

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaire
le 18/03/2021

Par : **Louis Anquez**

Titre : **Mise en place de management actions pour des contrats
d'épargne en euros dans un contexte de taux bas durables**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de la filière :

Caroline HILLAIRET

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaire :*

Sophie BORDELET

Nordine CHOUKAR

Stève BAUMANN

Pierre-Alain PATARD

Entreprise : Mazars Actuariat

Nom : Alice THOU

Signature :

Directeur du mémoire en entreprise

Nom : Mohamed-Amine MECHERGUI

Signature :

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)**

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat

Résumé

Dans un contexte de taux bas durables et d'un marché action volatil ce mémoire s'intéresse à la mise en place de *management actions* pour un assureur commercialisant des contrats d'épargne en euros.

Dans un premier temps, le contexte économique et le cadre prudentiel dans lesquels évolue l'assureur fictif, mais représentatif du marché de l'assurance français, sont rappelés. Puis, les outils utilisés et implémentés pour les modélisations de la gestion actif passif et de l'environnement économique sont décrits. Ces outils permettent *in fine* de calculer les éléments nécessaires à la valorisation initiale du bilan Solvabilité II et à la détermination du ratio de couverture du capital de solvabilité requis au 31/12/2019 dans une période de taux bas.

Pour améliorer la solvabilité et la rentabilité de l'assureur, différentes *management actions* sont alors étudiées : choix d'allocations d'actifs cibles alternatives, gestion du gap de duration, couverture financière du risque de taux à l'aide de swaptions et une stratégie mixte. Les paramètres liés à ces solutions sont calibrés de façon statique de manière à optimiser le ratio de solvabilité au 31/12/2019. Ces *management actions* sont ensuite évaluées dans un contexte dynamique à l'aide de 3 scénarios à horizon 5 ans comportant des chocs importants, mais réalistes car observés historiquement depuis la mise en place de Solvabilité II, à la fois sur les taux d'intérêts, le marché actions et les frais supportés par l'assureur.

Mots clés : taux bas, *management actions*, swaption, duration, allocation d'actifs, assurance vie, modèle G2++

Abstract

In a context of lasting low rates and high volatility in the equity market, this study focuses on the implementation of management actions for an insurer selling savings contracts in euros.

First, the economic context and the prudential framework in which the fictitious insurer, but representative of the French insurance market, operates are reviewed. Then, the tools used and implemented for the modelling of asset-liability management and the economic environment are described. These tools allow *in fine* to calculate the elements necessary for the initial valuation of the Solvency II balance sheet and for the determination of the solvency ratio as at 12/31/2019 in a period of low interest rates.

In order to improve the insurer's solvency and profitability, different management actions are then studied : choice of alternative target asset allocations, management of the duration gap, financial coverage of the interest rate risk using swaptions and a mixed strategy. The parameters related to these solutions are statically calibrated in order to optimize the solvency ratio at 12/31/2019. These management actions are then evaluated in a dynamic context using 3 scenarios with a 5-year horizon, with significant shocks, but realistic shocks because historically observed, on interest rates, the stock market and the insurer's costs.

Keywords : low interest rates, management actions, swaption, duration, assets allocation, life insurance, G2++ model

Remerciements

Je tiens à remercier les équipes d'actuariat et d'ingénierie financière de Mazars pour ces 6 mois à leurs côtés. En particulier Alice Thou, Mohamed-Amine Mechergui et Gaëtan Guillotin pour leurs conseils, leur soutien, leur relecture et pour l'autonomie qu'ils m'ont laissée pour explorer ce sujet.

Table des matières

Résumé	3
Abstract	4
Remerciements	5
Introduction	9
1 Contexte de l'étude	10
1.1 Les contrats euros	10
1.1.1 Des encours importants	10
1.1.2 Fonctionnement d'un contrat en euros	11
1.1.3 Un contexte de baisse des taux	11
1.2 Cadre prudentiel et comptable	13
1.2.1 Rappels	13
1.2.2 Le SCR	15
1.3 L'assureur fictif	19
1.3.1 Les passifs	19
1.3.2 Les actifs	21
1.3.3 Le plan stratégique	23
2 Outils de modélisation	27
2.1 Générateur de scénarios économiques	27
2.1.1 Modèle de taux d'intérêts	28
2.1.2 Le modèle actions	34
2.1.3 Validation du GSE	36
2.2 Modèle de gestion actif passif	38
2.2.1 Les hypothèses liées aux passifs	38
2.2.2 Les hypothèses liées aux actifs	40
2.2.3 Le modèle ALM	41
2.3 Best Estimate	42
2.3.1 Best Estimate stochastique	43
2.3.2 TVOG	43
2.3.3 Paramètres de projection et validation du modèle ALM	43
3 Management actions	47
3.1 Situation initiale	47

3.1.1	Bilan prudentiel	47
3.1.2	Ratio de solvabilité	48
3.2	Mise en oeuvre de management actions	49
3.2.1	Management actions et réglementation	49
3.2.2	Solutions étudiées	50
3.2.3	Calibrage des paramètres pour les solutions présentées	57
4	Évaluation des management actions dans un contexte dynamique	72
4.1	Scénario 1	72
4.1.1	Vision prudentielle	73
4.1.2	Vision comptable	77
4.2	Scénario 2	78
4.2.1	Vision prudentielle	79
4.2.2	Vision comptable	81
4.3	Scénario 3	83
4.3.1	Vision prudentielle	83
4.3.2	Vision comptable	86
4.4	Apport des management actions	86
	Annexes	91
	A Hypothèses EIOPA Revue 2020	92
	B GSE	93
	Note de synthèse	102
	Executive Summary	108
	Liste des figures	110
	Liste des tables	112

Introduction

Connu comme le placement favori des épargnants français depuis des décennies, le contrat d'épargne en euros n'a plus la cote auprès des assureurs-vie. Ces derniers peinent à rémunérer ces contrats dans un contexte de taux d'intérêts historiquement bas, négatifs depuis plusieurs mois. Dans ces conditions économiques jamais vues, les assureurs sont soumis à une double pression de solvabilité et de rentabilité. Dès le 30/09/2019, les taux d'intérêts ont atteint des niveaux exceptionnels conduisant un certain nombre d'assureurs à recapitaliser leur fonds propres (Suravenir) ou émettre des dettes subordonnées (AG2R-La Mondiale) pour rehausser leur ratio de solvabilité tombé sous la frontière des 100%. De son côté, l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution encourage les assureurs à renoncer à ces produits offrant à la fois une protection du capital et une liquidité permanente et à se diriger plutôt vers de nouvelles offres dans lesquelles les clients prennent une part de risque ce qui permet ainsi aux compagnies d'assurance de limiter leur besoin en fonds propres.

« Comment assurer le long terme dans un monde de court terme ? » s'interroge la Fédération Française de l'Assurance lors de sa conférence internationale de l'assurance. La réponse à cette question constitue un défi majeur que les assureurs doivent relever dans un monde où la volatilité est devenue la norme et dans un environnement de taux d'intérêts bas. Compte tenu de l'encours conséquent de l'épargne en euros en France, les assureurs-vie sont dans l'obligation d'optimiser la gestion de leurs portefeuilles.

Les travaux réalisés dans ce mémoire tentent d'apporter une réponse à cette problématique. À partir de données fictives mais représentatives du marché français de l'assurance vie en euros, différentes *management actions* ont été mises en place afin maximiser le ratio de solvabilité de l'organisme. Pour cela, il a fallu préalablement recourir aux techniques actuarielles de modélisation des contrats d'épargne et des facteurs de risques associés dans le cadre prudentiel Solvabilité II. Les *management actions* identifiées pour piloter la solvabilité d'un portefeuille de contrats euros concernent la gestion d'actifs : choix de l'allocation d'actifs cible, réduction du gap de duration et une solution moins étudiée dans la littérature actuarielle consistant à couvrir le risque de taux par une swaption. Après avoir calibré les paramètres des différentes *management actions* dans un contexte statique de taux bas, ce mémoire propose d'étudier à travers 3 scénarios dynamiques la robustesse des *management actions* face à des chocs des taux d'intérêts, du marché actions et des frais subis par l'assureur. Les hypothèses retenues pour certains de ces chocs correspondent aux chocs observés par les assureurs au cours de l'année 2020. Enfin, ce mémoire essaie d'élargir la vision prudentielle « risque neutre » de l'impact des *management actions* à une vision comptable « historique ».

Chapitre 1

Contexte de l'étude

L'objectif de ce mémoire est d'étudier les impacts de différentes décisions de gestion qu'un assureur commercialisant des contrats d'épargne en euros pourrait mettre en place. Cette étude a été menée sur un produit d'épargne en euros standard proposé par un assureur fictif mais représentatif du marché français.

La section 1.1 rappelle brièvement le fonctionnement des contrats euros. La section 1.2 définit le cadre prudentiel et comptable dans lequel le produit évolue. La section 1.3 décrit les caractéristiques de l'assureur fictif en prenant soin de détailler le portefeuille de contrats et présente le plan stratégique retenu.

1.1 Les contrats euros

1.1.1 Des encours importants

Au premier trimestre 2020 en France, les contrats en euros sont de loin, en ce qui concerne les volumes, les supports d'épargne les plus importants. Ils représentent à eux seuls 32% des placements financiers des ménages. A titre de comparaison, les dépôts bancaires rémunérés, comprenant l'épargne réglementée¹ ainsi que les comptes à terme et les livrets ordinaires, ne représentent que 20% des encours [Banque de France, 2020a] (figure 1.1). Néanmoins, cette vision est à nuancer, en effet, en termes de flux de placement la popularité des fonds en euros s'érode. Les primes versées sur les fonds en euros ne représentent pas la majorité des flux. Les ménages se tournent dorénavant vers d'autres solutions d'épargne : produits de fonds propres, dépôts à vue et dépôts bancaires réglementés [Banque de France, 2020a].

1. Livrets A, bleus, LDD, LEP, PEL, PEP, CEL et livrets jeunes

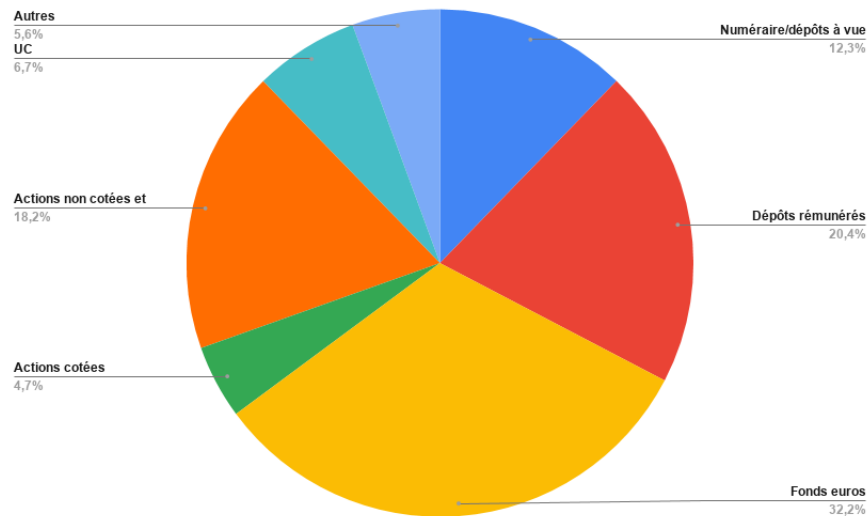


FIGURE 1.1 – Encours de placements financiers des ménages français au T1 2020

1.1.2 Fonctionnement d'un contrat en euros

Un contrat en euros est un contrat d'assurance dans lequel l'assureur s'engage à verser un capital à l'assuré au terme du contrat en échange d'une prime. Le versement de la prime peut être unique, périodique ou libre.

La spécificité des contrats euros vient des garanties financières portées par l'assureur. D'une part, l'assureur s'engage à revaloriser chaque année le capital de l'assuré à un taux supérieur ou égal au taux minimum garanti (TMG). Il convient aujourd'hui de faire une distinction entre les TMG bruts et les TMG nets de frais. En effet, lorsque le taux de frais est supérieur au TMG brut, l'épargne constituée par l'assuré peut diminuer. D'autre part, l'assureur doit faire participer l'ensemble de ses assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'il réalise. Ce principe législatif exige que l'assureur reverse aux assurés au moins 85% du résultat financier et 90% du résultat technique (100% si ce résultat est négatif). Pour lisser les revalorisations dans le temps l'assureur peut choisir de ne pas distribuer immédiatement la participation aux bénéfices. Une provision pour participation aux bénéfices est alors passée et celle-ci doit être distribuée aux assurés dans un délai de huit ans. En outre, des clauses contractuelles additionnelles pour le partage des bénéfices peuvent aussi exister : l'assureur peut par exemple s'engager à reverser immédiatement 90% des produits financiers réalisés. Ces clauses additionnelles peuvent parfois accroître de manière forte les engagements de l'assureur.

1.1.3 Un contexte de baisse des taux

A la suite de la crise de 2007-2008, les taux d'intérêts nominaux ont eu tendance à diminuer année après année. Pour la première fois, au cours de l'année 2019 les taux des Obligations Assimilables au Trésor (OAT) à 10 ans sont entrés en territoire négatif. Les taux d'intérêts réels sont eux à leur plus bas niveau depuis les années 80 [Banque de France, 2020b] [Banque de France, 2020c].

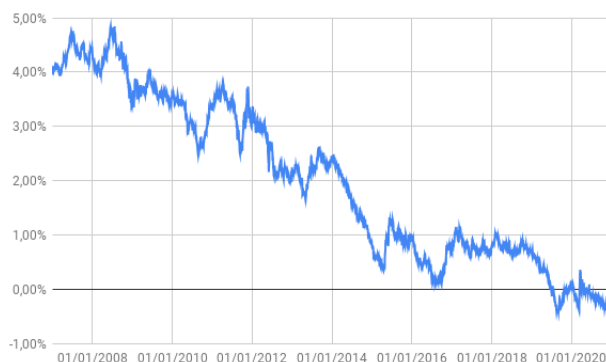


FIGURE 1.2 – Taux des OAT 10 ans

Cette baisse prolongée des taux d'intérêts menace la solvabilité et la rentabilité des assureurs proposant des contrats en euros. Pour y faire face plusieurs solutions ont été d'ores et déjà mises en place.

Une première solution, difficile à faire accepter, consiste à diminuer les taux servis aux assurés. Les performances des fonds en euros ont suivi la même tendance que celle des OAT 10 ans comme le montre la figure 1.3 [Brunet, 2020].

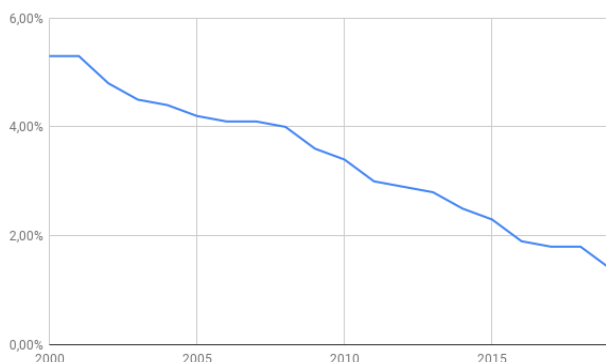


FIGURE 1.3 – Performances nettes de frais des fonds euros avant prélèvements sociaux

Une deuxième solution mise en place a pour but limiter les entrées sur les fonds en euros. Cela peut se faire en fermant simplement les entrées ou en demandant un capital minimum pour accéder au fonds ou encore en ayant une politique imposant à l'assuré d'investir une partie de son épargne sur des unités de compte (UC). La limitation des entrées permet à l'assureur, à court terme, d'acquérir moins d'obligations nouvelles rapportant peu.

Dans un contexte de taux bas voir négatifs, garantir la totalité du capital est bien une garantie. Une troisième solution est alors de passer d'une garantie de l'épargne nette de frais à une garantie brute de frais : l'épargne sur un fonds en euros peut alors diminuer.

De plus, l'entrée en vigueur d'une mesure réglementaire [Ministère de l'économie et des finances, 2019] permet d'améliorer les ratios de solvabilité. Elle consiste à intégrer une partie, dite partie admissible, de la Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) aux fonds propres admissibles pour le calcul du ratio de couverture qui augmente alors mécaniquement. L'impact de ce changement réglementaire pour l'assureur fictif est quantifié dans ce mémoire.

Outre la difficulté à revaloriser les encours de façon attrayante et respecter les garanties de taux dans cet environnement économique les assureurs craignent une remontée brutale des taux d'intérêts. Si ce phénomène se produisait alors les obligations acquises durant la période de taux bas perdraient de la valeur et les assurés insatisfaits des taux servis pourraient être tentés de racheter massivement leur épargne. Cette situation obligerait ainsi l'assureur à vendre ses actifs, essentiellement obligataires, et donc à réaliser des moins values.

1.2 Cadre prudentiel et comptable

1.2.1 Rappels

Comptes sociaux

En normes comptables françaises les actifs financiers sont comptabilisés au coût historique, c'est à dire à la valeur d'achat, les provisions techniques sont quant à elle valorisées de façon prudente selon le Code des assurances. Le bilan comptable est par conséquent peu sensible à l'environnement financier. Afin d'adapter au mieux le niveau de fonds propres des compagnies d'assurance aux risques encourus, la directive européenne Solvabilité II a été développée.

Valorisation économique

L'assureur fictif est soumis à la directive Solvabilité II. Le modèle Solvabilité II correspond à une approche par risques. Le calcul des besoins en fonds propres et des fonds propres s'appuie sur la valeur économique des actifs et des passifs. En effet, dans ce référentiel prudentiel, l'assureur doit construire un bilan économique où les actifs et les passifs sont valorisés de façon *market consistent*, c'est-à-dire au prix auquel ils devraient être «échangés dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes» (article 75 de la directive Solvabilité II [Parlement Européen, 2009]). Le bilan Solvabilité II diffère donc du bilan issu des comptes sociaux.

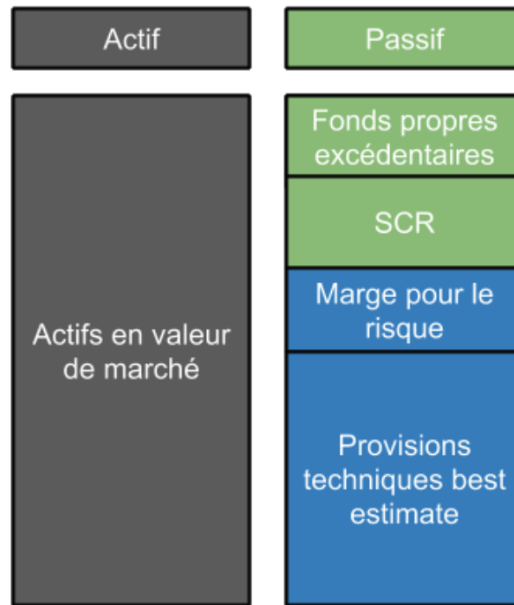


FIGURE 1.4 – Bilan économique Solvabilité II

Les actifs

Pour avoir une valorisation *market consistent* des actifs, les actifs cotés liquides sont évalués selon une approche *mark to market* et les actifs non cotés de façon *mark to model* à l'aide de modèles financiers calibrés sur un panier d'actifs liquides et cotés.

Provisions techniques Best Estimate

Les provisions techniques *Best Estimate* (BE) correspondent à «la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents» (article 77 de la directive Solvabilité II [Parlement Européen, 2009]). Au lieu d'un calcul des engagements tête par tête, l'organisme d'assurance peut effectuer des regroupements. Selon la réglementation, ces regroupements doivent correspondre à des groupes de risques homogènes. Ces groupes de risques homogènes rassemblent les contrats ayant des caractéristiques similaires (âge, ancienneté, taux garantis, politique de participation aux bénéfices...). Le portefeuille d'assurés retenu dans ce mémoire est représenté par 6 groupes de risques homogènes.

La projection des flux de trésorerie utilisés dans le calcul du BE doit prendre en compte l'ensemble des entrées et sorties de trésoreries nécessaires pour faire face aux engagements d'assurances pendant toute la durée de ceux-ci, des frais engagés, des paiements aux bénéficiaires y compris les participations discrétionnaires. Dans le cadre de ce mémoire, les flux de trésorerie évoqués correspondent aux primes brutes auxquelles sont soustraits les prestations de sinistres, les prélèvements sociaux, les frais d'investissement, d'acquisition, de gestion de sinistres et d'administration de l'assureur. Dans le référentiel Solvabilité II, pour le calcul du BE des contrats en euros les versements libres n'appartiennent pas à la frontière des contrats, ils ne sont donc pas pris en compte.

Marge pour le risque

La marge pour le risque est «calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance» (article 77 de la directive Solvabilité II [Parlement Européen, 2009]). En effet, le BE n'étant pas considéré par un organisme d'assurance comme étant un prix suffisant pour reprendre les engagements, il est complété par la marge pour le risque qui correspond donc à la différence entre la valeur de transfert nécessaire pour reprendre les engagements et le BE. La marge pour le risque des organismes d'assurance vie représente entre 0,25% et 2% des provisions techniques [Mazars, 2017]. Par soucis de simplification, la marge pour le risque ne sera pas modélisée et sera supposée nulle dans cette étude.

Pilier 1

Afin de prévenir une possible ruine économique de l'assureur, autrement dit des fonds propres économiques négatifs, la directive Solvabilité II définit à travers son pilier 1 un montant de capital requis : le *Solvency Capital Requirement* (SCR). Le niveau de fonds propres cible doit être supérieur au SCR. Ce dernier est censé permettre à l'assureur d'absorber des chocs exceptionnels qui auraient lieu une fois tous les 200 ans (article 101 de la directive Solvabilité II [Parlement Européen, 2009]).

Au 31/12/2018 le taux de couverture du SCR, c'est-à-dire le ratio des fonds propres excédentaires admissibles sur le SCR, pour les organismes Vie s'établissait à 225%. Au troisième trimestre 2019, avec l'arrivée des taux négatifs sur les OAT 10 ans, il chutait à 193% avant de retrouver au 31/12/2019 un niveau de 261%. Cette hausse s'explique notamment par la prise en compte de la Provision pour Participation aux Bénéfices admissible dans le calcul du ratio de couverture [Banque de France, 2020b].

Pilier 2

Le pilier 2 de la directive Solvabilité II définit l'évaluation interne des risques et de la solvabilité ou *Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA). Cette pratique vise à prendre en compte les risques dans le pilotage de l'entreprise sur un horizon de moyen terme à travers 3 composantes : l'évaluation du besoin global de solvabilité, le respect permanent des obligations réglementaires (couverture du SCR par exemple) et le contrôle des hypothèses utilisées dans le calcul du SCR.

1.2.2 Le SCR

Le SCR correspond à la *Value-at-Risk* des fonds propres de l'assureur avec un niveau de confiance de 99,5% à l'horizon d'un an. En notant X la variable aléatoire correspondant aux pertes de fonds propres dans une année et F le niveau actuel des fonds propres :

$$\text{SCR} = \inf_{x \in \mathbb{R}} \{x : \mathbb{P}(X \geq x) \leq 0.005\} - F$$

En d'autres termes, le SCR correspond à un quantile de la distribution des pertes à un an permettant d'assurer avec une probabilité de 99,5% qu'à horizon un an les fonds propres économiques

restent positifs. Le calcul du SCR peut être réalisé selon différentes approches : formule standard ou modèle interne (méthode des simulations dans les simulations, *Least Squares Monte Carlo*, *Replicating Portfolios...*). Par soucis de simplification, dans le cadre de ce mémoire le SCR sera obtenu à l'aide de la formule standard. Les risques présents dans la formule standard sont illustrés dans la figure 1.5.

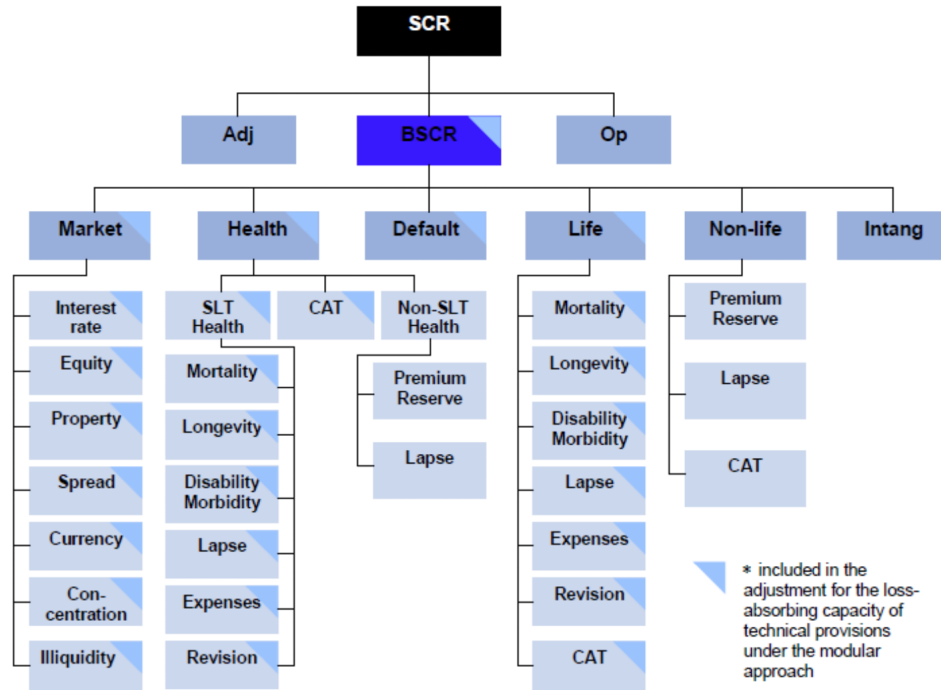


FIGURE 1.5 – Formule standard

Le calcul du SCR en formule standard se fait de façon modulaire. Chaque sous-module correspond à un risque pour lequel un besoin en capital est calculé à l'aide d'un scénario stressé, par exemple une augmentation des taux de mortalité de 15%. Les chocs appliqués dans la formule standard sont spécifiés dans le chapitre *Formule standard de calcul du capital de solvabilité requis* du règlement délégué complétant la directive Solvabilité II [Parlement Européen, 2014].

Les sous-modules sont ensuite agrégés en modules (Marché, Vie...) grâce à plusieurs matrices de corrélation définies par la norme [Parlement Européen, 2014]. Les modules sont à leur tour agrégés selon une matrice de corrélation en un SCR de base. Cette approche permet une prise en compte des structures de dépendances spécifiques à chaque risque et donc une prise en compte de la diversification.

L'assureur doit ajouter au SCR de base le SCR d'ajustement. Cet ajustement vise à tenir compte de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques et de la capacité d'absorption des chocs par les impôts différés. La capacité d'absorption des pertes des provisions techniques désigne la compensation potentielle de pertes par une diminution simultanée des provisions techniques. Cet ajustement se base sur l'estimation des participations discrétionnaires futures dont la non réalisation en cas de pertes conduirait à une baisse des provisions techniques. Dans le cadre de

ce mémoire, le SCR opérationnel n'est pas modélisé et est considéré comme nul, tout comme l'ajustement par les impôts différés.

En notant $BSCR$ le SCR de base sans ajustement, $nBSCR$ le SCR de base prenant en compte l'ajustement par les provisions techniques et FDB le montant de participation aux bénéfices future discrétionnaire.

Ainsi,

$$SCR = BSCR - \max(\min(BSCR - nBSCR; FDB); 0)$$

Les contrats en euros étant principalement soumis au risque de marché et au risque de souscription vie, le calcul de SCR ne prendra en compte que ces deux modules. Les sous-modules du risque de souscription vie retenus correspondent à la mortalité, la longévité, une catastrophe en mortalité, aux frais et aux rachats. Pour le risque de marché, la modélisation effectuée dans ce mémoire permet seulement de sélectionner les sous-modules taux d'intérêts et actions. La figure 1.6 résume cette sélection.

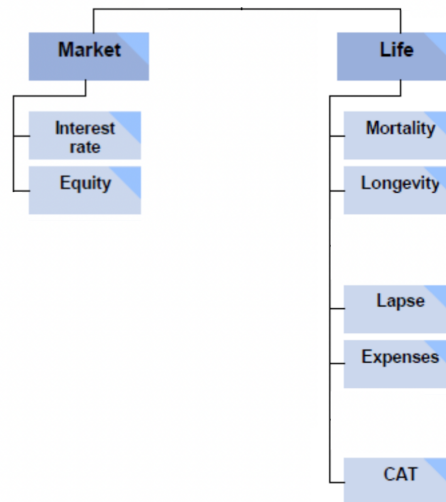


FIGURE 1.6 – Sélection des risques pour la formule standard

Nouvelles hypothèses pour un choc des taux d'intérêts

Pour conclure cette sous-section dédiée au cadre prudentiel, il convient de préciser que pour le risque de taux d'intérêts le calcul est réalisé avec les hypothèses proposées par l'EIOPA dans sa consultation sur la révision 2020 de Solvabilité II [EIOPA, 2019]. Une comparaison du SCR

de taux d'intérêts obtenu avec les paramètres actuels de la formule standard est tout de même réalisée.

Actuellement dans la formule standard pour obtenir le SCR de taux d'intérêts, les courbes de taux subissent un stress relatif dégressif selon la maturité :

- Pour le scénario à la hausse de taux, une hausse de +70% pour la maturité un an à +20% pour la maturité la plus élevée mais avec un minimum de hausse de 1% quelle que soit la maturité.
- Pour le scénario à la baisse de taux, une baisse de -75% pour la maturité un an à -20% pour la maturité la plus élevée mais avec un stress nul pour les taux négatifs.

Avec les hypothèses proposées par l'EIOPA, les courbes de taux sont stressées à la fois avec un choc relatif et avec un choc additif :

$$r_{choc}(m) = r(m) \times (1 + s(m)) + b(m)$$

Avec $r(m)$ le taux sans risque à la maturité m et $r_{choc}(m)$ le taux choqué à la maturité m . Les coefficients $s(m)$ et $b(m)$ pour les scénarios à la baisse et les scénarios à la hausse peuvent être consultés dans la table A.1 des annexes. Ces nouvelles hypothèses permettent un choc à la baisse des taux d'intérêts négatifs.

A titre d'illustration, la figure 1.7 représente les courbes choquées selon les différentes approches :

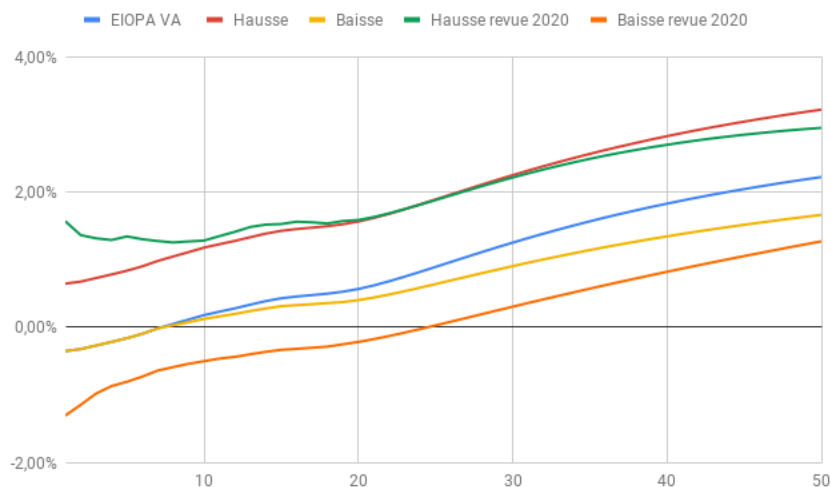


FIGURE 1.7 – Courbes choquées selon la spécification retenue

La spécification actuelle peut conduire à une sous-estimation du risque de taux d'intérêts. Le tableau suivant donne le SCR de taux d'intérêts pour un flux de 100€ à différentes maturités et pour les différents chocs de la courbe EIOPA 31/12/2019 française avec ajustement pour la volatilité (VA) :

Maturité	Valeur actualisée	SCR			
		Hausse des taux		Baisse des taux	
		Paramètres actuels	Nouveaux paramètres	Paramètres actuels	Nouveaux paramètres
3 ans	100,81€	2,97€	4,67€	0€	2,19€
10 ans	98,19€	9,28€	10,20€	0,56€	6,95€
20 ans	89,25€	16,02€	16,35€	2,99€	15,14€

TABLE 1.1 – Effets des nouvelles hypothèses de l’EIOPA

La possibilité de choquer les taux négatifs augmente considérablement le SCR lié à une baisse des taux d’intérêts.

