

**Mémoire présenté devant l'Institut du Risk Management
pour la validation du cursus à la Formation d'Actuaire
de l'Institut du Risk Management
et l'admission à l'Institut des actuaires
le**

Par : FERRON Sandrine

Titre : Provisionnement des sinistres individuels en responsabilité civile auto corporel
dans le cadre d'une réassurance en excédent de sinistre

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des
actuaires :

Membres présents du jury de l'Institut du Risk
Management :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Entreprise : GROUPAMA ASSURANCES MUTUELLE

Nom : _____

Signature et Cachet :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : KUNTZ Sébastien

Signature :

Invité :


Nom : _____

Signature :


**Autorisation de publication et de mise en
ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels**

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise



Signature(s) du candidat(s)



Résumé

La Responsabilité Civile Automobile est une des branches les plus importantes en assurance de biens et de responsabilité. Le provisionnement est atypique, volatile et dépend des pratiques des gestionnaires sinistres. L'actuaire inventaire calculant la meilleure estimation possible de toutes les données agrégées doit faire face à des évolutions réglementaires et doit également remettre en causes ses calculs afin d'avoir le moins de volatilité dans ses estimations. Une méthodologie de projection individuelle des sinistres est testée afin de répondre au mieux à cette dernière problématique. Les résultats sont plus ou moins concluants mais ouvrent sur des perspectives d'amélioration de la qualité de la donnée.

MOTS CLES : Best Estimate – Réassurance – Responsabilité Civile Automobile Corporel – Chain Ladder – Rentes en attente – provisionnement individuel – Matrice d'état semi-markovien – Table de mortalité

Abstract

Motor third party liability is one of the most important lines of property and casualty insurance. Reserving is atypical, volatile and dependent on the practices of claims handlers. The inventory actuary calculating the best estimate of all the aggregate data has to deal with regulatory changes and also has to question his calculations in order to have the least volatility in his estimations. A methodology of individual claims projection is tested in order to best respond to this last issue. The results are more or less conclusive but open up prospects for improving the data quality.

KEYWORDS: Best Estimate - Reinsurance - Motor Bodily Injury Liability - Chain Ladder - Pending Annuities - Individual Reserving - Semi-Markovian State Matrix - Mortality Table

Remerciements

Je remercie tout d'abord Nathalie Bougnon, responsable actuariat de la filiale de réassurance de Groupama Assurances Mutuelles, pour m'avoir proposé ce sujet très intéressant qui aura animé nos discussions et échanges depuis un an et demi.

Je remercie dans un second temps Sébastien Kuntz, directeur actuariat groupe de Groupama Assurances Mutuelles, pour son soutien sur le sujet et les échanges m'ayant permis d'avancer dans le bon sens.

Je tiens également à remercier la société et mon ancienne manager de cette société pour m'avoir accordé l'entière confiance à m'inscrire au CEA, pour m'avoir soutenu et encouragé pendant la préparation du QCM ainsi que les cours.

Je tiens également à remercier toutes les personnes dans ma vie professionnelle et personnelle m'ayant réellement encouragées pendant toutes ces années d'incertitude. La route peut être longue et parfois semée d'embûche mais nous arrivons tous au même point d'arrivée.

INTRODUCTION	7
1. Contexte assurance et provisionnement	9
1.1. L'assurance RC Auto en France	9
1.2. La gestion des sinistres corporels.....	12
1.3. Une réassurance interne.....	17
1.4. Contexte réglementaire Solvabilité 2	21
1.5. Qualité des données utilisées	24
1.6. Méthode de projections actuelles.....	25
2. Modèle multi-états semi-markovien.....	33
2.1. Vocabulaire du modèle	33
2.2. Définition des états semi-markoviens	34
2.3. Taux de déclaration des sinistres et délai de déclaration.....	37
2.4. Probabilités de transition.....	39
2.5. Cash-flow	40
2.6. Création de la matrice.....	43
2.7. Calcul des ultimes.....	46
2.8. Premier résultats et critiques de la méthode.....	47
3. Construction d'un modèle mixte ligne à ligne	49
3.1. Formule utilisée dans le cas d'une rente servie et d'un paiement en capital	50
3.2. Paramétrage des postes ATP, PGPF et DSF avec indemnisation en rente	50
3.3. Paramétrage des postes ATP, PGPF et DSF avec indemnisation en capital ..	61
3.4. Méthode par matrice d'états semi-markovienne	68
3.5. Agrégation des calculs.....	69
4. Sensibilité des modèles et comparaison des méthodes.....	71
4.1. Comparaison des ultimes obtenus.....	71
4.2. Sensibilités du modèle de la partie 3	72
4.3. Backtesting du modèle.....	74
CONCLUSION.....	75
BIBLIOGRAPHIE.....	76
ANNEXES	78

INTRODUCTION

L'assurance de responsabilité civile automobile en France représente, en 2019, 39% des cotisations de l'assurance de biens et de responsabilité avec 22,8 Md€. Le nombre d'immatriculation des véhicules ne cesse d'augmenter avec une augmentation de kilomètres parcourus chaque année, augmentant le risque d'accident de la route. La sécurité routière et l'amélioration du code de la route ont permis de diminuer le nombre d'accident depuis des décennies, et surtout le nombre d'accident mortel. Mais cette baisse des accidents mortels laisse place à des victimes de la route toujours en vie avec des préjudices corporels plus importants à indemniser par rapport aux précédentes décennies, avec des aggravations dans le temps des blessures corporelles. Les assurances se retrouvent donc à devoir rembourser des préjudices évoluant dans le temps et changeants selon les évolutions réglementaires d'indemnisation. Face à ces évolutions de l'indemnisation des victimes, les assurances sont obligées de s'adapter et d'indemniser les victimes de plus en plus rapidement. L'état et les blessures causés aux victimes des accidents de la route évoluent dans le temps et ne permettent pas dès la survenance du sinistre de rembourser directement la victime. Les blessures peuvent être nombreuses et nécessitent dans un premier temps de rembourser des frais liés à l'hospitalisation ou à la souffrance endurées par la victime. Dans un second temps, les victimes font face à des préjudices sur le long terme pouvant affecter les revenus futurs, ou nécessitant l'aide d'une tierce personne afin de pouvoir vivre. Les assurances sont dotées de service de gestionnaires sinistre afin de calculer et d'anticiper au mieux les futurs paiements liés à ces préjudices corporels. Ce sont des spécialistes qui calculent les indemnisations, analysent les différents rapports médicaux ou décisions provenant des tribunaux, provisionnent des montants en prévision de ces remboursements et remboursent les victimes lors de la décision finale des tribunaux. Ces provisions vues au niveau des dossiers sont également revues dans un second temps par l'actuaire inventaire afin de prévoir dans le futur de potentielles victimes à indemniser sans être connues par le gestionnaire sinistre au moment de l'ouverture du sinistre et des dossiers victimes. Contrairement à la vision individuelle du gestionnaire sinistre, l'actuaire inventaire aura une vision plus globale par année d'accident et année comptable. Les difficultés de calcul chaque année liée à la taille de cette branche et également à la qualité des données du SI apportent une forte instabilité dans les projections de l'actuaire inventaire et amènent à réfléchir sur une vision individuelle par dossier victime des calculs. Les gestionnaires appliquant un calcul similaire aux techniques vies sur une partie des provisions, les provisions dossier sont différentes des autres branches et également au sein d'un même dossier sinistre. Dans un premier temps, le périmètre et la réglementation

seront expliqués pour comprendre les enjeux du sujet. Dans un deuxième temps, une méthode semi-markovienne par matrice d'états sera détaillée et utilisée dans le but d'obtenir à une maille individuelle la meilleure estimation possible des provisions. Dans une troisième partie, une méthode alternative prenant en compte les techniques similaires aux techniques vies associées à la méthode présentée dans la deuxième partie sera testée. Dans une dernière partie des sensibilités seront apportées afin de vérifier si ces méthodes sont suffisamment stables en comparant à la méthode globale estimée par le gestionnaire sinistre.

1. Contexte assurance et provisionnement

1.1. L'assurance RC Auto en France

1.1.1. Assurance obligatoire en France

Historiquement la définition de la responsabilité civile provient du code civil de 1804, existant toujours et non modifié par l'ordonnance n°2016-131 du 10 février 2016. Trois articles de cette dernière spécifient :

- Article 1240 : « Tout fait quelconque de l'homme, qui cause à autrui un dommage, oblige celui par la faute duquel il est arrivé à le réparer. »
- Article 1241 : « Chacun est responsable du dommage qu'il a causé non seulement par son fait, mais encore par sa négligence ou par son imprudence. »
- Article 1242 : « On est responsable non seulement du dommage que l'on cause par son propre fait, mais encore de celui qui est causé par le fait des personnes dont on doit répondre, ou des choses que l'on a sous sa garde. »

L'obligation d'assurance sur la garantie responsabilité civile automobile a été promulguée par la loi n°58-208 de 1958 instaurant que tout possesseur d'un véhicule à moteur est tenu de souscrire une garantie responsabilité civile afin de circuler légalement en France. Hormis le conducteur assuré et sa voiture, la responsabilité civile indemnise toutes les victimes potentielles :

- Les conducteurs et les passagers des autres véhicules
- Les passagers du véhicule assuré
- Les piétons et cyclistes
- Les propriétaires de biens endommagés (vitrines, murs...).

De cette définition il en sort une distinction sur le type d'indemnisation provenant soit d'un dommage matériel, dommage de biens endommagés, ou d'un dommage corporel, dommage résultant d'une atteinte à la personne humaine, cette atteinte pouvant occasionner des blessures ou le décès. L'assureur s'engage à indemniser, à la place de l'assuré, les tierces victimes de dommages matériels ou corporels dont l'assuré est responsable. Les dommages corporels peuvent atteindre des montants d'indemnisation élevés dépendant de l'état de santé des victimes, des rapports médicaux sont envoyés aux assureurs, les médecins conseils étudient ses rapports. Pour une juste indemnisation, les dossiers corporels sont étudiés aux tribunaux et imposent aux assureurs une indemnisation de la victime.

1.1.2. Les postes de préjudice Dintilhac

1.1.2.1. Définition

Avant 2005, les préjudices corporels liés à des accidents de la route étaient indemnisés selon une multitude de postes de préjudices sans aucune cohérence entre eux et l'indemnisation dépendait des tribunaux. En 2005, un groupe de travail a été lancé sur « le droit des victimes de préjudices corporels à une juste indemnisation ». Ce groupe a ainsi établi une nomenclature des chefs de préjudice corporel cohérente reposant sur une distinction claire entre les préjudices économiques et non économiques. Le dommage corporel se décompose en différents postes de préjudice :

- Le préjudice patrimonial, soumis au recours des tiers payeurs, porte atteinte à la victime dans son patrimoine, affecte ses revenus
- Le préjudice extra-patrimonial (ou personnel), l'affecte dans ses sentiments, dans son affection
- Le préjudice actuel ou temporaire, est subi avant que l'état de la victime ne soit consolidé
- Le préjudice permanent ou définitif est subi après consolidation et se poursuit dans le temps
- Le préjudice direct, éprouvé par la victime elle-même, du fait de l'atteinte corporelle qu'elle a subie à la suite de ses blessures
- Le préjudice par ricochet, éprouvé par ses proches, ou ayants droits, en cas de décès de la victime directe ou dans le cas où elle est gravement handicapée.

Ces postes de préjudices sont observés et calculés pour chaque victime du sinistre, impliquant un calcul fin pour les assurances. Le coût total pour une victime d'un accident corporel automobile correspondra à la somme de tous les coûts par poste de préjudice estimé par les gestionnaires sinistre ou décidé par les tribunaux. Pour une victime j , soit p le nombre de poste de préjudice présent, le coût pour une victime revient donc à :

$$\text{Coût total victime}_j = \sum_{i=1}^p \text{Coût poste de préjudice}_i.$$

Les postes de préjudices présents à la maille victime dans les données sont décrits en annexe.

1.1.2.2. Quelques statistiques des postes de préjudice présent

Les postes de préjudices les plus présents sont répartis dans la figure 1, l'assistance tierce personne (40%), la perte de gains professionnels futurs (12%) et les dépenses de santé (actuel 10% et futures 6%) sont les postes ou il y a le plus de dépense pour une victime d'un accident corporel.

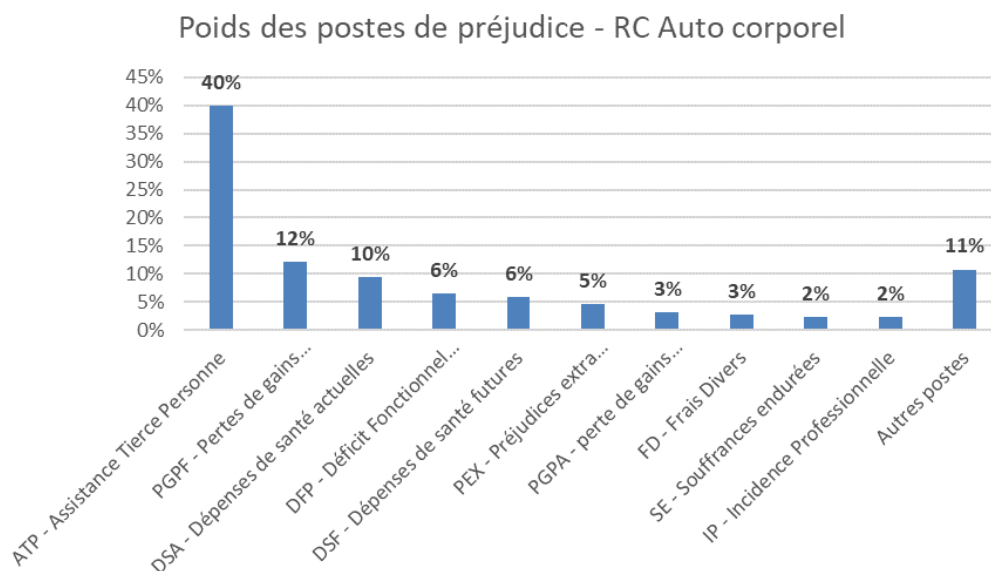


Figure 1 : Poids des postes de préjudice dans le coût des sinistres RC auto corporel

Lorsqu'une analyse est faite sur la répartition des postes de préjudice par tranche de coût des sinistres dans la figure 2 ci-dessous, les postes ATP, PGPF et DSF apparaissent sur les sinistres compris entre 100K€ et 500K€ et prennent une part plus importante lorsque le coût du sinistre augmente.

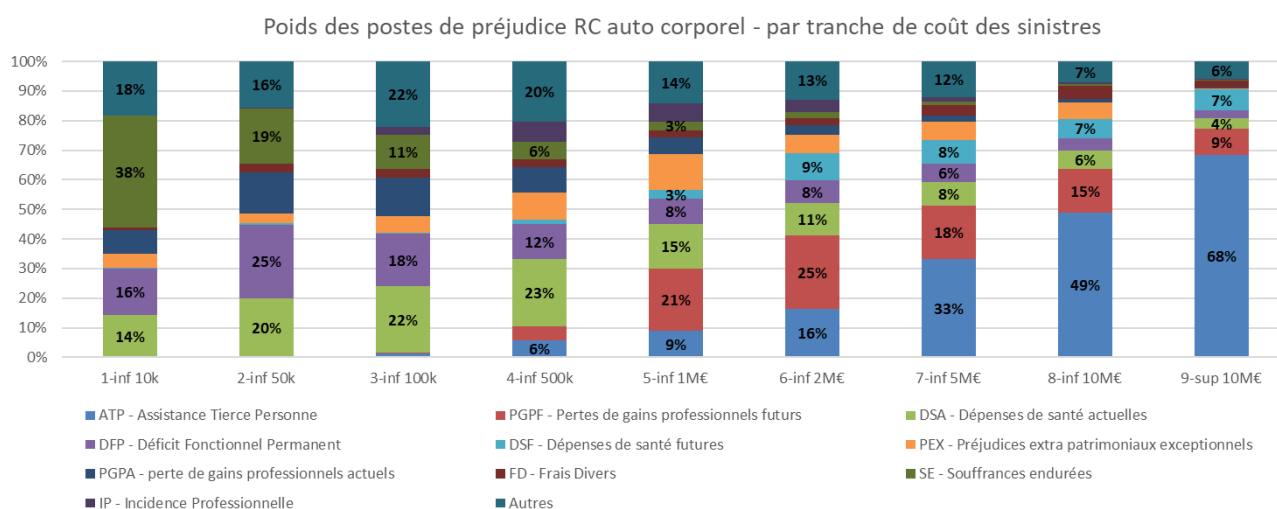


Figure 2 : Poids des postes de préjudice en fonction de la taille du coût total à la maille victime

1.2. La gestion des sinistres corporels

Chaque assureur est doté de service de gestion de sinistre lui permettant de suivre les sinistres individuellement dès la déclaration jusqu'à la clôture du sinistre.

1.2.1. Déroulé d'un sinistre corporel

Un sinistre corporel survient dans une année pour laquelle l'assuré a souscrit une assurance. Il doit donc être indemnisé pour les préjudices matériels et corporels découlant de ce sinistre autant que les autres victimes potentielles de ce sinistre. L'assuré déclare le sinistre et s'ensuit pour le gestionnaire sinistre comme expliqué dans les parties précédentes une estimation des préjudices et une revue des estimations tout au long du sinistre et dès lors que des informations sont apportées. La figure 3 ci-dessous présente le déroulé incluant l'aspect rente en attente.

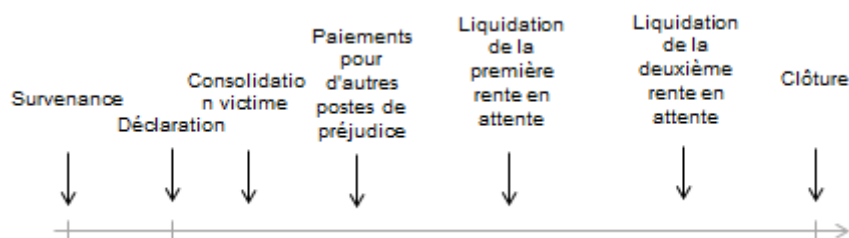


Figure 3 : Déroulé d'un sinistre corporel

A la consolidation de la victime, une ou plusieurs rente(s) en attente (dans l'exemple deux rentes sont représentées) sont calculées avec en paramètre les pertes de revenu futures potentielles et l'assistance que doit avoir la victime dans le futur, d'autres postes sont provisionnés ou payés directement à la victime pour par exemple les dépenses de santé actuelles de la victime. A partir d'un certain temps, les tribunaux revoient l'état de la victime et décident de liquider la rente en attente en rente. Une première rente est liquidée, dans le système de gestion un montant de paiement égal à la provision calculée pour cette rente est effectué mais il n'atteste pas d'un paiement à la victime mais d'un changement de gestion. La provision devient nulle pour ce poste de préjudice. Dans le développement du dossier victime, il reste donc une rente en attente, il arrive qu'il n'y ait plus aucun poste de préjudice à payer, mais la clôture ne se fera pas tant que la rente en attente sera liquidée. La deuxième rente en attente se liquide ensuite, le même fonctionnement s'applique dans le système de gestion. Le passage de la rente en attente peut entraîner la clôture du dossier victime, il peut également rester des postes de préjudice à payer. Tant que tous les dossiers victime ne sont pas clos, le dossier sinistre ne sera pas clos. Le sinistre sera clos uniquement si tous les dossiers victime sont clos. Dès qu'il y a une réouverture de dossier victime, il rouvre automatiquement le sinistre.

1.2.2. L'ouverture du sinistre

A l'ouverture du sinistre tout un processus est mis en place afin de détecter l'existence d'un ou plusieurs corporel dans le sinistre. La gestion sinistre se fait au niveau victime. Le coût total du sinistre correspondra à la somme des coûts pour chaque victime appartenant au même sinistre tel que pour un sinistre j et soit n le nombre total de victime pour ce sinistre :

$$\text{Coût total sinistre}_k = \sum_{j=1}^n \text{Coût total victime}_j.$$

1.2.2.1. *Appréciation de la garantie*

Le gestionnaire sinistre doit vérifier l'application dans le temps de la garantie eu égard aux dispositions légales et contractuelle, s'il y a des suspensions de garantie, si le contrat s'applique sur tout le territoire, les exclusions, les franchises, les limites de garantie ou une éventuelle nullité possible. Un provisionnement des garanties doit intervenir systématiquement dès connaissance par l'assureur de son intervention prévisible.

1.2.2.2. *Appréciation de la responsabilité*

Les éléments pour l'appréciation de la responsabilité, de la détermination du droit à indemnisation ou de la prise en charge d'un sinistre : enquête sur les circonstances, reconstitution d'accidents, contacts avec l'assuré, la Caisse Locale, l'Agence, les Services de Police/Gendarmerie, les Assureurs adverses.

1.2.2.3. *Appréciation du préjudice corporel*

L'estimation de la provision d'ouverture se fait en fonction des informations permettant d'évaluer le niveau de gravité de l'accident. Le gestionnaire a plusieurs choix :

- Ouvrir au coût moyen d'ouverture s'il n'y a pas d'indice de gravité, avant de passer au coût réel
- Ouvrir au forfait d'ouverture selon la gravité de la victime, blessures bénignes – moyennes – importantes (graves ou décès)

Dans ce dernier cas le gestionnaire sinistre évalue lui-même la gravité en fonction des informations qui lui sont envoyées par la presse ou les rapports de police. Les indices peuvent être non médicaux ou médicaux. Le gestionnaire sinistre a recours à l'avis médical. Le recours à une expertise médicale se fait sur les recommandations du médecin conseil régional qui a rendu un avis médical, ou lorsque le certificat de consolidation fait état de séquelles, ou en cas de refus de l'offre indemnitaire pour l'insuffisance de prise en compte de lésions traumatiques.

1.2.3. Provisionnement en cours de gestion du dossier

Le Coût Total Présumé doit être modifié à chaque nouvel élément touchant la détermination de la garantie, le droit à indemnisation ou la responsabilité civile ou l'appréciation du préjudice. Les postes faisant l'objet d'une capitalisation doivent être actualisés à la parution d'une nouvelle table de capitalisation.

1.2.4. La clôture du dossier

La clôture est systématique en cas de transaction ou de décision de justice, en cas d'absence de responsabilité ou de droit à indemnisation au regard des règles légales, jurisprudentielles ou selon appréciation objective de pièces, en cas d'absence de préjudice. Si à l'issue d'un délai maximum de 3 ans à compter de l'ouverture du dossier ou de la dernière manifestation de la victime, la victime ne s'est pas manifestée alors le dossier est prescrit.

1.2.5. Principe de capitalisation

Certains postes de préjudice nécessitent un paiement immédiat alors que d'autres postes de préjudice nécessitent un calcul plus complexe faisant appel au calcul de rente, technique assimilée à de la vie. Les postes de préjudices incluant ce calcul représentent donc la majeure partie des provisions dossier/dossier sur cette branche :

- **Le poste Assistance Tierce Personne (ATP) :** ces frais concernent les dépenses liées à l'assistance par tierce personne pour aider la victime à effectuer les actes de la vie quotidienne, préserver sa sécurité et contribuer à restaurer sa dignité et suppléer à sa perte d'autonomie. Il peut y avoir des heures de tierce personne active et passive, la différence entre les deux provient des coûts horaires appliqués dans le calcul du gestionnaire sinistre
- **Le poste Dépenses de Santé Futures (DSF) :** ce poste concerne les frais hospitaliers, médicaux, paramédicaux, pharmaceutiques et assimilés d'appareillage, rendus nécessaires par l'état pathologique de la victime après consolidation.
- **Le poste Pertes de Gains Professionnels Futurs (PGPF) :** ce poste indemnise la perte ou la diminution des revenus de la victime consécutive à son incapacité permanente. Cette perte peut venir de la perte de son emploi ou de l'obligation d'exercer un emploi à temps partiel. Ce poste est très souvent indemnisé sous forme de rente lorsque la victime est jeune. Cette garantie s'arrête également à l'âge de 65 ans correspondant à un départ en retraite. La victime reçoit ensuite une retraite spécifique.

