

**Mémoire présenté devant le**  
**Conservatoire National des Arts et Métiers**  
**pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat**  
**et l'admission à l'Institut des Actuaires**

**le 6 mai 2021**

Par : Oussama OUALLALI

Titre: Modélisation prospective de l'activité assurantielle d'une compagnie IARD

Confidentialité :  NON       OUI (Durée :  1 an     2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*      Signatures :      Entreprise :

Michel GERMAIN

Nom : ADDACTIS

Edith BOCQUAIRE

Stéphanie FOATA

Directeur de mémoire en entreprise :

*Membres présents du jury du Master  
Actuariat du CNAM :*

Nom : Anthony Fauchon

Signature :

David FAURE

Président du jury :

Nathanaël ABECERA

Nom : Sandrine LEMERY

Olivier DESMETTRE

Signature :

François WEISS

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels**  
*(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

*Secrétariat*

Signature du candidat

*Bibliothèque :*



## Résumé

Dans un environnement de plus en plus réglementé, compétitif et instable, les entreprises doivent avoir une vision globale et prévisionnelle de leurs activités afin de pouvoir répondre rapidement à ces contraintes et d'anticiper les futures difficultés que l'entreprise pourrait rencontrer. Cela implique une mise en œuvre d'un plan stratégique permettant d'anticiper les enjeux attendus par l'entreprise.

On parle ici de Business Plan, ou Plan à Moyen Terme. Ce dernier représente l'état actuel de l'entreprise et se base sur un plan opérationnel et financier pour les prochaines années (souvent à horizon entre 4 et 5 ans) afin de détailler la stratégie générale de la société. Le format du Business Plan varie d'un domaine à un autre, mais en général il se concentre sur les ventes, les produits, le marketing et le management.

Dans le domaine de l'assurance, en plus d'être utilisé dans la prise de décision stratégique et le pilotage de l'activité de l'assurance, le Business Plan est un outil indispensable pour répondre aux exigences demandées par la directive Solvabilité II qui encourage les compagnies d'assurance à identifier et quantifier leurs risques en adaptant ces exigences réglementaires à leurs activités. La directive Solvabilité II repose sur trois piliers : le pilier 1 (exigences quantitatives), le pilier 2 (exigences qualitatives) et le pilier 3 (reporting quantitatif, rapport SFCR, RSR, ...).

Le deuxième pilier traite les aspects qualitatifs, tels que la gouvernance et la gestion des risques. Un de ses objectifs principaux est d'inciter l'assureur à calculer et maîtriser ses risques. En pratique, cela se traduit par la mise en place de l'ORSA (Own Risk And Solvency Assessment). Si le Business Plan est plus focalisé sur le développement du chiffre d'affaires et sur la maîtrise des frais généraux, l'ORSA, quant à elle, permet aux entreprises de se projeter sur un horizon futur, d'évaluer leurs profils de risque et leurs besoins en solvabilité, de mesurer l'impact à moyen terme des décisions prises à l'échelle du management, et de tester la résistance de l'entreprise à des scénarios traduisant des évolutions probables des facteurs des risques identifiés lors de l'évaluation du profil de risque.

La dimension pluriannuelle de l'ORSA demande la prise en compte, en plus des risques existants, de potentiels nouveaux risques liés aux activités futures de l'entreprise d'assurance. La modélisation prospective de l'activité assurantielle sous forme de **Business Plan** est alors primordiale pour la projection de l'activité future de l'entreprise et pour le test de la résistance de l'entreprise aux futurs scénarios de chocs possibles qui sont nécessaires aux calculs liés à l'ORSA.

Parmi les facteurs de risque pouvant impacter les branches à déroulement long (comme la responsabilité civile) et que l'assureur doit prendre en compte lors de l'élaboration du Business Plan, il y a l'inflation. Lors de la projection du passif de l'entreprise, la non-prise en compte de l'inflation peut entraîner une sous-estimation des provisions des sinistres et des

règlements. En effet, la charge ultime des sinistres et les coûts de règlement des branches longues sont très sensibles au taux d'inflation. C'est pour cette raison que la directive de Solvabilité II recommande la prise en compte des effets de l'inflation dans le calcul des provisions techniques.

Ce mémoire propose une modélisation de l'activité assurantielle d'une compagnie d'assurance sous forme d'un Business Plan prospectif projetant l'ensemble du passif et l'actif technique de l'entreprise hors actifs financiers. Cette activité est constituée de primes, sinistres, réassurance et frais. Le modèle du Business Plan proposé est générique et adapté à la majeure partie du marché IARD. Il pourra alimenter les calculs liés à l'ORSA. La modélisation de l'actif et de l'ALM n'est pas étudiée dans ce mémoire.

Quant à la modélisation de l'inflation, le mémoire présente la méthode des composantes inobservables (UCM Unobserved Components Models) qui permet de modéliser de l'inflation sous forme de série temporelle en prenant en compte des variables explicatives. Les modèles UCM allient la flexibilité des modèles ARIMA à la simplicité d'usage et d'interprétation des « modèles de lissage ». Cette méthode sera appliquée pour modéliser l'inflation des coûts médicaux qui impacte la branche de la « Responsabilité Civile ».

#### **Mots-clés**

ORSA, Business Plan, Inflation, Unobserved Components Model, Provisionnement, Comptabilité des assurances, Solvabilité 2

## Abstract

In an increasingly regulated, competitive and unstable environment, companies must have a comprehensive and forward-looking view of their activities to be able to respond quickly to these constraints and to anticipate future difficulties that the company may encounter. This implies the implementation of a strategic plan to anticipate the challenges expected by the company.

We are talking here about a Business Plan, or Medium-Term Plan. The latter represents the current state of the company and is based on an operational and financial plan for the coming years (often between 4 and 5 years) to detail the general strategy of the company. The format of the Business Plan varies from area to area, but in general it focuses on sales, products, marketing and management.

In the field of insurance, in addition to being used in strategic decision-making and the management of insurance activity, the Business Plan is an essential tool to meet the requirements of the Solvency II directive which encourages insurance companies to identify and quantify their risks by adapting these regulatory requirements to their activities. The Solvency II directive is based on three pillars: pillar 1 (quantitative requirements), pillar 2 (qualitative requirements) and pillar 3 (quantitative reporting, SFCR report, RSR, etc.).

The second pillar deals with qualitative aspects, such as governance and risk management. One of its main objectives is to encourage the insurer to calculate and control its risks. In practice, this translates into the implementation of the ORSA (Own Risk and Solvency Assessment). If the Business Plan is more focused on the development of turnover and the control of overheads, the ORSA, for its part, allows companies to project their activities into the future, to assess their risk profiles and their solvency needs, to measure the medium-term impact of decisions taken at management level, and to test the company's resistance to scenarios reflecting probable changes in the risk factors identified during the assessment of the risk profile.

The multiannual dimension of the ORSA requires consideration, in addition to existing risks, of potential new risks linked to the future activities of the insurance company. Prospective modeling of insurance activity in the form of a Business Plan is therefore essential for the projection of the company's future activity and for testing the company's resistance to future scenarios of possible shocks which are necessary for the calculations linked to ORSA.

Among the risk factors that can impact long-winding branches (such as civil liability) and that the insurer must consider when developing the business plan, there is inflation. When projecting the company's liabilities, failure to take inflation into account can lead to an underestimation of claims and claims reserves. In fact, the ultimate claim burden and the settlement costs of long branches are very sensitive to the rate of inflation. It is for this

reason that the Solvency II Directive recommends considering the effects of inflation in the calculation of technical provisions.

This thesis proposes a modeling of the insurance activity of an insurance company in the form of a prospective Business Plan projecting all the liabilities and technical assets of the company excluding financial assets. This activity consists of premiums, claims, reinsurance and costs. The proposed Business Plan model is generic and suitable for most of the P&C market. It will be able to feed the calculations related to the ORSA. The modeling of the asset and ALM is not studied in this thesis.

As for the modeling of inflation, the thesis presents the method of unobserved components (UCM Unobserved Components Models) which makes it possible to model inflation in the form of a time series by considering explanatory variables. UCM models combine the flexibility of ARIMA models with the ease of use and interpretation of "smoothing models". This method will be applied to model the inflation of medical costs which impacts the "Civil Liability" branch.

#### **Keywords**

Solvency II, ORSA, business plan, inflation, UCM, Branches long

## Remerciements

Je tiens tout particulièrement à remercier Monsieur Anthony FAUCHON, mon ancien maître de stage, pour son aide précieuse, ses encouragements et ses conseils tout au long de ce stage.

Je tiens aussi à témoigner ma reconnaissance à Monsieur Benjamin POUDRET, responsable « Modeling & Risk » du pôle IARD, pour son suivi et l'intérêt à l'égard de mon travail.

Je tiens aussi à témoigner ma reconnaissance à Mme Anne-Charlotte BONGARD, pour m'avoir permis de réaliser mon stage de fin d'études chez Addactis dans d'excellentes conditions.

Je finirai par exprimer ma gratitude à tous mes collègues d'Addactis pour leur bonne humeur, sympathie et soutien au cours de cette expérience professionnelle.

## Sommaire

<b>I. Cadre Règlementaire.....</b>	<b>12</b>
A. Contexte général .....	12
1. Enjeux liés à l'élaboration du plan stratégique de l'entreprise.....	12
2. Enjeux liés au contexte réglementaire Solvabilité 2 .....	13
3. Enjeux liés au lancement d'un nouveau produit.....	19
B. Environnement comptable.....	19
1. Compte de résultat.....	20
2. Bilan .....	21
3. Primes.....	21
4. Sinistres .....	22
5. Réassurance.....	22
6. Frais .....	23
7. Autres provisions techniques .....	23
8. Produits des placements alloués.....	23
C. Business Plan et inflation .....	23
<b>II. Modélisation du Business Plan .....</b>	<b>25</b>
A. Structures du modèle .....	25
B. Cadrage du modèle .....	26
1. Critères permettant d'évaluer la qualité d'un modèle de Business Plan.....	26
2. Granularité .....	28
3. Spécificités pouvant être requises par certaines compagnies .....	30
C. Modélisation proposée .....	32
1. Portefeuille de contrats assurantiels.....	33
2. Sinistres .....	37
3. Réassurance.....	44
4. Frais Généraux.....	48
5. Autres produits et charges techniques .....	50
<b>III. Modélisation de l'inflation .....</b>	<b>54</b>
A. Cadre Mathématique : Modèle UCM.....	54
1. La tendance .....	55
2. Le cycle .....	56
3. Le terme autorégressif .....	57
4. La saisonnalité .....	57
5. Les termes de régression.....	58
B. Présentation des données.....	59
1. Taux d'inflation des coûts médicaux.....	59
2. Taux d'inflation générale.....	60
3. Taux de croissance économique (PIB).....	62
C. Calibration et validation du modèle :.....	63
1. Modèles saturés .....	64

2. Modèles non saturés.....	66
D. Résultat :.....	68
<b>IV. Présentation des données utilisées.....</b>	<b>71</b>
A. Bilan.....	71
B. Passif.....	72
C. Actif.....	73
D. Hypothèses techniques.....	74
E. Primes.....	74
F. Sinistres.....	75
1. Ratio Sinistres sur Primes acquises (S/P).....	75
2. Cadences de règlement.....	77
G. Réassurance.....	78
H. Frais :.....	79
I. Autres éléments :.....	79
<b>V. Application du Business Plan dans le cadre de l'ORSA.....</b>	<b>81</b>
A. Scénario central.....	81
1. Analyse du chiffre d'affaires.....	81
2. Indicateurs principaux du Business Plan.....	82
3. Analyse du ratio de couverture.....	83
4. Impact du taux de versement des dividendes.....	85
B. Scénario de stress.....	86
1. Présentation des scénarios de stress.....	86
2. Résultats et analyses des scénarios de stress :.....	86
3. Hausse du chiffre d'affaires.....	92
4. Hausse des taux.....	93
5. Baisse des taux.....	95
C. Analyse de l'impact de la prise en compte de l'inflation.....	97
1. Sensibilité à l'inflation :.....	97
2. Impact de l'intégration de l'inflation.....	98
3. Stress Tests liés à l'inflation.....	100
1. Primes.....	106
2. Sinistres.....	107
3. Réassurance.....	107
4. Frais.....	109
5. Autres provisions techniques.....	109
6. Produits des placements alloués.....	110

## Introduction générale

Afin de faire face aux incertitudes liées aux risques pouvant impacter sa solvabilité, toute entreprise d'assurance doit intégrer une vision prospective dans la prise de décision stratégique, dans le pilotage de l'activité de l'assurance et dans l'élaboration des calculs réglementaires. À ce titre, ce mémoire propose une modélisation de Business Plan prospectif et générique permettant de projeter l'activité assurantielle d'une compagnie d'assurances IARD ainsi que la modélisation de l'inflation des coûts médicaux intervenant dans la plupart des problématiques liées à la branche langue de la « Responsabilité civile ».

Ce modèle, que nous avons développé sous logiciel de modélisation addactis® Modeling, peut être utilisé de façon autonome dans le cadre de la prise des décisions stratégiques au niveau des directions financières et du contrôle de gestion. Mais il peut aussi être utilisé au sein d'un processus plus large comme l'ORSA ou l'appétence. Dans ce cas, la projection de l'actif financier et le calcul du SCR projeté peuvent être réalisés à l'extérieur de notre modèle.

Le Business Plan proposé permettra de projeter les quatre éléments suivants : primes, sinistres, frais et réassurance. La projection des actifs financiers et le calcul de leurs valeurs comptables et valeurs de marché ne seront pas traités dans le cadre de ce mémoire.

Étant donné que le but de ce projet est de proposer un modèle générique, nous avons utilisé les données d'une société de bancassurance dans les phases du cadrage et de la validation du modèle. Cette compagnie d'assurance est représentative de l'activité de marché (hors crédit -caution et construction) et ses données sont équivalentes à celle que nous pouvons obtenir à partir d'informations et de données moyennes sur le marché français de l'assurance dommages.

La première partie présente le contexte du mémoire, les enjeux réglementaires ainsi que l'intérêt de la modélisation de l'inflation dans l'élaboration d'un Business Plan.

La deuxième partie présente nos choix opérationnels dans la construction du Business Plan et notamment les spécifications techniques détaillées de la projection des passifs. Ces éléments constituent une réponse opérationnelle aux problématiques que toute compagnie IARD se pose lors de la construction du Business Plan.

Nous consacrerons la troisième partie à la modélisation de l'inflation des coûts médicaux. Nous commencerons par présenter la méthode UCM. Puis, nous passerons à la présentation des différentes données nécessaires à cette modélisation. Nous finirons par la proposition de deux modélisations différentes pour chaque type d'inflation.

Enfin, dans les deux dernières parties, nous appliquons notre modélisation du Business Plan sur une compagnie IARD dans le cadre d'un exercice ORSA.



# Partie I

## I. Cadre Règlementaire

### A. Contexte général

#### 1. Enjeux liés à l'élaboration du plan stratégique de l'entreprise

Les compagnies d'assurance ont l'obligation de suivre une démarche prévisionnelle afin de se prémunir de tous risques non anticipés. Cette démarche se décline en deux types.

Le premier appelé « **budget** » consiste à estimer tous les éléments nécessaires aux calculs du résultat de l'entreprise et sa solvabilité à horizon un an. Le deuxième type appelé « **plan opérationnel** » est une planification à moyen terme (horizon de 5 ans) utilisée pour tester et valider que la stratégie de l'entreprise et ses plans actions permettent d'atteindre les objectifs financiers fixés par la direction.

L'élaboration d'un Business Plan nécessite l'intervention de plusieurs acteurs.

Cela commence par la **direction générale**. Celle-ci met en place un plan stratégique sur la base de l'état actuel de l'entreprise sous forme de grandes lignes en matière de :

- Objectifs financiers : le niveau de résultats et le rendement attendu ainsi que les moyens financiers à mettre en œuvre pour atteindre la croissance souhaitée ;
- Politique commerciale : le niveau de production visé et les nouveaux produits à lancer.

Après l'élaboration du plan stratégique, la **direction opérationnelle** prend la main pour définir les plans d'action qui résultent de cette stratégie et les moyens nécessaires (Effectifs et organisation).

La dernière étape est animée par le contrôle de gestion. Son rôle consiste à valoriser les plans d'action et mesurer si ceux-ci répondent aux objectifs fixés par la direction technique.

Le schéma suivant résume toutes les étapes de la mise en place du budget et des plans :



Figure 1 : les étapes de l'élaboration du budget et des plans

L'outil du Business Plan pourrait aider les équipes de la direction opérationnelle à élaborer et valider leurs plans d'action et les équipes du contrôle de gestion à projeter les comptes de résultat et les bilans.

## 2. Enjeux liés au contexte réglementaire Solvabilité 2

### a) Rappels sur Solvabilité 2

Solvabilité II désigne la réforme réglementaire européenne des entreprises d'assurance entrée officiellement en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016.

Cette réforme vise à :

- **Uniformiser les normes prudentielles européennes**, afin d'homogénéiser l'évaluation des fonds propres et le capital requis ;
- **Encourager la bonne gestion et la prise en compte des risques propres à chaque entreprise**, en donnant plus de liberté aux entreprises dans l'évaluation de leurs risques ;
- **Améliorer les éléments de communication destinés à l'autorité de contrôle et au public.**

À l'instar de son homologue bancaire « Bâle II », Solvabilité II est constituée de 3 piliers :

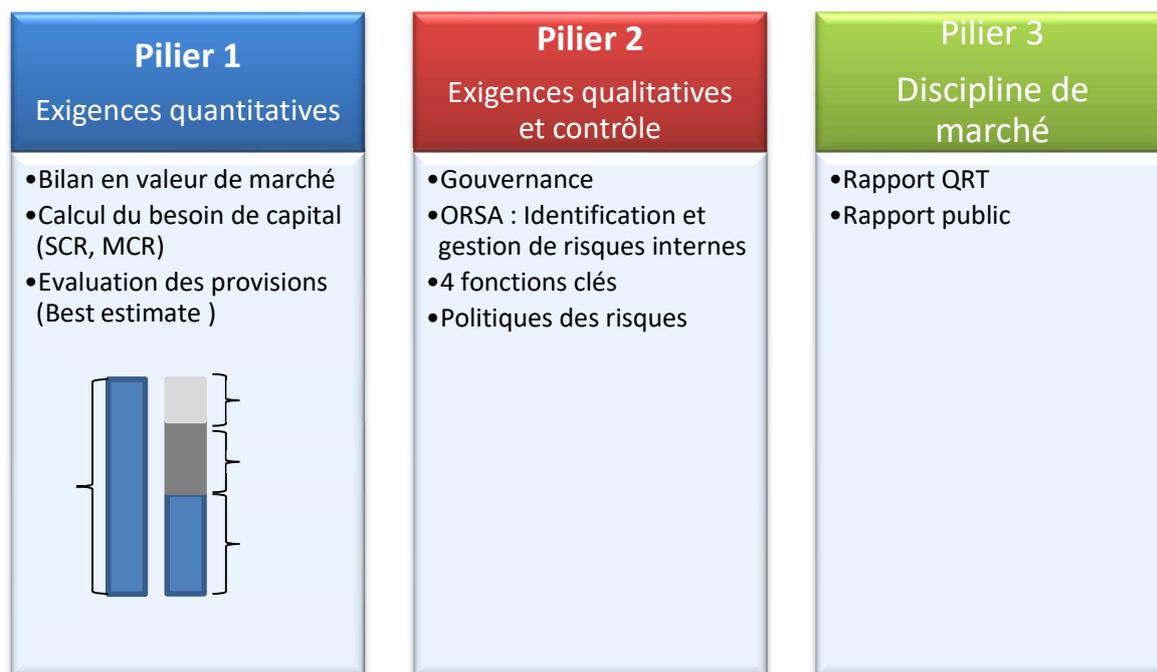


Figure 2 : Structure de la directive Solvabilité 2

Pour résumer :

- Le pilier 1 représente les exigences quantitatives pour la partie bilan et la solvabilité ;
- Le pilier 2 se focalise sur l'aspect qualitatif des contrôles, comme la gestion des risques et la gouvernance ;
- Le pilier 3 traite les informations communiquées au superviseur et au public.

### b) *Le rôle du Business Plan dans le Pilier 1*

Le pilier 1 représente les exigences quantitatives de la réglementation "solvabilité 2". Il traite les 3 notions suivantes :

- **La valorisation des actifs en valeur de marché :** Afin d'avoir de la visibilité sur la solvabilité d'un assureur, tous les actifs doivent être évalués en valeur du marché. Pour les actifs liquides, cette valeur est disponible sur le marché. Cependant, pour les actifs non liquides, on utilise la valeur économique la plus pertinente ;
- **L'identification des risques qui peuvent impacter le bilan prudentiel :** une entreprise d'assurance est soumise à un ensemble de risques, tels que le risque de marché et le risque de souscription. Pour être sûre de pouvoir respecter ses engagements à un horizon d'un an, la société doit identifier ses risques et évaluer leurs impacts possibles sur le bilan en cas de survenance ;
- **Calcul du SCR et du MCR :** l'assureur doit détenir des niveaux de fonds propres suffisants pour couvrir ses risques.

Définissons d'abord le SCR avant de détailler le rôle du Business Plan dans ce calcul.

Le SCR représente le montant de capital minimum que l'assureur doit avoir pour couvrir des pertes potentielles à horizon un an avec une probabilité de 99,5 % (Var 1 an 99,5 %). Il couvre le portefeuille actuel ainsi que les affaires nouvelles attendues dans les 12 prochains mois. Il peut être calculé par la formule standard ou par un modèle interne propre à l'entreprise.

Dans la formule standard, le calcul du SCR se décompose en plusieurs modules de risques contenant eux-mêmes plusieurs sous-modules.

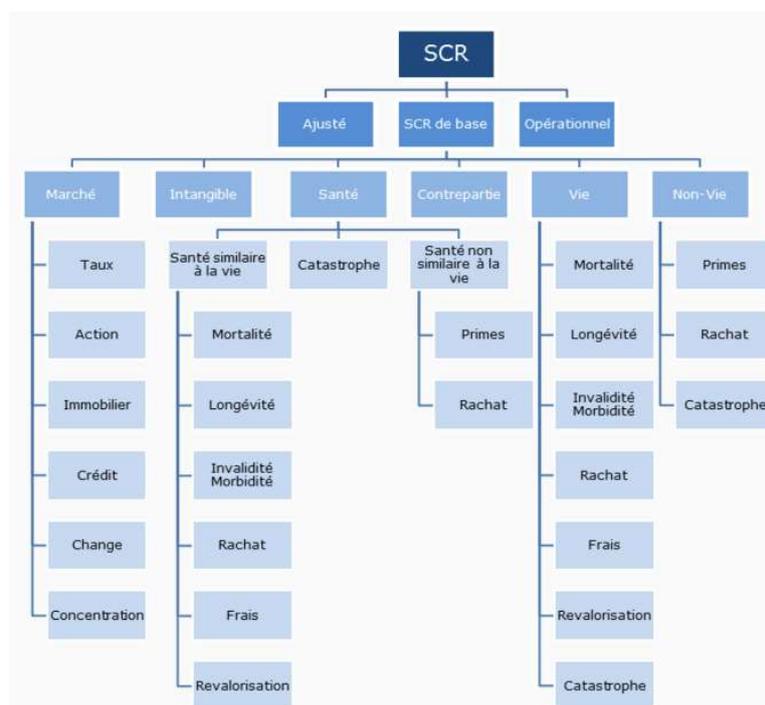


Figure 3 : les modules composant le SCR

Le sous-modèle qui nous intéresse le plus dans cette partie est le « risque de souscription non-vie », il est composé de 3 sous-modules :

- **Le risque de primes et de réserve en non-vie** : risques liés à la non-suffisance des primes perçues pour couvrir les sinistres futurs et la mauvaise estimation des sinistres ;
- **Le risque de cessation en non-vie** : Le risque de rachat couvre le risque de perte, ou de variation défavorable de la valeur des passifs de (ré) assurance, issues des variations du niveau ou de la volatilité des taux de rachat des déchéances, résiliations, renouvellements et cessions ;
- **Risque catastrophe** : risque des événements extrêmes non inclus dans les risques de tarification et de provisionnement.

Le calcul de sous-module du SCR nécessite entre autres les éléments suivants :

- La valeur actuelle attendue des primes à acquérir par l'entreprise après les 12 mois à venir pour les contrats existants ;
- La valeur actuelle attendue des primes à acquérir par l'entreprise pour les contrats dont la date de comptabilisation initiale survient dans les 12 mois à venir, mais à l'exclusion des primes à acquérir au cours des 12 mois qui suivent cette date initiale ;
- Les primes à acquérir par l'entreprise d'assurance au cours des 12 mois à venir ;
- Les primes acquises par l'entreprise d'assurance au cours des 12 derniers mois.

L'utilisation du Business Plan permettra d'estimer les valeurs listées précédemment. En effet, l'élaboration du « budget », qui représente une planification avec un horizon d'un an, fournit de façon détaillée un compte de résultat complet contenant tous les éléments que nous pouvons trouver dans un compte de résultat calculé sur une base réelle.

### *c) Enjeux liés au calcul de l'ORSA*

L'ORSA est un mécanisme interne d'évaluation des risques et de la solvabilité d'un organisme d'assurance. Il permet de s'assurer de la capacité de la compagnie à identifier, mesurer et gérer les risques pouvant impacter sa solvabilité ou sa situation financière. La mise en place de ce mécanisme nécessite de :

- Prendre en compte le profil de risque propre de la compagnie ;
- Identifier et mesurer les risques auxquels la compagnie d'assurance pourrait être exposée à court, moyen ou long terme ;
- Maîtriser de manière continue et prospective la solvabilité de l'entreprise ;
- Transmettre les résultats aux autorités de contrôle.

D'une manière concrète, la directive « 2009/138/CE » divise l'ORSA en trois composantes qui doivent être documentées et mesurées tant au niveau qualitatif que quantitatif afin d'élaborer un mécanisme efficace et évolutif. Ces trois composantes concernent :

- La mise en place de processus de surveillance de la couverture du SCR/MCR ;
- L'évaluation du « Besoin Global de Solvabilité » ;
- L'adéquation du profil de risque de l'entreprise avec les hypothèses et les modèles du pilier1.

Veiller à ce que les entreprises détiennent des fonds propres suffisants pour couvrir leurs engagements actuels et futurs nécessite le recours à des scénarios de stress appliqués à leurs Business Plans. Ils doivent montrer leurs capacités à rester solvables même après l'application de certains chocs sur les hypothèses retenues dans le scénario central de leurs Business Plans.

L'entreprise doit alors exécuter deux types de scénarios :

- **Scénario central** : Il correspond aux hypothèses générées à partir du scénario de base du Business Plan ;
- **Scénario de stress** : Il traduit les chocs que peut subir une compagnie d'assurance. On peut combiner plusieurs risques dans un seul scénario s'ils sont corrélés. Les scénarios peuvent être calibrés sur la base des données historiques ou sur la base des avis des experts.

Même si le taux de couverture calculé sur la base d'un scénario central est largement supérieur à 100%, le recours aux scénarios de stress est nécessaire pour démontrer la solvabilité de l'entreprise.

Ces scénarios doivent traduire l'ensemble de risques pouvant impacter la solvabilité de l'entreprise comme les crises financières, les pics de sinistralité et les incidents opérationnels graves...

Le schéma suivant illustre le processus à suivre pour assurer la solvabilité future d'une entreprise en se basant sur les stress tests :

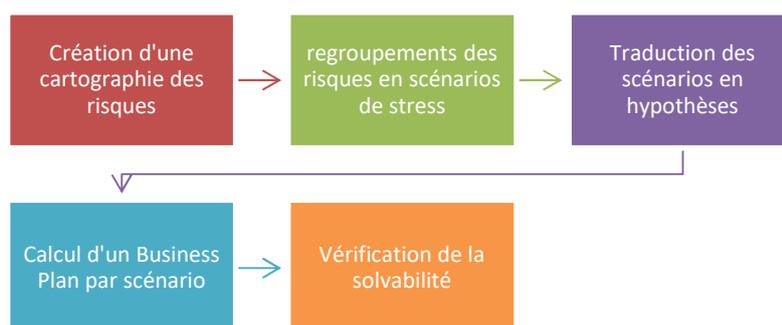


Figure 4 : le processus de suivi de solvabilité

L'utilisation du Business Plan dans l'ORSA se fait lors de la simulation du scénario central en projetant tous les éléments nécessaires aux calculs des indicateurs de performance utilisés par l'entreprise. Parmi ces éléments on trouve, le compte de résultat et les deux bilans : social et prudentiel.

Après la projection du scénario central, nous pouvons utiliser le Business Plan pour traduire les hypothèses correspondant aux scénarios de stress en chocs qui pourraient être utilisés pour choquer le scénario central et analyser leurs impacts sur la solvabilité de la compagnie d'assurance.

#### d) *Enjeux liés à l'appétence au risque*

Solvabilité 2 impose aux compagnies d'assurance d'évaluer leur besoin global de solvabilité en tenant compte de leurs risques spécifiques, leurs stratégies commerciales et **leur appétence aux risques**.

L'appétence aux risques correspond au niveau de risque maximal qu'un organisme d'assurance peut accepter pour poursuivre ses activités et son développement. Elle est exprimée sous forme de mesures de risques et de limites. Ces mesures doivent être suivies périodiquement pour vérifier que les risques pris par l'organisme restent cohérents avec sa stratégie.

On peut utiliser plusieurs indicateurs pour mesurer l'appétence au risque de l'entreprise comme :

- Ratio de solvabilité<sup>1</sup> ;
- Résultat comptable et économique ;
- Taux de pénétration<sup>2</sup> ;
- Rendement du capital ajusté au risque (ou RORAC : Return on Risk Capital<sup>3</sup>).

Le schéma suivant illustre le rôle du Business Plan dans le dispositif d'appétence au risque :

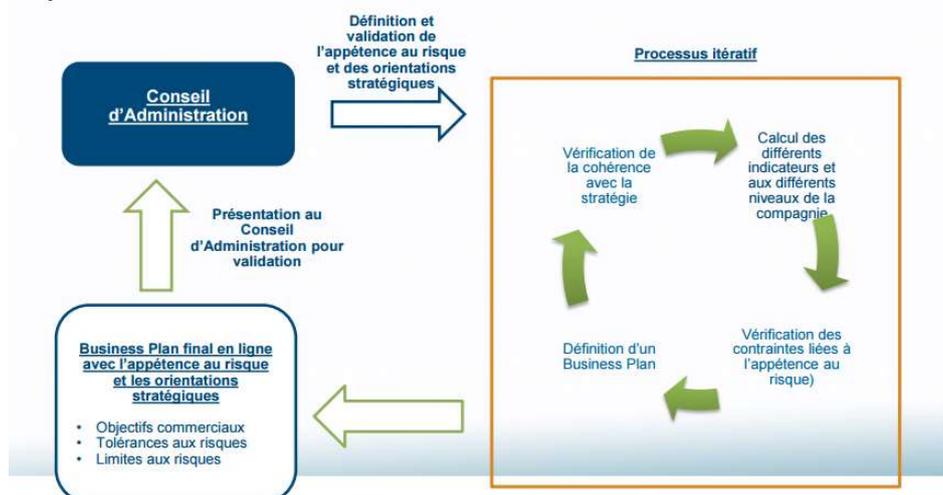


Figure 5 : la mise en place de l'appétence

Comme pour l'ORSA, le Business Plan est primordial pour le processus de l'appétence. Il sert à traduire une stratégie élaborée par la direction en scénario qui servira après à vérifier la cohérence de cette stratégie avec les orientations stratégiques de l'entreprise ainsi que les contraintes liées à l'appétence au risque.

En prenant le schéma précédent, nous remarquons que l'outil du Business Plan intervient dans toutes les étapes. D'abord dans l'étape de la définition des contraintes liées à l'appétence en mettant à la disposition de l'équipe des risques un outil simplifiant les calculs de l'appétence. Puis dans l'étape de la mise en place des orientations stratégiques de l'entreprise en permettant de tester que le plan stratégique final est en ligne avec l'appétence au risque.

<sup>1</sup> Le rapport entre les fonds propres et la recette de primes

<sup>2</sup> Le taux mesurant la couverture du marché par un produit ou un service donné

<sup>3</sup> Un indicateur de rentabilité

### 3. Enjeux liés au lancement d'un nouveau produit

La mise en place par la direction générale d'un nouveau plan stratégique peut amener la compagnie d'assurance à commencer des projets de lancement de nouveaux produits. Ces projets passent par plusieurs étapes avant le lancement de ces nouveaux produits sur le marché.