1.3 L’assureur fictif

Pour les besoins de ce mémoire, un portefeuille de contrats euros chez un assureur fictif a été construit. Les caractéristiques de ce portefeuille, celles des provisions techniques et des actifs ont été choisies pour être représentatives des caractéristiques moyennes d’un assureur sur le marché français au 31/12/2019. Ces caractéristiques sont inspirées du webinar présenté par le groupe de travail ALM de l’Institut des Actuaire «Impact de la crise financière sur la solvabilité d’une compagnie d’Assurance Vie Épargne» [Groupe de travail ALM de l’Institut des Actuaire, 2020].

1.3.1 Les passifs

Au 31/12/2019 l’assureur détient des fonds propres valorisés à 43M€ soit 7% du total des passifs en valeur comptable. La réserve de capitalisation a été établie en réalisant des plus values sur les obligations et reprise lors des moins values, elle représente 6,38M€ soit 1% des passifs. L’encours sur la provision pour participation aux bénéfices est de 16,63M€ réparti uniformément sur 8 ans soit 2.5%. La provision mathématique s’élève à 550,48M€ soit 89.5% des passifs.

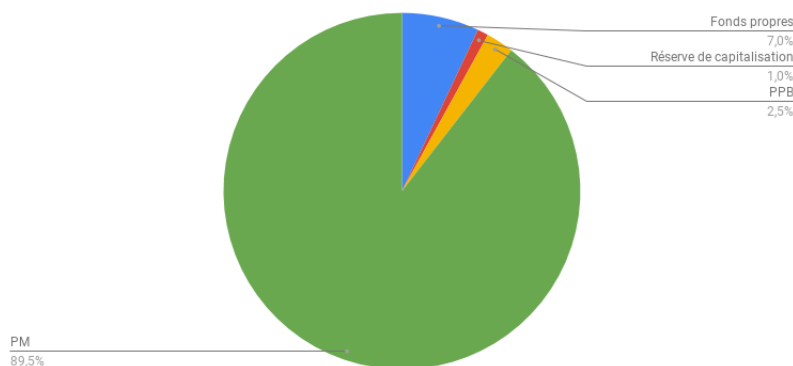


FIGURE 1.8 – Répartition des passifs en comptabilité sociale

Le portefeuille est constitué de 35300 contrats segmentés en 6 groupes de risques homogènes.

Age	Ancienneté	Nombre	PM	TMG	Durée TMG	TMG NET	Clause de PB	Prime de base
46	1	10000	138M€	0	8	Non	90%	2 500€
49	4	18000	275M€	0	8	Oui	90%	2 500€
52	7	5500	99M€	0,01	8	Oui	90%	2 500€
55	10	1100	22M€	0,02	Viager	Oui	90%	2 500€
59	14	500	11M€	0,03	Viager	Oui	90%	2 500€
63	18	200	5M€	0,04	Viager	Oui	90%	2 500€

TABLE 1.2 – Model points

En réponse à la baisse progressive des taux d'intérêts, l'assureur s'est engagé sur des TMG de moins en moins importants. En effet, le *model point* le plus ancien correspond à un TMG viager de 4% net. Pour les contrats plus récents le TMG est limité à la durée maximale réglementaire de 8 années. Depuis 1 an l'assureur propose à ses assurés des TMG nuls bruts de chargement.

Chacun des contrats a été souscrit par un homme alors âgé de 45 ans. L'âge moyen pondéré par les encours au 31/12/2019 est donc de 48,74 ans. Le TMG brut effectif moyen pondéré par les encours s'élève à 0,8%. La répartition des groupes de risques homogènes est présentée dans la figure 1.9.

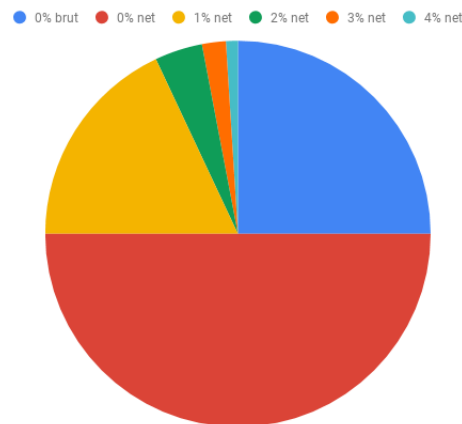


FIGURE 1.9 – Répartition des TMG par encours

En outre, les conditions contractuelles en vigueur pour l'ensemble des contrats sont les suivantes :

- Chargement d'acquisition de 3%.
- Chargement sur encours de 0,65%.

- Pénalité de rachat de 0,25% du flux pour les 8 premières années.
- Versement libres au TMG du contrat.
- Clause de participation aux bénéfices contractuelle sur les bénéfices financiers incorporés immédiatement.

1.3.2 Les actifs

Les actifs financiers de l'assureur sont uniquement constitués par une poche obligataire, des actions et de la trésorerie.

Obligations

Les obligations achetées chaque année par l'assureur correspondent à des obligations assimilables au Trésors d'une maturité de 10 ans. Ces obligations, en valeur historique, représentent 527M€ soit 85% des actifs. Dans l'ensemble, ces obligations sont en plus value latente de 5,4% en raison de la baisse des taux d'intérêts.

Maturité	Valeur comptable	Coupon	Valeur de marché	PMVL
1	42744561	3,35%	44332109	3,71%
2	52401723	3,15%	56060700	6,98%
3	47705710	2,25%	51325845	7,59%
4	45358427	2,43%	50192540	10,66%
5	53802817	0,84%	56499868	5,01%
6	54661384	1,00%	58255921	6,58%
7	51720724	0,68%	54255165	4,90%
8	54456238	0,79%	57665975	5,89%
9	59168936	0,71%	62341633	5,36%
10	65934397	0,12%	65544945	-0,59%

TABLE 1.3 – Poche Obligataire

La moins-value latente de 0,59% pour les dernières obligations achetées est due à l'usage des taux fournis par l'EIOPA pour valoriser les obligations du portefeuille. Dans cet environnement de taux bas, l'assureur prévoit une diminution de ses rendements obligataires. Il convient également de remarquer que les obligations avec des taux de coupon supérieurs à 2% arrivent à maturité dans 4 ans comme le montre la figure 1.10 (la taille des points étant proportionnelle à la valeur de marché).

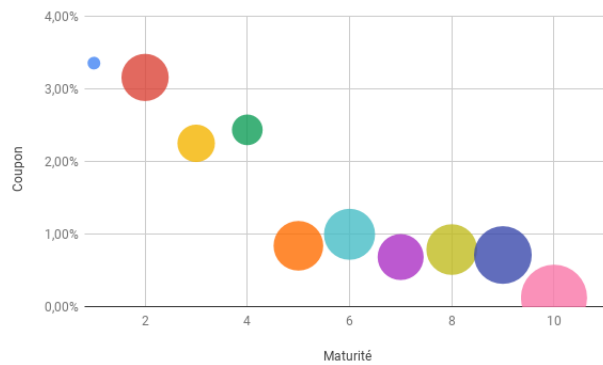


FIGURE 1.10 – Répartition des obligations selon la maturité et le taux de coupon

Actions

L'assureur possède un ensemble d'actions diversifiées sur les 50 plus importantes capitalisations de la zone Euro. Le rendement de ces actions est assimilable au rendement de l'indice EuroStoxx 50. Ces actions sont valorisées à 55M€ en valeur historique et à 69M€ en valeur de marché. Les actions sont donc en situation de plus value latente de 25%.

Liquidités

Le montant en trésorerie s'élève à 33M€.

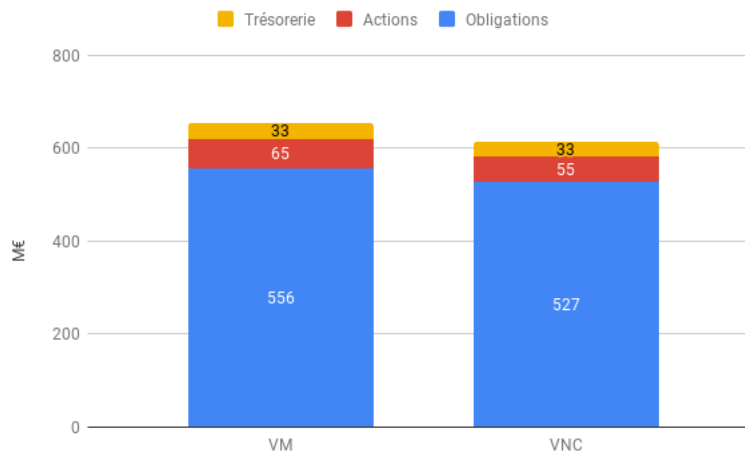


FIGURE 1.11 – Actifs en valeur de marché et comptable

Le bilan en comptabilité française se présente donc ainsi :

Actifs		Passifs	
Obligations	527M€	Fonds propres	43M€
Actions	55M€	Réserve de capitalisation	6M€
Liquidités	33M€	PPB	16M€
		PM	550M€
Total	615M€	Total	615M€

TABLE 1.4 – Bilan comptable simplifié

1.3.3 Le plan stratégique

Pour son plan stratégique l'assureur envisage 3 scénarios possibles à horizon 5 ans. Dans chacun de ces 3 scénarios l'assureur limite les entrées dans son fonds euros : aucun nouvel assuré ne peut prétendre à un fonds en euros. Ces scénarios portent sur l'évolution des taux d'intérêts, le rendement des actions et des frais de l'assureur.

Les scénarios construits dans ce mémoire débutent au 31/12/2019 mais intègrent les éléments connus au 31/08/2020. A titre d'information, entre le 31/12/2019 et le 31/08/2020, les taux d'intérêts ont diminués de 45bp pour la maturité 10 ans sur la courbe EIOPA avec VA et l'indice EuroStoxx50 a perdu 13% de sa valeur.

Scénario 1

Le scénario 1 est un scénario central. En accord avec les prévisions des économistes connues au 31/08/2020 la reprise économique soutenue par un plan de relance massif pourrait prendre la forme d'une cloche [FMI, 2020] avec un pic de chômage et de faillites attendu début 2021.

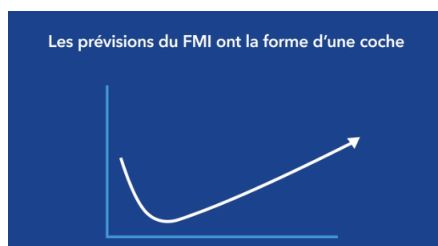


FIGURE 1.12 – Extrait de la présentation du FMI sur les perspectives économiques en juin 2020

Le scénario 1 suppose alors les hypothèses suivantes :

Pour les taux :

- Les taux diminuent en 2020. Pour avoir une structure de taux réaliste, les taux retenus pour 2020 correspondent aux taux publiés le 05/08/2020 avec VA par l'EIOPA pour la France.
- Les taux restent identiques en 2021.

- Les taux remontent en 2022 et correspondent aux taux observés en 2019.
- Les taux augmentent en 2023 de 45 points de base.
- Les taux restent identiques en 2024.

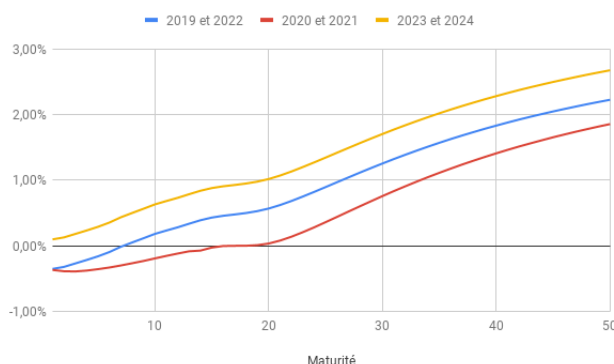


FIGURE 1.13 – Taux d'intérêts dans le scénario 1

Pour les actions :

- Le rendement des actions en 2020 correspond au rendement observé entre le 31/12/2019 et le 05/08/2020 sur l'Euro Stoxx 50, c'est-à-dire à une baisse de 13%.
- En 2021, les actions montent de 13%.
- Jusqu'en 2024 les actions montent de 3% par an, ce qui correspond au rendement annuel historique de l'indice.

Enfin, les frais dans le scénario 1 ne subissent aucun choc.

Scénario 2

Le scénario 2 fait l'hypothèse suivante : les plans de relance européens sont efficaces immédiatement et permettent d'améliorer la situation d'ici la fin de l'année 2020. Les taux remontent et le marché action est stable en 2020.

Pour les taux :

- Pour 2020 les taux sont identiques à ceux observés en 2019. La baisse des taux de l'année 2020 est effacée.
- Les taux restent identiques en 2021.
- Ces taux augmentent de 45 points de base en 2022.
- Les taux restent identiques en 2023.
- Les taux augmentent à nouveau de 45 points de base en 2024.



FIGURE 1.14 – Taux d'intérêts dans le scénario 2

Pour les actions :

- Le rendement en 2020 est nul.
- Jusqu'en 2024 les actions montent de 3% par an, ce qui correspond au rendement annuel historique de l'indice.

Dans le scénario 2 les frais diminuent de 1% chaque année grâce à un plan de réduction de frais efficace.

Scénario 3

Le scénario 3 fait l'hypothèse suivante : les différents plans de relance sont inefficaces face à une seconde vague épidémique.

Les taux diminuent lors de la première année puis restent durablement bas.

- Les taux diminuent en 2020. Pour avoir une structure de taux réaliste, les taux retenus pour 2020 correspondent aux taux publiés le 05/08/2020 avec VA par l'EIOPA pour la France.
- Ces taux restent identiques jusqu'en 2024.

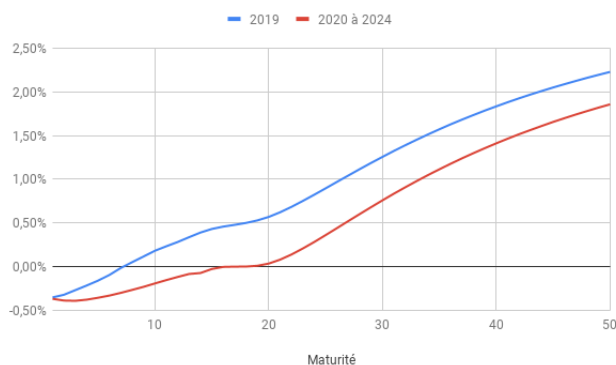


FIGURE 1.15 – Taux d'intérêts dans le scénario 3

Pour les actions :

- Le rendement en 2020 est de -25%.
- Il est nul en 2021.
- Puis, jusqu'en 2024 les actions montent de 3% par an, ce qui correspond au rendement annuel historique de l'indice.

Enfin, les frais dans le scénario 3 augmentent de 1% chaque année.

Récapitulatif du plan stratégique

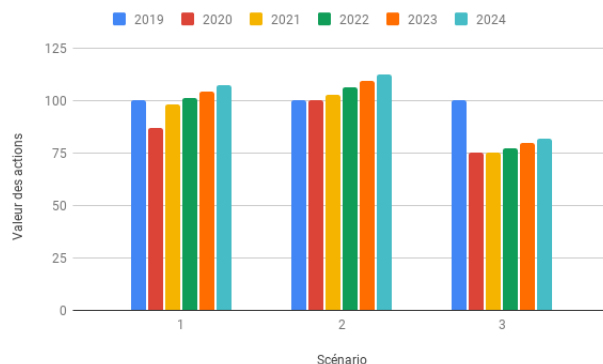


FIGURE 1.16 – Évolution de la valeur des actions (base 100 en 2019)

Scénario	Année	Taux	Actions	Frais
1	2020	-45bp	-13%	+0%
	2021	+0bp	+13%	+0%
	2022	+45bp	+3%	+0%
	2023	+45bp	+3%	+0%
	2024	+0bp	+3%	+0%
2	2020	+0bp	+0%	-1%
	2021	+0bp	+3%	-1%
	2022	+45bp	+3%	-1%
	2023	+0bp	+3%	-1%
	2024	+45bp	+3%	-1%
3	2020	-45bp	-25%	+1%
	2021	+0bp	+0%	+1%
	2022	+0bp	+3%	+1%
	2023	+0bp	+3%	+1%
	2024	+0bp	+3%	+1%

TABLE 1.5 – Récapitulatif du plan stratégique

Chapitre 2

Outils de modélisation

Ce chapitre est dédié aux outils de modélisation utilisés pour quantifier les impacts des décisions de gestion mises en oeuvre. La section 2.1 présente les modèles utilisés dans le générateur de scénarios économiques. La section 2.2 décrit les principales hypothèses sous-jacentes dans le modèle de gestion actif passif. La dernière section présente les indicateurs étudiés par la suite du mémoire.

Les notations utilisées dans la suite du mémoire proviennent de l'article *Stochastic Approximation Schemes for Economic Capital and Risk Margin Computations* [Barrera et al., 2019]. Un scénario d'évolution de l'assureur et de son environnement est modélisée abstraitement par un processus stochastique $Z = (Z_t)_{0 \leq t \leq H}$ à valeurs dans \mathbb{R}^q tel que $Z_0 = z$ sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. De plus, soit le processus $\bar{Z} = (\bar{Z}_t)_{0 \leq t \leq H}$ correspondant à $\bar{Z}_t = (t, Z_t)$. Le processus Z est par simplification supposé markovien non-homogène par rapport à sa propre filtration $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{0 \leq t \leq H}$. H désigne l'horizon d'extinction des engagements de l'assureur. Pour tout $0 \leq s \leq t \leq H$, $Z_{[s,t]}$ et $\bar{Z}_{[s,t]}$ dénotent les trajectoires des processus Z et \bar{Z} entre s et t .

2.1 Générateur de scénarios économiques

Cette section décrit la dynamique sous la mesure de probabilité *market-consistent* \mathbb{Q} équivalente à \mathbb{P} d'un sous-vecteur du processus Z correspondant aux marchés financiers.

Le *Best Estimate* doit intégrer l'incertitude sur des flux de trésorerie et donc considérer une multitude de scénarios économiques. En raison des interactions actif/passif et des options sous-jacentes (rachats, revalorisation garantie), l'utilisation de formules fermées est complexe pour valoriser les options et garanties. Le *Best Estimate* est alors approché numériquement via une méthode Monte Carlo. Dans cette optique, l'assureur doit être en mesure de modéliser l'évolution de l'environnement économique dans un grand nombre de scénarios. Cette modélisation repose sur des diffusions stochastiques simulées à l'aide d'un Générateur de Scénarios Économiques (GSE). Un GSE doit satisfaire les exigences suivantes [Parlement Européen, 2009] :

« Les entreprises d'assurance et de réassurance fixent des hypothèses concernant les paramètres et scénarios futurs des marchés financiers qui sont appropriées et conformes à l'article 75 de la directive 2009/138/CE. Lorsque l'entreprise d'assurance ou de réassurance recourt à un modèle pour produire des projections de paramètres et scénarios futurs des marchés financiers, celui-ci respecte l'ensemble des exigences suivantes :

- il génère des prix d'actifs cohérents avec les prix des actifs observés sur les marchés financiers
- il ne suppose aucune opportunité d'arbitrage
- le calibrage des paramètres et des scénarios est cohérent avec la courbe des taux sans risque pertinents utilisée pour calculer la meilleure estimation visée à l'article 77, paragraphe 2, de la directive 2009/138/CE.»

Autrement dit, pour garantir l'absence d'opportunité d'arbitrage les modèles financiers du GSE doivent être construits autour d'une probabilité risque neutre. De plus, le GSE doit être calibré avec la courbe de taux d'intérêts EIOPA et produire des valorisations *market consistent*. Une procédure de calibrage des paramètres des modèles sur les données de marché permet de s'assurer de cette propriété.

Les actifs de l'assureur étant composés d'actions diversifiées sur les 50 plus importantes capitalisations de la Zone Euro, le générateur de scénario économique doit pouvoir modéliser l'évolution de l'indice EuroStoxx50. Dans le cadre de ce mémoire, cette modélisation repose sur une extension du modèle standard Black Scholes : un modèle à volatilité déterministe fonction du temps. De plus, le GSE doit pouvoir modéliser le taux zéro coupon sans risque, cette modélisation repose sur un modèle gaussien additif à deux facteurs (G2++). Le générateur de scénarios économiques risques neutres utilisé combine donc un modèle à volatilité déterministe et un modèle G2++. Ces modèles respectent le cahier des charges établi.

2.1.1 Modèle de taux d'intérêts

Précédemment dans les mémoires réalisés chez Mazars Actuariat le modèle de taux d'intérêts reposait sur le modèle de Hull White à un facteur. Dans le cadre de ce mémoire, un modèle à deux facteurs a été implémenté et calibré : le modèle G2++. Un modèle multifactoriel comme le modèle G2++ permet notamment de créer une structure de corrélation non parfaite entre les taux de la courbe de différentes échéances à un instant donné ce qui donne lieu à un calibrage plus fin des produits basés sur la corrélation, comme les swaptions européennes [Brigo and Mercurio, 2006]. Une étude sur les données de marché UK [Rebonato, 1998] montre à l'aide d'une analyse en composantes principales que 2 composantes expliquent 99,1% de la variance totale des taux.

Le modèle G2++ est un cas particulier d'un modèle Hull-White à deux facteurs [Brigo and Mercurio, 2006]. En effet, les paramètres sont exprimés plus simplement mais perdent leur interprétation économique. Le modèle G2++ conserve une partie des avantages du modèle Hull-White à un facteur :

- Il permet la diffusion de taux négatifs, ce qui est particulièrement intéressant dans le contexte économique actuel.
- Des formules explicites existent pour les taux zéro coupon, ce qui rend relativement aisée la valorisation des Cap, Floor et Swaptions.
- Il peut être calibré de manière cohérente avec la courbe EIOPA.

Présentation du modèle

Cette partie et les notations sont inspirées du chapitre 4 de *Interest Rate Models* écrit par Brigo et Mercurio [Brigo and Mercurio, 2006]. Dans le modèle G2++, le processus de taux court instantané est donné par la somme de deux facteurs gaussiens corrélés plus une fonction déterministe choisie de manière à correspondre exactement à la structure des taux d'intérêts observée.

Sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} , le taux court instantané r est défini par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} r_t &= x_t + y_t + \phi(t) \text{ avec } r(0) = r_0 \\ dx_t &= -ax_t dt + \sigma dW_t^1 \text{ avec } x(0) = 0 \\ dy_t &= -by_t dt + \eta dW_t^2 \text{ avec } y(0) = 0 \\ \langle W^1, W^2 \rangle_t &= \rho t \end{aligned}$$

Les paramètres r_0, a, b, σ, η sont strictement positifs et $\rho \in [-1; 1]$. La fonction ϕ est déterministe et est telle que $\phi(0) = r_0$. Soit \mathcal{G}_t la tribu générée par $(x(s), y(s))_{0 \leq s \leq t}$.

En intégrant :

$$r_t = x_s e^{-a(t-s)} + y_s e^{-b(t-s)} + \phi(t) + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_u^1 + \eta \int_s^t e^{-b(t-u)} dW_u^2$$

Conditionnellement à \mathcal{G}_s , le taux d'intérêt r_t a donc une distribution gaussienne avec l'espérance et la variance suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[r_t | \mathcal{G}_s] &= x_s e^{-a(t-s)} + y_s e^{-b(t-s)} + \phi(t) \\ \mathbb{V}^{\mathbb{Q}}[r_t | \mathcal{G}_s] &= \frac{\sigma^2}{2a} [1 - e^{-2a(t-s)}] + \frac{\eta^2}{2b} [1 - e^{-2b(t-s)}] + 2\rho \frac{\sigma\eta}{a+b} [1 - e^{-(a+b)(t-s)}] \end{aligned}$$

Il convient aussi de remarquer la propriété suivante :

$$r_t = \phi(t) + \sigma \int_0^t e^{-a(t-u)} dW_u^1 + \eta \int_0^t e^{-b(t-u)} dW_u^2$$

Le prix $P(t, T)$ en t d'une obligation zéro coupon payant 1 en date T peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P(t, T) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_t^T r_s ds} | \mathcal{F}_t \right] \\ &= \exp \left(- \int_t^T \phi(u) du - \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} x_t - \frac{1 - e^{-b(T-t)}}{b} y_t + \frac{V(t, T)}{2} \right) \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned} V(t, T) &= \frac{\sigma^2}{a^2} \left[T - t + \frac{2e^{-a(T-t)}}{a} - \frac{e^{-2a(T-t)}}{2a} - \frac{3}{2a} \right] \\ &+ \frac{\eta^2}{b^2} \left[T - t + \frac{2e^{-b(T-t)}}{b} - \frac{e^{-2b(T-t)}}{2b} - \frac{3}{2b} \right] \\ &+ \frac{2\rho\sigma\eta}{ab} \left[T - t + \frac{e^{-a(T-t)} - 1}{a} + \frac{e^{-b(T-t)} - 1}{b} - \frac{e^{-(a+b)(T-t)} - 1}{a+b} \right] \end{aligned}$$

Soit $P^M(0, T)$ le prix d'une obligation zéro coupon en 0 de maturité T observé sur le marché. Si la fonction $T \mapsto P^M(0, T)$ est dérivable alors il est possible de définir $f^M(0, T)$ le taux forward instantané en 0 défini ainsi :

$$f^M(0, T) = -\frac{\partial P^M(0, T)}{\partial T}$$

Sous cette condition, le modèle G2++ est en adéquation avec la courbe de taux d'intérêts observée [Brigo and Mercurio, 2006] si et seulement si pour tout T :

$$\phi(T) = f^M(0, T) + \frac{\sigma^2}{2a^2}(1 - \exp -aT)^2 + \frac{\eta^2}{2b^2}(1 - \exp -bT)^2 + \rho \frac{\sigma\eta}{ab}(1 - \exp -aT)(1 - \exp -bT)$$

Ce qui est équivalent à :

$$\exp \left[-\int_t^T \phi(u) du \right] = \frac{P^M(0, T)}{P^M(0, t)} \exp \left[-\frac{V(0, T) - V(0, t)}{2} \right]$$

Ce qui implique :

$$P(t, T) = \frac{P^M(0, T)}{P^M(0, t)} \exp \left[\frac{V(t, T) - V(0, T) + V(0, t)}{2} - \frac{1 - e^{a(T-t)}}{a} x_t - \frac{1 - e^{b(T-t)}}{b} y_t \right]$$

Méthode de calibrage du modèle G2++

Comme le rappellent K.Armel et F.Planchet dans [Armel and Planchet, 2018] : «les scénarios économiques utilisés pour la valorisation du *Best Estimate* des contrats d'épargne en euro doivent être cohérents avec les prix du marché (*Market-Consistent*). Une évaluation en valeur de marché consiste à valoriser des grandeurs d'intérêt en se référant aux valeurs des actifs et des passifs réellement échangés. L'objectif est de fabriquer une juste valeur qui soit cohérente avec les prix et les risques observables et mesurables sur le marché. Appliquer une démarche *Mark to Market* pour évaluer le *Best Estimate* en juste valeur implique de disposer a priori des prix des options et des garanties des polices d'assurance. Cette information n'étant pas observable sur un marché organisé et liquide, le calcul est donc mené dans un cadre *Mark-to-Model*. Dans ce cadre, le GSE est calibré non pas sur les options et garanties du contrat d'assurance mais sur des produits financiers »

Le calibrage du modèle G2++ s'effectue usuellement avec les volatilités des caps ou floors ou avec la nappe de volatilité des swaptions¹ qui donne en général de meilleurs résultats [Brigo and Mercurio, 2006] [Bonney-Cudraz, 2016]. Dans le cadre de ce mémoire, le calibrage se fera donc à l'aide de la nappe de volatilité des swaptions sur l'EURIBOR 3M à la monnaie. Les logiciels comme *Bloomberg* permettent de récupérer facilement les volatilités implicites cotées des swaptions, ce sont donc ces données qui sont extraites.

Le principe est le suivant :

1. Une swaption est une option qui donne le droit et non l'obligation à son détenteur, d'entrer dans un swap à une date future, qui correspond à la maturité du swap.

- Calcul du prix de marché des swaptions à partir de la volatilité observée sur le marché.
- Calcul du prix théorique des swaptions via le modèle G2++.
- Minimisation de l'écart entre le prix théorique et le prix de marché.

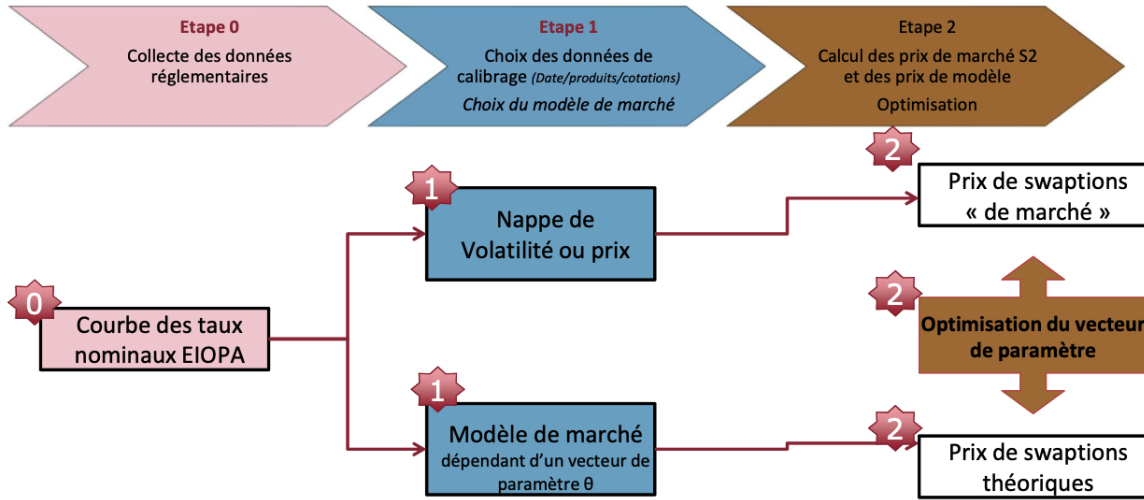


FIGURE 2.1 – Extrait de la rencontre IA et ACPR [ACPR, 2018]

L'extraction de la nappe de volatilité des swaptions a été réalisée sur l'EURIBOR 3M ATM. Une fois la nappe de volatilité récupérée, le calcul du prix de marché peut se réaliser soit via la formule de Black (volatilité log normale), avec l'introduction d'un facteur de décalage en raison des taux négatifs [Armel and Planchet, 2018], ou soit via le modèle de Bachelier (volatilité normale). Afin de ne pas mener une étude complémentaire sur le choix du facteur de décalage, les prix des marchés seront obtenus à l'aide du modèle de Bachelier.

Soit une swaption européenne de strike X , de maturité T_α , de tenor $T_\beta - T_\alpha$ et de nominal N . L'acheteur a la possibilité d'entrer au temps T_α dans un swap de taux d'intérêt avec les dates de paiement $\mathcal{T} = \{T_{\alpha+1}, \dots, T_\beta\}$ dans lequel il paierait (recevrait) le strike X et recevrait (paierait) le taux variable. Soient τ_i la fraction de l'année entre T_{i-1} et T_i , $c_i = X\tau_i$ pour i allant de $\alpha + 1$ à $\beta - 1$ et $c_\beta = 1 + X\tau_\beta$

Dans le modèle de Bachelier le prix d'une swaption ATM de volatilité implicite $\sigma_N^{\alpha,\beta}$, définie en inversant la formule suivante, telle que $\tau_i = \tau$ pour tout i , est donné en $t = 0$ par :

$$PS^{Bachelier}(0, N, \tau, T_\alpha, T_\beta, \sigma_N^{\alpha,\beta}) = \frac{N\sqrt{T_\alpha}\sigma_N^{\alpha,\beta}}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \tau P(0, T_i)$$

Le lecteur pourra se référer au chapitre 6 de [BENNOUNA, 2017] pour y trouver les éléments de démonstration de cette formule.

