

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris  
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaires le 17 mars 2021

Par : **Marine Thuillier**

Titre : **Calcul de la valeur contrat sur la branche  
Multirisque Immeuble comme aide opérationnelle  
à la relation client**

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de la filière*

Christian Robert

*Entreprise : AXA France*

*Nom : Gérald Lucas*

*Signature :*



*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

Florence Picard

*Directeur du mémoire en entreprise :*

*Nom : Julien Gayno*

*Signature :*




Yann Miloe

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels  
(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)**


Signature du responsable entreprise

Secrétariat :

  
**AXA France I.A.R.D.**  
Société Anonyme au Capital de 219 799 030 €  
Entreprise régie par le Code des Assurances  
Siège social : 313, Terrasses de l'Arche  
92227 NANTERRE CEDEX  
722 057 460 RCS Nanterre

Signature du candidat

Bibliothèque :





# Résumé

Le client est aujourd'hui au centre des stratégies. Etudier son comportement permet d'orienter les stratégies marketing et de piloter le portefeuille de manière efficiente. L'équipe «Actuariat Produits Risques de Fréquence, d'Intensité et Data Science», rattachée à la Direction IARD Entreprise et Règlements de spécialités, est constituée de 21 personnes et a pour objectif d'améliorer la sophistication tarifaire et la rentabilité de l'ensemble des produits IARD Entreprise. Dans une volonté d'une compréhension plus fine et d'une meilleure maîtrise du risque j'ai travaillé, au sein de cette équipe, à la valorisation des contrats de la branche d'assurance multirisques immeuble (MRI). L'assurance MRI est un contrat couvrant le bien immobilier, assurant ainsi le bâtiment, les équipements collectifs, les dépendances et annexes. Celui-ci couvre également les responsabilités, les conséquences qu'encourt légalement l'assuré, du fait de ses biens immobiliers lorsqu'il cause des dommages aux tiers. Pour ce type de contrat, l'assuré dépend de la structure de l'immeuble. L'assuré est soit le propriétaire, personne physique ou morale dans le cas de propriétaire unique, soit le syndic de copropriétés (contrat souscrit par le syndic professionnel ayant la gestion du bien immobilier et mandaté par le syndicat des copropriétaires).

L'objectif de ce mémoire est la construction d'un indicateur qui permet d'étudier la rentabilité de ces contrats et de distinguer les bons des mauvais risques. La «valeur contrat» se définit comme la somme des profits et des pertes attendus actualisés sur la durée de vie moyenne du contrat (la durée). L'ensemble de ces informations permettra ensuite d'obtenir une vision à la maille client : le syndic.

La mise en place de la valeur contrat nécessite la modélisation des flux entrants et sortants mais également de la probabilité de résiliation des contrats. L'Economic Combined ratio (ECR) est adapté au calcul de la valeur. Il prend en effet en considération l'intégralité des charges et des produits générés par les différents acteurs de l'assurance et permet alors de modéliser les deux premières dimensions : les pertes et les profits. Sa construction fait appel à la théorie des valeurs extrêmes pour définir un seuil de sinistres graves et aux modèles de crédibilité pour l'estimation de la charge future. Les modèles de Bühlmann-Straub et Jewell sont testés et évalués sur des critères d'efficacité et de stabilité dans le temps. Les résultats obtenus sont ensuite projetés sur la durée de vie moyenne des contrats. Celle-ci est déterminée à partir des résiliations historiques et de l'estimateur de Kaplan Meier qui permet de prendre en compte le phénomène de censure. L'évolution du coût moyen et la fréquence des sinistres sont ensuite calculés, suivie de l'évolution des primes payées par les assurés. La stabilité des résultats est enfin étudiée entre l'année  $N$  de l'étude et ceux de l'année  $N - 1$  en  $y$  répliquant le processus. Tous ces éléments permettent de construire la valeur contrat et l'indice syndic et distributeur. En cohérence avec les critères de détection des bons et mauvais risques, utilisés jusqu'à présent, ils interviendront comme une aide opérationnelle auprès des souscripteurs et permettront également d'apporter un regard lors des processus de renouvellement.

**Mots clés** : Multirisques Immeuble, valeur contrat, valeur client, Economic Combined Ratio, indice syndic, seuil, théorie des valeurs extrêmes, modèles de crédibilité, outil d'aide à la décision.

# Abstract

The customer is now placed at the center of strategies. Studying their behavior helps to guide marketing strategies and manage the portfolio efficiently. The «Actuarial Products Risks of Frequency, Intensity and Data Science» Team, attached to the Corporate property & Casualty and Spécialties settlements departments, is made up of 21 collaborators and aims to improve pricing sophistication and overall profitability of P&C company products. In a desire for a better understanding and better control of risk, I worked within this team, on the valuation of contracts in the PC insurance branch building. MRI insurance is a contract covering real estate, thus insuring, community facilities, outbuildings and annex. This also covers liabilities, consequences that the policyholder legally incurs because of his real estate when he causes damage to another person. For this type of contract, the policyholder depends on the building structure. It is either the owner, natural or legal person in the case of a sole owner, or the building condominium manager. The contract is signed by the professional trustee having the management of the property and mandated by the syndicate of co-owners.

The objective of this study is the construction of an indicator which makes it possible to study the profitability of these contracts and to separate the good from the bad risks. The «contract value» is defined by the sum of profits and expected losses discounted over the average life of the contract (the duration). All of this information will then provide information to the customer vision : building manager.

The implementation of the contract value requires the modeling of incoming and outgoing flows but also the likelihood of termination of contracts. The Economic Combined ratio (ECR) is suitable for calculating the value. It takes into consideration all of the expenses and income generated by the various stakeholders in insurance and then makes it possible to model the first two dimensions : losses and profits. Its construction uses extreme value theory to define a serious loss threshold and credibility models for estimating the future load. The Bühlmann-Straub and Jewell models are tested and evaluated on efficiency and stability over time criteria. The obtained results are projected over the average contracts lifetime. This is determined from historical contract terminations study and the Kaplan estimator Meier, which takes into account the phenomenon of censorship. The evolution of the average cost and the frequency of claims are then assessed, followed by changes in premiums paid by policyholders. The stability of the results is finally studied between year  $N$  of the study and those of year  $N - 1$  by replicating the process there. All these elements helps build the contract value and the client index. Consistent with the criteria for detecting good and bad risks used until now, they intervene as an operational aid with subscribers and into the renewal process. The obtained results are projected over the average contracts lifetime. This is determined from historical contract terminations study and the Kaplan estimator Meier, which takes into account the phenomenon of censorship. The evolution of the average cost and the frequency of claims are then assessed, followed by changes in premiums paid by policyholders. The stability of the results is finally studied between year  $N$  of the study and those of year  $N - 1$  by replicating the process there. All these elements helps build the contract value and the Syndic index. Consistent with the criteria for detecting good and bad risks used until now, they intervene as an operational aid with underwriters and into the renewal process.

**Mots clés :** Multi-risk Building, contract value, customer value, Economic Combined Ratio, syndic index, threshold, extreme value theory, credibility model, decision support tool.

# Note de synthèse

## Contexte

### Objectifs et périmètre de l'étude

Dans un marché de plus en plus concurrentiel, la connaissance du client est un élément clé de la stratégie des assureurs. Ces derniers ont un intérêt financier à fidéliser les clients les plus rentables. Placer le client au centre de leurs préoccupations est stratégique. Ainsi Axa vise à accroître sa connaissance client pour piloter son portefeuille de façon efficiente. La difficulté réside ici à distinguer au sein d'un même groupe de risques homogènes, les clients à forts potentiels de ceux qui ne sont pas rentables. Un assureur qui parvient à segmenter ses risques accroît sa compétitivité tarifaire sur les segments les moins risqués. Une telle séparation des risques se base sur leur valeur actuelle et sur leur valeur potentielle future. L'indicateur appelé aujourd'hui « Valeur Client » permet de répondre à ce besoin. A partir d'hypothèses prospectives, il permet de mesurer les coûts et les gains engendrés par chacun des contrats souscrits par un client, et donc de définir si ce dernier est générateur de profits ou de pertes. Cette information joue un rôle important dans la gestion des relations clients. Tous ne recevront pas le même effort de fidélisation. Cet outil alliera la stratégie d'entreprise et la rigueur de l'actuariat pour répondre à un enjeu majeur pour les assureurs.

L'équipe « Actuariat Produits Risques de Fréquence, d'Intensité et Data Science », dans laquelle ce mémoire a été réalisé, est rattachée à la Direction IARD Entreprise et Règlements de spécialité et a pour objectif d'améliorer la sophistication tarifaire et la rentabilité des produits IARD Entreprise. Dans cette volonté d'une compréhension plus fine et d'une meilleure maîtrise du risque, nous étudions la construction de l'indicateur de la valeur client sur le produit d'assurance Multirisque Immeuble (MRI). Ce dernier couvre les biens immobiliers. Il assure d'une part le bâtiment, les équipements collectifs, les dépendances et les annexes, et d'autre part les responsabilités qu'encourt l'assuré du fait de ses biens immobiliers lorsqu'il cause des dommages aux tiers. L'assuré pour ce type de contrat dépend de la structure du propriétaire de l'immeuble. Il peut être le propriétaire, personne physique ou morale dans le cas d'un propriétaire unique, ou le syndicat de copropriété dans le cas de plusieurs propriétaires dont le représentant juridique est le syndic. Celui-ci veille à la sauvegarde et à l'entretien de l'immeuble dont il a la gestion. L'étude de la valeur de tels clients est très pertinente pour le pilotage de cette branche d'assurance.

### La valeur client

La valeur client est le résultat de la valorisation de chacun des contrats souscrits par un client. Elle se définit comme la somme des profits et des pertes attendus actualisés sur sa durée de vie moyenne (la durée). Soit :

$$Valeur\ Client_y(0) = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \frac{Produits_{yji} - Charges_{yji}}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yji})]$$

Avec :

- $Valeur\ Client_y(0)$  : la valeur à la date  $t=0$  du client  $y$ .
- $Produits_{yji}$  : produits générés par le contrat n°  $j$  du client  $y$  à la date  $i$ .

- $Charges_{yji}$  : charges générées par le contrat n°  $j$  du client  $y$  à la date  $i$ .
- $P(r_{yij})$  : probabilité que l'assuré  $y$  résilie son contrat n°  $j$  à la date  $i$ .
- $i$  : année de projection.
- $N$  : nombre d'années de projection des flux générés par le client.
- $K$  : nombre de contrats détenus par le client  $y$  auprès de la compagnie.
- $r$  : taux d'actualisation.

Il est nécessaire d'évaluer tout d'abord la valeur de chacun des contrats des clients. Celle-ci est obtenue en modélisant les flux entrants et sortants, les montants de charges générés et de produits réalisés sur un horizon de  $N$  années. La durée de vie du contrat est une troisième dimension à prendre en compte dans le calcul de la valeur, la probabilité de résiliation sera alors calculée. Une note allant de 1 à 5 est attribuée à chacun des clients en fonction de ses résultats. Elle sera un atout efficace pour orienter les stratégies marketing et commerciales. Plus l'indice est élevé, plus la rentabilité du client l'est également.

$$Indice\ client \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

L'assureur déterminera les profils qu'il souhaite fidéliser notamment à l'aide d'ajustements tarifaires et orientera également son développement sur le marché dans ce sens. Une meilleure connaissance de l'environnement client permettra d'adapter la communication, les offres et les démarches commerciales envers les profils cibles. Valoriser les contrats immeuble est l'aboutissement de la valorisation des contrats et permet désormais de prendre des décisions avec une vision à 360 du client.

Nous modéliserons la valeur contrat avec **trois objectifs** : Nous souhaitons obtenir tout d'abord un indicateur qui distingue les bons, des mauvais risques : une modélisation performante. Nous voulons ensuite obtenir des résultats stables dans le temps et dont les variations seront issues des comportements du contrat. Nous souhaitons enfin obtenir un indicateur cohérent avec ceux utilisés jusqu'à présent.

## Modélisation

Notre étude porte sur le calcul de la valeur contrat. Il repose sur la modélisation de trois composantes : les flux entrants, sortants et la probabilité de résiliation.

### L'Economic Combined Ratio

L'indicateur de l'Economic Combined Ratio répond à cette démarche en prenant en compte l'intégralité des charges et des produits générés par les différents acteurs de l'assurance, dans le calcul de la rentabilité. Les objectifs sont de modéliser dans un premier temps cet indicateur, de le projeter sur un horizon de  $N$  années et enfin d'estimer la probabilité de résiliation des contrats. Dans une volonté d'étudier le risque plus finement, des **groupes de risques homogènes** au sein de notre portefeuille sont créés.

La segmentation retenue se décompose tout d'abord en trois produits :

- **Standard (STD)**, couvre les bâtiments d'habitations, les bureaux et les commerces ainsi que les garages et parkings.
- **Multirisque Immeuble Entreprise (MIE)**, recense les immeubles dont la surface est supérieure à  $20.000m^2$  et de grande hauteur.
- **Flotte d'immeubles (FLI)**, assure des immeubles situés à plusieurs adresses de risque et appartenant à un seul propriétaire.

Représentant plus de 90% du portefeuille en nombre, les contrats standards sont ensuite ventilés en cinq sous catégories selon la surface assurée. Aucune sous-segmentation des autres produits ne sera considérée pour ne pas générer de la volatilité en raison du nombre réduit d'observations.

L'ECR se décompose en plusieurs parties. Tout d'abord un S/C brut qui est le ratio entre l'ensemble des charges sinistres et des primes perçues. A ce montant est ajouté l'ensemble des frais de gestion, le coût de la réassurance et la rémunération des intermédiaires pour calculer le ratio combiné comptable. Le passage à l'Economic Combined Ratio est fait par la prise en compte des produits financiers générés par les placements des primes reçues, les taxes, le coût du capital.

$$ECR = \text{Ratio combiné} + \frac{\text{Escompte} + \text{Taxes} + \text{Coût du risque}}{\text{Primes acquises}}$$

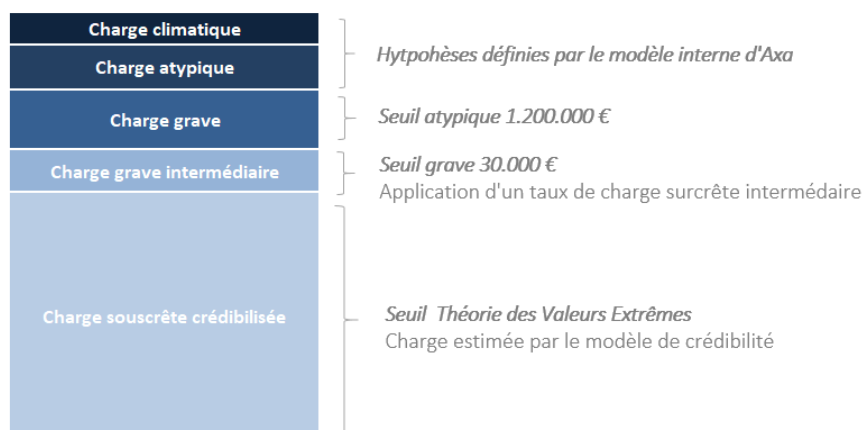
Avec :

- Ratio combiné : est le ratio des sinistres et des frais sur les primes ;
- Escompte : est le résultat financier des placements des primes perçues ;
- Les taxes : sont liées à l'impôt social payé par la compagnie sur son résultat ;
- Le coût du risque : est le coût d'immobilisation de fonds propres.

Le montant de charge se décompose en une charge attritionnelle (*sinistres inférieurs à 30.000€*), grave (*sinistres supérieurs à 30.000€*), atypique (*sinistres supérieurs à 1.200.000€*) et climatique. Une analyse à la maille contrat nécessite de déterminer de nouveaux seuils adaptés à cette étude. Le périmètre de la sinistralité attritionnelle a été déterminé par la Théorie des valeurs extrêmes et plus spécifiquement par la comparaison des résultats des estimateurs de Hill, Pickands, DEdH et Gerstengarbe. Ces derniers ont permis de déterminer un seuil de sinistre grave. Le montant de charge en dessous de ce seuil (*Charge sous-crête*), pour la première année de projection N+1, est modélisé à l'aide de méthode de tarification a posteriori. Les méthodes de crédibilité ont été sélectionnées pour modéliser une charge sous-crête cohérente en allouant une part de l'expérience individuelle ou collective en fonction de l'ancienneté du contrat et de la quantité d'informations de sinistralité que nous avons à notre disposition. Les modèles de Bühlmann-Straub et Jewell ont été appliqués et le choix du modèle le plus adapté a été guidé par deux considérations. D'une part, si les coefficients accordant de la crédibilité à l'expérience du contrat sont élevés : permettant de distinguer les risques selon leur expérience individuelle. D'autre part, les résultats doivent être stables dans le temps. Le modèle le plus adapté à cette modélisation est Jewell. Les autres éléments constitutifs de l'ECR ont été ensuite déterminés et appliqués pour obtenir le résultat pour la première année de projection soit  $i = 1$ .

Le schéma ci-dessous résume les étapes de la construction de la charge pour le calcul de l'ECR.

#### Construction de la charge pour le calcul de l'ECR



### Hypothèses de projection

Le second enjeu de ce mémoire est la **projection des premiers résultats sur un horizon de 30 années**. Celle-ci prend en compte l'évolution des primes, de la sinistralité à travers la fréquence et le coût moyen, et également de la probabilité de maintien du contrat en portefeuille.

**L'évolution de la fréquence** est calculée à partir de triangles de nombres de sinistres pondérés par la Cotisation Potentielle Hors Taxe (COPHT) de chacune des années. Cette dernière permet de prendre en compte dans l'estimation, la surface et taille des contrats en portefeuilles, informations très corrélées entre elles. Une attention particulière a été portée ici au cadre de l'étude. La convention d'Indemnisation et Recours des sinistres Immeuble (IRSI), mise en place en 2018, a impacté considérablement l'évolution de la sinistralité. Cette année peut biaiser les résultats et a donc été sortie du cadre d'observation. Cette nouvelle convention vise à simplifier et à améliorer les procédures d'indemnisation des petits sinistres Dégats des eaux et Incendies survenus en immeuble d'un montant inférieur à 5.000€. Une partie de cette sinistralité est désormais transférée à l'assurance multirisque habitation. Cette convention impacte et améliore la sinistralité attritionnelle de la branche immeuble. Cette première hypothèse de projection est calculée pour chacun des produits du portefeuille.

**L'évolution du coût moyen** est calculée sur le cours de l'indice FFB. Indexé sur le coût de la construction, il permet de prendre en compte l'évolution des frais des sinistres.

Dans l'approche ECR il est nécessaire de prendre en compte **l'évolution des primes** payées par les assurés. L'effet prix se base sur les majorations moyennes appliquées au cours des trois dernières années sur chacun des trois produits. Ces trois paramètres permettent de projeter l'ECR.

Pour pouvoir valoriser les contrats, nous devons projeter leurs flux sur un horizon de  $N$  années. Il est nécessaire d'observer également si ces contrats seront présents sous cet horizon de temps. Pour ce faire, nous évaluons leur **probabilité de résiliation** chaque année.

La modélisation des **probabilités de résiliation** fait appel aux modèles de durée et plus particulièrement à l'estimateur de Kaplan Meier. Cet estimateur non paramétrique prend en compte le phénomène de censure dont sont victimes les données sur lesquelles nous travaillons. La censure est définie par les contrats pour lesquels l'évènement de résiliation n'est pas observé. La première étape a été la création d'une base de données qui recense, pour un cadre d'observation fixé, l'ensemble des éléments constitutifs de cet estimateur, à savoir le nombre de contrats résiliés à un instant  $T_i$  et le nombre de contrats à risques pouvant subir l'évènement de la résiliation à ce même instant. L'étude a été menée sur les trois produits immeubles séparément. La probabilité de résiliation est obtenue pour chaque année de projection.

### Valeur contrat

L'ensemble de ces éléments permettent de calculer la valeur contrat. Celle-ci est la somme des flux futurs générés par un contrat sur un horizon de 30 années. L'ECR modélise ces flux qui sont ensuite projetés à l'aide des hypothèses d'évolution de fréquence, de coût moyen, de prime et de probabilité de résiliation. La valeur client est enfin obtenue en sommant les résultats des contrats de chacun des clients. Ce dernier est représenté par le syndic, le représentant juridique du syndicat de copropriété. L'indice syndic est calculé par le croisement de la valeur en euros et de la valeur en unité de prime.



Le schéma ci-dessous résume la démarche de la construction de la valeur contrat.

### Construction de la valeur contrat

#### 7. Construction de l'indice syndic

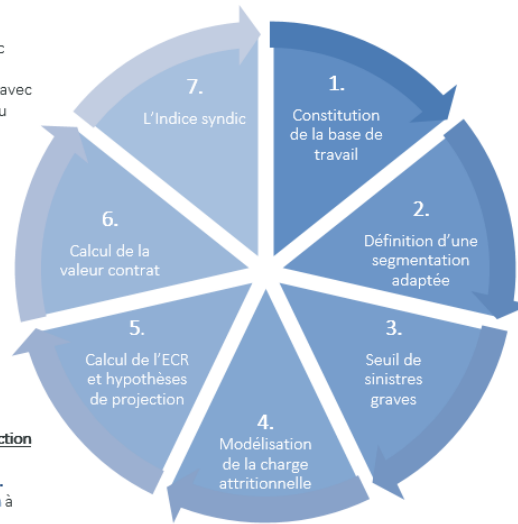
- ❖ Calcul de la valeur client, la valeur syndic
- ❖ Construction de l'indice syndic
- ❖ Etude de la **cohérence de l'indice syndic** avec les indicateurs utilisés jusqu'à présent au pilotage du produit MRI

#### 6. Calcul de la valeur contrat

- ❖ Projection des ECR sur un horizon de N années
- ❖ Calcul de la valeur contrat
- ❖ Etude de la **stabilité de la valeur contrat** entre deux années consécutives

#### 5. Calcul de l'ECR et des hypothèses de projection

- ❖ Etude de l'évolution des **primes de la fréquence sinistre** et de son **coût moyen**.
- ❖ Estimation des **probabilités de résiliation** à partir de l'estimateur de Kaplan Meier
- ❖ Etude de la **sensibilité des hypothèses** de projection



#### 1. Constitution de la base de travail

- ❖ Données contractuelles
- ❖ Informations sinistres
- ❖ Historique de six années

#### 2. Définition d'une nouvelle segmentation

- ❖ Création de **groupes de risques homogènes**
- ❖ Standard, MIE et Flottes d'immeubles

#### 3. Séparation des sinistres attritionnels et graves

- ❖ **Seuils adaptés** à une étude à la maille contrat
- ❖ Utilisation de la théorie des valeurs extrêmes : Hill, Pickands, DEdH, Gerstengarbe

#### 4. Modélisation de la charge attritionnelle

- ❖ Estimation de la **charge sous-crête** pour le calcul de l'ECR
- ❖ Utilisation de l'**expérience individuelle et collective**
- ❖ Modèle de crédibilité de Jewell

## Résultat et conclusion

La valeur contrat a été mise en place dans le but de distinguer au sein d'un même groupe de risques homogènes, les contrats à forts potentiels de ceux qui ne sont pas rentables. Les résultats de cet indicateur montrent tout d'abord la forte rentabilité de la branche Immeuble. Ces résultats sont principalement portés par le périmètre du produit Standard dont 80% des contrats sont générateurs de valeur. Le produit Flottes d'immeubles quant à lui est déficitaire.

La modélisation est performante. Cette étude a permis en effet, de détecter les contrats les plus rentables, à l'aide de leur valeur potentielle future, et d'identifier ceux déficitaires. Un critère de rentabilité à la maille client, nommé «Indice syndic», est construit à partir des valeurs contrats. Cet outil est composé de 5 classes. Plus l'indice est élevé, plus la rentabilité du client l'est également. Sa construction est issue de la somme des valeurs des contrats pour chaque code syndic. Les résultats sont cohérents avec les indicateurs utilisés jusqu'à présent pour le pilotage de la branche, répondant au troisième objectif formulé en amont. Ce nouvel indicateur permet alors de connaître en un coup d'oeil et de manière objective, la rentabilité globale du client immeuble. Enfin, la valeur contrat immeuble nous a permis d'obtenir un indice distributeur avec une vision complète de la performance des intermédiaires d'assurance ajoutant une vision qualitative aux critères de production quantitatifs utilisés initialement. Ces deux indicateurs, syndics et distributeurs, sont utilisés pour moduler les majorations tarifaires selon le niveau de l'indice, permettant de défendre les bons risques et de cibler les moins rentables.

Enfin, une attention particulière est portée à la stabilité des résultats. La sensibilité des hypothèses de projections est étudiée et le processus du calcul de la valeur contrat est appliquée sur les données de l'année précédente afin d'analyser les changements entre deux années consécutives. Les évolutions constatées entre ces deux années pour les contrats, sont issues de leurs informations individuelles, répondant directement à l'objectif d'une modélisation stable dans le temps.

Dans une volonté d'apporter de la visibilité sur la construction de la valeur contrat et client, la dernière partie de ce mémoire est consacrée à la création d'un outil de visualisation dynamique des résultats de la valeur et de sa décomposition. Cet outil d'aide à la décision permet de comprendre le résultat de l'indice accordé à un client vis-à-vis des contrats que celui-ci a souscrit.

Les améliorations futures viseront dans un premier temps à mettre à jour les résultats de la valeur plusieurs fois dans l'année. Actuellement ce processus doit être réalisé une fois par an sur les données vues à fin décembre. La mises à jour des valeurs et des indices à différentes dates clefs, permettrait d'avoir une vision récente de l'état de portefeuille à communiquer aux souscripteurs. Nous souhaitons, après avoir supprimé les contrats résiliés, à intégrer les affaires nouvelles. Dans un second temps, il serait intéressant de poursuivre les travaux d'explication pédagogique de la valeur pour permettre une meilleure compréhension des résultats des indices client par tous.

# Executive summary

## Context

### Objectives and study frame

In an increasingly competitive market, knowing your customer is a key element of strategy insurers. They have a financial interest in retaining the most profitable customers. Placing the customer at the center of their concerns is strategic. Axa therefore aims to increase its customer knowledge in order to manage its portfolio efficiently. The difficulty here resides in distinguishing, within the same group of homogeneous risks, clients with high potential from those who are not profitable. An insurer who succeeds in segmenting its risks increases its price competitiveness in the least risky segments. Such a separation of risks is based on their present value and their potential future value. The indicator now called «Client Value» makes it possible to meet this need. Based on forward-looking assumptions, it makes it possible to measure the costs and gains generated by each of the contracts subscribed by a client, and therefore to define whether it generates profit or loss. This information plays an important role in customer relationship management. Not all will receive the same loyalty effort. This tool will combine business strategy and the rigor of actuarial science to respond a major challenge for insurers.

The «Actuarial Products Risks of Frequency, Intensity and Data Science» team, in which this study was produced, is attached to the Company Property & Casualty (P&C) and Specialty Regulations Department which aims to improve the pricing structure as well as the profitability of PC products. In a process off a more detailed understanding and better control of risk, we are studying the construction of the customer value indicator on the multi-risk bulding insurance product. It covers real estate. On the one hand, it insures the building, public facilities, outbuildings and annexes, and on the other hand the responsibilities that the policyholder incurs due to his real estate when he causes damage to another person. Thepolicheholder for this type of contract depends on the structure of the owner of the building. He can be the owner, physical or moral in the case of a sole owner, or the syndicate of co-ownership in the case of several owners whose legal representative is the trustee. This one ensures the safeguard and the maintenance of the building which it manages. The study of the value of such clients is very relevant for the management of this insurance portofolio.

### The customer value

Customer value is the result of the valuation of each of the contracts subscribed by a customer. It is defined as the sum of the expected profits and losses expected over its average lifetime (the duration).

Soit :

$$Customer Value_y(0) = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \frac{Income_{yji} - Expenses_{yji}}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yji})]$$

Avec :

- $Customer Value_y(0)$  : the value at date  $t = 0$  of customer  $y$ .
- $Income_{yji}$  : income generated by contract n °  $j$  of customer  $y$  on date  $i$ .
- $Expenses_{yji}$  : expenses generated by contract n °  $j$  of customer  $y$  on date  $i$ .

- $P(r_{yij})$  : probability that the policyholder will terminate his contract n °  $j$  on date  $i$ .
- $i$  : projection year.
- $N$  : number of years of projection of flows generated by the customer.
- $K$  : number of contracts subscribed by the client with the company.
- $r$  : discount rate.

It is necessary to first assess the value of each customer contract. This is obtained by modeling the inflows and outflows, the amounts of expenses generated and income perceived over a 30-year period . The term of the contract is a third dimension to be taken into account in calculating the value, the probability of termination will then be calculated. A rating ranging from 1 to 5 is assigned to each client based on their results. It will be an effective asset to guide marketing and sales strategies. The higher the index, the higher the profitability of the client.

$$Index\ client \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

The insurer will determine the profiles it wishes to retain in its portfolio. He will do it by means of price rate adjustments and will also orient its development on the market in this direction. Better knowledge of the customer environment allowed to adapt communication, offers and commercial approaches to target profiles.

## Models

The report provides methodology of contract value calculation . It is based on the modeling of three components :incoming and outgoing flows and the probability of termination. It is based on the modeling of three components : incoming and outgoing flows and the probability of termination.

### Economic Combined Ratio

The Economic Combined Ratio indicator is adapted to this approach by taking into account all of the expenses and income generated by the insurance actors in the profitability calculation . The objectives are to model this indicator, to project it over  $N$  years and finally to estimate the contract termination probability . In a desire to study the risk in fine detail. **homogeneous risk groups** within our portfolio are created.

The chosen segmentation first breaks down into three products :

- **Standard (STD)**, it covers residential buildings, offices and shops as well as garages and car parks.
- **Multi-risk Business Building (MBB)**, insures surface buildings over  $20.000m^2$  and high rise.
- **Fleet of buildings (FLB)**, insures buildings located at several risk addresses and belonging to a single owner.

Representing more than 90% of the portfolio in number, the standard contracts are then separated into five sub-categories according to the surface insured. No sub-segmentation of other products will be considered so as not to generate volatility due to the reduced number of observations.

The ECR is broken down into several parts. First, a loss ratio which is the ratio between all claims costs and premiums collected. To this amount are added all the management fees, the reinsurance cost and the intermediaries remuneration to calculate the combined ratio. accounting. The transition to the Combined Economic Ratio is made by taking into account the financial income generated by the investments of premiums received, taxes and capital costs.

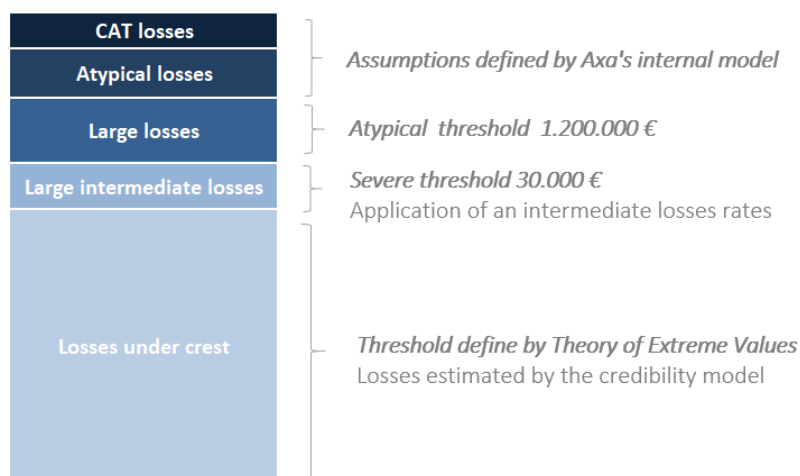
$$ECR = Combined\ ratio + \frac{Discount + Taxes + Cost\ of\ risk}{Earned\ premiums}$$

with :

- Combined ratio : is the ratio of Expenses and claims to premiums ;
- Discount : is the financial result of the investments of the premiums received ;
- Taxes : are linked to the social tax paid by the company on its results ;
- The cost of risk : is the cost of capitalizing own funds.

The losses are divided into attritional losses (*claims less than 30,000 €*), serious textit (claims greater than 30,000 texteuro), atypical (*claims greater than 1,200,000 €*) and climatic. A contract analysis requires determining a new threshold suitable for this study. The perimeter of attritional claims was determined by the Extreme Value Theory and more specifically by the comparison of the results of the Hill, Pickands, DEdH and Gerstengarbe estimators. These made it possible to determine a serious loss threshold. The amount of charge below this threshold, for the first projection year  $N + 1$ , is modeled using a posteriori pricing method. The credibility methods were selected to model a coherent attritional charge by allocating part of the individual or collective experience according to the contract seniority and the amount of loss information that we have at our disposal. The Bühlmann-Straub and Jewell were applied and the choice of the most suitable model was guided by two considerations. On the one hand, if the coefficients granting credibility to the experience of the contract are high : making it possible to present the risks according to their individual experience. On the other hand, the results must be stable over time. The most suitable model for this modeling is Jewell. The other constituent elements of the ECR were then determined and applied to obtain its result for the first projection year, i.e.  $i = 1$ .

The diagram below summarizes the steps in the construction of the load for the calculation of ECR.



### Projection assumptions

The second stake of this study is the **projection of the first results over a horizon of 30 years**. This takes into account the evolution of premiums, of claims through frequency and average cost, and also of the probability of maintaining the contract in the portfolio.

**Frequency evolution** is calculated from triangles of the number of claims weighted by the Potential Contribution Excluding Tax for each year. It is used because it allows to take into account in the estimation, the surface and size of the contracts in portfolios, information very correlated between themselves. Particular attention has been paid here to the study framework. The Building Compensation and Claims Agreement, implemented in 2018, has had an impact on the evolution of claims and this year may bias the results and was therefore removed from the observation framework. This new agreement aims to simplify and improve the compensation procedures for small claims Water damage and Fire occurring in buildings for an amount less than 5,000€. Part of this loss experience is now transferred to multi-risk home insurance. This agreement impacts and improves the attritional loss experience of the building portfolio. This first projection assumption is determined for each of the products in the portfolio.

**Average cost evolution** is calculated on the price of the FFB index. Indexed to the cost of construction, it takes into account changes in claims costs.

In the ECR approach it is necessary to take into account **the premiums evolution** paid by policyholders. The price effect is based on the average rate increase applied over the last three years on each of the three products. These three parameters are used to project the ECR.

To be able to value the contracts, we must project their flows over a horizon of  $N$  years. It will observe if these contracts will be present under this time horizon. To do this, we assess their **probability of termination** each year.

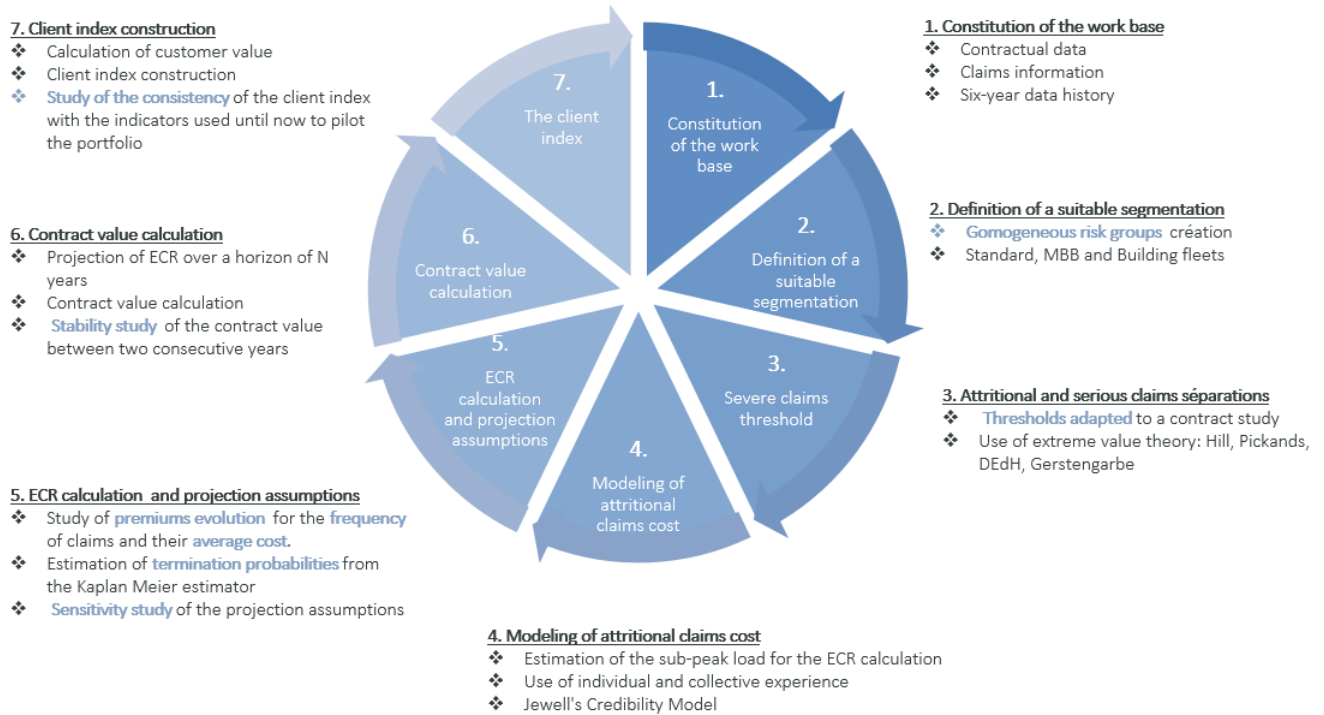
Modeling **termination probabilities** uses duration models and more particularly the Kaplan Meier estimator. This non-parametric estimator takes into account the censorship phenomenon to the data on which we are working are victims. Censorship is defined by contracts for which the termination event is not observed. The first step was the creation of a database which lists, for a fixed observation frame, all the constituent elements of this estimator, namely the number of contracts terminated at a time  $T_i$  and the number risk contract that may be subject to the event of termination at the same time. The study was conducted on the three products separately. The probability of termination is obtained for each projection year.

### Contract value

All of these elements are used to calculate the contract value. This is the sum of future cash flows generated by a contract over a 30-year horizon. The ECR models these flows which are then projected using the assumptions of changes in frequency, average premium cost and probability of termination. Customer value is then obtained by summing the results of each customer's contracts. It is represented by the trustee, the legal representative of the syndicate of co-ownership.

The figure below summarizes the process for constructing contract value.

## Contract value construction



## Result and conclusion

The contract value indicator was implemented with the aim of separate, within the same group of homogeneous risks, contracts with high potential and those which are not profitable. The results of the contract value first of all show the strong profitability of the Building portfolio. These results are mainly driven by the scope of the Standard product, 80% of the contracts that generate value. The Building fleets product is showing a loss.

The modeling is efficient. This study made it possible to detect the most profitable contracts, using their potential future value, and to identify those in deficit. A customer-specific profitability criterion, named «the client index», is constructed from the contract values. This tool is made up of 5 classes. The higher the index, the higher the profitability of the customer. Its construction is based on the sum of the contract values for each building manager identification code. The results are consistent with the indicators used to date for the management of the portfolio, meeting the third objective formulated upstream. This new indicator then makes it possible to know at a glance and objectively the overall profitability of the building customer. Its use will be to modulate price rate increases according to the level of the index, making it possible to defend the good risks and target the less profitable.

Finally, particular attention is paid to the results stability. Sensitivity of the projection assumptions is studied and the process of calculating the contract value is applied to the data of the previous year in order to analyze the changes between two consecutive years. The changes observed between these two years for the contracts are based on their individual information, directly responding to the objective of stable modeling over time.

In a desire to bring visibility to the construction of contract and customer value, the last part of this study is devoted to the creation of a dynamic visualization tool for the results of value and its breakdown. This decision-making tool makes it possible to understand the result of the index granted to a client with regard to the contracts that this one has subscribed.

Future improvements will initially aim to update the results several times a year. Currently this process must be carried out once a year on the data seen at the end of December. Updating values and indices at different key dates would provide a recent view of the portfolio status to be communicated to subscribers. We wish, after removing the terminated contracts, to integrate the new business. Secondly, it would be interesting to continue the work of educational explanation of value to allow a better understanding of the results of customer indices by all.



# Remerciements

*Je tiens tout d'abord à remercier tout particulièrement Julien Gayno mon tuteur en entreprise pour ces mois de stage durant lesquels il a su prendre de son temps et a rendu cette expérience enrichissante et pleine d'intérêts. Il a su m'accorder sa confiance, ce qui m'a permis d'accomplir pleinement mes missions. Je souhaite également remercier mon manager Gérald Lucas pour son expertise, ses encouragements et ses nombreux conseils.*

*Par ailleurs je souhaiterais remercier les responsables du Mastère spécialisé Actuariat, Caroline Hillaret et Wissal Sabbagh pour l'organisation et les enseignements dispensés au sein de cette formation. Je remercie mon référent Chrétien Robert ainsi que toute l'équipe pédagogique et les intervenants pour la qualité de leurs enseignements. Vous m'avez permis de progresser sur les bases théoriques de l'actuariat mais également sur son application.*

*Je remercie également Véronique Marpillat et tous les membres de l'équipe Actuariat Produits IARD Entreprise qui ont tout mis en œuvre, pour que mon stage se déroule dans les meilleures conditions possibles. Tout au long de cette expérience, j'ai eu l'occasion d'être associée à leur travail et d'acquérir de nouvelles connaissances et compétences. Celles-ci me seront précieuses pour la réalisation de mes projets à venir.*

*Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance aux personnes qui m'ont aidée dans l'élaboration de ce mémoire d'actuaire. Mon tuteur Julien et également Maude Martin qui m'ont permis d'enrichir le contenu de ce mémoire par leurs conseils avisés. Ensuite, Isabelle Thuillier, Mahefa Razafindrahaingo, Sarah et Matthieu Pioc pour leur soutien, leur relecture et leurs conseils de rédaction.*

*Je remercie enfin très précieusement Julie Thill pour cette belle année passée ensemble à l'ENSAE.*



# Table des matières

<b>Résumé</b>	2
<b>Abstract</b>	3
<b>Note de synthèse</b>	4
<b>Executive summary</b>	10
<b>Remerciements</b>	16
<b>Introduction</b>	19
<b>1 Contexte, objectifs et périmètre de l'étude</b>	<b>20</b>
1.1 Présentation du périmètre de l'étude . . . . .	20
1.1.1 L'assurance Multirisque Immeuble . . . . .	20
1.1.2 Le marché de l'assurance Immeuble chez Axa . . . . .	23
1.1.3 Valeur contrat Multirisque Immeuble : objectifs et enjeux . . . . .	25
1.1.4 La notion de valeur client et valeur contrat . . . . .	26
1.2 Modélisation de la valeur contrat Multirisque Immeuble . . . . .	27
1.2.1 Construction de l'Economic Combined Ratio (ECR) . . . . .	28
1.2.2 Les démarches de la modélisation et segmentation du portefeuille Immeuble . . . . .	30
<b>2 Détermination d'un seuil des sinistres graves</b>	<b>32</b>
2.1 Estimation du paramètre de queue . . . . .	32
2.1.1 Domaines d'attraction des valeurs extrêmes . . . . .	32
2.1.2 Estimateurs des seuils . . . . .	34
2.2 Présentation des données et application de la théorie des valeurs extrêmes . . . . .	35
2.2.1 Constitution de la base de données . . . . .	35
2.2.2 Étude du domaine d'attraction . . . . .	37
2.2.3 Application et choix des seuils . . . . .	38
<b>3 Modélisation de la charge attritionnelle</b>	<b>44</b>
3.1 Les modèles de crédibilités . . . . .	45
3.1.1 Le modèle de Bühlmann (1967) . . . . .	45
3.1.2 Le modèle de Bühlmann-Straub (1970). . . . .	47
3.1.3 Le modèle de Jewell (1975) . . . . .	50
3.2 Application des modèles de crédibilité . . . . .	53
3.2.1 Application du modèle Bühlmann-Straub . . . . .	53
3.2.2 Application du modèle hiérarchique de Jewell . . . . .	59
3.3 Comparaison et choix du modèle de crédibilité . . . . .	61
3.3.1 Etude des facteurs de crédibilité . . . . .	61

3.3.2	Étude de stabilité dans le temps	62
<b>4</b>	<b>Calcul de l'ECR et des hypothèses de projections</b>	<b>66</b>
4.1	Calcul de l'Economic Combined Ratio	66
4.1.1	Calcul de l'ECR pour la première année de projection	66
4.1.2	Modélisation des hypothèses de projection de l'ECR	70
4.2	Modélisation de la durée de vie des contrats immeubles : probabilité de résiliation	72
4.2.1	Les modèles de durée et probabilité de résiliation	72
4.2.2	Estimateur de Kaplan Meier et application	73
4.2.3	Application de l'estimateur de Kaplan Meier	74
<b>5</b>	<b>Calcul de la valeur contrat et création de l'indice syndic</b>	<b>80</b>
5.1	Calcul et résultats de la valeur contrat	80
5.1.1	Étude des résultats de la valeur contrat	81
5.1.2	Stabilité de la valeur contrat entre deux années	82
5.1.3	Sensibilité des paramètres de projection de la valeur	86
5.2	Calcul d'un indice syndic	89
5.2.1	Passage en indice client : Le Syndic professionnel	89
5.2.2	Cohérence Détection client et valeur client	92
<b>6</b>	<b>Utilisation opérationnelle de la valeur</b>	<b>95</b>
6.1	Création d'un outil explicatif de la valeur client	95
6.2	L'indice distributeur	98
	<b>Conclusion</b>	<b>103</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>105</b>
	<b>Annexes</b>	<b>109</b>
	Annexe 1 : Détermination d'un seuil de sinistres graves	110
	Annexe 2 : Stabilité de la valeur des sous-segments du produit Standard	116

# Introduction

Souhaitant acquérir une expertise de plus en plus forte pour développer sa compétitivité et augmenter sa rentabilité, le marché de l'assurance est en perpétuelle évolution. Les assureurs visent à travers la gestion et la conception de leurs produits à créer de la valeur. Les résultats des analyses des affaires en portefeuille orientent les actions marketing et le pilotage. L'assureur a un intérêt financier à fidéliser les clients qui lui sont profitables. C'est dans ce contexte que le client est placé au centre des stratégies. La fidélisation des «meilleurs» risques est devenue un enjeu majeur. Des travaux ont été réalisés pour identifier cette clientèle, en distinguant au sein d'un même portefeuille ou d'une branche d'activité, les clients à forts potentiels de ceux qui ne sont pas rentables. Tous ne recevront pas le même effort de fidélisation pour bâtir une relation dans la durée. Cet investissement sera déterminé en appréciant d'une part, leur valeur actuelle et ensuite leur valeur potentielle future. Pour estimer la valeur client il faut préalablement déterminer la valeur de chacun des contrats auxquels celui-ci a souscrit.

Ce mémoire porte sur la modélisation de la valeur des contrats de la branche Multirisque Immeuble. Ce marché spécifique de l'assurance IARD a un poids significatif dans le portefeuille d'Axa France IARD Entreprise. Il représente 13% des contrats et 10% du chiffre d'affaire. Le portefeuille est en croissance et le nombre d'affaires nouvelles augmente d'autant plus depuis le lancement d'un nouveau produit en 2018. Cette branche d'assurance est complexe puisqu'elle couvre à la fois plusieurs types de risques tels que des risques de fréquences, d'intensités, climatiques et catastrophiques. C'est dans cette perspective que le groupe Axa souhaite examiner de manière attentive la qualité de son portefeuille.

La première partie de ce mémoire est consacrée à la présentation du périmètre de l'étude et les enjeux qui lui sont liés. Nous caractérisons les notions de valeur contrat et de valeur client. Nous nous appliquons ensuite à définir la construction de cet indicateur et des travaux qui lui sont nécessaires. Les étapes de cette modélisation seront exposées.

Les parties suivantes sont consacrées à la modélisation de la valeur contrat. La valeur actuelle des contrats en portefeuille est tout d'abord calculée. Elle représente les coûts et les gains engendrés par le contrat. Pour ce faire nous sommes amenés à déterminer un indicateur de performance pertinent pour sa construction. Celui-ci doit prendre en compte l'intégralité des charges et des produits générés par le contrat. Ensuite la valeur future est estimée. Les résultats de la valeur actuelle seront projetés sur un horizon de temps à l'aide d'hypothèses prospectives. Enfin nous présenterons l'ensemble des résultats obtenus et nous porterons une attention particulière à leur stabilité dans le temps.

La dernière partie présente l'utilisation opérationnelle de la valeur, à travers tout d'abord la mise en place d'un outil d'aide à la décision et ensuite par l'utilisation d'un indicateur qui s'articule de manière complémentaire à la vision client : l'indice distributeur.



# Chapitre 1

## Contexte, objectifs et périmètre de l'étude

Cette première partie du mémoire a pour vocation de présenter le contexte et les objectifs de l'étude. Dans un premier temps, elle présentera la branche d'activité multirisque immeuble (MRI) et les enjeux de ce business, puis dans un second temps la notion de valeur client.

### 1.1 Présentation du périmètre de l'étude

#### 1.1.1 L'assurance Multirisque Immeuble

L'assurance est un service incontournable qui occupe une place très importante dans notre vie de tous les jours. Elle se définit comme «l'opération par laquelle l'assureur s'engage à payer une prestation (sous forme de capital ou de rente) à l'assuré ou au bénéficiaire, en cas d'une réalisation d'un évènement aléatoire ou d'un risque déterminé (le sinistre), en contrepartie d'une rémunération sous forme de prime ou de cotisation» [Cours Droit des assurances, 2014](#). De tout temps, l'Homme tente de maîtriser l'aléa et éprouve un besoin de protection à l'égard de tous les dangers qui le menacent. L'assurance permet donc de limiter les conséquences financières ou matérielles incombant à soi-même ou à autrui, à la suite de la survenance d'un évènement pouvant parfois avoir des répercussions dramatiques. De son côté, l'assureur s'engage à indemniser l'assuré en échange d'une cotisation. Il assure la pérennité de son activité en souscrivant une multitude de contrats, s'appuyant sur l'hypothèse selon laquelle tous les assurés de son portefeuille ne peuvent pas être sinistrés en même temps et donc les primes des uns permettront de payer les sinistres des autres. C'est le principe de la **mutualisation** des risques.

Au même titre que les personnes, les biens immobiliers peuvent être soumis à ces aléas. Des incendies et des dégâts des eaux par exemple peuvent endommager et détruire les bâtiments. Pour lutter contre cela, les propriétaires uniques ou les syndicats de copropriétés (professionnels ou bénévoles) souscrivent une assurance Multirisque Immeuble. Celle-ci n'est pas obligatoire mais elle est néanmoins fortement recommandée. Les copropriétés, désignant un ensemble immobilier, peuvent être constituées de terrains, de logements et d'installations communes telles que des ascenseurs ou des piscines. Ainsi au sein d'une copropriété nous pouvons distinguer les parties communes des parties privatives. Les parties privatives appartiennent à un propriétaire unique qui en a l'usage et la jouissance exclusive. A ce titre, il assurera son bien par ses propres moyens via la souscription d'un autre produit : la Multirisque Habitation. Les parties communes sont les parties des bâtiments et terrains affectées à l'usage de tous les copropriétaires du bien. Il s'agit par exemple des équipements collectifs tels que les ascenseurs, le sol, la toiture ou des cours et jardins. C'est sur cette dernière partie que porte l'assurance Multirisque Immeuble (MRI).