Le schéma suivant résume le processus du lancement d'un nouveau produit :

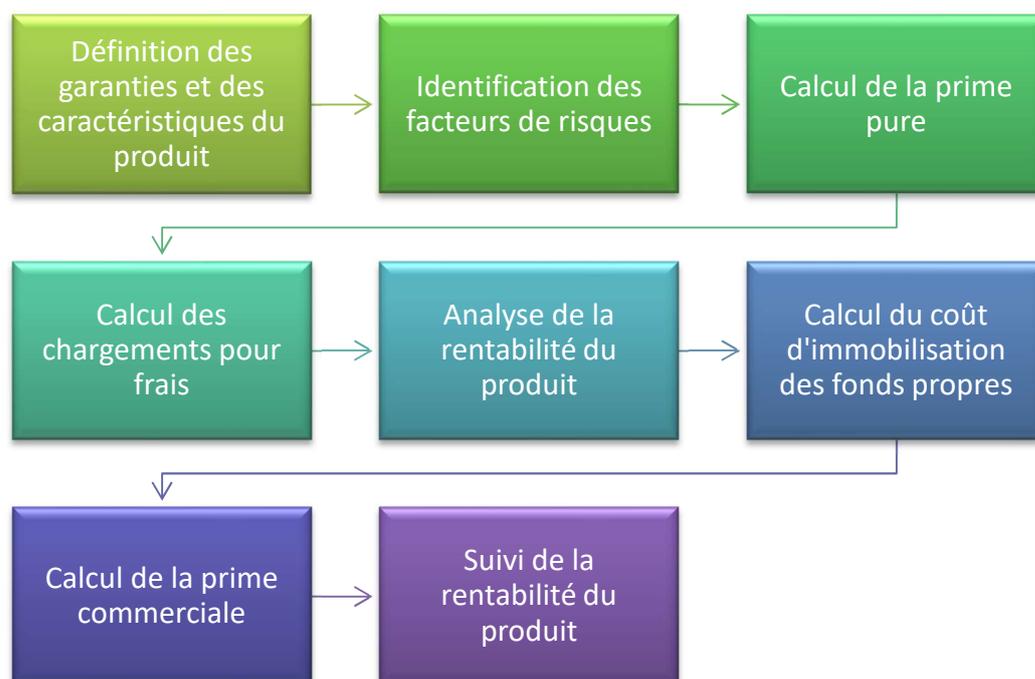


Figure 6 : Processus de lancement d'un produit

Le business peut intervenir dans plusieurs étapes de ce processus :

- Analyse de la rentabilité de produit : en se basant sur les indicateurs de rentabilité calculés à partir des valeurs projetées ;
- Calcul du coût d'immobilisation des fonds propres : en utilisant le Business Plan pour calculer les SCR futurs ;
- Suivi de la rentabilité du produit : en mettant en place des tests de sensibilité afin d'évaluer la volatilité des indicateurs de rendement.

#### ***B. Environnement comptable***

Notre modélisation du Business Plan doit tenir compte à la fois des contraintes réglementaires et des contraintes de l'environnement de l'assureur.

Nous détaillons dans cette partie, en nous basant sur le code des assurances, tous les éléments rentrant dans le cadre d'élaboration d'un Business Plan et leurs fonctionnements réels :

- Compte de résultat ;
- Bilan statutaire ;
- Les éléments composant le compte de résultat et le bilan rentrant dans le cadre de notre mémoire.

## 1. Compte de résultat

Le compte de résultat liste les flux entrants et sortants d'un exercice comptable. Il est composé de deux parties : le compte technique et le compte non technique.

Le compte technique présente les résultats liés à l'activité assurantielle. Lui aussi est composé de deux parties : une partie qui concerne les assureurs « vie » et une autre qui concerne les assureurs IARD. Les entreprises mixtes qui font à la fois des opérations vie et des non-vie doivent produire les deux comptes de résultat.

Le compte de résultat non technique présente les résultats non assurantiels comme la gestion du résultat financier issu des fonds propres, les résultats exceptionnels et les impôts.

Le schéma suivant présente les deux types de comptes de résultat :

Compte de résultat technique	Compte de résultat non-technique
1 a. Primes émises nettes d'annulations	Résultat technique
1 b. Variation des Primes non acquises	10 a. Produits des placements
1. Primes acquises	10 b. Charges des placements
2 a. Sinistres réglés	10. Résultat financier
2 b. Variation des provisions pour sinistres	11. Produits des placements transférés
2. Charges des sinistres	12. Autres produits non techniques
3 a. Primes cédées	13. Résultat exceptionnel
3 b. Charges Cédées	14. Participation des salariés
3 c. Commissions Cédées	15. Impôts sur bénéfices
3. Solde de réassurance	Résultat de l'exercice
4 a. Frais d'acquisition	
4 b. Frais d'administration	
4 c. Frais de gestion des sinistres	
4. Frais généraux	
5. Produits des placements alloués	
6 a. Provisions mathématiques	
6 b. Provisions pour risque en cours	
6 c. Frais d'acquisition reportés	
6 d. Provision d'égalisation	
6. Charges des autres provisions techniques	
7. Participation aux résultats	
8. Autres produits techniques	
9. Autres charges techniques	
Résultat technique	

Tableau 1 : la structure du compte de résultat

Tous les éléments qui seront modélisés dans ce mémoire sont surlignés en vert.

## 2. Bilan

Le bilan résume l'état du patrimoine d'une entreprise. Contrairement au compte de résultat qui liste tous les flux de trésorerie de l'entreprise, le bilan est une image du patrimoine de l'entreprise à un moment donné.

Il est composé de deux parties :

- L'actif : il représente la totalité des avoirs et des créances de l'assureur ;
- Le passif : regroupe toutes les dettes de l'entreprise

Le schéma suivant présente les deux parties du bilan :

Actif	Passif
<i>Actifs incorporels</i>	<i>Capitaux propres et réserves</i>
<i>Investissement et placements</i>	<i>Provisions brutes :</i> -PPNA -PREC -PSAP & IBNR -PM -Autres provisions
<i>Provisions cédées</i>	<i>Autres passif</i>
<i>Autres Actifs</i>	

Tableau 2 : la structure du bilan statutaire

## 3. Primes

La prime d'assurance peut être définie comme la somme versée par l'assuré, périodiquement ou en une seule fois, en échange d'une couverture d'assurance en cas de sinistre.

On distingue généralement en assurance non-vie deux types de versements :

- Prime unique : il représente la prime versée (en un seul paiement) au moment de la souscription du contrat. L'assureur n'est donc pas exposé au risque du non-paiement des primes ;
- Prime périodique : il concerne principalement les contrats de prévoyance. La périodicité des versements peut être mensuelle, trimestrielle ou semestrielle.

Le montant de cette prime est composé de deux éléments :

- Prime pure : cette composante correspond à la somme servant à financer le risque de la survenance d'un sinistre ;

- **Chargements** : ils représentent la proportion permettant de couvrir les frais de commercialisation et de la souscription d'un nouveau contrat (frais d'acquisition), et de couvrir aussi les frais de règlement des sinistres et les frais d'administration des contrats.

L'ensemble composé de la prime pure et des chargements est appelé la prime commerciale.

Au niveau comptable, nous distinguons 3 éléments : les primes émises nettes et les primes acquises qui servent à alimenter le compte de résultat technique et les provisions pour primes non acquises servant à alimenter le passif du bilan comptable.

Dans l'annexe, nous détaillons toutes les valeurs rentrant dans le calcul de ces éléments, les formules de calcul associées et les simplifications apportées aux formules servant à projeter ces valeurs.

#### 4. Sinistres

Lors de la souscription d'un contrat d'assurance, l'assureur s'engage à fournir des garanties à l'assuré contre le versement d'une somme représentant la prime. Ces garanties se traduisent comptablement par des règlements et des provisions pour des règlements futurs.

En IARD, il arrive parfois que le total des prestations fournies à l'assuré ne corresponde pas à la provision estimée initialement par l'assureur, on parle ici de boni ou de mali. La réglementation incite les assureurs à être prudents dans leurs estimations de la charge totale des sinistres et ainsi dégager des bonis.

La charge des sinistres se décompose en deux parties :

- Sinistres payés ;
- Provisions pour sinistres à payer (PSAP).

Dans l'annexe, nous détaillons toutes les valeurs rentrant dans le calcul de ces éléments, les formules de calcul associées et les simplifications apportées aux formules servant à projeter ces valeurs.

#### 5. Réassurance

La réassurance est une opération permettant à une compagnie d'assurance de céder une partie de son risque à un réassureur en contrepartie d'une prime de réassurance. Le réassureur s'engage alors à rembourser tout ou partie des sommes versées aux assurés dans la limite des conditions déterminée dans le traité de réassurance.

Dans la partie comptable, la réassurance est représentée par 3 comptes : Primes cédées, charges cédées et commissions cédées.

## 6. Frais

Les frais représentent une grande partie des dépenses des compagnies d'assurance. Ce sont des dépenses servant à couvrir une partie de l'activité d'assurance comme l'acquisition des contrats, l'administration des contrats, la gestion des sinistres et la gestion des placements et les autres charges techniques.

Dans l'annexe, nous détaillerons les principaux frais techniques.

## 7. Autres provisions techniques

Ce poste englobe les trois provisions techniques suivantes : la provision pour risques en cours (PREC), la provision mathématique (PM) et la provision pour risque d'exigibilité (PRE).

## 8. Produits des placements alloués

Il s'agit du montant des produits financiers dégagés par l'entreprise entre l'encaissement de la prime et le règlement des sinistres. D'un point de vue comptable, le résultat financier passe par le compte non technique et la quote-part liée à l'activité technique est ensuite « allouée » au compte de résultat technique. Un montant inverse est donc présenté au niveau du compte de résultat non technique.

### ***C. Business Plan et inflation***

Le taux de l'inflation est un paramètre clé qui intervient dans la plupart des problématiques actuarielles : le provisionnement, la gestion des risques, etc. Les branches à déroulement long sont les plus sensibles à l'inflation, du fait de la longue durée nécessaire à la liquidation totale des sinistres.

Étant donné que le portefeuille de la société qui servira de référence lors de ce mémoire contient des contrats RC MRH, nous modélisons l'inflation en nous concentrant sur l'inflation des coûts médicaux qui impacte les coûts liés aux garanties "dommages corporels".

L'estimation des coûts de l'indemnisation d'un sinistre tient compte de plusieurs paramètres tels que le prix de réparation, les matières premières, les frais médicaux...

Cependant, ces paramètres changent d'une année à l'autre. Il est primordial de prendre en compte ces changements dans notre modélisation afin d'éviter tout biais dans le calcul des provisions techniques.

En effet, les méthodes de provisionnement se basent généralement sur l'hypothèse d'une inflation passée et future constante. Or un changement important de l'inflation peut fausser les valeurs des cadences de règlement futures. Par exemple, l'augmentation des prix des matières premières peut entraîner une augmentation de l'inflation ce qui mène à une sous-estimation des provisions.

Prenons l'exemple suivant :

$\tau$  : le taux d'inflation utilisé dans le calcul des provisions ;

$\tau'$  : Le taux d'inflation futur après l'année actuelle  $I$  ;

$\gamma_i$  : Cadence de règlement de l'année  $i$ .

Pour calculer la valeur de règlement pour des années passées ( $i+j < I$ ), on utilise la formule suivante :

$$Z_{i,j} = \gamma_j C_{i,j} (1 + \tau)^{i+j}$$

Concernant les règlements futurs ( $i+j > I$ ), on utilise les deux formules suivantes :

- La valeur des règlements futurs utilisée dans le calcul des provisions :

$$\tilde{Z}_{i,j} = \gamma_j C_{i,j} (1 + \tau)^I (1 + \tau)^{i+j-I}$$

- La valeur des règlements futurs prenant en compte le taux actuel de l'inflation :

$$Z_{i,j} = \gamma_j C_{i,j} (1 + \tau)^I (1 + \tau^i)^{i+j-I}$$

Cela donne les provisions suivantes :

$$\tilde{P}_i = \sum_{k=I-i+1}^I \tilde{Z}_{i,k} = C_{i,j} (1 + \tau)^I \sum_{k=I-i+1}^I \gamma_k (1 + \tau)^{i+k-I}$$

$$P_i = \sum_{k=I-i+1}^I Z_{i,k} = C_{i,j} (1 + \tau)^I \sum_{k=I-i+1}^I \gamma_k (1 + \tau')^{i+k-I}$$

Si nous divisons les deux valeurs précitées (estimé versus réel), nous trouvons que :

$$\frac{\tilde{P}_i}{P_i} = \frac{\sum_{k=I-i+1}^I \gamma_k (1 + \tau)^{i+k-I}}{\sum_{k=I-i+1}^I \gamma_k (1 + \tau')^{i+k-I}} \leq 1$$

On voit bien que cette situation présente un cas de sous-provisionnement.

# Partie II

## II. Modélisation du Business Plan

### *A. Structures du modèle*

Comme précisé précédemment, le but de ce mémoire est de proposer une modélisation de l'activité d'une compagnie d'assurance IARD sous forme de Business Plan.

Le modèle proposé doit être d'abord capable d'interagir avec d'autres modèles (modèle d'inflation, modèle d'ALM...) et de s'intégrer dans un modèle général plus complet comme un modèle de calcul de l'ORSA.

Par la suite, ce modèle doit être **générique** et adapté à la plupart des acteurs IARD du marché. En effet, le code des assurances classe les sociétés d'assurance par branche<sup>4</sup>. Notre modèle doit alors prendre en considération les spécificités de la plupart des branches IARD.

Le schéma suivant illustre l'architecture du modèle générique :

---

<sup>4</sup> Un agrément administratif est obligatoire pour exercer des opérations dans chaque branche. Il existe quelques exceptions, notamment quand les risques sont réputés « accessoires ».

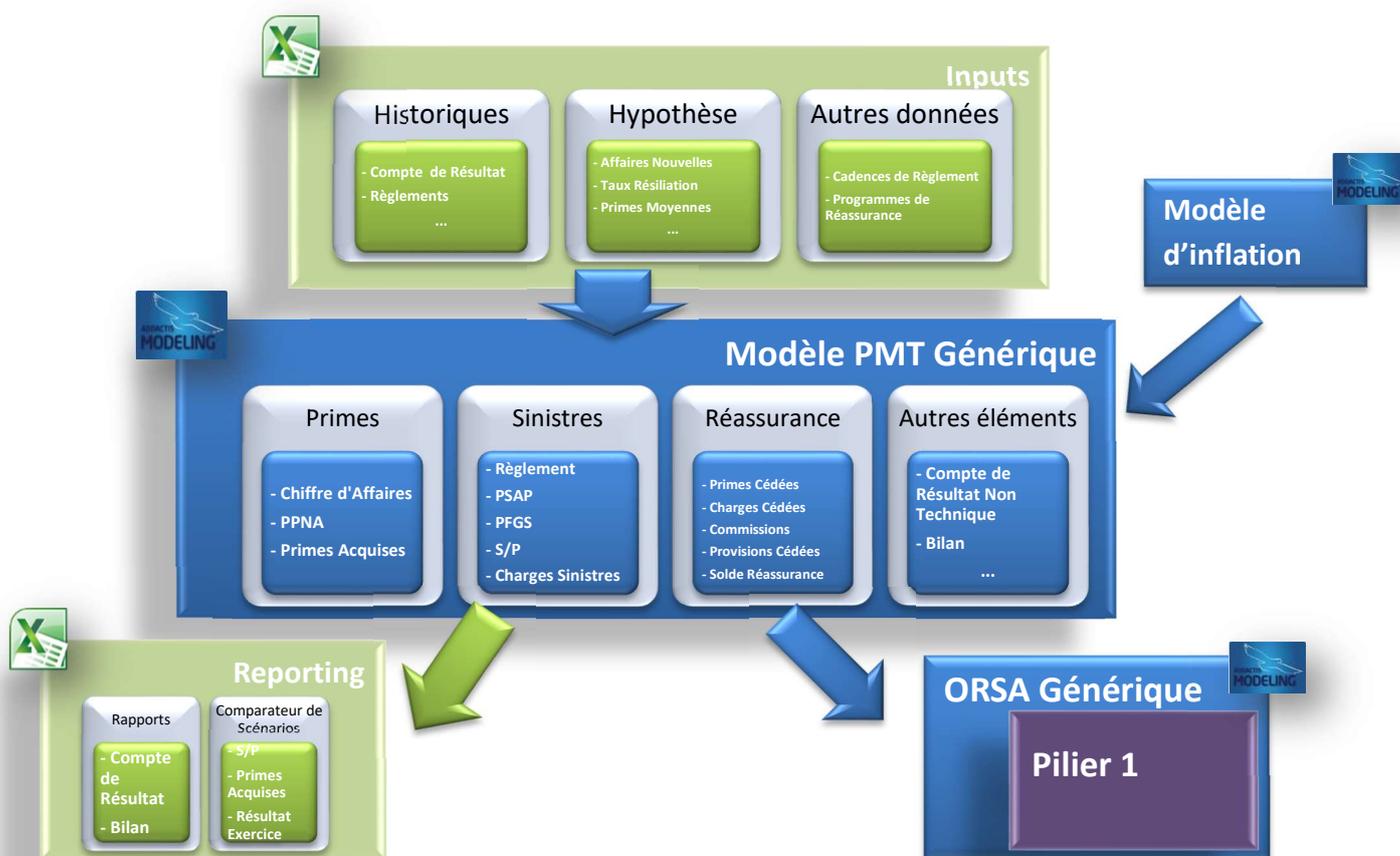


Figure 7 : Architecture du modèle

## B. Cadrage du modèle

### 1. Critères permettant d'évaluer la qualité d'un modèle de Business Plan

En plus de répondre aux besoins purement techniques des utilisateurs, le modèle proposé doit apporter des fonctionnalités plus innovantes et améliorer sa performance, sa robustesse et sa maintenance.

Nous proposons ci-dessous une liste de critères que nous avons pris en compte lors du développement du modèle :

- **La capacité fonctionnelle et la couverture de la totalité des fonctionnalités définies par les spécifications techniques :** Nous avons d'abord rédigé un cahier des charges basé sur les Business Plans de plusieurs compagnies d'assurance ainsi que les demandes de plusieurs utilisateurs. Puis nous avons traduit ce cahier des charges en un modèle générique respectant la totalité des spécifications techniques définies dans le cahier des charges ;

- **Performance et rapidité de traitement.** Le choix d'un logiciel de modélisation très performant et le développement d'un modèle optimisé permettent de répondre à ce critère. Dans notre cas, nous avons opté pour le logiciel de modélisation addactis® Modeling ;
- **Robustesse :** Elle se traduit par la pertinence du modèle à réagir à des situations anormales comme l'absence d'une partie de données et format de données erroné. Pour répondre à ce critère, nous avons géré toutes ces anomalies en affichant des messages clairs qui définissent la source du problème ;
- **Adaptabilité :** Elle représente la capacité d'un modèle à s'interfacer avec les autres. Nous avons développé notre modèle pour qu'il puisse interagir avec d'autres modèles de calcul (comme les modèles de l'ORSA et l'ALM) ;
- **Maintenabilité :** c'est l'économie des moyens (physiques et humains) pour maintenir le modèle. Lors de la modélisation, nous avons pris en compte cet aspect en permettant une segmentation des données souple et générique. Cela facilitera l'ajout et la modification des données sans avoir besoin de beaucoup de ressources et de temps.

Afin de respecter les critères cités précédemment, nous avons opté pour une organisation dite « Cycle en V ». Le cycle en V est un modèle conceptuel de gestion de projet. Il est composé de 8 étapes, tel qu'illustré dans le schéma suivant :

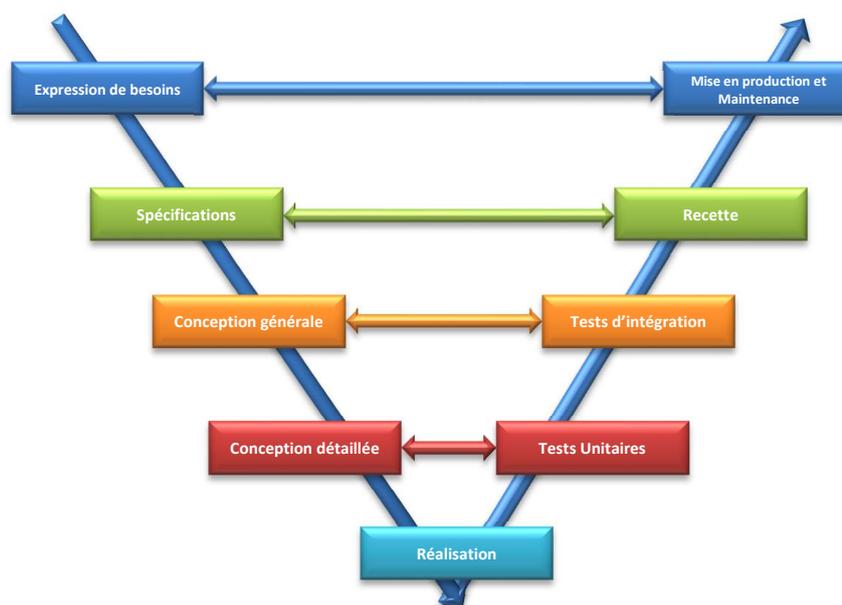


Figure 8 : Organisation de type « Cycle en V »

- **Expression de besoin :** Définir les objectifs du modèle ;
- **Spécifications :** C'est le cahier des charges exact du modèle final. Il doit couvrir l'intégralité des cas d'utilisation ;

- **Conception générale** : pendant cette étape, on analyse les modèles existants afin de choisir l'outil de modélisation adapté et rédiger les spécifications techniques ;
- **Conception détaillée** : pendant cette étape, on détermine les spécifications de chaque module composant notre modèle ;
- **Réalisation** : C'est la phase de réalisation du modèle, pendant laquelle sont développés tous les modules qui sont ensuite assemblés pour créer le modèle final ;
- **Tests unitaires** : Ces tests interviennent au niveau de chaque module. Ils assurent que ces modules respectent de manière individuelle leur cahier des charges ;
- **Tests d'intégration** : ce sont les premiers tests complets du produit fini. On teste l'intégralité du modèle en intégrant progressivement tous les modules ;
- **Recette** : On teste tous les cas d'utilisation définis dans la phase de « *Spécifications* » ;
- **Mise en production et maintenance** : Le modèle est testé une dernière fois en préproduction, avant d'être mis en production. La maintenance représente toutes les actions correctives et évolutives.

On peut remarquer sur le schéma précédent que devant chaque étape du cycle V existe sa correspondante de validation. Cela permet d'organiser et faciliter l'ensemble des tests qui sont effectués avant la mise en production.

## 2. Granularité

Définir la granularité est parmi les points les plus importants du cadrage d'un modèle, car c'est elle qui définit le niveau de flexibilité de ce dernier. Une granularité personnalisable et modulable rend le BP générique et adapté à la plupart des acteurs du marché. Cela consiste à déterminer la structure des entrées, la maille de calcul et la granularité des sorties.

Afin de produire un modèle flexible et adaptable à la majorité des compagnies d'assurances, nous avons choisi un modèle avec une structure à 4 niveaux. Cela permet d'effectuer tous les calculs au niveau de la maille la plus fine, et par la suite d'agréger les résultats obtenus pour alimenter à la fois le reporting et les autres modèles connectés à celui-ci.

Le schéma suivant illustre la structure des données de notre modèle :

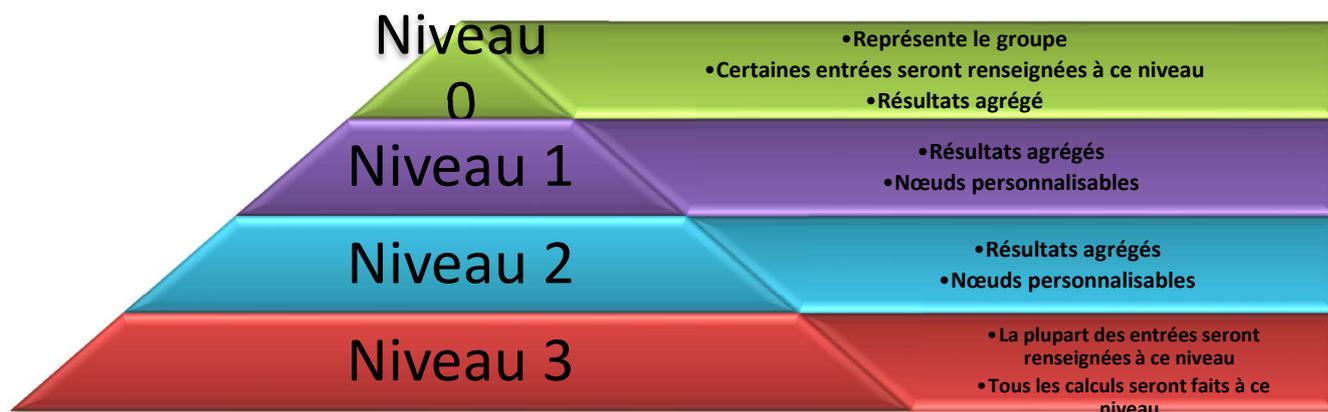


Figure 9 : Structure de donnée d'un Business Plan

Prenons trois exemples, pour bien comprendre la notion de granularité :

- Le premier exemple est celui d'un groupe de bancassurance organisé sous forme d'entités. Chaque entité contient plusieurs distributeurs. Alors, nous pouvons organiser son Business Plan sous la forme suivante :

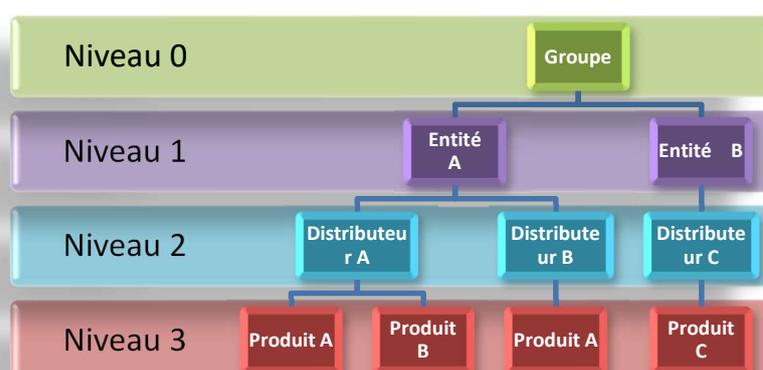


Figure 10 : Granularité Exemple 1

- Le deuxième exemple présente la granularité (Région X LOB X Produit) d'un BP qui servira à alimenter le modèle ORSA d'un assureur :

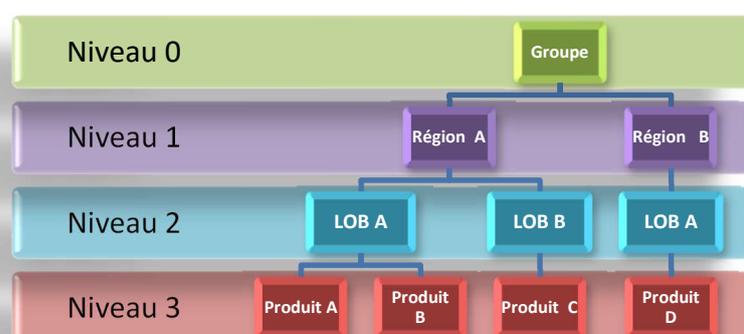


Figure 11 : Granularité Exemple 2

- Dans le cas où nous voudrions une granularité simple (LOB X Produit), les valeurs des nœuds du troisième niveau auront les mêmes valeurs que ceux du niveau 2 :

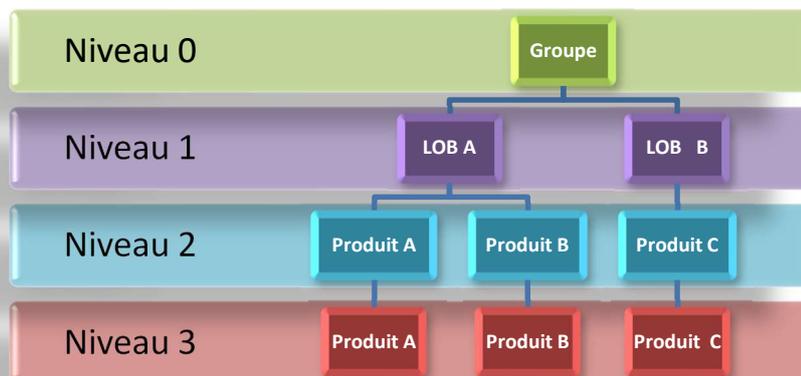


Figure 12 : Granularité Exemple 3

### 3. Spécificités pouvant être requises par certaines compagnies

Pour répondre aux besoins et aux exigences de certaines compagnies d'assurance, nous avons ajouté à notre modèle des notions telles que la cristallisation et les clés d'allocation afin de faciliter le paramétrage du modèle.

Nous détaillerons dans la suite les différentes notions et spécifications prises en compte dans le modèle.

#### a) La cristallisation

Lorsque l'horizon de projection est supérieur à l'horizon des hypothèses fournies, on doit renseigner l'année de cristallisation qui correspond à l'horizon des hypothèses. Le modèle complètera ensuite les entrées pour aller jusqu'au bout de cette projection.

Selon le type des données, la cristallisation peut être opérée selon 2 méthodes :

- Méthode de cristallisation stable : Au-delà de l'année de cristallisation C, on garde la dernière valeur ;
- Méthode de cristallisation évolutive : Appliqué le même taux d'évolution que celui constaté entre les années C-1 et C.

Prenons l'exemple d'un ensemble d'hypothèses avec un horizon de projection égal à 4 ans. Si l'on souhaite tout de même projeter l'activité de la compagnie d'assurance sur 7 ans, alors on peut fixer l'année de cristallisation à 4 ans et l'horizon de projection à 7 ans.

Pour les variables absolues, on appliquera une cristallisation évolutive avec un taux d'évolution égal à celui constaté pendant les années C-1 et C (C : année de cristallisation)

Pas de Projection	X
1	100
2	110
3	135
4	150

**Année de Cristallisation**

Pas de projection	X
1	100
2	110
3	135
4	150
5	166,66
6	185,17
7	205,74

} Valeurs calculées par la méthode de cristallisation évolutive

Pour les variables relatives, on appliquera une cristallisation stable avec un taux d'évolution égal à celui constaté pendant les années C-1 et C (C : année de cristallisation)

Pas de Projection	X
1	20 %
2	25 %
3	30 %
4	35 %

**Année de Cristallisation**

Pas de projection	X
1	20 %
2	25 %
3	30 %
4	35 %
5	35 %
6	35 %
7	35 %

} Valeurs calculées par la méthode de cristallisation stable

### b) Méthodes de calcul

Pour chaque élément du modèle, on donnera le choix entre deux méthodes de calcul :

- Une méthode « manuelle » qui nécessite des données déjà calculées et projetées ;
- Une méthode « calculée » qui laissera le modèle effectuer les calculs en se basant sur les hypothèses de départ.

La méthode « manuelle » sera utilisée dans le cas d'absence des données détaillées. Pour calculer, par exemple, la valeur des primes émises, l'utilisateur peut fournir les hypothèses de l'évolution du nombre de contrats et de la fréquence des sinistres. Dans ce cas, on fait appel à la méthode « calculée ». Il peut aussi fournir directement les hypothèses de l'évolution des primes émises. Dans ce cas, on utilise la méthode « manuelle ».

### c) La gestion des scénarios

En plus de projeter l'activité d'un assureur, ce modèle permet de comparer les résultats d'un scénario de stress avec le scénario central. Cette comparaison est basée sur les indicateurs suivants :

- Taux de croissance des primes ;
- Taux de rétention des primes ;
- Taux de croissance du portefeuille ;
- Ratio de sinistralité (S/P) ;
- Ratio de résultat technique.

Elle permet de mesurer la sensibilité de l'activité de l'assureur à certains risques traduits par un scénario de stress.

#### *d) Clés d'allocation :*

Les clés de répartition permettent de ventiler la valeur d'un élément de notre modèle par segment. Ces clés sont renseignées directement dans les hypothèses, ou calculées par le modèle.

Exemple : tous les éléments du compte de résultat non technique sont renseignés au « niveau 0 », et sont ventilés par clé d'allocation.

### ***C. Modélisation proposée***

La projection et l'évaluation des différents postes du bilan et du compte de résultat à l'aide d'un Business Plan prospectif sont nécessaires pour projeter l'activité de l'assureur et pour calculer les indicateurs permettant de juger les performances globales de l'entreprise. Cela se traduit par la modélisation de l'évolution de l'actif et du passif de l'assureur en se basant sur un calcul déterministe.

Le modèle que nous proposons est composé des modules suivants :

- Primes : Il permet de projeter le portefeuille de contrats ;
- Sinistres : Il permet de projeter la sinistralité future de l'entreprise ;
- Réassurance : Il permet de configurer les traités de réassurance afin de simuler les primes et les charges cédées ;
- Autres : Le reste des éléments seront renseignés directement à travers des hypothèses calculées à l'extérieur du modèle.

Pour lancer un scénario donné, on renseigne à la fois les informations spécifiques à l'assureur, les paramètres et les hypothèses du modèle, et les données concernant les choix stratégiques. Ensuite, les résultats sortant du modèle alimenteront un fichier de reporting qui détaille le compte de résultat, le bilan et des indicateurs permettant d'analyser et affiner les hypothèses stratégiques. Ces résultats peuvent aussi être utilisés pour alimenter d'autres modèles comme l'ORSA et l'appétence.

Les chapitres suivants détaillent la modélisation des éléments constituant le Business Plan.

## 1. Portefeuille de contrats assurantiels

La modélisation proposée de ce module projette tous les éléments constituant la partie primes du Business Plan : le chiffre d'affaires, le nombre de contrats, la PPNA et les primes acquises. Cette projection nécessite le renseignement de plusieurs données comme le réel de l'année et les hypothèses d'évolution de certains paramètres. L'évaluation et les calculs se font au niveau de chaque segment avant d'être agrégés par niveau supérieur.