Le modèle G2++ permet d'obtenir une formule semi-fermée pour la valorisation des swaptions. La démonstration peut être consultée dans le chapitre 4 de [Brigo and Mercurio, 2006]. Le prix de la swaption obtenu par absence d'opportunité d'arbitrage dans ce modèle est donné en $t = 0$ par :

$$\begin{aligned}
PS^{G^{2++}}(0, N, T_\alpha, \mathcal{T}, X, \omega) &= N\omega P(0, T_\alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2}}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} [\Phi(-\omega h_1(x))] dx \\
&\quad - N\omega P(0, T_\alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2}}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \left[\sum_{\alpha+1}^{\beta} \lambda_i(x) e^{\kappa_i(x)} \Phi(-\omega h_2(x)) \right] dx
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Pour une swaption payeuse $\omega = 1$ et $\omega = -1$ pour une swaption receveuse. Avec les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned}
h_1(x) &= \frac{\bar{y} - \mu_y}{\sigma_y \sqrt{1 - \rho_{xy}^2}} - \frac{\rho_{xy}(x - \mu_x)}{\sigma_x \sqrt{1 - \rho_{xy}^2}} \\
h_2(x) &= h_1(x) + B(b, T_\alpha, T_i) \sigma_y \sqrt{1 - \rho_{xy}^2} \\
\lambda_i(x) &= c_i A(T_\alpha, T_i) e^{-B(a, T_\alpha, T_i)x} \\
\kappa_i(x) &= -B(b, T_\alpha, T_i) \left[\mu_y - \frac{1 - \rho_{xy}^2}{2} \sigma_y^2 B(b, T_\alpha, T_i) + \rho_{xy} \sigma_y \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right] \\
M_x^T(s, t) &= \left[\frac{\sigma^2}{a^2} + \rho \frac{\sigma \eta}{ab} \right] [1 - e^{-a(t-s)}] \\
&\quad - \frac{\sigma^2}{2a^2} [e^{-a(T-t)} - e^{-a(T+t-2s)}] - \frac{\rho \sigma \eta}{b(a+b)} [e^{-b(T-t)} - e^{-bT-at+(a+b)s}] \\
M_y^T(s, t) &= \left[\frac{\eta^2}{b^2} + \rho \frac{\sigma \eta}{ab} \right] [1 - e^{-b(t-s)}] \\
&\quad - \frac{\eta^2}{2b^2} [e^{-b(T-t)} - e^{-b(T+t-2s)}] - \frac{\rho \sigma \eta}{a(a+b)} [e^{-a(T-t)} - e^{-aT-bt+(a+b)s}] \\
A(t, T) &= \frac{P^M(0, T)}{P^M(0, t)} \exp \left[\frac{V(t, T) - V(0, T) + V(0, t)}{2} \right] \\
B(z, t, T) &= \frac{1 - e^{z(T-t)}}{z}
\end{aligned}$$

Avec $\bar{y} = \bar{y}(x)$ correspondant à l'unique solution de l'équation suivante :

$$\sum_{\alpha+1}^{\beta} c_i A(T_\alpha, T_i) e^{-B(a, T_\alpha, T_i)x - B(b, T_\alpha, T_i)y} = 1 \tag{2.2}$$

Et avec les constantes suivantes :

$$\begin{aligned}\mu_x &= -M_x^T(0, T_\alpha) \\ \mu_y &= -M_y^T(0, T_\alpha) \\ \sigma_x &= \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2aT_\alpha}}{2a}} \\ \sigma_y &= \eta \sqrt{\frac{1 - e^{-2bT_\alpha}}{2b}} \\ \rho_{xy} &= \frac{\rho\sigma\eta}{(a+b)\sigma_x\sigma_y} [1 - e^{-(a+b)T_\alpha}]\end{aligned}$$

L'intégrale 2.1 est calculée sur une variable distribuée normalement $\mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$. Les bornes infinies peuvent donc raisonnablement être remplacées par l'intervalle $[\mu_x - 10\sigma_x; \mu_x + 10\sigma_x]$ pour l'approximation numérique.

La méthode bien connue des trapèzes pour l'intégration numérique ne semble pas adaptée. En effet, cette méthode demande de subdiviser finement l'intervalle $[\mu_x - 10\sigma_x; \mu_x + 10\sigma_x]$ et pour chaque point de la subdivision l'équation non linéaire 2.2 permettant d'obtenir \bar{y} doit être résolue. Cette approche peut mener à une accumulation d'erreurs numériques. L'intégration numérique peut être envisagée via d'autres méthodes comme celle de Gauss Legendre discutée dans le mémoire d'actuariat de P.Bonnefoy-Cudraz [Bonnefoy-Cudraz, 2016].

L'erreur à minimiser retenue est l'erreur quadratique :

$$\arg \min_{\theta \in (\mathbb{R}^+)^4 \times [-1; 1]} \left(\sum_{m \in M, t \in T} [PS^{G2++}(0, m, t, \theta) - PS^{Bachelier}(0, m, t)]^2 \right)$$

En outre, la recherche d'un minimum global est difficile : l'algorithme d'optimisation *Nelder Mead* [Nelder and Mead, 1965] utilisé est sensible aux paramètres initiaux. L'optimisation numérique ne donne pas toujours le minimum global. Une solution naïve peut consister à suivre la procédure décrite ci-dessous.

- Définir un ensemble de paramètres initiaux
- Optimiser les paramètres du modèle à partir de ces différents paramètres initiaux
- Conserver les paramètres optimisés permettant d'obtenir l'erreur la plus petite.

Néanmoins, le calcul des prix des swaptions pour l'ensemble de la nappe via la formule 2.1 est coûteux numériquement. Pour réduire le temps de calcul nécessaire, le calcul des prix théoriques dans l'étape d'optimisation est fait via l'approximation de Schrager et Pelsser [Schrager and Pelsser, 2004].

Dans l'approximation de Schrager et Pelsser, le prix d'une swaption à la monnaie ayant les caractéristiques précédentes pour le modèle G2++ en $t = 0$ est donné par :

$$PS^{SP}(0, T_\alpha, \mathcal{T}, N, X) = N \sum_{\alpha+1}^{\beta} (\tau_i P(0, T_i)) \frac{\sigma_{\alpha, \beta}^{SP}}{\sqrt{2\pi}}$$

Avec les fonctions :

$$\sigma_{\alpha,\beta}^{SP} = \left[\sigma^2 C_{\alpha,\beta,1}^2 \frac{e^{2aT_\alpha} - 1}{2a} + \eta^2 C_{\alpha,\beta,2}^2 \frac{e^{2bT_\alpha} - 1}{2b} + 2\rho\sigma\eta C_{\alpha,\beta,1} C_{\alpha,\beta,2} \frac{e^{(a+b)T_\alpha} - 1}{a+b} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$C_{\alpha,\beta,1} = \frac{1}{a} \left[e^{-aT_\alpha} \frac{P(0, T_\alpha)}{\sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i P(0, T_i)} - e^{-aT_\beta} \frac{P(0, T_\beta)}{\sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i P(0, T_i)} - X \sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i e^{-aT_i} \frac{P(0, T_i)}{\sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i P(0, T_i)} \right]$$

$$C_{\alpha,\beta,2} = \frac{1}{b} \left[e^{-bT_\alpha} \frac{P(0, T_\alpha)}{\sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i P(0, T_i)} - e^{-bT_\beta} \frac{P(0, T_\beta)}{\sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i P(0, T_i)} - X \sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i e^{-bT_i} \frac{P(0, T_i)}{\sum_{\alpha+1}^{\beta} \tau_i P(0, T_i)} \right]$$

Les paramètres optimaux obtenus via la méthode décrite précédemment serviront ensuite à initialiser une dernière phase d'optimisation avec les prix théoriques déterminés par la formule semi-fermée.

Le calibrage s'effectue donc de la manière suivante :

- Choix d'un ensemble de paramètres initiaux.
- Optimisation des paramètres du modèle à partir des différents paramètres initiaux avec l'approximation de Schrager et Pelsser.
- Optimisation en partant des paramètres optimaux de l'étape précédente avec la formule semi-fermée du modèle G2++.

2.1.2 Le modèle actions

Présentation du modèle

Pour simuler le rendement du portefeuille d'actions, un indice de rendement total est généré dans le GSE. La modélisation des rendements risques neutre se fait à travers le modèle *Time Varying Deterministic Volatility* (TVDV). Ce modèle est une extension du modèle lognormal standard Black Scholes [Black and Scholes, 1973]. Il permet à la volatilité d'être fonction du temps.

L'indice action dans un monde risque neutre repose sur l'équation différentielle stochastique suivante :

$$d \ln S_t = \left(r_t - \frac{\sigma(t)^2}{2} \right) dt + \sigma(t) dW_t$$

Avec r_t le taux d'intérêt sans risque, $\sigma(t)$ la fonction de volatilité variant avec le temps et W_t un mouvement brownien sous la probabilité risque neutre.

L'indice action actualisé est une martingale sous la probabilité risque neutre. En faisant varier la volatilité de façon déterministe avec le temps, ce modèle permet de capturer la structure par termes des volatilités implicites. Néanmoins, les volatilités demeurent invariantes au strike.

Dans le modèle implémenté, la fonction de volatilité est la suivante :

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\alpha t} + \sigma_\infty (1 - e^{-\alpha t})$$

La volatilité initiale instantanée est donnée par σ_0 , puis la volatilité tend vers la volatilité de long terme σ_∞ . Le facteur α représente le taux auquel la volatilité tend vers la volatilité de long terme.

Calibrage des paramètres

Dans le modèle TVDV, les trois paramètres σ_0, σ_∞ et α doivent être calibrés. A nouveau, ce calibrage consiste à résoudre un problème de minimisation de l'écart quadratique entre les volatilités implicites déduites par inversion de la formule de Black Scholes et les volatilités $\sigma_{TVDV}(T, \theta)$ du modèle. Les volatilités implicites $\sigma_{imp}(T)$ de marché sur l'indice EuroStoxx 50 sont récupérées via *Bloomberg*. En notant, $\theta = (\sigma_0, \sigma_\infty, \alpha)$, la volatilité du modèle $\sigma_{TVDV}(T, \theta)$ correspond à l'écart type annuel sur la période $[0, T]$.

$$\begin{aligned} \sigma_{TVDV}(T, \theta) &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sigma(t)^2 dt} \\ &= \sqrt{\sigma_\infty^2 + \frac{2\sigma_\infty(\sigma_0 - \sigma_\infty)}{\alpha T} (1 - e^{-\alpha T}) + \frac{(\sigma_0 - \sigma_\infty)^2}{2\alpha T} (1 - e^{-2\alpha T})} \\ &\arg \min_{\theta} \left(\sum_{m \in M, t \in T} [\sigma_{TVDV}(T, \theta) - \sigma_{imp}(T)]^2 \right) \end{aligned}$$

Corrélation avec le modèle de taux d'intérêts

Pour diffuser les scénarios économiques un dernier paramètre doit être déterminé. Il s'agit de la corrélation entre les mouvements browniens du modèle G2++ et celui présent dans le modèle TVDV. Par soucis de simplification, la corrélation utilisée est celle déterminée dans l'étude [Bonney-Cudraz, 2016], à savoir -0.01 avec chacun des browniens du modèle G2++.

La matrice de corrélation instantanée entre les browniens utilisés se présente donc ainsi :

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho & -0.01 \\ \rho & 1 & -0.01 \\ -0.01 & -0.01 & 1 \end{pmatrix}$$

Les lignes ou colonnes de la matrice correspondent dans l'ordre : au premier facteur du modèle G2++, au second facteur du modèle G2++ et au modèle action.

Cette corrélation est déterminée à travers une approche historique. Pour approcher le taux court modélisé par le modèle G2++ P.Bonney-Cudraz utilise le taux d'intérêt nominal à court terme de la zone euro calculé par l'Organisation de Coopération et de Développement Économique (OCDE) qui correspond au taux sur le marché monétaire de la zone euro de maturité 3 mois. L'utilisation de ce taux permet d'obtenir une corrélation plus stable dans le temps que celle obtenue avec le taux *Euro OverNight Index Average* (EONIA) au prix de maturités relativement plus longues. Le coefficient de corrélation entre le modèle de taux et le modèle action est estimé avec un historique de données mensuelles allant de 1994 à 2016. Pour d'avantage de détails le lecteur peut référer au chapitre 6 de [Bonney-Cudraz, 2016].

2.1.3 Validation du GSE

Pour la validation du GSE seuls les scénarios économiques issus de la courbe EIOPA du 31/12/2019 avec VA sont étudiés dans la partie suivante. Les autres scénarios économiques ont été validés selon la même méthodologie.

De façon générale, quand il s'agit de produire des scénarios économiques choqués les assureurs perturbent la courbe des taux d'intérêts mais ne modifient pas les structures de volatilités. Pour les différents scénarios et chocs du plan stratégique de l'assureur, les paramètres du modèle TVDV restent donc identiques. En revanche, les paramètres du modèle G2++ sont quant à eux recalibrés selon les courbes de taux d'intérêts utilisées. L'ensemble des paramètres obtenus est présenté en annexe B.4.

Tests de martingalité

En univers risque neutre les prix actualisés doivent être des martingales. Pour vérifier cette hypothèse chaque indice diffusé (actions, prix zéro coupon et déflateur) est soumis à un test statistique.

L'hypothèse de martingalité sous la probabilité risque neutre conduit pour tout t et u tels que $u \leq t$ aux égalités suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[D(0, t)] &= P^M(0, t) \\ \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[D(0, u)P(u, t)] &= P^M(0, t) \\ \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[D(0, t)S_t] &= S_0\end{aligned}$$

Si le déflateur $D(u, T)$ est une martingale pour toute date u sous la probabilité risque neutre alors le processus des prix zéro coupons actualisés est aussi une martingale [Flavian, 2017].

Les tests de martingalité se fondent sur les remarques suivantes. Par la loi forte des grands nombres, si X est une variable aléatoire d'espérance μ et de variance σ^2 et $(X_n)_{n \geq 1}$ des variables indépendantes et identiquement distribuées de même loi que X alors :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{p.s.} \mu$$

Soit σ_n^2 l'estimateur de la variance :

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$$

Alors la statistique $S = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma_n} \sqrt{n-1}$ suit une loi de Student à $n-1$ degrés de liberté. En notant k les quantiles de cette loi, l'intervalle de confiance de niveau α pour \bar{X}_n est donc donné par :

$$\left[\mu - k_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}}; \mu + k_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}} \right]$$

Les tests réalisés pour le déflateur et l'indice action actualisé ne permettent pas de rejeter l'hypothèse de non martingalité avec un niveau de confiance à 95%. Les résultats graphiques de ces tests sont présentés dans les figures 2.2 et 2.3.

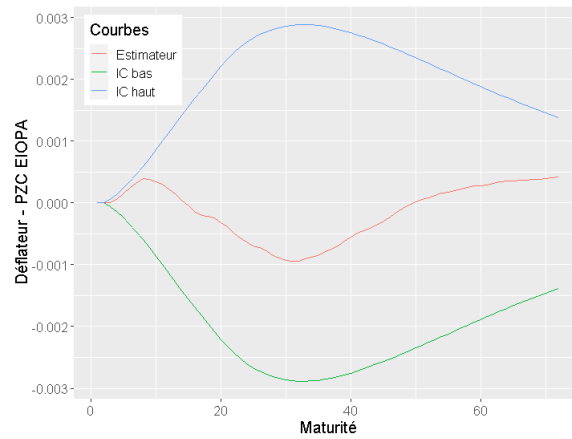


FIGURE 2.2 – Test de martingalité pour le déflateur

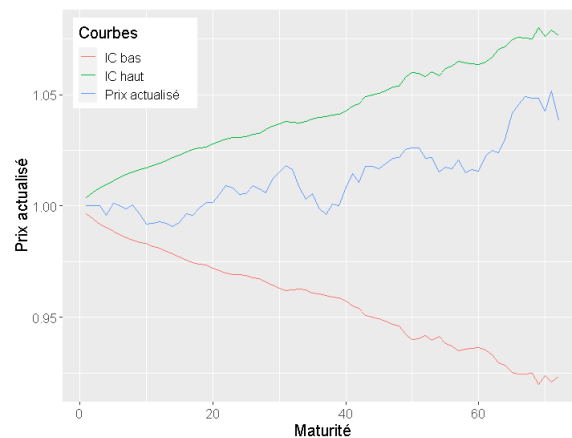


FIGURE 2.3 – Test de martingalité pour l'indice action actualisé

Market Consistency

En plus d'avoir le caractère martingale, les prix produits par le GSE doivent être cohérents avec le marché. Pour vérifier cette cohérence, la statistique retenue pour le modèle G2++ repose sur un calcul des prix des swaptions sur la nappe de volatilité ATM par Monte Carlo et une comparaison aux prix de marché obtenus par la formule de Bachelier.

Le modèle G2++ calibré avec la courbe des taux EIOPA 31/12/2019 permet d'obtenir le ratio plus faible prix de marché non nul sur la racine carrée de l'écart quadratique moyen entre les prix Monte Carlo et les prix de marché Bachelier de 12.6. L'erreur commise est donc 12.6 fois plus faible que le plus faible des prix de swaption non nul.

$$\text{Ratio} = \frac{\min(\text{Prix de marché supérieur à zéro})}{\text{RSME}(\text{Prix de marché}, \text{Prix Monte Carlo})}$$

En remplaçant le plus faible prix non nul par le prix moyen, alors ce ratio monte à 720 et à 687 pour le prix médian. Le caractère *market consistent* peut être accepté.

Limite Une des limites de ce modèle vient du fait que les swaptions européennes utilisées pour le calibrage du modèle G2++ sont des swaptions sur l'EURIBOR 3M alors que la courbe de taux utilisée est la courbe réglementaire EIOPA qui diffère des taux observés sur le marché.

2.2 Modèle de gestion actif passif

Le modèle ALM présenté dans cette section a été développé au sein de Mazars Actuariat à l'occasion de différents mémoires d'actuariat. Le dernier mémoire en date l'utilisant est celui de M. Godin réalisé en 2019 [Godin, 2019]. Plusieurs modifications ont été réalisées dans le cadre de ce mémoire. Un module pour le calcul du SCR en formule standard a été implémenté, il est maintenant possible d'intégrer des TMG bruts et des TMG nets, la provision pour participation aux bénéfices et le mécanisme de reprise prennent désormais en compte la règle des huit ans, la contrainte de participation aux bénéfices réglementaire a été mise en place et une fonction de versement libre a été introduite. En outre, une partie des hypothèses a également été modifiée et actualisée.

2.2.1 Les hypothèses liées aux passifs

Les primes

Dans le modèle ALM, selon le référentiel, des versements libres futurs peuvent être projetés, une fonction de versements libres doit alors être mise en place. Cette fonction est difficile à calibrer puisque la décision d'effectuer un versement libre dépend entièrement de la volonté de l'assuré et de ses possibilités. Il n'a pas à respecter la moindre régularité sur le versement² ou sur le calendrier. Empiriquement, les versements libres observés chez différents assureurs deviennent négligeables au delà de 25 années [Anquez, 2019]. Par soucis de confidentialité, la fonction de versements libres théorique sera dans ce mémoire approchée par une loi à décroissance exponentielle selon l'ancienneté.

$$f(\text{Ancienneté}, \text{Prime de base}) = \exp\left(-\frac{\text{Ancienneté}}{5}\right) \cdot \text{Prime de base}$$

La prime de base est fixée à 2500€. Le nombre de contrats est ensuite ajusté de façon à être cohérent avec cette prime de base, l'ancienneté, le taux de revalorisation et la provision mathématiques du contrat au 31/12/2019.

Pour un contrat avec une prime de base de 2500€ les versements libres selon l'ancienneté sont représentés dans la figure 2.4.

2. Parfois un montant minimum est tout de même nécessaire.

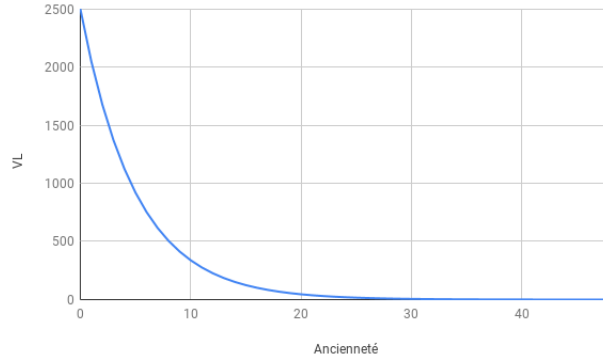


FIGURE 2.4 – Versements libres en fonction de l’ancienneté

Les chargements d’acquisition prélevés par l’assureur correspondent à un pourcentage des primes reçues renseigné dans la table de model points (table 1.2).

Modélisation des rachats

Le taux de rachat modélisé, compris entre 0 et 1, est égal à la somme du taux de rachat conjoncturel et du taux de rachat structurel.

Le taux de rachat conjoncturel τ est lié à l’environnement économique, sa modélisation repose sur les ONC de la QIS 5 proposées par l’ACPR. Pour rappel, ce taux dépend de l’écart, noté Δ entre le taux servi par l’assureur et le taux attendu par l’assuré et s’exprime ainsi :

$$\tau(\Delta) = \begin{cases} \tau_{min} & \text{si } \Delta \geq \delta \\ \tau_{min} \frac{\Delta - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma \leq \Delta < \delta \\ 0 & \text{si } \beta \leq \Delta < \gamma \\ \tau_{max} \frac{\Delta - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha \leq \Delta < \beta \\ \tau_{max} & \text{si } \Delta < \alpha \end{cases}$$

Avec les paramètres $\tau_{max} = 30\%$, $\tau_{min} = -5\%$, $\alpha = -5\%$, $\beta = -1\%$, $\gamma = 1\%$ et $\delta = 3\%$ conformément aux préconisations de l’ACPR.

Le taux attendu par l’assuré correspond à la moyenne des taux suivants : le taux du livret A modélisé par le taux un an des zéro-coupons, le taux d’un acteur agressif modélisé comme le rendement d’un portefeuille composé à 30% d’actions et à 70% d’OAT 10 ans, le taux d’un nouvel acteur modélisé par le taux 10 ans des zéro coupons. Cette modélisation est classique en assurance vie, elle pourrait être amenée à évoluer pour mieux correspondre au contexte économique et concurrentiel actuel.

La modélisation retenue pour les rachats structurels correspond à la modélisation présentée dans le Webinar du Groupe de Travail ALM [Groupe de travail ALM de l’Institut des Actuaire, 2020]. Le taux de rachat structurel est de 3% avant 8 ans et de 7% par la suite en raison des incitations fiscales.

La mortalité

L'assureur fictif modélise la mortalité de façon déterministe avec la table TH00-02-décès.

Les fonds propres

Dans le modèle ALM, l'assureur ne verse pas de dividendes, la totalité du résultat net est donc enregistrée en fonds propres.

Provision pour participation aux bénéfices

L'assureur décide de reverser chaque année 15% de la participation aux bénéfices pour la renouveler mais pas plus de 85% après application de la règle des huit ans.

2.2.2 Les hypothèses liées aux actifs

Les actions

Les dividendes des actions sont réinvestis chaque année, par soucis de simplification ils ne sont donc pas modélisés. L'évolution des actions correspond à l'évolution de l'indice EuroStoxx 50. En raison d'une comptabilisation des actions en valeur historique dans les normes françaises, la valeur comptable des actions peut être différente de la valeur de marché des actions et donc créer des situations de plus ou moins value latente.

La trésorerie

Les valeurs de marché et comptable de la trésorerie coïncident. La trésorerie est rémunérée au taux court. L'assureur peut emprunter des liquidités, la trésorerie peut donc être négative.

Les obligations

Les obligations sont toutes des OAT 10 ans. Le risque de crédit n'a pas été modélisé. La poche obligataire initiale a été présentée dans le tableau 1.3. Les coupons sont annuels. Le taux de coupon pour les obligations présentes au 31/12/2019 a été déterminé grâce à la courbe historique des OAT 10 ans.

Pour les obligations achetées ensuite, le taux de coupon est calculé avec la courbe de taux d'intérêts EIOPA utilisée par absence d'opportunité d'arbitrage. La différence entre la valeur comptable et la valeur de marché des obligations peut conduire à des situations de plus ou moins value latente.

Politique de gestion d'actifs

Initialement l'assureur fictif applique la politique de gestion d'actifs suivante : chaque année si les actions sont en situation de plus value latente alors il décide de sécuriser 10% des plus values sur action.

De plus, il souhaite détenir une allocation cible en valeur de marché correspondant à 85% d'obligations, 10% d'actions et 5% de liquidités.

Enfin, pour mettre sous gestion ses actifs l'assureur paye des frais d'investissement liés à la valeur comptable de ses actifs.

Par la suite, par abus de langage les termes *sans management action* feront référence à cette politique initiale de gestion d'actif.

2.2.3 Le modèle ALM

Début d'année

Au début de l'année l'assureur reçoit les primes, prélève les chargements d'acquisition et paie les frais liés à l'investissement. L'assureur perçoit les coupons et pour les obligations arrivées à maturité leur nominal.

Ensuite, les actifs évoluent selon le scénario économique et l'assureur applique sa politique de gestion d'actifs.

Revalorisation

En fin d'année, l'assureur doit revaloriser les contrats au taux maximum entre le TMG et le taux de participation au bénéfice contractuel. Pour le i^e *model point* le montant nécessaire à la revalorisation correspond à :

$$\max \left(TMG_i \cdot PM_i; \text{Taux contractuel}_i \cdot \frac{PM_i}{\text{Total PM}} \cdot \text{Produits financiers assurés} \right)$$

Puisque les fonds propres sont globaux, les produits financiers revenant aux assurés sont déterminés ainsi :

$$\text{Produits financiers assurés} = \min \left(\frac{\text{Total PM} + \text{PPB}}{\text{Valeur comptable du bilan}}; 1 \right) \cdot \text{Produits financiers totaux}$$

Les produits financiers totaux s'obtiennent en faisant la somme des intérêts, des plus ou moins values réalisées sur les actions, des coupons perçus et en retranchant les frais liés à l'investissement.

Si les produits financiers réalisés ne suffisent pas à revaloriser les contrats alors l'assureur vend des actions en situation de plus value latente. Dans le cas où cela se révèle toujours insuffisant, une perte est reconnue en fonds propres.

Ensuite, l'assureur détermine le montant de revalorisation additionnel permettant d'atteindre une revalorisation totale ne déclenchant pas les rachats conjoncturels. L'assureur reprend la PPB passée il y a 8 ans³ et reprend successivement les sommes en PPB en commençant par les plus anciennes, sans dépasser une reprise de 85%. Si la reprise de la PPB n'est pas suffisante alors des plus values en actions peuvent être réalisées. Dans le cas où cela se révèle toujours insuffisant, la revalorisation additionnelle cible n'est pas entièrement distribuée et des rachats dynamiques sont donc déclenchés.

L'assureur compare ensuite le montant de revalorisation nette avec le montant calculé selon la règle de participation aux bénéfices réglementaire. Si la revalorisation distribuée n'est pas suffisante alors la différence avec la participation réglementaire est dotée en PPB.

3. Même si le montant de revalorisation additionnel est nul.

Résultat

L'assureur prélève les chargements sur encours et détermine les prélèvements sociaux puis le portefeuille vieillit d'une année, les prestations liées aux rachats et à la mortalité sont versées. L'assureur paye ensuite ses frais d'acquisition, de gestion de sinistres et d'administration. L'assureur calcule son résultat brut puis, si celui-ci est positif, paie l'impôt sur les sociétés. Le résultat net est enregistré en fonds propres.

Surplus terminal

A la fin de la projection, en accord avec les recommandations du Groupe de Travail *Best Estimate Liabilities Vie* de l'Institut des Actuaires [GT BEL Vie Institut des Actuaires, 2016], les assurés rachètent leurs contrats et récupèrent l'intégralité de la PPB. Les plus ou moins-values sont partagées entre assurés et actionnaires selon le ratio utilisé précédemment pour répartir les produits financiers lors de la revalorisation des contrats. Les actionnaires obtiennent également la réserve de capitalisation.

2.3 Best Estimate

Par définition le Best Estimate correspond à "la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente, soit la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs" [Parlement Européen, 2009].

En reprenant les notations établies en introduction de ce chapitre, l'environnement de l'année t est déterminé par le processus Z . Soit β le facteur d'actualisation stochastique en zéro et soit H l'horizon de projection correspondant à la fin des engagements de l'assureur. Pour calculer le Best Estimate, la temporalité des flux doit être prise en compte. Pour rappel, la collecte des primes brutes notée P et le paiement des frais liés aux investissements financiers I ont lieu en début d'année. Les prestations liées aux rachats R et à la mortalité M , les frais F de gestion et d'administration et les prélèvements sociaux S sont payés en fin d'année. Le surplus terminal est noté TS .

Soit f la fonction correspondant à l'agrégation des flux de trésorerie actualisés observés lors de l'année t dans le contexte économique déterminé par Z_t , elle est définie ainsi :

$$f(Z_t) = \beta(Z_{t-1}) \cdot [-P(Z_t) + I(Z_t)] + \beta(Z_t) \cdot [R(Z_t) + M(Z_t) + F(Z_t) + S(Z_t)]$$

Le *Best Estimate* correspond donc à l'espérance suivante :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\sum_{t=1}^H [f(Z_t)] + \beta(Z_H) \cdot TS(Z_H) \right]$$

Cette espérance est calculée sous la mesure de probabilité \mathbb{Q} dite mesure de probabilité risque neutre. Elle est équivalente à la mesure de probabilité historique \mathbb{P} et permet de travailler avec un modèle *market consistent*. Dans l'univers de projection risque neutre, les processus de prix évoluent, en moyenne, au taux sans risque.

2.3.1 Best Estimate stochastique

Le *Best Estimate* doit intégrer l'incertitude sur des flux de trésorerie et donc considérer une multitude de scénarios économiques. En raison des interactions actif/passif et des options sous-jacentes (rachats, revalorisation garantie), l'utilisation de formules fermées est complexe pour valoriser les options et garanties. Le *Best Estimate* est donc approché numériquement de manière stochastique.

L'assureur génère N scénarios économiques pour obtenir une valorisation stochastique via une méthode Monte Carlo :

$$BE_{sto} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{t=1}^H [f(Z_t^i)] + \beta(Z_H^i) \cdot TS(Z_H^i) \right]$$

Par la loi forte des grands nombres, cet estimateur du *Best Estimate* converge fortement vers le *Best Estimate* avec le nombre de simulations N .

2.3.2 TVOG

Un *Best Estimate* déterministe peut être calculé dans le but de déterminer la valeur temps des options et garanties :

$$TVOG = BE_{sto} - BE_{det}$$

Le scénario économique utilisé pour ce calcul correspond à un unique scénario économique moyen. Le *Best Estimate* déterministe est alors obtenu de la manière suivante :

$$BE_{det} = \sum_{t=1}^H [f(Z_t^{det})] + \beta(Z_H^{det}) \cdot TS(Z_H^{det})$$

2.3.3 Paramètres de projection et validation du modèle ALM

La première partie de cette sous-section étudie l'horizon de projection et le nombre de simulations nécessaires à la valorisation du bilan Solvabilité II. La seconde partie discute des tests réalisés pour vérifier la cohérence du modèle ALM.

Paramètres de projection

Afin de valoriser le bilan Solvabilité II, un horizon de projection et un nombre de simulations doivent être choisis.

D'une part, l'horizon de projection doit être suffisamment long pour permettre la liquidation de l'ensemble des engagements de l'assureur. D'autre part, plus la durée de projection est grande plus les temps de calculs pour valoriser le bilan sont longs. Dans le cadre de ce mémoire, l'horizon de

projection H a été choisi de telle sorte à ce que en scénario central avec projection des primes⁴ l'inégalité suivante soit respectée :

$$\frac{PM_H}{PM_0} \leq 0.5\%$$

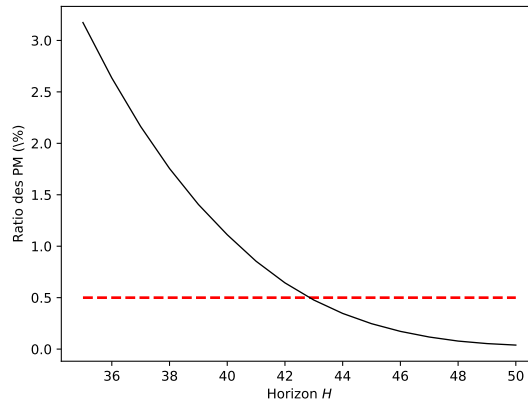


FIGURE 2.5 – Ratio des PM en fonction de l’horizon de projection

Graphiquement un horizon de projection de 50 ans semble donc satisfaisant. Au terme de ces 50 années l’assuré le plus jeune du portefeuille aura 96 ans.