L'assurance MRI est un contrat couvrant tout d'abord le bien immobilier, assurant ainsi le bâtiment, les équipements collectifs, les dépendances et annexes. Celui-ci couvre également les responsabilités, les conséquences qu'encourt légalement l'assuré du fait de ses biens immobiliers lorsqu'il cause des dommages aux tiers (articles 1382 à 1386 du Code Civil) et aux locataires (articles 1719 et 1721 du Code Civil). Pour ce type de contrat, l'assuré dépend de la structure de propriété de l'immeuble. L'assuré est :

- Soit le propriétaire, personne physique ou morale dans le cas de propriétaire unique ;
- Soit le syndic de copropriétés, dans le cas de plusieurs propriétaires.

Le nombre de bâtiments assurés au titre d'un contrat, correspond au nombre d'unités immobilières distinctes, séparées d'au moins 10 mètres et identifiées par leur surface. Les montants des garanties, des cotisations et franchises évoluent selon **l'indice du prix de la construction**. Ces indices sont publiés chaque trimestre par la Fédération Française du Bâtiment. Cette branche d'assurance est complexe car elle couvre à la fois plusieurs types de risques :

- des **risques de fréquence** (dégâts des eaux, ...);
- des **risques d'intensités** (incendies, explosions, effondrements)
- des **risques climatiques et catastrophiques** (inondations, tempêtes, grêles, tremblements de terre, glissements de terrain, sécheresses provoquant les retraits et gonflements des sols argileux induisant des dégâts de grandes ampleurs aux bâtiments tels que des affaissements).

Les événements garantis au titre d'un contrat MRI sont les suivants :

1. **Incendie et Risques Divers** : de manière plus précise, il s'agit des dommages et des responsabilités relatives à un incendie, une explosion, la chute directe de la foudre et des autres risques pouvant être causés par des véhicules terrestres à moteur, les émeutes ou des actes de sabotage. La limite de cette garantie par sinistre s'élève à la valeur de reconstruction.
2. **Responsabilité civile en qualité de propriétaire et du syndic bénévole** : dommages causés aux tiers lorsqu'ils relèvent de la responsabilité de l'assuré. Ces dommages peuvent être corporels, matériels et immatériels.
3. **Attentats et actes de terrorisme** : les dommages matériels directs causés par un attentat ou un acte de terrorisme sont couverts par l'application de l'article L 126-2 du code des assurances au même titre que la garantie incendie. Cet article stipule également que dans le cas de décontamination d'un bien immobilier, ces frais et l'indemnisation des dommages ne peuvent excéder la valeur vénale du bien contaminé.
4. **Dommages électrique** : dommages matériels électriques causés par des incendies, des explosions, la chute de la foudre ou l'action de l'électricité.
5. **Évènements climatiques** : les dommages aux biens assurés résultant directement d'évènements climatiques tels que le vent, la neige et la grêle, à condition que ces phénomènes aient affecté d'autres bâtiments et soient reconnus par la commune ou les communes voisines. Dans une volonté d'améliorer la gestion des risques, Axa communique à ses assurés des actions de prévention à réaliser pour se prémunir de dommages, telles qu'un cas de gel et de grand froid. Ainsi en période de froid, l'assuré se doit de maintenir ses biens immobiliers à une température supérieure à 5°C ou vidanger toutes les installations de distribution d'eau et de chauffage. En cas de sinistre, si ces exigences ne sont pas respectées, un abattement additionnel du montant de l'indemnité sera mis en place et la franchise restera à la charge de l'assuré.
6. **Catastrophes naturelles** : dommages portant sur des biens matériels assurés, résultats d'un évènement naturel d'intensité anormale et ayant fait l'objet d'un arrêté officiel de catastrophe naturelle.
7. **Catastrophes technologiques** : dommages portant sur des biens matériels assurés, résultat d'une catastrophe technologique et ayant fait l'objet d'un arrêté officiel.



8. **Dégâts des eaux** : dommages et responsabilités relatifs à une fuite, un débordement ou une infiltration accidentelle. Cette garantie fait également l'objet de prévention d'Axa envers les assurés en leur demandant d'interrompre la distribution d'eau, en cas de non-occupation des biens assurés. Il est possible d'étendre cette garantie aux canalisations enterrées et au refoulement d'égouts.
9. **Vol** : vol ou détérioration des biens immobiliers situés dans les parties communes, commis par des effractions ou à la suite de violences et menaces.
10. **Bris de glaces** : bris accidentel des produits verriers des parties communes.
11. **Vandalisme** : dommages résultant d'actes de vandalisme, de sabotage, d'émeutes ou de mouvements populaires. Cette garantie exclut les dommages aux glaces qui relèvent de la garantie bris de glace, et les graffitis.
12. **Bris de machine** : destruction ou détérioration des équipements collectifs de l'immeuble tels que les chaudières, les ascenseurs ou les installations relatives aux piscines. Ces équipements doivent justifier de leur entretien régulier pour activer la garantie lors d'un sinistre.
13. **Pertes liquides** : pertes de liquide approvisionnant l'immeuble et entreposé dans un récipient de stockage couvert par les garanties précédentes et pour des actes de malveillance.
14. **Effondrement** : dommages matériels subis par les bâtiments assurés lorsque leur solidité est compromise. Cette situation peut être le résultat d'un effondrement total ou partiel des fondations, des murs ou de la toiture.

Le produit multirisque immeuble est commun aux deux marchés : Entreprises et Particuliers & Professionnels d'autre part. Le périmètre de l'étude présenté dans ce mémoire concerne uniquement le marché Entreprises. Ce produit d'assurance est constitué de trois offres de souscription :

- **STD** : Produit standard
- **MIE** : Multirisque immeuble entreprise
- **FLIM** : Flottes d'immeubles

Les deux premiers produits sont des contrats mono-adresse, mono-site. Le produit flotte d'immeubles assure plusieurs unités de bâtiments distincts se situant sur des parcelles différentes. Le **segment standard** couvre les bâtiments d'habitations, les bureaux et les commerces ainsi que les garages et les parkings. Les variables tarifaires discriminantes sont la surface en  $m^2$  assurés, le nombre d'étages ainsi que le type, la classe incendie et la surface de l'activité hébergée. Le **produit MIE** recense les immeubles de surface supérieure à  $20.000m^2$  et de grande hauteur. Enfin, le produit **Flotte d'immeubles** assure des immeubles situés à plusieurs adresses de risque et appartenant à un seul propriétaire.

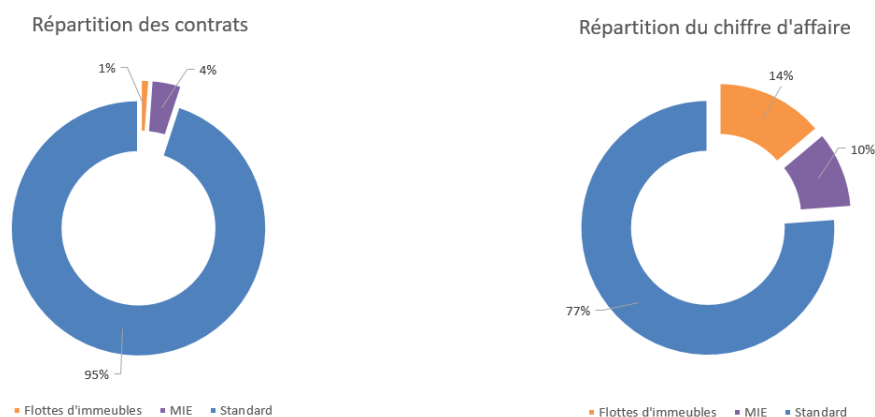


FIGURE 1.1: Répartition de la branche immeuble Entreprises par produit

Les diagrammes ci-dessus (Figure 1.1) sont issus du diagnostic annuel de la branche MRI réalisés en 2019 pour le marché Entreprises. Ils nous montrent que le produit standard est largement représenté au sein

## 1.1 Présentation du périmètre de l'étude

de la branche Immeubles puisqu'il représente 95% du nombre de contrats et 77% du chiffre d'affaires réalisé en 2019. Les MIE et les Flottes d'Immeubles ne représentent quant à eux, que respectivement 4% et 1% des nombres de contrats pour 10% et 14% du chiffre d'affaires. Il s'agit de grosses affaires. Même s'ils représentent peu de contrats en nombre, le chiffre d'affaire généré par ces contrats est important.

### 1.1.2 Le marché de l'assurance Immeuble chez Axa

Axa se positionne comme leader sur le marché français de l'assurance immeuble, avec 27% de part de marché national, ce qui représente 400M€ de chiffre d'affaires. La branche évolue dans un contexte de marché favorable. Sa matière assurable augmente à la suite de nombreuses nouvelles constructions d'immeubles (logements, bureaux).

Par ailleurs, le changement de convention de gestion de sinistres en juin 2018, avec l'instauration de la **convention d'Indemnisation et Recours des Sinistre Immeuble (IRSI)** par la FFA, a engendré une baisse de la sinistralité de fréquence pour les copropriétés ((Figure 1.2). Cette nouvelle convention vise à simplifier et améliorer les procédures d'indemnisation des petits sinistres Dégâts des Eaux et Incendie survenus en immeuble d'un montant inférieur à 5 000€, dans le cas où les compagnies d'assurance concernées sont signataires de la convention. L'assureur gestionnaire du sinistre est celui de l'occupant du logement où le sinistre a eu lieu. De ce fait, une partie de cette sinistralité est désormais transférée à l'assurance multirisque Habitation, améliorant ainsi la sinistralité attritionnelle (charge < 30 K€) de la branche multirisque Immeuble. Aussi, l'impact de la mise en place de la convention IRSI a bien été pris en compte pour l'étude.

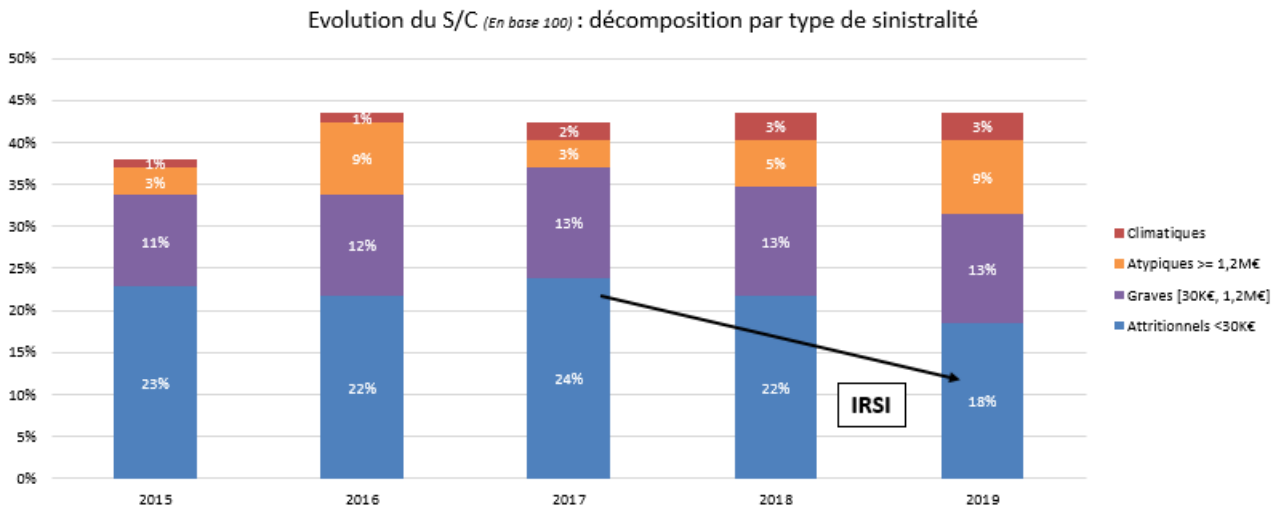
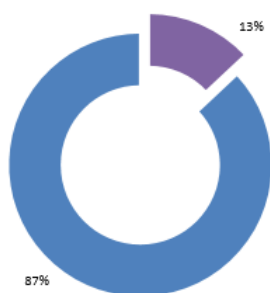


FIGURE 1.2: Évolution du S/C DD pour la branche multirisque immeuble entreprises

Source : comptes 2019

On remarque sur la graphique figure 1.2 que l'immeuble est une branche très rentable avec un bon ratio S/C (rapport des sinistres sur les cotisations), stable depuis 2016. Ensuite le positionnement de la branche immeuble est étudié au sein d'AXA IARD Entreprise. Son poids dans le portefeuille, le chiffre d'affaire, le résultat courant et son poids dans les provisions des sinistres sont autant d'indicateurs qui permettent de positionner l'immeuble dans le portefeuille.

Poids dans le portefeuille AXA IARD entreprise



Poids dans le CA d'AXA IARD

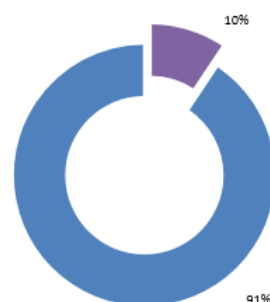


FIGURE 1.3: La branche Immeuble dans le portefeuille IARD entreprises

Source : comptes 2019

Poids dans le résultat courant d'AXA IARD EN



Poids dans les provisions sinistres AXA IARD EN

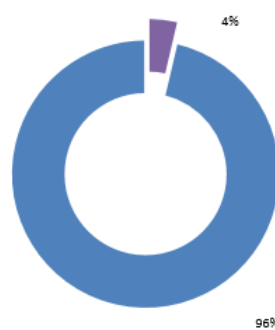


FIGURE 1.4: La branche Immeuble dans le portefeuille IARD entreprises

Source : comptes 2019

La branche Immeuble représente 13% des contrats et 10% du chiffre d'affaire (CA) du portefeuille Axa IARD Entreprise et 6% dans le résultat courant (Figure 1.4).

Depuis l'année 2018, un nouveau produit a été lancé sur le segment du produit standard. En adéquation avec les besoins du marché, le portefeuille immeuble est en croissance et voit son nombre d'affaires nouvelles augmenter (Figure 1.5).

Evolution du nombre d'affaires nouvelles par années

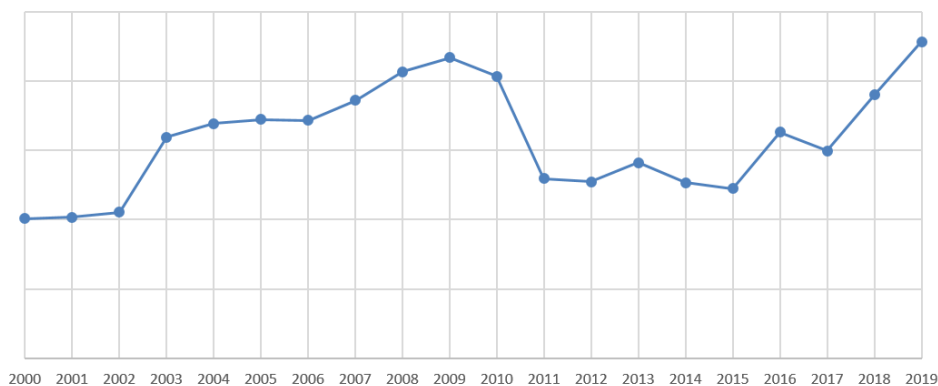


FIGURE 1.5: Évolution des affaires nouvelles chaque année dans le portefeuille Multirisque Immeuble

### 1.1.3 Valeur contrat Multirisque Immeuble : objectifs et enjeux

Dans une volonté d'une compréhension plus fine et d'une meilleure maîtrise du risque, j'ai travaillé à la valorisation des contrats de l'assurance multirisque immeuble. La **valeur contrat** est un indicateur de rentabilité qui se définit comme la somme des profits et des pertes attendus actualisés sur la durée de vie moyenne du contrat (la duration). La valorisation de tels contrats permet d'améliorer la politique de souscription et la fidélisation du client. En effet, à partir de la valeur des contrats qu'un même client a souscrit, on peut en déduire la valeur client. Ce second KPI (Key Performance Indicator) permet ainsi de positionner le client au centre des stratégies marketing et commerciales (fidélisation des clients rentables et majorations tarifaires) et d'ajuster la tarification de manière efficiente pour assurer une certaine rentabilité et compétitivité. Le processus de valorisation des contrats est déjà implémenté sur plusieurs branches au sein d'Axa France IARD. La branche immeuble étant importante pour le business Entreprises, il apparaissait important de mettre en place le processus de valorisation des contrats pour cette branche afin de compléter la vision de la valeur client. Ainsi, c'est en vue de répondre à cet objectif que j'ai réalisé cette étude dans le cadre de mon mémoire d'actuariat.

Une des premières observations a été de constater que les détenteurs des contrats MRI sont principalement mono-branches (Figure 1.6). Ce constat nous a poussé à redéfinir l'utilisation de cet indicateur dans une autre direction : **la valeur syndic**.

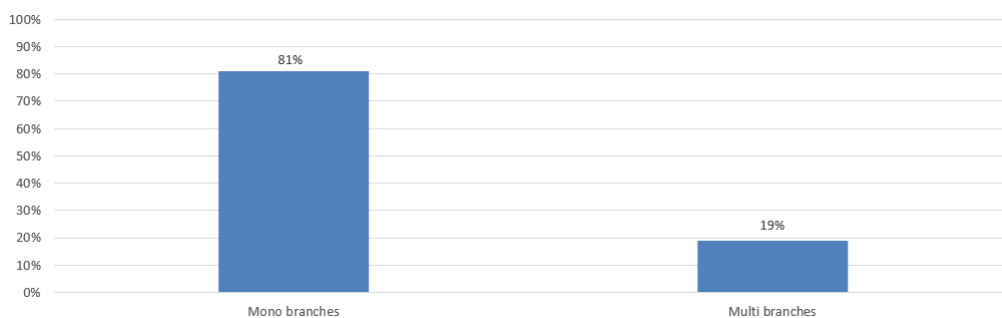


FIGURE 1.6: Répartition des assurés multirisque immeuble selon le type de contrat

Le syndicat de copropriétaires naît automatiquement dès lors qu'un immeuble est divisé en lots. Au sein d'un immeuble, il existe un ensemble de parties communes (escaliers, hall, ascenseur, local à poubelles,...), qui sont partagées entre les différents propriétaires des lieux. Le syndicat de copropriété veille à l'administration et à la conservation de l'immeuble. Son représentant juridique est le «syndic». Ce dernier est l'assuré dans le cadre d'un contrat multirisque immeuble. Le syndic, qu'il soit professionnel ou bénévole, s'assure de la mise en pratique des règles de la copropriété. Il veille à la qualité des lieux allant de l'achat de produits pour la conciergerie à l'entretien de l'ascenseur. Lorsque les marches d'escalier se dérobent, les murs se fissurent, le syndicat peut intervenir sans attendre l'accord des copropriétaires, dans la mesure où ce sont des éléments susceptibles de remettre en cause la sauvegarde de l'immeuble [Le comparateur d'assurance, 2020]. Aussi, la qualité d'un syndic, à travers sa gestion sur plusieurs immeubles, sera une nouvelle information clé à utiliser dans le pilotage marketing de l'assurance IARD Entreprise.

Les objectifs sont de calculer les valeurs contrats de la branche multirisque immeuble d'une part et obtenir un indicateur à la maille client et syndic d'autre part.

### 1.1.4 La notion de valeur client et valeur contrat

Dans un marché de plus en plus concurrentiel, la connaissance du client est un élément clé de la stratégie des assureurs. Ces derniers le place au coeur de leurs préoccupations. L'indicateur appelé aujourd'hui «valeur client» répond à ce besoin et permet de distinguer les clients par leur rentabilité [L'argus de l'assurance, 2016]. A partir d'hypothèses prospectives, il permet de mesurer les coûts et les gains engendrés et donc de définir si le client est générateur de profits ou de pertes. Cela permet ainsi de distinguer les bons des mauvais risques et de repérer les clients à fort potentiel de ceux qui ne sont pas rentables. Cet indicateur, qui s'exprime en euros, est amené à jouer un rôle important dans la gestion des relations clients. Le développement d'un tel indice provient de l'idée selon laquelle les domaines de l'Actuariat et du Marketing sont étroitement liés et que leur association ne peut qu'être porteuse d'innovations stratégiques et permet de mieux cibler les actions du Marketing. L'effort de fidélisation ne sera porté qu'à une partie des assurés au vu des résultats obtenus. Ainsi cet outil alliera la stratégie d'entreprise et la rigueur de l'actuariat pour répondre à un enjeu majeur pour les assureurs.

La valeur client correspond à la somme des espérances de profits et pertes actualisés sur la durée de vie moyenne d'un contrat, aussi appelée durée. Sa mesure repose sur deux principaux éléments : les charges et les produits générés par un client.

$$Valeur\ client = \sum_{i=1}^T \frac{Produits_i - Charges_i}{(1+r)^i}$$

Avec :

- $i$  = date  $i$
- $T$  = durée d'analyse, durée de vie résiduelle

Pour une compagnie d'assurance, les produits générés par les clients sont les primes commerciales payées et les produits financiers générés par les différents placements effectués par la compagnie. Les charges pour un contrat donné sont, quant à elles, les dépenses supportées par la compagnie dans le cadre de son fonctionnement, de la production et gestion des contrats d'assurance mais aussi de la gestion des sinistres pour un contrat. Ainsi les charges correspondent :

- aux indemnités d'assurance versées à l'assuré à la suite d'un ou plusieurs sinistres ;
- les frais généraux dont ceux liés à la gestion des sinistres, à la logistique, aux marketing et à l'informatique par exemple.
- les autres coûts, comme le coût de la réassurance ou encore les taxes qui peuvent être comptabilisées comme tels.

Un client peut générer ces flux à partir d'un ou plusieurs contrats, il sera alors mono ou multi-détenteur. La «valeur client» peut être définie comme la valeur actuelle probable des flux futurs générés par un client au titre de l'ensemble des contrats qu'il a souscrit :

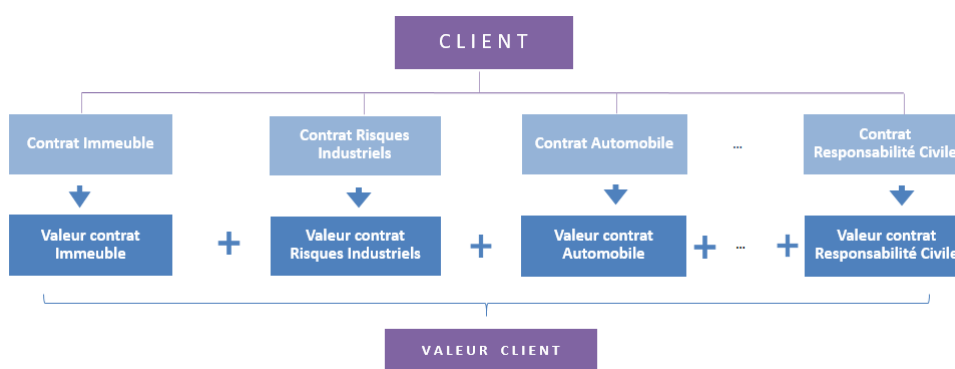


FIGURE 1.7: Construction de la valeur client

Soit :

$$Valeur\ Client_y(0) = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \frac{Produits_{yji} - Charges_{yji}}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yji})]$$

Avec :

- $Valeur\ Client_y(0)$  : la valeur à la date  $t = 0$  du client  $y$ .
- $Produits_{yji}$  : produits générés par le contrat n°  $j$  du client  $y$  à la date  $i$ .
- $Charges_{yji}$  : charges générées par le contrat n°  $j$  du client  $y$  à la date  $i$ .
- $P(r_{yji})$  : probabilité que l'assuré  $y$  résilie son contrat n°  $j$  à la date  $i$ .
- $i$  : année de projection.
- $N$  : nombre d'années de projection des flux générés par le client.
- $K$  : nombre de contrats détenus par le client  $y$  auprès de la compagnie.
- $r$  : taux d'actualisation.

Il est nécessaire d'évaluer tout d'abord la valeur de chacun des contrats des clients. Celle-ci est obtenue en modélisant les flux entrants et sortants, les montants de charges générés et de produits réalisés sur un horizon de  $N$  années. La durée de vie du contrat est une troisième dimension à prendre en compte dans le calcul de la valeur, la probabilité de résiliation sera alors calculée. Les résultats obtenus sur chacun des contrats d'un client permettront de construire sa valeur. Exprimable en euros, celle-ci est déterminée par la compagnie dans le but de distinguer les assurés rentables ou à fort potentiel (valeur client supérieur à 0) de ceux qui ne le sont pas (valeur client inférieur à 0). Grâce à ces résultats, nous serons alors en mesure d'attribuer une note allant de 1 à 5 à chacun des clients. Cette note sera un atout efficace pour orienter les stratégies marketing et commerciales. L'indice vaut 1 si le client est considéré comme mauvais, 3 s'il s'agit d'un client standard et 5 pour un très bon client.

$$Indice\ client \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

L'assureur déterminera les profils qu'il souhaite fidéliser notamment à l'aide d'ajustements tarifaires et orientera également son développement sur le marché dans ce sens. Une meilleure connaissance de l'environnement client permettra d'adapter la communication, les offres et les démarches commerciales envers les profils cibles.

## 1.2 Modélisation de la valeur contrat Multirisque Immeuble

Le calcul de la valeur contrat immeuble consiste à modéliser trois dimensions sur un horizon de  $N$  années :

- les flux entrants, les charges ;
- les flux sortants, les produits ;
- la probabilité de résiliation.

« *Quelle est la rentabilité sur ces produits ? Quel est le résultat du bilan ? Suis-je suffisamment robuste pour faire face à des chocs extrêmes ? Est-ce que nous prenons trop de risques par rapport au retour sur investissement ?* ». Les indicateurs de performance en assurance IARD tentent de répondre à ces questions.

Aujourd'hui, le groupe s'oriente sur un indicateur technique qui tient compte du capital à immobiliser pour mesurer la rentabilité économique du business souscrit : C'est l' Economic Combined Ratio (ECR). Il est calibré en fonction des attentes de l'actionnaire en termes de Return On Equity (ROE = retour sur investissement). Il permet de faire le lien avec le Ratio Combiné, l'indicateur opérationnel le plus utilisé dans le monde de l'assurance

Axa France IARD utilise l'Economic Combined Ratio comme indicateur à l'étude de la rentabilité de chacune des branches. Celui-ci permet de prendre en compte l'intégralité des charges et des produits générés par tous les acteurs de l'assurance. Cet outil de pilotage est adapté à la modélisation des deux premières dimensions du calcul de la valeur contrat.

### 1.2.1 Construction de l'Economic Combined Ratio (ECR)

Le ratio combiné est tout d'abord un des indicateurs de rentabilité des assureurs. C'est le rapport entre ce que l'assureur règle (les charges de sinistres, les frais généraux et les commissions versées aux distributeurs d'assurance) et ce qu'il perçoit (primes versées par les assurés). Il fait référence à deux ratios clefs : le ratio de sinistralité et le taux de chargement. Le premier est également connu sous le nom de «S/P». Il s'agit du rapport entre le montant des sinistres à régler nets de réassurance et celui des primes.

$$\text{Ratio de sinistralité} = \frac{\text{Coût sinistres}}{\text{Primes acquises}}$$

Le second ratio, le taux de chargement intègre les coûts de l'assureur à la mesure de sa rentabilité. L'activité d'assurance engendre des frais de commercialisation et de gestion tels que les commissions versées aux intermédiaires d'assurances et la gestion administrative. Le rapport entre ces montants et les primes acquises détermine alors le taux de chargement.

$$\text{Taux de chargement} = \frac{\text{Frais de gestion, commercialisation}}{\text{Primes acquises}}$$

Ces deux ratios permettent alors de mesurer la rentabilité de l'assureur. Celui-ci est exprimé en pourcentage et s'interprète comme suit : lorsqu'il est inférieur à 100%, cela signifie que les coûts des sinistres associés aux frais de gestion et de commercialisation sont inférieurs aux primes acquises. Dans ce cas, la compagnie réalise un profit. Dans le cas contraire, avec un ratio supérieur à 100%, les primes acquises ne permettent pas de couvrir l'ensemble des dépenses liées aux contrats et la compagnie est déficitaire.

Cependant, le ratio combiné ne prend pas en compte les produits financiers générés par le placement des primes reçues, les risques catastrophes et ne prend pas en compte d'autres éléments financiers tels que les impacts de taxe et le coût du capital. Axa a donc mis en place un nouveau KPI, le ratio économique combiné (ECR) comme outil de pilotage qui fournit une vision globale de la rentabilité. De manière plus efficace, celui-ci prend en compte l'intégralité des charges et des produits générés par tous les acteurs d'assurance tels que les assurés, les intermédiaires, les réassureurs, l'Etat et les actionnaires [Domergue Timothée, 2020](#). Le schéma ci-dessous illustre la décomposition de l'ECR.

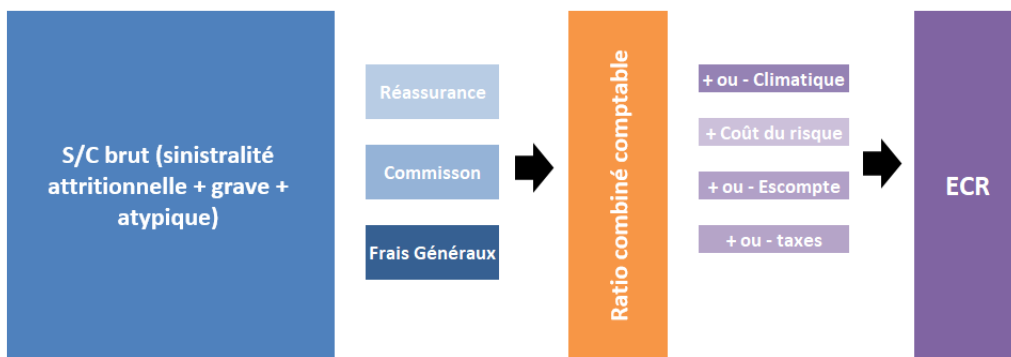


FIGURE 1.8: Construction de l'Economic Combined Ratio

Il interviendra de la façon suivante dans le calcul de la valeur :

$$\text{Valeur contrat immeuble}_y(0) = \sum_{i=1}^N \frac{\text{Prime commerciale}_{yi} \times (1 - ECR(\%)_{yi})}{(1 + r)^i} \times [1 - P(r_{yi})]$$

Pour la branche multirisque immeuble, les éléments suivants seront intégrés au calcul de l'ECR :

### Les charges :

1. **La sinistralité attritionnelle** : représente l'ensemble des sinistres hors climatiques dont le montant de charge est compris entre 0 et 30.000€. Ce montant est le seuil d'écrêtement de la branche immeuble. Ainsi, les sinistres supérieurs à 30.000€ sont comptabilisés jusqu'à ce montant au titre de la sinistralité attritionnelle et le surplus se rapportera à la sinistralité grave. La sinistralité climatique est modélisée indépendamment.
2. **La sinistralité grave** : englobe la part des sinistres hors climatiques entre 30.000€ et 1.200.000€. Ce dernier montant permet de distinguer la sinistralité grave de celle atypique. La charge grave est modélisée à partir des observations de sinistres sur un historique de 5 années selon la méthode Chain-Ladder. Le S/P Grave est déterminé en ramenant la charge de la sinistralité grave sur les primes acquises relatives à l'exercice civil étudié.
3. **La sinistralité atypique** : On considère l'hypothèse de S/P de sinistres atypiques issue du modèle interne Solvabilité II produit par le RMF (Risk Management) d'Axa France. Celui-ci représente l'espérance des S/P associée aux sinistres supérieurs à 1.200.000€.
4. **La sinistralité climatique** : comme pour la sinistralité atypique, on considère l'hypothèse de S/P de sinistres climatiques issue du modèles interne.
5. **La réassurance** : son coût correspond au montant en euros que la compagnie paie au titre des traités de réassurance mis en place pour la couverture du portefeuille immeuble.
6. **Les frais généraux** : Il s'agit de l'ensemble des frais associés au fonctionnement de l'activité d'assurance : frais d'acquisition, frais d'administration, frais de gestion des sinistres, autres frais techniques et frais de placements financiers. Le taux est fourni par la Comptabilité Analytiques de la Direction Financière.
7. **La rémunération des intermédiaires d'assurance** : le niveau des commissions est fixé contractuellement.
8. **Le coût du risque** : correspond à la rémunération attendue par les actionnaires au-delà du taux sans risque.
9. **L'effet taxe lié à l'impôt social** payé par la compagnie sur son résultat

### Les produits :

1. **Les primes** : elles sont payées par les assurés pour bénéficier de la couverture d'assurance en cas de sinistre.
2. **L'escompte** : résultats des placements financiers.

Les résultats des ECR depuis 2015 montrent que la branche immeuble est rentable. Cet indicateur présente des résultats inférieurs à 100% ce qui témoigne de la bonne santé du portefeuille immeuble.



### 1.2.2 Les démarches de la modélisation et segmentation du portefeuille Immeuble

Dans une volonté d'étudier le risque plus finement, chaque produit de l'assurance multirisque immeuble est divisé en plusieurs sous-segments. La segmentation qui sera retenue et étudiée, est celle utilisée pour les renouvellements tarifaires annuels de la branche immeuble. Les renouvellements sont des ajustements tarifaires appliqués aux contrats dont l'objectif est d'adapter la prime à percevoir au risque que l'assuré représente pour l'entreprise.

Pour les contrats Standard une seconde variable est utilisée à la segmentation pour étudier le risque plus finement. Cette variable concerne la surface de l'immeuble assuré en  $m^2$ .

Aucune segmentation des segments Produits MIE et Flottes d'immeubles ne sera faite afin de ne pas générer de la volatilité en raison d'un nombre réduit d'observations. Le schéma ci-contre résume la segmentation qui sera utilisée tout au long la construction de la valeur contrat. Ces sous catégories du portefeuille MRI sont utilisées afin de pouvoir zoomer sur la rentabilité de chacune des composantes de la branche.

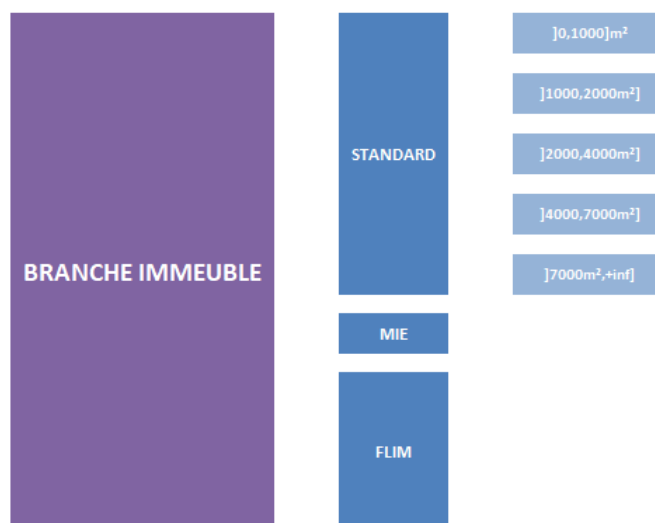


FIGURE 1.9: Segmentation du portefeuille immeuble

C'est au sein de chacune de ces sous-populations que sera étudié l'ECR. A la vue des éléments constitutifs de ce dernier, une démarche de modélisation est mise en place pour répondre aux objectifs de l'étude. Nos choix seront guidés tout au long de l'étude par un raisonnement Produit. Il faudra dans un premier temps redéfinir la nature de la sinistralité attritionnelle et grave, à l'aide d'un seuil adapté à cette nouvelle segmentation. Nous modéliserons la charge sinistres et les autres composantes de l'ECR.

Enfin, pour calculer la valeur contrat sur un horizon de  $N$  années nous devons mettre en place des modèles de projections des flux suivants :

- L'évolution de la probabilité de résiliation ;
- L'évolution de la sinistralité ;
- L'évolution de la politique de majoration des contrats en portefeuille d'Axa.

**Conclusion du chapitre 1 :** Contexte, enjeux et périmètre de l'étude.

Au cours de cette première partie, nous avons défini les notions de valeur contrat et de valeur client. Cette dernière permet de mesurer en réalisant des hypothèses prospectives les coûts et les gains qu'un client produit. Elle a pour objectif de positionner le client au centre des stratégies marketing et commerciales (fidélisation des clients rentables et majorations tarifaires.), afin que la compétitivité et la rentabilité soient pilotées de façon efficiente. La valeur client se définit comme la somme des profits actualisés attendus en moyenne sur sa durée de sa vie. Soit :

$$Valeur\ Client_y(0) = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \frac{Produits_{yji} - Charges_{yji}}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yji})]$$

Les résultats obtenus sur chacun des contrats d'un client permettront de construire le calcul de sa valeur client. Ainsi, l'objet de ce mémoire porte sur la détermination en premier de la valeur contrat de la branche d'assurance multirisque immeuble. Puis l'établissement d'une note, pour chacun des syndics, clients de la branche immeuble.

$$Valeur\ contrat\ immeuble_y(0) = \sum_{i=1}^N \frac{Produits_{yi} - Charges_{yi}}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yi})]$$

L'Economic Combined Ratio (ECR) est adapté à la modélisation de cette valeur. Il prend en effet en considération l'intégralité des charges et des produits générés par les différents acteurs de l'assurance.

$$Valeur\ contrat\ immeuble_y(0) = \sum_{i=1}^N \frac{Prime\ commerciale_{yi} \times (1 - ECR^{(\%)_{yi}})}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yi})]$$

Ainsi, pour calculer la valeur Contrat, nous devons modéliser les flux entrants et sortants mais également la probabilité de résiliation sur un horizon de  $N$  années. Cette étude est réalisée non plus sur la branche dans sa globalité, mais à la maille la plus fine : Branche - Produit - Segment.

Le schéma ci-dessous résume la démarche de la construction de la valeur contrat.

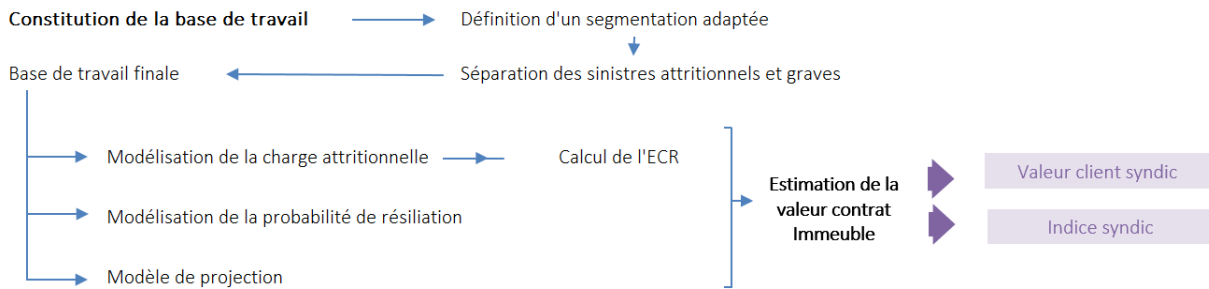


FIGURE 1.9: Démarche pour le calcul de la valeur contrat immeuble

## Chapitre 2

# Détermination d'un seuil des sinistres graves

Au sein d'Axa Entreprise, le seuil qui distingue la **sinistralité attritionnelle** de la **sinistralité grave** pour la branche d'assurance immeuble est 30.000€ pour l'ensemble des segments étudiés. Or ce seuil n'est pas adapté à la segmentation choisie, et se révèle trop important lorsque l'on raisonne au niveau de l'assuré. La première étape consistera alors, toujours dans une volonté de calculer un ECR propre à chacune des classes de risques, de déterminer à l'aide de la **théorie des valeurs extrêmes** un seuil adapté à chacun des segments.

Les montants des sinistres très élevés présentent une **distribution spécifique** qui les distingue des autres. C'est dans ce contexte que la théorie des valeurs extrêmes est utilisée. Celle-ci permet d'isoler les valeurs extrêmes pour ensuite les analyser séparément du reste de la distribution. Cette séparation repose sur le choix d'un seuil. Il doit être choisi suffisamment grand pour permettre une distinction optimale des distributions, mais aussi faible pour disposer d'un nombre d'observations suffisamment élevé pour la modélisation des valeurs au-delà de celui-ci. Ce choix nécessite un arbitrage biais-variance. Le seuil issu de cette étude des extrêmes définira le passage d'un sinistre «attritionnel» à un sinistre «grave», deux éléments qui seront estimés différemment. Les théorèmes, propriétés et définitions rappelés sont issus du cours de [Christian-Yann Robert](#) [Robert Christian Y., 2020](#)

## 2.1 Estimation du paramètre de queue

### 2.1.1 Domaines d'attraction des valeurs extrêmes

Soit  $X_1, \dots, X_n$  une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (IID) de fonction de distribution  $F$  avec  $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$  alors,

$$\begin{aligned} P(M_n \leq x) &= P(\max(X_1 \leq X_n) \dots x) \\ &= P(X_1, \dots, X_n \leq x) \\ &= P(X_1 \leq x) \dots P(X_n \leq x) \\ &= (F(x))^n \end{aligned}$$

Notons  $x^F$  le point extrême de  $F$  défini par :

$$x^F = \sup\{x | F(x) < 1\}$$

## 2.1 Estimation du paramètre de queue

Alors  $M_n \rightarrow x^F$  en probabilité quand  $n \rightarrow \infty$  et sa distribution est dégénérée. Il est alors nécessaire pour la suite d'utiliser une transformation ou une normalisation.

Le premier théorème fondamental de la théorie des valeurs extrêmes permet de caractériser la loi de distribution des extrêmes.

**Théorème 1** (Fisher - tippett). *S'il existe des suites de réels  $a_n$  et  $b_n$ , telles que quand  $n \rightarrow \infty$ ,*

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = [F(xa_n + b_n)]^n \rightarrow G(x)$$

pour une distribution non dégénérée  $G$ , alors  $G$  est du même type que l'une des trois distributions suivantes

$$\begin{aligned} \text{Fréchet } (\alpha > 0) : \phi_\alpha(x) &= \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ \text{Weibull } (\alpha > 0) : \psi_\alpha(x) &= \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \exp(-(-x)^{-\alpha}) & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ \text{Gumbel} : \Lambda_\alpha(x) &= \exp(-e^{-x}) \quad x \in R \end{aligned}$$

Dans le cas de problèmes statistiques il est préférable d'avoir une seule distribution qui unifie les trois précédentes. C'est ce qui a été proposé par Von Mises (1954) et Kenjinson (1995) : la distribution  $GEV(\mu, \sigma, \xi)$

$$G(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left[1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right) & \text{si } \xi \geq 0 \\ \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)\right]\right) & \text{si } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec  $\xi$  est le paramètre de forme,  $\mu$  le paramètre de position et  $\sigma$  le paramètre d'échelle.

Ce théorème permet de remarquer que même si l'ensemble des distributions possibles est grand, celui des valeurs extrêmes est très petit : la loi limite des extrêmes a toujours la même forme. Cette forme est caractérisée par le paramètre  $\xi$  qui contrôle la lourdeur de la queue. Si la donnée de  $\xi$  suffit pour juger de la lourdeur de la queue de la distribution, il est habituel de parler de domaine d'attraction par rapport à l'une des trois lois suivantes :

La distribution de **Gumbel** correspond à  $\xi = 0$ ;  $GEV(0, 1, 0) = \text{Gumbel}$  ;

La distribution de **Fréchet** correspond à  $\xi > 0$ ;  $GEV(0, \alpha^{-1}, \alpha^{-1}) = \text{Fréchet}(\alpha)$  ;

La distribution de **Weibull** correspond à  $\xi < 0$ ;  $GEV(-1, \alpha^{-1}, \alpha^{-1}) = \text{Weibull}(\alpha)$  ;

Le comportement des valeurs extrêmes est caractérisé par l'un de ces trois domaines d'attraction : Gumbel, Fréchet, Weibull (Figure [2.1](#)).

Domaine d'attraction	Poids de la queue	Exemples parmi les lois usuelles	Signe de $\xi$
<b>Gumbel</b>	Queue fine ou moyenne	<i>Normale, exponentielle, Gamma, log-normale</i>	Nul
<b>Fréchet</b>	Queue épaisse	<i>Cauchy, Pareto, Student</i>	Strictement positif
<b>Weibull</b>	Queue finie	<i>Uniforme, bêta</i>	Strictement négatif

FIGURE 2.1: Domaines d'attraction

### 2.1.2 Estimateurs des seuils

Quatre méthodes d'écrêtement, découlant de la théorie des valeurs extrêmes ont été utilisées afin de déterminer les nouveaux seuils d'écrêtements spécifiques à chacune des sous-segments : l'estimateur de **Hill**, l'estimateur de **Pickands**, l'estimateur **DEdH** et celui de **Gerstengarbe**.

#### Estimateur de Hill

Il s'agit de l'estimateur le plus utilisé lorsque  $\xi > 0$ . Il n'est utilisable que pour le domaine de Fréchet, les distributions à queues épaisses. L'estimateur de Hill est défini par la statistique suivante :

$$\hat{\xi}_{k,n}^{Hill} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln X_{n-i+1:n} - \ln X_{n-k:n}$$

Si  $k, n \rightarrow \infty$  alors  $\frac{k}{n} \rightarrow 0$

#### Estimateur de Pickands

L'estimateur de Pickands est défini par la statistique suivante :

$$\hat{\xi}_{k,n}^{Pickands} = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{X_{k:n} - X_{2k:n}}{X_{2k:n} - X_{4k:n}}$$

L'avantage de cet estimateur est qu'il peut être utilisé quel que soit le domaine d'attraction des extrêmes. Il est cependant très sensible à la taille de l'échantillon, ce qui peut le rendre peu robuste.

#### Estimateur de DEdH

L'estimateur a été introduit par Dekkers, Einmahl et de Hann comme une généralisation de l'estimateur de Hill à tous les domaines d'attraction. L'estimateur de DEdH est défini par la statistique suivante :

$$\hat{\xi}_{k,n}^{DEdH} = \hat{\xi}_{k,n}^{H(1)} + 1 - \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(\hat{\xi}_{k,n}^{H(1)})^2}{\hat{\xi}_{k,n}^{H(2)}} \right]^{-1}$$

Avec

$$\hat{\xi}_{k,n}^{H(r)} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\ln X_{n-i+1:n} - \ln X_{n-k:n})^r, r = 1, 2, \dots$$

#### Estimateur de Gerstengarbe

Cette méthode est issue des travaux de Gerstengarbe et Werner, elle permet de déterminer le point de départ de la région extrême en donnant une estimation du seuil [\[Deprey E. et Godzinski A., 2017\]](#). L'idée est qu'à partir de la zone de sinistre extrême, il y aura une modification du comportement des écarts  $\Delta_i$  (différence de coût entre deux sinistres). Nous cherchons donc à identifier un changement dans une série.

Soit  $x_1, \dots, x_n$  l'échantillon de charge sinistre. On considère la série des écarts de l'échantillon donnée par  $\Delta_i = x_i - x_{i-1}, i = 2, \dots, n$  de l'échantillon ordonnée  $x_1 \leq \dots \leq x_n$ . On s'attend alors à un changement de comportement des  $\Delta_i$  pour les observations extrêmes de ceux des observations non extrêmes. Pour chaque  $\Delta_i$  le nombre d'éléments précédents lui sont inférieurs ( $n_k$ ) sont comptabilisés puis  $U_i^*$  est ensuite calculé.

L'estimateur de Gerstengarbe est défini par la statistique suivante :

Pour  $i = 1, \dots, n - 1$  nous calculons  $U_i$  telle que :

$$U_i = \frac{U_i^* - \frac{i(i-1)}{4}}{\sqrt{\frac{i(i-1)(2i+5)}{72}}}$$

où  $U_i^* = \sum_{k=2}^i n_k$  et  $n_k$  le nombre de valeurs  $\Delta_2, \dots, \Delta_k$ . De la même manière est calculée une autre série décroissante des différences  $\Delta_n, \dots, \Delta_2$ . Le point d'intersection de ces deux séries détermine le seuil d'entrée dans la zone extrême.

## 2.2 Présentation des données et application de la théorie des valeurs extrêmes

### 2.2.1 Constitution de la base de données

La détermination des seuils et la constitution de la base de travail sont des étapes importantes qui ne doivent pas être négligées. En effet les résultats qui vont découler de la théorie des valeurs extrêmes vont être utilisés et impacter le calcul de la valeur contrat.

Elles ont été constituées à l'aide de la **base contrats** et la **base sinistres** de la branche multirisque immeuble à vision fin décembre 2019. La première base recense des informations sur la nature des contrats telles que le numéro de siret, le produit et la formule souscrite. Une ligne correspond à un contrat. D'autres variables décrivent le bien assuré : le type d'occupation ou le nombre de  $m^2$  par exemple. Les primes payées relativement à chacune des années de présence de l'assuré  $y$  sont également présentes. La seconde base contient les informations sinistres, chacune associées à un numéro de sinistre. Il peut y avoir plusieurs lignes pour un même numéro de contrat. L'historique étudié est de 6 ans allant de l'année 2014 à 2019, s'ajustant au cadre d'observations des bases utilisées pour les diagnostics annuels.

La **base contrats** rassemble l'ensemble des contrats en cours ou ayant été en cours durant les six dernières années, ainsi toutes les informations liées à la souscription du contrat : numéro de siret, formule souscrite, prime perçue, type d'occupation et la surface assurée par exemple. Seuls les contrats non utiles à l'étude sont sortis des données tels que les contrats sans effet. Nous distinguons au sein de nos contrats trois grand segments présentant des caractéristiques de risque différentes : les produits Standards, les MIE et les Flottes d'immeubles. Au sein du produit standard, nous subdivisons encore par tranches de surface assurée, pour permettre une vraie homogénéité des risques par sous-segment.

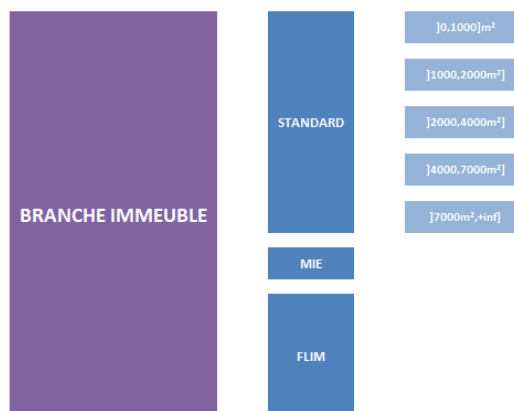


FIGURE 2.2: Rappel de la segmentation utilisée sur la branche immeuble

La **base sinistres** rassemble l'ensemble des sinistres survenus entre 2014 et 2019 vu à la fin 2019. Des informations sur la garantie déclenchée et les charges sont présentes. Les sinistres à charges négatives sont ensuite retirés, elles correspondent aux recours. Les charges sinistres négatives peuvent également être associées à des contrats Flottes d'immeuble en conservation. Lorsqu'un contrat Flottes d'immeubles engendre une sinistralité récurrente et que les statistiques de l'assureur permettent de suivre et de projeter ce comportement dans l'avenir, le risque n'est partiellement plus supporté par l'assureur par la cotisation demandé à l'assuré. Ce dernier peut conserver partiellement à sa charge sa sinistralité et ne céder à l'assureur qu'un reliquat de sinistre. Une franchise nommée «conservation» s'applique alors au cumul annuel des sinistres. Le risque pour l'assureur se trouve au-delà de la conservation. Pour l'année 2019 ces contrats sont au nombre de 13. L'étude de la valeur sera traitée hors ce phénomène de conservation.