Pour simplifier la modélisation, nous avons fixé les hypothèses suivantes :

- Tous les contrats sont à effet immédiat, on ne prendra pas en compte l'effet différé de certains contrats ;
- Toutes les valeurs à renseigner sont des **valeurs annuelles**, on doit alors renseigner le taux de PPNA par rapport à la prime émise.

Le schéma suivant représente tous les éléments (et les liens entre eux) nécessaires à la modélisation du portefeuille :



Figure 13 : Schéma représentant la modélisation du portefeuille de contrats

Pour obtenir une vision prospective du portefeuille, nous devons suivre les étapes suivantes :

- La définition des taux d'évolution tarifaire à appliquer sur les contrats en se basant sur la politique tarifaire de l'entreprise ;

- La modélisation du taux de résiliation des affaires existantes ainsi que les taux d'évolution et de résiliation des affaires nouvelles à partir des données historiques par la procédure ARIMA ;
- La modélisation du taux de PPNA et le taux d'évolution des affaires nouvelles en utilisant la procédure ARIMA.

### a) *Modélisation et calibrage des données d'entrée*

#### **Taux d'évolution tarifaire**

Le taux d'évolution tarifaire représente le taux d'augmentation annuelle de la prime moyenne correspondante à chaque segment. Afin de simplifier l'alimentation du modèle, une seule prime moyenne sera demandée. Nous ne ferons pas de différence entre les nouveaux contrats et ceux qui existent déjà.

Cette valeur dépend généralement de la politique tarifaire de l'entreprise ainsi que de ses futures stratégies.

#### **Taux de résiliation**

Cette valeur représente la probabilité qu'un assuré résilie son contrat d'assurance lors de l'année suivante. Nous avons distingué deux types de résiliations : la résiliation des affaires nouvelles qui concerne les contrats récemment souscrits, et la résiliation du portefeuille qui concerne les autres contrats.

Le modèle choisi pour modéliser et projeter le taux de résiliation est le modèle de type autorégressif AR(1).

L'utilisation d'un modèle AR(1) revient à calculer la tendance suivie par le taux de résiliation pour chaque segment. Cette tendance sera déduite à partir des données historiques.

Le modèle AR(1) retenu est donc le suivant :

$$TR_{n+1} = \alpha * TR_n + \beta + \epsilon_n$$

Avec

$TR_n$  : Taux de résiliation en  $n$

$\epsilon_n$  : Bruit blanc

Pour illustrer les résultats de projection des taux de résiliation du portefeuille et des affaires nouvelles, nous avons récupéré l'historique de données correspondant aux quatre produits Auto, MRH, GAV et PJ. Puis nous avons appliqué un AR(1).

Nous avons obtenu des taux de résiliation quasi stables pour tous les produits. Ces résultats peuvent s'expliquer par le manque de profondeur de l'historique des données utilisées.

Les projections obtenues sont les suivantes :

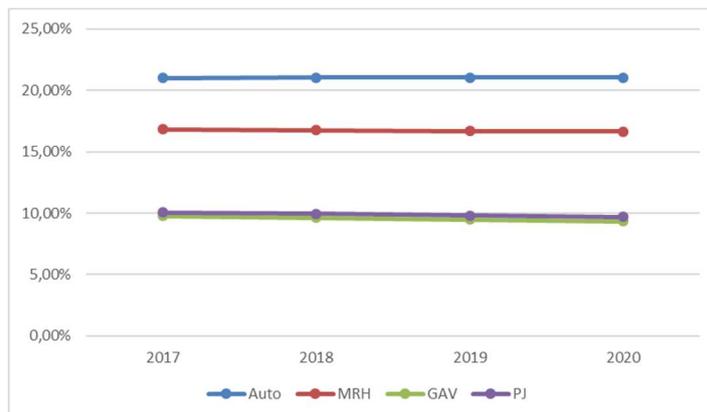


Figure 14 : Taux de résiliation portefeuille

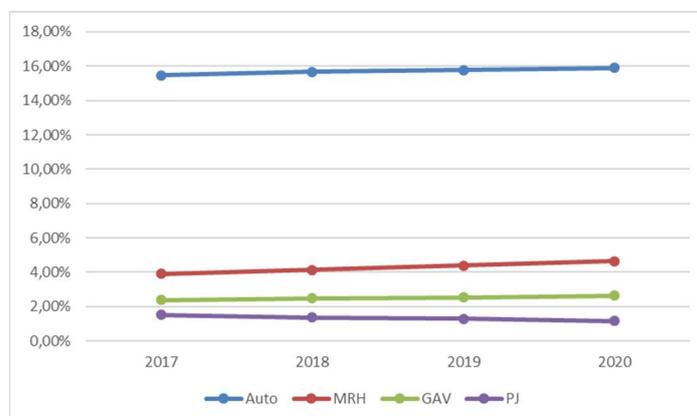


Figure 15 : Taux de résiliation affaires nouvelles

### ✚ Taux de PPNA

En général, les valeurs futures de taux de PPNA sont supposées égales à la dernière valeur observée en année 0. Le modèle donne la possibilité à l'utilisateur de surcharger et personnaliser ces valeurs.

### ✚ Taux d'évolution des affaires nouvelles

Le taux d'évolution des affaires nouvelles désigne le taux annuel correspondant à chaque segment avec lequel le nombre des affaires nouvelles évolue d'une année à l'autre. En appliquant le même type du modèle autorégressif AR(1) utilisé précédemment, nous obtiendrons les projections suivantes :

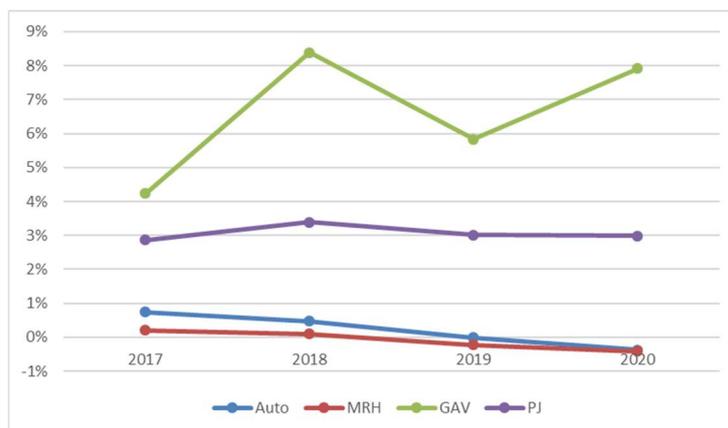


Figure 16 : Taux d'évolution du nombre des ventes brutes

Nous remarquons que pour les deux produits Auto et MRH, les ventes brutes stagnent entre 2020 et 2021 et connaîtront même une baisse en 2022. Ceci est principalement dû à la forte concurrence que connaissent ces deux segments. En revanche, les ventes liées aux produits GAV et PJ continueront de progresser entre 2020 et 2022.

## b) Formules

### ✚ Primes émises et acquises

$$\mathbf{Primes\ Acquisées}(p) = \mathbf{Primes\ Emises}(p) - \mathbf{Variation\ PPNA}(p)$$

$$\mathbf{Prime\ Emise}(P) = \mathbf{Nombre\ contrats}(P) * \mathbf{Prime\ Moyenne}(P)$$

### ✚ Nombre de contrats

Le modèle permet la projection du nombre de contrats à travers des hypothèses décrites et calibrées précédemment. L'évaluation se fait au niveau de la granularité choisie par l'utilisateur.

Le nombre de contrats s'obtient par les formules suivantes :

#### **Nombre Contrats(P)**

$$= (\mathbf{Nombre\ Contrats}(P - 1) - \mathbf{Résiliation\ PTF}(P)) \\ + (\mathbf{Affaires\ Nouvelles}(P) - \mathbf{Résiliation\ AN}(P))$$

Avec

$$\mathbf{Résiliation\ PTF}(P) = \mathbf{Nombre\ Contrats}(P - 1) * \mathbf{Taux\ Résiliation}(P) ;$$

$$\mathbf{Affaires\ Nouvelles}(P) = \mathbf{Affaires\ nouvelles}(P - 1) *$$

$\mathbf{Taux\ Evolution\ AN}(P) ;$

$$\mathbf{Résiliation\ AN}(P) = \mathbf{Affaires\ Nouvelles}(P) * \mathbf{Taux\ Résiliation\ AN}(P) ;$$

$\mathbf{Résiliation\ PTF}$  : Le nombre de résiliations sur les affaires déjà en portefeuille à la clôture de l'exercice précédent ;

$\mathbf{Affaires\ Nouvelles}$  : Le nombre d'affaires nouvelles prévues durant l'exercice ;

*Résiliation AN : Le nombre de résiliations sur les affaires nouvelles.*

**Remarques :** En  $p=0$ , le nombre des contrats en stock et le nombre des affaires nouvelles sont renseignés directement dans les données d'entrées.

#### **Variation de la PPNA**

La variation de la PPNA désigne l'évolution de la PPNA entre le début de l'année et la fin de l'année. Le modèle calcule cette valeur en utilisant la formule suivante :

$$\mathbf{Variation\ PPNA(p) = PPNA\ Cl\hat{t}ure(p) - PPNA\ Ouverture(p)}$$

Avec

$$PPNA\ Cl\hat{t}ure(p) = Primes\ Emises(p) * Taux\ PPNA(t)$$

$$PPNA\ Ouverture(p) = PPNA\ Cl\hat{t}ure(p - 1)$$

La "PPNA clôture en 0" est une donnée renseignée par l'utilisateur. Elle correspond à la valeur située dans le dernier bilan S1 de la compagnie d'assurance.

#### **Primes moyennes**

Après le calcul du taux d'évolution tarifaire pour chaque pas de projection, nous pouvons calculer la prime moyenne comme suit :

$$\mathbf{Prime\ Moyenne(P)} \\ = \mathbf{Prime\ Moyenne(P - 1) * Taux\ Evolution\ Tarifaire(P)}$$

Avec

*Primes moyennes (0) : valeur de départ à renseigner dans les données d'entrée*

#### **Primes émises et acquises :**

En calculant les éléments présentés précédemment, nous pouvons alors déduire les valeurs des primes émises et acquises :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Prime\ Emise(P) = Nombre\ contrats(P) * Prime\ Moyenne(P)} \\ \mathbf{Primes\ Acquises(p) = Primes\ Emises(p) - Variation\ PPNA(p)} \end{array} \right.$$

## 2. Sinistres

Cette partie permet de projeter la sinistralité brute de réassurance. Les calculs sont faits au niveau de chaque segment et de chaque année de survenance. Cela permettra de prendre en compte les règlements futurs des sinistres survenus avant la date de projection.

On séparera alors les sinistres en deux parties :

- Les sinistres survenus avant le début de la projection : l'utilisateur renseigne la "PSAP Clôture" correspondant à la dernière année qui permet de déduire la charge ultime et projeter les règlements futurs restants ;
- Les sinistres survenus après le début de la projection : l'utilisateur renseigne les S/P afin de calculer la charge ultime et projeter les règlements futurs en se basant sur la cadence de règlement.

Pour le calcul de sinistralité, nous avons fixé les hypothèses suivantes :

- Toutes les valeurs à renseigner sont des **valeurs annuelles** ;
- Les S/P utilisés dans le modèle sont des S/P de type "Solvabilité 1" (ils permettent de calculer la charge ultime S1) ;
- On distinguera deux types de cadences : cadences de règlements futurs et cadences de règlements antérieurs ;
- Les cadences de règlements ne changeront pas lors de la projection ;
- On se limitera au calcul des règlements S1.

Le schéma suivant représente l'architecture permettant de projeter la sinistralité du portefeuille :

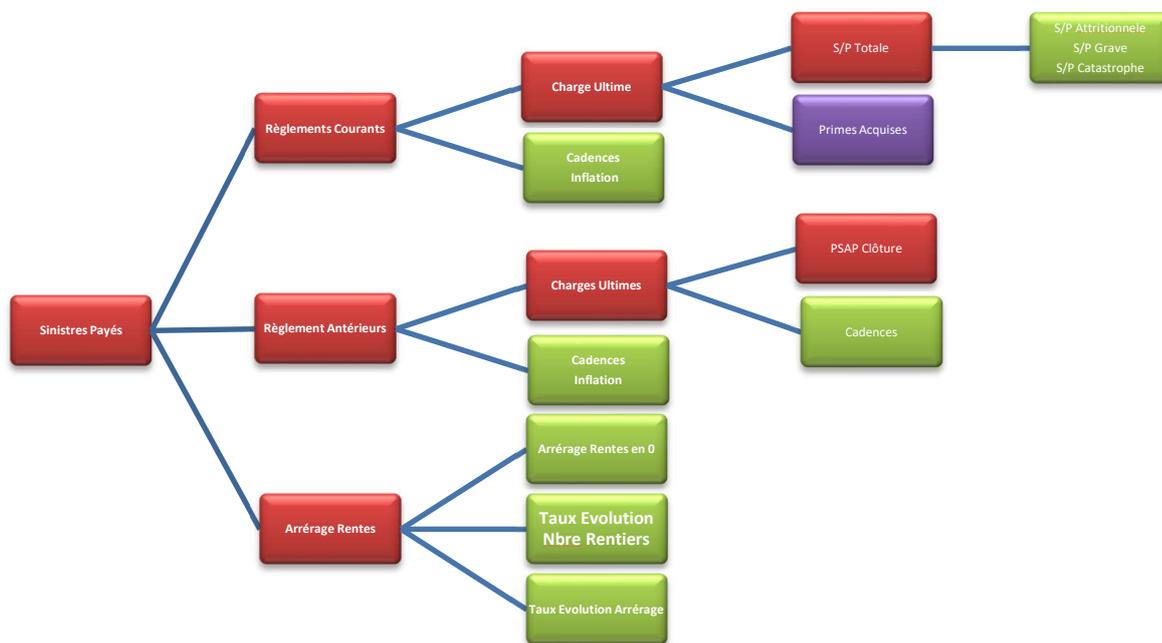


Figure 17 : Calcul des sinistres payés

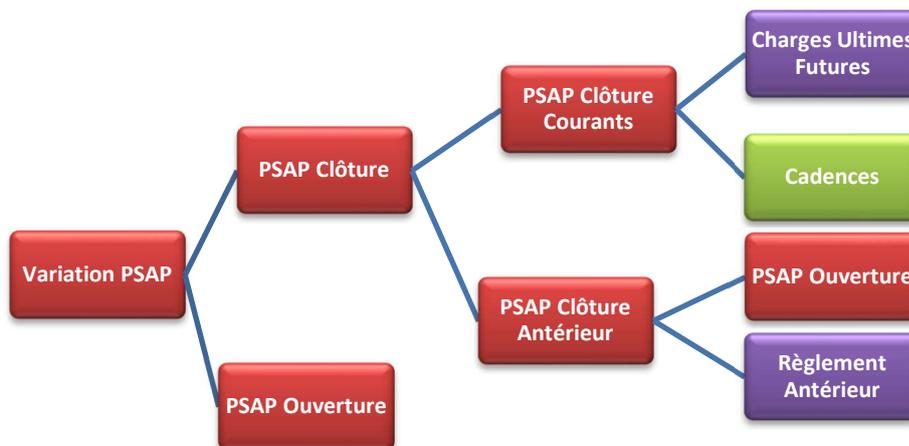


Figure 18 : Calcul de la variation des PSAP

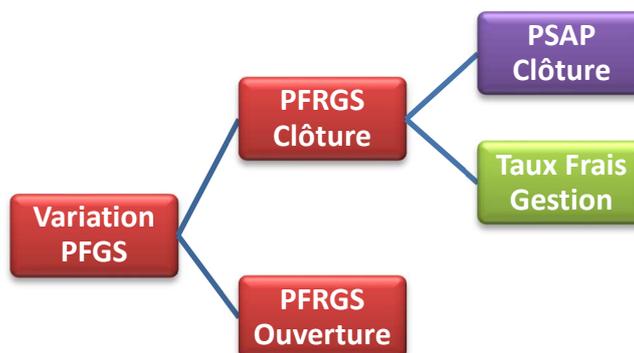


Figure 19 : Calcul de la variation des PFGS

### a) *Prise en compte de l'inflation*

Le montant des règlements des sinistres dépend de plusieurs paramètres tels que le prix de la main-d'œuvre, des matières premières, soins médicaux... Or ces prix changent d'une année à l'autre. Il est nécessaire alors pour l'assureur de prendre en compte ces changements afin d'éviter les biais de provisionnement.

Les méthodes de calcul des cadences de développement se basent sur l'hypothèse d'une inflation constante. Or tout changement de l'inflation mènera sûrement à une erreur de prévision.

Afin d'éviter ce problème, on calculera les règlements futurs en se basant sur des cadences de règlement calculées à partir d'un triangle de règlement corrigé d'inflation. Les cadences serviront ensuite à calculer les règlements futurs sans l'inflation, on introduira après l'inflation en multipliant ces règlements par les prévisions de l'inflation renseignés dans les inputs.

## b) Modélisation et calibrage des données d'entrée

### + Taux d'évolution des arrérages des rentes

En général, les rentes IARD évoluent au même rythme que le chiffre d'affaires des segments concernés par ces rentes. Le modèle donne la possibilité à l'utilisateur de surcharger et personnaliser ces valeurs.

L'application de la méthode précédente nous a fourni les projections suivantes :

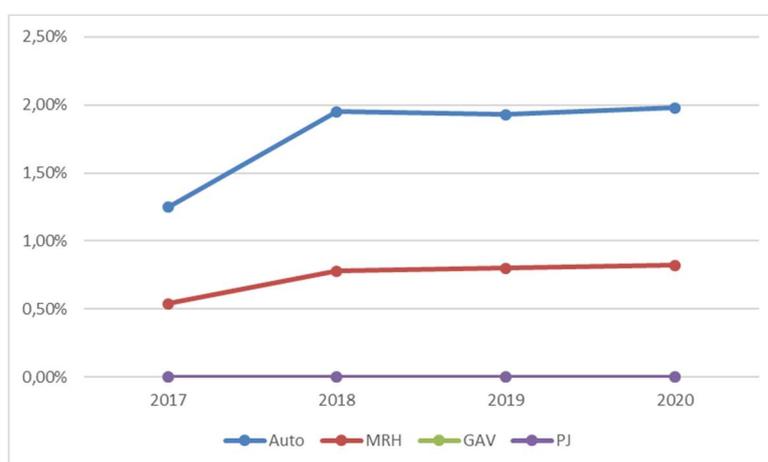


Figure 20 : Taux d'évolution des arrérages

Remarque : Le portefeuille de contrat des produits GAV et PJ ne contient pas de rentes. Cela s'explique par l'absence de la garantie « responsabilité civile ».

### + Taux d'évolution du nombre de rentes

Il représente le taux d'augmentation annuelle du nombre des rentes gérées par l'assureur.

Nous n'utiliserons pas de modèle mathématique pour modéliser l'évolution de cette valeur, car le nombre annuel des nouvelles rentes est très faible et totalement aléatoire. Nous considérons que le nombre des rentes est stable pendant la période de projection.

### + Taux de la provision pour frais de gestion

La provision pour frais de gestion sert à couvrir les frais de gestion des sinistres déjà survenus. Elle est souvent calculée en appliquant un taux de frais de gestion des sinistres sur la provision pour sinistre à payer.

Normalement, ce taux de la provision pour frais de gestion correspond au taux de frais de gestion. Mais pour donner plus de flexibilité à notre modèle, nous avons ajouté la possibilité de modifier cette valeur.

L'application du modèle précédent nous a fourni les projections suivantes :

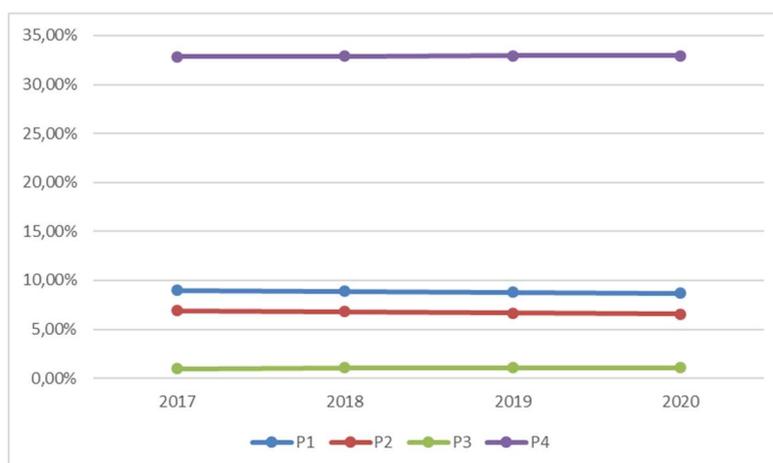


Figure 21 : Taux PFGS

### ✚ Cadences de règlement

Les cadences de règlement représentent le rythme de liquidation des sinistres d'un exercice et d'un segment donnés. Elles nous fournissent deux informations importantes sur les sinistres :

- Le nombre d'années nécessaires pour liquider totalement un sinistre ;
- Le pourcentage de règlement des sinistres pour chaque année.

Nous nous sommes basés sur l'hypothèse que les cadences de règlement pour une branche donnée resteront stables pendant la durée de projection. Nous utiliserons alors directement les cadences calculées par la direction technique segmentées par les types de survenance suivants : attritionnels, graves et événements climatiques.

### ✚ Ratio S/P

Le ratio combiné permet de mesurer la rentabilité des assureurs pour une branche donnée. Il est calculé en divisant les charges des sinistres payées par l'assureur sur les primes versées par les assurés.

Comme pour les cadences de règlement, ce ratio est segmenté par les mêmes types de survenance et sera fourni par la direction technique.

### c) Formules

#### + Charges des sinistres

$$\begin{aligned} \text{Charges Sinistres}(p) \\ = \text{Sinistres Payés}(p) + \text{Var PSAP}(p) + \text{Var PFGS}(p) \end{aligned}$$

Les formules permettant de calculer les sinistres payés, variation de PSAP et variation du PFGS seront détaillées dans les paragraphes suivants.

#### + Sinistres Payés

$$\begin{aligned} \text{Sinistres Payés}(p) \\ = \text{Règlements Antérieurs Projection}(p) \\ + \text{Règlements Courents Projection}(p) + \text{Arrérages Rentes}(p) \end{aligned}$$

#### + Règlements antérieurs au début de projection

Ils correspondent aux règlements de tous les sinistres survenus avant la date de début des projections. Pour le calculer, nous aurons besoin de l'historique des charges ultimes des sinistres de chaque année de survenance.

Le modèle calcule cette valeur en utilisant la formule suivante :

$$\begin{aligned} \text{Règlements Antérieurs}(p) \\ = \text{Taux Inflation}(p) \\ * \sum_n \frac{\text{PSAP Clôture}_n^{p-1}}{(1 - \sum_{i=1}^{p-n-1} \text{Cadence}(i))} * \text{Cadence}(p - n) \end{aligned}$$

Avec

$\text{PSAP Clôture}_n^{p-1}$  : Provision pour sinistres à payer calculée en P-1 pour l'année de survenance : **Année de l'exercice – n**

*Cadences* : les cadences de règlement calculées à partir d'un triangle de règlement corrigé d'inflation

*Taux inflation* : le taux permettant de prendre en compte l'inflation dans la projection des règlements (voir la partie IV)

Remarques : Les "PSAP Clôtures" des sinistres survenus avant le début de projection seront des données d'entrée de notre PMT.

### Règlements postérieurs au début de projection

Ils correspondent aux règlements de tous les sinistres survenus lors de la projection qui se calculent en utilisant les S/P bruts de réassurance. Nous distinguons trois types de sinistres : attritionnels, graves et événements climatiques.

#### **Règlements Courants(p)**

$$= \text{Taux Inflation}(p)$$

$$* \sum_n \left[ \sum_{\text{Type sinistre}} S/P_{\text{Type sinistre}}(n) * \text{Primes Acquisées}(n) \right. \\ \left. * \text{Cadence}_{\text{Type sinistre}}(p - n) \right]$$

Avec

$S/P_{\text{Type sinistre}}(n)$  : le ratio combiné de l'exercice  $p+n$  ;

*Cadences* : les cadences de règlement calculées à partir d'un triangle de règlement corrigé d'inflation ;

*Taux d'inflation* : le taux permettant de prendre en compte l'inflation dans la projection des règlements (voir la partie IV) ;

*Primes Acquisées(n)* : les primes acquises pendant l'exercice  $p+n$ .

### Solde de la provision pour sinistre à payer

La variation de la PSAP désigne l'évolution de la PSAP entre le début de l'année et la fin de l'année. Le modèle calcule cette valeur en utilisant la formule suivante :

$$\text{Variation PPNA}(p) = \text{PSAP Clôture}(p) - \text{PSAP Ouverture}(p)$$

Avec

$$\text{PSAP Clôture}(p) = \text{PSAP Clôture Antérieur}(p) + \text{PSAP Clôture Courant}(p)$$

$$\text{PSAP Ouverture}(p) = \text{PSAP Clôture}(p - 1)$$

La "PSAP clôture en 0" est renseignée par l'utilisateur. Elle correspond à la valeur située dans le dernier bilan S2 de la compagnie d'assurance.

### PSAP Clôture Antérieur

C'est la provision pour sinistre à payer correspondant aux sinistres survenus avant le début de la projection. Sa valeur va diminuer au fur et à mesure de l'avancement de notre projection.

$$\text{PSAP Clôture Antérieur}(p) = \text{PSAP Ouv}(p) - \text{Règlement Ant}(p)$$

Avec

$$PSAP\ Ouvverture(p) = PSAP\ Cl\hat{ot}ure(p - 1)$$

#### PSAP Cl\hat{ot}ure Courant

C'est la provision pour sinistre à payer correspondante aux sinistres survenus après le début de la projection.

$$PSAP\ Cl\hat{ot}ure\ Courant(p) = \sum_n [\sum_{Type\ sinistre} S/P_{Type\ sinistre}(n) * Primes\ Acquises(n) * (1 - Cadence\ Cumul\acute{e}e_{Type\ sinistres}(p - n))]$$

Avec

$$Cadence\ Cumul\acute{e}e_{Type\ sinistres}(m) = \sum_{t \leq m} Cadence_{Type\ sinistres}(t)$$

#### Variation de la provision pour frais de gestion des sinistres

Comme évoqué précédemment, la provision pour frais de gestion des sinistres sera calculée en appliquant le taux PFGS calibré précédemment sur la PSAP Cl\hat{ot}ure :

$$Variation\ PFGS(p) = PSAP\ Cl\hat{ot}(p) * Taux\ Frais\ Gest(p) - PFGS\ Ouv(p)$$

Avec

$$PFGS\ Ouv(p) = PFGS\ Cl\hat{ot}ure(p - 1)$$

### 3. Réassurance

Cette partie permet, pour chaque année de projection, de calculer les primes cédées, les charges cédées et les commissions de chaque programme de réassurance. Ces valeurs seront ensuite ventilées pour obtenir les résultats par segment en se basant sur le chiffre d'affaires. Un programme de réassurance est une combinaison de traités de réassurance de différents types ; il peut, par exemple, contenir une « Quote-part » et un « Stop Loss ». L'ordre des traités dans le programme est important, car la charge et la prime cédées d'un traité sont calculées à partir des sommes restantes après l'application du premier traité.

Le module de réassurance gère trois types de traités : la « Quote-part », l'« Excess of Loss » et le « Stop-Loss ».

Les schémas suivants illustrent la modélisation choisie pour chaque type de traité :

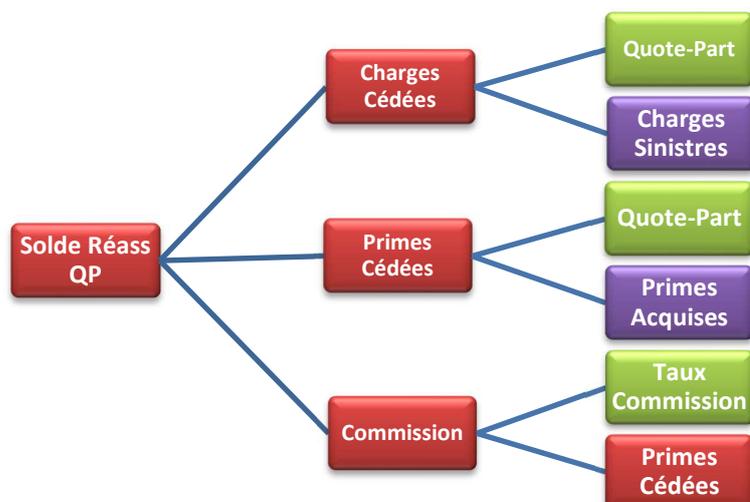


Figure 22 : Quote-Part

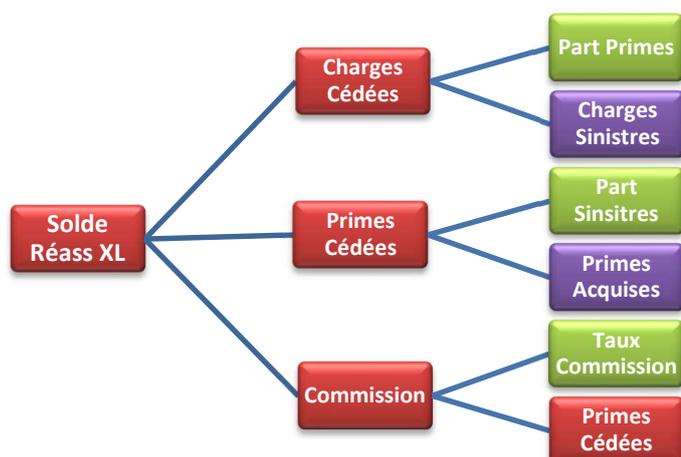


Figure 23 : Excess of Loss

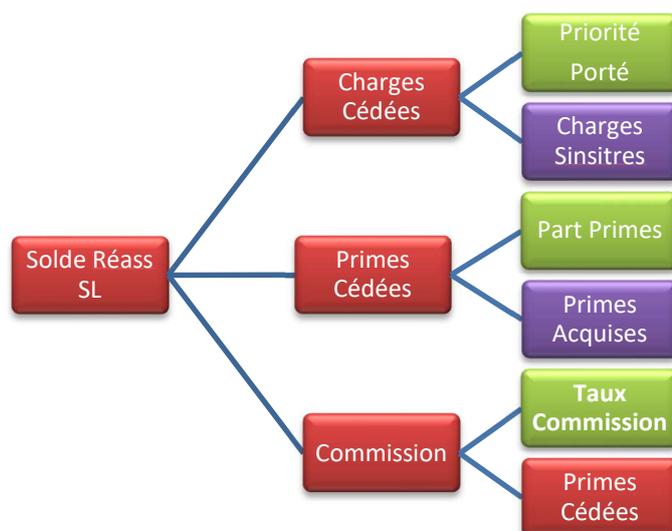


Figure 24 : Stop-Loss

Remarque : La granularité du modèle sinistre ne permet pas de calculer la charge ultime de chaque sinistre pour chaque année de projection. On demandera alors, pour le traité « **Excess of Loss** », un taux de cession des sinistres applicable sur l'ensemble d'un segment donné.

Pour obtenir une vision prospective du portefeuille, nous devons suivre les étapes suivantes :

- Le calcul des parts des sinistres pour les traités XL pour les renseigner comme données d'entrée du modèle ;
- Le calcul des taux de commission de chaque traité.

### a) Formules

Afin de proposer un modèle générique et applicable pour la plupart des compagnies d'assurance, nous avons fixé les hypothèses suivantes :

- Toutes les valeurs à renseigner sont des **valeurs annuelles** ;
- Un programme de réassurance peut être appliqué sur plusieurs segments ;
- Deux programmes de réassurance ne peuvent pas s'appliquer sur le même segment ;
- Un programme de réassurance peut contenir plusieurs traités.

Avant de lister les formules de calcul du solde de réassurance, nous définissons d'abord les charges des sinistres et les primes acquises restantes.

### ✚ Charges des sinistres et primes acquises restantes

L'ordre du traité dans un programme de réassurance est très important. En effet, les charges des sinistres et les primes acquises, nécessaires dans le calcul du solde de réassurance d'un traité, sont calculées sur la base des traités précédents :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Charges\ Sinistres\ restantes}_n(\mathbf{p}) = \mathbf{Charges\ Sinistres}(\mathbf{p}) - \sum_{k < n} \mathbf{Charges\ Sinistres\ Cédées}_k \\ \mathbf{Primes\ Acquises\ restantes}_n(\mathbf{p}) = \mathbf{Primes\ Acquises}(\mathbf{p}) - \sum_{k < n} \mathbf{Primes\ Acquises\ Cédées}_k \end{array} \right.$$

Avec

$n$  : le numéro du traité ;

$Charges\ Sinistres\ Cédées_k$  : charges des sinistres cédés du traité numéro  $k$  ;

$Primes\ Acquises\ Cédées_k$  : Primes acquises cédées du traité numéro  $k$  ;

$Charges\ Sinistres(\mathbf{p})$  : Charges des sinistres des segments sur lesquels on a appliqué le programme de réassurance ;

$Primes\ Acquises(\mathbf{p})$  : Primes acquises des segments sur lesquels on a appliqué le programme de réassurance.

