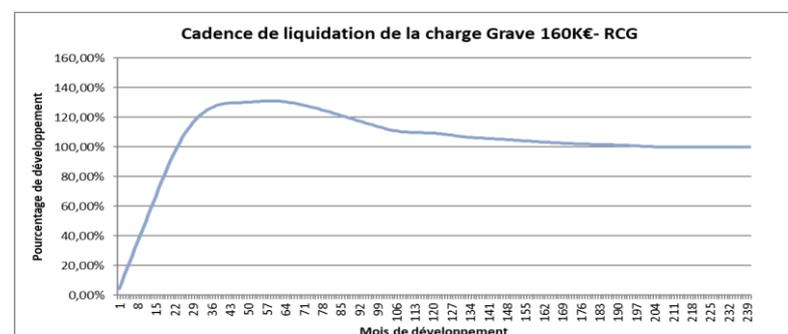
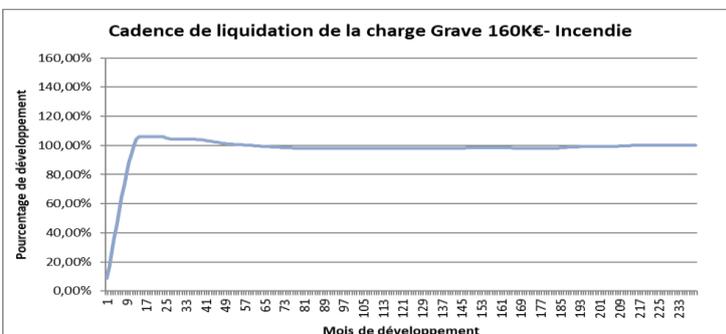
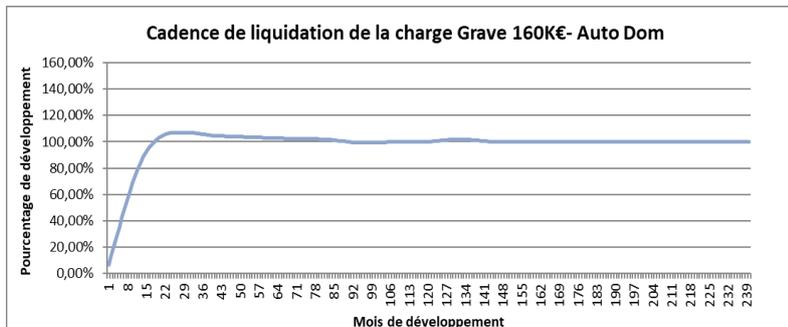
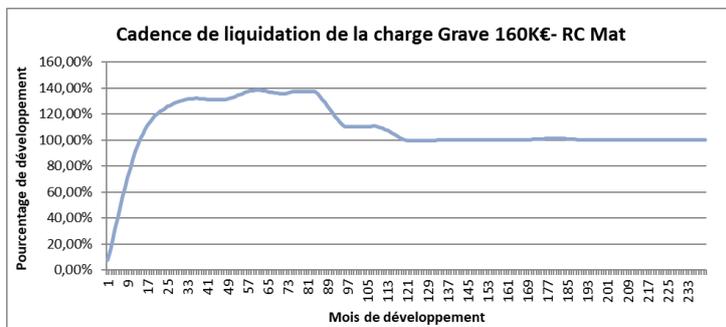
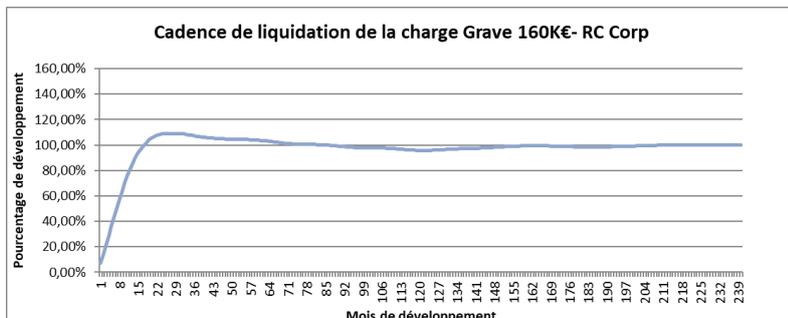
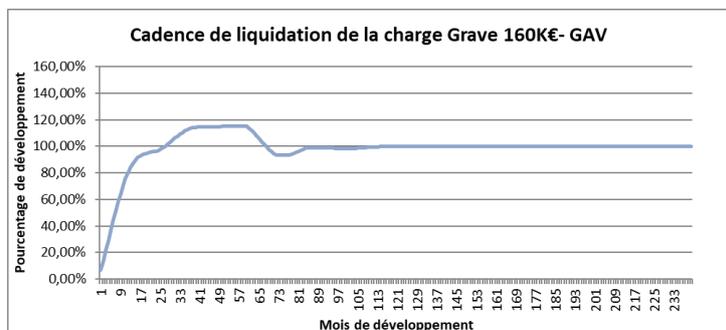
- La PRI ou Provision de risques et incertitude, qui représente l'écart entre un quantile à 70% de la loi log normale inverse ou normale inverse (Suivant si le BE est positif ou négatif) utilisant la valeur de l'Erreur de Mack et du BE pour évaluer le paramètre de la loi, et le BE. Cette provision est une marge de risque explicite qui mesure la pertinence des provisions et la volatilité implicite.
- Le taux de PRI par BE, qui représente le ratio de marge explicite en fonction du BE.
- Le taux de PRI par Erreur de Mack qui est un indicateur de la significativité de la PRI. Le calcul de la PRI est ainsi pertinent si le taux converge vers 50%.

Grave dont la Charge Brute est sup à 160 K€	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
PRI (en K€)	2 590,6	25 225,9	355,6	218,1	13 563,8	12 353,4
PRI/BE (en %)	13,3%	4,3%	7,6%	14,3%	5,2%	6,0%
PRI/Erreur de Mack (en %)	35,2%	49,0%	7,0%	21,0%	48,1%	47,3%

Dans ce tableau, nous nous basons sur les indicateurs de la PRI pour jauger la pertinence du seuil 160 K€ par segment de revue. A l'image de l'erreur de Mack, nous remarquons que le montant de la PRI est considérable pour les segments de revue RC Corp, Incendie et RCG.

Néanmoins, le ratio PRI/Erreur de Mack est proche de 50% ce qui reflète la significativité de cette mesure pour ces segments. Dans ce sens, le taux de PRI/BE est de l'ordre de 5% pour ces segments de revue. Pour les autres segments, à savoir GAV, RC Mat et Auto-DOM, les indicateurs de le PRI ne sont pas significatifs.

En somme, nous exposons les graphiques des cadences de développement cumulées par segment de revue.



Nous observons une irrégularité explicite dans les cadences de développement pour les segments de revue GAV et RC Mat. A l'image des indicateurs en lien avec l'erreur de Mack et de la PRI, les segments de revue RC Corp et Incendie montrent plus de stabilité mais un développement long. Le segment de revue Auto-Dom, qui est à développement court montre une convergence rapide. Enfin, le segment de revue RCG a une cadence de liquidation uniforme qui converge à long terme.

Notre but est de minimiser les valeurs des indicateurs de mesure de risques, et d'uniformiser les cadences de liquidation tout en conservant une quantité de données suffisante.

Conclusion

- ✓ La modélisation de l'exhaustivité des graves mesure une volatilité conséquence des triangles 160 K€ , liée entre autres à l'intégration de graves extrêmes dont la sur-crête est cédée dans le cadre de la réassurance non-proportionnelle. Les mesures de risque résultant de cette modélisation illustrent l'étalement de ces sinistres.
- ✓ Par conséquent, cette tranche ne permet pas d'évaluer économiquement les sinistres graves. En effet, indépendamment de la prudence intrinsèque dans le calcul des provisions, la modélisation économique a pour but une évaluation la plus fine possible des risques associés à chaque produit.
- ✓ Ainsi, nous étudierons la possibilité de minimiser les valeurs des indicateurs de mesure de risques, et d'uniformiser les cadences de liquidation tout en conservant une quantité de données suffisante, pour un suivi pertinent des sinistres. Ce qui nous permettra éventuellement une anticipation au plus juste des déviations futurs.

Dans la partie qui suit, nous allons étudier les résultats de modélisation des graves écrêtés suivant les seuils clés.

IV. Etude de Cas pour définir un seuil de découpage des Graves 160 K€

Nous allons modéliser l'exhaustivité les graves 160 K€ pour chacun des seuils de suivi des graves clés prédéfinis.

Dans un premier temps, nous évaluerons la représentativité de chaque seuil par rapport notre historique de graves 160 K€ au 1er Euro.

Du fait que nous considérons la règle « un grave 1 jour, un grave toujours » pour déterminer les sinistres graves 160 K€, nous utiliserons l'ensemble de la profondeur historique en termes d'inventaire et de survenance pour quantifier cette représentativité.

Nous ferons usage de la fonction quantile empirique (quantile), en prenant en compte la valeur maximale par sinistre*segment de revue*la dernière vision d'inventaire :

Seuil de découpage	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Seuil de Réassurance	76%	98%	99%	100%	99%	98%
Seuil à 1500 K€	91%	93%	97%	99%	97%	95%
Seuil à 1000 K€	84%	89%	95%	97%	93%	90%
Seuil 500 K€	74%	75%	81%	90%	78%	76%

Dans ce tableau de quantiles, nous remarquons que les seuils de découpage définis permettent d'avoir une proportion conséquente de sinistres graves 160 K€, en particulier à partir du seuil 1000 K€ pour lequel le quantile dépasse quasiment 90% sauf pour le segment de revue GAV. Pour ce dernier, un traitement adéquat sera considéré.

En outre, les modélisations effectuées par segment de revue*Seuil de découpage prédéfinis permettent de déduire les mesures de risque. En premier lieu, nous nous aux mesures de risque relative à l'erreur de Mack comme suit :

Seuil de découpage	Mesure de Risque	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Seuil de Réassurance	Erreur de Mack (en K€)	2 657,0	22 472,0	2 428,4	277,6	9 329,4	13 490,8
	Coeff de variation (en %)	55,3%	8,1%	26,1%	58,9%	5,0%	14,1%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	27,8%	2,6%	7,7%	2,2%	0,7%	6,1%
Seuil à 1500 K€	Erreur de Mack (en K€)	3 952,8	18 036,0	2 153,8	1 026,0	8 782,7	11 331,0
	Coeff de variation (en %)	50,1%	10,1%	26,8%	68,3%	5,9%	14,3%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	29,1%	2,9%	7,2%	3,7%	0,8%	5,9%
Seuil à 1000 K€	Erreur de Mack (en K€)	3 028,6	15 209,3	2 116,6	1 034,3	7 138,2	9 494,7
	Coeff de variation (en %)	37,1%	9,7%	28,9%	70,0%	5,8%	15,3%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	22,0%	2,8%	7,4%	3,7%	0,7%	6,0%
Seuil 500 K€	Erreur de Mack (en K€)	2 657,0	11 206,3	1 497,7	1 067,1	4 119,8	6 133,3
	Coeff de variation (en %)	55,3%	10,9%	27,5%	99,5%	5,5%	21,7%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	27,8%	3,1%	7,1%	4,7%	0,6%	6,2%

Dans ce tableau, nous remarquons que l'erreur de Mack a la même tendance d'accroissement du seuil de découpage, sauf pour le segment de revue Auto-Dom. Ce dernier affiche un coefficient de variation important pour l'ensemble des seuils. Cette déviation peut s'expliquer par la non-significativité de la charge grave, d'ailleurs le quantile pour ce segment est supérieur à 90% pour l'ensemble des seuils.

Le coefficient de variation est plus pertinent pour le seuil de réassurance sur les autres segments de revue sauf GAV, pour lequel le seuil à 1000 K€ donne un meilleur résultat.

Pour l'erreur relative standard de Mack, les seuils de réassurance et à 1000 K€ sont plus pertinents par rapports aux autres seuils.

En second lieu, nous déterminerons les indicateurs de la PRI :

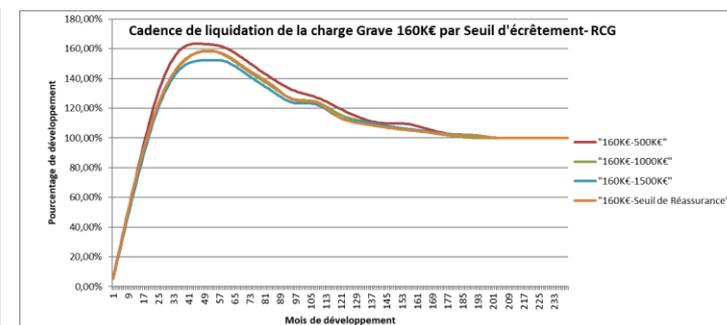
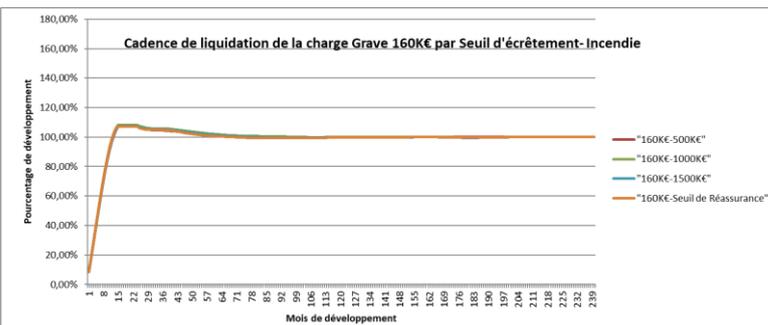
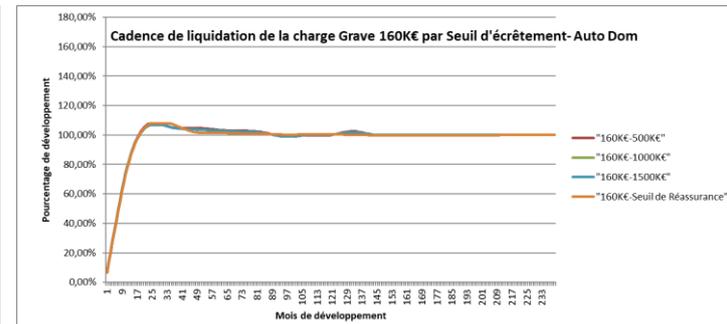
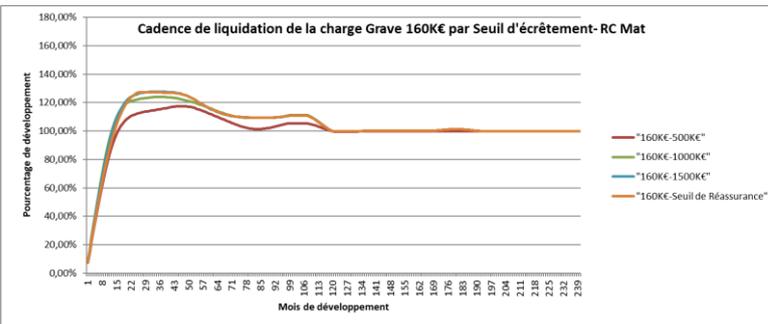
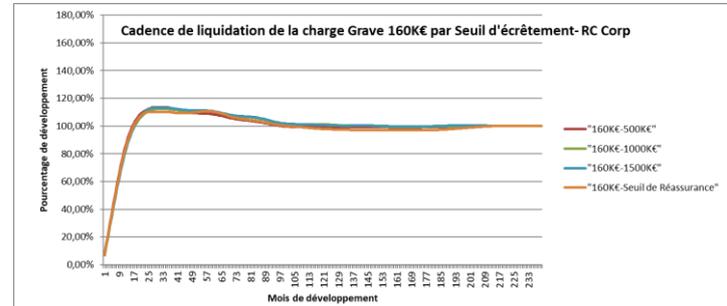
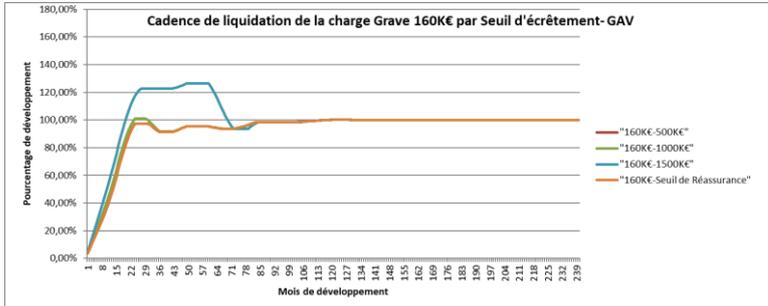
Seuil de découpage	Mesure de Risque	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Seuil de Réassurance	PRI (en K€)	708,1	11 074,8	995,6	69,4	4 715,6	6 296,7
	PRI/BE (en %)	14,7%	4,0%	10,7%	14,7%	2,5%	6,6%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	26,6%	49,3%	41,0%	25,0%	50,5%	46,7%
Seuil à 1500 K€	PRI (en K€)	1 150,7	8 737,5	875,7	213,6	4 408,7	5 276,9
	PRI/BE (en %)	14,6%	4,9%	10,9%	14,2%	2,9%	6,7%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	29,1%	48,4%	40,7%	20,8%	50,2%	46,6%
Seuil à 1000 K€	PRI (en K€)	1 075,8	7 393,0	838,2	208,2	3 584,6	4 378,2
	PRI/BE (en %)	13,2%	4,7%	11,5%	14,1%	2,9%	7,1%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	35,5%	48,6%	39,6%	20,1%	50,2%	46,1%
Seuil 500 K€	PRI (en K€)	708,1	5 390,1	603,7	102,0	2 073,7	2 646,5
	PRI/BE (en %)	14,7%	5,2%	11,1%	9,5%	2,8%	9,4%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	26,6%	48,1%	40,3%	9,6%	50,3%	43,1%

Dans ce tableau, nous constatons que les montants de PRI pour les seuils prédéfinis sont moins importants que la valeur constatée pour le seuil de 160 K€ sans découpage. A l'image des erreurs de Mack et du coefficient de variation, la mesure de l'Auto Dommage n'est pas significative. Pour la GAV, le rapport de la PRI par l'erreur de Mack diverge de 50%. Nous considérons aussi que la PRI n'est pas significative pour ce segment.

Par ailleurs, nous remarquons une convergence vers 50% de ce ratio pour les autres segments de revue (même s'il est moins important pour RC Mat). En termes de taux de PRI par BE, le seuil de réassurance présente un meilleur résultat en dépit du montant de PRI qui est supérieur par rapport aux autres seuils.

Pour l'erreur relative standard de Mack, les seuils de réassurance et à 1000 K€ sont plus pertinents par rapports aux autres seuils.

Nous allons nous pencher sur les cadences de liquidation pour les différents seuils, par segments de revue :



Ainsi, nous constatons dans l'ensemble une accélération de cadence pour le seuil « 1000 K€ » par rapport aux autres seuils. Néanmoins, les cadences du segment de revue « GAV » représentent des disparités pour les différents seuils.

Conclusion

- ✓ A partir des résultats des mesures de risques et des cadences de développement cumulées, nous pourrions déduire que le seuil de découpage adéquat à notre modélisation se situe entre « 1000 K€ » et le « Seuil de Réassurance » pour l'ensemble des segments de revue mis à part la GAV et l'Auto-Dom.
- ✓ Pour l'Auto-Dom, nous remarquons que la volatilité des triangles est importante indépendamment du seuil de découpage. Nous constatons aussi que les cadences de liquidation sont uniformes. Au vue du seuil de réassurance équivalent à l'incendie, nous retiendrons par convention un seuil équivalent que les autres segments de revue.
- ✓ Pour la GAV, nous retiendrons le « seuil de réassurance » au vue de la faible priorité (500 K€).

Dans la partie suivante, nous ferons usage de la théorie des valeurs extrêmes pour identifier le seuil de découpage adéquat à notre approche.

V. Approche subsidiaire : Théorie des valeurs Extrêmes

Pour déterminer le bon seuil de découpage des graves 160 K€ et afin de valider les résultats précédents, nous allons nous appuyer sur les graphes de la moyenne des excès (Mean Excess Plot) et sur l'estimateur de Hill de la théorie des valeurs extrêmes.

1. Aspect théorique sur les méthodes utilisées

o Loi des excès

Soit X une variable aléatoire de fonction de répartition F et de point terminal x_F .

Pour tout $u < x_F$, la fonction

$$F_u(x) = P [X - u \leq x \mid X > u], x \geq 0$$

Est appelée fonction de répartition des excès au-dessus du seuil u .

Par définition des probabilités conditionnelles, F_u peut être également définie par

$$F_u(x) = \frac{F(u+x) - F(u)}{1 - F(u)} \text{ si } x \geq 0 \text{ et } 0 \text{ sinon}$$

Notons $Y = X - u$ pour $X > u$ et pour n valeurs observées X_1, \dots, X_n , nous pouvons écrire $Y_j = X_j - u$ telle que i est l'indice du j -me excès et $j = 1, \dots, N_u$

De plus, nous approchons la loi des excès (Y_1, \dots, Y_{N_u}) par une loi de Pareto Généralisée $GPD_{\xi, \sigma}$ (Generalized Pareto Distribution) que nous présentons ci-dessous.

o Loi de Pareto Généralisée

Soit $\sigma(u)$ une fonction strictement positive et $\xi \in \mathcal{R}$. La loi de Pareto Généralisée a pour fonction de répartition $G_{\xi, \sigma}$:

$$G_{\xi, \sigma(u)}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma(u)}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\sigma(u)}\right) & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

Où $y \geq 0$ si $\xi \geq 0$ et $0 \leq y \leq -\frac{\sigma(u)}{\xi}$ si $\xi < 0$

o Mean Excess Plot

Le mean Excess Plot appelé aussi le Mean Residual life Plot est un outil spécifique pour retenir le seuil performant.

Le mean Excess Plot est le graphe des points $(u, e(u))$ où $e(u)$ est la moyenne des excès au-delà du seuil u , définie par :

$$e(u) = E(Y \mid X > u)$$

La fonction moyenne des excès est représentée en fonction du seuil u . Elle permet de décrire la prédiction du dépassant du seuil u quand l'excès se produit.

Si (Y_1, \dots, Y_{N_u}) suivent la loi de $GPD_{\xi, \sigma}$, alors pour $\xi < 1$,

$$E(Y | X > u) = \frac{\xi}{1 - \xi} u + \frac{\sigma}{1 - \xi}$$

Dans ce cas, le seuil à retenir u , est celui pour lequel la moyenne des excès est approximativement linéaire.

○ **L'estimateur de Hill**

La définition de queue de distribution de type Pareto peut être écrite comme

$$\frac{1 - F(ux)}{1 - F(u)} \rightarrow x^{-\frac{1}{\xi}} \text{ quand } u \rightarrow \infty \text{ pour tout } x > 1$$

En effet, cette définition découle du fait que

$$P\left(\frac{X}{u} > x \mid X > u\right) \sim x^{-\frac{1}{\xi}} \text{ pour } u \text{ très grand et } x > 1$$

Soit $Z_j = \frac{X_i}{u}$, pour $X_i > u$ tel que i est l'indice du j -me excès et $j = 1 \dots N_u$

Ainsi, nous écrivons la log vraisemblance, $\log L$ selon

$$\log L(Z_1, \dots, Z_{N_u}) = -N_u \log \xi - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{j=1}^{N_u} \log Z_j$$

Alors,

$$\frac{d \log L}{d \xi} = -\frac{N_u}{\xi} + \frac{1}{\xi^2} \sum_{j=1}^{N_u} \log Z_j = 0 \leftrightarrow \xi = \frac{1}{N_u} \sum_{j=1}^{N_u} \log Z_j$$

Choisissons pour le niveau d'excès u la valeur de la statistique d'ordre $X_{n-k,n}$ et remplaçant N_u par k , on obtient l'estimateur de Hill (1975) défini par :

$$\hat{\xi}_{k,n}^{Hill} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log X_{n-j+1,n} - \log X_{n-k,n}$$

Pour un échantillon de taille n fixé, on trace le diagramme de Hill $\hat{\xi}_{k,n}^{Hill}$ en fonction de k . On est alors confronté au dilemme suivant : si k est petit, on a une estimation avec un intervalle de confiance large ; si k est grand, l'intervalle de confiance est plus étroit, mais il faut tenir compte d'un biais inconnu.

2. Aspect Pratique

Le seuil optimal est déterminé selon une approche statistique, en application de la théorie des valeurs extrêmes.

En termes de données, nous allons réaliser notre approche sur les sinistres graves à date (pas d'application du principe grave un jour grave toujours).

Nous considérons ainsi les dossiers dont la charge brute est supérieure à 160 K€ tous exercices de survenance confondus, tout en tenant compte de la vision d'inventaire la plus récente à laquelle le dossier dépassait 160 K€.

Nous nous intéresserons par la suite essentiellement aux excès, correspondant aux sinistres dont la charge brute dépasse un seuil.