Le nombre de simulations doit permettre d’assurer une convergence de l’estimateur Monte Carlo du Best Estimate. La figure 2.6 présente la distribution des BE simulés avec 4000 simulations et la figure 2.7 s’intéresse à la convergence de l’estimateur.

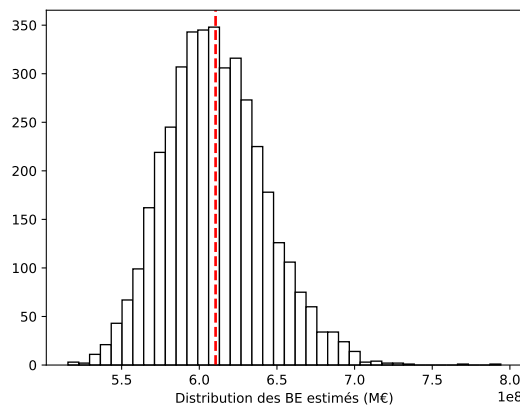


FIGURE 2.6 – Distribution de l’estimateur du BE

4. Les primes futures auraient pu ne pas être projetées. En effet, ces primes correspondent dans cette étude à des versements libres et ne doivent pas prises en compte dans la valorisation prudentielle Solvabilité II. Néanmoins, elles sont prises en compte dans le plan stratégique pour le passage d’une année à la suivante.

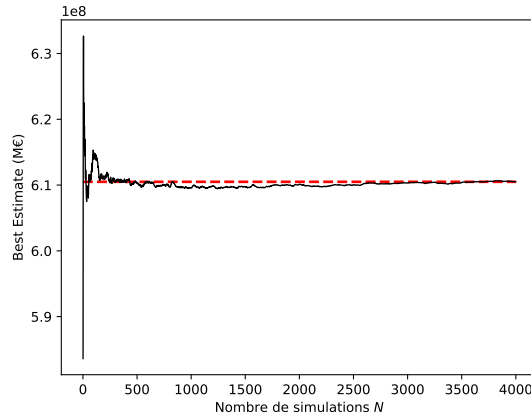


FIGURE 2.7 – Convergence de l’estimateur du BE

Après 2000 simulations la différence entre les différentes estimations semble très faible. La figure 2.8 représente l’écart relatif avec l’estimation du BE issue de 4000 simulations.

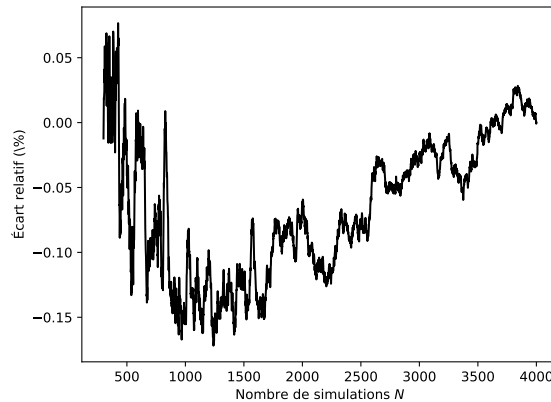


FIGURE 2.8 – Écart relatif avec l’estimation du BE issue de 4000 simulations

Avec 2000 simulations l’écart est inférieur à 0.12% soit environ 700 000€. Un nombre de simulations égal à 2000 semble donc être un bon compromis entre convergence et temps de calcul.

Test de convergence et d’équilibre du bilan

Afin de vérifier l’absence de création ou de perte de richesse durant la projection deux tests de convergence sont effectués. Un premier test consiste à vérifier sur un scénario déterministe que la somme tous les flux actualisés au taux de rendement de l’actif corresponde bien à la valeur de marché de l’actif à la date initiale. L’erreur doit être nulle. Le principe du second test est de vérifier le caractère risque neutre du modèle ALM. Différents taux de rendements des actifs sont observés sur les différents scénarios générés mais la moyenne des rendements de l’actif doit être égale au taux sans risque.

En notant NAV_{sto} (pour *Net Asset Value*) les bénéfices futurs actualisés de l’assureur calculés avec

la même méthodologie que le BE stochastique, l'écart de convergence est défini ainsi :

$$\text{Ecart} = \frac{|VM_0 - BE_{sto} - NAV_{sto}|}{VM_0}$$

Les résultats de ces deux tests sont concluants. Le test au TRA donne un écart nul. Pour le second test, des écarts inférieurs à 0.03% sont observés. L'approche prudente suivante a tout de même été mise en place :

- Un calcul indirect de la NAV est effectué : $NAV_{ind} = VM_0 - BE_{sto}$
- Si $NAV_{ind} \leq NAV_{sto}$ alors le bilan devient : $NAV = NAV_{ind}$ et $BE = BE_{sto}$.
- Inversement, si $NAV_{ind} \geq NAV_{sto}$ alors le bilan devient : $NAV = NAV_{sto}$ et $BE = BE_{sto} + NAV_{ind} - NAV_{sto}$.

Enfin, pour toutes les simulations et sur l'ensemble de la projection, l'actif est égal au passif (y compris fonds propres) : le bilan reste bien équilibré.

Chapitre 3

Management actions

Ce chapitre s'intéresse dans un premier temps à la situation initiale pour l'assureur au 31/12/2019 en présentant son bilan prudentiel et son ratio de solvabilité. Dans la seconde partie de ce chapitre, différentes décisions de gestions sont présentées, calibrées et mises en oeuvre afin d'améliorer la solvabilité et la NAV de l'assureur.

3.1 Situation initiale

3.1.1 Bilan prudentiel

Les résultats de la valorisation Solvabilité II du bilan sans *management actions* au 31/12/2019 sont présentés dans la table 3.1. Comme supposé dans le chapitre introductif de ce mémoire la marge pour le risque est nulle par soucis de simplification.

Actif		Passif	
Obligations	557	NAV	48
Actions	69	BE	611
		Dont TVOG	12
Trésorerie	33	RM	0
Total	659	Total	659

TABLE 3.1 – Bilan Solvabilité II (M€)

Pour rappel, le bilan en comptabilité française se présente ainsi :

Actifs		Passifs	
Obligations	527M€	Fonds propres	43M€
Actions	55M€	Réserve de capitalisation	6M€
Liquidités	33M€	PPB	16M€
		PM	550M€
Total	615M€	Total	615M€

TABLE 3.2 – Bilan comptable simplifié

La différence entre les fonds propres Solvabilité II et la somme des fonds propres comptables et de la réserve de capitalisation est très faible, des pertes sont attendues sur les contrats en euros.

3.1.2 Ratio de solvabilité

Les principaux risques contribuant au SCR sont présentés dans la table 3.3.

En prenant en compte les nouvelles hypothèses proposées par l’EIOPA pour le choc de taux d’intérêts, le risque de taux d’intérêts est un risque associé à une baisse des taux. En diminuant les taux d’intérêts, la valeur de marché des obligations augmente mais cet effet est dominé par une hausse du BE notamment en raison de l’effet d’actualisation. Le gap de duration entre l’actif et le passif joue également. Initialement, la duration de l’actif est plus faible que la duration du passif, la baisse des taux est donc un scénario défavorable (obligations arrivant à échéance, réinvestissement dans de nouvelles obligations plus chères avec des taux bas, baisse du rendement de l’actif face à des taux garantis élevés...). À titre de comparaison, en utilisant formule actuelle pour effectuer le choc de taux d’intérêts, dans laquelle les taux négatifs ne sont pas choqués, le SCR associé à une baisse des taux est nul.

Le risque de rachat correspond lui majoritairement au risque associé à une diminution des rachats. En effet, les contrats avec des TMG élevés sont anciens et leur taux de rachat structurel est de 7%. Une diminution de ce taux de 50% allonge la durée d’assurance. En raison de la forme de la courbe de taux cela conduit à une hausse du BE. En revanche, les contrats les plus récents avec un TMG brut nul sont eux légèrement sensibles à une hausse des rachats. Le SCR associé à une hausse des taux de rachats est peu significatif. En effet, il est du même ordre de grandeur que l’écart de convergence du BE.

SCR			
19,6			
Marché		Souscription vie	
18		4,7	
Taux d’intérêts	Actions	Rachats	Frais
9,5	11	2,5	2,6

TABLE 3.3 – Principaux risques contribuant au SCR (M€)

Le ratio de solvabilité obtenu en formule standard au 31/12/2019 est donc de 245%.

3.2 Mise en oeuvre de management actions

La sous section 3.2.1 pose le cadre réglementaire associé aux *management actions*. La sous section 3.2.2 présente le fonctionnement théorique des différentes solutions mises en oeuvre pour améliorer le ratio de solvabilité de l'assureur. Enfin, dans la sous section 3.2.3 les paramètres propres à chacune des différentes solutions présentées sont calibrés de façon à optimiser le ratio de solvabilité au 31/12/2019.

3.2.1 Management actions et réglementation

Les *management actions* sont des décisions prises par l'organisme d'assurance pour mener à bien son activité. Ce sont des décisions prises au-delà des dispositions légales et contractuelles.

L'assureur possède de nombreux leviers pour piloter son activité : choix des actifs et de leur allocation, choix du taux servi, choix de la stratégie de distribution de la PB entre les différents contrats, choix des clauses contractuelles particulières...

Une décision de gestion modifiant les flux provenant de l'actif l'assureur va modifier les flux issus du passif à travers les rachats conjoncturels et les revalorisations. Inversement une décision de gestion modifiant les flux du passif va changer les flux de l'actif. Par exemple, en décidant une moindre revalorisation l'assureur va déclencher des rachats conjoncturels qui pourraient l'obliger à vendre des actifs.

Les impacts significatifs de ces actions de pilotage de l'entreprise sur le ratio de solvabilité rendent nécessaires leurs modélisations.

Le régulateur a exprimé sa position vis-à-vis des *management actions* au cours de la rencontre Institut des Actuaires et ACPR le 29 novembre 2018 [ACPR, 2018]. Les références réglementaires peuvent être retrouvées dans les articles 23 et 24 du règlement délégué [Parlement Européen, 2014] et dans le Code des assurances.

Les *management actions* sont réalistes si elles sont :

- Cohérentes : à la fois entres elles, dans le temps et avec les pratiques actuelles ou anticipées
- En conformité avec la législation et les conditions contractuelles
- Prennent en compte tous les coûts afférents

Pour les stratégies relevant de la gestion de l'actif le régulateur a souligné les préconisations suivantes :

- Modélisation de l'allocation cible
 - Cohérente avec la politique de l'organisme
 - Prise en compte des évolutions anticipées à court terme dans la politique d'investissement
- Principe de continuité de l'activité
 - Maintient de la durée de l'actif
 - Ne pas réduire la durée de l'actif pour suivre la réduction progressive de la durée du passif
- Adaptation de la gestion d'actifs uniquement dans certains scénarios interdite
 - Traitement symétrique sur les scénarios
- Renouvellement des couvertures financières

- Complexité de modélisation
- Difficultés pour définir une stratégie valable dans l'ensemble des scénarios et évaluer le coût des instruments
- A ce stade, pas de justification satisfaisante observée sur le marché

3.2.2 Solutions étudiées

Afin d'améliorer le ratio de solvabilité de l'assureur plusieurs solutions sont étudiées. La première consiste à quantifier l'impact de la prise en compte de la PPB admissible dans le calcul du ratio de solvabilité. Ensuite, le ratio de solvabilité étant sensible à l'allocation d'actifs, notamment via le SCR, différentes stratégies d'allocations d'actifs sont mises en oeuvre. Les différences de duration entre l'actif et le passif influencent également le ratio de solvabilité, une stratégie de gestion du gap de duration est donc testée. Enfin, pour faire face au risque de taux d'intérêt, une couverture financière basée sur l'utilisation d'une swaption est implémentée.

Prise en compte de la PPB admissible

L'arrêté ministériel relatif aux fonds excédentaires en assurance vie paru au Journal Officiel du 28 décembre 2019 [ACPR, 2020] autorise l'assureur à prendre en compte une partie de la PPB pour le calcul de son ratio de solvabilité. L'assureur doit pour cela calculer la valeur économique issue de la valeur comptable de la PPB admissible.

La PPB comptable admissible correspond à la PPB disponible à horizon 1 an c'est à dire la PBB à laquelle l'assureur doit retirer :

- «Les montants de participation aux bénéfices décidés en fin d'année mais qui n'ont pas fait l'objet d'une inscription sur les comptes individuels des assurés à la date d'inventaire et se retrouvent ainsi comptabilisés temporairement en provision pour participations aux bénéfices partie pré-affectée.
- Les montants de PPB accumulés il y a 7 ans, ceux-ci devant faire l'objet d'une redistribution obligatoire dans l'année à venir.
- Les montants liés à l'utilisation effective de l'enveloppe prévue à l'article A132-3 du Code des assurances. Ces montants ne pouvant être déterminés à l'avance, les assureurs doivent retenir le montant annuel maximum utilisé aux cours des deux derniers exercices, tels qu'ils figurent dans l'état FR.23.»

Au 31/12/2019, la PBB totale est de 16M€. Par hypothèse, celle-ci est équitablement répartie sur 8 ans. La PPB n'étant pas pré-affectée, la PPB comptable admissible s'élève donc à 14M€.

Une fois le montant comptable admissible déterminé, l'assureur doit en déterminer le montant économique. Dans le cadre de ce mémoire, ce calcul sera fait via la formule simplifiée proposée par l'ACPR [ACPR, 2020].

Ce calcul consiste à déterminer les flux de prestations futurs non actualisés. Ensuite, la fraction résiduelle des flux de trésorerie entre l'année $N \geq 8$ et l'ultime H est calculée avec une base 100 à 8 ans.

$$A_N = \frac{\sum_{i=N}^H \text{Prestation}_i}{\sum_{i=8}^H \text{Prestation}_i}$$

L'assureur détermine ensuite la cadence de versement de la PPB admissible correspondant à $A_N - A_{N+1}$.

La PPB admissible comptable est alors multipliée par la cadence et les facteurs d'actualisation issus de la courbe EIOPA.

La somme des montants obtenus correspond à la valeur économique de la PPB économique admissible.

Cette solution réglementaire permet d'augmenter le ratio de solvabilité du 31/12/2019 de 65 points de pourcentage en le faisant passer de 245% à 310%.

Allocation d'actifs cible

L'allocation initiale d'actif en valeur de marché est de 85% d'obligations, 10% d'actions et 5% de trésorerie. D'autres allocations d'actifs méritent d'être étudiées. Par exemple, l'augmentation la part d'actions dans le portefeuille de l'assureur par rapport à la part d'obligation a un impact ambiguë. En effet, cette situation peut conduire à une hausse des produits financiers distribuables immédiatement car n'entrant pas dans la réserve de capitalisation mais à la fois à une dégradation du SCR action. Une étude de la sensibilité du ratio de couverture et de la NAV aux différentes allocations d'actifs cibles doit donc être réalisée, elle permettra de mettre en lumière la meilleure politique d'investissement dans un monde risque neutre de taux bas.

Les allocations d'actifs testées dans le cadre de ce mémoire sont présentées dans la table 3.4.

Stratégie	A	B	C	D	E	F
Obligations	79%	81%	83%	85%	87%	89%
Actions	16%	14%	12%	10%	8%	6%
Trésorerie	5%	5%	5%	5%	5%	5%

TABLE 3.4 – Stratégies d'allocation d'actifs

Ces valeurs remplacent l'allocation cible initiale dans l'algorithme ALM. Dans le but de maintenir le caractère réaliste de l'étude, les réallocations ne doivent pas être trop brutales, l'assureur ne peut pas céder plus de 10% des actifs chaque année. La stratégie 4, correspondant à l'allocation cible initiale, permet de tester l'impact de la limite de vente.

Un point important à conserver à l'esprit pour la suite est le fait que seule l'allocation d'actifs **cible** est modifiée contrairement à d'autres mémoires d'actuariat qui étudient la question en modifiant l'allocation d'actifs **initiale** (par exemple [Capgras, 2018]). Cette différence d'approche peut avoir des effets importants notamment sur les premières années de projection. En passant à une allocation d'actifs cible comportant moins d'actions, dans le cas où les rendements sont proches de 0 l'assureur

devra en vendre au début de la projection, ce qui générera des produits financiers qui seront distribués aux assurés. En modifiant directement l'allocation initiale, ces produits financiers actions ne sont pas pris en compte.

Gestion du gap de duration

Les assureurs proposant des fonds euros investissent majoritairement dans des obligations soumises notamment au risque de taux d'intérêts. Pour mesurer, approximativement, ce risque les investisseurs utilisent le concept de duration.

La duration d'un instrument financier est une mesure correspondant à la durée de vie moyenne des flux financiers pondérée par leur valeur actualisée. En notant PV_i la valeur actuelle du flux i , la duration D calculée selon la formule de Macaulay, donc exprimée en années, pour un instrument avec un flux annuel correspond à :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n i * PV_i}{\sum_{i=1}^n PV_i}$$

Dans ce mémoire, la duration de l'actif de l'assureur correspond à la duration des obligations qu'il possède. Cette duration est initialement de 5.3 ans. L'assureur peut également calculer la duration de son passif en le projetant. Elle est de 11.2 ans au 31/12/2019.

Le gap de duration entre le passif et l'actif est défini ainsi :

$$\text{Gap} = D_{Passif} - D_{Actif}$$

Ce gap est donc initialement de 5.9 ans.

Si le gap de duration est positif alors¹ en cas de baisse des taux d'intérêts, la richesse économique de l'assureur diminue et inversement. En réduisant le gap de duration l'assureur peut devenir moins sensible à la variation des taux d'intérêts.

Le tableau 3.5 inspiré du mémoire de S.Capgras [Capgras, 2018] illustre les différents cas de figure.

	Gap < 0	Gap = 0	Gap > 0
Hausse des taux	NAV ↓	NAV →	NAV ↑
Baisse des taux	NAV ↑	NAV →	NAV ↓

TABLE 3.5 – Gap de duration et impact d'un choc de taux

En effet, si les flux ne dépendent pas du taux actuariel r l'égalité suivante est vérifiée :

$$\frac{dPV(r)}{dr} = -\frac{1}{1+r} * PV(r) * D(r)$$

1. Sous certaines hypothèses : valeurs du passif et de l'actif identiques et translation de la courbe des taux.

En notant S la sensibilité au taux d'intérêt : $S(r) = \frac{dPV(r)}{dr} * \frac{1}{PV(r)}$ alors :

$$D(r) = -S(r) * (1 + r)$$

La duration peut donc être comprise comme la variation de la valeur de marché suite à une variation, identique sur l'ensemble de la courbe de taux, d'un point de base des taux d'intérêts. Ainsi, à valeurs de l'actif et du passif égales, si le gap de duration est positif alors une diminution des taux fait augmenter plus faiblement la valeur de marché de l'actif que celle du passif. L'assureur voit donc ses fonds propres économiques diminuer.

Implémentation. La stratégie de gestion du gap de duration vient après la stratégie d'allocation d'actifs dans l'algorithme ALM. Elle intervient dans le cas où l'assureur doit acquérir des obligations pour un montant de $\Delta \text{ €}$.

Elle consiste à définir une tolérance T . Si $|\text{Gap}| \leq T$ alors l'assureur continue à investir $\Delta \text{ €}$ dans des OAT 10 ans comme précédemment. Dans le cas contraire, l'assureur investit $\Delta \text{ €}$ dans une obligation de maturité M dans l'objectif de limiter le gap de duration. La maturité M est déterminée par l'algorithme 1.

L'algorithme permet en outre à l'assureur d'essayer d'acquérir des obligations de maturités proches de la maturité 10 ans qui sert de référence pour l'assureur. Intuitivement, si la duration de l'actif est plus faible que celle du passif alors l'assureur va acheter une obligation de maturité élevée et inversement.

Afin de satisfaire les exigences réglementaires, la maturité minimale pour les obligations achetées est de 6 ans, soit environ la duration initiale de l'actif. Cette contrainte a pour but de conserver une duration de l'actif suffisamment élevée en fin de projection, lorsque la duration du passif est très faible, afin de respecter l'hypothèse de continuité d'activité imposée par la réglementation.

```

1 Calcul de  $D_{Actif}$  ; Calcul de  $D_{Passif}$  ;  $M \leftarrow 10$ ;
2 si  $D_{Passif} \geq D_{Actif}$  alors
3   tant que  $M \leq 20$  faire
4     Achat fictif de  $\Delta \text{ €}$  de maturité  $M$ ;
5     si  $|Gap| \leq T$  alors
6       Stop ;
7     sinon
8        $M = M + 1$ ;
9     fin
10  fin
11 sinon
12  tant que  $M \geq 6$  faire
13    Achat fictif de  $\Delta \text{ €}$  de maturité  $M$ ;
14    si  $|Gap| \leq T$  alors
15      Stop ;
16    sinon
17       $M = M - 1$ ;
18    fin
19  fin
20 fin

```

Algorithme 1 : Choix de la maturité pour la gestion du gap de duration

À chaque étape de la projection dans le modèle ALM la duration de l'actif et du passif doivent être calculées. Ces calculs allongent significativement le temps nécessaire pour obtenir une valorisation du bilan.

De plus, pour éviter des références circulaires lors du calcul de la duration du passif comme remarqué dans le mémoire de S.Capgras [Capgras, 2018] ou une projection dans la projection à chaque pas de temps², les passifs sont projetés selon des hypothèses déterministes. En d'autres termes, les rachats conjoncturels sont nuls et l'épargne est revalorisée au TMG.

Il convient de noter que cet algorithme ne permet pas chaque année de rendre le gap de duration, en valeur absolue, inférieur à la tolérance fixée en raison notamment de la contrainte budgétaire $\Delta \text{ €}$ issue de l'étape d'allocation d'actifs cible. Il permet seulement de tendre chaque année vers la tolérance donnée tant que la duration du passif n'est pas trop faible. La stratégie implémentée possède en effet plusieurs limites. En premier lieu, l'algorithme n'agit que lorsque que l'assureur doit acquérir des obligations et non sur leur vente. De plus, il est tributaire du budget d'obligations déterminé dans l'étape de réallocation. Enfin, toutes les obligations achetées à chaque étape de la projection ont la même maturité.

Les différents seuils de tolérances testés sont présentés dans la table 3.6.

2. Le temps de calcul serait alors extrêmement long.

Stratégie	A	B	C	D
Tolérance	0 ans	2 ans	4 ans	6 ans

TABLE 3.6 – Stratégies de gestion du gap de duration

Couverture financière avec une swaption

La variation des taux d'intérêts influe, d'une part, sur la valeur de ses actifs essentiellement composés d'obligations. D'autre part, cette variation impacte le taux de rachat conjoncturel et l'actualisation des flux du passif. Pour se couvrir contre le risque de taux d'intérêts l'assureur choisit d'intégrer une swaption dans son bilan dès l'initialisation.

En fonction des craintes de l'assureur vis-à-vis d'une baisse ou d'une hausse des taux deux stratégies doivent être envisagées. Une première stratégie protégeant contre une baisse des taux avec une swaption receveuse, c'est-à-dire une swaption dans laquelle l'assureur a le droit de s'engager à la date de maturité dans un swap où il recevrait le taux fixe et paierait le taux variable, peut être mise en place. Une seconde stratégie protégeant contre la hausse des taux avec une swaption payeuse, c'est-à-dire une swaption dans laquelle l'assureur a le droit de s'engager à la date de maturité dans un swap où il recevrait le taux variable et paierait le taux fixe, peut également être mise en place.

Si l'assureur décide à la maturité de s'engager dans le swap de taux alors le payoff à chaque date de paiement a la même forme que celui présenté dans la figure 3.1.

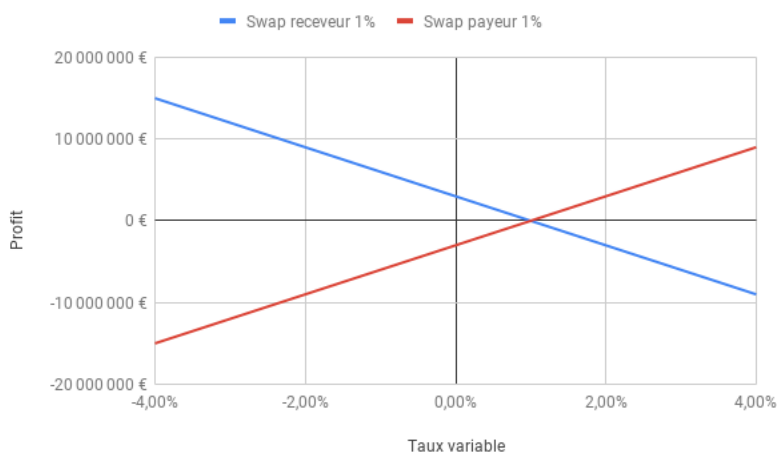


FIGURE 3.1 – Payoff à chaque date de paiement pour un swap de nominal 300M€

Chaque swaption a une période de couverture (*tenor*) de 5 ans. Les différents couples de maturités et strikes étudiés sont présentés dans la table 3.7.

Stratégie	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Maturité	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
Strike	0%	0%	0%	0%	0%	0.5%	0.5%	0.5%	0.5%	0.5%
Stratégie	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Maturité	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
Strike	1%	1%	1%	1%	1%	1.5%	1.5%	1.5%	1.5%	1.5%

TABLE 3.7 – Stratégies avec une swaption

Implémentation. Le prix d’achat de la swaption est déterminé à l’initialisation à l’aide du modèle G2++. Dans le cadre des chocs de taux d’intérêts de la formule standard, le prix initial du swap est réévalué à l’aide du modèle G2++ calibré sur les courbes choquées.

Le nominal de la swaption a été fixé à 300M €, montant correspondant à la moitié du BE. Ce nominal permet d’obtenir pour chacun des couples maturité/strike un prix inférieur au montant de trésorerie disponible. L’allocation d’actif initiale est modifiée : la trésorerie est diminuée du prix d’acquisition de la swaption (table 3.8).

	VC	VM
Obligations	527	557
Actions	55	69
Swaption	x	x
Trésorerie	33 - x	33-x
Total	615	659

TABLE 3.8 – Actifs initiaux

Avant la date de maturité, le prix de marché de la swaption est réévalué dans chaque simulation et à chaque pas de la projection comme la valeur actuelle nette de la swaption.

Pour une swaption de tenor 5 ans, de maturité T_α , de strike X , de nominal N , de position ω (valant 1 si la swaption est payeuse et -1 sinon).

En notant $\beta(t, u)$ le facteur d’actualisation entre la date t et la date u et r_u le taux à un an en u alors pour $t < T_\alpha$:

$$\text{VAN}_t = \max \left[0; \beta(t, T_\alpha) \cdot \omega \cdot N \cdot \sum_{u=T_\alpha+1}^{T_\alpha+5} (r_u - X) \cdot \beta(T_\alpha, u) \right]$$

Une swaption étant une couverture financière optionnelle, l'assureur décide de s'engager à la maturité dans le swap de taux si et seulement si la valeur actuelle nette du swap est strictement positive.

En $t = T_\alpha$, l'assureur s'intéresse donc à la quantité :

$$\omega \cdot N \cdot \sum_{u=T_\alpha+1}^{T_\alpha+5} (r_u - X) \cdot \beta(T_\alpha, u)$$

Si l'assureur s'engage dans le swap alors pendant la période de couverture les flux du swap sont échangés en fin d'année et viennent augmenter ou diminuer les produits financiers. La valeur de marché correspond alors à la valeur actuelle nette du swap. Dans le cas contraire, la valeur de marché devient nulle et aucun flux n'est échangé.

3.2.3 Calibrage des paramètres pour les solutions présentées

Les paramètres des solutions présentées doivent être calibrés. Ce calibrage est réalisé sur le bilan Solvabilité II du 31/12/2019. Pour chacune des solutions proposées, les paramètres permettant de maximiser le ratio de solvabilité seront retenus.

Allocation d'actifs cible

Dans le cadre de la stratégie visant à modifier l'allocation d'actifs cible, le paramètre à déterminer est la part d'actions dans le portefeuille d'actifs de l'assureur. Les différents ratios de solvabilité obtenus selon la stratégie appliquée sont présentés dans la figure 3.2.

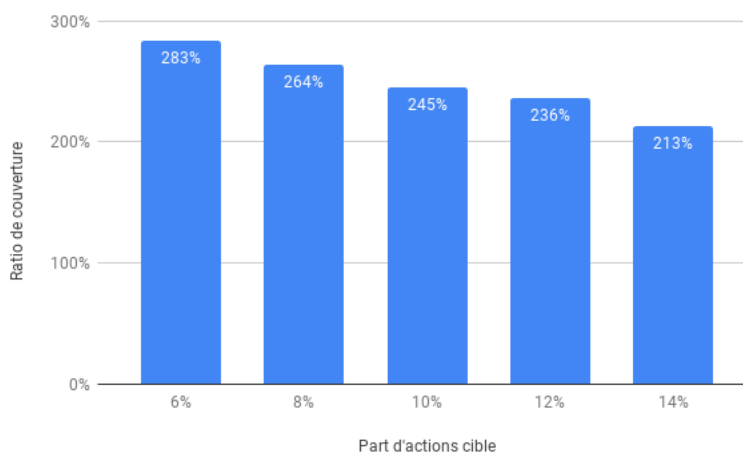


FIGURE 3.2 – Stratégie d'allocation d'actifs

En diminuant la part d'action cible dans le portefeuille le ratio de solvabilité s'améliore nettement. L'ampleur de cet effet est du même ordre de grandeur que celui observé après une modification de

l'allocation d'actifs initiale dans d'autres mémoires [Capgras, 2018]. Une stratégie d'investissement visant à réduire la part d'actions semble donc appropriée pour améliorer le ratio de solvabilité des assureurs proposant des fonds euros.

Comment expliquer cette amélioration du ratio de solvabilité ?

Pour répondre à cette question il convient d'étudier les évolutions du numérateur et du dénominateur du ratio de solvabilité. La table 3.9 présente l'évolution du SCR selon la part d'action cible et la figure 3.3 montre l'évolution du BE et de la TVOG.

	6%	8%	10%	Initiale	12%	14%
SCR	17,8	18,8	19,6	19,6	19,7	21
Marché	16	16,8	18	18	18,2	19,7
Dont taux	8,7	8,9	9,5	9,5	9,9	11
Dont actions	9,8	10,5	11	11	11	12
Vie	4,8	4,8	4,7	4,7	4,3	4,5

TABLE 3.9 – Allocation d'actifs cible : Évolution du SCR

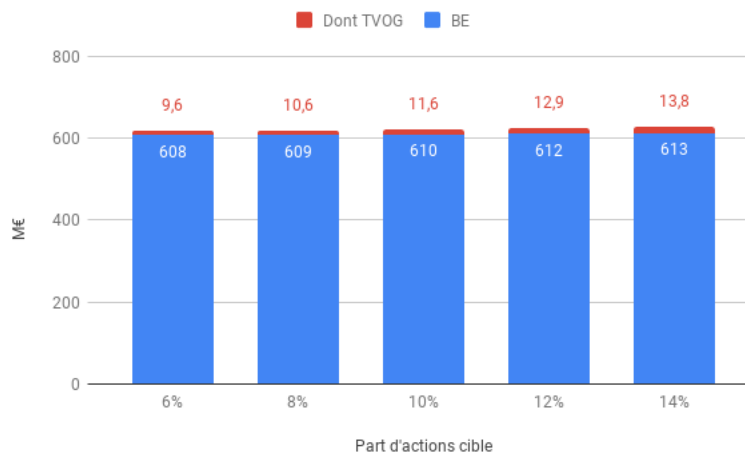


FIGURE 3.3 – Allocation d'actifs cible : Évolution du BE et de la TVOG

L'impact sur le Best Estimate est le plus simple à expliquer. La figure 3.3 souligne la diminution du BE via une diminution de la TVOG quand la part d'action cible se réduit. D'autres phénomènes entre également en jeu comme le montre la figure 3.4. Les différences majeures entre les deux courbes peuvent seulement être dues aux rachats conjoncturels et aux revalorisations liées aux produits financiers. Elles peuvent s'expliquer chronologiquement par :

- Une plus forte revalorisation des encours dans la stratégie avec moins d'actions pour l'année 2020. En effet, pour atteindre une allocation cible faible en actions, l'assureur doit vendre des actions au cours de la première année. Cela génère un montant important de produits financiers. Les clauses de participation immédiate aux bénéfices financiers entraînent une

revalorisation des encours détenus par les assurés³. Les assurés sont davantage satisfaits, ce qui conduit à une diminution des rachats pour l'année suivante.