### ✚ Solde de réassurance pour un traité Quote-Part

Les primes et les charges cédées se calculent en appliquant un taux unique appelé la quote-part. voici les formules permettant de calculer le solde de réassurance :

$$\begin{aligned} \mathbf{Solde\ Réass\ QP}_n(\mathbf{p}) \\ = \mathbf{Charges\ Cédées}_n(\mathbf{p}) - \mathbf{Primes\ Cédées}_n(\mathbf{p}) + \mathbf{Comm}_p(\mathbf{p}) \end{aligned}$$

Avec

$Primes\ Cédées_n(\mathbf{p}) = Primes\ Acquises_n(\mathbf{p}) * Quote\ Part(\mathbf{p})$ ;

$Charges\ Cédées_n(\mathbf{p}) = Charges\ Sinistres_n(\mathbf{p}) * Quote\ Part(\mathbf{p})$ ;

$Comm_n(\mathbf{p}) = Primes\ Cédées_n(\mathbf{p}) * Taux\ Commission(\mathbf{p})$ ;

$n$  : le numéro du traité.

### ✚ Solde de réassurance pour un traité Excess of Loss

À la différence du traité quote-part, ce traité fait intervenir deux taux dans le calcul du solde de réassurance. Le premier est appliqué sur les primes et le deuxième sur les charges :

$$\begin{aligned} \mathbf{Solde\ Réass\ QP}_n(\mathbf{p}) \\ = \mathbf{Charges\ Cédées}_n(\mathbf{p}) - \mathbf{Primes\ Cédées}_n(\mathbf{p}) + \mathbf{Comm}_p(\mathbf{p}) \end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned} \text{Primes Cédées}_n(p) &= \text{Primes Acquisées}_n(p) * \text{Part Primes}(p); \\ \text{Charges Cédées}_n(p) &= \text{Charges Sinistres}_n(p) * \text{Part Sinistres}(p); \\ \text{Comm}_n(p) &= \text{Primes Cédées}_n(p) * \text{Taux Commission}(p); \\ n &: \text{le numéro du traité.} \end{aligned}$$

#### Solde de réassurance pour un traité Stop-Loss

Les formules permettant de calculer le solde de réassurance sont :

$$\begin{aligned} \text{Solde Réass } SL_n(p) \\ = \text{Charges Cédées}_n(p) - \text{Primes Cédées}_n(p) + \text{Comm}_n(p) \end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned} \text{Primes Cédées}_n(p) &= \text{Primes Acquisées}_n(p) * \text{Part Prime}(p); \\ \text{Charges Cédées}_n(p) \\ &= \text{Min}\{\text{Max}(S/P \text{ Total}_n(p) - \text{Priorité}(p), 0), \text{Portée}(p)\} \\ &\quad * \text{Primes Acquisées}_n(p); \\ \text{Commissions}_n(p) &= \text{Primes Cédées}_n(p) * \text{Taux Commission}(p). \end{aligned}$$

## 4. Frais Généraux

Les frais Généraux représentent une grande partie des dépenses des compagnies d'assurance. Le module de calcul des frais généraux permet de les projeter en utilisant les résultats de projection des autres modules comme le module des primes et le module des sinistres.

Pour simplifier le modèle, nous nous sommes limités aux trois types de frais suivants :

- Frais de gestion des sinistres ;
- Frais d'administration ;
- Frais d'acquisition.

Le schéma suivant illustre la modélisation choisie pour ce module :

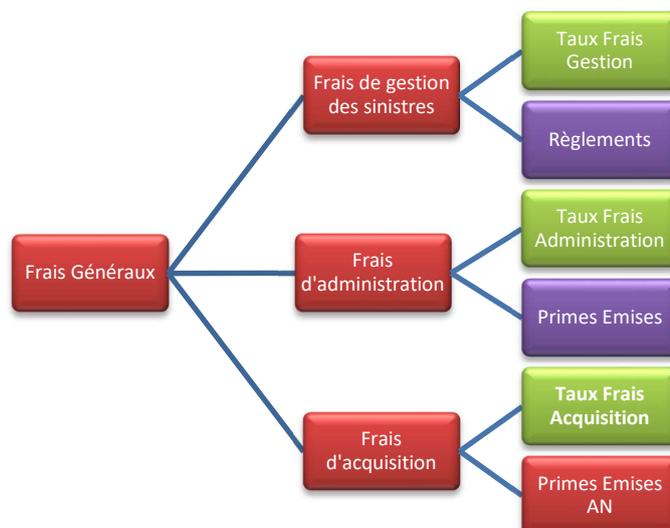


Figure 25 : Calcul des frais généraux

### a) Formules

#### ✚ Frais de Gestion des Sinistres

Les frais de gestion des prestations correspondent aux frais liés à l'acquisition et au traitement des informations nécessaires aux règlements. L'hypothèse retenue est que le coût de gestion d'un risque est proportionnel au nombre d'opérations effectuées sur ce risque.

$$\mathbf{Frais\ Gestion\ Sinistres(p) = Règlements(p) * Taux\ Frais\ Gestion(p)}$$

Avec

*Règlements : l'ensemble des règlements de l'année (courants et antérieurs)*

*calculés dans le module de calcul des sinistres ;*

*Taux Frais Gestion : le taux des frais de gestion récupéré à partir des données d'entrée.*

#### ✚ Frais d'Administration

Les frais d'administration comprennent notamment les frais d'encaissement des primes, d'administration du portefeuille, de gestion des participations aux bénéficiaires et des ristournes et de réassurance acceptée et cédée. On considère que les frais d'administration sont proportionnels au nombre de contrats.

$$\mathbf{Frais\ Administration(p) = Primes\ Emises(p) * Taux\ Frais\ Administration(p)}$$

Avec

*Primes Emises : l'ensemble des primes émises projetées par le module des primes ;*

*Taux Frais Administration : le taux des frais d'administration récupéré à partir des données d'entrée.*

### **Frais d'Acquisition**

Les frais d'acquisition correspondent aux frais occasionnés par la conclusion des contrats d'assurance (commissions d'acquisition, les frais d'ouverture de dossiers ou encore les frais de publicité ou les frais administratifs). L'hypothèse retenue est que les frais d'acquisition sont proportionnels au nombre des affaires nouvelles.

$$\mathbf{Frais\ Acquisition(p) = Primes\ Emises\ AN(p) * Taux\ Frais\ Acquisition(p)}$$

Avec

*Primes Emises AN : le chiffre d'affaires des affaires nouvelles ;*

*Taux Frais Acquisition : le taux des frais d'acquisition récupéré à partir des données d'entrée.*

## 5. Autres produits et charges techniques

Afin de finaliser tous les éléments composant le compte de résultat technique, nous avons ajouté un autre module qui regroupe tous les éléments restants.

Ce module servira aux calculs des éléments suivants :

- Produits des placements alloués ;
- Charges des autres provisions techniques ;
- Participations aux résultats ;
- Autres charges techniques.

Pour avoir une idée globale sur ce module, voici un schéma illustrant la modélisation choisie :

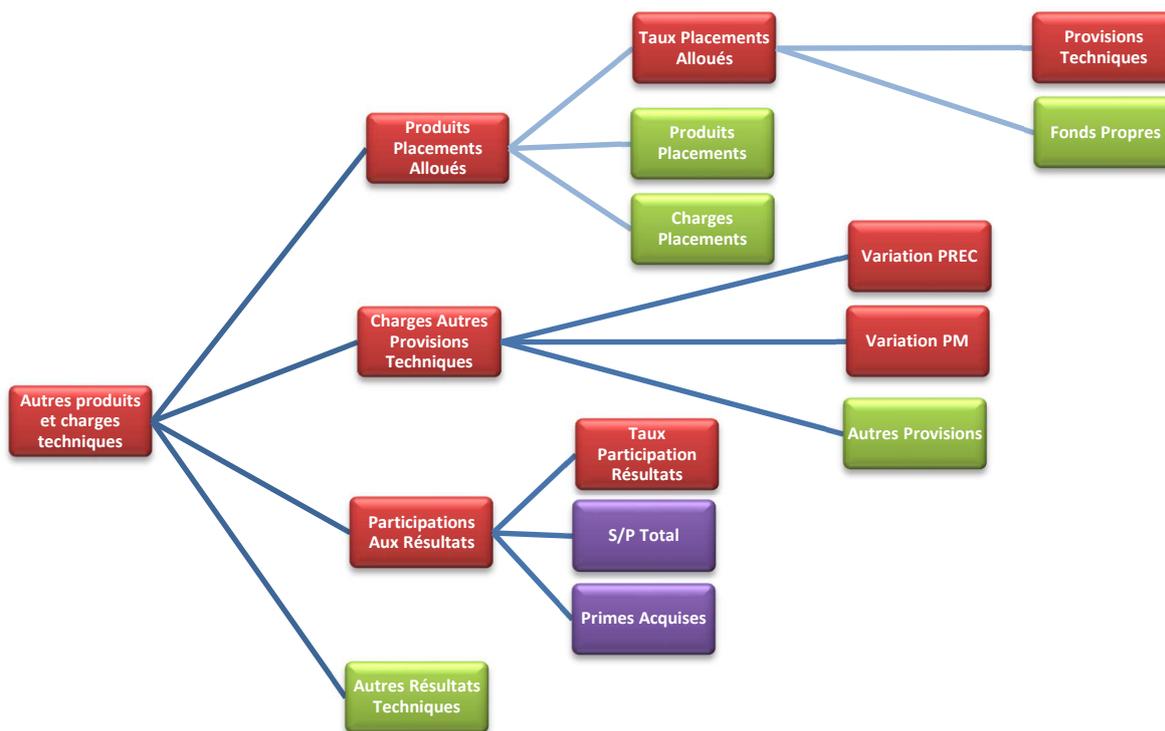


Figure 26 : Calcul des autres produits et charges techniques

### a) Modélisation et calibrage des données d'entrée

#### + Taux PREC

C'est la provision que l'assureur doit constituer si les primes attendues durant l'exercice suivant ne sont pas suffisantes pour couvrir le risque attendu. Concrètement, les compagnies d'assurance constituent cette provision si le S/P attendu l'année suivante est supérieur à 100%.

Afin de calculer la valeur de la PREC, nous avons considéré que l'évolution de sa variation est proportionnelle à celle de la PPNA. Nous avons alors utilisé un taux de PREC qui permet de déduire la variation de la PREC à partir de celle de la PPNA :

$$\text{Variation PREC}(p) = \text{Variation PPNA}(p) * \text{Taux PREC}(p)$$

Nous n'utiliserons pas de modèle mathématique pour modéliser l'évolution de cette valeur. Nous considérons qu'elle reste stable durant la période de projection.

## b) Formules :

### ✚ Provisions Mathématiques

Les compagnies d'assurance IARD peuvent être amenées à payer des rentes aux assurés. Ces rentes serviront à couvrir les frais récurrents de l'assuré touché par le sinistre, comme l'assistance.

Afin d'estimer la valeur de la rente, l'assureur estime une provision mathématique comme pour les contrats de l'assurance vie. Cette provision correspond à la somme des paiements futurs actualisés en utilisant une courbe de taux réglementaire.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{PM\ Cl\^oture(p)} \\
 &= \mathbf{PM\ Cl\^oture(p - 1) * Taux\ Evol\ Nbre\ rentier(p)} \\
 &\quad * \mathbf{Taux\ Evol\ Arr\^erages(p)}
 \end{aligned}$$

Avec

*Taux Evol Nbre rentier(p) : Taux d'évolution du nombre de rentiers en p ;*

*Taux Evol Arrérages(p) : Taux d'évolution des arrérages en p.*

### ✚ Produit des placements alloués

La formule que nous utilisons pour calculer les produits des placements alloués est la suivante :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Produits\ Placements\ Allou\^es(p)} \\
 &= \mathbf{(Produits\ Placements(p) - Charges\ Placements(p))} \\
 &\quad * \mathbf{Taux\ Placements\ Allou\^es(p)}
 \end{aligned}$$

Avec

$$\text{Taux placements allou\^es}(p) = \frac{\text{Provisions}(p)}{\text{Provisions}(p) + \text{Fonds Propres}(p)} ;$$

*Provisions = PSAP + PFGS + PPNA + PREC + PM + Provision Egalisation ;*

*Produits Placements : Les revenus issus de divers placements (dividendes, loyer...);*

*Charges Placements : Les charges de gestion des placements.*

### ✚ Charges autres Provisions Techniques

Ce poste regroupe toutes les provisions techniques excepté la PSAP et la PPNA. Dans notre modèle, on ne prend en compte que la provision mathématique et la PRE ; pour les autres provisions, comme la PSNEM (Provision pour Sinistres Non Encore Manifestés), un champ « Autres Provisions » les regroupant a été prévu.

Pour projeter les provisions mathématiques, le modèle utilise le taux d'évolution des arrérages de rente.

$$\begin{aligned} \mathbf{Charges\ Autres\ Provisions\ Techniques(p)} \\ = \mathbf{Variation\ PREC(p)} + \mathbf{Variation\ PM(p)} \\ + \mathbf{Autres\ Provisions(p)} \end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned} \mathit{Variation\ PREC(p)} &= \mathit{Variation\ PPNA(p)} * \mathit{Taux\ PREC(p)}; \\ \mathit{Variation\ PM(p)} &= \mathit{PM\ Cl\^oture(p)} - \mathit{PM\ Ouverture(p)}. \end{aligned}$$

#### **Participations aux résultats**

En non-vie, cette rubrique reprend les ristournes déduites des primes et les intérêts techniques intégrés aux versements de rentes ou aux provisions mathématiques de rentes.

$$\begin{aligned} \mathbf{Participations\ R\^esultat(p)} \\ = \mathbf{Primes\ Acquises(p)} * \mathbf{(1 - S/P\ Total(p))} \\ * \mathbf{Taux\ Participation\ R\^esultat(p)} \end{aligned}$$

Avec

*Primes Acquises(p) : Primes acquises en p ;*  
*S/P Total(p) : ratio combiné du segment en p ;*  
*Taux Participation R\^esultat(p) : taux de participation au résultat, cette valeur est calculée directement par le contrôle de gestion.*

#### **Autres Charges Techniques**

Il regroupe les frais généraux hors frais de gestion des sinistres, acquisition ou administration des contrats et gestion des placements.

Cette valeur est à récupérer directement des données envoyées par le contrôle de gestion.

# Partie III

## III. Modélisation de l'inflation

Comme évoqué précédemment, lors de la constitution du business plan, il est fortement conseillé de prendre en compte l'impact de l'inflation sur les règlements futurs. Il est donc nécessaire de projeter l'inflation dans le futur.

Les deux approches généralement utilisées sont :

- L'approche de Kaufmann, Gadmer et Klett qui permet d'exprimer le taux d'inflation en fonction du taux d'intérêt court terme ;
- L'approche de Wilkie estime que l'inflation est la source de l'incertitude, les taux d'intérêt sont donc calculés à partir de l'inflation.

Le souci de ces deux modèles est qu'ils sont applicables à toutes les branches. Il faut donc trouver un modèle mathématique permettant d'estimer les paramètres du « modèle d'inflation » pour chaque branche d'activité.

Nous avons retenu ici un modèle se basant sur la méthode UCM (Unobserved Component Model). Une méthode, en plus d'expliquer les valeurs futures de l'inflation en se basant sur les valeurs du passé, utilise des variables explicatives.

L'estimation des indices de l'inflation future des coûts médicaux constitue l'essentiel de cette partie. Nous voulons alors étudier l'indice de l'inflation, qui évolue dans le temps, en le décrivant, l'expliquant, le contrôlant et le prédisant.

### ***A. Cadre Mathématique : Modèle UCM***

Les modèles UCM réunissent la flexibilité des modèles ARIMA et la simplicité des « modèles de lissage ». En effet, l'UCM présente de nombreux avantages par rapport aux modèles classiques ARIMA :

- Ils se basent sur l'interprétation directe de chaque composante du modèle, alors que les modèles ARIMA présentent des difficultés pour interpréter des séries différenciées ;
- Ils permettent l'étude isolée de chaque composante, tandis que l'approche Box & Jenkins utilisée par les modèles ARIMA ne modélise que la partie stationnaire de la série temporelle en éliminant les autres composantes par différenciation.
- Ils se mettent facilement sous forme espace-état ce qui permet d'éviter les problématiques de stationnarité, de racine unitaire et de l'hypothèse d'une distribution gaussienne des bruits ;
- Ils prennent en compte les informations disponibles à partir de la date  $t=0$ , tandis que les autres modèles les prennent en compte à partir de  $t=-\infty$  ;
- Les coefficients du modèle peuvent évoluer et dépendre de la période d'estimation.

Harvey propose en 1989 un modèle dans lequel une série temporelle est décomposée en trois composantes stochastiques mutuellement non corrélées : une tendance  $\mu_t$ , un cycle  $\psi_t$  et une composante résiduelle  $\varepsilon_t$ :

$$Y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T$$

Par la suite, cette décomposition a été transformée en modèle suivant :

$$Y_t = \mu_t + \gamma_t + \psi_t + r_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^m \theta_j X_{j,t} + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T$$

Avec

$\mu_t$  : La tendance ;

$\gamma_t$  : La saisonnalité ;

$\psi_t$  : La cyclicité ;

$r_t$  : La composante autorégressive d'ordre 1 pour corriger la cyclicité ;

$Y_{t-i}$  : La composante autorégressive de  $Y_t$  ;

$X_{j,t}$  : Les variables explicatives ;

$\varepsilon_t$  : i. i. d suivant la loi normale  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Tous ces composants sont supposés indépendants les uns des autres.

## 1. La tendance

Pour modéliser la tendance naturelle de la série temporelle, on ajoute le paramètre  $\mu_t$ .

Contrairement à la modélisation « ARMA » dont la tendance est supposée déterministe, les modèles UCM ne sont pas soumis à cette contrainte restrictive. La tendance est alors stochastique et l'on peut faire varier ses deux composantes : la moyenne et la pente.

Une **tendance linéaire déterministe** s'écrit sous la forme :

$$\mu_t = \alpha + \beta t$$

On peut alors obtenir  $\mu_t$  de façon récursive :

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta$$

Avec

$$\mu_0 = \alpha$$

Pour préserver la continuité, on peut modéliser la moyenne et la pente sous les deux formes stochastiques suivantes :

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim i. i. d N(0, \sigma_\eta^2)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \xi_t, \quad \xi_t \sim i. i. d N(\mathbf{0}, \sigma_\xi^2)$$

Avec

$\eta_t$  et  $\xi_t$  sont des bruits blancs mutuellement non corrélés.

Le paramètre  $\eta_t$  permet à la tendance de faire varier le niveau à la hausse ou la baisse de façon aléatoire. Le paramètre  $\xi_t$  permet quant à lui de faire varier la pente. Dans ce cas, la tendance est dite « tendance localement linéaire dans le temps » ou LLT (locally linear time trend).

Si  $\sigma_\xi^2 = 0$ , la tendance est linéaire avec une pente fixe.

Si  $\sigma_\eta^2 = 0$ , on obtient une tendance plus lissée.

Si les deux paramètres sont nuls ( $\sigma_\xi^2 = \sigma_\eta^2 = 0$ ), on revient alors à une tendance linéaire déterministe.

La tendance peut prendre la forme de « marche aléatoire » si l'on modélise sous la forme suivante :

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim i. i. d N(\mathbf{0}, \sigma_\eta^2)$$

## 2. Le cycle

Dans cette partie, nous proposons deux types de modélisations à la composante cyclique  $\psi_t$  : une déterministe, et l'autre stochastique.

Considérons  $\psi_t$  comme une fonction cyclique de fréquence  $\lambda$  ( $0 < \lambda < \pi$ ) et de période  $2\pi/\lambda$ .

Sous sa forme déterministe, le cycle peut être modélisé comme une somme de fonctions cosinus et sinus :

$$\Psi_t = \alpha \cos(\lambda t) + \beta \sin(\lambda t)$$

Cette fonction est caractérisée par une amplitude de  $(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$  et une phase de  $\tan^{-1}(\beta/\alpha)$

Le cycle peut être aussi modélisé de manière récursive :

$$\begin{pmatrix} \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda \\ -\sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{t-1} \\ \Psi_{t-1}^* \end{pmatrix}$$

Avec comme conditions initiales :  $\Psi_0 = \alpha$  et  $\Psi_0^* = \beta$

Afin de passer à une modélisation stochastique, il faut ajouter deux paramètres : un bruit aléatoire et un paramètre de lissage  $\rho$  appelé « facteur d'amortissement » (Damping Factor). Ce dernier permet d'augmenter la flexibilité du modèle.

On obtient alors le modèle suivant :

$$\begin{pmatrix} \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda \\ -\sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{t-1} \\ \Psi_{t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{t-1} \\ \mathbf{v}_{t-1}^* \end{pmatrix}$$

Avec

$\rho$  : Paramètre de lissage  $0 \leq \rho \leq 1$   
 $v_{t-1}$  et  $v_t$  : des perturbations indépendantes qui suivent une loi  $N(0, \sigma_{v_t}^2)$

Le cycle résultant de cette modélisation est stochastique avec une période fixe. Cependant, la phase et l'amplitude varieront dans le temps.

Si le paramètre de lissage est strictement inférieur à 1 ( $\rho < 1$ ), alors le modèle est stationnaire. Si la fréquence  $\lambda$  est égale à 0 ou  $\pi$ , le modèle devient un processus autorégressif de premier ordre.

### 3. Le terme autorégressif

Dans le cas où le cycle soit une fréquence égale à 0 ou  $\pi$ , on ajoute dans le modèle un terme autorégressif d'ordre 1. Alors la composante  $r_t$  est modélisée comme suit :

$$r_t = \rho r_{t-1} + v_t, \quad v_t \sim i. i. d. N(0, \sigma_v^2) \quad \text{Avec } -1 \leq \rho \leq 1$$

Ce modèle résulte de la modélisation présentée dans le paragraphe précédent (cas d'une fréquence  $\lambda = 0$ ) :

$$\psi_t = \rho(\cos \lambda \psi_{t-1} + \sin \lambda \psi_{t-1}^*) + v_{t-1} = \rho \cos \lambda \psi_{t-1}$$

### 4. La saisonnalité

La saisonnalité représente la variation saisonnière des séries temporelles causée par des changements réguliers de saisons et d'autres événements réguliers dans le temps. Cet effet permet d'appliquer une correction sur la tendance générale de la série temporelle qui s'annule en moyenne sur une période saisonnière entière.

Dans le cas d'un lissage maximal ( $\rho = 1$ ) et d'une absence de chocs ( $\sigma = 0$ ), la composante cyclique devient une composante saisonnière.

La saisonnalité peut être modélisée sous deux formes :

#### ✚ Le modèle « Dummy variable »

Il est modélisé par l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^{s-1} \gamma_{t-1} = \omega_t, \quad \omega_t \sim i. i. d. N(0, \sigma_\omega^2)$$

#### ✚ Le modèle « Trigonométrique »

La saisonnalité  $\gamma_t$  dans ce modèle est représentée par la somme de cycles de différentes fréquences :

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{j=1}^{\lfloor S/2 \rfloor} \mathbf{Y}_{j,t}$$

Avec

$$\begin{cases} \left\lfloor \frac{S}{2} \right\rfloor = \frac{S}{2} & \text{Si } S \text{ est pair} \\ \left\lfloor \frac{S}{2} \right\rfloor = \frac{S-1}{2} & \text{Si } S \text{ est impair} \end{cases}$$

les cycles  $\mathbf{Y}_{j,t}$  de fréquences  $\lambda_j = 2\pi j/s$  modélisés par l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{j,t} \\ \mathbf{Y}_{j,t}^* \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} \cos \lambda_t & \sin \lambda_t \\ -\sin \lambda_t & \cos \lambda_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{j,t-1} \\ \mathbf{Y}_{j,t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}_{j,t} \\ \boldsymbol{\omega}_{j,t}^* \end{pmatrix}$$

Avec

$\boldsymbol{\omega}_{j,t}$  et  $\boldsymbol{\omega}_{j,t}^*$  : sont indépendantes. À  $j$  fixé,  $\boldsymbol{\omega}_{j,t}$  et  $\boldsymbol{\omega}_{j,t}^*$  suivent une loi  $N(0, \sigma_\omega^2)$

Si la période  $s$  est paire, l'équation pour  $j = s/2$  devient :

$$\mathbf{Y}_{s/2,t} = -\mathbf{Y}_{s/2,t-1} + \boldsymbol{\omega}_{j,t}$$

Si  $\sigma_\omega^2 = 0$  alors le modèle est déterministe.

## 5. Les termes de régression

Ces deux composantes  $\sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i}$  et  $\sum_{j=1}^m \theta_j X_{j,t}$  rendent le modèle plus flexible.  $\sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i}$  représente la composante autorégressive, alors que  $\sum_{j=1}^m \theta_j X_{j,t}$  représente la composante contenant les variables explicatives.

Nous avons présenté dans les paragraphes précédents les différentes composantes du modèle UCM et leurs paramètres. Nous passerons à présent à l'estimation de ces paramètres.

Pour cela, on va utiliser le filtre de Kalman qui permet d'estimer les paramètres d'un modèle espace-état. En effet, il faudrait reformuler le modèle de base de Harvey (sans ces variables explicatives) pour le transformer en un modèle espace-état.

Prenons un modèle de type « tendance-cycle » ( $Y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t$ ). Après transformation, on obtient l'équation d'observation suivante :

$$\mathbf{Y}_t = (\mathbf{1} \ \mathbf{0} \ \mathbf{1} \ \mathbf{0}) \mathbf{Z}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Avec  $\mathbf{Z}_t$  un vecteur d'état défini par  $\mathbf{Z}_t = T(\mu_t, \beta_t, \psi_t, \psi_{t-1}^*)$  dont l'équation d'état est :

$$\mathbf{Z}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \rho \cos \lambda & \rho \sin \lambda \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\sin \lambda & \rho \cos \lambda \end{pmatrix} \mathbf{Z}_{t-1} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_t \\ \boldsymbol{\xi}_t \\ \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_t^* \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_t \\ \boldsymbol{\xi}_t \\ \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_t^* \end{pmatrix} \sim N(\mathbf{0}, \text{Diag}(\sigma_\eta^2, \sigma_\xi^2, \sigma_v^2, \sigma_{v^*}^2))$$

Si l'on prend un modèle de type « **tendance-cycle** » avec une seule variable explicative ( $Y_t = \mu_t + \psi_t + \theta_t X_{j,t} + \varepsilon_t$ ), on obtient l'équation d'observation suivante :

$$Y_t = (\mathbf{1} \ \mathbf{0} \ \mathbf{1} \ \mathbf{0})Z_t + \theta_t X_{j,t} + \varepsilon_t$$

Avec

$Z_t$  : un vecteur d'état défini par  $Z_t = T(\mu_t, \beta_t, \psi_t, \psi_{t-1}^*)$  dont l'équation d'état est :

$$Z_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho \cos \lambda & \rho \sin \lambda \\ 0 & 0 & -\sin \lambda & \rho \cos \lambda \end{pmatrix} Z_{t-1} + \begin{pmatrix} \eta_t \\ \xi_t \\ v_t \\ v_t^* \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{pmatrix} \eta_t \\ \xi_t \\ v_t \\ v_t^* \end{pmatrix} \sim N(0, \text{Diag}(\sigma_\eta^2, \sigma_\xi^2, \sigma_v^2, \sigma_{v^*}^2))$$

$\theta_t$  : Coefficient de régression qui s'écrit comme :  $\theta_t = \theta_{t-1} + \tau_t$  avec  $\tau_t \sim N(0, \sigma_\tau^2)$ .

Il faut noter que  $\tau_t$  est fixé à zéro afin de stabiliser la relation entre  $Y_t$  et  $X_t$

Si l'on ajoute la composante **autorégressive**  $Y_t$ , l'équation d'observation devient :

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_r Y_{t-r} + (\mathbf{1} \ \mathbf{0} \ \mathbf{1} \ \mathbf{0})Z_t + \theta_t X_{j,t} + \varepsilon_t$$

Nous pouvons utiliser la même méthode pour des modèles plus complexes. Nous ajoutons autant d'équations d'état que de variables explicatives.

Cet algorithme estime d'abord les variables d'état à l'aide du filtre de Kalman, puis les paramètres de chaque composante en utilisant l'algorithme EM (Expectation Maximization). Ce dernier permet de calculer les estimateurs du Maximum de Vraisemblance des paramètres d'un modèle espace-état.

## B. Présentation des données

Dans ce paragraphe, nous présentons les données qui seront utilisées dans la modélisation de l'inflation des coûts médicaux. Cette présentation permettra d'avoir une idée sur l'origine de ces données, sur leurs périodes de collecte et sur leurs analyses et leurs descriptions.

L'objectif étant de modéliser ce type d'inflation et d'établir un lien entre elle et d'autres types de données, il serait judicieux de définir et d'indiquer le mode de calcul de ces derniers.

Dans la suite, nous présentons les données qui vont intervenir dans notre modélisation.

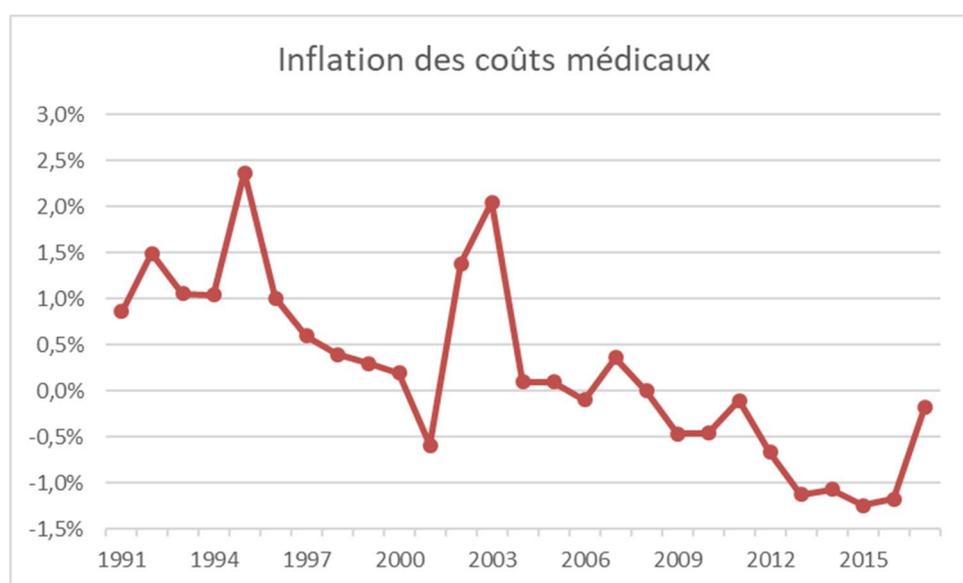
### 1. Taux d'inflation des coûts médicaux

La seule différence entre la mesure de l'inflation générale et l'inflation des coûts médicaux consiste en la composition du panier des biens et services utilisé pour le calcul de l'indice des

prix à la consommation. Le panier utilisé pour mesurer l'inflation des coûts médicaux est constitué de :

- Produits pharmaceutiques ;
- Produits médicaux divers ;
- Appareils et matériels thérapeutiques ;
- Services médicaux ;
- Services dentaires ;
- Services paramédicaux.

Nous avons utilisé l'IPC santé, enregistré en France entre 1991 et 2017, récupéré à partir du site de l'INSEE.



Figures 6 : Evolution de l'inflation des coûts médicaux entre 1991 et 2017

## 2. Taux d'inflation générale

### ✚ Définition

L'inflation représente la perte du pouvoir d'achat de la monnaie qui est due à l'augmentation générale et durable des prix.

Pour calculer le taux d'inflation, on fait appel à l'IPC (Indice des Prix à la Consommation). Il mesure l'évolution du niveau moyen des prix des biens et services consommés par les ménages, pondérés par leur part dans la consommation moyenne des ménages.

Ce panier de biens et de services est constitué des éléments suivants :

- Produits alimentaires et boissons non alcoolisées ;
- Boissons alcoolisées, tabac et stupéfiants ;

- Articles d'habillement et chaussures ;
- Logements, eau, gaz, électricité et autres combustibles ;
- Meubles, articles de ménage et entretien courant du foyer ;
- Santé ;
- Transports ;
- Communications ;
- Loisirs et culture ;
- Enseignement ;
- Restaurants et hôtels ;
- Biens et services divers.