Ses postes de préjudice soumis au principe de capitalisation dans les estimations du coût représentent à eux seuls 58% de la charge sinistre sur la RC auto corporel.

Cette charge est donc conséquente et nécessite de prendre en compte le provisionnement par capitalisation de ses postes.

1.2.5.1. Tables de mortalité pour les rentes en attentes

La table utilisée pour le calcul du prix pour un euro de rente est la table visée à l'article A 331-10 du Code des Assurances (abrogé le 1^{er} janvier 2016) soit sur la table de capitalisation TF et TH 00 02.

1.2.5.2. Tables de capitalisation pour les rentes payées en capital

Les tables utilisées sont les tables publiées dans l'hebdomadaire des avocats et du monde judiciaire « Gazette du Palais ». Il publie régulièrement un barème pour apprécier les conditions d'équivalence entre versements de rentes et versement en capital pour le paiement de frais futurs dans le cadre des procédures d'indemnisation de victimes d'accidents corporels. Ses tables sont revues par des actuaires agréés dans la construction de table de mortalité. Les tables « gazette du palais » sont revus régulièrement et reflète la mortalité la plus récente de la population générale, sur le barème revu en 2020 les tables de mortalité INSEE datent de 2014-2016, et le taux d'actualisation est calculé à partir de la valeur moyenne du TEC 10 et la prise en compte de l'inflation générale des prix, en 2020 les taux d'actualisation sont de 0% et de 0,3%. Les tables utilisées pour le calcul des provisions dossiers datent de 2018 et sont calculés sur les tables de mortalité INSEE 2010-2012 avec un taux d'actualisation de 0,5%.

1.2.5.3. Taux d'actualisation

La table de capitalisation intègre également un taux d'actualisation financier correspondant à 60% de la moyenne du TME au cours des 24 derniers mois et intègre un taux d'inflation de 10 points de base. Pour les tables de capitalisation, le taux d'actualisation

1.2.5.4. Taux de revalorisation de la rente

L'article 78 de la loi n° 2012-1510 de Finances rectificative pour 2012 du 29 décembre 2012 a transféré aux assureurs RC automobile le fonds de garantie des assurances obligatoires (FGAO). Ce fond prenait en charge la revalorisation des rentes, cette revalorisation incombe maintenant aux assureurs pour les accidents survenus à compter du 1er janvier 2013. Le taux appliqué par défaut chaque année est de 2%.

1.2.5.5. Age de liquidation de la rente

Ce calcul de capitalisation s'applique à la date de consolidation de la rente en attente sur chaque poste de préjudice, c'est-à-dire que le gestionnaire sinistre dans son

calcul utilise les tables de mortalité en calculant l'âge de la victime au moment du calcul. Pour un mineur, la capitalisation se déclenche uniquement à sa majorité

1.2.5.6. Calcul des rentes viagères ou temporaires

Le calcul de rente viagère se fait sur les postes ATP et DSF. Pour le poste PGPF il s'agit d'une rente temporaire qui s'arrête lors du passage en retraite de la victime, l'âge maximum sera donc 65 ans. Dans la figure 4 ci-dessous, la consolidation de la rente en attente s'effectue à l'âge x à l'instant $i = 0$. Par contre la liquidation de la rente en attente se fait à l'âge $x + d$ avec d correspondant au délai de liquidation.

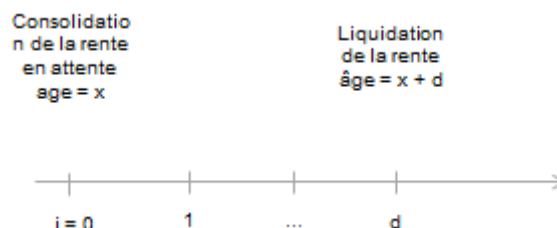


Figure 4 : Schéma du délai de liquidation d'une rente

Pour le calcul d'une rente en attente viagère fait par les gestionnaires sinistres, la formule suivante est appliquée :

$$Provision = rente * \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{l_{x+i}}{l_x} * \frac{(1 + tx_{rev\ FGAO})^i}{(1 + tx_{actu})^i} \right).$$

Où x est l'âge de la victime au moment de la consolidation de la rente en attente. Chaque année une revue automatique est faite en modifiant l'âge, le taux de revalorisation (s'il a changé) et le taux d'actualisation. Pour le calcul d'une rente en attente temporaire, la formule suivante est utilisée :

$$Provision = rente * \sum_{i=1}^{65-x+1} \left(\frac{l_{x+i}}{l_x} * \frac{(1 + tx_{rev\ FGAO})^i}{(1 + tx_{actu})^i} \right).$$

La différence par rapport à la formule de la rente viagère provient du nombre d'itération de la somme qui s'arrête lorsque la victime a 65 ans. Ce calcul appliqué sur l'âge lors de la consolidation de la rente et non à l'âge de liquidation probable de la rente a tendance à surestimer les montants de provision affecté par le gestionnaire sinistre.

1.3. Une réassurance interne

1.3.1. Définition de la réassurance

La réassurance est une opération juridique par laquelle une entreprise d'assurance, dénommée cédante, reçoit de la part d'une autre entreprise d'assurance ou d'une entreprise de réassurance, dénommée cessionnaires, un engagement :

- Soit d'assumer à sa place une partie de ses propres engagements à l'égard de ses assurés ou sociétaires (transfert d'engagement)
- Soit de prendre en charge une partie des pertes qu'elle pourrait subir dans le cadre de ses opérations d'assurance (transfert de perte)

Le premier type d'engagement est pris soit individuellement, police par police (réassurance facultative ou traité facultatif-obligatoire), soit sur l'ensemble des polices d'un portefeuille (traité obligatoire). Le deuxième type d'engagement, contracté uniquement sous forme de traité obligatoire, protège soit un portefeuille en cas de pertes générées par un événement, soit le niveau du résultat technique d'un portefeuille. La réassurance se matérialise par un contrat passé entre la cédante et son cessionnaire : contrat spécifique à une police (facultative) ou contrat englobant un ensemble de polices (traité). En général une facultative se contracte au moment de l'émission de la police réassurée, et se renouvelle à chaque renouvellement de celle-ci ; un traité prend effet au début d'une année cible et a une durée d'un an ou se renouvelle par tacite reconduction. Selon les conditions fixées dans le contrat de réassurance, en échange d'une prime payée par la cédante au réassureur (prime cédée), ce dernier s'engage à rembourser une partie des sinistres dus ou des pertes subies par la première. Dans la figure 5 ci-dessous, un traité de réassurance peut être placé par la cédante auprès de plusieurs réassureurs. A leur tour, les réassureurs peuvent se réassurer : une entreprise d'assurance ou de réassurance se protège des risques qu'elle a acceptés en réassurance auprès d'un ou plusieurs rétrocessionnaires. Les contrats de rétrocession existent sous les mêmes contrats de réassurance. Le but de la réassurance est de réduire la volatilité du résultat et de protéger les fonds propres de la cédante. Lorsqu'il s'agit d'une réassurance de transfert d'engagement, cet objectif est atteint en plafonnant les montants de sinistre à un niveau appelé rétention. Lorsqu'il s'agit d'une réassurance de transfert de pertes, cet objectif est atteint grâce à une limitation des sources de pertes impactant le résultat.

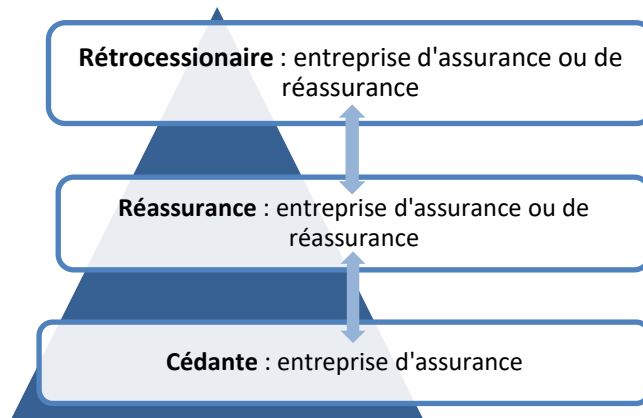


Figure 5 : schéma du système global de réassurance

La réassurance est dite facultative dans la mesure où la cédante et le réassureur ont la faculté d'accepter ou de refuser de céder ou d'accepter les risques. Il s'agit donc en quelque sorte d'une réassurance négociée de gré-a-gré pour un contrat ou d'un programme d'assurance spécifique. Le traité de réassurance est un type particulier de réassurance, caractérisé par le fait qu'il organise les conditions de réassurance d'un portefeuille de contrats ou une catégorie de risques contractuellement déterminés. Cette caractéristique distingue le traité de la réassurance facultative, qui concerne la cession négociée d'un contrat ou programme d'assurance déterminé. La réassurance de traité est le type de réassurance le plus répandu. La réassurance de traité peut être obligatoire lorsque la cédante a l'obligation de céder certains risques au réassureur, qui a l'obligation de les accepter, ou bien semi-obligatoire lorsque la cédante a la faculté de proposer de céder certains risques déterminés au réassureur qui a l'obligation de les accepter.

1.3.2. Excédent de sinistre

Dans une telle forme de réassurance, est cédé chaque sinistre dépassant un seuil appelé priorité ou franchise d'XS, pour la part qui dépasse ce seuil et à hauteur d'un maximum appelé portée. La somme priorité + portée est appelée plafond. En général un excédent de sinistre est décomposé en plusieurs tranches d'XS comme présenté dans la figure 6. Dans l'exemple, un traité en excédent de sinistre est présenté avec une priorité de 3M€ et une portée de 4M€, s'ensuit un traité en excédent de sinistre qui peut être en illimité et avec une priorité de 7M€ correspondant à la somme de la priorité et de la portée du premier excédent de sinistre.

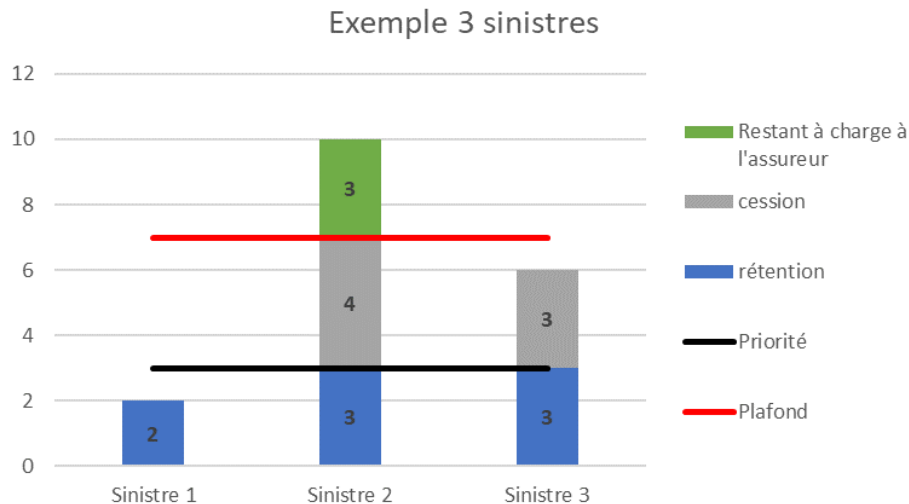


Figure 6 : Exemple excédent de sinistre de 4M€ XS 3M€

Une protection en XS est en général définie par tranche parce que :

- Le panel de réassureurs choisi peut varier d'une tranche à l'autre
- La tarification peut varier selon la tranche
- Il se peut qu'une tranche ne soit pas réassurée (trou de couverture), soit parce que l'assureur ne trouve pas de preneur ou que la prime de réassurance est excessive

Cette forme de réassurance est la plus utilisée dans le monde ; elle correspond parfaitement pour un assureur, à une couverture de ses risques. Cependant, un traité en XS ne doit pas être tarifé au-delà d'un certain seuil ; la cédante doit éviter qu'il ne conduise à une perte de primes, dans le cas où la réassurance coûterait finalement plus cher que ce que l'assurance ne lui apporte. C'est pourquoi l'assureur n'a en général pas intérêt à fixer une priorité trop basse. Sur le plan de son fonctionnement technique, le traité en excédent de sinistres comporte certaines clauses spécifiques qui sont décrites ci-après. En fonction de ces clauses, ainsi que des informations fournies par la cédante, notamment des statistiques sinistres, le réassureur proposera un taux de prime de réassurance, fixe ou variable, à partir duquel sera calculée la prime dont la cédante devra s'acquitter. En cas de reconstitutions payantes, celles-ci se verront attribuer aussi dans le cadre du traité, un ou des taux de prime identiques ou différents du taux de prime principal. Les primes seront calculées en appliquant le taux à une assiette qui est en général le total de primes ou de cotisations brutes de réassurance de la période de référence. L'assiette définitive n'étant connue qu'en fin d'exercice, la cédante paye en début d'exercice à son réassureur une prime provisionnelle (calculée en général en appliquant le taux de prime à un montant prévisionnel d'assiette de primes), ou une prime minimale, puis une fois l'exercice clos, un complément permettant d'ajuster la

prime totale de réassurance payée à son montant exact calculé sur la base de l'assiette définitive. Dans d'autre cas, où le tarif de l'XS ne peut être calculé que de façon très forfaitaire, la prime de l'XS est déterminée par un montant fixe (cas des couvertures « XS Cat » ou d'XS par évènement de tranches très hautes). La clause principale d'un traité XS est constituée par sa priorité et sa portée. Par exemple un traité 10M€ XS 1M€ correspond à une couverture prenant en charge la partie des sinistres supérieure à un million et à hauteur de dix millions. Il doit toujours être précisé si cette couverture joue par risque (c'est-à-dire pour chaque sinistre généré par un seul risque, ou sinistre individuel) ou par évènement (prise en charge de la totalité des sinistres générés par un même évènement). Les clauses aggregate ont pour but de limiter l'engagement du réassureur, et de diminuer le coût de la réassurance.

- Clause aggregate deductible ou clause de franchise annuelle : l'assureur conserve à sa charge le montant de sinistres au-delà de la priorité à hauteur de cet aggregate.
- Clause aggregate ou clause de plafond annuel : en plus de la limite par sinistre ou par évènement représentée par la portée, cette clause limite le total de la charge réassurée dans l'année tous sinistres ou évènement confondus. C'est donc un engagement maximum pour le réassureur qui se protège ainsi contre le risque de ruine.

1.3.3. Réassurance interne groupe

Groupama est une mutuelle constituée de caisses régionales, filiales et entités internationales. Une de ces filiales GMA (Groupama Assurance Mutuelle) est le réassureur interne du groupe et réassure les caisses régionales, autres filiales et entités internationales. Le cadre de ce mémoire s'intéressera uniquement aux caisses régionales constituant d'une part la majeure partie des provisions en RC auto corporel, l'indemnisation des sinistres corporels n'est pas commune aux autres pays, et d'autres parts le détail des informations par poste de préjudice n'est pas disponible sur les autres filiales du groupe. Les caisses régionales sont soumises à un règlement général et elles se réassurent exclusivement auprès de GMA. Cette réassurance interne et généralisée sur toutes les caisses et apporte :

- Un cadre commun apportant équité, solidarité et cohésion,
- S'adaptant à l'évolution des risques,
- De couvrir les risques de sa circonscription, même les plus importants,
- Une compensation géographique des risques

La couverture des caisses régionales pour la RC auto est donc la même, dans l'étude la couverture de réassurance est un excédent de sinistre de 2M€ avec une

portée illimitée, exemple dans la figure 7 de l'application de l'excédent de sinistre illimité XS 2M pour un sinistre de 10M€

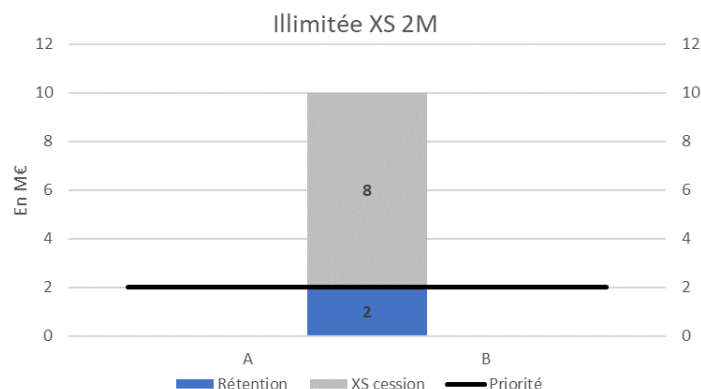


Figure 7 : Application du traité XS de l'étude

1.4. Contexte réglementaire Solvabilité 2

Depuis le 1er janvier 2016 les sociétés d'assurance sont soumises à une nouvelle réglementation européenne appelée Solvabilité 2. Cette réglementation fixe de nouvelles règles de solvabilité des assureurs et réassureurs européens et harmonise les calculs d'une société à une autre. La précédente norme de solvabilité en vigueur et mise à jour en 2002 sous la dénomination Solvabilité I découle, en assurance non-vie, de la directive européenne du 24 juillet 1973 relative à la marge de solvabilité. L'objectif de cette norme est de pallier les risques d'insuffisances des provisions techniques et/ou de défaut des réassureurs. Afin de mesurer la solvabilité d'une compagnie d'assurance, le législateur a mis en place un ratio de solvabilité qui rapporte les fonds propres à une exigence minimale de capital. Le dénominateur correspond à la richesse de l'entreprise et le numérateur indique, compte tenu des risques souscrits, le montant minimal requis en capital pour exercer une activité d'assurance.

$$\text{Ratio de solvabilité} = \frac{\text{Besoin de capital minimal}}{\text{Éléments de couverture}}$$

Cependant, les éléments de couverture calculés ne paraissaient plus appropriés aux risques auxquels sont exposés réellement les assureurs ou réassureurs. Il était donc temps de mettre en place une nouvelle norme reflétant tous les risques encourus par les sociétés et ainsi d'harmoniser les calculs entre sociétés.

1.4.1. Bilan économique en valeur de marché

L'évaluation du bilan des sociétés d'assurance ou de réassurance se faisait à partir des valeurs nettes comptables des actifs financiers pour les actifs, les provisions techniques étaient évaluées sans quantification réelle du niveau de risque qui en découlait, les sociétés avaient tendance à sur-provisionner. Les fonds propres découlaient de la différence entre actif et passif avec la prise en compte des plus-values latente des marchés financier. La nouvelle norme exige une approche économique et conforme au marché pour l'évaluation des actifs et des passifs. Selon cette approche, les entreprises d'assurance et de réassurance évaluent les actifs et les passifs comme suivant :

- Les actifs doivent être évalués au montant pour lequel ils pourraient être échangés entre des parties bien informées et consentantes dans le cadre d'une transaction dans des conditions de concurrence normale.
- Les passifs doivent être évalués au montant pour lequel ils pourraient être transférés ou réglés, entre des parties bien informées et consentantes, dans le cadre d'une transaction dans des conditions de concurrence normale.

Les actifs du bilan étant majoritairement des actifs financiers, l'évaluation de leur valeur correspond donc à leur valeur échangée sur les marchés financiers. Pour les passifs, la vision économique est bien sûr plus compliquée à estimer car il n'y a pas de marché ou les sociétés s'échangent régulièrement leurs provisions car d'une part les provisions techniques sont le cœur même de l'activité d'assurance ou de réassurance et d'autre part les passifs d'une société à une autre n'est également pas comparables. La norme tend donc à vouloir comparer et à normaliser les passifs des sociétés entre elles. La norme impose aux assurances et réassurances pour leur comparabilité :

- La classification de leur contrat par groupe homogène de risque et l'utilisation d'une maille S2 commune à toutes les sociétés
- Le calcul d'un best estimate correspondant à la meilleure estimation des provisions
- Une marge de risque représentant le coût du capital qu'un investisseur

La vision économique impose au calcul des provisions techniques de tenir compte de la valeur temporelle de l'argent en utilisant les taux d'intérêt sans risque. Le changement de vision de bilan est présenté dans la figure 8 ci-dessous :

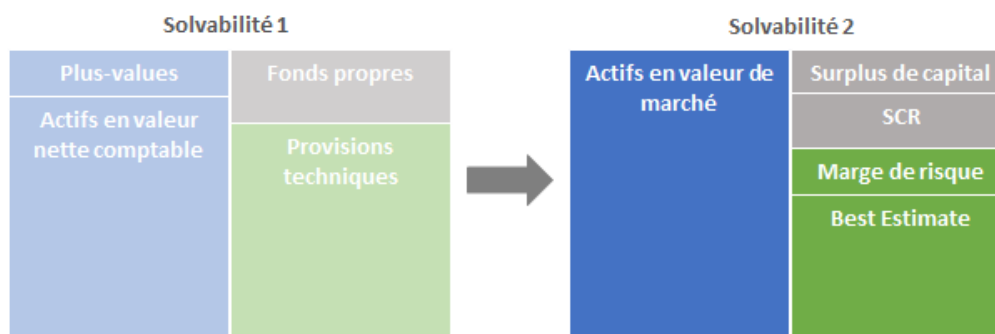


Figure 8 : Bilan Economique S1 vs S2

1.4.2. Provisions techniques évaluées en Best Estimate

Les spécifications techniques de l'EIOPA datant du 30 avril 2014 spécifient :

- « TP2.1 : la meilleure estimation doit correspondre à la moyenne pondérée par la probabilité des flux de trésorerie futurs en tenant compte de la valeur de l'argent. »
- « TP2.5 Les entreprises doivent utiliser des techniques actuarielles et statistiques pour le calcul de la meilleure estimation qui reflètent de manière appropriée les risques qui affectent les flux de trésorerie. Cela peut inclure des méthodes de simulation, des techniques déterministes et des techniques analytiques. »
- « TP2.8 : la meilleure estimation doit être calculée brute, sans déduction des montants recouvrables des contrats de réassurance et des véhicules de titrisation, qui doivent être calculés séparément. »

Le best estimate correspond donc à des flux futurs de trésorerie estimés sans marge de prudence et brut de réassurance. Dans notre étude, les BE obtenues sont rattachés aux line de business S2 :

- *26 Non-proportional casualty reinsurance* pour le traité en excédent de sinistre décrit précédemment

1.4.3. Le SCR : capital de solvabilité requis

Contrairement à Solvabilité 1, qui prenait en compte uniquement des montants de primes et de réserves pour calculer le ratio de solvabilité des sociétés d'assurance, Solvabilité 2 évalue les risques afférents du bilan économique d'une société d'assurance en formule standard selon la pieuvre de la figure 9 ci-dessous :

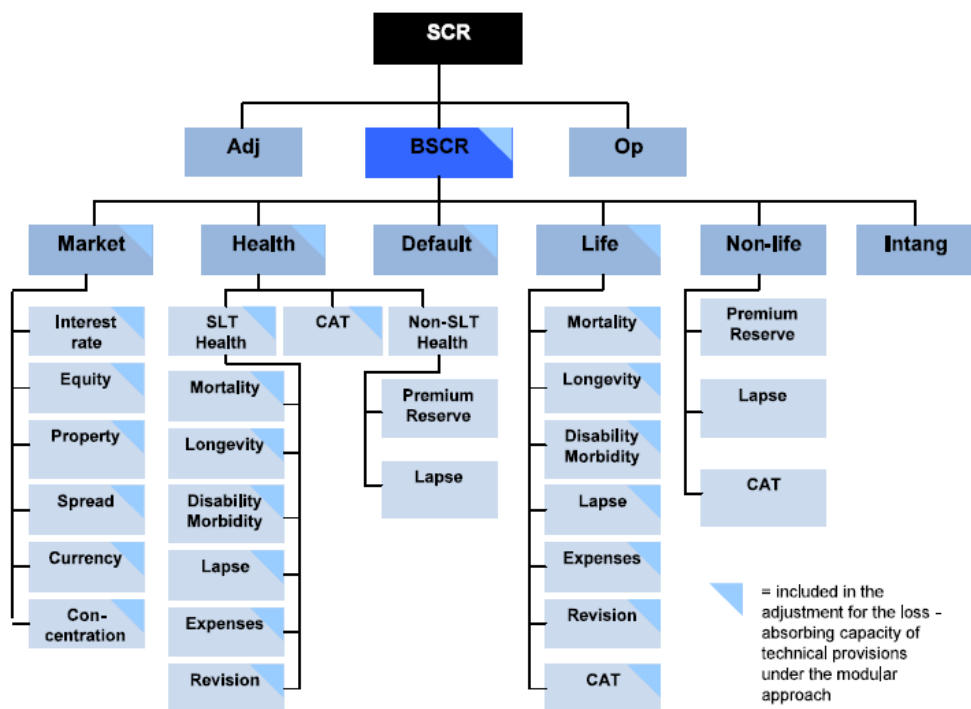


Figure 9 : Pieuvre des risques pour le calcul du SCR en formule standard

Les sinistres corporels sont gérés différemment dans le calcul du SCR dépendant principalement des décisions des tribunaux. En effet, si la rente est toujours en attente elle est considérée comme de la non-vie, appartenant donc au risque de souscription non-vie (« Non-life ») en formule standard. Si la rente en attente passe en rente, en plus d’avoir une gestion interne différente, cette rente appartient au risque de souscription santé similaire aux techniques vies (« Health SLT »).

