




**Mémoire présenté le :  
pour l'obtention du diplôme  
de Statisticien Mention Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Victoria Trivière	
<b>Titre du mémoire : Modélisation du risque de crédit dans un modèle de projection Actif Passif</b>	
Confidentialité : <input checked="" type="checkbox"/> NON <input type="checkbox"/> OUI (Durée : <input type="checkbox"/> 1 an <input type="checkbox"/> 2 ans)	
Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.	
<u>Membres présents du jury de la filière :</u>	Signature : <u>Entreprise :</u>  Nom : Willis Towers Watson  Signature :
<u>Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires :</u>	<u>Directeur de mémoire en entreprise</u> Nom : Amine Cherquaoui Signature : 
	<u>Invité :</u> Nom : Mounir Bellmane Signature : 
	<b>Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)</b> <u>Signature du responsable entreprise :</u>  <u>Signature du candidat :</u> 

## Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Marion Lallour et Jérôme Spagnol pour m'avoir permis de rejoindre Willis Towers Watson ainsi que Simon Alibert pour m'avoir accueilli au cours de mon stage. Je les remercie également de m'avoir fait confiance afin de poursuivre ce stage par une alternance.

Je tiens tout particulièrement à remercier Mounir Bellmane et Amine Cherquaoui qui m'ont accompagnée dans la réalisation de ce mémoire au cours de mon alternance, et plus encore. Pour leur soutien sans faille, leur écoute et leurs conseils forts pertinents.

Je remercie également toute l'équipe ICT de m'avoir accueillie chaleureusement et avoir eu des discussions actuariellement très intéressantes durant ces deux premières années passées chez WTW ainsi que de moments forts sympathiques.

Pour finir, mes remerciements vont à mes proches pour m'avoir soutenue et encouragée, depuis toujours.

## Résumé

Le risque de crédit est un enjeu majeur pour les assureurs depuis plusieurs décennies. Ce risque se matérialise lors de la détention d'obligations, d'états ou d'entreprises. Le principal risque étant le risque d'écartement des *spreads*.

Ce mémoire a pour but d'utiliser les sorties d'un GSE (Générateur de Scénarios Economiques) utilisant la modélisation JLT (Jarrow, Lando et Turnbull) afin d'estimer pleinement le risque de crédit à l'intérieur d'un modèle ALM standard, en distinguant les obligations d'états et celles d'entreprises. Les sorties en question sont les matrices de transition et de spread afin de diffuser le nominal d'une obligation d'entreprise dans toutes les notations possibles. Le modèle initial (avant implémentation) simplifie jusqu'à présent le risque de crédit en ne faisant pas de distinction entre les deux types d'obligation. Ainsi, ce modèle a été amélioré afin de prendre en compte ces différentes sorties et vieillir de manière adéquate les obligations, calculer les montants de plus-ou-moins values latentes et impacter de manière directe ou indirecte les réserves (provision pour participation aux bénéficiaires, réserve de capitalisation etc.). Tout en projetant dans le temps différents types de contrats (passifs : épargne, retraite collective et vie entière), ce modèle prend en compte également différents produits financiers (actifs : obligations, action, option sur les actions, sur les taux), permettant ainsi d'estimer la sensibilité de la nouvelle modélisation à des changements d'*inputs*, que ce soit les scénarios risque neutre utilisés pour actualiser les flux, ou bien les hypothèses propres à la stratégie de réallocation des obligations.

La prise en compte de la modélisation crédit du modèle impacte plusieurs indicateurs du bilan Solvabilité II. En effet, le SCR diminue tandis que le BEL augmente (plus grande prise en compte de l'impact des *spreads*). Néanmoins, ceci permet d'assurer une meilleure prise en compte du risque de crédit auquel un assureur est soumis dès lors qu'il détient des obligations d'entreprise en portefeuille.

**Mots-clés :** JLT, Jarrow Lando Turnbull, ALM, Solvabilité 2, modélisation crédit, matrice de transition, spread, notation, test Martingale, GSE

## Summary

For many years, credit risk has been a major issue for insurers. This risk arises when possessing bonds in portfolio (either government or corporate bonds). The main subrisk remains the spread risk. The aim of this actuarial thesis is to use outputs produced by an ESG (Economic Scenario Generator) calibrated with JLT (Jarrow, Lando and Turnbull) and to integrate them within an ALM model by distinguishing government bonds and corporate bonds. The outputs produced by JLT are stochastic spreads, defaults and transition matrices used to allocate the nominal to different available ratings. The current ALM model was previously simplifying the credit risk assessment by not making any difference between govies and corporate bonds. Therefore, the model has been improved to take into consideration these new inputs and to compute adequately the market value, unrealized gains or losses, and impact the provisions (profit sharing and Capitalization reserve for instance). This model, by projecting different types of contrats (on liability side : savings, retirement and entire life products), takes as well different financial incomes (assets : bonds, equities, interest rate options, call and put options etc.) such that it is possible to assess the sensitivity to different inputs (either risk neutral scenarios used to deflate the cashflows, or inputs related to bond reinvestment).

Taking into account the credit risk within the model impacts many Solvency 2 indicators. Indeed, the SCR decrease while the BEL increase (taking into consideration the spread impact). This ensures an increased awareness of the credit risk that the insurer bears as soon as he possesses corporate bonds in its portfolio.

**Key words :** JLT, Jarrow Lando Turnbull, ALM, Solvency 2, credit modelling, transition matrix, spread, rating, Martingale test, ESG

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>II</b>	<b>Principes de Solvabilité et ALM</b>	<b>10</b>
<b>1</b>	<b>Solvabilité II [1]</b>	<b>10</b>
1.1	Pilier 1 . . . . .	10
1.1.1	Focus sur le risque de crédit . . . . .	13
1.2	Pilier 2 . . . . .	16
1.3	Pilier 3 . . . . .	17
<b>2</b>	<b>GSE : Générateur de Scénarios Économiques [2]</b>	<b>18</b>
2.1	Module Obligations d'Entreprises : Modèle de Jarrow-Lando-Turnbull [3] . . . . .	18
2.1.1	Cadre . . . . .	18
2.1.2	Calcul taux spread et matrice de transition . . . . .	19
2.1.3	Calibration : Risque neutralisation . . . . .	21
<b>III</b>	<b>Modélisation</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>Modèle initial</b>	<b>23</b>
3.1	Modélisation ALM . . . . .	23
3.2	Fichiers de Model Points . . . . .	25
3.3	Fichiers d'hypothèses . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Changements liés à la prise en compte du risque de crédit</b>	<b>29</b>
4.1	Impact sur les calculs des indicateurs économiques . . . . .	29
4.1.1	Valeur de marché . . . . .	29
4.1.2	Autres indicateurs économiques . . . . .	30
4.2	Inputs . . . . .	31
4.2.1	Nouveaux inputs . . . . .	31
4.2.2	Modifications d'inputs . . . . .	35
4.3	Modifications de modèle . . . . .	37
4.3.1	Obligations . . . . .	38
4.3.2	Autres modifications . . . . .	39
<b>IV</b>	<b>Etude d'Impacts et Sensibilités</b>	<b>40</b>
<b>5</b>	<b>Définition des indicateurs à analyser[4]</b>	<b>40</b>
<b>6</b>	<b>Impact de la nouvelle modélisation du risque de crédit</b>	<b>42</b>
6.1	Analyse du BEL . . . . .	42
6.1.1	BEL Base Case . . . . .	42
6.1.2	BEL Choc Taux . . . . .	48
6.2	SCR . . . . .	52

6.2.1	Etude des SCR Spread et SCR Taux (i.e. les deux plus gros impacts sur le BSCR)	54
6.3	Montant et taux de défaut	56
6.4	VM et VNC obligataires au cours de la projection	57
6.5	Réserve de capitalisation et PMVL	59
6.6	Produits et résultat financiers	60
6.7	Participations aux bénéfices	62
6.8	VAN des différents indicateurs indicateurs	63
6.9	Conclusion	64
<b>7</b>	<b>Impact d'un changement de stratégie d'investissement</b>	<b>65</b>
7.1	Sensibilité sur la maturité	65
7.1.1	Montant et taux de défaut	66
7.1.2	VM et VNC obligataire au cours de la projection	66
7.1.3	Réserve de capitalisation et PMVL	67
7.1.4	Produits et résultat financiers	68
7.1.5	VAN des différents indicateurs indicateurs	69
7.1.6	Conclusion	69
7.2	Sensibilité sur la notation	69
7.2.1	Montant et taux de défaut	70
7.2.2	VM et VNC obligataires	71
7.2.3	Réserve de capitalisation et PMVL	71
7.2.4	Produits et résultat financiers	72
7.2.5	VAN des différents indicateurs indicateurs	73
7.2.6	Conclusion	73
<b>8</b>	<b>Impact du Volatility Adjustment</b>	<b>74</b>
8.1	Montant et taux de défaut	74
8.2	VM et VNC obligataires	75
8.3	Réserve de capitalisation et PMVL	76
8.4	Produits et résultat financiers	77
8.5	Conclusion	77
<b>V</b>	<b>Conclusion et Ouverture</b>	<b>78</b>
<b>VI</b>	<b>Annexes</b>	<b>85</b>
<b>9</b>	<b>GSE</b>	<b>85</b>
9.1	Module Taux intérêt sans risque	85
9.1.1	Théorie	85
9.1.2	Calibration	88
9.2	Module Action [5]	89
9.2.1	Introduction	89
9.2.2	Modèle de Black et Scholes (1973) [6, 7]	89
9.2.3	Modèle de Heston(1993)	89
9.3	Risque Neutralisation de la matrice de transition dans le GSE	90

<b>10 Inputs</b>	<b>91</b>
10.1 Fichiers d'hypothèses . . . . .	91

## Première partie

# Introduction

Le risque de crédit est un enjeu majeur pour les assureurs depuis plusieurs décennies. A ce sujet, la réglementation européenne Solvency II (aussi appelée Solvabilité 2) répertorie le risque de *spread* et de défaut. Ce mémoire s'inscrit entièrement dans ce cadre prudentiel. Par conséquent, la première partie sera consacrée à décrire les principes de Solvabilité 2 et décrire plus spécifiquement le risque de crédit. Ce dernier se matérialise lors de la détention d'obligations, qui sont des titres financiers pouvant se distinguer en deux catégories principales. D'une part, les obligations d'états qui permettent de financer des engagements à long terme et qui sont peu risquées. D'autre part, les obligations d'entreprises qui offrent de meilleurs rendements en contrepartie d'un risque plus élevé (qui se matérialise par une prime de risque) pour des investissements à moyen et long termes. Le principal risque étant le risque d'écartement des *spreads*. Le fonctionnement des obligations, ainsi que tous les risques auxquels les assureurs sont exposés seront rappelés par la suite.

Il existe une différence notable entre les obligations d'entreprises et d'états concernant la prise en compte des risques de défaut de paiement. C'est la raison pour laquelle beaucoup de recherches ont été menées afin de répliquer de manière fidèle ce risque de crédit pour les obligations d'entreprises. A ce titre, les articles de recherches de Merton (1974), Black et Cox (1976), Jarrow, Lando et Turnbull (1997) ou encore Duffie et Singleton (1999) font partie des plus importants.

Cependant, jusqu'à présent, un certain nombre d'assureurs continuent tout de même à appliquer une approche très simplifiée du risque de crédit dans leur modèle, en ne distinguant pas les obligations d'états des obligations d'entreprise et en appliquant de manière forfaitaire un taux de défaut commun et unique à toutes les obligations (quelles que soient leur notation).

Afin d'améliorer ces modèles et donc de refléter de manière plus fidèle les risques liés à la détention d'actifs obligataires d'entreprises pour les compagnies d'assurance, l'approche utilisant JLT (Jarrow Lando Turnbull) dans un GSE<sup>1</sup> a été retenue. La première partie de ce mémoire sera aussi consacrée à décrire la modélisation JLT dans la création des matrices de transition et de *spread*. Cette modélisation a été choisi pour plusieurs raisons que voici :

1. Ce modèle a été utilisé et amélioré pour élaborer les matrices de transitions et les taux *spreads* dans un GSE développé par Willis Towers Watson : STAR RN.
2. Il permet de tenir compte de l'effet du changement de notation à chaque pas de temps. En effet, la valeur d'une obligation d'entreprise dépend de la notation de son émetteur et cette notation peut évoluer dans le temps en fonction des investissements de l'entreprise, de la confiance du marché vis-à-vis de celle-ci ou encore des crises. L'exemple de la crise du Covid 19 qui a pu affecter certains grands groupes émetteurs d'obligations tel que Air France avec la diminution drastique de ses vols en est un exemple récent. Les entreprises sont notées par des agences telles que Moody's ou Standard & Poor's et plus la notation de l'émetteur est faible, plus le risque de défaut est important.

---

1. ESG : *Economic Scenario Generator* en anglais



3. La modélisation JLT est compatible avec tous les modèles de taux sans risque, ce qui est un avantage étant donné que le modèle ALM est construit pour projeter des scénarios Risque Neutre.
4. L'incorporation au sein du modèle ALM du changement de notation, de la prise en compte du défaut et des spreads de crédit permet de mettre en place des limites et des actions du management liées à la notation des actifs (par la vente au-dessous d'un seuil ou par la réallocation du portefeuille sur des notations cibles).
5. Le modèle JLT repose sur un modèle à forme réduite qui n'explique pas directement la cause du défaut mais se base sur la modélisation de la probabilité de défaut de l'émetteur.

Nous avons fait le choix d'adapter la modélisation crédit au sein d'un modèle ALM standard français afin de prendre en compte les nouveaux scénarios économiques. Le modèle ALM actuel ainsi que les modifications qui lui ont été apportées seront décrits dans la seconde partie de ce mémoire. Ce modèle projette dans le temps différents types de contrats (épargne, retraite collective et vie entière) et prend en compte également différents actifs financiers (actions, obligations et options sur les actions et les taux). Puis, la nouvelle modélisation et les choix pris seront également détaillés dans cette seconde partie. Enfin, les impacts d'une telle modélisation seront analysés sur plusieurs indicateurs économiques utilisés sous Solvabilité 2, et qui permettent aux assureurs de piloter leur gestion des risques. Cette analyse sera faite dans la troisième partie de ce mémoire.

## Deuxième partie

# Principes de Solvabilité et ALM

## 1 Solvabilité II [1]

La réglementation Solvabilité II a été mise en place au niveau européen et est entrée en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016 afin que les assureurs et réassureurs puissent être protégés contre les risques auxquels ils sont exposés. Celle-ci se compose de 3 piliers :

- Pilier 1 : les exigences quantitatives
- Pilier 2 : les exigences qualitatives
- Pilier 3 : les informations à destination du public et du superviseur

Chaque assureur et réassureur européen est soumis à la réglementation Solvabilité II et doit respecter ces trois piliers qui ont pour but de faire connaître et maîtriser les risques qu'ils pourraient subir, afin de protéger les assurés contre tout risque de défaut de paiement. La Figure 1 présente succinctement le contenu de chaque pilier.



FIGURE 1 – Les trois piliers de Solvabilité II

### 1.1 Pilier 1

Le pilier 1 exige le calcul de deux montants de capitaux propres, le SCR et le MCR, ainsi que de deux montants composant les provisions techniques, à

savoir le BE<sup>2</sup> et la RM<sup>3</sup> (voir la Figure 2 du bilan économique d'un assureur simplifié) :

- **SCR** (*Solvency Capital Requirement*) : Montant de fonds propres qu'un assureur se doit de détenir afin d'honorer ses engagements vis-à-vis des assurés dans 99,5% des cas sur un an (même en cas de ruine, sur la base d'une ruine tous les 200 ans). Le SCR peut être calculé soit à l'aide de la formule standard (voir la Figure 3), soit à l'aide d'un modèle interne qui doit être validé par le superviseur.
- **MCR** (*Minimum Capital Requirement*) : Montant minimal de fonds propres en-dessous duquel le superviseur intervient automatiquement afin d'éviter un défaut de paiement de l'assureur. L'agrément de l'assureur peut lui être retiré s'il ne détient pas ce niveau minimal de fonds propres. Ce montant est obtenu en séparant les activités liées à l'assurance vie et les activités liées à l'assurance non vie. Il doit être compris entre 25% et 45% du SCR.
- **BE** (*Best Estimate*) : Moyenne pondérée de la valeur actuelle probable (par les taux sans risque) des flux de trésorerie futurs. Le BE est calculé brut de réassurance.
- **RM** (*Risk Margin*) : Montant (surplus) à immobiliser, correspondant à la charge en capital si le portefeuille devait être cédé à une contrepartie qui devrait supporter le service des contrats jusqu'à extinction de ceux-ci.

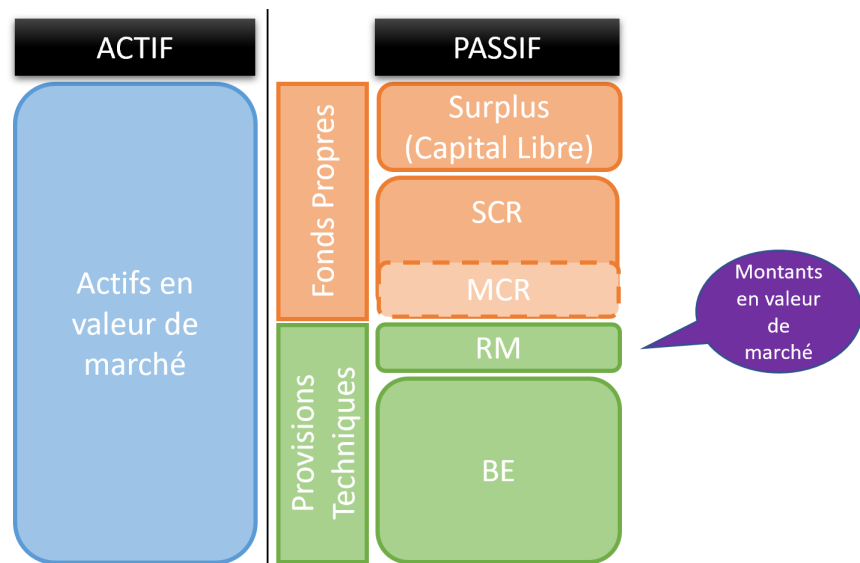


FIGURE 2 – Bilan économique simplifié d'un assureur

2. *Best Estimate* ou Meilleure Estimation du passif  
 3. *Risk Margin* ou Marge pour Risque

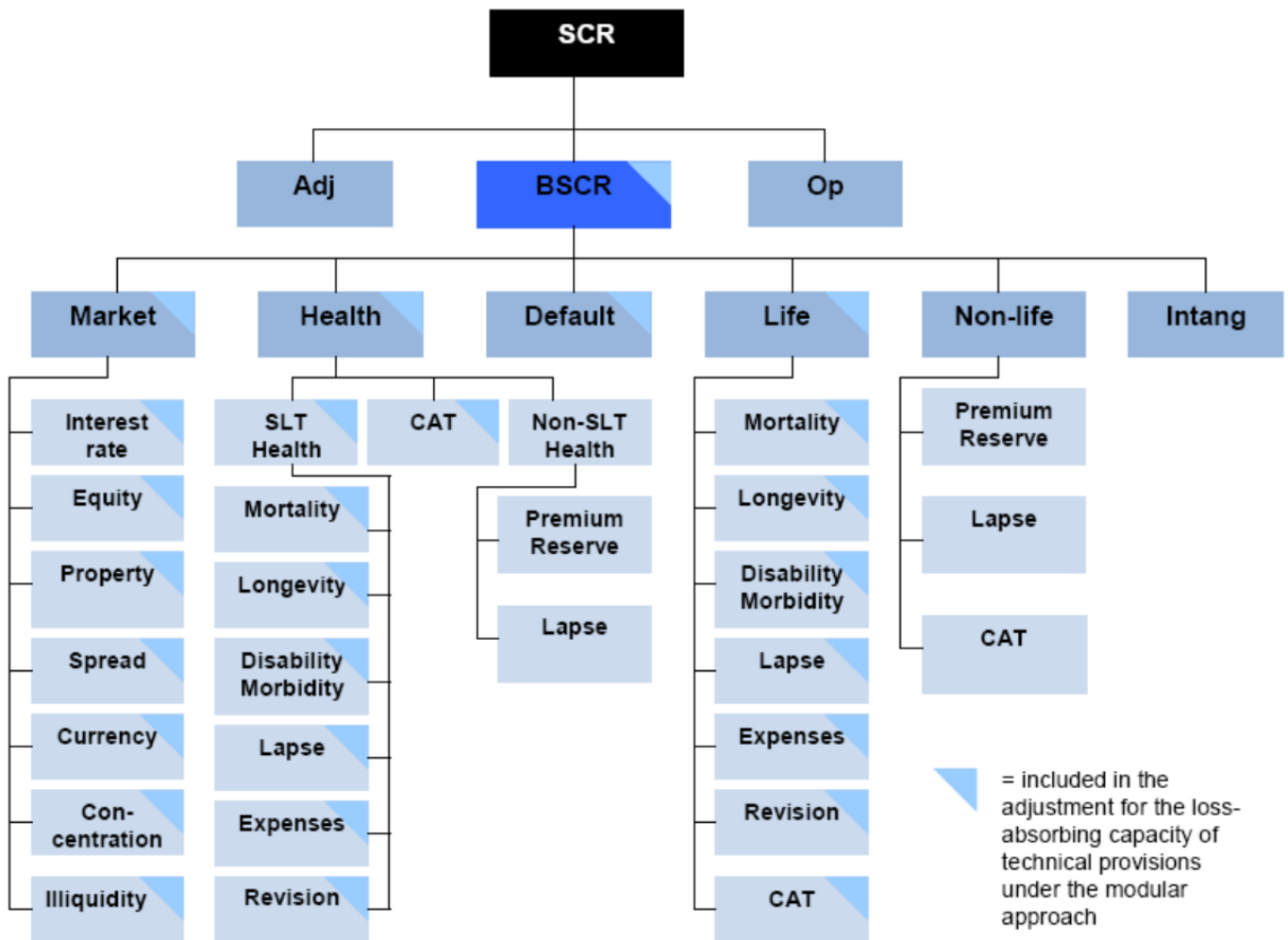


FIGURE 3 – Calcul du SCR en formule standard[8]

Ces montants de capitaux donnent deux niveaux d’alerte. En effet, si les fonds propres (capital en réserve) ne sont pas suffisants par rapport aux engagements de l’assureur, des mesures sont mises en places :

- Si les fonds propres sont inférieurs au SCR, c’est le premier niveau d’alerte et l’assureur doit agir pour faire remonter ses fonds propres au-dessus du SCR : les mesures expliquées dans le pilier II sont appliquées (par exemple : ne plus souscrire certains produits),
- Si les fonds propres sont inférieurs au MCR, c’est alors le second niveau d’alerte et le superviseur intervient immédiatement pour éviter un défaut de paiement.

Une autre façon d’alerter le superviseur est le ratio de solvabilité. Le superviseur demande que chaque assureur/réassureur ait un ratio de solvabilité d’au moins 100%. Celui-ci désigne le ratio entre les fonds propres totaux et le montant du SCR. La marge de solvabilité correspond au surplus du ratio de

solvabilité par rapport à la demande réglementaire de 100% :

$$\text{Ratio de solvabilité} = \frac{\text{Fonds Propres}}{\text{SCR}}$$

$$\text{Marge de solvabilité} = \text{Ratio de solvabilité} - 100\%$$

Les différents composants du ratio de solvabilité sont visibles dans la Figure 2.

### 1.1.1 Focus sur le risque de crédit

La Figure 3 représente aussi la plupart des risques auxquels un assureur est exposé. En plus de ces risques considérés par Solvabilité 2, les assureurs investissant sur des obligations d'entreprises sont exposés au risque de crédit. Ce dernier est en partie indiqué dans la Figure 3 par le risque de spread cependant ses autres composants ne sont pas explicités. Le risque de crédit regroupe tous les risques liés à la détention d'obligations d'entreprises :

- **risque de défaut** : risque lié au défaut de paiement de l'émetteur d'une obligation (coupon et/ou remboursement),
- **risque de changement de notation** : risque que l'émetteur change de notation et donc que l'obligation devienne plus ou moins risquée,
- **risque de *spread*** : risque d'écartement des taux entre les taux sans risque et les taux risqués.

Les emprunts peuvent être réalisés de plusieurs manières même si la majorité d'entre eux se font par le biais d'émissions d'obligations (on parle alors d'emprunts obligataires). Afin de comprendre les risques associés aux crédits, il faut comprendre le fonctionnement d'une obligation (d'entreprise ou d'état).

Une obligation est dite émise et remboursée au pair lorsque le prix d'achat ainsi que le prix de remboursement correspondent au montant du nominal. Il s'agit du cas de figure le plus simple (en termes de calcul). Un coupon est périodiquement payé par l'émetteur de l'obligation, et son montant s'élève au taux de coupon multiplié par le montant du nominal. Le coupon est payé jusqu'à l'échéance finale (date de fin de l'obligation) où le coupon et le montant de remboursement de l'obligation est payé. La maturité du contrat désigne la période entre l'émission et le remboursement de l'obligation (fixe) et la maturité résiduelle désigne la période entre la date actuelle et la date de remboursement (diminue au fil du temps). Mais parfois la maturité représente aussi la date de remboursement (échéance) du contrat.

La Figure 4 représente les flux entrants et sortants d'une obligation simple émise au pair et remboursée au pair à la dixième échéance.

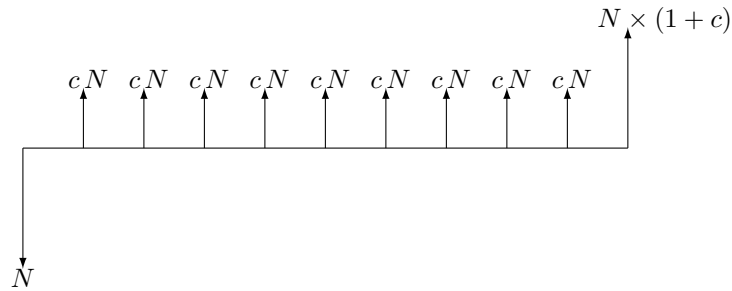


FIGURE 4 – Représentation d’une obligation

Les données connues de l’acquéreur d’une obligation sont donc :

- $N$  : nominal
- $c$  : taux coupon
- $T$  : maturité (date de remboursement)

Cependant, l’acquéreur souhaite être mieux rémunéré si le risque de défaut de l’émetteur existe. En effet, lorsqu’un défaut se produit, l’émetteur n’est plus en capacité d’honorer ses engagements parmi lesquels le paiement de coupon et le remboursement du nominal. C’est pourquoi les obligations à fort risque de défaut rémunèrent plus les investisseurs que les obligations sans risque de défaut ou avec un risque de défaut quasiment nul (tels que les emprunts d’état). On parle alors d’une prime de risque qui vient rémunérer le détenteur de ce titre obligataire.

Le risque de défaut d’un émetteur est fonction de sa notation attribuée par les agences de notation<sup>4</sup>. Chaque agence de notation a ses propres critères et notes que l’on peut classer dans le tableau suivant :

---

4. Moody’s, Standard & Poor’s et Fitch sont les trois principales agences de notation.

Catégories	Définitions	Moody's	Standard & Poor's	Fitch
Catégories d'investissement	Plus haute qualité	Aaa	AAA	
	Très haute qualité	Aa1 Aa2 Aa3	AA+ AA AA-	
	Haute qualité	A1 A2 A3	A+ A A-	
	Bonne qualité	Baa1 Baa2 Baa3	BBB+ BBB BBB-	
Catégories spéculatives	Spéculatif	Ba1 Ba2 Ba3	BB+ BB BB-	
	Hautement spéculatif	B1 B2 B3	B+ B B-	
	Risque important	Caa1 Caa2 Caa3	CCC+ CCC CCC-	
	Proche d'un défaut	Ca	CC	CC C
	En défaut	C	SD D	RD D

TABLE 1 – Notation des principales agences pour les titres à long terme [9, 10, 11]

Le risque de changement de notation est matérialisé par une matrice de transition publiée par les agences de notation. Par exemple, la matrice de transition de Standard & Poor's pour le risque de changement de notation à un an des entreprises européennes en 2018 est décrite dans la Table 2.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/CC	D	NR
AAA	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
AA	0,00%	86,46%	7,29%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6,25%
A	0,00%	1,61%	90,59%	3,23%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,57%
BBB	0,00%	0,00%	5,02%	88,52%	0,72%	0,00%	0,24%	0,00%	5,50%
BB	0,00%	0,00%	0,00%	5,00%	78,18%	3,64%	0,00%	0,00%	13,18%
B	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	2,42%	77,42%	3,49%	1,34%	15,32%
CCC/CC	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	21,05%	42,11%	18,42%	18,42%

TABLE 2 – Matrice de transition à 1 an par Standard & Poor’s pour les entreprises européennes en 2018 [10]

Le risque de *spread* désigne le risque que l’écart entre les taux à terme des obligations risquées et les taux à terme des obligations sans risque (de défaut) varie (augmentation ou diminution).

## 1.2 Pilier 2

Le pilier 2 traite de la gouvernance et de la gestion des risques au sein d’une compagnie d’assurance/réassurance. Il permet ainsi de compléter le pilier 1, qui donne des informations quantitatives, mais ne traite pas de la façon de prévenir et gérer les crises en cas de survenance.

Sur le volet de la gouvernance, Solvabilité II impose deux dirigeants effectifs à l’assureur/réassureur pour faire respecter le principe des « quatre yeux ». Ce principe a pour objectif de se prémunir contre la fraude ou les erreurs opérationnelles, par exemple en ayant toujours deux personnes pour approuver les décisions, ou un preneur de décisions et une personne qui les vérifie.

De plus, la directive impose quatre responsables des fonctions clés (actuariat, gestion des risques, audit interne et conformité), dont les rôles sont résumés dans la Figure 5. Ces fonctions peuvent être externalisées mais la responsabilité reste au niveau de l’assureur.