De ce fait, nous tenons compte pour ne pas biaiser notre base d'étude que les segments de revue qui ont une charge grave au sein du dossier, qui sont représentés dans le tableau suivant :

	Nombre d'excès Grave 160 K€
GAV	66
RC Corp	2945
RC Mat	113
Auto-Dom	2
Incendie	3785
RCG	1019

(a) Cas des segments de revue GAV et Auto-Dom :

- **GAV** : Le nombre de graves 160 K€ du segment de revue « GAV » n'est pas significatif ; De plus, le nombre de graves dépassant le seuil de réassurance est de 8. Ce volume est insuffisant pour notre approche.

Ainsi, nous retenons pour le segment de revue « GAV » le seuil de réassurance pour la modélisation des graves 160 K€.

- **Auto-Dom** : Le volume de graves 160 K€ du segment de revue « Auto-Dom » est faible et est insuffisant pour notre étude.

Ainsi, les résultats de ce segment n'auront pas d'impact sur le choix de seuil des graves.

(b) Application sur les autres segments de revue :

Au vue du faible volume du segment de revue « RC Mat », nous effectuerons notre étude sur la Ligne de Business « Responsabilité Civile » intégrant les segments de revue « RC Corp » et « RC Mat ».

Pour les segments de revue « Incendie » et « RCG », nous les traiterons séparément.

En outre, nous présentons au sein des graphes étudiés les seuils de découpage pertinents que nous avons étudié dans la précédente partie à savoir : Seuil à 1000 K€, Seuil à 1500 K€ et le Seuil de Réassurance.

➤ **Estimateur de la moyenne des excès (Means Excess Plot)**

Nous allons exposer les graphes de la moyenne des excès ;

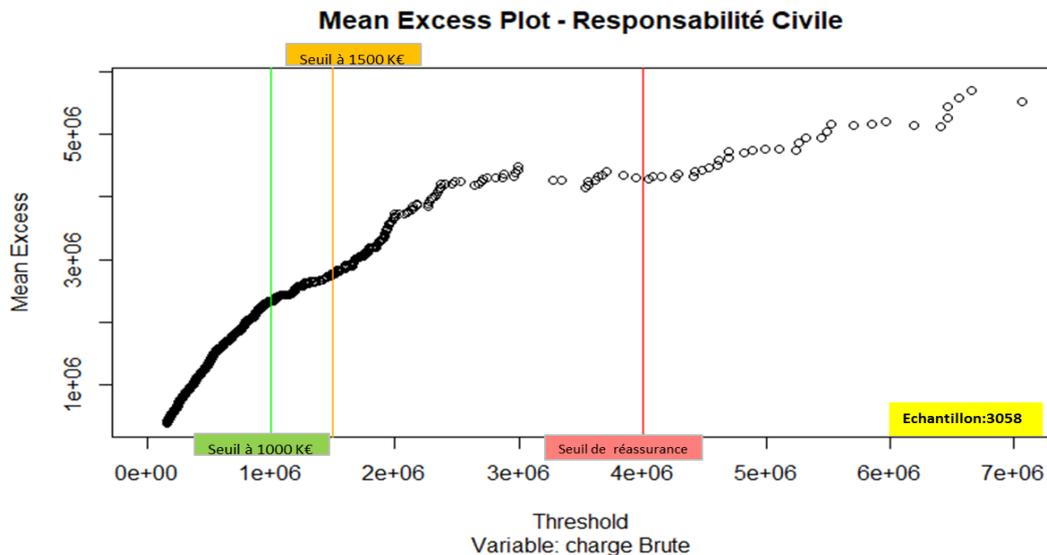
Notons X la variable aléatoire associée à la charge Brute et \hat{k} le seuil optimal des graves à déterminer parmi l'ensemble des valeurs possibles de k .

Ainsi notre estimation graphique consiste en une visualisation des points qui se présentent sous la forme d'une droite.

Enfin, nous exposons les graphes par risque, tout en exposant les seuils prédéfinis.

Pour le seuil de réassurance, même si nous calculons la condition de découpage sur la charge nette, nous avons considéré *un Proxy* dans l'affichage du graphe « en supposant que ce seuil est aussi applicable sur la charge brute ».

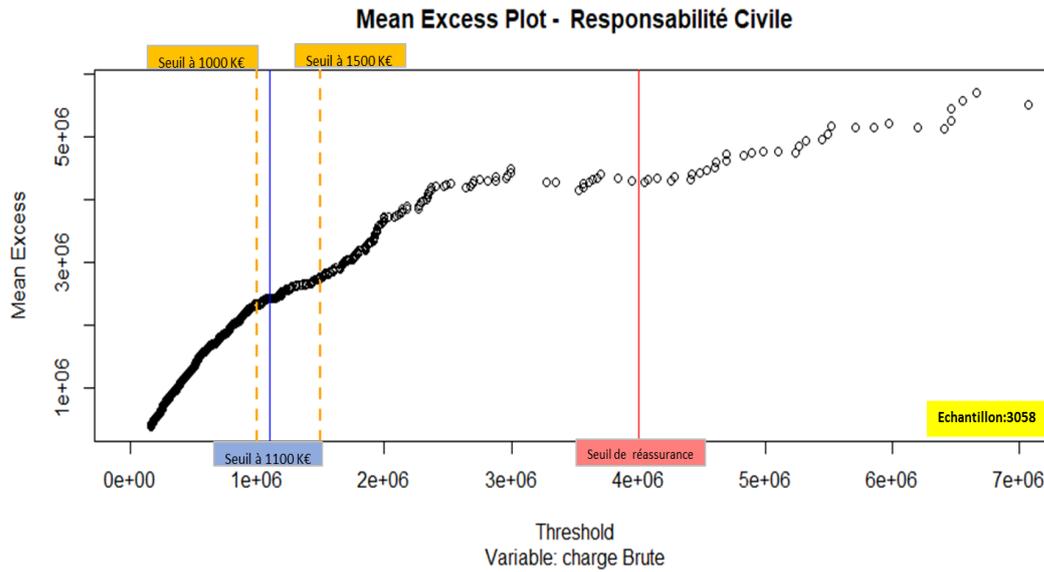
i. Responsabilité Civile « Auto »



Dans ce graphique de la moyenne des excès de la Lob Responsabilité Civile « Auto », nous observons des instabilités à plusieurs niveaux de seuil :

- Pour la plage au-delà du seuil de réassurance, un changement de pente accompagné d'une linéarité par intermittence est perceptible.
- Pour l'intervalle [1500 K€, Seuil de Réassurance], nous remarquons une forme ascendante mais perturbée avec des pentes.
- Pour l'intervalle [1000 K€, 1500 K€], nous remarquons un léger changement de pente dans la première parcelle de la plage mais avec une linéarité qui se dessine sur la majorité restante.

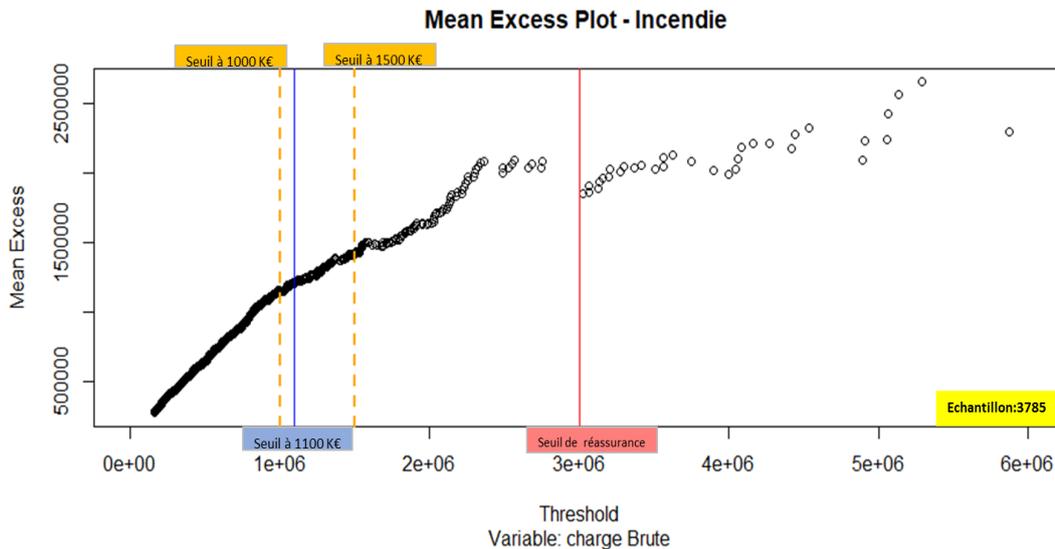
Nous introduisons un nouveau seuil à 1100 K€, qui sera présent au niveau du changement de pente entre les seuils 1000 K€ et 1500 K€ comme suit :



Dans ce graphique, nous constatons une forme linéaire malgré une légère pente sur le premier fragment entre de l'intervalle [1100 K€, 1500 K€].

ii. Incendie

Pour l'évaluation du « Mean Excess Plot » du segment de revue incendie, nous intégrons le nouveau seuil à 1100 K€ comme pour la Lob Responsabilité Civile.



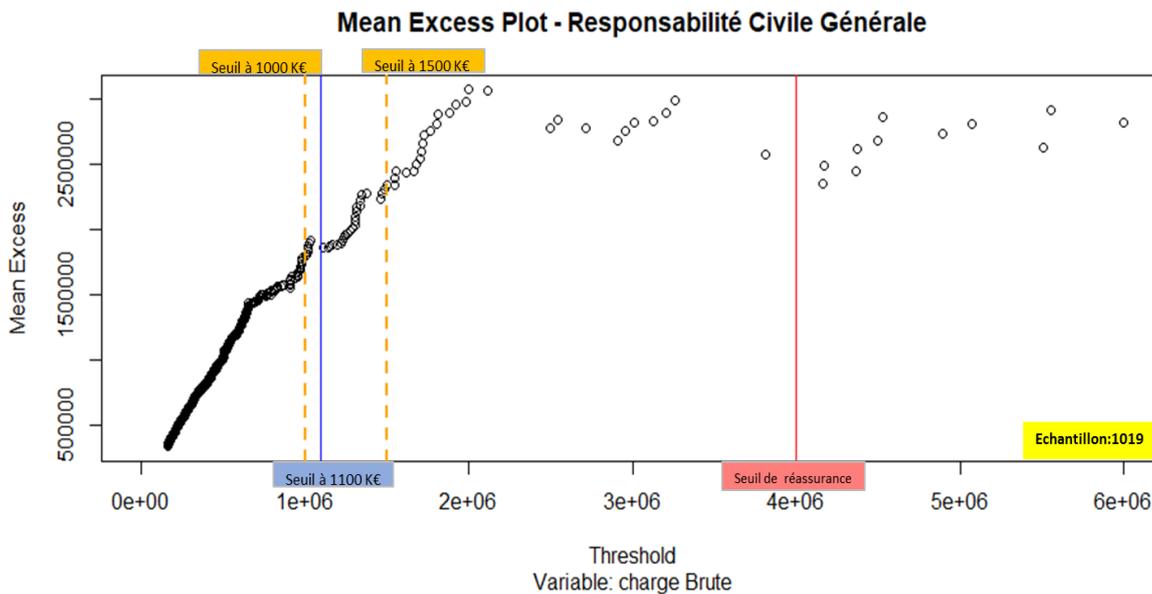
Dans ce graphique de la moyenne des excès du segment de revue Incendie, nous observons quasiment le même comportement que pour la Lob Responsabilité Civile à savoir :

- Pour la plage au-delà du seuil de réassurance, un changement de pente est présent sur plusieurs parcelles. Au vue du faible volume, nous pourrions difficilement conclure sur la présence d'une forme linéaire apparente.

- Pour l'intervalle [1500 K€, Seuil de Réassurance] nous avons une présence accrue de pentes.
- Pour l'intervalle [1000 K€, 1500 K€], nous remarquons une forme linéaire avec une perturbation légère en particulier à partir du seuil 1000 K€ et jusqu'à la dernière parcelle de cette plage. Cela s'applique aussi à l'intervalle [1100 K€, 1500 K€].

iii. Responsabilité Civile Générale

Comme pour les autres risques étudiés, nous illustrons aussi le seuil à 1100 K€ pour le segment de revue RCG.



Dans le graphique pour le segment de revue RCG, nous observons une instabilité de la fonction moyenne des excès au-delà de l'ensemble des seuils étudiés. Nous remarquons un changement de pente important pour l'ensemble des plages de seuil ; Par ailleurs, nous constatons une forme linéaire à partir du seuil 500 K€ bien que les mesures de risques pour ce dernier ne soient pas pertinentes par rapport aux autres seuils pour ce risque.

➤ **Graphique de l'estimateur de Hill**

Pour approfondir notre approche sur l'étude du seuil de découpage, nous allons utiliser le graphique de l'estimateur de Hill qui est un bon indicateur dans l'aide à la décision ;

Comme précisé dans la partie théorique, l'estimateur de Hill donnée par $\xi_{j,n}^{Hill}$ permet d'estimer le quantile extrême à travers l'indice de queue de distribution, noté **alpha** qui correspond à $1/\xi_{j,n}^{Hill}$;

Ainsi, le « Hill Plot » permet d'estimer l'indice de queue de distribution en fonction du nombre d'excès de chaque seuil. Ces derniers sont ordonnés.

De ce fait, le seuil optimal de découpage des graves est déterminé par \hat{k} comme celui à partir duquel l'estimateur se stabilise.

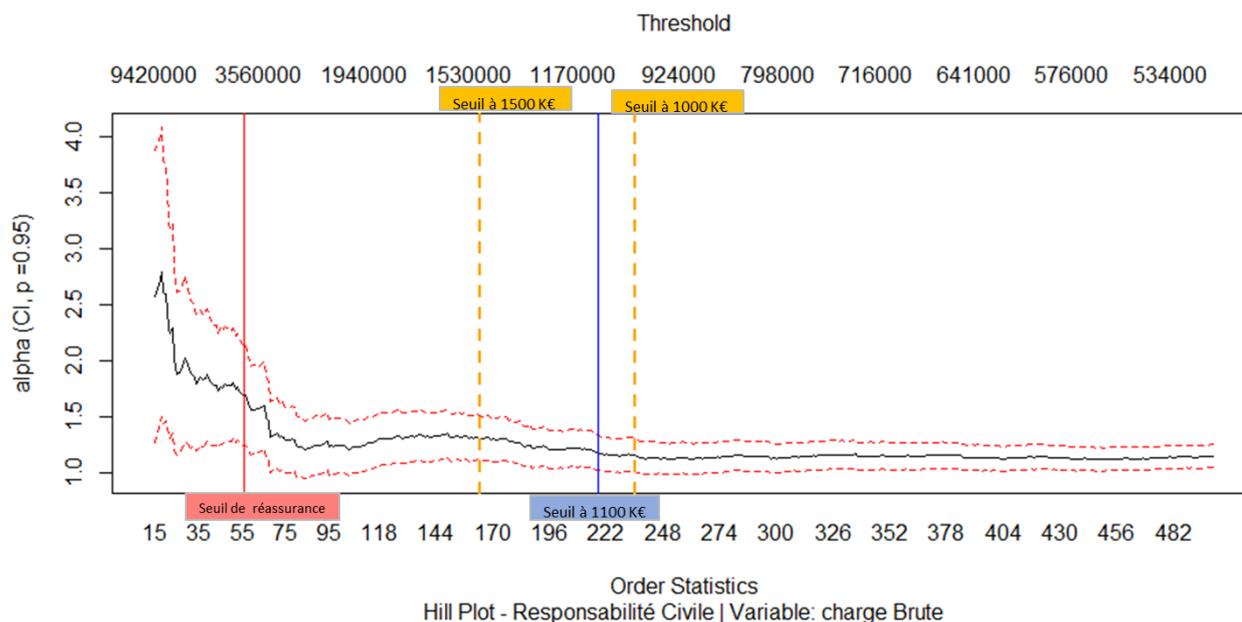
Enfin, nous présentons le nombre des excès par seuil prédéfini, pour chaque matrice de données concernée par l'étude comme suit :

Nombre d'excès par seuil	Responsabilité Civile Auto	Incendie	Responsabilité Civile Générale
Seuil à 1000 K€	235	236	78
Seuil à 1100 K€	218	207	71
Seuil à 1500 K€	164	130	46
Seuil de Réassurance	56	38	18

Comme pour le graphe de la moyenne des excès, nous présentons les graphes par risque en mettant en évidence les seuils prédéfinis en utilisant la charge Brute.

i. Responsabilité Civile « Auto »

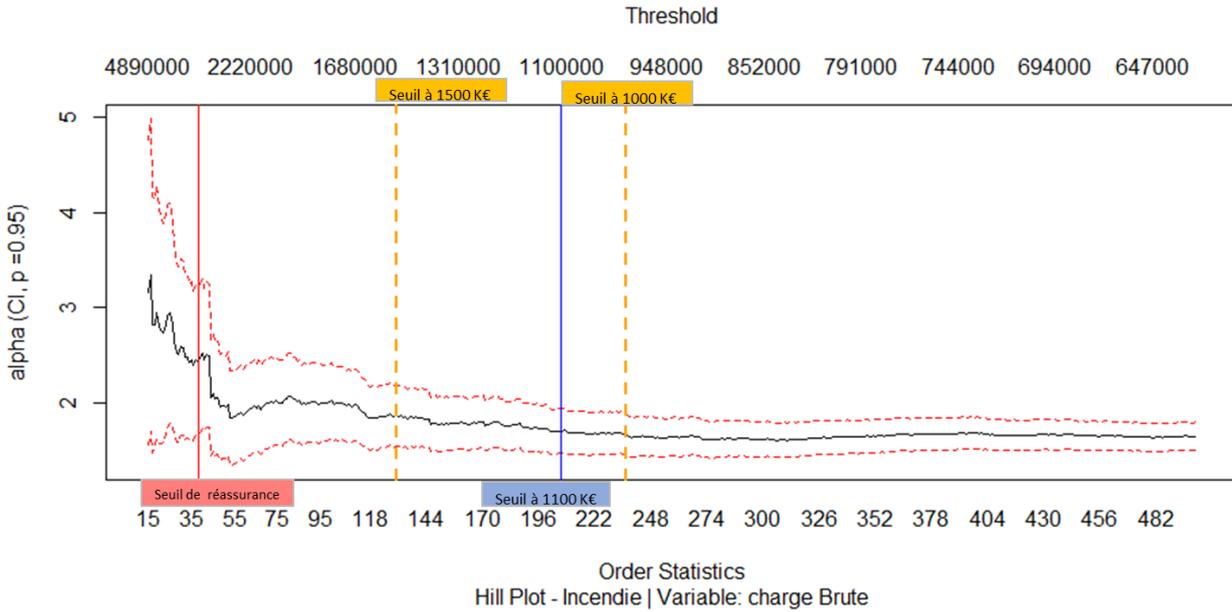
Le graphique de l'estimateur de Hill ci-après présente l'indice de queue de distribution « alpha » en fonction des excès au-delà de chaque seuil, pour la lob Responsabilité Civile. Nous distinguons chacun des seuils prédéfinis à travers le nombre des excès ci-dessus.



Pour ce graphique, nous remarquons que pour le seuil de réassurance, l'estimateur de Hill n'est pas stable à l'image de l'intervalle de confiance inhérent. Par ailleurs, nous constatons que pour le seuil à 1500 K€, l'estimateur est quasiment stable mais l'intervalle de confiance reste partiellement large. En revanche, pour les seuils à 1100 K€ et 1000 K€, l'estimateur est constant avec un intervalle de confiance étroit.

ii. Incendie

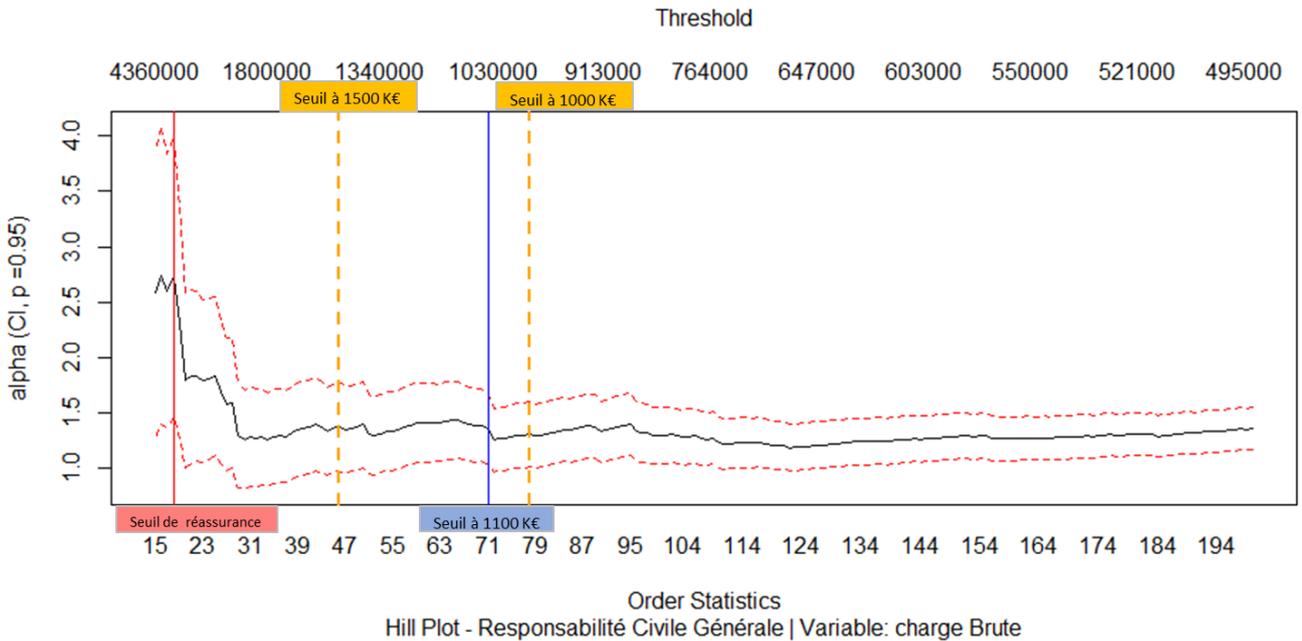
Nous présentons par la suite, le graphique de l'estimateur de Hill pour segment le de revue Incendie en fonction des nombres des excès.



Pour ce graphique, notre interprétation est équivalente au constant sur la lob « Responsabilité Civile ». En effet, le seuil de réassurance n'est pas stable. De plus, le seuil à 1500 K€ affiche une stabilité mais l'intervalle de confiance associé est large. De même, les seuils à 1100 K€ et à 1000 K€ affichent une meilleure stabilité de l'estimateur avec un intervalle de confiance étroit.

iii. Responsabilité Civile Générale

Enfin, nous présentons le graphe de l'estimateur de Hill pour le segment de revue « RCG »



Pour ce graphique, nous remarquons une instabilité à des niveaux différents entre les différents seuils :

- Le seuil de réassurance n'est pas stable comme pour les autres risques.
- L'estimateur de Hill présente des perturbations pour le seuil à 1500 K€, en particulier nous remarquons que l'intervalle de confiance est important.
- Les seuils à 1000 K€ et à 1100 K€ ont un comportement similaire. L'estimateur pour ces seuils n'est pas complètement stable, de plus l'intervalle de confiance est versatile.
- Le seuil à partir de 700 K€ présente plus de stabilité.

Enfin, nous présentons le graphe de l'estimateur de Hill pour le segment de revue « RCG »

Conclusion

- ✓ Au vu des résultats des graphes de la moyenne des excès et de l'estimateur, nous retenons les seuils à 1000 K€ et à 1100 K€ pour le découpage des graves bien que le seuil de réassurance ait montré des résultats pertinents en termes de d'erreur de Mack et de PRI.
- ✓ Dans la partie qui suit, nous comparons entre ces deux seuils à travers les mesures de risques et les cadences de liquidation cumulées pour définir le seuil adéquat à notre approche.
- ✓ Dans la dernière partie, nous définirons une nouvelle segmentation des graves 160 K€ qui tient compte des résultats obtenus

VI. Validation du seuil de découpage

A travers les études réalisées, nous concluons que les seuils de découpage 1 000 K€ et 1 100 K€ sont les plus pertinents pour la modélisation des segments de revue hors GAV.

Pour rappel, nous choisissons de retenir le seuil de réassurance à 500 K€ comme seuil de découpage à considérer pour le segment de revue « GAV ».

En termes de représentativité, ces seuils ont pour quantile :

Seuil de découpage	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Seuil 1100 K€	90%	96%	98%	94%	91%
Seuil 1000 K€	89%	95%	97%	93%	90%

Nous constatons que la dispersion de la charge brute est quasi-équivalente entre ces deux seuils.

Par la suite, nous utilisons les mesures de risques pour comparer entre ces deux seuils.

Dans un premier temps, nous calculons l'erreur de Mack, le coefficient de variation, et l'erreur relative standard de Mack.