1.5. Qualité des données utilisées

Cette partie est plus détaillée car elle est un point essentiel pour faire comprendre que le modèle individuel présenté dans ce mémoire a été fait en fonction du type de donnée disponibles ou non. La maille parfaite serait une vision par poste de préjudice pour chacun des dossiers victime des règlements et provisions dossier/dossier avec un historique suffisamment profond pour estimer ou voir des évolutions sur cette branche qui représente le plus de provision dossier/dossier et d’incertitudes. Les données récupérées sont à la maille caisse régionale de Groupama avec trois sources principales de données à des mailles différentes. Une première maille est la vision sinistre et dossier victime sur les règlements et les provisions dossier/dossier disponible mensuellement et utilisée pour la construction des triangles actuels faits par l’équipe en charge du calcul du best estimate. Ces données sont disponibles à partir de l’année 2000 jusqu’en 2008 en fonction des caisses, des sinistres survenus avant ces années sont présents mais des sinistres

déjà clôturés avant ne sont plus existants dans ces bases. Cette partie présente déjà un manque de donnée et d'historique. La deuxième maille correspond à un détail dans les règlements des montants de paiement en rente lorsque la rente est servie, des capitaux réglés directement à la victime en cas de paiement en capital. Cette maille présente un manque d'information sur le nom du poste de préjudice concerné par le règlement lié au passage en rente ou au paiement du capital. La troisième maille correspond au détail par poste de préjudice par dossiers victimes. Ces informations sont récoltées lorsque le gestionnaire sinistre calcule la provision dossier/dossier au niveau des postes de préjudice Dintilhac. Ces informations sont disponibles par caisses qu'à partir de 2010 et complète à partir de 2015. Cette dernière maille fournit en revanche des informations plus détaillées sur la victime avec son âge son sexe, les paramètres utilisés par le gestionnaire sinistre pour calculer le montant de la rente future.

1.6. Méthode de projections actuelles

1.6.1. La constitution des données

L'actuaire inventaire en réassurance récupère tous les sinistres ayant dépassés au moins une fois dans son développement le seuil de 500k€ envoyés par les assureurs qui sont réassurés sur ce traité. Il écrête ensuite toutes les charge de sinistre dépassant le seuil de 2M€ pour chaque année comptable, correspondant à la priorité du traité mis en place comme présente la figure 10 pour le déroulé d'un sinistre. Les données sont bien sûr à réconcilier avec la comptabilité pour l'année comptable en cours, sur les paiements de l'année et le montant de provision dossier à fin d'année. Ce triangle commence qu'à partir d'une année d'accident fixé par la disponibilité des données, même si le passé peut présenter des mouvements de sinistre. La profondeur du triangle dépendra de la branche modélisée.

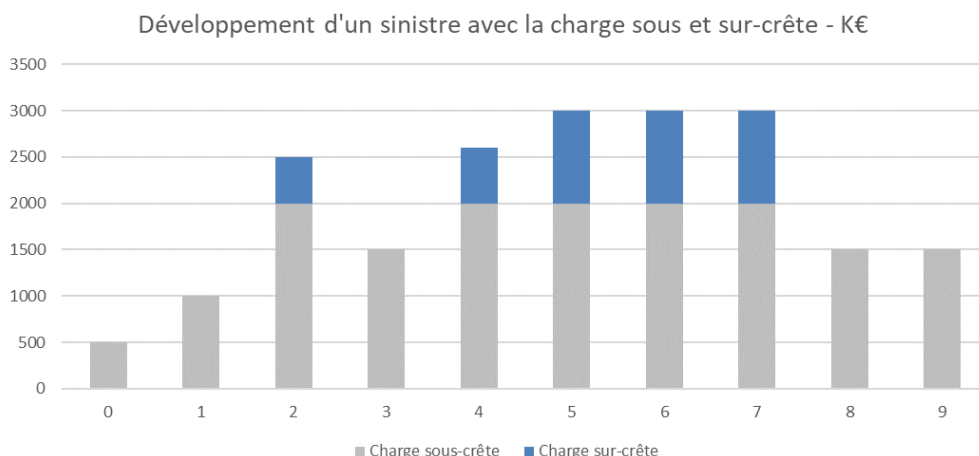


Figure 10 : Exemple du développement d'un sinistre avec découpage de la charge sous et sur-crête

1.6.2. Méthode Chain Ladder

La méthode Chain Ladder est la méthode la plus utilisée du fait de sa simplicité de calcul et d'utilisation des données. Elle nécessite des montants de paiements ou de charges cumulées de sinistres par année de survenance et par année comptable. En ordonnant ces données dans un tableau représentant les années de survenance en ligne et les années comptables en colonne, le tableau n'aura aucun intérêt et les montants ne seront pas comparables. En revanche en transformant l'année comptable pour lesquels les paiements sont payés ou les montants de charges estimés en comparant à l'année de survenance, tous les montants de la première colonne représentent la charge ou le paiement à la fin de la première année de développement des sinistres comme présenté dans la figure 11.

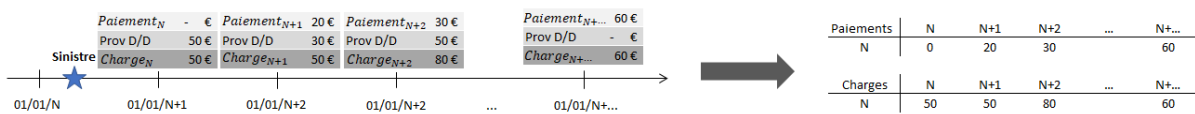


Figure 11 : Transformation du déroulé d'un sinistre en tableau

En sommant tous les sinistres et en les mettant dans un même tableau avec les différentes années de survenance, le tableau final aura la partie inférieure droite vide et ressemblera donc à un triangle.

Soit $C_{i,k}$ le montant de charge ou de paiement de l'année de survenance i et de l'année de développement k pour $1 \leq i \leq I$ et $1 \leq k \leq I$, pour les $i + k \leq I + 1$ les $C_{i,k}$ sont les montants connus du tableau et représentent un triangle tel que décrit dans la figure 12 ci-dessous :

		Année de développement					
		1	...	k	k+1	...	I
Année de survenance	1	$C_{1,1}$...	$C_{1,k}$...		$C_{1,I}$
	⋮	⋮		⋮			
	i	$C_{i,1}$...	$C_{i,k}$			
	i+1	⋮					
	⋮						
I	$C_{I,1}$						

Figure 12 : Triangle des $C_{i,k}$ de charges ou de paiements cumulés

Le but est d'estimer les valeurs manquantes du triangle, les $C_{i,k}$ pour $i + k > I + 1$ et particulièrement la dernière colonne du triangle correspondant aux montants ultimes $C_{i,I}$. Pour obtenir ces montants, la méthode utilise des facteurs f_k correspondant à la somme des $C_{i,k+1}$ donc de la colonne suivante sur la somme des $C_{i,k}$, en ne prenant

pas en compte toutes les lignes puisqu'il manque un montant sur la colonne $k + 1$ par rapport à la colonne k , pour $1 \leq k \leq I - 1$:

$$f_k = \frac{\sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k+1}}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k}}$$

Pour obtenir le montant $C_{I,2}$, il suffit ensuite de multiplier le montant $C_{I,1}$ par le facteur f_1 . La colonne ultime se calcule en multipliant les $C_{i,I+1-i}$, le dernier montant connu de l'année i , par les facteurs tel que pour $2 \leq i \leq I$:

$$C_{i,I} = C_{i,I+1-i} * f_{I+1-I} * \dots * f_{I-1}.$$

La projection des montants de charge ou de paiement en vision ultime, permet d'obtenir les réserves manquantes dans la vision individuelle des sinistres faite par les gestionnaires sinistre. A partir de cette projection un best estimate est définit, avant prise en compte de l'actualisation, qui dépendra du type de triangle utilisé :

- Pour la projection d'un triangle de paiement :

$$BE = C_{i,I} - C_{i,I+1-i}.$$

- Pour la projection d'un triangle de charge

$$BE = C_{i,I} - C_{i,I+1-i} + \sum_{k=1}^{i+k \leq I+1} \sum_{i=1}^I RBNS_{i,k}.$$

- Où les $RBNS_{i,k}$ correspondent aux montants de provisions dossier / dossier des sinistres déjà déclarés et suivis individuellement.

1.6.3. Hypothèse Chain Ladder à vérifier

1.6.3.1. Hypothèse de linéarité des $C_{i,j}$

L'hypothèse 1 consiste à vérifier la relation linéaire des $C_{i,j}$ entre et d'un développement à un autre. En quelque sorte l'hypothèse 1 vérifie que :

$$H1 : E(C_{i,k+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,k}) = C_{i,k} \times f_k \text{ pour } 1 \leq i \leq I, 1 \leq k \leq I - 1.$$

Deux tests sont nécessaires pour vérifier cette hypothèse, un premier visuel en représentant les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ sur un graphique pour les deux années de développement j et $j+1$, le test consiste à pouvoir tracer une droite dans le nuage de point obtenue comme obtenue dans la figure 13.

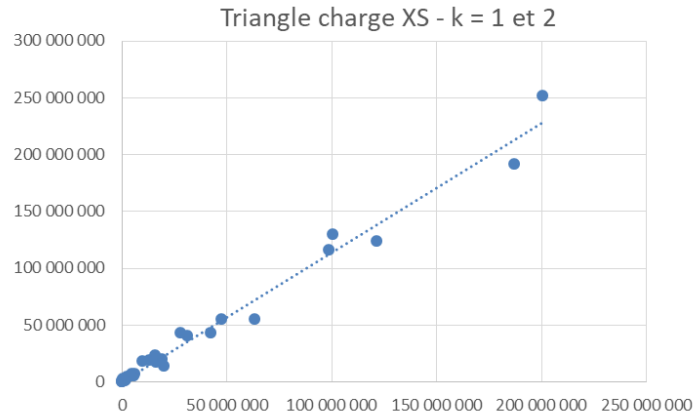


Figure 13 : Exemple des nuages des $C_{i,k}$ pour les deux premières années de développement

Pour toutes les années de développement du triangle d'étude, les $C_{i,k}$ et $C_{i,k+1}$ ont une relation linéaire entre eux. Le deuxième test consiste à vérifier la non-corrélation des années de développement entre elle. Pour cela il faut utiliser le test de Spearman noté ρ ou r_s . Ce test consiste à trouver un coefficient de corrélation, non pas entre les valeurs prises par les deux années de développement mais entre les rangs de ces valeurs. Le test vérifie les deux hypothèses :

$$H_0 : \text{Pas de corrélation entre les deux variables} : \rho = 0.$$

$$H_1 : \text{Corrélation entre les deux variables} : \rho \neq 0.$$

Pour cela, il faut donner un rang d'ordre pour chaque valeur dans les deux colonnes d'année de développement et ensuite calculer une distance entre les points pour obtenir ρ tel que :

$$\rho_k = 1 - \frac{6 * \sum_{i=1}^{I-k} (r_{i,k} - s_{i,k})^2}{(I - k)^3 - (I - k)}.$$

Où $r_{i,k}$ et $s_{i,k}$ sont les rangs des coefficients individuels $\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}$ et $\frac{C_{i,k}}{C_{i,k-1}}$.

Bien sûr à partir du ρ_k obtenu, s'il est proche 1 ou -1, le rejet de H_0 est immédiat. Mais le test définit également une statistique de test t qui suit une loi normale centrée réduite permettant de rejeter ou non les hypothèses du test :

$$t = \sum_{k=1}^{I-2} \frac{I - k}{((I - 2)(I - 3))/2} \rho_k.$$

La région de rejet du test $R_\alpha = \{|t| > c_\alpha\}$ où c_α est le quantile d'ordre $1 - \frac{\alpha}{2}$ de la loi normale centrée réduite. A partir de la définition de t , $E(t) = 0$ et $V(t) = \frac{1}{((I-2)(I-3))/2}$, un intervalle à $\alpha = 5\%$ est calculé suivant cette formule :

$$-\frac{1,96}{\sqrt{\frac{((I-2)(I-3))}{2}}} \leq t \leq +\frac{1,96}{\sqrt{\frac{((I-2)(I-3))}{2}}}$$

Si t n'appartient pas à cet intervalle, alors l'hypothèse de non-corrélation est rejetée. Pour le triangle d'étude, H_0 est rejeté. La linéarité est respectée mais la non-corrélation des coefficients individuels n'est pas vérifiée, l'hypothèse de la linéarité entre les années de développement n'est donc pas vérifiée.

1.6.3.2. Test du non-effet calendaire

$H2$: les variables $\{C_{i,1}, \dots, C_{i,I}\}$ et $\{C_{j,1}, \dots, C_{j,I}\}$, pour $i \neq j$, sont indépendants.

L'indépendance des années de survenance se vérifie par un test sur le non-effet calendaire. En effet une des principales causes de l'invalidation de l'hypothèse d'indépendance des années de survenance est la survenance d'effets calendaires qui peuvent affecter plusieurs années de survenance et donc perturber l'indépendance. Le test consiste à répartir les coefficients individuels $\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}$ en deux groupes, ceux supérieurs ou inférieurs à la médiane sur une même colonne. Il faut ensuite calculer le nombre de coefficients supérieurs appartenant à $G = (G_j)_{j=1, \dots, I}$ et inférieurs appartenant à $P = (P_j)_{j=1, \dots, I}$ sur chaque diagonale. Intuitivement, s'il n'existe pas d'effet calendaire entre j et $j+1$, alors il devrait y avoir approximativement le même nombre de P et de G . Le test consiste à approximer $Z_j = \min(G_j, P_j)$ à la moyenne $\frac{G_j + P_j}{2}$, soit $Z = \sum_{j=2}^{I-2} Z_j$. Cette somme suit une loi normale centrée réduite sous l'hypothèse de non-effet calendaire avec $E(Z) = \sum E(Z_j)$ et $Var(Z) = \sum Var(Z_j)$ et doit vérifier au seuil $\alpha = 5\%$:

$$E(Z) - 1,96 * \sqrt{Var(Z)} \leq Z \leq E(Z) + 1,96 * \sqrt{Var(Z)}.$$

Pour le triangle d'étude, le Z ne respecte pas l'intervalle de confiance. Il ne respecte pas l'hypothèse $H2$.

1.6.3.3. Test du non-effet calendaire

$$H3 : \text{Var}(C_{j,k+1} | C_{j,1}, \dots, C_{j,k}) = C_{j,k} \times \alpha_k^2 \text{ pour } 1 \leq j \leq I, 1 \leq k \leq I - 1.$$

Cela signifie que la variance des $C_{i,k+1}$ est proportionnelle à $C_{i,k}$. C'est-à-dire qu'il existe σ_j tel que $\text{Var}(C_{i,k+1}) = \sigma_j^2 * C_{i,k}$. La vérification de cette hypothèse se fait graphiquement en représentant les résidus $r_{i,k}$ en fonction des montants $C_{i,k}$ de chaque année de développement séparément, ils doivent être répartis de manière homogène autour de l'axe des abscisses et sont calculés à partir de :

$$r_{i,k} = \frac{C_{i,k+1} - f_k * C_{i,k}}{\sqrt{C_{i,k}}}$$

Sur le triangle d'étude, les résidus ne sont pas répartis de manière homogène autour de l'axe des abscisses. Exemple dans la figure 14 pour la première année de développement :

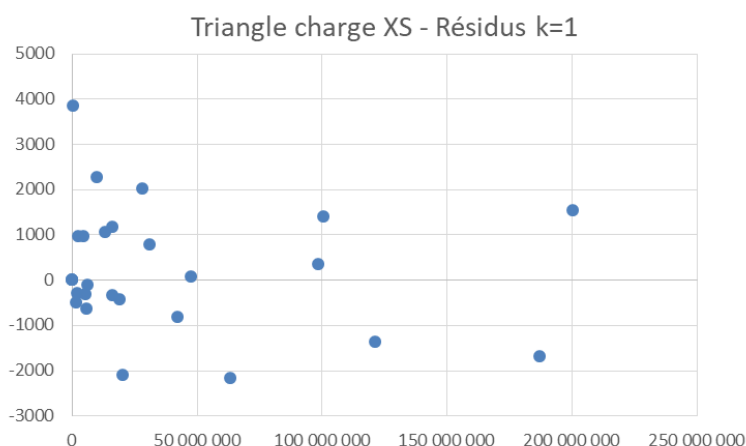


Figure 14 : Exemple des résidus $r_{i,k}$ de la première année

Pour le triangle étudié, aucune des trois hypothèses expliquées dans cette partie n'est vérifiée. La méthode Chain Ladder ne peut donc pas être utilisée, ajoutant ainsi un argument pour proposer un modèle de provisionnement ligne à ligne pour ce risque spécifique.

1.6.4. Coefficient Chain Ladder observés

Sur le triangle de charge des sinistres sur-crête, les coefficients Chain Ladder sont très volatiles, comme présenté dans la figure 15, et prennent en compte les évolutions des dossiers victimes qui peuvent avoir une rente servie ou être payée en capital. Cette différence de provisionnement génère des bonis si la rente était provisionnée pour être servie alors qu'au final elle est payée en capital, du fait de la

prise en compte du FGAO de 2% pour les rentes en attente, ce qui n'est pas le cas pour les rentes en capital. Les triangles emmènent également un autre effet qui est l'actualisation avec des taux différents en fonction des années, les taux d'aujourd'hui sont bien plus faibles qu'il y a 20 ans.

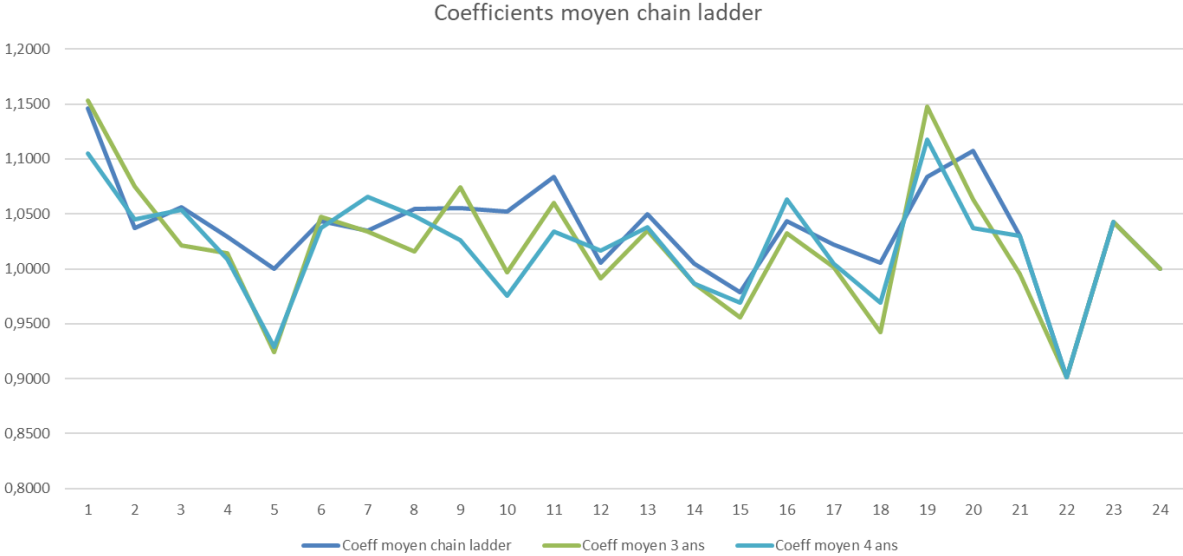


Figure 15 : Triangle de charge sur-crête - coefficient moyen Chain Ladder

2. Modèle multi-états semi-markovien

Dans cette partie, le modèle individuel multi-état appliqué à la maille dossier victime a été utilisé. Il consiste à étudier la trajectoire de chaque victime depuis la survenance du sinistre à laquelle elle appartient jusqu'à la clôture de son dossier afin de pouvoir projeter dans la suite les trajectoires des sous-dossiers encore ouverts aujourd'hui. Le modèle individuel multi-état consiste dans un premier temps à définir les différents états par lequel les dossiers victime passeront. Le processus $\{S_t, t = 0, 1, 2 \dots\}$ représente la trajectoire d'un dossier victime de la survenance du sinistre à sa clôture. Ce processus est semi-markovien, cela signifie que la probabilité de sortir d'un état dépend non seulement de cet état, mais également du temps déjà passé dans cet état. Les différentes étapes du processus de règlement sont modélisées à l'aide d'un processus multi-état en temps discret. Le temps est mesuré en étapes discrètes, correspondant à des périodes $(t - 1, t)$ pour $t = 1, 2, \dots$ qui peuvent représenter des semaines, des mois, des trimestres, des semestres ou des années. Dans l'étude la période de temps est choisie au niveau de l'année afin de fournir des données au modèle et également de stabiliser les link ratio. À la fin de chaque pas de temps $t = 1, 2, \dots$ le dossier victime peut passer d'un état à un autre selon sa dynamique de règlement spécifique. Ces transitions sont accompagnées de flux financiers, de paiements ou de recours. Tous les flux financiers d'une période sont agrégés en une seule valeur. Soit un sinistre lié à un événement assuré survenu au cours d'une année d'accident donnée, prise comme origine temporelle 0. Le processus stochastique $S = \{S_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$ décrit la procédure de règlement du sinistre, avec $S_0 = IBNR$. La transition entre deux états aura lieu entre le temps $t = 1$ et le temps t avec $t = 1, 2, \dots$. Par conséquent, il y a deux échelles de temps : le temps civil et le temps écoulé depuis l'année de l'accident. Selon le calcul, l'une ou l'autre échelle de temps peut être plus pratique.