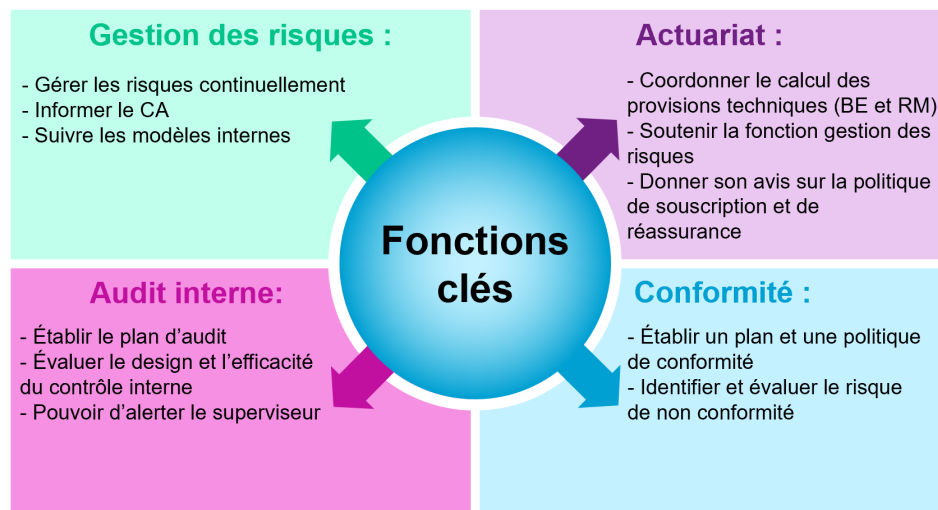


FIGURE 5 – Rôles des fonctions clés



L'ORSA<sup>5</sup> (Évaluation interne des risques et de la solvabilité) traite de la gestion des risques. Il s'agit d'un processus qui doit illustrer la capacité de l'assureur/réassureur à identifier, mesurer et gérer les éléments qui pourraient faire évoluer sa solvabilité ou situation financière. Il reprend les éléments du pilier 1 (SCR, MCR, etc.). Il se décline sous la forme d'un rapport à remettre chaque année au superviseur, servant également d'outil stratégique d'aide à la prise de décision pour le pilotage des activités en fonction des risques supportés par l'assureur (et des crises pouvant survenir).

### 1.3 Pilier 3

Le pilier 3 traite de la transparence avec les rapports au superviseur et la diffusion d'informations au public. Ces rapports sont d'une part quantitatifs et d'autre part qualitatifs. Ils doivent être remis de façon annuelle, voire trimestrielle pour certains. Voici donc une liste des principaux rapports et informations que chaque assureur/réassureur doit transmettre :

- Rapports narratifs :
  - **SFCR** : annuel
  - **RSR** : tous les 1 à 3 ans avec un résumé annuel
  - **ORSA** : au moins une fois par an
  - **États nationaux spécifiques** : seulement dans certains cas, quand les domaines ne sont pas couverts par S2 mais doivent être exceptionnels
- États Solvabilité II / Rapports quantitatifs :
  - **États intégral** : tous les ans
  - **États de base** : trimestriel

Le but de ce pilier est donc de créer une relation de confiance entre les assureurs/réassureurs, le superviseur ainsi que le public. En effet, les rapports narratifs sont remis afin de s'assurer que l'organisme est capable de connaître ses risques, les limiter et les gérer le cas échéant. L'organisme doit expliquer ses procédures, analyser ses résultats, etc. Les rapports quantitatifs (aussi appelé **QRT**<sup>6</sup>) doivent être remis à la même fréquence que le SFCR et comporter les informations quantitatives (primes encaissées, sinistres, frais, etc.) destinées au superviseur et au public.

---

5. *Own Risk and Solvency Assessment* en anglais

6. *Quantitative Reporting Template*

## 2 GSE : Générateur de Scénarios Économiques [2]

Le logiciel interne de GSE *STAR RN* a été utilisé afin de générer des scénarios économiques (utiles à notre analyse des impacts et sensibilités). Ces scénarios sont générés en univers risque neutre.

Ce logiciel produit tous les éléments (les taux d'intérêt nominaux, les dividendes, les matrices de transition etc.) permettant la valorisation des actifs en portefeuille utilisés au cours de projections dans un outil interne : *RAFM*<sup>7</sup>.

Les éléments techniques (formules mathématiques et description des modèles financiers se trouvent en annexe (sous-section 9.1 et sous-section 9.2 aux pages 85 et 89). La création des matrices de transition et des taux *spread* pour les obligations qui nous intéressent particulièrement seront explicités dans le corps du mémoire.

### 2.1 Module Obligations d'Entreprises : Modèle de Jarrow-Lando-Turnbull [3]

Le modèle de Jarrow Lando Turnbull (JLT) est une extension du modèle de Merton (1974). La principale différence entre les deux modèles est la possibilité d'évaluer le prix des actifs selon la notation dans le modèle JLT, ce qui est impossible dans le modèle de Merton. De plus, la modélisation JLT se fait en univers risque neutre (RN).

Nous allons présenter ici les points les plus importants de ce modèle utilisés dans le logiciel *STAR RN*

#### 2.1.1 Cadre

Toute la sous-section 2.1 représente une analyse et une réécriture (avec les notations de Pliska[12]) de l'article de Jarrow-Lando-Turnbull paru en 1997[3] et une énumération des informations qui vont nous servir pour cette étude dans *RAFM*. Chaque équation réécrite dans cette partie renverra aussi vers le numéro de l'équation de l'article de JLT.

Afin de calculer les indicateurs en sortie du logiciel (*spread* et matrice de transition), il est nécessaire de définir certains paramètres. Le pas de temps de projection sera  $t$  qui est compris entre 0 et la maturité  $T$  :  $0 \leq t \leq T$ .

La courbe des taux d'intérêt au comptant instantanés (*spot rate*) notés  $r(t_a)$  est donnée à chaque temps. Le pas de temps pour la courbe des taux est  $t_a$  puisque les courbes des taux sont données en pas de temps annuel alors que le pas de temps de projection  $t$  peut être mensuel, trimestriel, semestriel ou encore annuel. Cette fréquence sera représentée par la variable *freq\_proj* avec :

---

7. *Risk Agility Financial Modeller*

Fréquence de projection (nom)	freq_proj
Annuel	12
Semestriel	6
Trimestriel	3
Mensuel	1

Tout d'abord, nous pouvons transformer le *spot rate* de taux annuel en un taux mensuel (en accord avec la fréquence de projection) :

$$r(t) = \frac{r(t_a) \times \text{freq\_proj}}{12} \quad (1)$$

Par la suite, les variables pourront être calculées en fonction du pas de temps annuel, à partir de la fréquence des courbes de taux *spot*, ou encore à partir de la fréquence de projection (lien entre les deux).

Le taux de recouvrement  $R$  est constant dans le temps et pour toutes les notations. Il représente le taux de recouvrement en cas de défaut de paiement et il peut être fourni par une agence de notation ou provenir d'une étude du portefeuille obligataire<sup>8</sup>. Dans l'application du modèle, nous pourrions avoir un taux de recouvrement différent selon la qualité de l'obligation.

La matrice de transition historique  $M$  représente la probabilité de passer de la notation  $j$  à la notation  $k$ . Chaque composante de cette matrice est  $m_{j \rightarrow k}$ . Elle peut être fournie par une agence de notation et prend donc en compte les notations associées. Les notations que nous prendrons en compte pour l'étude sont les suivantes :

j,k
AAA
AA
A
BBB
BB
B
CCC
D

La notation **D** représente le défaut et cet état est dit « absorbant ». C'est à dire que dès lors qu'une obligation passe en notation **D**, elle ne peut plus être totalement remboursée, et en particulier le nominal de cette obligation est récupéré uniquement en proportion du taux de recouvrement  $R$ .

Le taux coupon  $c$  est le taux coupon du contrat pour toutes les notations et pour toute la projection.

### 2.1.2 Calcul taux spread et matrice de transition

L'hypothèse retenue est qu'il existe un unique équivalent à la mesure  $\tilde{Q}$  qui rend martingale tous les prix actualisés (i.e. normalisés avec la valeur monétaire) des obligations risquées et des obligations sans risque. Ceci implique donc comme

8. Il est possible d'avoir un taux de recouvrement stochastique, voir Das et Tufano (1995).

de supposer que les marchés de dette risquée et sans risque sont complets et sans opportunité d'arbitrage (AOA<sup>9</sup>). Un marché est dit complet lorsque toute option est répliquable sur celui-ci (i.e. que la valeur de cet instrument peut être retrouvée à partir d'autres instruments financiers).

La valeur monétaire  $B(t)$  (*money market*) d'un euro à chaque pas de temps  $t$  est :

$$B(t) = \begin{cases} \exp\left(\sum_{s=0}^{t-1} r(s)\right) & \text{pour } t = \{1, \dots, T\} \\ 1 & \text{pour } t = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Le prix à chaque pas de temps  $t$  et pour chaque maturité  $T$  d'une obligation zéro coupon sans risque de défaut est :

$$Z(t, T) = \frac{B(t)}{B(T)} \quad (3)$$

Équation (1) de l'article JLT

Le temps d'arrêt (variable aléatoire)  $\tau$  est le moment où un défaut de paiement survient. C'est-à-dire que l'émetteur de l'obligation n'est plus en mesure de rembourser une partie ou la totalité de sa dette. Le temps d'arrêt est défini sur :  $0 \leq \tau \leq +\infty$  et si  $\tau \leq T$ , alors le défaut de paiement a eu lieu avant la maturité alors que si  $\tau > T$  le défaut de paiement n'a pas eu lieu avant la maturité de l'obligation. On s'intéresse au possible défaut de paiement sur la période de détention de l'obligation.

Le prix à chaque pas de temps  $t$  et pour chaque maturité  $T$  d'une obligation zéro coupon risquée de taux de recouvrement  $R$  est :

$$v(t, T) = \frac{B(t)}{B(T)} \times (R \mathbf{1}_{\{\tau \leq T\}} + \mathbf{1}_{\{\tau > T\}}) \quad (4)$$

Équation (2) de l'article JLT

Le taux à terme (*forward rate*) à chaque pas de temps  $t$  et pour chaque maturité  $T$  est donné par la formule suivante :

$$f(t, T) = -\log\left(\frac{Z(t, T+1)}{Z(t, T)}\right) \quad (5)$$

La prime de risque est une fonction déterministe ayant les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \pi_j(t) = 1 \quad \forall t \quad \text{pour } j = \mathbf{D} \\ \pi_j(t) \geq 0 \quad \forall t \quad \text{pour } j = \mathbf{AAA}, \dots, \mathbf{CCC} \end{cases} \quad (6)$$

La prime de risque est obtenue par une calibration qui sera détaillée dans la sous-sous-section 2.1.3.

La matrice de transition stochastique sous la mesure de probabilité risque neutre  $\tilde{Q}$ ,  $\tilde{M}(t, t+1)$ , est calculée pour chaque pas de temps et inclut le taux de défaut.

<sup>9</sup>. Absence d'Opportunité d'Arbitrage

Chaque composante de cette matrice représente le passage de la notation  $j$  à la notation  $k$  entre  $t$  et  $t + 1$  et est notée  $\tilde{m}_{j \rightarrow k}(t, t + 1)$  :

$$\tilde{m}_{j \rightarrow k}(t, t + 1) = \begin{cases} \pi_j(t) \times m_{j \rightarrow k} & \text{pour } j \neq k \\ 1 - \sum_{\substack{k=\mathbf{AAA} \\ j \neq k}}^{\mathbf{D}} \tilde{m}_{j \rightarrow k}(t, t + 1) & \text{pour } j = k \end{cases} \quad (7)$$

Équation (5) de l'article JLT

La matrice  $\tilde{M}(t, n)$  représente la matrice de transition entre le pas de temps  $t$  et un pas de temps quelconque  $n$  ( $t \leq n$ ) et est obtenue en calculant le produit matriciel suivant :

$$\tilde{M}(t, n) = \tilde{M}(t, t + 1) \times \tilde{M}(t + 1, t + 2) \times \dots \times \tilde{M}(n - 1, n) \quad (8)$$

Équation (7) de l'article JLT

Chaque composant de cette matrice de transition est représenté par  $\tilde{m}_{j \rightarrow k}(t, n)$ .  $\tilde{\text{Pr}}_j^t(\tau > T)$  représente la probabilité de ne pas faire défaut à maturité  $T$ . C'est donc la probabilité d'être solvable à terme et elle s'écrit ainsi :

$$\tilde{\text{Pr}}_j^t(\tau > T) = 1 - \tilde{m}_{j \rightarrow \mathbf{D}}(t, T) \quad (9)$$

Le prix d'une obligation zéro coupon risquée pour chaque temps  $t$  et pour chaque notation  $j$  est :

$$v_j(t, T) = Z_j(t, T) \times \left( R + (1 - R) \times \tilde{\text{Pr}}_j^t(\tau > T) \right) \quad (10)$$

Équation (8) de l'article JLT

Le taux à terme (*forward*) pour chaque pas de temps  $t$  et pour chaque notation  $j$  est :

$$f_j(t, T) = -\log \left( \frac{v_j(t, T + 1)}{v_j(t, T)} \right) \quad (11)$$

L'écart de taux à terme entre une obligation zéro coupon risquée et une obligation zéro coupon sans risque est :  $s_j(t, T) = f_j(t, T) - f(t, T)$

Le taux comptant à chaque pas de temps  $t$  pour chaque notation  $j$  est :

$$r_j(t) = \begin{cases} r(t) + \mathbb{1}_{\{\tau > t\}} \times \log \left( \frac{1}{1 - (1 - R) \times \tilde{m}_{j \rightarrow \mathbf{D}}(t, t + 1)} \right) & \text{pour } j = \mathbf{AAA}, \dots, \mathbf{CCC} \\ r(t) & \text{pour } j = \mathbf{D} \end{cases} \quad (12)$$

Équation (10) de l'article JLT

### 2.1.3 Calibration : Risque neutralisation

La risque neutralisation vise à recalibrer les paramètres des actifs obligataires (nominal ou coupon) afin de s'assurer que la valorisation sous la courbe des taux du modèle soit égale à la valorisation des actifs en inputs (à une date de valorisation donnée).

Pour le module de crédit, les trois *inputs* suivants sont nécessaires :

- Matrice de transition annuel,
- Taux de recouvrement
- Taux *spread* historique pour chaque notation et chaque maturité.

Les taux *spread* théoriques dépendent de la matrice de transition (voir sous-sous-section 2.1.2). Cependant, la matrice de transition, spécifiée en entrée, est basée sur des informations historiques et doit être risque neutralisée pour refléter les écarts de crédit observés sur le marché à une date d'évaluation donnée.

Le problème de risque neutralisation est présenté en annexe et se trouve dans la sous-section 9.3 à la page 90.

## Troisième partie

# Modélisation

### 3 Modèle initial

#### 3.1 Modélisation ALM

La nouvelle implémentation a été réalisée sur un modèle dit en « full ALM », c'est à dire que le passif interagit directement et totalement avec l'actif. Concrètement, l'assureur a des dettes vis-à-vis de ses assurés, matérialisées par des contrats au passif<sup>10</sup>. Tandis qu'à l'actif, l'assureur a investi les montants de primes collectés sur des produits financiers afin de répondre à ces engagements. L'assureur doit être en mesure de payer les prestations pouvant survenir au cours de la projection (rentes à servir, rachats, capitaux décès, etc.). Par exemple, si un pic de décès survient, l'assureur doit pouvoir verser les capitaux décès sur les contrats concernés. Pour cela, soit l'assureur possède déjà suffisamment de trésorerie, soit en récupère en vendant d'autres actifs : c'est la gestion actif passif<sup>11</sup>. Dans d'autres cas, il peut être nécessaire d'acheter certains actifs afin d'augmenter le rendement du portefeuille d'actifs.

Afin de mieux comprendre la gestion actif-passif, la figure suivante reprend succinctement les interactions entre les différents blocs :

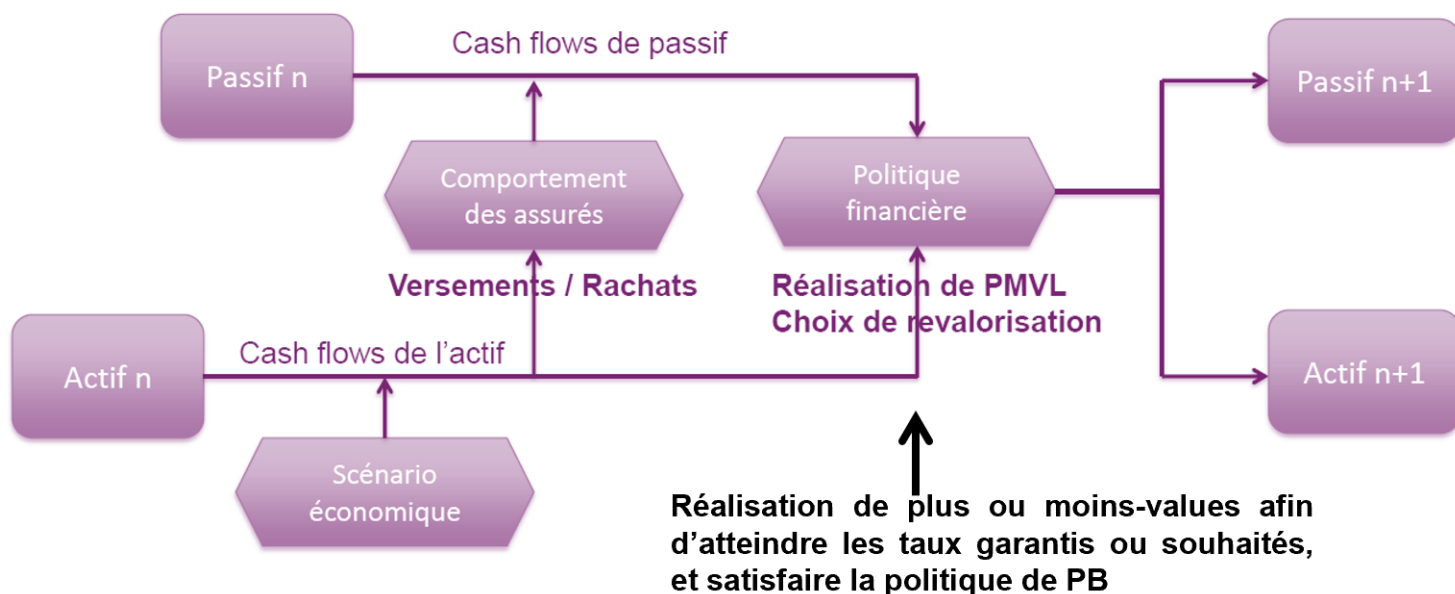


FIGURE 6 – Organigramme de la gestion Actif-Passif

Une particularité intéressante de ce modèle est qu'il permet d'effectuer des projections à un pas de temps mensuel, ce qui lui confère plus de précision par rapport à un modèle à pas de temps annuel.

10. MP : *Model Points*

11. ALM : *Asset Liability Management*

D'autre part, ce modèle simplifie la gestion du risque de crédit puisque les obligations d'états et d'entreprises sont modélisées quasiment de la même manière. En effet, au sein d'une projection *Base Case* (sans déformation des hypothèses de départ), toutes les obligations sont considérées comme des obligations d'états (qui sont supposées sans risque et donc ne présentent ni taux de défaut, ni taux de spread et par conséquent pas de taux de recouvrement, cf. tableau ci-dessous) :

Notation	Taux de défaut	Taux de spread	Taux de recouvrement
AAA	0%	0%	0%
AA	0%	0%	0%
A	0%	0%	0%
BBB	0%	0%	0%
BB	0%	0%	0%
B	0%	0%	0%
CCC	0%	0%	0%

Il est donc possible de modéliser un risque de crédit en considérant que les taux de défaut et de spread sont indépendants du pas de temps de projection et sont déterministes (mêmes valeurs quelles que soient le scénario de la projection stochastique). En outre, le taux de *spread* ne dépend pas non plus de la maturité alors que la maturité peut avoir une influence sur le risque pris par le détenteur d'une obligation.

Cependant, au moment de calculer le SCR *spread*, les obligations sont distinguées (à l'aide d'une information présente dans les MP des obligations) afin de ne choquer que les obligations d'entreprise (celles qui sont sensibles au risque de *spread*).

Les hypothèses qui sont choquées pour le calcul du SCR sont les suivantes :

- marché :
  - action
  - taux
  - immobilier
  - change
  - spread
  - concentration
- vie :
  - mortalité
  - longévité
  - catastrophe mortalité
  - frais
  - rachat

Dans le cadre du calcul du SCR *Spread*, la valeur de marché des obligations d'entreprises est choquée (diminuée) par un montant calculé en dehors du modèle à l'aide de matrices de facteurs additifs et multiplicatifs (voir Table 3) qui sont fonction de la durée et de la notation de l'obligation.



Notation		AAA		AA		A		BBB		BB		B		CCC	
Duration( $dur_i$ )	Fonction appliquée à la MV pour avoir le montant à lui retrancher	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$
		$\leq 5$ ans	$b_i \times dur_i$	0,0%	0,9%	0,0%	1,1%	0,0%	1,4%	0,0%	2,5%	0,0%	4,5%	0,0%	7,5%
$> 5$ ans et $\leq 10$ ans	$a_i + b_i \times (dur_i - 5)$	4,5%	0,5%	5,5%	0,6%	7,0%	0,7%	12,5%	1,5%	22,5%	2,5%	37,5%	4,2%	37,5%	4,2%
$> 10$ ans et $\leq 15$ ans	$a_i + b_i \times (dur_i - 10)$	7,0%	0,5%	8,5%	0,5%	10,5%	0,5%	20,0%	1,0%	35,0%	1,8%	58,5%	0,5%	58,5%	0,5%
$> 15$ ans et $\leq 20$ ans	$a_i + b_i \times (dur_i - 15)$	9,5%	0,5%	11,0%	0,5%	13,0%	0,5%	25,0%	1,0%	44,0%	0,5%	61,0%	0,5%	61,0%	0,5%
$> 20$ ans	$\min[a_i + b_i \times (dur_i - 20); 1]$	12,0%	0,5%	13,5%	0,5%	15,5%	0,5%	30,0%	0,5%	46,6%	0,5%	63,5%	0,5%	63,5%	0,5%

TABLE 3 – Facteurs additionnels et multiplicatifs, en fonction de la sensibilité (*modified duration*) et de la notation, à appliquer à la *Market Value* pour la dévaluer[13, 14]

Ces facteurs sont utilisés dans la fonction suivante (variante dans la 2<sup>ème</sup> colonne de la Table 3 en fonction de la notation) :

$$f(i, dur_i) = a_i + b_i \times (dur_i - x)$$

Où :

- $i$  est la notation de l'obligation,
- $a$  est le facteur additionnel,
- $b$  le facteur multiplicatif
- $dur$  la durée de l'obligation.

Ce montant, « spread choc », est inscrit dans le fichier de *Model Points* uniquement pour les obligations d'entreprises et est calculé ainsi pour chaque Model Point :

$$\text{spread choc} = VM_i \times f_i(dur_i)$$

Où :

- $VM_i$  est la valeur de marché de l'obligation de notation  $i$  (inscrite dans fichier de MP),
- $f_i(dur_i)$  est la fonction calculée à partir de la notation, de la durée et des facteurs additionnels et multiplicatifs associés.

Lors du calcul du SCR choc, la valeur de marché prise en compte par le modèle est donc :

$$VM_{\text{choquée}} = VM - \text{spread choc}$$

Soit,

$$VM_{\text{choquée}} = (1 - f_i(dur_i)) \times VM$$

Où  $VM$  est la valeur de marché de l'obligation inscrite dans fichier de MP.

La différence entre les obligations d'états et d'entreprises dans ce modèle qui simplifie le risque de crédit réside donc dans le calcul du SCR Spread, où seules les obligations d'entreprises voient leurs valeurs de marché diminuer.

### 3.2 Fichiers de Model Points

Les *inputs* de ce modèle se composent de fichiers de Model Points et de fichiers d'hypothèses. Les fichiers de Model Points se décomposent en deux sous-catégories avec d'une part les fichiers concernant le passif (i.e. les contrats qui

engagent l'assureur envers les assurés : contrats d'épargne, de retraite collective et de vie entière) et d'autre part les fichiers concernant l'actif (i.e. actions, immobilier, obligations, options sur les taux (cap, floor etc.), sur lesquels l'assureur investit pour respecter ses engagements).

Les calculs ont été réalisés à l'aide de données de portefeuille d'un assureur (rendues anonymes) ayant pour date d'évaluation le 31/12/2019.

Le portefeuille présente le bilan Actif-Passif suivant au début de la projection, avant les modifications associées à la modélisation du risque de crédit :

Actifs		Passifs	
Obligations	29 547 k€	PM des contrats	44 617 k€
Actions	5 233 k€	Enveloppe de PB de trad	0 k€
Options sur les taux d'intérêt	0 k€	PRE perp	0 k€
Options	0 k€	PRE hors PERP	0 k€
UC	13 380 k€	Intérêt liés à l'emprunt	0 k€
Liquidité	-127 k€	PPB	1 032 k€
Coupons courus	273 k€	Taxes	0 k€
		CSG	0 k€
		Réserve de capitalisation	85 k€
		Capitaux propres	2 332 k€
		Excédent reporté	0 k€
		Appel à l'emprunt	0 k€
		Encours emprunteur/prévoyance	242 k€
<b>Total Actifs</b>	<b>48 308 k€</b>	<b>Total Passifs</b>	<b>48 308 k€</b>

TABLE 4 – Bilan Actifs Passifs avant modélisation du risque de crédit

Les obligations (d'entreprises ou d'états) sont modélisées de la même façon. Elles ont une durée moyenne de 5 ans et 2 mois et leur taux de coupon moyen est de 2,21%. La répartition des notations est la suivante :

Notation	% du PF
AAA	3,38%
AA	47,67%
A	24,82%
BBB	18,66%
BB	3,48%
B	1,68%
CCC	0,31%

TABLE 5 – Répartition des notations des obligations dans le portefeuille obligataire

Au passif, il y a 5 produits distincts (incluant la segmentation Euro/UC) où chacune de leur réserve vaut :

Produits	Réserve en €	% de la PM totale
Retraite collective euro	1 080 k€	2,42%
Retraite collective UC	297 k€	0,67%
Epargne euro	30 064 k€	67,38%
Epargne UC	13 083 k€	39,32%
Contrats vie entière	92 k€	0,21%

TABLE 6 – Réserve (PM) de chaque produit du passif

La duration du portefeuille est de 12 ans et 7 mois. Les frais d'arrérages pour les contrats de retraite collective sont en moyenne de 2,93% de la rente, pour les contrats qui en contiennent (soit 43,61% des contrats).

En ce qui concerne les frais d'arbitrage entre les fonds en Euro et UC sur les contrats de retraite collective et les contrats d'épargne, les frais sont nuls (il n'y a pas d'arbitrage pour les contrats de vie entière).

Enfin, les frais sur les versements/primes sont nuls pour les contrats de retraite collective et les contrats d'épargne mais sont de l'ordre de 13,10% de la prime versée pour tous les contrats de vie entière.

### 3.3 Fichiers d'hypothèses

La stratégie de réinvestissement pour les obligations, d'entreprises ou d'états, est la suivante :

Type d'obligations	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation à taux fixe	5	AAA	27,5%
	10	AAA	53,5%
	15	AAA	13,0%
	20	AAA	2,0%
	25	AAA	4,0%
Obligation à taux variable	5	AAA	70,0%
	10	AAA	20,0%
	15	AAA	10,0%
Obligation indexée à l'inflation	10	AAA	100,0%

TABLE 7 – Stratégie de réinvestissement pour les obligations

Ci-dessous un exemple de stratégie de réallocation pour un fonds (voir en annexe l'ensemble de la stratégie de réallocation pour chacun des fonds) :

Produit	Allocation cible
Action	4,04%
Immobilier	0,78%
Obligation à taux fixe	83,02%
Obligation à taux variable	6,98%
Obligation indexée à l'inflation	0,18%
Cash	5,00%

TABLE 8 – Stratégie de réallocation pour un fonds

En général, une stratégie de réallocation comprend l'allocation cible ainsi qu'un corridor admissible d'allocation qui se matérialise par un intervalle autour de la cible. De fait, quand l'allocation actuelle se trouve à l'intérieur du corridor, le modèle ALM n'est pas obligé d'acheter ou vendre instantanément les actifs en question. Ceci permet d'éviter la vente à perte des actifs et donc la réalisation de moins-values. Par le même mécanisme, cela permet également d'éviter les impacts fréquents sur le réserve de capitalisation et de réduire les coûts de gestion. Par soucis de simplicité, les bornes min et max du corridor d'allocation sont supposées égales à l'allocation cible (pas de prise en compte du corridor).

## 4 Changements liés à la prise en compte du risque de crédit

### 4.1 Impact sur les calculs des indicateurs économiques

Cette partie fait suite à la partie des GSE où les matrices de transition et taux de spread ont été explicités. En effet, les principaux indicateurs économiques voient leur calcul modifié afin de prendre en compte les sorties du modèle JLT du GSE.