- Pour les années 2023 et 2026, les 2 groupes d'assurés les plus récents atteignent 8 ans d'ancienneté. Leurs contrats ayant été davantage revalorisés comme expliqué dans le point précédent avec une stratégie réduisant la part d'action, le passage à des taux de rachats structurels de 7% conduit à des montants de rachats plus élevés. Des rachats conjoncturels sont également plus souvent déclenchés sur la première moitié de la projection quand la part cible d'action est réduite. L'assureur n'arrive pas à atteindre son taux cible. Les provisions mathématiques deviennent plus faibles après 2026 dans cette stratégie (figure 3.5).
- Sur le reste de la projection, les flux de BE sont plus faibles dans la stratégie ciblant moins d'actions dans le portefeuille car les taux de rachats s'appliquent sur des montants de provisions plus faibles. Cet effet est moins important en termes de volume annuel mais il domine les autres effets en raison de sa durée.

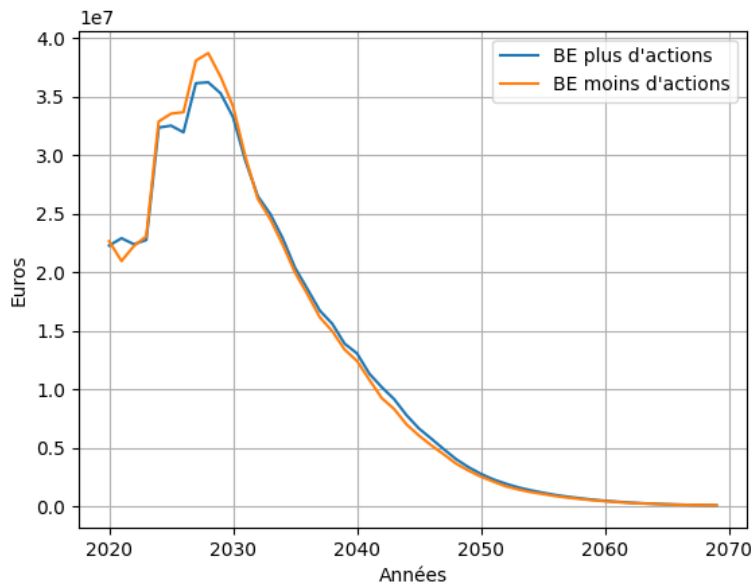


FIGURE 3.4 – Flux actualisés du BE

3. Essentiellement pour les contrats avec des TMG faibles.

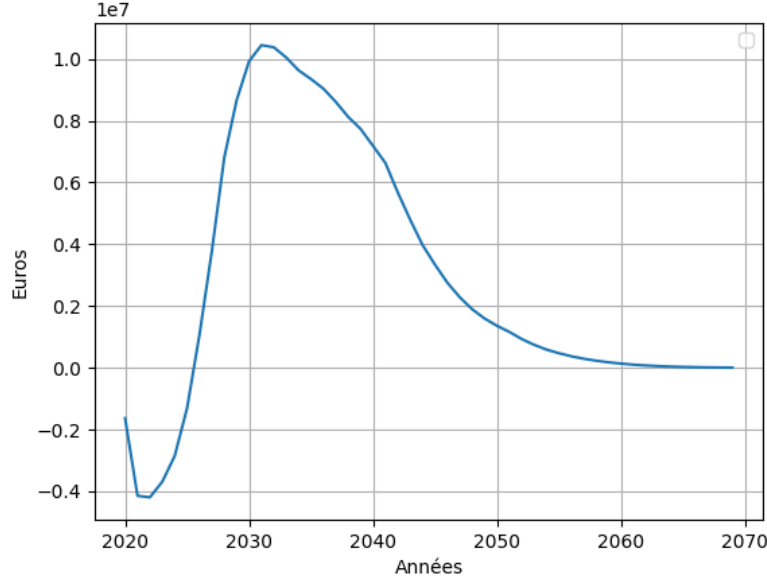


FIGURE 3.5 – Différences des PM : allocation cible initiale - allocation cible 6%

A propos de l'impact sur le SCR, comme observé dans la table 3.9 moins la part d'action cible est élevée moins le SCR est élevé. Cet effet s'observe à la fois sur le SCR action et sur le SCR de taux. L'impact sur le SCR de souscription vie est contraire mais négligeable.

Ces variations du SCR de marché ne peuvent s'expliquer que par des différences de variations entre les BE choqués et non choqués. En effet, le choc action ou de taux sur la valeur de marché des actifs en formule standard est le même peu importe la stratégie retenue puisque l'allocation d'actif initiale est identique. L'écart entre les SCR de marché dans les différentes stratégies est donc attribuable à l'écart suivant pour chacune des stratégies :

$$BE_{\text{Stratégie}_i, \text{choc}} - BE_{\text{Stratégie}_i}$$

En effet,

$$\begin{aligned} \text{SCR} &= \max(\text{NAV} - \text{NAV}_{\text{choc}}; 0) \\ &= \max(\text{VM} - \text{BE} - \text{VM}_{\text{choc}} + \text{BE}_{\text{choc}}; 0) \end{aligned}$$

Ce qui en en supposant que le choc mène à un SCR non nul donne :

$$\begin{aligned} \text{SCR}_A \leq \text{SCR}_B &\Leftrightarrow \text{VM}_A - \text{BE}_A - \text{VM}_{A\text{choc}} + \text{BE}_{A\text{choc}} \leq \text{VM}_B - \text{BE}_B - \text{VM}_{B\text{choc}} + \text{BE}_{B\text{choc}} \\ &\Leftrightarrow \text{BE}_{A\text{choc}} - \text{BE}_A \leq \text{BE}_{B\text{choc}} - \text{BE}_B \end{aligned}$$

La figure 3.3 montre que le BE diminue quand la part d'action diminue. Partant de cette observation, le $BE_{\text{Stratégie, choc}}$ diminue alors d'autant plus fortement que la part d'action est faible.

Dans la formule standard, les chocs sur les actifs étant instantanés, un choc entraînant une baisse des taux et un choc sur la valeur de marché des actions vont dans le même sens : une diminution de la part d'actions dans le portefeuille en valeur de marché. En effet, en diminuant les taux d'intérêts les obligations prennent de la valeur, ce qui fait mécaniquement diminuer la part d'actions dans le bilan. À la suite d'un tel choc, l'assureur doit réallouer ses actifs pour atteindre l'allocation cible et donc acheter des actions si le choc a fait chuter la part d'actions sous la part d'action cible.

Dans le cas de la stratégie avec ciblant moins d'actions le volume acheté sera moins important. L'écoulement des flux de BE après un choc entraînant une baisse des taux ou des pertes actions suit la même tendance que celui présenté dans la figure 3.4 sans l'écart pour l'année 2021. En effet, l'assureur ne pouvant vendre une partie de ses actions lors de la première année, ne peut pas pleinement satisfaire les assuré. Cela augmente les rachats conjoncturels pour l'année suivante.

Néanmoins, ce phénomène est dominé pour les années suivantes, après les 8 ans d'ancienneté du contrat le plus récent, par une moindre revalorisation des encours chez l'assureur visant une part faible d'actions. En effet, en rachetant moins d'actions, celui-ci ne peut pas profiter d'autant de produits financiers actions sur le reste de la projection pour revaloriser les projections qui seront rachetées par les assurés comme le montre la figure 3.6.

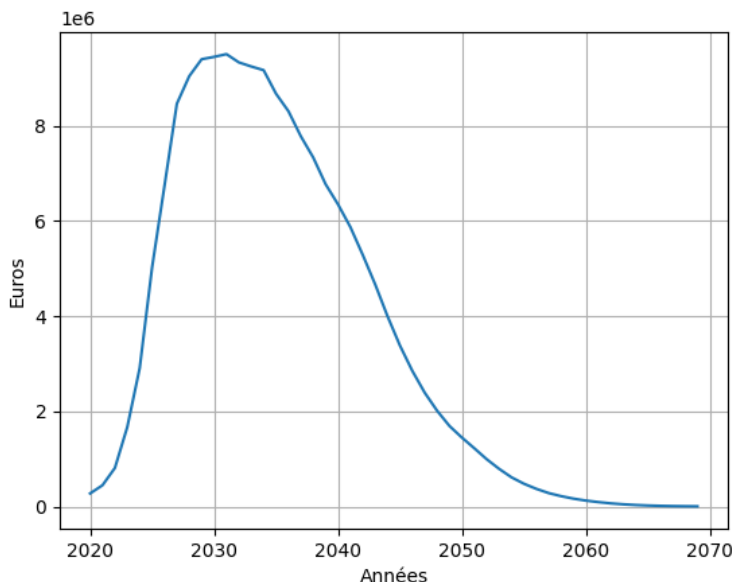


FIGURE 3.6 – Différences des PM après choc action : allocation cible initiale - allocation cible 6%

Sur l'ensemble de la projection, pour chacune des stratégies d'allocation d'actifs cible, la somme des produits financiers totaux actualisés vaut 120M€. La réalisation de ces produits financiers varie dans le temps selon l'allocation d'actifs cible (figure 3.7) dans ce monde risque neutre.

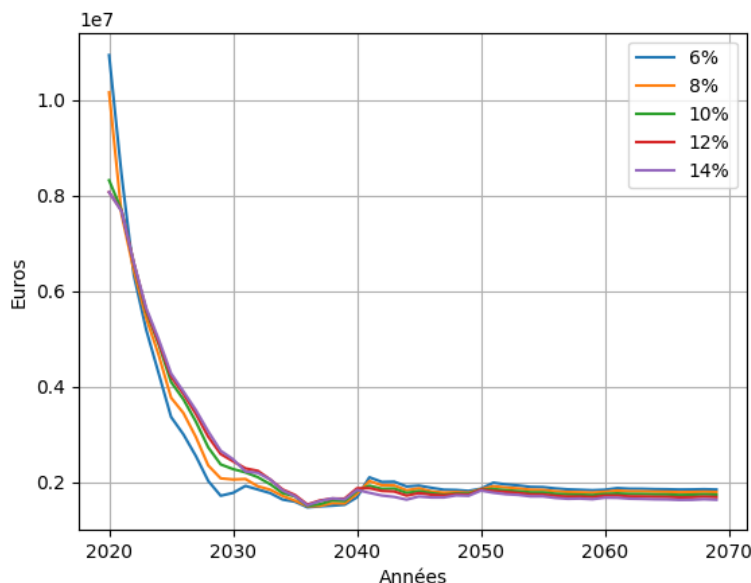


FIGURE 3.7 – Produits financiers totaux selon l’allocation d’actifs cible

La stratégie d’allocation d’actifs cible permettant de maximiser le ratio de solvabilité est donc la suivante :

Actifs	% de la VM
Obligations	89
Actions	6
Trésorerie	5

TABLE 3.10 – Allocation d’actifs cible optimale

Par ailleurs, comme les différentes tables et figures peuvent en attester, la limite de vente de 10% des actifs ne semble pas influencer significativement sur le ratio de solvabilité.

Limites

Les calculs réalisés montrent qu’en réduisant la part d’actions cible dans son portefeuille l’assureur améliore son ratio de solvabilité par une diminution de son SCR et de son BE. Néanmoins, cette diminution du BE s’explique principalement par une diminution des produits financiers liés aux actions après quelques années de projection. En effet, la diminution des produits financiers action entraîne une plus faible revalorisation des encours. Dans une projection monde réel, hors hypothèse de run off, avec des rendements actions plus importants cette pratique pénaliserait d’autant plus l’assureur d’un point de vue concurrentiel.

Une modélisation d’une allocation cible plus souple avec des marges de tolérances aurait pu être envisagée pour limiter les achats/ventes liés aux réallocations qui génèrent des frais d’investissement.

Gestion du gap de duration

Dans le cadre de la stratégie de gestion du gap de duration, la tolérance T pour l'écart de duration doit être calibrée. Les différents ratios de solvabilité obtenus selon la stratégie appliquée sont présentés dans la figure 3.8.

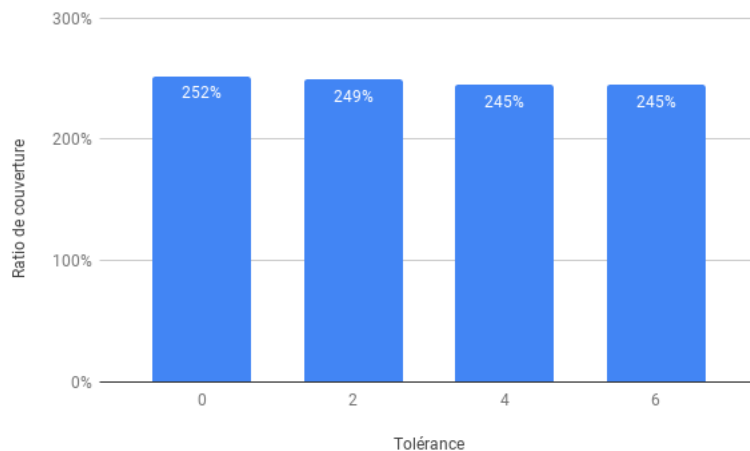


FIGURE 3.8 – Gestion du gap de duration

En diminuant la tolérance pour le gap de duration, l'assureur améliore son ratio de solvabilité. Ce résultat correspond à l'effet théorique attendu dans le cas d'un choc entraînant une diminution des taux d'intérêts. En effet, le gap de duration étant positif avec une duration initiale de l'actif de 5.3 ans et une duration du passif de 11.2 ans, ce choc est théoriquement défavorable à l'assureur. En réduisant ce gap de duration l'assureur diminue sa sensibilité à un tel choc.

Pour rappel, une tolérance de gap de duration nulle dans l'algorithme implémenté ne réduit pas nécessairement l'écart de duration à zéro à chaque pas de la projection. En effet, l'algorithme ne s'applique d'une part que pour l'achat d'obligations et d'autre part avec un budget contraint. Ces contraintes permettent de garder le modèle ALM lisible simplement mais peuvent réduire l'efficacité de la stratégie de gestion du gap de duration. Les effets observés sur le ratio de solvabilité sont favorables à l'assureur mais limités en termes de magnitude.

Comme précédemment, il convient d'examiner les évolutions du SCR et du BE pour comprendre la variation du ratio de solvabilité dans la table 3.11 et la figure 3.9.

Tolérance	0	2	4	6	Sans
SCR	18,6	18,9	19,6	19,6	19,6
Marché	17	17,3	18	18	18
Dont taux	8,6	9	9,5	9,5	9,5
Dont actions	11	11	11	11	11
Vie	4,5	4,4	4,7	4,7	4,7

TABLE 3.11 – Gestion du gap de duration : Évolution du SCR

Conformément à ce qui était attendu, plus la tolérance pour le gap de duration est faible plus le SCR de taux d'intérêts est faible.

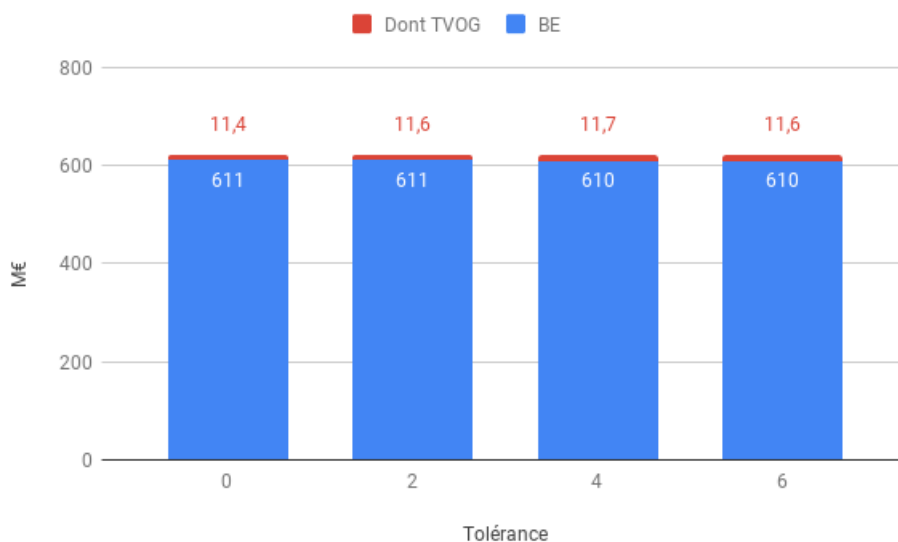


FIGURE 3.9 – Gestion du gap de duration : Évolution du BE

Inversement, en diminuant la tolérance pour le gap de duration le BE augmente faiblement. Il convient tout de même de noter qu'une augmentation du BE de 1M€ correspond à une diminution des fonds propres économiques de 2%. Cette augmentation du BE est due à une distribution de produits financiers plus élevée via une légère augmentations des coupons obligataires sur le début de la projection quand l'assureur investie sur des maturités plus longues (le gap étant positif). Les encours davantage revalorisés sur le début de la projection contribuent à une hausse du BE. En outre, en dégageant moins de produits financiers sur le reste de la projection, l'assureur déclenche plus souvent des rachats conjoncturels. Ce phénomène s'observe bien entre les années 2030 et 2040 sur la figure 3.11.

L'évolution du gap de duration, en valeur absolue, est illustrée par la figure 3.10. En choisissant une tolérance nulle, le gap de duration est nettement plus faible sur la première partie de la projection : l'assureur a investi sur de longues maturités. Le pic bleu observé en 2042 correspond en réalité à un gap de duration négatif. La duration obligatoire est plus importante que celle du passif, l'algorithme ne permettant pas les ventes d'obligations.

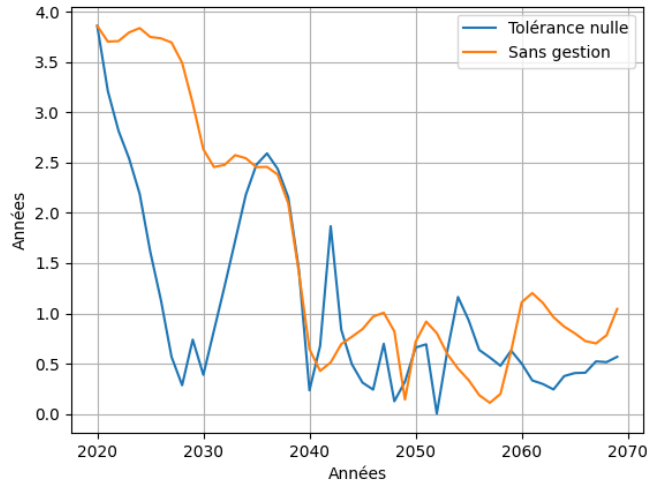


FIGURE 3.10 – Gestion du gap de durée : Évolution du gap en valeur absolue

En investissant sur des obligations de maturité longues dès le début de la projection, l'assureur augmente les coupons de ses obligations sur le début de la projection mais diminue ses opportunités d'investissements sur des obligations plus rémunératrices lorsque les taux remontent quelques années plus tard comme le montre la figure 3.11.

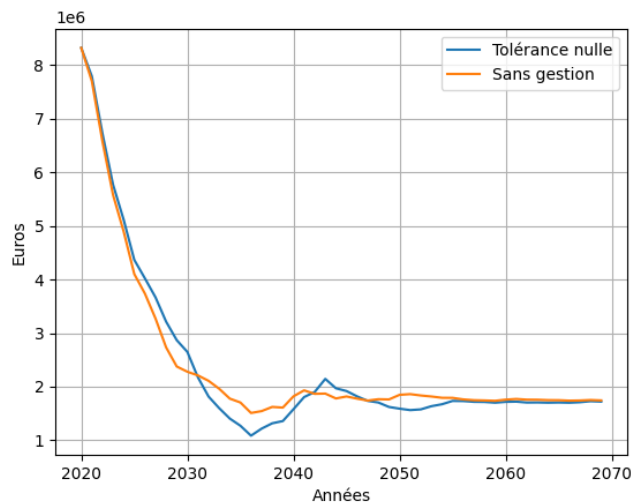


FIGURE 3.11 – Gestion du gap de durée : Évolution des produits financiers

Pour conclure, malgré les limites de l'algorithme implémenté, les stratégies visant à réduire le gap de durée permettent d'améliorer le ratio de solvabilité de l'assureur. La stratégie consistant à choisir une tolérance nulle pour le gap de durée est la plus efficace. La NAV pour l'assureur est diminuée mais cet effet est compensé par une diminution du SCR de taux d'intérêts. Partant d'un

gap de duration positif, le réduire revient à allonger la duration de l'actif. La NAV devient moins sensible à un risque de baisse des taux d'intérêts mais plus sensible à un risque de hausse des taux d'intérêts. Pour limiter ce risque, l'assureur peut étudier les effets d'une couverture de ce risque via un instrument financier comme une swaption.

Couverture financière avec une swaption

Le modèle de taux d'intérêts utilisé dans ce mémoire est le modèle G2++. Comme le rappellent Brigo et Mercurio [Brigo and Mercurio, 2006], ces deux facteurs du modèle permettent de mieux décrire la variabilité des taux d'intérêts. Ce qui conduit une calibration plus précise des paramètres du modèle de taux sur des swaptions européennes à la monnaie comme celles utilisées dans ce mémoire. De plus, en capturant mieux le smile présent dans le marché, les instruments financiers hors/dans la monnaie sont théoriquement mieux valorisés. L'utilisation d'un modèle G2++ pour le GSE fournit donc un cadre plus adapté que les modèles à un facteur pour étudier l'utilisation de swaptions comme couverture financière.

Dans le cadre de l'utilisation d'une swaption, trois paramètres doivent être déterminés. Le premier est la nature de la swaption : doit-elle être payeuse ou receveuse ? La période de couverture étant fixée à 5 ans pour faciliter l'analyse, les deux autres paramètres sont la maturité et le strike de la swaption.

Swaption payeuse Pour clarifier les propos suivants, il convient de rappeler qu'un assureur détenant une swaption payeuse peut s'engager dans un swap où il recevrait le taux variable et paierait le taux fixe.

Les différents ratios de solvabilité obtenus pour une swaption payeuse selon les différents couples de maturité/strikes étudiés sont présentés dans la table 3.12.

		Strike			
		0%	0.5%	1%	1.5%
Maturité	2	227%	243%	245%	245%
	4	209%	234%	242%	244%
	6	201%	223%	237%	242%
	8	193%	216%	233%	241%
	10	187%	209%	225%	237%

TABLE 3.12 – Swaption payeuse : Ratios de solvabilité

La table 3.12 permet de poser un constat simple : en augmentant la maturité de la swaption payeuse et en gardant un strike faible le ratio de solvabilité de l'assureur se dégrade. Intuitivement, en s'engageant sur un strike faible ou une maturité longue, les taux auront plus de chance de franchir le strike. La valeur de l'actif étant constante, le ratio de solvabilité se dégrade par une hausse du BE. L'assureur étant toujours sensible à une baisse des taux d'intérêts, en appliquant ce choc la valeur de marché de la swaption payeuse diminue, ce qui augmente le besoin en capital. De nouveau, il convient de regarder l'évolution des éléments qui composent ce ratio présentés dans les tables 3.13 et 3.14.

		Strike			
		0%	0.5%	1%	1.5%
Maturité	2	614	611	611	611
	4	617	613	611	611
	6	618	614	612	611
	8	620	616	613	611
	10	620	616	613	612

TABLE 3.13 – Swaption payeuse : Évolution du BE

La table 3.13 montre le même effet sur le BE. En augmentant la maturité ou en diminuant le strike de la swaption payeuse, le BE augmente. En effet, l'assureur en choisissant une maturité plus longue a plus de chance de voir les taux augmenter et en choisissant un strike plus faible les taux auront plus de chance de dépasser le strike. Dans ce cas, l'assureur réalisera davantage de produits financiers, ce qui aura pour effet d'augmenter les encours et de réduire les rachats conjoncturels sur la période de couverture (figure 3.12). Les facteurs d'actualisation étant peu importants, le premier effet domine et entraîne une hausse du BE.

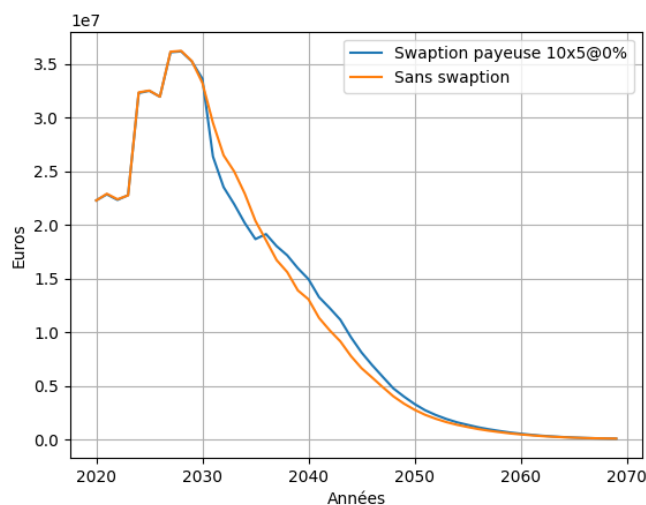


FIGURE 3.12 – Swaption payeuse : Flux du BE actualisés

		Strike			
		0%	0.5%	1%	1.5%
Maturité	2	19,7	19,7	19,7	19,7
	4	20,2	19,8	19,7	19,7
	6	20,2	19,9	19,7	19,7
	8	20,2	19,9	19,7	19,7
	10	20,8	20,4	20,2	19,8

TABLE 3.14 – Swaption payeuse : Évolution du SCR

La table 3.14 montre qu'en augmentant la maturité ou en diminuant le strike le SCR augmente. Cette perte en SCR s'observe notamment à travers l'augmentation du SCR de taux d'intérêts. Avec la courbe des taux utilisée, le SCR de taux pour les swaptions est toujours un SCR associé à une diminution des taux. Intuitivement, plus le strike est élevé plus la valeur de la swaption est faible donc plus l'ampleur du choc (baissier) engendré par une diminution des taux est faible sur la valeur de marché de la swaption. Plus la maturité est longue, plus la probabilité de passer au-dessus du strike est élevée et donc plus le prix de la swaption payeuse est fort. Étant donnée la forme de la courbe des taux et de la courbe des taux choquée à la baisse, le choc est d'autant plus important sur la valeur de marché de la swaption que la maturité est longue.

Une swaption payeuse entraîne au 31/12/2019 une hausse du BE, ce qui dégrade le numérateur du ratio de solvabilité. De plus, l'assureur déjà sensible à une baisse des taux voit son SCR se dégrader en utilisant un tel instrument dans le contexte de taux bas actuel. Pour chacun des couples maturité/strike étudiés, le ratio de solvabilité est inférieur au ratio de solvabilité initial.

Swaption receveuse Pour clarifier les propos suivants, il convient de rappeler qu'un assureur détenant une swaption receveuse peut s'engager dans un swap où il recevrait le taux fixe et paierait le taux variable.

Les différents ratios de solvabilité obtenus pour une swaption receveuse selon les différents couples de maturité/strikes étudiés sont présentés dans la table 3.15.

		Strike			
		0%	0.5%	1%	1.5%
Maturité	2	242%	235%	212%	190%
	4	262%	257%	240%	213%
	6	263%	264%	258%	236%
	8	270%	278%	278%	265%
	10	266%	278%	280%	274%

TABLE 3.15 – Swaption receveuse : Ratios de solvabilité

La table 3.15 est moins lisible que celle présentée pour la swaption payeuse. Toutefois, la remarque suivante peut être faite : en augmentant la maturité de la swaption le ratio de solvabilité s'améliore. L'effet du strike doit être décomposé pour le numérateur et le dénominateur du ratio. Il convient alors de regarder l'évolution des éléments qui composent ce ratio présentés dans les tables 3.16 et 3.17.

		Strike			
		0%	0.5%	1%	1.5%
Maturité	2	611	614	619	624
	4	611	613	616	621
	6	611	612	615	619
	8	611	612	614	618
	10	611	612	614	617

TABLE 3.16 – Swaption receveuse : Évolution du BE

La table 3.16 montre qu’une maturité courte entraîne une hausse du BE. En effet, en raison de la courbe des taux actuelle les taux auront moins de chance de dépasser le strike sur une maturité courte que sur une maturité longue. De ce fait, avec une maturité courte la swaption receveuse générera davantage de produits financiers pour l’assureur. Le même raisonnement est valable pour le strike, plus celui-ci est élevé moins les taux auront de chance de le dépasser et plus l’assureur réalisera de produits financiers. La valeur de l’actif étant constante, une hausse du BE entraîne une dégradation de la NAV. En choisissant une maturité courte et un strike élevé, l’assureur réalise davantage de produits financiers, ce qui aura pour effet d’augmenter les encours et de réduire les rachats conjoncturels sur la période de couverture (figure 3.13). Les facteurs d’actualisation étant peu importants, cela entraîne une hausse du BE.

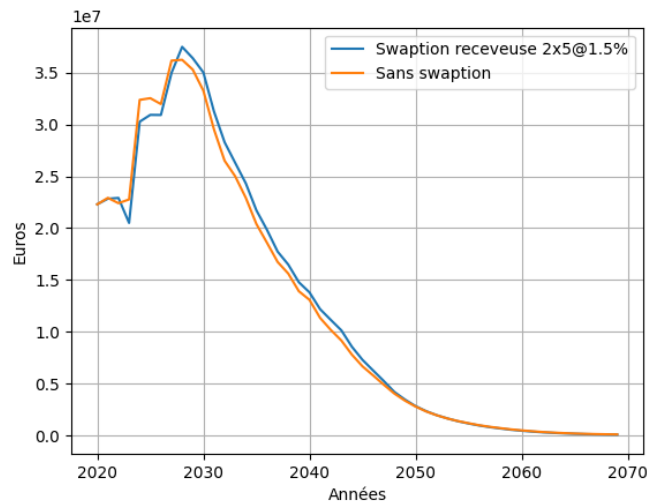


FIGURE 3.13 – Swaption receveuse : Flux du BE actualisés

		Strike			
		0%	0.5%	1%	1.5%
Maturité	2	19,5	19,0	18,8	18,3
	4	18,1	17,8	17,8	17,8
	6	18,1	17,5	16,9	16,8
	8	17,7	16,8	16,1	15,6
	10	18,0	16,9	16,2	15,4

TABLE 3.17 – Swaption receveuse : Évolution du SCR

La table 3.17 montre qu'en allongeant la maturité le SCR diminue. Plus la maturité est longue plus le prix de la swaption est faible mais plus l'effet d'une baisse des taux d'intérêts a un impact positif sur la valeur de marché de la swaption en raison de la forme de la courbe des taux et du choc appliqué. Ce gain en SCR s'observe notamment à travers la diminution du SCR de taux d'intérêts. Avec la courbe des taux utilisée, le SCR de taux pour les swaptions est toujours un SCR associé à une diminution des taux. Comme observé dans la table 3.17, plus le strike est élevé plus le SCR est faible. Plus le strike est élevé plus la valeur de la swaption receveuse est élevée, ainsi plus le choc associé à une baisse des taux d'intérêts augmente la valeur de marché de la swaption. La diminution du SCR permet d'obtenir de meilleurs ratios de solvabilité.

Ainsi, la swaption receveuse optimale en termes de ratio de solvabilité est de maturité longue mais de strike ni trop élevé ni trop faible (effets antagonistes du BE et du SCR). Dans l'étude réalisée, la swaption receveuse de maturité 10 ans et de strike 1% maximise le ratio de solvabilité.