Ensuite, le montant d'un même sinistre peut être réparti en plusieurs lignes si celui-ci déclenche différentes garanties ou unité de prestation : incendie et vol par exemple. Il est alors nécessaire pour obtenir le montant total d'un sinistre, de sommer l'ensemble de ces charges par numéro de sinistre. Enfin, la base finale contient 309.119 observations et 5 variables : le numéro de sinistre, le numéro de contrat, la date de survenance, le nombre d'unité de prestations déclenchées par le sinistre et sa charge totale. Ces deux bases : contrats et sinistres sont fusionnées par numéro de contrat pour obtenir la base de travail de l'étude des seuils. Le schéma suivant figure 2.3 résume la construction de la base de travail :

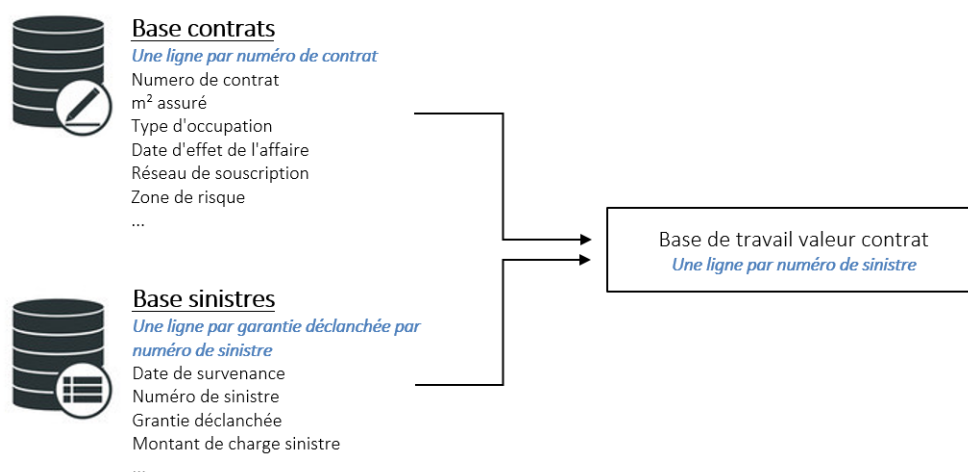


FIGURE 2.3: Construction de la base de travail

La base obtenue pour l'étude de la distribution de la charge sinistre contient 309.119 lignes. Chacun de ces sinistres est identifié, à l'aide des informations détenues dans la base contrats, comme appartenant à la segmentation ci-dessous.

	Nombre de sinistres
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	36 726
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	55 153
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	59 935
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	40 248
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	52 614
<b>MIE</b>	20 475
<b>FLI</b>	43 968
<b>TOTAL</b>	<b>309 119</b>

FIGURE 2.4: Nombre de sinistres par segment sur l'historique 2014-2019

### 2.2.2 Étude du domaine d'attraction

Il est nécessaire dans un premier temps d'estimer le paramètre de forme pour appliquer les méthodes de détermination du seuil. La détermination d'un nouveau seuil d'écurement par segment est intéressante si les données appartiennent au domaine d'attraction de Fréchet à queue épaisse. Le seuil est en effet pertinent si pour un faible nombre d'observations, son poids dans la charge globale est grand. Un  $\xi > 0$  permettrait d'utiliser l'estimateur de Hill. La base de données a été séparée en 7 sous portefeuilles distincts correspondant à notre segmentation. Le domaine d'attraction de chacun d'entre eux a été étudié. Les résultats obtenus par la méthode du maximum de vraisemblance sont présentés ci-dessous :

	Poids de la queue	$\xi$
STD [0,1000m <sup>2</sup> ]	$\xi > 0$	0,51
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	$\xi > 0$	0,42
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	$\xi > 0$	0,41
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	$\xi > 0$	0,40
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	$\xi > 0$	0,41
MIE	$\xi > 0$	0,51
FLI	$\xi > 0$	0,62

FIGURE 2.5: Étude du paramètre  $\xi$ , domaine d'attraction pour l'ensemble des segments

Les résultats de la méthode des maxima par blocs soutiennent l'appartenance des différents segments au domaine d'attraction de Fréchet. Le graphique figure 2.6 présente l'adéquation des données du segment STD [0, 1000m<sup>2</sup>] avec celles des lois : Gumbel, Fréchet et Weibull. Si la loi dont sont issues les données appartient au domaine d'attraction, alors les points sont approximativement alignés. Au vu des résultats, tous les segments appartiennent au domaine d'attraction de Fréchet et sont donc des données à queue épaisse.

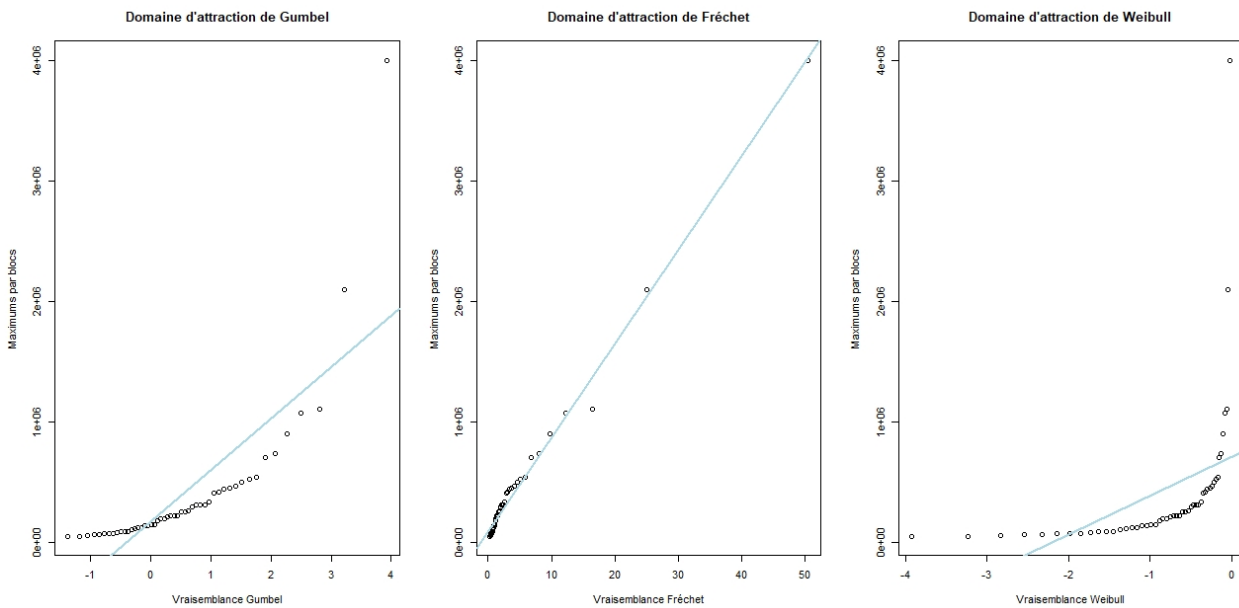


FIGURE 2.6: Etude du domaine d'attraction pour le segment STD [0,1000m<sup>2</sup>]



### 2.2.3 Application et choix des seuils

Chacun des estimateurs présentés précédemment ont été mis en place et testés sur les données avec les logiciels SAS et R studio.

#### L'estimateur de Hill :

Le graphique de l'estimateur de Hill (Figure 2.7) représente la valeur de l'estimateur en fonction de la  $k^{\text{ème}}$  statistique d'ordre. Il est sensible à la taille de l'échantillon et peut devenir volatile quand  $k$  est faible. Le seuil est identifié à partir de la zone de stabilité [Tremblay Charles, 2017]. L'intervalle de confiance sera représenté sur les graphiques de l'estimateur nous apportant un outil visuel complémentaire à la détection de la zone de stabilité. Ci-après sera présenté un graphique résultant de cet estimateur comme illustration des travaux effectués sur l'ensemble des segments

#### Exemple : Produit Standard ]0 :1000m<sup>2</sup>]

Les autres segments sont présentés en [Annexe 1].

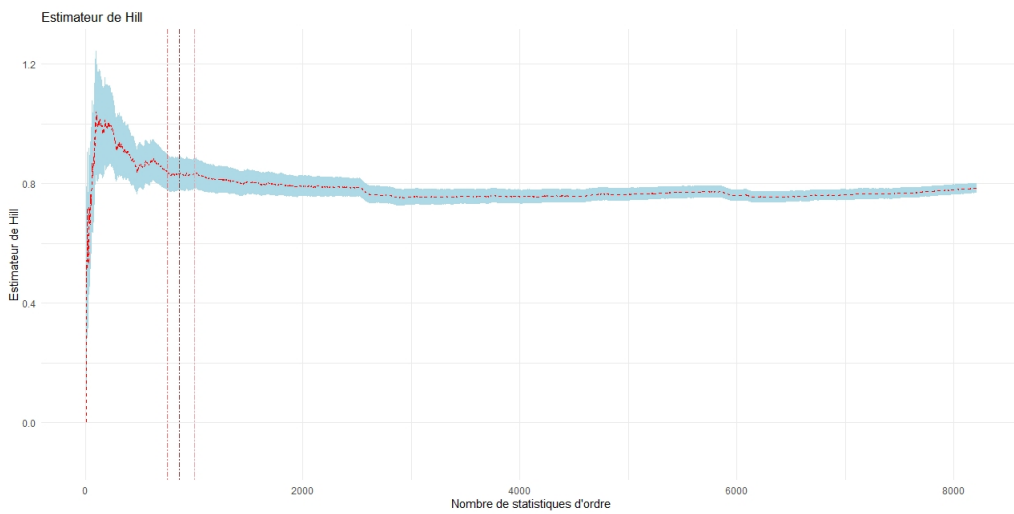


FIGURE 2.7: Estimateur de Hill : Etude STD ]0,1000m<sup>2</sup>]

Les traits horizontaux représentent les seuils potentiels des extrêmes (Figure 2.7). Ils ont été déterminés en étudiant la zone de stabilité du graphe. Cette dernière est représentée ci-dessous en effectuant un zoom du graphique précédent.

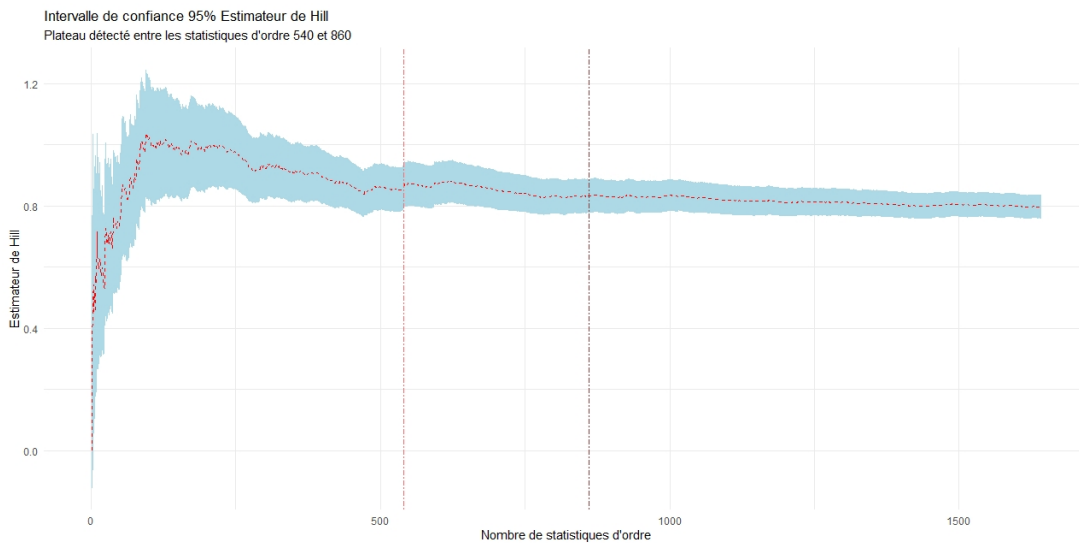


FIGURE 2.8: Zoom sur la zone de stabilité de l'estimateur de Hill

## 2.2 Présentation des données et application de la théorie des valeurs extrêmes

La couleur bleu clair correspond à l'intervalle de confiance de l'estimateur. Celle-ci est très grande au début du graphique puis tend à se réduire. Nous pouvons voir sur ces graphiques (Figure 2.8 et 2.7), une zone de stabilité détectée entre les statistiques d'ordre 540 et 860 représentée par les traits verticaux sur la deuxième figure. Ce plateau permet ensuite de déterminer plusieurs seuils candidats aux données.

Chacun des graphiques issus de l'estimateur de Hill permet d'identifier un seuil de sinistres graves. Ce seuil se situe dès l'entrée en zone de stabilité. En abscisse on lit la statistique d'ordre du vecteur de sinistre triée par ordre croissant et en ordonnée la valeur de l'estimateur de Hill. Nous cherchons une zone de stabilité qui déterminera le seuil de sinistre grave, cette zone correspond au premier plateau (Figure 2.8) de stabilité du graphe. La statistique d'ordre associée renvoie alors un seuil candidat. Chacun des traits verticaux correspond à un seuil candidat et seront étudiés par la suite. Ainsi un seuil fixé à 12.000€ pour le produit standard ]0,1000m<sup>2</sup>] séparerait les sinistres de cette façon :

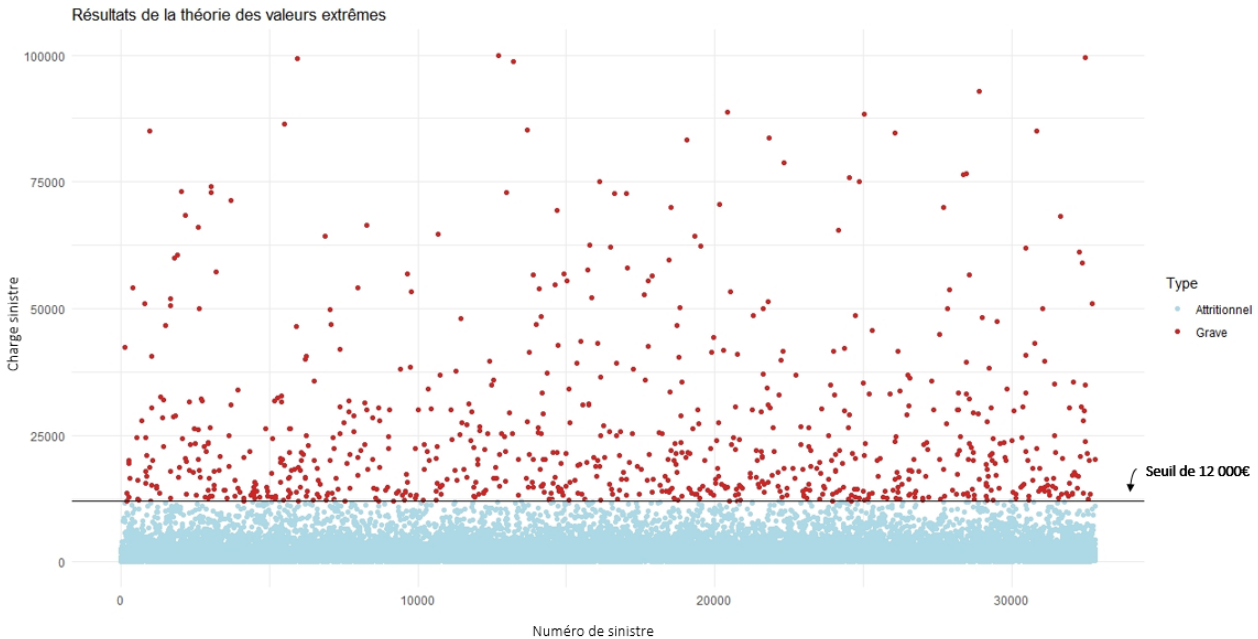


FIGURE 2.9: Application d'un seuil de 12.000€ du segment ]0,1000m<sup>2</sup>]

Sur figure 2.9 sont représenté en ordonné les montants des sinistres numérotés en abscisses Les sinistres graves de couleur rouge représentent seulement 2,5% des sinistres de ce segment mais leur charge équivaut à environ 45% de la charge totale de cette sous-catégorie du produit standard.

Les résultats obtenus à l'aide de ce premier estimateur pour l'ensemble des segments sont les suivants :

	Estimateur de HILL : Seuils candidats		
	Seuil n°1	Seuil n°2	Seuil n°3
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	13 362	12 037	10 572
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	14 644	11 331	8 985
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	17 584	12 277	11 048
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	18 190	13 181	10 597
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	15 640	13 163	10 394
MIE	16 928	12 875	10 860
FLI	19 200	17 430	16 900

FIGURE 2.10: Estimateur de Hill : Seuils candidats

Ces seuils seront ensuite comparés à ceux obtenus par l'utilisation des autres estimateurs de la théorie des valeurs extrêmes qui vont suivre : Pickands, DEdH et Gerstengarbe.

**L'estimateur de Pickands :**  
**Exemple : Produit Standard ]0,1000m<sup>2</sup>]**

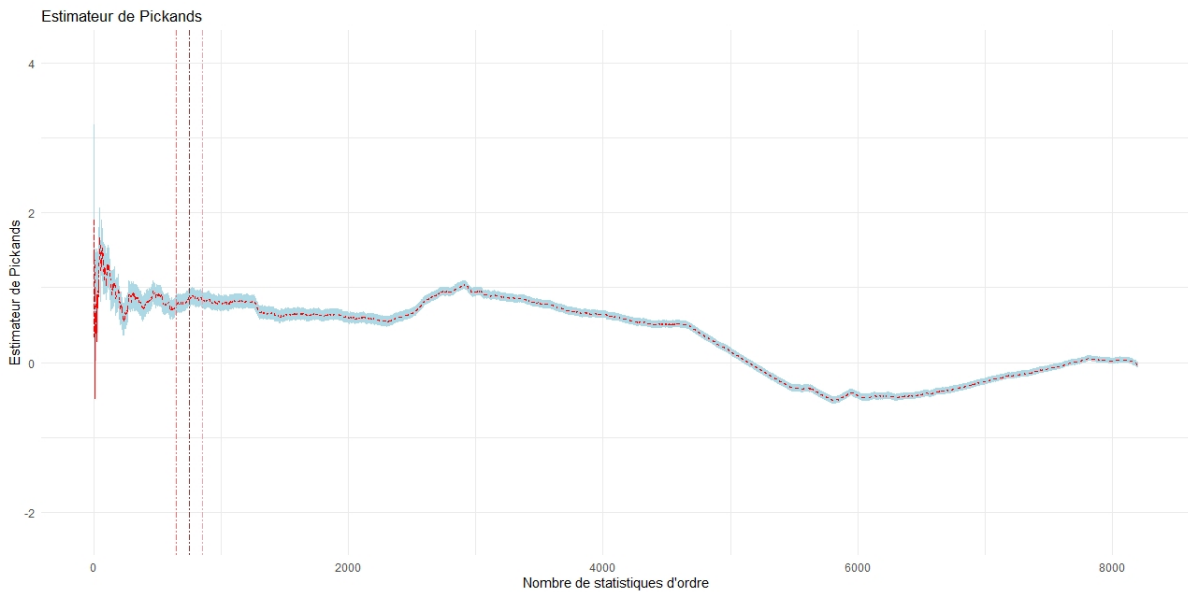


FIGURE 2.11: Estimateur de Pickands : Etude STD ]0,1000m<sup>2</sup>]

Pickands semble très volatile dans la première partie gauche du graphique. De la même manière que pour le seuil issu de l'estimateur de Hill, nous cherchons ici la zone de stabilité en zoomant également sur le premier plateau détecté. La stabilisation commence à partir de la statistique d'ordre 625 pour le premier segment du produit standard. L'exercice est ainsi répété pour l'ensemble des segments et les résultats sont les suivants :

Estimateur de Pickands : Seuils candidats			
	Seuil n°1	Seuil n°2	Seuil n°3
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	14 704	13 362	12 148
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	12 652	11 976	11 331
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	12 277	11 656	11 048
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	15 208	14 041	12 058
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	14 093	13 010	11 496
MIE	17 002	14 043	12 256
FLI	18 263	17 090	15 600

FIGURE 2.12: Estimateur de Pickands : Seuils candidats

**L'estimateur de DEdH :**

**Exemple : Produit Standard ]0,1000m<sup>2</sup>]**

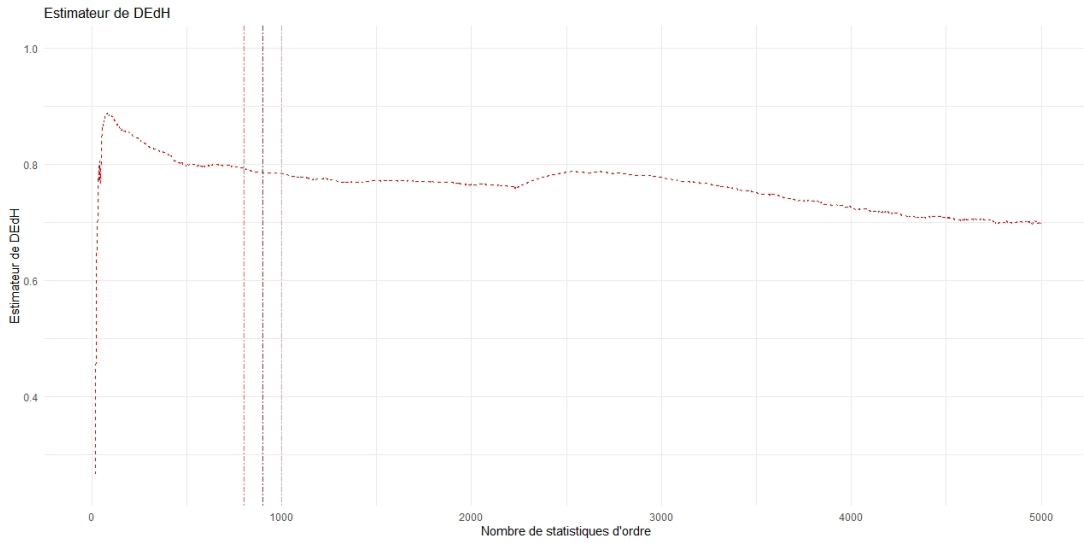


FIGURE 2.13: Estimateur de DEdH : Etude STD ]0,1000m<sup>2</sup>]

L'estimateur de DEdH se stabilise à partir de la 800ème statistique d'ordre, soit un seuil d'environ 12.000€. L'exercice est ainsi répété pour l'ensemble des segments et les résultats sont les suivants :

Estimateur de DEdH : Seuils candidats			
	Seuil n°1	Seuil n°2	Seuil n°3
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	12 772	11 595	10 572
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	14 063	12 652	11 331
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	12 277	11 656	10 868
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	14 529	11 330	10 006
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	14 093	13 163	11 033
MIE	21 880	19 297	16 800
FLI	18 551	17 215	16 000

FIGURE 2.14: Estimateur DEdH : Seuils candidats

**L'estimateur de Gerstengarbe**

**Exemple : Produit Standard ]0,1000m<sup>2</sup>]**

L'intersection des deux courbes (Figure 2.15) désigne le changement de comportement de la charge sinistre et un seuil potentiel pour différencier les attritionnels des graves. Cependant Gerstengarbe est peu efficace comparé aux résultats des estimateurs précédents. Les seuils obtenus sont plus faibles et ne permettent pas de capter un faible nombre de sinistres pour une charge totale élevée.

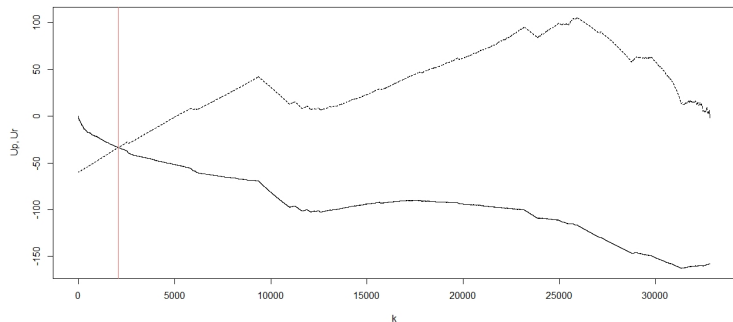


FIGURE 2.15: Estimateur de Gerstengarbe : Etude STD ]0 :1000m<sup>2</sup>]

**Comparaison des résultats des estimateurs :**

Des seuils candidats sont communs entre les estimateurs. Ces résultats sont présentés dans la figure 2.15. Nous considérons la dernière colonne comme seuils finaux candidats à la séparation de la charge grave de celle attritionnelle. Ils doivent être capables de définir une séparation optimale des distributions en ne sélectionnant qu'un faible nombre de sinistres représentant un montant de charge élevé.

	Résultats des estimateurs			Retenus
	Hill	Pickand	DEdH	
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	12 037	12 148	11 595	12 000
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	11 331	11 976	12 652	12 000
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	12 277	12 277	12 277	12 000
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	13 181	14 041	14 529	14 000
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	13 163	14 100	14 083	14 000
MIE	16 928	17 002	16 800	17 000
FLI	17 430	17 090	17 215	17 000

FIGURE 2.15: Seuils retenus par segments

Les seuils retenus, obtenus à l'aide des estimateurs de Hill, Pickands et DEdH permettent de distinguer la charge attritionnelle des graves par segment. Ces seuils sont efficaces, ils montrent en effet qu'environ 2% des sinistres se situent au-delà du seuil et représentent plus de 45% de la charge. Ils doivent être donc étudiés différemment pour obtenir une estimation la plus fine possible.

	Seuils retenus 2019	% charge sur crete	% charge sous crete	% Nombre au-delà
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	12 000	49%	51%	2,5%
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	12 000	42%	58%	2,4%
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	12 000	44%	56%	2,3%
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	14 000	35%	66%	2,0%
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	14 000	38%	62%	1,9%
MIE	17 000	55%	45%	2,1%
FLI	17 000	67%	33%	2,4%

FIGURE 2.16: Seuils retenus par segments pour l'année 2019

Ces mêmes estimateurs ont été appliqués sur les charges vues à fin 2018 et font ressortir l'efficacité des seuils choisis précédemment. Ils représentent en effet la même proportion de charge au delà des seuils

	Seuils retenus 2018	% charge sur crete	% charge sous crete	% Nombre au-delà
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	12 000	45%	55%	2,6%
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	12 000	40%	60%	2,2%
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	12 000	42%	58%	2,1%
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	14 000	35%	65%	1,9%
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	14 000	38%	62%	1,8%
MIE	17 000	51%	49%	2,0%
FLI	17 000	60%	40%	2,5%

FIGURE 2.17: Seuils retenus par segments pour l'année 2018

**Conclusion du chapitre 2 : Détermination d'un seuil des sinistres graves**

Au cours de cette deuxième partie nous avons montré la nécessité de distinguer au sein de l'ensemble des sinistres, les attritionnels des graves pour chacun des nouveaux sous segments. Ce seuil était auparavant de 30.000€ et il est maintenant adapté à chacune des mailles de la branche multirisque immeuble et à un raisonnement par assuré.

L'utilisation de la théorie des valeurs extrêmes a montré que les données appartiennent au domaine d'attraction de Fréchet : données à queue épaisse. Les estimateurs de Hill, Pickands, DEdH et Gerstengarbe ont été utilisés et comparés pour obtenir la meilleure estimation. Soit :

	Seuils retenus 2019	% charge sur crete	% charge sous crete	% Nombre au-delà
<b>STD ]0,1000m<sup>2</sup>]</b>	12 000	49%	51%	2,5%
<b>STD ]1000,2000m<sup>2</sup>]</b>	12 000	42%	58%	2,4%
<b>STD ]2000,4000m<sup>2</sup>]</b>	12 000	44%	56%	2,3%
<b>STD ]4000,7000m<sup>2</sup>]</b>	14 000	35%	66%	2,0%
<b>STD ]7000m<sup>2</sup>,+inf]</b>	14 000	38%	62%	1,9%
<b>MIE</b>	17 000	55%	45%	2,1%
<b>FLI</b>	17 000	67%	33%	2,4%

Ces seuils sont efficaces puisque les sinistres au-delà des seuils représentent seulement 2% des sinistres et entre 40% et 60% de la charge totale. Ces sinistres graves ont un comportement différent et seront traités à part de la sinistralité attritionnelle.

Ainsi la sinistralité attritionnelle peut alors être étudiée séparément et être modélisée pour calculer l'ECR à la date N+1. Cette étape sera présentée dans le chapitre suivant.

Le schéma ci-dessous présente la méthode d'écrêtement de la charge sinistre.

Exemple pour un contrat FLI <50K€ :

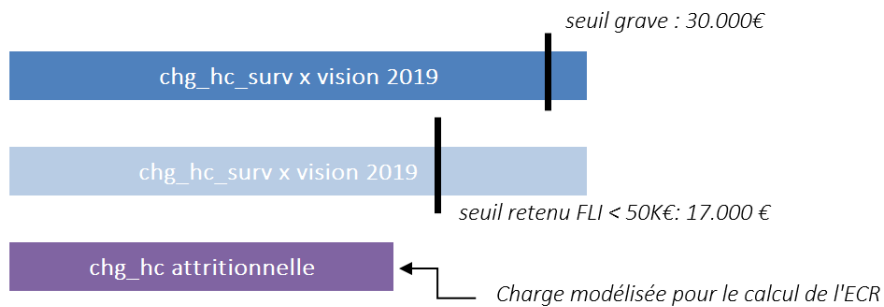


FIGURE 2.18: Écrêtement de la charge sinistre

## Chapitre 3

# Modélisation de la charge attritionnelle

La troisième étape consiste à estimer le montant de la **charge attritionnelle**. Elle permettra ensuite de définir les montants de charge totale et enfin l'ECR pour chacun des assurés à la date  $N+1$ , soit la première année de projection ( $i=1$ ). Les seuils obtenus à l'aide de la théorie des valeurs extrêmes permettent de quantifier la charge attritionnelle et la charge grave pour chacun des assurés. Ces seuils délimitent le nouveau périmètre d'étude :

	Seuils retenus 2019	% charge sur crete	% charge sous crete	% Nombre au-delà
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	12 000	49%	51%	2,5%
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	12 000	42%	58%	2,4%
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	12 000	44%	56%	2,3%
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	14 000	35%	66%	2,0%
STD ]7 000m <sup>2</sup> ,+inf]	14 000	38%	62%	1,9%
MIE	17 000	55%	45%	2,1%
FLI	17 000	67%	33%	2,4%

FIGURE 3.1: Rappel des seuils retenus par segments

**Si** la charge est supérieure au seuil, **alors** la charge attritionnelle prend pour valeur le seuil associé à son segment et la charge grave prend pour valeur la différence entre la charge totale et le seuil, appelé «sur-crête». **Sinon** l'ensemble de la charge est conservé au titre de la sinistralité attritionnelle, «sous-crête». Soit :

**Si**  $Charge\ sinistre > seuil\ retenu$  **alors**,

$$Charge_{sous-crête} = seuil\ retenu$$

$$Charge_{sur-crête} = Charge\ sinistre - seuil\ retenu$$

**Sinon**

$$Charge_{sous-crête} = Charge\ sinistre$$

$$Charge_{sur-crête} = 0$$

Cette première étape de calcul de l'ECR à la date  $i = 1$  équivaut à un calcul de prime pure dans un contexte de tarification. L'ECR est défini comme la somme du ratio combiné (rapport des sinistres et des frais associés sur les primes) et des résultats des placements financiers des placements des primes, des flux des taxes et du coût d'immobilisation des fonds propres (Figure [L.8](#)). Toutes les techniques de tarification sont alors candidates à la modélisation. Toutefois, dans une volonté de pouvoir distinguer au sein d'un même portefeuille et d'un même segment, les bons des mauvais risques selon leur **expérience sinistre**, notre choix s'est porté sur la **théorie de la crédibilité** [Goulet Vincent, 2020](#). La **prime a posteriori** cherche à estimer la sinistralité à venir, conditionnellement aux informations sur la sinistralité observée.

**La crédibilité permet de combiner les deux approches suivantes :**

- Estimer la charge sinistre d'un assuré à l'aide de son expérience individuelle et donc son propre historique. Ces données peuvent cependant souvent être présentes en trop faible quantité.
- Utiliser l'information relative au groupe auquel l'individu appartient pour estimer sa charge sinistre. Cependant, l'inconvénient de cette méthode est qu'il existe des individus toujours hétérogènes au sein des groupes étudiés. Le comportement de certains assurés s'éloigne du comportement moyen, et l'utilisation de l'information collective pour l'estimation n'est donc pas adéquate.

Les méthodes de tarification a posteriori seront utilisées dans ce sens, où l'objectif sera d'apporter une pondération dans l'estimation de la charge de l'expérience individuelle propre à chaque individu d'une part, et de l'expérience collective d'autre part [Dutang Christophe, 2020]. Les individus sont matérialisés par les contrats. La difficulté est ici, de trouver la répartition adéquate entre ces deux sinistralités pour obtenir une estimation la plus juste possible de la charge attritionnelle qui sera utilisée dans le calcul de l'ECR. La première étape effectuée qui était de définir une nouvelle segmentation constituée des groupes de risques les plus homogènes possible (Figure 2.2), trouve ici tout son sens lorsqu'on utilise l'information collective.

Le calcul du **coefficient de crédibilité**  $Z$  permet de définir le crédit accordé à l'expérience individuelle du contrat assuré.  $Z$  appartient à l'intervalle  $[0 : 1]$ . Plus  $Z$  est grand plus sa propre expérience entrera en jeu dans le calcul de la sinistralité.

$$Charge\ retenue = Z \times Sinistralité_{du\ contrat} + (1 - Z) \times Sinistralité_{du\ groupe\ référent}$$

Le but est alors de déterminer  $Z$  sous l'hypothèse que plus l'expérience contrat est importante, plus elle paraît crédible et plus  $Z$  sera élevé. Cependant l'expérience des assurés est parfois peu stable et il sera plus prudent de se référer à l'information du groupe,  $Z$  sera alors faible.

**Trois modèles ont été envisagés dans le cadre de l'étude :**

- Le modèle de Bühlmann (1967).
- Le modèle de Bühlmann-Straub (1970).
- Le modèle de Jewell (1975).

Ces trois modèles seront dans un premier temps présentés puis appliqués sur notre portefeuille. Le modèle le plus adapté sera choisi pour estimer la charge attritionnelle à date  $i=1$ . Ils seront évalués sur leur capacité à distinguer les risques selon leur expérience sinistre et leur stabilité dans le temps.

### 3.1 Les modèles de crédibilités

#### 3.1.1 Le modèle de Bühlmann (1967)

On considère un portefeuille de  $n$  contrats. Le risque  $k$  est caractérisé par un profil de risque individuel  $\Theta_k$  et  $S_k = (S_{k1}, \dots, S_{kj})'$  le vecteur des observations associé au risque  $k$ .

Les hypothèses du modèle :

- **B1** :  $\forall k = 1, \dots, n$  et  $\forall j \geq 1$ , les variables  $S_{kj}$  sont de carrés intégrales avec :  $Cov(S_{kj}, S_{kp} | \theta_k) = \delta_{pj} \sigma^2(\theta_k)$  avec  $t, u = 1, \dots, n$   
Cette hypothèse déclare l'homogénéité temporelle des contrats, leur prime de risque est constante dans le temps.
- **B2** : Les contrats  $(\theta_k), S_k$  pour  $k = 1, \dots, n$  sont indépendants. Les variables aléatoires  $\theta_1, \dots, \theta_n$  sont identiquement distribuées et les variables aléatoires  $S_{kj}$  ont une variance finie.  
Cette hypothèse établit l'indépendance inter-contrats.



L'hypothèse d'indépendance entre les contrats simplifie les calculs mais elle n'est pas toujours réaliste. Toutefois elle peut être une bonne approximation dans certains cas en simplifiant les calculs

Notons  $U$  la fonction de répartition de la loi commune des variables aléatoires  $\theta_1, \dots, \theta_n$  ou fonction de structure. Dès lors :

- $m = \int u(\theta)dU(\theta) = \mathbb{E}[u(\theta_k)] = \mathbb{E}[\mathbb{E}(S_{k,j}|\theta_k)] = \mathbb{E}(S_{k,j})$
- $a = \int (u(\theta) - m)^2 dU(\theta) = V[\mu(\theta)] = V[\mathbb{E}(S_{k,j}|\Theta_k)]$
- $S^2 = \int \sigma^2(\theta)dU(\theta) = \mathbb{E}[\sigma^2(\theta_k)] = \mathbb{E}[V(S_{k,j}|\theta_k)]$

L'ensemble de ces notations nous serons utiles pour la suite de l'étude. Elles permettent de calculer l'intégralité des éléments nécessaires à la construction du facteur de crédibilité. La **prime collective** « $m$ » est la charge a priori, celle que l'on doit s'attendre à obtenir pour un contrat qui ne dispose pas de données d'expérience. Elle est calculée sur la base du groupe de risques auquel le contrat appartient. Ensuite le paramètre « $a$ » représentant la **variance inter-contrat**, mesure l'hétérogénéité au sein du groupe, entre les contrats d'un même segment. Plus cette variance est importante, plus l'information individuelle propre à chaque contrat primera sur l'information collective. Enfin « $S^2$ » représente la **variance intra-contrat**. Elle mesure les fluctuations des observations. Plus les informations d'un contrat sont volatiles pendant la période d'observation, plus ce paramètre sera élevé. L'expérience individuelle apparaîtra comme peu fiable et l'information collective sera utilisée.

Sous les hypothèses B1 et B2, pour  $k \in 1, \dots, n$ , l'estimateur de crédibilité (non homogène optimal) de  $\mu(\theta_k)$  à la date  $t$  est égale à :

$$Cr_t(u(\theta_k)) = (1 - Z_t)m + Z_t\bar{S}_{k\bullet}$$

Avec :  $Z_t = \frac{t}{t + \frac{S^2}{a}}$ , le coefficient de crédibilité

$m$  = prime collective du portefeuille considéré

$\bar{S}_{k\bullet}(t) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t S_{ki}$ , la moyenne des observations de l'assuré  $k$  durant les  $t$  années d'observation.

Et où comme développé précédemment :

- $S^2 = \mathbb{E}[V(S_{k,j}|\Theta_k)] = \mathbb{E}[\sigma^2(\theta_k)]$  où « $S^2$ » représente la part de la variance due au hasard. La variance entre les observations des assurés.
- $a = V[\mathbb{E}(S_{k,j}|\Theta_k)] = V[\mu(\theta_k)]$  où « $a$ » représente la part de variance expliquée par l'hétérogénéité au sein du portefeuille. Entre les assurés d'un même segment, groupe de risques homogènes. Plus sa valeur est importante et plus le facteur de crédibilité sera important.

Plus le nombre d'années  $t$  d'observation est important plus son expérience individuelle apparaît comme crédible, plus la confiance que l'on accorde à sa propre sinistralité sera grande.

Ainsi, plus la valeur du paramètre « $a$ » est importante et plus le facteur de crédibilité sera élevé, considérant que la prime collective n'est pas suffisamment représentative du risque de l'assuré n°i au regard de la forte hétérogénéité au sein du portefeuille.

L'estimateur de crédibilité homogène pour le modèle de Bühlmann se définit comme suit :

$$Cr_t^h(u(\theta_k)) = (1 - Z_t)\bar{S}_{\bullet\bullet}(t) + Z_t\bar{S}_{k\bullet}(t)$$

Avec :

- $\bar{S}_{\bullet\bullet}(t) = \frac{1}{nt} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^t S_{ki}$  l'estimateur sans biais de la prime collective  $m$
- $\bar{S}_{k\bullet}(t) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t S_{ki}$  la moyenne des observations de l'assuré  $k$  durant les  $t$  années d'observation.
- $Z_t = \frac{t}{t + \frac{S^2}{a}}$  le coefficient de crédibilité

Nous avons également pour les autres paramètres du modèle, un estimateur sans biais :

- $\hat{S}^2 = \frac{1}{n(t-1)} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^t (S_{kj} - \bar{S}_{k\bullet})^2$ , est un estimateur sans biais et convergent de  $S^2$
- $\hat{a} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (\bar{S}_{k\bullet} - \bar{S}_{\bullet\bullet})^2 - \frac{\hat{S}^2}{t}$  est un estimateur sans biais et convergent de  $a$ .

### 3.1.2 Le modèle de Bühlmann-Straub (1970).

Le premier modèle présenté précédemment suppose que tous les individus et tous les contrats étudiés sont identiques et indépendants. Cette hypothèse n'est pas vérifiée en réalité. Les contrats ont une **expérience propre** à chacun et un **poids dans le portefeuille** différent. Ce poids, aussi appelé **exposition au risque**, peut être représenté par la taille de l'affaire en nombre (nombre d'immeuble assurés pour les contrat), la surface assurée, ou encore la prime acquise par exemple. Le modèle de Bühlmann-Straub développé en 1970 généralise le modèle de Bühlmann. Il permet ainsi de faire varier la mesure de la variance en introduisant un poids à chacun des individus.

On considère un portefeuille de  $n$  contrats. Le risque  $k$  est caractérisé par un profil de risque individuel  $\Theta_k$  et  $S_k = (S_{k1}, \dots, S_{kj})'$  le vecteur des observations associé au risque  $k$ .

Nous utiliserons les notations suivantes :

- $X_{kj}$  est le ratio de charge sinistre observé pour l'assuré  $k$  pendant l'année  $j$ . Ce ratio de charge sinistre est définie par le rapport entre le montant total des sinistres relatif à cette année  $j$  sur l'exposition de l'individu  $k$  soit son poids dans le portefeuille. Nous noterons ce ratio «Taux de Prime Pure (TPP)»
- $w_{kj}$  est le poids associé au contrat  $k$  dans le portefeuille l'année d'étude  $j$ .

Soit :  $S_{kj}$  le montant total des sinistres, alors  $X_{kj} = \frac{S_{kj}}{w_{kj}}$

Les hypothèses du modèle :

- **B1** :  $\forall k = 1, \dots, n$  et  $\forall j \geq 1$ , les variables  $X_{kj}$  sont de carrés intégrales avec :  
 $\mathbb{E}[X_{kj}|\theta_k] = \mu(\theta_k)$   
 $Var(X_{kj}|\theta_k) = \frac{\sigma^2(\theta_k)}{w_{kj}}$
- **B2** : Les contrats  $(\theta_k, X_k)$  pour  $k = 1, \dots, n$  sont indépendants. Les variables aléatoires  $\theta_1, \dots, \theta_n$  sont identiquement distribuées et les variables aléatoires  $X_{kj}$  ont une variance finie.

Le paramètre  $\sigma^2(\theta_k)$  n'est plus identique pour tous les contrats mais varie en fonction du poids accordé à chacun. Ce paramètre sera alors moins élevé pour un contrat avec un poids important. Le poids utilisé sera indicateur de la **taille du contrat** et également de son **temps d'observation**. Ainsi un contrat avec une durée d'observation élevée augmente la fiabilité et la stabilité des informations recueillies et sa variance se trouvera être moins importante. Le modèle devient plus précis que celui de Bühlmann dès lors qu'il prend en compte en plus de l'ancienneté du contrat, la taille que celui-ci représente au sein du portefeuille ou du groupe de risques auquel il appartient. Ainsi plus le contrat aura un poids important plus son facteur de crédibilité le sera également.

Notons  $U$  la fonction de répartition de la loi commune des variables aléatoires  $\theta_1, \dots, \theta_n$  ou fonction de structure. Dès lors :

- $m = \int u(\theta)dU(\theta) = \mathbb{E}[u(\theta_k)] = \mathbb{E}[\mathbb{E}(X_{kj}|\theta_k)] = \mathbb{E}(X_{kj})$
- $a = \int (u(\theta) - m)^2 dU(\theta) = V[\mu(\theta)] = V[\mathbb{E}(X_{kj}|\Theta_k)]$
- $S^2 = \int \sigma^2(\theta)dU(\theta) = \mathbb{E}[\sigma^2(\theta_k)] = \mathbb{E}[V(X_{kj}|\theta_k)]$  et  $\mathbb{E}[V(X_{kj}|\theta_k)] = \frac{S^2}{w_{k\bullet}}$

Rappelons que :

- La **prime collective**  $m$  : est la charge a priori, celle que l'on doit s'attendre à obtenir pour un contrat qui ne dispose pas de données d'expérience. Elle représente le risque moyen du groupe auquel l'individu appartient.
- Le paramètre « $a$ », la **variance inter-contrat** : mesure l'hétérogénéité au sein du groupe.
- Le paramètre « $S^2$ », la **variance intra-contrat** : mesure les fluctuations des observations des assurés.

Sous les hypothèses B1 et B2, pour  $k \in 1, \dots, n$ , l'estimateur de crédibilité (non homogène optimal) de  $\mu(\theta_k)$  à la date  $t$  est égale à :

$$Cr_t(u(\theta_k)) = (1 - Z_t k) m + Z_k \bar{X}_{k\bullet}^w$$

Avec :  $Z_k = \frac{w_{k\bullet}}{w_{k\bullet} + \frac{S^2}{a}}$ , le coefficient de crédibilité

Et où comme développé précédemment :

- $S^2 = \mathbb{E}[V(X_{kj}|\Theta_k)] = \mathbb{E}[\sigma^2(\theta_k)]$  où « $S^2$ » représente la part de la variance due au hasard. La variance entre les observations des assurés.
- $a = V[\mathbb{E}(X_{kj}|\Theta_k)] = V[\mu(\theta_k)]$  où « $a$ » représente la part de variance expliquée par l'hétérogénéité au sein du portefeuille. Entre les assurés d'un même segment, d'un groupe de risques homogènes. Plus sa valeur est importante et plus le facteur de crédibilité sera important.

Nous noterons  $w_{k\bullet}$  la somme des poids du contrat  $k$  sur toutes les années d'observations. Le paramètre  $X_{k\bullet}^w$  représente la moyenne pondérée par les poids des observations du contrat  $k$ .

$$w_{k\bullet} = \sum_{j=1}^t w_{kj}$$

$$\bar{X}_{k\bullet}^w = \sum_{j=1}^t \frac{w_{kj}}{w_{k\bullet}} X_{kj}$$

Enfin, l'estimateur de crédibilité homogène se définit comme suit :

$$Cr_t^h(u(\theta_k)) = (1 - Z_k)\zeta^w + Z_k \bar{X}_{k\bullet}^w$$

Avec :

- $Z_k = \frac{w_{k\bullet}}{w_{k\bullet} + \frac{S^2}{a}}$ , le coefficient de crédibilité
- $\bar{X}_{k\bullet}^w = \sum_{j=1}^t \frac{w_{kj}}{w_{k\bullet}} X_{kj}$
- $\zeta^w = \sum_{k=1}^n \frac{Z_k}{Z_0} X_{k\bullet}^w$  et  $Z_0 = \sum_{k=1}^n Z_k$

Un premier estimateur intuitif de la prime collective  $m$  est :

$$X_{\bullet\bullet}^w = \sum_{k=1}^n \frac{w_{kj}}{w_{k\bullet}} X_{k\bullet}^w$$

Or la théorie de la crédibilité montre que  $\zeta^w$  est le pseudo estimateur linéaire de variance minimale de la prime collective  $m$ .

$$Var(\zeta^w) \leq Var(X_{\bullet\bullet}^w)$$

Une généralisation directe de l'estimateur obtenue par le modèle de Bühlmann définit l'estimation de la variance intra et inter contrat par  $S^2$  et  $a$  comme suit :

$$\begin{aligned} - \hat{S}^2 &= \frac{1}{n(t-1)} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^t w_{kj} (X_{kj} - \bar{X}_{k\bullet}^w)^2, \text{ est un estimateur sans biais et convergent de } S^2 \\ - \hat{a} &= \frac{w_{\bullet\bullet}}{w_{\bullet\bullet} - \sum_{k=1}^n w_{k\bullet}^2} (\sum_{k=1}^n w_{k\bullet} (\bar{X}_{k\bullet}^w - \bar{X}_{\bullet\bullet}^w)^2 - (n-1)\hat{S}^2) \end{aligned}$$

$\hat{S}^2$  et  $\hat{a}$  sont des estimateurs sans biais et convergents de  $S^2$  et de  $a$ . Dans le cas où tous les contrats n'ont pas la même expérience, l'estimateur  $S^2$  se doit d'être adapté :

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^t (t_i - 1)} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{t_i} w_{kj} (X_{kj} - \bar{X}_{k\bullet}^w)^2$$

Où  $t_i$  représente le nombre d'observations attachées au contrat n° $i$ . Ensuite l'estimateur  $\hat{a}$  peut être négatif et sa version tronquée à 0 est biaisée en utilisant :  $\hat{a}' = \max(\hat{a}, 0)$ . La solution réside dans l'utilisation de l'estimateur  $\alpha^w$  de Bichsel–Straub qui est sans biais et toujours positif :

$$\alpha^w = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n Z_k (X_{k\bullet}^w - \zeta^w)^2$$

Dès lors un calcul itératif est nécessaire pour déterminer les valeurs de  $Z_k$  et  $\alpha^w$ , ces deux paramètres se retrouvant dans l'estimateur de l'autre.

L'algorithme de calcul de la prime de crédibilité est le suivant :

1. Calculer les poids  $w_{k\bullet}$  pour  $k = 1, \dots, n$  et  $w_{\bullet\bullet}$
2. Calculer  $X_{k\bullet}^w$  la moyenne pondérée par les poids des observations du contrat  $k$  et  $X_{\bullet\bullet}$
3. Calculer  $\hat{S}^2$
4. Fixer arbitrairement la valeur de  $\alpha^w$  à 1, puis à l'aide de  $\hat{S}^2$  et  $\alpha^w$ , on détermine les  $Z_k$  pour chacun des contrats du portefeuille.
5. A l'aide des  $Z_k$  obtenus, on calcule  $\alpha^w$  et avec la nouvelle valeur de  $\alpha^w$  on détermine à nouveau les  $Z_k$  et ainsi de suite jusqu'à obtenir une convergence des valeurs de  $\alpha^w$  et  $Z_k$ . La convergence étant obtenue dès lors que le taux d'évolution entre la nouvelle et l'ancienne valeur des paramètres que l'on cherche à estimer est inférieur à un niveau que l'on fixe arbitrairement.
6. Calculer le coefficient de crédibilité :  $C r_t^h(u(\theta_k)) = (1 - Z_k)\zeta^w + Z_k \bar{X}_{k\bullet}^w$ , pour  $k = 1, \dots, n$

### 3.1.3 Le modèle de Jewell (1975)

Les données de la branche multirisque immeuble ont une structure hiérarchique. Celles-ci sont regroupées en produits puis en sous-catégories selon leurs caractéristiques contrat. Le calcul de prime pure peut également suivre cette structure hiérarchique. Les informations détenues dans chacun de ces groupes d'une même branche d'assurance seront utilisées à l'estimation de la charge crédibilisé.

Le modèle de Bühlmann calcule cette charge sur les sous-groupes séparément. Le modèle de Jewell se différencie alors en utilisant la base d'informations dans son ensemble et se caractérise comme un modèle hiérarchique [Institut des Actuaire, 2004]. Au regard de la segmentation du portefeuille nous considérons pour la présente étude un modèle de crédibilité hiérarchique à 3 niveaux.