#### 4.1.1 Valeur de marché

La valeur de marché (*market value*) du portefeuille obligataire pour chaque pas de temps est la somme des cashflows futurs actualisés pour toutes les notations (sauf les cashflows de la notation de défaut) :

$$V(t) = \sum_{i=t+1}^T \sum_{j=\mathbf{AAA}}^{\mathbf{CCC}} \frac{F_j(t)}{(1 + f_j(i, T) + s_j(i, T))^i} \quad (13)$$

Les cashflows utilisés pour calculer la market value sont les coupons distribués entre le temps  $t = 1$  et la maturité  $T$  ainsi que la valeur du nominal à la maturité  $T$  :

$$F_j(t) = \begin{cases} N_j(t) \times c & \text{pour } t = \{1, \dots, T-1\} \\ N_j(T) \times (1 + c) & \text{pour } t = T \end{cases} \quad (14)$$

La valeur du nominal de chaque notation évolue à chaque pas de temps selon le taux de recouvrement et les transitions effectuées :

- Au début de la projection (achat du portefeuille obligataire), la valeur nominale pour chaque notation est  $N_j(0)$  : la valeur nominale du contrat. A noter que la somme des valeurs nominales de chaque notation équivaut à la valeur nominale du portefeuille obligataire :  $N(0) = \sum_{k=\mathbf{AAA}}^{\mathbf{CCC}} N_k(0)$
- Par la suite, cette valeur nominale  $N_j(t)$  dépend du pas de temps de la projection  $t$  et de la notation  $j$  :

$$N_j(t) = \left( \sum_{k=\mathbf{AAA}}^{\mathbf{CCC}} N_k(t-1) \times \tilde{m}_{k \rightarrow j}(t-1, t) \right) + N_j(t-1) \times R \times \tilde{m}_{j \rightarrow \mathbf{D}}(t-1, t) \quad (15)$$

Si un défaut de paiement survient, alors le montant récupéré par le recouvrement est directement réinvesti dans le même type d'obligations que celle qui a fait défaut.

Le calcul de la valeur du nominal à chaque pas de temps (via la matrice de transition) peut être visualisé ainsi :

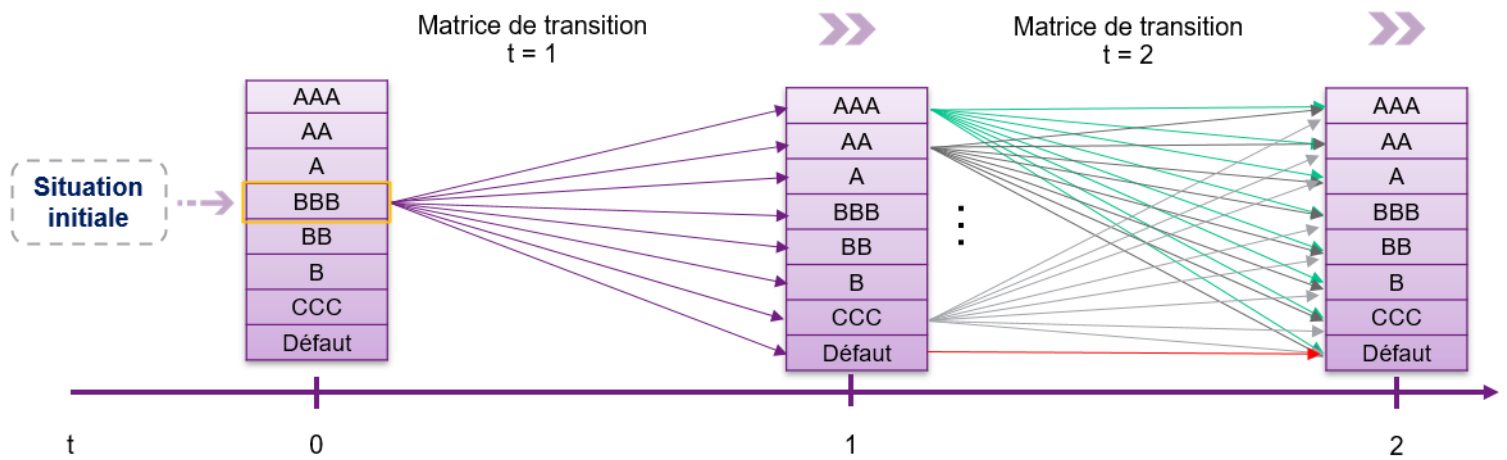


FIGURE 7 – Diffusion d’une obligation de notation BBB à travers les autres notations grâce à une matrice de transition générée via JLT

En effet, au cours du temps la valeur nominale d’une obligation d’une certaine notation se voit appliquer la matrice de transition afin de diffuser cette obligation dans toutes les notations disponibles, y compris le défaut (qui est un état absorbant). La valeur nominale cumulée de cette obligation sur toutes les notations reste constante au cours du temps si la notation de défaut est prise en compte, mais cela permet par la suite de calculer la valeur de marché en tenant compte du risque de défaut et du taux de *spread* de l’obligation à travers chacune des notations qu’elle pourrait avoir au cours du temps .

#### 4.1.2 Autres indicateurs économiques

Avant de calculer les surcotes/décotes (SD), la valeur nette comptable (VNC) et les plus ou moins values latentes (PMVL), nous avons besoin de trouver le taux de rendement actuariel noté  $x$  en résolvant cette équation :

$$V(0) = \sum_{i=1}^T \frac{F(i)}{(1+x)^i} \quad (16)$$

Où  $F(i) = N \times c$  pour  $i < T$  et  $F(i) = N \times (1 + c)$  pour  $i = T$ , avec  $N$  le montant du nominal et  $c$  le taux coupon du contrat.

Avec  $x$ , il est possible de calculer les surcotes/décotes à chaque pas de temps :

$$SD(t) = \sum_{i=t+1}^T \frac{F(i)}{(1+x)^{i-t}} - V(0) \quad (17)$$

Puis, la VNC se calcule de la façon suivante à chaque pas de temps :

$$VNC(t) = V(0) \pm SD(t) \quad (18)$$

Enfin, les plus ou moins values latentes sont :

$$PMVL(t) = V(t) - VNC(t) \quad (19)$$

## 4.2 Inputs

### 4.2.1 Nouveaux inputs

Comme il a pu être vu dans la partie précédente, afin de calculer la valeur de marché du portefeuille d'obligations d'entreprises, différentes informations sont nécessaires :

- taux d'intérêt forward (déduit des taux d'intérêt spot)
- taux de spread
- matrice de transition

Dans le modèle initial, les taux d'intérêt forward étaient déjà utilisés pour actualiser les cash-flows. En revanche, le taux de spread n'était pas pris en compte dans le taux d'actualisation ni de la matrice de transition pour l'évolution de la valeur du nominal au cours du temps. Il a donc fallu introduire la lecture de la matrice de transition et des taux spread au niveau scénario (en reproduisant ce qui est fait pour les taux mais en ajoutant le paramètre de notation).

Des matrices de transition mensuelles ont été générées en univers Risque-Neutre à partir d'une matrice de transition historique qui a été modifiée afin de ne plus avoir la notation « *NR* » (il s'agit de la classe des obligations sans notation). La méthode décrite dans l'article de JLT[3] a été appliqué ici :

$$m_{i \rightarrow j} = \frac{m_{i \rightarrow j}}{\sum_{k=\mathbf{AAA}}^{\mathbf{D}} m_{i \rightarrow k}} \quad (20)$$

Équation (31) de l'article JLT

Les résultats sont contenus dans la table suivante :

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	87,27%	11,67%	0,64%	0,00%	0,00%	0,00%	0,21%	0,00%
AA	0,28%	88,72%	10,42%	0,57%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
A	0,01%	1,93%	91,73%	6,10%	0,18%	0,01%	0,00%	0,04%
BBB	0,00%	0,10%	4,63%	90,95%	3,79%	0,34%	0,11%	0,08%
BB	0,00%	0,00%	0,09%	6,16%	84,99%	7,95%	0,40%	0,40%
B	0,00%	0,00%	0,40%	0,33%	6,93%	85,23%	4,93%	2,54%
CCC	0,00%	0,00%	0,00%	0,38%	0,00%	17,25%	50,95%	31,42%
D	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%

TABLE 9 – Matrice de transition à 1 an par Standard & Poor's pour les entreprises européennes (moyenne entre 1981 et 2018) [10]

A partir de cette matrice de transition historique, le GSE *STAR RN* a généré les matrices de transition stochastiques, i.e. une matrice de transition risque-neutre pour chaque scénario économique (trajectoire) stochastique de RAFM.

De plus, à partir des données sur les taux sans risque<sup>12</sup> et sur les taux *spread* provenant d'EIOPA [15], ce même logiciel permet d'obtenir les taux *spread* pour chaque notation, ainsi que les taux *spot* pour chaque pas de projection mensuelle

12. RFR : *Risk-Free interest Rates*

et pour les maturités mensuelles 1, 3 et 6 mois ainsi que pour les maturités annuelles de 1 à 30 ans, en univers Risque-Neutre. Il sera donc nécessaire de faire une interpolation sur les maturités dans le modèle, celles-ci ne comportant pas tous les mois possibles.

La matrice de transition et les taux spread sont lus au niveau du bloc scénario en prenant comme clé de lecture :

- pour la matrice de transition :
  - l'itération (pour les projections stochastiques)
  - la notation actuelle de l'obligation
  - la notation vers laquelle l'obligation pourrait aller
  - le pas de temps
- pour le taux de spread :
  - l'itération (pour les projections stochastiques)
  - la notation actuelle de l'obligation
  - la maturité de l'obligation (en année)
  - le pas de temps

**Tests Martingales**[\[16\]](#)[\[17\]](#) Après avoir généré les scénarios économiques en univers risque neutre, il faut vérifier qu'ils sont *Market Consistent*, c'est-à-dire qu'il faut que les scénarios respectent la propriété de martingalité. Il s'agit de la propriété que la moyenne empirique des prix ZC aujourd'hui pour toutes les maturités correspond bien au prix ZC obtenu grâce à des taux sans risque non projeté en 0.

En effet, au pas de temps 0, tous les scénarios donnent le même taux sans risques pour une maturité donnée, puisque celui-ci est observé (provient des inputs du GSE + voir Table 10 : « Extrait du fichier de scénario »). Il est donc possible d'obtenir le prix ZC en 0 pour chaque maturité :

$$P(0, T) = \frac{1}{(1 + r(0, T))^T}$$

Où  $r(0, T)$  est le taux sans risque observé en 0 de maturité  $T$ .

De plus, la moyenne empirique des prix ZC stochastiques en 0 pour chaque maturité peut être obtenu en calculant le déflateur de la façon suivante :

$$P_{moy}(0, T) = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N \frac{1}{(1 + r_i(0, T)) \times \dots \times (1 + r_i(T - 1, T))}$$

Où  $r_i(m, T)$  est le taux sans risque du scénario  $i$  au pas de temps  $m$  de maturité  $T$ .



Scénario	Maturité en année		0	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6
	Mois de projection										
1		0	-0,474%	-0,461%	-0,444%	-0,421%	-0,391%	-0,338%	-0,285%	-0,229%	-0,164%
	1	1	-0,473%	-0,466%	-0,459%	-0,454%	-0,448%	-0,415%	-0,380%	-0,339%	-0,283%
	1	2	-0,476%	-0,475%	-0,475%	-0,485%	-0,497%	-0,480%	-0,459%	-0,427%	-0,379%
	1	3	-0,471%	-0,469%	-0,470%	-0,479%	-0,482%	-0,459%	-0,432%	-0,396%	-0,342%
2		0	-0,474%	-0,461%	-0,444%	-0,421%	-0,391%	-0,338%	-0,285%	-0,229%	-0,164%
	2	1	-0,459%	-0,447%	-0,431%	-0,411%	-0,378%	-0,323%	-0,269%	-0,212%	-0,144%
	2	2	-0,455%	-0,447%	-0,439%	-0,432%	-0,416%	-0,375%	-0,333%	-0,287%	-0,227%
	2	3	-0,448%	-0,442%	-0,435%	-0,433%	-0,415%	-0,375%	-0,334%	-0,288%	-0,226%
3		0	-0,474%	-0,461%	-0,444%	-0,421%	-0,391%	-0,338%	-0,285%	-0,229%	-0,164%
	3	1	-0,458%	-0,444%	-0,428%	-0,406%	-0,371%	-0,313%	-0,257%	-0,198%	-0,129%
	3	2	-0,440%	-0,427%	-0,410%	-0,388%	-0,343%	-0,278%	-0,216%	-0,150%	-0,074%
	3	3	-0,405%	-0,384%	-0,357%	-0,314%	-0,226%	-0,125%	-0,033%	0,058%	0,157%

TABLE 10 – Extrait du fichier de scénario : courbes des taux sans risque  $r_i(m, T)$

Voici les résultats de  $P(0, T)$  et  $P_{moy}(0, T)$  avec les écarts absolus et relatifs :

T	P(0,T)	Pmoy(0,T)	Ecart abs	Ecart relatif
1	1,0042	1,0042	0,00000	0,000%
2	1,0079	1,0078	0,00008	0,007%
3	1,0102	1,0100	0,00025	0,025%
4	1,0115	1,0110	0,00052	0,051%
5	1,0116	1,0106	0,00093	0,092%
6	1,0099	1,0082	0,00170	0,169%
7	1,0059	1,0036	0,00227	0,225%
8	1,0014	0,9985	0,00291	0,291%
9	0,9957	0,9919	0,00387	0,389%
10	0,9888	0,9845	0,00432	0,436%
11	0,9821	0,9772	0,00497	0,506%
12	0,9748	0,9685	0,00629	0,645%
13	0,9658	0,9584	0,00734	0,760%
14	0,9561	0,9484	0,00768	0,804%
15	0,9472	0,9398	0,00742	0,784%
16	0,9398	0,9322	0,00760	0,809%
17	0,9330	0,9244	0,00857	0,918%
18	0,9256	0,9152	0,01034	1,118%
19	0,9165	0,9036	0,01293	1,410%
20	0,9050	0,8890	0,01610	1,778%

TABLE 11 – Test Martingale sur les prix ZC en 0 pour toutes les maturités

Ce même test Martingale est réalisé directement au sein du GSE pour les taux d'intérêt et les matrices de transitions. Voici les résultats obtenus :

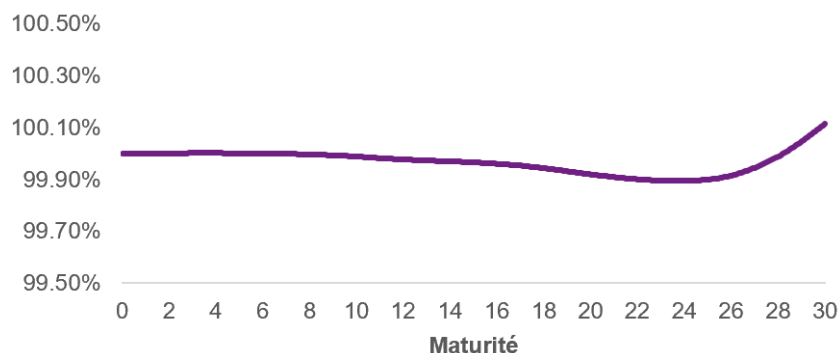


FIGURE 8 – Test Martingale sur les taux d'intérêt

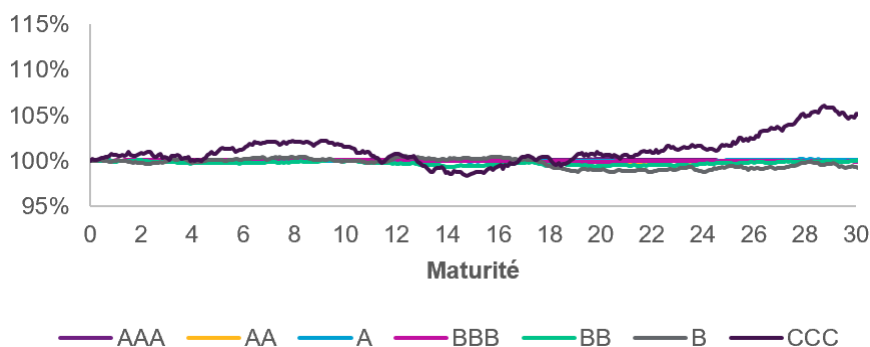


FIGURE 9 – Test Martingale sur les transitions

Ces tests sont réalisés en se plaçant à la date  $t=0$  pour toutes les maturités. Le test sur les taux d'intérêt est très stable (variation de 10bps<sup>13</sup>).

En ce qui concerne les transitions, le test sur les notations AAA, AA, A, BBB et BB est stable. Des variations de moins de 20 bps sont observées pour ces notations. En revanche, le test est plus volatile pour les notations B et CCC. En effet les variations pour ces notations sont respectivement de 100 bps et 500 bps au maximum.

Les variations les plus importantes ont lieu sur la notation CCC car on trouve peu d'obligations notées CCC sur le marché. De plus, cette notation passe souvent défaut et est donc plus risquée, et son manque de liquidité est ainsi plus visible sur les maturités longues.

Finalement, les écarts observés sur le test de martingalité pourrait être réduits à la fois sur les taux d'intérêt et sur les matrices de transition en considérant un plus grand nombre de scénarios risque-neutre que 1000. En considérant un plus grand nombre de scénarios (de l'ordre de 3000 voire 5000), les résultats seraient d'autant plus lissés (erreur de Monte-Carlo réduite). Néanmoins, ceci se ferait au détriment du temps de calcul du modèle ALM qui est déjà relativement élevé (2 heures environ). Ainsi, pour des raisons pratiques et de qualité de convergence, le nombre de 1000 scénarios a été maintenu.

13. bp : *basis point* en anglais, soit point de base où 1bp équivaut à 0,01%

#### 4.2.2 Modifications d'inputs

Le fichier de MP des obligations a été modifié pour séparer les obligations d'états de celles d'entreprises qui seront lus par les blocs associés du modèle. Les ISIN et le montant « choc spread » (voir sous-section 3.1) ont permis de distinguer les deux types d'obligations. Les montants et les caractéristiques des obligations présentes dans le fichier initial n'ont pas été modifiées afin de conserver la même valeur d'actifs du point de vue des valeurs comptables (équilibre actif passif global du modèle) :

Actifs		Passifs	
Obligations d'Etats	10 303 k€	PM des contrats	44 617 k€
Obligations d'entreprises	19 244 k€	Enveloppe de PB de trad	0 k€
Actions	5 233 k€	PRE perp	0 k€
Options sur les taux d'intérêt	0 k€	PRE hors PERP	0 k€
Options	0 k€	Intérêt liés à l'emprunt	0 k€
UC	13 380 k€	PPB	1 032 k€
Liquidité	-127 k€	Taxes	0 k€
Coupons courus	273 k€	CSG	0 k€
		Réserve de capitalisation	85 k€
		Capitaux propres	2 332 k€
		Excédent reporté	0 k€
		Appel à l'emprunt	0 k€
		Encours emprunteur/prévoyance	242 k€
<b>Total Actifs</b>	<b>48 308 k€</b>	<b>Total Passifs</b>	<b>48 308 k€</b>

TABLE 12 – Bilan Actifs Passifs après modélisation du risque de crédit

Les obligations d'états ont une durée moyenne de 6 ans et 7 mois et leur taux coupon moyen pondéré par les valeurs comptables est de 2,78%. La répartition des différentes notations est la suivante :

Notation	% du PF
AAA	4,53%
AA	87,90%
A	2,76%
BBB	4,73%
BB	0,09%

TABLE 13 – Répartition des notations des obligations d'états

Les obligations d'états comportent trois sous-catégories réparties ainsi :

Type d'obligation	Valeur comptable en €	% de la valeur comptable totale
à taux fixe	9 314 k€	90,40%
à taux variable	337 k€	3,27%
indexée à l'inflation	652 k€	6,33%

TABLE 14 – Valeur Nette Comptable (VNC) des obligations d'états

Les obligations d'entreprises ont une durée moyenne de 4 ans et 4 mois et leur taux coupon moyen pondéré par les valeurs de marché est de 1,88%. La répartition des notations au sein du portefeuille initial est la suivante :

Notation	% du PF
AAA	2,71%
AA	24,39%
A	37,59%
BBB	26,72%
BB	5,44%
B	2,65%
CCC	0,48%

TABLE 15 – Répartition des notations des obligations d'entreprises

Toute la stratégie de réinvestissement a aussi été dupliquée puis adaptée afin de mieux correspondre aux spécificités des obligations d'entreprises. Elle peut se résumer ainsi, en distinguant les obligations d'états et d'entreprises :

Type d'obligations	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation à taux fixe	5	AAA	27,5%
	10	AAA	53,5%
	15	AAA	13,0%
	20	AAA	2,0%
	25	AAA	4,0%
Obligation à taux variable	5	AAA	70,0%
	10	AAA	20,0%
	15	AAA	10,0%
Obligation indexée à l'inflation	10	AAA	100,0%

TABLE 16 – Stratégie de réinvestissement des obligations d'états

Type d'obligation	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation d'entreprise	8	AAA	3%
	8	AA	21%
	8	A	50%
	8	BBB	21%
	8	BB	3%
	8	B	2%

TABLE 17 – Stratégie de réinvestissement des obligations d'entreprises

Afin de respecter l'équilibre actif-passif et faire face aux engagements futurs, le modèle doit acheter des obligations d'entreprises. A ce moment, celui-ci va cibler des obligations d'une maturité maximale de 8 ans afin de correspondre aux maturités généralement les plus liquides sur le marché. Ce tableau est un input du modèle et peut être modifié pour estimer l'impact de l'investissement sur des maturités plus ou moins longues et sur des notations plus ou moins risquées (voir section 7)

Ci-dessous un exemple de stratégie de réallocation pour un fonds (voir en annexe l'ensemble de la stratégie de réallocation pour chacun des fonds) :

Produit	Allocation cible
Action	4,04%
Immobilier	0,78%
Obligation à taux fixe	15,39%
Obligation à taux variable	0,57%
Obligation indexée à l'inflation	0,17%
Cash	5,00%
Obligation d'entreprise	74,06%

TABLE 18 – Stratégie de réallocation pour un fonds

Par soucis de simplicité, le corridor d'allocation équivaut à la cible, comme expliqué dans la Partie III sous-section 3.3 p.27.

### 4.3 Modifications de modèle

Afin de mieux représenter le risque crédit des obligations d'entreprises ainsi que de celles d'états, ces deux types d'obligations seront traitées séparément.

Pour ce faire, le bloc des obligations a été dupliqué :

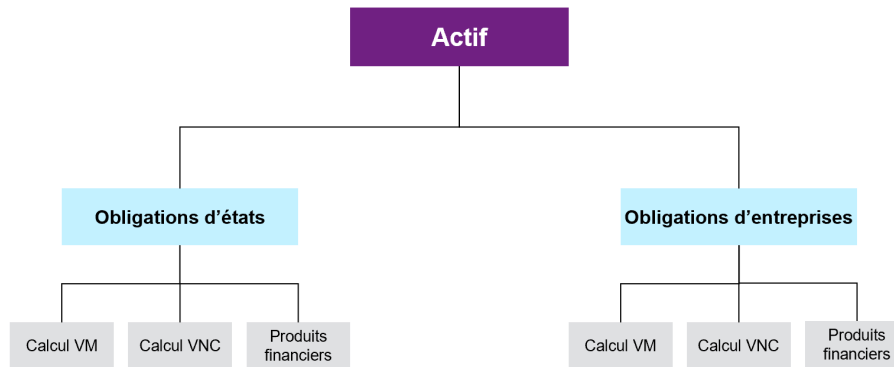


FIGURE 10 – Arborescence du nouveau modèle ALM incluant la modélisation du risque de crédit

Le traitement de la nouvelle modélisation crédit concernant les obligations d'entreprises (que ce soit au niveau du calcul de la valeur de marché, la valeur nette comptable, ou des plus-ou-moins-values latentes) est explicité dans la Partie III sous-section 4.1 p.29.

#### 4.3.1 Obligations

Dans le bloc « Obligations d'états », toutes les références aux taux de défaut, de spread et de recouvrements ont été enlevés puisque les obligations gouvernementales ne sont pas supposées soumises au risque de crédit, c'est à dire qu'elles n'ont pas de taux de défaut et donc pas de taux de spread ni de taux de recouvrement. C'est une hypothèse forte qui pourrait être discutée (cette approche est donnée par Solvabilité 2 en formule standard). Il n'y a donc pas de prime de risque. Ce sont les seuls changements apportés à ce bloc.

Un plus grand nombre de changements ont été apportés dans le bloc « Obligations d'entreprises ». Tout d'abord, la calcul du nominal au cours du temps a été modifié.

Pour cela, des variables ont été ajoutées afin d'obtenir la valeur du nominal par notation en fonction de la matrice de transition dans le temps et du taux de recouvrement. Ce sont donc huit variables (chacune liée à une notation AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC et D) qui ont été ajoutées. Ceci afin d'avoir un calcul qui correspond à l'Équation 15. Pour la dernière notation, celle de défaut, le calcul est un peu différent puisque cette notation est dite « absorbante » :

$$N_{\mathbf{D}}(t) = N_{\mathbf{D}}(t-1) + \sum_{k=\mathbf{AAA}}^{\mathbf{CCC}} N_k(t-1) \times \tilde{m}_{k \rightarrow \mathbf{D}}(t-1, t) \times (1 - R) \quad (21)$$

Une autre variable a été créée pour permettre d'avoir la somme des nominaux de chaque notation en fonction du temps hormis celle de défaut :

$$N(t) = \sum_{k=\mathbf{AAA}}^{\mathbf{CCC}} N_k(t) \quad (22)$$

Cette dernière permet d'obtenir le taux de défaut du portefeuille :

$$\text{tx\_def}(t) = \frac{N(t)}{N(t-1)} \quad (23)$$

Dorénavant, la valeur du nominal globale, qui est utilisée dans le reste du modèle, tient compte de ce taux de défaut :

$$\begin{aligned} \text{sans risque de crédit : } \text{Nominal}(t) &= \text{Nominal après ALM}(t-1) \times \text{inflation}(t) \\ \text{avec risque de crédit : } \text{Nominal}(t) &= \text{Nominal après ALM}(t-1) \times \text{tx\_def}(t) \times \text{inflation}(t) \end{aligned} \quad (24)$$

Le « Nominal après ALM » tient compte des achats et des ventes réalisés par le processus de stratégie d'investissement.

Le calcul de la valeur de marché (*Market Value*) a été modifié afin de projeter dans le temps les *cashflows* de chaque notation en fonction de leur *spread* respectif (fichier d'input pour les *spreads*, voir sous-sous-section 4.2.1) et en fonction de la proportion de chaque notation dans le *Model Point* d'actifs. Ceci afin d'avoir un calcul qui correspond à l'Équation 13. En effet, chaque *Model Point* contient une seule notation d'obligation au début de la projection ou à sa date d'achat, puisqu'à cette date la nature de l'obligation est connue. C'est au moment du vieillissement que les probabilités de changement de notation (incluant la probabilité de passage en défaut) interviennent.

#### 4.3.2 Autres modifications

Le bloc « Scénario » a été modifié afin d'y intégrer la lecture de la matrice de transition et de la matrice des *spreads*.

Le bloc « Stratégie d'investissement » a été modifié afin de dupliquer les appels aux obligations d'états pour les obligations d'entreprises dans les fonctions qui s'occupent des achats et des ventes des actifs. Cette duplication vise à ce que la gestion actif-passif se fasse pour les obligations d'entreprises avec des hypothèses distinctes de celles d'états.

Le bloc « Fonds » a été modifié afin de dupliquer les appels des différents indicateurs des obligations d'états pour les obligations d'entreprises, ainsi il est possible d'analyser les sorties directement au niveau fonds. Plus généralement, ce bloc sert à agréger les sorties des actifs et des passifs.

## Quatrième partie

# Etude d'Impacts et Sensibilités

Cette partie permet d'apprécier l'impact de la nouvelle modélisation du risque de crédit sur plusieurs indicateurs économiques. D'autres sensibilités au changement de la stratégie de réinvestissement, aux notations et/ou aux maturités des obligations d'entreprises achetées sont également analysées sur des indicateurs économiques significatifs (BEL, RdC, PMVL, PPB, etc.).

Enfin, l'impact sur ces mêmes indicateurs sera mesuré par des chocs économiques (ex : hausse/baisse des taux, mortalité, longévité, rachat, etc.), à travers le calcul du SCR. Tous les résultats présentés dans cette partie sont issus de projections stochastiques. Ces projections sont réalisées à partir de 1000 itérations (ou scénarios) d'une durée de 30 ans. Puis la moyenne des résultats est calculée et représentée dans les tableaux et graphiques suivants.

**Note importante :** Lorsque des écarts/évolutions sont présents dans les graphiques ou tableaux, cela représente toujours la différence entre la sensibilité et la valeur initiale (sensibilité – valeur initiale). La **sensibilité** est représentée en violet et la valeur **initiale** en jaune.

## 5 Définition des indicateurs à analyser[4]

Dans un premier temps, il convient de définir les indicateurs qui seront regardés par la suite :

- **BEL (*Best Estimate Liabilities*) et SCR (*Solvency Capital Requirement*) :**  
Voir définitions page 11.
- **Réserve de capitalisation (RdC) :** La réserve de capitalisation est dotée par la différence entre le prix de vente et la valeur actuelle de l'actif amortissable (actifs obligataires de type R 343-9), lorsque cette différence est positive (plus-value). A contrario, lorsque cette différence est négative (moins-value) alors le montant est repris (prélevé). Cette réserve permet de lisser le résultat en absorbant dans le temps les plus ou moins-values latentes relatives aux actifs de type R 343-9 (cf définition ci-dessous).
- **Actifs obligataires de type R 343-9[18] :** Un actif obligataire est de type R343-9, s'il réunit deux conditions :
  1. Appartenir au type défini dans l'article R332-2[19] :
    - être émis ou garanti par un état membre de l'OCDE
    - ou
    - être négocié sur un marché reconnu.
  2. Ne pas être :
    - un titre indexé,
    - un titre participatif.
- **Actifs obligataires de type R 343-10[20] :** « *A l'exception des valeurs inscrites conformément à l'article R. 343-9, les placements sont inscrits au bilan sur la base du prix d'achat ou de revient, hors intérêts courus le cas échéant. Les modalités de détermination de ce prix d'achat ou de*



*revient ainsi que celles relatives à la détermination des dépréciations, lesquelles ne sont constatées que lorsqu'elles présentent un caractère durable, sont définies dans un règlement de l'Autorité des normes comptables. »*

- **Produits financiers** : Intérêts reçus par l'assureur liés à la détention d'actifs en portefeuille (dividendes, coupons, loyers, etc.).
- **Résultat financier** : Produits financiers nets de charges.
- **Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB)**<sup>14</sup> : Les assureurs n'ont pas l'obligation de redistribuer immédiatement les participations aux bénéfices (PB). En effet, ils peuvent doter une provision appelée PPB qui permet soit de lisser les rendements du contrat et d'offrir ainsi une rémunération stable, soit de palier les résultats d'une année marquée à la baisse. Les assureurs ont huit ans pour distribuer la PB aux assurés.
- **Valeur de marché (VM)**<sup>15</sup> : Prix auquel un actif (coté) se trouve sur le marché - calculé via la somme de ses cashflows futurs (ex : les coupons et le remboursement d'une obligation) actualisés au taux sans risque.
- **VIF (Value In Force)** : Valeur actuelle des profits futurs obtenus par le portefeuille des contrats en cours à la date d'évaluation, en tenant compte de la valeur des options et garanties financières.
- **Plus ou Moins-Value Latente (PMVL)** : Différence entre la valeur de marché d'un actif et sa valeur nette comptable.