Une swaption receveuse entraîne donc au 31/12/2019 une hausse du BE, ce qui dégrade le numérateur du ratio de solvabilité. Néanmoins, l'assureur réduit son exposition à un risque de baisse des taux d'intérêts. Cet effet l'emporte sur le premier pour un choix adapté de maturité et strike.

Limites

Une des principales limites de cette étude des swaptions vient de l'absence de modélisation du risque de défaut dans le modèle utilisé. En modélisant ce risque, l'effet des swaptions sur le ratio de solvabilité serait atténué. En se basant seulement sur la vision prudentielle au 31/12/2019, l'utilisation d'une swaption ne fait qu'augmenter le BE, la valeur de l'actif étant constante. Une étude prospective montrant l'évolution de la valeur de la swaption selon différents scénarios de taux sera réalisée dans le dernier chapitre de ce mémoire. Une couverture avec une swaption payeuse et une swaption receveuse a également été implémentée. Cette couverture n'a pas amélioré le ratio de solvabilité de l'assureur.

Combinaison des 3 meilleures stratégies

Le ratio de solvabilité, le BE et le SCR obtenus en combinant l'allocation cible optimale déterminée précédemment, la stratégie de gestion du gap de durée avec une tolérance nulle et l'utilisation d'une swaption receveuse de maturité 10 ans et de strike 1% sont présentés dans la table 3.18.

Ratio de solvabilité	330%
SCR	14
BE	612
Dont TVOG	12,7

TABLE 3.18 – Combinaison des 3 meilleures stratégies

La combinaison de ces 3 *management actions* est à l'origine d'une amélioration du ratio de solvabilité passant à 330%. Ce gain de solvabilité est légèrement supérieur à la somme des améliorations individuelles qui conduirait à un ratio de solvabilité de 325%. Les effets individuels des trois *management actions* sont donc amplifiés, elles agissent conjointement.

Chapitre 4

Évaluation des management actions dans un contexte dynamique

Ce chapitre vise à étudier la robustesse des *management actions* déterminées précédemment dans des environnements économiques stressés et dynamiques. Dans cet objectif, les trois scénarios d'horizon 5 ans définis dans le plan stratégique de l'assureur sont utilisés.

Entre l'année $N - 1$ et l'année N , l'environnement économique évolue de façon déterministe selon la courbe de taux d'intérêts utilisée, les rendements actions réalisés, le choc de frais appliqué et les versements libres reçus durant l'année. À la suite de cette évolution, un calcul complet du bilan prudentiel est effectué pour l'année N . Pour chacun des trois scénarios, les évolutions du ratio de solvabilité, de la NAV et du SCR sur 5 ans sont présentées. Enfin, afin d'intégrer une composante d'analyse de rentabilité en plus de l'analyse prudentielle effectuée jusqu'ici, ce chapitre intègre en outre l'évolution des résultats comptables de l'organisme d'assurance.

Les légendes utilisées dans les graphiques suivants pour les *management actions* correspondent à celles présentées dans la table 4.1.

Action	Légende
Sans management action	Sans MA
Prise en compte de la PPB économique admissible	PPB
Allocation d'actifs cible : 6% d'actions, 89% d'obligations et 5% de trésorerie	A
Gestion du gap de duration avec tolérance nulle	D
Introduction d'une swaption receveuse de maturité 10 ans, strike 1% et tenor 5 ans	S
Combinaison des 3 solutions précédentes	C

TABLE 4.1 – Légendes utilisées

4.1 Scénario 1

Le scénario 1 est un scénario central. Pour rappel, les hypothèses retenues sont les suivantes :

- Pour les taux d'intérêts :

- Les taux diminuent en 2020 (taux EIOPA 05/08/2020 avec VA)
- Les taux restent identiques en 2021.
- Les taux remontent en 2022 (taux EIOPA 31/12/2019).
- Les taux augmentent en 2023 de 45 points de base.
- Les taux restent identiques en 2024.
- Pour les actions :
 - Baisse de 13% en 2020.
 - Hausse de 13% en 2021.
 - Jusqu'en 2024 les actions gagnent 3% par an.
- Les frais ne subissent aucun choc.

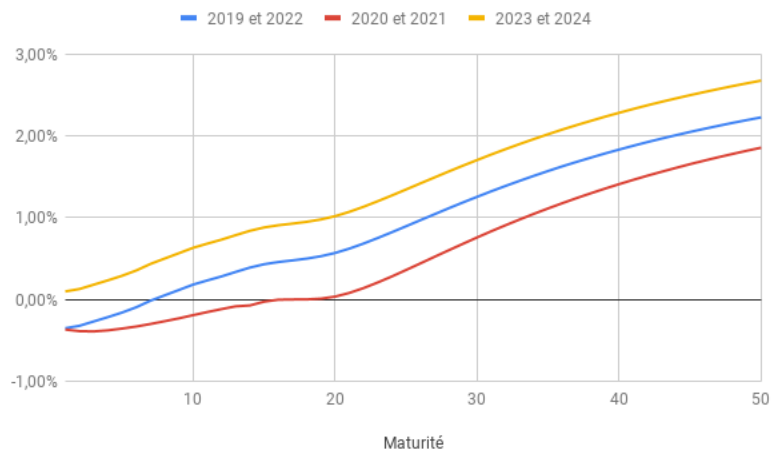


FIGURE 4.1 – Taux d'intérêts dans le scénario 1

4.1.1 Vision prudentielle

La figure 4.2 présente l'évolution des ratios de solvabilité dans le scénario 1. Les figures 4.3 et 4.4 correspondent respectivement aux évolutions de la NAV et du SCR. La table 4.2 montre les différences de ratio de solvabilité pour les années initiales, au bout d'une année et 5 ans après.

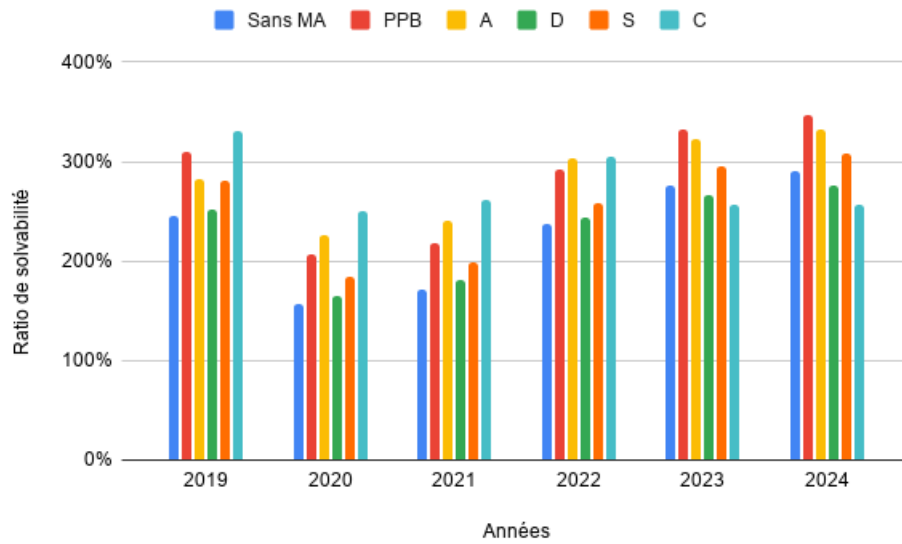


FIGURE 4.2 – Ratios de solvabilité du scénario 1

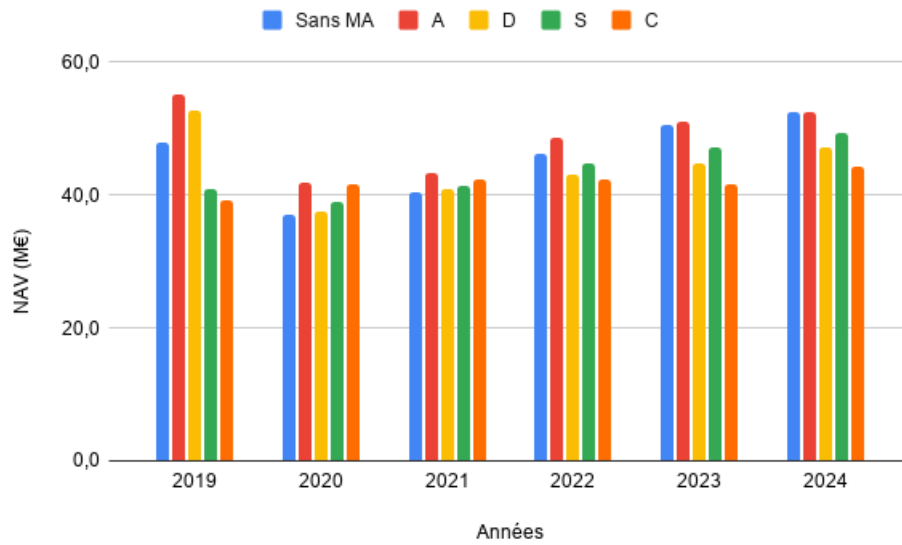


FIGURE 4.3 – NAV du scénario 1 (M€)



FIGURE 4.4 – SCR du scénario 1 (M€)

Sans *management action*. Entre l'année 2019 et l'année 2020, les baisses conjointes des taux d'intérêts et du marché action entraînent une diminution du ratio de solvabilité de l'assureur. En 2021, ce ratio s'améliore légèrement. En effet, en 2021 le SCR reste stable mais la forte hausse du marché action et le rachat des contrats associés à des TMG élevés permettent d'augmenter la NAV.

En 2022, l'augmentation des taux d'intérêts entraîne une forte diminution du BE par un effet d'actualisation qui compense la chute de la valeur des obligations au bilan. La NAV augmente alors de 6M€. De plus, le besoin en capital associé à un choc à la baisse des taux d'intérêts diminue. La différence absolue entre les courbes de taux choquées et les courbes non choquées est plus marquée en 2022 qu'en 2021. En effet, la hausse des taux d'intérêts modifie l'ampleur du choc de taux, l'explication vient de la nature en partie multiplicative du choc de taux d'intérêts : plus les taux sont importants plus le choc des taux est important (figure 4.5). Néanmoins, du fait de l'écoulement des passifs et de la modification de leur composition, des taux plus élevés sont ici favorables à l'assureur pour son calcul de SCR. Le choc à la baisse des taux est proportionnellement plus fort que l'année précédente mais s'applique sur une assiette de BE plus faible. De plus, les taux choqués 2022 restent, mécaniquement, plus importants que ceux choqués en 2021.

Pour l'année 2023, le ratio de solvabilité de l'assureur augmente également avec la hausse des taux. De plus, les contrats avec des TMG nets nuls ont alors acquis une ancienneté de 8 ans et par hypothèse sont donc soumis à davantage de rachats structurels. Le SCR diminue et la NAV augmente. En 2024, l'écoulement des passifs et l'évolution des actions réduisent le SCR et augmente la NAV : le ratio de solvabilité s'améliore légèrement.

L'introduction de la PPB réglementaire dans le calcul du ratio de solvabilité entraîne une augmentation mécanique du ratio d'environ 50 points chaque année.

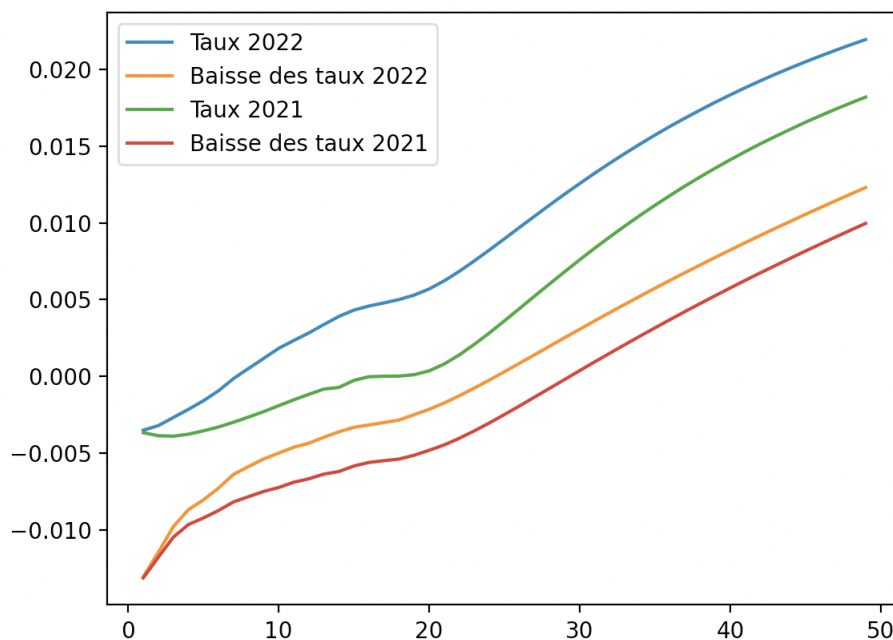


FIGURE 4.5 – Chocs des taux d'intérêts

La *management action* visant à réduire la part d'action dans l'allocation d'actifs cible est efficace sur l'ensemble de scénario 1. L'augmentation du ratio de solvabilité est importante en réduisant la part d'actions cible. Cet effet est observé dans d'autres mémoires utilisant un autre modèle ALM et d'autres scénarios économiques [Gerondeau, 2017], l'erreur de modèle semble donc écartée. Cette augmentation du ratio de solvabilité en réduisant la part d'action vient notamment d'une diminution du SCR action. En effet, après 2019 le choc de « -39% + Effet Dampener » s'applique à un montant bien plus faible. En outre, la part d'obligations augmente et celle-ci contribue à réduire l'impact du choc de taux à la baisse. De plus, le BE diminue puisque les revalorisations discrétionnaires pour atteindre le taux cible sont moins importantes étant donné qu'elles dépendent en partie du montant de plus values latentes en actions.

L'introduction d'une swaption receveuse permet également d'améliorer le ratio de solvabilité sur l'ensemble du scénario 1. En 2020 et 2021, la baisse des taux d'intérêts entraîne une hausse du prix de la swaption qui vient compenser l'augmentation du BE due à la swaption. La NAV s'améliore sans pour autant dépasser la NAV hors *management action*. Les années suivantes, la hausse des taux d'intérêts conduit à l'effet inverse. La swaption receveuse permet de réduire le besoin en capital lié à une baisse des taux sur toute la projection, cet effet l'emporte.

La stratégie visant à réduire le gap de durée améliore, de façon moindre, le ratio de solvabilité pour les années 2020, 2021 et 2022 via la réduction du SCR comme espéré. En effet, le SCR de taux est diminué chaque année. La gestion du gap de durée montre donc son intérêt dans ce cas. Néanmoins, les limites de l'algorithme utilisé empêchent possiblement réduction plus importante du SCR. Dès l'année 2023, cette stratégie entraîne une baisse du ratio de solvabilité en ne réduisant pas significativement le SCR de taux et en diminuant la NAV. En effet, les taux sont remontés mais l'assureur a acquis des obligations de maturités longues. En investissant ainsi, d'une part,

ces obligations ont perdu en valeur et d'autre part l'assureur a réduit ses possibilités d'achats d'obligations plus rémunératrices.

La combinaison des 3 solutions est efficace jusqu'en 2022. Cette solution améliore moins le ratio de solvabilité que la somme des améliorations individuelles, l'effet peut être qualifié de sous additif. Elle est donc d'autant moins intéressante dans une approche métier. A partir de 2023, prises ensemble l'augmentation de la part d'obligations, la swaption receveuse et l'allongement de la maturité des obligations sont à l'origine d'une détérioration du SCR de taux et de la NAV. Cette fois-ci, l'assureur est sensible à une hausse des taux d'intérêts alors que toutes ces solutions ont été calibrées dans un environnement où la baisse des taux importait. La perte en actifs, via des obligations plus nombreuses et plus sensibles à une hausse des taux et une swaption receveuse sensible à une hausse des taux également, est plus importante que la diminution du BE suite au choc à la hausse des taux d'intérêts.

	PPB	A	D	S	C
2019	65%	38%	7%	35%	85%
2020	50%	69%	8%	28%	94%
2024	57%	43%	-14%	18%	-34%

TABLE 4.2 – Écarts sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action (Scénario 1)

4.1.2 Vision comptable

La figure 4.6 présente les résultats comptables de l'assureur dans le scénario 1.

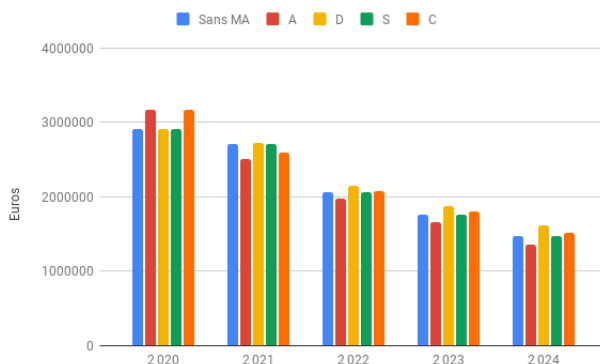


FIGURE 4.6 – Résultats comptables dans le scénario 1

En première année, malgré le choc de -13% sur le marché actions l'assureur n'enregistre pas des pertes grâce aux plus values latentes initiales. Les années suivantes les performances en actions, y compris la forte performance en 2021, ne sont pas suffisantes pour compenser la diminution des chargements d'acquisition, des chargements de gestion et des pénalités de rachats : le résultat diminue. En effet, la diminution du montant des encours, des versements libres et l'absence de

pénalités de rachats pour les contrats d'ancienneté supérieure à 8 ans viennent réduire les résultats au fil du temps.

La stratégie visant à réduire la part d'action dans le portefeuille performe moins bien dans un monde où les rendements actions sont plus importants que les rendements obligataires. Elle permet de dégager des produits financiers plus importants pour l'assureur en début de projection. Néanmoins, le ratio de partage des produits financiers entre l'assureur et les assurés contribue nettement à réduire le profit de l'assureur. Par la suite, les produits financiers générés avec cette stratégie sont moins élevés.

La stratégie de gestion du gap de duration permet d'obtenir un résultat comptable légèrement plus élevé car les obligations de maturité longues ont des coupons plus importants. Cette remarque concerne la rentabilité à court terme, à plus long terme en ayant investi sur des maturités longues au début de la projection, l'assureur diminue les opportunités qui apparaîtront lorsque les taux seront remontés.

Sur ces 5 ans de projections le résultat comptable obtenu avec une swaption de maturité 10 ans est sensiblement identique à la situation sans *management action*. En effet, la différence de produits financiers ne pourra s'observer que dans 10 ans.

La stratégie mixte présente elle aussi des résultats comptables proches, très légèrement inférieurs après la première année, du cas sans *management actions*. Les effets antagonistes de la stratégie d'allocation d'actifs et de gestion du gap de duration se compensent en partie.

4.2 Scénario 2

Le scénario 2 fait l'hypothèse suivante : les plans de relance européens sont efficaces immédiatement et permettent d'améliorer la situation économique d'ici la fin de l'année 2020. Ce scénario traduit donc une vision favorable de la conjoncture économique pour les calculs effectués dans le cadre de l'ORSA par l'assureur.

Concrètement, l'assureur retient les données suivantes :

- Pour les taux
 - Pour 2020 les taux sont identiques à ceux observés en 2019.
 - Les taux restent identiques en 2021.
 - Ces taux augmentent de 45 points de base en 2022.
 - Les taux restent identiques en 2023.
 - Les taux augmentent à nouveau de 45 points de base en 2024.
- Pour les actions :
 - Le rendement en 2020 est nul.
 - Jusqu'en 2024 les actions gagnent 3% par an.
- Les frais diminuent de 1% par an.

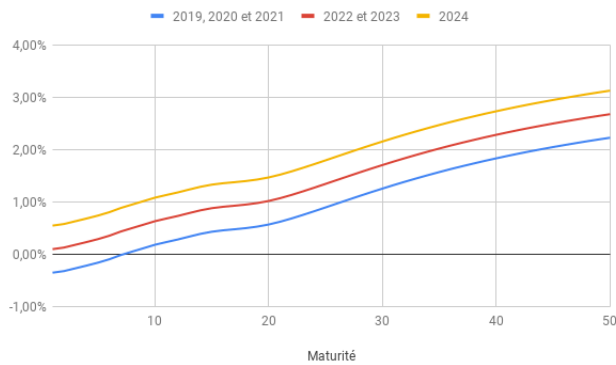


FIGURE 4.7 – Taux d'intérêts dans le scénario 2

4.2.1 Vision prudentielle

La figure 4.8 présente l'évolution des ratios de solvabilité dans le scénario 2. Les figures 4.9 et 4.10 correspondent respectivement aux évolutions de la NAV et du SCR. La table 4.3 montre les différences de ratio de solvabilité pour l'année 2019, au bout d'une année et 5 ans après.

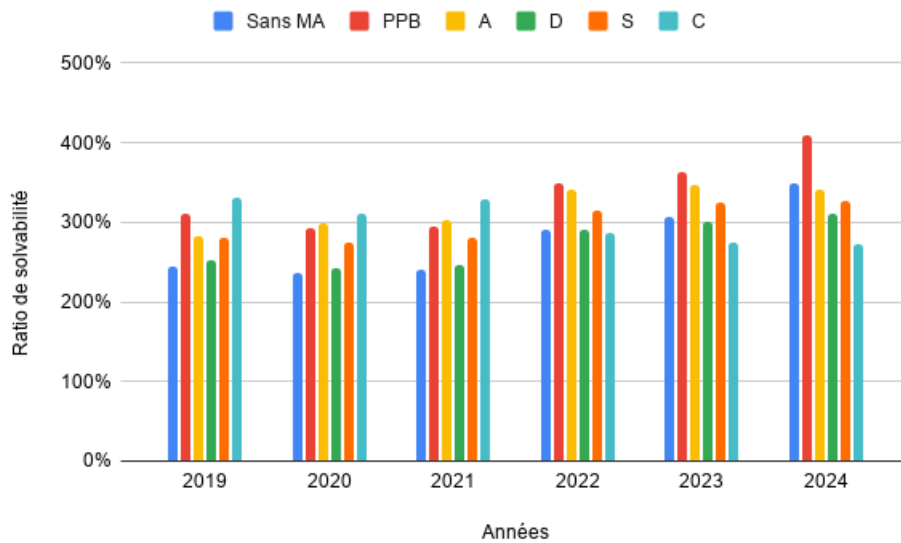


FIGURE 4.8 – Ratios de solvabilité du scénario 2

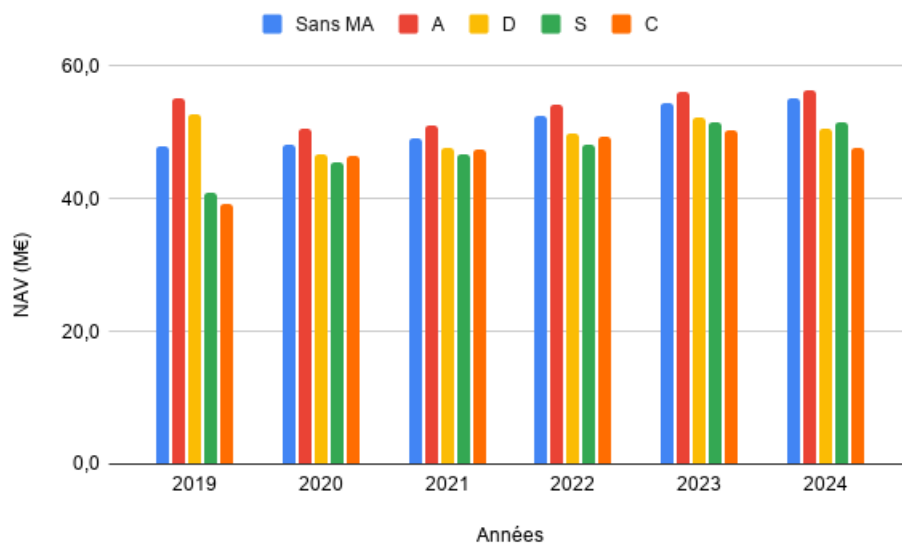


FIGURE 4.9 – NAV du scénario 2

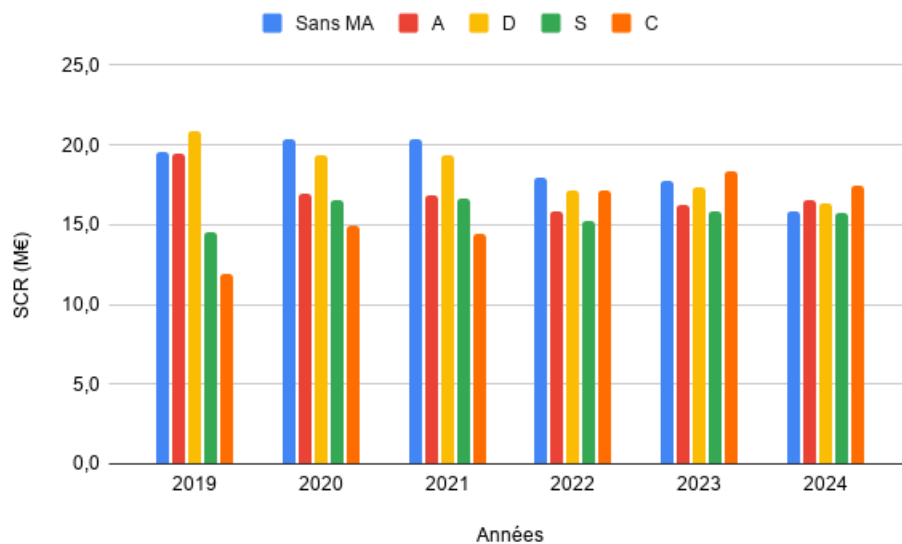


FIGURE 4.10 – SCR du scénario 2

	PPB	A	D	S	C
2019	65%	38%	7%	35%	85%
2020	57%	62%	6%	49%	75%
2024	61%	-7%	-37%	-22%	-75%

TABLE 4.3 – Écarts sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action (Scénario 2)

Sans *management action*. Les ratios de solvabilité dans le cas sans *management action* sont relativement stables sur le début de la projection puis s'améliorent avec les hausses des taux d'intérêts en 2022 et 2024. Ces dernières sont à l'origine d'une diminution du SCR et d'une augmentation de la NAV comme décrit pour le scénario 1. Entre 2019 et 2024, le ratio de solvabilité de l'assureur gagne environ 100 points de pourcentage.

Dans ce scénario, l'ajout de la PPB économique admissible permet d'augmenter le ratio de solvabilité d'environ 60 points chaque année.

La *management action* visant à réduire la part d'action cible est efficace jusqu'en 2023. Elle permet une réduction du SCR lié à une baisse des taux et du SCR action. En 2024, à la suite d'une hausse des taux l'assureur devient sensible à un choc de hausse des taux. Les obligations, plus nombreuses dans cette stratégie, voient leur valeur diminuer davantage que la réduction du BE. Le besoin en capital pour cette stratégie en 2024 devient supérieur à celui relatif à la situation sans *management action*. En outre, il convient de noter que l'écart entre la NAV de cette stratégie et la NAV sans *management action* est important au début de la projection. Au fur et à mesure que les actions prennent de la valeur et que la valeur de marché des obligations diminue l'écart se réduit.

La gestion du gap de duration est une stratégie efficace jusqu'en 2023 pour réduire le SCR lié à un choc à la baisse des taux d'intérêts et ainsi améliorer le ratio de solvabilité malgré une diminution de la NAV. En 2023, la baisse du SCR est compensé par la baisse de la NAV et cette stratégie est à l'origine d'un ratio de solvabilité sensiblement similaire au cas sans *management action*. En 2024, l'assureur devient sensible à un choc haussier des taux d'intérêts. Les obligations nouvellement achetées sont de maturités longues et donc plus vulnérables à un choc à la hausse des taux. Le SCR subit une forte hausse et détériore nettement le ratio de solvabilité. De plus, comme expliqué pour le scénario 1, en ayant investi sur des obligations de maturités longues l'assureur voit sa NAV se réduire avec la remontée des taux.

La swaption receveuse permet de limiter le SCR de taux d'intérêts sur l'ensemble de la projection. Malgré une diminution de la valeur de marché de la swaption et donc de la NAV au fur et à mesure que les taux augmentent, les ratios de solvabilité sont meilleurs jusqu'en 2023. En 2024, l'assureur est sensible à un choc à la hausse des taux d'intérêts et la swaption receveuse ne permet pas d'y faire face. Elle ne détériore que très légèrement le SCR puisque sa valeur de marché en 2024 est très faible. La diminution du ratio de solvabilité est presque exclusivement due à une NAV plus faible.

Comme dans le scénario 1, la stratégie mixte est efficace sur le début de la projection mais rend l'assureur rapidement vulnérable à une hausse des taux en combinant de plus nombreuses obligations de maturités plus longues et une swaption receveuse. Dès 2022, le ratio de solvabilité est inférieur au cas sans *management action*. A partir de 2023, ces éléments sont à l'origine d'une explosion du SCR de taux d'intérêts. La chute du ratio de solvabilité est accentuée par une NAV plus faible que dans le cas sans *management action*.

4.2.2 Vision comptable

La figure 4.11 présente les résultats comptables de l'assureur dans le scénario 2.

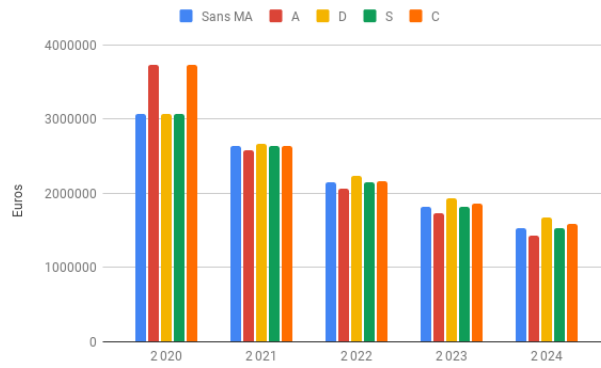


FIGURE 4.11 – Résultats comptables dans le scénario 2

Les résultats comptables de l'assureur sont positifs sur l'ensemble de la projection. Au fil du temps ces résultats diminuent : les encours et les versements ne sont pas aussi importants qu'au début de la projection. Ces résultats sont plus importants que dans le scénario 1, il convient de rappeler que les frais de l'assureur diminuent chaque année de 1%.

En vendant de nombreuses actions en plus values latentes au début de la projection pour satisfaire l'allocation cible, l'assureur dégage un résultat important. En contrepartie, puisque les actions évoluent de 3% par an sur le reste de la projection, ses résultats comptables suivants sont plus faibles. En conservant l'hypothèse d'un rendement de 3% par an pour les actions (rendement annuel historique sur l'EuroStoxx 50), au bout de 9 années le résultat comptable cumulé devient plus important si l'allocation cible initiale est conservée comme le montre la figure 4.12.

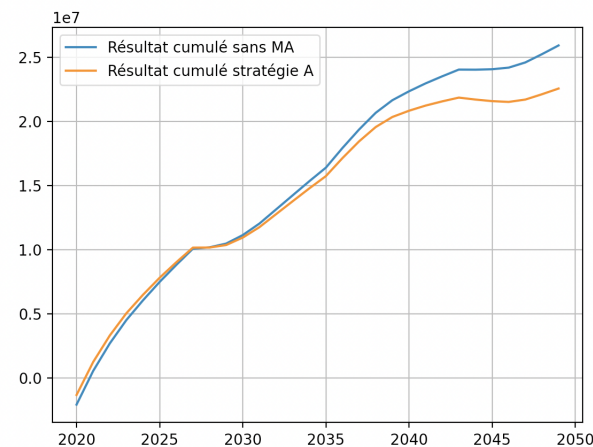


FIGURE 4.12 – Résultats comptables cumulés dans le scénario 2

La stratégie de gestion du gap de duration permet d'obtenir un résultat comptable plus élevé sur les 5 années étudiées. Cette stratégie n'empêche pas de profiter de la hausse des actions.

Les résultats comptables obtenus pour la swaption receveuse sont similaire au cas sans *management action*, celle-ci ne pouvant être exercée qu'en 2029.

En combinant les 3 stratégies, l'assureur profite de la vente d'actions au début de la projection et conserve un résultat comptable similaire au cas sans management action sur les 4 autres années grâce à une compensation entre les stratégies.