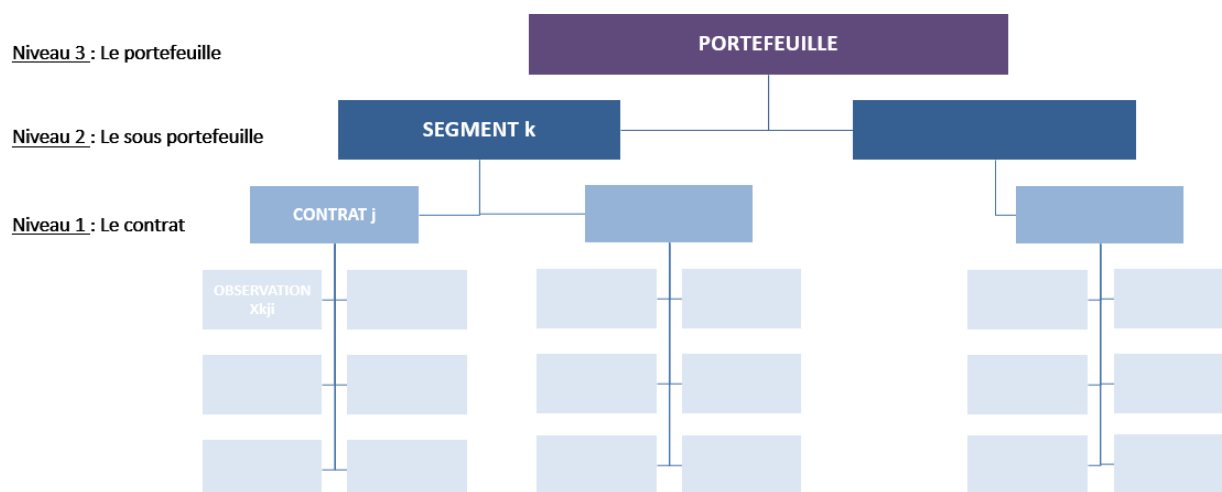


FIGURE 3.2: Jewell : un modèle de crédibilité hiérarchique

Nous distinguons trois niveaux hiérarchiques :

1. Le premier niveau est le contrat représenté par le couple  $(k, j)$  : le contrat numéro «j» appartenant au sous portefeuille «k». Les informations associées sont les charges sinistres  $X_{kji}$  pondérées pour l'année observation  $i$  tel que :  $X_{kji} = \frac{S_{kji}}{w_{kji}}$ . Comme pour le modèle de Bühlmann-Straub, l'introduction d'un poids spécifique à chacune des observations permet de considérer des contrats de tailles différentes.
2. Le deuxième niveau représente les sous portefeuilles. Le portefeuille est en effet divisé en sous-segments de risques homogènes. Le produit Standard est ensuite ventilé en cinq sous-catégories, puis les flottes d'immeubles et MIE.
3. Enfin le troisième niveau représente le portefeuille multirisque immeuble entreprise dans son ensemble.

Chaque niveau du portefeuille est caractérisé par un profil de risques [Ward Caroline, 1997]. Ainsi le portefeuille divisé en  $k$  classes possède un paramètre de risque  $\theta_k$ . Chaque observation  $X_{kji}$  pondérée par le poids de l'assuré au sein du sous-portefeuille  $k$  est associée à  $\theta_{kj}$

Les caractéristiques du modèle :

- Au niveau du portefeuille :  $\mathbb{E}(X_{kji}) = m$
- Au niveau du sous portefeuille  $k$  :  $\mu_0(\theta_k) = \mathbb{E}((X_{kji}|\theta_k)$
- Au niveau de l'assuré, de la classe de risques  $(k,j)$ ,  $\mu(\theta_k, \theta_{kj}) = \mathbb{E}((X_{kji}|\theta_k, \theta_{kj})$

Les hypothèses du modèle :

- **JO** : les variables aléatoires  $\mu(\theta_k), \mu(\theta_{kj}), X_{kji}$  sont de carré intégrale.

- **J1** : les  $n$  sous portefeuilles sont indépendants deux à deux. C'est à dire que pour  $k \neq p$ , les suites de variables aléatoires  $(\theta_p, \theta_{pj}, X_{pij}, j = 1, \dots, n_p; i \geq 1)$  et  $(\theta_k, \theta_{kj}, X_{kij}, j = 1, \dots, n_k; i \geq 1)$  sont indépendantes en probabilité.
- **J2** : pour  $k$  fixé dans  $1, \dots, n$ , conditionnellement à  $\theta_k$ , les assurés  $(k, 1), \dots, (k, n_k)$  sont indépendants. C'est à dire que les  $n_k$  suites de variables aléatoires  $(\theta_{kj}, X_{kij}, j = 1, \dots, n_k; i \geq 1)$  sont indépendantes en probabilité.
- **J3** : pour  $k$  fixé dans  $1, \dots, n$ , et  $j$  dans  $1, \dots, n_k$ , conditionnellement à  $\theta_{kj}$  les variables aléatoires  $X_{kji}; i \geq 1$  sont indépendantes en probabilités.
- **J4** : Les couples de variables aléatoires  $(\theta_k, \theta_{kj})$  ont tous la même loi de probabilité.
- **J5** :  $\mathbb{E}(X_{kji} | \theta_k \theta_{kj}) = \mu(\theta_k, \theta_{kj})$   
 $(X_{kji}, X_{kjl} | \theta_k \theta_{kj}) = \frac{\theta^2(\theta_k \theta_{kj})}{w_{kji}} \delta_{il}$ ,  
 où  $\delta_{il}$  est le symbole de Kronecker :  $\delta_{il} = 0$  si  $i \neq l$  et  $\delta_{il} = 1$  si  $i=l$ .

Avant de définir les estimateurs de crédibilité linéaire du modèle de Jewell, il est important de définir les paramètres structuraux de ce modèle :

- $m = \mathbb{E}(X_{kji}) = \mathbb{E}(\mu(\theta_k \theta_{kj})) = \mathbb{E}[u_0(\theta_k)]$
- $b = \int (u_0(\theta_k) - m)^2 dU(\theta) = V[\mu_0(\theta)]$
- $a = \int (u(\theta, \theta') - \mu_0(\theta))^2 dU_2(\theta, \theta') = \mathbb{E}[V(\mu(\theta, \theta') | \theta_k)]$
- $S^2 = \int \sigma^2(\theta, \theta') dU_2(\theta, \theta') = \mathbb{E}[\sigma^2(\theta_k)] = \mathbb{E}[\sigma^2(\mu(\theta_k, \theta'))]$

Ces paramètres permettent de calculer l'intégralité des éléments nécessaires à la construction du facteur de crédibilité. Comme pour le modèle de Bühlmann-Straub, nous pouvons voir apparaître « $a$ » et « $S^2$ ». Ils s'interprètent de la même façon. « $a$ » représente la **variance inter-contrat**, mesure l'hétérogénéité au sein du groupe, entre les assurés d'un même segment. « $S^2$ » représente la **variance intra-contrat**. Elle mesure les fluctuations des observations des assurés. Le paramètre « $b$ » vient ajouter une nouvelle information, celle de la mesure de la variance inter-catégorie, l'hétérogénéité entre les différents segments.

Sous les hypothèses J0 et J5, pour  $k \in 1, \dots, n$ , nous avons les estimateurs de crédibilité linéaire non homogènes suivants :

Les estimateurs de crédibilité linéaire non homogènes :

- Au niveau du sous-portefeuille :

$$cr_t(\mu_0(\theta_k)) = (1 - Z_k)m + Z_k \zeta_{k\bullet\bullet}^w$$

- Au niveau du contrat :

$$cr_t(\mu(\theta_k, \theta_{kj})) = (1 - Z_k)cr_t(\mu_0(\theta_k)) + Z_{kj} X_{kj\bullet}^w$$

Notations :

**Les poids :** Un poids est attribué aux différents éléments du portefeuille.

- $w_{kji}$  est le poids du contrat  $(k, j)$  l'année  $i$ .
- $w_{kj\bullet}$  est le poids du contrat  $(k, j)$  sur toute la période  $T_i$ .
- $w_{k\bullet\bullet} = \sum_j w_{kj\bullet} = \sum_j \sum_i w_{kji}$  est le poids du sous portefeuille  $k$ .
- $w_{\bullet\bullet\bullet} = \sum_k w_{k\bullet\bullet} = \sum_k \sum_j \sum_i w_{kji}$  est le poids du portefeuille.

**Coefficient de crédibilité linéaire :**

- $Z_{kj} = \frac{w_{kj\bullet}}{S^2 w_{kj\bullet} + a}$  est le coefficient de crédibilité du contrat  $(k, j)$
- $Z_{k\bullet} = \sum_k Z_{kj}$ , représente la somme des facteurs de crédibilité de chacun des contrats appartenant au sous portefeuille  $k$ .

- $Z_k = \frac{Z_{k\bullet}}{Z_{k\bullet} + \frac{a}{b}}$  est le coefficient de crédibilité du sous portefeuille.
- $Z = \sum_k Z_k$ , représente la somme des facteurs de crédibilité de chacun des sous-portefeuilles.

### Les observations

- $X_{kji}^w$  est le taux de prime pure du contrat  $(k,j)$  l'année  $i$ , c'est à dire l'observation statistique de l'année  $i$  sur la poids de cette même année.
- $X_{kj\bullet}^w = \sum_i \frac{w_{kji}}{w_{kj\bullet}} X_{kji}^w$  est le taux de prime pure moyen du contrat  $(k,j)$  pondéré par les poids sur la période  $T_i$
- $X_{k\bullet\bullet}^w = \sum_j \frac{w_{kj\bullet}}{w_{k\bullet\bullet}} X_{kj\bullet}^w = \sum_j \sum_t \frac{w_{kji}}{w_{k\bullet\bullet}} X_{kjit}$  le taux de prime pure moyen du sous-portefeuille  $k$  pondéré par les poids de chacun des contrats sur la période  $T_i$

A l'aide de ces notations nous définissons les estimateurs du modèle suivant :

- $\zeta^w$  est un pseudo estimateur de  $m$  avec :  
 $\zeta_{k\bullet\bullet}^w = \sum_{j=1}^{n_k} \frac{Z_{kj}}{Z_{k\bullet\bullet}} X_{kj\bullet}^w$  est le taux de prime pure moyen du sous-portefeuille  $(k)$  pondéré par les coefficients de crédibilité de chacun des assurés sur la période  $T_i$
- $\zeta^w = \sum_{k=1}^n \frac{Z_k}{Z} X_{k\bullet\bullet}^w$  est le taux de prime pure moyen du portefeuille global pondéré par les coefficients de crédibilité de chacun des sous-portefeuilles.

Conditionnellement à  $\theta_k$ ,  $X_{k\bullet\bullet}^w$  est un estimateur sans biais de  $\mu_0(\theta_k)$  et  $\zeta_{k\bullet\bullet}^w$  est un pseudo estimateur sans biais de  $\mu_0(\theta_k)$  avec  $\mathbb{E}(V(X_{k\bullet\bullet}^w | \theta_k)) \geq \mathbb{E}(V(\zeta_{k\bullet\bullet}^w | \theta_k))$

- La statistique  $S_w^2 = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} k(t_{kj} - 1)} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} k \sum_{i \in T_{kj}} w_{kji} (X_{kji} - X_{kj\bullet})^2$  est un estimateur sans biais de  $S^2$  (avec  $(t_{kj} = \text{card}(T_{kj}))$ )
- $a^w = \frac{1}{\sum_{k=1}^n (n_k - 1)} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} k Z_{kj} (X_{kj\bullet} - \zeta_{k\bullet\bullet}^w)^2$  est un pseudo estimateur sans biais de  $a$ .
- $\beta^w = \frac{1}{(n - 1)} \sum_{k=1}^n Z_k (\zeta_{k\bullet\bullet}^w - \zeta^w)^2$  est un pseudo estimateur sans biais de  $\beta$ .

Les estimateurs de crédibilité linéaire sont alors obtenus en remplaçant les paramètres  $m, b, a$  et  $S^2$  par leur estimateur sans biais. Soit :

Les estimateurs de crédibilité linéaire homogènes :

- Au niveau du sous portefeuille :

$$cr_t^h(\mu_0(\theta_k)) = (1 - Z_k)\zeta^w + Z_k \zeta_{k\bullet\bullet}^w$$

- Au niveau du contrat :

$$cr_t^h(\mu(\theta_k, \theta_{kj})) = (1 - Z_k)\zeta_{k\bullet\bullet}^w + Z_{kj} X_{kj\bullet}^w$$

Bien que les statistiques  $S_w^2$  et  $X_{kj\bullet}^w$  sont calculables facilement, les autres paramètres structuraux du modèle sont interdépendants. Un calcul itératif est alors nécessaire.

L'algorithme de calcul de la prime de crédibilité est le suivant :

1. On commence par calculer le  $S_w^2$ .
2. Fixer arbitrairement la valeur de  $a^w$  et  $\beta^w$  à 1. Le paramètre  $a$  va permettre de calculer les  $Z_{kj}$  et les  $Z_k$ , le paramètre  $\beta$  va quant à lui permettre de calculer les  $Z_k$  et les  $Z$ .
3. On calcule  $\zeta_{k\bullet\bullet}^w$  puis on en déduit une nouvelle valeur pour le paramètre  $a^w$  et par le calcul de  $\zeta^w$  on obtient une nouvelle valeur pour le paramètre  $\beta^w$ .
4. A l'aide de ces nouvelles valeurs, on calcule à nouveau les  $Z_{k,j}$ ,  $Z_k$  et  $Z$  et on réitère l'opération jusqu'à obtenir la convergence des paramètres.

## 3.2 Application des modèles de crédibilité

Nous étudierons dans cette partie l'application des modèles présentés précédemment. Ayant des hypothèses trop fortes et peu réalistes sur les données d'assurance multirisque immeuble Entreprise, le modèle de Bühlmann ne sera pas utilisé. Il considère en effet tous les individus comme identiques et ne représente pas la réalité. Les contrats se distinguent les uns des autres par le poids qu'ils représentent au sein du portefeuille à travers leur temps de présence et également le montant de l'affaire, la prime. Les modèles Bühlmann-Straub et Jewell prennent en compte cette information et sont alors tous deux candidats à la modélisation de la charge attritionnelle dite sous-crête. L'application a été réalisée sous le logiciel SAS. L'ensemble des paramètres structuraux ont été construits et programmés de manière à être réutilisés dans le temps. La mise en oeuvre du modèle de Bühlmann-Straub sera tout d'abord présentée. Dans une volonté d'améliorer les résultats du modèle de Bühlmann-Straub une méthode de lissage de la charge sinistre sera appliquée sur les données. Enfin le modèle de Jewell sera mis en place.

Dans un dernier temps, l'ensemble des résultats seront comparés et nous permettront de faire un choix parmi les modèles candidats.

### 3.2.1 Application du modèle Bühlmann-Straub

Nous souhaitons calculer avec le modèle de Bühlmann-Straub le taux de prime pure (TPP) crédibilisé suivant :

$$C\tau_t^h(u(\theta_k)) = (1 - Z_k)\zeta^w + Z_k\bar{X}_{k\bullet}^w$$

Avec :

- $Z_k = \frac{w_{k\bullet}}{S^2 + w_{k\bullet}}$ , le coefficient de crédibilité
- $\bar{X}_{k\bullet}^w = \sum_{j=1}^t \frac{a_{w_{kj}}}{w_{k\bullet}} X_{kj}$
- $\zeta^w = \sum_{k=1}^n \frac{Z_k}{Z_0} X_{k\bullet}^w$  et  $Z_0 = \sum_{k=1}^n Z_k$

Où pour le calcul du paramètre  $Z_k$ ,  $S^2$  mesure la variance entre les observations des assurés et  $a$  entre les contrats au sein du portefeuille.

Le coefficient de crédibilité  $Z_k$  définit la pondération à apporter à l'expérience individuelle du contrat et à l'expérience collective de son groupe de risques homogènes. La charge de sinistralité prédite pour l'année  $N+1$  est alors fonction de ces deux informations.

$$Charge_{attritionnelle} \text{ crédibilisée} = TPP \text{ Crédibilisé} \times Poids_{2019}$$

Cependant si le contrat ne comptabilise pas assez d'informations dû à un manque d'années d'observations, l'expérience du segment seule sera retenue pour l'estimation de la charge et son coefficient de crédibilité  $Z_k$ , qui représente la pondération de l'expérience du contrat, sera égale à 0. Ces contrats sont les affaires nouvelles de l'année 2019 ayant moins d'une année d'ancienneté. Ils seront sortis de la base qui servira à la modélisation Bühlmann-Straub. Leur charge sera alors estimée comme suit :

$$Charge_{attritionnelle} \text{ crédibilisée} = TPP \text{ sous portefeuille} \times Poids_{2019}$$

Où le TPP crédibilisé du sous-portefeuille est  $\zeta^w$

La première étape de l'application d'un tel modèle réside dans la création de la base de modélisation. La présentation théorique permet de sélectionner les informations nécessaires. Une fenêtre d'observation de six années est tout d'abord définie allant du 01/01/2014 au 31/12/2019. Le temps de présence des contrats, la charge



sinistre, la COPHT (Cotisation potentielle hors taxe), sont recensés pour chacune des années d'observations. La charge sinistre a été écrêtée, à l'aide des seuils obtenus à partir de la théorie des valeurs extrêmes, pour conserver uniquement la partie attritionnelle à modéliser.

Le modèle de Bühlmann-Straub est appliqué sur chacun des segments de la branche multirisque immeuble. Chacun d'entre eux est alors considéré comme un portefeuille indépendant. Le produit standard représente la grande majorité des contrats souscrits au sein de la branche. Son nombre important permet de créer des sous-catégories de risques homogènes en utilisant la surface en  $m^2$  assurée. Le portefeuille standard devient alors cinq sous-portefeuilles :

1. Standard  $]0, 1000m^2]$ ,
2. Standard  $]1000, 2000m^2]$
3. Standard  $]2000, 4000m^2]$
4. Standard  $]4000, 7000m^2]$
5. Standard  $]7000m^2, +inf[$

Quant aux produits Multirisque Immeuble Entreprise (MIE) et les flottes d'immeubles (FLI), leur nombre de contrats présents en portefeuilles ne permet pas de créer des sous-catégories sous peine d'engendrer de la volatilité dans les estimations.

Le poids associé à chacun des contrats est défini par la durée de présence de l'assuré, l'année d'observation et de sa COPHT. Il permet alors de prendre en compte l'ancienneté du contrat mais également sa taille au sein du portefeuille. La séparation des produits et la création de groupes de risques homogènes prend ici tout son sens. Le produit Standard n'est pas comparable au produit Flottes d'immeubles qui présente des cotisations très élevées et assure plusieurs unités de bâtiments.

$$w(t) = \sqrt{COPHT(t) \times Durée_{pr\u00e9sence}(t)}$$

Avec :

- $w(t)$  est le poids associé au contrat pour la  $t^{\text{ème}}$  année de d'observation
- $COPHT(t)$  est le montant de la cotisation potentielle hors taxe du contrat pour la  $t^{\text{ème}}$  année d'observation
- $Dur\u00e9e_{pr\u00e9sence}(t)$  est la part de présence du contrat pour la  $t^{\text{ème}}$  année d'observation. Si le contrat est présent l'ensemble de l'année, alors  $Dur\u00e9e_{pr\u00e9sence}(t) = 1$

La charge sinistre a été écrêtée afin de conserver seulement la partie attritionnelle à modéliser à l'aide des seuils d'écrêtement obtenus à partir de la théorie des valeurs extrêmes.

Pour chacun des sous-portefeuilles indépendamment, l'ensemble des paramètres ont été calculés pour obtenir  $Z_k$  le coefficient de crédibilité ainsi que la charge. Les poids de chaque contrat pour chacune des années d'observations ont été définis ainsi que le poids total sur la durée d'étude. Les estimateurs de la variance inter et intra-contrat ont également été calculés.

### 3.2 Application des modèles de crédibilité

#### Les résultats du modèle de Bühlmann-Straub

Le tableau figure 3.3 donne les résultats du modèle de Bühlmann-Straub par sous-portefeuille. Pour chacun des contrats la nouvelle base de données avec chacun des paramètres estimés se présente sous la forme suivante :

Bühlmann-Straub							
N° contrat	wt assuré	Wt portefeuille	TPP_ ass	TPP_ptf	Z_ ass	TPP_ ass expérience	TPP_ crédibilisé
CNT1	114,7	5 703 782,86	22,9	10,30	0,050	=22,9 x 0,050 = 0,00047	=0,0047 + (1 - 0,050) x 10,30 = 10,925
CNT2	213,8	5 703 782,86	0	10,30	0,089	0	9,39
CNT3	61,9	5 703 782,86	1,7	10,30	0,027	0,0000196	10,1
CNT4	212,6	5 703 782,86	0,0	10,30	0,088	0	9,4
CNT5	196,6	5 703 782,86	15,0	10,30	0,082	0,0005192	10,7
CNT6	182,1	5 703 782,86	2,1	10,30	0,077	0,0000663	9,7

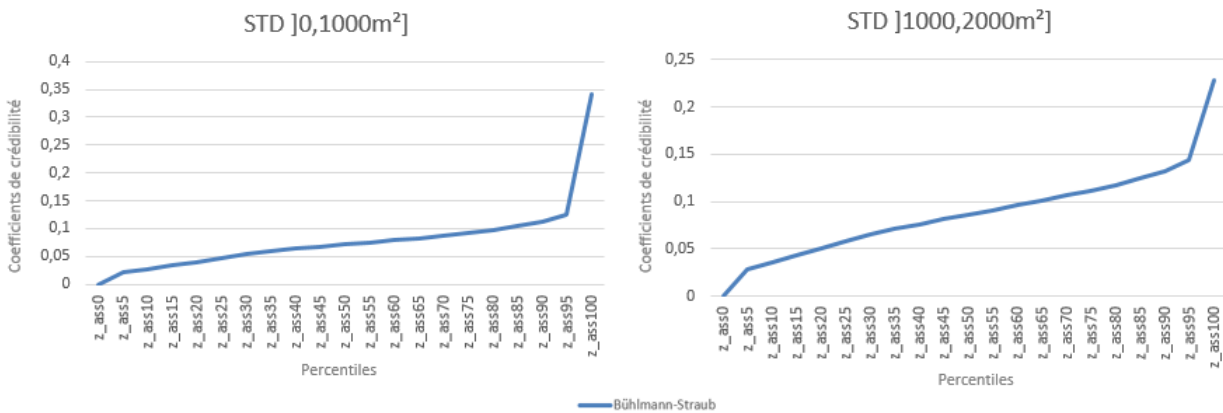
FIGURE 3.3: Résultats des paramètres estimés modèle BS

Le tableau donne la structure de la base des résultats du modèle avec l'ensemble des paramètres estimés. La première colonne, après les numéros de contrats, est la somme des poids attribués au contrat sur l'ensemble de ses années d'observation. L'information suivante est la somme des poids de chacun des contrats du portefeuille. Le taux de prime pure est ensuite calculé en utilisant les informations collectives du portefeuille (TPP\_portefeuille), et l'information individuelle (TPP\_assuré), chacune pondérée par le facteur de crédibilité  $Z_{ass}$ , est calculée pour chacun des contrats. Celui-ci représente la part de l'expérience individuelle du contrat qui sera prise en compte dans l'estimation du taux de prime pure. Nous obtenons à l'aide de l'ensemble de ces informations le taux de prime pure crédibilisé (TPP\_crédibilisé). Nous observons un taux de prime de prime crédibilisé beaucoup moins volatile et très proche de l'expérience du portefeuille quand l'expérience individuelle ne suffit pas.

Bühlmann-Straub					
Segmentation	S <sup>2</sup>	a	Facteur de crédibilité moyen	TPP non crédibilisé moyen	TPP crédibilisé
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	50 636	23	0,072	9,33	10,30
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	70 947	28	0,086	13,51	14,34
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	88 516	69	0,181	16,89	17,84
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	130 465	107	0,221	21,89	23,14
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	195 224	221	0,339	30,59	32,46
MIE	139 506	486	0,486	15,85	19,83
FLI	439 592	7 885	0,792	44,44	49,54

FIGURE 3.4: Résultats des paramètres estimés du modèle Bühlmann-Straub

On remarque que le produit standard présente de faibles coefficients de crédibilité qui indique que l'estimation de la charge crédibilisée se base en grande partie sur l'expérience du segment. Enfin la distribution complète des facteurs de crédibilité a été étudiée pour l'ensemble des contrats de chaque sous-portefeuille :



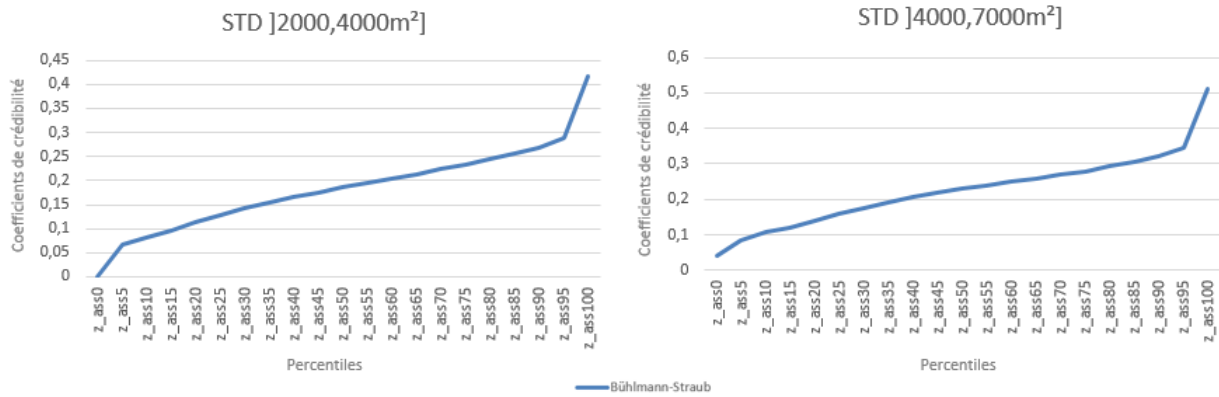


FIGURE 3.5: Distribution des facteurs de crédibilité du produit standard

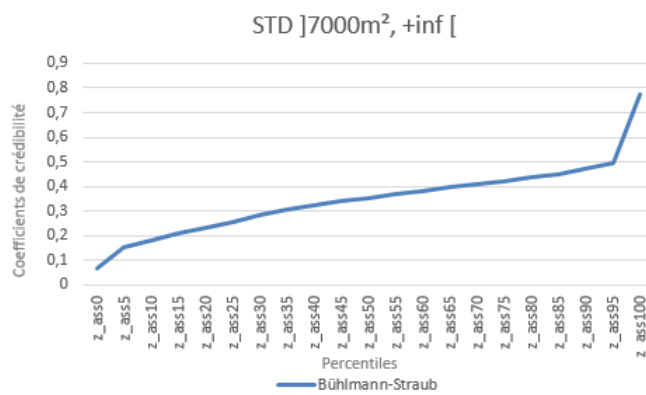


FIGURE 3.6: Distribution des facteurs de crédibilité du produit standard

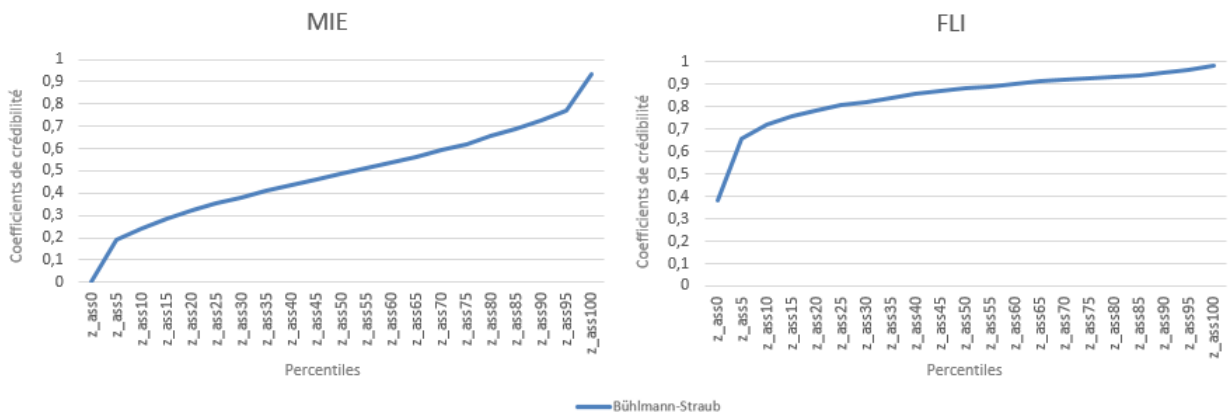


FIGURE 3.7: Distribution des facteurs de crédibilité du produit MIE et Flottes d'immeubles

Nous constatons que tous les produits standards ont une très faible crédibilité. Cela est dû à une faible moyenne par rapport à une variance élevée du portefeuille. En effet plus de 50% des contrats pour les sous-portefeuilles du produit standard ont un coefficient de crédibilité inférieur à 0.5. L'information collective du sous-segment primera alors pour estimer la charge sinistre crédibilisée  $N+1$ . A ce titre l'objectif de différencier les individus au sein d'un même segment à l'aide de leur expérience individuelle n'est pas atteint. Nous souhaitons obtenir des coefficients de crédibilité plus élevés.

### 3.2 Application des modèles de crédibilité

#### Modèle Bühlmann-Straub avec lissage

Dans une volonté d'obtenir des meilleurs résultats, une méthode de lissage a été mise en place sur les données de modélisation. Celle-ci a pour but de diminuer la variance intra-contrat pour augmenter les coefficients de de crédibilité.

$$Z_k = \frac{w_{k\bullet}}{w_{k\bullet} + \frac{S^2}{a}}$$

En effet si le paramètre  $S^2$  diminue, le rapport  $\frac{S^2}{a}$  diminuera également et entraînera une augmentation du coefficient  $Z_k$ .

Pour cela, la méthode de lissage doit, tout en conservant l'expérience contrat, réduire la volatilité entre les observations de chacune des années des contrats. Celle-ci doit permettre de réduire la variabilité des observations sans réduire la charge sinistre totale du contrat. Pour cela, nous répartissons une partie de la charge sinistre entre les années de présence de l'assuré. Cette méthode consiste à estimer un seuil à partir duquel les sinistres seront lissés. Si la charge sinistre est supérieure à ce seuil alors, la charge de chaque sinistre au-delà de ce seuil sera ensuite répartie entre les années de présence du contrat.

La figure ci-dessous illustre la méthode de lissage mise en place :

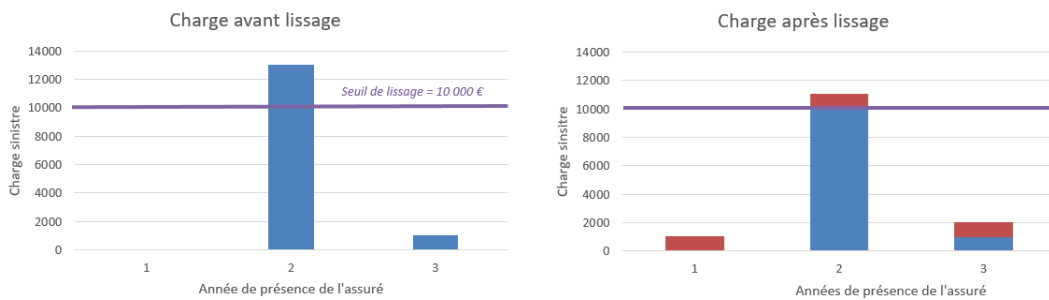


FIGURE 3.8: Lissage de la charge sinistre au-delà d'un seuil

Pour définir le seuil de lissage à considérer, la distribution de la charge sinistre a été étudiée. Un arbitrage biais variance a dû être effectué pour choisir le plus efficace. En effet, un seuil trop élevé ne permettra pas de diminuer la variance entre les observations. Un seuil trop bas quant à lui, biaisera l'information du contrat et l'estimation de la charge  $N+1$ . Les seuils potentiels se situent alors dans la queue de distribution de chacun des sous-portefeuilles soit autour du 95ème percentile.

Détermination du seuil de lissage :

Segmentation	Charge_p94	Charge_p95	Charge_p96	Charge_p97	Charge_p98	Charge_p99	Charge_p100
STD ]0,1000m²]	5 703	<b>6 563</b>	7 744	9 666	12 000	12 000	12 000
STD ]1000,2000m²]	5 590	<b>6 422</b>	7 544	9 236	12 000	12 000	12 000
STD ]2000,4000m²]	5 737	<b>6 463</b>	7 568	9 181	11 968	12 000	12 000
STD ]4000,7000m²]	6 053	<b>6 892</b>	8 072	9 754	12 684	14 000	14 000
STD ]7000m²,+inf]	6 044	<b>6 788</b>	7 843	9 469	12 181	14 000	14 000
MIE	6 673	<b>7 674</b>	9 100	11 340	15 600	17 000	17 000
FLI	6 941	<b>8 197</b>	9 956	12 851	17 000	17 000	17 000

FIGURE 3.9: Étude de la distribution de la charge par segment : détermination d'un seuil de lissage

Nous retenons un seuil fixé au 95ème percentile pour chacun des segments. Ce seuil permet de lisser entre 10 et 16% de la charge sinistre et 13% au total. En amont, ce choix a été effectué en testant plusieurs seuils issus de la queue de distribution et celui sélectionné permet d'obtenir les meilleurs résultats en termes de coefficient de crédibilité.

Segmentation	Seuil lissage	Part de charge lissée
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	6 500	11,0%
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	6 500	10,5%
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	6 500	10,2%
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	7 000	11,2%
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	7 000	10,8%
MIE	8 000	13,2%
FLI	8 000	15,4%

FIGURE 3.10: Part de la charge lissée

Résultats de la crédibilité après le lissage des sinistres

Le lissage de la charge sinistre sur l'ensemble des années d'observations diminue le paramètre  $S^2$  et rapport  $\frac{S^2}{a}$  diminue également. Cette méthode permet d'obtenir des coefficients de crédibilité plus élevés. Ces résultats seront comparés aux autres modèles par la suite.

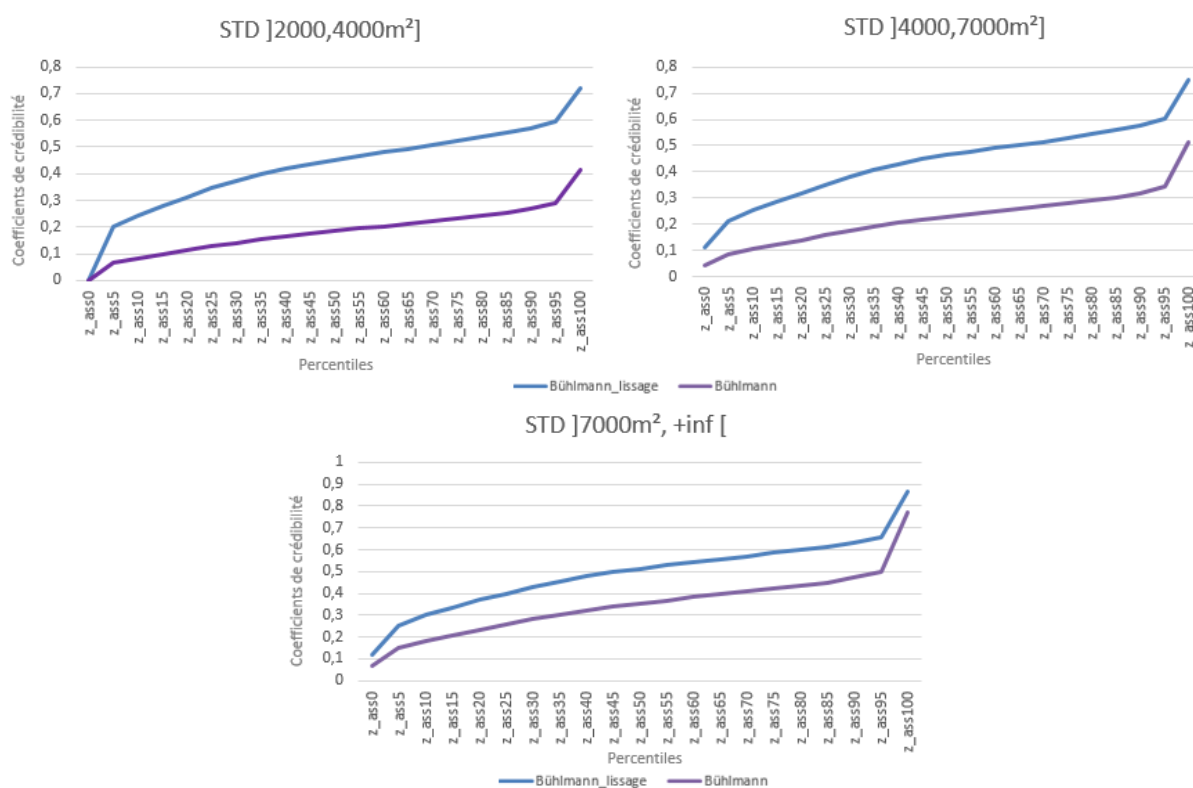


FIGURE 3.11: Comparaison des facteurs de crédibilité du produit Standard après lissage

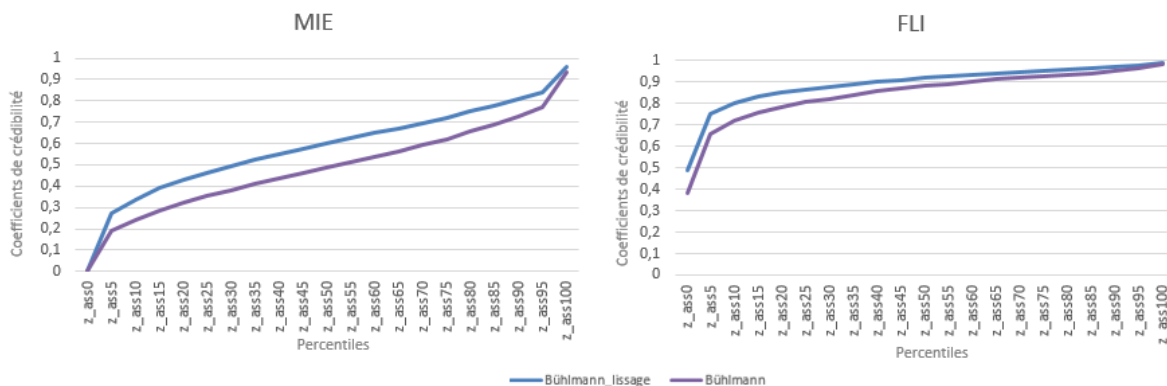


FIGURE 3.12: Comparaison des facteurs de crédibilité du produit MIE et Flottes d'immeubles après lissage

### 3.2.2 Application du modèle hiérarchique de Jewell

Le modèle hiérarchique de Jewell a été appliqué sur une base complète contenant l'ensemble des sous portefeuilles. Les taux de prime pure crédibilisés sont alors estimés pour chacun des sous-portefeuilles et des contrats. Soit les estimateurs de crédibilité suivants :

— Au niveau du sous-portfeuille :

$$cr_t(\mu_0(\theta_k)) = (1 - Z_k)m + Z_k\zeta_{k\bullet\bullet}^w$$

— Au niveau du contrat :

$$cr_t(\mu(\theta_k, \theta_{kj})) = (1 - Z_{kj})\mu_0(\theta_k) + Z_{kj}X_{kj\bullet}^w$$

Où les coefficients linéaires sont :

—  $Z_{kj} = \frac{w_{kj\bullet}}{w_{kj\bullet} + \frac{S^2}{a}}$  est le coefficient de crédibilité de l'assuré (k,j)

—  $Z_k = \frac{Z_{k\bullet}}{Z_{k\bullet} + \frac{1}{b}}$  est le coefficient de crédibilité du sous portefeuille.

Le paramètre «b» mesure l'hétérogénéité entre les sous-portefeuilles. Cette information supplémentaire au modèle de Bühlmann-Straub est le résultat de la structure hiérarchique du modèle de Jewell.

$$w(t) = \sqrt{COPHT(t) \times Durée_{pr\u00e9sence}(t)}$$

est comme précédemment le poids accordé à chacun des contrats pour chacune des années d'observation.

#### Les résultats du modèle de Jewell

Le modèle de Jewell permet d'obtenir les facteurs de crédibilité suivant pour chacun des segments :

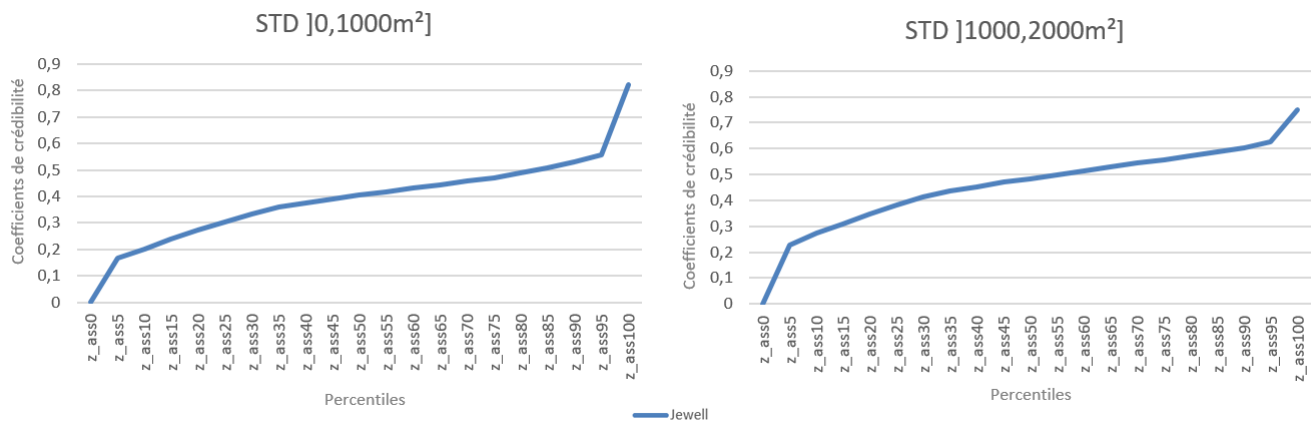


FIGURE 3.13: Distribution des facteurs de crédibilité du modèle de Jewell pour le produit Standard ]0,1000m²] et ]1000,2000m²]

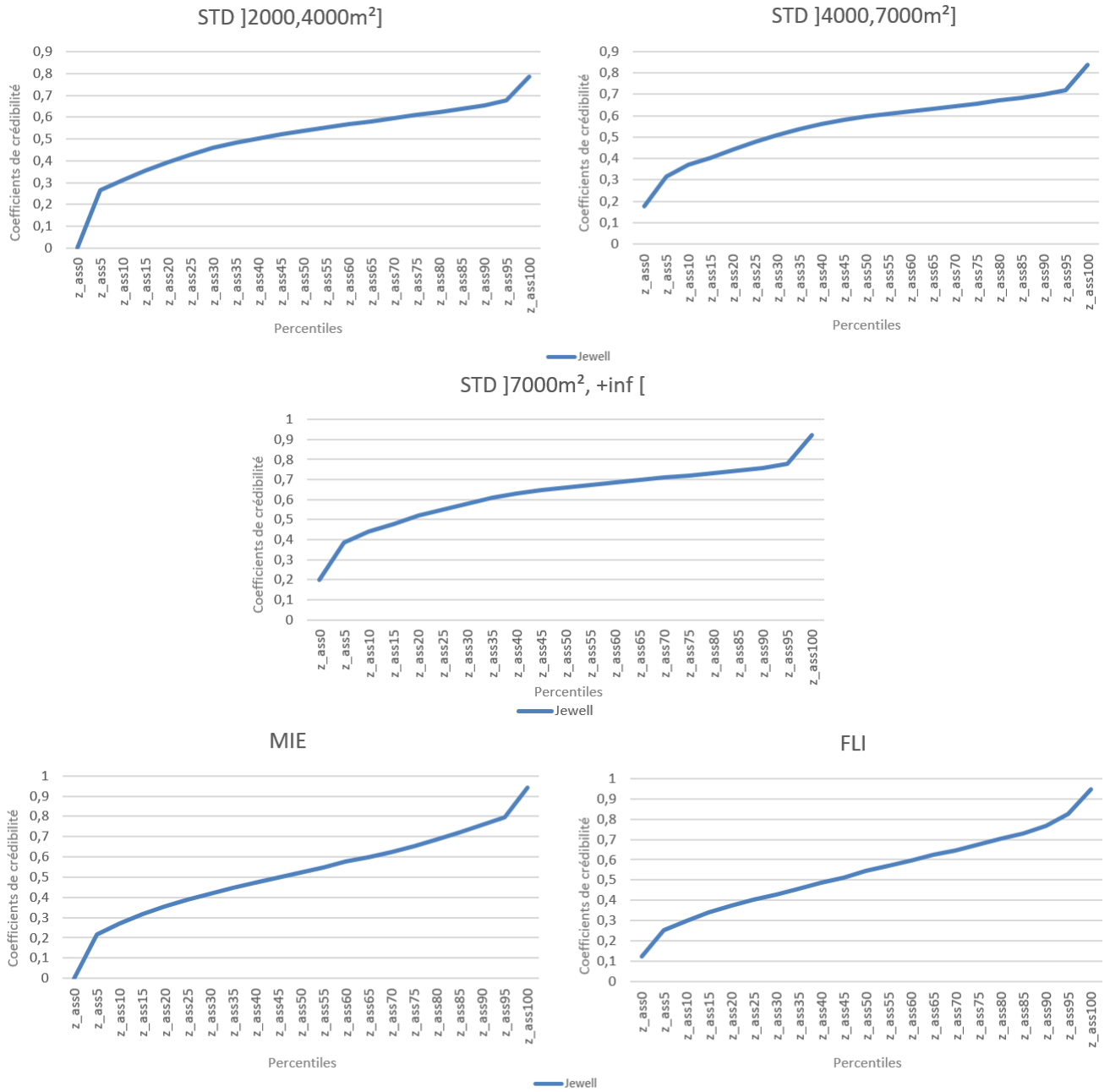


FIGURE 3.14: Distribution des facteurs de crédibilité du modèle de Jewell pour le produit Standard, MIE et Flottes d'immeubles

Les résultats obtenus sont satisfaisants, les facteurs de crédibilité sont élevés et permettent de distinguer les bons des mauvais risques en fonction de leur expérience sinistre.

### 3.3 Comparaison et choix du modèle de crédibilité

Les modèles de Bühlmann-Straub, Bühlmann-Straub lissage et Jewell ont été appliqués sur les données de la branche multirisque immeuble. Les résultats de chacun d'entre eux sont comparés pour sélectionner celui qui sera le plus adapté et qui répond aux objectifs de l'étude. Ils sont évalués sur leur capacité à distinguer les risques selon leur expérience sinistre, à travers des coefficients de crédibilité élevés, et leur stabilité dans le temps.

#### 3.3.1 Etude des facteurs de crédibilité

Nous étudierons ici le premier critère qui est l'importance d'obtenir des coefficients de crédibilité élevés.

Comparaison des facteurs de crédibilité

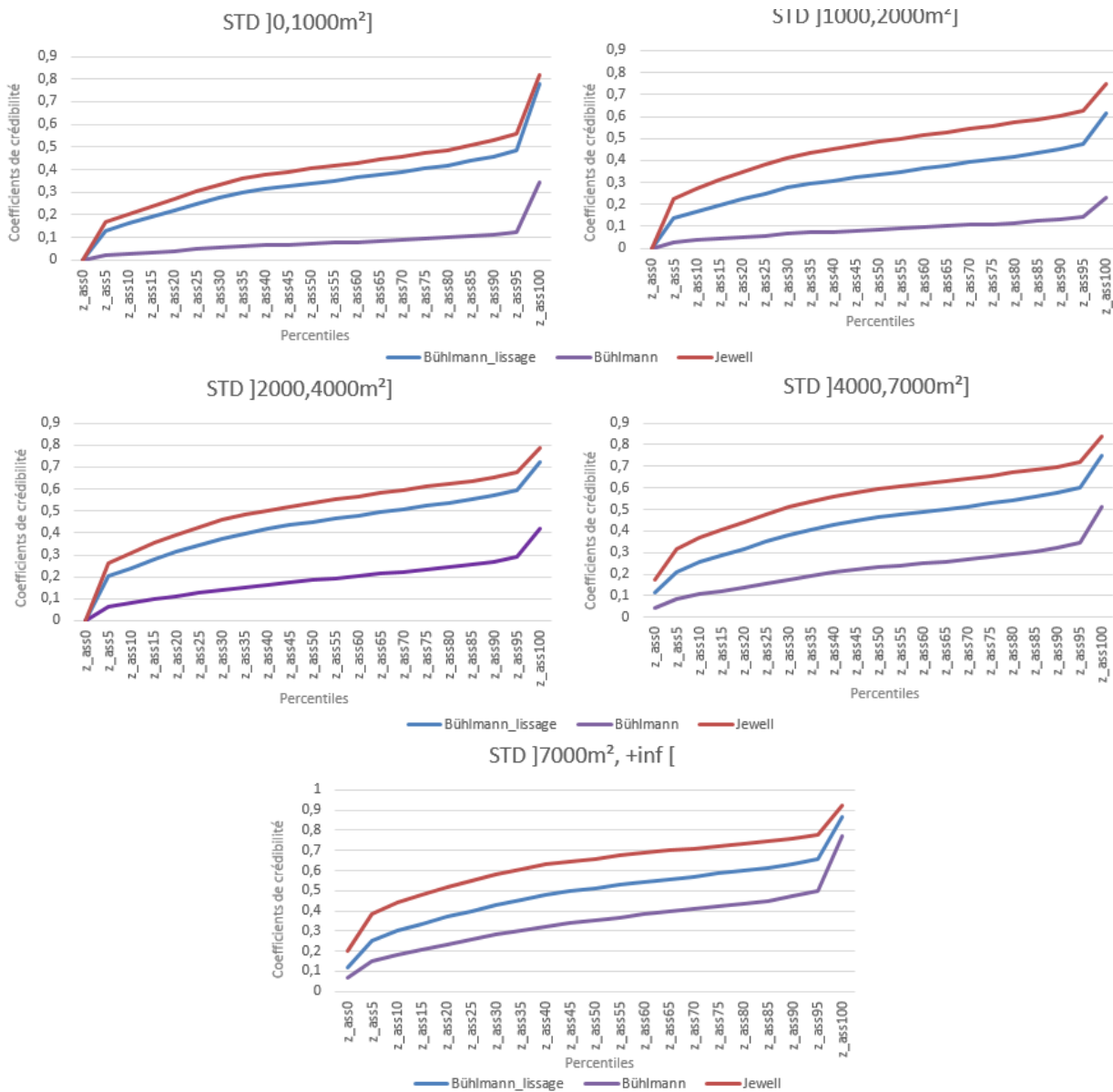


FIGURE 3.15: Comparaison de la distribution des facteurs de crédibilité du produit standard



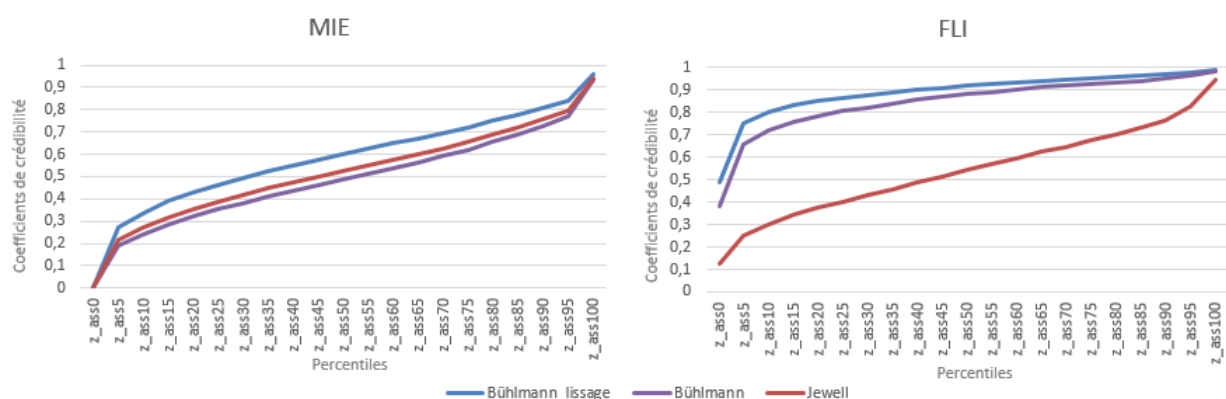


FIGURE 3.16: Distribution des facteurs de crédibilité du produit MIE et Flottes d'immeubles

Le modèle de Jewell permet d'obtenir globalement des coefficients de crédibilité plus importants que le modèle de Bühlmann-Straub sauf pour les flottes d'immeubles. Ces résultats devront être confrontés avec ceux de la stabilité de chacun des modèles.