---

14. *Profit-Sharing* en anglais

15. MV : *Market Value* en anglais

## 6 Impact de la nouvelle modélisation du risque de crédit

Dans cette partie, les résultats obtenus avec un modèle ne distinguant pas les obligations d'entreprises des obligations gouvernementales seront comparés au nouveau modèle intégrant la modélisation du risque de crédit. Pour cela, différents indicateurs dont le SCR seront calculés.

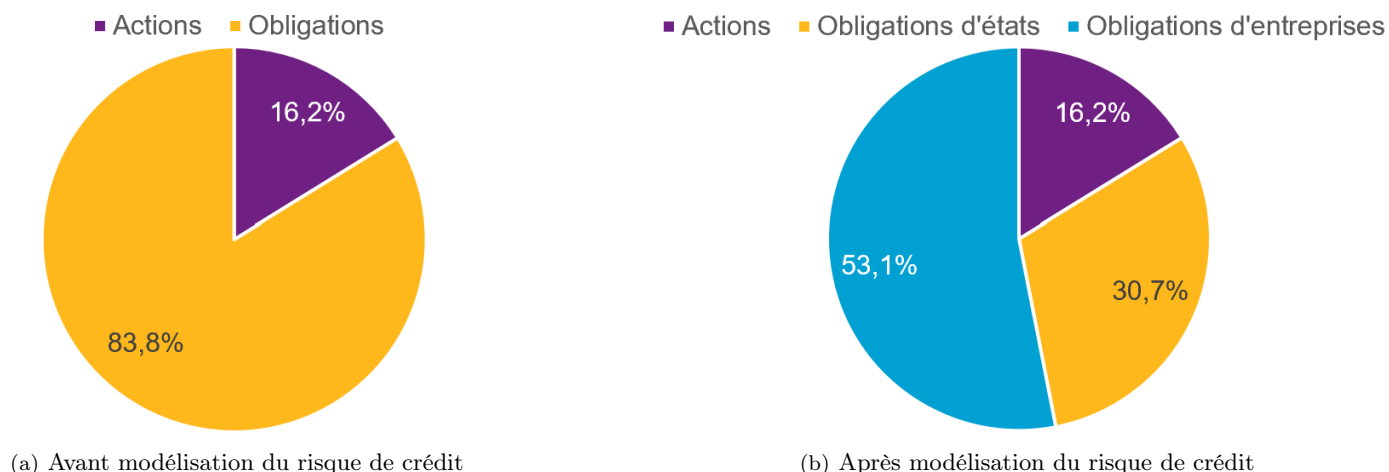


FIGURE 11 – Répartition des actifs avant et après la modélisation du risque de crédit

L'allocation en actions n'est pas modifiée. L'allocation en obligations est séparée en deux et les obligations d'entreprises représentent la majorité (63%) des obligations. La mise en place de la nouvelle modélisation du risque de crédit est censée avoir un impact certain sur les métriques de solvabilité, rentabilité puisque 53% du portefeuille total est composé d'obligations d'entreprise.

### 6.1 Analyse du BEL

#### 6.1.1 BEL Base Case

BEL Base Case	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
<b>Global</b>	<b>48,8 M€</b>	<b>49,0 M€</b>	<b>113 k€</b>	<b>0,2%</b>
Epargne Euro	33,9 M€	34,0 M€	102 k€	0,3%
Epargne UC	13,2 M€	13,2 M€	2 k€	0,0%
Retraite Euro	1,3 M€	1,3 M€	9 k€	0,7%
Retraite UC	0,3 M€	0,3 M€	0 k€	0,0%
Vie Entière	0,1 M€	0,1 M€	0 k€	-0,1%

TABLE 19 – Décomposition du BEL Base Case avec PB par produit avant et après modélisation du risque de crédit

Ce tableau montre que ce sont les produits de type épargne en euro qui subissent le plus gros impact en termes de BEL Base Case suite à la mise en place de la nouvelle modélisation du risque de crédit (Il s'agit en effet du plus gros montant initialement).

BEL Base Case	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
Epargne Euro	33 939 k€	34 041 k€	102 k€	0,3%
primes	0 k€	0 k€	0 k€	0,0%
sinistres	28 652 k€	28 810 k€	158 k€	0,6%
maturités	164 k€	165 k€	1 k€	0,6%
arbitrages	-1 449 k€	-1 439 k€	10 k€	-0,7%
mortalités	13 645 k€	13 687 k€	42 k€	0,3%
rachats	16 292 k€	16 397 k€	105 k€	0,6%
commissions	845 k€	825 k€	-20 k€	-2,4%
taxes	789 k€	807 k€	18 k€	2,3%
CSG	770 k€	791 k€	21 k€	2,7%
C3S + CVAE	18 k€	16 k€	-3 k€	-14,3%
frais	721 k€	720 k€	0 k€	-0,1%
TV	2 932 k€	2 879 k€	-53 k€	-1,8%

TABLE 20 – Décomposition du BEL Base Case sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

En analysant davantage les écarts de BEL, il apparaît que ce sont les sinistres et plus particulièrement les rachats qui sont le plus impactés par la nouvelle modélisation du risque de crédit.

BEL Base Case Epargne Euro	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
<b>Rachats globaux</b>	<b>16,3 M€</b>	<b>16,4 M€</b>	<b>105 k€</b>	<b>0,6%</b>
<i>Rachats partiels (uniquement structurel)</i>	12,2 M€	12,3 M€	40 k€	0,3%
<i>Rachats totaux (structurel + dynamique)</i>	4,1 M€	4,1 M€	65 k€	1,6%
<b>Rachats totaux composante dynamique</b>	1,5 M€	1,6 M€	57 k€	3,8%
<b>Rachats totaux composante structurel</b>	2,6 M€	2,6 M€	8 k€	0,3%

TABLE 21 – Décomposition du BEL Rachat (en Base Case) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

- Les rachats sont composés des rachats partiels et des rachats totaux :
- Les rachats partiels sont la plus grosse composante en termes de montant mais ce ne sont que des rachats de type structurel (hypothèse fixe à

opposer aux rachats dynamiques qui évoluent dynamiquement selon le taux servi par la compagnie d'assurance).

— Les rachats totaux (rachat total du contrat d'épargne) sont composés à la fois de rachats dynamiques et de rachats structurels.

Les deux types de rachats augmentent en terme de montant, mais proportionnellement au montant initial de rachats, ce sont les rachats totaux qui augmentent le plus (en particulier les rachats dynamiques).

### Rachats structurels

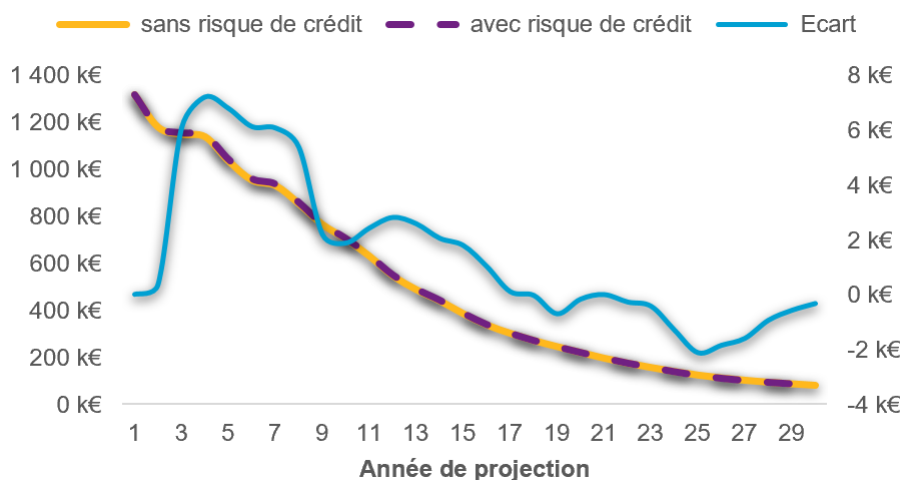


FIGURE 12 – Montant de rachats structurels (totaux et partiels) annuels (en Base Case) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

C'est l'assiette (montant sur lequel est appliqué le taux de rachat) qui augmente. Cette assiette correspond aux provisions mathématiques, qui incluent la participation aux bénéfices. En effet, lorsqu'un assuré va racheter son contrat, il rachète le montant de PM incorporant la PB servie.

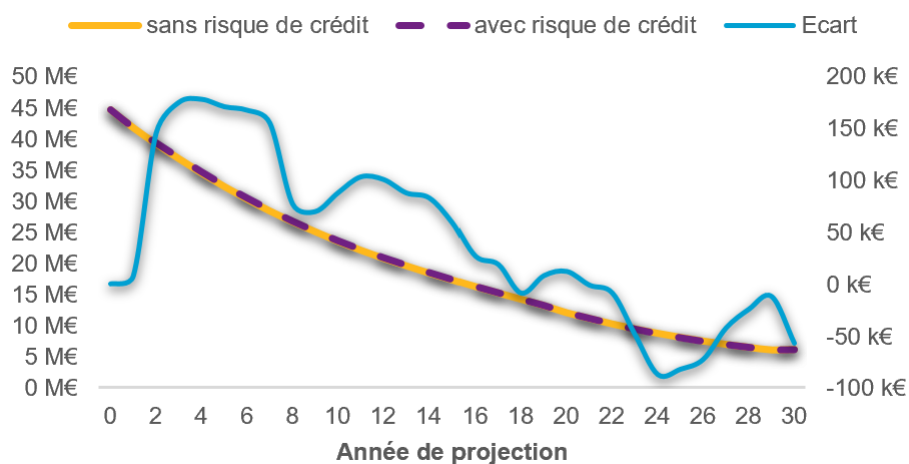


FIGURE 13 – Provisions mathématiques (PM) avant et après modélisation du risque de crédit

La figure ci dessus montre bien une augmentation de la PM (y.c. la PB) avec l’implantation de la modélisation du risque de crédit.

Afin de voir si l’augmentation des rachats provenaient de la PB ou des PM hors PB, une projection sans PB a été réalisée. L’analyse du BEG (BEL au taux garantie, i.e. sans PB) sur les contrats d’épargne en euro est la suivante :

BEL Base Case sans PB	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
Epargne Euro	29 528 k€	29 504 k€	-24 k€	-0,1%
primes	0 k€	0 k€	0 k€	0,0%
sinistres	25 544 k€	25 544 k€	0 k€	0,0%
maturités	141 k€	141 k€	0 k€	0,0%
arbitrages	-1 688 k€	-1 688 k€	0 k€	0,0%
mortalités	12 789 k€	12 789 k€	0 k€	0,0%
rachats	14 301 k€	14 301 k€	0 k€	0,0%
commissions	822 k€	800 k€	-22 k€	-2,7%
taxes	9 k€	9 k€	0 k€	2,6%
CSG	31 k€	31 k€	0 k€	0,0%
C3S + CVAE	-23 k€	-22 k€	0 k€	-1,0%
frais	735 k€	735 k€	0 k€	0,1%
TV	2 418 k€	2 415 k€	-2 k€	-0,1%

TABLE 22 – Décomposition du BEL Base Case sans PB sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

Les rachats n’augmentant pas lors de projections sans PB, c’est donc l’augmentation de la PB qui fait augmenter les rachats structurels. Pour plus d’information sur l’augmentation de la PB, voir la sous-section 6.7 : Participations aux bénéfices à la page 62.

## Rachats dynamiques

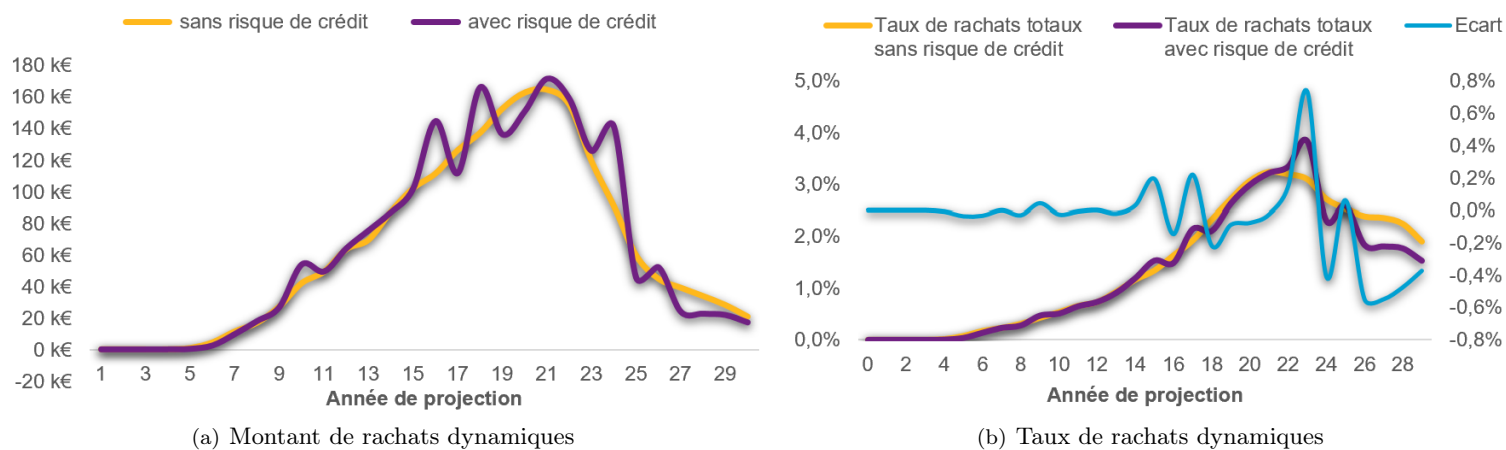


FIGURE 14 – Montant et taux de rachats dynamiques annuels (en Base Case) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

Les rachats dynamiques sont aussi impactés par cette augmentation de la PB (faisant partie des rachats totaux). En effet, les courbes de taux montrent une plus grande volatilité du taux de rachat dynamique avec la nouvelle modélisation qui se répercute sur les montants rachetés.

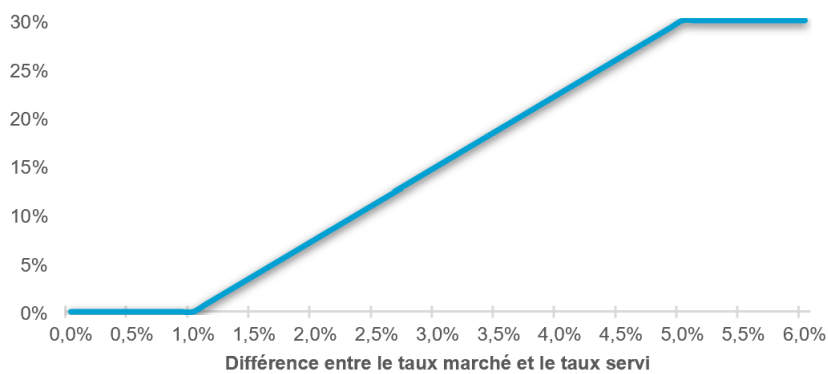


FIGURE 15 – Loi de rachat dynamique

La loi de rachats dynamiques est une fonction de plusieurs paramètres (voir Table 23) et de la différence entre un taux de marché et le taux servi. En effet, plus le taux servi est faible par rapport au taux de marché (différence augmente) et plus les assurés vont avoir tendance à racheter leurs contrats. Cela signifiant que les assurés pourraient avoir un meilleur rendement en investissant sur d'autres contrats disponibles sur le marché.

Paramètres	Valeur
Début de l'augmentation du rachat	1%
Fin de l'augmentation du rachat	5%
Maximum de l'augmentation du rachat	30%
Début de la diminution du rachat	0%
Fin de la diminution du rachat	0%
Maximum de la diminution du rachat	0%

TABLE 23 – Paramètre de la loi de rachat dynamique

Le taux de rachats dynamiques est paramétré de telle sorte qu'il ne puisse jamais être négatif (on suppose qu'il ne peut pas y avoir de versements) et qu'il vaille au maximum 30%.

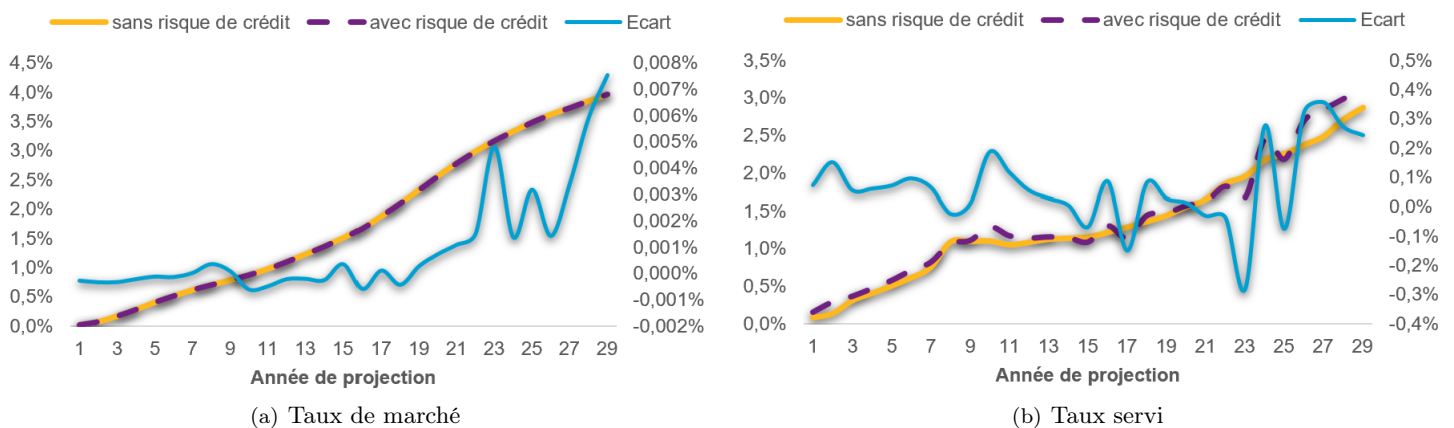


FIGURE 16 – Taux de marché et taux servi avant et après la modélisation du risque de crédit

Le taux de marché est calculé de la manière suivante :

$$\text{taux marché} = \frac{\text{montant versé par le marché}}{\text{provision mathématique}}$$

Où le montant servi par le marché correspond à un montant benchmark d'assureurs concurrents et dépend uniquement des scénarios économiques.

Le taux de marché est relativement stable entre les deux projections.

Le taux servi est quant à lui calculé ainsi :

$$\text{taux servi} = \frac{\text{montant crédité(PB)}}{\text{provision mathématique}}$$

La sous-section 6.7 : Participations aux bénéfices à la page 62 montre et explique l'augmentation du montant crédité aux assurés via la participation aux bénéfices et c'est l'augmentation de la PB qui explique l'augmentation du taux servi et surtout sa volatilité.

Le taux de marché étant relativement stable et le taux servi augmentant, la différence entre ces deux taux se réduit mais est bien plus volatile.

L'évolution du taux de rachat dynamiques provient donc essentiellement de l'évolution du taux servi. En effet, une augmentation du taux servi entraîne une diminution du taux de rachat. A noter que c'est surtout la volatilité qui augmente. De plus, les résultats qui sont regardés sont issus de la moyenne de 1000 itérations, ce qui atténue une partie de cette volatilité. Enfin, il existe une asymétrie entre les assurés et l'assureur. De fait, les assurés vont profiter des augmentations de taux servi dans les scénarios favorables alors que l'assureur va payer pour les scénarios défavorables (notamment à cause des TMG et de garanties de PB contractuelles (minimum réglementaire) etc.).

**Conclusion** Le BEL Base Case augmente de 0,2% suite à la nouvelle modélisation du risque de crédit. Cette légère hausse s'explique en grande partie par les rachats sur les contrats d'épargne en euro. Celle-ci est surtout due à l'augmentation de la participation aux bénéfices. En effet, la participation aux bénéfices est incorporée à la PM qui sert d'assiette pour le calcul des montants de rachats. En outre, les rachats dynamiques augmentent d'autant plus que le taux servi aux assurés est meilleur suite à l'intégration du risque de crédit.

La partie suivante est consacrée à l'étude du BEL choqué sur les taux d'intérêt afin d'analyser plus en détail le SCR et de faire une sensibilité à un choc de taux.

### 6.1.2 BEL Choc Taux

C'est le choc de taux à la baisse qui est analysé ici car c'est le choc qui est retenu dans le calcul du SCR Taux.

BEL Choc Taux	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
<b>Global</b>	<b>49,1 M€</b>	<b>49,3 M€</b>	<b>154 k€</b>	<b>0,3%</b>
<b>Epargne Euro</b>	34,2 M€	34,3 M€	142 k€	0,4%
<b>Epargne UC</b>	13,2 M€	13,2 M€	2 k€	0,0%
<b>Retraite Euro</b>	1,3 M€	1,3 M€	11 k€	0,8%
<b>Retraite UC</b>	0,3 M€	0,3 M€	0 k€	0,0%
<b>Vie Entière</b>	0,1 M€	0,1 M€	0 k€	0,0%

TABLE 24 – Décomposition du BEL Choc Taux avec PB par produit avant et après modélisation du risque de crédit

Comme pour le BEL Base Case, ce sont les produits de type épargne en euro qui subissent le plus gros impact en termes de BEL Choc Taux suite à la nouvelle modélisation du risque de crédit.



BEL Choc Taux	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
Epargne Euro	34 174 k€	34 316 k€	142 k€	0,4%
primes	0 k€	0 k€	0 k€	0,0%
sinistres	28 757 k€	28 917 k€	160 k€	0,6%
maturités	166 k€	167 k€	1 k€	0,7%
arbitrages	-1 357 k€	-1 339 k€	18 k€	-1,3%
mortalités	13 810 k€	13 864 k€	53 k€	0,4%
rachats	16 137 k€	16 225 k€	87 k€	0,5%
commissions	840 k€	821 k€	-19 k€	-2,3%
taxes	722 k€	748 k€	26 k€	3,6%
CSG	707 k€	736 k€	28 k€	4,0%
C3S + CVAE	15 k€	13 k€	-2 k€	-15,6%
frais	739 k€	740 k€	0 k€	0,1%
TV	3 115 k€	3 090 k€	-25 k€	-0,8%

TABLE 25 – Décomposition du BEL Choc Taux sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

En analysant davantage les impacts, il apparaît que ce sont les sinistres et en particulier les rachats qui sont le plus impactés par la mise en place de la modélisation du risque de crédit.

BEL Choc Taux Epargne Euro	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
<b>Rachats globaux</b>	<b>16,1 M€</b>	<b>16,2 M€</b>	<b>87 k€</b>	<b>0,5%</b>
<i>Rachats partiels (uniquement structurel)</i>	12,3 M€	12,4 M€	47 k€	0,4%
<i>Rachats totaux (structurel + dynamique)</i>	3,8 M€	3,9 M€	40 k€	1,1%
<b>Rachats totaux composante dynamique</b>	1,3 M€	1,3 M€	31 k€	2,5%
<b>Rachats totaux composante structurel</b>	2,6 M€	2,6 M€	9 k€	0,4%

TABLE 26 – Décomposition du BEL Rachat (en Choc Taux) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

Ici encore, les deux types de rachats augmentent en termes de montant, mais ce sont les rachats totaux (et en particulier les rachats dynamiques) qui augmentent le plus proportionnellement au montant initial de rachats.

#### Rachats structurels

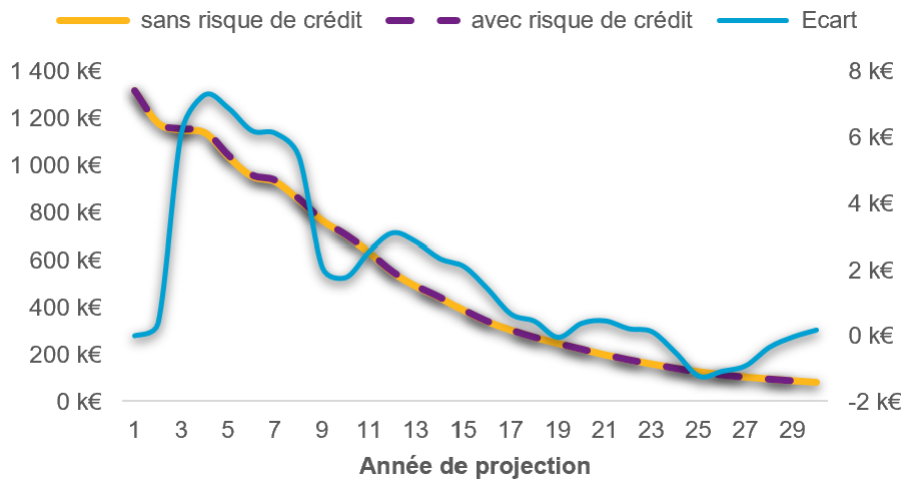


FIGURE 17 – Montant de rachats structurels (totaux et partiels) annuels (en Choc Taux) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

C'est l'assiette qui, ici aussi, augmente (tout comme pour l'analyse du BEL Base Case, cette assiette correspond aux PM qui inclut la PB).

Les rachats n'augmentant pas lors de projections sans PB (comme c'est le cas pour le BEL Base Case), par conséquent l'augmentation de la PB explique l'augmentation des rachats structurels.

### Rachats dynamiques

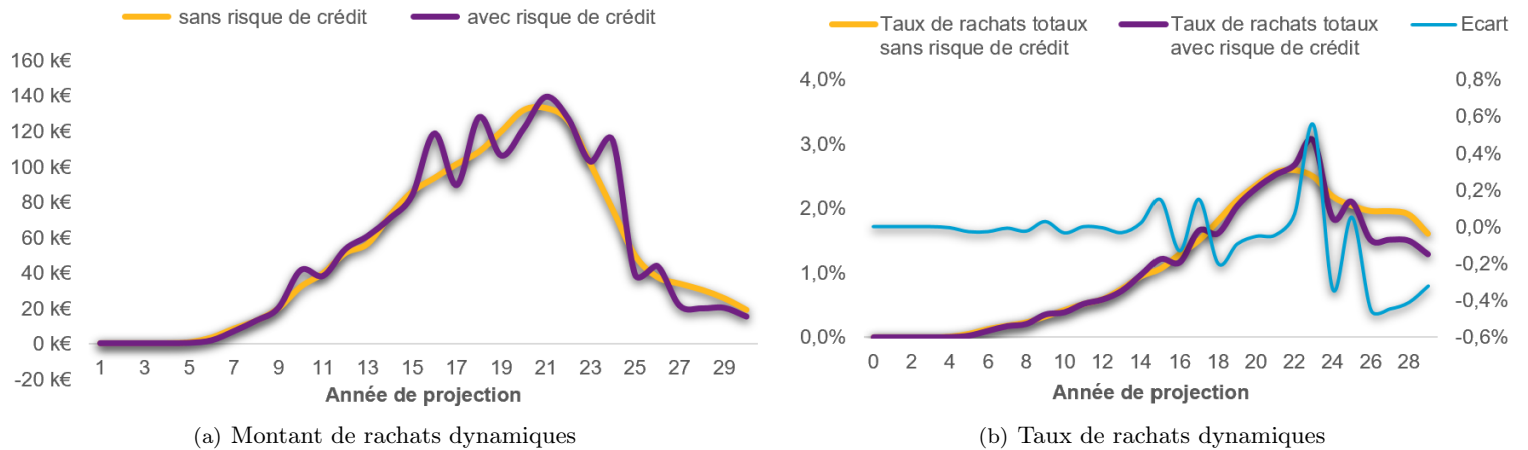


FIGURE 18 – Montant et taux de rachats dynamiques annuels (en Choc Taux) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit

L'augmentation de la PB impacte également les rachats dynamiques. De plus, une plus grande volatilité est observée sur les courbes de taux de rachats

dynamiques avec la nouvelle modélisation. Cela se répercute donc sur les montants rachetés.

La loi de rachats dynamiques est la même que pour le Base Case (voir Figure 15).