4.3 Scénario 3

Dans le scénario 3 les différents plans de relance européens suite à la crise sanitaire et économique sont inefficaces. Ce scénario avec des taux bas durables et un choc action se traduit par les hypothèses suivantes :

- Les taux diminuent la première année (taux EIOPA du 05/08/2020) et restent à ce niveau durablement
- Pour les actions :
 - Le rendement en 2020 est de -25%.
 - Il est nul en 2021.
 - Jusqu'en 2024 les actions montent de 3% par an.
- Les frais augmentent de 1% par an.

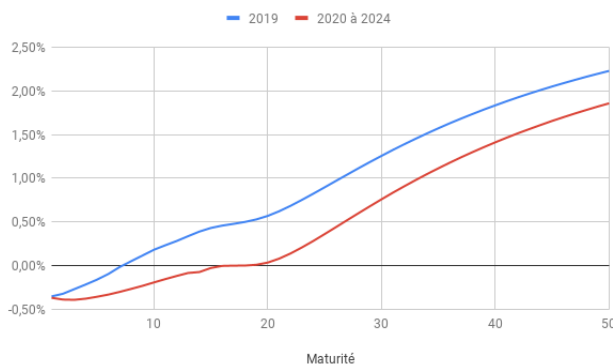


FIGURE 4.13 – Taux d'intérêts dans le scénario 3

4.3.1 Vision prudentielle

La figure 4.14 présente l'évolution des ratios de solvabilité dans le scénario 3. Les figures 4.15 et 4.16 correspondent respectivement aux évolutions de la NAV et du SCR. La table 4.4 montre les différences de ratio de solvabilité pour les années initiales, au bout d'une année et 5 ans après.

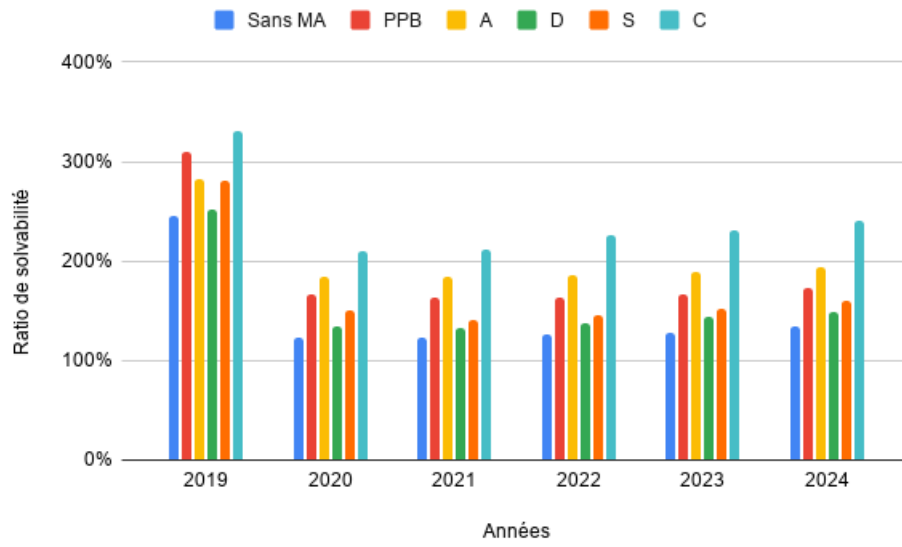


FIGURE 4.14 – Ratios de solvabilité du scénario 3

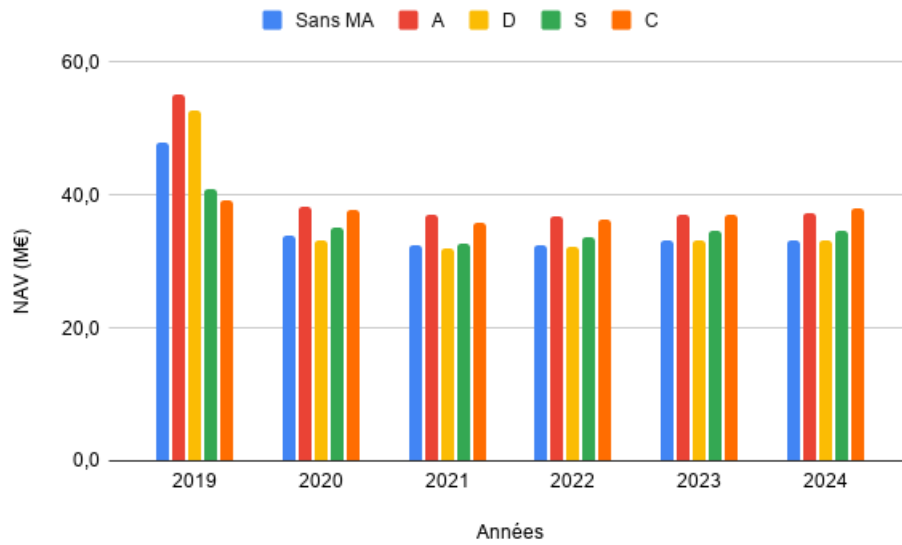


FIGURE 4.15 – NAV du scénario 3

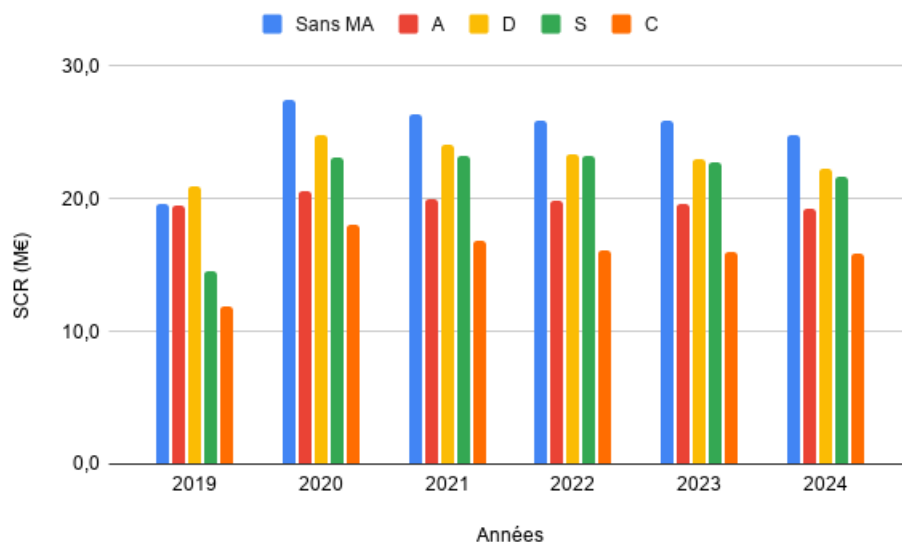


FIGURE 4.16 – SCR du scénario 3

	PPB	A	D	S	C
2019	65%	38%	7%	35%	85%
2020	42%	61%	10%	28%	86%
2024	39%	60%	15%	26%	103%

TABLE 4.4 – Écarts sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action (Scénario 3)

Sans *management action*. Dans ce scénario mélangeant une baisse de taux durable et choc important sur le marché action, le ratio de solvabilité se dégrade fortement en 2020 via une diminution de la NAV et une augmentation du SCR lié à un choc baissier des taux d'intérêts. Le ratio de solvabilité est tombé proche de la barre des 100%. L'écoulement des passifs tend à diminuer le BE et le SCR, les ratios de solvabilité s'améliorent légèrement avec le temps mais la situation reste globalement stable tout au long de la projection.

L'ajout de la PPB économique admissible permet d'augmenter d'environ de 40 points chaque année le ratio de solvabilité de l'assureur.

L'ensemble des stratégies est efficace et permet d'obtenir de meilleurs ratios de solvabilité en 2020 par rapport au cas sans *management action*. La stratégie mixte résiste le mieux aux différents chocs dans l'absolu. La stratégie d'allocation d'actifs est relativement plus performante par rapport à l'année 2019. Les autres stratégies sont plus affectées par les chocs et produisent des ratios de solvabilité relativement plus faibles. L'ensemble des stratégies permet de réduire nettement le SCR tout au long de la projection. Il convient de remarquer que dans l'absolu la stratégie d'allocation d'actifs est moins efficace sur le début de ce scénario que sur celui du scénario 1. En effet, les taux ont subi la même baisse dans les deux scénarios mais la baisse du marché action est plus forte ici. Le choc sur la valeur de marché des actions est alors moins important et la stratégie d'allocation

d'actifs est donc moins performante. Comme espéré, les stratégies calibrées dans un environnement de taux bas sont pertinentes dans ce scénario de taux bas durables.

4.3.2 Vision comptable

La figure 4.17 présente les résultats comptables de l'assureur dans le scénario 3.

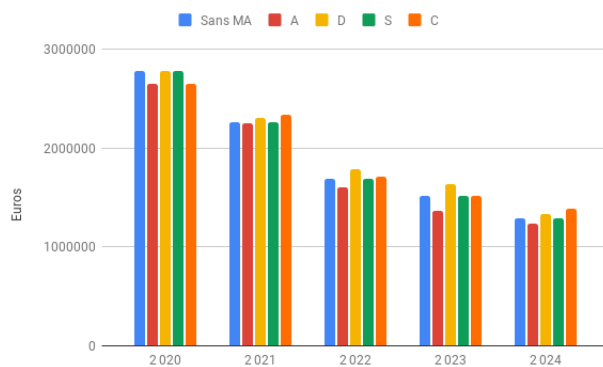


FIGURE 4.17 – Résultats comptables dans le scénario 3

De nouveau, l'année 2020 est synonyme de pertes sur les marchés financiers, les plus values latentes actions sont effacées. La stratégie d'allocation d'actifs performe moins bien sur l'ensemble de la projection. La stratégie avec une swaption et la stratégie mixte aboutissent à des résultats comptables similaires au cas sans management action. Enfin, la gestion du gap de duration permet encore une fois d'obtenir un résultat comptable supérieur grâce à des coupons plus élevés.

4.4 Apport des management actions

Dans une vision prudentielle, la stratégie d'allocation d'actifs cible est la plus efficace. Elle permet dans l'ensemble des scénarios, à l'exception de l'année 2024 dans le scénario 2 où les taux d'intérêts sont remontés de façon conséquente, d'obtenir un ratio de solvabilité plus élevé. Cela s'explique principalement par une forte diminution du SCR action et du SCR de baisse des taux d'intérêts. Cependant, dans une vision comptable cette stratégie est la moins performante. En réduisant la part de l'actif risqué, ici les actions, avec de meilleurs rendements historiques, le résultat de l'assureur se réduit.

Dans la littérature actuarielle des mémoires étudiant la même problématique [Gerondeau, 2017] [Bonney-Cudraz, 2016] concluent à une certaine efficacité des *management actions* classiques comme la diminution de la part d'action ou la réduction du gap de duration. Les chocs appliqués dans les études de sensibilité des *management actions* sont de moindre ampleur par rapport à ceux proposés dans ce mémoire. Les stress utilisés ici sont pour autant réalistes et d'actualité. En effet, les chocs à la baisse étudiés reposent sur des observations historiques des chocs subis par les assureurs en 2020 et le choc à la hausse de 90bp à horizon 5 ans est plus faible que la différence de taux observée pour la maturité 10 ans entre les courbes EIOPA 31/12/2019 et 31/12/2016.

L'importance des chocs des taux et du marché action met à mal la robustesse des différentes *management actions*. En les calibrant dans un environnement de taux bas, ces *management actions* voient leur efficacité se réduire lorsque les taux remontent et jusqu'à parfois nuire au ratio de solvabilité de l'assureur.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était d'identifier différentes *management actions* pour optimiser le ratio de couverture Solvabilité II d'un assureur évoluant dans un contexte de taux bas. Pour mettre en place les *management actions* pertinentes, il a été nécessaire de modéliser à la fois le fonctionnement des contrats d'épargne en euros et les facteurs de risques associés comme les taux d'intérêts avec l'implémentation et le calibrage du modèle G2++.

Ensuite, une étape importante de ce mémoire a été le calibrage des paramètres des *management actions* : part d'action pour la stratégie modifiant l'allocation d'actifs cible, tolérance pour la gestion du gap de duration, maturité, strike et nature de la swaption pour la couverture financière du risque de taux. Ces paramètres ont été calibrés de façon statique sur le bilan prudentiel au 31/12/2019. Chacune des *management actions* a permis d'améliorer le ratio de solvabilité au 31/12/2019. En réduisant la part d'actions cible à 6% le ratio de solvabilité a gagné 38 points, en choisissant une tolérance nulle pour le gap de duration 7 points ont été gagnés et 35 points avec une swaption receveuse de maturité 10 ans et de strike 1%. Enfin, en combinant ces stratégies un gain de 85 points a été réalisé.

Ces résultats très encourageants l'assureur fictif commercialisant des contrats d'épargne en euros sont toutefois rapidement nuancés par les conclusions de l'étude dynamique de robustesse des *management actions* face à différents chocs des taux d'intérêts, du marché action et des frais. L'horizon de projection de l'étude et l'ampleur des chocs jouent un rôle significatif sur la nature des conclusions. À horizon 3 ans ou dans un contexte économique avec des taux restants faibles l'ensemble des *management actions* permet une amélioration du ratio de solvabilité. A plus long terme ou avec une forte remontée des taux d'intérêts, le SCR devient vulnérable à une hausse des taux d'intérêts. Les *management actions* mises en place, calibrées dans un environnement de taux bas où l'assureur était sensible à une baisse des taux, viennent augmenter la sensibilité du SCR à une hausse des taux d'intérêts. En outre, dans une vision prudentielle la *management action* la plus efficace consiste à réduire la proportion de l'actif risqué au sein du portefeuille de l'assureur mais dans une vision en comptabilité sociale en présence de rendements « monde réel » cette *management action* dégrade le résultat de l'assureur.

En raison des nombreuses simplifications réalisées dans ce mémoire, les résultats présentés permettent seulement d'apporter des premiers éléments de réponse sur l'efficacité des *management actions* présentées. Des études plus complètes relâchant les hypothèses simplificatrices sont nécessaires avant une mise en oeuvre opérationnelle. Premièrement, en choisissant de partir de données agrégées représentatives du marché français, ce mémoire ne permet pas de tirer des conclusions pour des assureurs ayant des caractéristiques particulières (autre allocation d'actifs, loi de rachat différente, TMG moyen sensiblement plus élevé, présence d'affaires nouvelles...). De plus, en réduisant la composition de l'actif à des obligations assimilables au Trésor, à des actions européennes et

de la trésorerie, le stratégie d'allocation d'actif se retrouve simplifiée. Les allocations d'actifs des assureurs français sont à la fois plus variées et plus complexes. Enfin, la non modélisation du SCR de contrepartie améliore les résultats liés à l'utilisation d'une swaption, tout comme l'absence d'un choc sur la volatilité en formule standard.

D'une part, il serait intéressant de lever les limites évoquées pour s'assurer qu'elles ne modifient pas la nature des résultats obtenus. D'autre part, le calibrage des *management actions* aurait pu prendre une autre forme. Au lieu d'un calibrage dans un environnement statique, l'assureur pourrait se donner un certain nombre de scénarios d'évolution à moyen terme qui lui paraissent crédibles et calibrer les *management actions* sur l'ensemble de ces scénarios. Cette piste à investiguer permettrait peut-être une meilleure résilience du ratio de solvabilité. Coûteuse en termes de calculs, si une valorisation prudentielle exacte est effectuée à chaque étape de projection, des approximations avec des méthodes de *machine learning* pourraient permettre de contourner cette difficulté. Enfin, l'assureur possède d'autres leviers de pilotages notamment sur les passifs : incitations au rachat pour les contrats coûteux, politique de distribution de la PPB, contrats multisupports pour les affaires nouvelles... Les combinaisons de *management actions* portant sur les actifs et sur les passifs méritent également d'être étudiées.

Annexes

Annexes A

Hypothèses EIOPA Revue 2020

Maturité	s_up	b_up	s_down	b_down
1 an et moins	0,61	0,0214	-0,58	-0,0116
2	0,53	0,0186	-0,51	-0,0099
3	0,49	0,0172	-0,44	-0,0083
4	0,46	0,0161	-0,4	-0,0074
5	0,45	0,0158	-0,4	-0,0071
6	0,41	0,0144	-0,38	-0,0067
7	0,37	0,013	-0,37	-0,0063
8	0,34	0,0119	-0,38	-0,0062
9	0,32	0,0112	-0,39	-0,0061
10	0,3	0,0105	-0,4	-0,0061
11	0,3	0,0105	-0,41	-0,006
12	0,3	0,0105	-0,42	-0,006
13	0,3	0,0105	-0,43	-0,0059
14	0,29	0,0102	-0,44	-0,0058
15	0,28	0,0098	-0,45	-0,0057
16	0,28	0,0098	-0,47	-0,0056
17	0,27	0,0095	-0,48	-0,0055
18	0,26	0,0091	-0,49	-0,0054
19	0,26	0,0091	-0,49	-0,0052
20	0,25	0,0088	-0,5	-0,005
60	0,22	0	-0,33	0
90 ans et plus	0,2	0	-0,2	0

TABLE A.1 – Coefficients pour le choc de la courbe de taux dans les nouvelles préconisations de l’EIOPA

Les coefficients $s(m)$ sont interpolés linéairement entre les maturités 20 et 90. Les coefficients $b(m)$ sont interpolés linéairement entre les maturités 20 et 60 puis nuls ensuite.

Annexes B

GSE

Volatités de marché et du modèle pour les swaptions Euribor 3M au 31/12/2019

	1	2	3	4	5	7	10	12	15	20	25	30
1	17,63	21,75	26,5	31,11	35	40,19	45,38	46,89	49,2	51,54	52,25	52,51
2	25,64	29,35	33,31	36,35	39,16	43,25	47,37	48,39	49,95	51,58	52,07	52,38
3	33,91	36,54	39,09	40,96	42,77	46,03	49,21	49,83	50,77	51,8	51,95	51,95
4	39,51	41,05	42,95	44,38	45,82	48,28	50,81	51,09	51,5	51,82	51,62	51,59
5	43,39	44,35	45,67	47,01	48,34	50,26	52,46	52,39	52,27	52,2	51,64	51,43
6	46,86	47,11	48,1	49,32	50,26	51,78	53,54	53,28	52,87	52,4	51,55	51,18
7	49,52	49,79	50,33	51,22	52,01	53,2	54,53	54,13	53,49	52,76	51,76	51,14
8	51,67	51,53	51,96	52,64	53,29	54,14	55,11	54,62	53,86	52,97	51,88	51,16
9	53,36	53,01	53,39	53,88	54,36	54,91	55,61	54,99	54,06	53,12	51,92	51,11
10	54,47	54,27	54,52	53,81	55,12	55,51	55,95	55,3	54,34	53,51	51,98	51,12
12	54,63	54,32	54,42	54,61	54,82	55,19	55,56	54,85	53,77	52,66	51,27	50,27
15	54,45	54,15	54,16	54,18	54,26	54,47	54,85	54,05	52,87	51,6	50,04	48,92
20	53,15	52,88	52,96	52,86	52,93	53	52,97	52,14	50,91	49,22	47,52	46,27
25	51,71	51,5	51,52	51,45	51,47	51,27	50,8	49,95	48,68	46,87	45,09	43,76
30	50,32	50,23	50,22	49,95	49,99	49,44	48,4	47,55	46,28	44,43	42,73	41,4

TABLE B.1 – Volatilités de marché de Bachelier 31/12/2019 (b.p.)

	1	2	3	4	5	7	10	12	15	20	25	30
1	18,48	20,04	26,33	31,90	36,16	41,72	45,92	47,33	48,46	48,91	47,50	45,62
2	24,89	29,45	34,57	38,70	41,80	45,83	48,79	49,67	50,43	50,17	48,43	46,44
3	32,31	36,35	40,25	43,32	45,63	48,59	50,68	51,27	51,74	50,92	48,97	46,93
4	37,87	41,12	44,12	46,48	48,25	50,49	51,97	52,40	52,61	51,33	49,27	47,22
5	41,83	44,44	46,82	48,69	50,06	51,82	52,88	53,21	53,13	51,52	49,41	47,38
6	44,68	46,81	48,74	50,23	51,36	52,71	53,54	53,75	53,39	51,55	49,43	47,44
7	46,72	48,49	50,07	51,33	52,24	53,30	53,99	54,04	53,42	51,46	49,35	47,41
8	48,24	49,72	51,07	52,12	52,86	53,74	54,29	54,17	53,33	51,31	49,24	47,37
9	49,36	50,65	51,80	52,66	53,29	54,07	54,43	54,14	53,16	51,12	49,11	47,29
10	50,19	51,30	52,28	53,03	53,59	54,30	54,42	53,97	52,92	50,90	48,94	47,19
12	51,34	52,19	52,98	53,61	54,06	54,48	54,13	53,53	52,44	50,51	48,69	47,06
15	52,15	52,78	53,34	53,73	53,94	53,92	53,28	52,68	51,67	49,96	48,36	46,91
20	52,56	52,95	53,27	53,46	53,54	53,44	52,90	52,42	51,64	50,29	48,99	47,78
25	52,42	52,70	52,92	53,05	53,09	52,97	52,50	52,09	51,41	50,24	49,09	48,02
30	51,94	52,13	52,29	52,37	52,38	52,24	51,78	51,39	50,77	49,67	48,60	47,58

TABLE B.2 – Volatilités implicites G2++ via la formule de Bachelier 31/12/2019 (b.p.)

	1	2	3	4	5	7	10	12	15	20	25	30
1	4,80	-7,88	-0,64	2,54	3,32	3,81	1,19	0,93	-1,50	-5,10	-9,08	-13,11
2	-2,92	0,36	3,79	6,48	6,74	5,96	2,99	2,65	0,96	-2,73	-6,99	-11,34
3	-4,71	-0,52	2,96	5,75	6,70	5,55	3,00	2,89	1,92	-1,71	-5,74	-9,66
4	-4,16	0,18	2,71	4,74	5,31	4,59	2,28	2,57	2,15	-0,95	-4,56	-8,46
5	-3,59	0,21	2,53	3,56	3,56	3,10	0,80	1,56	1,65	-1,30	-4,32	-7,87
6	-4,65	-0,63	1,32	1,84	2,18	1,80	0,00	0,88	0,97	-1,61	-4,12	-7,30
7	-5,64	-2,61	-0,51	0,21	0,45	0,18	-0,99	-0,16	-0,14	-2,47	-4,66	-7,29
8	-6,65	-3,51	-1,70	-0,99	-0,81	-0,74	-1,49	-0,82	-0,98	-3,14	-5,08	-7,41
9	-7,49	-4,46	-2,98	-2,26	-1,98	-1,53	-2,11	-1,55	-1,66	-3,77	-5,42	-7,48
10	-7,85	-5,47	-4,11	-1,44	-2,77	-2,19	-2,73	-2,40	-2,61	-4,89	-5,85	-7,69
12	-6,03	-3,91	-2,64	-1,83	-1,38	-1,29	-2,58	-2,41	-2,48	-4,09	-5,03	-6,38
15	-4,23	-2,53	-1,51	-0,83	-0,59	-1,01	-2,86	-2,54	-2,27	-3,18	-3,35	-4,10
20	-1,10	0,13	0,58	1,14	1,16	0,83	-0,13	0,55	1,42	2,16	3,08	3,27
25	1,38	2,32	2,71	3,10	3,15	3,31	3,34	4,28	5,61	7,18	8,88	9,74
30	3,21	3,79	4,12	4,85	4,78	5,66	6,99	8,08	9,69	11,80	13,74	14,93

TABLE B.3 – Différences entre la volatilité de marché et de modèle (pourcentages)

La figure B.1 présente de façon plus visuelle les différences entre la volatilité de marché et la volatilité implicite des swaptions pour le modèle G2++. Une partie de la nappe a été interpolée, les points oranges correspondent aux écarts réellement calculés.

Le modèle G2++ est en difficulté sur les bords de la nappe de volatilité. Au centre de la nappe la réplification semble de meilleure qualité.

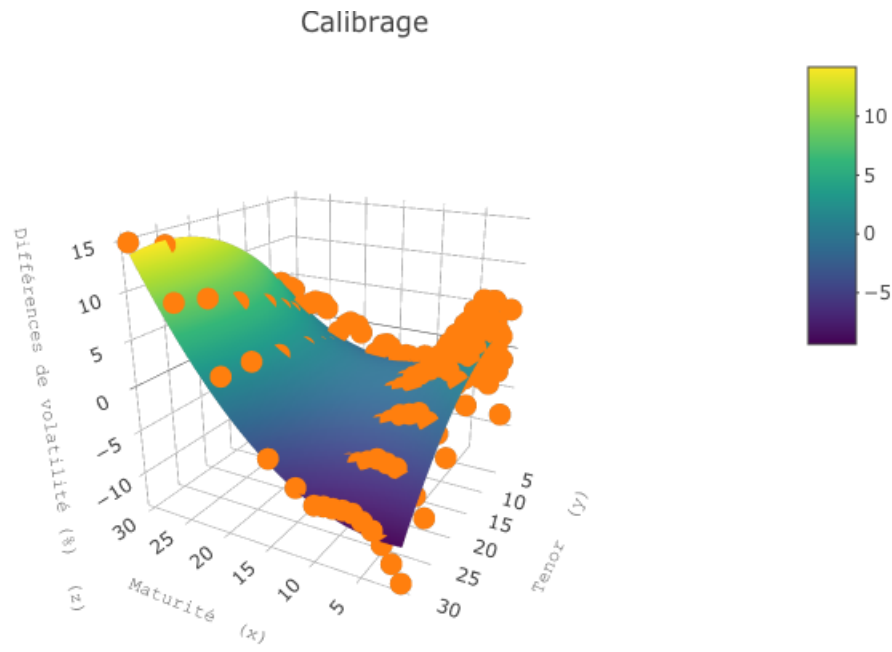


FIGURE B.1 – Différences entre la volatilité de marché et de modèle (pourcentages)

La différence relative moyenne entre la volatilité de marché et la volatilité implicite G2++ pour l'ensemble de la nappe est de -0.39%. En prenant la valeur absolue des différences relatives, la moyenne obtenue est de 3.58%. Le modèle G2++ permet donc de répliquer de façon satisfaisante les 180 volatilités de marché avec 5 paramètres.

Coefficients G2++

	a	b	sigma	eta	rho
1 taux_2019	0,7465542	0,06126461	0,009195139	0,004952464	-0,87999956
2 taux_2019 baisse	0,04261385	0,22776422	0,00224234	0,0001	0,72738452
3 taux_2019 hausse	0,05210913	0,4611405	0,00243513	0,00124414	-0,2970983
4 taux_2020	0,0443203	0,30076026	0,00222737	0,00010002	0,50783924
5 taux_2020 baisse	0,04919779	0,28753512	0,00258855	0,00153385	-0,38807707
6 taux_2020 hausse	0,24858815	0,04608957	0,00011993	0,00232076	-0,08962744
7 taux_2019 +45bp	0,49949541	0,05397659	0,0015085	0,00266043	-0,71979872
8 taux_2019 +45bp baisse	0,01683513	0,04026119	0,00018072	0,00244661	-0,88149608
9 taux_2019 +45bp hausse	0,48271877	0,06688348	0,00239329	0,00310923	-0,8649438
10 taux_2019 +90bp	0,49999994	0,0552375	0,00145309	0,00267729	-0,6633067
11 taux_2019 +90bp baisse	0,0428304	0,29949471	0,00224178	0,00010002	0,26914231
12 taux_2019 +90bp hausse	0,0479893	0,20914319	0,0023083	0,00010001	0,13097711

TABLE B.4 – Coefficients G2++

Les paramètres du modèle $G2++$ n'ont pas d'interprétation économique directe comme le font remarquer [Brigo and Mercurio, 2006].

Coefficients TVDV

Les paramètres obtenus pour le modèle TVDV sont $\alpha = 1.24$, $\sigma_{\text{inf}} = 0.17$ et $\sigma_0 = 0.11$.

Note de synthèse

Introduction

Connu comme le placement favori des épargnants français depuis des décennies, le contrat d'épargne en euros n'a plus la cote auprès des assureurs-vie. D'une part, ces derniers peinent à rémunérer ces contrats dans un contexte de taux d'intérêts historiquement bas, négatifs depuis plusieurs mois. D'autre part, les garanties associées aux contrats en euros ont un coût important en termes de fonds propres. Dans ces conditions économiques jamais vues, les assureurs sont donc soumis à une double pression de solvabilité et de rentabilité. Compte tenu de l'encours conséquent de l'épargne en euros en France, les assureurs-vie sont dans l'obligation d'optimiser la gestion de leurs portefeuilles.

À partir de données agrégées **représentatives du marché de l'assurance vie**, ce mémoire étudie les impacts en termes de solvabilité de différentes *management actions* qu'un assureur commercialisant des contrats en euros pourrait mettre en place. Les *management actions* identifiées et modélisées dans ce mémoire se focalisent sur la stratégie de gestion d'actifs. La première *management action* développée consiste à faire varier la proportion de l'actif risqué dans l'**allocation d'actifs cible** de l'assureur. Ensuite, ce mémoire s'intéresse à la **gestion du gap de duration**. Enfin, une stratégie de couverture du risque de taux est mise en place avec l'**introduction d'une swaption**.

Les paramètres de ces trois *management actions* (part d'actifs cible, gap de duration maximal toléré, strike, maturité et nature de la swaption) sont calibrés de manière à **optimiser le ratio de solvabilité** au 31/12/2019. Cette optimisation est donc réalisée dans un contexte statique et dans un environnement de taux bas. Les ratios de solvabilité résultants de ces *management actions* sont comparés aux ratios de solvabilité avec et sans prise en compte de la Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) admissible pour la couverture du capital de solvabilité requis (SCR).

Une fois calibrées, ces *management actions* sont mises à l'épreuve dans un **test de robustesse** dynamique. Ces sensibilités reposent sur 3 scénarios d'évolution de l'environnement économique à horizon 5 ans dans lesquels l'assureur subit des chocs importants, mais réalistes, portant à la fois sur les taux d'intérêts, le marché action et ses propres frais. En outre, ces sensibilités permettent également d'évaluer la réponse des *management actions* en termes de résultat en comptabilité sociale pour l'assureur.

Cette note de synthèse décrit tout d'abord la situation initiale de l'assureur. Puis elle s'intéresse à la modélisation concrète des *management actions* et présente les résultats du calibrage de leurs paramètres au 31/12/2019. Elle expose enfin les conclusions tirées de l'étude de sensibilité.

Situation initiale

L'étude porte exclusivement sur les fonds en euros de l'assureur. Les garanties proposées et leurs pondérations dans les passifs de l'assureur sont présentées dans la figure suivante :

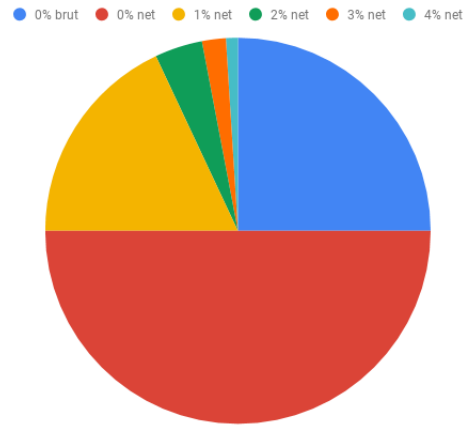


FIGURE 4.2 – Répartition des TMG par encours

Au 31/12/2019 le bilan Solvabilité II de l'assureur est valorisé ainsi :

Actif		Passif	
Obligations OAT	557	Fonds propres économiques	48
Actions de l'Eurostoxx 50	69	Provisions techniques Best Estimate	611
		Dont valeur temps des options et garanties	12
Trésorerie	33	Risk Margin (nulle par simplification)	0
Total	659	Total	659

TABLE 4.5 – Bilan Solvabilité II (M€)

Son SCR s'élève à 19,6M€. **Son ratio de solvabilité est donc de 245%**. En intégrant la partie admissible de la PPB pour le couverture du SCR, ce ratio monte à 310%.

Les *management actions* développées dans la partie suivante ont pour objectif d'optimiser ce ratio de solvabilité.