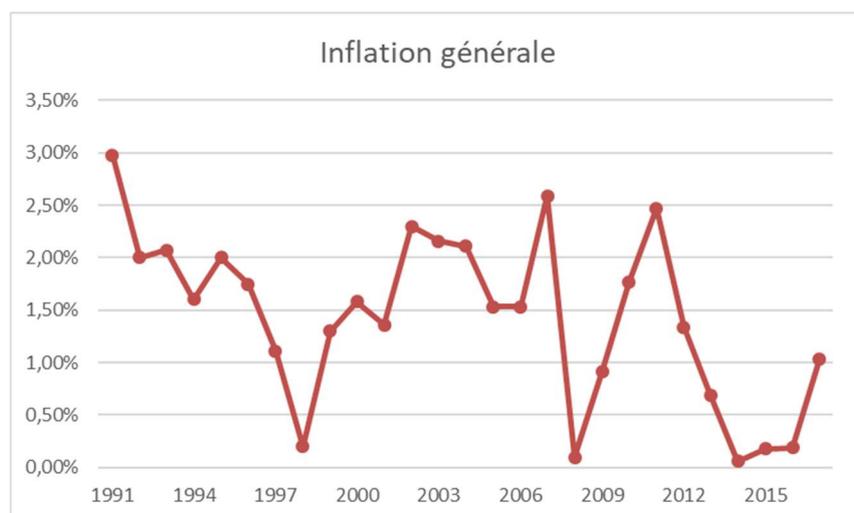
Le taux d'inflation entre l'année N et l'année N+1 peut alors se calculer en utilisant la formule suivante :

$$\text{Taux inflation}_{N+1} = \frac{IPC_{N+1} - IPC_N}{IPC_N} * 100$$

La situation économique d'un pays peut prendre 3 formes :

- **La déflation** : elle décrit une baisse générale et durable des prix. On peut parler aussi d'une inflation négative ;
- **La désinflation** : elle représente le ralentissement durable du rythme de hausse générale des prix. On dit qu'il y a une désinflation quand le taux d'inflation passe de 10 % à 5 % ;
- **La stagflation** : elle correspond à une situation de ralentissement de l'activité économique et d'une forte inflation ;

Nous avons utilisé les taux d'inflation générale, enregistrés en France entre 1991 et 2017, récupérés à partir du site de l'INSEE.



Figures 6 : Evolution de l'inflation générale entre 1991 et 2017

## Simulation

Étant donné que la projection de l'inflation des coûts médicaux dépend, d'après notre modèle UCM, de la projection de l'inflation générale, cette dernière doit être modélisée et projetée.

Nous avons alors utilisé l'ESG d'Addactis pour réaliser cette modélisation. Elle se fait grâce au modèle de Kaufmann, Gadmer et Klett qui modélise le taux d'inflation en fonction du taux d'intérêt à court terme, en utilisant la formule suivante :

$$i_t = \alpha + \beta \times r_t + \varepsilon_t$$

Avec

$r_t$ : Taux d'intérêt à court terme

$\varepsilon_t$ : un bruit blanc de variance  $\sigma^2$

$\alpha, \beta, \sigma$  : les paramètres du modèle

Dans l'annexe 2, nous détaillons les étapes suivies par l'ESG d'Addactis pour calibrer les 3 paramètres du modèle de Kaufmann, Gadmer et Klett.

### 3. Taux de croissance économique (PIB)

Le PIB (Produit Intérieur Brut) représente la valeur monétaire totale de biens et services produits par un pays. Il y a trois approches pour le calculer :

➤ **Approche production :**

<p><b><i>Produit intérieur brut</i></b>  <b>= Somme des valeurs ajoutées + Impôts sur les produits</b></p>
--

➤ **Approche revenu :**

***Produit intérieur brut***  
**= Rémunération des salariés + Impôts sur les produit**  
**+ Autres impôts sur la production**  
**– subventions sur les produits**  
**– Autres subventions sur la production**  
**+ Excédent d'exploitation**  
**revenu mixte**

➤ **Approche demande :**

### *Produit intérieur brut*

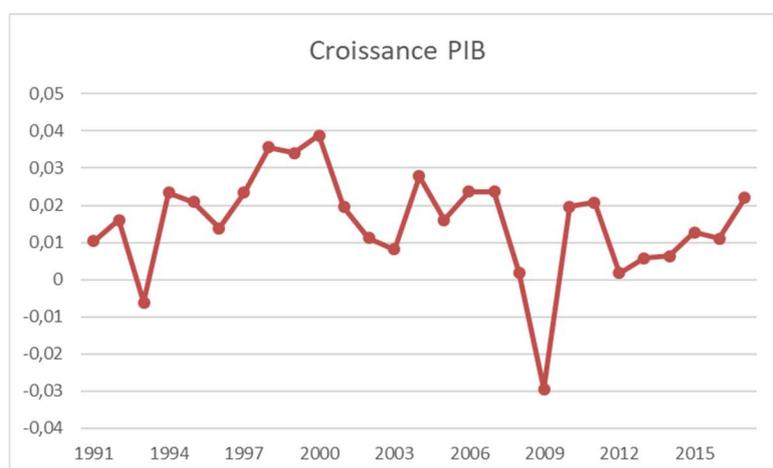
$$\begin{aligned}
 &= \textit{Consommation finale} + \textit{Formation brute du capital fixe} \\
 &+ \textit{Variation des stocks} \\
 &+ \textit{Acquisitions moins cessions d'objets de valeur} \\
 &+ \textit{Exportations} - \textit{Importations}
 \end{aligned}$$

Dans notre modèle UCM, nous n'utiliserons pas directement la valeur nominale du PIB. Mais **son taux de croissance**. Il sert à mesurer l'évolution du PIB d'une période à l'autre (mois, trimestre, année). Il est généralement exprimé en pourcentage.

Ainsi, le taux de croissance du PIB entre l'année (n-1) et l'année n est donné par la formule :

$$\textit{Taux de croissance} = \frac{PIB_n - PIB_{n-1}}{PIB_{n-1}} * 100$$

Nous avons utilisé le taux de croissance de la France enregistré entre 1991 et 2017, que nous avons récupéré à partir du site de la banque mondiale.



Figures 6 : Taux de croissance du PIB de la France entre 1991 et 2017

### **C. Calibration et validation du modèle :**

Cette partie a pour but de trouver le modèle adéquat permettant de modéliser l'inflation des coûts médicaux. Ce modèle sera ensuite utilisé pour obtenir les projections des taux d'inflation.

Nous avons fait appel à deux types de modèles UCM : les modèles sans variables explicatives (modèles saturés) et les modèles avec variables explicatives (modèles non saturés). Dans la suite, nous présenterons les modèles obtenus pour chaque type d'inflation.

Les modèles UCM sont composés de paramètres sous forme de somme de composantes de type régressif. La procédure UCM de SAS, que nous avons utilisée, se base sur l'algorithme EM et le filtre de Kalman. Il permet d'estimer les variances des termes de perturbation, les

coefficients d'amortissement et des fréquences des cycles, et les coefficients de régression des termes de régression.

Pour choisir la meilleure estimation, nous avons utilisé l'algorithme « Stepwise » (pas à pas). Cet algorithme élimine progressivement les paramètres non significatifs du modèle en suivant les étapes suivantes :

- Pour chaque composante, nous considérons au départ qu'elle est à la fois stochastique et significative. Ensuite, nous déterminons si elle varie dans le temps. Enfin, nous déterminons si elle intervient dans le modèle. Notons qu'une composante peut être significative, sans varier dans le temps.
- Pour les paramètres de type régressif, nous retirons progressivement les variables les moins significatives en utilisant les « p-values », jusqu'à ce qu'il ne reste que les plus significatives.

Pour pouvoir comparer deux modèles, nous nous sommes basés sur la valeur de l'**AIC (Critère d'information d'Akaike)** qui est une mesure de la qualité d'un modèle statistique pénalisant ceux avec un grand nombre de paramètres. On garde alors celui avec l'AIC le plus faible.

Nous présenterons tout d'abord les modèles saturés avant de passer aux modèles non saturés.

## 1. Modèles saturés

Dans cette partie, nous avons effectué des ajustements sur les paramètres des composantes de chaque modèle afin de trouver les plus significatives entre elles donnant le modèle avec l'AIC le plus faible. Les ajustements des différents paramètres de chaque modèle sont effectués comme suit :

Nous avons débuté par un modèle complet contenant toutes les composantes (tendance, cycle, bruit blanc) sauf la « Saisonnalité » utilisée dans le cas d'une série de données mensuelles puis nous avons suivi les étapes suivantes :

- La variance de la composante « pente » est la moins significative. Nous l'avons donc fixée à 0 avant de relancer une nouvelle fois le modèle ;
- Cette fois-ci, la variance de la composante « niveau » devient à son tour négligeable. Nous l'avons donc fixée à 0 puis nous avons relancé le modèle ;
- La variance de la composante stochastique « Cycle » devient aussi négligeable. Comme pour les deux précédentes composantes, nous l'avons transformée en composante déterministe.

Le modèle final obtenu contient toutes les composantes de départ.

Analyse de significativité des composantes (basée sur l'état final)			
Composante	DDL	Khi-2	Pr > Khi-2
Irregular	1	1.05	0.3051
Level	1	12.11	0.0005
Slope	1	26.33	<.0001
Cycle	0	.	.

Statistiques d'ajustement basées sur les résidus	
Mean Squared Error	0.00006465
Root Mean Squared Error	0.00804
Mean Absolute Percentage Error	13,312,059
Maximum Percent Error	28,147,440
R-Square	0.25147
Adjusted R-Square	0.12672
Random Walk R-Square	-0.04410
Amemiya's Adjusted R-Square	-0.08121
Nombre de résidus non manquants utilisés pour calculer les statistiques. d'ajustement = 22	

Final Estimates of the Free Parameters					
Composante	Paramètre	Valeur estimée	Erreur type approchée	Valeur du test t	Approx. de Pr >  t
Irregular	Error Variance	0.00003653	0.00001102	3.32	0.0009
Cycle	Damping Factor	0.90000	.	.	.
Cycle	Period	240,000	.	.	.
DepLag	Phi_1	0.15619	0.20642	0,76	0.4493

Tableau 9 : Sortie SAS Inflation des coûts médicaux Modèle saturé

Voici le modèle final obtenu :

$$Y_t = \mu_t + \psi_t + 0.239 * Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Avec

$\mu_t$  la composante déterministe « niveau » :  $\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1}$  et  $\beta_t$  la composante déterministe « pente » :  $\beta_t = \beta_{t-1}$  ;

$\psi_t$  la composante « cycle » de période 2.4 et de facteur d'amortissement 0.9 ;

$\varepsilon_t$  : i.i.d suivant la loi normale  $N(0, 0.00003653)$  ;

$Y_{t-1}$  la composante autorégressive de  $Y_t$ .

Ce modèle respecte les hypothèses de blancheur et de normalité des résidus.

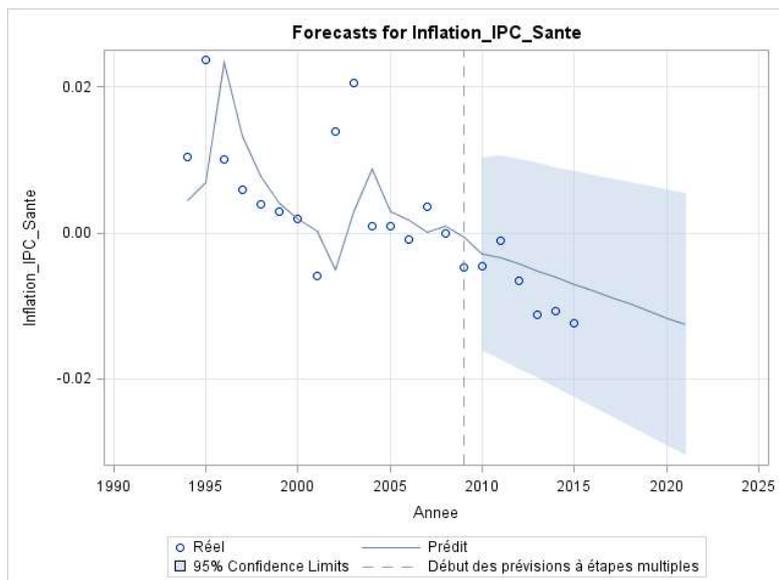


Figure 27 : Sortie SAS Inflation des coûts médicaux Modèle saturé

D'après le schéma précédent, nous pouvons constater que le modèle obtenu grâce à la méthode UCM prévoit une baisse continue de l'inflation. Ce qui est arrivé réellement après 2010.

## 2. Modèles non saturés

Pour améliorer la qualité de nos modèles, basés sur la méthode UCM, et nos prévisions, nous avons intégré des variables exogènes qui peuvent nous aider à mieux expliquer les variations futures des deux types d'inflation que nous essayons de modéliser.

En plus des composantes vues dans le modèle saturé, nous avons ajouté les deux variables exogènes suivantes : le taux de croissance du PIB et le taux d'inflation générale. L'ajout de ces deux variables permettra d'obtenir des prévisions plus précises.

Après l'utilisation de la procédure UCM de SAS, nous avons pu éliminer la variable « croissance PIB ».

Analyse de significativité des composantes (basée sur l'état final)			
Composante	DDL	Khi-2	Pr > Khi-2
Irregular	1	0.10	0.7503
Level	1	27.47	<.0001
Slope	1	33.44	<.0001
Cycle	0	.	.

Statistiques d'ajustement basées sur les résidus	
Mean Squared Error	0.00006641
Root Mean Squared Error	0.00815
Mean Absolute Percentage Error	18,363,272
Maximum Percent Error	42,534,471
R-Square	-0.01849
Adjusted R-Square	-0.29009
Random Walk R-Square	-0.16048
Amemiya's Adjusted R-Square	-0.69748
Nombre de résidus non manquants utilisés pour calculer les statistiques. d'ajustement = 20	

Final Estimates of the Free Parameters					
Composante	Paramètre	Valeur estimée	Erreur type approchée	Valeur du test t	Approx. de Pr >  t
Irregular	Error Variance	0.00002787	88 130E-6	3,16	0.0016
Cycle	Damping Factor	0.90000	.	.	.
Cycle	Period	244,444	.	.	.
Inflation_IPC	Coefficient	0.38888	0.15638	2,49	0.0129
DepLag	Phi_1	0.12942	0.19000	0,68	0.4958
DepLag	Phi_2	-0.25810	0.18491	-1,40	0.1628

Tableau 11 : Sortie SAS Inflation des coûts médicaux Modèle non saturé

Après le calcul précédent, nous avons obtenu le modèle suivant :

$$Y_t = \psi_t + 0.12942 * Y_{t-1} - 0.25810 * Y_{t-2} + \varepsilon_t + 0.38888 * Inflation\_IPC$$

Avec

$\psi_t$  la composante « cycle » de période 24 444 et de facteur d'amortissement 0.9 ;

$Y_{t-1}$  et  $Y_{t-2}$  les deux composantes autorégressives de  $Y_t$  ;

$\varepsilon_t$  : i.i.d suivant la loi normale  $N(0, 0.0002787)$ .

Ce modèle respecte les hypothèses de blancheur et de normalité des résidus.

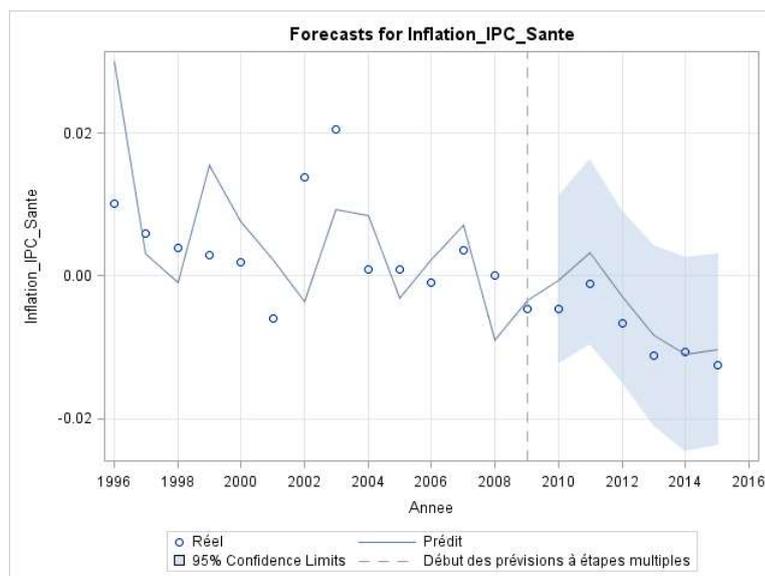


Figure 28 : Sortie SAS Inflation des coûts médicaux Modèle non saturé

En comparant les modèles présentés dans les deux paragraphes précédents, nous constatons que le modèle non saturé contenant les variables explicatives est plus robuste et donne des résultats très pertinents. Nous le retenons alors pour projeter l'inflation des coûts médicaux.

#### ***D. Résultat :***

Le schéma suivant résume les étapes suivies pour projeter l'inflation des coûts médicaux. À savoir :

- Calibrage du modèle projetant l'inflation des coûts médicaux à l'aide du modèle UCM disponible de la solution SAS ;
- Projection de l'inflation générale en utilisant le modèle ESG développé par le cabinet Addactis ;
- Projection de l'inflation des coûts médicaux en utilisant le modèle calibré dans la première étape ;

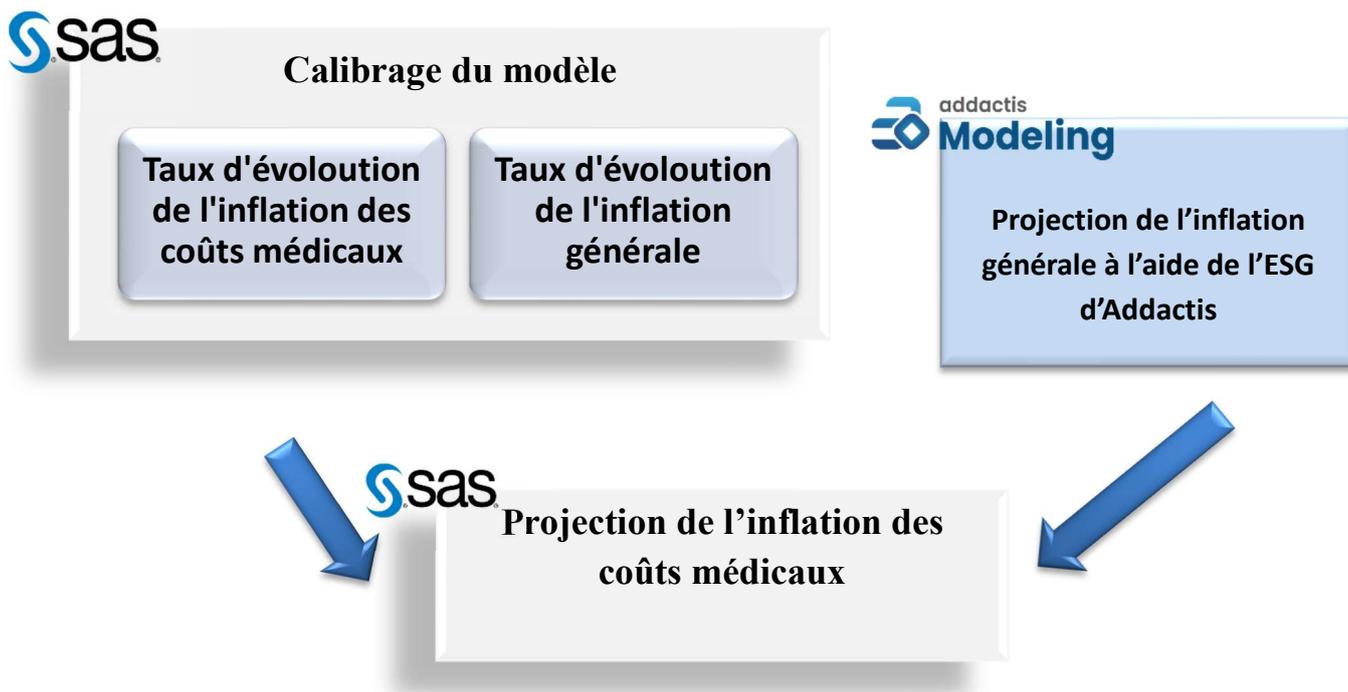


Figure 29 : Les étapes suivies pour projeter l'inflation

Nous présentons les résultats de l'application de ce modèle à l'inflation des coûts médicaux.

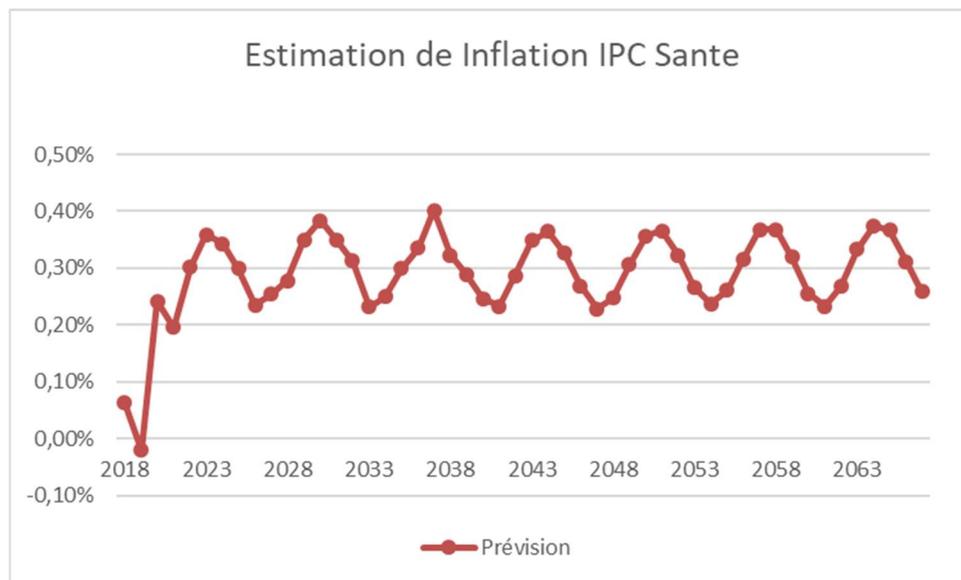


Figure 30: Estimation de l'inflation IPC Sante

Nous pouvons noter que le niveau de l'inflation future des coûts médicaux basés sur l'indice ICP restera très faible. Cela s'explique principalement par le niveau très bas de l'inflation observé par l'INSEE entre 2004 et 2016 (il varie entre 0,5% et -1%).

Nous constatons aussi que l'inflation des coûts médicaux suit une tendance cyclique. C'est souvent le cas pour les indices qui sont directement ou indirectement liés à l'économie (récession et expansion).

Même si les résultats obtenus sont meilleurs que ce que donne le modèle saturé (sans variables explicatives), nous pensons que nos résultats peuvent être encore améliorés. L'une des approches pour améliorer les performances consiste à trouver d'autres variables explicatives qui peuvent ajouter de la précision aux prédictions du modèle UCM.

# Partie V

## IV. Présentation des données utilisées

La société qui servira de référence lors de cette projection est une bancassurance de taille moyenne proposant des produits d'assurance IARD.

Le portefeuille qui sera étudié sera composé des produits suivants :

- ✓ Automobile : ce produit est composé de deux garanties : responsabilité civile automobile et dommage automobile ;
- ✓ MRH (multirisque habitation) : ce produit est composé des deux garanties : dommage MRH et responsabilité civile MRH ;
- ✓ Protection juridique ;
- ✓ GAV : la garantie contre les accidents de la vie.

Notre société de référence commercialise, en plus des produits cités précédemment, des produits que nous n'utilisons pas lors de notre étude afin de simplifier les analyses des résultats et limiter les impacts entre produits de même Lob.

Dans la suite, nous présentons les principales caractéristiques de la société de référence ainsi que les hypothèses qui seront utilisées pour construire le Business Plan.

### A. Bilan

Le tableau d'en bas représente le bilan statutaire de notre entreprise de référence au 31/12/2020 :

Actif			Passif		
Compte	Montant (en K€)	Poids	Compte	Montant (en K€)	Poids
<i>Investissement et placements</i>	1 274 213	69%	<i>Capitaux propres et réserves</i>	409 130	22%
<i>Provisions cédées</i>	71 165	4%	<i>Provisions brutes :</i> -PPNA -PREC -PSAP & IBNR -PM	1 198 297	65%
<i>Autres Actifs</i>	508 731	27%	<i>-Autres provisions</i>		
<b>Total</b>	<b>1 854 109</b>	<b>100%</b>	<i>Autres passif</i>	246 681	13%
			<b>Total</b>	<b>1 854 109</b>	<b>100%</b>

Tableau 12 : Bilan statutaire au 31/12/2020

Les provisions techniques de l'assureur s'élèvent à 1 198 M€ représentant 65% du bilan. En revanche, les fonds propres sont égaux à 409M€ représentant 22% du bilan. Ces deux montants sont cohérents avec la répartition moyenne observée chez les autres assureurs (88%).

Les autres passifs représentent 13% (246 M€). Cette partie contient l'ensemble du bas du bilan :

- Les dettes envers les assurés et les réassureurs ;
- Les autres dettes ;
- Les autres passifs.

Les provisions cédées quant à elles représentent 4% de l'actif du bilan pour s'élever à 71M€. Ce montant est porté principalement par le Dommage MRH (36%), RC Auto (40%) et RC MRH (21%).

Le poste "Autres Actifs" représente 27% (509 M€) de l'actif et contient :

- Les frais d'acquisition reportés ;  
Les créances liées à l'activité d'assurance ;
- Les autres créances non liées à l'activité d'assurance ;
- Les autres postes restants (valeur des intangibles ...) ;

En ce qui concerne les investissements, nous détaillons la composition dans la partie consacrée à l'actif de la société.

## ***B. Passif***

AU 31/12/2020, voici la composition des provisions techniques S1 par garantie :

	PPNA (en K€)	Poids PPNA	PSAP	Poids PSAP	PSAP	Poids PSAP
RC AUTO	58 126	17%	274 375	36%	332 501	30%
Dommages AUTO	75 301	22%	33 494	4%	108 795	10%
Dommages MRH	117 839	35%	109 447	14%	227 287	21%
RC MRH	25 804	8%	161 827	21%	187 631	17%
PJ	23 135	7%	21 588	3%	44 723	4%
GAV	41 291	12%	156 256	21%	197 546	18%
<b>Total</b>	<b>341 496</b>	<b>100%</b>	<b>756 987</b>	<b>100%</b>	<b>1 098 483</b>	<b>100%</b>

Tableau 13 : Poids des provisions

Les garanties qui pèsent le plus en matière de provisions pour sinistre à payer sont la « RC Auto » (36%), la « RC MRH » (21%) et la « GAV » (21%). Les deux premières garanties sont des garanties de type responsabilité civile. Leurs durations longues expliquent le poids de leurs provisions en 2017. Le poids du PSAP de la GAV quant à lui s'explique par une grande prudence dans l'estimation des sinistres.

En ce qui concerne les PPNA, les garanties qui pèsent le plus sont la « RC Auto » (17%), le « Dommages Auto » (22%) et le « Dommage MRH » (35%). Leurs niveaux plus élevés s'expliquent principalement par leurs poids en ce qui concerne le chiffre d'affaires.

Le schéma suivant représente le poids de chaque segment dans le portefeuille global :

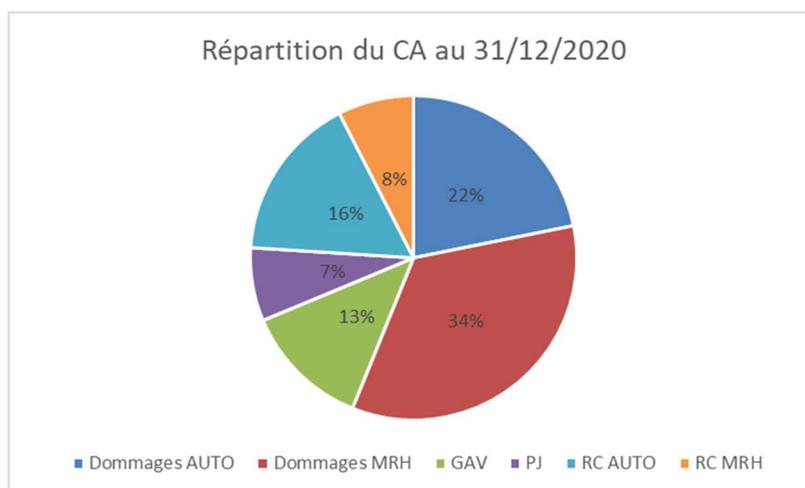


Figure 31 : Répartition du chiffre d'affaires par garantie au 31/12/2020

### C. Actif

Au 31/12/2020, voici la répartition du portefeuille d'actif de la société :

Actif	Répartition
<b>Action</b>	12%
<b>Obligation</b>	76%
<b>Monétaire</b>	9%
<b>Immobilier</b>	3%
<b>Total</b>	<b>100%</b>

Tableau 14 : Répartition du portefeuille d'actif au 31/12/2020

Le portefeuille des placements détenu par l'assureur est composé principalement par des obligations qui représentent 76% de la part totale du portefeuille. Les deux tiers de ces obligations sont des obligations d'entreprise. Tandis que les obligations d'état représentent le tiers restant.

Les actions, quant à elle, représentent 12 % du portefeuille total. Elle se compose presque totalement des actions de type 1 (96%). Les participations stratégiques représentent 4%.

La part d'immobilier est composée de 100% d'immobilier physique.

## D. Hypothèses techniques

Cette section détaille les hypothèses utilisées pour construire le Business Plan. Toutes ces hypothèses proviennent soit de la direction technique (S/P, cadences), soit du contrôle de gestion.

Toutes les hypothèses de la direction technique sont segmentées par garantie. En revanche, les hypothèses du contrôle de gestion servant à projeter tous les éléments du Business Plan sont segmentées par produit.

Les résultats de notre Business Plan seront détaillés par produit.

## E. Primes

Pour projeter le portefeuille de contrat, nous aurons besoin de plusieurs hypothèses.

La première hypothèse est l'évolution de la prime moyenne pour chaque garantie :

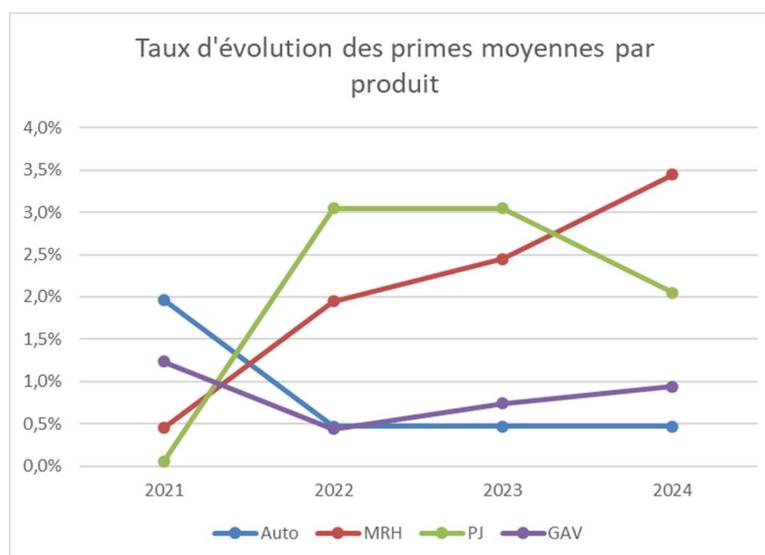


Figure 32 : Taux d'évolution des primes moyennes par produit

La deuxième hypothèse est l'évolution des ventes nettes de résiliation :

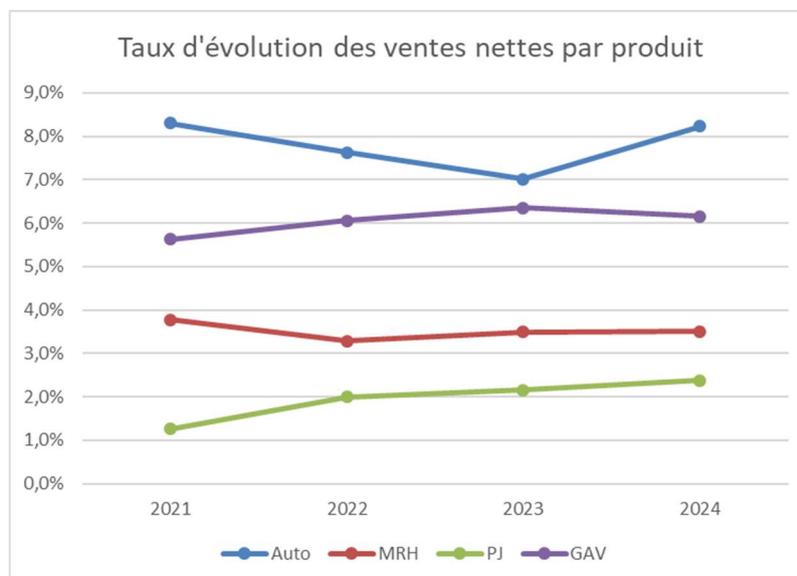


Figure 33 : Taux d'évolution des ventes nettes par produit

Les deux hypothèses prévoient une croissance de l'ensemble des produits entre 2021 et 2024. Cette croissance s'explique pour les produits MRH et PJ à la fois par la croissance des nombres de contrats et par l'évolution de la prime moyenne surtout entre 2022 et 2024. Pour les autres produits, la croissance est portée principalement par la hausse des ventes nettes.

Pour calculer les PPNA, voici les taux retenus pour chaque année de projection et chaque produit :

	2021	2022	2023	2024
Auto	44%	44%	44%	44%
MRH	45%	45%	45%	45%
PJ	43%	43%	43%	43%
GAV	45%	45%	45%	45%

Tableau 15 : Taux des PPNA par produit

Nous supposons que le taux de PPNA est stable durant la projection.