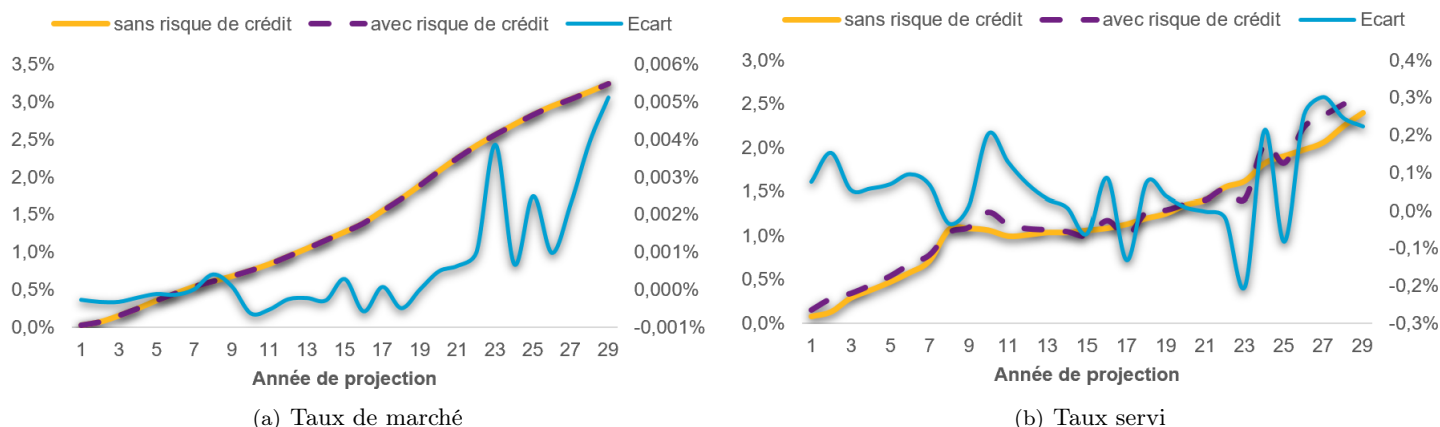


FIGURE 19 – Taux de marché et taux servi (en Choc Taux) avant et après la modélisation du risque de crédit

Les taux de marché et servi ont été définis dans la sous-sous-section 6.1.1. Le taux de marché est relativement stable entre les deux projections. Une variation des produits financiers conservés sur la RdC peut expliquer les petits écarts sur le taux de marché.

L'augmentation du taux servi et sa volatilité peuvent être expliquées par l'augmentation du montant crédité aux assurés via la PB.

La différence entre ces deux taux se réduit car le taux de marché est relativement stable et que le taux servi augmente. Cependant, la volatilité de la différence augmente au vue de la volatilité du taux servi. Et c'est cette différence qui, in fine, pilote la taux de rachat dynamique.

L'essentiel de l'évolution du taux de rachat dynamiques vient donc de l'évolution du taux servi. En effet, une augmentation du taux servi entraîne une diminution du taux de rachat. A noter que c'est surtout la volatilité qui augmente. De plus, les résultats qui sont regardés sont issus de la moyenne de 1000 itérations, ce qui atténue une partie de cette plus forte volatilité.

**Conclusion** Le BEL Choc Taux n'augmente que très peu (à peine de 0,3%) suite à l'incorporation du risque de crédit. Cette augmentation est due principalement aux rachats sur les contrats d'épargne en euro, qui s'explique par l'augmentation de la participation aux bénéfices. L'évolution de la PB influe sur le montant des rachats (fait partie de l'assiette des rachats comme la PB passée est inclus dans la PM) et sur le taux de rachat dynamique car c'est l'une des composantes du taux servi (influe sur le comportement des assurés).

L'analyse des BEL Base Case et en cas de choc de taux à la baisse permet de comprendre plus en détail les mouvements sur le SCR analysé ci-dessous.

## 6.2 SCR

L'étude du SCR porte sur le BSCR puisque les informations sur l'ajustement lié aux taxes n'étaient pas disponibles. De plus, tous les calculs du SCR ont été réalisés à l'aide de la formule standard.

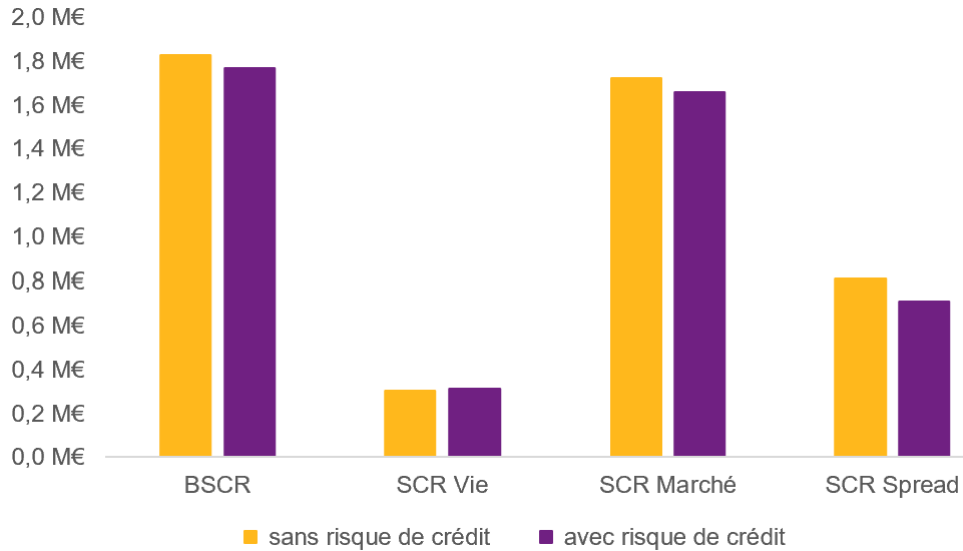


FIGURE 20 – Principaux SCR avant et après modélisation du risque de crédit

La nouvelle modélisation du risque de crédit fait diminuer le BSCR de 3% . Ceci s'explique principalement par une diminution du SCR Marché qui est légèrement contrebalancée par l'augmentation du SCR Vie. Cette augmentation n'a pas beaucoup d'incidence dans la mesure où l'assiette du SCR Vie est initialement plus faible. Le SCR Marché diminue essentiellement à cause du SCR Spread. Cette diminution est légèrement atténuée par l'augmentation du SCR Taux.

Le tableau qui suit montre en détail les différentes composantes du BSCR :

	sans risque de crédit	avec risque de crédit	Evolution €	Evolution %
<b>BSCR</b>	<b>1 824 k€</b>	<b>1 766 k€</b>	<b>-59 k€</b>	<b>-3%</b>
<b>SCR marché</b>	<b>1 719 k€</b>	<b>1 655 k€</b>	<b>-64 k€</b>	<b>-4%</b>
Risque de taux d'intérêt	259 k€	300 k€	41 k€	16%
Risque action	251 k€	265 k€	13 k€	5%
Risque immobilier	733 k€	713 k€	-20 k€	-3%
Risque de spread	807 k€	706 k€	-101 k€	-13%
Risque de taux de change	0 k€	0 k€	0 k€	
Risque de concentration	0 k€	0 k€	0 k€	
Bénéfice de diversification au sein du SCR Marché	331 k€	329 k€	-3 k€	-1%
<b>SCR vie</b>	<b>299 k€</b>	<b>310 k€</b>	<b>11 k€</b>	<b>4%</b>
Risque de mortalité	0 k€	0 k€	0 k€	
Risque de longévité	21 k€	23 k€	3 k€	13%
Risque de rachat	114 k€	119 k€	5 k€	4%
Risque de rachat UC	51 k€	52 k€	1 k€	1%
Risque de frais	172 k€	178 k€	6 k€	4%
Risque CAT	0 k€	0 k€	0 k€	
Bénéfice de diversification au sein du SCR Vie	59 k€	63 k€	3 k€	6%
SCR opérationnel	600 k€	582 k€	-18 k€	-3%
<b>Ajustement dû à l'absorption par le FDB</b>	<b>-1 883 k€</b>	<b>-1 981 k€</b>	<b>-99 k€</b>	<b>5%</b>

TABLE 27 – Décomposition du BSCR avant et après modélisation du risque de crédit

Le modèle utilise les propriétés de Risque Neutralisation afin d'être *Market Consistent*. Pour cela, le modèle calibre les valeurs de marché des obligations, en début de projection, afin de correspondre aux valeurs de marché initiales inscrites dans les fichiers de Model Points (représentant les valeurs réelles du marché à la date d'évaluation). Ainsi, les valeurs de marché avec ou sans nouvelle modélisation du risque de crédit sont les mêmes **en début de projection** et ce pour tous les scénarios (Base Case et choqués). Les SCR sont calculés en début de projection à l'aide de la formule suivante :

$$SCR_i = (VM_{BC} - BEL_{BC}) - (VM_{choc_i} - BEL_{choc_i}) \quad (25)$$

Les différences de SCR entre nos deux projections proviennent donc exclusivement des variations du BEL puisque les VM sont identiques.

L'absorption par le passif provient soit de la Participation aux Bénéfices (PB), soit des autres réserves. Un SCR "brut" (i.e. sans absorption du passif) peut être calculé en ne faisant que la différence des valeurs de marché Base Case

et choquée ( $SCR_{brut} = MV_{BC} - MV_{choc}$ ). Cependant, une partie du risque encouru par l'assureur peut être captée par le passif et donc l'intégration du BEL au calcul du SCR permet de refléter un SCR avec cette absorption du risque. De plus, les SCR obtenus à partir d'un BEG (Best Estimate au taux Garanti, i.e sans incorporer la PB) au lieu d'un BEL permettent d'estimer la valeur d'ajustement par la FDB (Future Discretionary Benefits ou PB future).

Cet ajustement augmente de 5%. La modélisation du risque de crédit impacte donc la PB et/ou les autres réserves.

Le calcul du SCR Opérationnel en formule standard est le suivant :

$$SCR\ Op = \min(30\% \times BSCR, RiskOp\ sur\ Provisions\ Techniques) + 25\% \times Frais\ UC$$

Où :

$$RiskOp\ sur\ Provisions\ Techniques = 0,45\% \times Provisions\ Techniques\ Euro + 3\% \times Provisions\ Techniques\ UC$$

Et les provisions techniques sont la somme du BEL et de la RM (voir définitions à la page 11).

Le BSCR diminuant après incorporation du risque de crédit, le SCR Opérationnel diminue aussi. En effet, et malgré une légère augmentation du risque opérationnel sur les provisions techniques (+ 566€), la condition sur le minimum prend en compte le BSCR et non le risque opérationnel sur les provisions techniques au vu des résultats. Le BSCR diminue de 58 525€ et l'évolution des frais sur les contrats UC est négligeable (-176€).

### 6.2.1 Etude des SCR Spread et SCR Taux (i.e. les deux plus gros impacts sur le BSCR)

	sans risque de crédit			avec risque de crédit			Evolution	Evolution	Evolution
	MV	BEL	MV - BEL	MV	BEL	MV - BEL	MV	BEL	MV - BEL
<b>Base Case</b>	51,1 M€	48,8 M€	2,2 M€	51,1 M€	49,0 M€	2,1 M€	0 k€	113 k€	-113 k€
<b>Spread</b>	49,1 M€	47,7 M€	1,4 M€	49,1 M€	47,7 M€	1,4 M€	0 k€	12 k€	-12 k€
<b>Taux*</b>	51,1 M€	49,1 M€	1,9 M€	51,1 M€	49,3 M€	1,8 M€	0 k€	154 k€	-154 k€

\*choc à la baisse

TABLE 28 – Décomposition du SCR Spread et du SCR Taux avant et après modélisation du risque de crédit

Ce tableau montre l'augmentation des BEL Base Case, Spread et Taux entre les projections sans et avec risque de crédit et une stabilité des Market Values expliquée ci-dessus par la Risque Neutralisation.

Cependant, malgré l'augmentation de ces trois BEL, les impacts sur les SCR Spread et Taux sont différents. Cela s'explique par la décomposition du calcul du SCR. L'Équation 25 montre le calcul d'un module d'un SCR. En reprenant

cette formule, l'évolution de n'importe quelle module de SCR peut être posée :

$$\begin{aligned} \text{Évolution SCR}_i &= \text{SCR}_i(\text{A}) - \text{SCR}_i(\text{S}) \begin{cases} \text{A : avec risque de crédit} \\ \text{S : sans risque de crédit} \end{cases} \\ \text{Évolution SCR}_i &= (\text{VM}_{\text{BC}}(\text{A}) - \text{BEL}_{\text{BC}}(\text{A})) - (\text{VM}_{\text{choc}_i}(\text{A}) - \text{BEL}_{\text{choc}_i}(\text{A})) \\ &\quad - ((\text{VM}_{\text{BC}}(\text{S}) - \text{BEL}_{\text{BC}}(\text{S})) - (\text{VM}_{\text{choc}_i}(\text{S}) - \text{BEL}_{\text{choc}_i}(\text{S}))) \\ \text{Évolution SCR}_i &= \text{VM}_{\text{BC}}(\text{A}) - \text{BEL}_{\text{BC}}(\text{A}) - \text{VM}_{\text{choc}_i}(\text{A}) + \text{BEL}_{\text{choc}_i}(\text{A}) \\ &\quad - \text{VM}_{\text{BC}}(\text{S}) + \text{BEL}_{\text{BC}}(\text{S}) + \text{VM}_{\text{choc}_i}(\text{S}) - \text{BEL}_{\text{choc}_i}(\text{S}) \end{aligned} \quad (26)$$

Les VM sans et avec risque de crédit sont égales deux à deux ( $\text{BC}(\text{A}) = \text{BC}(\text{S})$  et  $\text{choc}(\text{A}) = \text{choc}(\text{S})$ ) donc il ne reste plus que les BEL :

$$\begin{aligned} \text{Évolution SCR}_i &= (\text{BEL}_{\text{choc}_i}(\text{A}) - \text{BEL}_{\text{choc}_i}(\text{S})) \\ &\quad - (\text{BEL}_{\text{BC}}(\text{A}) - \text{BEL}_{\text{BC}}(\text{S})) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\text{Évolution SCR}_i = \text{Évolution BEL}_{\text{choc}_i} - \text{Évolution BEL}_{\text{BC}}$$

Dans le cas du SCR Spread, on remarque que le BEL choqué diminue plus par rapport au BEL Base Case avec le risque de crédit. D'une part, le BEL Base Case augmente par rapport à la situation sans risque de crédit notamment à cause des rachats (voir sous-sous-section 6.1.1). Et d'autre part, le BEL choqué n'augmente que légèrement. Cela s'explique surtout par une plus grande absorption par le passif du choc appliqué à l'actif.

L'augmentation du SCR Taux s'explique par l'augmentation du BEL choqué (cf Équation 27) qui est contrebalancé par l'augmentation du BEL Base Case (impact négatif du BEL Base Case).

Il est intéressant de regarder l'impact de la nouvelle modélisation sur le BEL en Base Case, car ce dernier a une influence importante sur les SCR Spread et Taux. Il convient également de regarder l'évolution du BEL choqué sur le choc de taux à la baisse. En effet, c'est le choc taux à la baisse qui a la plus grande influence sur le SCR Taux, c'est ainsi celui qui est choisi pour représenter le SCR Taux.

L'analyse des BEL Base Case et choc taux à la baisse a été effectuée dans la sous-section 6.1 à la page 42.

**Conclusion** La diminution du BSCR résulte de l'impact de la modélisation du risque de crédit sur les BEL. Ces derniers évoluent surtout à cause du comportement des assurés (rachats dynamiques) et de la provision pour participation aux bénéfices qui augmente. En effet, la volatilité stochastique est à l'avantage des assurés et cela permet d'avoir une PB plus importante. L'augmentation de la PB entraîne une capacité d'absorption par les provisions plus grande et ainsi l'impact de la modélisation crédit sur le BSCR est négatif. Néanmoins cet impact reste faible (-3%).

L'étude du SCR a été faite sur le scénario Base Case et sur les scénarios choqués. A partir de maintenant, tous les résultats seront tirés uniquement du scénario Base Case.

### 6.3 Montant et taux de défaut

La nouvelle modélisation, en plus d'intégrer un taux de spread au déflateur des obligations d'entreprises, permet de refléter plus finement les possibles défauts. Dans le modèle initial, des défauts pouvaient être paramétrés de façon assez macro mais ce n'était pas activé. On se retrouve donc avec des taux et montants de nominaux qui partent en défaut uniquement dans le modèle avec le risque de crédit :

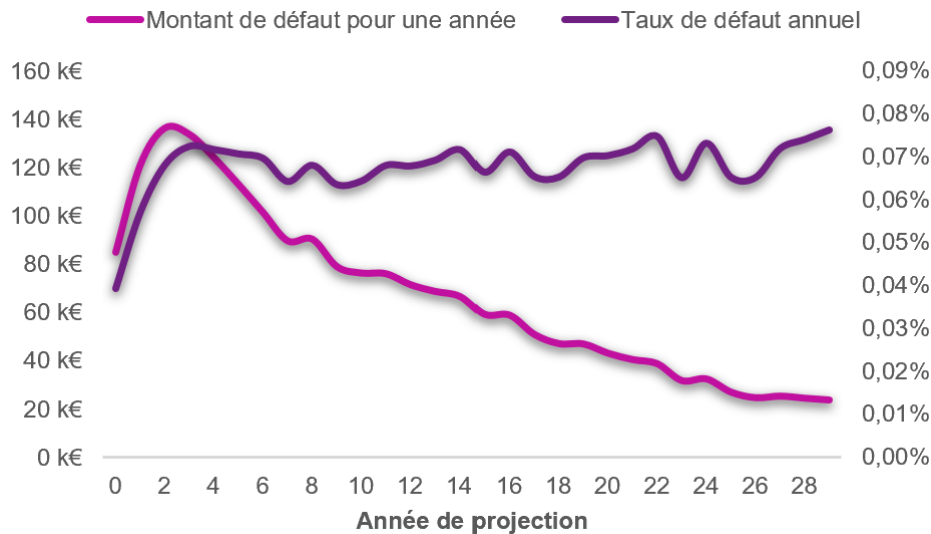


FIGURE 21 – Montant et taux de défaut après modélisation du risque de crédit

Le taux de défaut est calculé en fonction du nominal :

$$\frac{\text{Nominal qui part en défaut}(t)}{\text{Nominal total qui n'était pas en défaut}(t - 1)}$$

Les montants et taux de défaut augmentent jusqu'à la 4<sup>ème</sup> année de projection puis le taux de défaut atteint un plateau alors que les montants diminuent. Les montants et taux de défaut sont aussi plus volatiles à partir de la 5<sup>ème</sup> année de projection.

La durée moyenne des obligations d'entreprises déjà détenus en portefeuille à la date d'évaluation est de 4 ans et 4 mois. Les nouvelles obligations qui sont achetées pour répondre aux engagements de l'assureur sont toutes de maturité 8 ans. Le plateau du taux de défaut est atteint lorsque la plupart des obligations déjà détenues dans le portefeuille initial sont arrivées à maturité ou ont été revendues et que la majorité du portefeuille à partir de la 5<sup>ème</sup> année de projection contient majoritairement des obligations achetées via la réallocation.

En revanche, le montant de défaut diminue avec le temps puisqu'il est de moins en moins nécessaire de détenir des obligations d'entreprises afin de répondre aux engagements de l'assureur puisque le portefeuille projeté est en run off. C'est par conséquent le montant global des obligations d'entreprises qui diminue et entraîne à son tour cette diminution des montants de défaut de paiement.



Les défauts pourront avoir un impact sur les indicateurs économiques puisque cela fait baisser instantanément la valeur des actifs obligataires et augmente donc la volatilité.

Les défauts permettent d'expliquer une partie de l'évolution des valeurs de marché comme nous allons le voir par la suite.

#### 6.4 VM et VNC obligataires au cours de la projection

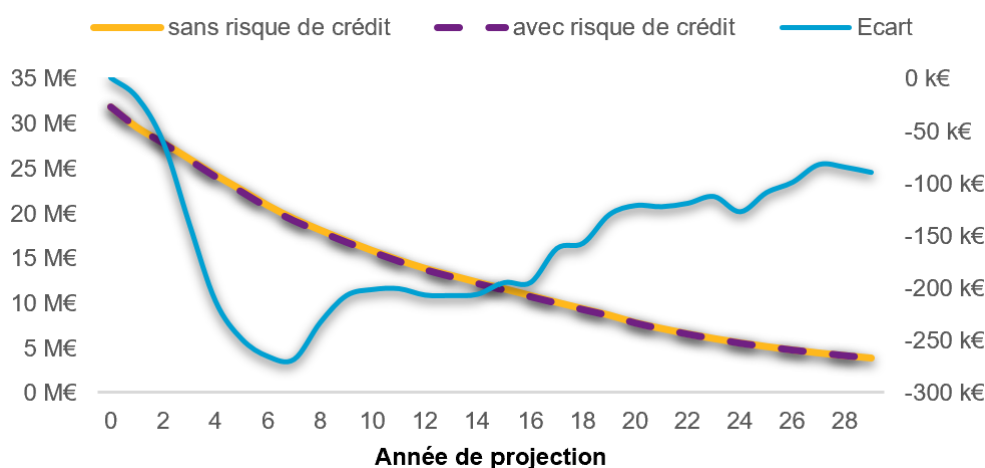


FIGURE 22 – VM obligataire au cours de la projection avant et après modélisation du risque de crédit

Les valeurs de marché obligataires en début de projection sont équivalentes grâce aux propriétés de Risque Neutralisation expliquées plus haut. Puis, même si les écarts entre la valeur de marché avant et après la modélisation du risque de crédit ne sont pas visibles entre les deux courbes de VM, l'écart montre bien une valeur de marché obligataire post modifications plus faible. En effet, des défauts surviennent et cela crée une baisse instantanée de la valeur de marché des obligations car le nominal est diminué, et donc les coupons et le remboursement aussi. Mais cela reste à nuancer car de nouvelles obligations sont achetées afin de compenser la perte et répondre aux engagements de l'assureur. De plus, les valeurs de marché sont calculées en actualisant des cashflows futurs (coupon et remboursement) à un taux d'actualisation donné. Avec le risque de crédit, le taux d'actualisation utilisé est plus élevé car le taux spread lui est ajouté. De fait son dénominateur étant plus élevé, la valeur de marché est donc plus faible.

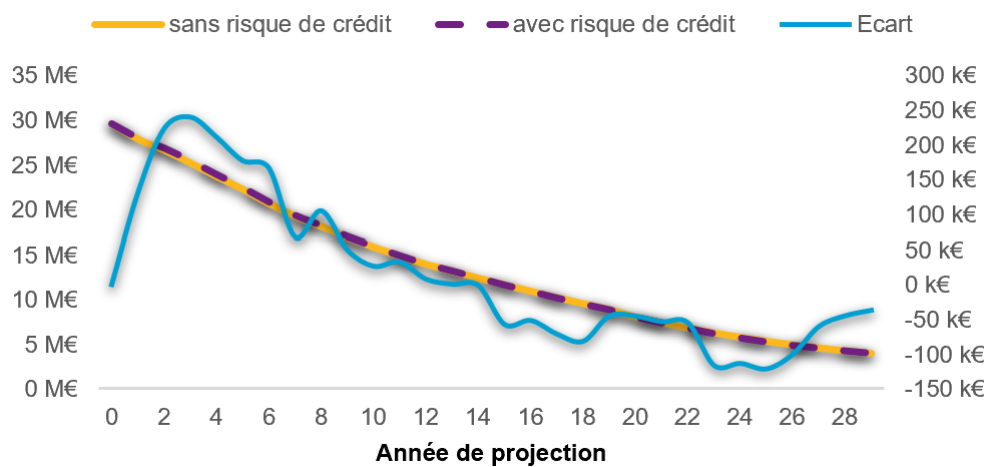


FIGURE 23 – VNC obligataire au cours de la projection avant et après modélisation du risque de crédit

L'écart entre les valeurs comptables obligataires fluctue au cours du temps même si les écarts relevés sont faibles. Vers le début de la projection ce sont les VNC post modifications qui sont plus élevées alors qu'à partir d'une dizaine d'année de projection ce sont les VNC sans la modélisation du risque de crédit qui sont plus importantes.

La valeur comptable obligataire dépend de la valeur de marché en début de projection et de la surcote/décote (voir Équation 18 à la page 30).

La valeur de marché en début de projection est la même entre les deux modélisations (voir propriétés de Risque Neutralisation expliquées auparavant). L'écart sur les VNC provient donc de la surcote/décote qui est l'actualisation des flux futurs avec le TRA <sup>16</sup>(défini dans l'Équation 16 à la page 30).

Les valeurs de marché et comptable permettent d'expliquer les écarts sur les PMVL qui vont être vu ci-dessous.

16. Taux de Rendement Actuariel

## 6.5 Réserve de capitalisation et PMVL

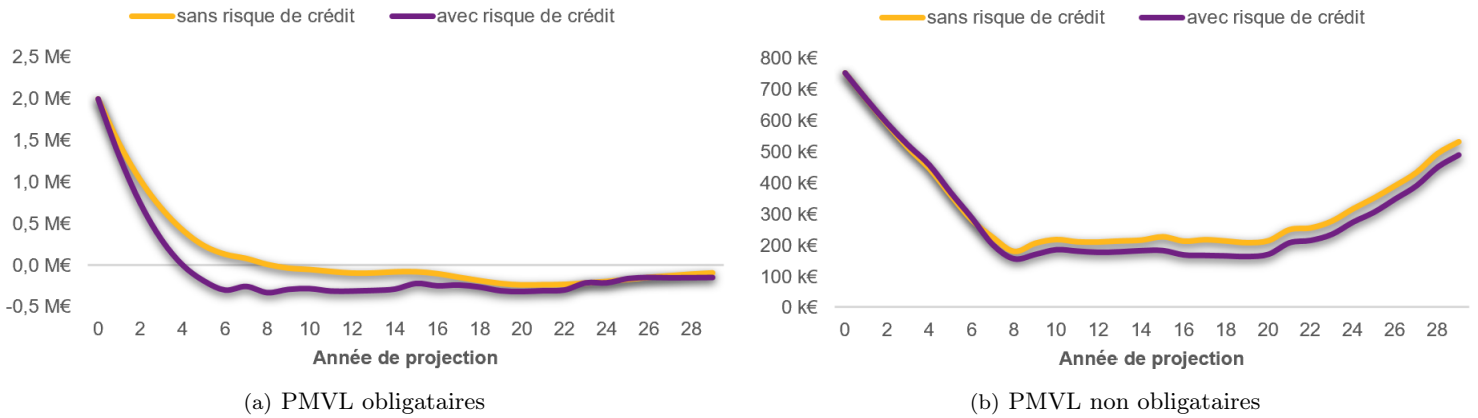


FIGURE 24 – PMVL obligataires et non obligataires avant et après modélisation du risque de crédit

Tout d'abord, les écarts entre sans et avec risque de crédit sont plus flagrant sur les PMVL obligataires que sur les non obligataires, sachant qu'en plus l'échelle des deux graphiques n'est pas la même.

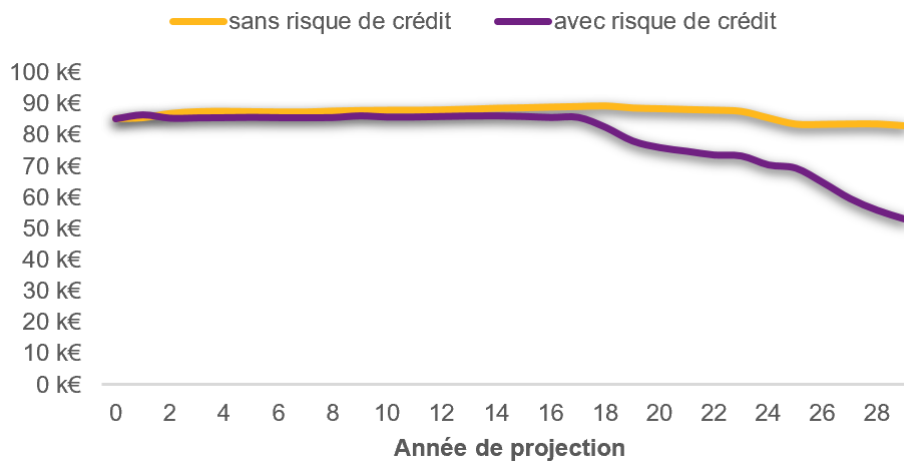


FIGURE 25 – Réserve de Capitalisation (RdC) avant et après modélisation du risque de crédit

Dans un souci de clarté les RdC et les PMVL sont représentées au global alors que le modèle les projette fonds par fonds.

Les PMVL sont la différence entre la valeur de marché et la valeur comptable à chaque pas de projection (voir l'équation (19) à la page 30). La Figure 22 montre une diminution de la valeur de marché et dans le même temps, la Figure 23 montre une augmentation de la VNC. On a donc une diminution des

PMVL obligataires et quand les PMVL sont négatives, on parle alors de MVL<sup>17</sup>.

Les MVL obligataires sont plus importantes avec le risque de crédit, pour autant la RdC n'est pas reprise. En effet, il s'avère qu'il n'y pas de RdC dans le fonds où ces MVL sont présentes. Ainsi, ces moins-values se réalisent car il n'y a pas de capacité de reprise de la RdC.

