

**Mémoire présenté devant l'Université de Paris-Dauphine
pour l'obtention du Certificat d'Actuaire de Paris-Dauphine
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

le 9 Février 2021

Par : Thomas PINTO

Titre : Modélisation de la courbe des taux dans un environnement IFRS 17 et Solvabilité II

Confidentialité : Non Oui (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires :*

Entreprise :
Nom : KPMG
Signature :

Directeur de Mémoire en entreprise :
Nom : ABDELKHALEK Mohamed Anis
Signature :

*Membres présents du Jury du Certificat
d'Actuaire de Paris-Dauphine :*

Encadrant supplémentaire en entreprise :
Nom : AGNE Marietou
Signature :

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)***

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat



Résumé

Ce mémoire s'intéresse à la modélisation de la courbe des taux dans l'environnement IFRS 17 et Solvabilité II. La modélisation de la courbe des taux connaît depuis plusieurs mois un regain d'intérêt lié à l'environnement des taux bas durables qui s'est installé en Europe. Les assureurs cherchent, à travers la modélisation, à limiter l'impact négatif des taux bas sur leur activité très normée.

Le secteur de l'assurance européen a, depuis plusieurs années, été confronté à un nouvel environnement réglementaire. La norme prudentielle Solvabilité II est une réforme européenne dont l'objectif est de mieux adapter les fonds propres exigés aux compagnies d'assurances et de réassurances aux risques liés à leur activité. La norme comptable IFRS 17 a pour but de créer, à l'échelle mondiale, un référentiel commun entre les acteurs du secteur assurantiel afin de les rendre comparables. Ces deux normes se basent sur des projections de flux de trésorerie actualisés. Comme pour les flux de trésorerie, le choix de la courbe des taux est encadré par les normes afin de limiter le biais sur des résultats utilisés dans la prise de décision des assureurs et des régulateurs.

Dans le secteur assurantiel, l'autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (EIOPA) fournit mensuellement des courbes des taux d'actualisation. Ces courbes sont destinées au calcul des provisions techniques et permettent d'harmoniser les taux utilisés entre les assureurs. Ces courbes respectent les principes de base de chacune des normes IFRS 17 et Solvabilité II et sont fournies pour chacun des pays de l'Union Européenne.

Les assureurs ont aussi la possibilité de produire leur propre courbe des taux d'actualisation. La construction de cette courbe permet aux assureurs de mieux représenter leurs engagements et de s'adapter aux contraintes économiques.

La norme IFRS 17 définit deux approches pour la construction de la courbe des taux d'actualisation : "Bottom-up" et "Top-down".

Les méthodes de l'approche "Bottom-up" se basent sur l'estimation de la prime de liquidité. L'ajout de cette prime à la courbe des taux sans risque donne la courbe des taux d'actualisation. Les méthodes de l'approche "Top-Down" se basent sur une estimation de la prime de risque. La diminution de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire par cette prime donne la courbe des taux d'actualisation.

A travers ce mémoire, la courbe des taux d'actualisation sera tout d'abord modélisée selon différentes méthodes sur la base du portefeuille obligataire d'un assureur Français. Une comparaison des différentes méthodes de modélisation sera ensuite réalisée. La cohérence des méthodes de production avec les données utilisées sera étudiée et débattue. Enfin, une étude sera réalisée sur le passif du bilan de l'assureur pour comprendre l'impact du choix d'une courbe plutôt qu'une autre sur des éléments tels que les engagements de l'assureur.

Mots-clés : IFRS 17, Bottom-Up, Top-Down, Courbes des taux d'actualisation, Taux sans risque, Prime de risque, Prime de liquidité.

Abstract

This thesis focuses on the yield curve modelling in the IFRS 17 and Solvency II regulatory context. For many months, yield curve modelling has been experiencing a renewed interest linked to the durable low rate environment which has become established in Europe. Through yield curve modelling, insurers seek to limit the durable negative impact of low interest rates on their very standardized activity.