2.1. Vocabulaire du modèle

Après la survenance d'un sinistre, il peut s'écouler un certain temps avant que l'assuré ne déclare son sinistre à son assureur. Il arrive que la déclaration ne puisse pas être finalisée avant la fin de l'année d'assurance ou l'année comptable ou alors que le sinistre ainsi déclaré nécessite plus de temps pour être réglé, par exemple en raison de la longueur des procédures judiciaires. Le temps qui s'écoule entre la survenance du sinistre et le règlement final, ou la clôture, est divisé en deux parties : le délai de déclaration, une phase IBNR, et le délai de règlement, qui est lui-même divisé en deux phases RBNP et RBNS, comme présenté dans la figure 16 :

- Phase IBNR (Incurred But Not Reported), le sinistre est survenu mais n'a pas encore été déclaré à la compagnie d'assurance

- En une phase RBNP (Reported But Not Paid), le sinistre est déclaré mais n'a pas encore eu de paiement
- Suivie d'une phase RBNS (Reported But Not Settled), le sinistre a déjà été payé une première fois mais il n'est pas encore clos.

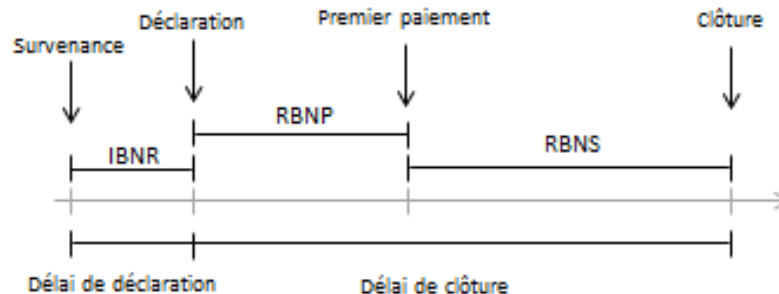


Figure 16 : Décomposition d'un sinistre entre la survenance et la clôture

L'assureur en prévision du paiement des coûts futurs à payer doit constituer une provision pour le sinistre déclaré. Entre la survenance du sinistre et la déclaration à la compagnie d'assurance, l'assureur est responsable du montant du sinistre mais ignore l'existence de celui-ci. La provision associée à cette phase est appelée IBNR. Une fois notifié, la compagnie connaît le sinistre, mais il peut s'écouler un certain temps avant que le premier paiement ne soit effectué (s'il y en a). La provision que l'assureur affectera en face de cette phase est appelé RBNP, c'est-à-dire un sinistre déclaré pour lequel aucun paiement n'a été effectué. Ensuite, soit le sinistre est classé sans paiement, soit l'assureur effectue un premier paiement et plusieurs paiements partiels peuvent suivre. Dès le premier paiement jusqu'à la clôture du sinistre, le montant final reste inconnu, l'assureur estimera la provision et la réestimera à chaque paiement dans une provision appelé RBNS. Le sinistre est finalement clôturé à la date de clôture ou date de règlement. À tout moment après la déclaration, le sinistre peut prendre fin avec ou sans paiement final effectué par l'assureur aux bénéficiaires. Dans l'évaluation de ces montants de réserve au niveau sinistre individuel, le montant total nécessaire pour payer tous les sinistres est évalué par le gestionnaire sinistre.

2.2. Définition des états semi-markoviens

D'une manière générale, l'hypothèse est que tous les dossiers victime de l'année de l'accident considérée occupent l'état IBNR au temps 0. Ensuite, ils commencent leur chemin vers le règlement en passant à l'état RBNP et/ou à une séquence d'états RBNS jusqu'à la clôture. Ici, n désigne le nombre maximal d'états RBNS avant le règlement final. Notez que le temps nécessaire au règlement peut être supérieur à n car chaque demande peut généralement passer plus d'un an dans chaque état. Les

différents éléments du modèle multi-états sont précisément définis comme dans la figure 17 et ci-dessous.

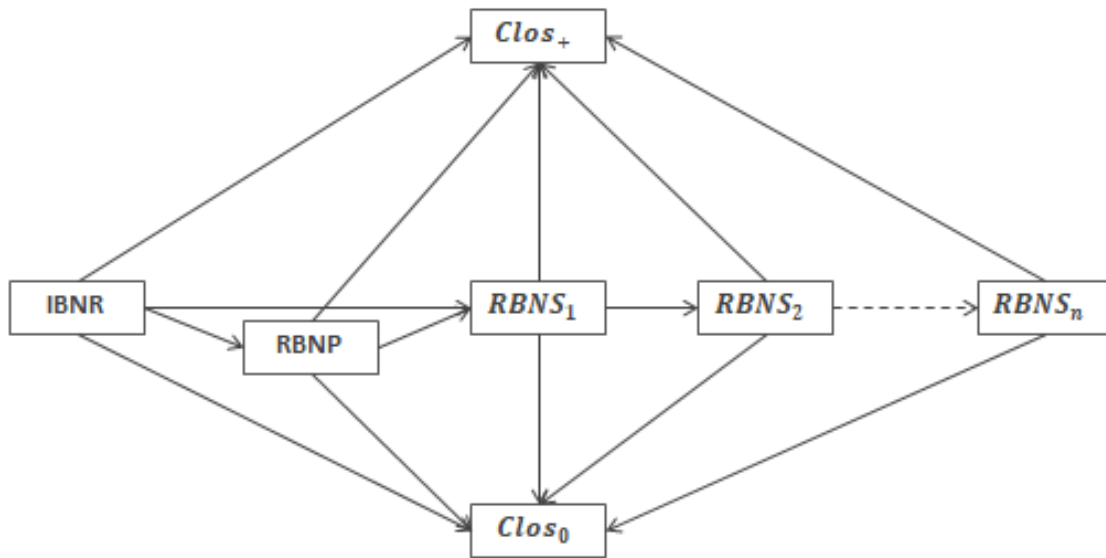


Figure 17 : Définition des états du modèle

Les nombres d'événements assurés survenant au cours de chaque année d'accident sont supposés être indépendants les uns des autres et distribués selon la loi de Poisson. Les moyennes de Poisson sont autorisées à varier entre les années d'accident. Cette spécification est conforme au fait que les délais de déclaration des sinistres obéissent à un processus de Poisson non homogène. Les moyennes de Poisson variant dans le temps prennent en compte

- Les tendances temporelles,
- Le volume : la taille du portefeuille peut changer au fil du temps, ce qui a évidemment un impact sur le nombre de sinistres.

Si le pas de temps est inférieur à un an, les moyennes de Poisson variables dans le temps peuvent également capturer les effets de saisonnalité.

2.2.1. État IBNR

L'état *IBNR* est l'état initial, où le dossier victime reste jusqu'à ce qu'il soit déclaré à l'assureur. Étant donné que les sinistres peuvent être déclarés à un moment ultérieur à celui où ils se sont réellement produits, le temps de séjour dans l'état *IBNR* est une variable aléatoire appelée D_{IBNR} et définie comme suivant :

$$D_{IBNR} = \min\{t = 1, 2, \dots, | S_t \neq IBNR\}.$$

Par conséquent, $D_{IBNR} = 1$, pour les dossiers victime qui sont déclarés au cours de la première année de développement (telle que $S_1 \neq IBNR$). Ensuite, $D_{IBNR} = 2$ est valable pour les dossiers victime déclarés un an après l'année de l'accident, c'est-à-dire pendant la deuxième année de développement, et ainsi de suite. L'état *IBNR* est en quelque sorte caché : l'assureur n'observe les sinistres que lorsqu'ils sont déclarés, c'est-à-dire lorsqu'ils quittent l'état *IBNR*. À ce moment-là, l'assureur obtient des informations sur l'événement assuré, y compris sa date de sinistre. Ainsi, le délai de déclaration D_{IBNR} peut être déterminé et le dossier victime peut être attribué à la bonne période d'accident. Une fois déclaré à l'assureur, le dossier victime quitte l'état *IBNR* et il y a plusieurs possibilités :

- Soit le dossier victime est déclaré mais l'assureur n'effectue aucun paiement à ce stade, de sorte qu'il passe à l'état *RBNP* défini ci-dessous,
- Soit il est déclaré et l'assureur effectue un paiement initial tel que le dossier victime passe directement à l'état de premier paiement $RBNS_1$ défini ci-dessous,
- Soit le dossier victime est clos au cours de l'année où il est déclaré et passe directement de l'état *IBNR* à :
 - L'état final avec paiement $Clos_+$
 - L'état final sans paiement $Clos_0$, les deux correspondant à une clôture. Dans ce cas, une éventuelle réouverture du dossier victime clôturé n'est pas prise en compte dans les états.

Les états correspondant à ces différentes situations sont définis plus en détail.

2.2.2. État RBNP

Si le dossier victime déclaré n'est pas clôturé pendant la période de déclaration mais que l'assureur n'a pas encore effectué de paiement, le dossier victime passe de l'état *IBNR* à l'état *RBNP*. Il y reste tant qu'il est ouvert mais l'assureur ne verse rien aux bénéficiaires. Lorsqu'il quitte l'état *RBNP*, le dossier victime peut se terminer avec ou sans paiements, ou les paiements peuvent commencer de sorte qu'il entre dans le premier état *RBNS* défini ci-dessous.

2.2.3. États RBNS

Si l'assureur effectue au moins un paiement en plus du paiement final, le dossier victime entre dans la cascade d'états *RBNS* illustrée à la figure 13. Plus précisément, le dossier victime se déplace le long de la série $RBNS_1, RBNS_2, \dots$ des états *RBNS* jusqu'à la clôture, une transition se produisant chaque fois qu'un paiement supplémentaire est effectué. Les dossiers victime passant de l'état *IBNR* à l'état $RBNS_1$ sont ceux pour lesquels l'assureur effectue un paiement initial mais qui ne sont pas clôturés pendant la période où ils sont déclarés. Les dossiers victime

passant de l'état *RBNP* à *RBNS₁* sont ceux pour lesquels un premier paiement est effectué par l'assureur mais qui restent ouverts par la suite. Lors du passage de l'état *IBNR* ou *RBNP* au premier état *RBNS₁*, l'assureur effectue un premier paiement non final. Plusieurs paiements peuvent effectivement être effectués pendant l'année de développement et le montant total payé pendant cette période est enregistré comme le premier paiement. Ensuite, chaque fois qu'un paiement est effectué par l'assureur, le dossier victime passe à l'état *RBNS* suivant, jusqu'au paiement final. Une hypothèse est prise de telle sorte que tous les dossiers victime sont réglés après un nombre maximal de paiements n , de sorte que les états *RBNS* soient indexés de 1 à n . Étant donné qu'un dossier victime peut rester pendant plusieurs périodes dans chaque état *RBNS*, la durée totale du paiement peut être supérieure à n . La valeur de n n'a pas besoin d'être spécifiée dans l'application, car le fait de laisser n tendre vers l'infini peut être considéré comme un facteur de queue captant les évolutions exceptionnellement longues.

2.2.4. États de clôture

À partir de chaque état *IBNR*, *RBNP*, *RBNS₁*, *RBNS₂*, ... le dossier victime peut se terminer avec ou sans paiement final. Ceci est formalisé par une transition de l'un de ces états vers l'état final *Clos₊* ou *Clos₀*. La différence entre les deux types de clôture dépend de la présence d'un paiement final lors de la clôture. Si aucun montant n'est payé par l'assureur à la clôture, la demande passe à l'état final *Clos₀*, tandis qu'une transition vers *Clos₊* indique que l'assureur effectue un paiement final à la clôture. Une transition directe de l'état *IBNR* ou *RBNP* à l'état *Clos₀* ou *Clos₊* correspond au cas où le sinistre est réglé pendant la période de déclaration et est clôturé sans aucun paiement ou avec un paiement survenant pendant la première période seulement. Les états *Clos₀* et *Clos₊* sont les états finaux puisqu'aucune réouverture éventuelle des dossiers victime n'est prise en compte. Par convention, un dossier victime qui se rouvre est considéré comme étant resté dans un état transitoire *RBNP* ou *RBNS*.

2.3. Taux de déclaration des sinistres et délai de déclaration

Dès qu'un sinistre est déclaré, l'assureur obtient des informations sur son retard de déclaration D_{IBNR} en fonction de la date d'accident, la durée du séjour dans l'état *IBNR* peut être déterminée. Cela permet à l'actuaire d'estimer la fonction de distribution du délai de déclaration et d'en déduire le nombre de sinistres tardifs. En pratique, cela peut également être fait en étudiant un triangle de liquidation agrégé des nombres de sinistres classés selon l'année d'accident, ou la période d'accident et le délai de déclaration. Cela permet de vérifier la cohérence des résultats dérivés

du modèle multi-états. Formellement, désignons par N_{tj} le nombre de sinistres survenus au cours de l'année d'accident t , c'est-à-dire du temps civil $t - 1$ à t , et déclarés à l'assureur au développement j , c'est-à-dire au cours de l'année civile $t + j - 1$. Le développement 1 correspond donc ici à l'année de l'accident. Conformément au modèle classique Chain-Ladder, la spécification multiplicative est utilisée :

$$E[N_{tj}] = \alpha_t \times \beta_j.$$

Soumise à la contrainte d'identifiabilité :

$$\sum_{j \geq 1} \beta_j = 1.$$

Les variables aléatoires N_{tj} sont supposées indépendantes et identiquement distribuées selon une loi de Poisson. Cela garantit que le nombre total

$$N_t = \sum_{j \geq 1} N_{tj}.$$

de sinistres pour l'année d'accident t obéit également à la distribution de Poisson avec une moyenne $E[N_t] = \alpha_t$, et que β_j est la probabilité qu'un sinistre soit déclaré au décalage j , c'est-à-dire $j - 1$ périodes après son apparition. Les paramètres α_t et β_j peuvent être estimés à partir du triangle avec les N_{tj} observés en utilisant la régression de Poisson. Le nombre de sinistres attendus α_t pour chaque année d'accident t permet à l'actuaire de suivre les tendances éventuelles (volume du portefeuille ou tendances du marché). Une exposition au risque est utile pour effectuer une inférence car α_t est le nombre attendu de sinistres, c'est-à-dire le produit entre le taux de déclaration de sinistres et l'exposition au risque. Pour l'évaluation des provisions techniques, seul le nombre attendu de sinistres α_t pour les périodes d'accident passées compte. Si elle est disponible, une mesure de volume peut être incluse comme compensation dans l'analyse de régression de Poisson permettant d'estimer les coefficients α_t et β_j . Une certaine stationnarité dans le modèle de déclaration est supposée, c'est-à-dire que les mêmes proportions β_j s'appliquent à toutes les années d'accident. Dans le cas où un changement quelconque a pu se produire, accélérant ou ralentissant le processus de déclaration à l'assureur, différents β_j peuvent être spécifiés en fonction de l'année de l'accident. La distribution du délai de déclaration D_{IBNR} , c'est-à-dire du temps de séjour dans l'état IBNR, peut alors être déduite des β_j résultants. Précisément, le retard de

déclaration est égal à 1 si le sinistre est déclaré pendant l'année de l'accident, c'est-à-dire au moment du développement $j = 1$. Plus généralement, le délai de déclaration est de j si le sinistre est déclaré au moment du développement j . Par conséquent,

$$P[D_{IBNR} = j] = \beta_j \text{ pour } j = 1, 2, \dots$$

La probabilité que le sinistre soit déclaré au cours du développement j ou avant est alors donnée par la formule suivante

$$\begin{aligned} P[S_j \neq IBNR | S_0 = IBNR] &= P[D_{IBNR} \leq j] \\ &= \beta_1 + \dots + \beta_j. \end{aligned}$$

Il s'agit de la probabilité qu'un sinistre survenu au cours de l'année civile t soit déclaré à l'assureur au plus tard au cours de l'année civile $t + j - 1$.

2.4. Probabilités de transition

La distribution de probabilité du processus stochastique $S = \{S_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$ correspondant au chemin vers le règlement final, en partant de $IBNR$, est décrite par les probabilités de transition. En travaillant dans un cadre semi-markovien, ces probabilités de transition dépendent de l'état actuel et du temps écoulé depuis que le sinistre est entré dans l'état actuel. Les informations disponibles pour un sinistre dans l'état S_t comprend le temps t , c'est-à-dire le temps écoulé depuis la survenance du sinistre, le délai de déclaration D_{IBNR} , l'état actuel S_t de sorte que le nombre de paiements effectués jusqu'à présent peut également influencer la trajectoire vers le règlement final, et le temps passé dans l'état actuel S_t . L'état $IBNR$ est un état spécifique car c'est un état caché. En effet, son existence est connue qu'après la déclaration du sinistre. C'est pourquoi la modélisation des états $IBNR$ et $RBNP$ ou $RBNS$ est faite séparément. Les probabilités de sortie et de transition sont calculées à l'aide d'une régression logistique, c'est-à-dire un modèle linéaire généralisé (GLM) binomial, les modèles calculent la probabilité $P(Y = 1 | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_p = x_p)$. Les variables de réponse Y dans les différentes régressions sont les différentes variables de transition générées pour chaque état, 0 si l'état précédent était le même et 1 s'il y a eu changement d'état. La probabilité de sortie de l'état est la première valeur à estimer. La régression est effectuée en utilisant un GLM avec une loi binomiale et la fonction de lien logit. Soit F la fonction définie par $F(t) = \frac{\exp(t)}{1 + \exp(t)}$, les modèles appliqués sont de cette forme :

$$P(Y = 1 | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_p = x_p) = F(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2).$$

Comme le processus est semi-markovien, les variables explicatives sont l'état précédent et le temps passé dans cet état. Le temps utilisé dans la modélisation est considéré comme une variable discrète. Une fois obtenu toutes les probabilités de transitions, les probabilités finales d'un état à l'autre sont obtenues en multipliant les probabilités estimées précédemment.

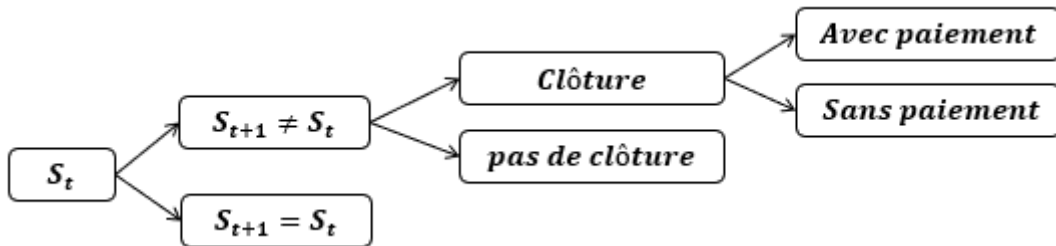


Figure 18 : Arbre des probabilités de transitions

Par exemple la probabilité pour l'état $Clos_1$ en sachant que le précédent état était S_t est calculée en multipliant les trois probabilités de la figure 18 ci-dessus de l'état S_t différent de S_{t+1} précédent la clôture par la probabilité d'être clos sachant que les deux états S_t et S_{t+1} sont différents et la probabilité d'avoir un paiement sachant qu'il est clos avec les deux S_t et S_{t+1} différents.

$$P[S_{t+1} = Clos_1 | S_t] = P[S_{t+1} \neq S_t | S_t] \times P[S_{t+1} = Clôture | S_t \text{ et } S_{t+1} \neq S_t] \\ \times P[S_{t+1} = Clos_1 | S_t \text{ et } S_{t+1} \neq S_t \text{ et } S_{t+1} = Clôture].$$

2.5. Cash-flow

2.5.1. Définitions

Les cash-flows correspondent à la transition entre certaines paires d'états, pour rappel il n'y a pas de cash-flow lorsque les dossiers victime entrent dans l'état $RBNS_0$, ou passent à l'état $Clos_0$. Les montants correspondants sont modélisés en utilisant un paiement initial P_1 éventuellement multiplié par une séquence de link ratio décrivant l'évolution des paiements cumulés jusqu'au coût final. Plus précisément, lorsque le dossier victime entre dans l'état $RBNS_1$, l'assureur effectue un premier paiement P_1 qui sera ensuite suivi de paiements P_2, P_3, \dots le long des états $RBNS$. Le montant cumulé payé jusqu'à présent par l'assureur pour un dossier victime dans l'état $RBNS_j$ est donné par

$$C_j = \sum_{k=1}^j P_k.$$

En supposant que les paiements sont effectués lorsque le dossier entre dans l'état *RBNS*. En notant que certains des paiements P_k peuvent être négatifs. Cela se produit lorsque l'assureur reçoit des montants de recours matérialisant le fait que le tiers adverse, impliqué dans le sinistre et assuré dans une autre assurance est reconnu responsable du sinistre. Le montant cumulé C_j doit néanmoins rester non négatif. Pour tenir compte de cette particularité, la modélisation se fait généralement sur les paiements à l'aide de link ratio définis par

$$\Lambda_j = \frac{C_{j+1}}{C_j} \text{ pour } j = 1, 2, \dots.$$

L'avantage de travailler avec de tels link ratio est qu'ils permettent de traiter facilement les paiements négatifs, la variable aléatoire Λ_j étant juste inférieure à 1 dans un tel cas. Chaque sinistre est accompagné de son propre cash-flow décrit par les variables aléatoires suivantes $P_1, \Lambda_1, \Lambda_2, \dots$ telles que

$$C_1 = P_1 \text{ et } C_j = P_1 \prod_{k=1}^{j-1} \Lambda_k \text{ pour } j \geq 2.$$

Les link ratio Λ_k ont une distribution spécifique à chaque état *RBNS_j*. Ils sont indépendants d'un sinistre à l'autre, c'est-à-dire que les évolutions spécifiques aux sinistres sont mutuellement indépendantes. Pour un sinistre donné, ces variables aléatoires sont indépendantes pour différentes valeurs de j , compte tenu des caractéristiques incluses dans l'analyse. Il existe donc une certaine dépendance entre la trajectoire de chaque dossier victime et le règlement. Il existe tout de même une certaine dépendance entre P_1 et Λ_1 , cette dépendance est néanmoins nécessaire pour éviter des coûts finaux élevés. En effet, un paiement initial important P_1 s'accompagne généralement de link ratio plus faibles par rapport à des paiements initiaux plus petits. Si le dossier victime n'entre pas dans les états *RBNS*, car elle se termine par un paiement unique, les link ratio ne sont pas nécessaires. Dans le cas où le dossier victime passe directement de l'état *IBNR* à l'état *Clos₊*, il n'y a qu'un seul paiement P_1 effectué par l'assureur, qui a une distribution spécifique, qui diffère de celle associée à un dossier victime qui entre dans l'état *RBNS₁*. Par commodité, les link ratio peuvent être fixés à 1 pour les états auxquels aucun flux de trésorerie n'est associé, comme *RBNP* et *Clos₀*).

2.5.2. Modélisation du premier paiement

La distribution log-normale est certainement le choix naturel pour la distribution des link ratio puisque les montants ultimes correspondant aux produits des link ratio sont donc également log-normaux. Plusieurs lois et plusieurs combinaisons de lois ont été testées pour la modélisation du premier paiement. Le meilleur fit correspond à un modèle mixte avec deux composantes log-normales. Une régression additive généralisée (GAM) est préférée. La variable explicative utilisée dans cette régression est à nouveau le temps passé dans l'état précédent. L'état précédent est finalement non significatif. L'estimation du premier paiement se fait donc par le modèle suivant :

$$E[Y|X^1] = \alpha + f(X^1).$$

Où X^1 est le temps passé dans l'état précédent et f la fonction de transformation de la variable X^1 . Il faut également vérifier que la fonction de transformation suit bien les paiements observés. Pour cela un test de Kolmogorov Smirnov est utilisé afin de vérifier le bon fit du modèle. L'hypothèse nulle du test est l'uniformité des données entre les paiements observés et les paiements simulés.