## 6.6 Produits et résultat financiers

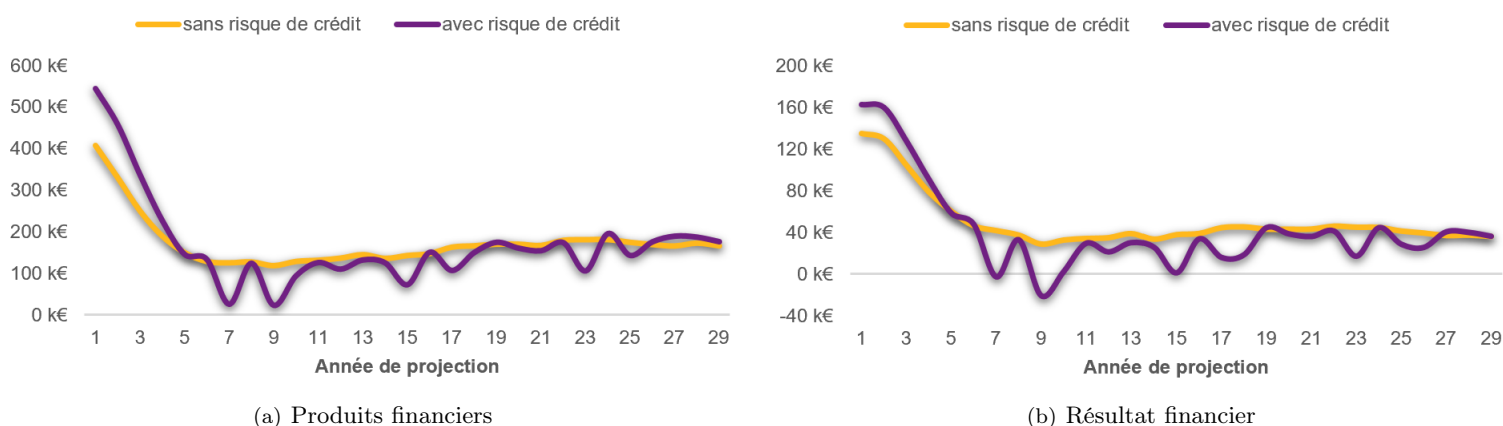


FIGURE 26 – Produits et résultat financiers avant et après modélisation du risque de crédit

En début de projection, les produits et le résultat financiers sont plus élevés avec la nouvelle modélisation du risque de crédit que dans l'ancienne modélisation. Puis ils deviennent plus volatiles et sûrement plus faibles qu'auparavant mais la confirmation de cette hypothèse ne pourra être faite qu'en regardant la VAN (Valeur Actuelle Nette) de ces indicateurs. La volatilité est en partie liée à l'inclusion du risque de défaut mais surtout due au taux spread. En effet, avant la modélisation du risque de crédit, le modèle ne prenait en compte aucun défaut pour les obligations d'états ou d'entreprises et les **taux spread permettent un rendement plus important** sur les obligations d'entreprises.

17. Moins Values Latentes

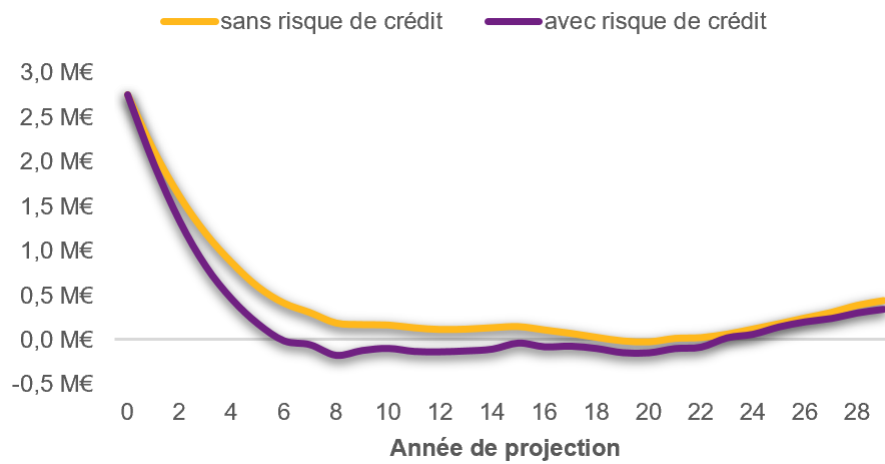


FIGURE 27 – PMVL totales avant et après modélisation du risque de crédit

De plus, toutes les PMVL du portefeuille sont plus faibles avec la modélisation du risque de crédit. A partir de l'année 6, elles deviennent même négatives post modification alors qu'elles restent positives sans le risque de crédit. Cela explique donc les produits et le résultat financiers plus faibles post modifications.

La Figure 24 montre que l'écart des PMVL totales provient plus des PMVL obligataires que non obligataires et les explications de la Figure 25 permettent de comprendre la réalisation de MVL qui impacte à son tour les produits et le résultat financiers.

Le résultat financier permet d'expliquer une partie des écart sur la PPB, qui va être vu ci-dessous.

## 6.7 Participations aux bénéfices

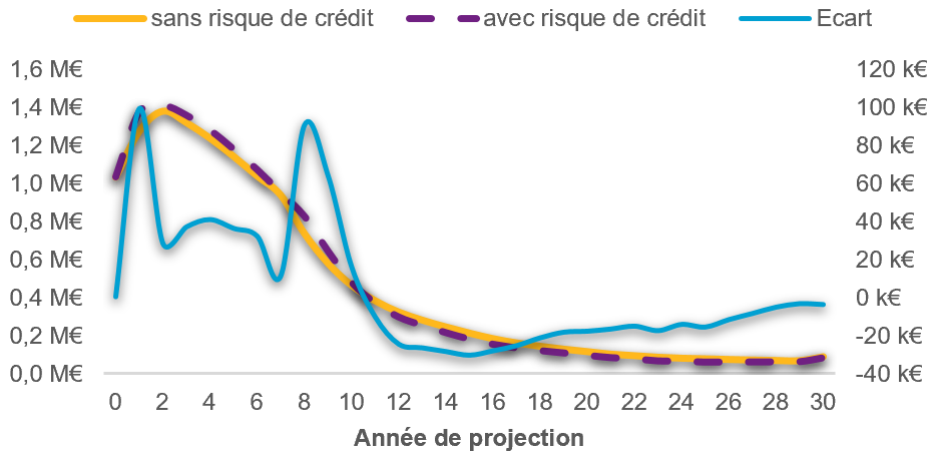


FIGURE 28 – Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) avant et après modélisation du risque de crédit

La PPB (Provision pour Participation aux Bénéfices) est dotée chaque année de 90% du résultat technique (si celui-ci est positif, sinon 100% de celui-ci s'il est négatif) et de 85% du résultat financier (paramètres en hypothèse : inchangés entre les deux projections). Cette dotation vient s'ajouter au montant déjà présent dans la réserve puisque la PB doit être versée dans les 8 ans qui suivent la dotation et auquel est retranché la PB versée au pas de temps donné :

$$PPB(t) = PPB(t - 1) + \text{dotation}(t) - \text{PB versée}(t)$$

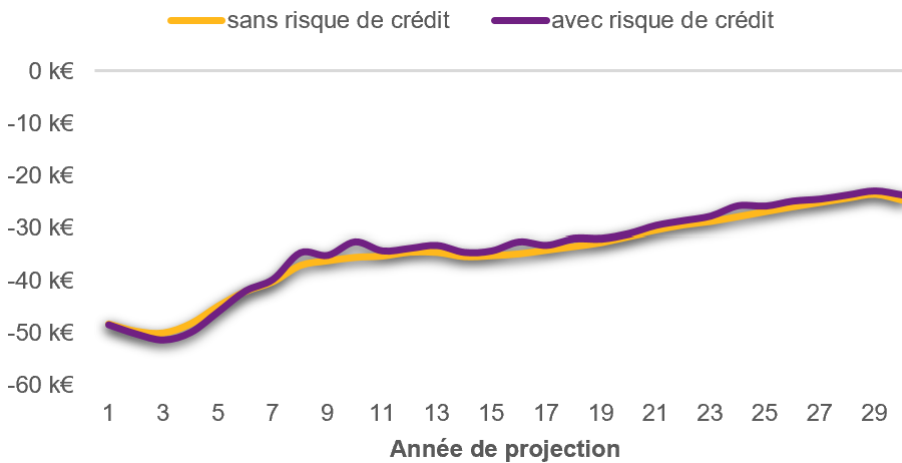


FIGURE 29 – Résultat technique avant et après modélisation du risque de crédit

Le résultat technique est légèrement supérieur avec la prise en compte du risque de crédit. Plusieurs impacts se compensent pour amener à ce résultat.

En effet, l'augmentation des sinistres impacte négativement cet indicateur alors que la diminution des commissions et l'augmentation des taxes l'impactent positivement.

La Figure 26 montre un résultat financier moindre avec la prise en compte du risque de crédit. Plus exactement, en début de projection celui-ci est supérieur mais devient inférieur par la suite en étant plus volatile avant d'un peu se stabiliser et se rapprocher résultats précédents. Et c'est la même chose pour l'évolution de la PPB. Se référer à la sous-section 6.6 pour les explications sur le résultat financier.

La PPB est donc plus impactée par le résultat technique que le résultat financier.

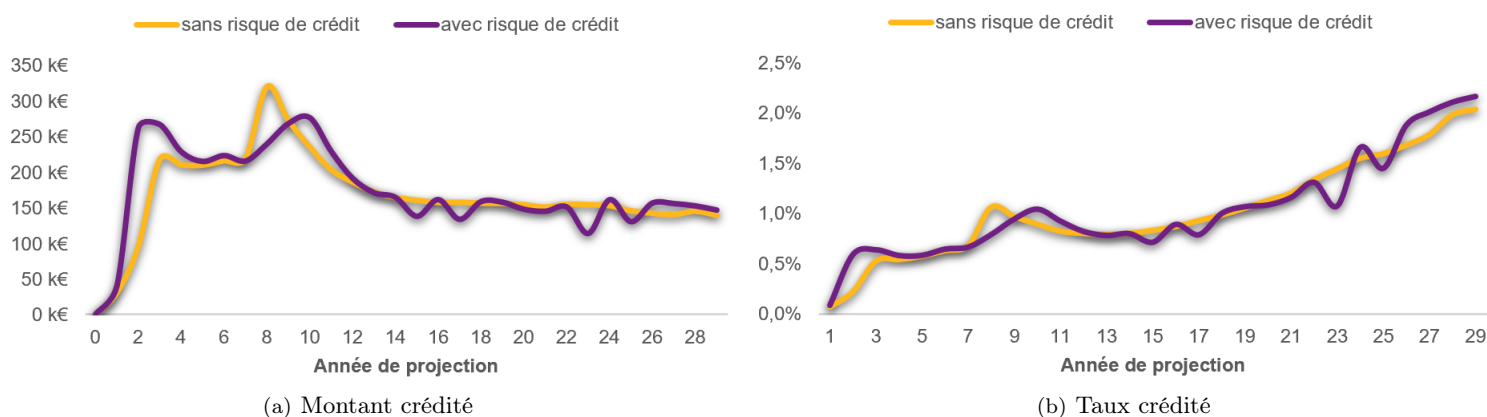


FIGURE 30 – Montant et taux crédité avant et après modélisation du risque de crédit

Le montant crédité aux assurés (= Participation aux Bénéfices(PB)) dépend surtout du montant de PB passée qui a donc été doté en PPB en attendant d'être servi. En effet, selon la réglementation en vigueur, la PB de l'année courante peut être stockée en PPB pendant 8 années maximum avant d'être servie aux assurés. Ainsi, la PB (reprise de la PPB) est versée avant la 8 ème année de projection car les contrats en portefeuille ont déjà une ancienneté relativement importante (et donc de la PB future à recevoir afin de respecter la règle des 8 ans).

D'ailleurs en observant bien, la courbe des écarts des montants crédités et celle des écarts sur la PPB, on retrouve les mêmes variations.

## 6.8 VAN des différents indicateurs indicateurs

Les VAN permettent d'expliquer l'impact de la modélisation du risque de crédit au global afin d'avoir une vision plus large.

VAN	sans risque de crédit	avec risque de crédit	évolution (€)	évolution (%)
Résultat financier	1,4 M€	1,2 M€	-0,2 M€	-16%
Produits financiers	5,1 M€	5,0 M€	-0,1 M€	-2%
RdC	2,4 M€	2,2 M€	-0,2 M€	-9%
Montant crédité	5,1 M€	5,3 M€	0,1 M€	3%
PPB	13,8 M€	13,9 M€	0,1 M€	1%
PMVL totales	12,3 M€	6,7 M€	-5,6 M€	-45%
PMVL obligataires	3,3 M€	-1,5 M€	-4,8 M€	-147%
PMVL non obligataires	9,0 M€	8,2 M€	-0,8 M€	-8%

TABLE 29 – VAN des différents indicateurs avant et après modélisation du risque de crédit

La plupart des indicateurs économiques ont diminué avec l'incorporation du risque de crédit sauf les montants crédités et la PPB (ces deux indicateurs sont très liés, voir ci-dessus).

Pour les PMVL, c'est donc bien la part obligataire qui a le plus fort impact sur la diminution des PMVL totales et d'ailleurs les PMVL obligataires diminuent énormément (les PMVL non obligataires diminuent aussi mais bien moins fortement).

L'incorporation du risque de crédit entraîne une volatilité importante sur les produits financiers ainsi que le résultat financier. Ceci est lié à une présence de spread stochastiques ainsi que des défauts qui induisent une variabilité des produits financiers.

En effet, les montants crédités aux assurés sont bien plus volatiles au cours de la projection, mais sont en moyenne plus élevés avec la modélisation du risque de crédit compte tenu d'une meilleure rémunération (conséquence des spread stochastiques).

## 6.9 Conclusion

Le SCR diminue légèrement à la suite de la nouvelle modélisation du risque de crédit grâce à l'effet d'absorption par la PB qui augmente. En effet, l'asymétrie entre l'assureur et les assurés permet aux assurés et à l'assureur de profiter des scénarios favorables (les rendements étant plus élevés dans ces scénarios) alors que l'assureur est le seul à subir les scénarios défavorables (l'assureur étant lié contractuellement à verser les TMG et garanties comme la PB minimale). L'assureur a ainsi un peu moins de capital à immobiliser en contrepartie de lancements de calculs prenant un peu plus de temps d'exécution et plus de données nécessaires (matrice de transition et taux spread stochastiques générés par un GSE sur 1000 itérations).



## 7 Impact d'un changement de stratégie d'investissement

Lors de l'achat de nouvelles obligations pour répondre aux exigences tant du côté des montants des engagements au passifs que des dates de paiements des prestations, plusieurs choix peuvent s'imposer aux assureurs

- en termes de notation :
  - choisir de ne réinvestir que sur des obligations d'entreprises moins risquées telles que des obligations de notation AAA
  - ou bien réinvestir sur des obligations plus risquées.
- Quant aux maturités, les choix suivants se posent :
  - choisir de ne prendre des obligations de maturités courtes
  - choisir d'investir sur des maturités longues
  - réallouer sur un mixte des 2.

Le scénario de base a été réalisé avec une réallocation de maturité cible 8 ans (8 ans étant une maturité parmi les plus liquides du marché des obligations d'entreprise). Il sera néanmoins intéressant de tester la sensibilité du modèle ALM à une réallocation sur une durée plus courte (ce qui devrait faire baisser les défauts et la volatilité des indicateurs via une baisse des taux spread utilisés). D'autre part, estimer l'impact d'un réinvestissement sur des obligations plus risqués telles que les notations A et BBB permettra également d'apprécier le comportement du modèle à un stress sur ce paramètre.

### 7.1 Sensibilité sur la maturité

Rappel des stratégies de réinvestissement des obligations d'entreprises :

Type d'obligation	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation d'entreprise	8	AAA	3%
	8	AA	21%
	8	A	50%
	8	BBB	21%
	8	BB	3%
	8	B	2%

(a) Maturités plus longues

Type d'obligation	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation d'entreprise	4	AAA	3%
	4	AA	21%
	4	A	50%
	4	BBB	21%
	4	BB	3%
	4	B	2%

(b) Maturités plus courtes

TABLE 30 – Répartition des obligations d'entreprises lors d'achat de nouvelles sur la sensibilité à la maturité

### 7.1.1 Montant et taux de défaut

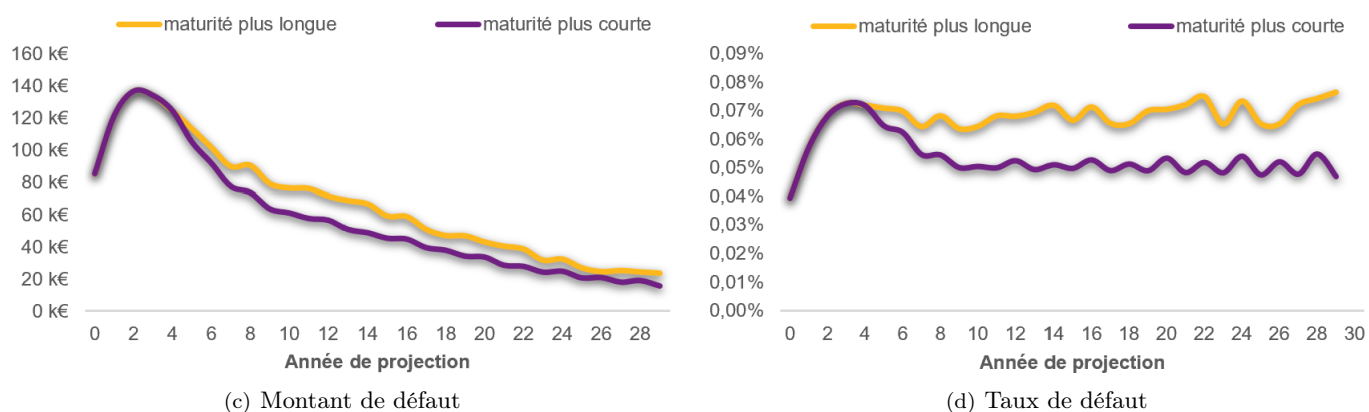


FIGURE 31 – Montant et taux de défaut sur la sensibilité à la maturité

Comme attendu, les montants et taux de défaut sont plus faibles lorsque les maturités sont plus courtes. Cela est dû au fait que l'obligation arrive à maturité plus vite et donc à probabilités de passage en défaut égales, les transitions se produisent moins souvent (les probabilités de passage en défaut ne sont pas fonction de la maturité de l'obligation mais de la notation et du pas de projection). De plus, le passage en défaut peut se faire en plusieurs étapes et cela est d'autant plus réduit avec des maturités plus courtes car il y a moins de passages possibles avant la maturité.

Les défauts permettent d'expliquer une partie de l'évolution des valeurs de marché comme nous allons le voir par la suite.

### 7.1.2 VM et VNC obligataire au cours de la projection

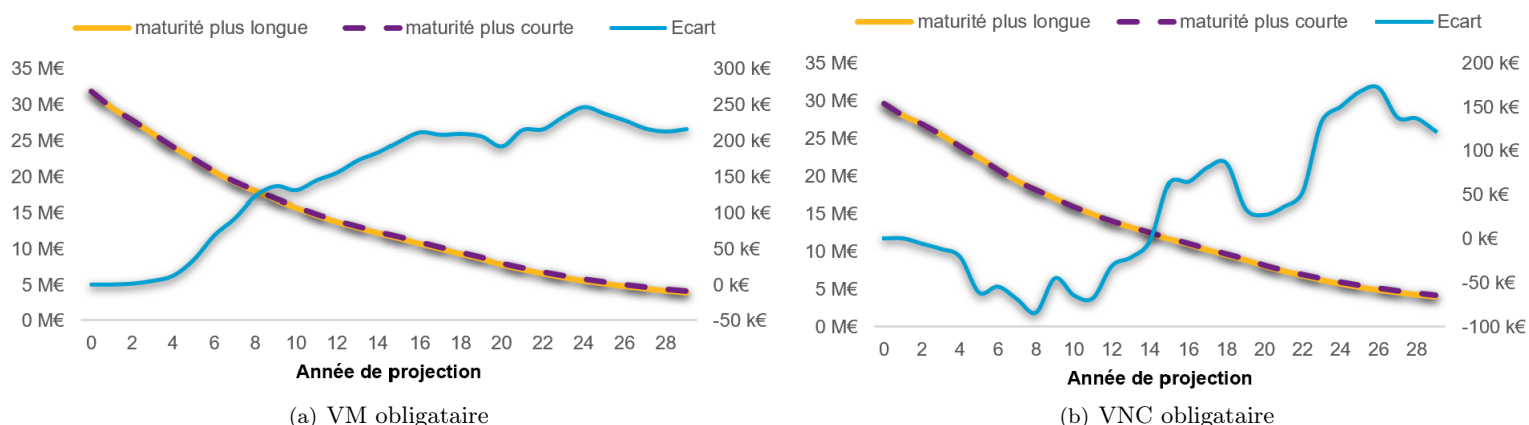


FIGURE 32 – VM et VNC obligataires sur la sensibilité à la maturité

Comme vu ci-dessus, les défauts diminuent et donc la valeur de marché augmente lorsque des obligations de maturité plus courte sont achetées. Mais le plus gros impact réside dans les spread. En effet, les taux spread qui sont appliqués au facteur d'actualisation sont fonctions du pas de projection, de la notation et surtout de la maturité. Hors c'est une fonction croissante avec la maturité donc les spread diminuent pour des maturités plus courtes. Le dénominateur de la valeur de marché devenant plus petit avec les maturités plus courtes, la valeur de marché augmente une fois que le portefeuille initial a été écoulé (au bout de 4 ans, qui correspond à la durée du portefeuille initial).

Les valeurs de marché et comptable permettent d'expliquer les écarts sur les PMVL qui vont être vus ci-dessous.

### 7.1.3 Réserve de capitalisation et PMVL

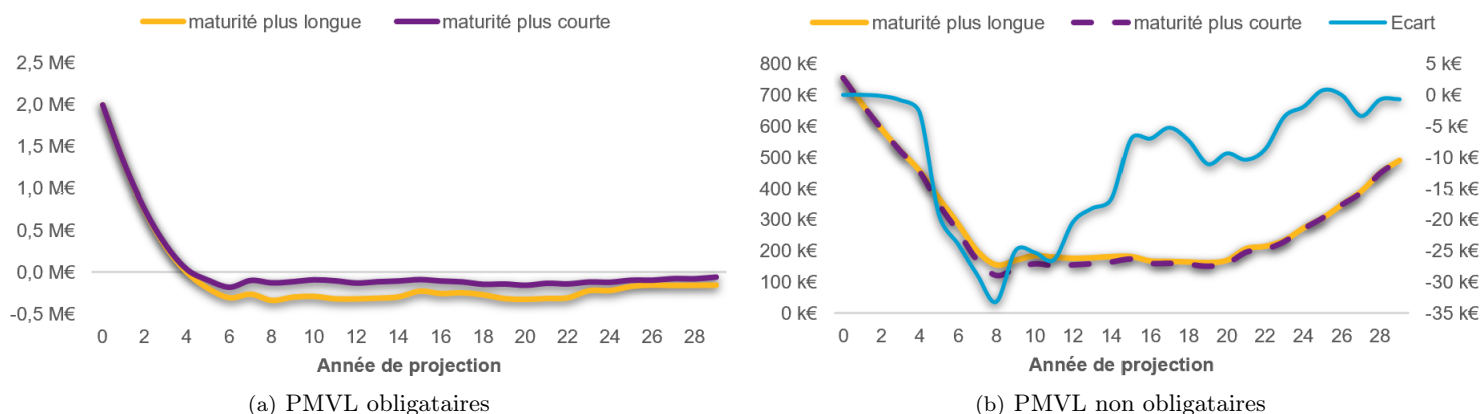


FIGURE 33 – PMVL sur la sensibilité à la maturité

Encore une fois, les PMVL sont calculées comme la différence entre la valeur de marché et la valeur comptable obligataires. La Figure 32 montre une augmentation de la valeur de marché et de la valeur comptable mais la valeur de marché augmente dans une plus grande proportion. Les PMVL obligataires sont donc plus élevées lors de réallocation sur des maturités plus courtes.

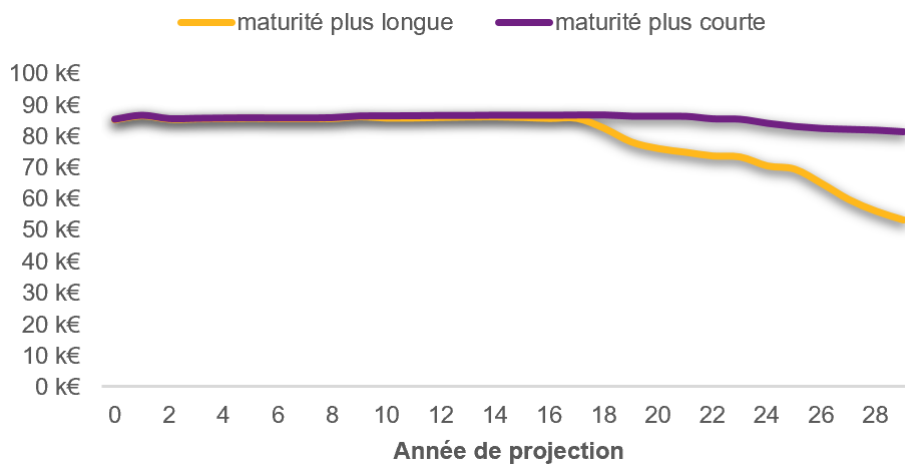


FIGURE 34 – RdC sur la sensibilité à la maturité

Comme il y a moins de MVL (PMVL négative mais se rapproche de 0) qui sont présentes avec les maturités plus courtes, la réserve de capitalisation est moins souvent reprise pour éviter de réaliser ces moins-values.

#### 7.1.4 Produits et résultat financiers

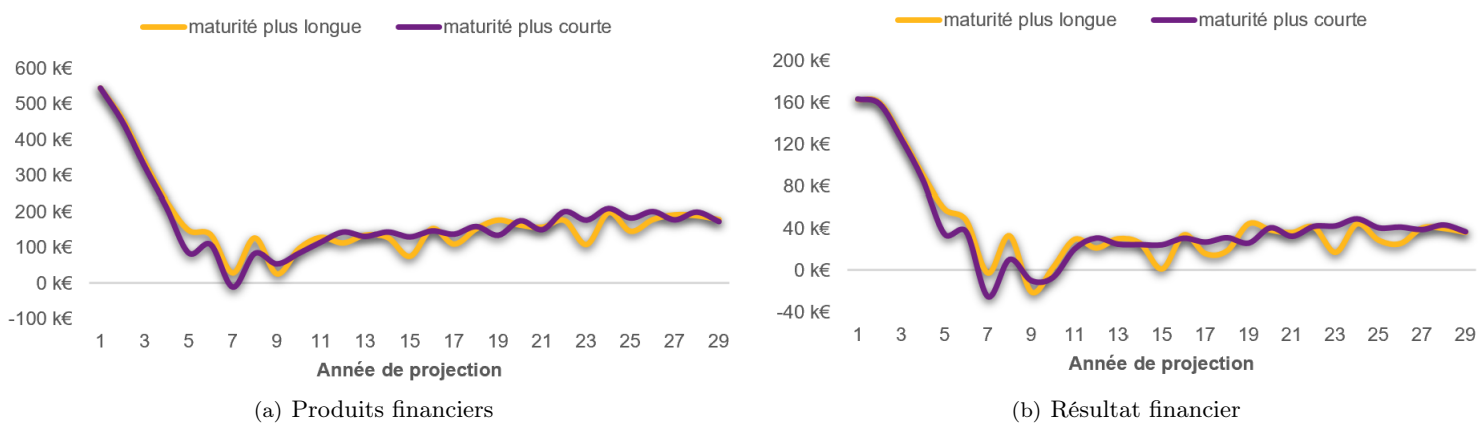


FIGURE 35 – Produits et résultat financiers sur la sensibilité à la maturité

Les produits et le résultat financiers suivent à peu près les mêmes courbes mais la réallocation sur des maturités plus courtes offre moins de volatilité en raison de la réduction des spread sur les maturités plus courtes.

### 7.1.5 VAN des différents indicateurs indicateurs

VAN	maturité plus longue	maturité plus courte	Evolution (€)	Evolution (%)
Résultat financier	1,2 M€	1,2 M€	-8 k€	-1%
Produits financiers	5,0 M€	5,1 M€	98 k€	2%
RdC	2,2 M€	2,4 M€	169 k€	8%
Montant crédité	5,3 M€	5,4 M€	129 k€	2%
PPB	13,9 M€	13,7 M€	-283 k€	-2%
PMVL totales	6,7 M€	9,7 M€	2 988 k€	45%
PMVL obligataires	-1,5 M€	1,8 M€	3 293 k€	-214%
PMVL non obligataires	8,2 M€	7,9 M€	-306 k€	-4%

TABLE 31 – VAN des différents indicateurs sur la sensibilité à la maturité

Concernant les produits et le résultat financiers, les précédents graphiques ont montré une diminution de la volatilité de ces indicateurs. Au global, les VAN montrent une légère diminution du résultat financier et une augmentation des produits financiers.

### 7.1.6 Conclusion

La réallocation sur des maturités plus courtes a réduit les montants de défauts et les spread vu que les risques encourus sont moins élevés. De plus, cela a réduit la volatilité du risque.

## 7.2 Sensibilité sur la notation

Rappel des stratégies de réinvestissement des obligations d'entreprises :

Type d'obligation	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation d'entreprise	8	AAA	3%
	8	AA	21%
	8	A	50%
	8	BBB	21%
	8	BB	3%
	8	B	2%

(a) Notations moins risquées

Type d'obligation	Maturité (en année)	Notation	Répartition
Obligation d'entreprise	8	A	50%
	8	BBB	50%

(b) Notations plus risquées

TABLE 32 – Répartition des obligations d'entreprises lors d'achat de nouvelles sur la sensibilité à la notation

### 7.2.1 Montant et taux de défaut

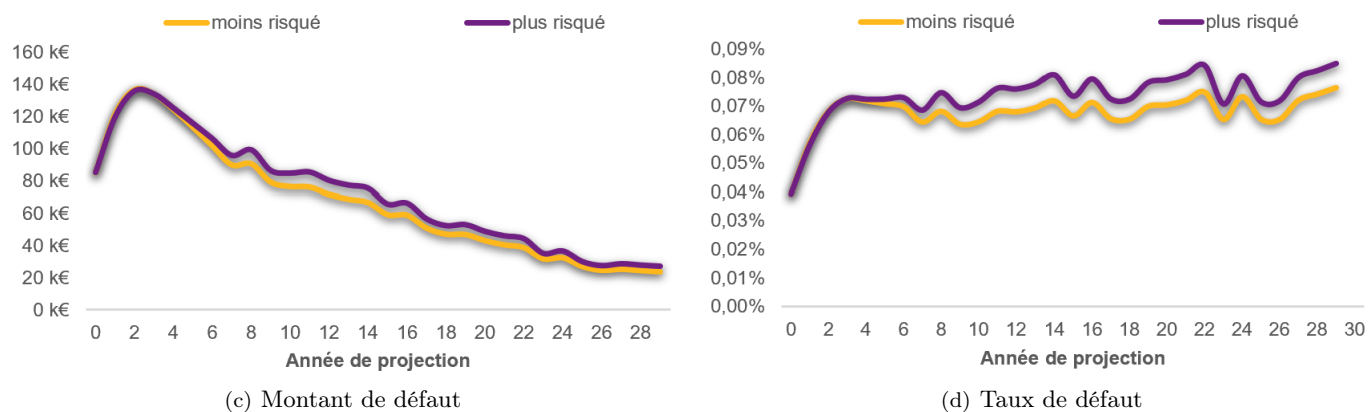


FIGURE 36 – Montant et taux de défaut sur la sensibilité aux notations

Le portefeuille plus risqué comporte plus de défauts sur la projection puisque les matrices de transitions sont cohérentes avec les notations (i.e. plus une notation est faible et donc risquée, plus sa probabilité de passer en défaut est élevée).