### 3.3.2 Étude de stabilité dans le temps

Les résultats du calcul de la valeur contrat se doivent d'être stables dans le temps. Pour cela, l'ensemble des modèles mis en place pour le calcul de la valeur seront testés sur leur stabilité. Ils seront en effet utilisés comme des outils d'aide à la décision auprès des souscripteurs et autres acteurs d'assurance dans le cadre des renouvellements par exemple. La variabilité des résultats pour un client doit être issue de son expérience individuelle et non d'une modélisation instable et non cohérente année après année. La stabilité prend alors une place importante dans le choix du modèle à utiliser.

La stabilité est testée en appliquant chacun des modèles sur les périodes suivantes :

- Base d'historique 2014-2016
- Base d'historique 2014-2017
- Base d'historique 2014-2018
- Base d'historique 2014-2019

Nous avons conservé les contrats communs aux différents historiques testés afin d'avoir des bases contrats comparables. Pour chacune de ces années, un taux de prime pure crédibilisée a été obtenu. La variation de ces résultats d'une chronique à une autre permettra d'ordonner les modèles par stabilité.

Le coefficient de variation des taux de primes pures des contrats est calculé tel que :

$$\text{Coefficient de variation} = \frac{\sigma_{TPP}}{\mu_{TPP}}$$

Où :

- $\mu_{TPP} = \frac{1}{n} \sum$ , la moyenne des taux de prime pure
- $\sigma_{TPP} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (TPP_i - \bar{TPP})^2}$

#### Résultat de l'étude de la stabilité dans le temps

Les graphiques ci-après présentent la distribution des coefficients de variation pour chacun des sous-portefeuilles du produit multirisque immeuble, comparant le modèle de Jewell à Bühlmann-Straub.

### 3.3 Comparaison et choix du modèle de crédibilité

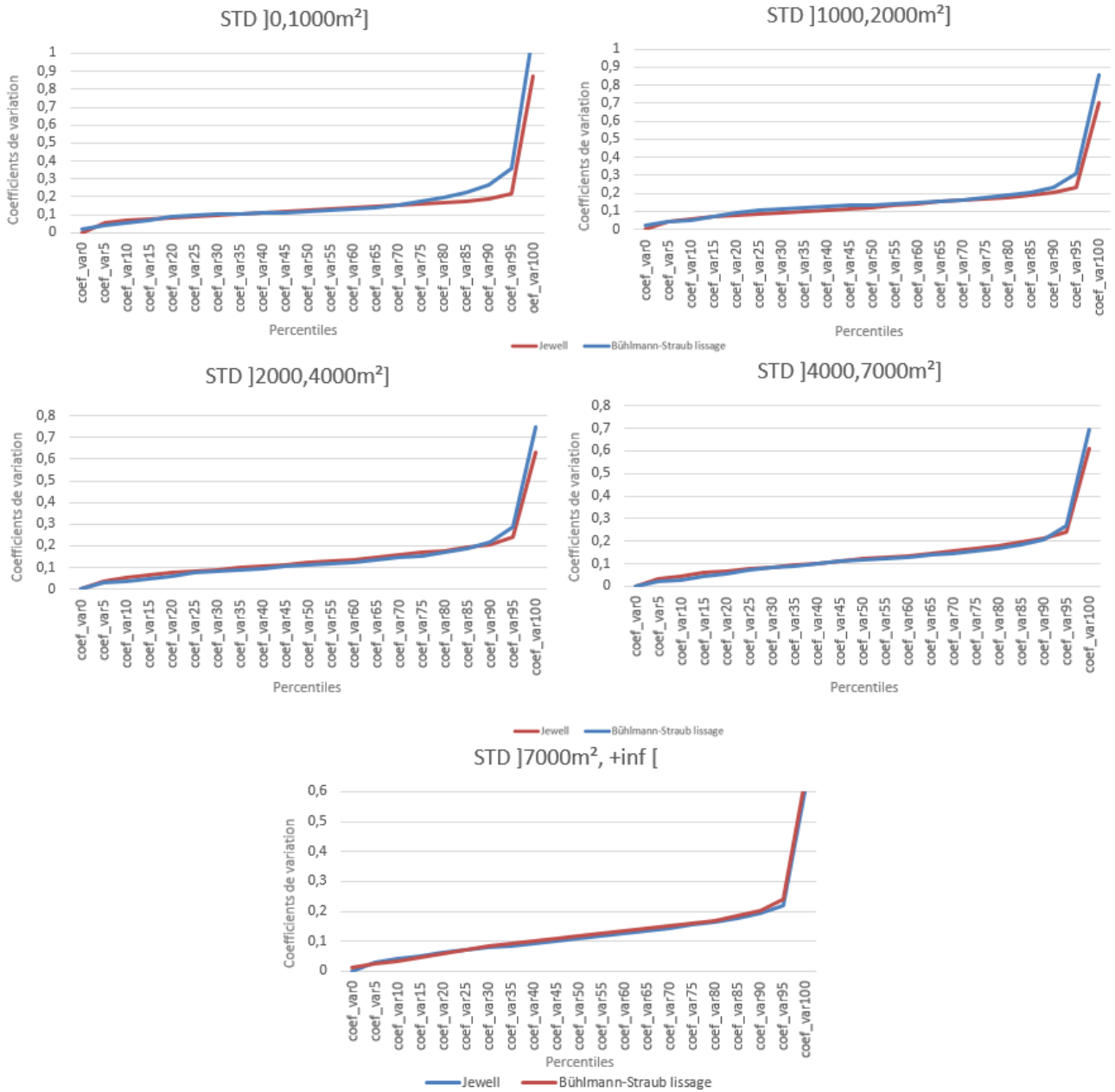


FIGURE 3.17: Distribution des coefficients de variation du produit Standard

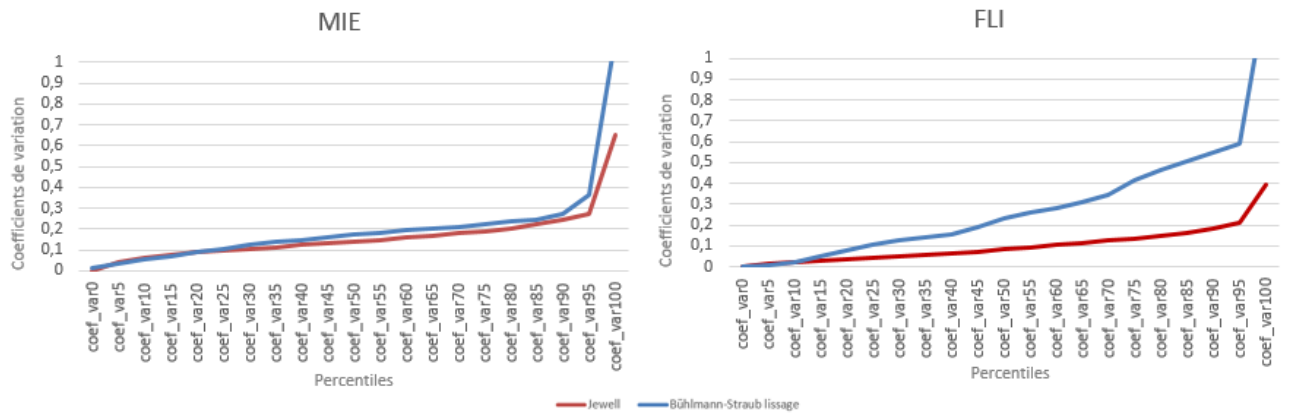


FIGURE 3.18: Distribution des coefficients de variation du produit MIE et Flottes d'immeubles

On observe que ces coefficients de variation sont sensiblement équivalents pour les sous-portefeuilles du produit standard. Ces derniers sont davantage stables pour les flottes d'immeubles. Après avoir effectué un arbitrage entre biais et variance, entre l'étude des coefficients de crédibilité et la stabilité dans le temps, le modèle de Jewell semble être le candidat le plus robuste pour l'estimation des taux de primes pures crédibilisées.

En plus de présenter des coefficients de crédibilité plus élevés que les autres modèles testés, celui-ci s'affranchi de la méthode de lissage et de modification des données d'entrée. En effet contrairement au modèle de Bühlmann-Straub initial, le modèle de Jewell permet d'obtenir directement de bons résultats. Le modèle de Jewell est retenu pour estimer la charge attritionnelle du portefeuille multirisque immeuble.

**Conclusion du chapitre 3 :** Modélisation de la charge attritionnelle

Au cours de cette troisième partie, les modèles candidats au calcul de la charge attritionnelle ont été présentés. Les méthodes de crédibilités ont été sélectionnées pour modéliser une charge attritionnelle cohérente en allouant une part de l'expérience individuelle ou collective en fonction de l'ancienneté du contrat et de la quantité d'informations de sinistralité que nous avons à notre disposition.

**Trois modèles ont été envisagés dans le cadre de l'étude :**

- Le modèle de Bühlmann (1967).
- Le modèle de Bühlmann-Straub (1970).
- Le modèle de Jewell (1975).

Seuls les deux derniers modèles ont été appliqués sur les données car ils permettent de prendre en compte le poids du contrat au sein du portefeuille. Ce poids est défini par le temps de présence des assurés et le montant de leur COPHT.

Une base de modélisation a été construite pour appliquer ensuite les modèles de Bühlmann-Straub et Jewell. Ils permettent de calculer un coefficient de crédibilité  $Z_k$ , qui pour chacun des contrats, détermine la pondération à accorder aux informations individuelles et collectives. Celui-ci est déterminé en calculant la variance entre les observations des contrats, puis la variance entre les contrats. Plus les observations pour un contrat seront volatiles, plus son expérience individuelle apparaîtra comme moins crédible et la charge estimée sera issue de l'expérience de son groupe de risques homogènes.

Les affaires nouvelles de 2019 ayant donc une ancienneté inférieure à une année auront un coefficient de crédibilité égale à 0 et l'estimation de leur charge dépendra entièrement de l'information collective. La création de groupe de risques homogènes prend ici tout son sens.

Ces modèles ont été évalués sur l'efficacité en comparant les coefficients de crédibilité  $Z_k$  obtenus, puis sur leur stabilité dans le temps. Les résultats ont mis en avant l'efficacité du modèle de Jewell et sa stabilité.

## Chapitre 4

# Calcul de l'ECR et des hypothèses de projections

Le calcul de la valeur contrat immeuble consiste à modéliser trois composantes majeures :

- les flux entrants, les charges
- les flux sortants, les produits
- la probabilité de résiliation

L'Economic Combined Ratio (ECR) est l'indicateur de rentabilité utilisé par le groupe Axa qui permet de prendre en compte l'intégralité des charges et des produits générés par tous les acteurs de l'assurance. Cet outil de pilotage est adapté à la problématique du calcul de la valeur contrat en permettant d'obtenir les gains ou les pertes de chaque contrat.

Dans ce quatrième chapitre nous rappellerons la décomposition du calcul de l'indicateur de l'ECR tout d'abord, puis nous présenterons sa construction et les résultats obtenus. Ensuite ces premiers résultats devront être projetés sur un horizon de  $N$  années. Pour cela nous modéliserons les probabilités de résiliation et définirons les autres hypothèses de projection.

### 4.1 Calcul de l'Economic Combined Ratio

#### 4.1.1 Calcul de l'ECR pour la première année de projection

L'Economic Combined Ratio se décompose en plusieurs parties. Tout d'abord un S/C brut qui est le ratio entre l'ensemble des charges sinistres et des primes perçues. A ce montant est ajouté l'ensemble des frais de gestion, le coût de la réassurance et la rémunération des intermédiaires pour calculer le ratio combiné comptable. Le passage à l'Economic Combined Ratio est fait par la prise en compte des produits financiers générés par les placements des primes reçues, les taxes, le coûts du capital et des risques catastrophes.

$$ECR = \text{Ratio combiné} + \frac{\text{Escompte} + \text{Taxes} + \text{Coût du risque}}{\text{Primes acquises}}$$

Avec :

- Ratio combiné : est le ratio des sinistres et des frais sur les primes ;
- Escompte : est le résultat financier des placements des primes perçues ;
- Les taxes : sont liées à l'impôt social payé par la compagnie sur son résultat ;
- Le coût du risque : est le coût d'immobilisation de fonds propres.

#### 4.1 Calcul de l'Economic Combined Ratio

Au sein du S/C brut le seuil qui sépare la sinistralité attritionnelle de la sinistralité grave au titre de l'ECR est 30.000 € pour l'ensemble des segments étudiés. Or ce seuil n'est pas adapté à la segmentation choisie, et se révèle trop important lorsqu'on raisonne au niveau de l'assuré. Les chapitres précédents ont permis de distinguer la charge attritionnelle de celle des graves pour chacun des contrats. La sinistralité sous ce seuil a été estimée à l'aide des modèles de crédibilité. L'étape suivante est l'estimation de la charge grave. Celle-ci se décompose en deux parties :

- Une charge sur-crête intermédiaire entre le seuil et le montant de 30.000€ ;
- Une charge sur-crête au-delà de 30.000€.

Ces éléments permettent de reconstituer la charge totale à estimer. A partir de l'historique des diagnostics annuels effectués sur la branche immeuble, un taux de charge sur-crête est calculé. Il est le résultat du rapport «charge sur-crête» sur la «charge sous-crête» pour le seuil de 30.000 €. Cette hypothèse fixée sur les études annuelles de la branche permet d'étudier la cohérence des résultats de notre modélisation avec une vision métier. Des contrôles sur les résultats de la modélisation et des choix effectués en amont de cette étape sont donc réalisés. Fixer ce taux sur un historique de cinq ans, permet également de stabiliser les résultats d'une année sur l'autre, et ainsi obtenir lors des prochaines étapes une valeur contrat stable dont la variation des résultats pour les contrats, sera issue de leur expérience individuelle et non des informations collectives.

Ce taux est appliqué au montant de charge inférieur à 30.000 euros. La charge comprise entre le seuil déterminé par la théorie des valeurs extrêmes et celui utilisé dans l'approche ECR doit être estimée. Elle est obtenue en multipliant le montant de charge attritionnelle, estimé par les modèles de crédibilité, par un taux de charge sur-crête intermédiaire. Celui-ci est calculé à la maille segment sur 6 années d'historique reposant sur les données utilisées pour la création de la base de crédibilité. Le schéma ci-dessous illustre l'estimation de la charge grave.

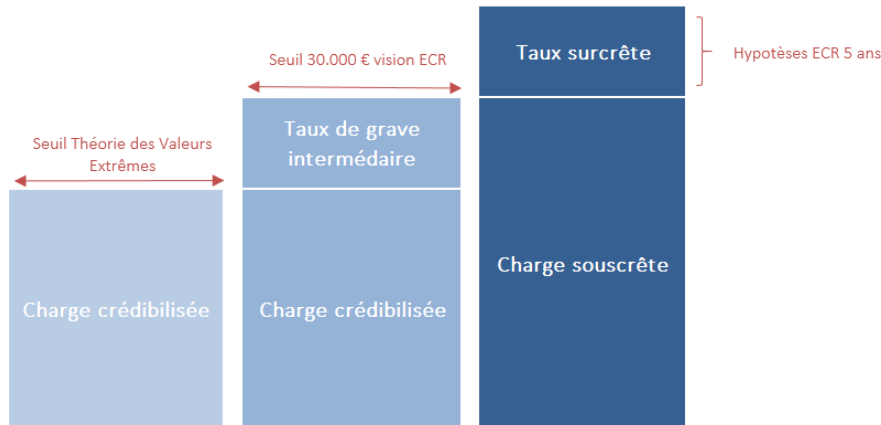


FIGURE 4.1: Construction de la charge totale

Ainsi nous obtenons la charge totale hors atypique de la manière suivante :

$$Charge\ sous\ crête = Charge\ obtenue\ par\ le\ modèle\ de\ Jewell \times (1 + Taux\ sur\ crête_{intermédiaire})$$

$$Charge\ totale_{Hors\ atypique} = Charge\ sous\ crête \times (1 + Taux\ sur\ crête)$$

Le ratio de sinistralité *Sinistres/Primes* (S/P) est calculé. Celui-ci prend en compte le montant total de sinistralité incluant la charge attritionnelle, grave et atypique. Cette dernière représente les sinistres supérieurs à 1.200.000€. Les taux de chargement, le coût de la réassurance et les commissions sont intégrés, permettant d'obtenir le ratio combiné. L'intégration du coût du risque, de l'escompte, des taxes, impôts et des risques climatiques permettent d'obtenir enfin l'indicateur de l'ECR.

Le schéma ci-dessous illustre la décomposition de l'ECR :

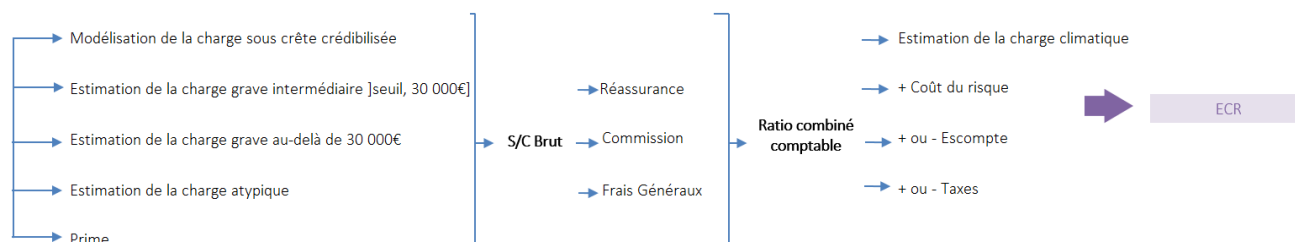


FIGURE 4.2: Construction de l'Economic Combined Ratio

$$ECR = \text{Ratio combiné} + \frac{\text{Escompte} + \text{Taxes} + \text{Coût du risque}}{\text{Primes acquises}}$$

Les étapes de calcul se présentent comme suit :

**Charge totale = charge sous-crête + charge grave + charge atypique + charge climatique**

Avec :

*Charge sous - crête = charge obtenue par le modèle de Jewell × (1 + taux de grave intermédiaire)*

*Charge grave = charge sous - crête × taux de grave*

*Charge atypique = prime × taux atypique*

*Charge climatique = prime × taux climatique*

**Ratio combiné en euros = charge totale + frais généraux + commission + réassurance**

Avec :

*Frais généraux = prime × taux de frais généraux + coût unitaire*

*Commission des intermédiaires = prime × taux de commission*

*Réassurance = prime × taux de réassurance*

**ECR en euros = ratio combiné en euros - escompte + taxes + coût du risque**

**ECR en % = ECR en euros / prime**

Avec :

*Escompte = charge totale × taux d'intérêt*

*Taxes = taxes sur le coût du capital + impôts × (1 - ratio combiné - escompte)*

*Coût du risque = prime × taux coût du risque*

Certaines composantes sont imposées par le modèle interne du Groupe AXA et la Direction Financière. Nous pouvons ainsi calculer un ECR pour chacun des contrats de notre portefeuille.

Les Résultats des ECR

Sa distribution sur l'ensemble du portefeuille immeuble est la suivante :

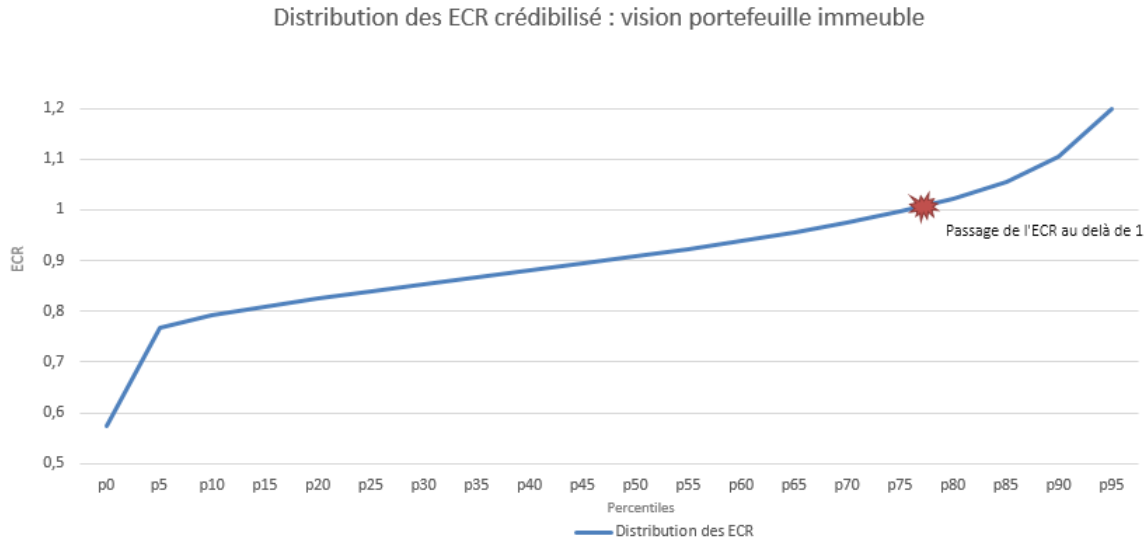


FIGURE 4.3: Distribution de l'ECR modélisé sur le portefeuille immeuble à la maille contrat

La figure 4.3 présente les percentiles de la distribution des ECR des contrats du portefeuille immeuble. Un contrat dont l'ECR est inférieur à 1 est considéré comme rentable et à l'inverse, lorsqu'il est supérieur à 1 c'est que nous payons plus de charges que nous recevons de primes. On observe sur le graphique qu'environ 80% des contrats ont un ECR inférieur à 1. La même information a été étudiée à la maille du segment :

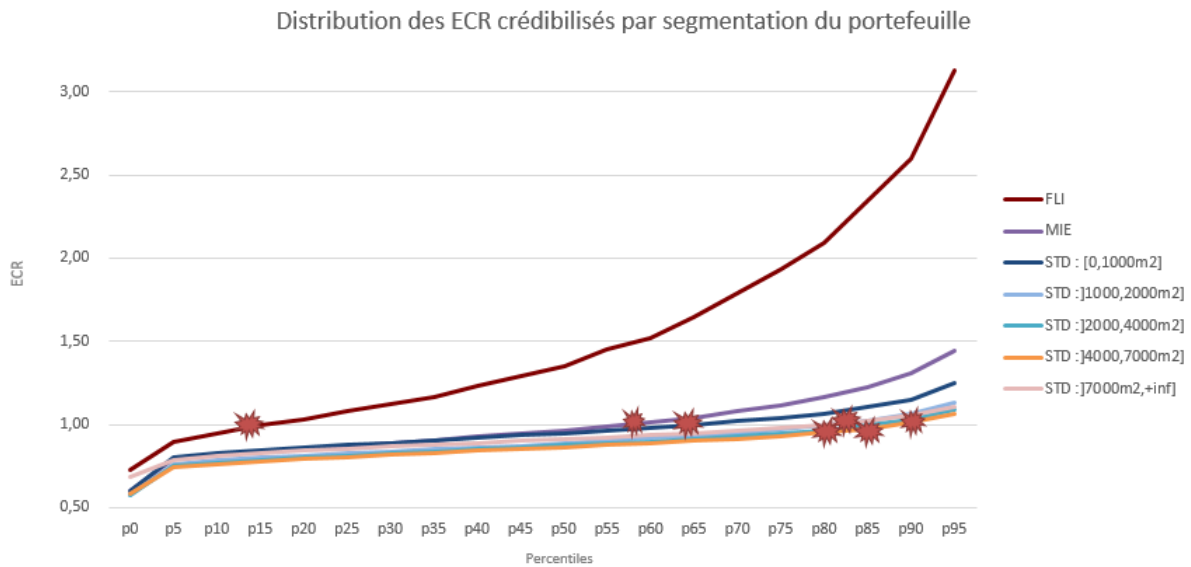


FIGURE 4.4: Distribution de l'ECR modélisé par segment sur le portefeuille immeuble

Sur un même graphique sont représentées les distributions des ECR des contrats appartenant à chacune des segmentations du portefeuille : le produit Flottes d'immeubles, les MIE et le produit Standard ventilés en cinq sous-catégories selon la surface du bâtiment assuré. Les flottes d'immeubles sont composées de contrats ayant les ECR les plus élevés du portefeuille en moyenne. Avec seulement 20% des assurés qui ont un ECR inférieur à 1, ce produit n'est pas rentable. Les autres périmètres présentent quant à eux de meilleurs résultats en termes de rentabilité. Les produits standards semblent davantage rentables que le produit MIE. Leur passage



au-delà de 1 se fait entre le 65<sup>ème</sup> percentile et le 80<sup>ème</sup> percentile. La comparaison de nos ECR modélisés avec les ECR calculés dans le cadre de nos analyses annuelles de rentabilité des branches concordent (Figure 4.5).

*ECR en base 100 pour conserver la confidentialité des résultats*

Segmentation	ECR Analyses 2019	ECR Analyses 5 ans	ECR Crédibilisé 2020
FLI	117,8%	110,7%	110,8%
MIE	95,3%	99,7%	98,6%
STD	96,3%	99,2%	96,8%
STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	103,1%	103,5%	101,2%
STD ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	97,9%	99,0%	96,1%
STD ]2000,4000m <sup>2</sup> ]	93,7%	97,6%	94,7%
STD ]4000,7000m <sup>2</sup> ]	93,2%	96,2%	94,2%
STD ]7000m <sup>2</sup> ,+inf]	95,3%	100,6%	98,9%

Eléments de comparaison
Résultats

FIGURE 4.5: Comparaison des ECR crédibilisés en base 100 avec les analyses annuelles de rentabilité

#### 4.1.2 Modélisation des hypothèses de projection de l'ECR

Les résultats des ECR de la première année sont projetés sur un horizon de 30 ans. Des hypothèses sont fixées pour prendre en compte l'évolution des primes, de la sinistralité et des résiliations. Nous étudierons dans un premier temps les paramètres de fréquence de la sinistralité, le coût moyen et les primes. La probabilité de résiliation sera présentée dans la partie suivante.

L'évolution de la fréquence est pondérée par le coefficient de crédibilité  $Z_k$  de l'assuré. Ce traitement permet de privilégier les contrats avec le plus d'expérience en diminuant leur fréquence sinistre. L'idée est que les contrats qui restent longtemps en portefeuille sont les contrats les plus rentables et peu sinistrés grâce à la politique de pilotage du portefeuille. Nous obtenons le niveau de charge projeté pour  $i > 1$  tel que :

$$\begin{aligned}
 Charge_i &= Charge_{i-1} \\
 &\quad \times (1 + (z_{contrat} \times evolution_{fréquence}(i + expérience - 1))) \\
 &\quad \times (1 + evolution_{coût\ moyen}(i + expérience - 1))
 \end{aligned}$$

Avec :

- $Z_{contrat}$  : le coefficient de crédibilité du contrat ;
- Expérience : le nombre d'années d'observation du contrat dans le portefeuille ;

Pour calculer l'évolution de la fréquence, des triangles de fréquence de sinistres sont construits. Ils sont accompagnés de triangles de COPHT qui permettent de pondérer la fréquence par l'information de la prime. Cette opération permet de prendre en compte la taille des contrats et leur surface. Le cadre de l'étude a dû être réduit pour retirer l'impact de la convention IRSI mise en place en 2018. Ainsi des coefficients d'évolution sont calculés année après année. Ce procédé est effectué pour les produits Standards, MIE et Flottes d'immeubles.

Ensuite l'évolution du coût moyen est calculée sur le cours de l'indice FFB. Cet indicateur est une référence pour les assureurs car il permet de déterminer le coût de la construction d'un immeuble en France. Il est calculé par la Fédération Française du Bâtiment. Cet indice permet de prendre en compte l'évolution des frais des sinistres, indexée sur le coût de la reconstruction. Il est calculé trimestriellement en fonction des fluctuations du marché [Fédération Française du Bâtiment, 2020].

#### 4.1 Calcul de l'Economic Combined Ratio

Année	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4	Moyenne	Evolution	1,92%
2020	995,1	995,2			995,2	0,10%	
2019	993,5	994,5	994,2	994,3	994,1	0,78%	
2018	981,8	988,1	987,5	988,2	986,4	2,32%	
2017	955,8	960,1	965,6	974,8	964,1	3,15%	
2016	929,5	931,2	935,9	942	934,7	0,37%	
2015	930,8	931,7	932,7	929,5	931,2	0,46%	
2014	924,9	925	926,8	930,8	926,9	1,00%	
2013	919,8	915,8	914,4	920,8	917,7	1,85%	
2012	901	898,5	901,5	903,1	901,0	2,67%	
2011	875,2	875,7	879,7	879,8	877,6	4,66%	
2010	822,3	839	841,7	851,2	838,6	3,73%	
2009	799,4	804,4	811,8	817,9	808,4		

FIGURE 4.6: Évolution de l'indice FFB entre 2009 et 2020

Le tableau figure 4.6 présente une tendance à la hausse. L'évolution du coût moyen est fixé à 1,92% ce qui correspond à l'évolution moyenne entre chacune des années.

Enfin dans l'approche ECR il est nécessaire de prendre en compte l'évolution des primes payées par les assurés. L'effet prix se base sur les majorations moyennes appliquées au cours des trois années sur chacun des trois produits. Ces trois paramètres d'évolution permettent de projeter l'ECR. Ce dernier, obtenu pour chaque année de projection, est ensuite probabilisé par la présence de l'assuré. L'estimation de la probabilité de résiliation des contrats est présentée dans la prochaine partie.

## 4.2 Modélisation de la durée de vie des contrats immeubles : probabilité de résiliation

### 4.2.1 Les modèles de durée et probabilité de résiliation

Pour pouvoir valoriser nos contrats, nous avons vu que nous devons projeter leurs flux sur un horizon de  $N$  années, notamment via le calcul de l'ECR. Il reste à observer si ces contrats seront encore bien présents sous cet horizon de temps. Pour ce faire nous évaluons leur probabilité de résiliation chaque année et faisons appel à la théorie des modèles de durée [Lopez Olivier, 2020].

On note  $T$  la variable positive décrivant la durée de survie du contrat. Celle-ci correspond à la différence entre la date de résiliation et la date d'effet du contrat (Figure 4.7). La date d'effet est la date à laquelle le risque est couvert par la compagnie. Celle-ci peut être égale à la date de souscription.

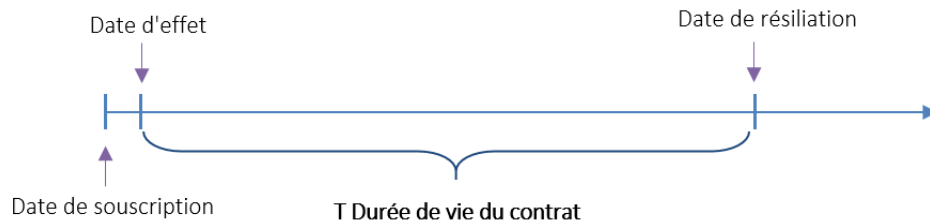


FIGURE 4.7: Durée de vie d'un contrat d'assurance

La variable  $T$  prend ses valeurs sur  $[0, +\infty[$ . Notons  $F$  sa fonction de répartition et  $f$  sa densité. La fonction de survie  $S(t)$  est caractérisée par :

$$S(T) = \mathbb{P}(T \geq t) = 1 - F(t)$$

Nous nous intéressons à la fonction de survie conditionnelle. Elle correspond à la durée de survie après un instant  $t$  sachant que le contrat est en vie avant jusque'en  $t$  et elle est définie par :

$$S_u(t) = \mathbb{P}(T > u + t | T > t) = \frac{S(u + t)}{S(t)}$$

Ensuite, la fonction de risques instantanés  $h(t)$  également appelée « fonction de hasard » caractérise la probabilité instantanée de résiliation sachant que le contrat est toujours en cours à l'instant  $t$ , soit la résiliation entre  $t$  et  $t + \delta_t$ .

$$h(t) = \mathbb{P}(T \in ]t; t + \delta_t] | T > t) = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{\delta}{\delta_t} \ln S(t)$$

La période d'exercice prend en compte les contrats souscrits depuis 2007. A cette étude les contrats sans effet sont retirés. Ils représentent les contrats résiliés avant la date d'effet. La modélisation de la probabilité de résiliation sera faite à la maille produit : standard, MIE et flottes d'immeubles. Nous décidons de rassembler les sous-portefeuilles du produit standard pour avoir un nombre d'observations plus élevé pour effectuer les estimations. La fenêtre d'étude de la variable d'intérêt  $T$  présente un phénomène de censure. Il est couramment rencontré dans les modèles de survie. Les contrats n'ayant pas vécu l'évènement dans la fenêtre d'observation correspondent à une censure à droite.

La figure 4.8 illustre ce phénomène. Pour les contrats présents dans le cadre d'observation, nous n'observons pas toujours l'évènement  $T$ . Pour ces derniers, l'information est partielle sur sa durée de vie.

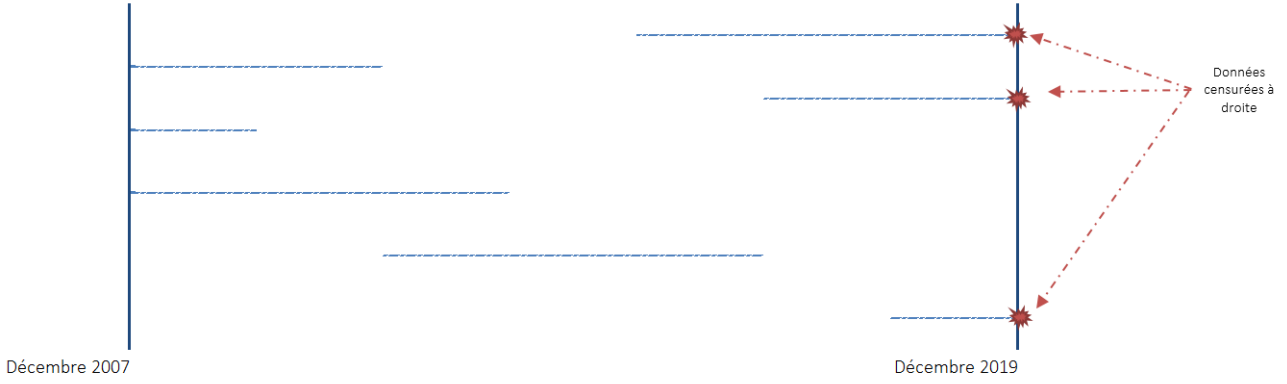


FIGURE 4.8: Durée de vie d'un contrat d'assurance

Les contrats censurés à droite correspondent à ceux n'ayant pas vécu l'évènement étudié avant la fin de la période d'observation : la résiliation. La variable à modéliser sera alors pour le contrat  $i$  :  $Y_i$ . Celle-ci définit le premier évènement rencontré : la résiliation  $T_i$ , ou le phénomène de censure  $C_i$ . Alors  $Y_i = \inf(T_i, C_i)$ . Nous noterons également :

$$D_i = \begin{cases} 1 & \text{si } T_i \leq C \\ 0 & \text{si } T_i > C \end{cases}$$

### 4.2.2 Estimateur de Kaplan Meier et application

Pour modéliser la durée de vie des contrats il est possible d'utiliser une méthode non paramétrique et une paramétrique. Nous n'utiliserons pas cette dernière afin de s'affranchir de la problématique de choix de la distribution de survie. Les modèles non paramétriques peuvent décrire la distribution de la durée de vie  $T$  sans faire d'hypothèse sur celle-ci.

L'estimateur de Kaplan Meier est le plus utilisé pour estimer la fonction de survie. Sans présence de censure, il correspond à l'estimateur de la fonction de répartition empirique [Balde Bassirou, 2015]. Nous remarquons en effet à l'aide de la figure 4.8 que l'évènement  $T$  n'est observé que pour les contrats résiliés. Nous sommes en présence du phénomène de censure à droite. Cet estimateur permet de traiter ces phénomènes et il réside dans l'idée que résilier à un instant  $t > s$  signifie de ne pas résilier avant  $t$  et de ne pas résilier en  $t$ .

$$\begin{aligned} S(t) &= \mathbb{P}(T > t | T > s) \mathbb{P}(T > s) \\ &= \mathbb{P}(T > t | T > s) S(s) \end{aligned}$$

On considère les temps d'évènements  $T_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) rangés par ordre croissant. On obtient :

$$\begin{aligned} S(t) &= \mathbb{P}(T > T_j) \\ &= \mathbb{P}(T > T_j | T > T_{j-1}) \mathbb{P}(T > T_{j-1}) \\ &= \mathbb{P}(T > T_j | T > T_{j-1}) \dots \mathbb{P}(T > T_2 | T > T_1) \mathbb{P}(T > T_1) \\ &= \mathbb{P}_j \mathbb{P}_{j-1} \mathbb{P}_{j-2} \dots \mathbb{P}_1 \\ &= \prod_{k=1}^j \mathbb{P}(T > T_k | T > T_{k-1}) \end{aligned}$$

Notons :

- $d_i$  le nombre de contrats résiliés à l'instant  $T_i$
  - $n_i$  le nombre de contrats à risque pouvant subir l'évènement de résiliation à l'instant  $T_i$
  - $p_i$  la probabilité de survie sur l'intervalle  $]T_i, T_{i-1}]$  donc  $q_i = 1 - p_i$ . Où  $q_i$  peut être estimé par  $\hat{q}_i = \frac{d_i}{n_i}$ .
- Où  $\frac{d_i}{n_i}$  estime la probabilité de résiliation d'un contrat au temps  $T_i$  sachant qu'il était toujours en cours à l'instant  $T_{i-1}$

Ainsi

$$\begin{aligned}\hat{S}(t) &= \prod_{T_i > t} \left(1 - \frac{D_i}{n_i}\right) \\ &= \prod_{T_i > t} \left(1 - \frac{1}{n - i + 1}\right)^{D_i}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Dans le cas de présence d'ex aequo, s'il s'agit d'évènements différents nous supposons que les observations non censurées précèdent toujours celles censurées. Alors :

$$\hat{S}(t) = \prod_{T_i > t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right)$$

La variance de l'estimateur de Kaplan Meier est :

$$Var[\hat{S}(t)] = \hat{S}(t)^2 \sum_{T_i > t} \frac{d_i}{(n_i - d_i)n_i}$$

L'estimateur de Kaplan Meier est un estimateur du maximum de vraisemblance. Il est intéressant car il permet de prendre en compte le phénomène de censure et possède de bonnes propriétés. Il est convergent, cohérent et asymptotiquement gaussien.

### 4.2.3 Application de l'estimateur de Kaplan Meier

La première étape de l'application des modèles de durée est la création de la base de modélisation. Celle-ci est constituée de l'ensemble des contrats souscrits depuis 2007. La variable de durée est ensuite créée. Celle-ci calcule le temps de présence de l'assuré entre sa date d'affaire nouvelle et sa date de résiliation. La variable «durée de couverture» prend les modalités suivantes :

$T$	Total	Censuré	Non censuré	% censuré
01 - dur [0-1]	72 735	46 661	26 074	64%
02 - dur ]1-2]	3 621	2 359	1 262	65%
03 - dur ]2-3]	1 585	672	913	42%
04 - dur ]3-4]				
05 - dur ]4-5]				
06 - dur ]5-6]				
07 - dur ]6-7]				
08 - dur ]7-8]				
09 - dur ]8-9]				
10 - dur ]9-10]				

Si la durée de couverture du contrat est inférieure ou égale à un an, la première modalité de la variable lui sera affectée. Les contrats en cours en  $T$  représentent le phénomène de censure. L'étude est menée pour les trois produits immeubles séparément. Chacun des paramètres de l'estimateur de Kaplan Meier sont calculés. La probabilité de résiliation est ensuite obtenue en calculant  $1 - \hat{S}(t)$ .

Les résultats sont les suivants :

Pour le produit standard :

Résiliation produit standard

$T$	$d$	$n$	$1 - d/n$	$\hat{S}(t)$
01 - dur [0-1]	2 687	68 308	0,961	0,961
02 - dur ]1-2]	4 282	63 008	0,932	0,895
03 - dur ]2-3]	3 779	53 552	0,929	0,832
04 - dur ]3-4]	3 622	44 465	0,919	0,764
05 - dur ]4-5]	3 343	37 260	0,910	0,696
06 - dur ]5-6]	2 710	30 341	0,911	0,634
07 - dur ]6-7]	2 206	24 045	0,908	0,576
08 - dur ]7-8]	1 569	19 003	0,917	0,528
09 - dur ]8-9]	977	14 784	0,934	0,493
10 - dur ]9-10]	597	10 226	0,942	0,464

FIGURE 4.9: Calcul de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Standard

La première colonne du tableau est la durée de couverture des contrats discrétisée en 10 classes. La 2ème colonne est le nombre de contrats résiliés selon leur durée de couverture. La suivante présente le nombre total de contrats à risques pouvant subir l'évènement de résiliation sur l'historique étudié par durée de couverture. Enfin l'avant dernière colonne est la probabilité de maintien en portefeuille à chaque temps  $T$ . La dernière colonne  $\hat{S}(t)$  est le résultat final qui présente la probabilité de maintien cumulée. Au-delà de la 10ème année, la probabilité de résiliation est projetée en utilisant la moyenne du taux de maintien des trois dernières années. A partir de la 31ème année un «taux de fragilité» fixé à 10% à dire d'expert est ajouté, permettant de faire converger la probabilité de résiliation vers 1.

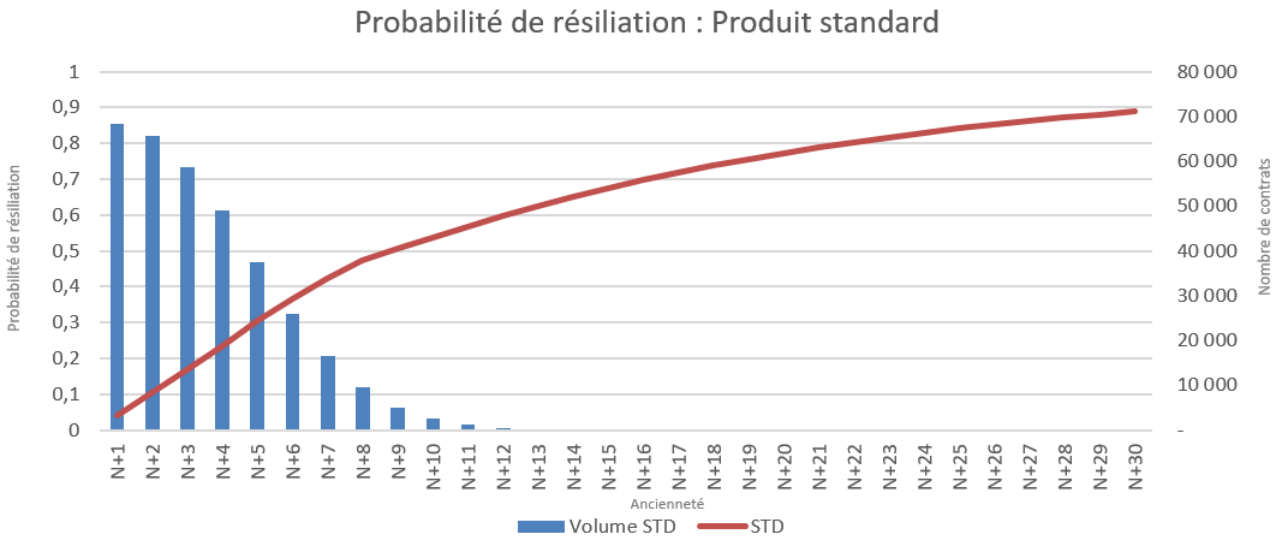


FIGURE 4.10: Représentation de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Standard

Le graphique illustre pour les 30 années qui suivent la souscription des contrats, les probabilités de résiliations et la décomposition du volume de contrat année après année.

Pour le produit MIE :

Résiliation produit MIE

$T$	$d$	$n$	$1 - d/n$	$\hat{S}(t)$
01 - dur [0-1]	288	3 621	0,920	0,920
02 - dur ]1-2]	284	2 956	0,904	0,832
03 - dur ]2-3]	202	2 309	0,913	0,759
04 - dur ]3-4]	156	1 767	0,912	0,692
05 - dur ]4-5]	109	1 394	0,922	0,638
06 - dur ]5-6]	86	1 064	0,919	0,587
07 - dur ]6-7]	52	781	0,933	0,547
08 - dur ]7-8]	35	557	0,937	0,513
09 - dur ]8-9]	29	419	0,931	0,478
10 - dur ]9-10]	10	269	0,963	0,460

FIGURE 4.11: Calcul de la probabilité de maintien en portefeuille du produit MIE

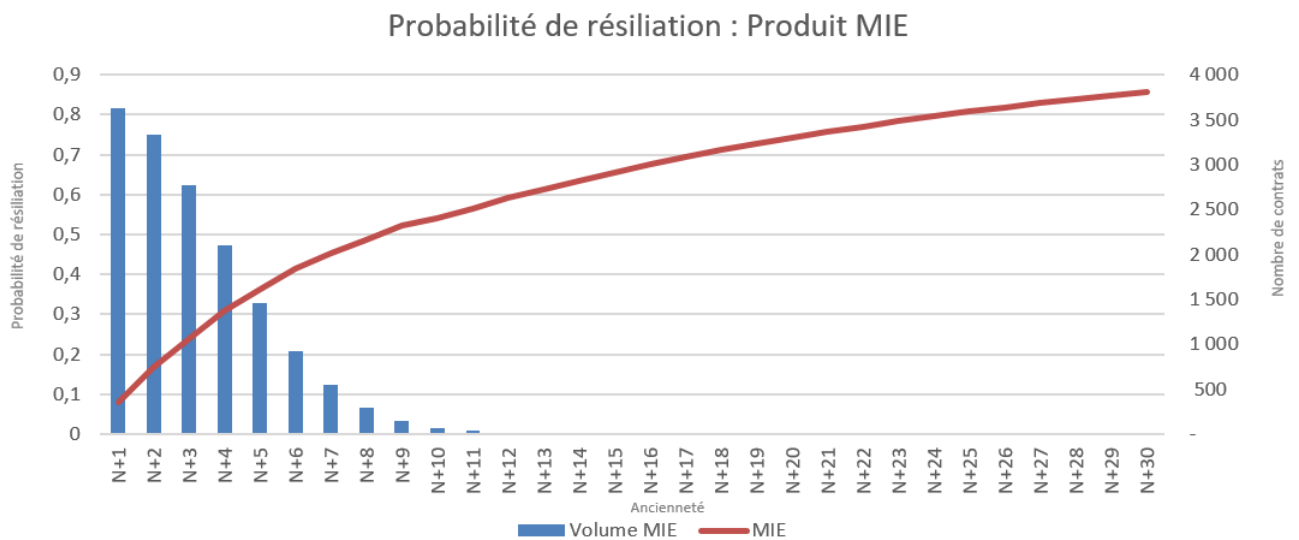


FIGURE 4.12: Représentation de la probabilité de maintien en portefeuille du produit MIE

Pour le produit flottes d'immeubles :

Résiliation produit Flotte d'immeuble

$T$	$d$	$n$	$1 - d/n$	$\hat{S}(t)$
01 - dur [0-1]	114	1 585	0,928	0,928
02 - dur ]1-2]	225	1 355	0,834	0,774
03 - dur ]2-3]	209	1 004	0,792	0,613
04 - dur ]3-4]	122	707	0,827	0,507
05 - dur ]4-5]	77	557	0,862	0,437
06 - dur ]5-6]	33	448	0,926	0,405
07 - dur ]6-7]	46	385	0,881	0,356
08 - dur ]7-8]	31	301	0,897	0,320
09 - dur ]8-9]	29	246	0,882	0,282
10 - dur ]9-10]	19	166	0,886	0,250

FIGURE 4.13: Calcul de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Flottes d'immeubles

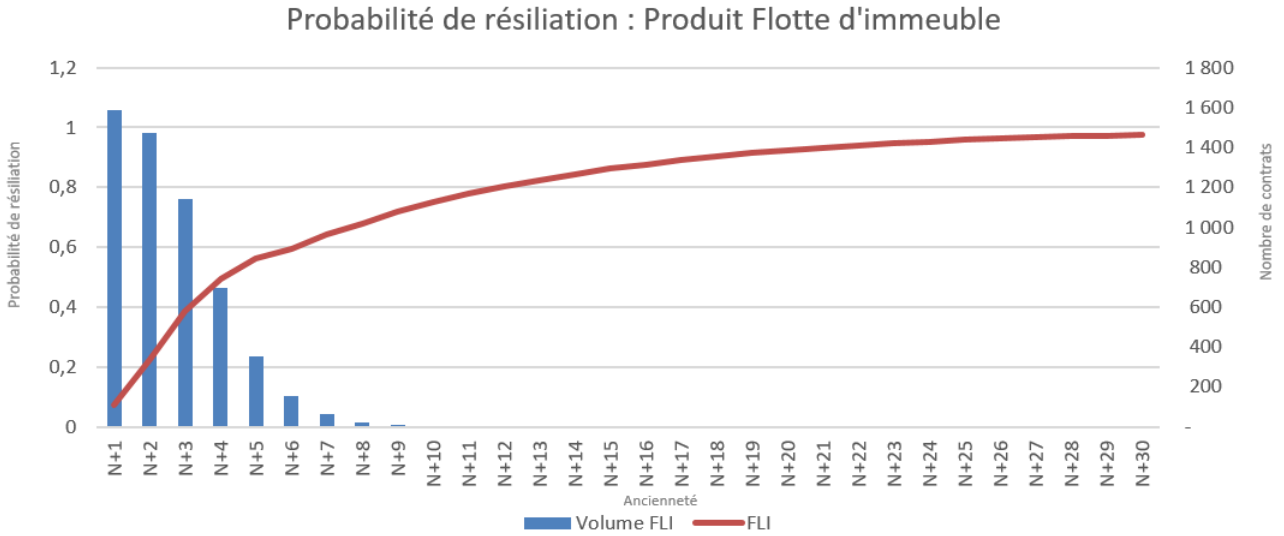


FIGURE 4.14: Représentation de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Flottes d'immeubles

Comparaison des produits mulririsque immeuble :

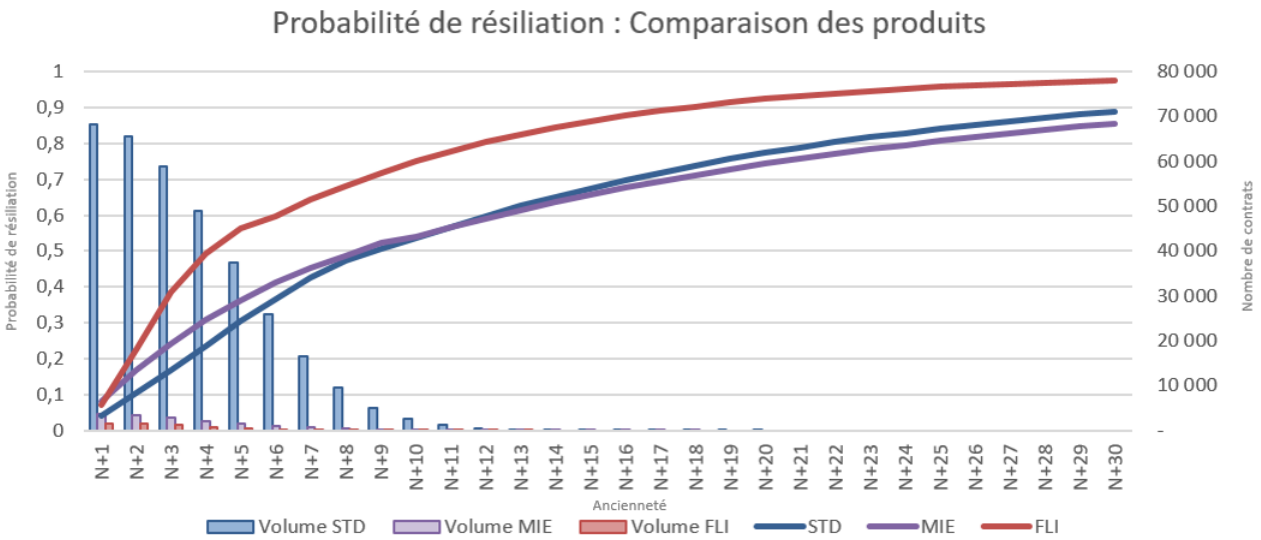


FIGURE 4.15: Comparaison des probabilités de résiliation : projection sur 30ans

Lorsque l'on compare les probabilités de résiliation par produit, on remarque que celles des flottes d'immeubles sont supérieures à celles des produits standard et MIE. La durée, exprimée en année, correspond à la durée de vie moyenne d'un contrat. Cette information permet de projeter la valeur estimée pour chacun des contrats en fonction de la probabilité de présence en portefeuille. Elle est calculée ainsi pour l'assuré  $j$  :

$$Duration_j = \sum_{i=1}^N \frac{(1 - \mathbb{P}(i))}{(1 - \mathbb{P}(1))}$$



Pour la branche multirisque immeuble entreprise, la duration de chacun des produits est :

	Duration
Standard	12
MIE	13
FLI	6

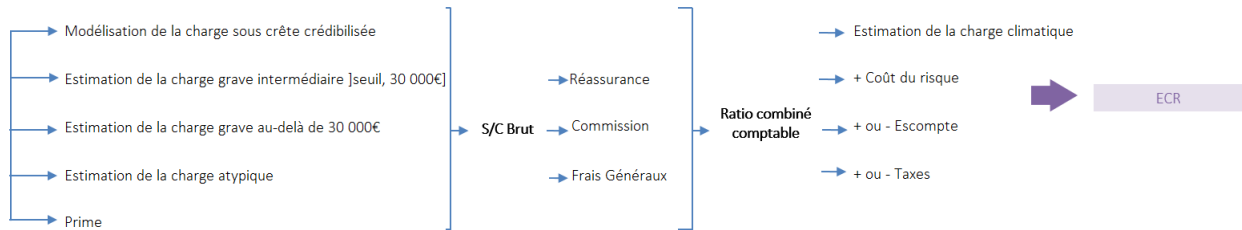
FIGURE 4.16: Duration en années par produit

Elle correspond à l'espérance de la durée de présence du contrat en portefeuille à la souscription. Sur le portefeuille valorisé, la duration moyenne est de 10,3 années.