2.5.3. Modélisation des link ratio

Le principe est le même que la modélisation du premier paiement. Les comportements des link ratio successif sont différents et ne sont pas liés, chaque link ratio est modélisé séparément. Il est important de choisir le bon nombre de link ratio en fonction du volume existant dans les données, l'ultime modélisé par cette méthode dépend de ce choix. En analysant la valeur des premiers paiements en relation avec la valeur des link ratios qui les suivent, les paiements plus petits sont suivis par de grands link ratios alors que les paiements déjà plus élevés sont suivis par de plus petits link ratios. Afin d'éviter que la valeur des paiements explose et éviter la possibilité d'avoir un grand paiement suivi par un grand link ratio, une dépendance entre le premier paiement et la série de link ratio suivant est ajoutée. Cette dépendance est introduite par un seuil qui interviendra dans la modélisation des link ratios. Ce seuil est choisi en fonction de la visualisation des premiers paiements en fonction des premiers link ratio comme présenté dans la figure 19 ci-dessous.

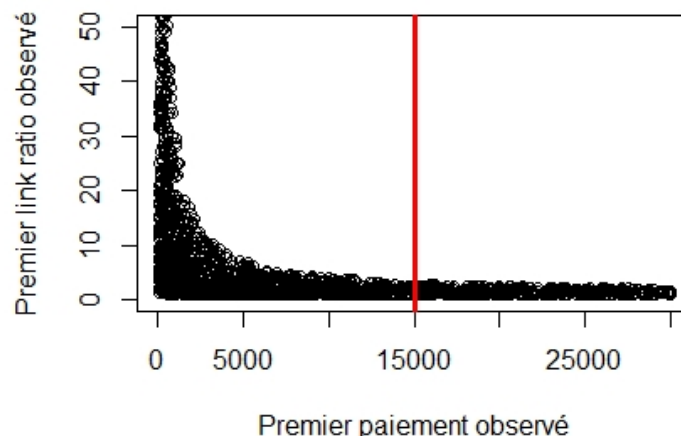


Figure 19 : Graphique des premiers paiements fonction des premiers link ratios

Une fois le seuil choisi, dans le modèle il est de 15k€, la modélisation des link ratios peut être poursuivie. Les link ratios sont également supposés log-normaux. Il s'agit de la distribution habituelle des link ratios et également celle utilisée pour la modélisation du premier paiement. Un modèle GAM est de nouveau utilisé avec pour variable réponse les link ratios (Y) en prenant en compte comme variable explicative le seuil appliqué (X^1) et le temps passé (X^2) dans l'état précédent.

$$E[Y|X^1, X^2] = \alpha + f(X^1) + f(X^2).$$

Il est possible que le seuil ne soit pas significatif pour tous les modèles de link ratio. Dans ce cas, il suffit de le supprimer du modèle concerné.

2.6. Création de la matrice

Toutes les informations obtenues précédemment vont permettre de créer une matrice à utiliser pour le calcul des paiements ultimes. Le modèle ajusté aux données est un modèle semi-markovien, les probabilités de transition dépendent du passé. Cette méthode analytique pour les coûts ultimes convient aux modèles de Markov, les probabilités ne peuvent pas dépendre du passé. La propriété suivante pour transformer le processus semi-markovien en processus markovien est utilisée : le processus $\{S_t, t = 0, 1, \dots\}$ est semi-markovien si et seulement si le processus $\{(S_t, D_t), t = 0, 1, \dots\}$ est markovien, D_t est le temps passé dans l'état.

2.6.1. Définition des états markoviens

Il faut d'abord transformer les états semi-markoviens en états markoviens en divisant chaque état semi-markovien en états artificiels. Le premier état correspond à l'occupation de l'état physique ($RBNP$ ou $RBNS_j$) pendant 1 an, le second correspond à l'occupation de l'état physique ($RBNP$ ou $RBNS_j$) entre 1 et 2 ans, et ainsi de suite.

Par exemple, $RBNP$ devient $(RBNP, 1)$ et $(RBNP, 2)$ si le temps dans le modèle est divisé de cette façon. Il faut numéroté les états de 1 à n de la manière suivante et ajouter cette variable dans les données comme présenté dans la figure 20 :

$$\begin{aligned}
 1 &= (IBNR, 0) & 2 &= (IBNR, 1) & 3 &= (IBNR, 2) & 4 &= (RBNP, 1) & 5 &= (RBNP, 2) \\
 6 &= (RBNS_1, 1) & 7 &= (RBNS_1, 2) & 8 &= (RBNS_2, 1) & 9 &= (RBNS_2, 2) & 10 &= (RBNS_3, 1) \\
 11 &= (RBNS_3, 2) & 12 &= (RBNS_4, 1) & 13 &= (RBNS_4, 2) & 14 &= (RBNS_5, 1) & 15 &= (RBNS_5, 2) \\
 16 &= (RBNS_3, 2) & 17 &= (Clos_0) & 18 &= (Clos_1)
 \end{aligned}$$

Figure 20 : Définition des états markoviens

La liste des états correspond à l'exemple utilisé et dépend bien sûr de ce qui est observé dans les données, l'application d'un sixième link ratio ajoutera par exemple deux états $(RBNS_6, 1)$ et $(RBNS_6, 2)$. Le nombre d'états obtenu pour chaque état semi-markovien réel dépend du modèle ajusté sur les probabilités. Dans le modèle, il y a 3 états markoviens correspondants à l'état semi-markovien $IBNR$, 2 correspondants à l'état $RBNP$, et encore 2 par l'état $RBNS_i$ où $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et les deux états de clôture $Clos_0$ et $Clos_1$. Cela donne finalement 18 états de Markov. La matrice de taille $n \times n$ contenant toutes les probabilités peut être construite avec la dimension $n = 18$.

2.6.2. Construction d'une table

La première étape est la construction d'un tableau contenant toutes les probabilités de transition possibles entre les états de Markov. A partir de ce tableau, l'obtention de la matrice est presque directe. Chaque ligne du tableau correspond à une transition possible dans le modèle. Le nombre de lignes du tableau correspond au nombre de transitions différentes possibles entre les états markoviens. Finalement, ce tableau doit contenir les variables suivantes :

- État initial, nombre compris entre 1 et $n - 2$ dans les paramètres de Markov.
- Etat de destination, nombre entre 2 et n dans les paramètres de Markov
- Etat et état précédent dans les paramètres semi-markovien
- Temps et temps précédent dans les paramètres de semi-markovien
- Probabilité de transition de l'état initial à l'état de destination
- Seuil de la dépendance entre les premiers paiements et les ratios de liaison
- Estimation du premier paiement moyen
- Link ratio moyen estimé
- Coût moyen estimé lié à la transition

2.6.3. Ajout des probabilités de transition entre états de Markov

Tout d'abord il faut combiner toutes les probabilités de transition entre les états semi-markoviens pour obtenir des probabilités entre les états de Markov (de 1 à n). Il faut considérer chaque transition possible et créer manuellement la valeur des états initiaux et de destination des sinistres liées à la transition. Une première transition possible à partir de n'importe quel état est la transition vers l'état de clôture avec un paiement. Une deuxième transition possible à partir de n'importe quel état est la transition vers l'état de clôture sans paiement.

2.6.4. Ajout des valeurs de link ratio

Comme dans le modèle des link ratios, la variable threshold différencie les paiements au-dessus ou en dessous d'un certain seuil, cette variable est ajoutée dans le tableau afin d'ajouter les valeurs moyennes des link ratios. Pour chaque link ratio, les données concernées par celui-ci sont conservées dans la table et les valeurs des paramètres dans chaque cas sont prédites. La prédiction des link ratios par le modèle expliqué précédemment donne les paramètres de la distribution : mu et sigma pour la distribution log-normale. Il faut ensuite calculer les moyennes de la distribution en utilisant ces valeurs pour chaque cas dans le tableau. Le mécanisme est le même pour chaque link ratio. Le cinquième link ratio sera utilisé pour les paiements supérieurs à 5.

2.6.5. Ajout des valeurs du premier paiement

La dernière chose à ajouter dans la base de données est la valeur des premiers paiements attendus. Comme une dépendance entre le link ratio et les premiers paiements est introduite, les valeurs dans la table ne peuvent pas être ajoutées de la même manière que ce qui est fait pour les link ratio. D'une part pour les sinistres qui n'ont pas encore été payés, l'expression du paiement cumulé final est la suivante :

$$E[P_1|P_1 < Th] \times \prod_{j=1}^n E[\Lambda_j|P_1 < Th] \times P[P_1 < Th] + E[P_1|P_1 \geq Th] \\ \times \prod_{j=1}^n E[\Lambda_j|P_1 \geq Th] \times P[P_1 \geq Th].$$

Cela signifie que deux matrices différentes doivent être utilisées. Une première matrice, considérant que le premier paiement est inférieur au seuil, donnera le premier terme de la somme de l'équation. Une seconde matrice, considérant que le premier paiement est supérieur au seuil, donnera le second terme. Le premier paiement moyen théorique attendu qui sera ajouté dans le tableau est donné par la

valeur suivante pour la première matrice : $E[P_1|P_1 < Th] * P[P_1 < Th]$ et $E[P_1|P_1 \geq Th] * P[P_1 \geq Th]$ pour la seconde. Ces deux valeurs peuvent être obtenues en utilisant la définition de l'espérance conditionnelle et le théorème des probabilités totales :

$$\begin{aligned} E[P_1|P_1 < Th] \times P[P_1 < Th] &= \int_0^{Th} x f_{P_1}(x) dx \frac{1}{P[P_1 < Th]} P[P_1 < Th] \\ &= \int_0^{Th} x f_{P_1}(x) dx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[P_1|P_1 \geq Th] \times P[P_1 \geq Th] &= E[P_1] - E[P_1|P_1 < Th] \times P[P_1 < Th] \\ &= E[P_1] - \int_0^{Th} x f_{P_1}(x) dx. \end{aligned}$$

Le calcul de cette intégrale permet d'obtenir les premiers paiements moyens.

2.6.6. Construction de la matrice

Toutes les informations nécessaires à la matrice sont concentrées dans une seule table. Il suffit maintenant de sélectionner chaque probabilité du tableau et de la placer dans la matrice. Cette position dépend de l'état initial qui sera placé en ligne et de l'état de destination qui sera sur les colonnes de la matrice. Chaque élément m_{ij} de la matrice correspond à la probabilité de sortir de l'état i et d'entrer dans l'état j où les états i et j sont des états des paramètres de Markov. Deux matrices sont calculées, l'une considérant les paiements au-dessus du seuil \tilde{M}_{up} et l'autre avec les paiements en dessous \tilde{M}_{down} .

2.7. Calcul des ultimes

Dans les données il ne faut garder que les lignes avec l'état final de tous les sinistres qui sont encore ouverts. Il faut ajouter ensuite l'information sur l'état de Markov occupé par chacune des dernières situations des sinistres expliqué précédemment. Le calcul du coût final fonctionne avec les matrices construites dans la section précédente.

- Pour les sinistres $RBNS_j$, le coût ultime attendu sur un horizon de k années est :

$$P_1 \left(\prod_{l=1}^{j-1} \Lambda_l \right) \omega^T \tilde{M}^k \mathbf{1}.$$

où \tilde{M} est \tilde{M}_{up} si $P_1 > 15000$ et \tilde{M}_{down} sinon.

- Pour les sinistres *RBNP*, le coût ultime attendu sur un horizon de k années est de :

$$\omega^T \tilde{M}_{down}^k \mathbf{1} + \omega^T \tilde{M}_{up}^k \mathbf{1}.$$

- Pour les sinistres *IBNR*, le coût total ultime attendu sur un horizon de k années est de :

$$E[N_{IBNR,ij}] (\omega^T \tilde{M}_{down}^k \mathbf{1} + \omega^T \tilde{M}_{up}^k \mathbf{1}).$$

où ω est un vecteur identité avec un à un la position correspondant à l'état d'occupation actuel, $N_{IBNR,ij}$ est le nombre de sinistres dans l'état *IBNR* survenus au cours de l'année d'accident i et déclarés à l'année de développement j . \tilde{M}_{up} et \tilde{M}_{down} sont les matrices de coûts et k est un nombre entier suffisamment grand pour atteindre presque sûrement la fermeture. Avant de calculer la provision ultime, il faut estimer le nombre de sinistres qui ont déjà eu lieu et qui seront déclarés dans les prochaines années. Ces sinistres sont inconnus mais il faut les payer dans l'avenir. Ce nombre de sinistres dépend de l'année de survenance du sinistre et de son année de déclaration. Pour estimer le nombre de sinistres survenus chaque année il faut créer un triangle avec tous les sinistres, regroupés par année d'accident et par délai avant déclaration, dans l'étude le délai de déclaration correspond au délai de déclaration du dossier victime dans la première maille de données. Sur la base de ce triangle, une régression de Poisson est utilisée elle permet d'estimer le nombre de sinistre en fonction de l'année de l'accident et du délai de déclaration. En appliquant un GLM et après vérification de la significativité des variables, les sinistres peuvent rester au maximum 2 ans dans l'état *IBNR*. Pour la deuxième et troisième année de développement une moyenne du nombre de dossier tardif est appliquée, le vecteur contenant ces deux nombres est appelé *IBNR* moyen.

2.8. Premier résultats et critiques de la méthode

2.8.1. Premiers résultats bruts

En appliquant la méthodologie directement sur les sinistres ayant dépassé au moins une fois au cours de leur vie le seuil de 500k€ sur les sinistres survenus en 2020 et

précédemment, les montants de Best Estimate total calculé à fin 2020 explosent complètement dans la figure 21 ci-dessous :

Md€	BE micro reserving	Provisions dossier
2020	32,95	2,00

Tableau 21 : Résultats BE par la méthode de matrice d'état semi-markovienne

Le BE est complètement démesuré par rapport aux provisions dossier. Ce résultat décrédibilise la méthode malgré un seuil de premier paiement à 15k€. Les paiements en capitaux ou le passage en rente servie ne permettent nullement à la méthode de projeter des ultimes.

2.8.2. Critiques de la méthode

Sur une vision individuelle des ultimes par dossier victime, la méthode exclue des dossiers non encore clos sur lesquels il reste des provisions dossiers. Cet écart provient de l'affectation des différents états, si un dossier victime a déjà passé le dernier état $RBNS_n$ aucune projection supplémentaire n'est faite. **Les montants de paiement en rente pour**La complexité de la construction de la méthodologie oblige à vérifier si tous les modèles GLM et GAM sont adéquats et si toutes les variables utilisées sont significatives. Si ce n'est pas le cas la recherche de la meilleure construction de la variable est à travailler et entraine des développements supplémentaires par la suite. Une fois les variables significatives obtenus, plusieurs tests sont à réaliser sur l'adéquation des lois aux données. Cette partie n'est pas forcément vérifier pour chaque link ratio, ceci confirme que la méthode sur ce type de données n'est pas du tout adéquate.

Dans la suite une autre vision est testée, une méthode mixte entre l'application des méthodes vies aux rentes en attente de passage en rente ou de paiement en capital est utilisée avec des paramètres best estimate d'une part et d'autre part la méthode expliquée précédemment est testée à partir de plus petit montant de paiement puisque les paiements utilisés sont nets des paiements en rente et des paiements en capital.

3. Construction d'un modèle mixte ligne à ligne

Les hypothèses Chain Ladder confirment la nécessité de passer à un modèle ligne à ligne, de plus le fait d'avoir un calcul avec des techniques similaires à de la vie en amont fausse les coefficients Chain Ladder, sur une année de développement un coefficient sera élevé sur une année de survenance spécifique à cause de l'apparition d'une ou plusieurs rentes ou capital en attente. L'avantage de cette projection par un triangle inclus en même temps les aggravations des victimes et également les sinistres tardifs, ce qui est plus compliqué à projeter en une seule fois par une méthode ligne à ligne. Pour le provisionnement ligne à ligne, la maille d'étude pourrait descendre jusqu'à la modélisation des postes de préjudice par victime. Les données n'étant pas disponibles pour toutes les victimes et pour un historique équivalent au triangle de projection, l'étude ne peut être faite à cette maille. L'étude proposée dans cette partie sépare les futures rentes ou le futur capital à payer pour les garanties assistance tierce personne (ATP), la perte de gain professionnel futur (PGPF) et les dépenses de santé futures assimilé à des techniques actuarielles vie, des autres postes de préjudice qui sont payés lors de la consolidation de la victime et présente donc des cadences de paiement plus courte que les trois autres postes ci-dessus. L'étude consiste donc à estimer les trois postes séparément pour chaque victime lorsqu'ils sont déjà présents et de projeter les autres postes de préjudice ensemble à partir d'une méthode de changement d'état, permettant de rester sur une méthode ligne à ligne. Il manquera bien sûr dans cette partie la prise en compte de sinistres tardifs, la vision est également de les estimer ligne à ligne et de vérifier s'ils peuvent comprendre des aggravations des victimes pouvant atteindre un ou plusieurs des trois postes estimer individuellement. Pour rappel, il faut considérer que le coût des sinistres est la somme des coûts par victime tel que, si n est le nombre de victime :

$$Charge\ sinistre_k = Taux\ de\ responsabilité_k * \sum_{j=1}^n Charge\ victime_j.$$

Ainsi que la charge d'une victime correspond à la somme des charges des postes de préjudices. Soit p le nombre des postes de préjudice autre que les postes ATP, PGPF et DSF, la charge de la victime s'écrit donc :

$$Charge\ victime_j = Charge_{ATP} + Charge_{PGPF} + Charge_{DSF} + \sum_{i=1}^p Charge\ autre\ poste_i.$$

3.1. Formule utilisée dans le cas d'une rente servie et d'un paiement en capital

Le gestionnaire sinistre lorsqu'il provisionne le montant probable de paiement en rente, prend en compte l'âge de la victime au moment du calcul c'est-à-dire qu'il ne prend pas en compte le délai de liquidation de la rente. Dans la vision BE, ce délai de liquidation est pris en compte dans le calcul, car ne pas le prendre en compte est trop prudent ce qui est contraire à la vision BE. En effet, calculer la future provision mathématique qui devra être constituée lors du passage en rente servie prend en compte des montants probables de paiements de rente supplémentaires alors qu'il n'y aura pas de paiement de rente pendant cette période. Ce calcul surestime la provision à constituer. Pour le calcul d'une rente viagère, la formule prise en compte est de la forme :

$$Provision = rente * Coeff_{revalorisation} * \sum_{i \geq d}^{\infty} \left(\frac{l_{x+d+i}}{l_{x+d}} * \frac{(1 + tx_{rev FGAO})^i}{(1 + tx_{actu})^i} \right).$$

La formule considérant en plus du montant probable futur à payer lié au passage en rente avec le délai de liquidation, une prise en compte de la revalorisation ou non de la rente faite par le gestionnaire sinistre, en effet la première information reçue par le gestionnaire sinistre pour le calcul du montant de l'annuité à payer peut évoluer dans le temps. Sur la même base le calcul pour une rente temporaire est de la même forme :

$$Provision = rente * Coeff_{revalorisation} * \sum_{i \geq d}^{65-x+1} \left(\frac{l_{x+d+i}}{l_{x+d}} * \frac{(1 + tx_{rev FGAO})^i}{(1 + tx_{actu})^i} \right).$$

3.2. Paramétrage des postes ATP, PGPF et DSF avec indemnisation en rente

Ses trois postes ont été choisis pour la modélisation séparée car ils représentent la plus grosse part des provisions dossier/dossier au-delà d'un certain seuil et contiennent toutes les rentes en attente sur lequel une modélisation individuelle a plus de sens. Intégrer dans le modèle ce calcul individuel de provision mathématique future améliore le calcul de l'ultime. Le calcul s'effectue uniquement sur le passage en rente, il reste le passage en capital qui est non modélisé individuellement dans le modèle par manque de données individuelles par poste de préjudice et pris en compte dans la deuxième partie. Comme expliqué dans la première partie le principe de capitalisation est appliqué sur le calcul de ses postes de préjudice, la vision de

calcul en best estimate transforme l'application des formules faite par les gestionnaires sinistre ayant une vision prudente et ne correspondant pas à une vision best estimate.

3.2.1. Modélisation du délai de liquidation de la rente

3.2.1.1. Estimateur non-paramétrique de Kaplan-Meier

Le délai de liquidation de la rente est un paramètre important dans le calcul appliqué en vision best estimate. Un délai de liquidation moyen doit être calculé pour les rentes en attente en sachant qu'elles sont restées un nombre d'année d en attente, avec d des valeurs entières car l'utilisation des tables de mortalité est restreinte à un âge entier. Pour cela, un modèle de durée est appliqué en définissant T une variable aléatoire à valeurs dans $[0; +\infty[$ modélisant le nombre d'année avant que la rente soit servie. La fonction de répartition de T se note $F(T) = P(T \leq t)$, sa fonction de survie s'écrit $S(t) = 1 - F(t) = P(T > t)$ avec $S(0) = 1$ car $P(D = 0) = 0$. Deux paramètres sont à prendre en compte pour la modélisation, le temps qui est une variable continue exprimée ici en année et la survenue ou non du passage en rente servie modélisé par 1 si c'est le cas et 0 si la rente est toujours en attente. L'estimateur non-paramétrique de Kaplan-Meier est utilisé avec censure lorsque la rente est servie. Cet estimateur permet de calculer de façon empirique la fonction de survie des données. La période de survie observée est une discrétisation du temps délimitée par $\{t_j | j = 1, 2, \dots, m\}$ où $0 = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n = \infty$. La construction de l'estimateur $\hat{S}(t)$ se fait à partir de l'idée suivante où ne pas passer en rente après le temps t c'est être en rente en attente juste avant t et ne pas être servie au temps t . La fonction de survie $S(t)$ s'appuie sur les probabilités conditionnelles, la probabilité de ne pas passer en rente au-delà de $t > s$ s'écrit donc :

$$S(t) = P(T > t | T > s) \times P(T > s) = P(T > t | T > s) \times S(s).$$

Le calcul de la fonction de survie revient à estimer pour chaque instant t_j où se produit le passage en rente la probabilité $p_j = P(T > t_j | T > t_{j-1})$ de rester en rente en attente sur l'intervalle $[t_{j-1}, t_j[$ sachant que la rente était toujours en attente à l'instant t_{j-1} . Soit d_j le nombre de rente en attente qui sont servies au temps t_j et n_j le nombre de rente en attente, y compris celles qui sont servies à l'instant t_j , la probabilité de se maintenir en rente après t_j est calculée à partir du produit de tous les p_j estimés pour chaque date de passage en rente. Cette probabilité s'obtient en passant à l'opposé qui est la probabilité q_j de passer en rente à l'instant t_j , cette probabilité s'écrit $p_j = 1 - q_j = 1 - \frac{d_j}{n_j}$. L'estimateur de la fonction de survie se calcul donc :

$$\hat{S}(t) = \prod_{t_j \leq t} p_j = \prod_{t_j \leq t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right).$$

La fonction $\hat{S}(t)$ est une fonction décroissante par palier, elle part de 1 et décroît à chaque temps t_j . En cas de censure et/ou de troncature, seul le nombre de risque est impacté avec la prise en compte des censures et des troncatures dans le calcul du n_j . Les propriétés de cet estimateur sont multiples, c'est d'une part un estimateur sans biais, i.e. l'espérance de l'estimateur $\hat{S}_n(t)$ converge presque sûrement vers $S(t)$ lorsque n tend vers l'infini. Il est également asymptotiquement distribué comme une loi normale de moyenne $S(t)$. Tout estimateur a une variance et un intervalle de confiance à estimer, l'écart-type découle de la variance de Greenwood calculée comme suit :

$$V[S(t)] = \hat{S}(t)^2 \times \sum_{t_j} \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)}.$$

3.2.1.2. Application numérique

Les données utilisées sont non détaillées par poste de préjudice et sont uniquement disponible à la maille dossier victime. A partir des données de passage en rente de la base, avec des données disponibles depuis l'année d'accident 1967 jusqu'en 2016, 596 rentes ont été servies sur les sinistres dépassant le seuil de 500k€. L'historique étant profond et existant bien avant la création de la table recueillant les calculs fait par les gestionnaires sinistres, l'information sur l'âge des victimes et le sexe ne sont pas disponibles. Dans la figure 22 ci-dessous la répartition de ces rentes servies par années d'accident.