Seuil de découpage	Mesure de Risque	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Seuil à 1 100 K€	Erreur de Mack (en K€)	15 515,7	2 149,1	1 032,4	7 365,1	9 384,9
	Coeff de variation (en %)	9,6%	26,7%	69,6%	5,7%	14,9%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	2,7%	7,3%	3,7%	0,7%	5,8%
Seuil à 1 000 K€	Erreur de Mack (en K€)	15 209,3	2 116,6	1 034,3	7 138,2	9 494,7
	Coeff de variation (en %)	9,7%	28,9%	70,0%	5,8%	15,3%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	2,8%	7,4%	3,7%	0,7%	6,0%

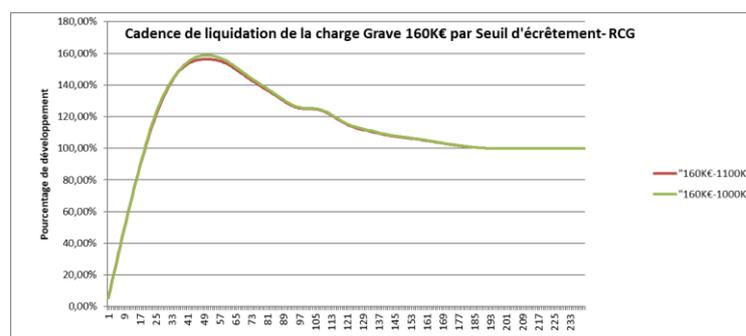
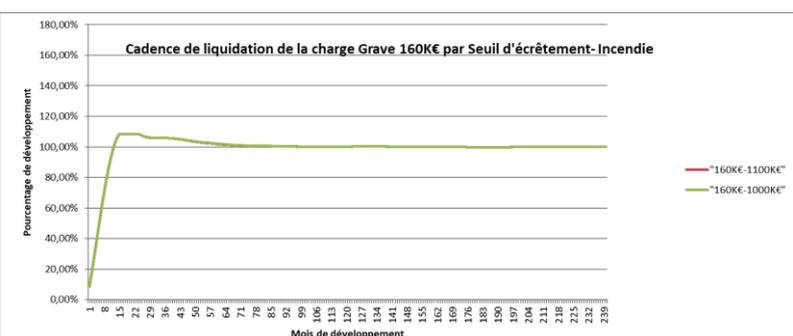
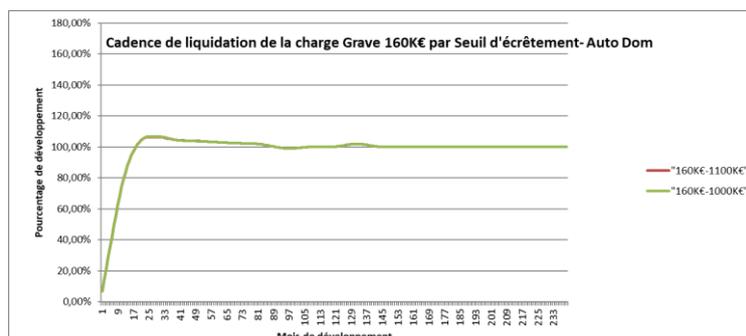
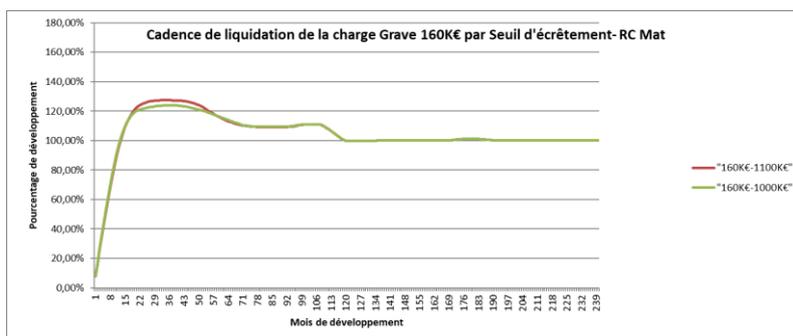
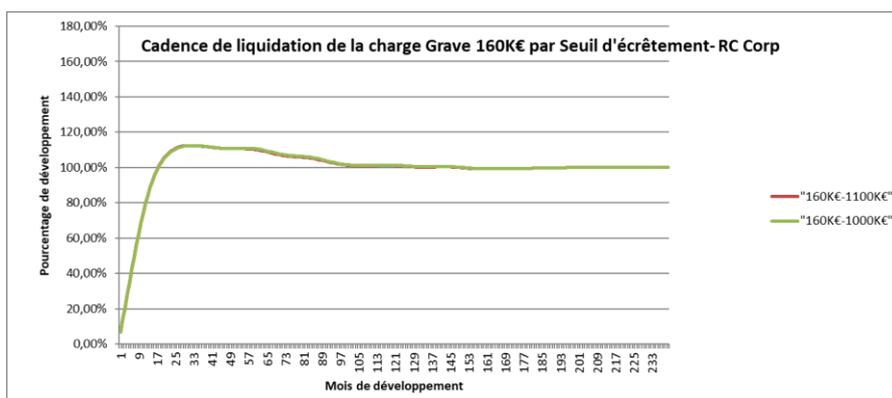
Dans ce tableau, nous remarquons que l'erreur de Mack pour le seuil à 1100 K€ est partiellement supérieure au seuil à 1000 K€. Néanmoins, nous constatons que le coefficient de variation et que l'erreur relative standard de Mack sont plus faibles pour le seuil à 1100 K€ par rapport au seuil à 1000 K€. Nous déduisons que la modélisation résultante du découpage à 1100 K€ est plus stable que pour le seuil à 1000 K€.

Dans un second temps, nous déterminons les indicateurs de la PRI comme suit :

Seuil de découpage	Mesure de Risque	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Seuil à 1100 K€	PRI (en K€)	7 548,9	875,2	209,4	3 700,8	4 345,9
	PRI/BE (en %)	4,7%	10,9%	14,1%	2,9%	6,9%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	48,7%	40,7%	20,3%	50,2%	46,3%
Seuil à 1000 K€	PRI (en K€)	7 393,0	838,2	208,2	3 584,6	4 378,2
	PRI/BE (en %)	4,7%	11,5%	14,1%	2,9%	7,1%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	48,6%	39,6%	20,1%	50,2%	46,1%

Comme conclu dans les précédents paragraphes, la PRI n'est pas significatif pour le segment de revue Auto-Dom. Pour les autres segments de revue, nous constatons une quasi-convergence de taux de PRI par rapport à l'erreur de Mack à 50% (Sauf pour le RC Mat dont la valeur est proche de 40%). A ce propos, nous constatons un taux de PRI par BE plus faible pour le seuil à 1100 K€ que pour le seuil à 1000 K€ malgré un montant de PRI partiellement important.

Enfin, nous illustrons les graphes de cadences de liquidations cumulées pour ces deux seuils :



En définitive, les cadences de liquidation convergent à horizon long et montrent des perturbations expliquées notamment par des évolutions récentes dans la gestion de sinistres.

Conclusion

- Bien que les graphiques de cadences de liquidation soient uniformes pour les deux seuils à 1000 K€ et à 1100 K€, les mesures de risque présentent un avantage en termes de volatilité et de dispersion réduites pour le seuil à 1100 K€.
- Nous déduisons ainsi que le seuil de découpage à 1100 K€ au 1^{er} Euro est le plus adéquat pour la classification par tranche des graves associés aux segments de revue hors GAV.

VII. Synthèse de l'étude de classification par seuil

Les études de seuil réalisées nous ont permis de déterminer le seuil de découpage le plus adapté pour modéliser les graves 160 K€, à savoir le seuil à 1100 K€.

De plus, les résultats ont montré que les seuils à 1000 K€ et de réassurance sont pour autant appropriés comme seuils de graves. En outre, l'absence de découpage a pour conséquence une volatilité importante des triangles.

En outre, les sinistres exceptionnels sont couverts au-delà de la priorité fixée par le seuil de réassurance ; Cet excédent est pris en compte dans le solde de réassurance pour le calcul de la marge économique nette et a un impact de second ordre sur notre ratio combiné.

De ce fait, nous allons effectuer une classification des graves en trois tranches :

- ✚ Graves de masse : Graves 160 K€ écrêtés à 1100 K€ sauf pour le segment de revue « GAV » pour lequel le découpage se fait au seuil de réassurance.
- ✚ Graves lourds : Graves 160 K€ dépassant le seuil de 1100 K€ et écrêtés au seuil de réassurance ; Cette tranche n'intègre pas les sinistres associés au segment de revue « GAV ».
- ✚ Graves excédentaires : Graves 160 K€ dépassant le seuil de réassurance ; Cette tranche inclut l'ensemble des segments de revue.

✓ **Graves de masse**

Comme évoqué précédemment, nous appellerons **Graves de masse** : les graves dont la charge brute au 1^{er} Euro est comprise entre 160 K€ et 1100 K€ pour les segments de revue Hors GAV ; Pour la GAV, cette appellation sera appliquée pour les sinistres dont la charge brute au 1^{er} Euro est supérieure à 160 K€ et la charge nette au 1^{er} Euro est inférieure au seuil de réassurance de 500 K€.

Le tableau suivant, présente le nombre de graves de masse vu au 31/12/2019 tous exercices confondus

Inventaire 31/12/2019	Nombre de sinistres Graves de Masse
GAV	49
RC Corp	2655
RC Mat	1787
Auto-Dom	1999
Incendie	3580
RCG	1044

Conclusion

- La tranche des graves de masse, avec le seuil à 1100 K€, a montré des résultats concluants dans l'étude de seuil de découpage.
- De ce fait, nous retiendrons une modélisation actuarielle pour cette classe de graves.

✓ **Graves lourds**

La tranche des **Graves Lourds**, par sa définition contient des sinistres exceptionnels mais dont la charge n'atteint pas la priorité du traité d'excédent de sinistres.

Ainsi, La charge brute inhérente est supérieure au seuil des graves de masse (1100 K€), et conditionnée par une charge nette inférieure au seuil de réassurance.

De plus, une modélisation actuarielle sera réalisée pour ce seuil.

Notons que cette tranche n'est pas affectée au segment de revue « GAV ».

Nous présentons, dans le tableau suivant, le nombre de sinistres de cette tranche à l'inventaire du 31/12/2019 toutes survenances confondues :

Inventaire 31/12/2019	Nombre de sinistres Graves Lourds
RC Corp	215
RC Mat	152
Auto-Dom	156
Incendie	213
RCG	68

Le volume faible des dossiers lourds pourrait rendre les cadences moins stables.

Par la suite, nous allons vérifier les mesures de risques pour cette tranche à travers les deux tableaux suivants :

Seuil de découpage	Mesure de Risque	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Graves Lourds	Erreur de Mack (en K€)	19 123,9	363,2	37,8	6 086,8	17 979,5
	Coeff de variation (en %)	16,8%	34,1%	526,7%	10,3%	55,4%
	Erreur Relative Standard de Mack (en %)	6,9%	19,8%	5,4%	1,9%	30,7%

Nous constatons dans ce tableau une forte volatilité du segment de revue Auto-Dom à travers le coefficient de variation, cela est expliqué par la discontinuité des triangles de charges de ce segment. Par le biais du même indicateur, nous remarquons une volatilité accrue sur les segments de revue « RC Mat » et « RCG » par rapport aux chiffres associés aux graves de masse de ces mêmes segments de revue. En particulier pour la « RCG » qui présente une erreur relative de Mack conséquente. Par ailleurs, les segments de revue « RC Corp » et « Incendie » présentent une estimation précise malgré une volatilité de Mack ascendante par rapport aux graves de masse.

Seuil de découpage	Mesure de Risque	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
Graves Lourds	PRI (en K€)	8 688,4	134,5	-	2 942,9	4 785,0
	PRI/BE (en %)	7,6%	12,6%		5,0%	14,7%
	PRI/Erreur de Mack (en %)	45,4%	37,0%		48,3%	26,6%

Comme expliqué précédemment, la PRI reflète la volatilité des triangles par son approximation avec l'erreur de Mack. Pour les segments de revue « RC Corp » et « Incendie », nous avons presque $PRI \approx 50\% \cdot \sigma_{10b}$, mais le poids de la PRI par rapport au Best_Estimate reste importante par rapport à celle observée sur les graves de masse. Néanmoins, le segment de revue « RC Mat » présentent des indicateurs PRI uniformes de ceux sur les graves de masse. Pour le segment de revue « RCG », la PRI observée est faible par rapport à l'erreur de Mack qui pourrait être expliqué par le volume de Best_Estimate, que reflète ainsi un poids de PRI/BE important. Enfin, le segment de revue « Auto-Dom » a une PRI nulle en lien, qui traduit de la dispersion de la volatilité de Mack autour de la moyenne.

Conclusion

- Les graves lourds représentent une volatilité importante pour les segments de revue à développement long , notamment « RC Corp » et « RCG » qui sont impactés par la variation de taux d'intérêt sur cette tranche de sinistre.
- L'étude segments de revue « RC Mat » et « Auto-Dom » illustrent une quantité de données réduite pour cette tranche, ce qui augmente l'étalement des sinistres.
- Cette tranche ne comporte pas les sinistres associés au segment de revue « GAV ».
- De ce fait, nous retiendrons une modélisation actuarielle tout en faisant attention

✓ **Graves Excédentaires**

Comme précisé, les **Graves Excédentaires** sont les sinistres dont la charge nette est supérieure au seuil de réassurance associé à chaque segment de revue. Ainsi, la charge nette dépassant la priorité est cédée jusqu'à la portée prédéfinie.

Ces graves sont cédés et sont présent au solde de réassurance, utilisée pour calculer la marge économique nette.

Pour cette tranche, nous ne faisons pas de modélisation actuarielle.

Néanmoins, nous transmettons la liste des graves excédentaires de l'inventaire à date (Sans appliquer le principe de grave un jour, grave toujours utilisé pour les graves de masse et graves lourds) à la Direction indemnisation pour avoir un « Dire d'expert » ou « Second regard » sur le dossier pour anticiper un éventuel Boni-Mali de liquidation. Nous nous intéressons qu'aux segments de revue du dossier présentant des excès même si le dossier peut en compter plusieurs.

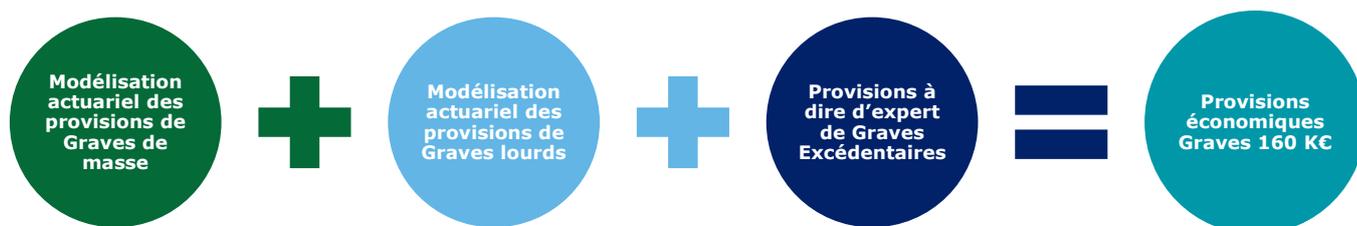
Au 31/12/2019, les nombre des excès est présenté dans le tableau suivant :

Inventaire 31/12/2019	Nombre d'excès au- delà du seuil de réassurance
GAV	12
RC Corp	53
RC Mat	1
Auto-Dom	0
Incendie	38
RCG	20

Conclusion

- Les graves excédentaires sont concernées par une évaluation de la direction indemnisation de GAN Assurances à dire d'expert, ce qui permet d'obtenir une vision économique qui réduit la marge explicite liée à la cogestion des graves avec le Groupe
- La revue des provisions des graves excédentaire engendra un nouveau calcul de la cession de réassurance et par la suite la modification du solde de réassurance.

Ainsi, nous aurons :



Optimisation du Compte de résultat économique : Mise en place d'une segmentation de référence

Nous avons identifié dans le précédent chapitre, une approche de découpage des graves qui répond à notre besoin de modélisation et aux exigences opérationnels. Nous avons défini ainsi une classification par seuil de découpage comme suit : Attritionnels (au seuil 160 K€), Graves de Masse, Graves Lourds, et Graves Excédentaires. De plus, nous avons déterminé une approche de modélisation des IBNR pour ces différentes tranches.

En parallèle de cette distinction par classe de charges, une segmentation par profil de risque de chaque produit est primordiale. Elle permet la prise en compte du comportement de chaque produit et de la cadence de liquidation des sinistres associée.

La méthode actuelle retient le segment de revue comme maille de modélisation, et des clés de répartition pour affecter la part de chaque produit sur la base des provisions dossier à dossier. Nous avons illustré les limites de cette méthode en termes d'allure de la cadence de liquidation, à développement court ou long, et de distribution de charges spécifique à chaque produit.

Dans notre approche d'optimisation, nous allons introduire une segmentation de référence intégrant la maille produit. Cette segmentation sera sous forme de croisement entre maille produit et segment de revue. Les provisions émanantes considéreront les spécificités du sous-jacent en matière de projection du mix-garanties et de cadencement.

Nous obtiendrons ainsi un segment de modélisation de type : « Produit*Segment de Revue*Classe par seuil de découpage », tenant compte du profil de risque et de la gravité de chaque sinistre.

De plus, cette segmentation de référence nous permettra de déterminer les IBNR et les PRAE associés à chaque risque au sein du produit, entraînant ainsi un suivi pertinent des provisions dans le cadre de la surveillance du portefeuille.

Dans ce chapitre, nous allons exposer le contexte de cette décomposition en présentant les limites de la modélisation des IBNR et des PRAE par produit et par tranche. Par la suite, nous présenterons deux approches méthodologiques pour déterminer les provisions pour recours à encaisser (PRAE).

En premier lieu, nous allons présenter le contexte de cette segmentation de référence. Ensuite, nous allons étudier les limites de la modélisation des IBNR en utilisant ce découpage, avec le détail par tranche. Nous nous appuierons notamment sur les mesures de risque et les cadences de liquidation. Par la suite, nous présenterons deux approches méthodologiques pour déterminer les PRAE. En dernier lieu, nous présenterons une synthèse de notre étude et une comparaison d'un compte de résultat économique entre la méthode actuelle et notre optimisation.

I. Contexte de la segmentation de référence

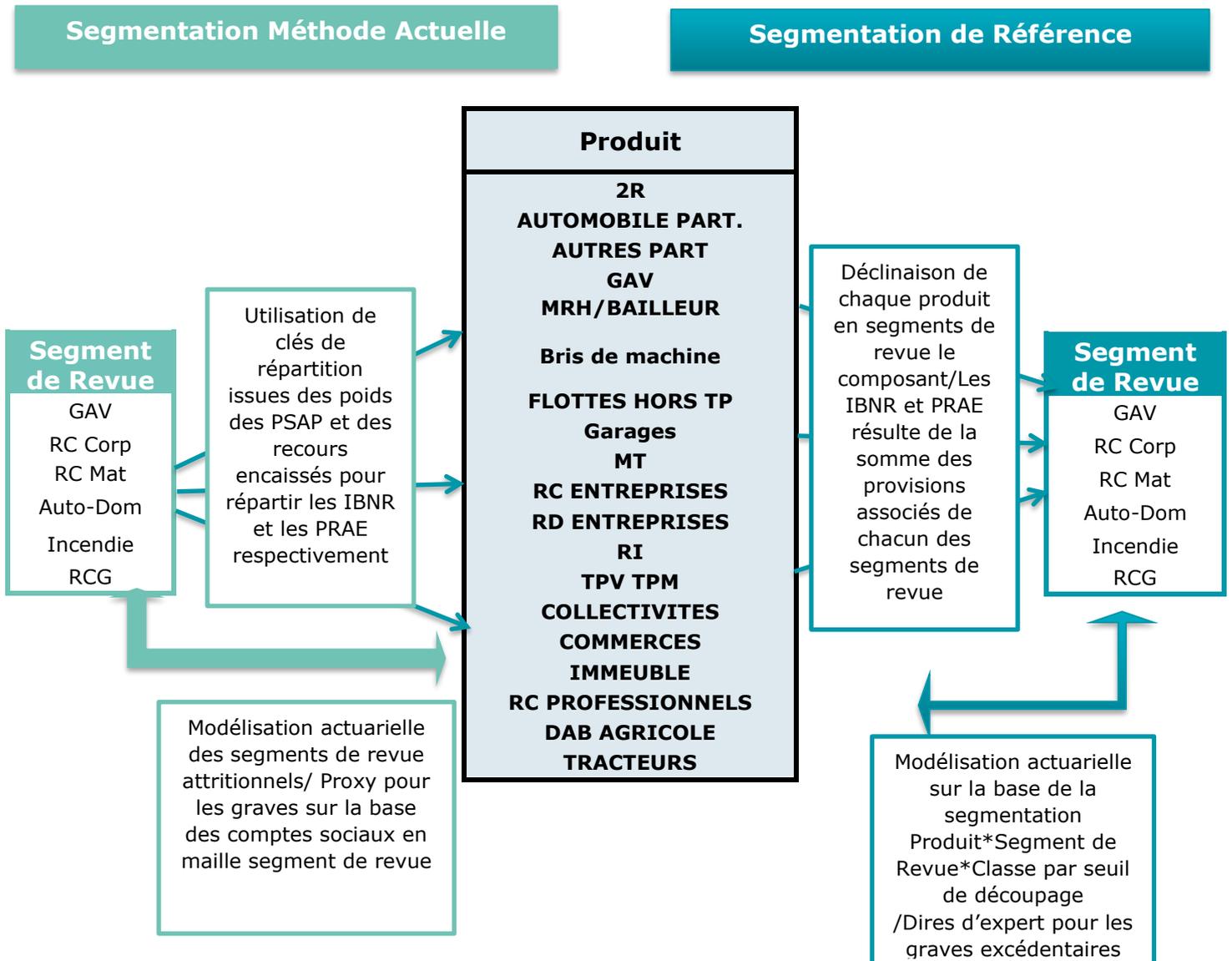
Comme évoqué dans les précédents chapitres, la segmentation de la méthode actuelle se base sur une modélisation par segment de revue. Cette approche montre que le profil de risque est identique indépendamment du produit et que la charge sinistre des produits par segment de revue est identiquement distribuée.

Nous allons exposer une nouvelle segmentation de modélisation sous forme de croisement entre les produits et les segments de revue inhérents. Nous allons décliner la charge sinistre de chaque produit du compte de résultat économique en segment de revue la composant, en utilisant les bases de données SAS.

Cette segmentation permet d'obtenir des triangles homogènes de charge et de recours, par segment de revue, reflétant la particularité de chaque produit. Les limites potentielles de cette approche résident en la quantité de données suffisante par segment de revue pour effectuer une modélisation actuarielle.

En adéquation avec les classes par seuil de découpage, nous évaluerons pour chaque produit les provisions économiques des segments de revue associés quand ces derniers auront une quantité de données suffisante.

Le schéma actuel présente l'évolution de la modélisation entre la segmentation actuelle et prospective :



Dans la partie qui suit, nous illustrerons notre nouvelle maille de modélisation par seuil de découpage. Nous supputerons les mesures de risque par classe de seuil de découpage et présenterons les cadences de liquidation pour les principaux produits de chaque marché, sur la base des données de la charge brute de recours.

II. Validation de la segmentation de référence

La nouvelle segmentation permet la déclinaison de chaque produit en segments de revue. Les provisions techniques de chaque produit s'obtiennent en additionnant les provisions des segments de revue associés comme suit :

$$IBNR_{Produit} = \sum_{i=1}^6 IBNR_{Segment\ de\ revue*Produit}$$

Et

$$BE_{Produit} = \sum_{i=1}^6 BE_{Segment\ de\ revue*Produit}$$

De plus, nous avons :

$$Ultime\ Charge\ Brute_{Produit} = \sum_{i=1}^6 Ultime\ Charge\ Brute_{Segment\ de\ revue*Produit}$$

En outre, pour une tranche donnée et par exercice de survenance, nous pourrions déduire la cadence de liquidation comme suit :

$$Cadence\ de\ liquidation_{Produit,Ex\ survenance} = \frac{Charge\ Brute_{Produit,Ex\ survenance}}{Ultime\ Charge\ Brute_{Produit,Ex\ survenance}}$$

Par ailleurs, la provision pour risques et incertitude (PRI) se calcule aussi en totalisant les PRI de chaque segment de revue :

$$PRI_{Produit} = \sum_{i=1}^6 PRI_{Segment\ de\ revue*Produit}$$

Toutefois, les autres mesures de risques ne résultent pas d'une addition des différents segments de revue décomposant le produit. En effet, le calcul de la volatilité de Mack et des indicateurs immanents devra intégrer la diversification entre les segments de revue.