Cependant, l'écart entre les deux projections n'est pas très important. En effet, la différence entre les deux hypothèses de réallocation n'est pas très grande. Dans le cadre de la première projection, on avait déjà 50% de d'obligations de notation A. C'est uniquement celles de notation BBB qui ont été portées à 50% alors qu'à la base elles étaient déjà présente à hauteur de 21%. Afin d'avoir un plus gros impact sur les indicateurs économiques, il aurait peut être fallu faire un stress plus fort sur les notations.

Les défauts permettent d'expliquer une partie de l'évolution des valeurs de marché comme nous allons le voir par la suite.

## 7.2.2 VM et VNC obligataires

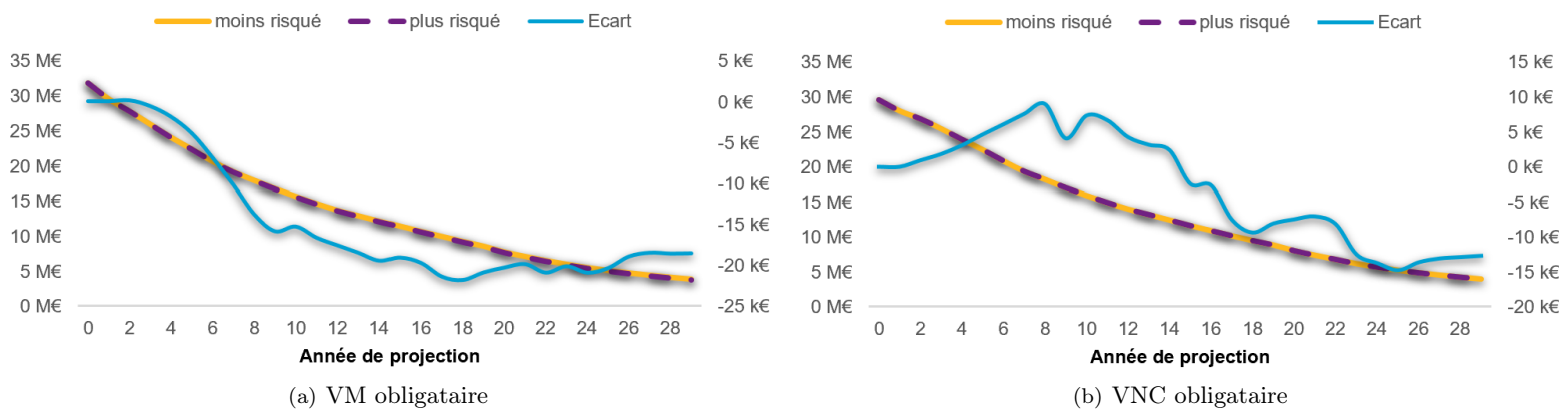


FIGURE 37 – VM et VNC obligataires sur la sensibilité du Notation

Une fois le portefeuille initial écoulé (environ 4 ans, ce qui correspond à sa duration), la valeur de marché obligataire des réallocations plus risquées est plus faible. En effet, les spread sont cohérents avec la notation : plus une notation est faible, plus son spread est élevé afin de mieux rémunérer le détenteur de cette obligation en contrepartie d'un risque de défaut plus grand. Et donc un spread plus élevé dans le facteur d'actualisation signifie un dénominateur plus grand dans le calcul de la valeur de marché. Cela donne donc une valeur de marché plus faible.

Les valeurs de marché et comptable permettent d'expliquer les écarts sur les PMVL qui vont être vu ci-dessous.

## 7.2.3 Réserve de capitalisation et PMVL

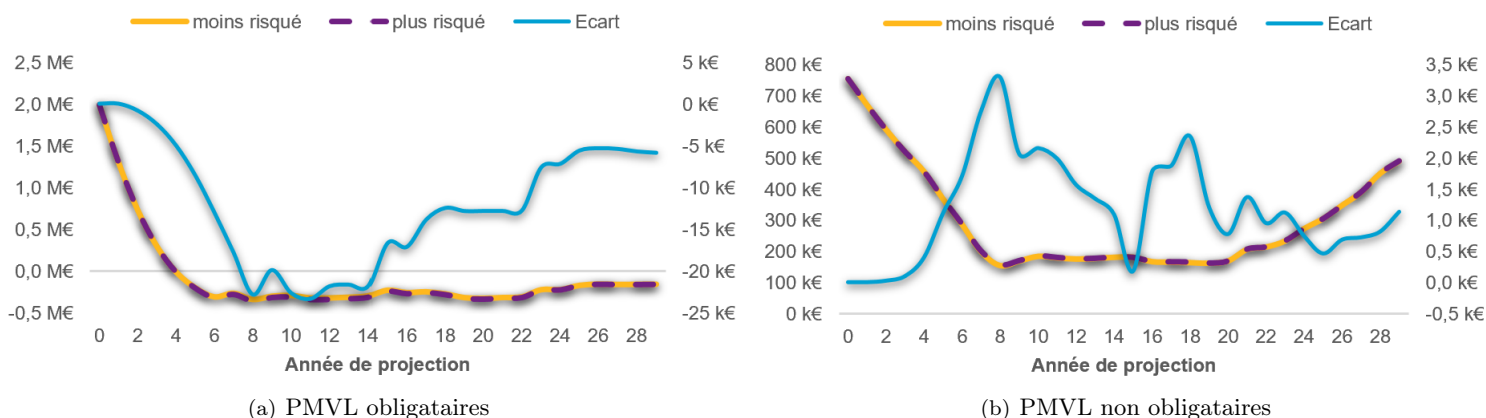


FIGURE 38 – PMVL sur la sensibilité aux notations

Les PMVL ont déjà été définies et sont la différence entre la valeur de marché et la valeur comptable obligataires. La Figure 37 montre une diminution de la valeur de marché et une légère augmentation de la valeur comptable. Les PMVL obligataires sont donc plus faibles lors de la réallocation sur des notations plus risquées.

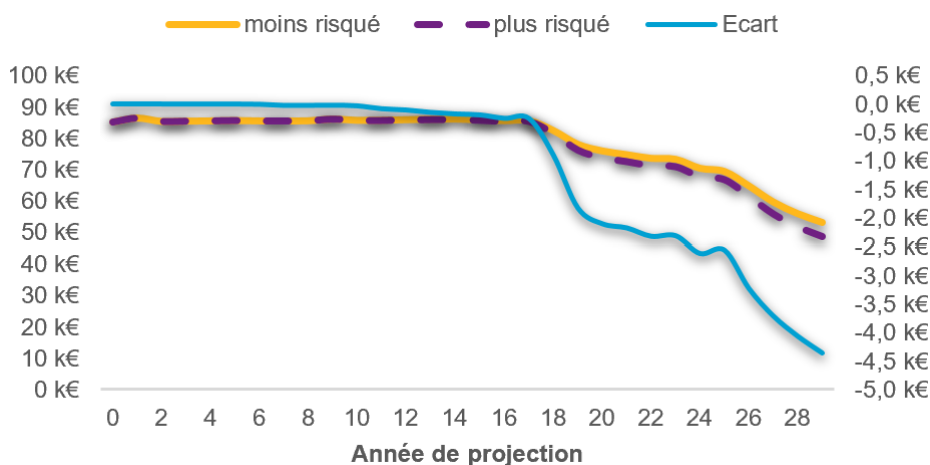


FIGURE 39 – RdC sur la sensibilité aux notations

Comme il y a plus de MVL (PMVL négative mais s'éloigne de 0) qui sont présentes avec les notations plus risquées, la réserve de capitalisation est plus souvent reprise pour éviter de réaliser ces moins-values. La réserve de capitalisation est donc plus faible avec les notations plus risquées.

#### 7.2.4 Produits et résultat financiers

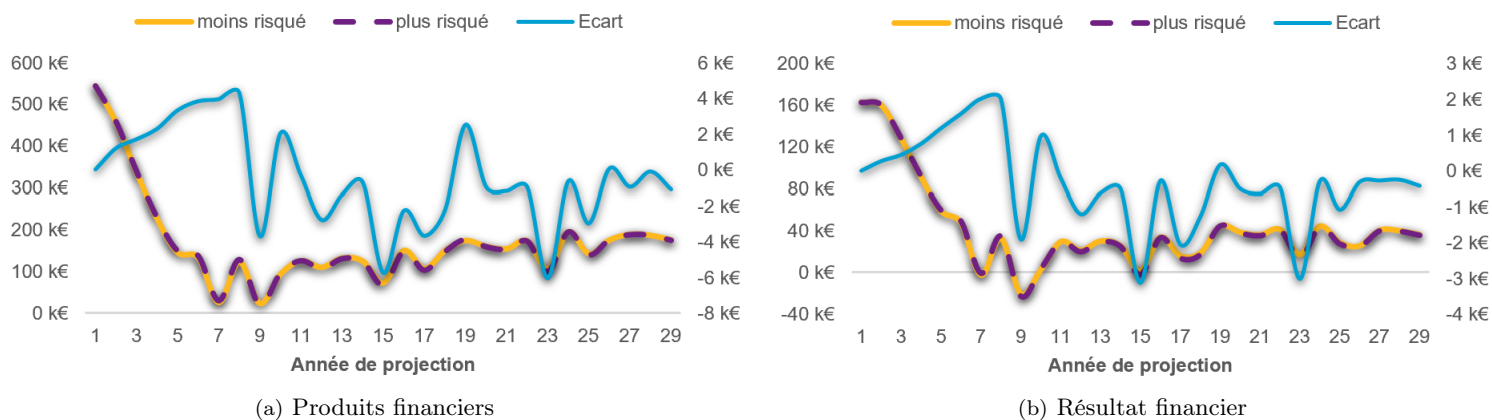


FIGURE 40 – Produits et résultat financiers sur la sensibilité aux notations

La réallocation sur des notations plus risquées ne fait pas apparaître de manière distincte des produits et un résultat financiers plus ou moins importants.



En revanche, leur volatilité est bien impactée. Celle-ci est plus élevée.

### 7.2.5 VAN des différents indicateurs indicateurs

VAN	moins risqué	plus risqué	Evolution (€)	Evolution (%)
Résultat financier	1,2 M€	1,2 M€	-10 k€	-0,8%
Produits financiers	5,0 M€	5,0 M€	-15 k€	-0,3%
RdC	2,2 M€	2,2 M€	-29 k€	-1,3%
Montant crédité	5,3 M€	5,3 M€	-7 k€	-0,1%
PPB	13,9 M€	14,0 M€	19 k€	0,1%
PMVL totales	6,7 M€	6,4 M€	-299 k€	-4,5%
PMVL obligataires	-1,5 M€	-1,9 M€	-332 k€	21,5%
PMVL non obligataires	8,2 M€	8,3 M€	33 k€	0,4%

TABLE 33 – VAN des différents indicateurs sur la sensibilité aux notations

La réallocation sur des notations plus faibles fait baisser la valeur de la plupart des indicateurs économiques a cause de défaut et de spread plus élevés.

Seule la PPB est impactée à la hausse. En effet, la PPB reflète ce qui va être servi aux assurés dans les années futurs. Via l'asymétrie entre les assurés et l'assureur, la PPB va capter les scénarios favorables.

### 7.2.6 Conclusion

La réallocation sur des notations plus risquées augmente un peu les défauts mais surtout la volatilité. L'impact est assez faible car la nouvelle réallocation est légèrement plus risquée que la réallocation initiale.

## 8 Impact du Volatility Adjustment

La VA<sup>18</sup> est une mesure qui permet de garantir un traitement adéquat des produits d'assurance ayant des garanties à long terme dans le cadre de Solvabilité II. Les assureurs peuvent ajuster leurs courbes des taux sans risque afin de diminuer les effets de la volatilité à court terme.

Toutes choses étant égales par ailleurs, une projection stochastique a été réalisée avec une courbe des taux sans risque incluant une VA (équivalent à 7bp - donnée de l'EIOPA au 31/12/2019 pour l'Euro) et une autre sans VA (c'est la projection qui a servi à faire l'analyse avec et sans risque de crédit).

### 8.1 Montant et taux de défaut

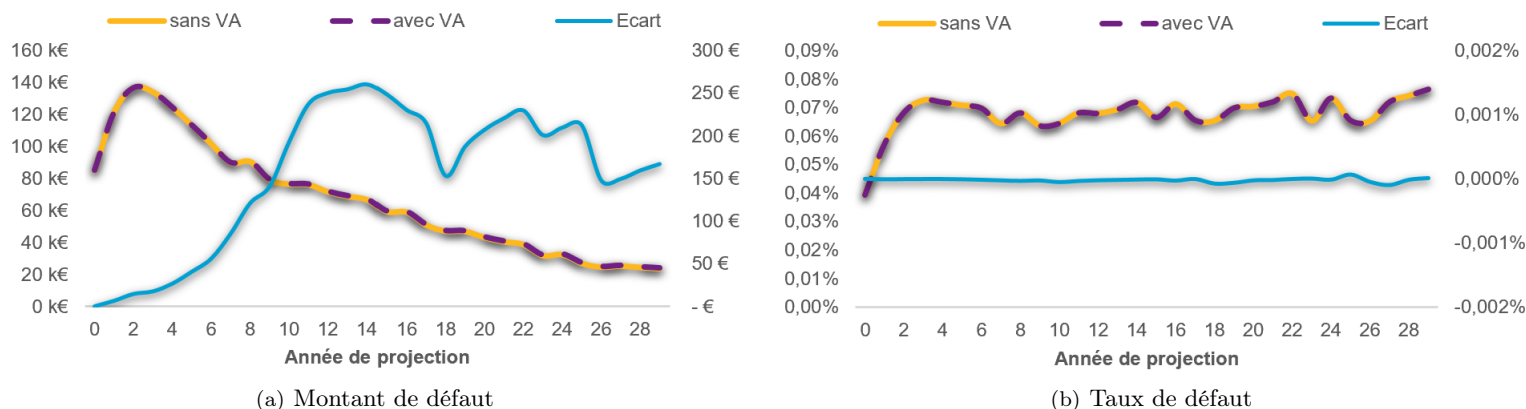


FIGURE 41 – Montant et taux de défaut sur la sensibilité du VA

Les défauts n'ont quasiment pas été impacté par cette sensibilité puisque les transitions s'appliquent aux valeurs nominales. La faible évolution vient uniquement de l'achat de nouvelles obligations qui se comportent différemment en termes de montant<sup>19</sup>.

18. l'Ajustement de Volatilité ou *Volatility Adjustment* en anglais

19. Les réinvestissements sont faits sur la base de la valeur de marché ou de la valeur nette comptable.

## 8.2 VM et VNC obligataires

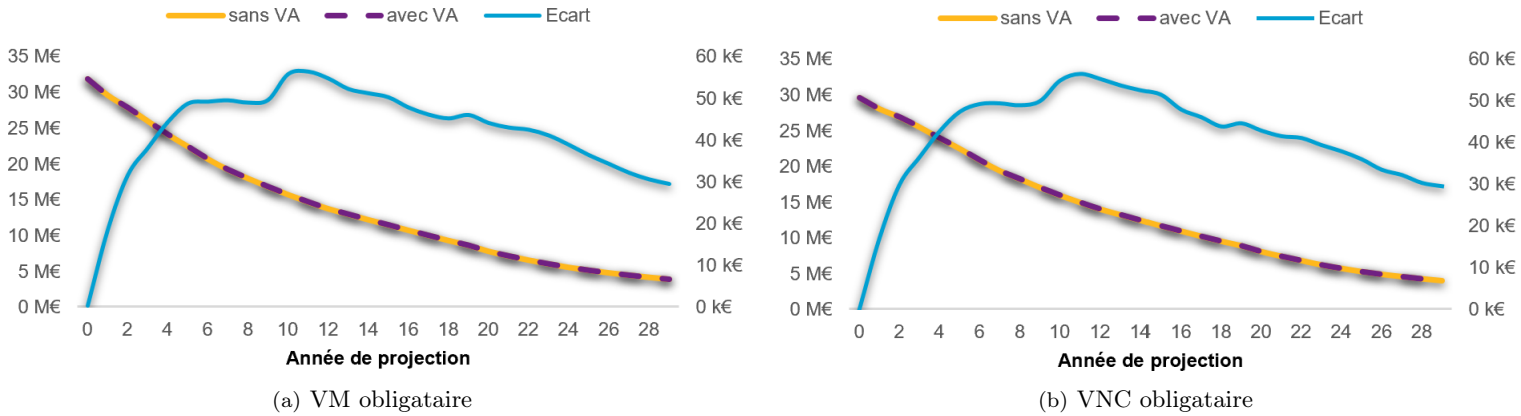


FIGURE 42 – VM et VNC obligataires sur la sensibilité du VA

Une diminution des valeurs de marché est attendue à la suite d'une hausse des taux sans risque. En effet, le taux sans risque est inclus au dénominateur du calcul de la VM, ainsi celui-ci augmente. Pourtant, on remarque ici que les valeurs de marché augmentent lorsque l'on ajoute un VA au taux spot.

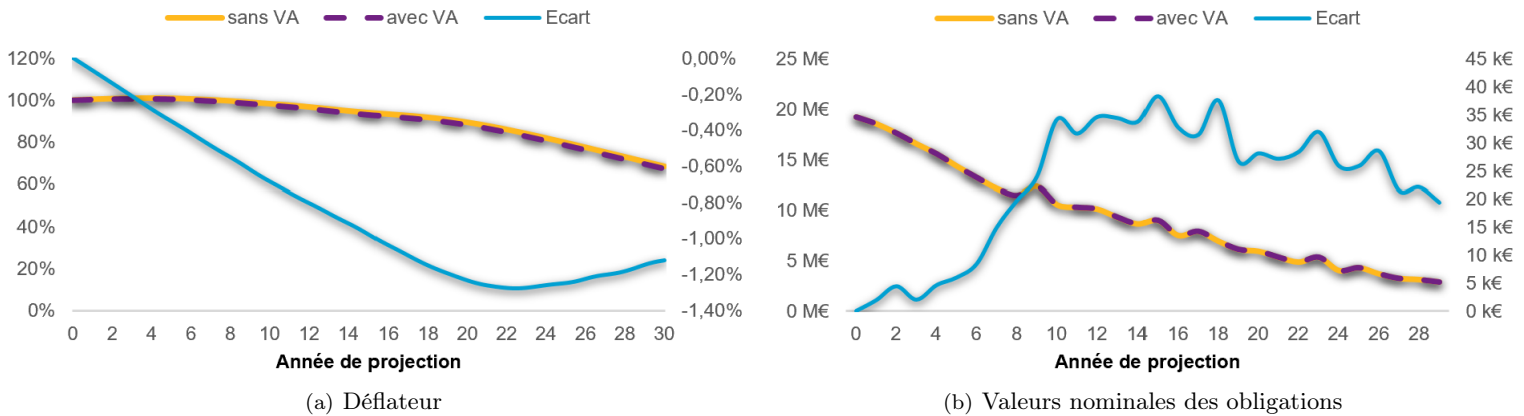


FIGURE 43 – Déflateur et Valeurs nominales des obligations sur la sensibilité du VA

Avec l'ajout de l'ajustement de volatilité au taux sans risque, le déflateur diminue. Cela est tout à fait logique puisque son dénominateur augmente :

$$\text{Déflateur}(t) = \frac{1}{(1+x)^t} \quad \text{où } x \text{ est le taux sans risque, avec ou sans VA}$$

Avec une diminution du déflateur, les valeurs de marché devraient aussi être diminuées. Pourtant ce n'est pas le cas. Sur le graphique des valeurs nominales,

on se rend compte que celles-ci augmentent. Les valeurs nominales sont déterminées par trois éléments :

- les valeurs nominales initiales (fichier de MP),
- les valeurs nominales achetées en cours de projection (obligations achetées au pair),
- les défauts (pas les transitions ici car on analyse le portefeuille au global).

Tout d’abord, la Figure 41 montre qu’il y a extrêmement peu de différence au niveau des défauts. De plus, le portefeuille initial est le même entre les deux projections. C’est la raison pour laquelle les valeurs nominales avec ou sans VA sont égales en début de projection. La seule différence réside donc dans la stratégie de réinvestissement et celle-ci est déterminée par les valeurs comptables et par les tables de réallocation (voir la Table 18) ainsi que par les paramètres des actifs à acheter (pour les obligations, voir les Tables 16 et 17) mais ces deux derniers sont identiques).

Pour conclure, s’il n’y avait pas d’achat/vente, les valeurs de marché diminueraient en raison d’une augmentation des taux spot. Cependant, les projections sont faites avec réinvestissement des actifs pour correspondre à la stratégie choisie et donc les valeurs de marché augmentent.

### 8.3 Réserve de capitalisation et PMVL

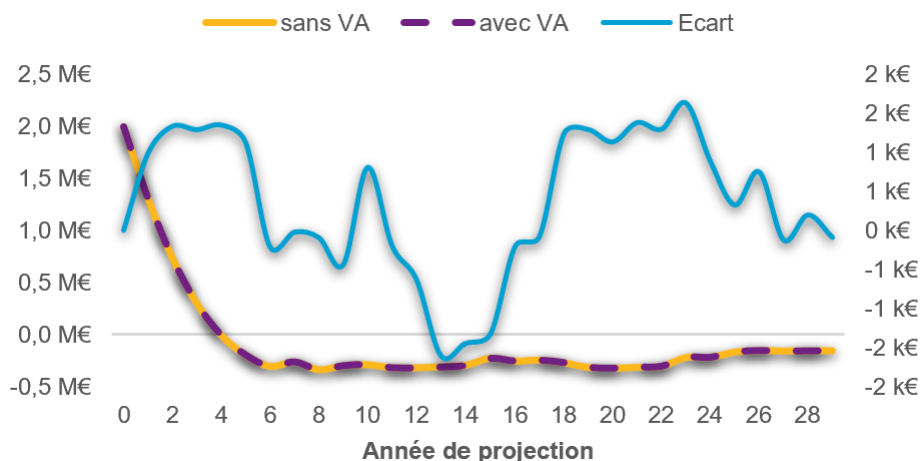


FIGURE 44 – PMVL obligataires sur la sensibilité du VA

Les PMVL obligataires oscillent autour de 0. Cela peut s’expliquer par l’évolution des valeurs de marché qui est compensée par l’évolution des valeurs comptables.

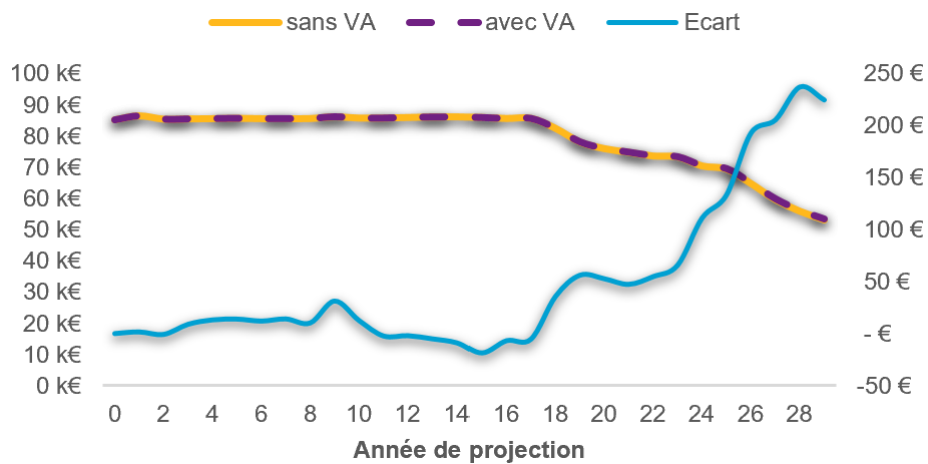


FIGURE 45 – RdC sur la sensibilité du VA

Au vu du niveau des écarts, la RdC est quasiment stable puisque les PMVL obligataires évoluent très peu.

#### 8.4 Produits et résultat financiers

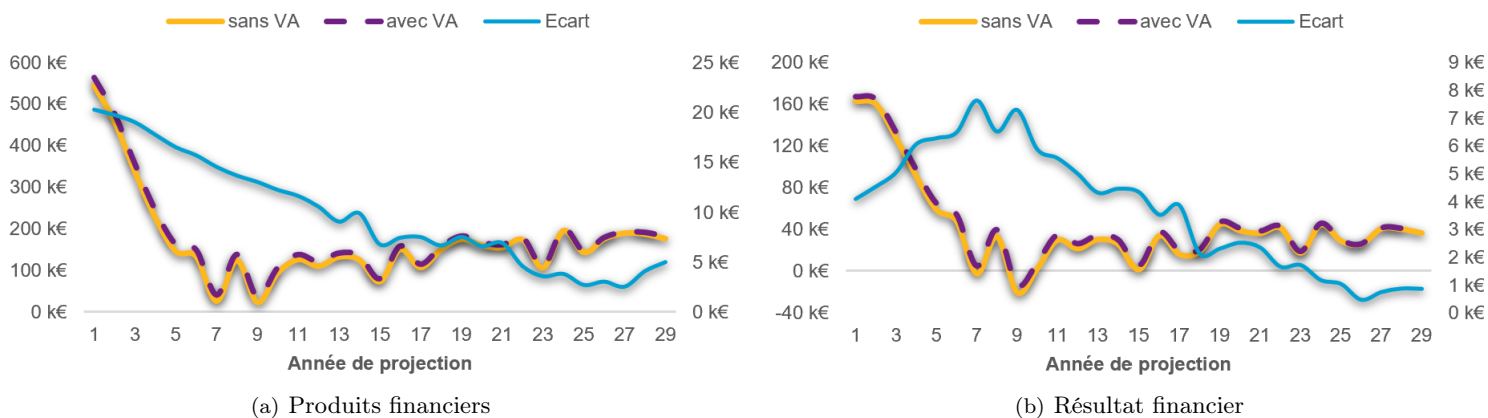


FIGURE 46 – Produits et résultat financiers sur la sensibilité du VA

Les produits et le résultat financiers augmentent avec l'ajout du VA mais cette augmentation diminue dans le temps. En effet, l'ajustement de volatilité appliqué diminue en cours de projection.

#### 8.5 Conclusion

L'impact de l'ajustement de volatilité est relativement faible car seulement 7 bps sont ajoutés aux taux spot.

## Cinquième partie

# Conclusion et Ouverture

La nouvelle implémentation du risque de crédit au sein du modèle ALM permet à l'assureur d'avoir une vision plus complète du risque auquel il est exposé de par la détention d'obligations d'entreprises. Ceci est d'autant plus important que la réglementation Solvabilité 2 encourage les assureurs à prendre en considération ce risque (au travers du risque de spread). Il est supposé que les obligations d'états n'induisent pas de risque de spread, tandis que les obligations d'entreprise génèrent l'ensemble du risque de crédit.

Afin de modéliser le risque de crédit, des matrices de transitions et des taux *spread* ont été générés via un GSE utilisant la modélisation JLT. Ces éléments permettent de faire évoluer la valeur de marché des obligations d'entreprise en fonction de la probabilité de notation de l'obligation. Les notations ont donc un impact sur le risque supporté par l'assureur car plus la notation d'une obligation est faible et plus sa probabilité de défaut est élevée.

Cette implémentation conduit à plusieurs impacts sur des métriques de risque et de rentabilité. Le SCR *spread* diminue alors que le BEL augmente (qui matérialise les engagements de l'assureur vis-à-vis des souscripteurs), ceci étant principalement dû à une prime de risque qui va venir récompenser la détention de titres plus risqués. En effet, les taux crédités aux assurés sont potentiellement plus élevés, entraînant une provision pour participation aux bénéfices plus importante. Effectivement, la volatilité stochastique est à l'avantage des assurés et cela permet d'avoir une plus grande PB. Cela entraîne une capacité d'absorption par les provisions plus élevée et ainsi avoir un impact positif sur le BEL et négatif sur le SCR. Enfin, la réserve de capitalisation est plus souvent reprise.

Ce modèle permet donc à l'assureur de mettre en place une meilleure couverture des risques auxquels il est exposé, et de définir une stratégie d'investissement en adéquation avec la nature de son portefeuille.

En effet, les sensibilités effectuées sur les maturités et sur les notations montrent que les valeurs des indicateurs économiques sont impactées par la stratégie de réinvestissement choisie sur le portefeuille obligataire. Ce choix n'est donc pas à négliger afin de satisfaire au mieux les engagements envers les assurés, afin de subir le moins de perte possible.

Le risque de *spread* a été uniquement considéré pour les obligations d'entreprises. Néanmoins, une amélioration envisageable serait la prise en compte de ce risque pour les obligations d'états. Ainsi, il serait possible d'estimer l'impact de la détention de titres présentant des risques de spread différenciés (OAT<sup>20</sup>, Bunds<sup>21</sup>, obligations d'états périphériques etc.).

De plus, l'étude a été menée uniquement en univers Risque Neutre dans le cadre de Solvabilité 2. Se placer dans un univers Monde Réel (*Real World*), utile notamment pour l'ORSA (permettant de projeter une vue d'anticipation avec le Business Plan de l'assureur), permettrait d'autre part de déterminer l'allocation d'actifs optimale.