## F. Sinistres

### 1. Ratio Sinistres sur Primes acquises (S/P)

Pour projeter les sinistres, nous considérons les S/P suivants par garanties, en vision S1 :

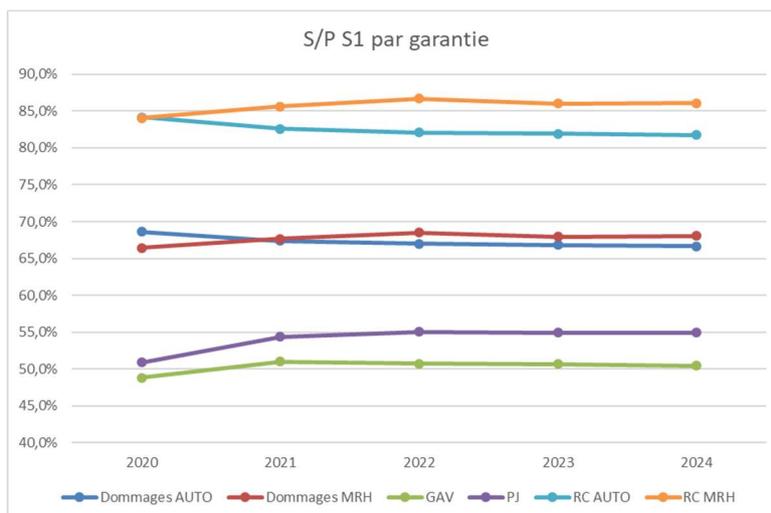


Figure 34: S/P S1 par garantie

Les hypothèses du S/P seront utilisées au cours de la projection pour :

- Projeter les règlements de sinistre et les PSAP à l'aide des cadences de règlement ;
- Projeter les charges de sinistres des survenances futures (visions S2) en supprimant des S/P S1 le surplus caractérisant les provisions S1. Cette valeur sera calculée au niveau du modèle Pilier 1 qui permet de calculer les Best Estimate des sinistres ;
- Projeter les BE de primes. Cette projection nécessite également de définir les frais entrants dans le calcul des BE.

Concernant le S/P S2, nous calculons les écarts réellement constatés en 2020 entre les S/P S2 et les 2/P S1 et nous faisons l'hypothèse que la différence reste stable tout au long de la durée du Business Plan :

	Ecart S1 S2
Dommages AUTO	3%
Dommages MRH	16%
GAV	9%
PJ	5%
RC AUTO	17%
RC MRH	14%

Tableau 16: Écart entre S/P S1 et S/P S2

En plus du calcul des PSAP, nous aurons besoin de calculer les provisions pour frais de gestion en appliquant un taux de PFGS au PSAP clôture. Les taux de PFGS retenus sont les suivants :

	2021	2022	2023	2024
Auto	11%	11%	11%	11%
MRH	7%	7%	7%	7%
PJ	41%	41%	41%	41%
GAV	1%	1%	1%	1%

Tableau 17 : Taux de PFGS par produit

Comme pour les PPNA, nous calculerons les taux de PFGS en 2020 et nous les supposerons stables durant toute la période de projection.

## 2. Cadences de règlement

Les cadences de règlement fournies par la direction technique afin d'estimer la sinistralité sont les suivantes :

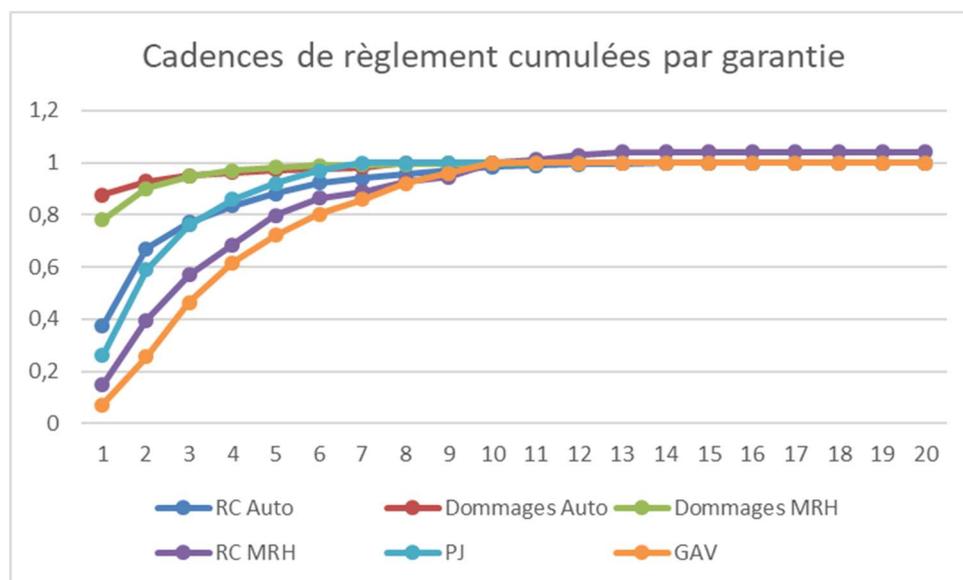


Figure 35: Cadences de règlement cumulées par garantie

Nous constatons les deux garanties « Dommages Auto » et « Dommages MRH » ont des cadences de règlement très courtes (95% des sinistres sont réglés dès la troisième année).

En revanche, comme nous nous pouvions y attendre, les autres garanties ont des cadences de règlement plus longues : il faut attendre la sixième année pour atteindre 95% des paiements en RC Auto et PJ, la septième année pour le RC MRH et la neuvième année pour la garantie GAV.

Ces cadences de règlement seront utilisées pour :

- Calculer le cash-flow qui sert à estimer les règlements futurs et ainsi projeter les PSAP de clôture nécessaires à la projection des bilans S1 ;
- Calculer le cash-flow nécessaire à l'estimation de Best Estimate.

### ✚ Focus sur la garantie « RC MRH »

Les cadences de règlement de la garantie « RC MRH » fournies par la direction technique prennent en compte implicitement l'inflation. Nous les avons alors traitées pour obtenir des cadences de règlement nettes d'inflation afin qu'on puisse mesurer l'impact global de la prise en compte de l'inflation proposé par notre modèle sur la solvabilité de la compagnie d'assurance.

Le schéma suivant compare les deux types de cadences :

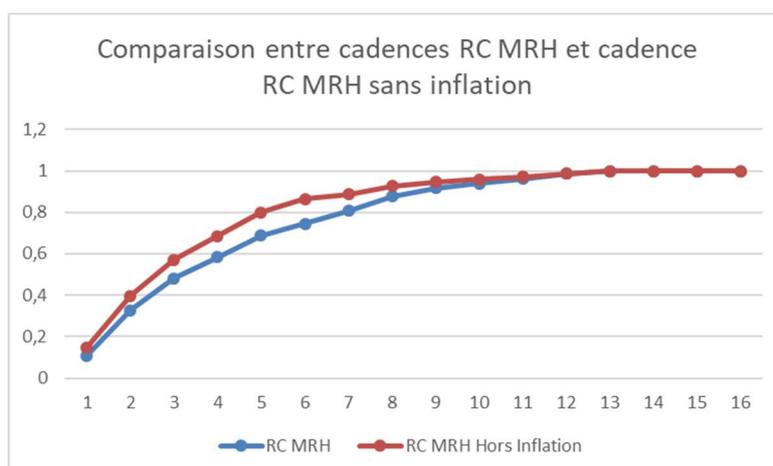


Figure 36 : Comparaison entre cadences RC MRH et cadence RC MRH sans inflation

Nous remarquons bien qu'avant cinq ans, les cadences de règlements traitées de l'inflation ont une vitesse de liquidation plus rapide. Ceci s'explique par le fait que l'intégration de l'inflation donne moins de poids aux règlements proches que ceux qui arriveront plus tard.

## G. Réassurance

Afin de projeter le solde de réassurance et les provisions cédées, nous devons soit définir des programmes de réassurance pour chaque produit soit de définir les taux de primes cédées, charges cédées et commissions cédées.

Nous n'avons pas à disposition la liste des traités de réassurance qui couvre les produits et les garanties étudiés. Nous utilisons donc les données issues du contrôle de gestion pour renseigner les taux de cession pour chaque produit.

Le tableau suivant détaille, par produit, tous les taux de cession :

Produit	Élément	2020	2021	2022	2023	2024
Auto	Taux primes cédées	3%	3%	3%	3%	3%
	Taux charges cédées	1%	2%	2%	2%	2%
	Taux commission	6%	6%	6%	6%	6%
MRH	Taux primes cédées	9%	8%	8%	8%	8%
	Taux charges cédées	4%	7%	7%	7%	6%
	Taux commission	6%	11%	11%	11%	11%
PJ	Taux primes cédées	0%	0%	0%	0%	0%
	Taux charges cédées	0%	0%	0%	0%	0%
	Taux commission	0%	0%	0%	0%	0%
GAV	Taux primes cédées	1%	1%	1%	1%	1%
	Taux charges cédées	0%	0%	0%	0%	0%
	Taux commission	6%	6%	6%	6%	6%

Tableau 18 : Les taux liés à la réassurance

Seul le produit PJ n'est pas couvert par la réassurance. Le produit MRH est le produit le plus couvert par les traités de réassurance (8% de cession de prime).

Les taux de cession que nous venons de présenter seront utilisés pour :

- Calculer le cash-flow cédé qui sert à estimer les règlements futurs cédés et ainsi projeter les provisions cédées nécessaires à la projection des bilans S1 ;
- Calculer les BE cédés.

## ***H. Frais :***

Pour rappel, l'ensemble des frais de l'assureur permet de :

- De projeter les comptes nécessaires à l'alimentation du compte de résultat projeté ;
- Projeter les Best Estimate Sinistres et Primes qui prennent en comptes les frais dans leurs calculs.

Ce que nous appelons frais inclut les commissions. Nous ne faisons pas de distinction entre frais et commission.

<b>Produit</b>	<b>Elément</b>	<b>2020</b>	<b>2021</b>	<b>2022</b>	<b>2023</b>	<b>2024</b>
Auto	Taux frais gestion	10%	10%	9%	8%	7%
	Taux frais administration	4%	4%	4%	4%	4%
	Taux frais acquisition	13%	13%	12%	12%	12%
MRH	Taux frais gestion	11%	11%	11%	12%	10%
	Taux frais administration	9%	9%	8%	8%	8%
	Taux frais acquisition	12%	12%	12%	12%	12%
PJ	Taux frais gestion	4%	4%	3%	3%	3%
	Taux frais administration	12%	12%	11%	11%	12%
	Taux frais acquisition	12%	12%	12%	12%	12%
GAV	Taux frais gestion	11%	11%	8%	7%	7%
	Taux frais administration	10%	10%	10%	10%	10%
	Taux frais acquisition	17%	17%	17%	17%	17%

Tableau 19 : les taux des frais généraux

## ***I. Autres éléments :***

Les deux tableaux de dessous listent les autres hypothèses qui restent à définir et qui sont nécessaires à notre Business Plan.

Le premier tableau présente les hypothèses techniques :

Produit	Élément	2021-2024
Auto	Taux PREC	3%
	Autres Charges Techniques	5,400,000
MRH	Taux PREC	2%
	Autres Charges Techniques	6,898,665
PJ	Taux PREC	0%
	Autres Charges Techniques	2,200,987
GAV	Taux PREC	0%
	Autres Charges Techniques	2,467,788

Tableau 20 : Les autres hypothèses techniques

Le deuxième tableau présente les hypothèses non techniques :

	2021	2022	2023	2024
Taux IS	32%	32%	27%	27%
Taux Dividendes	100%	100%	100%	100%
Taux Participation	2%	2%	2%	2%
Autres Charge Non Technique	1 300 000	1 300 000	1 300 000	1 300 000

Tableau 210 : Les autres hypothèses non techniques

# Partie VI :

## V. Application du Business Plan dans le cadre de l'ORSA

Le but de cette partie est d'appliquer notre modèle de Business Plan dans le cadre de l'ORSA. Dans un premier temps, nous commençons par le scénario central en projetant les bilans comptable et prudentiel ainsi que le compte de résultat afin de pouvoir évaluer le SCR et les fonds propres nécessaires au calcul du ratio de couverture. Ensuite, nous effectuons des scénarios de stress pour nous assurer de la capacité de l'entreprise à rester solvable et à absorber une éventuelle perte.

### A. Scénario central

Dans cette partie, nous analyserons les différents résultats du scénario central dans le cadre du Business Plan et de l'ORSA.

#### 1. Analyse du chiffre d'affaires

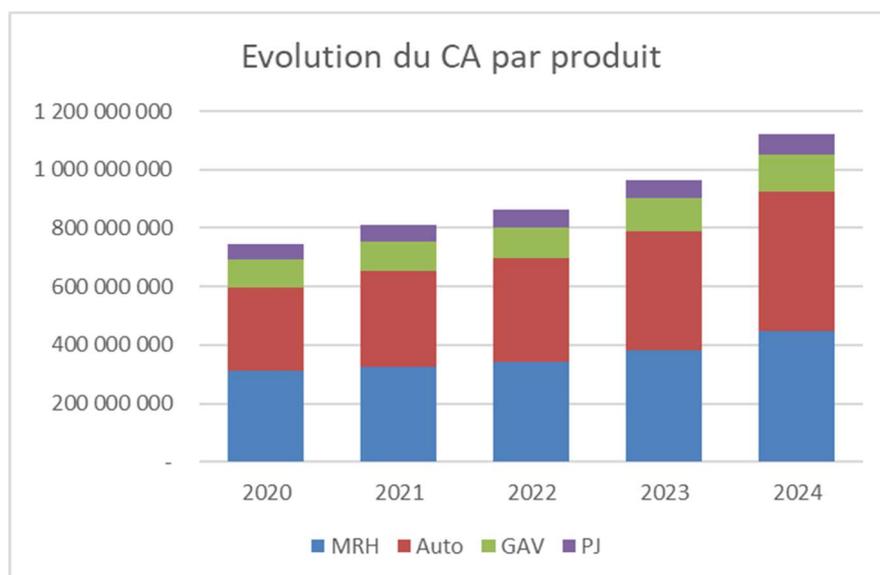


Figure 37 : Evolution du CA par produit

Le Business Plan prévoit une augmentation constante du chiffre d'affaires global sur la durée de la projection. Cette augmentation s'explique par la hausse du chiffre d'affaires de l'ensemble des produits, surtout la MRH et l'Auto qui représente à eux deux 80 % du

portefeuille. Il faut noter que le Business Plan prévoit en 2023 et 2024 une hausse importante des ventes MRH et Auto (environ 15% chaque année).

Si nous nous intéressons au poids de chaque produit, nous constatons que la part du produit MRH passe de 38% en 2020 à 43% en 2024, tandis que la part des autres produits baisse légèrement en 2024 :

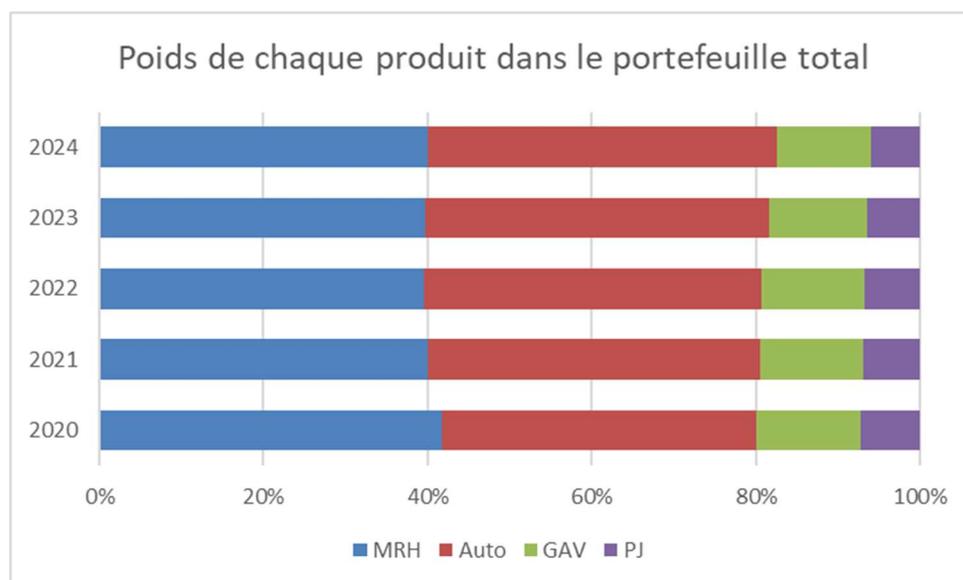


Figure 38 : Poids de chaque produit dans le portefeuille total

## 2. Indicateurs principaux du Business Plan

Le tableau suivant liste les principaux composants du ratio combiné net de réassurance :

	2020	2021	2022	2023	2024
S/P ex Courant	64%	65%	65%	65%	65%
S/P Brut	62%	63%	64%	65%	66%
S/P Net	64%	63%	65%	65%	66%
Expense Net	23%	25%	24%	24%	24%
Ratio Combiné	87%	88%	89%	89%	90%

Nous constatons une augmentation du ratio combiné entre 2020 et 2024. Cette augmentation est due à la fois à l'augmentation des frais (+ 1 point) et l'augmentation du S/P net (+3 points).

Pour déterminer le produit qui pèse le plus sur le ratio combiné, nous avons calculé ce ratio pour chaque produit. Nous avons obtenu les résultats suivants :

Ratio combiné Net	2020	2021	2022	2023	2024
Auto	103%	100%	96%	101%	98%
MRH	85%	92%	93%	88%	92%
PJ	76%	82%	82%	82%	83%
GAV	56%	46%	57%	60%	61%

On peut voir que le ratio combiné du produit « Auto » oscille autour de 100%. Le produit n'est donc pas rentable. Par contre, tous les autres produits sont profitables et ils affichent des ratios combinés au-dessous de 92% surtout le produit « GAV » qui a un taux de 61%.

Concernant le résultat technique et le résultat net d'impôt, voici les valeurs obtenues :



Figure 39 : Projection du résultat net d'impôt

- En 2021, malgré la baisse du résultat technique des produits MRH (hausse du S/P de 2 points) et PJ (hausse du S/P de 3 points), le résultat net d'impôt de l'assureur augmente de 10% grâce à la fois à la hausse du résultat technique des produits Auto (baisse du S/P de 1% et augmentation de boni de 15M€) et GAV (hausse de boni de 14 M€), et l'augmentation des résultats non techniques et exceptionnels (+ 6M€) ;
- En 2022, le résultat net d'impôt est tiré principalement par l'augmentation du résultat de l'auto (maintien de la même valeur de boni et augmentation du chiffre d'affaires de 56 M€). Le résultat de la GAV baisse de 8 M€ à cause de la baisse du boni de 11 M€ ;
- En 2023, le résultat net d'impôt est tiré cette fois-ci par le produit MRH qui connaît une augmentation de 18 M€. Elle est expliquée principalement par la hausse du boni (+ 17 M€). En revanche, le résultat du produit Auto baisse de 14 M€ à cause de la diminution du boni de 17 M€ ;
- En 2024, seul le résultat du produit MRH baisse. Elle est causée par la baisse du boni (-16M€). En revanche, le résultat de tous les autres produits augmente.

### 3. Analyse du ratio de couverture

Le détail des SCR et des fonds propres se trouve ci-dessous :

en M€	2017	2018	2019	2020	2021
<b>SCR Non Vie</b>	<b>198,0</b>	<b>212,9</b>	<b>232,7</b>	<b>261,0</b>	<b>295,4</b>
<b>SCR Santé</b>	<b>65,9</b>	<b>69,1</b>	<b>71,3</b>	<b>75,2</b>	<b>81,0</b>
SCR Taux	16,9	17,7	17,0	16,3	14,7
SCR Spread	44,8	45,1	46,8	49,3	52,7
SCR Immobilier	9,8	9,9	10,2	10,7	11,4
SCR Actions	60,2	60,7	63,0	66,3	70,9
SCR Concentration	13,7	13,7	14,3	15,0	16,1
<b>SCR Marché</b>	<b>107,6</b>	<b>108,4</b>	<b>112,3</b>	<b>118,0</b>	<b>125,8</b>
<b>SCR Défaut</b>	<b>27,6</b>	<b>29,6</b>	<b>31,5</b>	<b>35,1</b>	<b>40,5</b>
<b>BSCR</b>	<b>279,2</b>	<b>294,9</b>	<b>316,4</b>	<b>348,3</b>	<b>388,7</b>
SCR Opérationnel	27,4	29,2	31,3	34,2	38,2
Ajustement	71,3	74,8	76,7	81,6	90,4
<b>SCR</b>	<b>235,4</b>	<b>249,3</b>	<b>271,0</b>	<b>300,9</b>	<b>336,4</b>
Capital Social	409,1	404,4	407,1	418,0	421,5
Reserve de réconciliation	217,2	229,3	236,0	252,9	283,3
IDP	-71,3	-74,8	-76,7	-81,6	-90,4
<b>FP S2</b>	<b>555,0</b>	<b>558,9</b>	<b>566,3</b>	<b>589,2</b>	<b>614,4</b>
Emprunt Subordonné	57,0	57,0	57,0	56,9	56,7
Dividendes	-54,5	-67,2	-69,9	-80,8	-84,4
<b>FP S2 éligible SCR</b>	<b>557,5</b>	<b>548,7</b>	<b>553,4</b>	<b>565,3</b>	<b>586,8</b>
<b>Taux de couverture</b>	<b>237%</b>	<b>220%</b>	<b>204%</b>	<b>188%</b>	<b>174%</b>

Le SCR de souscription représente 66% du BSCR. Cette contribution augmente légèrement en 2024 pour atteindre 68%. Cela s'explique par la forte hausse du chiffre d'affaires en 2023 et 2024. Les SCR marché et défaut quant à eux représentent respectivement 27% et 7% du BSCR.

Le besoin en capital sur la période de projection reflète l'évolution de l'activité prévue par le Business Plan. Ainsi, l'évolution du SCR suit la même tendance que celle du chiffre d'affaires global.

Ensuite, nous pouvons observer une légère hausse des fonds propres S2 en 2021 suivie d'une forte augmentation les années d'après.

La faible augmentation des fonds propres S2 en 2021 s'explique par la baisse des capitaux propres S1 (-1%) suite à la baisse du résultat de l'exercice.

Entre 2022 et 2024, l'évolution tient compte de l'augmentation de l'écart entre les provisions S1 et les provisions S2 qui vient accroître les réserves de réconciliations ;

Le graphique ci-dessous de l'évolution du ratio de couverture montre une baisse de 12 points du taux de couverture en 2021 pour atteindre 239%. Entre 2022 et 2024, le taux de couverture baisse légèrement.

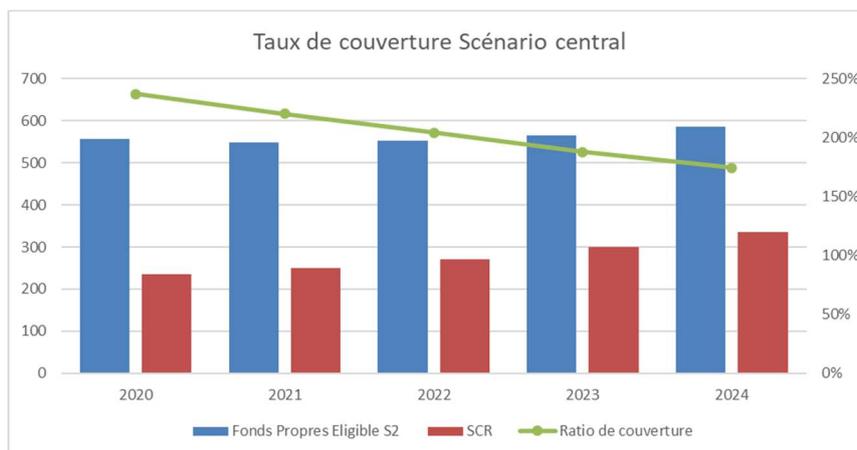


Figure 40 : Taux de couverture Scénario central

#### 4. Impact du taux de versement des dividendes

Dans le scénario central, la société prévoit de verser chaque année 100% du résultat aux actionnaires. Cette décision stratégique a un impact direct sur la solvabilité de l'entreprise.

Nous l'illustrons l'impact du taux de dividende sur le ratio de couverture, en modélisant :

- Un versement total du résultat net de l'année (scénario central) ;
- Un versement de 30 % du résultat net de l'année ;
- Aucun versement de dividende.

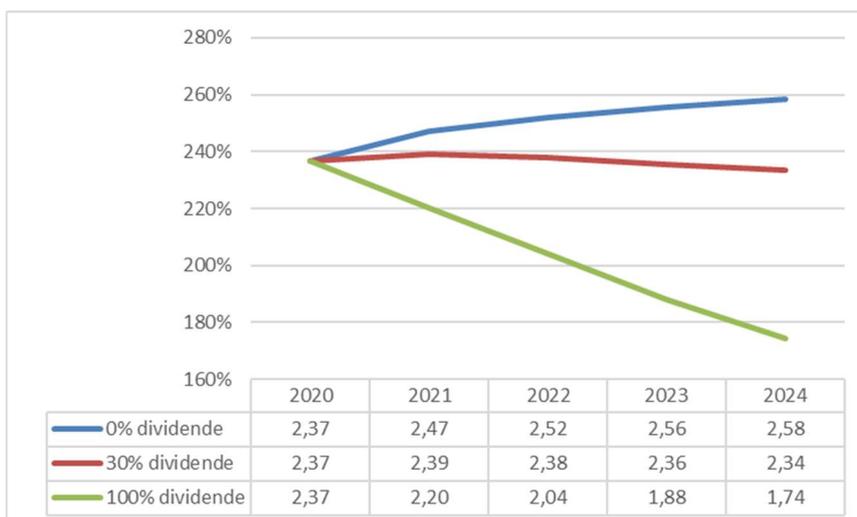


Figure 41 : Evolution taux de couverture/ Taux dividende

En 2024, nous observons un écart de 84 points de couverture entre le scénario du versement de 100% des dividendes et celui où l'on injecte la totalité du résultat de l'exercice dans les fonds propres.

Le résultat obtenu illustre l'énorme impact de la politique de versement des dividendes sur le ratio de couverture.

## ***B. Scénario de stress***

Dans le cadre de l'analyse prospective de la solvabilité de l'entreprise, des stress tests sont appliqués au scénario central afin d'observer la capacité de l'entreprise à subir une éventuelle perte et de déterminer l'impact d'une telle perte sur le Business Plan.

### **1. Présentation des scénarios de stress**

#### ***a) Dérive de la sinistralité***

Ce test permet d'évaluer le risque d'une sous-tarification de tous les produits sans pouvoir augmenter les tarifs pour pallier ce problème.

Ce choc sera paramétré comme suivant :

- Une hausse de la sinistralité de 15 points de 2022 à 2024 ;
- Une stagnation des tarifs représentée par une prime moyenne constante durant la projection.

#### ***b) Sinistralité exceptionnelle***

La sinistralité exceptionnelle peut se manifester soit par une fréquence exceptionnelle ou par des catastrophes naturelles engendrant une charge de sinistre supplémentaire instantanée (impact sur une seule année)

Ce choc sera paramétré comme suivant :

- Une hausse de la sinistralité de 40 points en 2022.

#### ***c) Hausse du chiffre d'affaires :***

Ce test de sensibilité mesure l'impact d'une hausse de volume du chiffre d'affaires qui peut être causée par la participation d'un nouveau distributeur ou la hausse soudaine et non attendue de ventes d'un produit assurantiel.

Nous avons traduit ce scénario comme suit :

- Une hausse des ventes de 10% à partir de 2022 ;

#### ***d) Hausse et la baisse des taux :***

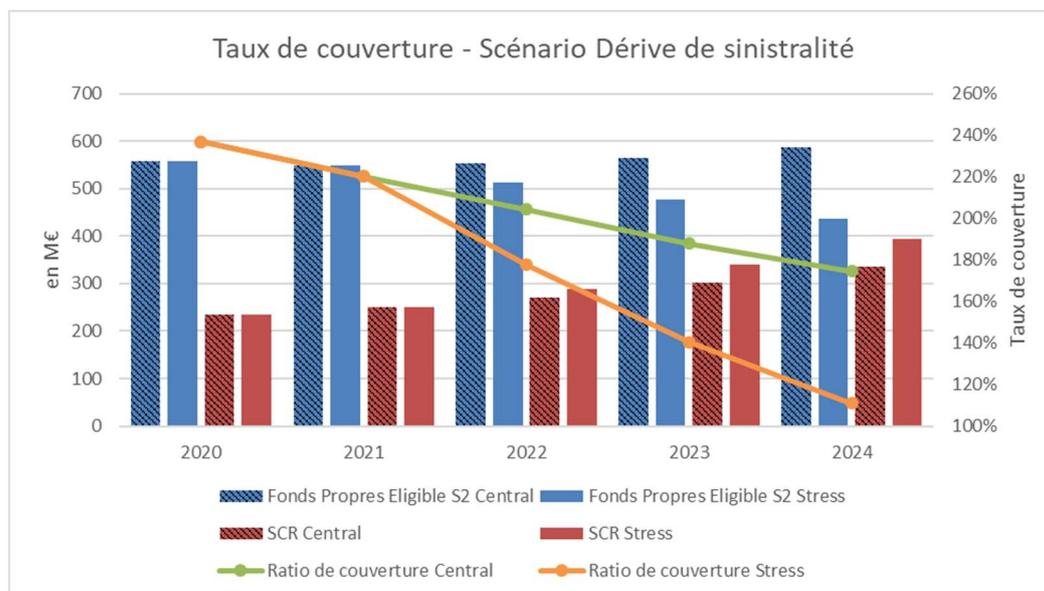
La hausse et la baisse des taux affectent à la fois l'actif et le passif des assureurs. L'actif est affecté à travers des instruments financiers dont la valorisation dépend de la courbe des taux comme les obligations. Le passif à travers les Best Estimate.

Nous avons choisi d'appliquer le choc demandé par l'EIOPA lors de l'exercice 2020.

### **2. Résultats et analyses des scénarios de stress :**

#### ***a) Dérive de la sinistralité***

Les taux de couverture du SCR du scénario central et du scénario de stress sont les suivants :



**Figure 42 : Taux de couverture - Scénario Dérive de sinistralité**

Nous constatons que le scénario de la dérive de sinistralité impacte à la fois les fonds propres S2 et la valeur du SCR. Cela engendre une baisse de taux de couverture à partir de 2022.

Concernant le SCR, sa valeur est impactée par :

- La hausse du SCR Souscription en raison principalement de l'augmentation des Best Estimate due à la hausse du S/P ;
- La baisse des ajustements du SCR traduit par la diminution du profit futur (passage de S1 à S2). Cette baisse de profit s'explique par la diminution de l'écart entre la valeur comptable et la valeur de marché des actifs financiers produites par la baisse du cash (hausse de règlements) alimentant le portefeuille d'actif.

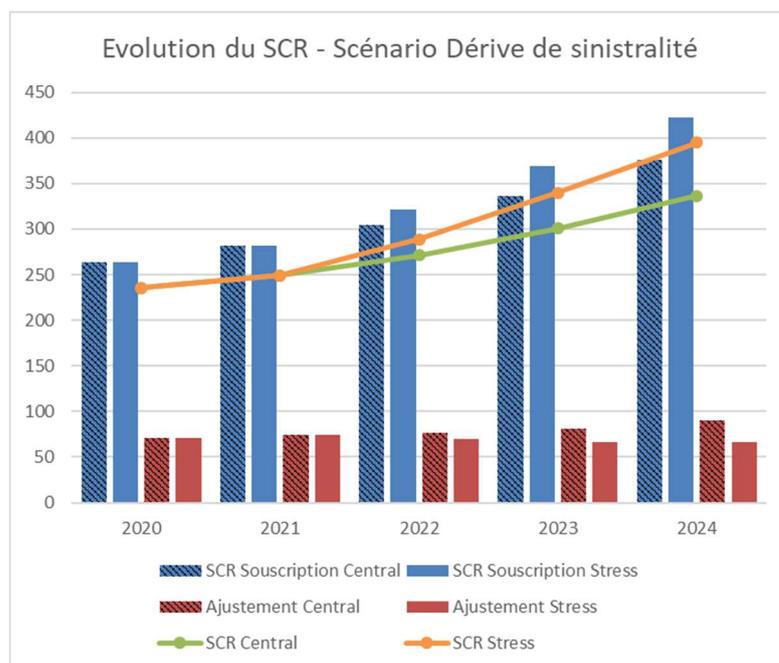


Figure 43 : Evolution du SCR - Scénario Dérive de sinistralité

Concernant les fonds propres éligibles S2, sa valeur est impactée par :

- La baisse des réserves de réconciliation. Cette baisse de profit s'explique, comme mentionnée précédemment, par la diminution de l'écart entre la valeur comptable et la valeur de marché des actifs financiers provoquée par la baisse du cash (hausse de règlements) alimentant le portefeuille d'actif.
- La baisse du résultat net d'impôt provoqué par la hausse de la sinistralité.