Néanmoins, nous exposerons ces mesures de risques pour chaque classe de seuil de découpage en utilisant l'approximation de la PRI pour évaluer l'erreur de Mack :

$PRI \approx 50\% \cdot \sigma_{lob}$, σ_{lob} représente l'erreur de Mack par segment de revue.

Egalement, nous allons disposer les graphiques de cadences de liquidation des principaux produits par marché, à savoir :

Marché	Produit
Marché des particuliers	AUTOMOBILE PART.
	GAV
Marché des entreprises et collectivités	MRH/BAILLEUR
	Garages
	RC ENTREPRISES
Marché des professionnels	RI
	COMMERCES
Marché agricole	IMMEUBLE
	DAB AGRICOLE

1. Attritionnels

Tout d'abord, nous illustrons la décomposition de chaque produit en poids des segments de revue pour les sinistres attritionnels. Nous nous basons sur la charge brute tout exercice de survenance confondu pour l'inventaire au 31/12/2019 :

Attritionnels 160 K€	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
2R	0,0%	40,5%	27,6%	31,9%	0,0%	0,0%
AUTOMOBILE PART.	0,0%	10,4%	23,9%	65,6%	0,0%	0,0%
AUTRES PART	2,3%	0,4%	6,5%	3,4%	33,0%	54,4%
BRIS DE MACHINE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%
COLLECTIVITES	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	90,5%	9,5%
COMMERCES	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	93,1%	6,9%
DAB AGRICOLE	3,2%	0,0%	0,0%	0,0%	81,4%	15,4%
FLOTTES HORS TP	0,0%	8,0%	30,8%	61,2%	0,0%	0,0%
GARAGES	0,0%	7,9%	34,5%	46,2%	11,4%	0,0%
GAV	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
IMMEUBLE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	96,9%	3,1%
MRH/BAILLEUR	0,3%	0,0%	0,0%	0,0%	88,4%	11,3%
MT	0,0%	1,9%	0,0%	98,1%	0,0%	0,0%
RC ENTREPRISES	8,5%	0,0%	0,0%	0,0%	2,2%	89,3%
RC PROFESSIONNEL	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	3,7%	96,1%
RD ENTREPRISES	3,3%	0,0%	0,0%	0,0%	96,7%	0,0%
RI	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	90,8%	9,2%
TPV TPM	0,0%	11,9%	38,8%	49,3%	0,0%	0,0%
TRACTEURS	0,0%	3,1%	20,2%	76,7%	0,0%	0,0%

Nous constatons dans ce tableau que pour les produits « Bris de Machine », et « GAV » sont à risque unique. Une approche par produit est envisageable pour ces deux produits.

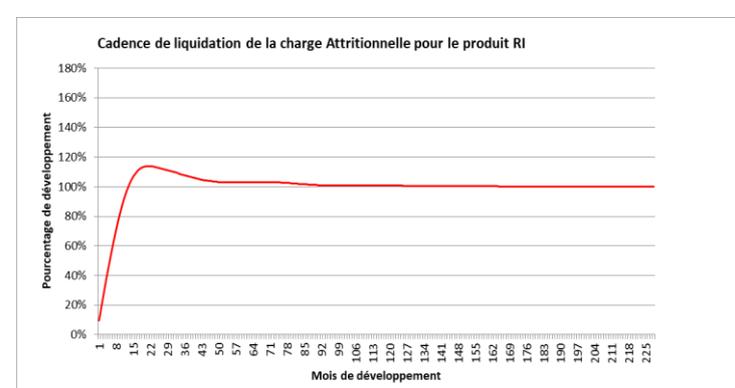
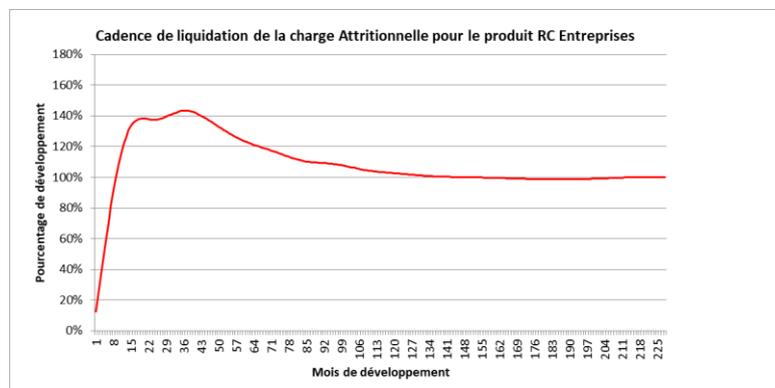
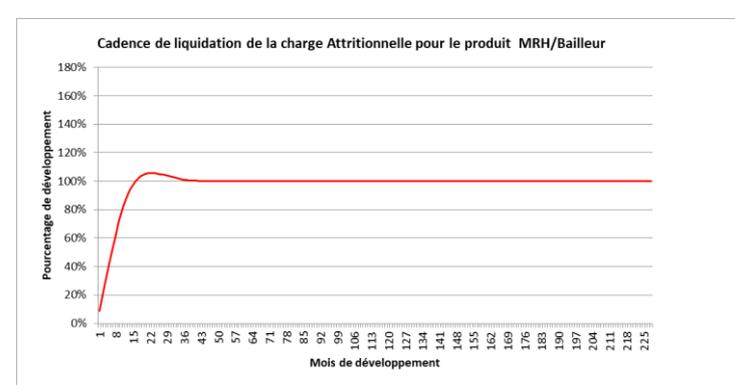
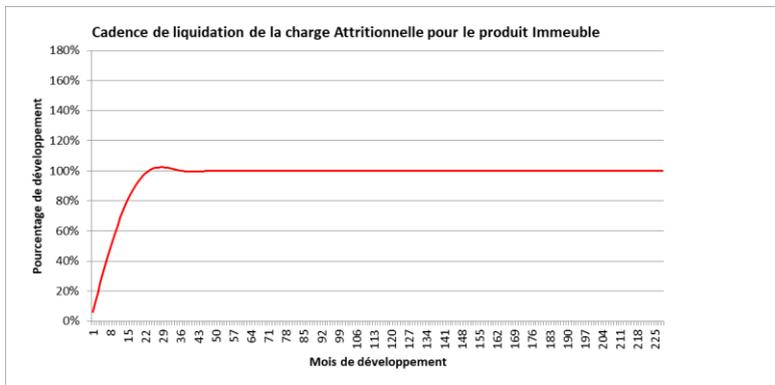
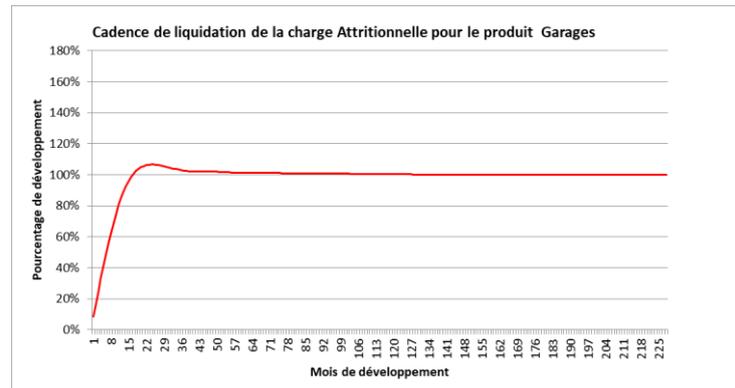
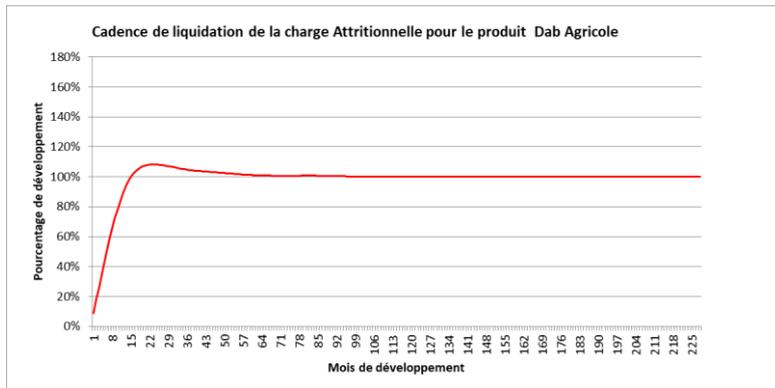
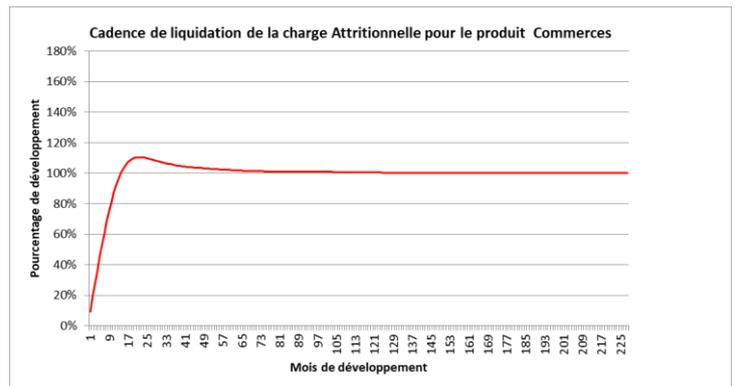
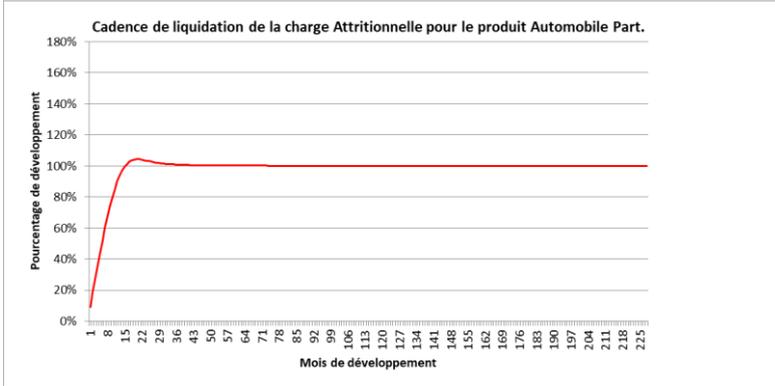
De plus, nous avons remarqué lors du chapitre précédent la volatilité des graves pour le segment de revue « Auto-Dom » en lien avec une insuffisance de données. Cependant, nous constatons dans cette tranche un poids important de ce segment de revue à chaque Produit, sauf pour « Autres PART ».

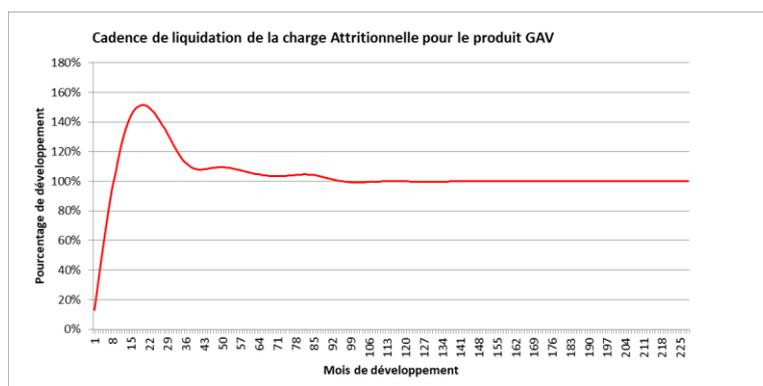
La caractéristique de cette classe est la suffisance de données ce qui augmente la qualité de la modélisation. Les mesures de risque reflètent cette déduction :

Produit*Segment de Revue	PRI en K€	% PRI/BE	PRI=50%. Erreur de Mack		
			Erreur de Mack en K€	Coeff de Variation	Erreur Standard Relative de Mack
2R	462	5,5%	923	11,1%	0,4%
AUTOMOBILE PART.	4 590	3,5%	9 179	7,0%	0,2%
AUTRES PART	265	8,5%	531	16,9%	1,2%
BRIS DE MACHINE	170	8,2%	340	16,5%	0,4%
COLLECTIVITES	316	9,3%	633	18,6%	0,6%
COMMERCES	1 328	5,9%	2 656	11,9%	0,5%
DAB AGRICOLE	557	5,8%	1 113	11,6%	0,6%
FLOTTES HORS TP	1 262	4,2%	2 524	8,3%	0,3%
GARAGES	907	5,4%	1 815	10,8%	0,8%
GAV	335	5,7%	670	11,5%	4,7%
IMMEUBLE	3 287	4,3%	6 575	8,7%	0,7%
MRH/BAILLEUR	3 500	4,3%	7 001	8,6%	0,5%
MT	160	12,2%	321	24,3%	0,9%
RC ENTREPRISES	1 354	7,5%	2 707	15,1%	2,4%
RC PROFESSIONNEL	726	9,3%	1 451	18,5%	3,7%
RD ENTREPRISES	14	13,3%	28	26,7%	0,3%
RI	491	7,3%	982	14,7%	0,8%
TPV TPM	684	6,4%	1 368	12,7%	0,4%
TRACTEURS	388	5,1%	777	10,3%	0,4%

Dans ce tableau, les produits présentant un montant important de PRI sont les plus stables hormis « RC Entreprises », en termes de taux de coefficient de variation et d'erreur standard relative de Mack. Une relation de linéarité subsiste entre la PRI et le montant de BE. En outre, le produit « RC Entreprises » et aussi le produit « RC Professionnel » représentent une part importante du segment de revue « RCG », cela pourrait expliquer la dispersion ascendante, apparente à partir du coefficient de variation et l'erreur standard relative de Mack. De plus, les produits ayant un montant faible de PRI, à savoir « MT » et « RD Entreprises » ont une volatilité explicite importante.

Par la suite, nous présentons les graphiques des cadences de liquidation cumulées de chaque produit par mois de développement. Pour obtenir cette vision à partir des résultantes, nous appliquons une interpolation par « spline cubique » sur les cadences de liquidation par année de survenance.





Dans ces graphiques, nous constatons d’une part que les sinistres attritionnels ayant une composante majoritaire appartement aux segments de revue « Auto (RC Corp, RC Mat, Auto-Dom) » ou « Incendie » ont un développement court (moins de 5 ans). D’autre part, les sinistres attritionnels ayant une part majoritaire du segment de revue « GAV » ou « RCG » ont un développement long, allant jusqu’à 10 ans.

2. Graves de Masse

Par la suite, nous nous intéressons à la déclinaison de la charge brute des produits par segment de revue pour les graves de masse, avec les mêmes critères que pour les sinistres attritionnels.

Graves de Masse	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
2R	0,0%	97,6%	1,7%	0,8%	0,0%	0,0%
AUTOMOBILE PART.	0,4%	94,0%	3,2%	2,4%	0,0%	0,0%
AUTRES PART	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	4,4%	95,6%
BRIS DE MACHINE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%
COLLECTIVITES	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	93,0%	7,0%
COMMERCE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	93,5%	6,5%
DAB AGRICOLE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	94,0%	6,0%
FLOTTES HORS TP	0,0%	85,0%	7,6%	7,5%	0,0%	0,0%
GARAGES	0,0%	33,5%	11,8%	5,6%	49,2%	0,0%
GAV	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
IMMEUBLE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	95,8%	4,2%
MRH/BAILLEUR	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	89,8%	10,1%
MT	0,0%	29,4%	0,0%	70,6%	0,0%	0,0%
RC ENTREPRISES	0,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,8%	98,4%
RC PROFESSIONNEL	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,0%	98,0%
RD ENTREPRISES	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%
RI	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	96,2%	3,8%
TPV TPM	0,0%	82,4%	10,1%	7,5%	0,0%	0,0%
TRACTEURS	0,0%	84,7%	0,8%	14,6%	0,0%	0,0%

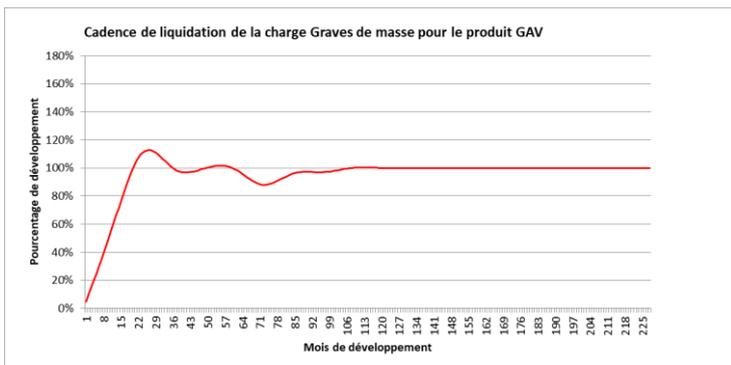
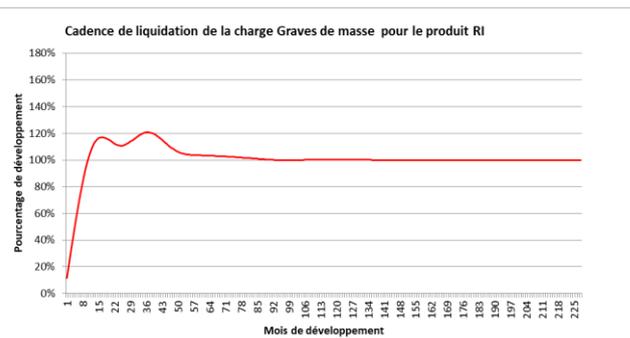
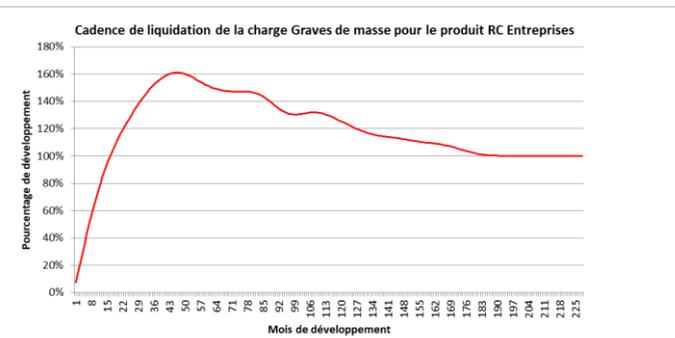
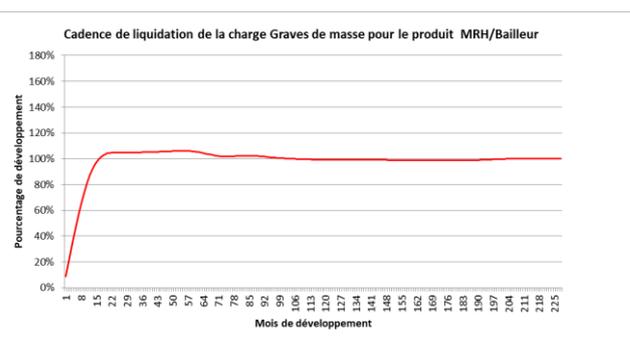
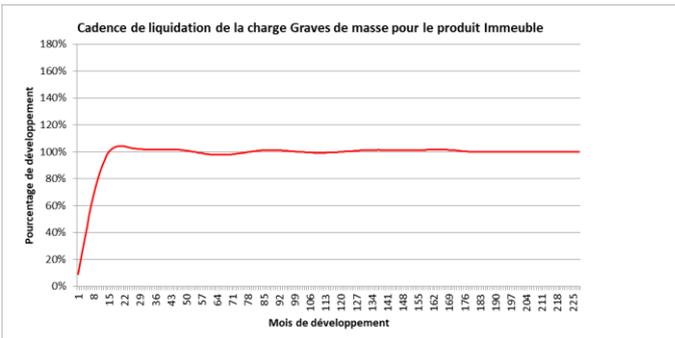
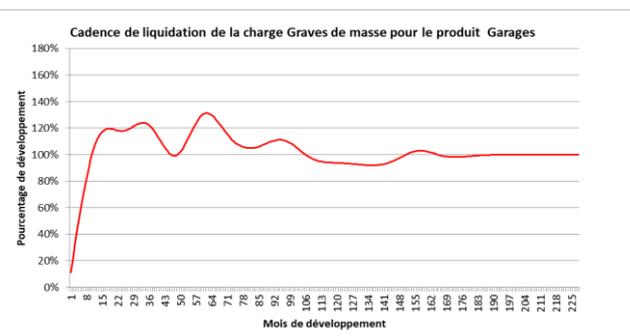
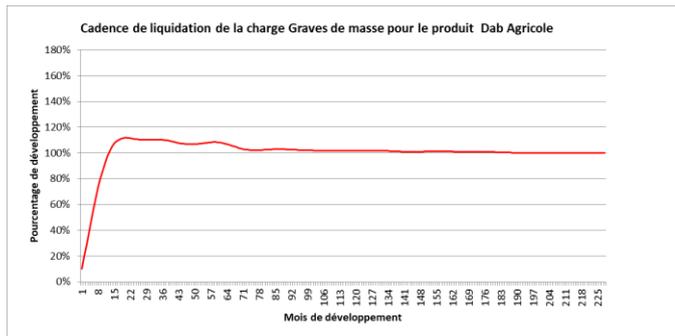
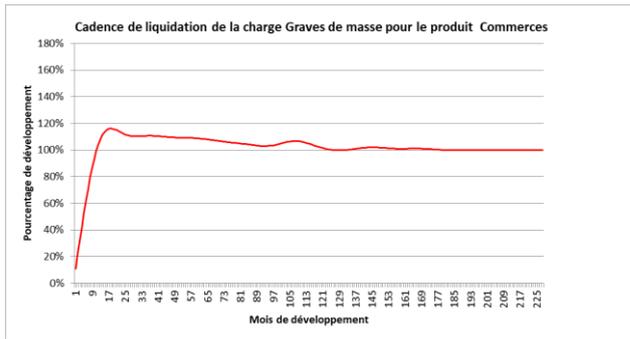
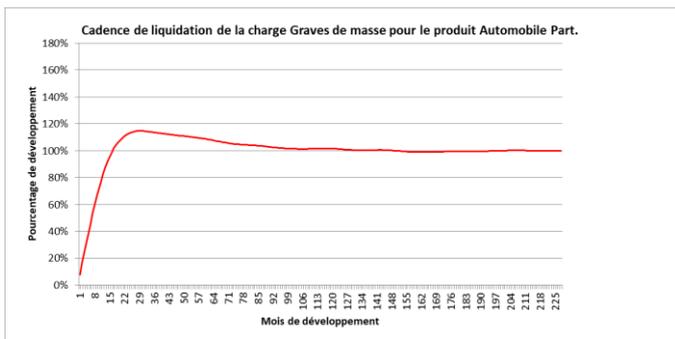
Nous remarquons dans le tableau de poids ci-dessus une concentration apparente d’un segment de revue par produit, ce qui risque de réduire la quantité de données et accentuer la volatilité des triangles.

Ce constat se confirme à travers, le tableau des mesures de risques ci-après pour lequel des produits ont présenté des mesures aberrantes. Ces valeurs n’ont pas été prises en compte.

Produit*Segment de Revue	PRI	% PRI/BE	PRI=50%. Erreur de Mack		
			Erreur de Mack en K€	Coeff de Variation	Erreur Standard Relative de Mack
2R	563	13%	1 126	26%	4%
AUTOMOBILE PART.	5 671	5%	11 342	11%	3%
AUTRES PART	850	14%	1 700	29%	13%
BRIS DE MACHINE	206	15%	411	29%	3%
COLLECTIVITES	190	5%	381	11%	1%
COMMERCES	1 244	5%	2 489	9%	1%
DAB AGRICOLE	1 042	11%	2 083	21%	2%
FLOTTES HORS TP	2 313	8%	4 626	15%	6%
GARAGES	1 530	14%	3 061	28%	7%
GAV	989	14%	1 978	29%	20%
IMMEUBLE	2 919	6%	5 838	12%	3%
MRH/BAILLEUR	4 043	8%	8 086	15%	2%
MT					
RC ENTREPRISES	2 510	9%	5 020	19%	7%
RC PROFESSIONNEL	1 102	12%	2 203	23%	11%
RD ENTREPRISES					
RI	410	7%	819	15%	1%
TPV TPM	1 732	10%	3 464	20%	6%
TRACTEURS					

En adéquation avec nos précédentes remarques, nous constatons que les graves de masse affichent une volatilité plus importante que celle des attritionnels notamment à travers le coefficient de variation, ce qui engendre une proportion de PRI supérieure par rapport au Best-Estimate plus importante. De plus, l'erreur standard relative de Mack pour les produits « GAV », « Autre Part », et « RC Professionnel » présente des valeurs conséquentes ce qui impacte la précision de la modélisation pour ces produits.

Nous allons, par ailleurs, exposer les graphiques de cadences de liquidation de cette tranche de grave pour les principaux produits par marché, qui reflètent pour la plupart la volatilité accrue des triangles constatée par le biais des mesures de risque.