Les flottes d'immeubles se sont révélées non rentables par le calcul de l'ECR. Le pilotage du portefeuille vise à majorer ce type d'affaires pour assurer sa croissance. Ce comportement tarifaire pousse les syndics à retirer leur affaires du portefeuille. Le produit Flottes d'immeubles présente alors une duration plus faible que les produits rentables tels que les contrats standards et MIE.

**Conclusion du chapitre 4 : Calcul de l'ECR et des hypothèses de projection**

Au cours de cette quatrième partie, nous avons calculé les **ECR pour la première année** de projection. La charge sous-crête est obtenue par le modèle de crédibilité de Jewell et la charge sur-crête a été estimée. Cette dernière a nécessité deux étapes : la première a été de définir un montant de charge entre le seuil déterminé par la théorie des valeurs extrêmes et celui fixé à 30.000€ au titre de l'ECR ; la seconde a été de définir un montant de charge au-delà du seuil de 30.000 €. L'ECR est ensuite construit à partir de cette information de sinistralité, de la prime, des frais et produits associés. Le schéma suivant résume la construction de l'ECR.



L'analyse des résultats au total et sur chaque périmètre montre que la branche immeuble est **très rentable**. Cette tendance est principalement portée par le produit standard. Seules les flottes d'immeubles apparaissent déficitaires avec un ECR au-delà de 1 pour environ 80% des contrats. Ces résultats sont comparés aux études annuelles faites sur la branche et les conclusions sont cohérentes et nous confortent dans les choix effectués jusqu'à présent.

*ECR en base 100 pour conserver la confidentialité des résultats*

Segmentation	ECR Analyses 2019	ECR Analyses 5 ans	ECR Crédibilisé 2020
FLI	117,8%	110,7%	110,8%
MIE	95,3%	99,7%	98,6%
STD	96,3%	99,2%	96,8%
STD ]0,1000m²]	103,1%	103,5%	101,2%
STD ]1000,2000m²]	97,9%	99,0%	96,1%
STD ]2000,4000m²]	93,7%	97,6%	94,7%
STD ]4000,7000m²]	93,2%	96,2%	94,2%
STD ]7000m²,+inf]	95,3%	100,6%	98,9%

} Eléments de comparaison
} Résultats

Pour calculer la valeur contrat, les ECR obtenus sont projetés sur un horizon de  $N$  années. Des **paramètres d'évolution** de primes, de fréquences, de coûts sont estimés dans un premier temps.

Enfin la **probabilité de résiliation** est calculée permettant de probabiliser les résultats des ECR projetés. La méthode de calcul fait appel à la théorie des modèles de durée et plus particulièrement à l'estimateur de Kaplan Meier qui est adapté à la présence de censure. Tous ces éléments permettent désormais de construire la valeur contrat.

## Chapitre 5

# Calcul de la valeur contrat et création de l'indice syndic

Dans ce chapitre nous présenterons le calcul de la valeur contrat, dont l'ensemble des éléments ont été construits dans les parties précédentes, et les résultats obtenus. Enfin le processus du calcul de la valeur est challengé en comparant ses résultats avec ceux calculés pour l'année  $N - 1$ . Des tests de sensibilité sont effectués sur les hypothèses de projection de l'ECR. Nous utiliserons enfin ces valeurs pour construire un indice syndic.

### 5.1 Calcul et résultats de la valeur contrat

La valeur contrat est la somme des flux futurs générés par un contrat sur un horizon de  $N$  années avec  $N = 30$ . Permettant de prendre en compte l'intégralité de ces flux, l'indicateur ECR a été construit. Les modèles de crédibilité et les différentes hypothèses ont permis de le calculer pour la première année de projection  $N+1$ . Il est projeté dans le temps en fixant des hypothèses de résiliation des contrats, d'évolution de la fréquence et du coût moyen des sinistres, et enfin d'évolution des primes à travers les majorations.

L'ensemble de ces éléments ont été définis dans la partie précédente et nous permettent dès lors de calculer la valeur contrat comme suit :

$$\text{Valeur Contrat } Imm_y(0) = \sum_{i=1}^N \frac{\pi^{',*} \cdot_{y,imm,i} \times (1 - ECR(\%)_{y,imm,i})}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{y,imm,i})]$$

Avec :

- $\pi^{',*} \cdot_{y,imm,i}$  ; primes commerciales générées par le contrat immeuble souscrit par l'assuré  $y$
- $ECR(\%)_{y,imm,i}$  : ECR en pourcentage du contrat immeuble souscrit par l'assuré  $y$  pour l'année  $i$  ;
- $P(r_{y,imm,i})$  : probabilité que l'assuré  $y$  résilie son contrat immeuble à la date  $i$  ;
- $i$  : année de projection.
- $N$  : nombre d'années de projection du modèle :  $N$  fixé à 30
- $r$  : taux d'actualisation.

### 5.1.1 Étude des résultats de la valeur contrat

Nous pouvons donc calculer la valeur de chacun de nos contrats par l'application de la formule. La valeur obtenue est ensuite rapportée à sa prime et fournit l'indicateur que l'on nommera « Valeur en unité de prime ». Ce dernier représente la valeur obtenue pour 1€ de prime. Sa distribution est présentée dans la figure 5.1 ci-dessous :

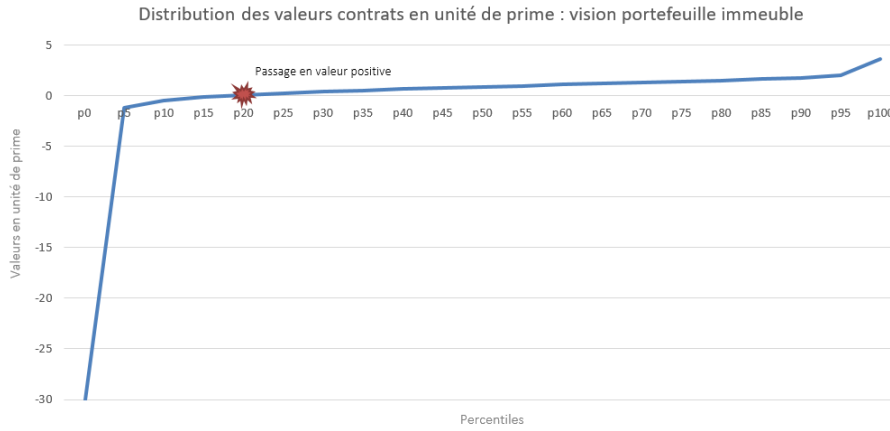


FIGURE 5.1: Distribution des valeurs contrats en unité de prime : vision portefeuille immeuble

Ce graphique présente les percentiles de la distribution de la valeur en unité de prime des contrats du portefeuille immeuble. Un contrat dont la valeur est positive est bénéficiaire et à l'inverse si sa valeur est négative celui-ci sera déficitaire pour la compagnie. On observe qu'environ 80% des contrats ont une valeur positive, la branche immeuble est très rentable. Seule une petite partie de ces contrats sont déficitaires. Ces derniers présentent une très faible valeur en unité de prime. Le passage au-delà de 0 est représenté par la signalisation rouge. Ces résultats sont cohérents avec les ECR de premières années.

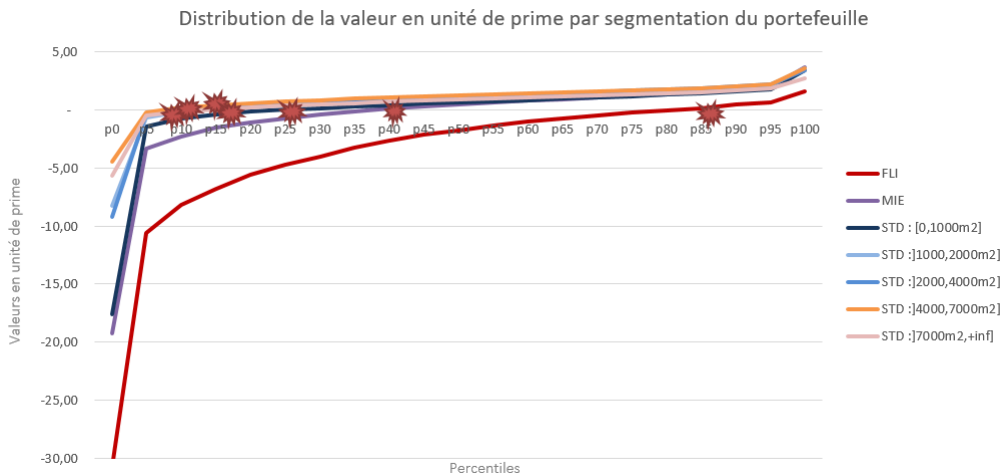


FIGURE 5.2: Distribution de la valeur en unité de prime par segmentation du portefeuille

Sur ce même graphique sont représentées les distributions des valeurs en unité de prime pour les contrats par segment. On peut observer que les valeurs négatives qui étaient observées sur le graphique précédent sont majoritairement des contrats flottes d'immeubles. Comme l'indiquait son ECR, ce produit n'est pas rentable et 80 % de ses contrats ont une valeur en unité de prime négative. Les autres périmètres présentent de meilleurs résultats avec entre 60 % et 90% des contrats ayant une valeur positive. Ainsi la branche immeuble est une branche très rentable dont le résultat très positif est principalement porté par le périmètre standard.

Ces résultats peuvent être étudiés à la maille contrat. Prenons l'exemple du contrat  $i$  :

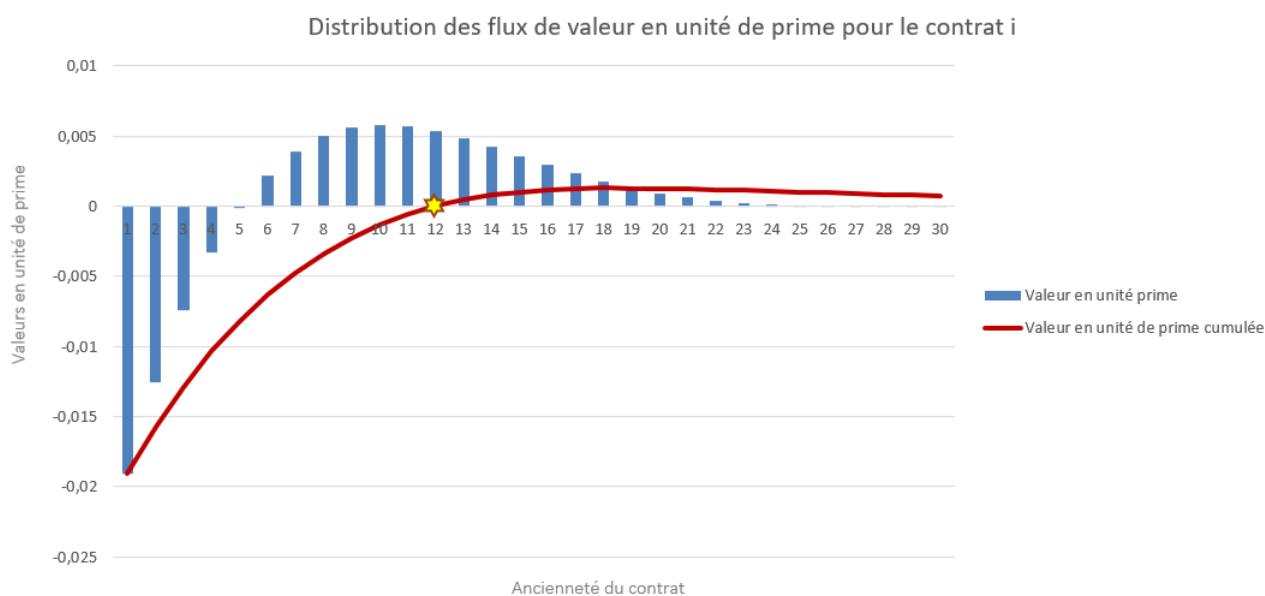


FIGURE 5.3: Exemple de la distribution de la valeur contrat en unité de prime pour le contrat  $i$

Le graphique de la figure 5.3 présente les flux des valeurs en unité de prime pour chacune des années de projection pour le contrat  $i$ . La couleur bleue représente le gain ou la perte générée par ce contrat pour chaque années de projection. La valeur totale de ce contrat est la somme de l'ensemble de ces flux sur 30 années. La valeur en unité de prime de ce contrat est négative et passe positive la 6<sup>ème</sup> année. Ensuite, chaque année, les flux des primes et des valeurs sont cumulés et le résultat est représenté par la courbe rouge. Celle-ci indique qu'il est nécessaire d'attendre le 12<sup>ème</sup> flux pour rattraper les pertes engendrées par les premières années de projections.

Les premiers résultats de la valeur confirment une fois de plus la forte rentabilité de la branche Immeuble. Ces conclusions sont en cohérence avec les ECR de première année calculés dans la partie précédente. L'approche produit confirme également ces résultats désignant bien le produit Flottes d'immeubles non rentable. Ces valeurs permettent d'ordonner les contrats et sont des outils d'aide à la décision qui interviendront pour identifier les contrats les plus rentables de ceux qui ne le sont pas. Nous souhaitons ensuite étudier si ces conclusions sont stables lorsque le processus de calcul de la valeur est répété d'une année sur l'autre.

### 5.1.2 Stabilité de la valeur contrat entre deux années

Nous souhaitons utiliser une modélisation stable d'une année sur l'autre et dont les résultats et les variations ne proviennent que du comportement des assurés et non des hypothèses définies. Le processus du calcul de la valeur contrat immeuble est répliqué sur les données vues à fin décembre 2018. Nous pouvons ainsi comparer la valeur contrat attribuée aux contrats en 2018 par rapport à celle obtenue en 2019.

Pour effectuer cette comparaison, seuls les contrats communs aux deux années sont conservés pour cette étude de stabilité. Ensuite les valeurs en unité de prime de chacune des années sont discrétisées en 12 classes d'étendue 0.4 points basées sur la distribution des valeurs. Chacun des contrats est, selon sa valeur en unité de prime, affecté à l'une de ces classes pour l'année 2018  $Classe_{fin\ 2018}$  puis selon les résultats de l'année 2019  $Classe_{fin\ 2019}$ . L'idée est ici d'étudier le changement de classes entre ces deux années de modélisation et de comprendre (s'il y a changement), de quel phénomène celui-ci relève. Nous l'étudierons dans un premier temps de manière discrète puis continue.

## 5.1 Calcul et résultats de la valeur contrat

Les classes définies sont les suivantes :

Discrétisation des valeurs en unité de prime	N° de contrat	Valeurs en unité de prime 2018	Valeurs en unité de prime 2019	Classes fin 2018	Classes fin 2019	Changements de classe
01 < -2	*****	0,51	0,84	08 [0.4 - 0.8[	09 [0.8 - 1.2[	1
02 [-2 - -1.6[	*****	1,49	1,39	10 [1.2 - 1.6[	10 [1.2 - 1.6[	0
03 [-1.6 - -1.2[	*****	0,76	0,90	08 [0.4 - 0.8[	09 [0.8 - 1.2[	1
04 [-1.2 - -0.8[	*****	1,48	1,57	10 [1.2 - 1.6[	10 [1.2 - 1.6[	0
05 [-0.8 - -0.4[	*****	0,99	1,25	09 [0.8 - 1.2[	10 [1.2 - 1.6[	1
06 [-0.4 - 0[	*****	1,66	1,65	11 [1.6 - 2[	11 [1.6 - 2[	0
07 [0 - 0.4[	*****	-0,27	-0,05	06 [-0.4 - 0[	06 [-0.4 - 0[	0
08 [0.4 - 0.8[	*****	0,71	1,29	08 [0.4 - 0.8[	10 [1.2 - 1.6[	2
09 [0.8 - 1.2[	*****	0,66	0,78	08 [0.4 - 0.8[	08 [0.4 - 0.8[	0
10 [1.2 - 1.6[						
11 [1.6 - 2[						
12 >= 2						

FIGURE 5.4: Phénomène de changement de classe de la valeur contrat en unité de prime

Le premier tableau à gauche présente les 12 classes de valeurs et le second contient plusieurs exemples de contrats. A chacun d'eux est associée une valeur en unité de prime pour les années 2018 et 2019 qui, appartiennent chacune à une classe. La dernière colonne correspond au changement de classe entre ces deux années. C'est cette information qui sera analysée au total puis pour chacun des produits. Le périmètre standard a également été étudié sur chacun de ses sous-segments.

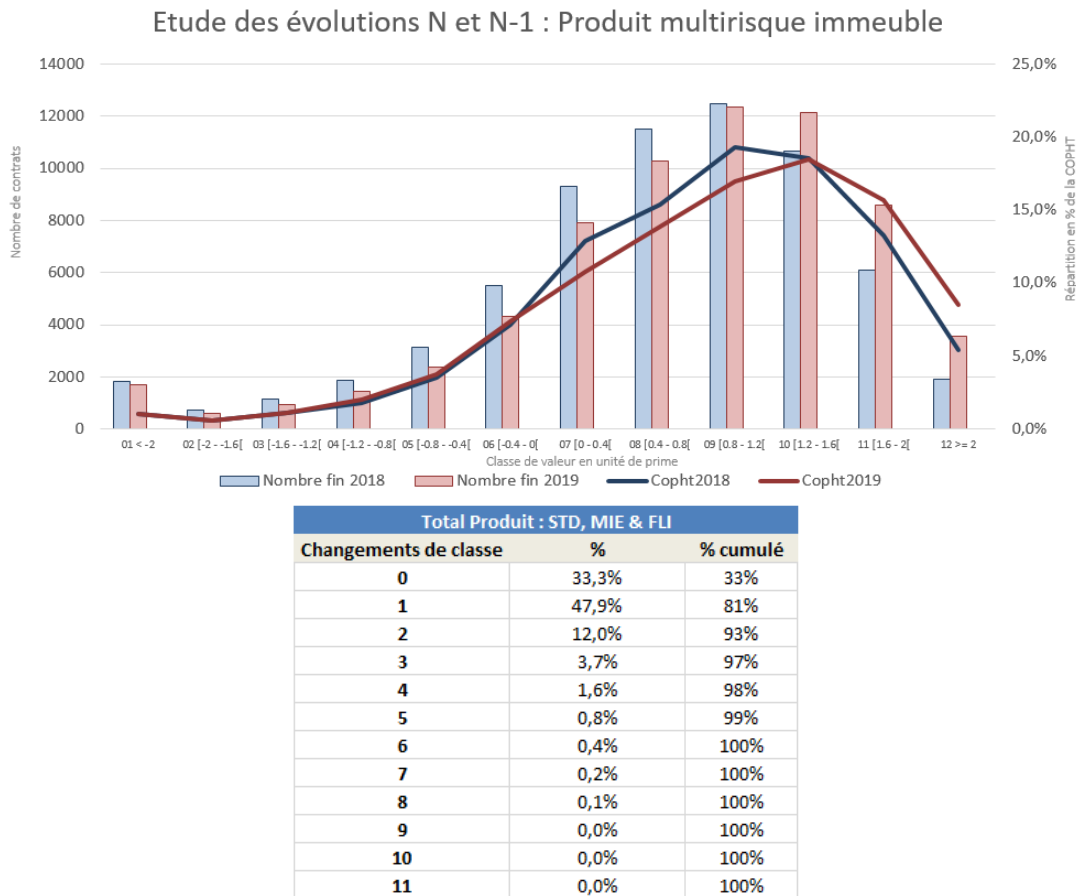


FIGURE 5.5: Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude N et N - 1

Le graphique figure [5.5](#) présente deux informations combinées : le nombre de contrats présents dans chacune des classes de valeurs pour les années 2018 et 2019 (diagramme en barre) ; le montant total de prime hors taxe pour chacune des classes (courbes). On remarque que les résultats graphiques sont bons et montrent une stabilité en nombre et en prime hors taxes. On peut observer que la valeur des contrats s'améliore, en effet

le nombre dans les classes les moins bonnes diminue en 2019 et augmente dans les classes de valeur élevée. Les raisons de ces changements ont été étudiées et les conclusions sont exposées ci-après. Ensuite le tableau présente la répartition du nombre de changements de classe de valeur. Cette dernière est stable entre l'année 2018 et 2019 avec environ 93% des contrats qui changent seulement de deux classes et 81% des contrats qui changent d'une seule classe.

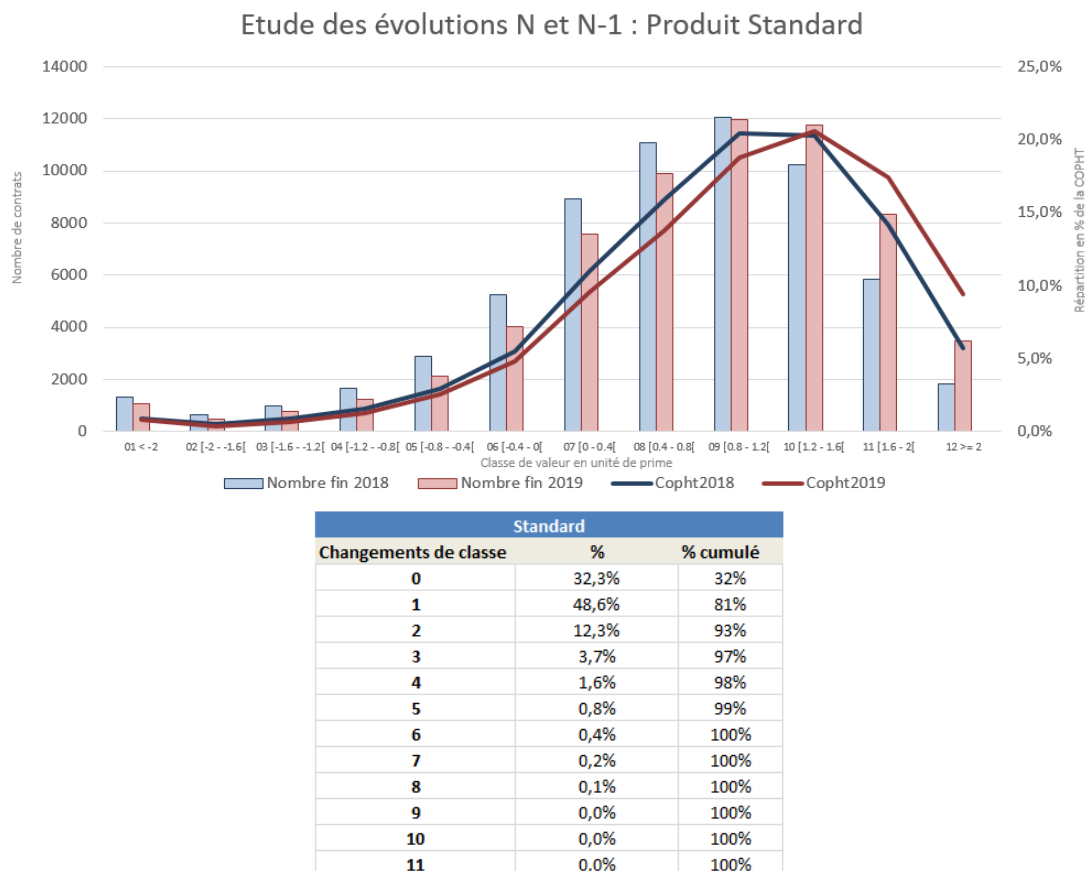
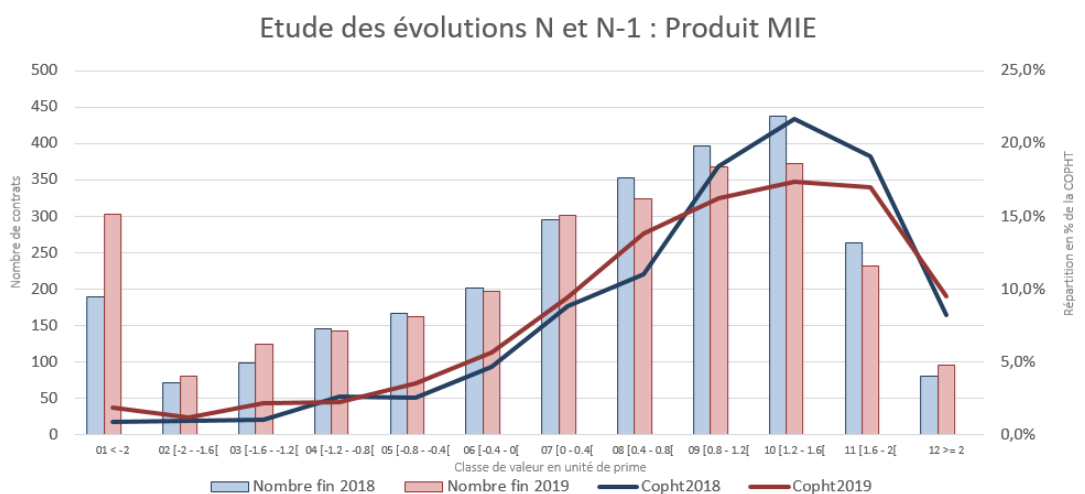


FIGURE 5.6: Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude N et N – 1 pour le périmètre Standard

La figure 5.6 présente les mêmes résultats pour le périmètre du produit Standard. Représentant plus de 90% du portefeuille en nombre, les conclusions sont similaires à celles énoncées précédemment. Cela montre que le résultat du portefeuille est guidé par le produit Standard. Ces analyses des sous-segments du produit Standard sont présentées en Annexe 2.



MIE		
Changements de classe	%	% cumulé
0	47,8%	48%
1	38,4%	86%
2	7,7%	94%
3	2,7%	97%
4	1,6%	98%
5	0,9%	99%
6	0,5%	100%
7	0,1%	100%
8	0,2%	100%

FIGURE 5.7: Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude  $N$  et  $N - 1$  pour le périmètre MIE

Les contrats MIE sont également stables en grande majorité entre l'année  $N$  et l'année  $N - 1$ . Nous remarquons qu'environ 48% d'entre eux ne changent pas de classe et 86% au maximum d'une classe (Figure 5.7). Pour ceux dont la valeur évolue, ils sont impactés de manière négative. Les classes les moins bonnes voient leur nombre de contrats augmenter et les meilleures diminuer. Enfin 64% des affaires flottes d'immeubles ne changent pas de classe (changements de classe 0), ce qui témoigne de la stabilité de la modélisation de la valeur contrat. La majorité des contrats ont une valeur négative comme présente la figure 5.2, ils se situent dans la première classe  $[01 < -2]$ . La situation se dégrade entre 2018 et 2019 avec l'augmentation du nombre d'affaires situées dans les classes de valeurs négatives.

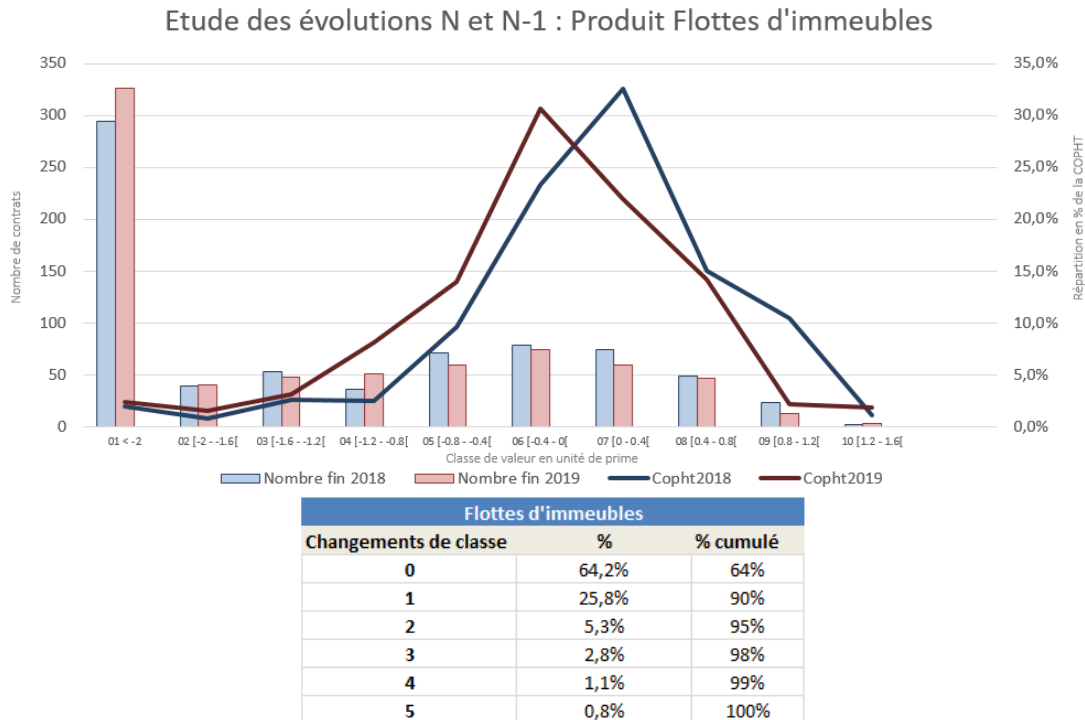


FIGURE 5.8: Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude  $N$  et  $N - 1$  pour le périmètre Flottes d'immeubles

Pour s'affranchir d'une étude discrète par classe, nous allons analyser ce phénomène de manière continue. Nous considérerons toujours que le changement de classe est équivalent à une différence de valeur en unité de prime de 0.4 points en valeur absolue. Cela permet d'étudier le même phénomène sans définir de classes préalablement pouvant avoir un effet sur le résultat.

Nous avons ensuite soustrait la valeur contrat immeuble en unité de prime 2019 à celle de 2018 et l'écart entre ces deux valeurs est stocké dans une variable. Nous étudions la distribution de cette variable et les résultats



sont présentés dans le tableau suivant :

Segmentation	p5	p10	p15	p20	p25	p30	p35	p40	p45	p50	p55	p60	p65	p70	p75	p80	p85	p90	p95
FU	- 2,195	- 1,475	- 1,148	- 0,973	- 0,832	- 0,695	- 0,568	- 0,463	- 0,404	- 0,350	- 0,288	- 0,222	- 0,181	- 0,132	- 0,081	- 0,013	0,063	0,185	0,412
MIE	- 1,294	- 0,833	- 0,633	- 0,493	- 0,392	- 0,316	- 0,266	- 0,216	- 0,175	- 0,130	- 0,090	- 0,056	- 0,021	0,017	0,048	0,091	0,132	0,222	0,393
STD : [0,1000m2]	- 0,741	- 0,298	- 0,074	0,040	0,108	0,164	0,206	0,235	0,257	0,278	0,299	0,322	0,348	0,380	0,418	0,462	0,535	0,665	0,962
STD : [1001,2000m2]	- 0,737	- 0,327	- 0,144	- 0,033	0,034	0,091	0,139	0,177	0,210	0,237	0,266	0,297	0,333	0,372	0,416	0,473	0,544	0,673	0,883
STD : [2001,4000m2]	- 0,705	- 0,323	- 0,141	- 0,042	0,026	0,085	0,133	0,178	0,216	0,249	0,282	0,320	0,357	0,399	0,445	0,498	0,576	0,694	0,888
STD : [4001,7000m2]	- 0,752	- 0,351	- 0,180	- 0,063	0,005	0,059	0,107	0,149	0,187	0,217	0,251	0,291	0,336	0,376	0,422	0,468	0,538	0,659	0,829
STD : [7001m2,+inf]	- 0,905	- 0,580	- 0,419	- 0,309	- 0,230	- 0,174	- 0,126	- 0,088	- 0,055	- 0,025	0,006	0,044	0,081	0,127	0,172	0,225	0,288	0,390	0,557

FIGURE 5.9: Distribution des écarts des valeurs en unité de prime

L'étude des percentiles des écarts en valeur continue apporte une meilleure vision de la stabilité du périmètre standard. On remarque qu'environ 60% des contrats ont un écart inférieur à 0.4 en valeur absolue et ne changent alors pas de classe. 70% des contrats MIE ne changent pas de classe de valeur. Ces deux visions sont complémentaires l'une de l'autre

Enfin pour clôturer l'étude de la stabilité de la valeur entre  $N$  et  $N - 1$ , les raisons et les leviers de ces changements sont étudiés. L'objectif est ici de répondre à la question suivante : *Pourquoi un contrat voit-il sa valeur diminuer ou augmenter d'une année sur l'autre ?* L'utilisation des modèles de crédibilité nous pousse à déterminer deux hypothèses :

**Hypothèses n°1** : L'évolution est principalement due à l'expérience individuelle du contrat.

**Hypothèses n°2** : L'évolution est principalement due à l'expérience collective de son groupe de risques homogènes de référence.

Les résultats de cette étude ont montré que les évolutions étaient tout d'abord expliquées par le retrait ou l'ajout d'une année. Ainsi en 2018 la charge est calculée à partir de l'historique de 2013 à 2018 et l'année d'après de 2014 à 2019. Ce passage a un effet d'autant plus grand si l'année 2013 est sinistrée ou si l'ajout de 2019 est accompagné d'un sinistre. Les contrats dont la classe diminue, ont une charge sinistre sur 5 ans plus élevée à fin 2019 que fin 2018 à hauteur de 92%. Cela peut être dû au cadre d'étude en années glissantes mais également aux vieillissements des sinistres. Ensuite 50% de ces contrats ont eu un sinistre en 2019.

De plus, la sinistralité des affaires nouvelles 2018 est estimée par les informations moyennes de leur groupe de risque de référence. Leur coefficient de crédibilité est fixé à 0 pour leur première année en portefeuille. En 2019, ces affaires ne sont plus considérées comme nouvelles et leur expérience individuelle va être prise en compte dans le calcul de la valeur. Cela amène à une variation des résultats. La valeur diminuera lorsque l'affaire est sinistrée en 2018 et que cette information n'est utilisée qu'en 2019. Enfin 90% des contrats dont la valeur augmente de classe n'ont pas eu de sinistre entre 2018 et 2019. Cette étude montre que les variations sont principalement dues à l'expérience individuelle des contrats ce qui répond aux objectifs initiaux.

### 5.1.3 Sensibilité des paramètres de projection de la valeur

La détermination des hypothèses de projections des ECR de première année a été placée au centre de nos préoccupations. La difficulté a été de déterminer ces paramètres et d'évaluer leurs impacts. Leur ajustement a fait l'objet de débats, de modifications et de discussions avec la direction technique. L'évolution de la fréquence de la sinistralité a par exemple vu son cadre d'observation réduit pour retirer les effets de la convention IRSI (*transfère d'une partie de la sinistralité attritionnelle de la branche MRI vers la branche MRH depuis juin 2018*) qui impacte directement la sinistralité attritionnelle. C'est pour cela que pour chacun des paramètres de projection : probabilité de résiliation, évolution du coût moyen, de la fréquence, taux d'actualisation, la sensibilité a été étudiée. Chacun d'eux à leur tour ont subi une variation de plus 1 point ou moins 1 point et les impacts sont mesurés en observant le changement de classes de valeur, comme analysé précédemment. Les figures suivantes présentent tout d'abord un graphique de répartition des contrats en % par classes de valeur selon la sensibilité de chaque paramètre et ensuite un tableau de changement de classe.

## 5.1 Calcul et résultats de la valeur contrat

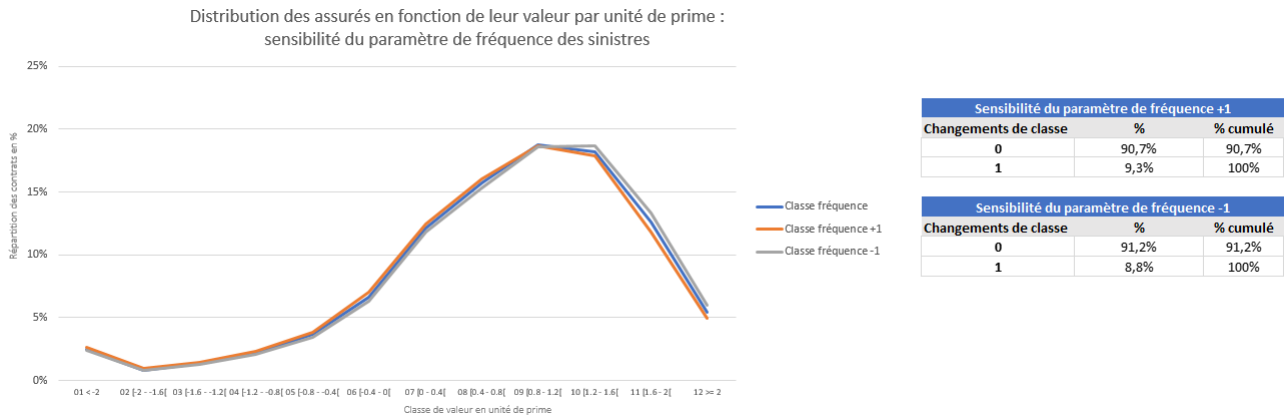


FIGURE 5.10: Sensibilité du paramètre de fréquence de sinistres

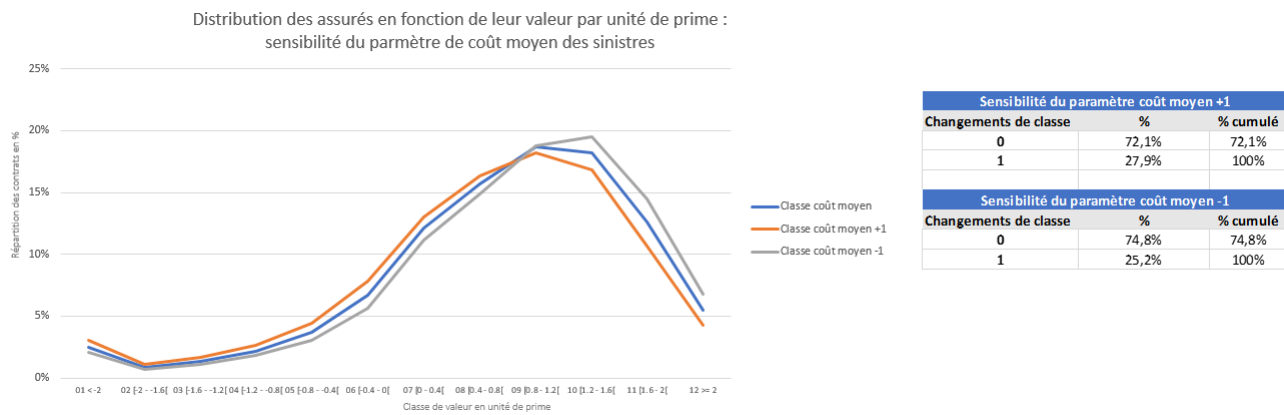


FIGURE 5.11: Sensibilité du paramètre de coût moyen des sinistres

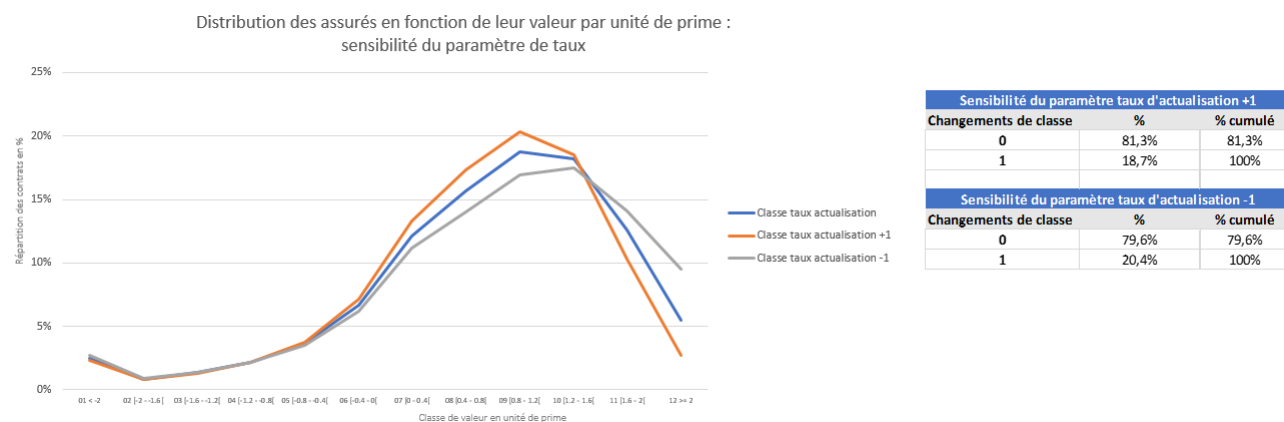


FIGURE 5.12: Sensibilité du paramètre de taux d'actualisation

Les paramètres de fréquence, coût moyen, de taux sont stables. On remarque que la sensibilité de +1 ou -1 point ne change pas la valeur en unité de prime d'environ 80% des contrats. Et lorsque le changement de classe à lieu celui-ci est d'une seule classe en valeur absolue.

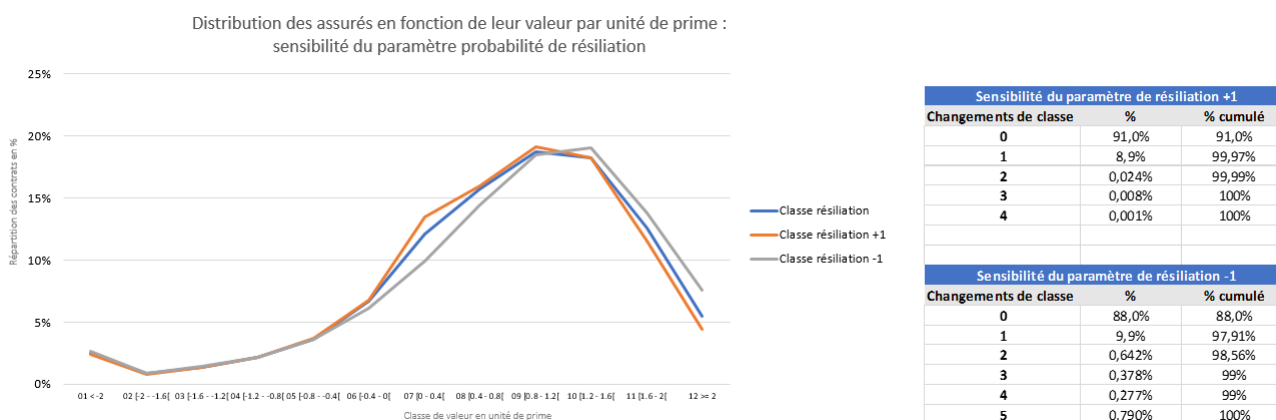


FIGURE 5.13: Sensibilité du paramètre de résiliation

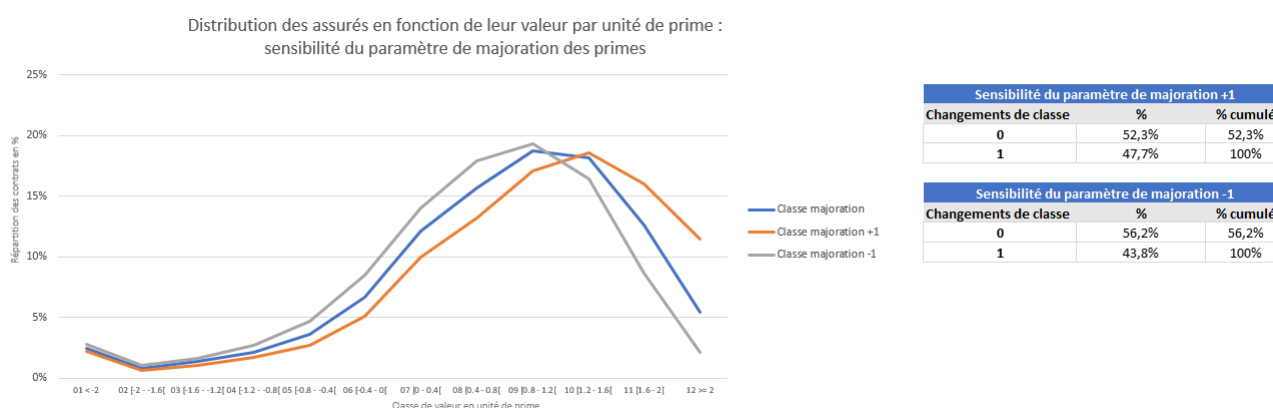


FIGURE 5.14: Sensibilité du paramètre de majoration des primes

La sensibilité des probabilités de résiliation présente un changement de classe plus élevé pouvant monter jusqu'à 5. Cela ne représente cependant que moins de 0,1% des contrats car la majorité est stable à hauteur de 91%. L'hypothèse la plus sensible est donc la projection de la prime à l'aide de l'effet prix issu des les majorations passées. Seulement 53 % des affaires ne voient pas leur classe changer. L'ajout ou le retrait d'un point fait varier le résultat de la valeur d'environ 18%. Ces résultats nous confortent dans le choix de fixer ces paramètres de majoration sur un historique de trois années. Cela permet d'éviter un changement brutal des valeurs d'une année sur l'autre en fonction des choix effectués pour le pilotage de la branche immeuble. Les autres paramètres ont un impact modéré sur le résultat total de la valeur entre 3% et 10% de variation. La modification des paramètres dans le temps à un impact limité sur la valeur contrat des assurés.

A la lecture des résultats présentés, nous remarquons que la stabilité dans le temps est forte. Les principales évolutions sont expliquées par le comportement de l'assuré. De plus, la sensibilité des paramètres a confirmé la nécessité de fixer les hypothèses d'ECR et de projections sur plusieurs années. Nous garderons toutefois à l'esprit les dates clefs des changements réglementaires de l'assurance immeubles pour pouvoir adapter notre cadre d'étude.

Ces analyses ont permis de valider la méthodologie et d'effectuer des modifications qui s'imposaient lorsque les conclusions de nos analyses de sensibilité allaient dans ce sens. Nous utilisons l'ensemble de ces résultats pour construire un indice client.

## 5.2 Calcul d'un indice syndic

Contractuellement le client est le syndic professionnel. Mandaté par le syndicat de copropriété, c'est lui qui assure les biens dont il a la gestion et paye la prime à la compagnie d'assurance. Dans cette partie nous présenterons le passage de la valeur contrat en indice. Ce dernier permet d'étudier la rentabilité du client vis-à-vis de tous les contrats qu'il a souscrits.