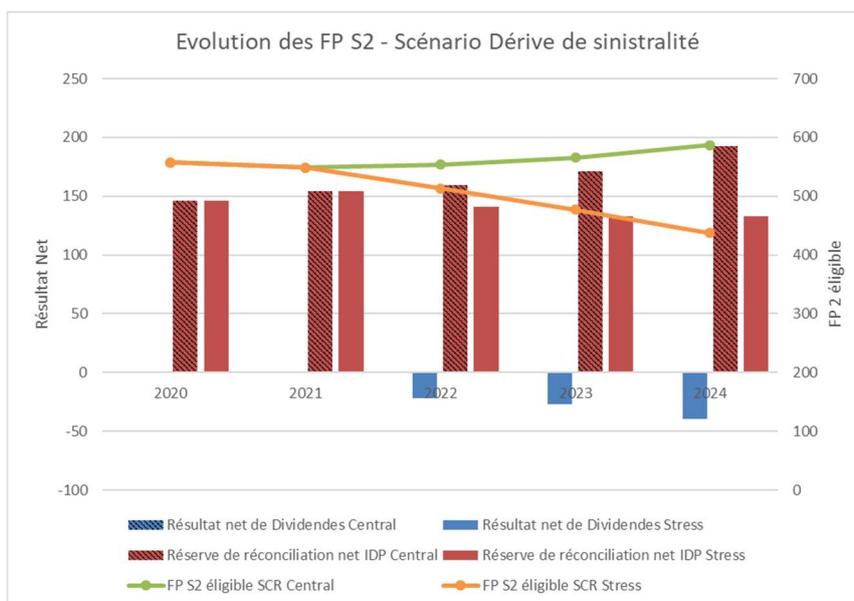


Figure 44 : Evolution des FP S2 - Scénario Dérive de sinistralité

## Management Action

D'après les résultats obtenus et dans le cas de la survenance du scénario de la dégradation de la sinistralité au cours de l'horizon du Business Plan, l'entreprise a la possibilité de mettre en place un plan, appelé Management Action, afin d'être en mesure de respecter tout au long de la durée du Business Plan les exigences réglementaires ainsi que le seuil de tolérance défini dans le cadre de l'appétence.

Ainsi, par rapport au scénario courant, les managements actions qui peuvent être mis en place sont les suivantes :

- Augmenter les tarifs afin de prendre en compte cette augmentation permanente de la sinistralité ;
- Étudier l'impact de cette dérive de sinistralité sur chaque produit et essayer de définir les produits les plus impactés ;
- Revoir la politique de versement de dividendes ;
- Baisser le coût de gestion ;

Nous paramétrons un scénario traduisant un exemple de mise en place de ces managements actions :

- Hausse des prix des contrats de 5% en 2023 et 2024 ;
- Baisse des frais de gestion de 2% en 2023 et de 4% en 2024.

Le graphe suivant illustre l'impact du management action sur la solvabilité de l'entreprise :

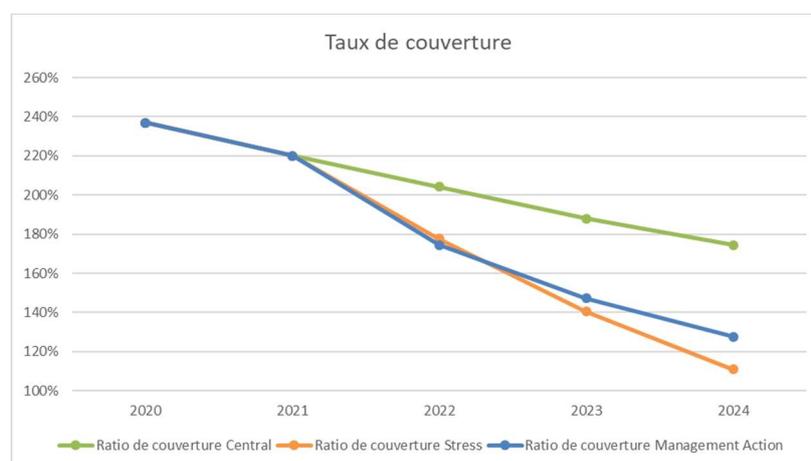


Figure 45 : Taux de couverture - Scénario Dérive de sinistralité Management Action

À la suite de ce management action, nous observons une amélioration du ratio de couverture de 17 points.

D'autres managements actions peuvent être mises en place comme l'amélioration de la relation client, revoir la politique de tarification afin d'améliorer la segmentation des contrats.

*b) Sinistralité exceptionnelle*

Les taux de couverture du SCR du scénario central et du scénario de stress sont les suivants :

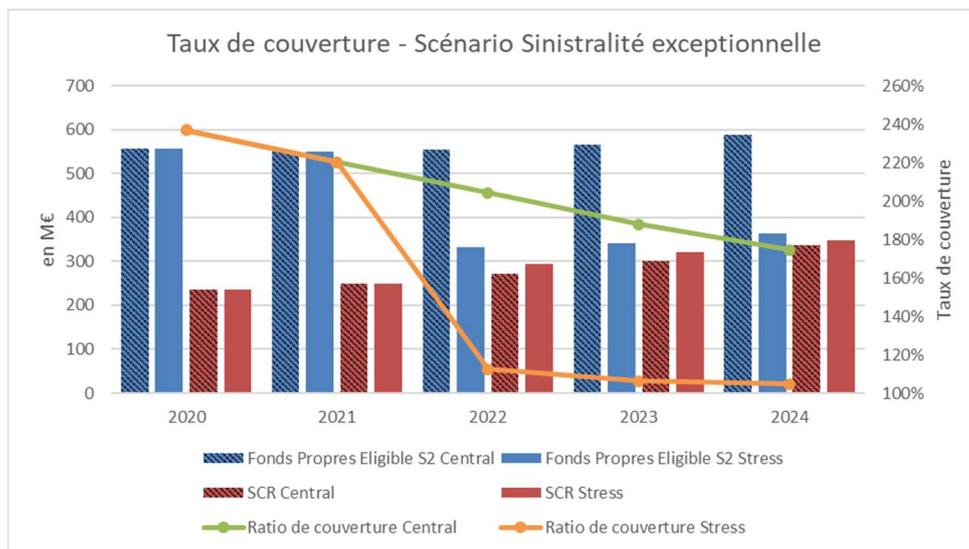


Figure 46 : Taux de couverture - Scénario Sinistralité exceptionnelle

Nous constatons que le scénario d’une sinistralité exceptionnelle en 2022 impacte fortement les fonds propres S2 (-40% en 2022) et également, dans une moindre mesure, la valeur du SCR. Cela engendre une baisse de taux de couverture à partir de 2022.

Concernant le SCR, sa hausse s’explique principalement par l’accroissement du SCR Souscription en raison de l’augmentation des Best Estimate en 2022.

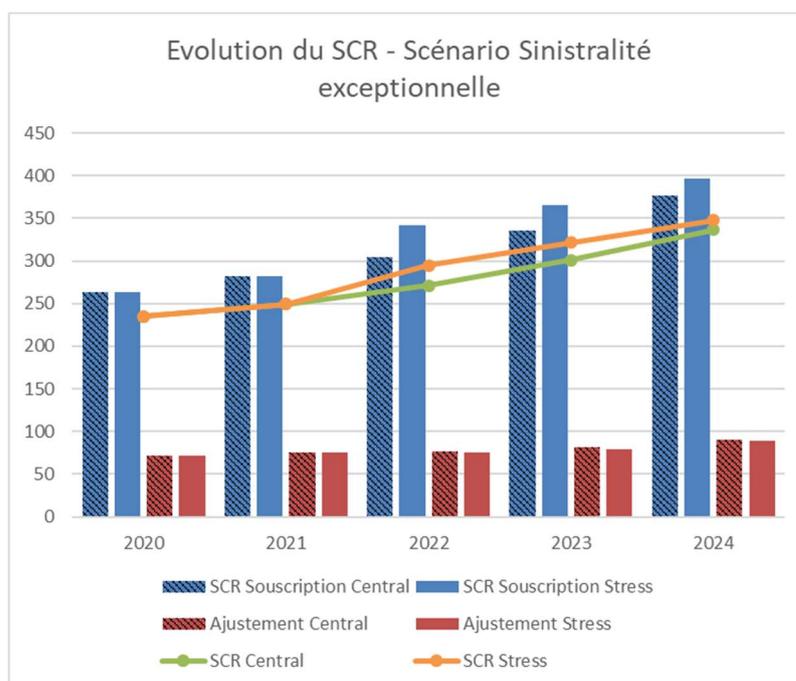


Figure 47 : Evolution du SCR - Scénario Sinistralité exceptionnelle

Concernant les fonds propres éligibles S2, sa valeur chute fortement en 2022 à cause du résultat négatif observé en 2022. L'impact de cette forte chute perdure dans le temps, car la politique de dividende de l'entreprise prévoit le versement de 100% de résultat.

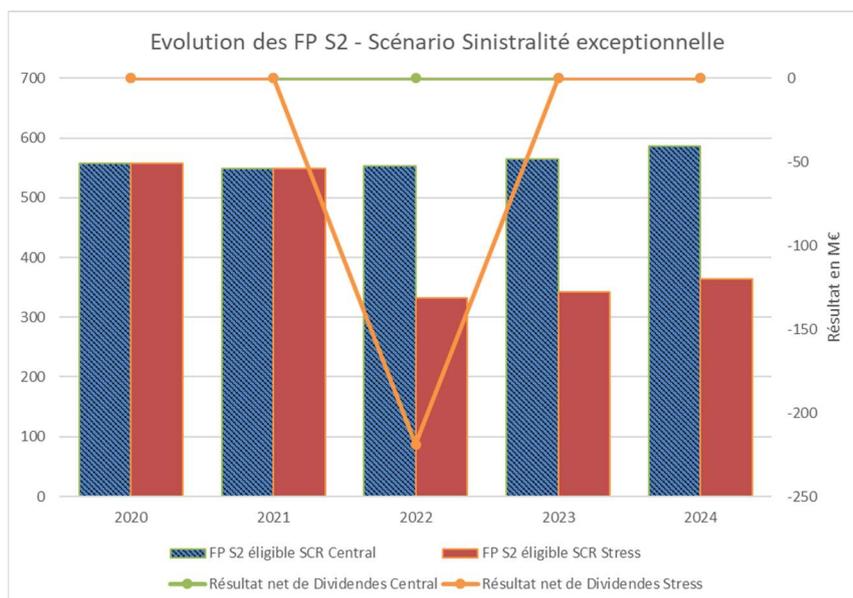


Figure 48 : Evolution des FP S2 - Scénario Sinistralité exceptionnelle

Pour conclure, un scénario simulant une sinistralité exceptionnelle durant une année engendre un résultat net d'impôt négatif. Ce dernier impacte directement le ratio de couverture à travers la baisse des fonds propres S2.

#### Management Action

Afin de remédier à cette situation, les managements actions qui peuvent être mis en place sont les suivantes :

- Revoir la politique de réassurance afin de pouvoir se protéger contre ce type de scénario ;
- Revoir la politique de versement de dividendes ;

Nous paramétrons un scénario traduisant un exemple de mise en place de ces managements actions :

- Garder la totalité des résultats des années 2023 et 2024 dans les fonds propres.

Le graphe suivant illustre l'impact du management action sur la solvabilité de l'entreprise :

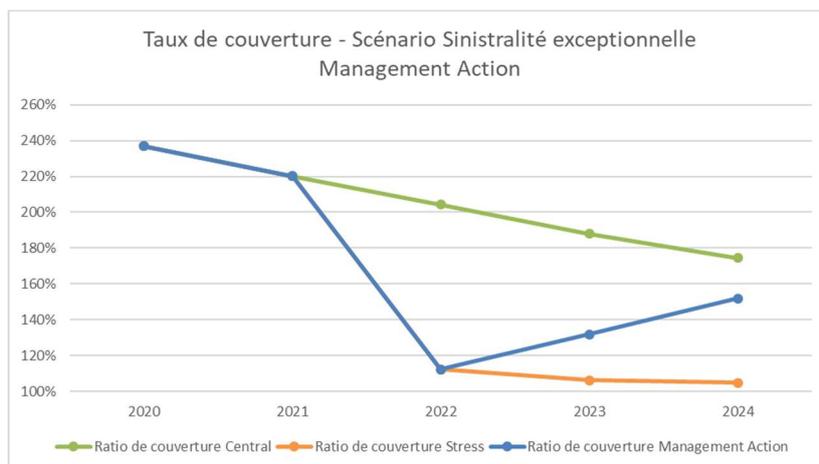


Figure 49 : Taux de couverture - Scénario Sinistralité exceptionnelle Management Action

Suite à ce management action, nous observons une nette amélioration du ratio de couverture qui augmente de 47 points en 2024

### 3. Hausse du chiffre d'affaires

Les taux de couverture du SCR du scénario central et du scénario de stress sont les suivants :

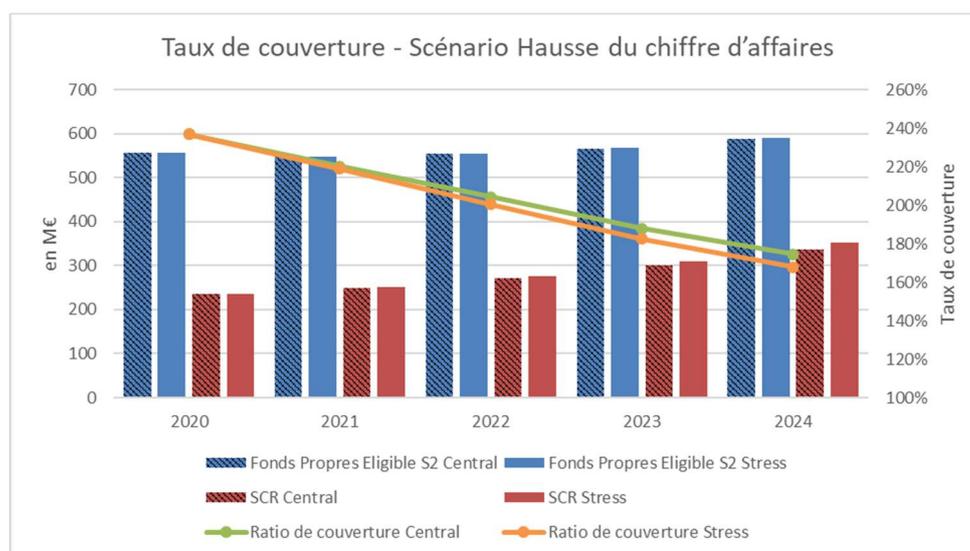


Figure 50 : Taux de couverture - Scénario Hausse du chiffre d'affaires

Nous constatons que le scénario de la hausse du chiffre d'affaires à partir de 2022 engendre une légère baisse de taux de couverture à partir de 2022. En effet, la hausse des fonds propres est moins importante que celle du SCR et ne permet donc pas de compenser l'augmentation de ce dernier.

Concernant l'augmentation du SCR, elle est impactée par la hausse du SCR de souscription dont la valeur est impactée par :

- L'augmentation des volumes des primes due à la hausse des ventes ;
- La hausse des Best Estimate due à l'augmentation de nombre de contrats.

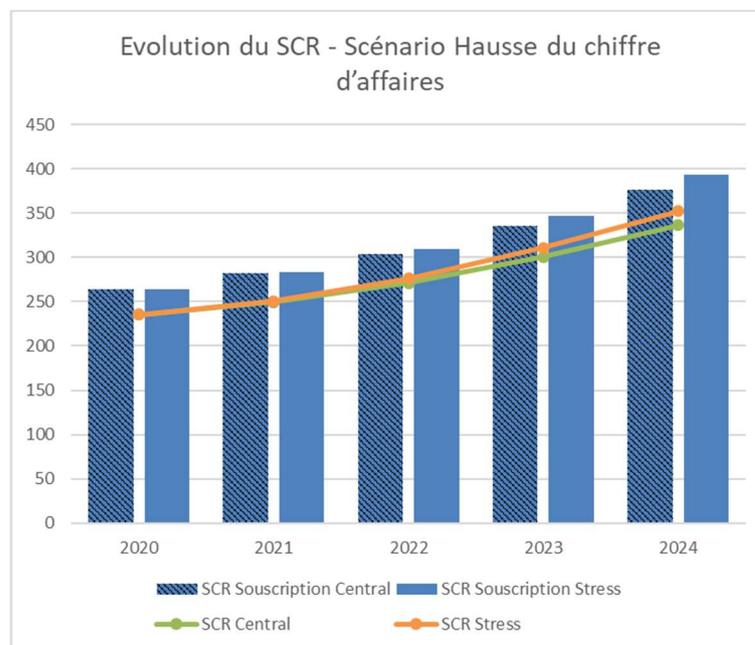


Figure 51 : Evolution du SCR - Scénario Hausse du chiffre d'affaires

Concernant les fonds propres éligibles S2, leurs valeurs varient très légèrement, car tout le surplus de résultats nets est versé à l'actionnaire et n'est pas injecté dans les fonds propres. Seule l'augmentation des réserves de réconciliation améliore la valeur des fonds.

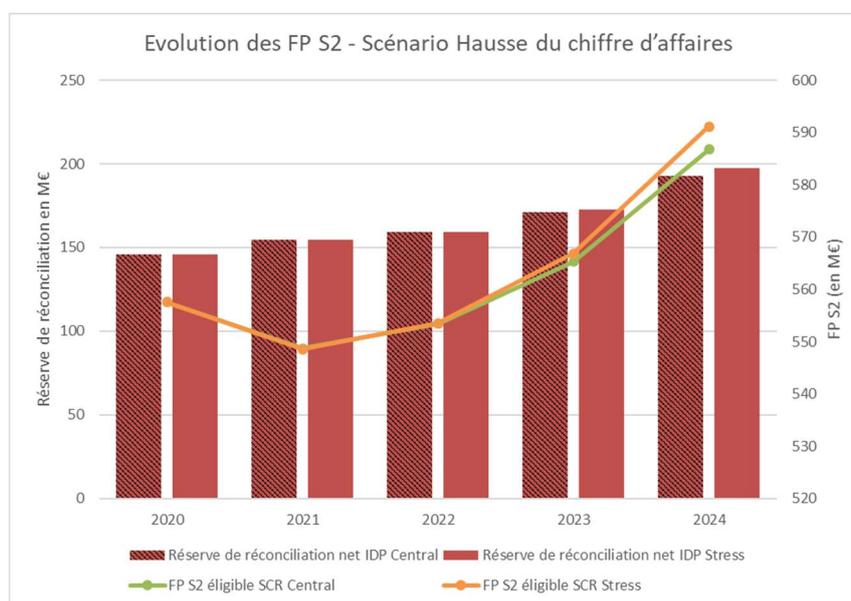


Figure 52 : Evolution des FP S2 - Scénario Hausse du chiffre d'affaires

#### Management Action

La légère baisse du ratio de couverture ne demande pas une mise en place d'un management action.

## 4. Hausse des taux

Les taux de couverture du SCR du scénario central et du scénario de stress sont les suivants :

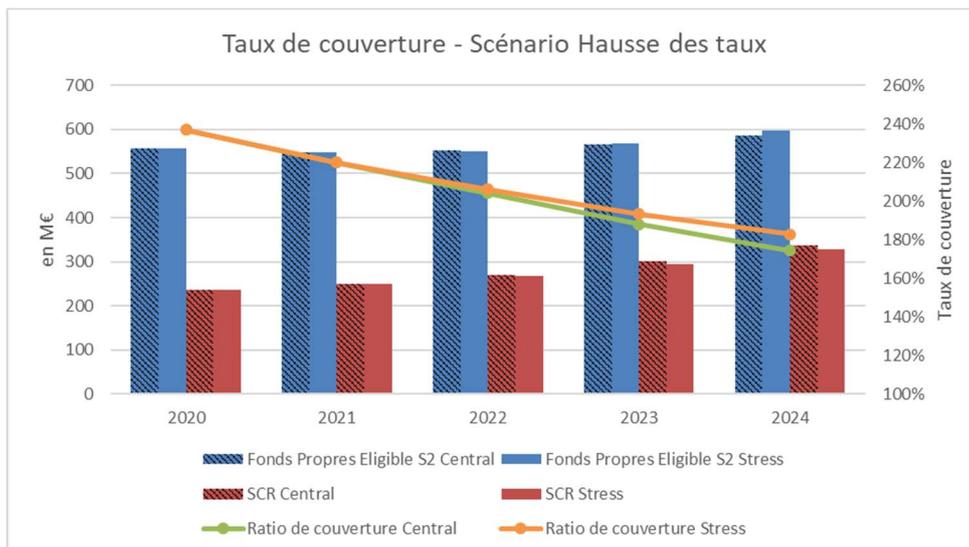


Figure 53 : Taux de couverture - Scénario Hausse des taux

Nous constatons que le scénario de la hausse des taux impacte à la fois les fonds propres S2 et la valeur du SCR. Cela engendre une hausse de taux de couverture à partir de 2022.

Concernant le SCR, sa valeur est impactée par :

- La baisse du SCR Souscription en raison de l’impact de l’actualisation sur les Best Estimate ;
- La baisse du SCR de Marché suite à la diminution de la valeur de marché des actifs.

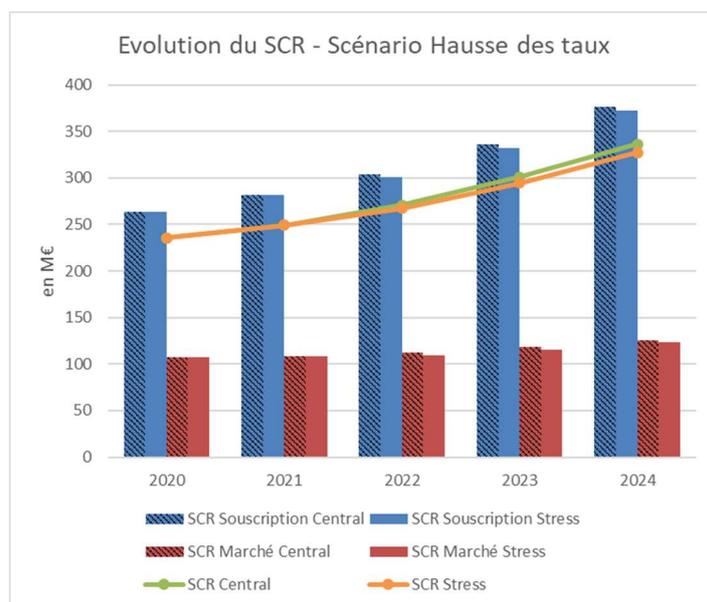


Figure 54 : Evolution du SCR - Scénario Hausse des taux

Concernant les fonds propres éligibles S2, sa valeur est impactée par :

- En 2022, la baisse des plus-values latentes qui n'est pas compensée par la hausse de l'écart entre les provisions S1 et les provisions S2. Ceci mène vers la baisse des réserves de réconciliation et donc des fonds propres éligibles S2 ;
- En 2023 et 2024, la hausse de l'écart entre les provisions S1 et provisions S2 compense la baisse constatée des plus-values latentes.

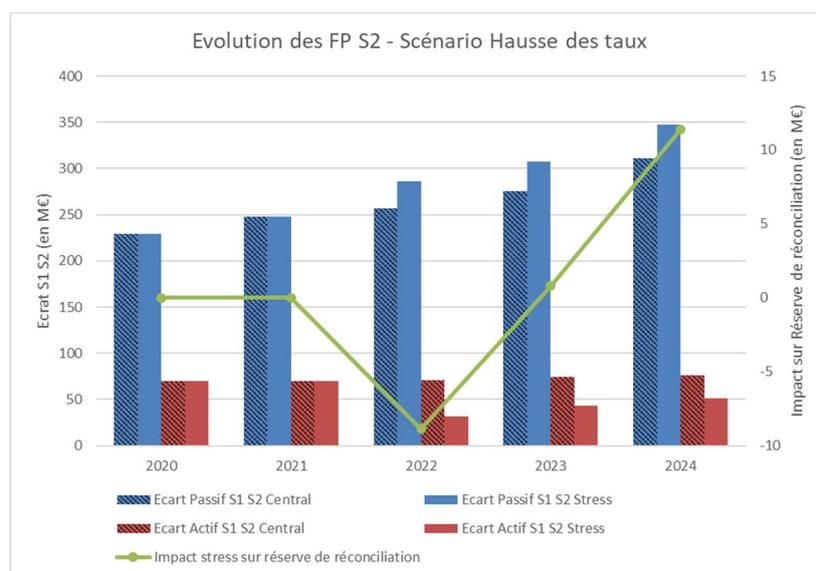


Figure 55 : Evolution des FP S2 - Scénario Hausse des taux

#### Management Action

Pour résumer, l'impact d'un scénario de hausse des taux semblable à celui demandé par l'EIOPA dans le cadre du SCR n'a pas un impact significatif sur la solvabilité de l'entreprise.

## 5. Baisse des taux

Les taux de couverture du SCR du scénario central et du scénario de stress sont les suivants :

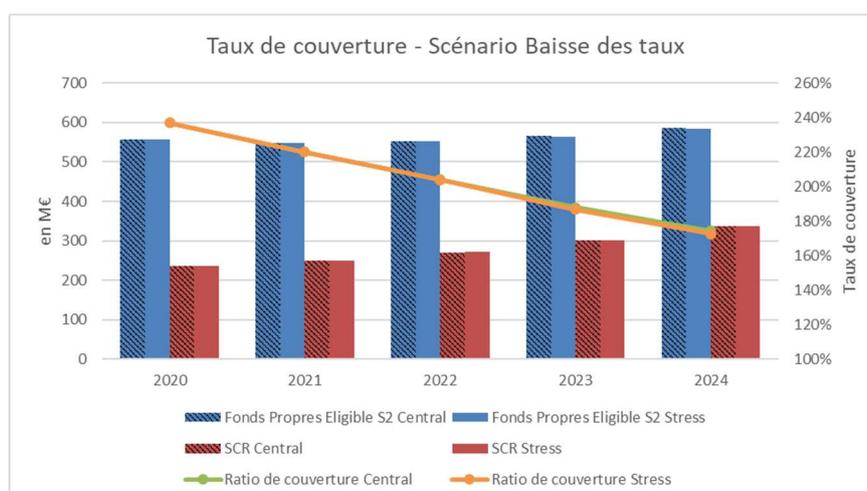


Figure 56 : Taux de couverture - Scénario Baisse des taux

Nous constatons que le scénario de la hausse des taux impacte très légèrement les fonds propres S2 et la valeur du SCR. Cela engendre une baisse de taux de couverture à partir de 2022.

Concernant le SCR, sa valeur est impactée par :

- La hausse du SCR Souscription en raison de l'impact de l'actualisation sur les Best Estimate ;
- La hausse du SCR de Marché suite à l'augmentation de la valeur de marché des actifs.

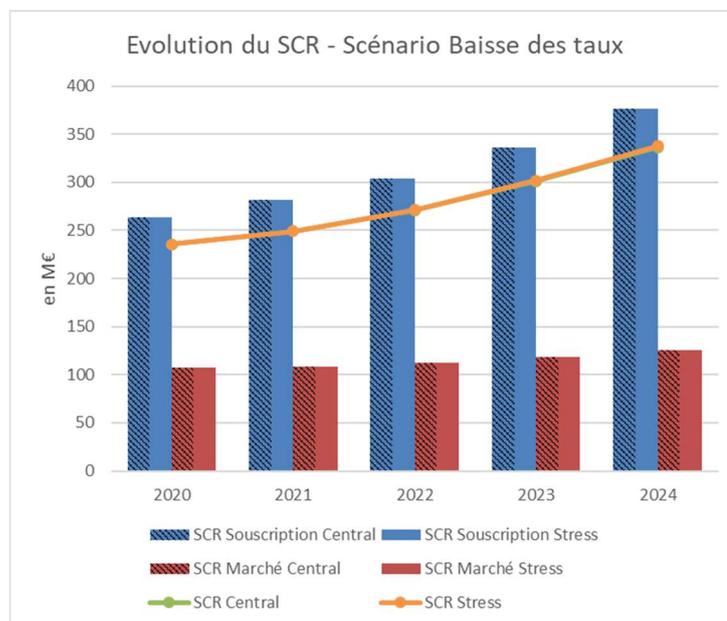


Figure 57 : Evolution du SCR - Scénario Baisse des taux

Concernant les fonds propres éligibles S2, sa valeur est impactée par :

- En 2022, la hausse des plus-values latentes compense la baisse de l'écart entre les provisions S1 et les provisions S2. Ceci mène vers l'augmentation des réserves de réconciliation et donc des fonds propres éligibles S2.
- En 2023 et 2024, la baisse de l'écart entre les provisions S1 et les provisions S2 commence à consommer le gain généré par l'augmentation des plus-values. En 2024, le gain n'est plus que de 80 000 €.

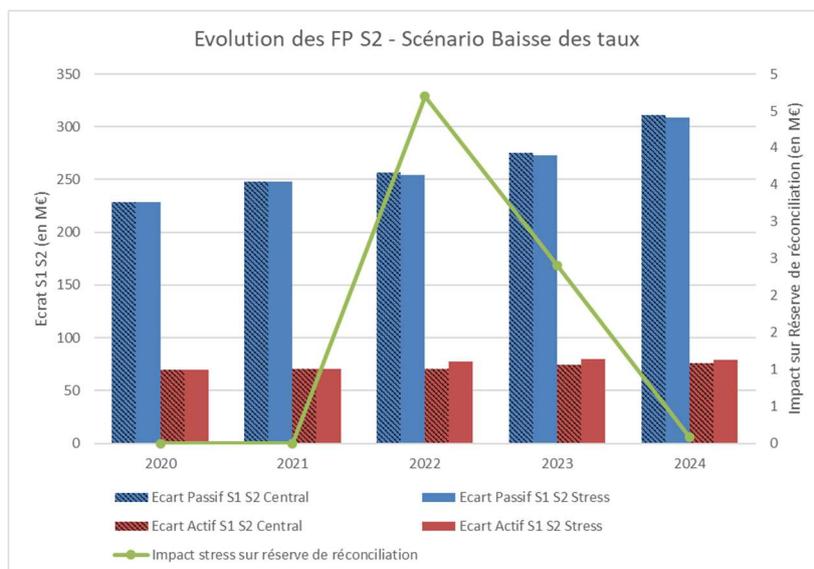


Figure 58 : Evolution des FP S2 - Scénario Baisse des taux

### Management Action

L'impact d'un scénario de baisse des taux semblable à celui demandé par l'EIOPA dans le cadre du SCR n'a pas un impact significatif sur la solvabilité de l'entreprise.

## C. Analyse de l'impact de la prise en compte de l'inflation

Dans cette partie, nous illustrons l'impact de la prise en compte de l'inflation des frais médicaux sur la projection des indicateurs présentés dans le chapitre précédent.

D'abord, nous étudions la sensibilité de notre modèle à l'inflation. Ensuite, nous étudions l'impact de la prise en compte de l'inflation sur la solvabilité de l'assurance en comparant les résultats du scénario central avec ceux prenant en compte la projection de l'inflation. Enfin, nous étudions 4 scénarios de stress liés à l'inflation.

### 1. Sensibilité à l'inflation :

L'étude de sensibilité permet d'analyser l'impact d'une variation des hypothèses du modèle sur le SCR et les fonds propres S2.

La sensibilité étudiée porte sur l'hypothèse de l'inflation prise en compte dans le scénario central. Elle consiste à appliquer une hausse et une baisse d'inflation d'un point par an (+-1%).

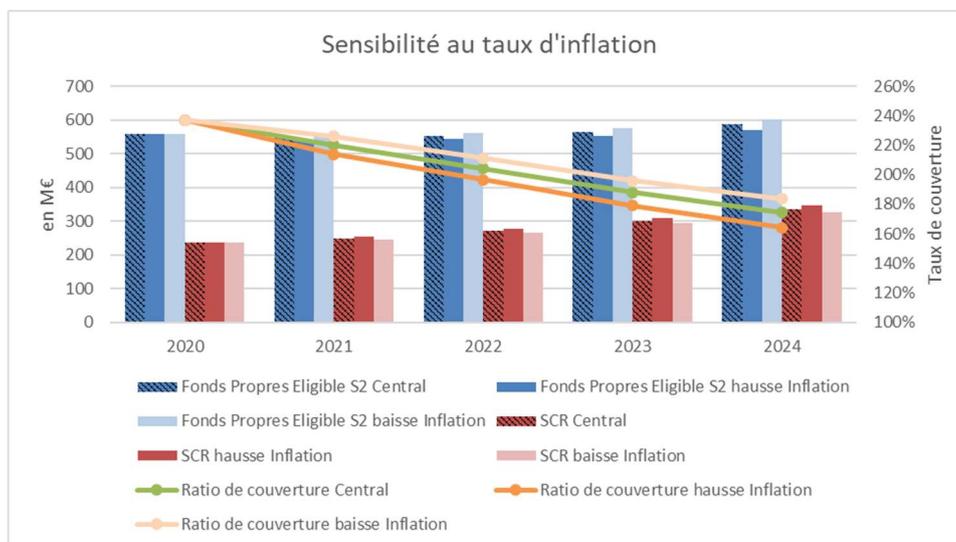


Figure 59 : Sensibilité au taux d'inflation

Nous observons un écart de 20 de points de taux de couverture entre les deux variantes les plus extrêmes, en 2021 (184% de ratio de couverture dans le cas d'une déflation de 1% contre 164% dans le cas d'une inflation de 1%).

Ce résultat permet de conclure que l'impact d'une hausse (respectivement baisse) de 1% de l'inflation est une baisse (respectivement hausse) de 10 points de taux de couverture à l'horizon 4 ans.

## 2. Impact de l'intégration de l'inflation

Afin de mesurer l'impact de l'intégration de l'inflation sur la solvabilité de l'entreprise, nous retirons de l'inflation les cadences de règlement de la RC MRH. Puis nous injectons l'inflation des coûts médicaux calculés en utilisant le modèle non saturé.