---

20. Obligation Assimilable du Trésor

21. Obligation du trésor allemand

## Références

- [1] ACPR. Solvabilité II, Mars 2019. <https://acpr.banque-france.fr/europe-et-international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>.
- [2] Willis Towers Watson Document interne. *STAR RN, Technical Documentation, Version 3.1*. Novembre 2017.
- [3] Robert Jarrow, David Lando, and Stuart Turnbull. A Markov model for the term structure of credit risk spread. *The Review of Financial Studies*, pages 481–523, Summer 1997.
- [4] ACPR. Glossaire ACPR, Octobre 2019. <https://acpr.banque-france.fr/glossaire-acpr>.
- [5] Frédéric Planchet and Aymeric Kamega. Générateurs de Scénarios Économiques (GSE) en assurance, Octobre 2012. [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/fp-isfa.nsf/34a14c286dfb0903c1256ffd00502d73/fe8ad6d32b953971c125773300703808/\\$FILE/GSE\\_AK\\_v1.3.pdf](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/fp-isfa.nsf/34a14c286dfb0903c1256ffd00502d73/fe8ad6d32b953971c125773300703808/$FILE/GSE_AK_v1.3.pdf).
- [6] Youssouf Seyba Dembélé. Modélisation risque-neutre du crédit pour la construction du bilan économique solvabilité 2. *Mémoire d'actuariat de l'EURIA*, 2015.
- [7] Frédéric Planchet and Kamal ARMEL. Construire un générateur de scénarios économiques risque neutre, Mai 2018. [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226.nsf/8d48b7680058e977c1256d65003ecbb5/709de72db6128dbdc12582700071015b/\protect\T1\textdollarFILE/Article\\_GSE\\_Annexe\\_technique\\_FR\\_v1.6.pdf](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226.nsf/8d48b7680058e977c1256d65003ecbb5/709de72db6128dbdc12582700071015b/\protect\T1\textdollarFILE/Article_GSE_Annexe_technique_FR_v1.6.pdf).
- [8] ACPR. Analyses et Synthèses, Solvabilité 2 : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5), Mars 2011. [https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/201103-acp-solvabilite-2-enseignements-de-qis5\\_0.pdf](https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/201103-acp-solvabilite-2-enseignements-de-qis5_0.pdf).
- [9] Moody's. Rating symbols and definitions. <https://www.moody.com/Pages/amr002002.aspx>.
- [10] Standard Poor's. Default, Transition, and Recovery, Avril 2019. <https://www.spratings.com/documents/20184/774196/2018AnnualGlobalCorporateDefaultAndRatingTransitionStudy.pdf>.
- [11] Fitch. Rating definitions. <https://www.fitchratings.com/products/rating-definitions>.
- [12] Stanley Pliska. *Introduction to Mathematical Finance : Discrete Time Models*. Blackwell, Avril 1997.
- [13] Ofi Asset Management. Méthodologie de calcul du SCR marché. <https://www.ofi-am.fr/site/parameters?language=en&url=https%3A%2F%2Fparametersservices.ofivalmo.fr%2FgetFile%3Fid%3D5c3722a609132%26filename%3D5c3722a609132-document-5c3722a6115cd.pdf%26type%3D3>.
- [14] Solvabilité ii : Directive 2009/138/ce du parlement européen et du conseil du 25 novembre 2009. [http://publications.europa.eu/resource/cellar/e92151bf-36ca-11ea-ba6e-01aa75ed71a1.0010.02/DOC\\_2](http://publications.europa.eu/resource/cellar/e92151bf-36ca-11ea-ba6e-01aa75ed71a1.0010.02/DOC_2).

- [15] EIOPA. Risk-free interest rate term structures, Decembre 2019. [https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/risk\\_free\\_interest\\_rate/eiopa\\_rfr\\_20191231\\_0\\_0.zip](https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/risk_free_interest_rate/eiopa_rfr_20191231_0_0.zip).
- [16] Hedi Lakhdhar. Modélisation du risque crédit dans des modèles actuariels : Etat de l'art et application à un gse. *Mémoire d'actuariat de Paris Dauphine*, 2012.
- [17] Charline Mordelet. Implémentation d'un modèle de crédit stochastique au sein du modèle alm d'un assureur. *Mémoire d'actuariat de l'ISUP*, 2018.
- [18] Code des Assurances - Article R343-9, Mai 2015. [https://www.legifrance.gouv.fr/loda/article\\_lc/LEGIARTI000030576289/](https://www.legifrance.gouv.fr/loda/article_lc/LEGIARTI000030576289/).
- [19] Code des Assurances - Article R332-2, Novembre 2018. [https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article\\_lc/LEGIARTI000037635496/](https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article_lc/LEGIARTI000037635496/).
- [20] Code des Assurances - Article R343-10, Mai 2015. [https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article\\_lc/LEGIARTI000030576291/](https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article_lc/LEGIARTI000030576291/).



## Liste des tableaux

1	Notation des principales agences pour les titres à long terme [9, 10, 11] . . . . .	15
2	Matrice de transition à 1 an par Standard & Poor's pour les entreprises européennes en 2018 [10] . . . . .	16
3	Facteurs additionnels et multiplicatifs, en fonction de la sensibilité ( <i>modified duration</i> ) et de la notation, à appliquer à la <i>Market Value</i> pour la dévaluer[13, 14] . . . . .	25
4	Bilan Actifs Passifs avant modélisation du risque de crédit . . . . .	26
5	Répartition des notations des obligations dans le portefeuille obligataire . . . . .	26
6	Réserve (PM) de chaque produit du passif . . . . .	27
7	Stratégie de réinvestissement pour les obligations . . . . .	27
8	Stratégie de réallocation pour un fonds . . . . .	28
9	Matrice de transition à 1 an par Standard & Poor's pour les entreprises européennes (moyenne entre 1981 et 2018) [10] . . . . .	31
10	Extrait du fichier de scénario : courbes des taux sans risque $r_i(m, T)$ . . . . .	33
11	Test Martingale sur les prix ZC en 0 pour toutes les maturités . . . . .	33
12	Bilan Actifs Passifs après modélisation du risque de crédit . . . . .	35
13	Répartition des notations des obligations d'états . . . . .	35
14	Valeur Nette Comptable (VNC) des obligations d'états . . . . .	36
15	Répartition des notations des obligations d'entreprises . . . . .	36
16	Stratégie de réinvestissement des obligations d'états . . . . .	36
17	Stratégie de réinvestissement des obligations d'entreprises . . . . .	37
18	Stratégie de réallocation pour un fonds . . . . .	37
19	Décomposition du BEL Base Case avec PB par produit avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	42
20	Décomposition du BEL Base Case sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	43
21	Décomposition du BEL Rachat (en Base Case) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	43
22	Décomposition du BEL Base Case sans PB sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	45
23	Paramètre de la loi de rachat dynamique . . . . .	47
24	Décomposition du BEL Choc Taux avec PB par produit avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	48
25	Décomposition du BEL Choc Taux sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	49
26	Décomposition du BEL Rachat (en Choc Taux) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	49
27	Décomposition du BSCR avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	53
28	Décomposition du SCR Spread et du SCR Taux avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	54
29	VAN des différents indicateurs avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	64
30	Répartition des obligations d'entreprises lors d'achat de nouvelles sur la sensibilité à la maturité . . . . .	65
31	VAN des différents indicateurs sur la sensibilité à la maturité . . . . .	69

32	Répartition des obligations d'entreprises lors d'achat de nouvelles sur la sensibilité à la notation . . . . .	69
33	VAN des différents indicateurs sur la sensibilité aux notations . .	73
34	Stratégie de réallocation par fonds avant la nouvelle modélisation du risque de crédit . . . . .	91
35	Stratégie de réallocation par fonds après la nouvelle modélisation du risque de crédit . . . . .	92

## Table des figures

1	Les trois piliers de Solvabilité II . . . . .	10
2	Bilan économique simplifié d'un assureur . . . . .	11
3	Calcul du SCR en formule standard[8] . . . . .	12
4	Représentation d'une obligation . . . . .	14
5	Rôles des fonctions clés . . . . .	16
6	Organigramme de la gestion Actif-Passif . . . . .	23
7	Diffusion d'une obligation de notation BBB à travers les autres notations grâce à une matrice de transition générée via JLT . . . . .	30
8	Test Martingale sur les taux d'intérêt . . . . .	34
9	Test Martingale sur les transitions . . . . .	34
10	Arborescence du nouveau modèle ALM incluant la modélisation du risque de crédit . . . . .	38
11	Répartition des actifs avant et après la modélisation du risque de crédit . . . . .	42
12	Montant de rachats structurels (totaux et partiels) annuels (en Base Case) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	44
13	Provisions mathématiques (PM) avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	45
14	Montant et taux de rachats dynamiques annuels (en Base Case) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	46
15	Loi de rachat dynamique . . . . .	46
16	Taux de marché et taux servi avant et après la modélisation du risque de crédit . . . . .	47
17	Montant de rachats structurels (totaux et partiels) annuels (en Choc Taux) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	50
18	Montant et taux de rachats dynamiques annuels (en Choc Taux) sur le produit Épargne Euro avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	50
19	Taux de marché et taux servi (en Choc Taux) avant et après la modélisation du risque de crédit . . . . .	51
20	Principaux SCR avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	52
21	Montant et taux de défaut après modélisation du risque de crédit . . . . .	56
22	VM obligataire au cours de la projection avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	57
23	VNC obligataire au cours de la projection avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	58
24	PMVL obligataires et non obligataires avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	59
25	Réserve de Capitalisation (RdC) avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	59
26	Produits et résultat financiers avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	60
27	PMVL totales avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	61
28	Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	62

29	Résultat technique avant et après modélisation du risque de crédit	62
30	Montant et taux crédité avant et après modélisation du risque de crédit . . . . .	63
31	Montant et taux de défaut sur la sensibilité à la maturité . . . . .	66
32	VM et VNC obligataires sur la sensibilité à la maturité . . . . .	66
33	PMVL sur la sensibilité à la maturité . . . . .	67
34	RdC sur la sensibilité à la maturité . . . . .	68
35	Produits et résultat financiers sur la sensibilité à la maturité . . . . .	68
36	Montant et taux de défaut sur la sensibilité aux notations . . . . .	70
37	VM et VNC obligataires sur la sensibilité du Notation . . . . .	71
38	PMVL sur la sensibilité aux notations . . . . .	71
39	RdC sur la sensibilité aux notations . . . . .	72
40	Produits et résultat financiers sur la sensibilité aux notations . . . . .	72
41	Montant et taux de défaut sur la sensibilité du VA . . . . .	74
42	VM et VNC obligataires sur la sensibilité du VA . . . . .	75
43	Déflateur et Valeurs nominales des obligations sur la sensibilité du VA . . . . .	75
44	PMVL obligataires sur la sensibilité du VA . . . . .	76
45	RdC sur la sensibilité du VA . . . . .	77
46	Produits et résultat financiers sur la sensibilité du VA . . . . .	77

## Sixième partie

# Annexes

## 9 GSE

### 9.1 Module Taux intérêt sans risque

#### 9.1.1 Théorie

Pour chaque économie, la courbe des taux d'intérêt sans risque est modélisée à partir du modèle « *Shifted SABR LMM*<sup>22</sup> ». Ce modèle est la combinaison du LIBOR Market Model (appelé aussi BGM model par rapport au modèle de Brace, Gatarek et Musiela (1997)) et du modèle SABR (qui représente un modèle à élasticité de variance constante<sup>23</sup> ainsi qu'une variance stochastique). Ce modèle est sans arbitrage, il donne une bonne adéquation aux prix des swaps, il a une volatilité stochastique et il génère une dynamique réaliste pour la progression des courbes de rendement (en permettant par exemple des changements de pente et de courbure des courbes de rendement). Le modèle « *Shifted SABR LMM* » peut être calibré et paramétré pour inclure ou exclure des taux d'intérêt négatifs dans la projection.

Les taux à terme (*forward rates*,  $F_k(t)$  pour  $k = 0, 1, \dots, N$ ) sont calculés par le logiciel ainsi :

$$F_k(t) = \frac{1}{\tau} \times \left( \frac{ZCB(t, T_k)}{ZCB(t, T_{k+1})} - 1 \right) \quad (28)$$

Avec :

- $\tau$  est le pas de temps de projection,
- $ZCB(t, T_k)$ <sup>24</sup> est le prix à la date  $t$  d'une obligation zéro-coupon qui paye 1 au temps  $T_k$ .

Les taux et les volatilités suivent les processus suivants :

$$\frac{dF_k(t)}{(F_k(t) + \alpha)^\beta} = g(t, T_k) \times V_k(t) \times \sum_{i=\eta(t)}^k \frac{\rho_{ki} \times \tau \times (F_i(t) + \alpha)^\beta \times g(t, T_i) \times V_i(t)}{1 + \tau \times F_i(t)} \times dt + g(t, T_k) \times v_k(t) \times dZ_k(t) \quad (29)$$

$$\frac{dV_k(t)}{V_k(t)} = R \times h(t, T_k) \times \sum_{i=\eta(t)}^k \frac{\rho_{ki} \times \tau \times (F_i(t) + \alpha)^\beta \times g(t, T_i) \times V_i(t)}{1 + \tau \times F_i(t)} \times dt + h(t, T_k) \times v_k(t) \times dW_k(t) \quad (30)$$

Avec

- $\beta$  est le paramètre d'élasticité de variance constante (CEV),
- $\alpha$  est le paramètre de dérivé<sup>25</sup>,
- $Z_k$  et  $w_k$  sont les corrélations standards des mouvements Browniens sous la mesure « spot »,

---

22. *Shifted Stochastic Alpha Beta Rho LIBOR Market Model*

23. CEV : *constant elasticity of variance* en anglais

24. ZCB : *Zero Coupon Bond* en anglais

25. *Shift parameter* en anglais

- $\rho_{ki}$  est la corrélations entre  $Z_k(t)$  et  $Z_i(t)$  ( $W_k(t)$  et  $W_i(t)$  ont pour corrélation  $r_{ki}$ ),
- $R$  est la corrélations entre  $Z_k(t)$  et  $W_k(t)$ , pour tout  $k$ ,
- $g$  est une fonction déterministe décrivant la partie déterministe de la volatilité,
- $h$  est une fonction déterministe décrivant la fluctuation de la volatilité,
- $\eta(t)$  est l'indice du taux d'intérêt à terme (*forward rate*) le plus proche qui se trouve encore dans le futur à ce moment-là ,
- $F_k(0)$  est la courbe initiale des taux *forward* du marché (interpolée/extrapolée le cas échéant). Les volatilités initiales sont obtenues lors du processus de calibration,
- $T_k - t$  est le terme/la maturité de  $F_k(t)$ ,
- $\tau = T_{k+1} - T_k$  est appelé le *tenor* du taux *forward*  $F_k$ . Les dates  $T_k$  sont appelé *tenor dates*.

Le taux *forward* « tenor »  $\tau$  est égal au pas de temps de projection défini par l'utilisateur. Celui-ci peut être annuel ( $\tau = 1$ ), semi-annuel ( $\tau = 2$ ), trimestriel ( $\tau = 4$ ) ou mensuel ( $\tau = 12$ ). Les *tenor dates* sont donc :

$$T_k = \frac{k}{\tau}, \text{ avec } k = 0, 1, 2, \dots, N$$

Les paramètres  $\beta$  et  $\alpha$  indiquent comment les variations des taux d'intérêt dépendent du niveau de celui-ci. En effet, le taux *forward*  $F$  est proportionnel à  $(F + \alpha)^\beta$ . Nous pouvons donc voir différentes possibilités :

- Si  $\alpha = 0$ 
  - et  $\beta = 0$  : les variations de taux sont indépendants du taux lui-même. Dans le cas particulier où la volatilité est déterministe (c'est-à-dire  $h = 0$ ), cela conduit donc à un modèle normal.
  - et  $\beta = 1$  : les variations de taux sont alors proportionnels au niveau des taux. Dans le cas particulier où la volatilité est déterministe (c'est-à-dire  $h = 0$ ), cela conduit donc à un modèle lognormal.
- Si  $\beta = 1$ , les variations de taux sont proportionnels aux taux modifiés. Dans le cas particulier où la volatilité est déterministe (c'est-à-dire  $h = 0$ ), on peut montrer (voir Rebonato(2002)) que le modèle est une combinaison linéaire entre un modèle normal et un modèle lognormal, où les cas limites correspondent à  $\alpha = 0$  (modèle lognormal) et  $\alpha = +\infty$ (modèle normal).

De plus, lorsque  $\beta > 0$ ,  $-\alpha$  est la borne inférieure pour les taux *forward*. A contrario, lorsque  $\beta = 0$ , théoriquement, il n'y a pas de borne inférieure pour les taux d'intérêt simulés, bien qu'en pratique la probabilité de voir les taux simulés être légèrement inférieurs à zéro soit très faible. Le modèle propose donc deux des manières distinctes de modéliser les taux d'intérêt négatifs :

- $\beta = 0$  sans  $\alpha$
- $\beta > 0$  avec  $\alpha > 0$

Pour garantir la risque neutralisation, les dérivés des taux *forward* et les volatilités sont choisies de telle sorte que le prix des obligations, actualisé par l'actif numéraire soit Martingale. Le numéraire fonctionne comme suit :

- à la date  $t = 0$  : avoir une unité de liquidités (*cash*) et acheter une obligation zéro coupon qui arrive à échéance à la date  $T_1$ ,

- à la date  $T_1$  : réinvestir les fonds dans une obligation zéro coupon qui arrive à échéance à la date  $T_2$ ,
  - Procéder ainsi pour toutes les maturités  $T_k$  en réinvestissant tous les fonds dans une obligation zéro coupon qui arrive à échéance à la date  $T_{k+1}$ , nous obtenons une stratégie de négociation qui rapporte des intérêts simples au taux  $F_k(T_k)$  sur chaque intervalle de temps  $[T_k, T_{k+1}]$ .
- Ainsi, le compte au comptant (*cash account*) (simplement composé)  $C$  à la date  $T_k$  est égal au produit :

$$C(t_k) = \prod_{i=0}^{k-1} (1 + \tau \times F_i(T_i)) \quad (31)$$

La mesure de probabilité correspondant à ce numéraire est appelée mesure « spot » (ponctuelle). Nous renvoyons à la section 6 de Jamshidian (1997) pour plus de détails.

Les fonction  $g$  et  $h$  sont définies ainsi :

$$\begin{aligned} g(t, T_k) &= (S + T \times (T_k - t)) \times \exp(-U \times (T_k - t)) + V \\ h(t, T_k) &= (A + B \times (T_k - t)) \times \exp(-C \times (T_k - t)) + D \end{aligned} \quad (32)$$

Avec  $T, U, V, B, C, D \geq 0$ ,  $S + V \geq 0$  et  $A + D \geq 0$ .

Nous pouvons noter que les deux fonctions sont homogènes dans le temps car elles ne dépendent que du temps jusqu'à l'expiration de  $T_k - t$  et non directement du temps  $t$ . Comme l'explique Rebonato, McKay et White (2009), ces formes fonctionnelles sont suffisamment parcimonieuses et flexibles pour permettre une décroissance monotone ainsi que des volatilités bossues. En outre, elles admettent des expressions de forme fermée pour les intégrales (utilisées à la fois pour l'étalonnage et la simulation) et les paramètres ont une interprétation intuitive :  $S + V$  donne le comportement à l'approche de l'expiration du taux *forward*;  $V$  donne le comportement pendant de très longues périodes jusqu'à l'expiration;  $U$  donne la vitesse de convergence vers le comportement à long terme jusqu'à l'expiration et la bosse, s'il y en a une, survient au moment de l'expiration  $T_k - t = \frac{1}{U} - \frac{S}{T}$ .

Nous utilisons la forme fonctionnelle suivante pour la matrice de corrélation  $\rho$  des mouvements browniens :

$$\rho_{ki} = \exp(-|T_k - T_i| \times \lambda_1) \quad (33)$$

La corrélation entre les taux se dégrade donc avec leur « distance »  $T_k - T_i$ . La corrélation entre les chocs aléatoires de tout taux  $F_k$  et sa volatilité  $V_k$  est supposée être la même :  $R$  qui est constant. Toutes les corrélations sont constantes dans le temps. Cette forme fonctionnelle garantit que la matrice de corrélation  $\rho$  est symétrique et semi-définie positive. Les corrélations entre un taux et une volatilité autre que la sienne et entre les volatilités sont obtenues en complétant la matrice de corrélation comme décrit dans Kahl et Günther (2005). Leur méthode laisse les corrélations critiques inchangées, garantit que la matrice de corrélation combinée est semi-définie positive et est intuitive (car les corrélations manquantes ne sont que les produits des corrélations connues). Le

paramètre  $\lambda_1$  est calibré au stade de la calibration. Ensuite, nous effectuons une réduction à cinq facteurs, ce qui modifie légèrement la matrice de corrélation  $\rho$ . La réduction des facteurs est effectuée en fixant à 0 toutes les valeurs propres de la matrice de corrélation, sauf les cinq plus grandes.

### 9.1.2 Calibration

En ce qui concerne les taux d'intérêt, *STAR RN* neutralise le risque via la méthode développée par Rebonato, White et McKay (2009) pour trouver les valeurs des paramètres  $A, B, C, D, U, V, \lambda_1$  et  $R$  qui donneront des résultats cohérents avec l'économie actuelle.



## 9.2 Module Action [5]

### 9.2.1 Introduction

Pour chaque économie, les indices de rendement total des actions et les rendements de ces indices sont modélisés en utilisant un modèle de volatilité stochastique Heston (1993) tel que décrit dans Gatheral (2006). Ce modèle est une extension du modèle de Black et Scholes (1973).

### 9.2.2 Modèle de Black et Scholes (1973) [6, 7]

Dans ce modèle, le prix de l'action  $\{S_t\}_{t \geq 0}$  suit une loi log-normale et est décrit par l'équation différentielle stochastique (EDS) suivante sous la probabilité risque-neutre :

$$dS_t = S_t(\mu_t dt + \sigma_t dW_t) \quad (34)$$

Avec :

- $S_t$  : le prix de l'action à la date  $t$  ( $S_0 > 0$  est donné),
- $\mu_t$  : le paramètre réel du taux court instantané,
- $\sigma_t \geq 0$  : le paramètre réel de la volatilité du prix des actions,
- $\{W_t\}_{t \geq 0}$  : un mouvement Brownien sous la probabilité risque neutre.

### 9.2.3 Modèle de Heston(1993)

Par rapport à son prédécesseur à d'autres modèles similaires, le modèle de Heston (1993) est plus simple et il possède un processus de volatilité distinct qui présente une corrélation non nulle avec le processus de rendement des actions.

Le risque action modélisé par le GSE *STAR RN* reproduit le modèle de Heston (1993) qui est gouverné par ces deux équations différentielles stochastiques (EDS) :

$$\begin{aligned} dS(t) &= \mu(t)S(t)dt + \sqrt{\nu(t)}S(t)dZ_1(t) \\ d\nu(t) &= -\lambda(\nu(t) - \tilde{\nu})dt + \eta\sqrt{\nu(t)}dZ_2t \end{aligned} \quad (35)$$

Où :

- $S(t)$  est la valeur de l'indice à la date  $t$ ,
- $\mu(t)$  est la dérivée avec laquelle la valeur de l'indice augmente. Dans le cadre de la mesure neutre du risque, il s'agit du taux local à court terme pour la période appropriée,
- $\nu(t)$  est la variance instantanée de la valeur de l'indice, avec  $t \in [0, \infty[$
- $\tilde{\nu}$  est
- $\mu(t)$  est le niveau de variance à long terme, ou la variance moyenne des prix à long terme,
- $\lambda$  est la vitesse de retour de la moyenne,
- $\eta$  est la volatilité du processus de variance. En pratique, il est soumis à une contrainte pour assurer l'écart est positif,
- $Z_1$  et  $Z_2$  sont des mouvements Browniens standard avec la corrélation  $\rho$ , ou par équivalence, avec la covariance  $\rho dt$ .

### 9.3 Risque Neutralisation de la matrice de transition dans le GSE

Le problème de risque neutralisation de la matrice de transition peut se résumer ainsi :

$$Q^* = \arg \min_{\mathbf{Q}} \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{D-1} w_{nk} (s_k(T_{nk}) - \hat{s}_k(T_{nk}, Q))^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq D}}^D v_{ij} (q_{ij} - q_{ij}^{\text{hist}})^2 \right\} \quad (36)$$

De telle sorte que :

$$Q = (q_{ij}) \geq 0; \sum_{j=1}^D q_{ij} = 1 \text{ for all } i = 1, \dots, D$$

Avec :

$$\hat{s}_k(T_{nk}, Q) = -\frac{1}{T_{nk}} \ln \left( 1 + (\delta - 1) \times \left( \sum_{j=1}^{D-1} \sigma_{ij}(Q) \sigma_{ij}^{-1}(Q) (\exp(d_j(Q) \times T_{nk}) - 1) \right) \right)$$

Et :

- $D$  est le nombre de catégories de notations, inclus la notation de défaut (8 dans notre cas),
- $\sigma_{ij}(Q), \sigma_{ij}^{-1}(Q)$  et  $d_j(Q)$  représentent, respectivement : la matrice des vecteurs propres, l'inverse de la matrice des vecteurs propres et les valeurs propres de la matrice génératrice des transitions annuelles (à partir d'un processus itératif),
- $N$  est le nombre de maturités différentes
- $k$  est la notation la plus sécurisante
- $T_{nk}$  est la  $n^{\text{ième}}$  maturité pour une notation avec peu de risque générique  $k$ ,
- $s_k(T_{nk})$  et  $\hat{s}_k(T_{nk}, Q)$  sont, respectivement : les valeurs observées et les valeurs estimées du taux *spread* pour la maturité  $T_{nk}$  et la notation  $k$ ,
- $q_{ij} - q_{ij}^{\text{hist}}$  est l'élément de la  $i^{\text{ième}}$  ligne et de la  $j^{\text{ième}}$  colonne de la matrice de transition historique
- $\delta$  est le taux de recouvrement (le même pour toutes les notations et pour toutes les maturités)
- $w_{nk}$  est un poids défini par l'utilisateur pour la  $n$ -ième échéance et la  $k$ -ième classe de notation, définissant l'importance relative de chaque écart de marché devant être reproduit par le modèle,
- $v_{ij}$  est un poids générique défini par l'utilisateur qui permet à ce dernier de spécifier la proximité de chaque élément de la matrice de transition à risque neutraliser par rapport à la matrice historique.

Dans le problème d'optimisation, nous ajustons (en neutralisant le risque) la matrice de transition historique pour refléter les écarts de crédit du marché à une date d'évaluation donnée. Le problème peut être considéré comme l'optimisation

conjointe des deux composantes.

La première composante est représentée par :

$$Q^* = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{D-1} w_{nk} (s_k(T_{nk}) - \hat{s}_k(T_{nk}, Q))^2 \quad (37)$$

Elle garantit que la matrice de transition, rendue neutre du point de vue du risque, reflétera les écarts de crédit du marché.

La deuxième composante est une contrainte qui garantit que la matrice de transition résultante (neutralisée du point de vue du risque) est similaire à la matrice d'entrée originale.

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq D}}^D v_{ij} (q_{ij} - q_{ij}^{\text{hist}})^2 \quad (38)$$

Les valeurs des paramètres du processus Ornstein-Uhlenbeck sont fixées sur la base d'analyses statistiques de l'historique des matrices de transition et/ou en fonction de la corrélation et de la volatilité historique des écarts de crédit et/ou en fonction d'une volatilité cible pour les rendements des obligations d'entreprises.

## 10 Inputs

### 10.1 Fichiers d'hypothèses

. La stratégie de réallocation, tout produit confondu, est la suivante pour les fonds numérotés de 1 à 6 avant la nouvelle modélisation du risque de crédit :

Allocation cible n°	1	2	3	4	5	6
<b>Produit</b>						
<b>Action</b>	4,04%	8,00%	12,82%	6,96%	3,40%	3,50%
<b>Immobilier</b>	0,78%	6,49%	17,65%	54,42%	6,67%	5,19%
<b>Obligation à taux fixe</b>	15,39%	30,98%	9,56%	0,02%	20,84%	24,78%
<b>Obligation à taux variable</b>	0,57%	1,06%	0,00%	0,00%	0,57%	0,85%
<b>Obligation indexée à l'inflation</b>	0,17%	2,10%	0,00%	0,00%	1,13%	1,68%
<b>Cash</b>	5,00%	2,00%	1,00%	1,97%	2,00%	1,60%
<b>Obligation d'entreprise</b>	74,06%	49,37%	58,97%	36,63%	65,39%	62,39%

TABLE 34 – Stratégie de réallocation par fonds avant la nouvelle modélisation du risque de crédit

La stratégie de réallocation, tout produit confondu, est devenue la suivante pour les fonds numérotés de 1 à 6 après la nouvelle modélisation du risque de crédit :

<b>Produit</b>	<b>Allocation cible n°</b>					
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Action</b>	4,04%	8,00%	12,82%	6,96%	3,40%	3,50%
<b>Immobilier</b>	0,78%	6,49%	17,65%	54,42%	6,67%	5,19%
<b>Obligation à taux fixe</b>	15,39%	30,98%	9,56%	0,02%	20,84%	24,78%
<b>Obligation à taux variable</b>	0,57%	1,06%	0,00%	0,00%	0,57%	0,85%
<b>Obligation indexée à l'inflation</b>	0,17%	2,10%	0,00%	0,00%	1,13%	1,68%
<b>Cash</b>	5,00%	2,00%	1,00%	1,97%	2,00%	1,60%
<b>Obligation d'entreprise</b>	74,06%	49,37%	58,97%	36,63%	65,39%	62,39%

TABLE 35 – Stratégie de réallocation par fonds après la nouvelle modélisation du risque de crédit