Répartition des rentes par année d'accident

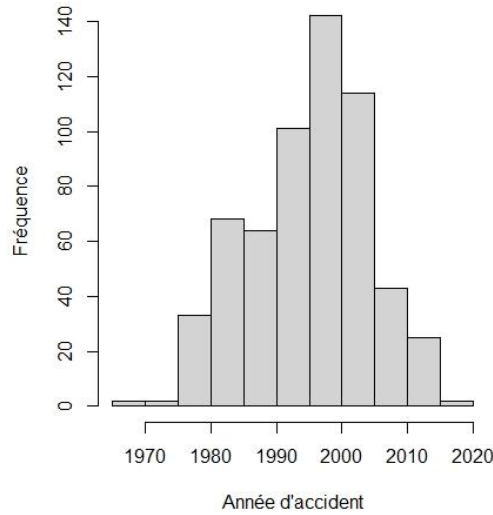


Figure 22 : Répartition des rentes servies par année d'accident

Plusieurs calculs de l'estimateur de Kaplan-Meier ont été appliqués en fonction des années d'accident. En effet la régulation n'était pas la même entre 1967 et 2016, il est donc difficile d'appliquer un délai moyen sur des années récentes prenant en compte une régulation différente. Pour montrer le décalage lié à ses années, trois graphiques ont été construits à partir de l'estimateur, de son intervalle de confiance et également le calcul de la médiane des estimateurs avec son intervalle de confiance qui permet de comparer les résultats de ces trois sélections.

Survie pour toutes les années d'accident

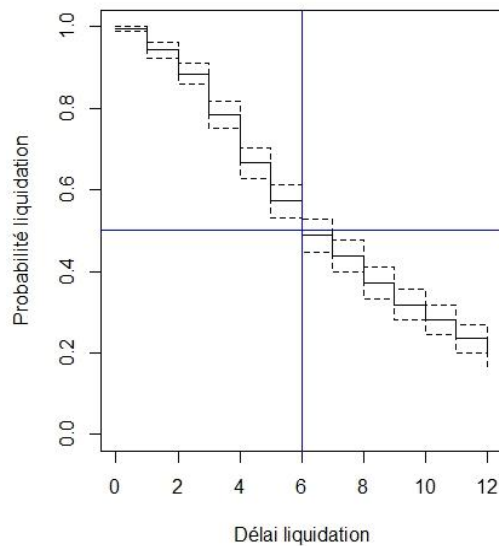


Figure 23 : Estimateur de Kaplan-Meier avec intervalle de confiance pour toutes les années d'accident

Dans la figure 23, pour toutes les années d'accident, l'estimateur a une médiane de 6 ans avec une probabilité supérieure à 0,20 pour les rentes en attente depuis 12 ans ce qui est justifié par le fait que des sinistres très anciens se sont rouverts avec une rente en attente. Ces rentes anciennes n'existent plus depuis l'harmonisation des calculs liés à la mise en place des postes de préjudice Dintilhac, les assureurs indemnisent plus rapidement les victimes de la route. Deuxième et troisième calcul d'un estimateur sur les années d'accident supérieures à 2000 et 2007, présenté dans la figure 24 :

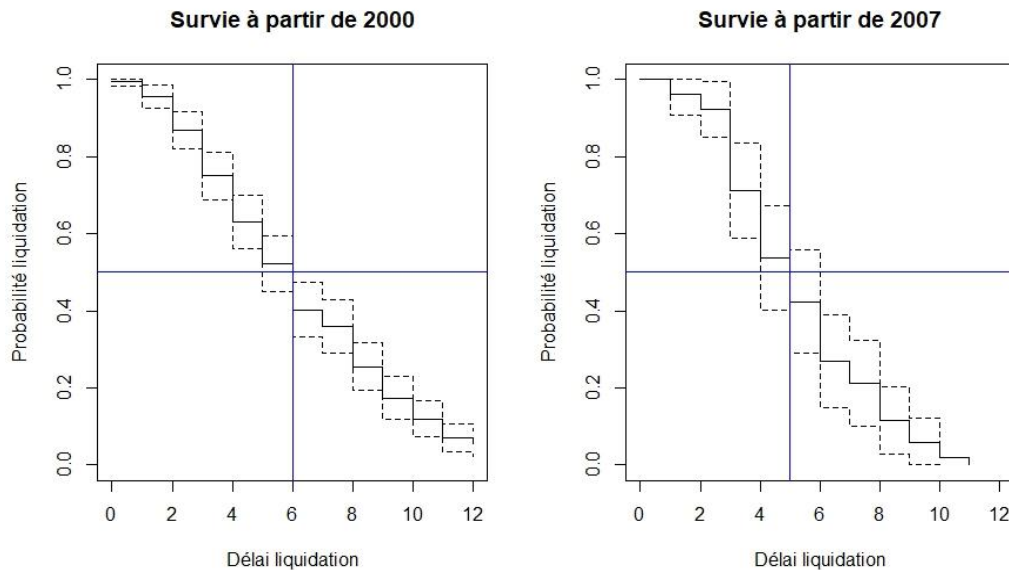


Figure 24 : Estimateur de Kaplan-Meier avec intervalle de confiance à partir de 2000 et 2007

En prenant en compte uniquement les rentes avec une année d'accident supérieure à 2000, la médiane estimée est de 6 ans. Cependant, la probabilité que la rente soit servie à 12 ans est plus faible qu'en considérant toutes les années d'accident. Pour les années d'accident supérieures à 2007, cette année est choisie en lien avec l'harmonisation des calculs des postes lié au rapport Dintilhac, la médiane de l'estimateur est de 5 ans mais les 52 observations prises en compte dans le calcul donnent des intervalles de confiance pour chaque point plus large que le deuxième estimateur. Cependant, la probabilité qu'une rente soit servie à 12 ans est nulle contrairement aux précédents estimateurs. La prise en compte de la profondeur d'historique de donnée biaise les résultats, il est logique qu'en prenant 13 ans d'historique, le délai maximal observé ne dépassera pas ce nombre d'année. Concernant les intervalles de confiance, pour toutes les années d'accident, l'estimateur varie de 6 à 7 ans, pour le deuxième de 5 à 6 ans et pour le troisième de 4 à 6 ans. La prise en compte des rentes servies à partir de l'année d'accident 2000 présente l'intervalle de confiance plus stable qu'à partir de 2007 tout en éliminant les points aberrants des années anciennes.

3.2.2. Prise en compte d'une revalorisation de la rente avant liquidation

Dès l'ouverture du dossier victime, le gestionnaire sinistre applique un barème de calcul pour obtenir un montant de rente annuelle. Il n'a pas toutes les informations en sa connaissance sur l'état de la victime, le montant de la rente évolue avant la liquidation. Pour prendre en compte cet effet évolution du dossier victime, une projection du montant de la rente est faite à la maille dossier victime en s'inspirant des méthodes utilisées pour la construction des triangles de paiement et de charge. Les données finales sont réparties par triangle avec en ligne l'année du premier calcul de la rente faite par le gestionnaire sinistre et en colonne l'année de développement lié à la date de revalorisation ou de mise à jour du calcul des rentes en attente. L'étude est faite à la maille sous poste de préjudice pour obtenir une vision la plus fine possible. Une hypothèse est prise en lien avec le délai de liquidation obtenu précédemment, les coefficients de projection sont tous égaux à un à partir de la sixième année. Dans la figure 25 ci-dessous, le graphique représentant les choix finaux des coefficients pour chacun des sous postes de préjudice :

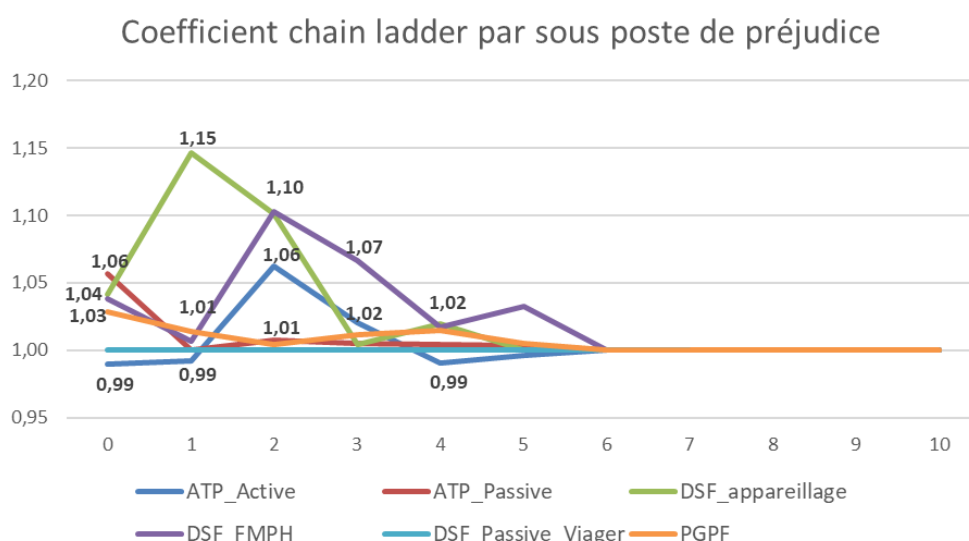


Figure 25 : Coefficient Chain Ladder sur les montants de rente par sous poste de préjudice calculé par les gestionnaires sinistre avant liquidation en rente

Finalement il n'y a que le sous poste DSF FMPH qui évolue encore au bout de 5 ans. Cette maille a été choisie pour prendre en compte les poids des différents sous postes de préjudice, par exemple la rente moyenne pour le poste ATP active est de 19K€ alors que la rente moyenne pour l'ATP passive est de 49K€. Les deux postes ne peuvent donc pas être projetés avec les mêmes coefficients. Dans la figure 26 ci-dessous l'évolution de la rente moyenne avant et après vieillissement en utilisant les coefficients de développement obtenus par les Chain Ladder par poste de préjudice :

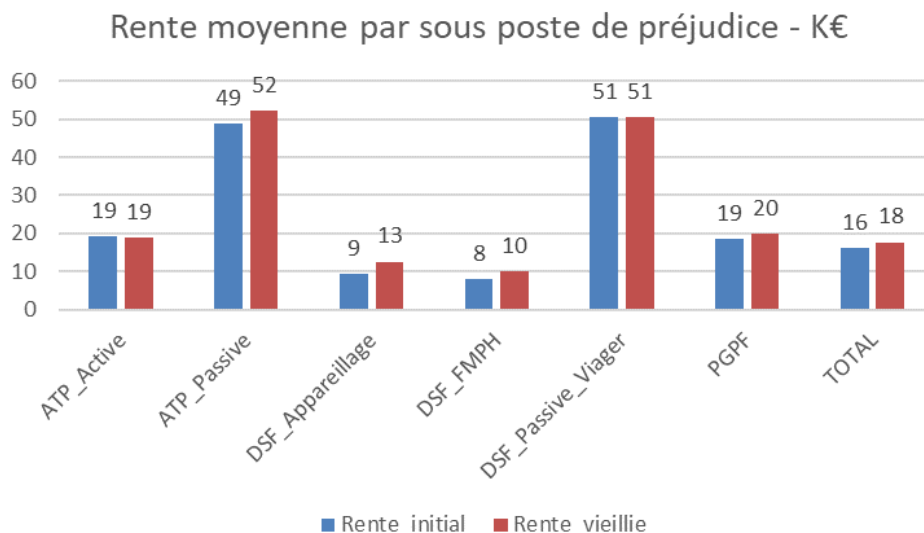


Figure 26 : Rente moyenne avant et après vieillissement

Le vieillissement de la rente est visible sur les sous postes comme l'ATP passive, le DSF appareillage et FMPH. Au global la rente moyenne avant liquidation augmente de 10%.

3.2.3. Calibrage des dossiers victimes tardifs

Dans la notion de tardif il est important de distinguer deux types de tardifs :

- Le dossier victime rattaché à un sinistre survenu et déclaré la même année
- Le dossier victime rattaché à un sinistre survenu mais non déclaré la même année

Le premier type de dossier victime tardif est lié au manque d'information que peut avoir un gestionnaire sinistre lorsqu'il ouvre et estime le sinistre dans le système de gestion sinistre. Le nombre de victime et l'état des victimes n'est pas forcément connu dès la première année. Le second correspond à un retard de déclaration du sinistre auprès de l'assureur. Les deux types de dossier victime sont projetés ensemble, les données pour le second type de dossier victime représente très peu de dossier, le nombre n'est pas suffisant pour pouvoir appliquer un Chain Ladder.

3.2.3.1. Evaluation du nombre de dossier victime tardifs

L'évaluation se fait par la méthode Chain Ladder à partir du triangle du nombre de victime constitué sur les sinistres déjà survenus et déclarés la même année pour lesquels des dossiers victimes ont été ouverts les années suivantes dans l'outil de calcul des gestionnaires pour l'estimation du coût du dossier par poste de préjudice. Le développement du triangle correspond donc au délai entre la première année de consolidation d'une rente en attente et l'année du sinistre. Les données étant récentes, elles sont complètes à partir de 2015 et débutent en 2020 au niveau du

triangle. Pour les sinistres survenus sur les années précédentes, une partie du triangle est manquante et les nombres de sinistre supplémentaires font beaucoup varier les coefficients Chain Ladder. Dans la figure 27 ci-dessous le type de triangle existant.

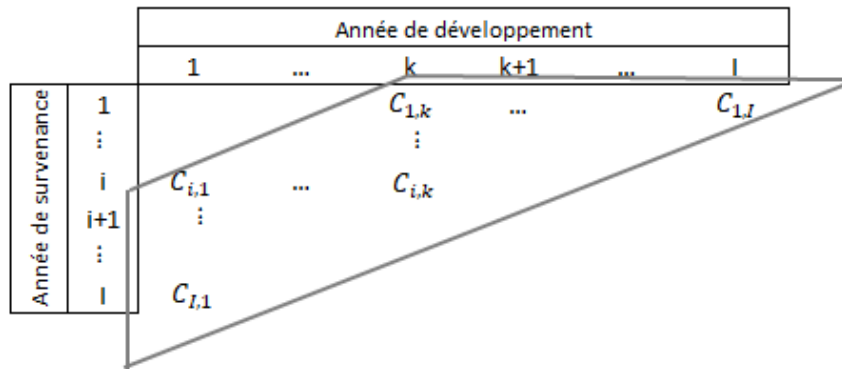


Figure 27 : Type de triangle du nombre de dossier victime tardifs sur des sinistres déjà connus

La difficulté sur ce type de triangle provient de l'estimation des coefficients à partir des années de développement affectées par un manque d'historique. Les coefficients Chain Ladder présents à la fin du triangle sont volatiles du fait de l'augmentation d'un seul dossier victime tardif comme dans la figure 28.

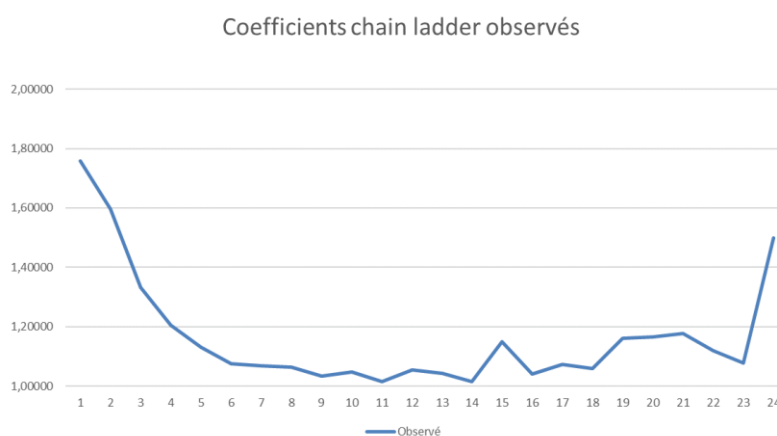


Figure 28 : Coefficients Chain Ladder moyen observés sur le triangle de nombre de dossier victime tardif

A partir du 10^{ième} coefficient Chain Ladder, les coefficients suivants sont plus instables et n'ont plus aucun intérêt puisque s'ils sont appliqués le nombre de dossier victime ultime flambent. Pour corriger les coefficients à partir de la 10^{ième} année, il faut utiliser un lissage de coefficients prenant en compte uniquement les 9 premiers coefficients. Plusieurs types de lissage ont été testés :

- Exponentielle : $f_{a,b}(x) = 1 + ae^{-bx}$

- Inverse power: $f_{a,b}(x) = 1 + \frac{a}{x^b}$
- Power : $f_{a,b}(x) = a^{b^x}$
- Weibull : $f_{a,b}(x) = \frac{1}{1 - e^{-ab^x}}$

L'estimation des a et b pour chaque lissage est calculé à partir des 9 premiers points des coefficients observé. Pour vérifier qu'un lissage est meilleur qu'un autre le R² est utilisé et permet de vérifier quel est le lissage le plus proche de la réalité.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Le R² le plus proche de 1 est préféré. Le lissage weibull est utilisé afin de lisser toute la fin de la courbe à partir du 15^{ième} coefficient, en prenant en compte dans l'estimation les 14 premiers coefficients, comme présenté dans la figure 29.

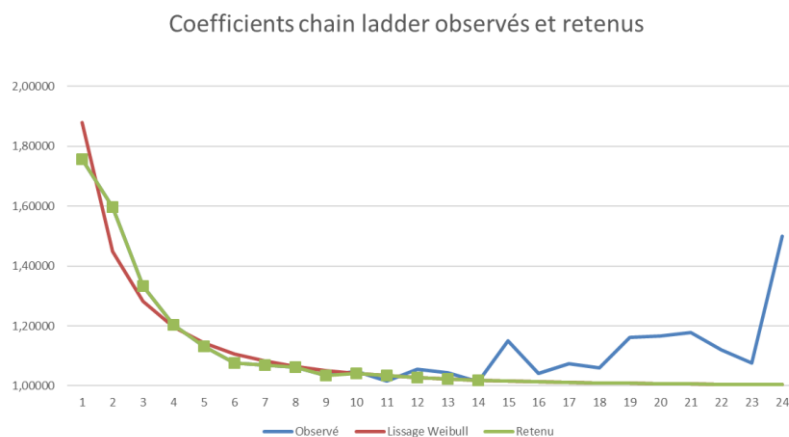


Figure 29 : Coefficients Chain Ladder observés et retenus après lissage

3.2.3.2. Calibrage d'un nombre de sous poste de préjudice moyen par dossier victime tardif

Le nombre de sous poste de préjudice est compris entre un et six, le maximum de sous poste est six. Dans la figure 30, 43% des dossiers victimes n'ont qu'un seul sous poste de préjudice, tandis que 32% des dossiers victimes ont 2 sous postes de préjudice. En répartissant le nombre de sous poste de préjudice sur les dossiers victimes tardifs, le nombre moyen de sous poste de préjudice est de 1,97.

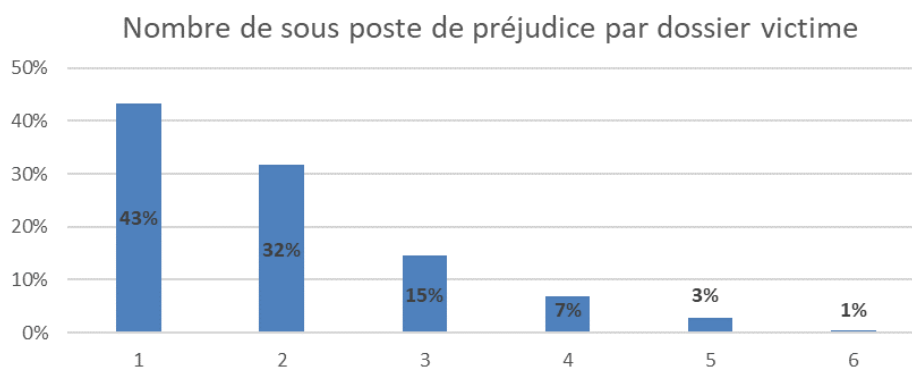


Figure 30 : Nombre de sous poste de préjudice pour les dossiers victime tardifs

Le nombre ne suffit pas, pour les dossiers victimes avec six sous postes la combinaison est simple, cependant pour les autres dossiers victime la répartition des sous postes par dossier est plus difficile.

Combinaisons des postes	Répartition
PGPF	18%
ATP_Active	15%
ATP_Active & PGPF	13%
DSF_FMPH	7%
DSF_Appareillage & DSF_FMPH	6%
ATP_Active & DSF_FMPH & PGPF	5%
ATP_Active & DSF_FMPH	4%
DSF_App	3%
ATP_Act & DSF_App & DSF_FMPH	3%
ATP_Active & DSF_App & DSF_FMPH & PGPF	3%
ATP_Act & ATP_Pass & DSF_App & DSF_FMPH & PGPF	3%
ATP_Act & ATP_Pass & PGPF	3%

Tableau 31 : Répartition des combinaisons pas sous poste de préjudice

Dans la figure 21, le tableau ne représente pas toutes les combinaisons possibles qui sont au nombre de 45 mais les combinaisons les plus présentes. Ces répartitions sont réajustées par rapport au nombre de dossier victime tardif à projeter dans le calcul des dossiers victime.

3.2.3.3. Calibrage de l'âge moyen des victimes

Sur tous les dossiers, l'âge moyen des victimes au moment de l'accident est de 37 ans contre 44 ans pour l'âge moyen à la consolidation du premier sous poste de préjudice contenant une rente en attente. La répartition par âge des victimes au moment de l'accident et l'âge au moment de la première consolidation faite par le gestionnaire sinistre est présentée dans la figure 32. Un décalage entre les deux moment est observé.

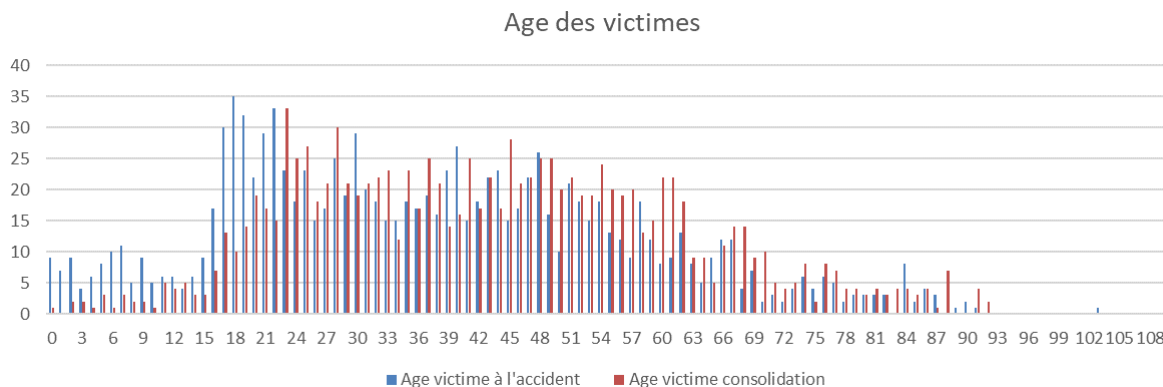


Figure 32 : Age des victimes au moment du sinistre et de la première consolidation par le gestionnaire sinistre

3.2.3.4. Calibrage du sexe de la victime

Dans la figure 33, les hommes sont le plus présents à 72% dans les dossiers victimes. Le calibrage du sexe dans la projection des dossiers victimes tardifs s'est fait via un aléa prenant en compte la répartition observée ci-dessous.