### 5.2.1 Passage en indice client : Le Syndic professionnel

L'objectif est ici de construire un critère de rentabilité au niveau du client : le syndic. Cet indicateur, référence interne, sera un outil d'aide à la décision qui interviendra dans le pilotage du portefeuille immobilier, et plus particulièrement sur des sujets de renouvellements et majorations tarifaires. Cet outil est issu de la demande des souscripteurs. Il fera alors partie des critères de souscription ou de tarification. L'indice est composé de 5 classes :

$$\text{Indice syndic} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Plus l'indice est élevé, plus la rentabilité du syndic l'est également. Tout d'abord la valeur syndic est calculer en sommant chacune des valeurs des contrats en pour chaque code syndic.

$$\text{Valeur syndic}_y(0) = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \frac{\text{Produits}_{yji} - \text{Charges}_{yji}}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{yij})]$$

Avec :

- $\text{Valeur syndic}_y(0)$  : la valeur à la date  $t = 0$  du client  $y$ .
- $\text{Produits}_{yji}$  : produits générés par le contrat n°  $j$  du syndic  $y$  à la date  $i$ .
- $\text{Charges}_{yji}$  : charges générées par le contrat n°  $j$  du syndic  $y$  à la date  $i$ .
- $P(r_{yij})$  : probabilité que le syndic  $y$  résilie son contrat n°  $j$  à la date  $i$ .
- $i$  : année de projection.
- $N$  : nombre d'années de projection des flux générés par le syndic.
- $K$  : nombre de contrats détenus par le syndic  $y$  auprès de la compagnie.
- $r$  : taux d'actualisation.

La valeur totale et la somme des primes de chaque contrat, sur toutes les années de projections, permettent de construire la valeur en unité de prime à la maille syndic. L'objectif est ensuite d'ordonner ces clients pour pouvoir leur attribuer un indice. Pour cela un croisement de la valeur en € et de la valeur en unité de prime est effectué. Le calcul débute en séparant en deux bases distinctes, les valeurs en euros positives de celles négatives. Chacune de ces tables est triée et on attribue un rang au syndic. La même opération est ensuite réalisée pour les valeurs en unité de prime. La distance euclidienne entre le rang de la valeur en euros et celui de la valeur en unité de prime est calculée. Un signe négatif est ajouté à la distance des valeurs négatives. Ensuite les deux tables sont concaténées et triées selon la distance. Cette première étape permet d'ordonner les syndics selon leur rentabilité. La réflexion se poursuit ensuite sur la définition de chacun des indices de 1 à 5. Les syndics indicés 4 et 5 représentent ceux avec la meilleure rentabilité et ont tout intérêt à être conservés en portefeuille par la compagnie. Les indices 3 sont considérés comme moyens au sein du portefeuille. Les 1 et 2 représentent les mauvais risques qui seront potentiellement impactés par des majorations tarifaires.

Le choix a été fait de positionner dans les indices extrêmes 1 et 5 les syndics dont la somme des COPHT (*cotisation potentielle hors taxes*) représentent 5% chacun du montant total. Cela permet de capter au sein de l'indice 1, un plus grand nombre de contrats car, les moins rentables présentent généralement une COPHT plus faible (Figure [5.15](#)).

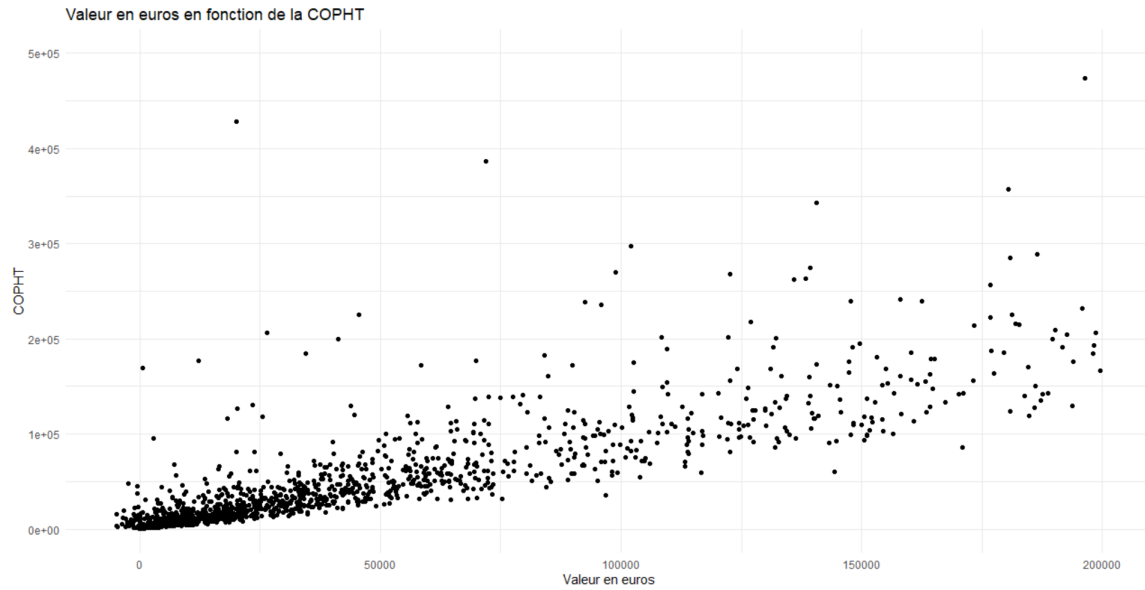


FIGURE 5.15: Valeur syndic en fonction de la COPHT

Les indices 2-3-4, intermédiaires, représentent respectivement 30% de la COPHT totale.

- Indice 1 : représente les moins bon syndics à hauteur de 5% de la COPHT totale;
- Indice 2 : représente 30% de la COPHT totale;
- Indice 3 : représente 30% de la COPHT totale;
- Indice 4 : représente 30% de la COPHT totale;
- Indice 5 : représente les meilleurs syndics à hauteur de 5% de la COPHT totale.

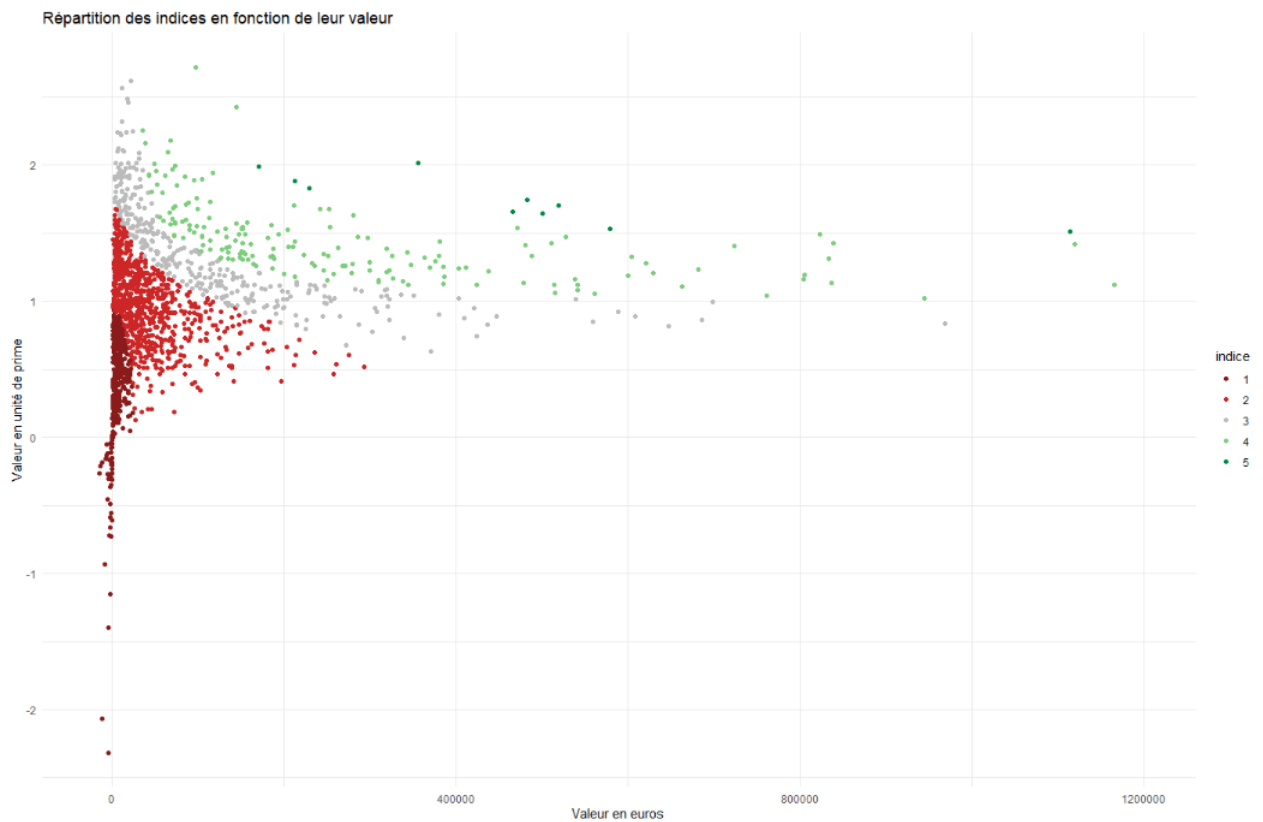


FIGURE 5.16: Indice syndic selon les valeurs en euros et en unité de prime

## 5.2 Calcul d'un indice syndic

Le graphique figure 5.16 représente les syndics en fonction de leur valeur en unité de prime et de leur valeur en euros. On remarque que la construction est cohérente. Les syndics indicés 5 ont les meilleurs résultats pour ces deux éléments. Les indicés 1 ont quant à eux des valeurs négatives ou très faibles en comparaison au reste du portefeuille. Ce graphique montre également que la majorité des syndics ont une valeur positive. Nous remarquons que les indices 5 sont moins nombreux que les indices 1. Cela est dû au fait que les syndics indicés 1 ont une forte prime en comparaison des indice 5 pour lequel il faut sommer davantage de syndics pour obtenir 5% de la prime totale.

Pour compléter l'information de la figure 5.16 nous souhaitons étudier la rentabilité des contrats présents dans chacun des indices. Les graphiques ci-dessous (Figure 5.17), présentent la distribution de la valeur en unité de prime pour chacun des contrats, selon leur indice syndic. Les tons verts représentent 50% des meilleurs contrats au sein de chacun des indices. Parmi eux, la couleur verte foncée désigne les 5% des meilleurs contrats. Les tons rouges foncés représentent 50% des contrats, ils sont considérés comme moins rentables. Les rouges foncés sont quant à eux les contrats les plus déficitaires. Le passage à la valeur positive est représenté par le trait en pointillés blancs. La médiane quant à elle, se situe au passage de la couleur rouge à la couleur verte. Ainsi si l'indice a sa médiane qui se situe au-delà du trait blanc, la majorité des contrats sont générateurs de valeur.

A la vue de ces 5 graphiques on remarque que plus l'indice augmente plus la proportion des contrats négatifs diminue et les contrats générateurs de valeur augmentent. On observe également que même si l'indice 1 contient la plus grande proportion de mauvais risques, sa médiane se situe au-delà du passage à 0. Cela signifie que la majorité de ces contrats sont générateurs de valeur malgré une grande partie déficitaire.

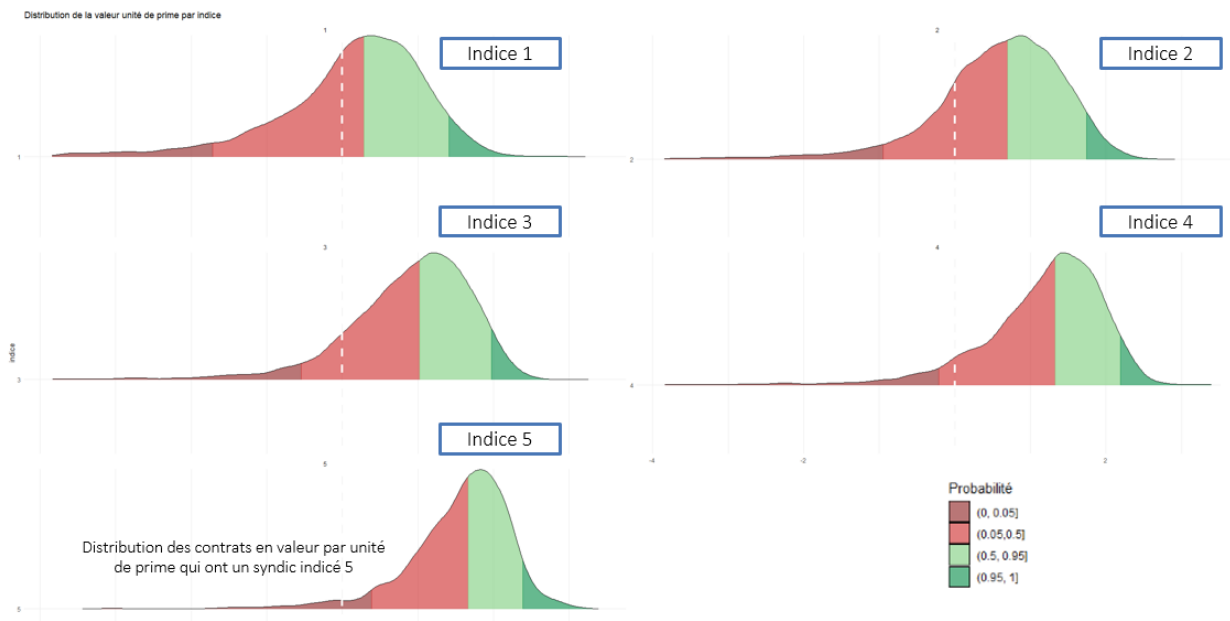


FIGURE 5.17: Distribution des valeurs contrats par indice syndics

Ces résultats nous confortent dans la cohérence de la construction des indices syndics. Une autre vérification sera effectuée ci-après permettant de valider ce nouvel indicateur avec la méthodologie utilisée jusqu'à présent.

Nous nous heurtons dans cette étude à une problématique de qualité de données. Aujourd'hui nous avons été capable de valoriser 54% des contrats immeuble à la maille client le syndic. Les données sont manquantes sur cette variable et des travaux sont à prévoir pour finaliser la partie manquante du portefeuille client.

### 5.2.2 Cohérence Détection client et valeur client

Avant le calcul de la valeur, d'autres indicateurs étaient utilisés pour tenter de distinguer les bons des mauvais risques et termes de contrats et de clients. Durant la période des renouvellements tarifaires la rentabilité des contrats immeubles est étudiée. Les contrats avec une sur-sinistralité récente sont détectés mauvais à l'aide du ratio sinistres sur primes. Si un contrat est détecté mauvais alors il est intéressant de regarder l'information au niveau du client : le syndic. Les informations contrats et clients interviennent de manière complémentaire dans le pilotage des majoration. Si ce dernier présente, au titre de l'ensemble des contrats qu'il a souscrit, un S/C global et un taux de détection élevé, alors il est recommandé d'appliquer une majoration. Ce taux désigne le rapport du nombre de contrats détectés parmi le nombre de contrats total de chaque code syndic. Ainsi, si un assuré coûte trop cher, celui-ci verra potentiellement sa prime augmenter.

L'objectif est d'étudier la cohérence de ces deux indicateurs (ratio de sinistralité et taux de détection) avec l'indice syndic. Pour cela les contrats analysés dans le cadre du renouvellement 2021 sont associés à leur code syndic puis à l'indice créé à partir des résultats de la valorisation des contrats. Les rapports charge sinistre sur cotisations et le taux de détection sont calculés pour chaque syndic à partir des informations de chacun des contrats. Ainsi sur les graphiques suivants, figures 5.18 et 5.19, sont projetés les indices selon leur taux de détection et leur S/C.

Tout d'abord pour le premier graphique, sur l'axe des abscisses sont projetés les S/C hors grave calculés sur une période de trois années 2018 à 2020 et sur l'axe des ordonnées le taux de détection en nombre.

$$\text{Taux de détection}_{en\ nombre} = \frac{\text{Nombre de contrats détectés}}{\text{Nombre de contrats total}}$$

La répartition en nombre de syndics au sein de chaque indice est représentée par la taille des bulles. On peut remarquer que les indices 1 et 2 contiennent le plus grand nombre de syndics, la même information observée dans la figure 5.16

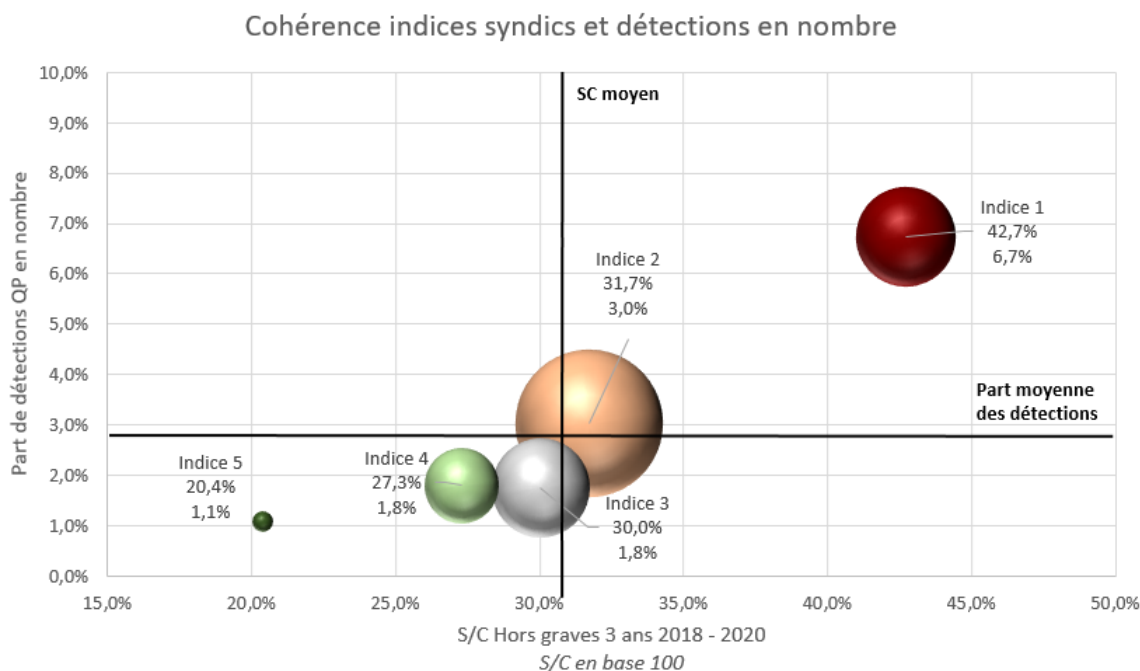


FIGURE 5.18: Cohérence indices syndics et détections en nombre

5.2 Calcul d'un indice syndic

L'axe des ordonnées du second graphique montre le taux de détection en COPHT. Il correspond au rapport de la COPHT des contrats détectés, au sein d'un même syndic, sur la somme des COPHT pour l'ensemble de ses contrats.

$$Taux\ de\ détection_{en\ COPHT} = \frac{COPHT\ des\ contrats\ détectés}{COPHT\ totale\ des\ contrats}$$

La taille des bulles est cette fois-ci représentative de la part de COPHT au sein de chacun des indices. On retrouve alors 5% pour les indices 1 et 5 et une taille commune pour les autres.

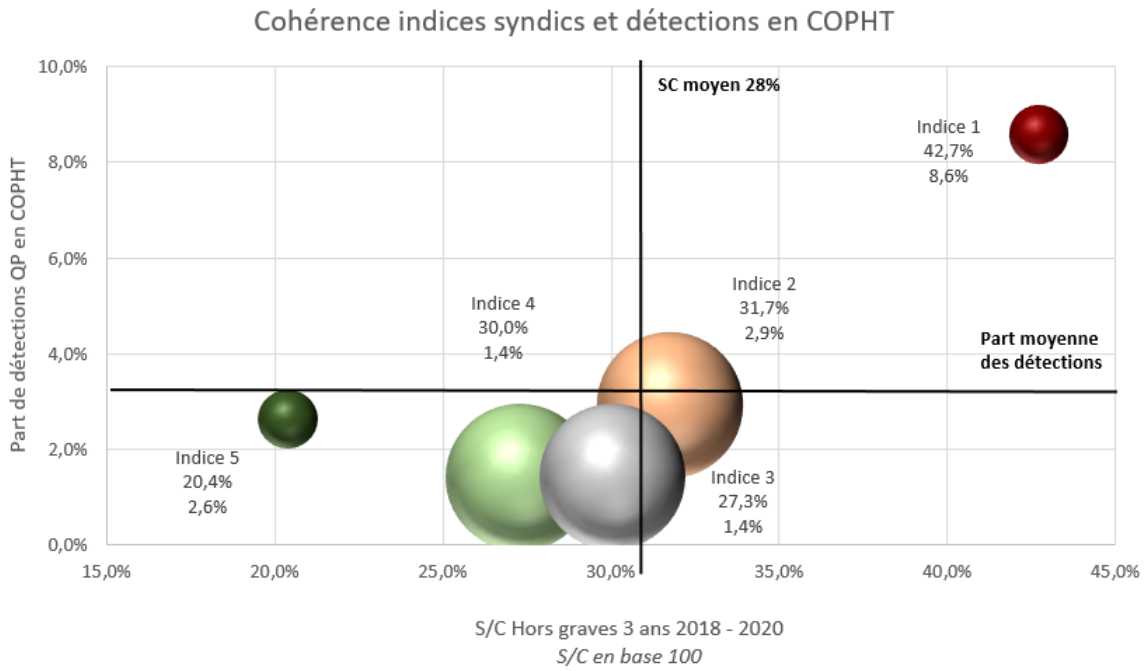


FIGURE 5.19: Cohérence indices syndics et détections en COPHT

L'indice syndic est cohérent avec les détections et les S/C hors graves 3 ans. En effet, plus un indice est élevé plus la détection et les S/C sont faibles. Ce nouvel indicateur valeur client permet alors de connaître en un coup d'oeil et de manière objective la rentabilité globale du client immeuble. Son usage sera dans un premier temps de moduler les majorations selon le niveau de l'indice, permettant de défendre les bons risques.



**Conclusion du chapitre 5 :** Calcul de la valeur contrat et création de l'indice syndic

Au cours de ce chapitre nous avons tout d'abord calculé la valeur contrat. Elle est le résultat des précédents travaux qui ont permis de construire chacun ces éléments :

$$Valeur\ Contrat\ Imm_y(0) = \sum_{i=1}^N \frac{\pi'^{*}_{\cdot y,imm,i} \times (1 - ECR(\%)_{y,imm,i})}{(1+r)^i} \times [1 - P(r_{y,imm,i})]$$

Avec :

- $\pi'^{*}_{\cdot y,imm,i}$  : primes commerciales générées par le contrat immeuble souscrit par l'assuré  $y$
- $ECR(\%)_{y,imm,i}$  : ECR du contrat immeuble souscrit par l'assuré  $y$  pour l'année  $i$  ;
- $P(r_{y,imm,i})$  : probabilité que l'assuré  $y$  résilie son contrat immeuble à la date  $i$  ;
- $i$  : année de projection.
- $N$  : nombre d'années de projection du modèle :  $N$  fixé à 30
- $r$  : taux d'actualisation.

Les résultats en valeur en euros mais également en valeur en unité de prime sont étudiés. La branche immeuble est très rentable avec environ 80% des contrats qui ont une valeur en unité de prime positive. La rentabilité est principalement portée par le périmètre Standard. Le segment Flottes d'immeubles reste déficitaire dont seulement une minorité des contrats ont une valeur positive.

Dans une volonté d'étudier la stabilité des résultats, le processus de la valeur est répliqué sur les données vues à fin décembre 2018. L'objectif est d'étudier les évolutions des valeurs calculées pour les contrats présents ces deux années. Cette analyse a démontré une forte stabilité des résultats d'une année à l'autre. Pour ceux dont la valeur évolue, les variations sont principalement dues à l'expérience individuelle des contrats, répondant aux objectifs initiaux. Ensuite pour chacun des paramètres de projection de la valeur : probabilité de résiliation, évolution du coût moyen, de la fréquence, taux d'actualisation, la sensibilité est étudiée.

Dans une seconde partie, les valeurs obtenues sont utilisées à la construction d'un indice syndic.

$$Indice\ syndic \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Plus l'indice est élevé, plus la rentabilité du syndic l'est également. Celui-ci donne une note à chacun des syndics pour l'ensemble des contrats qu'il a souscrit et dont il a la gérance. Ce critère de rentabilité interviendra dans le pilotage du portefeuille comme un outil d'aide à la décision sur des sujets de renouvellement et majorations tarifaires. Sa construction et ses résultats sont cohérents avec les indicateurs utilisés jusqu'à présent : le taux de détections et le S/C.

## Chapitre 6

# Utilisation opérationnelle de la valeur

Dans ce dernier chapitre nous présenterons deux domaines d'applications de la valeur client. Tout d'abord un outil explicatif est construit pour décomposer les résultats de la valeur et comprendre le sens de sa construction. Ensuite l'ajout du périmètre des contrats Immeuble a notamment permis d'obtenir une vision complète de l'indice distributeur.

### 6.1 Création d'un outil explicatif de la valeur client

Les résultats de la valeur à la maille client suscitent beaucoup d'interrogations. Les collaborateurs tentent parfois de **comprendre les raisons d'un mauvais indice** client et souhaitent répondre aux questions suivantes : «*Pourquoi ce client est-il indicé 1 ? Sa rentabilité est-elle comparable à celle du portefeuille ou présente-t-il un comportement atypique ? Celui-ci possède-t-il un ensemble de contrats mauvais ou la situation est-elle hétérogène ?*». Pour répondre à l'ensemble de ces questions j'ai, en parallèle de la mise en place du processus de la valeur client pour la branche immeuble, développé un outil d'aide à la décision sous le logiciel R Studio en utilisant le package Shiny. Cet outil est utilisé aujourd'hui en interne et traite de «**L'explication pédagogique de la valeur**». Il permet de zoomer sur un numéro de client et de le comparer au portefeuille. L'objectif est de comprendre le résultat de la valeur au travers des différents contrats qu'il a souscrit.

Dans un premier temps la création de cet outil vient d'une volonté de pouvoir **décomposer la valeur** d'un client. Il a pour vocation de répondre aux interrogations des collaborateurs sans avoir à chercher les informations dans le processus complexe du calcul de la valeur. Il s'agit alors de comprendre la note globale du client à travers sa décomposition par contrat. Ensuite il repositionne l'information du client et des contrats par rapport au portefeuille et sous portefeuille. Ces éléments permettent de voir si les contrats analysés ont un comportement similaire où s'ils diffèrent de leur groupe de risque de référence.

Prenons l'exemple d'un client indicé 1 et qui présente une valeur globale négative. Nous allons pouvoir zoomer dans un premier temps sur ses caractéristiques puis pouvoir le comparer au portefeuille et sous portefeuille de l'assurance multirisque immeuble.

#### Les indicateurs clefs

Les premières informations projetées sont les résultats de la valeur client résumés dans un tableau. Ce dernier rappelle les principaux éléments de la construction de la valeur :

- **Le Chiffre d'Affaire moyen** ( $CA_{moyen}$ ) actualisé et pondéré par la probabilité de résiliation calculée pour l'ensemble des années de projection
- **L'ECR moyen** sur l'ensemble des années de projections
- **Le gain moyen en euros**. Il est issu du calcul suivant
$$Gain_{moyen} = CA_{moyen} \times (1 - ECR_{moyen})$$

- **La duration** représente le nombre d'années de présence restant de l'assuré en portefeuille.
- **Valeur en euros** reconstituée à partir du calcul suivant :  

$$\text{Valeur en euros} = \text{Gain}_{\text{moyen}} \times \text{Duration}$$

Détailler ces éléments permet de présenter un ensemble d'indicateurs connus des souscripteurs et des collaborateurs leur permettant de situer le contrat.

### Positionner le client dans le portefeuille

Ensuite la distribution des valeurs en unité de prime pour chacun des clients du portefeuille immobilier est présentée (figure 6.3). Celle-ci permet, en un coup d'oeil, d'observer où se place le client dans le portefeuille. Le graphique est accompagné d'un code couleur. Les 5% des meilleurs clients du portefeuille sont représentés en vert foncé. Les 5% moins bons en rouge foncé. Le passage en valeur positive est représenté par un trait en pointillés blancs. La médiane se situe au passage du rouge au vert. La couleur verte représente alors 45% des clients supérieurs à la médiane et inversement pour la couleur rouge. Ainsi, les clients se situant dans la partie en rouge, peuvent tout de même être générateurs de valeur si la médiane, et eux même, se situent au-delà de 0. Représenté par le trait vertical noir, l'exemple étudié ici se situe dans la partie rouge, à gauche du trait en pointillés blancs. Cela signifie qu'il a une valeur en unité de prime négative et qu'il est générateur de pertes. Le tableau qui précède le graphique confirme une valeur négative et un ECR cohérent supérieur à 100%.



FIGURE 6.1: Explication pédagogique de la valeur

### Décomposition de la valeur par contrat

Le premier tableau renseigne l'utilisateur sur le nombre de contrats souscrits. Il est au nombre de deux dans l'exemple présenté. Il est ensuite intéressant de **décomposer la valeur** pour chacun de ces deux contrats, et analyser le comportement de chacun d'eux à travers différents indicateurs. Il est possible de sélectionner l'information à afficher parmi :

- ECR
- Duration
- Valeur en euros
- Valeur en unité de prime

Les mêmes indicateurs présentés précédemment sont alors proposés pour l'étude de cette nouvelle maille. Leurs résultats sont également synthétisés dans un tableau par numéro de contrat. Nous remarquons que ce client a souscrit un produit Standard dont la surface est inférieure à  $1000m^2$  et un contrat Flottes d'immeubles. La **connaissance produit** nous rappelle que ce dernier sous-portefeuille n'est pas rentable pour la branche

## 6.1 Création d'un outil explicatif de la valeur client

immeuble en moyenne. Ces résultats sont confirmés pour ce client. Son premier contrat Standard affiche une bonne rentabilité avec une valeur positive. Le second quant à lui, montre un ECR supérieur à 1 et une valeur très négative. Ces informations peuvent également être observées à l'aide de la représentation graphique figure 6.2. La comparaison de ces deux contrats en valeur en unité de prime indique que les flottes d'immeubles ne sont pas rentables. Les résultats du client sont tirés vers le bas par ce contrat malgré un produit Standard avec une rentabilité élevée.

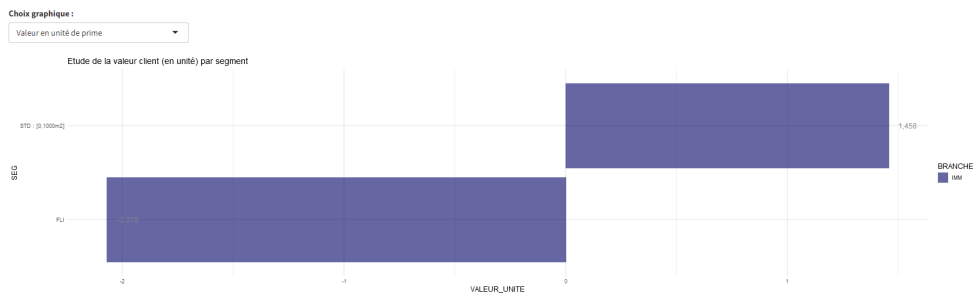


FIGURE 6.2: Explication pédagogique de la valeur

## Comparaison avec les sous portefeuilles

Enfin le comportement du client est comparé à celui de son groupe de risque de référence. L'objectif est d'étudier si les contrats ont des résultats homogènes aux sous-portefeuilles ou s'ils présentent des conclusions qui vont dans un sens différent.

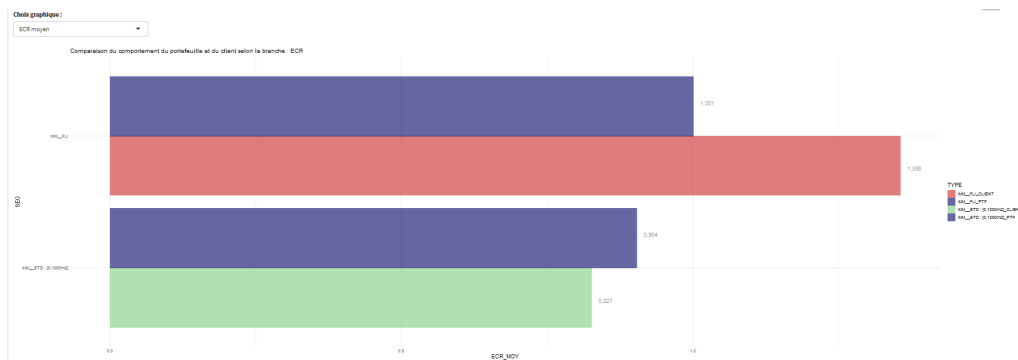


FIGURE 6.3: Comparaison des ECR par segment

L'indicateur de l'ECR est ici sélectionné pour comparer le comportement du client vis-à-vis de son segment de référence. La couleur violette représente le comportement des segments du portefeuille, et les couleurs rouge et verte celui des contrats du client. Ils sont accompagnés de codes couleurs. Si le contrat est en rouge alors celui-ci est déficitaire (valeur négative) et s'il est vert, il est rentable (valeur positive). On remarque ici que le produit Flottes d'immeubles a un ECR supérieur à 1 et que le contrat montre un ECR encore plus grand à hauteur de 1,3. Le contrat FLI du client est plus mauvais que le comportement moyen du segment. Le contrat Standard est au contraire meilleur que la moyenne du segment STD  $]0, 1000m^2]$ .

Une autre information graphique permet de visualiser où se placent les contrats au sein de leur segment. La distribution de la valeur en unité de prime est tracée pour chaque maille et le contrat est positionné à l'aide d'un trait vertical noir (Figure 6.4).

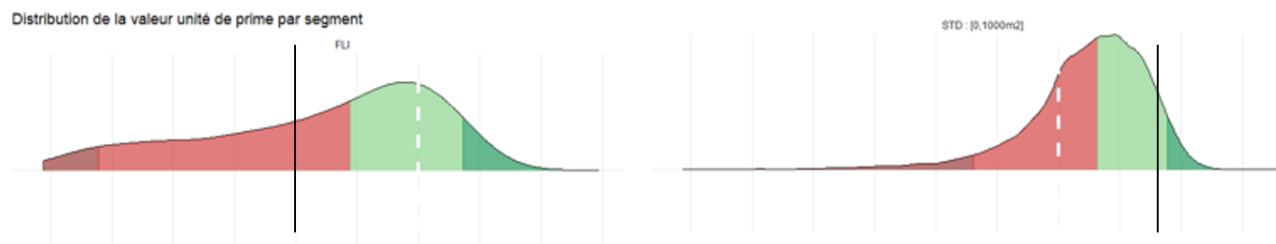


FIGURE 6.4: Comparaison de la valeur par segment

On constate tout d'abord que la distribution du produit FLI est majoritairement répartie à gauche du trait en pointillés blancs. Il s'agit d'un segment non rentable dont la majorité des contrats ont une valeur en unité de prime négative. Le contrat du client se situe dans la couleur rouge, ce qui le positionne comme l'un des contrats les moins rentables. Ensuite, la distribution de la catégorie Standard, dont la surface est inférieure à  $1000m^2$ , montre un ensemble de contrats très rentables, avec une majorité placée à droite du passage en 0. La médiane se situe au-delà des pointillés blancs ce qui confirme la grande rentabilité de ce segment. Le contrat du client se situe dans la partie verte qui désigne les meilleurs contrats de la maille étudiée.

Il a été également intéressant de proposer cette même comparaison en effectuant une séparation par réseaux de distribution : Agent et courtier. Enfin, d'autres informations sont présentées permettant de connaître le produit Immeuble dans son intégralité et non plus seulement les segments que le client a souscrit.

## 6.2 L'indice distributeur

Les contrats d'assurance peuvent être commercialisés par différents intermédiaires : **les agents** ou **les courtiers**.

- Les agents constituent le réseau principal. Proches des clients, ils ont une approche plus relationnelle et sont mandatés par l'assureur.
- Les courtiers sont en charge de trouver les meilleurs prix sur le marché. Ils sont mandatés par le client mais reçoivent également une commission de la part du groupe Axa.

Ces deux intermédiaires sont rémunérés par des commissions sur les contrats qu'ils apportent. Il est intéressant de suivre leur performance et la rentabilité des contrats qu'ils apportent à Axa France. De la même manière que pour la valeur client, la valeur distributeur est la somme des valeurs contrats par distributeur. Un critère de rentabilité est construit au niveau du distributeur. Cet indice est construit sur le croisement de la valeur en euros et la valeur contrat en unité de prime de chaque distributeur.

L'ensemble des branches interviennent dans le calcul de l'indice et l'ajout de la branche immeuble permet d'avoir une vision complète des contrats du portefeuille de chaque distributeur. L'objectif est d'étudier l'impact de l'ajout des valeurs contrats immeubles sur le résultat des indices distributeurs. L'indice est composé de 5 classes :

$$\text{Indice distributeur} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Plus l'indice est élevé, plus la rentabilité du distributeur l'est également. Les intermédiaires d'assurances sont repartis entre les indices de la manière suivante :

- l'indice 1 recense 5% des moins bons intermédiaires ;
- l'indice 5 recense les 5% meilleurs ;
- l'indice 3 est construit pour avoir 2,5% des distributeurs à gauche de la valeur nulle et 2,5% à droite ;
- l'indice 2 correspond aux restants négatifs ;
- l'indice 4 correspond aux restants positifs.

## 6.2 L'indice distributeur

Ainsi, si un intermédiaire est indicé 4 ou 5, celui-ci a une valeur positive et se trouve donc être générateur de valeur pour la compagnie. Au contraire, les indicés 1 ou 2 présentent une valeur négative et apportent des contrats déficitaires.

Les résultats des indices distributeurs montrent que les intermédiaires sont très rentables avec 80% des agents indicés 4 contre 55% des courtiers (Figure 6.6). Cependant un pic en indice 2 est observé, représentant 25% des courtiers.

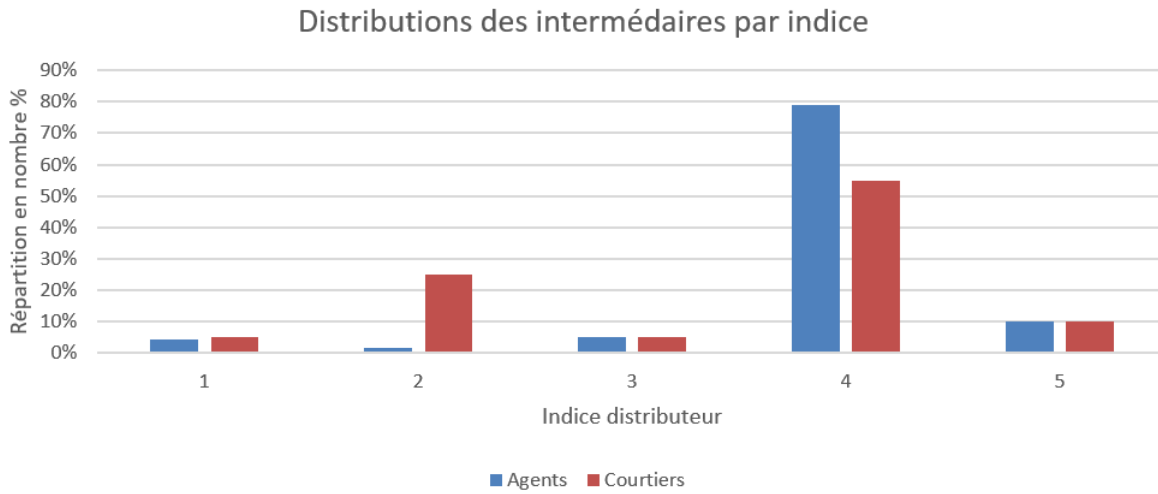


FIGURE 6.5: Répartition des intermédiaires par indice

Jusqu'alors la vision des distributeurs n'était pas complète et n'était pas représentative de la qualité de l'intermédiaire lorsque celui-ci a une part importante de contrats Immeuble dans son portefeuille. La branche immeuble est très rentable, environ 80% des contrats qui ont une valeur positive. Son impact sur la valeur distributeur sera d'autant plus grand que la part de contrats immeuble dans le portefeuille de l'intermédiaire est grande.

Prenons l'exemple d'un distributeur *Le Courtier\_3* dont le portefeuille est constitué d'environ 98% de primes issues des contrats MRI. Celui-ci apparaissait comme mauvais (*Indice 2*) au vu des contrats automobiles qu'il avait souscrits. Cependant avec l'ajout de l'immeuble sa situation s'améliore et celui-ci apparaît désormais comme un distributeur apporteur de contrats bénéficiaires (*Indice 5*).

Numéro de l'intermédiaire	Part de la prime immeuble %	Indice sans l'immeuble	Indice avec l'immeuble
Courtier_1	96%	5	5
Agent_1	88%	4	5
Courtier_2	5%	4	4
<b>Courtier_3</b>	<b>98%</b>	<b>2</b>	<b>5</b>
Agent_2	50%	2	4

FIGURE 6.6: Évolutions des indices distributeurs après l'ajout des valeurs Immeuble

L'ajout des valeurs contrats MRI répond aux problèmes d'une information incomplète qui ne reflétait qu'une partie de la réalité. Des courtiers sont spécialisés dans la branche d'affaires Immeuble et leurs indices dépend alors principalement de la valorisation des contrats MRI. La branche Immeuble est très rentable ce qui impacte positivement les indices. Les intermédiaires, qui ont cependant souscrit une grande majorité de contrats Flottes d'immeubles, voient leur indicateur de rentabilité diminuer, ce qui est encore une fois en parfaite cohérence avec les résultats de la valeur présentées en partie 5.

## Résultats sur les Agents :

Nous étudions la stabilité entre les indices associés aux intermédiaires avant et après l'ajout des contrats immeubles. 65% des agents ont des contrats immeubles représentant 10% de prime au global. Les résultats (Figure 6.7) présentent une stabilité de 90% sur la diagonale et une stabilité de +1 ou -1 de 98%. L'ajout des contrats MRI impacte peu le résultat des agents.

Agents		Indice avec l'immeuble				
Indice sans l'immeuble	1	2	3	4	6	Total
1	10%	0%	0%	1%	0%	11%
2	0%	1%	0%	1%	0%	2%
3	0%	1%	0%	1%	0%	2%
4	0%	0%	0%	66%	4%	70%
5	0%	0%	0%	1%	14%	15%
<b>Total</b>	10%	2%	0%	70%	18%	100%

FIGURE 6.7: Indice distributeur : les agents

## Résultats sur les Courtiers :

L'indice distributeur courtier est moins stable que l'indice agent. Sur la figure 6.8 ci-dessous, nous avons une stabilité de 75% sur la diagonale et une stabilité +1 ou -1 de 88%. 35% des courtiers possèdent des contrats Immeuble représentant 18% de la prime globale. Ensuite 10% des courtiers indicés 2 ont désormais un indice 4 suite à l'intégration de l'immeuble. De plus, 10% des courtiers passent de l'indice 4 à l'indice 5

Courtiers		Indice avec l'immeuble				
Indice sans l'immeuble	1	2	3	4	5	Total
1	14%	0%	0%	1%	0%	15%
2	0%	10%	0%	10%	1%	21%
3	0%	1%	0%	1%	0%	2%
4	0%	0%	0%	40%	10%	50%
5	0%	0%	0%	1%	11%	12%
<b>Total</b>	14%	11%	0%	53%	22%	100%

FIGURE 6.8: Indice distributeur : les courtiers

Enfin, il existe actuellement une segmentation sur chaque réseau permettant de suivre la progression des intermédiaires et de les classer selon des critères de production. L'indice distributeur ajoute une vision qualitative à celle quantitative, définie par ce critère de production. Ces deux indicateurs offrent une vision globale des distributeurs sur la qualité de leur portefeuille et leur compétitivité sur le marché.

Agents		Indice distributeur				
Critère production	1	2	3	4	5	Total
Expert	10%	2%	0%	67%	22%	21%
Confirmé	5%	2%	1%	74%	19%	7%
Qualifié	2%	3%	0%	78%	16%	14%
Non suivi	3%	1%	8%	84%	3%	58%
<b>Total</b>	4%	2%	5%	79%	10%	100%

FIGURE 6.9: Compléments de l'indice distributeur agent

Prenons l'exemple d'un agent qualifié *Expert* par le gros volume de primes qu'il souscrit pour le compte d'Axa France. Cependant une analyse de la rentabilité *indice 1* montre qu'il apporte des contrats mauvais et déficitaires pour la compagnie.

La figure 6.9 met en évidence une sur-représentation des agents experts et confirmés parmi les intermédiaires indicés 5. On remarque cependant que 10% des agents experts sont indicés 1 ce qui démontre la complémentarité de ces deux approches. Les agents experts représentent les intermédiaires apporteurs d'un volume d'affaires en primes très élevé. Par ce statut, ils bénéficient d'une plus grande souplesse tarifaire que les agents qualifiés.

## 6.2 L'indice distributeur

Le même constat est fait pour les courtiers sur la figure [6.10](#)

Courtiers	Indice distributeur					Total
	1	2	3	4	5	
<b>Critère production</b>						
<b>1 - VIB-GC</b>	11%	11%	0%	67%	11%	21%
<b>2 - VIB - TOP</b>	16%	17%	0%	33%	33%	7%
<b>3 - Dynamique</b>	4%	17%	1%	49%	29%	14%
<b>4 - Croissance</b>	5%	27%	4%	57%	8%	58%
<b>Non suivi</b>	4%	24%	13%	55%	4%	58%
<b>Total</b>	<b>5%</b>	<b>2%</b>	<b>5%</b>	<b>55%</b>	<b>10%</b>	<b>100%</b>

FIGURE 6.10: Compléments de l'indice distributeur courtier

*VIB : Very Important Broker*

*GC : Grands Comptes.*

L'étude de la cohérence entre le critère de production et l'indice distributeur attire l'attention sur des intermédiaires qui seront analysés plus précisément.

Les résultats des valeurs et indices distributeurs permettent de détecter les intermédiaires déficitaires pour la compagnie. Cette référence interne intervient en support pour moduler les majorations tarifaires pendant les processus de renouvellement.



**Conclusion du chapitre 6 : Utilisation opérationnelle de la valeur**

Au cours de ce dernier chapitre nous avons présenté deux utilisations opérationnelles de la valeur immeuble. Elle permet dans un premier temps d'obtenir une vision complète des informations d'un client à travers l'ensemble des contrats que celui-ci a souscrit. Cependant les résultats génèrent de nombreuses interrogations. Les collaborateurs souhaitent notamment comprendre les raisons d'un mauvais indice client et savoir si le niveau de rentabilité est porté par l'ensemble des contrats ou seulement par un contrat avec un comportement atypique qui impacte le résultat global.

Pour répondre à ces questions sur les résultats de la valeur client, une application web a été développée sous R Shiny. Nommée «L'explication pédagogique de la valeur», elle permet, en utilisant des indicateurs communs à tous, de reconstituer le résultat de la valeur client par le calcul suivant :

- **Le Chiffre d'Affaire moyen** ( $CA_{moyen}$ ) actualisé et pondéré par la probabilité de résiliation calculée pour l'ensemble des années de projection
- **L'ECR moyen** sur l'ensemble des années de projections
- **Le gain moyen en euros**. Il est issu du calcul suivant  

$$Gain_{moyen} = CA_{moyen} \times (1 - ECR_{moyen})$$
- **La durée** représente le nombre d'années de présence restant de l'assuré en portefeuille.
- **Valeur en euros** reconstituée à partir du calcul suivant :  

$$Valeur\ en\ euros = Gain_{moyen} \times Duration$$

Détailler ces éléments permet de présenter un ensemble d'indicateurs connus des souscripteurs et des collaborateurs leur permettant de situer le contrat. En renseignant un numéro client, il est possible de le positionner au sein du portefeuille global mais également à des mailles plus fines pour comprendre son résultat final. Ainsi, il est possible d'identifier facilement à l'aide des représentations graphiques le comportement de chaque contrat souscrit.

Dans un second temps, la valeur contrat immeuble permet la finalisation d'une vision à 360° des niveaux de rentabilité des distributeurs. L'objectif de cet indicateur est d'étudier la performance des intermédiaires d'assurance, agents et courtiers, avec le critère qualitatif de la valeur. L'ajout de la valeur des contrats immeuble répond aux besoins de compléter une information incomplète qui ne reflétait pas toujours la réalité et impacte les contrats dont la part d'affaires immeubles au sein de leur portefeuille est importante. Celui-ci s'articule de manière complémentaire à l'indice client pour déterminer le niveau de majoration à apporter sur les clients. Enfin, l'indice distributeur ajoute une vision qualitative à celle quantitative définie par les critères de production des agents et des courtiers.

# Conclusion

L'objectif de ce mémoire était de calculer, pour la branche multirisque immeuble, la valeur contrat et de construire un indice syndic. Ces indicateurs amènent à une meilleure compréhension des risques et une analyse plus fine de la rentabilité de chacun des contrats et des clients. Cette étude est intervenue dans une volonté de pouvoir distinguer au sein d'un même groupe de risques homogènes, les bons des mauvais risques sur un horizon de 30 ans. Ces informations seront utilisées au pilotage du portefeuille et en particulier pour adapter les majorations tarifaires selon le niveau de l'indice obtenu.

La valeur contrat étant définie comme la somme actualisée et probabilisée des flux futurs générés par un contrat, trois composantes ont dû être modélisées. Il s'agit tout d'abord des charges, des produits et des probabilités de résiliation. L'Economic Combined Ratio a été sélectionné pour la modélisation. Conforme avec la réglementation Solvabilité 2, Axa utilise cet indicateur pour avoir une vision globale de la rentabilité. Il permet de prendre en compte l'intégralité des charges et des produits engendrés par tous les acteurs d'assurance. Pour construire l'ECR à la maille contrat, il a fallu redéfinir la notion de charges graves et attritionnelles en faisant appel tout d'abord à la théorie des valeurs extrêmes. Le domaine d'attraction des données a été étudié et les estimateurs de Hill, Pickands, DEdH et Gerstengarbe ont été comparés, pour fixer un nouveau seuil de grave adapté à la maille contrat. Ensuite, les modèles de crédibilité, pour l'estimation de la charge sous ce seuil, ont montré leur efficacité répondant à notre objectif de différencier, au sein d'un même groupe de risques, les contrats les plus risqués et les plus rentables, à l'aide de leur expérience individuelle. Les autres éléments de l'ECR, tels que le montant de charge climatique ou les frais de gestion, ont été calculés à partir d'hypothèses fixées sur l'historique des études annuelles de la branche immeuble. Le reste des hypothèses sont issues du modèle interne d'Axa. Ensuite une troisième étape a été de projeter les résultats sur un horizon de 30 années. L'évolution des primes, de la fréquence et du coût de la sinistralité dans le temps, a été pour cela étudiée. Un point de vigilance a été apporté à la fenêtre d'observation pour tenir compte des évolutions réglementaires telle que la convention IRSI. Enfin l'estimateur Kaplan Meier a été utilisé pour construire les probabilités de résiliation permettant de probabiliser les résultats des flux de l'ECR pour chacune des années. Le résultat de la valeur contrat désigne la branche multirisque immeuble très rentable. Cette rentabilité est principalement portée par le périmètre Standard, malgré un produit Flottes d'immeubles déficitaire. Les valeurs obtenues ont permis de construire l'indice syndic. Le Syndic assure les biens dont il a la gestion et obtient une note pour les résultats obtenus sur chacun d'eux. Cohérent avec les indicateurs utilisés jusqu'à présent, l'indice interviendra dans le pilotage du portefeuille immeuble. Le calcul de la valeur contrat est l'aboutissement de la valeur client mais également de la valeur distributeur. Elle permet en effet d'obtenir pour un client ou un distributeur une vision complète des contrats que celui-ci détient. L'indice distributeur permet d'étudier la performance des intermédiaires, agents et courtiers, à travers la qualité des affaires de leur portefeuille.