Nous distinguons dans ces graphiques, une rapidité de convergence vers 100% des cadences de liquidation des produits ayant une part importante des segments de revue « RC Corp » et « Incendie », comme par exemple « Automobile Part. », « Immeuble » et « MRH/Bailleur ». En outre, le produit « RC Entreprises » dont la globalité de la charge est inhérente au segment de revue « RCG » montre un horizon de développement long similaire à celui constaté sur la partie attritionnel.

De plus, le produit « Garages » affiche un étalement des cadences avec un développement long. Cela pourrait être expliqué par le mix garanties entre les segments de revue à développement court, à savoir « RC Mat » et « Auto-Dom », et ceux à développement long, c'est-à-dire « RC Corp » et « Incendie ».

Enfin, le produit « GAV » présente une légère ondulation mais se stabilise à partir de 10 ans de développement.

3. Graves Lourds

Enfin, nous décomposons la charge brute des graves lourds des produits par segment de revue.

Comme exposé dans le précédent chapitre, cette tranche de graves n'intègre pas les sinistres alloués au segment de revue « GAV ». Par conséquent, le produit « GAV » n'est pas abordé dans cette partie.

Graves Lourds	GAV	RC Corp	RC Mat	Auto-Dom	Incendie	RCG
2R		100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
AUTOMOBILE PART.		99,6%	0,2%	0,2%	0,0%	0,0%
AUTRES PART		0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
BRIS DE MACHINE						
COLLECTIVITES		0,0%	0,0%	0,0%	88,3%	11,7%
COMMERCES		0,0%	0,0%	0,0%	96,0%	4,0%
DAB AGRICOLE		0,0%	0,0%	0,0%	85,2%	14,8%
FLOTTES HORS TP		99,6%	0,2%	0,2%	0,0%	0,0%
GARAGES		37,8%	10,2%	0,0%	52,0%	0,0%
GAV						
IMMEUBLE		0,0%	0,0%	0,0%	90,9%	9,1%
MRH/BAILLEUR		0,0%	0,0%	0,0%	60,8%	39,2%
MT						
RC ENTREPRISES		0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	99,9%
RC PROFESSIONNEL		0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
RD ENTREPRISES						
RI		0,0%	0,0%	0,0%	99,6%	0,4%
TPV TPM		98,0%	1,1%	0,9%	0,0%	0,0%
TRACTEURS		99,9%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%

Nous relevons dans ce tableau de poids, une proportion importante des segments de revue à développement long, c'est-à-dire « RC Corp », « Incendie » et « RCG ». Les produits « Bris de Machine », « MT », et « RD Entreprises » n'ont pas de sinistres dépassant le seuil à 1100 K€.

En outre, cette tranche illustre une quantité de données insuffisante pour un grand nombre de produits, ce qui induit une dispersion importante et une modélisation non concluante pour ces produits.

Ainsi, nous ne ferons pas de calcul de provisions techniques à cette tranche pour ces produits.

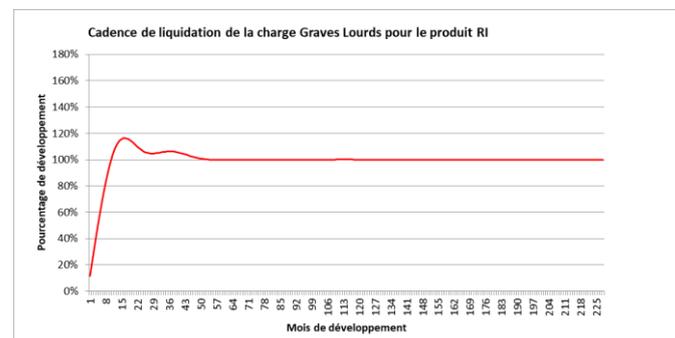
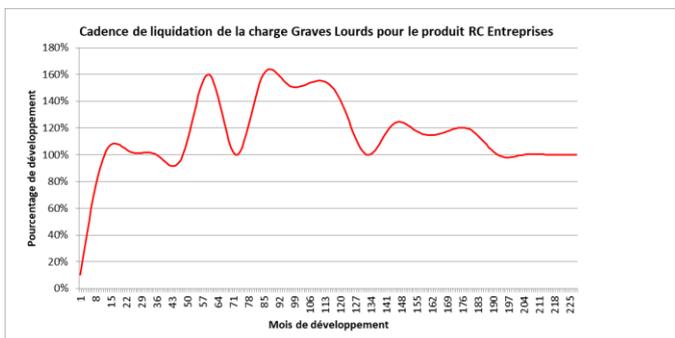
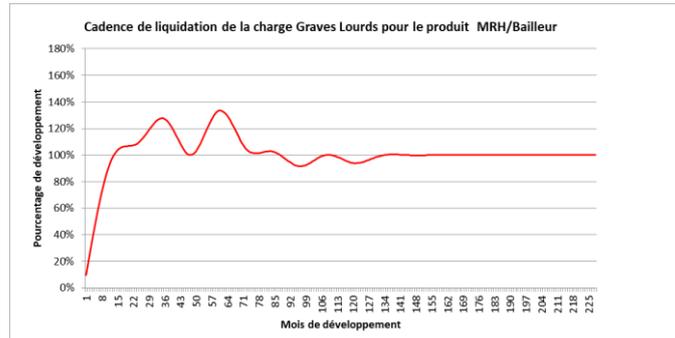
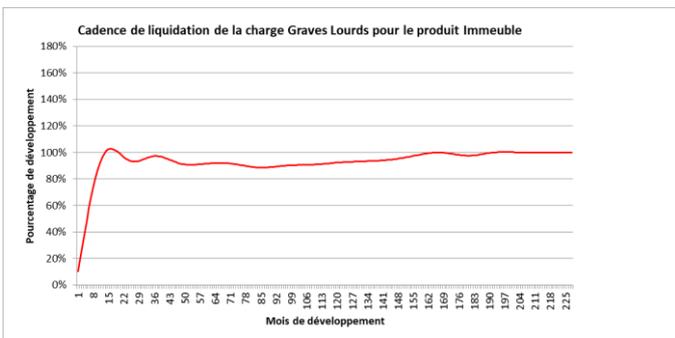
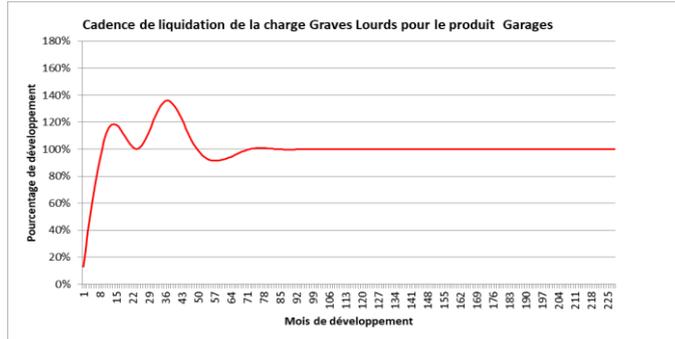
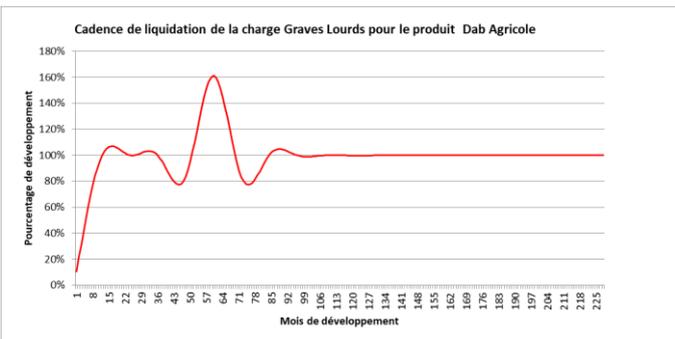
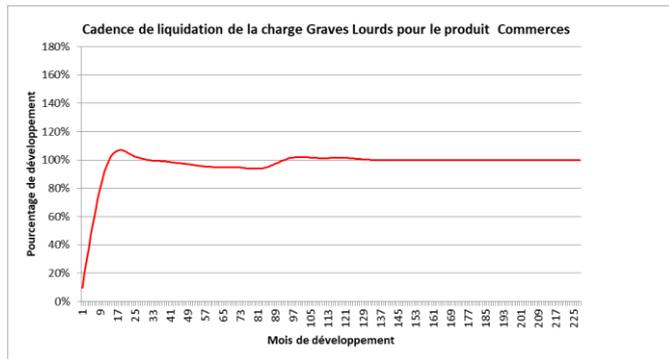
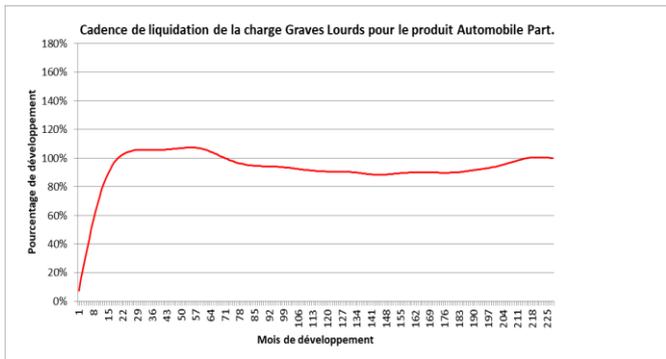
Nous allons présenter les mesures de risque pour les produits, ayant une quantité de données suffisante pour une modélisation par segment de revue.

Produit*Segment de Revue	PRI en K€	% PRI/BE	PRI=50%. Erreur de Mack		
			Erreur de Mack en K€	Coeff de Variation	Erreur Standard Relative de Mack
2R					
AUTOMOBILE PART.	8 624	9%	17 248	18,7%	7,9%
AUTRES PART					
BRIS DE MACHINE					
COLLECTIVITES	264	5%	528	10,2%	2,1%
COMMERCES	1 926	12%	3 852	23,2%	4,6%
DAB AGRICOLE	114	6%	227	12,9%	1,7%
FLOTTES HORS TP					
GARAGES	539	8%	1 078	16,5%	7,3%
GAV					
IMMEUBLE	2 332	8%	4 664	15,1%	5,3%
MRH/BAILLEUR	1 420	9%	2 841	18,7%	6,6%
MT					
RC ENTREPRISES	448	4%	896	9,0%	4,4%
RC PROFESSIONNEL					
RD ENTREPRISES					
RI	529	10%	1 058	19,6%	1,3%
TPV TPM					
TRACTEURS					

Dans ce tableau, nous notons une proportion de PRI importante par rapport au Best-Estimate faisant référence à une ample volatilité pour les différents produits. Entre autres, ceci se traduit par une large dispersion autour de la moyenne en lien avec la nature des graves lourds.

A travers l'erreur standard relative de Mack, nous constatons toutefois une précision de la modélisation plus accrue pour les produits « Collectivités », « Dab Agricole » et « RI ».

Ensuite, nous allons développer cette réflexion sur les graves lourds par le biais des graphiques des cadences de liquidation ci-après.



A l'image des mesures de risque, les graphiques ci-dessus présentent également important des cadences des différents produits, sauf pour le produit « RI » qui montre une stabilité des cadences et un développement court. De plus, le produit « Dab Agricole » affiche une ondulation conséquente de la cadence en lien avec des valeurs aberrantes bien que l'erreur de Mack relative présente une faible valeur. Ceci pourrait être expliqué en partie par le mix-garantie entre les segments de revue « Incendie » et « RCG » pour ce produit.

En outre, le produit « RC Entreprises » illustre un conséquent serpentement avec un horizon supérieur à 15 ans. Ainsi, nous distinguons entre les produits à développement long, à savoir « Automobile Part. », « Immeuble », « MRH/Bailleur », et « RC Entreprises » et les produits à développement court, autrement dit « Garages », « Dab Agricole », « Commerces », et « RI ».

4. Synthèse de Modélisation

Dans le chapitre précédent, nous avons apprécié la méthode de modélisation à retenir pour chaque tranche de graves. Nous avons déduit entre autres que la modélisation des graves de masse représente une volatilité réduite, que la modélisation des graves lourds est affectée d'un côté par une quantité réduite de données pour les risques à développement court, et de l'autre par l'impact en lien avec l'effet taux d'intérêt pour les branches de responsabilité civile corporelle « RC Corp » et « RCG ». De plus, nous avons retenu une approche à dire d'expert pour les graves excédentaires, dont la charge nette de recours dépasse le seuil de réassurance.

Ainsi, en combinant les différents résultats, nous déduisons ainsi chaque tranche de sinistres, les produits pour lesquels nous effectuerons une modélisation en spécifiant l'approche retenue.

Modélisation par Produit*Classe de Sinistres	Attritionnels	Graves de Masse	Graves Lourds	Graves Excédentaires
2R	●	●	●	●
AUTOMOBILE PART.	●	●	●	●
AUTRES PART	●	●	●	●
BRIS DE MACHINE	●	●	●	●
COLLECTIVITES	●	●	●	●
COMMERCE	●	●	●	●
DAB AGRICOLE	●	●	●	●
FLOTTES HORS TP	●	●	●	●
GARAGES	●	●	●	●
GAV	●	●	●	●
IMMEUBLE	●	●	●	●
MRH/BAILLEUR	●	●	●	●
MT	●	●	●	●
RC ENTREPRISES	●	●	●	●
RC PROFESSIONNEL	●	●	●	●
RD ENTREPRISES	●	●	●	●
RI	●	●	●	●
TPV TPM	●	●	●	●
TRACTEURS	●	●	●	●

- Modélisation actuariel du produit
- Produit non modélisé
- Modélisation à dire d'expert du produit

Pour les produits non modélisés, nous ne calculerons pas d'IBNR.

Ces déductions s'appliquent aussi bien aux IBNR qu'aux PRAE, dont leur calcul s'appuie sur les charges brutes. Nous allons aborder les PRAE dans la partie suivante.

III. Evaluation des provisions pour recours à encaisser

Nous nous intéressons dans cette partie à la modélisation des PRAE par l'intermédiaire des recours encaissés.

Nous tiendrons compte des résultats précédents en matière de segmentation et de découpage des graves. De plus, nous estimerons des PRAE uniquement pour les produits pour lesquels nous faisons un calcul d'IBNR.

De ce fait, nous évaluerons les recours à encaisser pour les tranches : Attritionnels, Graves de Masse, et Graves Lourds, en tenant compte de l'adossement des recours encaissés à la charge brute.

A ce propos, nous introduisons la notion de taux de recours encaissés comme suit :

$$\text{Taux de recours encaissés} = \frac{\text{Recours encaissés}}{\text{Charge Brute}}$$

De même, nous définissons le taux ultime de recours comme :

$$\text{Taux ultime de recours} = \frac{\text{Ultime de Recours}}{\text{Charge Ultime Brute}}$$

Avec

$$\text{Ultime de Recours} = \text{Recours Encaissés} + \text{PRAE}$$

Nous allons utiliser ces deux taux pour évaluer la PRAE.

1. Approche par la méthode de Chain-Ladder

Dans un premier temps, nous allons exposer le taux de recours encaissés à l'inventaire du 31/12/2019. Nous présenterons les cinq dernières années de survenance, comme pour la présentation du compte de résultat économique.

De plus, nous allons afficher un taux agrégé intégrant les produits modélisés et les segments de revue associés par tranche de seuil de découpage.

Année de survenance	Attritionnels	Graves de Masse	Graves Lourds
2015	16,1%	6,2%	2,5%
2016	16,1%	3,8%	9,4%
2017	15,5%	3,6%	1,7%
2018	12,9%	1,1%	0,0%
2019	8,5%	0,0%	0,0%

A partir du tableau ci-dessus : nous remarquons que les taux de recours encaissés pour les attritionnels montrent une stabilité entre les années antérieures à 2018. Les taux en 2018 et 2019 sont légèrement bas, ce qui stipule un éventuel rattrapage sur la cadence de développement à l'année N+1.

De plus, les graves de masse des années 2018 et antérieurs montrent une tendance à développement long à l'image de la charge ultime inhérente. En 2019, le taux de recours encaissés est quasi-nul.

Enfin, nous constatons une disparité entre les taux pour les graves lourds entre 2015 et 2017, cela pourrait être expliqué par le nombre réduit de sinistres pour cette tranche de grave. En outre, les années de survenance 2018 et 2019 affichent des taux quasi-nuls.

Exemples d'application

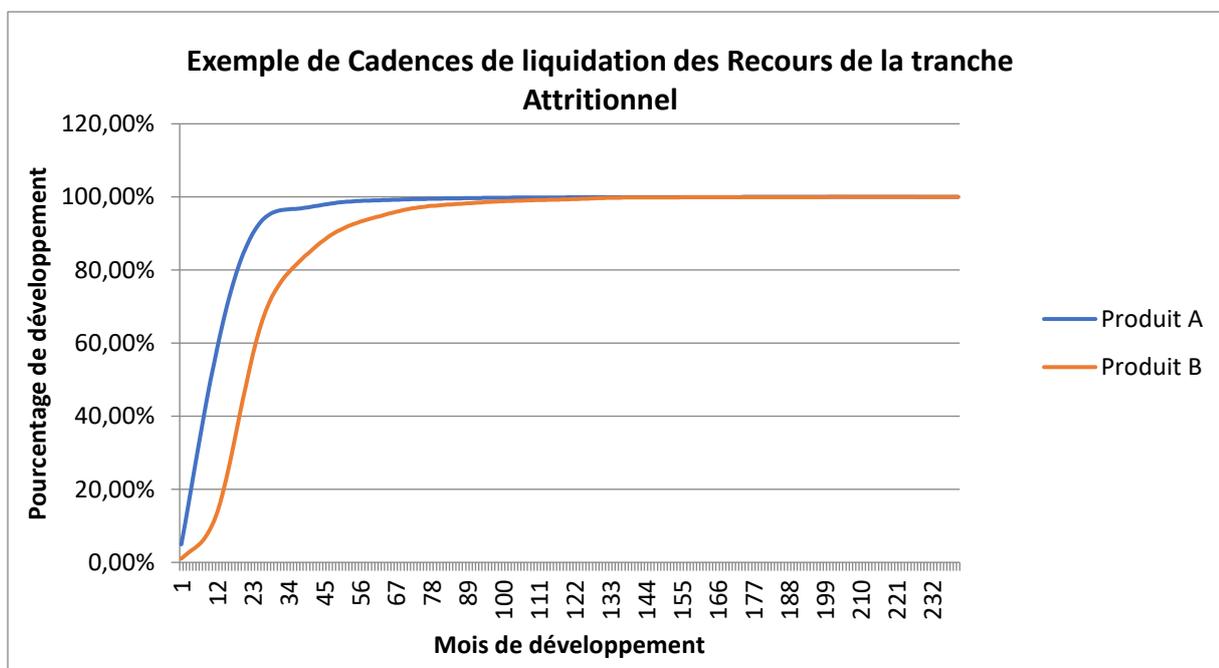
Par ailleurs, nous allons présenter un exemple de modélisation par tranche en utilisant la méthode de « Chain-Ladder » sur les recours encaissés.

Nous calculons les cadences de liquidation de recours cumulées des produits A et B pour les tranches Attritionnels, Graves de masse et Graves Lourds, à travers la modélisation par la méthode de Chain-Ladder pour chacun des segments de revue ;

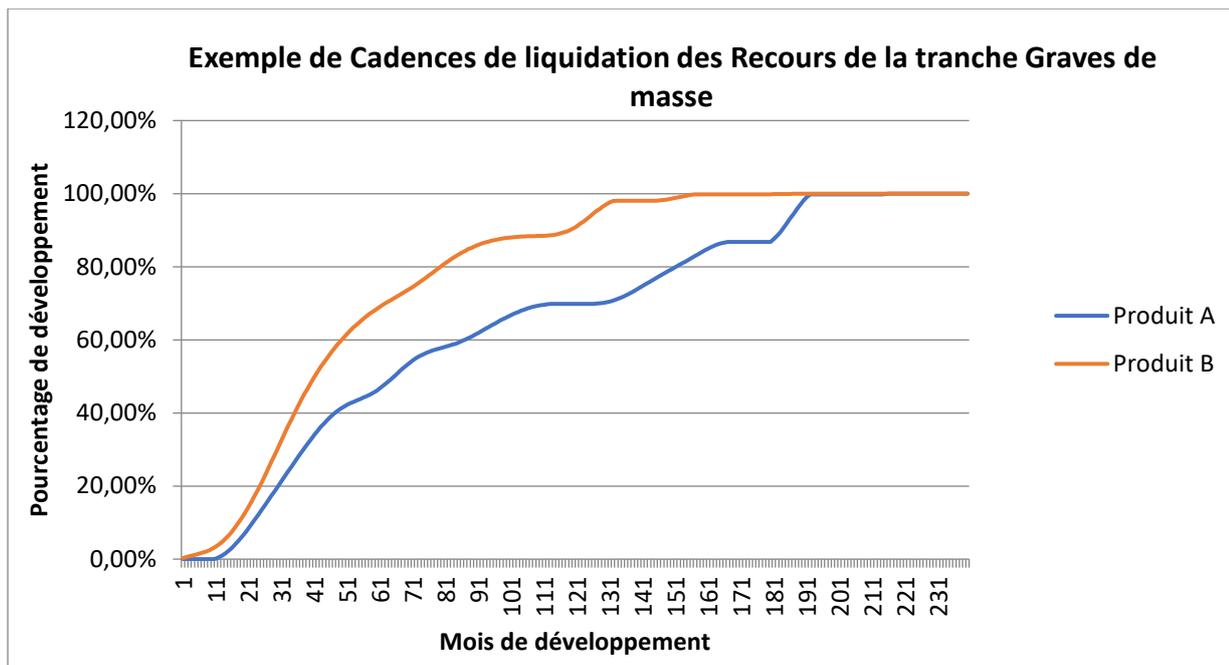
Nous déduisons les cadences de liquidation par produit et par exercice de survenance à travers la formule suivante :

$$\text{Cadence de liquidation de Recours}_{\text{Produit, Ex survenance}} = \frac{\text{Recours Encaissés}_{\text{Produit, Ex survenance}}}{\text{Ultime de recours}_{\text{Produit, Ex survenance}}}$$

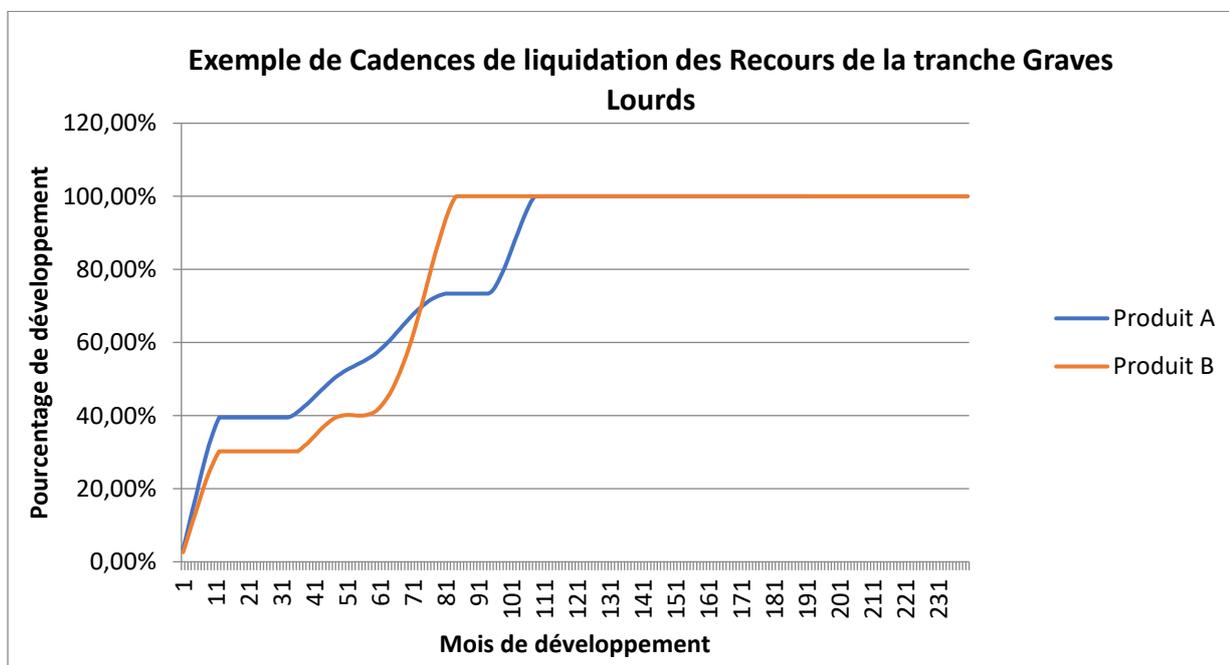
Que nous illustrons en graphiques :



Nous constatons de ce graphique pour la tranche des sinistres attentionnels que le produit A converge vers 100% plus rapidement que le produit B en termes de cadences de liquidation. De plus, nous remarquons un important écart entre les deux cadences pour la première survenance.



Pour les graves de masse, nous constatons que les cadences de liquidation sont à horizon très long (supérieur à 13 ans), avec une cadence de développement quasi-nulle sur la première année de survenance pour les deux produits. Le produit B se stabilise toutefois plus rapidement que le produit A.