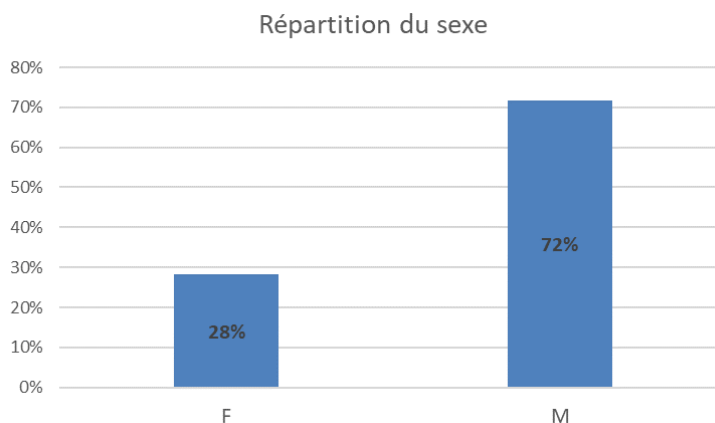


Figure 33 : Répartition du sexe par dossier victime tardif

3.2.3.5. Calibrage de la rente moyenne

Pour chaque sous poste de préjudice la rente moyenne provient de la rente vieillie calculée dans la partie c., rente moyenne par sous poste de préjudice avant liquidation de la rente.

3.2.4. Paramètres économiques

3.2.4.1. Revalorisation des rentes

Dans la norme française comptable, les rentes rattachées à un sinistre survenu à partir 2013 doivent comprendre dans son calcul une revalorisation FGAO de 2%. Cette revalorisation prend en compte l'inflation existant d'une part dans les salaires

du personnel nécessaire par exemple pour une assistance tierce personne et d'autre part l'inflation général. Ce taux de revalorisation des rentes est conservé dans la vision best estimate.

3.2.4.2. Taux d'actualisation

Les calculs sont faits en vision best estimate, les taux d'actualisation sont donc ceux de la courbe EIOPA mise à disposition mensuellement.

3.2.4.3. Table de mortalité

Les tables utilisées sont les mêmes que les gestionnaires sinistres utilisent dans leur calcul c'est-à-dire les tables TF et TH 00-02. Une table pour les femmes et une table pour les hommes. Dans le provisionnement la distinction entre hommes et femmes se fait.

3.3. Paramétrage des postes ATP, PGPF et DSF avec indemnisation en capital

3.3.1. Modélisation du délai de liquidation de la rente

Comme pour le paiement en rente, les données utilisées sont non détaillées par poste de préjudice et sont uniquement disponible à la maille dossier victime. A partir des données de passage en rente de la base, avec des données disponibles depuis l'année d'accident 1957 jusqu'en 2020, 349 678 paiements en capitaux ont été observés sur les sinistres dépassant le seuil de 500k€. L'historique étant profond et existant bien avant la création de la table recueillant les calculs fait par les gestionnaires sinistres, l'information sur l'âge des victimes et le sexe ne sont pas disponibles. Dans la figure 34 ci-dessous, la répartition de ces rentes servies par années d'accident :

Répartition des rentes par année d'accident

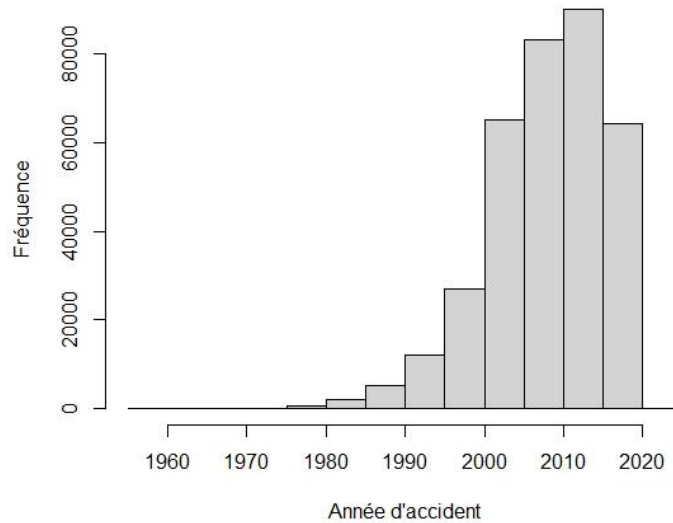


Figure 34 : Répartition des rentes servies par année d'accident

Plusieurs calculs de l'estimateur de Kaplan-Meier ont été appliqués en fonction des années d'accident. En effet la régulation n'était pas la même entre 1957 et 2020, il est donc difficile d'appliquer un délai moyen sur des années récentes prenant en compte une régulation différente. Par rapport au passage en rente servie, le délai de paiement en capital est le même en fonction des années d'accident observées. Pour le montrer, trois graphiques ont été construits à partir de l'estimateur et présenté dans les figures 35 et 36, de son intervalle de confiance et également le calcul de la médiane des estimateurs avec son intervalle de confiance permettant de comparer les résultats de ces trois sélections.

Survie pour toutes les années d'accident

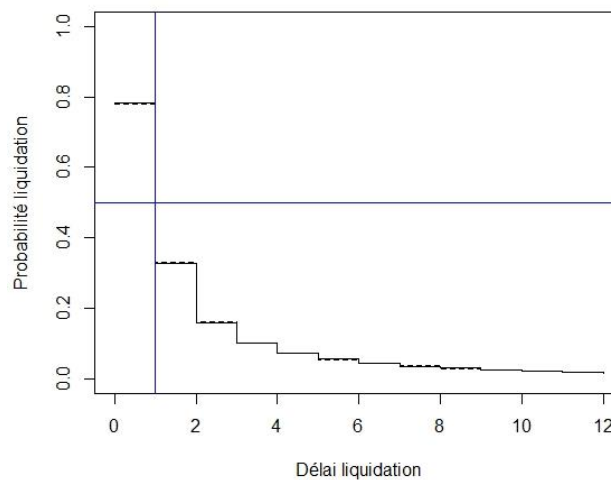


Figure 35 : Estimateur de Kaplan-Meier avec intervalle de confiance pour toutes les années d'accident

Pour toutes les années d'accident, l'estimateur a une médiane de 1 an avec une probabilité inférieure à 0,10 pour les rentes en attente de paiement en capital depuis 12 ans. Deuxième et troisième calcul d'un estimateur sur les années d'accident supérieures à 2000 et 2007 dans la figure 36.

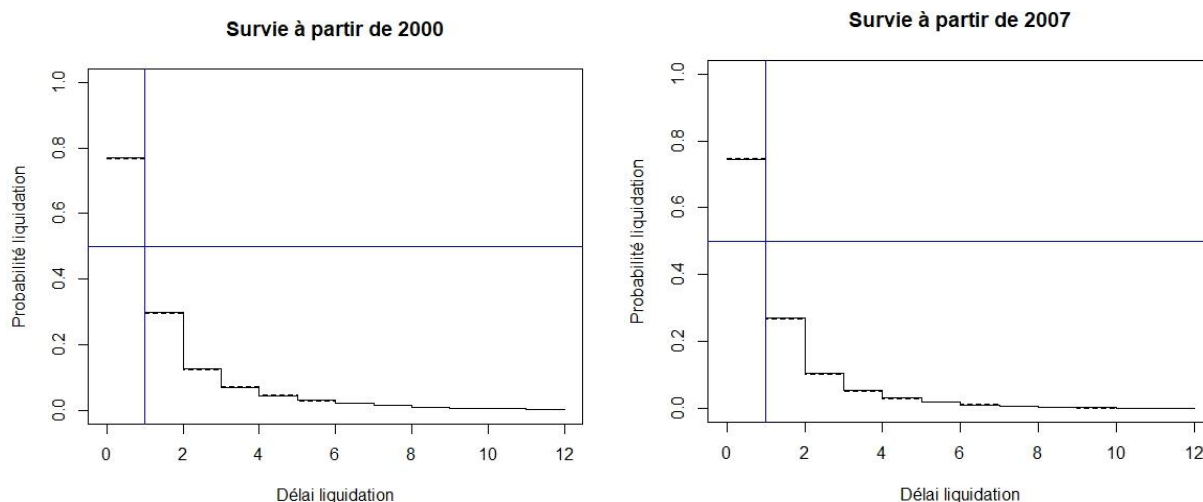


Figure 36 : Estimateur de Kaplan-Meier avec intervalle de confiance à partir de 2000 et 2007

Pour chacun des graphiques, la médiane estimée est de 1 an. Les probabilités pour chaque année évoluent très peu que ce soit en prenant toutes les années d'accident, ou à partir d'année d'accident plus récente. La prise en compte de la profondeur d'historique de donnée ne biaise pas les résultats. Concernant les intervalles de confiance, pour toutes les années d'accident, l'estimateur ne varie pas avec un minimum et un maximum de 1 an. Ces résultats sont étonnants par rapport au délai de liquidation avec une rente servie, dans les données de paiement, il peut y avoir plusieurs paiements en capital. Les données sont manquantes sur les sous postes de préjudice, ceci ne permet pas de zoomer exclusivement sur les trois postes de l'étude. Ces données emportent sûrement d'autres postes et également un problème de qualité de la donnée. Dans la suite du calcul, un délai de liquidation de 6 ans est appliqué comme pour la partie rente attende d'être servi.

3.3.2. Prise en compte d'une revalorisation de la rente avant liquidation

Cette partie est sur la même base de calcul que le paragraphe III.2.b. Dès l'ouverture du dossier victime, le gestionnaire sinistre applique un barème de calcul pour obtenir un montant de rente annuelle. Il n'a pas toutes les informations en sa connaissance sur l'état de la victime, le montant de la rente évolue avant la liquidation. Pour prendre en compte cet effet évolution du dossier victime, une projection du montant

de la rente est faite à la maille dossier victime en s'inspirant des méthodes utilisées pour la construction des triangles de paiement et de charge. Les données finales sont réparties par triangle avec en ligne l'année du premier calcul de la rente faite par le gestionnaire sinistre et en colonne l'année de développement lié à la date de revalorisation ou de mise à jour du calcul des rentes en attente. L'étude est faite à la maille sous poste de préjudice pour obtenir une vision la plus fine possible. Une hypothèse est prise en lien avec le délai de liquidation obtenu précédemment, les coefficients de projection sont tous égaux à un à partir de la sixième année. Dans la figure 37 ci-dessous, le graphique représentant les choix finaux des coefficients pour chacun des sous postes de préjudice :

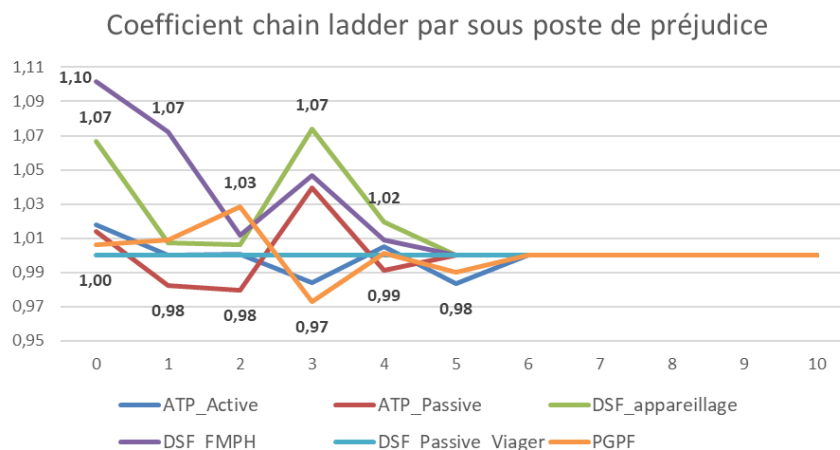


Figure 37 : Coefficient Chain Ladder par sous poste de préjudice pour l'indemnisation en capital

Cette maille a été choisie pour prendre en compte les poids des différents sous postes de préjudice, par exemple la rente moyenne pour le poste ATP active est de 35K€ alors que la rente moyenne pour l'ATP passive est de 70K€, ce qui est l'inverse des rentes en attente d'être servi. Les deux postes ne peuvent donc pas être projetés avec les mêmes coefficients. Dans la figure 38 ci-dessous est présentée l'évolution de la rente moyenne avant et après vieillissement en utilisant les coefficients de développement obtenus par les Chain Ladder par poste de préjudice et appliqué sur les rentes en attente de paiement en capital :

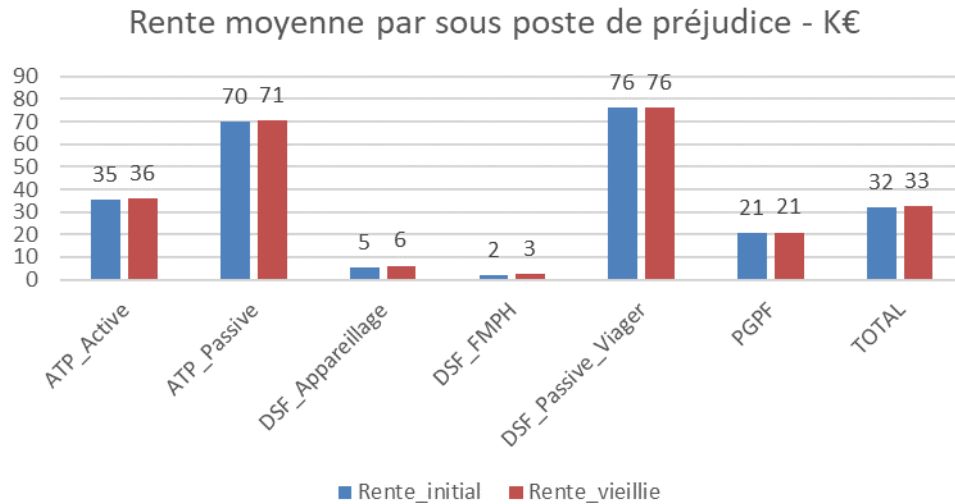


Figure 38 : Rente moyenne pas sous poste de préjudice pour l'indemnisation en capital - k€

Le vieillissement de la rente annuelle est moins fort que pour les rentes en attente d'être servi. La rente moyenne augmente de 1,3%. Le gestionnaire sinistre a moins d'incertitude sur le montant de capital à payer à une victime.

3.3.3. Calibrage des dossiers victimes tardifs

3.3.3.1. Evaluation du nombre de dossier victime tardifs

La même méthode est appliquée qu'en III.2.c.i. Une projection du nombre de dossier victime a été faite sur la totalité des dossiers victimes. Pas de différence entre les dossiers victime tardif mais qui était déjà déclaré à l'ouverture du sinistre et ceux dont le sinistre a été déclaré plus tard. Le triangle prend en compte le délai que le gestionnaire a mis pour faire son calcul dans l'outil de gestion sinistre avec les années de sinistre en ligne. Pour cette partie, le triangle a encore moins de données et elles sont concentrées sur les années de sinistre à partir de 2015 avec des ouvertures de dossiers plus tardives sur les années 2010 à 2014. En appliquant un Chain Ladder et en utilisant le lissage exponentiel expliqué dans la partie III.2.c., les coefficients retenus pour la modélisation sont dans la figure 39 ci-dessous :

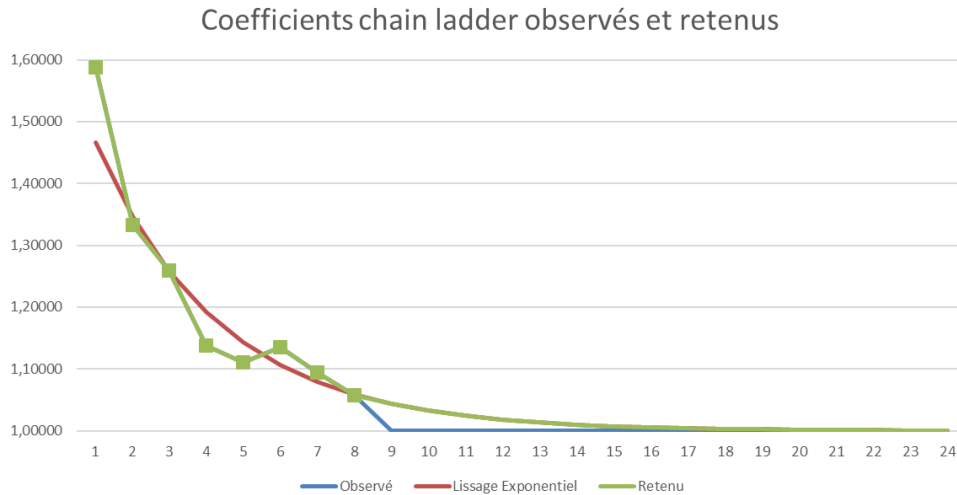


Figure 39 : Coefficients Chain Ladder observés et retenus après lissage pour les rentes payées en capital

Le manque de données sur la fin du triangle amène la moyenne des coefficients Chain Ladder à 1. Dans ce cas le lissage est très utile car il permet de prolonger en moyenne les coefficients absents par manque de donnée.

3.3.3.2. Calibrage d'un nombre de sous poste de préjudice moyen par dossier victime tardif

Le nombre de sous poste de préjudice potentiel est compris entre un et six. En répartissant le nombre de sous poste de préjudice sur les dossiers victimes tardifs, le nombre moyen de sous poste de préjudice est de 2,17. Par rapport aux rentes en attente d'être servi, le nombre de sous poste est plus élevé pour un paiement en capital, ci-dessous la figure 40 :

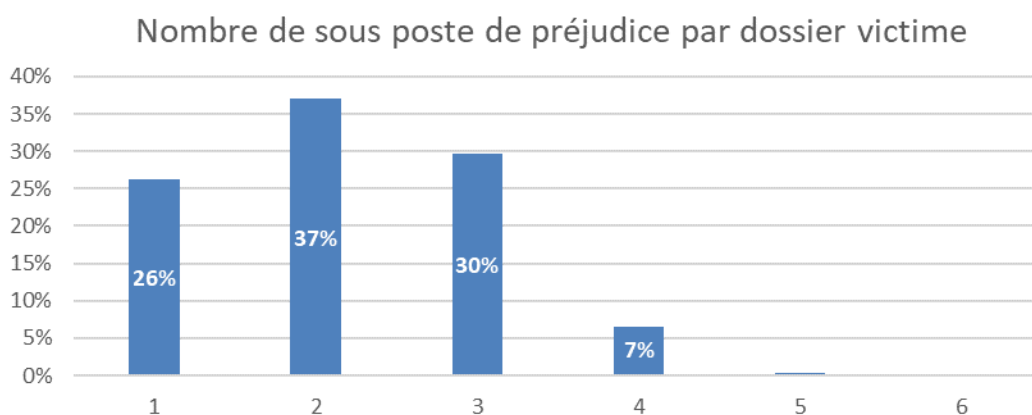


Figure 40 : Nombre de sous poste de préjudice pour les dossiers victime tardifs en paiement en capital

Il y a également plus de dossier victime avec 3 sous poste de préjudice qu'un seul sous poste de préjudice. Cependant il n'y a aucun sous dossier avec 6 sous postes de préjudice. Comme le but est d'avoir des dossiers victimes attachés à des sinistres pouvant être réassurés, les combinaisons de poste pour avoir les cas de 1, 2, 3, 4 et 5 sous postes de préjudice est nécessaire.

Combinaisons des postes	Répartition
ATP_Act & PGPF	18%
ATP_Act & ATP_Pass & PGPF	18%
PGPF	10%
ATP_Act	8%
ATP_Act & ATP_Pass	8%
ATP_Act & DSF_FMPH & PGPF	6%
DSF_FMPH	5%
DSF_FMPH & PGPF	3%
DSF_App	3%
ATP_Act & DSF_FMPH	3%
ATP_Act & ATP_Pass & DSF_FMPH & PGPF	3%

Figure 41 : Répartition des combinaisons pas sous poste de préjudice

La figure 41 ne représente pas toutes les combinaisons possibles qui sont au nombre de 27 mais les combinaisons les plus présentes. Ces répartitions sont réajustées par rapport au nombre de dossier victime tardif à projeter dans le calcul des futurs dossiers victime.

3.3.3.3. Calibrage de l'âge moyen des victimes

L'âge moyen observé au moment de l'accident est de 32 ans, avec un âge moyen à la consolidation de 37 ans. Il semblerait que le paiement en capital touche plus les jeunes victimes, voir la figure 42 ci-dessous. Cette information a été confirmée par la gestion sinistre.

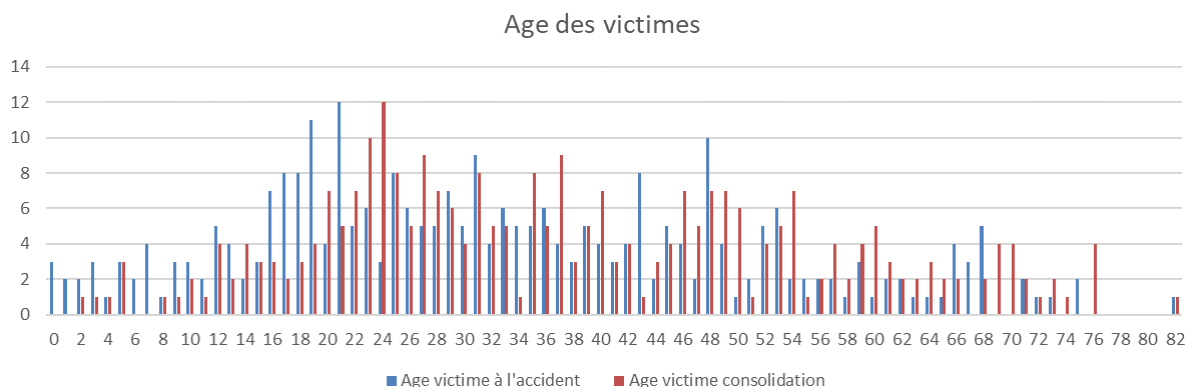


Figure 42 : Age des victimes avec paiement futur en capital

3.3.3.4. *Calibrage du sexe de la victime*

Le calibrage du genre de la victime est direct, les statistiques sont les mêmes que pour les rentes en attente d'être servi. Pour l'affectation du genre sur les dossiers victime tardifs, le même aléa est appliqué que dans la partie III.2.c.iv).

3.3.4. **Paramètres économiques**

3.3.4.1. *Revalorisation de la rente*

Pour cette partie, le paiement étant fait en capital en une seule fois, il n'y a pas de prise en compte de revalorisation de la rente dans le futur.

3.3.4.2. *Taux d'actualisation*

Les calculs sont faits en vision best estimate, les taux d'actualisation sont donc ceux de la courbe EIOPA mise à disposition mensuellement.

3.3.4.3. *Table de mortalité*

Les tables utilisées sont les tables de mortalité utilisées pour le calcul de celle de la gazette du palais, le nouveau barème sorti en 2020 a été calculé à partir des dernières tables de mortalité INSEE datant de 2014-2016. Dans ce mémoire pour enlever l'effet taux d'actualisation unique appliqué, les tables INSEE sont directement utilisées.