Une attention particulière a été portée, tout au long de cette étude, à la stabilité des résultats. Cet élément était au centre des analyses des modèles de crédibilité jusqu'aux résultats finaux. Ces travaux ont été réalisés en vue d'obtenir des conclusions fiables, en testant la sensibilité des paramètres et hypothèses à chaque étape du processus. Ils ont permis de comprendre l'impact plus ou moins marqué des hypothèses choisies et d'effectuer des ajustements si nécessaire. Ainsi, si des changements ont lieu d'une année sur l'autre, nous devons être capables de les comprendre et de les expliquer. Le calcul de la valeur contrat a été répliqué sur les données

à fin décembre 2018 dans le but d'analyser les fluctuations entre deux années consécutives. L'ensemble de ces tests ont permis de valider la méthodologie suivie et de comprendre les résultats obtenus. De plus, des tests de sensibilité des paramètres de projection ont été effectués et ont permis d'ajuster certaines hypothèses, et de valider la modélisation et les résultats. Ces derniers sont d'autant plus importants qu'ils impactent directement le pilotage de la branche.

L'une des limites de cette étude est le cadre d'observation. Celui-ci peut être perturbé par des changements réglementaires qui rendent parfois difficilement comparables des éléments d'une année à une autre. Cette limite intervient notamment dans l'évolution de la fréquence pour laquelle une fenêtre d'observation limitée a donc été adaptée. Ensuite, la qualité des données est un élément qui est à améliorer pour la construction de l'indice syndic. Seulement 54% des codes syndics sont remplis et disponibles. La valorisation de ces clients est un résultat important et intéressant pour le pilotage du portefeuille. Ainsi, les données manquantes seront retraitées à partir de variables existantes telle que le numéro de siret. Cette dernière information n'étant pas aussi précise que le code syndic, la qualité de la donnée diminue. D'autres variables sont également manquantes, c'est le cas de la surface des bâtiments pour les flottes d'immeubles.

Les améliorations futures viseront dans un premier temps à expliquer les résultats du processus de la valeur client. Des travaux d'explication des indices attribués aux clients sont en cours, en lien notamment avec l'outil Shiny d'explication pédagogique de la valeur. Des présentations dynamiques, des graphiques et l'utilisation d'indicateurs connus des principaux acteurs de l'assurance, permettront une meilleure compréhension de la situation des clients et de l'indice qui leur a été attribué. Dans un second temps, un projet de mise à jour bi-annuelle de la valeur est mis en place. Cette étude est en effet actuellement réalisée une fois par an sur les données vues à fin décembre. La mise à jour des valeurs et indices à différentes dates clefs, permettrait d'avoir une vision plus récente de l'état du portefeuille. Le but serait d'intégrer les affaires nouvelles souscrites entre l'année N+1 et le mois d'observations, et de supprimer les contrats qui ont été résiliés.

# Bibliographie

- [Balde Bassirou, 2015] Balde Bassirou (2015). Modélisation du taux de résiliation en assurance mrh.
- [Cours Droit des assurances, 2014] Cours Droit des assurances (2014). Définition de l'assurance. <http://www.cours-de-droit.net/>.
- [Deprey E. et Godzinski A., 2017] Deprey E. et Godzinski A. (2017). Problématique de seuil dans la modélisation de la sinistralité en réassurance non vie.
- [Domergue Timothée, 2020] Domergue Timothée (2020). Création d'indicateurs de performance économique dans le cadre de l'orsa.
- [Dutang Christophe, 2020] Dutang Christophe (2020). Cours d'actuariat de l'assurance non vie - ensae ms actuariat.
- [Fédération Française du Bâtiment, 2020] Fédération Française du Bâtiment (2020). Indice fbb du coût de la construction. [https://www.ffbatiment.fr/federation-francaise-du-batiment/le-batiment-et-vous/en\\_chiffres/indices-index/Chiffres\\_Index\\_FFB\\_Construction.html](https://www.ffbatiment.fr/federation-francaise-du-batiment/le-batiment-et-vous/en_chiffres/indices-index/Chiffres_Index_FFB_Construction.html).
- [Goulet Vincent, 2020] Goulet Vincent (2020). Théorie de la crédibilité avec r, université laval.
- [Institut des Actuaire, 2004] Institut des Actuaire (2004). Bulletin français d'actuariat, volume 6. [https://www.institutdesactuaire.com/global/gene/link.php?doc\\_id=214&fg=1](https://www.institutdesactuaire.com/global/gene/link.php?doc_id=214&fg=1).
- [L'argus de l'assurance, 2016] L'argus de l'assurance (2016). Assurance iard : la valeur client, un enjeu majeur. <https://www.argusdelassurance.com/metiers/assurance-iard-la-valeur-client-un-enjeu-majeur.103947>.
- [Le comparateur d'assurance, 2020] Le comparateur d'assurance (2020). Syndicat et syndic de copropriété : différences et fonctionnement. <https://www.lecomparateurassurance.com/98-autres-guides/108493-syndicat-syndic-copropriete-differences-fonctionnement>.
- [Lopez Olivier, 2020] Lopez Olivier (2020). Cours des modèles de durée - ensae ms actuariat.
- [Robert Christian Y., 2020] Robert Christian Y. (2020). Cours de théorie des valeurs extrêmes - ensae ms actuariat.
- [Tremblay Charles, 2017] Tremblay Charles (2017). Prédire les sinistres graves en assurance : les apports de l'apprentissage statistique aux modèles linéaires.
- [Ward Caroline, 1997] Ward Caroline (1997). Robust theory applied to jewell's hierarchical credibility model. [https://www.collectionscanada.gc.ca/obj/s4/f2/dsk2/tape15/PQDD\\_0025/MQ39960.pdf](https://www.collectionscanada.gc.ca/obj/s4/f2/dsk2/tape15/PQDD_0025/MQ39960.pdf).

# Table des figures

1.1 Répartition de la branche immeuble Entreprises par produit	22
1.2 Évolution du S/C DD pour la branche multirisque immeuble entreprises	23
1.3 La branche Immeuble dans le portefeuille IARD entreprises	24
1.4 La branche Immeuble dans le portefeuille IARD entreprises	24
1.5 Évolution des affaires nouvelles chaque année dans le portefeuille Multirisque Immeuble	24
1.6 Répartition des assurés multirisque immeuble selon le type de contrat	25
1.7 Construction de la valeur client	26
1.8 Construction de l'Economic Combined Ratio	28
1.9 Segmentation du portefeuille immeuble	30
1.9 Démarche pour le calcul de la valeur contrat immeuble	31
2.1 Domaines d'attraction	33
2.2 Rappel de la segmentation utilisée sur la branche immeuble	35
2.3 Construction de la base de travail	36
2.4 Nombre de sinistres par segment sur l'historique 2014-2019	36
2.5 Étude du paramètre $\xi$ , domaine d'attraction pour l'ensemble des segments	37
2.6 Etude du domaine d'attraction pour le segment STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	37
2.7 Estimateur de Hill : Etude STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	38
2.8 Zoom sur la zone de stabilité de l'estimateur de Hill	38
2.9 Application d'un seuil de 12.000€ du segment ]0,1000m <sup>2</sup> ]	39
2.10 Estimateur de Hill : Seuils candidats	39
2.11 Estimateur de Pickands : Etude STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	40
2.12 Estimateur de Pickands : Seuils candidats	40
2.13 Estimateur de DEdH : Etude STD ]0,1000m <sup>2</sup> ]	41
2.14 Estimateur DEdH : Seuils candidats	41
2.15 Estimateur de Gerstengarbe : Etude STD ]0 :1000m <sup>2</sup> ]	41
2.15 Seuils retenus par segments	42
2.16 Seuils retenus par segments pour l'année 2019	42
2.17 Seuils retenus par segments pour l'année 2018	42
2.18 Écrêtement de la charge sinistre	43
3.1 Rappel des seuils retenus par segments	44
3.2 Jewell : un modèle de crédibilité hiérarchique	50
3.3 Résultats des paramètres estimés modèle BS	55
3.4 Résultats des paramètres estimés du modèle Bühlmann-Straub	55
3.5 Distribution des facteurs de crédibilité du produit standard	56
3.6 Distribution des facteurs de crédibilité du produit standard	56
3.7 Distribution des facteurs de crédibilité du produit MIE et Flottes d'immeubles	56
3.8 Lissage de la charge sinistre au-delà d'un seuil	57

TABLE DES FIGURES

3.9 Étude de la distribution de la charge par segment : détermination d'un seuil de lissage	57
3.10 Part de la charge lissée	58
3.11 Comparaison des facteurs de crédibilité du produit Standard après lissage	58
3.12 Comparaison des facteurs de crédibilité du produit MIE et Flottes d'immeubles après lissage	58
3.13 Distribution des facteurs de crédibilité du modèle de Jewell pour le produit Standard ]0,1000m <sup>2</sup> ] et ]1000,2000m <sup>2</sup> ]	59
3.14 Distribution des facteurs de crédibilité du modèle de Jewell pour le produit Standard, MIE et Flottes d'immeubles	60
3.15 Comparaison de la distribution des facteurs de crédibilité du produit standard	61
3.16 Distribution des facteurs de crédibilité du produit MIE et Flottes d'immeubles	62
3.17 Distribution des coefficients de variation du produit Standard	63
3.18 Distribution des coefficients de variation du produit MIE et Flottes d'immeubles	63
4.1 Construction de la charge totale	67
4.2 Construction de l'Economic Combined Ratio	68
4.3 Distribution de l'ECR modélisé sur le portefeuille immeuble à la maille contrat	69
4.4 Distribution de l'ECR modélisé par segment sur le portefeuille immeuble	69
4.5 Comparaison des ECR crédibilisés en base 100 avec les analyses annuelles de rentabilité	70
4.6 Évolution de l'indice FFB entre 2009 et 2020	71
4.7 Durée de vie d'un contrat d'assurance	72
4.8 Durée de vie d'un contrat d'assurance	73
4.9 Calcul de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Standard	75
4.10 Représentation de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Standard	75
4.11 Calcul de la probabilité de maintien en portefeuille du produit MIE	76
4.12 Représentation de la probabilité de maintien en portefeuille du produit MIE	76
4.13 Calcul de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Flottes d'immeubles	76
4.14 Représentation de la probabilité de maintien en portefeuille du produit Flottes d'immeubles	77
4.15 Comparaison des probabilités de résiliation : projection sur 30ans	77
4.16 Duration en années par produit	78
5.1 Distribution des valeurs contrats en unité de prime : vision portefeuille immeuble	81
5.2 Distribution de la valeur en unité de prime par segmentation du portefeuille	81
5.3 Exemple de la distribution de la valeur contrat en unité de prime pour le contrat $i$	82
5.4 Phénomène de changement de classe de la valeur contrat en unité de prime	83
5.5 Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude $N$ et $N - 1$	83
5.6 Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude $N$ et $N - 1$ pour le périmètre Standard	84
5.7 Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude $N$ et $N - 1$ pour le périmètre MIE	85
5.8 Résultats sur la branche multirisque immeuble de l'étude $N$ et $N - 1$ pour le périmètre Flottes d'immeubles	85
5.9 Distribution des écarts des valeurs en unité de prime	86
5.10 Sensibilité du paramètre de fréquence de sinistres	87
5.11 Sensibilité du paramètre de coût moyen des sinistres	87
5.12 Sensibilité du paramètre de taux d'actualisation	87
5.13 Sensibilité du paramètre de résiliation	88
5.14 Sensibilité du paramètre de majoration des primes	88
5.15 Valeur syndic en fonction de la COPHT	90
5.16 Indice syndic selon les valeurs en euros et en unité de prime	90
5.17 Distribution des valeurs contrats par indice syndics	91
5.18 Cohérence indices syndics et détections en nombre	92
5.19 Cohérence indices syndics et détections en COPHT	93

---

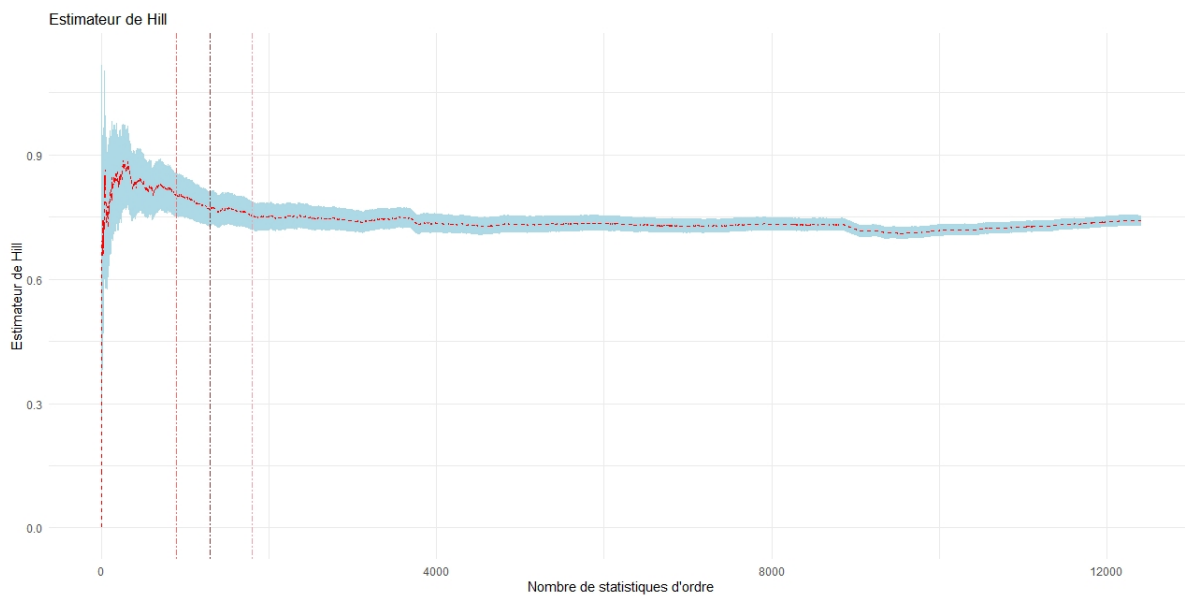
6.1 Explication pédagogique de la valeur	96
6.2 Explication pédagogique de la valeur	97
6.3 Comparaison des ECR par segment	97
6.4 Comparaison de la valeur par segment	98
6.5 Répartition des intermédiaires par indice	99
6.6 Évolutions des indices distributeurs après l'ajout des valeurs Immeuble	99
6.7 Indice distributeur : les agents	100
6.8 Indice distributeur : les courtiers	100
6.9 Compléments de l'indice distributeur agent	100
6.10 Compléments de l'indice distributeur courtier	101

# Annexes

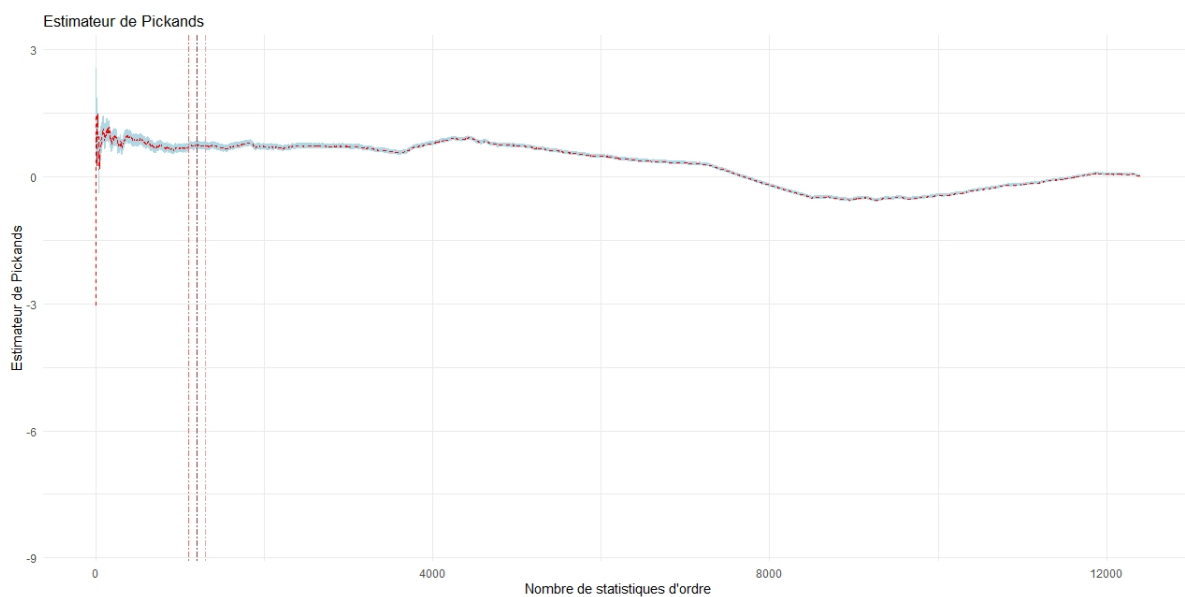


## Annexe 1 : Détermination d'un seuil de sinistres graves

Choix du seuil pour le produit standard ]1000,2000m<sup>2</sup>]

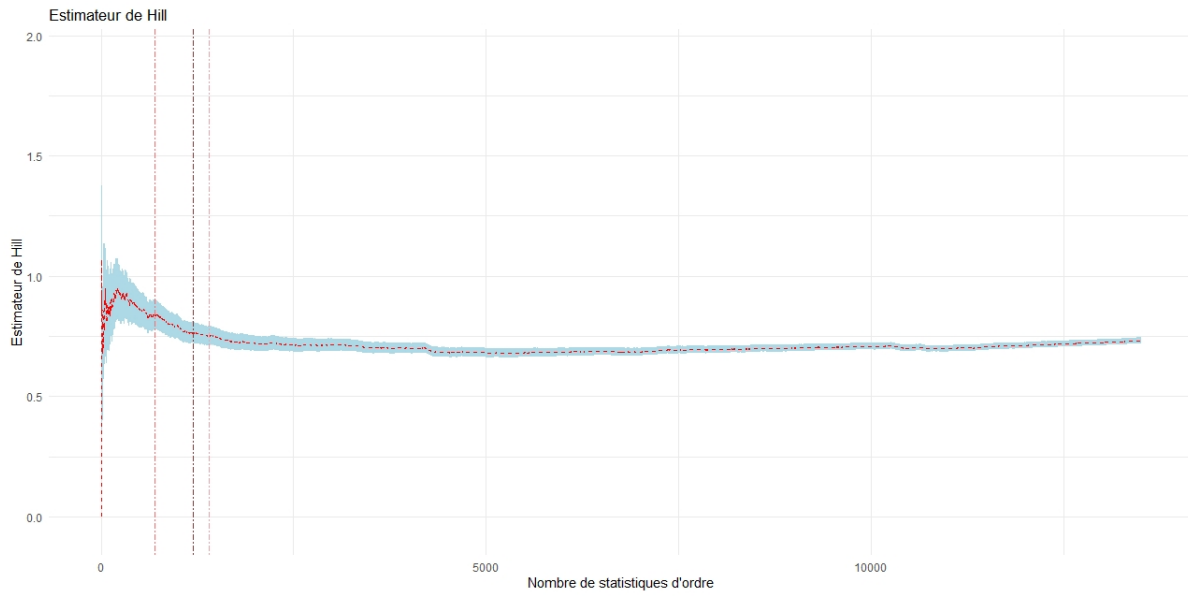


Estimateur de Hill sur les données standards ]1000,2000m<sup>2</sup>]

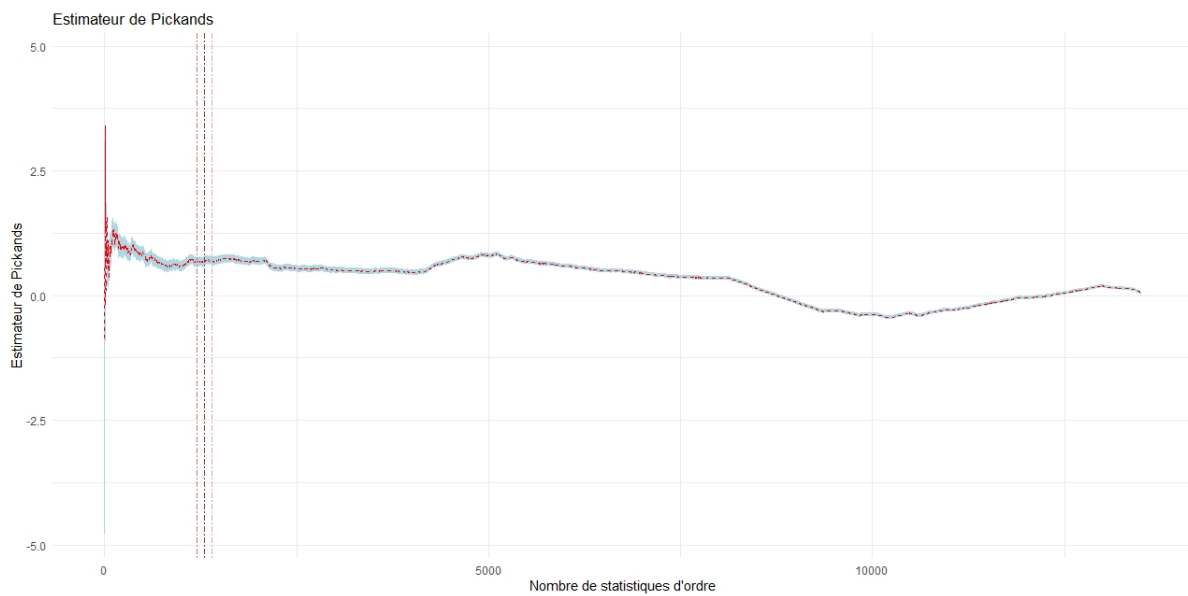


Estimateur de Pickands sur les données standards ]1000,2000m<sup>2</sup>]

Choix du seuil pour le produit standard  $]2000,4000m^2]$

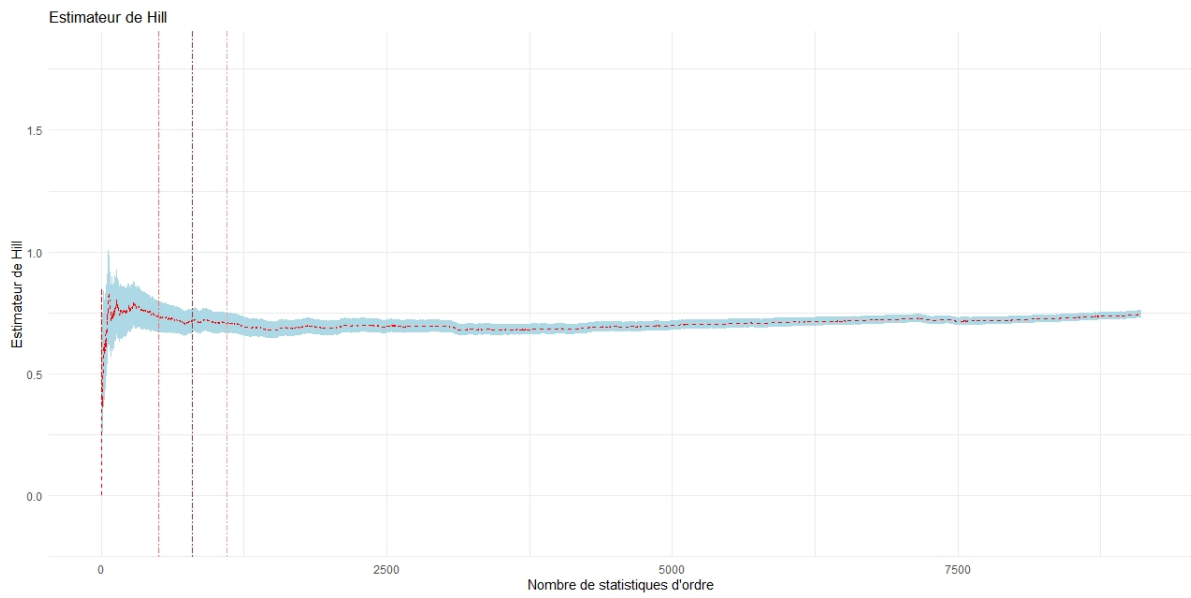


Estimateur de Hill sur les données standards  $]2000,4000m^2]$

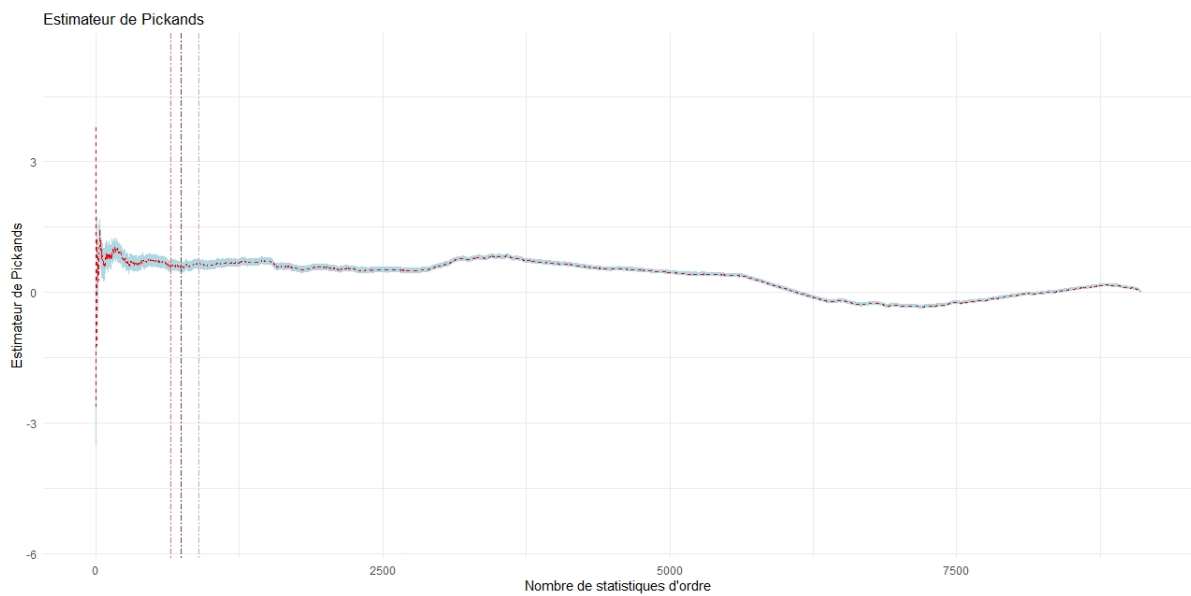


Estimateur de Pickands sur les données standards  $]2000,4000m^2]$

Choix du seuil pour le produit standard  $]4000,7000m^2]$

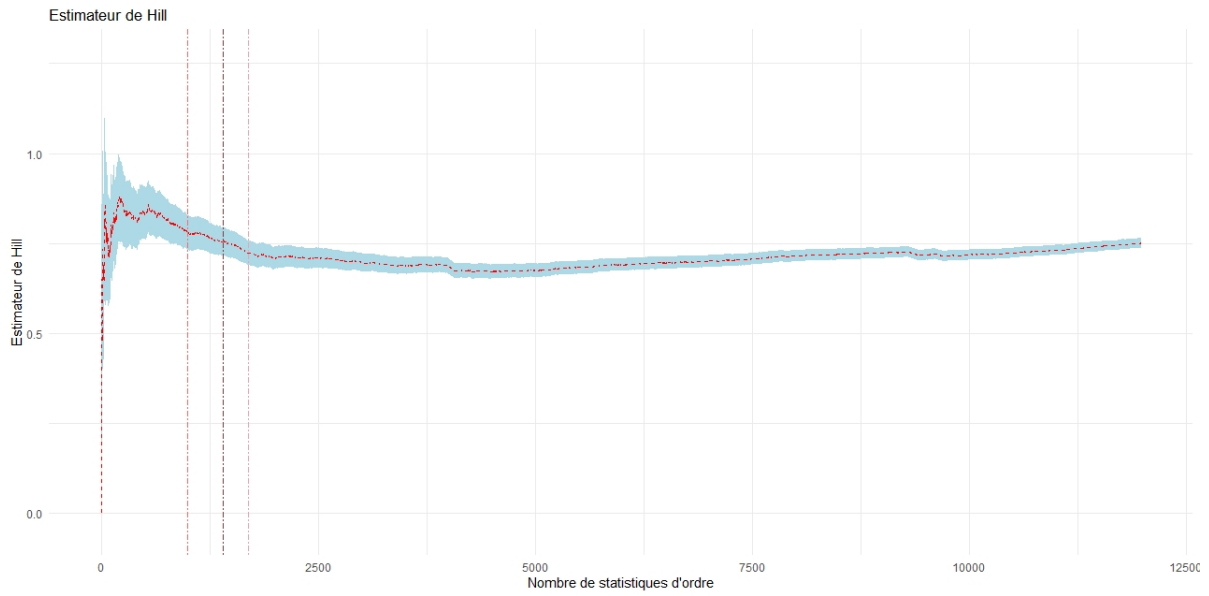


Estimateur de Hill sur les données standards  $]4000,7000m^2]$

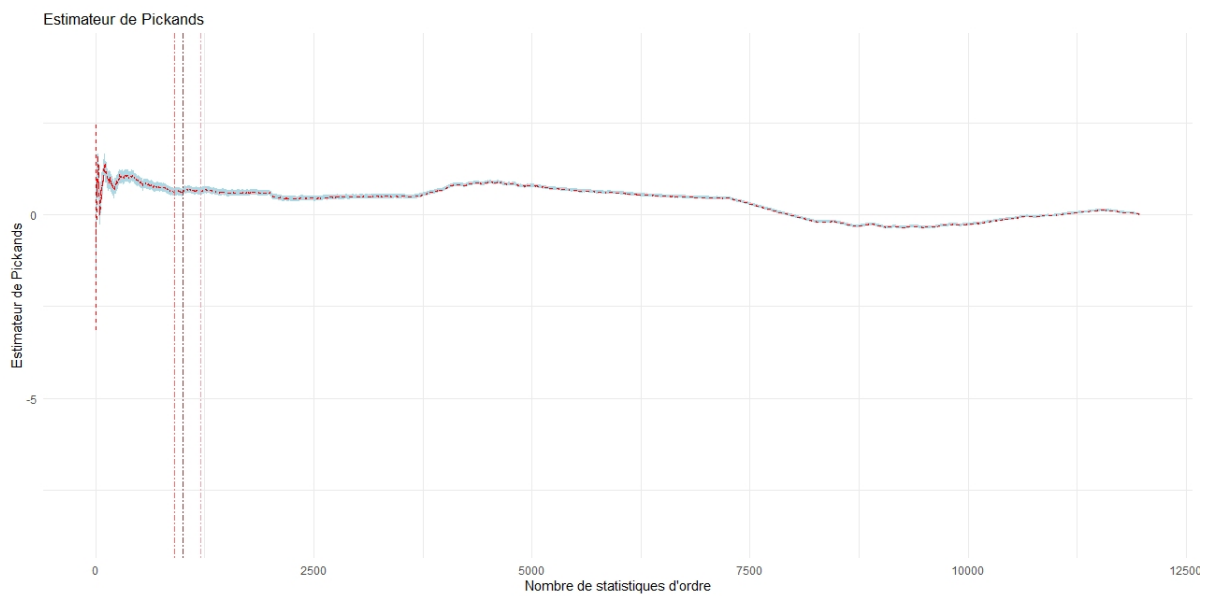


Estimateur de Pickands sur les données standards  $]4000,7000m^2]$

Choix du seuil pour le produit standard  $]7000 m^2, +\text{inf}[$

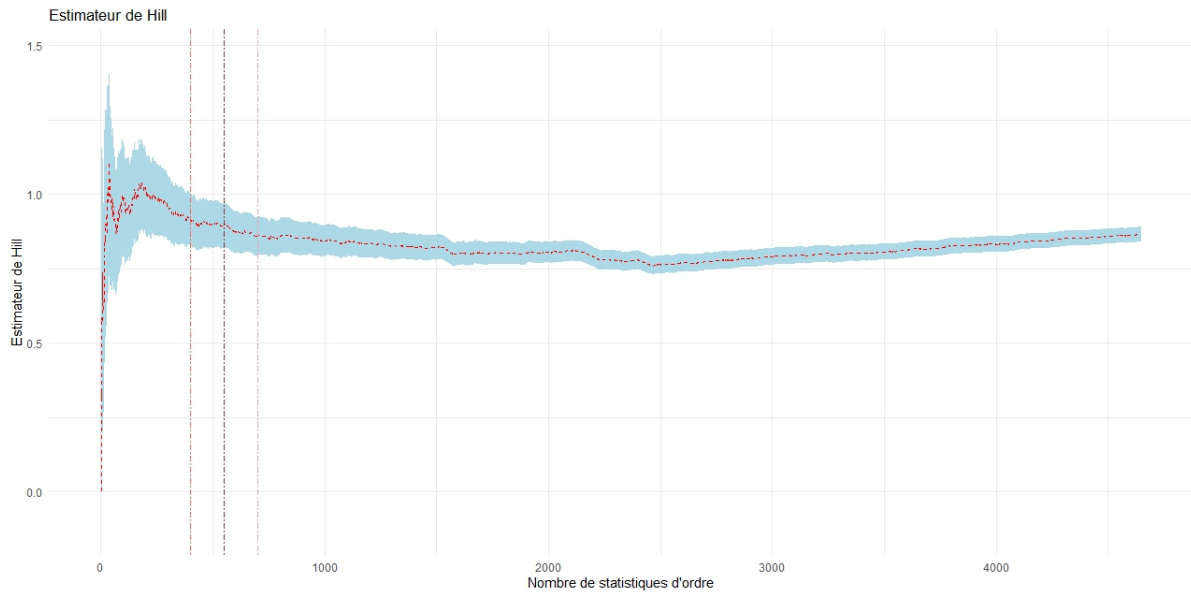


Estimateur de Hill sur les données standards  $]7000m^2, +\text{inf}[$

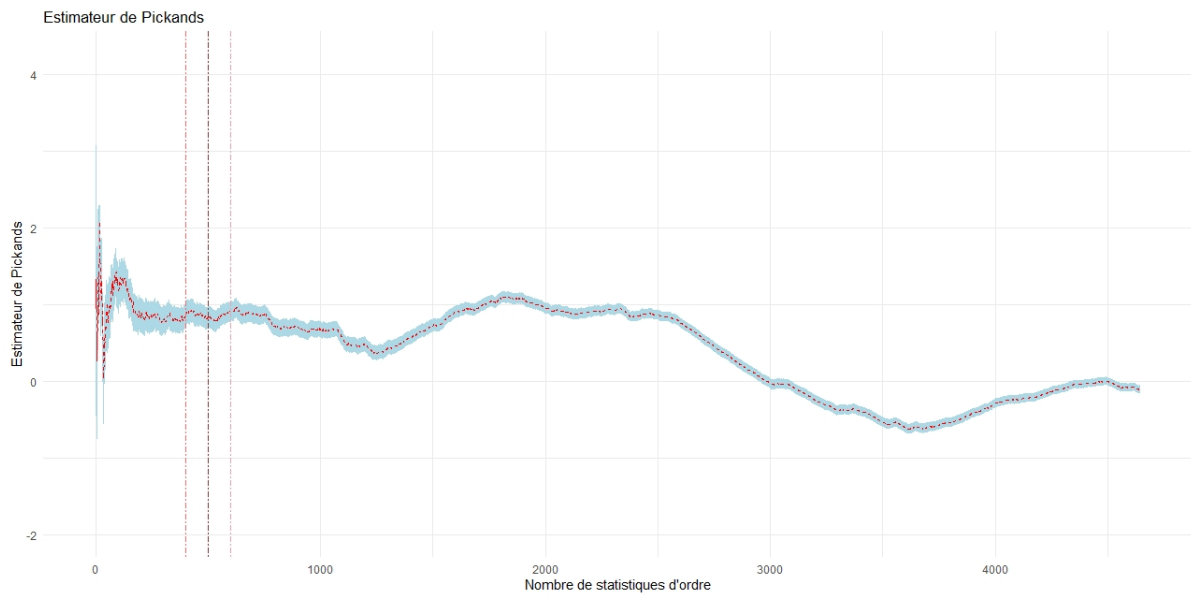


Estimateur de Pickands sur les données standards  $]7000m^2, +\text{inf}[$

## Choix du seuil pour le produit MIE

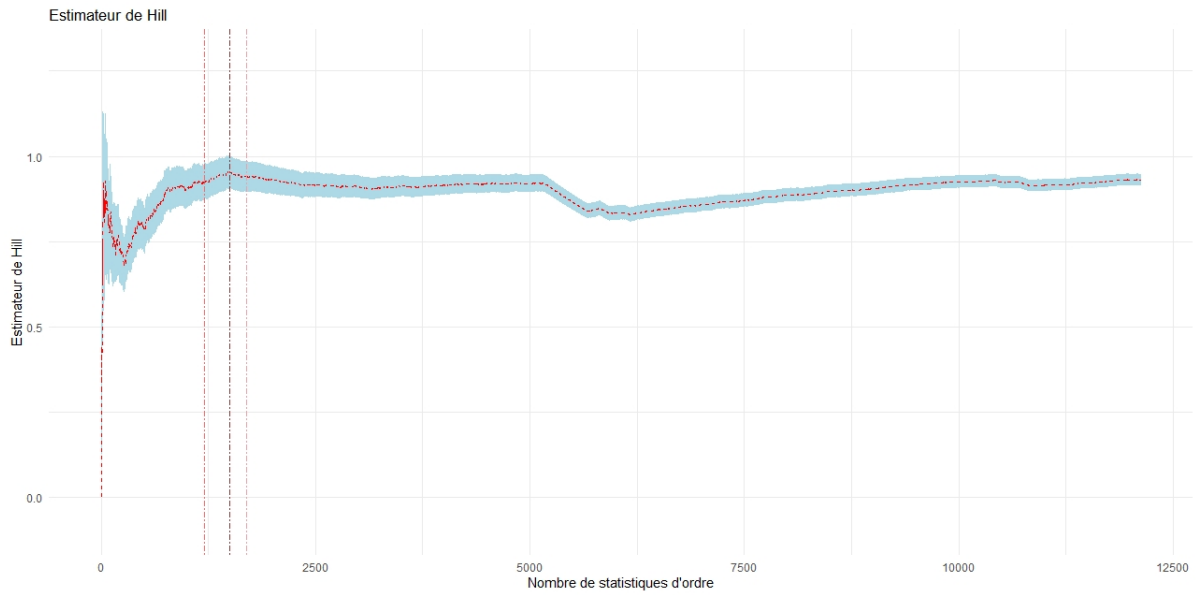


Estimateur de Hill sur les données MIE

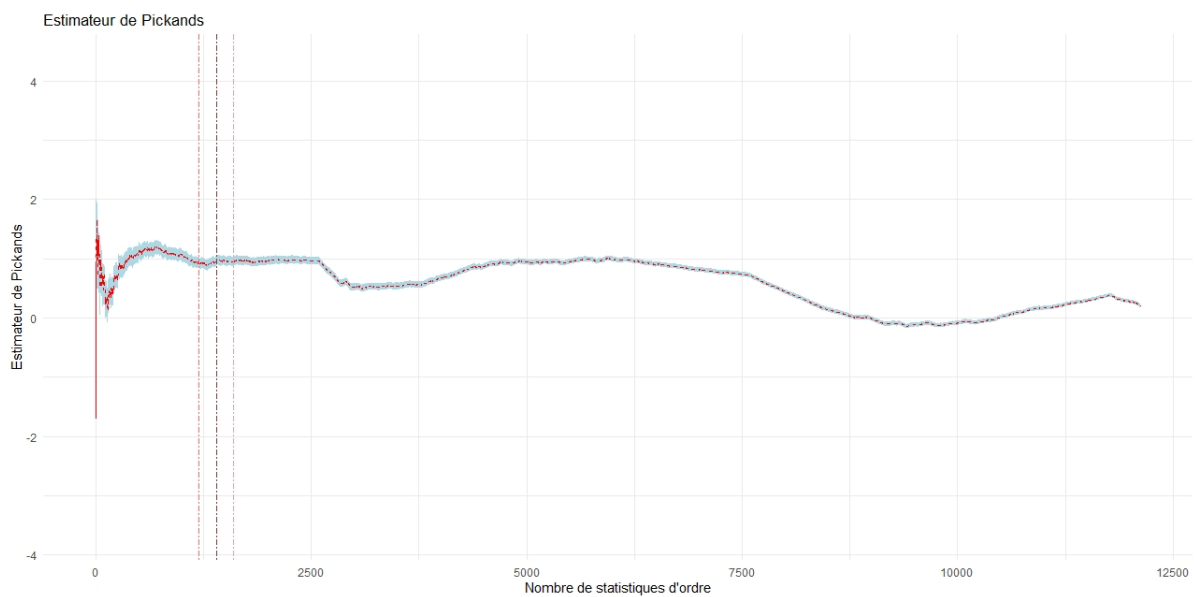


Estimateur de Pickands sur les données MIE

## Choix du seuil pour le produit Flottes d'immeubles



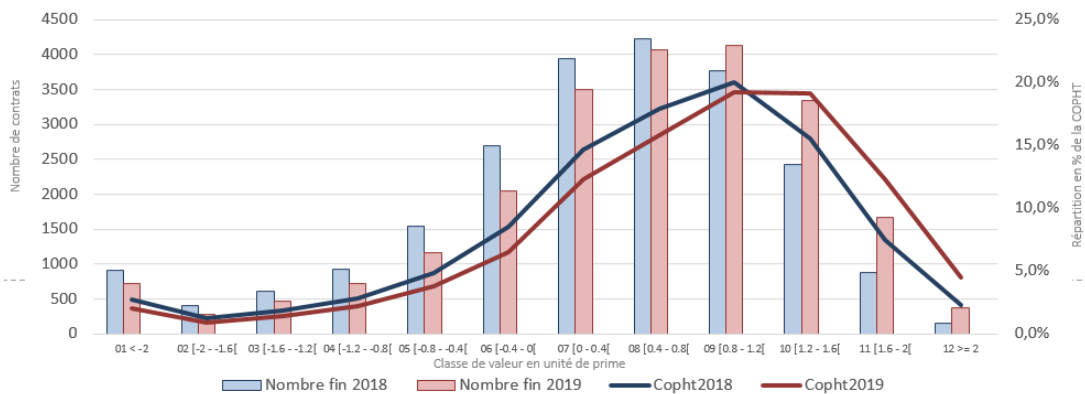
Estimateur de Hill sur les données Flottes d'immeubles



Estimateur de Pickands sur les données Flottes d'immeubles

## Annexe 2 : Stabilité de la valeur des sous-segments du produit Standard

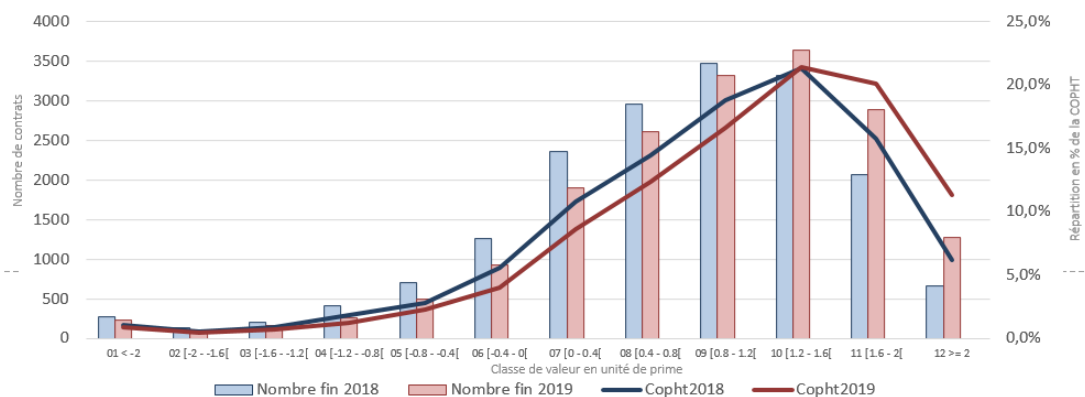
### Etude des évolutions N et N-1 : Produit Standard ]0,1000m<sup>2</sup>]



Standard STD : ]0,1000m <sup>2</sup> ]		
Changements de classe	%	%cumulé
0	29,5%	30%
1	52,2%	82%
2	11,0%	93%
3	3,7%	96%
4	1,8%	98%
5	0,9%	99%
6	0,4%	100%
7	0,2%	100%
8	0,2%	100%
9	0,1%	100%
10	0,0%	0%

Étude de la stabilité des sous-catégories du produit Standard ]0,1000m<sup>2</sup>]

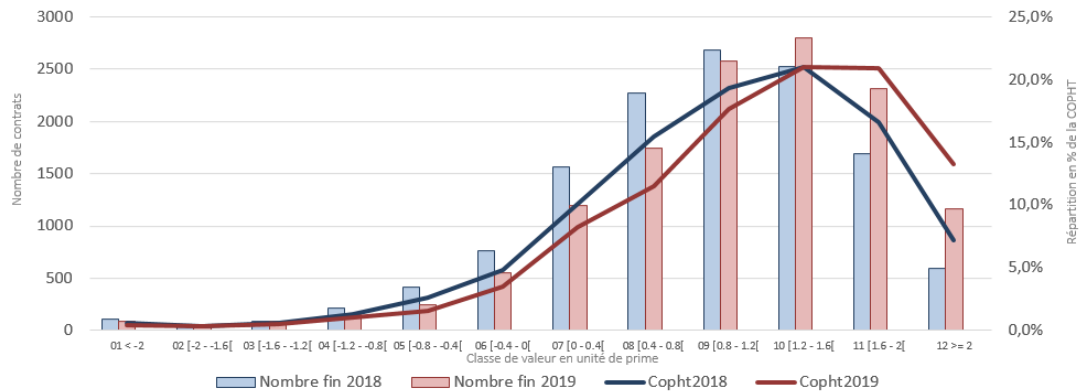
### Etude des évolutions N et N-1 : Produit Standard ]1000m<sup>2</sup>,2000m<sup>2</sup>]



Standard STD : ]1000,2000m <sup>2</sup> ]		
Changements de classe	%	%cumulé
0	32,6%	33%
1	47,8%	80%
2	12,7%	93%
3	3,8%	97%
4	1,6%	98%
5	0,9%	99%
6	0,4%	100%
7	0,2%	100%
8	0,1%	100%
9	0,1%	100%
10	0,0%	100%
11	0,0%	100%

Étude de la stabilité des sous-catégories du produit Standard ]1000,1000m<sup>2</sup>]

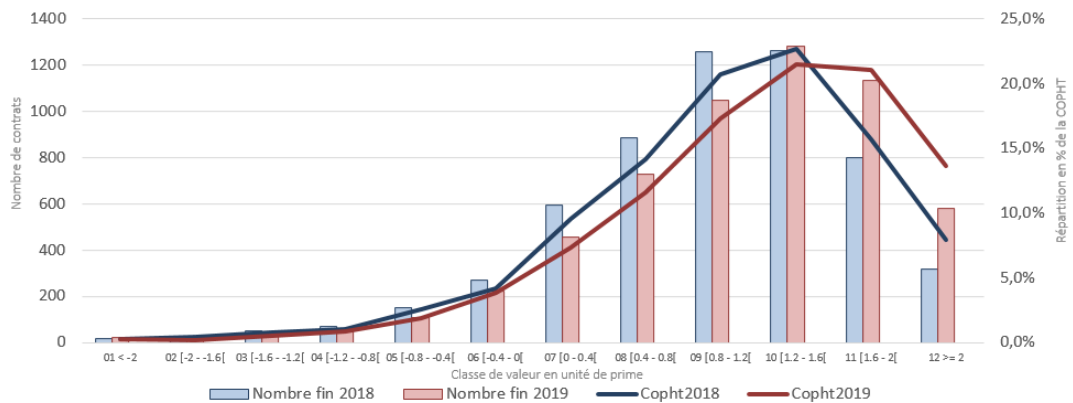
## Etude des évolutions N et N-1 : Produit Standard ]2000m<sup>2</sup>,4000m<sup>2</sup>]



Standard STD : ]2000,4000m <sup>2</sup> ]		
Changements de classe	%	%cumulé
0	32,0%	32%
1	47,0%	79%
2	14,2%	93%
3	4,0%	97%
4	1,5%	99%
5	0,7%	99%
6	0,4%	100%
7	0,1%	100%
8	0,0%	100%
9	0,0%	100%
10	0,0%	100%

Étude de la stabilité des sous-catégories du produit Standard ]2000,4000m<sup>2</sup>]

## Etude des évolutions N et N-1 : Produit Standard ]4000m<sup>2</sup>,7000m<sup>2</sup>]

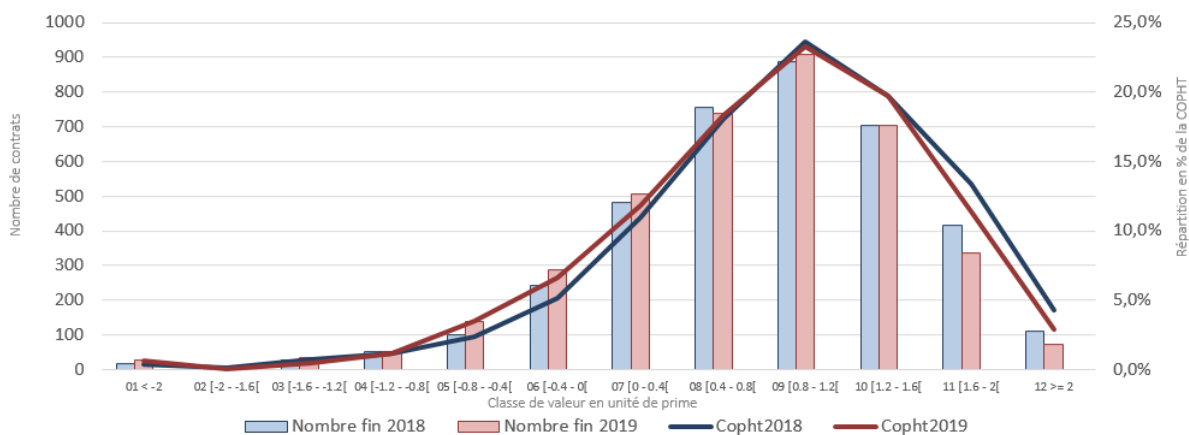


Standard STD : ]4000,7000m <sup>2</sup> ]		
Changements de classe	%	%cumulé
0	34,0%	34%
1	46,5%	81%
2	13,5%	94%
3	3,6%	98%
4	1,5%	99%
5	0,5%	100%
6	0,2%	100%
7	0,1%	100%
8	0,1%	100%
10	0,0%	100%

Étude de la stabilité des sous-catégories du produit Standard ]4000,7000m<sup>2</sup>]



## Etude des évolutions N et N-1 : Produit Standard ]7000m<sup>2</sup>, +inf[



Standard STD : ]7000m <sup>2</sup> , +inf[		
Changements de classe	%	%cumulé
0	46,0%	46%
1	39,1%	85%
2	9,7%	95%
3	2,9%	98%
4	1,2%	99%
5	0,5%	100%
6	0,3%	100%
7	0,1%	100%
8	0,1%	100%

Étude de la stabilité des sous-catégories du produit Standard ]7000m<sup>2</sup>, +inf[