Les présentations graphiques des cadences de liquidation des deux produits montrent une volatilité accrue, malgré un horizon de stabilité de moins de 9 ans.

Conclusion

- ✓ Pour les sinistres attritionnels, une modélisation en utilisant la méthode de « Chain-Ladder » est possible pour les années de survenance 2018 et antérieur.
- ✓ Pour les sinistres graves de masse, une modélisation des années de survenance 2017 et antérieure est possible avec la méthode de « Chain-Ladder ».
- ✓ Pour les sinistres graves lourds, un calcul par la méthode de Chain-Ladder est possible pour les années 2017 et antérieure mais il doit être accompagné par un traitement des coefficient aberrants
- ✓ Pour la survenance 2019 des attritionnels et les survenances 2018-2019 des graves, nous opterons pour la méthode de Bornhuetter-Ferguson.
- ✓ Pour la survenance 2018 des attritionnels, l'utilisation de la méthode Bornhuetter-Ferguson pourrait être une option de modélisation.

2. Focus sur la modélisation par la méthode de Bornhuetter-Ferguson

Comme décrits précédemment, la méthode de Chain Ladder ainsi que ces variantes ne prennent pas en compte les années de survenance dans le développement futur des sinistres. Cependant, pour certaines branches d'assurance, il est essentiel d'intégrer l'impact de l'année de survenance par l'intégration d'une information supplémentaire extérieure aux sinistres.

Ainsi, l'approche de Ferguson est une méthode alternative à la méthode de Chain Ladder, qui est utilisée notamment lorsqu'il y a un manque d'information. Un montant de prime ou un ratio de sinistralité ultime estimé en se basant sur l'indépendance entre la provision à constituer et le dernier montant connu des charges, est retenu à priori pour pallier ce manque d'information. Dans notre approche, nous utiliserons le taux ultime de recours ultime.

Le modèle de Bornhuetter-Ferguson est une alternative au modèle de Chain Ladder et est souvent utilisée pour les triangles dits instables.

(a) Cadre Théorique

Le modèle se base sur deux hypothèses :

- Les sinistres cumulés $C_{i,j}$ sont indépendants suivant les années d'accident i .
- Il existe des paramètres $\beta_i > 0$ avec $0 < i < I$ et des cadences $f_j > 0$ avec $0 < j < J - 1$ avec $\beta_j = 1$ tel que $\forall 0 < k < J - j$:

$$E[C_{i,0}] = f_0 \beta_i$$

$$E[C_{i,j}] = \beta_i$$

Ainsi, sous ces hypothèses, pour tout i, j , $E[C_{i,j}] = f_j \beta_i$

L'estimateur de la méthode Bornhuetter-Ferguson (BF) est déterminée par :

$$\widehat{C}_{i,j+1} = C_{i,I-i} + \widehat{\beta}_i(1 - \widehat{f}_{I-i}) \quad \forall \quad 0 \leq i \leq I$$

Où :

\widehat{f}_{I-i} est un estimateur de f_{I-i}

$\widehat{\beta}_i$ est un estimateur de la charge ultime espérée $E[C_{i,j+1}]$

L'estimateur \widehat{f}_{I-i} peut être déterminé à partir de l'estimation des facteurs de développement issue du modèle de Chain Ladder :

$$\widehat{f}_j = \prod_{k=j}^{J-1} \frac{1}{\widehat{f}'_k}$$

L'estimateur $\widehat{\beta}_i$ est une données exogène fournie estimée dans la méthode de Chain Ladder par $\widehat{C}_{i,j}$ à partir des données observées. En effet, dans la méthode de BF, l'estimateur à priori $\widehat{\beta}_i$ est déterminé par l'avis d'un expert à partir d'un « loss ratio » qui donnera la valeur ultime de la sinistralité de chaque année de survénance et présente donc l'avantage d'être moins dépendante des données observables.

La difficulté de cette méthode réside donc dans l'utilisation d'un loss ratio attendu qui n'est pas toujours connu.

La réserve est alors obtenue par la différence entre le coût total estimé et la dernière valeur estimée :

$$\widehat{R}_i = \widehat{C}_{i,J} - C_{i,I-i} = \widehat{\beta}_i(1 - \widehat{f}_{I-i})$$

Le montant total des réserves sera la somme des réserves calculées pour chaque année de survénance.

(b) Cadre Pratique

Nous allons présenter deux exemples d'application de la méthode de Bornhuetter-Ferguson sur deux mailles différentes, la maille « Attritionnels*Produit B » et la maille « Graves de masse*A ».

Dans un premier temps, nous effectuons les calculs de modélisation de la charge brute et des recours encaissés pour les deux mailles par segment de revue par le biais de la méthode de Chain-Ladder.

Nous obtenons par la suite, Un ultime brut de recours et un ultime de recours propres à chaque maille. A partir de ces ultimes, nous déduisons les cadences de liquidation de la charge et des recours par exercice de survénance et par maille.

Dans notre exemple, nous présentons les cinq dernières années de survénance, à savoir 2015-2016-2017-2018-2019. Nous appliquerons la méthode Bornhuetter-Ferguson sur 2018 et 2019.

Nous considérons la moyenne du taux ultime de recours, déduit par le biais de la modélisation par Chain-Ladder, comme information à priori. Cette moyenne sera appliquée sur les années 2015, 2016, et 2017.

Enfin, nous présentons nos résultats sous forme de tableaux comme suit.

Attritionnels* Produit B	Recours Encaissés en K€	Charge Ultime Brute en K€	Cadence de liquidation des recours	Ultime de Recours Issue de la méthode de Chain- Ladder en K€	Taux Ultime de recours avec la méthode de Chain- Ladder	Taux de recours ultime avec l'information à priori	Ultime de Recours Calculé à partir de l'information à priori en K€	Ultime de Recours Issue de la méthode de Bornhuetter- Ferguson en K€	Nouveau Taux Ultime de recours
2015	8 799,8	70 641,6	94,2%	9 339,6	13,2%	13,2%	9 339,6	9 339,6	13,2%
2016	9 361,7	73 056,6	90,0%	10 396,3	14,2%	14,2%	10 396,3	10 396,3	14,2%
2017	7 916,6	73 865,3	81,2%	9 753,6	13,2%	13,2%	9 753,6	9 753,6	13,2%
2018	5 477,8	71 680,9	60,5%	9 061,2	12,6%	13,6%	9 714,2	9 319,4	13,0%
2019	909,2	54 029,7	13,6%	6 666,8	12,3%	13,6%	7 322,1	7 232,7	13,4%

Graves de Masse*A	Recours Encaissés en K€	Charge Ultime Brute en K€	Cadence de liquidation des recours	Ultime de Recours Issue de la méthode de Chain- Ladder en K€	Taux Ultime de recours avec la méthode de Chain- Ladder	Taux de recours ultime avec l'information à priori	Ultime de Recours Calculé à partir de l'information à priori en K€	Ultime de Recours Issue de la méthode de Bornhuetter- Ferguson en K€	Nouveau Taux Ultime de recours
2015	533,2	19 744,9	46,1%	1 156,0	5,9%	5,9%	1 156,0	1 156,0	5,9%
2016	583,2	22 667,3	40,5%	1 439,4	6,3%	6,3%	1 439,4	1 439,4	6,3%
2017	324,5	23 166,3	27,9%	1 164,1	5,0%	5,0%	1 164,1	1 164,1	5,0%
2018	110,1	24 216,6	12,3%	897,2	3,7%	5,7%	1 390,8	1 330,3	5,5%
2019	14,2	33 009,1	0,5%	2 623,5	7,9%	5,7%	1 895,8	1 899,7	5,8%

A noter que les cases colorées sont calculées dans les deux tableaux. Nous décrivons ci-après le détail associé.

Dans les deux tableaux ci-dessus, nous utilisons les résultats de Chain-Ladder pour calculer un taux ultime de recours, à partir de la charge ultime brute et l'ultime de recours. Comme information à priori, nous retenons ces mêmes taux pour les années 2015, 2016 et 2017 et retenons la moyenne des taux de ces trois années pour l'information associée aux années 2018 et 2019.

Cela étant, nous calculons un ultime de recours avec l'information à priori, en multipliant le taux de recours ultime de l'information à priori par la charge ultime brute.

Enfin, nous déterminons le nouveau ultime de recours par la méthode de Butter-Ferguson par la formule :

$$\hat{C}_{i,j+1} = C_{i,l-i} + \hat{\beta}_i(1 - \hat{f}_{l-i}) \quad \forall 0 \leq i \leq l$$

Et nous déduisons le nouveau taux ultime de recours.

La PRAE est ainsi calculée par la différence entre l'ultime de recours par la méthode de Butter-Ferguson et les recours encaissés.

Nous constatons dans les deux tableaux que l'utilisation de la méthode de Butter-Ferguson est pertinente pour les deux segments, aussi bien en 2018 qu'en 2019, ce qui permet une uniformité du taux ultime de recours entre les différentes années de survenance.

IV. Synthèse et Résultats

Nous présentons dans le tableau suivant un récapitulatif de la nouvelle segmentation par seuil de découpage, et l'approche méthodologique pour la modélisation économique explicité lors de notre étude.

Tranche	Segment de Modélisation	IBNR	PRAE
Attritionnels 160K€ au 1er €	GAV	* Tous les Produits	Méthode Chain-ladder appliquée à la charge brute de recours
	RC Corp		
	RC Mat		
	Auto Dommages		
	Incendie		
	RCG		
Graves de masse au 1er € >Tranche 160K€ - 500K€* pour la GAV >Tranche 160K€ - 1100K€ pour les autres segments de revue	GAV	* Tous les Produits Sauf MT, RD Entreprises, Tracteurs	Méthode Chain-ladder appliquée à la charge brute de recours
	RC Corp		
	RC Mat		
	Auto Dommages		
	Incendie		
	RCG		
Graves lourds au 1er € >Tranche 1100K€ - 4000K€* en RC >Tranche 1100K€ - 3000K€* en Auto Dommage-Incendie	RC Corp	* Automobile Part., Collectivités, Commerces, Dab Agricole, Garages, Immeuble, MRH/Bailleur, RC Enterprises, RI	Méthode Chain-ladder appliquée à la charge brute de recours
	RC Mat		
	Auto Dommages		
	Incendie		
	RCG		
	GAV		
Graves excédentaires au 1er € >Au-delà de 500K€* en GAV >Au-delà de 4000K€* en RC >Au-delà de 3000K€* Auto Dommage- Incendie	RC Corp	* Tous les Produits	Approche de type Provision à dire d'expert dossier par dossier
	RC Mat		
	Auto Dommages		
	Incendie		
	RCG		
	GAV		

* Calculé sur la base de la charge nette de recours

Par la suite, nous exposons deux comptes de résultat économique du produit A, présentant une comparaison des résultats entre la nouvelle méthode de provisionnement économique et la méthode actuelle.

En K€

Nouvelle Méthode de Provisionnement économique-Inventaire 31/12/2019		Ex 2015	Ex 2016	Ex 2017	Ex 2018	Ex 2019
Primes acquises		207 205	204 654	203 142	201 451	197 878
Charge cumulée best estimate		-144 124	-125 965	-135 363	-146 987	-117 775
Sinistres bruts d/d (Recours non déd)		-177 999	-162 282	-171 155	-187 168	-138 975
IBNR économiques		4 305	4 007	2 982	7 447	-15 562
<i>dont IBNR Attritionnels 160 K€</i>		420	644	1 168	4 374	-12 148
<i>dont IBNR Graves de masse</i>		861	1 260	1 548	1 436	-2 964
<i>dont IBNR Graves lourde</i>		524	226	283	454	-1 343
<i>dont IBNR Graves Excédentaires</i>		2 500	1 877	-18	1 183	893
Autres charges économiques		11	17	29	81	-1 506
Recours encaissés		28 503	29 563	28 720	25 557	15 218
PRAE		1 055	2 731	4 061	7 097	23 050
<i>dont PRAE Attritionnels 160K€</i>		744	937	1 500	2 812	10 920
<i>dont PRAE Graves de masse</i>		79	208	358	469	374
<i>dont PRAE Graves lourde</i>		48	37	65	148	170
<i>dont PRAE Graves Excédentaires</i>		184	183	108	119	62
Marge économique brute		63 081	78 690	67 779	54 465	80 103
S/P net de recours		70%	62%	67%	73%	60%
Solde de réassurance		-2 945	-13 368	-8 137	-2 970	-13 957
<i>Primes cédées</i>		-6 980	-13 779	-18 953	-16 789	-16 008
<i>Sinistres cédés</i>		3 728	157	10 643	13 688	1 985
<i>Commissions</i>		306	253	173	132	66
Marge économique nette		60 135	65 321	59 642	51 495	66 145
Frais		-58 456	-55 652	-55 451	-57 230	-56 411
<i>Frais de gestion</i>		-25 709	-23 825	-23 785	-25 645	-25 881
<i>Commissions</i>		-32 747	-31 826	-31 666	-31 585	-30 531
Produit des placements financiers		7 609	15 461	19 345	6 550	5 014
Résultat économique net		9 288	25 131	23 537	815	14 748
Ratio combiné actuariel (CoRa)		99%	95%	98%	103%	95%

En K€

Méthode actuelle de Provisionnement économique-Inventaire 31/12/2019		Ex 2015	Ex 2016	Ex 2017	Ex 2018	Ex 2019
Primes acquises		207 205	204 654	203 142	201 451	197 878
Charge cumulée best estimate		-147 844	-129 976	-132 951	-144 400	-126 518
Sinistres bruts d/d (Recours non déd)		-177 999	-162 282	-171 155	-187 168	-138 975
IBNR économiques		1 350	2 205	8 250	14 178	-24 304
<i>dont IBNR Attritionnels 160 K€</i>		40	98	482	2 594	-24 399
<i>dont IBNR Graves de masse</i>		1 310	2 107	7 768	11 584	94
Autres charges économiques		11	17	29	81	-1 506
Recours encaissés		28 503	29 563	28 720	25 557	15 218
PRAE		290	522	1 205	2 954	23 050
<i>dont PRAE Attritionnels 160K€</i>		83	236	851	2 462	11 617
<i>dont PRAE Graves de masse</i>		208	285	354	491	404
Marge économique brute		59 360	74 678	70 191	57 052	71 361
S/P net de recours		71%	64%	65%	72%	64%
Solde de réassurance		-945	-11 230	-7 854	-1 636	-13 101
<i>Primes cédées</i>		-6 980	-13 779	-18 953	-16 789	-16 008
<i>Sinistres cédés</i>		5 728	2 295	10 926	15 021	2 841
<i>Commissions</i>		306	253	173	132	66
Marge économique nette		58 415	63 448	62 337	55 415	58 259
Frais		-58 456	-55 652	-55 451	-57 230	-56 411
<i>Frais de gestion</i>		-25 709	-23 825	-23 785	-25 645	-25 881
<i>Commissions</i>		-32 747	-31 826	-31 666	-31 585	-30 531
Produit des placements financiers		7 609	15 461	19 345	6 550	5 014
Résultat économique net		7 568	23 257	26 232	4 735	6 862
Ratio combiné actuariel (CoRa)		100%	96%	97%	101%	99%

Synthèse

- ✓ L'amélioration en 2019 du S/P Net de recours pour les deux approches est en phase avec les résultats du compte de résultat prudentiel présentés antérieurement.
- ✓ A partir des CoRa résultant des deux méthodes, nous constatons une différence de développement de la charge Best-Estimate. En effet, la méthode actuelle présente des provisions techniques dégressives alors que la nouvelle méthode montre un développement prolongé des cadences de liquidation de la charge et des recours.
- ✓ De plus, la présentation par tranche de graves pour la nouvelle méthode illustre un développement différent de la sinistralité entre les différentes classes.
- ✓ Nous remarquons, entre autres, que l'évaluation à dire d'expert des graves excédentaires permet le déchargement ou le rechargement des graves à travers des IBNR et PRAE négatives ou positives. En outre, Il en résulte une modification des sinistres cédées et par conséquent le solde de réassurance.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire s'inscrit dans une approche R&D pour l'amélioration de la méthode de provisionnement utilisée dans le compte de résultat économique. Pour y aboutir, nous avons réalisé une étude de classification des sinistres par tranche, et nous avons proposé une nouvelle segmentation intégrant le profil de risque de chaque produit du compte de résultat économique.

Après avoir expliqué la différence entre l'évaluation des provisions techniques entre le compte de résultat économique et le compte de résultat prudentiel, notamment en termes de méthodes de classification des sinistres, d'estimation, et de comptabilisation provisions, nous avons expliqué la méthode actuelle de provisionnement économique et ses limites. Dans ce sens, nous avons illustré à travers les cadences de liquidation par la méthode de Chain-Ladder, qu'une segmentation par risque ne tenant pas compte de la maille produit n'est pas pertinente. En outre, nous avons conclu que le provisionnement des graves en utilisant une approximation via les résultats des comptes sociaux n'est pas adéquat, en particulier en lien avec l'intégration des marges explicites inhérentes à ces provisions.

Pour démarrer notre approche, nous nous sommes intéressés par l'étude de découpage des sinistres par tranche. L'approche économique exige la prise en compte du seuil opérationnel de 160 K€ au 1^{er} Euro comme première tranche. Cette tranche est affectée aux attritionnels. Par la suite, nous avons étudié la classification des graves par tranche au-delà de 160 K€. En guise d'outils d'aide à la décision, nous avons calculé différents indicateurs intégrant la volatilité de Mack, la provision pour risques et incertitude, et les cadences de liquidation.

D'abord, nous avons apprécié les indicateurs pour l'exhaustivité des graves 160 K€ au 1^{er} Euro, qui présentaient une volatilité importante en lien avec l'étalement de la charge sinistre. Après, nous avons évalué différents seuils de grave clés, dont le seuil de réassurance, utilisés dans la communication financière et le suivi opérationnel de l'entité. Nous avons ainsi déterminé un intervalle de fluctuation du seuil. Nous avons effectué par la suite une approche complémentaire par la théorie des valeurs extrêmes, en utilisant les graphiques Means Excess Plot et de l'estimateur de Hill. Les résultats de cette approche, validés par le biais des mesures de risque, ont permis d'obtenir une première tranche des graves entre 160 K€ et 1100 K€, intitulée Graves de masse. Enfin, nous avons établi une classification des graves en trois tranches, les graves de masse, les graves lourds dont la charge est entre 1100 K€ et le seuil de réassurance, et les graves excédentaires qui dépassent le seuil de réassurance. Nous avons retenu une modélisation par la méthode de Chain Ladder pour les graves de masse et les graves lourds, et une approche à dire d'expert à effectuer par la direction indemnisation pour les graves excédentaires.

En outre, nous avons proposé une segmentation de la maille de modélisation, tenant compte du produit du compte de résultat et des classes de tranche définies, sous forme d'un croisement entre le produit, le segment de revue, et la tranche par seuil. Nous avons validé à travers les mesures de risque et les cadences de liquidation, la nature de la modélisation à retenir pour chaque segment pour les IBNR et les PRAE, pour laquelle nous avons proposé une approche complémentaire en utilisant la méthode de Bornhuetter-Ferguson pour pallier le manque de données pour modéliser les années récentes.

En dernier lieu, nous avons présenté une synthèse de la segmentation et les méthodes proposées pour l'amélioration du provisionnement économique du compte de résultat. Nous avons aussi illustré une comparaison entre la nouvelle approche proposée et la méthode existante pour le provisionnement économique.

Cette nouvelle approche de compte de résultat économique permet à la compagnie d'assurance entre autres, d'évaluer la pertinence de sa politique commerciale et le pilotage de ses marchés, et une compréhension plus fine des sources profitables ou de pertes pour chaque produit. Le découpage par tranche de sinistre et l'évaluation de chaque produit par rapport à ces risques associés, offrent un outil de calibrage de la gestion de sinistres en termes de liquidation notamment et de comportement par classe de grave.

Sur le plan stratégique, les résultats de cette segmentation pourraient être utilisés dans le cadre de l'appréciation de la fiche de rentabilité, qui constitue la norme de référence des études budgétaires pour le pilotage de chaque composante du compte de résultat, et notamment pour les graves.

La nouvelle méthode que nous proposons présente néanmoins des limites, en particulier en matière de modélisation des graves lourds. Ces derniers présentent une volatilité accrue, liée à une quantité insuffisante de données de sinistres, ce qui ne permet pas de les modéliser par les méthodes déterministes définies. Cette insuffisance de données impacte aussi différents produits associés aux graves de masse. De plus, les sinistres corporels des graves lourds sont impactés par la variation de taux d'intérêt, ce qui accentue la volatilité des triangles.

Bien que le seuil de Graves de masse soit retenu pour la majorité des segments de revue, il n'est pas pertinent pour l'ensemble. En effet, nous avons constaté que pour le segment de revue « RCG », le seuil de 700 K€ donnait une meilleure linéarité dans l'approche par la théorie des valeurs extrêmes.

Bien qu'on soit dans une approche économique, il pourrait être intéressant d'effectuer un retraitement de « mise en as if » des sinistres de type responsabilité civile pour les graves lourds ; Cette approche consiste à effectuer un pro-forma des données avec la meilleure valeur du taux d'intérêt historique, et ainsi limiter la volatilité des triangles.

En outre, l'insuffisance de données dans quelques segments dans la décomposition fine par Produit*Risque*Tranche ne permet pas de effectuer une modélisation adéquate par les méthodes de cadencement. Une approche par une méthode de micro-reserving pourrait être une solution.

Nous avons étudié le découpage des sinistres par seuil pour l'ensemble des segments de revue. Nous avons constaté que le seuil des graves de masse n'est pas le plus optimal pour l'ensemble des risques. Il pourrait être intéressant d'étendre l'analyse, en effectuant une approche par seuil distinct.

Annexes

I. Validation des hypothèses de Chain-Ladder

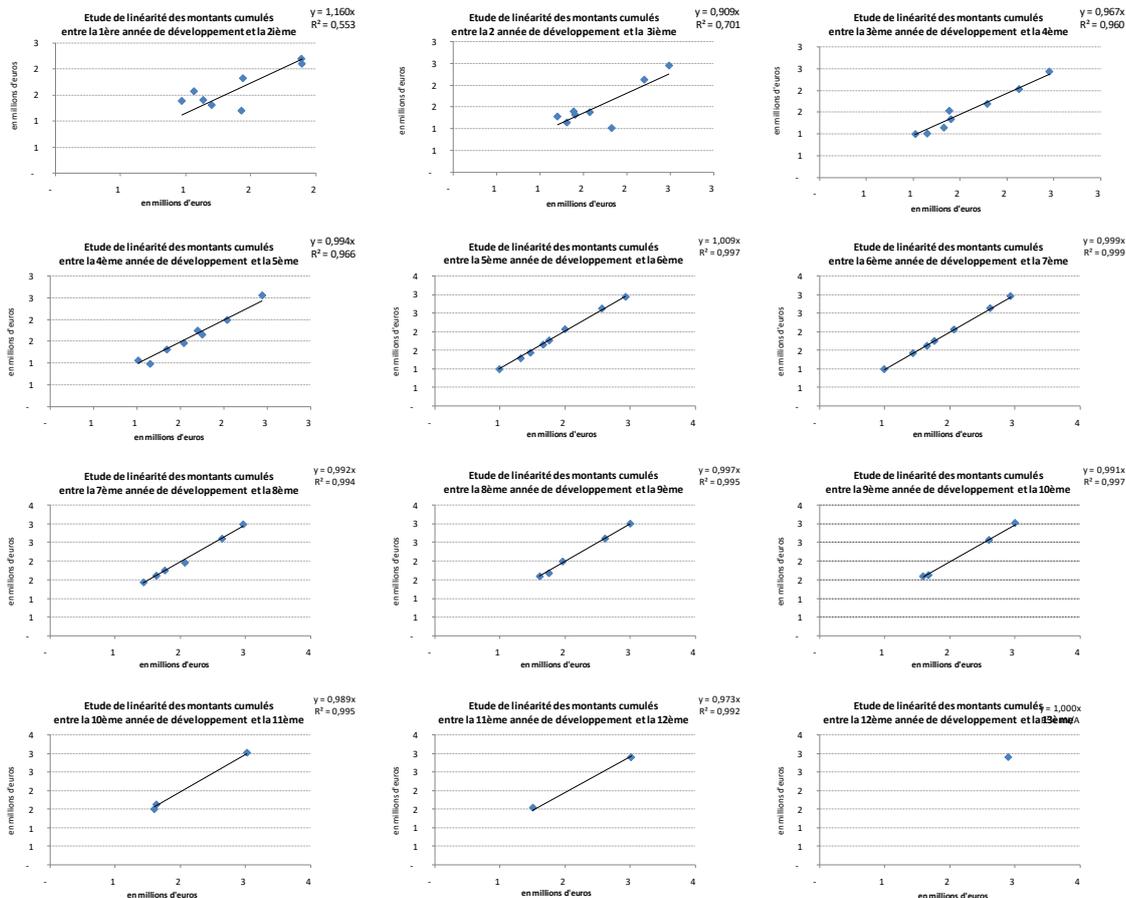
- Hypothèses de linéarité**

L'hypothèse de linéarité suppose qu'il existe une relation de linéarité entre les montants cumulés $C_{i,j+1}$ et $C_{i,j}$ c'est-à-dire qu'il existe f_j tel que, pour tout i années de survenance, on ait $E(C_{i,j+1} | C_{i,j}, \dots, C_{i,1}) = f_j C_{i,j}$.