Mise en place de management actions

Allocation d'actifs cible optimale

Après avoir constaté une évolution de la valeur de marché de ses actifs, l'assureur effectue un rebalancement de ses actifs selon l'allocation cible en valeur de marché. Cette allocation d'actifs

cible est un paramètre fixé pour toute la durée de la projection. Quelle allocation d'actifs maximise le ratio de solvabilité ?

Pour répondre à cette question, les paramètres régissant l'allocation d'actifs cible ont été modifiés, à la différence d'autres mémoires qui étudient la problématique en changeant l'allocation d'actifs initiale. L'approche retenue semble plus réaliste.

En pratique, **la part d'actions cible dans le portefeuille a varié de 6% à 14%**, ce qui a fait varier la part d'obligations de 89% à 81% puisque la part de trésorerie a été maintenue à 5% des actifs en valeur de marché.

L'analyse des résultats montre qu'**une diminution de la part d'actions dans le portefeuille permet un gain conséquent sur le ratio de solvabilité** au 31/12/2019. Ce gain s'explique par une diminution conjointe à la fois du SCR et du BE par une réduction de la valeur temps des options et garanties. En choisissant l'allocation actif cible avec seulement 6% d'actions, l'assureur **améliore son ratio de solvabilité de 38 points** de pourcentage.

	Sans <i>management action</i>	Allocation optimale
Part d'actions	10%	16%
Part d'obligations	85%	89%
Part de trésorerie	5%	5%
Ratio de solvabilité	245%	283%
SCR	19,6M	17,8M
BE	611M	608M

TABLE 4.6 – Résultats du calibrage de l'allocation d'actifs cible

Une limite de vente sur l'ensemble des actifs au cours d'une année de projection a été fixée afin que la réallocation ne soit pas extrême. Cette limite n'a pas eu d'effet significatif, une limite de vente sur les actions uniquement serait peut-être préférable.

Gestion du gap de duration

La duration est une mesure permettant d'approcher le risque de taux d'intérêts porté par l'assureur. Théoriquement, plus le gap entre la duration du passif et de l'actif (essentiellement obligataire) est proche de zéro, moins une variation des taux d'intérêts impacte l'assureur. Initialement, la duration du passif est plus longue de 5,9 années que celle de l'actif, **l'assureur est vulnérable à une baisse des taux d'intérêts**.

Un algorithme a été implémenté pour **réduire le gap de duration**. Après avoir déterminé le montant d'obligations à acheter dans l'étape de réallocation des actifs, l'assureur détermine la maturité des obligations à acheter en fonction du signe et de la taille du gap de duration. Plus la duration de l'actif est courte par rapport à celle du passif plus l'assureur va acquérir des maturités longues et inversement. Une contrainte sur les maturités a été fixée : la maturité la plus courte est de 6 ans, elle permet de respecter le principe de continuité de l'activité imposé dans le référentiel prudentiel, et la maturité la plus longue est de 20 ans. La variable à optimiser est le taille du gap de duration acceptée en valeur absolue, appelée tolérance. Si la taille du gap est inférieure à la

tolérance, l'algorithme choisit la maturité de référence utilisée par l'organisme, 10 ans. Dans le cas contraire, la maturité adéquate est déterminée.

En pratique, pour savoir quelle tolérance de durée permet d'optimiser le ratio de solvabilité, les ratios de solvabilité pour **une tolérance variant de 0 à 6 ans** ont été calculés.

En minimisant la tolérance, le ratio de solvabilité s'améliore via un gain en SCR malgré une légère augmentation du BE. La tolérance choisie pour cette stratégie est donc nulle et permet **un gain de 7 points** sur le ratio de solvabilité.

	Sans <i>management action</i>	Tolérance de durée nulle
Ratio de solvabilité	245%	252%
SCR	19,6M	18,6M
BE	611M	612M

TABLE 4.7 – Résultats du calibrage pour la gestion du gap de durée

La stratégie implémentée possède plusieurs limites. En premier lieu, l'algorithme n'agit que lorsque que l'assureur doit acquérir des obligations et non sur leur vente. De plus, il est tributaire du budget d'obligations déterminé dans l'étape de réallocation. Enfin, toutes les obligations achetées à chaque étape de la projection ont la même maturité.

Introduction d'une swaption

Pour se couvrir contre une hausse ou une baisse des taux d'intérêts, une swaption est introduite dans le bilan initial de l'assureur. Cette swaption donne le droit à l'assureur de rentrer s'il le désire lors de la maturité de la swaption dans un swap de taux d'intérêts d'une durée de 5 ans où selon la nature de la swaption il échangerait un taux variable contre un taux fixe (strike). Trois paramètres doivent être déterminés, la maturité de la swaption, le taux fixe et la nature de la swaption : donne-t-elle le droit de payer le taux variable et recevoir le taux fixe (receveuse) ou inversement (payeuse).

Les études de sensibilités aux 3 paramètres ont montré que l'assureur devrait acquérir au 31/12/2019 **une swaption receveuse de strike 1% et de maturité 10 ans**. Celle-ci réduit fortement le SCR de taux et permet **un gain de 35 points** sur le ratio de solvabilité malgré une hausse du BE.

	Sans <i>management action</i>	Swaption receveuse 10x5@1%
Ratio de solvabilité	245%	280%
SCR	19,6M	16,2M
BE	611M	614M

TABLE 4.8 – Résultats du calibrage pour la swaption

Dans un souci de simplification, en ne modélisant pas le risque de contrepartie l'impact favorable de la swaption sur le SCR est surestimé. Le SCR est donc sous-estimé.

Stratégie mixte

Une stratégie mixte combinant les stratégies optimales déterminées précédemment au cours de l'étude a été mise en place. Elle permet **un gain conséquent de 85 points** sur le ratio de solvabilité.

	Sans <i>management action</i>	Stratégie mixte
Ratio de solvabilité	245%	310%
SCR	19,6M	14M
BE	611M	612M

TABLE 4.9 – Résultats pour la stratégie mixte

Test de sensibilité : un environnement dynamique

Afin d'évaluer la robustesse des *management actions* calibrées, trois scénarios d'évolution de l'environnement économique à horizon 5 ans ont été développés. Ces scénarios comportent des hypothèses d'**évolutions fortes mais crédibles** des taux d'intérêts, du marché actions et des frais puisque observées historiquement depuis la mise en place de Solvabilité II. Ces scénarios intègrent des évolutions connues durant l'année 2020.

Scénarios d'évolution

	2020	2021	2022	2023	2024
Scénario 1	↘	↔	↗	↗	↔
Scénario 2	↔	↔	↗	↔	↗
Scénario 3	↘	↔	↔	↔	↔

TABLE 4.10 – Scénarios d'évolution pour les taux d'intérêts

	2020	2021	2022	2023	2024
Scénario 1	-13%	+13%	+3%	+3%	+3%
Scénario 2	+0%	+3%	+3%	+3%	+3%
Scénario 3	-25%	+0%	+3%	+3%	+3%

TABLE 4.11 – Scénarios d'évolution pour les actions

Parallèlement, les frais augmentent de 1% par an dans le scénario 3, diminuent de 1% par an dans le scénario 2 et restent stables dans le scénario 1.

Impacts des stress

		PPB	Allocation cible	Duration	Swaption	Mixte
	2019	+65%	+38%	+7%	+35%	+85%
Scénario 1	2020	50%	69%	8%	28%	94%
	2024	57%	43%	-14%	18%	-34%
Scénario 2	2020	57%	62%	6%	49%	75%
	2024	61%	-7%	-37%	-22%	-75%
Scénario 3	2020	42%	61%	10%	28%	86%
	2024	39%	60%	15%	26%	103%

TABLE 4.12 – Écarts sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action

Les *management actions* ne présentent **pas la même résistance** aux différents chocs subis par l'assureur. Ces *management actions*, calibrées dans un contexte de taux bas, permettent d'améliorer le ratio de solvabilité lorsque les taux restent à un niveau relativement faible. Dans le scénario 2, où les taux gagnent 90 points de base en fin de projection par rapport aux taux utilisés en 2019, les *management actions* dégradent le ratio de solvabilité. En effet, ces *management actions* permettaient principalement de limiter le SCR engendré par un choc à la baisse des taux d'intérêts. Lorsque le SCR devient sensible à une hausse des taux, les *management actions* accompagnent le choc. En outre, bien que dans une vision prudentielle risque neutre la stratégie d'allocation d'actif réduisant la part d'action semble très efficace dans un contexte de taux bas, l'analyse en comptabilité sociale de cette stratégie face à des rendements actions monde réel montre une réduction du résultat de l'assureur par rapport aux autres stratégies.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était d'identifier différentes *management actions* pour optimiser le ratio de couverture Solvabilité II d'un assureur évoluant dans un contexte de taux bas. En sélectionnant les paramètres des *management actions* de façon statique sur le bilan prudentiel au 31/12/2019 chacune des *management actions* a permis d'améliorer le ratio de solvabilité. Ces résultats très encourageants pour l'assureur fictif commercialisant des contrats en euros sont toutefois rapidement nuancés par les conclusions de l'étude dynamique de robustesse des *management actions* face à différents chocs des taux d'intérêts, du marché action et des frais. Dans un contexte économique **avec des taux restants faibles l'ensemble des *management actions* permet une amélioration du ratio de solvabilité**. Néanmoins, avec une forte remontée des taux d'intérêts, le SCR devient vulnérable à une hausse des taux d'intérêts et les *management actions* calibrées dans un environnement de taux bas viennent augmenter la sensibilité du SCR à cette remontée des taux d'intérêts. En raison des nombreuses simplifications réalisées dans ce mémoire, les résultats présentés permettent seulement d'apporter des premiers éléments de réponse sur l'efficacité des *management actions* présentées. Des études plus complètes relâchant les hypothèses simplificatrices sont nécessaires avant une mise en oeuvre opérationnelle.

Executive Summary

Introduction

Known as the favorite investment of French savers for decades, savings contracts in euros are no longer popular with life insurers. Life insurers are struggling to pay interest on these contracts in a context of historically low interest rates, which have been negative for several months. In these unprecedented economic conditions, insurers are under a double pressure of solvency and profitability. Given the substantial amount of euro-denominated savings in France, life insurers are obliged to optimize the management of their portfolios.

Using aggregated data **representing the life insurance market**, this study analyzes the impacts in terms of solvency of different management actions that an insurer selling contracts in euros could put in place. The management actions identified and modeled in this paper focus on asset management strategy. The first management action developed consists in varying the proportion of risky assets in the insurer's target asset allocation. Next, this study focuses on the **duration gap management**. Finally, an interest rate risk hedging strategy is set up with the **introduction of a swaption**.

The parameters of these three management actions (target share of equities, maximum tolerated duration gap, strike, maturity and nature of the swaption) are calibrated in order to **optimize the solvency ratio** at 31/12/2019. This optimization is therefore carried out in a static context and in a low interest rate environment. The solvency ratios resulting from these management actions are compared to the solvency ratios with and without taking into account the Provision for Profit Sharing (PPS) eligible for the coverage of the Solvency Capital Requirement (SCR).

Once calibrated, these management actions are evaluated with a dynamic robustness test. These sensitivities are based on 3 scenarios of economic environment evolution on a 5-year horizon in which the insurer is subject to significant, but realistic, shocks on interest rates, the equity market and its own costs. In addition, these sensitivities also make it possible to evaluate the response of the management action in terms of social accounting results for the insurer.

This executive note first describes the insurer's initial situation. It then looks at the concrete modelling of management actions and presents the results of the calibration of their parameters on 31/12/2019. Finally, it presents the conclusions drawn from the sensitivity study.

Initial situation

The study focuses exclusively on the insurer's euro-denominated funds. The proposed guarantees and their weightings in the insurer's liabilities are presented in the following figure :

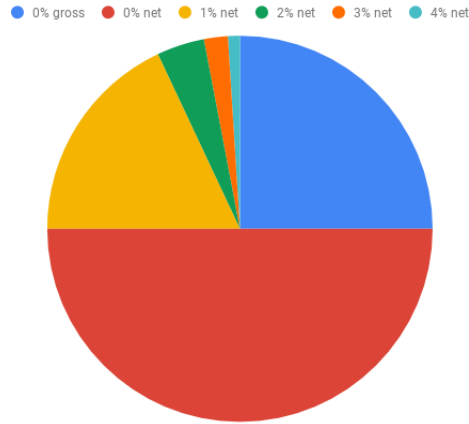


FIGURE 4.3 – Guaranteed rates by outstanding amount

As of 12/31/2019, the insurer’s Solvency II balance sheet is valued as follows :

Assets		Liabilities	
Bonds	557	Economic own funds	48
Equities (Eurostoxx 50)	69	Best Estimate	611
Cash	33	Including time value of options and guarantees	12
		Risk Margin (nulle par simplification)	0
Total	659	Total	659

TABLE 4.13 – Solvency II balance sheet (M€)

The SCR amounts to 19.6M€. **Its solvency ratio is therefore 245%**. By integrating the admissible part of the PPS for the coverage of the SCR, this ratio rises to 310

The management actions developed in the following section aim at optimizing this solvency ratio.

Management actions implementation

Optimal target asset allocation

After recognizing a change in the market value of its assets, the insurer rebalances its assets according to the target market value allocation. This target asset allocation is a fixed parameter for the entire duration of the projection. Which asset allocation maximizes the solvency ratio ?

To answer this question, the parameters governing the target asset allocation have been modified, unlike other papers that study the problem by changing the initial asset allocation. The chosen approach seems more realistic.

In practice, **the target share of equities in the portfolio varied from 6 to 14%**, which made the share of bonds vary from 89 to 81%, since the share of cash was maintained at 5% of assets at market value.

The analysis of the results shows that a decrease in the share of equities in the portfolio allows a significant gain on the solvency ratio at 12/31/2019. This gain is explained by a joint decrease in both the SCR and the BE due to a reduction in the time value of options and guarantees. By choosing the target asset allocation with only 6% of equities, the insurer **improves its solvency ratio by 38 percentage points**.

	Without management action	Optimal allocation
Equities	10%	16%
Bonds	85%	89%
Cash	5%	5%
Solvency ratio	245%	283%
SCR	19,6M	17,8M
BE	611M	608M

TABLE 4.14 – Target Asset Allocation Calibration Results

A sale limit on the asset base in a projection year has been set so that reallocation is not extreme. This limit did not have a significant effect, a sale limit on shares only might be preferable.

Duration gap management

Duration is a measure that approximates the interest rate risk borne by the insurer. Theoretically, the closer the gap between the duration of liabilities and assets (mainly bonds) is to zero, the less a change in interest rates impacts the insurer. Initially, the duration of the liabilities is 5.9 years longer than that of the assets, **making the insurer vulnerable to a fall in interest rates**.

An algorithm has been implemented **to reduce the duration gap**. After determining the amount of bonds to be purchased in the asset reallocation step, the insurer determines the maturity of the bonds to be purchased based on the sign and size of the duration gap. The shorter the duration of the assets compared to the duration of the liabilities, the more the insurer will acquire long maturities and vice versa. A constraint on maturities has been set : the shortest maturity is 6 years, it allows to respect the principle of continuity of activity imposed in the prudential framework, and the longest maturity is 20 years. The variable to be optimized is the size of the duration gap accepted in absolute value, called tolerance. If the size of the gap is less than the tolerance, the algorithm chooses the reference maturity used by the insurer, 10 years. Otherwise, the appropriate maturity is determined.

In practice, in order to know which duration tolerance allows the solvency ratio to be optimized, solvency ratios for a tolerance ranging from 0 to 6 years have been calculated.

By minimizing the tolerance, the solvency ratio improves via a gain in SCR despite a slight increase in the BE. The tolerance chosen for this strategy is therefore zero and allows a **gain of 7 points**

on the solvency ratio.

	Without management action	Zero duration tolerance
Solvency ratio	245%	252%
SCR	19,6M	18,6M
BE	611M	612M

TABLE 4.15 – Calibration results for duration gap management

The implemented strategy has several limitations. Firstly, the algorithm only acts when the insurer needs to acquire bonds and not on their sale. Moreover, it is dependent on the bond budget determined in the reallocation step. Finally, all bonds purchased at each step of the projection have the same maturity.

Introduction of a swaption

To hedge against a rise or fall in interest rates, a swaption is entered in the insurer’s initial balance sheet. This swaption gives the insurer the right to enter, if he so wishes, at the maturity of the swaption into a 5-year interest rate swap where, depending on the nature of the swaption, he would exchange a floating rate for a fixed rate (strike). Three parameters must be determined, the maturity of the swaption, the fixed rate and the nature of the swaption : does it give the right to pay the floating rate and receive the fixed rate (receiver) or vice versa (payer).

Sensitivity studies on the 3 parameters have shown that the insurer should acquire on 12/31/2019 a **receiver swaption with a strike 1% and a maturity of 10 years**. This swaption strongly reduces the rate SCR and allows a **gain of 35 points** on the solvency ratio despite an increase in the BE.

	Without management action	Receiver swaption 10x5@1%
Solvency ratio	245%	280%
SCR	19,6M	16,2M
BE	611M	61M4

TABLE 4.16 – Swaption Calibration Results

For the sake of simplification, by not modeling the default risk, the impact of the swaption on the SCR is overestimated.

Mixed strategy

A mixed strategy combining the optimal strategies identified earlier in the study was put in place. It allows a **significant gain of 85 points** on the solvency ratio.

	Without management action	Mixed approach
Solvency ratio	245%	310%
SCR	19,6M	14M
BE	611M	612M

TABLE 4.17 – Mixed approach results

Sensitivity test : a dynamic environment

In order to assess the robustness of the calibrated management actions, three scenarios of the economic environment's evolution on a 5-year horizon have been developed. These scenarios include assumptions of **strong but credible evolutions** of interest rates, equity markets and costs, since they have been observed historically since the implementation of Solvency II. These scenarios integrate known developments during the year 2020.

Evolution scenarios

	2020	2021	2022	2023	2024
Scenario 1	↘	↔	↗	↗	↔
Scenario 2	↔	↔	↗	↔	↗
Scenario 3	↘	↔	↔	↔	↔

TABLE 4.18 – Scenarios for interest rates

	2020	2021	2022	2023	2024
Scenario 1	-13%	+13%	+3%	+3%	+3%
Scenario 2	+0%	+3%	+3%	+3%	+3%
Scenario 3	-25%	+0%	+3%	+3%	+3%

TABLE 4.19 – Scenarios for equities

At the same time, expenses increase by 1% per year in scenario 3, decrease by 1% per year in scenario 2 and remain stable in scenario 1.

Stress Impacts

		PPS	Allocation	Duration	Swaption	Mixed
	2019	+65%	+38%	+7%	+35%	+85%
Scenario 1	2020	50%	69%	8%	28%	94%
	2024	57%	43%	-14%	18%	-34%
Scenario 2	2020	57%	62%	6%	49%	75%
	2024	61%	-7%	-37%	-22%	-75%
Scenario 3	2020	42%	61%	10%	28%	86%
	2024	39%	60%	15%	26%	103%

TABLE 4.20 – Differences in solvency ratios compared to the case without management action

The management actions **do not have the same resistance** to the various shocks suffered by the insurer. These management actions, calibrated in a context of low rates, make it possible to improve the solvency ratio when rates remain at a relatively low level. In scenario 2, where rates gain 90 basis points at the end of the projection compared to the rates used in 2019, management actions degrade the solvency ratio. Indeed, these management actions mainly allowed to limit the SCR generated by a downward interest rate shock. When the SCR becomes sensitive to a rise in interest rates, management actions increase the shock. Moreover, although in a risk neutral prudential vision, the asset allocation strategy reducing the share of equities seems very efficient in a context of low interest rates, the accounting analysis of this strategy with real world equity returns shows a reduction in the insurer's result compared to other strategies.

Conclusion

The objective of this study was to identify different management actions to optimize the Solvency II coverage ratio of an insurer operating in a context of low rates. By selecting the parameters of the management actions in a static way on the prudential balance sheet at 31/12/2019, each of the management actions allowed to improve the solvency ratio. These very encouraging results for insurers selling contracts in euros are however quickly balanced by the conclusions of the dynamic study of the robustness of management actions with various shocks of interest rates, equity market and costs. In an economic context **with rates remaining low, all the management actions allow for an improvement of the solvency ratio**. Nevertheless, with a strong rise in interest rates, the SCR becomes vulnerable to a rise in interest rates and management actions calibrated in a low interest rate environment increase the sensitivity of the SCR to this rise in interest rates. Because of the many simplifications made in this paper, the results presented only provide initial insights into the effectiveness of the management actions presented. More complete studies relaxing the simplifying assumptions are necessary before an operational implementation.

Table des figures

1.1	Encours de placements financiers des ménages français au T1 2020	11
1.2	Taux des OAT 10 ans	12
1.3	Performances nettes de frais des fonds euros avant prélèvements sociaux	12
1.4	Bilan économique Solvabilité II	14
1.5	Formule standard	16
1.6	Sélection des risques pour la formule standard	17
1.7	Courbes choquées selon la spécification retenue	18
1.8	Répartition des passifs en comptabilité sociale	19
1.9	Répartition des TMG par encours	20
1.10	Répartition des obligations selon la maturité et le taux de coupon	22
1.11	Actifs en valeur de marché et comptable	22
1.12	Extrait de la présentation du FMI sur les perspectives économiques en juin 2020	23
1.13	Taux d'intérêts dans le scénario 1	24
1.14	Taux d'intérêts dans le scénario 2	25
1.15	Taux d'intérêts dans le scénario 3	25
1.16	Évolution de la valeur des actions (base 100 en 2019)	26
2.1	Extrait de la rencontre IA et ACPR [ACPR, 2018]	31
2.2	Test de martingalité pour le déflateur	37
2.3	Test de martingalité pour l'indice action actualisé	37
2.4	Versements libres en fonction de l'ancienneté	39
2.5	Ratio des PM en fonction de l'horizon de projection	44
2.6	Distribution de l'estimateur du BE	44
2.7	Convergence de l'estimateur du BE	45
2.8	Écart relatif avec l'estimation du BE issue de 4000 simulations	45
3.1	Payoff à chaque date de paiement pour un swap de nominal 300M€	55
3.2	Stratégie d'allocation d'actifs	57
3.3	Allocation d'actifs cible : Évolution du BE et de la TVOG	58
3.4	Flux actualisés du BE	59
3.5	Différences des PM : allocation cible initiale - allocation cible 6%	60
3.6	Différences des PM après choc action : allocation cible initiale - allocation cible 6%	61
3.7	Produits financiers totaux selon l'allocation d'actifs cible	62
3.8	Gestion du gap de duration	63
3.9	Gestion du gap de duration : Évolution du BE	64
3.10	Gestion du gap de duration : Évolution du gap en valeur absolue	65
3.11	Gestion du gap de duration : Évolution des produits financiers	65

3.12	Swaption payeuse : Flux du BE actualisés	67
3.13	Swaption receveuse : Flux du BE actualisés	69
4.1	Taux d'intérêts dans le scénario 1	73
4.2	Ratios de solvabilité du scénario 1	74
4.3	NAV du scénario 1 (M€)	74
4.4	SCR du scénario 1 (M€)	75
4.5	Chocs des taux d'intérêts	76
4.6	Résultats comptables dans le scénario 1	77
4.7	Taux d'intérêts dans le scénario 2	79
4.8	Ratios de solvabilité du scénario 2	79
4.9	NAV du scénario 2	80
4.10	SCR du scénario 2	80
4.11	Résultats comptables dans le scénario 2	82
4.12	Résultats comptables cumulés dans le scénario 2	82
4.13	Taux d'intérêts dans le scénario 3	83
4.14	Ratios de solvabilité du scénario 3	84
4.15	NAV du scénario 3	84
4.16	SCR du scénario 3	85
4.17	Résultats comptables dans le scénario 3	86
B.1	Différences entre la volatilité de marché et de modèle (pourcentages)	95
4.2	Répartition des TMG par encours	98
4.3	Guaranteed rates by outstanding amount	104

Liste des tableaux

1.1	Effets des nouvelles hypothèses de l'EIOPA	19
1.2	Model points	20
1.3	Poche Obligataire	21
1.4	Bilan comptable simplifié	23
1.5	Récapitulatif du plan stratégique	26
3.1	Bilan Solvabilité II (M€)	47
3.2	Bilan comptable simplifié	48
3.3	Principaux risques contribuant au SCR (M€)	48
3.4	Stratégies d'allocation d'actifs	51
3.5	Gap de duration et impact d'un choc de taux	52
3.6	Stratégies de gestion du gap de duration	55
3.7	Stratégies avec une swaption	56
3.8	Actifs initiaux	56
3.9	Allocation d'actifs cible : Évolution du SCR	58
3.10	Allocation d'actifs cible optimale	62
3.11	Gestion du gap de duration : Évolution du SCR	63
3.12	Swaption payeuse : Ratios de solvabilité	66
3.13	Swaption payeuse : Évolution du BE	67
3.14	Swaption payeuse : Évolution du SCR	67
3.15	Swaption receveuse : Ratios de solvabilité	68
3.16	Swaption receveuse : Évolution du BE	69
3.17	Swaption receveuse : Évolution du SCR	70
3.18	Combinaison des 3 meilleures stratégies	71
4.1	Légendes utilisées	72
4.2	Écart sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action (Scénario 1)	77
4.3	Écart sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action (Scénario 2)	80
4.4	Écart sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action (Scénario 3)	85
A.1	Coefficients pour le choc de la courbe de taux dans les nouvelles préconisations de l'EIOPA	92
B.1	Volatilités de marché de Bachelier 31/12/2019 (b.p.)	93
B.2	Volatilités implicites G2++ via la formule de Bachelier 31/12/2019 (b.p.)	94

B.3	Différences entre la volatilité de marché et de modèle (pourcentages)	94
B.4	Coefficients G2++	95
4.5	Bilan Solvabilité II (M€)	98
4.6	Résultats du calibrage de l'allocation d'actifs cible	99
4.7	Résultats du calibrage pour la gestion du gap de duration	100
4.8	Résultats du calibrage pour la swaption	100
4.9	Résultats pour la stratégie mixte	101
4.10	Scénarios d'évolution pour les taux d'intérêts	101
4.11	Scénarios d'évolution pour les actions	101
4.12	Écarts sur les ratios de solvabilité par rapport au cas sans management action . . .	102
4.13	Solvency II balance sheet (M€)	104
4.14	Target Asset Allocation Calibration Results	105
4.15	Calibration results for duration gap management	106
4.16	Swaption Calibration Results	106
4.17	Mixed approach results	107
4.18	Scenarios for interest rates	107
4.19	Scenarios for equities	107
4.20	Differences in solvency ratios compared to the case without management action . .	108

Bibliographie

- [ACPR, 2018] ACPR (2018). Rencontre institut des actuaires et acpr. https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?doc_id=14439&fg=1. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [ACPR, 2020] ACPR (2020). Notice : déterminer le montant de fonds excédentaires admissibles. https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/fiche_technique_calcul_fonds_propres_prudentiels_ppb.pdf. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Anquez, 2019] Anquez, L. (2019). Quantification de l’impact des versements libres sous ifrs17. [Rapport de stage].
- [Armel and Planchet, 2018] Armel, K. and Planchet, F. (2018). Comment construire un générateur de scénarios économiques risque neutre destiné à l’évaluation économique des contrats d’épargne? *Assurances et gestion des risques*.
- [Banque de France, 2020a] Banque de France (2020a). Epargne des ménages. <https://www.banque-france.fr/statistiques/epargne-et-comptes-nationaux-financiers/epargne-des-menages>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Banque de France, 2020b] Banque de France (2020b). Le marché de l’assurance vie en 2019. https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20200528_as_110_marche_francais_assurance_vie_en_2019.pdf. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Banque de France, 2020c] Banque de France (2020c). Taux indicatifs des bons du trésor et oat. <https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-et-cours/taux-indicatifs-des-bons-du-tresor-et-oat>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Barrera et al., 2019] Barrera, D., Crépey, S., Diallo, B., Fort, G., Gobet, E., and Stazhynski, U. (2019). Stochastic Approximation Schemes for Economic Capital and Risk Margin Computations. *ESAIM*.
- [BENNOUNA, 2017] BENNOUNA, M. (2017). Calibrage du libor market model dans le cadre d’un générateur de scénarios Économiques risque-neutre. [Mémoire d’actuariat].
- [Black and Scholes, 1973] Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*.
- [Bonney-Cudraz, 2016] Bonney-Cudraz, P. (2016). Implémentation et calibrage d’un générateur de scénarios Économiques : impacts sur la volatilité du scr. [Mémoire d’actuariat].
- [Brigo and Mercurio, 2006] Brigo, D. and Mercurio, F. (2006). *Interest Rate Models – Theory and Practice*. Springer.
- [Brunet, 2020] Brunet, O. (2020). Assurance vie : historique des taux de rendements des fonds en euros depuis 2000. <https://www.toutsurmesfinances.com/placements/>

- assurance-vie-historique-des-taux-de-rendements-des-fonds-en-euros-depuis-2000.html. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Capgras, 2018] Capgras, S. (2018). Calibration et impact des actions de management dans un contexte de taux bas. [Mémoire d'actuariat].
- [EIOPA, 2019] EIOPA (2019). Consultation paper on the opinion on the 2020 review of solvency ii. https://www.eiopa.europa.eu/content/consultation-paper-opinion-2020-review-solvency-ii_en. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Flavian, 2017] Flavian, S. (2017). Modèles de diffusion de taux en période de taux négatifs dans le cadre d'un générateur de scénarios économiques. [Mémoire d'actuariat].
- [FMI, 2020] FMI (2020). Mise à jour des perspectives de l'économie mondiale (juin). <https://www.imf.org/fr/Publications/WEO/Issues/2020/06/24/WEOUpdateJune2020>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Gerondeau, 2017] Gerondeau, E. (2017). Ratio de couverture solvabilité 2 d'un contrat d'épargne en euros, quels leviers de pilotage pour l'assureur ? [Mémoire d'actuariat].
- [Godin, 2019] Godin, M. (2019). Évaluation du respect permanent des exigences de capital dans le cadre de l'orsa d'un assureur épargne par lsmc. [Mémoire d'actuariat].
- [Groupe de travail ALM de l'Institut des Actuaire, 2020] Groupe de travail ALM de l'Institut des Actuaire (2020). Impact de la crise financière sur la solvabilité d'une compagnie d'assurance vie « epargne ». <https://www.youtube.com/watch?v=o6KBjxDGC0c>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [GT BEL Vie Institut des Actuaire, 2016] GT BEL Vie Institut des Actuaire (2016). Exemples de pratiques actuarielles applicables au marché français. https://www.institutdesactuaire.com/global/gene/link.php?news_link=2016110706_2016133822-npa4-1.pdf. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Mazars, 2017] Mazars (2017). Analyse des rapports sur la solvabilité et la situation financière des entreprises d'assurance au 31/12/2018 sur le marché français (rssf 2016). <https://www.mazars.fr/Accueil/Insights/Publications/Etudes/RSSF-pour-les-assureurs-et-reassureurs-europeens>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Ministère de l'économie et des finances, 2019] Ministère de l'économie et des finances (2019). Arrêté du 24 décembre 2019 relatif aux fonds excédentaires en assurance vie. <https://www.legifrance.gouv.fr/eli/arrete/2019/12/24/ECOT1936946A/jo/texte>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Nelder and Mead, 1965] Nelder, J. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *Computer Journal*.
- [Parlement Européen, 2009] Parlement Européen (2009). Directive 2009/138/ec of the european parliament and of the council of 25 november 2009 on the taking-up and pursuit of the business of insurance and reinsurance. <http://data.europa.eu/eli/dir/2009/138/oj>. [Consulté le 30 Novembre 2020].
- [Parlement Européen, 2014] Parlement Européen (2014). Règlement délégué complétant la directive 2009/138/ce du parlement européen et du conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité ii). <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32015R0035&from=EN>. [Consulté le 30 Novembre 2020].

[Rebonato, 1998] Rebonato, R. (1998). *Interest Rate Option Models*. Wiley.

[Shrager and Pelsser, 2004] Shrager, D. and Pelsser, A. (2004). Pricing swaptions and coupon bond options in affine term structure models. [Consulté le 30 Novembre 2020].