Les taux de couverture du SCR du scénario central et du scénario de stress sont les suivants :

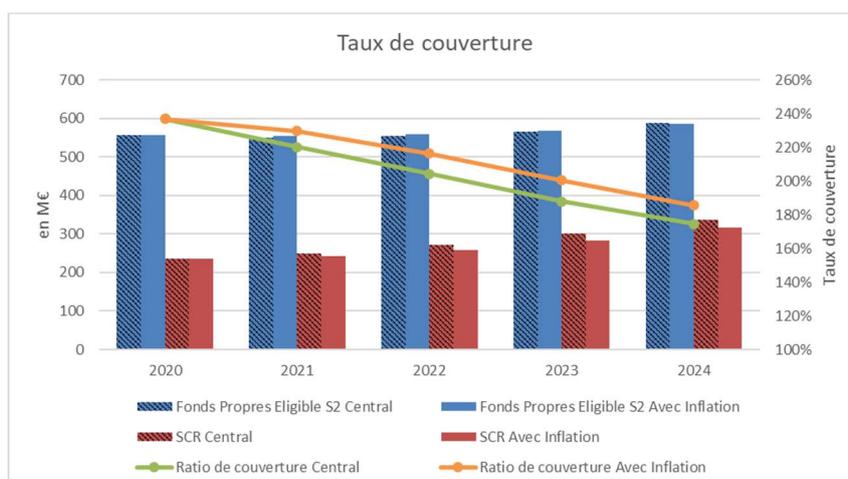


Figure 60 : Taux de couverture - Inflation

Nous constatons que la prise en compte de l'inflation impacte positivement à la fois les fonds propres S2 et la valeur du SCR. Cela engendre une hausse de taux de couverture à partir de 2021 qui se stabilise à partir de 2022.

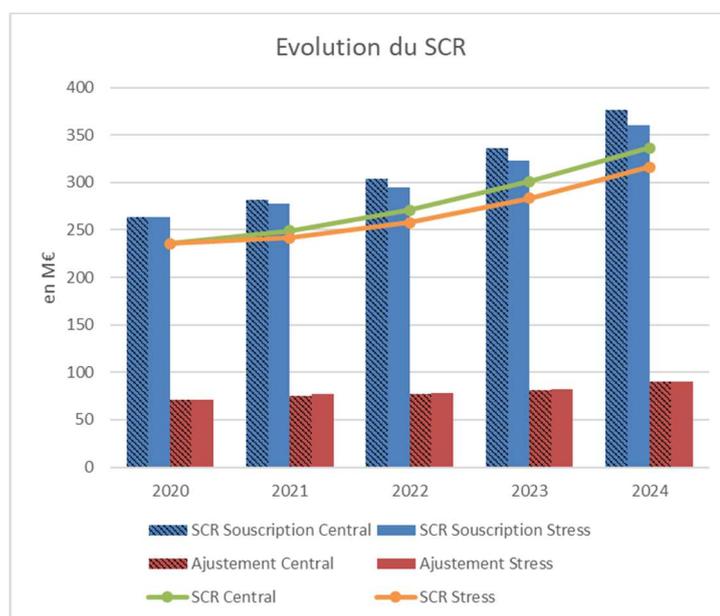


Figure 61 : Evolution du SCR – Inflation

Concernant le SCR, sa valeur est impactée par :

- La baisse du SCR de souscription en raison principalement de la diminution des Best Estimate suite à l'intégration de l'inflation ;
- La hausse des ajustements du SCR traduit par l'augmentation des réserves de réconciliation. Cette hausse de profit s'explique par l'augmentation de l'écart entre les provisions S2 et les provisions S1.

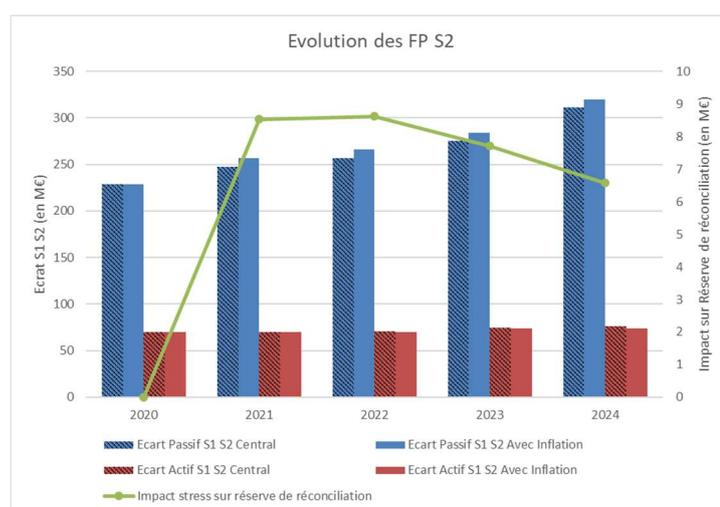


Figure 62 : Evolution des FP S2 - Inflation

Concernant les fonds propres éligibles S2, sa valeur est impactée par :

- La hausse des réserves de réconciliation. Cette hausse s'explique, comme mentionnée précédemment, l'augmentation de l'écart entre les provisions S2 et les provisions S1 ;
- La légère baisse de l'écart entre la valeur de marché des actifs et leur valeur comptable.

### 3. Stress Tests liés à l'inflation

Bien que les anticipations implicites du marché indiquent une inflation modeste, les actions agressives des banques centrales et la flambée des déficits budgétaires publics ont fait craindre à certains acteurs du marché que l'inflation puisse augmenter de manière significative ; cependant, d'autres craignent la perspective d'une déflation.

Nous proposons dans cette partie quatre scénarios d'inflation basés sur ceux proposés par entreprise de services financiers MSCI<sup>5</sup> :

	Reflation	Deflation	Surchauffe Inflation	Stagflation
1 an	+1,00%	-1,25%	+2,00%	+3,00%
5 ans	+0,75%	0,94%	+1,50%	+2,25%
10 ans	+0,50%	-0,63%	+1,00%	+1,50%
15 ans	+0,25%	-0,31%	+0,50%	+0,75%

Figure 63: Écart entre l'inflation projetée et l'inflation choquée

En appliquant ces scénarios de choc sur le taux d'inflation projeté par la méthode UCM, nous obtenant les trajectoires suivantes :

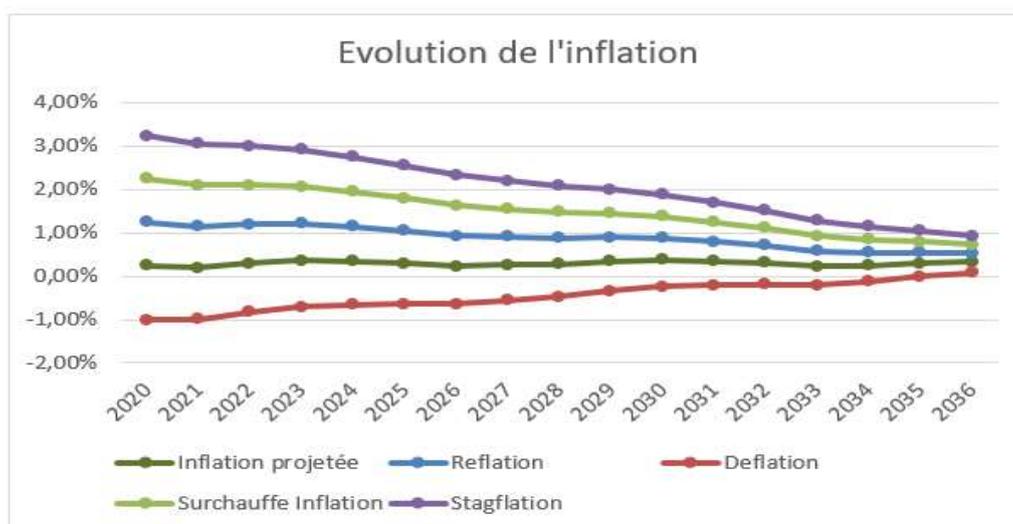


Figure 64 : les 5 scénarios de l'évolution de l'inflation entre 2020 et 2036

<sup>5</sup> Voir le lien : <https://www.msci.com/www/blog-posts/stress-testing-inflation/02102788535>

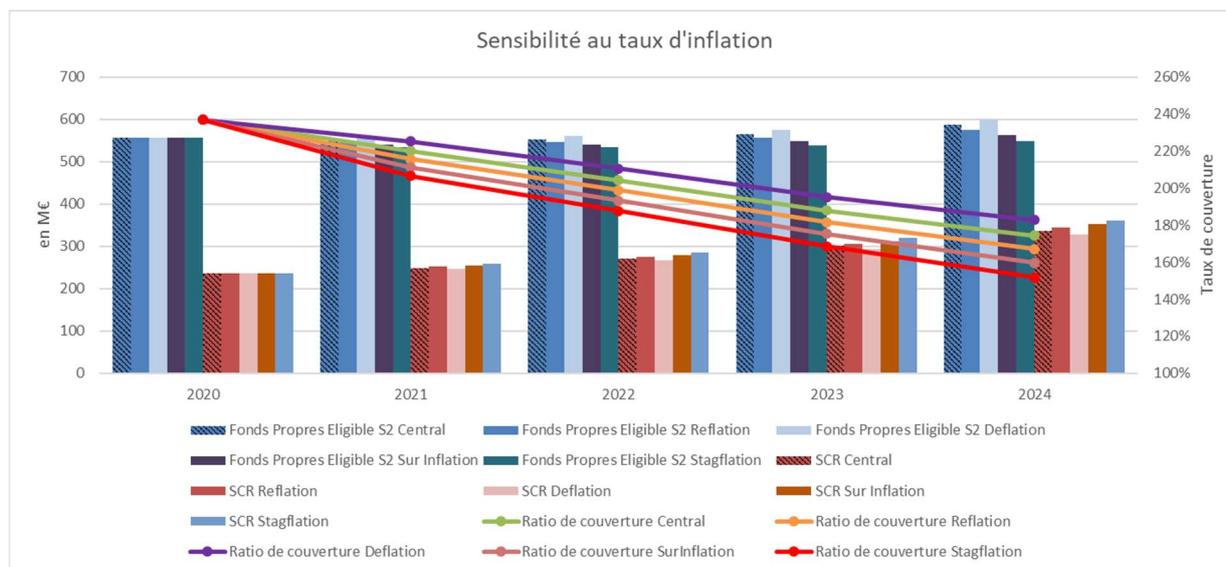


Figure 65 : Taux de couverture - les scénarios de l'inflation

Nous constatons que le scénario le plus défavorable est celui qui traduit une stagflation. Il impacte à la fois les fonds propres S2 et la valeur du SCR. Cela engendre une baisse maximum de taux de couverture en 2024 de 22 points.

Afin de se protéger contre la hausse de l'inflation, on peut utiliser les produits proposés par le marché financier. Ces produits permettant de se protéger contre le risque à l'ultime de dérive de l'inflation. Parmi eux nous citons :

- **Les investissements immobiliers** : ils présentent une couverture naturelle contre l'inflation, car en France, les loyers sont indexés sur l'inflation. Néanmoins, cette couverture peut ne pas marcher, car les loyers dépendent aussi de l'offre et de la demande qui est décorrélée de l'inflation ;
- **Obligations indexées sur l'inflation** : Les OATi et OAT€i sont destinées à toutes les catégories d'investisseurs désirant protéger le pouvoir d'achat de leurs investissements, améliorer l'adossément de leur passif, améliorer la gestion de leur coussin de liquidité, ou diversifier la composition de leur portefeuille. L'État a émis, pour la première fois le 15 septembre 1998, une OAT indexée sur l'indice des prix à la consommation en France (OATi). Une autre innovation a eu lieu en octobre 2001, avec l'émission de la première OAT indexée sur l'indice des prix de la zone euro (OAT€i). Depuis ces dates, l'AFT s'est engagée à émettre de manière régulière et transparente des titres indexés sur l'inflation et à construire deux courbes réelles, l'une indexée sur l'inflation française, l'autre sur l'inflation européenne.

Nous avons vu dans cette partie que la prise en compte de l'inflation dans le calcul des provisions améliore le taux de couverture de 23 points à horizon 2021. Nous nous sommes limités à la garantie RC MRH, mais cette approche peut s'étendre à la RC Auto et aux autres garanties appartenant à des branches longues.

## Conclusion

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons proposé et développé un modèle générique de Business Plan sous le logiciel de modélisation « addactis® Modeling » permettant la projection de l'activité assurantielle d'une compagnie IARD. Ce modèle facilite grandement l'exercice de l'ORSA étant donné que les hypothèses principales du passif alimentant les modèles ORSA proviennent du Business Plan.

Nous l'avons appliqué, par la suite, sur les données d'un bancassureur dans le cadre d'un exercice ORSA. Il a servi à la fois dans la mise en place du scénario central, dans le paramétrage des scénarios de stress de la compagnie et le calcul de leurs impacts sur la solvabilité de l'entreprise, dans la définition de certains managements actions.

Étant donné que le portefeuille du bancassureur contient des garanties RC MRH, une branche longue sensible à l'inflation, nous avons proposé une méthode de modélisation de l'inflation que nous avons ensuite appliquée pour estimer l'inflation des coûts médicaux et dans l'estimation de l'effet de l'intégration de l'inflation des coûts médicaux. Cette modélisation peut être nettement améliorée en ajoutant d'autres variables explicatives et en se basant sur un historique de données plus profond.

Cependant au-delà de l'aspect purement réglementaire et actuariel, l'approche de modélisation du Business Plan peut également permettre aux équipes responsables du Business Plan et de l'ORSA de mettre en place un processus capable de communiquer avec les autres modèles et capable aussi de s'intégrer dans un système d'information plus global. Cette approche aidera la compagnie d'assurance à répondre aux attentes de Solvabilité 2 qui amène les assureurs à la qualité des données utilisées dans leurs calculs réglementaires.

Bien que l'essentiel ait été intégré dans ce modèle générique, des calculs spécifiques à certaines compagnies d'assurance peuvent être ajoutés comme :

- Le calcul réglementaire du PNSEM pour les branches « construction » ;
- Le calcul réglementaire de la provision pour égalisation pour les risques dus à des éléments naturels (grêle, tempête, ouragan, cyclone, gel, inondation, tremblement de terre, etc.), risque atomique, risques de responsabilité civile dus à la pollution, risques spatiaux et risques liés aux attentats, au terrorisme et au transport aérien.
- La projection du bas de bilan pour s'adapter à la comptabilité de chaque compagnie
- Un module permettant de se caler sur le compte de résultat envoyé par le contrôle de gestion.

## Bibliographie

- Mann L. (2013) *Provisionnement et réassurance en RC Médicale*. Mémoire ISFA ;
- BENKHALFA M. et NICOLINI J. (2014) *ORSA, faire d'une contrainte réglementaire un outil de pilotage*. Mémoire CEA ;
- Thabault N. (2002) *la responsabilité civile professionnelle des médecins libéraux*. Mémoire CNAM ;
- Bouissieres G. (2011) *Modélisation prospective du bilan d'un assureur automobile dans le cadre de l'ORSA et analyse de la volatilité du ratio de solvabilité*. Mémoire ISUP ;
- Agenos X. (2006) *Appétit pour le risque et gestion stratégique d'une société d'assurance non-vie*. Mémoire CEA ;
- Bensaid G (2009) *ORSA en prévoyance : principes, mise en œuvre opérationnelle et principe de proportionnalité*. Mémoire Dauphine ;
- Agosta L (2014) *Modélisation prospective du bilan économique d'une compagnie de réassurance non-vie dans le cadre de l'ORSA*. Mémoire DUAS ;
- Williot E. (2016) *Les grands principes de la comptabilité d'assurance*. L'Argus de l'assurance ;
- COULIBALY N (2010) *Modélisation de la fréquence et du coût moyen des sinistres en Assurance Automobile du particulier avec une approche temporelle et l'intégration de variables explicatives*. Mémoire ISUP ;
- Lavery R., An Animated Guide©: Proc UCM (Unobserved Components Model).
- SAS Institute Inc. 2014. SAS/ETS® 13.2 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Lemaire J. (2014) *Impact du provisionnement en norme actuelle et en norme Solvabilité 2*. Mémoire CEA.
- Swiss Re (2010): *The Impact of Inflation on Insurers*.

## TABLE DES FIGURES

Figure 1 : les étapes de l'élaboration du budget et des plans.....	13
Figure 2 : Structure de la directive Solvabilité 2.....	14
Figure 3 : les modules composant le SCR.....	15
Figure 4 : le processus de suivi de solvabilité.....	17
Figure 5 : la mise en place de l'appétence .....	18
Figure 6 : Processus de lancement d'un produit.....	19
Figure 7 : Architecture du modèle.....	26
Figure 8 : Organisation de type « Cycle en V ».....	27
Figure 9 : Structure de donnée d'un Business Plan.....	29
Figure 10 : Granularité Exemple 1.....	29
Figure 11 : Granularité Exemple 2.....	29
Figure 12 : Granularité Exemple 3.....	30
Figure 13 : Schéma représentant la modélisation du portefeuille de contrats .....	33
Figure 14 : Taux de résiliation portefeuille .....	35
Figure 15 : Taux de résiliation affaires nouvelles.....	35
Figure 16 : Taux d'évolution du nombre des ventes brutes.....	36
Figure 17 : Calcul des sinistres payés .....	38
Figure 18 : Calcul de la variation des PSAP.....	39
Figure 19 : Calcul de la variation des PFGS.....	39
Figure 20 : Taux d'évolution des arrérages .....	40
Figure 21 : Taux PFGS .....	41
Figure 22 : Quote-Part.....	45
Figure 23 : Excess of Loss .....	45
Figure 24 : Stop-Loss .....	46
Figure 25 : Calcul des frais généraux.....	49
Figure 26 : Calcul des autres produits et charges techniques.....	51
Figure 27 : Sortie SAS Inflation des coûts médicaux Modèle saturé.....	66
Figure 28 : Sortie SAS Inflation des coûts médicaux Modèle non saturé.....	68
Figure 29 : Les étapes suivies pour projeter l'inflation .....	69
Figure 30: Estimation de l'inflation IPC Sante .....	69
Figure 31 : Répartition du chiffre d'affaires par garantie au 31/12/2020.....	73
Figure 32 : Taux d'évolution des primes moyennes par produit.....	74
Figure 33 : Taux d'évolution des ventes nettes par produit .....	75
Figure 34: S/P S1 par garantie .....	76
Figure 35: Cadences de règlement cumulées par garantie.....	77
Figure 36 : Comparaison entre cadences RC MRH et cadence RC MRH sans inflation.....	78
Figure 37 : Evolution du CA par produit.....	81
Figure 38 : Poids de chaque produit dans le portefeuille total.....	82
Figure 39 : Projection du résultat net d'impôt.....	83
Figure 40 : Taux de couverture Scénario central.....	85

Figure 41 : Evolution taux de couverture/ Taux dividende .....	85
Figure 42 : Taux de couverture - Scénario Dérive de sinistralité .....	87
Figure 43 : Evolution du SCR - Scénario Dérive de sinistralité .....	88
Figure 44 : Evolution des FP S2 - Scénario Dérive de sinistralité .....	88
Figure 45 : Taux de couverture - Scénario Dérive de sinistralité Management Action .....	89
Figure 46 : Taux de couverture - Scénario Sinistralité exceptionnelle .....	90
Figure 47 : Evolution du SCR - Scénario Sinistralité exceptionnelle .....	90
Figure 48 : Evolution des FP S2 - Scénario Sinistralité exceptionnelle .....	91
Figure 49 : Taux de couverture - Scénario Sinistralité exceptionnelle Management Action .....	92
Figure 50 : Taux de couverture - Scénario Hausse du chiffre d'affaires.....	92
Figure 51 : Evolution du SCR - Scénario Hausse du chiffre d'affaires.....	93
Figure 52 : Evolution des FP S2 - Scénario Hausse du chiffre d'affaires.....	93
Figure 53 : Taux de couverture - Scénario Hausse des taux.....	94
Figure 54 : Evolution du SCR - Scénario Hausse des taux.....	94
Figure 55 : Evolution des FP S2 - Scénario Hausse des taux.....	95
Figure 56 : Taux de couverture - Scénario Baisse des taux .....	95
Figure 57 : Evolution du SCR - Scénario Baisse des taux .....	96
Figure 58 : Evolution des FP S2 - Scénario Baisse des taux .....	97
Figure 59 : Sensibilité au taux d'inflation .....	98
Figure 60 : Taux de couverture - Inflation .....	98
Figure 61 : Evolution du SCR – Inflation .....	99
Figure 62 : Evolution des FP S2 - Inflation .....	99
Figure 63: Écart entre l'inflation projetée et l'inflation choquée.....	100
Figure 64 : les 5 scénarios de l'évolution de l'inflation entre 2020 et 2036 .....	100
Figure 65 : Taux de couverture - les scénarios de l'inflation.....	101

## Annexe 1

### 1. Primes

#### a) Primes émises nettes

Les primes émises nettes représentent la totalité des primes émises correspondant aux contrats qui composent le portefeuille assurantiel d'une compagnie d'assurance. Cette somme se déduit en prenant en compte les primes originales, les ristournes de primes ainsi que les annulations.

La formule réglementaire de calcul des primes émises nettes est la suivante :

#### **Primes Emises Nettes**

$$= \text{Primes Emises} + \text{Variation PANE} - \text{Annulation des primes} \\ - \text{Remboursements} - \text{Variation PAA}$$

#### b) Provisions pour primes non acquises (PPNA)

Cette provision est définie dans l'article R343-7 du code des assurances comme la *provision destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat*. Elle s'applique à la totalité des contrats IARD.

À la fin de l'année et lors de l'établissement du bilan, une partie des primes émises durant l'année est destinée à payer les sinistres de l'année suivante. Ces provisions sont calculées prorata temporis pour la durée restant jusqu'à l'échéance du contrat en utilisant la formule suivante :

#### **PPNA Clôture**

$$= \sum_{\text{Tous les contrat}} \frac{\text{Primes Emises Nettes}_{\text{Contrat}}}{\text{Nre jours entre date inventaire et date rochaine échéance}} \times 365$$

#### c) Primes acquises

Les primes acquises représentent la part des primes émises à prendre en compte durant l'année d'exercice où la police d'assurance est en vigueur. Concrètement, elles correspondent à la somme des primes émises nettes, diminuée de la variation de la provision brute pour primes non acquises.

La prime acquise est donc égale à :

$$\text{Primes Acquises} = \text{Primes Emises Nettes} - \text{Variation PPNA}$$

## 2. Sinistres

### a) Sinistres payés

Ce sont les montants réglés par l'assureur pour le compte de l'exercice courant. Ils regroupent toutes les prestations fournies aux assurés au titre des sinistres que ce soit des indemnités, des rentes ou des prises en charge. En revanche, les recours reçus par l'assureur viennent diminuer le montant global des règlements. On parle ici de règlements nets de recours.

En comptabilisant tous les éléments cités précédemment, nous pouvons alors calculer le montant des sinistres réglés et des frais payés comme suit :

$$\text{Sinistres payés} = \text{Indemnités} + \text{Versements de rentes} - \text{Recours encaissés}$$

### b) Provisions pour sinistres à payer (PSAP)

Les provisions pour sinistres à payer représentent le montant nécessaire au règlement de la totalité des sinistres survenus et non encore réglés incluant les frais de gestion interne et externe ainsi que les capitaux constitutifs des rentes non encore mis à disposition de l'assuré.

La formule de calcul est la suivante :

$$\text{PSAP} = \text{Provision D|D} + \text{IBNR} + \text{PFGS} - \text{PRAE}$$

L'évaluation des provisions pour sinistres à payer se calcule de différentes méthodes.

La première méthode consiste à utiliser les estimations dossier/dossier fournies par les gestionnaires des sinistres. Cette évaluation se fait au niveau des centres de gestion des sinistres.

La deuxième méthode est celle qui utilise les cadences de règlements. Elle consiste à estimer la charge totale des sinistres à régler dans le futur pour chaque année de survenance non encore totalement réglés. Cette méthode se base sur l'hypothèse que les règlements futurs auront le même comportement que ceux du passé.

La troisième méthode s'appelle la méthode des coûts moyens. Elle consiste à appliquer un coût moyen estimé aux sinistres connus lors de l'inventaire.

## 3. Réassurance

### a) Primes cédées

Les primes cédées correspondent aux montants que l'assureur verse au réassureur. Le montant de cette prime dépend de type des traités souscrits par l'assurance.

Pour chaque traité de réassurance, la valeur des primes cédées est calculée différemment :

- Quote-part :

$$\mathbf{Primes\ Cédées = Primes\ Acquises * Taux\ de\ QP}$$

- Excédent de plains :

$$\mathbf{Primes\ Cédées = \sum_{P \in \text{Tous les polices couvertes}} \theta_P * Primes\ Acquises_P}$$

$$\text{Avec } \theta_P = \frac{(\min(0; \text{Plein Rétention} - \text{Sommes Assur}) - \text{Plein Rétention})_+}{\min(0; \text{Plein Rétention} - \text{Sommes Assur})}$$

- Traités non proportionnels : Le montant de la prime cédée n'est pas proportionnel aux charges cédées. Ce montant dépend des caractéristiques du contrat établi entre l'assureur et le réassureur.

$$\mathbf{Primes\ Cédées = \sum_{C \in \text{Tous les contrat de réassurance}} Primes\ Cédées_C}$$

### *b) Charges cédées*

Il s'agit de la somme due par le réassureur. Elle est composée de deux parties.

La première est les règlements cédés qui représentent la part des réassureurs dans les prestations payées durant l'année.

La deuxième est les provisions cédées. Ce sont des estimations des règlements futurs que l'assureur cédera au réassureur. Elles sont calculées par la méthode de Chain-Ladder.

Pour chaque traité de réassurance, la valeur des charges cédées est calculée différemment :

- Quote-part :

$$\mathbf{Charges\ Cédées = (PSAP + \text{règlements}) * Taux\ de\ QP}$$

- Excédent de plains :

$$\mathbf{Primes\ Cédées = \sum_{P \in \text{Tous les polices couvertes}} \theta_P * (PSAP_P + \text{règlements}_P)}$$

$$\text{Avec } \theta_P = \frac{(\min(0; \text{Plein Rétention} - \text{Sommes Assur}) - \text{Plein Rétention})_+}{\min(0; \text{Plein Rétention} - \text{Sommes Assur})}$$

- Traités non proportionnels :

$$\mathbf{Primes\ Cédées = \sum_{C \in \text{Tous les contrat de réassurance}} PSAP_C + \text{règlements}_{PC}}$$

### *c) Commissions cédées*

Dans un traité de réassurance proportionnel, ce montant représente la part des primes reversée par le réassureur à l'assureur afin de participer aux frais de gestion et d'acquisition. En effet, la part de la prime commerciale versée au réassureur contient des chargements pour frais généraux que l'assureur continue à supporter. Ce dernier récupère alors une partie de la prime versée.

Dans un traité non proportionnel, le réassureur peut restituer une partie de son profit sous forme de participation aux bénéfices lorsque les résultats sont favorables.

## **4. Frais**

### *a) Frais d'acquisition*

Les frais d'acquisitions correspondent aux frais liés à la conclusion des contrats d'assurance. Ces frais peuvent être directs ou indirects.

### *b) Frais d'administration*

Les frais d'administration correspondent aux frais liés à la gestion courante des contrats déjà souscrits.

### *c) Frais de gestion des sinistres*

Ce sont les frais internes et externes liés au coût des traitements des dossiers des sinistres (évaluation de la charge, indemnisations des assurés, gestion des dossiers...). Ces frais incluent les frais de personnel, les amortissements du matériel et le mobilier utilisés dans la gestion des sinistres.

### *d) Frais de gestion des placements*

Les frais de gestion correspondants aux frais, internes et externes, liées à la gestion des placements financiers.

### *e) Autres charges techniques*

Ce sont les charges internes et externes qui ne peuvent pas être affectées ni directement ni indirectement aux types de frais vus précédemment.

## **5. Autres provisions techniques**

### *a) Provisions mathématiques des rentes (PM)*

D'après l'article R.343-3 du code des assurances, il s'agit de la différence entre les valeurs actuelles probables des engagements par l'assurance d'une part, et par l'assuré d'autre part.

L'article A. 341-1-1 du code des assurances détaille les modalités de calcul de cette provision.

Pour calculer la valeur de la PM, on calcule d'abord le montant des engagements de l'assureur. Ce dernier correspond au capital ou la rente à verser à l'assureur selon la nature de la garantie.

$$\begin{aligned} \text{Engagement de l'assureur} \\ = \text{Valeur actualisé capital} * \text{probabilité de versement} \end{aligned}$$

On calcule par la suite le montant des engagements de l'assuré. Ce montant correspond aux cotisations restantes à régler.

$$\begin{aligned} \text{Engagement de l'assuré} = \text{Valeur actualisé cotisation} * \\ \text{probabilité de versement} \end{aligned}$$

La PM peut alors se calculer comme suit :

$$PM = \text{Engagement de l'assureur} - \text{Engagement de l'assuré}$$

#### *b) Provisions pour risque en cours (PREC)*

Selon l'article R.343-7 du Code des assurances, la provision pour risque en cours sert à couvrir, pour l'ensemble des contrats en cours, la charge des sinistres et des frais afférents aux contrats, pour la période s'écoulant entre la date de l'inventaire et la date de la première échéance de prime pouvant donner lieu à révision de la prime par l'assureur ou, à défaut, entre la date de l'inventaire et le terme du contrat, pour la part de ce coût qui n'est pas couvert par la provision pour primes non acquises.

La méthode de calcul de la PREC est définie comme suit :

$$\begin{aligned} PREC = PPNA_n \\ * \left( \frac{\text{Sinistres}_{n-1 \text{ et } n} + \text{Frais Adm}_{n-1 \text{ et } n} + \text{Frais Acquisition}_{n-1 \text{ et } n}}{\text{Primes Acquises}_{n-1 \text{ et } n}} \right) \end{aligned}$$

#### *c) Frais d'acquisition reportés (FAR)*

Ce sont des provisions destinées à couvrir les charges résultant du report des frais d'acquisition constaté. Elles comprennent la part imputable aux exercices précédents des commissions versées aux courtiers ainsi que les charges internes d'acquisition.

## 6. Produits des placements alloués

$$\begin{aligned} \text{Produits placements alloués} \\ = \text{Résultat fin} * \frac{\text{Provisions techniques}}{\text{Provisions techniques} + \text{Fonds Propres}} \end{aligned}$$

## Annexe 2

Pour estimer les paramètres liés à l'approche de KAUFMANN, GADMER et KLETT nous pouvons suivre les étapes suivantes :

### 1. La méthode des Moindres Carrés Ordinaires

- Réécrire le modèle sous forme matricielle suivantes :

$$i = X \cdot \lambda + \varepsilon$$

$$\text{Avec } \lambda = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

$X$ : Matrice de dimension (nombre d'observations, 2 avec la deuxième colonne contenant les valeurs de  $r_t$ )

$i$  et  $\varepsilon$  : deux vecteurs de dimension  $n$

- Identifier la variance des résidus :

$$\text{Var}(\varepsilon) = \frac{1}{n} (i - X\lambda)' (i - X\lambda) = \frac{1}{n} (ii' - 2\lambda'X' + \lambda'X'X\lambda)$$

- Minimiser la variance des résidus afin de déterminer le coefficient  $\lambda$  :

$$\frac{\partial \text{Var}(\varepsilon)}{\partial \lambda} = \frac{1}{n} (-2X'i + 2X'X\lambda) \quad \longrightarrow \quad \lambda = (X'X)^{-1}cX'i$$

- Et déterminer les résidus qui sont sans biais :

$$\hat{\varepsilon} = i - X\hat{\lambda} \quad \text{et} \quad \hat{\sigma} = \frac{n}{n-2} \text{Var}(\varepsilon)$$

- Utiliser le test Durbin-Watson vérifier la condition de l'indépendance des résidus
- Si l'hypothèse nulle du test Durbin-Watson est rejetée, passer à la méthode des moindres carrés généralisée

### 2. La méthode des Moindres Carrés Ordinaires

- Repartir de la même forme matricielle utilisée dans la précédente méthode :

$$i = X \cdot \lambda + \varepsilon$$

Avec  $\varepsilon$  : résidus dont la variance est égale à :

$$\text{Var}(\varepsilon) = \frac{\nu^2}{1 - \rho^2}$$

- Étant donné que la matrice variance covariance  $\Sigma$  de  $\varepsilon$  est définie positive, symétrique et inversible, elle peut alors s'écrire sous la forme :

$$\Sigma = \frac{\nu^2}{1 - \rho^2} \begin{bmatrix} \rho^0 & \dots & \rho^{n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \dots & \rho^0 \end{bmatrix} = \nu^2 \Omega$$

- En utilisant méthode des moindres carrés généralisée et après simplification, nous obtenons le résultat suivant :

$$\hat{\lambda} = (X'\hat{\Omega}^{-1}X)^{-1}(X'\hat{\Omega}^{-1}i)$$

Avec  $\varepsilon$  : résidus dont la variance est égale à :

$$\widehat{\Omega}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\rho & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\rho & 1-\rho^2 & -\rho & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\rho & 1-\rho^2 & -\rho & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -\rho & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\rho & 1-\rho^2 & -\rho \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -\rho & 1 \end{bmatrix}$$