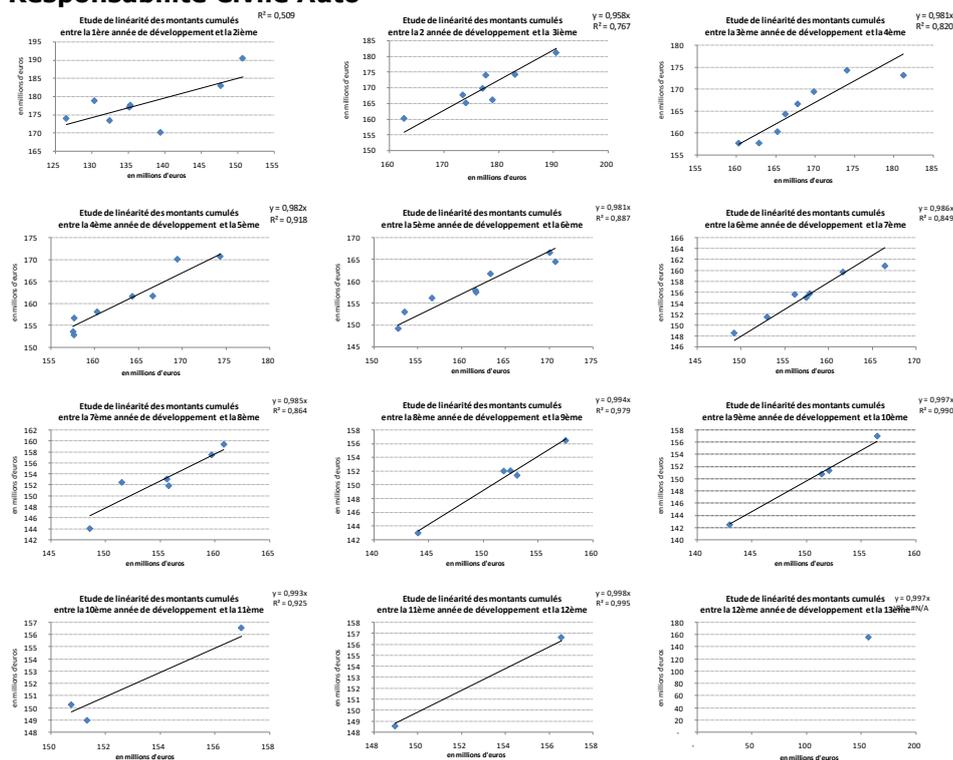
Afin de vérifier cette hypothèse pour un triangle donné de montants cumulés, on construit un graphique de $C_{i,j+1}$ en fonction de $C_{i,j}$, pour l'ensemble des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ et pour toutes les années de développement j pour lesquelles on dispose d'au moins quatre points. Ces couples doivent être proches de la droite passant par l'origine et de pente f_j .

Les graphiques illustrant cet alignement sont présentés ci-dessous

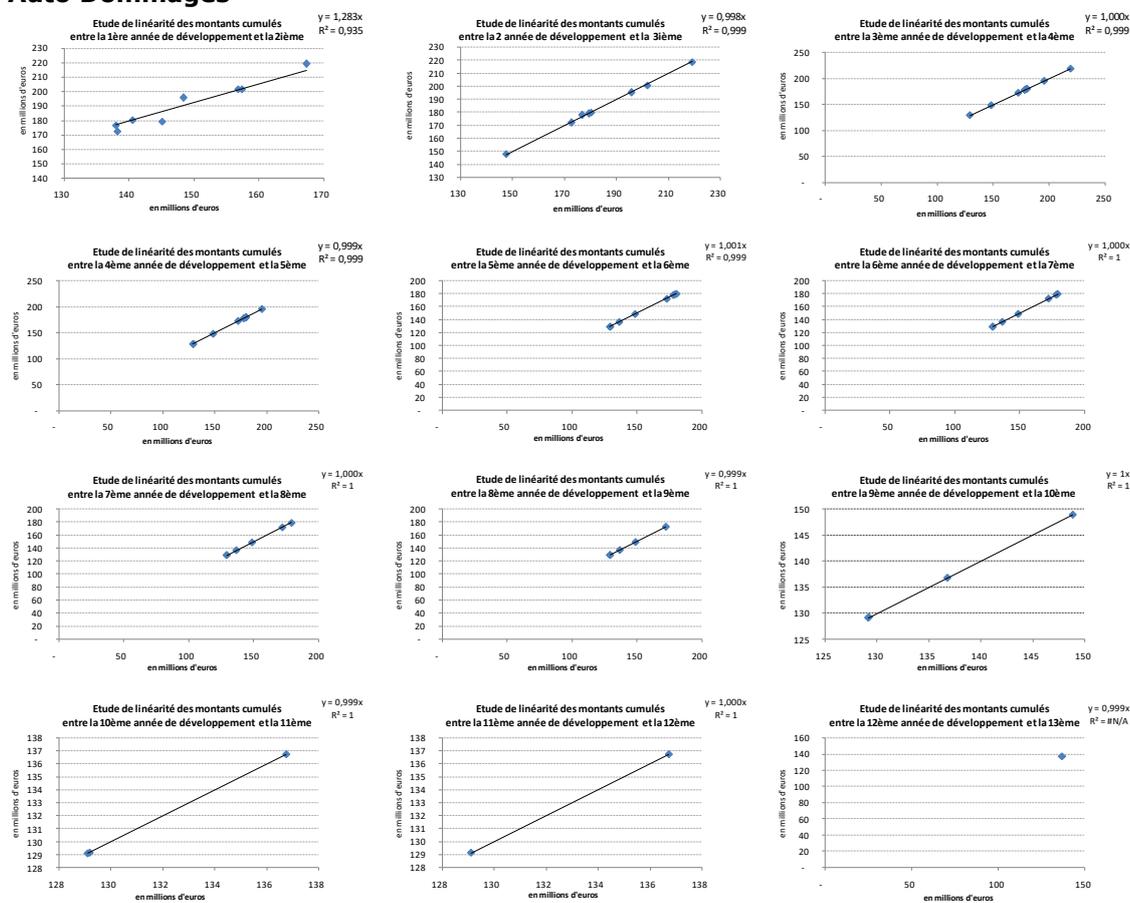
Garantie Accidents de la vie



Responsabilité Civile Auto



Auto Dommages



La régression choisie, dans les graphes, passe par l'origine. Une régression affine donnerait un meilleur résultat s'agissant de l'adéquation à la régression mais la pente obtenue ne serait pas directement comparable avec le coefficient de Chain-Ladder correspondant.

Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus par une régression linéaire affine. Il indique l'écart moyen entre les pentes des deux régressions et l'écart moyen entre chacune des pentes et le coefficient moyen de Chain-Ladder.

Lob Solvabilité 2	Régression linéaire passant par l'origine		Régression linéaire affine		Écart moyen entre les pentes
	Coefficient R ² moyen	Écart moyen entre la pente et le coefficient de Chain-Ladder	Coefficient R ² moyen	Écart moyen entre la pente et le coefficient de Chain-Ladder	
Medical expenses	99,6%	0,0%	99,6%	0,6%	0,6%
Income protection	90,7%	0,4%	91,9%	7,2%	6,8%
Motor vehicle liability	73,3%	0,0%	86,9%	27,7%	27,7%
Motor, other classes	99,3%	0,0%	99,5%	2,0%	2,0%
Motor, other classes - fdn auto	99,6%	0,6%	99,8%	1,5%	1,2%
Marine, aviation and transport	93,8%	0,3%	95,3%	6,3%	6,0%
Fire and other damage - grêle	99,6%	0,1%	99,6%	1,0%	0,9%
Fire and other damage - bris de machine - attritionnels	99,1%	0,0%	99,6%	3,3%	3,3%
Fire and other damage - bris de machine - graves de tendance	93,3%	2,7%	95,6%	11,0%	8,0%
General liability	83,0%	0,2%	87,1%	19,8%	19,6%

Il apparaît une différence importante entre la régression linéaire passant par l'origine et la régression affine pour les lobs : Motor vehicle liability et General liability. Les pentes de la régression linéaire passant par l'origine sont proches du coefficient moyen de Chain-Ladder f_j .

Un test statistique de régression linéaire sur les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ permet de compléter l'analyse graphique, à l'aide des différents R² obtenus. Plus le R² est élevé, plus l'hypothèse de linéarité est vérifiée. Le tableau ci-dessous indique pour chaque lob le minimum des coefficients R² des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$:

Lob Solvabilité 2	Coefficient R ² minimum
Medical expenses	98%
Income protection	55%
Motor vehicle liability	50%
Motor, other classes - dommage auto	94%
Motor, other classes - auto fdn	98%
Marine, aviation and transport	49%
Fire and other damage - grêle	97%
Fire and other damage - Bris de machine - attritionnels	94%
Fire and other damage - Bris de machine - graves de tendance	66%
General liability	31%

Globalement cette hypothèse est vérifiée mais est mise à mal pour les années de développements 1 et 2 des lobs : « Motor vehicle liability », « Marine, aviation et transport » et « General liability », ce qui se retranscrit par quelques points s'éloignant de la droite passant par l'origine.

• **Corrélation entre les coefficients de développement successifs**

L'hypothèse de linéarité implique la non corrélation entre les coefficients de développement successifs, mais pas l'inverse. La vérification de l'absence de corrélation est effectuée de deux façons :

- sur le triangle dans son ensemble, en utilisant le test statistique du ρ de Spearman,
- sur chaque couple de coefficients de développement successifs, en utilisant trois tests statistiques :
 - o test de signification du ρ de Spearman,
 - o test de signification du tau de Kendall,
 - o test de signification du coefficient de corrélation de Pearson.

Le tableau ci-dessous présente les résultats des tests pour toutes les lignes d'activités. Ces résultats comportent la valeur de la statistique de test obtenue, l'intervalle de confiance et indique si le résultat conduit à accepter ou non l'hypothèse de non-corrélation des coefficients de développement successifs. Il indique également les paires de colonnes qui rejettent le test (« colonne j » fait référence au couple de coefficients de développement $(j, j+1)$).

Lob Solvabilité 2	Test global		Tests par couples de coefficients de développement successifs		
	Test global de Spearman au seuil $\alpha=0,5$	Test global de Spearman au seuil $\alpha=0,05$	Test de Spearman	Test de Kendall	Coefficient de corrélation de Pearson
Medical expenses	Rejetée Statistique: 0,613 Intervalle: [-	Rejetée Statistique: 0,613 Intervalle: [-	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2, 3, 4.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2, 4.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2, 3, 4.
Income protection	Rejetée Statistique: 0,35 Intervalle: [-	Rejetée Statistique: 0,35 Intervalle: [-	Acceptée	Acceptée	Acceptée
Motor vehicle liability	Rejetée Statistique: 0,346 Intervalle: [-	Rejetée Statistique: 0,346 Intervalle: [-	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2, 9.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2, 9.	Acceptée
Motor, other classes	Rejetée Statistique: 0,096 Intervalle: [-	Acceptée Statistique: 0,096 Intervalle: [-	Acceptée	Acceptée	Rejetée pour la(les) colonne(s) 3, 4.
Motor, other classes - fdn auto	Rejetée Statistique: 0,2 Intervalle: [-	Acceptée Statistique: 0,2 Intervalle: [-	Acceptée	Acceptée	Acceptée
Marine, aviation and transport	Rejetée Statistique: 0,245 Intervalle: [-	Acceptée Statistique: 0,245 Intervalle: [-	Rejetée pour la(les) colonne(s) 3.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2, 3.	Acceptée
Fire and other damage - grêle	Rejetée Statistique: 0,24 Intervalle: [-	Acceptée Statistique: 0,24 Intervalle: [-	Acceptée	Acceptée	Rejetée pour la(les) colonne(s) 6.
Fire and other damage - bris de machine - attritionnels	Rejetée Statistique: 0,269 Intervalle: [-	Acceptée Statistique: 0,269 Intervalle: [-	Rejetée pour la(les) colonne(s) 1, 9.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 1, 9.	Acceptée
Fire and other damage - bris de machine - graves de tendance	Rejetée Statistique: 0,405 Intervalle: [-	Rejetée Statistique: 0,405 Intervalle: [-	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 2.	Acceptée
General liability	Acceptée Statistique: -0,091 Intervalle: [-	Acceptée Statistique: -0,091 Intervalle: [-	Rejetée pour la(les) colonne(s) 8.	Rejetée pour la(les) colonne(s) 8.	Acceptée

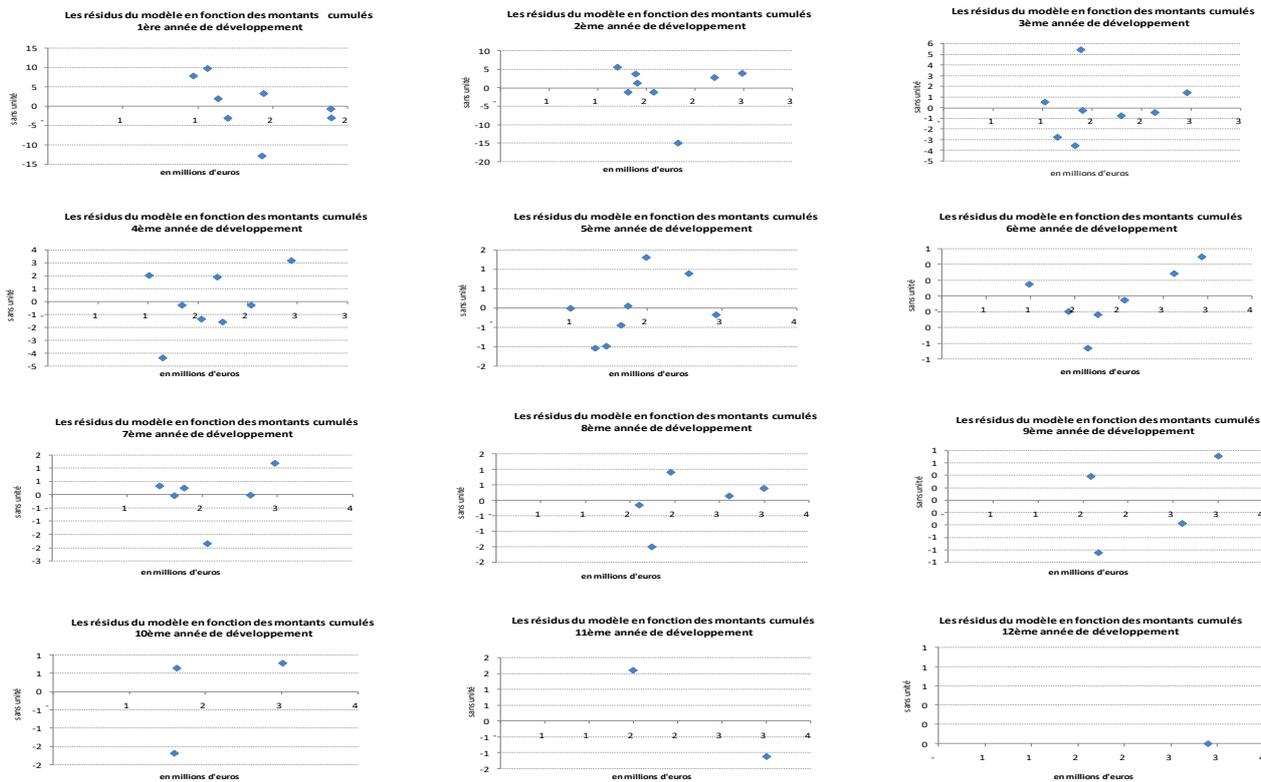
Les résultats conduisent à rejeter l'hypothèse de non-corrélation des coefficients de développements successifs sur certains couples de coefficient de développement successifs. Cependant, sur ces mêmes couples identifiés, la lecture des tests graphiques de linéarité ne permet pas de remettre en cause cette hypothèse. En effet, étant donné que la linéarité implique la non-corrélation, nous constatons qu'un alignement acceptable est observé pour tous les couples rejetés, avec un R^2 minimum de 0,7.

• **Hypotheses de variance**

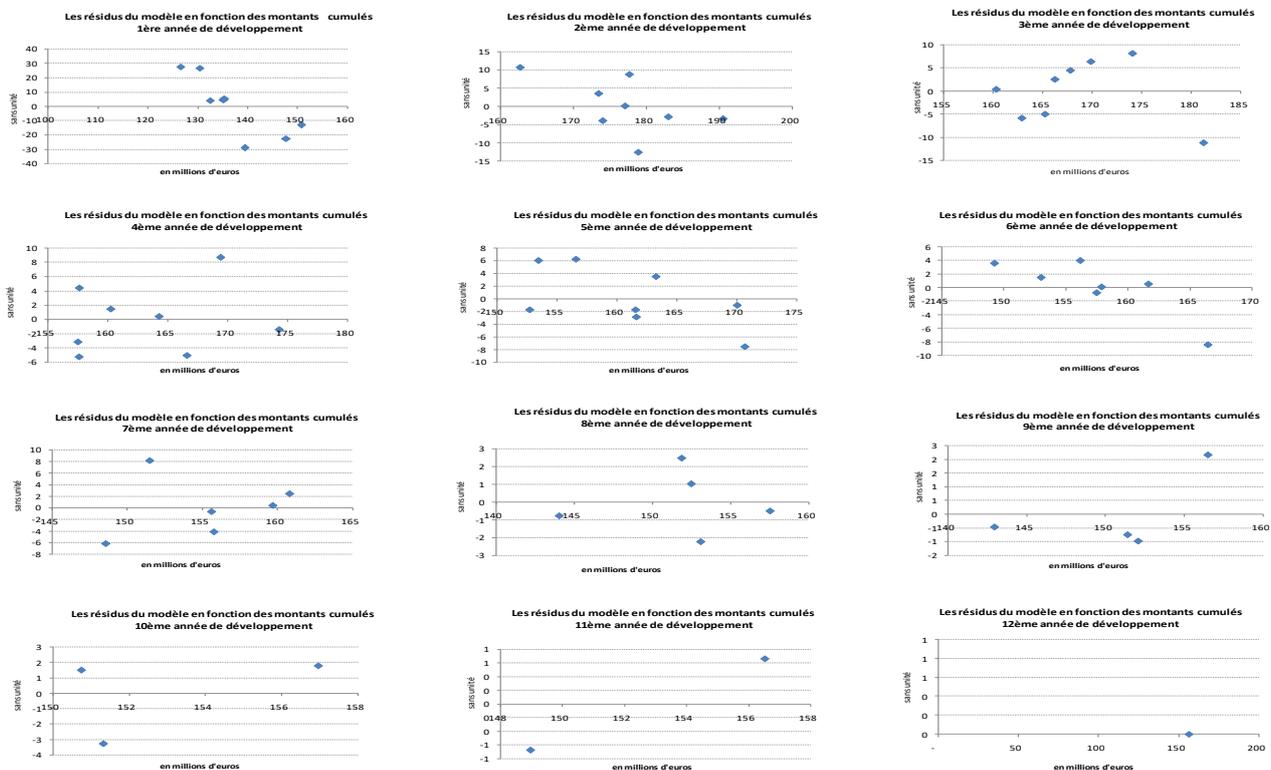
L'hypothèse de variance signifie que la $\text{Var}(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j})$ est proportionnelle à $C_{i,j}$. C'est-à-dire qu'il existe σ_j tel que $\text{Var}(C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2 C_{i,j}$. Un test graphique permet de vérifier cette hypothèse. Il s'agit d'un graphique construit, à partir des résidus $r_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - f_j C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$ en fonction du montant cumulé $C_{i,j}$, pour chaque année de développement contenant au moins six résidus. L'hypothèse de variance est acceptée si les résidus sont aléatoires, ne manifestant pas de tendance.

Les figures représentant les résidus du modèle en fonction de la charge de sinistre sont présentées ci-dessous.