3.4. Méthode par matrice d'états semi-markovienne

Les paiements en rente et en capital présents sur les trois postes ATP, DSF et PGPF sont modélisés séparément avec les méthodes vie, il reste les montants de paiement non projetés correspondant aux paiements des autres postes de préjudice non calculés par des méthodes vie. La modélisation devant rester à une maille dossier victime, une projection par Chain Ladder ne fait pas sens ici. L'utilisation de la méthode expliquée en II paraît plus adaptée sur des montants paiements hors paiement en capital et passage en rente en service. Contrairement à la matrice d'état appliqué dans la partie II de ce mémoire, lorsque les paiements sont nets des paiements de rente et de capital, l'état de clôture avec paiement n'est plus justifié. En effet, dans les dossiers victime le dernier mouvement caractérisant la clôture de ce même dossier victime est le passage en rente servie ou le paiement en capital à la victime. En n'utilisant plus ces montants de paiements, la matrice d'états est donc à modifier comme présenté dans la figure 43 :

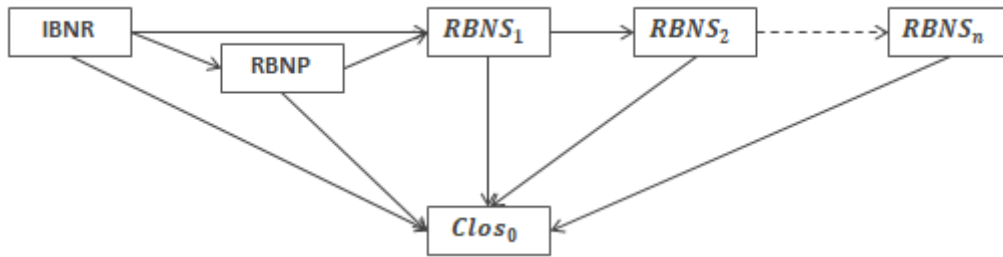


Figure 43 : Définition des états du deuxième modèle

Les probabilités liées aux transitions vers l'état $Clos_1$ ne sont plus à calculer. La méthode entière est réappliquée en enlevant cet état.

3.5. Agrégation des calculs

L'agrégation de tous les calculs est complexe. Il faut mettre tous les résultats dans un seul fichier et compiler tous les montants de provisions BE obtenus par les trois parties. Attention à repartir de la dernière vision des sinistres et dossier victime en base qui ont permis de construire le triangle de charge sur-crête. Sinon vos montants finaux ne seront pas comparables. Une question ne s'est toujours pas posée depuis la création de tous les dossiers victime, l'affectation de ses dossiers aux dossiers sinistres. Avec les projections du nombre de dossier victime une année de sinistre a été affecté par un aléa aux dossiers victimes tardifs. Ensuite l'affectation à un dossier sinistre est plus difficile car de 1 à plusieurs dossier victime peuvent être affectés au dossier sinistre. Les résultats de l'agrégation des calculs sont présentés dans la figure 44 ci-dessous :

	Md€	Brut	Net
Provisions techniques		2,00	0,34
BE		0,82	0,27

Tableau 44 : Résultat après agrégation de tous les calculs

Le résultat brut correspond au calcul avant application de l'excédent de sinistre. Le modèle appliqué pour les sinistres supérieurs à 500k€ ne donne pas un best estimate suffisamment convaincant en le comparant aux provisions dossier enregistrés sur chacun des sinistres. Cependant après application du traité de réassurance, la vision BE est plus proche des provisions dossiers. Ceci s'explique par le fait que plus les dossiers victimes sont lourds et plus il y a des calculs de rente en attente d'être servi ou payé en capital, le passage en provisionnement vie pour chaque sous poste permet de mieux se rapprocher des provisions que le gestionnaire affecte. Mais il faut que le gestionnaire sinistre soit au plus juste de la situation, le fait de provisionner un dossier victime à l'avance par une table de mortalité plutôt qu'une autre amène un biais. Si le dossier victime est finalement payé

en capital alors qu'il a été initialement provisionné avec la TF ou TH correspondant à une rente en service, le paiement final impliquera un boni. A l'inverse si le gestionnaire avait provisionné le dossier avec la table gazette du palais et que le dossier passe en rente, lors de la clôture du dossier victime dans le SI, ce dossier victime dégagera un mali.

4. Sensibilité des modèles et comparaison des méthodes

4.1. Comparaison des ultimes obtenus

Toutes les méthodes sont maintenant à comparer entre elles. Malgré les tests Chain Ladder non concluant sur le triangle de charge sur-crête, deux projections ont été faites :

- La première appelée BE implicite correspondant à l'application des coefficients Chain Ladder moyen sans aucune exclusion, pour rappel les années d'accident commencent en 1996 et finissent en 2020
- La deuxième appelée BE dit « jugement d'expert » correspondant à une sélection plus empirique des coefficients individuels (ou link ratio) sur les coefficients des dernières années en excluant les coefficients aberrants.

Le résultat du modèle II montré dans la partie II.8.a est également ajouté après application de l'excédent de sinistre de 2M€ sur chaque dossier sinistre. Les résultats de la partie III.5 sont également repris après application de l'excédent de sinistre et présentés dans la figure 45 ci-dessous :

<i>En Md€</i>	BE implicite sur triangle sur-crête	BE jugement d'expert sur triangle sur-crête	BE modèle II	BE modèle III	Provisions dossiers sur-crête
2020	2,20	1,12	30,14	0,27	0,34

Tableau 45 : Résumé de tous les résultats

Au vu des résultats le modèle II donne un BE démesuré et cette méthode n'est pas à appliquer sur les paiements en RC automobile corporelle. Le modèle III sous-estime le BE final, deux points ont été observés lors de la consolidation des résultats à la maille dossier victime :

- Le BE individuel est bien en-dessous des provisions dossier, le calcul sous-estime certains postes, il y a une nécessité de continuer à consolider les résultats avec les gestionnaires sinistre. Pour rappel le montant de rente calculé par le gestionnaire sinistre n'est pas en lecture directe mais déduit du montant de provision et du prix euro rente calculé automatiquement dans l'outil sinistre. Cette information est donc à faire évoluer dans les bases du SI afin d'avoir le montant exact de rente
- Sur certains dossier victime, une provision dossier existe avec un montant élevé, il n'y a cependant pas de calcul de rente ou de montant de capital dans

l'outil de gestion sinistre. Ce point est à éclaircir et montre bien les limites du SI utilisé

- En lien avec le point précédent, la méthode par matrice d'état calculée sur les paiements autres que passage en rente en service ou paiement du capital ne calcule aucun montant de BE sur ces derniers.

La projection par le modèle III est donc à étudier dossier victime par dossier victime sur lesquels il y a des écarts significatifs en lien avec la gestion sinistre.

4.2. Sensibilités du modèle de la partie 3

4.2.1. Sensibilité liée à l'extraction des données

La sensibilité sur le seuil d'extraction des sinistres consiste à extraire les sinistres ayant dépassé le seuil de 2M€ au moins une fois dans son développement. La modification des données sources a été uniquement effectuée sur la partie des paiements restant. Les résultats sont présentés dans la figure 46 :

<i>Md€</i>	Brut	Net	Ecart %
Modèle III	0,82	0,27	
Seuil à 2M€	0,81	0,27	-2%

Tableau 46 : Sensibilité sur le seuil d'extraction des sinistres

Le seuil d'extraction des sinistres a peu d'impact sur le résultat final.

4.2.2. Sensibilité liée au modèle par matrice d'état

La sensibilité appliquée est le seuil utilisé pour séparer les link ratio élevés des premiers paiements faibles afin d'éviter d'appliquer des link ratio élevés sur des premiers paiements élevés. Les seuils appliqués ont été de 30k€ et 75k€, mais les données au-dessus de ses seuils ne sont pas suffisantes pour faire converger les modèles GLM sur les link ratio.

4.2.3. Sensibilité liée à l'application des méthodes vie

4.2.3.1. Table de mortalité

Dans le modèle III deux hypothèses sont prises dans l'utilisation des tables de mortalité sur les montants de rente en attente d'être servi ou d'être payée en capital. Cette sensibilité consiste à utiliser la même table de mortalité dans les calculs de rente en attente. La table INSEE 14-16 a donc été appliquée aux rentes en attente d'être servi et à l'inverse la table TF00-02 a été utilisée dans le calcul des rentes en attente d'être payé en capital. Les modifications ont été appliquées une par une, la figure 47 ci-dessous résume les résultats :

	Md€	Brut	Net	Ecart %
Modèle III		0,82	0,27	
Sensi 1 - Table INSEE 14-16		0,83	0,27	-1,3%
Sensi 2 - Table TF TH 00-02		0,81	0,26	1,1%

Tableau 47 : Sensibilité aux tables de mortalité

D'une part la sensibilité à la table de mortalité est faible. D'autre part les tables sont également proches en termes de mortalité mais la table basée sur les données de mortalité de 2014 à 2016 est plus pénalisante que la table de 2000 à 2002.

4.2.3.2. Délai de liquidation

Autre paramètre à prendre en compte dans le calcul des rentes en attente, le délai de liquidation qui a été difficile à estimer sur les deux parties. L'hypothèse a été de prendre 6 ans pour les rentes des dossiers tardifs. La sensibilité a été appliquée sur des délais de 1 à 10 ans et les résultats sont ci-dessous dans la figure 48 :

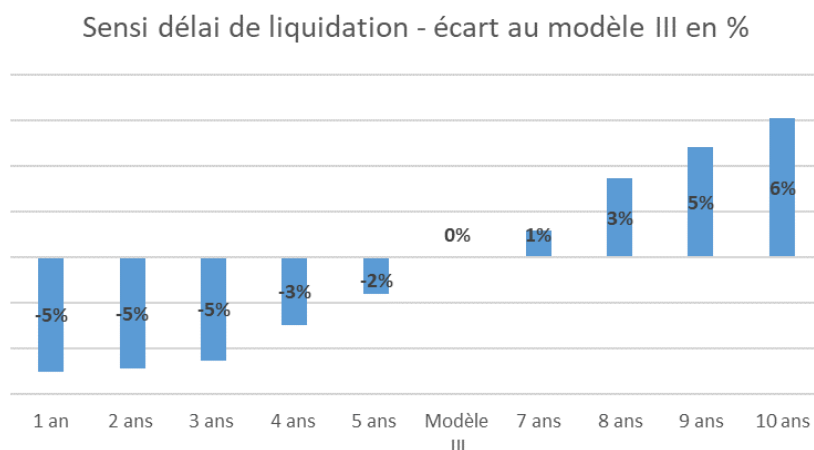


Figure 48 : Sensibilité délai de liquidation

Le délai de liquidation est significatif dans les calculs à partir de 2-3 ans d'écart par rapport au 6 ans appliqués. Sur un intervalle de 5 à 7 ans voire même de 4 à 8 ans, les écarts sont encore non significatifs.

4.2.3.3. Courbe des taux

Cette sensibilité est assez classique et est à faire lorsqu'un calcul du BE est fait. Il s'agit de prendre des courbes des taux EIOPA avec VA précédente et de les réappliquer dans les calculs. La courbe des taux à fin 2020 est toujours plus basse avec des taux négatifs jusqu'à 20 ans.

<i>Md€</i>	Brut	Net	Ecart %
2017	0,65	0,24	10%
2018	0,64	0,24	11%
2019	0,74	0,25	5%
2020	0,82	0,27	

Tableau 49 : Sensibilité courbe des taux EIOPA avec VA

Dans la figure 49, la sensibilité sur la courbe des taux est élevée, il y a 10 à 11% d'écart à la baisse sur les montants de BE. La sensibilité des taux est donc forte.

4.3. Backtesting du modèle

L'idée du backtesting de modèle est de réappliquer ce modèle à des années antérieures pour vérifier d'une part la cohérence des résultats d'une année à l'autre mais également les variations du modèle. Le but de créer un nouveau modèle est d'avoir la vision ultime dès la fin de la première année d'accident sans avoir aucune variation d'une année à l'autre. Dans la réalité, le modèle parfait n'existe pas mais un modèle minimisant la variation de l'ultime d'une année à l'autre sera le meilleur. Dans le modèle construit en III, il est impossible d'effectuer les calculs sur des années antérieures. En effet, sur la projection des dossiers victimes tardifs les triangles utilisés ont peu de donnée dans l'historique. Les variations d'une année à l'autre seront importantes puisque le nombre de dossier victime tardifs sera sous-estimé. Cette partie de projection mérite donc encore quelques années de recul avant de l'utiliser et de l'appliquer afin de pouvoir backtester cette méthode.

CONCLUSION

La méthode individuelle réutilisant toutes les informations utilisées par les gestionnaires sinistre a mis en exergue leur pratique de calcul et a également affiné l'analyse et l'expertise sur cette branche. Les résultats sont pour le moment non utilisables puisqu'ils présentent beaucoup de volatilité et les résultats sont à échanger avec les gestionnaires sinistres. L'application d'une méthode individuelle sur des sinistres réassurés change également le sens d'application du traité de réassurance. En effet, l'actuaire inventaire applique en premier le traité de réassurance sur ces sinistres pour agréger ensuite les montants dans un triangle afin de projeter un best estimate alors que la méthode individuelle projette en premier les sinistres individuellement pour ensuite appliquer le traité de réassurance par la suite. Ce mémoire a permis de montrer également que la qualité des données est importante, un modèle est toujours calculable en détournant les points bloquants liés aux données manquantes ou biaisées, mais des données de meilleure qualité permettraient d'améliorer les résultats. Après présentation des résultats ou de l'évolution des résultats en interne avec les points bloquants soulevés sur la qualité des données a permis de faire prendre conscience du manque de données dans les bases de données. Un projet d'amélioration de la qualité des données a été lancé afin d'obtenir une base supplémentaire détaillant les montants de paiements et de provisions dossiers par sous poste de préjudice. La complexité est grande puisqu'une simple amélioration dans les bases avec un détail commençant en 2021 ne permettra pas de continuer les recherches sur un modèle par poste de préjudice à cause du manque d'historique. L'amélioration de l'historique de données est complexe à obtenir et nécessitera du temps. Le modèle proposé dans ce mémoire ne permet pas de l'utiliser par l'actuaire inventaire mais ouvre des pistes sur d'autres modèles. Un modèle possible est de partir des dossiers sinistres et des dossiers victimes, d'appliquer d'une part les calculs de provision pour un paiement de rente et en même temps de faire les mêmes calculs pour le paiement d'un capital. Une probabilité de passage en rente servie et de paiement en capital devrait être ensuite calculée et appliquée sur les deux provisions constituées précédemment. Ce calcul permettrait d'une part d'enlever le « jugement d'expert » du gestionnaire sinistre sur l'utilisation de la table et d'autre part devrait être fait sur des données à la maille sous poste de préjudice. Ce dernier point pose actuellement problème car les données ne permettent pas de le faire.

BIBLIOGRAPHIE

BETTONVILLE C., D'OUTREMONT L., VAN OIRBEEK R., DENUIT M., TRUFIN J., 2020, *Matric calculation for ultimate and one-year risk in the semi-markov individual loss reserving model*, Scandinavian Actuarial Journey Volume 2021 Pages 380-407

BETTONVILLE C., VAN OIRBEEK R., DENUIT M., TRUFIN J., 2020, *Semi-markov multistate individual loss reserving model in general insurance*, DetraLytics Detra-Note 2020-1

DINTILHAC J.-P., 2005, *Rapport du groupe de travail chargé d'élaborer une nomenclature des préjudices corporels*, <https://www.vie-publique.fr/sites/default/files/rapport/pdf/064000217.pdf>

FFA, 2018, *Domages corporels : pour un meilleur accompagnement de l'indemnisation des victimes*, <https://www.ffa-assurance.fr/la-federation/publications/livres-blancs/livre-blanc-dommages-corporels-pour-un-meilleur>

FFA, 2020, *Assurances de biens et de responsabilité : données clé par année*, <https://www.ffa-assurance.fr/etudes-et-chiffres-cles/assurances-de-biens-et-de-responsabilite-donnees-cles-par-annee>

FFA, 2021, *L'assurance auto*, <https://www.ffa-assurance.fr/infos-assures/assurance-auto>

GAZETTE DU PALAIS, 2020, *Barème de capitalisation 2020 - Gazette du Palais – 15 septembre 2020 HORS SERIE n°140*, L'Extenso https://www.labase-lextenso.fr/sites/lextenso/files/lextenso_upload/cdf.pdf

HESSELAGER O., 1994, *A Markov model for loss reserving*, ASTIN Bulletin 24 183-193

LANDEL J., 2007, *Lexique des termes d'assurance 5^{ième} édition*, Editions l'argus de l'assurance

MACK T., 1993, *Distribution-free calculation of standard error of Chain Ladder reserves estimates*, ASTIN Bulletin

MACK T., 2009, *Measuring the variability of Chain Ladder reserve estimates*, Faculty and Institute of Actuaries

ONISR, 2021, *Séries statistiques*, <https://www.onisr.securite-routiere.gouv.fr/outils-statistiques/series-statistiques>

ONISR, 2019, *La sécurité routière en France - bilan de l'accidentalité de l'année 2018*, Observatoire interministériel de la sécurité routière

PARTRAT C., LECOEUR E., NESSI J.-M., NISIPASU E., REIZ O., 2007, *Provisionnement technique en assurance non-vie – perspectives actuarielles modernes*, Assurance Audit Actuariat

PLANCHET F., 2021, *Modèles de durée - introduction*, ISFA support de cours 2020-2021

ANNEXES

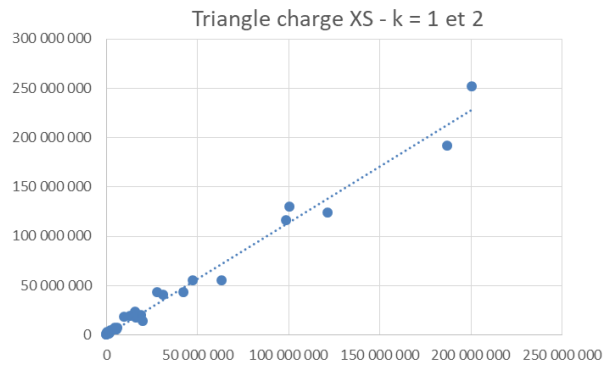
ANNEXE 1 : Nomenclature des postes de préjudice Dintilhac

Victime Directe			
Préjudices Temporaires		Préjudices Permanents	
Dépenses de Santé Actuelle (DSA)	DSA-Appareillage	Dépenses de Santé Futures (DSF)	DSF_appareillage
	DSA-FMPH		DSF_FMPH
	DSA-Frais médicaux		DSF_liquidation
	DSA-Hospitalisation		DSF_plact_viager
Frais divers (FD)	FD -hors TP		DSF_prest_occas
	FD -TP Active	Frais Logement Adapté (FLA)	
	FD -TP passive	Frais Véhicule Adapté (FVA)	FVA -dep adaption
Pertes de Gains Professionnels Actuels			FVA -dep future
Déficit Fonctionnel Temporaire (DFT)			FVA -dep initiale
Souffrances endurées (SE)		Assistance Tierce	ATP - Active
Préjudice Esthétique Temporaire (PET)		Personne (ATP)	ATP - Passive
		Pertes de Gains Professionnels Futurs (PGPF)	
			IP -autres IP
		Incidence Professionnelle (IP)	IP -Perte de chance
			IP -Perte de reclass
			IP -Perte de retraite
		Préjudice Scolaire, Universitaire	
		Déficit Fonctionnel Permanent	
		Préjudice Esthétique Permanent	
		Préjudice d'Agrément	
		Préjudice Sexuel	
		Préjudice d'Etablissement	

Victimes Indirectes			
En cas de décès		En cas de survie	
Frais d'obsèques		Pertes de revenus des proches	
Perte de Revenu des proches		Frais divers des proches	
Frais divers des proches		Préjudice d'affection	
Préjudice d'Accompagnement		Préjudices extra patrimoniaux exceptionnels	
Préjudice d'Affection			
Préjudices patrimoniaux			
Préjudices extra-patrimoniaux			

ANNEXE 2 : Vérification des hypothèses Chain Ladder des triangles XS

Hypothèse 1 : linéarité des $C_{i,j}$ et test de Spearman pour la non-corrélation



k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Charge XS - R ²	0,9869	0,9857	0,9931	0,9965	0,9951	0,9984	0,9832	0,9945	0,9908	0,9842	0,9512
Charge XS - Rho k	0,9774	0,9826	0,9915	0,9739	0,9629	0,9791	0,9792	0,9820	0,9658	0,9794	0,9510

Test de Spearman

$\alpha=5\%$

		Min	Max	Test
Charge XS - t	1,0915	-0,1087	0,1087	Rejet de la non corrélation

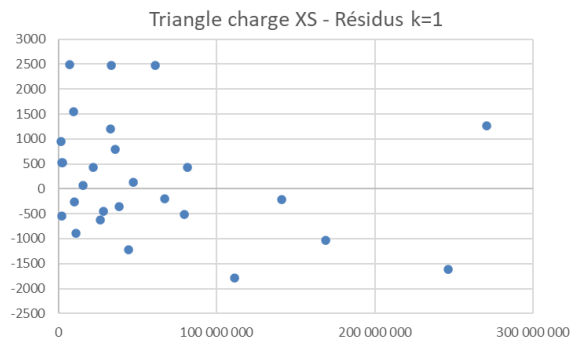
Hypothèse 2 : Test du non effet calendaire pour chaque triangle

Test du non effet calendaire

$\alpha=5\%$

		Min	Max	Test
Charge XS - Z	125	165,7	203,3	Rejet du non effet calendaire

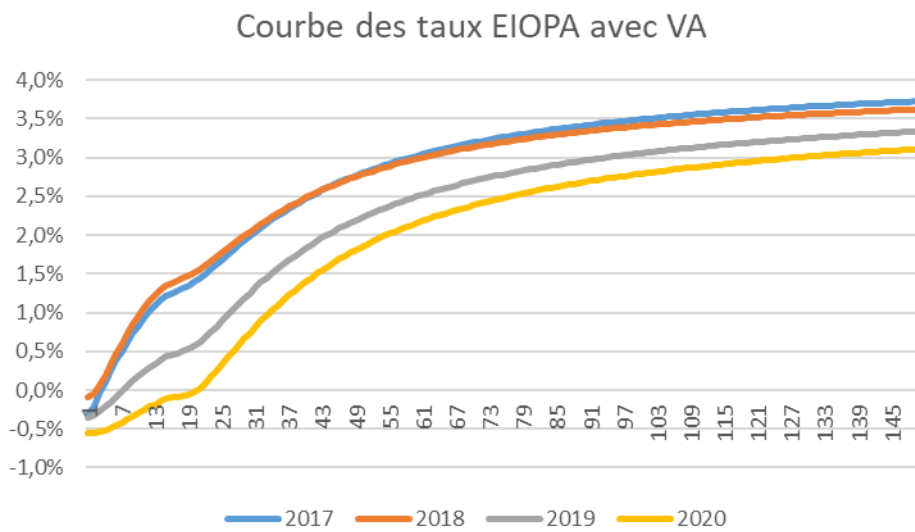
Hypothèse 3 : Exemple des résidus normalisés pour la première colonne



ANNEXE 3 : Triangle du nombre de dossier victime tardif sur des sinistres déjà survenus et déclarés la même année

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1996																		1	1	1	1	1	2	2	3
1997																3	3	3	4	5	5	6	7	8	
1998														3	5	5	7	8	9	10	11	14	15		
1999														2	2	2	2	2	3	4	7	9			
2000												1	1	2	2	3	4	5	6	8					
2001											2	3	3	10	12	12	13	13	14						
2002									1	2	3	6	6	8	9	10	11	12	13						
2003									0	4	5	8	8	10	10	13	13	14							
2004								1	1	3	5	8	9	10	11	12	13								
2005								3	6	7	10	12	13	14	14	15									
2006					6	12	14	17	27	30	31	35	36	37											
2007				4	7	13	22	26	29	29	29	31	32												
2008			1	7	16	26	34	38	45	51	55	55	57												
2009			7	13	22	33	38	42	44	44	49	50													
2010	5	10	22	34	44	54	58	62	66	69	73														
2011	5	18	30	51	60	65	70	74	77	81															
2012	7	20	37	54	65	76	85	88	92																
2013	7	21	32	41	48	56	58	61																	
2014	16	36	46	52	58	62	67																		
2015	10	18	24	36	44	51																			
2016	5	17	21	31	39																				
2017	5	8	17	26																					
2018	8	11	18																						
2019	8	14																							
2020	10																								

ANNEXE 4 : Courbes des taux EIOPA avec volatility adjustment



ANNEXE 5 : Tables de mortalité utilisées