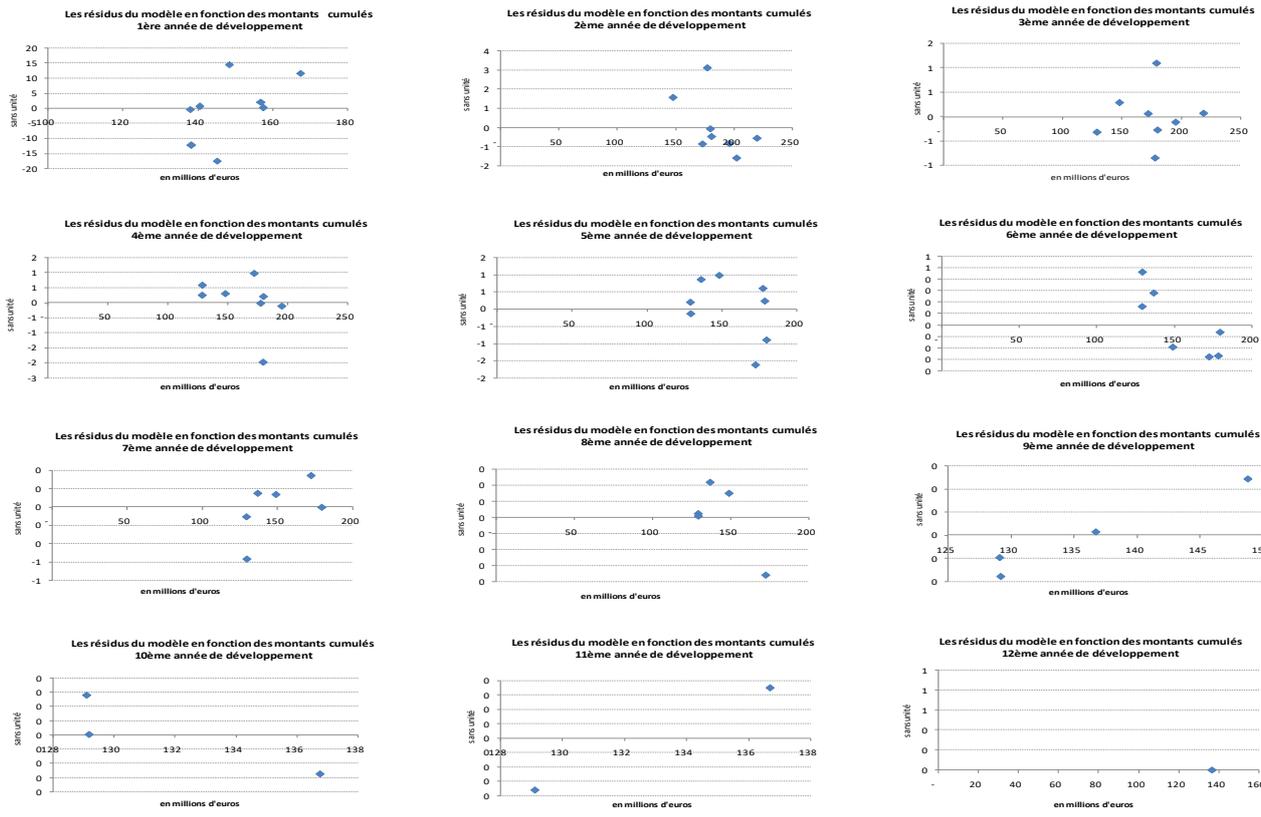
Garantie Accidents de la vie



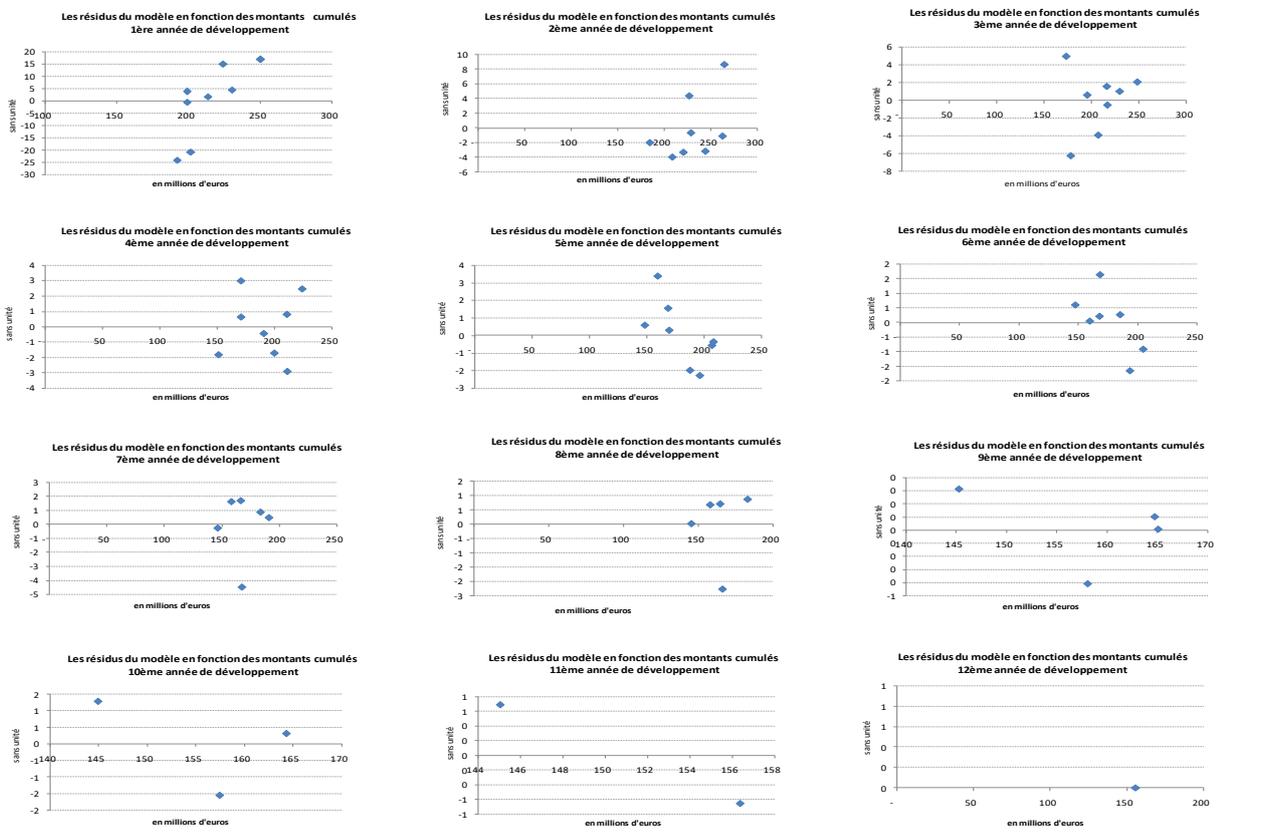
Responsabilité Civile Automobile



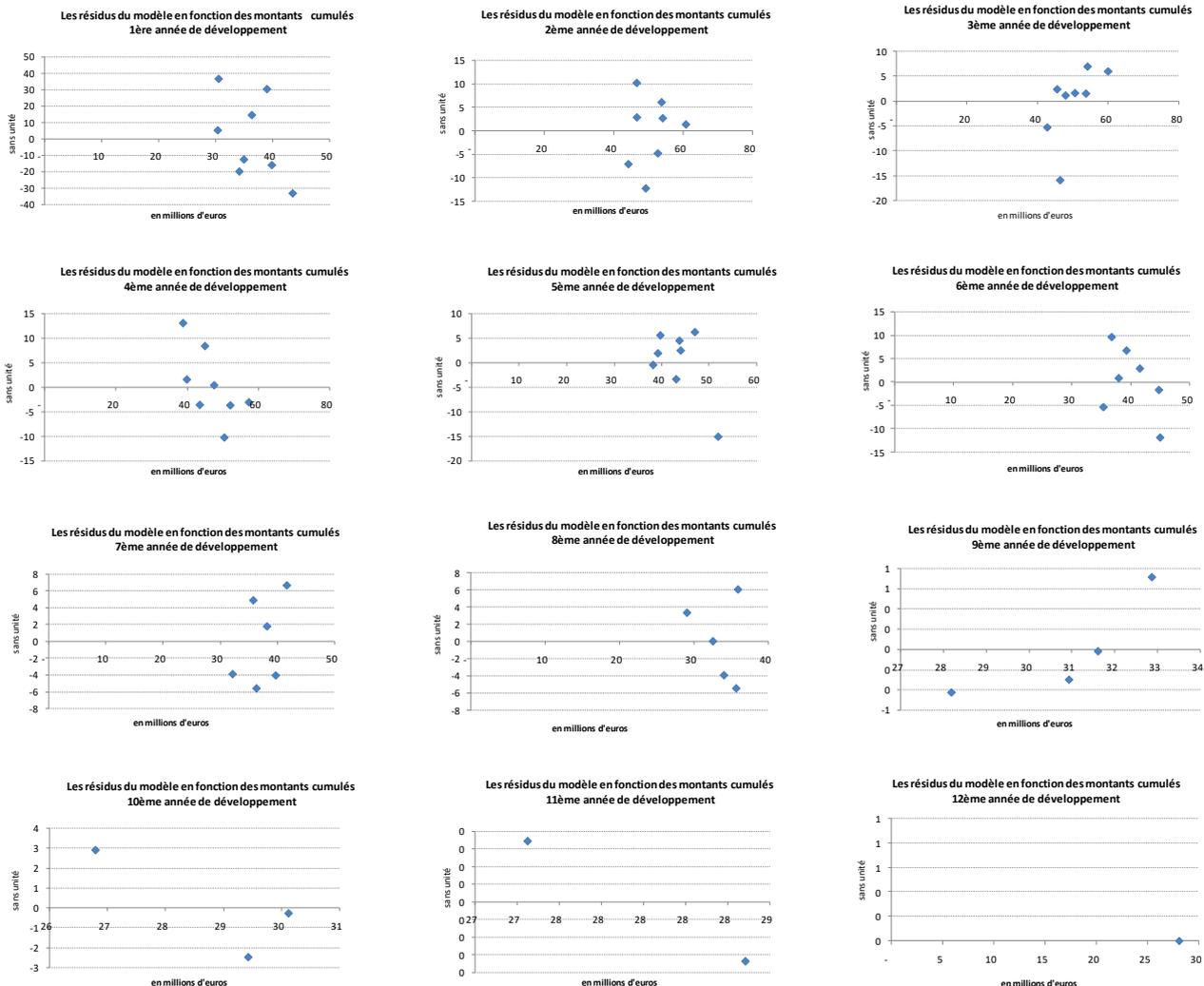
Auto Dommages



Incendie



Responsabilité Civile Générale



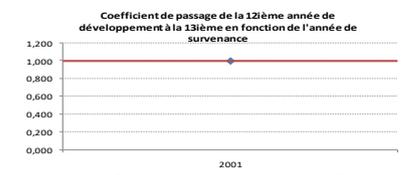
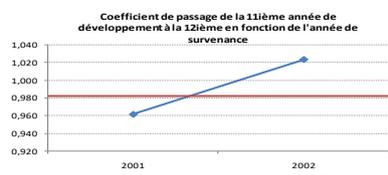
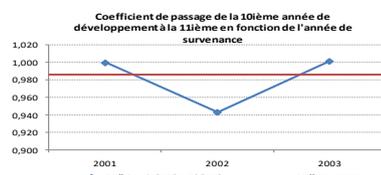
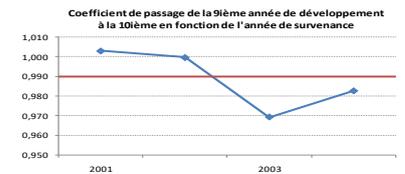
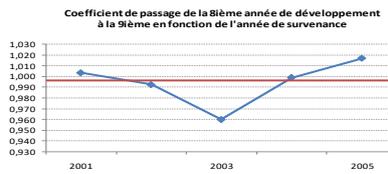
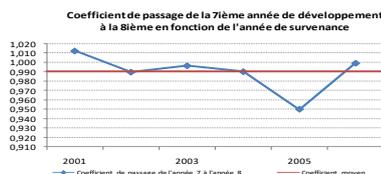
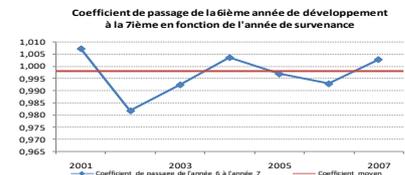
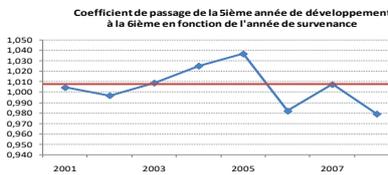
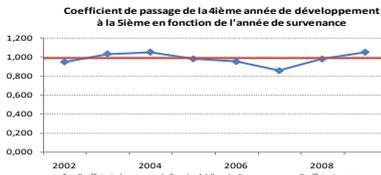
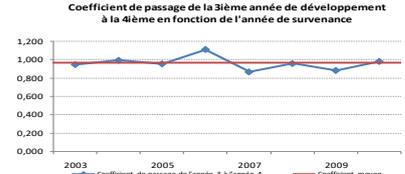
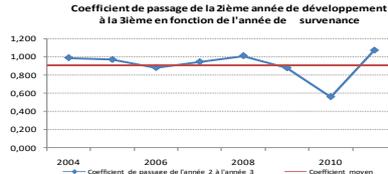
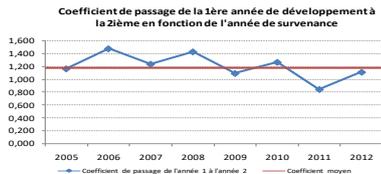
Les résultats du test graphique sont difficiles à interpréter sur certaines LoBs et ne permettent pas de conclure avec exactitude. Tel est le cas des loBs : « Medical expenses ». A la lecture des tests graphiques, les résultats des tests ne rejettent pas l’hypothèse de variance, excepté sur la lob « Medical expenses » qui n’est pas significative.

- Indépendance des années de survenance**

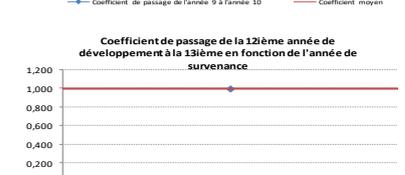
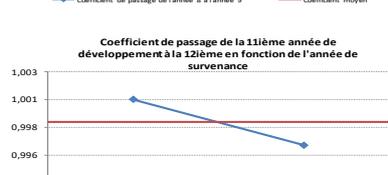
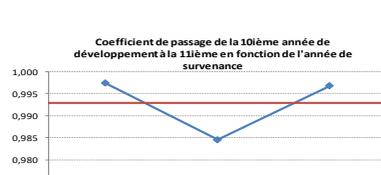
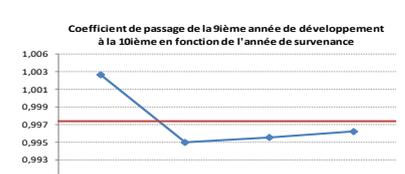
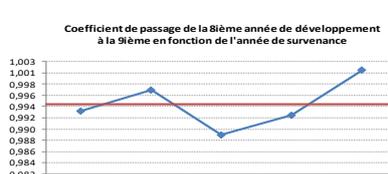
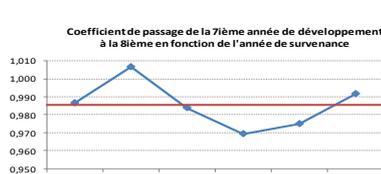
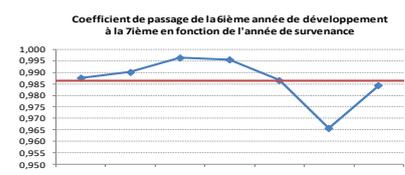
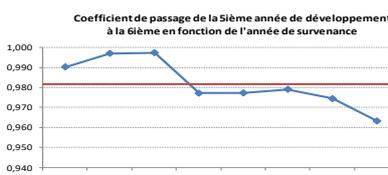
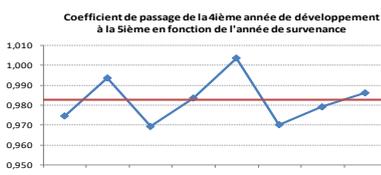
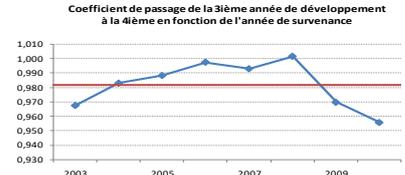
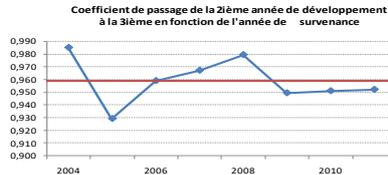
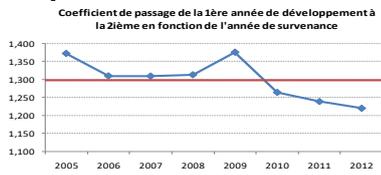
L’hypothèse d’indépendance des années de survenance signifie l’indépendance entre les lignes du triangle de liquidation. Cette hypothèse est vérifiée par un test graphique qui consiste à représenter la j^{ème} colonne du triangle, constituée des coefficients de développement qui permet le passage de l’année de développement j à l’année j+1, en fonction des années de survenance.

L’indépendance des survenances signifierait que pour une colonne j du triangle, les coefficients oscillent autour du coefficient de passage moyen. Les graphiques représentant les coefficients de passage en fonction des années de survenance sont donnés ci-dessous :

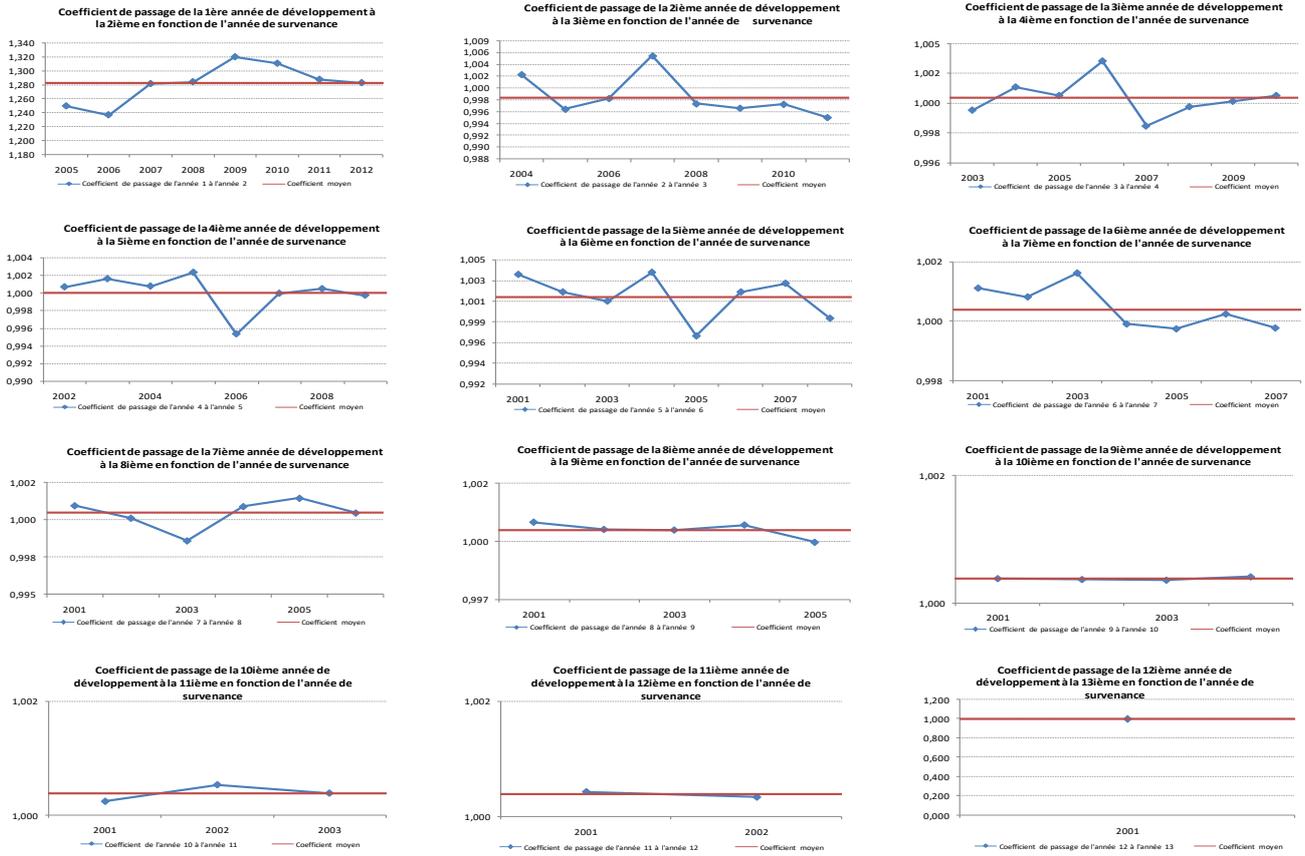
Garantie Accidents de la vie



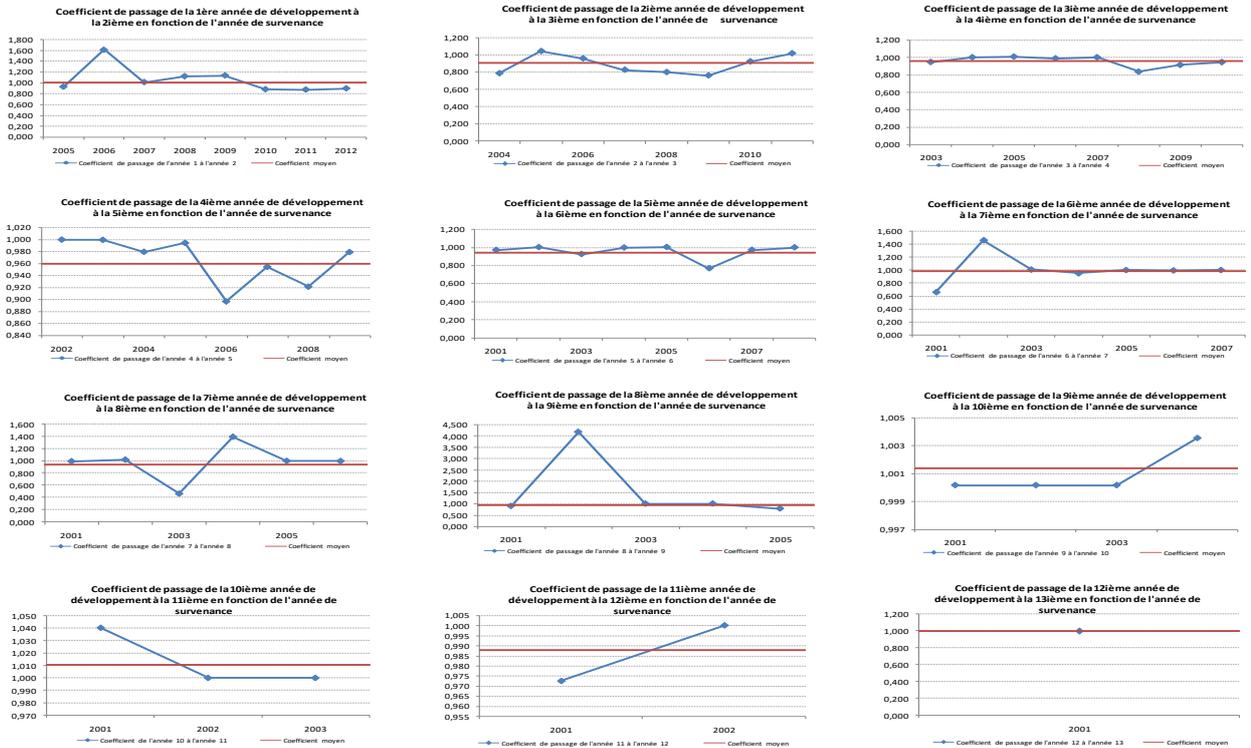
Responsabilité Civile Auto



Auto Dommages



Incendie



Responsabilité Civile Générale



Les résultats des tests graphiques peuvent être difficiles à interpréter sur certaines LoBs. Tel est le cas des LoBs : « Medical expenses » et « Fire – grêle » où il est difficile de conclure avec certitude que l’hypothèse d’indépendance pour le 1^{er} coefficient de développement est acceptée.

A la lecture des tests graphiques, les résultats ne remettent pas en cause l’hypothèse d’indépendance sur la majorité des LoBs.

Les hypothèses de Chain-Ladder sont testées sur l’ensemble de l’historique disponible sans aucun retraitement de coefficients.

II. Hypothèse de log normalité

Rappelons, que pour estimer la provision 70/30, il est nécessaire d'estimer la distribution des réserves. Cette estimation se fait en deux étapes:

1. La première étape consiste à estimer les paramètres de cette distribution :
 - L'espérance mathématique est égale à la provision estimée par la méthode de Chain Ladder ;
 - La variance est égale à l'erreur de prédiction estimée par le modèle de Mack.
2. La seconde étape consiste à déterminer la distribution des réserves avec prise en compte de l'hypothèse de log normalité des réserves.

Les hypothèses qui sous-tendent le modèle de Mack sont ceux de la méthode de Chain-Ladder et l'hypothèse de log-normalité est vérifiée ci-dessous.

Hypothèse de log normalité de la distribution des réserves

Pour justifier le choix de la loi log-normale un test quantitatif d'adéquation de loi a été réalisé, test de Kolmogorov-Smirnov, qui consiste à vérifier l'adéquation entre la loi log-normale et la distribution empirique des réserves obtenue à partir des tirages bootstrap.

La procédure bootstrap est réalisée sur les mêmes diagonales retenues pour le calcul de la PRI.

Pour ne pas biaiser les tests, la variance process dans la procédure Bootstrap est prise en compte par une méthode de ré échantillonnage (et non via une distribution théorique). Les paramètres de la distribution empirique sont calculés à partir de la moyenne et de l'écart-type du montant des provisions estimés sur les tirages bootstrap.

Le test a également été réalisé sur la distribution des réserves, toutes lobs confondues. La distribution empirique est obtenue à partir des tirages bootstrap appliqués au triangle agrégé. Le bootstrap est appliqué aux 3 dernières diagonales du triangle des charges sans aucun retraitement. Ce test permet de vérifier l'hypothèse qui suppose que la variable aléatoire que constitue le coût total des règlements, toutes lobs confondues, suit une loi Log-normale.

Lob Solvabilité 2	Statistique du test	Seuil de rejet	Résultat
Medical expenses	0,073	0,052	Rejetée
Income protection	0,085	0,052	Rejetée
Motor vehicle liability	0,027	0,052	Acceptée
Motor, other classes	0,032	0,052	Acceptée
Marine, aviation and transport	0,076	0,052	Rejetée
Fire and other damage	0,048	0,052	Acceptée
General liability	0,030	0,052	Acceptée
Total Lob	0,028	0,052	Acceptée

Le test ne rejette pas l'hypothèse de log-normalité pour 97,3% des BE au niveau de confiance de 99%.

Bibliographie

- [1] Charpentier A., Denuit M. (2004), Mathématiques de l'assurance non-vie, tome II, Economica.
- [2] RÈGLEMENT DÉLÉGUÉ (UE) 2015/35 DE LA COMMISSION du 10 octobre 2014
- [3] Bahi O. (2019), Théorie des valeurs extrêmes : Application au Calcul de Risques, thèse.
- [4] Anis Borchani. Statistiques des valeurs extrêmes dans le cas de lois discrètes. 2010, 71, xv p. hal-00572559
- [5] Carnot S., Actuary in the box : Modélisation et inclusion du jugement d'expert dans le risque de réserve à 1 an, mémoire d'actuaire
- [6] Denuit M., Trufin J. (2016), Collective loss reserving with two types of claims in motor third party liability insurance, Working Paper, Institute of Statistics, Biostatistics and Actuarial Science, UCL, Belgium.
- [7] Lacour Jean-Sebastien, Problématique de seuils de gravité en provisionnement non-vie, mémoire d'actuaire
- [8] Thomas Mack (1993), Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates, working paper submitted to
- [9] ACPR (2015), Notice "Solvabilité II" Provisions techniques (y compris mesures « branches longues »)
- [10] Journées d'études IARD de l'Institut des Actuaristes « Les derniers réglages de Solvabilité II » Le Mans, 23 mars 2015---- « La fonction actuarielle sous SII »
- [11] MACK T. (1994), Measuring the variability of Chain Ladder reserve estimates, Proceedings of the Casualty Actuarial Society, Vol. 15, No. 2 pp133-138.
- [12] MERZ M., WÜTHRICH M.V., LYSENKO N. (2008), Uncertainty of the Claims Development Result in the Chain Ladder Method, Scandinavian Actuarial Journal, pp63-84.
- [13] Hélène COMPAIN (2010), Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II, mémoire d'actuariat.
- [14] Lecoeur E., Nessi J.M., Nisipasu E., Partrat C. (2007), Provisionnement Technique en Assurance Non-Vie - Perspectives actuarielles modernes.
- [15] Mack T. (1994), Which Stochastic Model is Underlying the Chain Ladder Method, Insurance: Mathematics and Economics 15, p.133 - 138.
- [16] Riegel U. (2013), A Bifurcation Approach for Attritional and Large Losses in Chain Ladder Calculations, Swiss Re Europe S.A., Germany