For many years, the European insurance sector has been confronted with a new regulatory environment. The Solvency II prudential standard is a European reform whose objective is to better adapt the own funds required of insurance and reinsurance companies to the risks linked to their activity. The IFRS 17 accounting standard aims to create a common worldwide repository between the insurance sector actors in order to make them comparable. Those two standards are based on actualised cash flow projections. As for the cash flows, the yield curve choice is bounded by these standards in order to limit the bias in results used by the insurers and the regulator for decision making.

In the insurance sector, the European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA) provide discount rate curves on a monthly basis. These curves are intended to compute technical provisions and harmonize the rates used between insurers. These curves also respect the principals of each of the IFRS17 and Solvency II standards and are provided for each European country.

Insurers also have the possibility to produce their own discount rate curve. The construction of this curve allows insurers to better represent their liabilities and to adapt to economic constraints.

The IFRS 17 standard defines two approaches for the construction of the discount rate curve: "Bottom-Up" and "Top-Down".

"Bottom-Up" approach methods are based on an estimation of the liquidity premium. Adding this premium to the risk-free rate curve produces the discount rate curve. "Top-Down" approach methods are based on an estimation of the risk premium. The decrease in the bond portfolio yield curve by this premium produces the discount rate curve.

Throughout this thesis, the discount rate curve will first be modelled according to different methods of approach based on a French insurer's bond portfolio. A comparison of the different modelling methods will then be carried out. The consistency of the production methods with the data used will be studied and debated. Finally, a study on the insurer's balance sheet liability will be carried out to understand the impact of choosing one curve over another on elements like insurer commitments.

Keywords: IFRS 17, Bottom-Up, Top-Down, Discount rate curves, Risk-free rate, Risk premium, Liquidity premium.

Note de Synthèse

La courbe des taux d'actualisation est utilisée par les assureurs afin d'actualiser leurs différents flux de passifs. Avant la directive Solvabilité II, sous Solvabilité I, les engagements des assureurs étaient actualisés à partir du taux technique des contrats d'assurance.

La directive Solvabilité II a permis aux assureurs d'utiliser la courbe des taux sans risque afin d'actualiser leurs différents flux de passifs. Elle a également permis d'y intégrer une prime de liquidité qui permet aux assureurs d'investir sur des placements moins liquides et donc plus rentables. La norme IFRS 17 reprend cette notion de prime de liquidité pour représenter le manque de liquidité des contrats d'assurance. Ces normes autorisent les assureurs à modéliser leur propre courbe des taux d'actualisation. Deux approches de modélisation sont préconisées par la norme IFRS 17, l'approche Bottom-Up et l'approche Top-Down.

Celles-ci sont constituées d'un certain nombre de méthodes se basant sur des hypothèses et des données qui leur sont propres. Ce mémoire analyse et compare les deux approches, en modélisant des courbes des taux d'actualisation, à partir des méthodes qui les composent. Les données de l'étude proviennent du portefeuille obligataire d'un assureur français.

Ce portefeuille, figé au 31/03/2020, est composé d'un peu plus de cinq mille obligations ayant une valeur nominale et de marché d'environ trente milliards d'euros. Soixante pour cent des obligations sont issues d'entreprises, quatre-vingt pour cent d'entre elles sont des obligations à taux fixe et plus de quatre-vingt-dix pour cent ont un rating allant de AA à BBB.

L'approche Bottom-Up correspond à un ensemble de méthodes qui estiment une prime de liquidité à ajouter à la courbe des taux sans risque. Cette prime correspond à la rémunération que devrait attendre un assuré pour s'être privé du droit qu'il possède sur l'argent qu'il a investi sur un contrat d'assurance. Dans ce mémoire, la courbe des taux sans risque utilisée est celle calculée par l'EIOPA à date du 31/03/2020.

L'étude des méthodes nous a montré qu'elles pouvaient être distinguées en deux grandes catégories qui sont *les méthodes de décomposition du spread* et *une méthode d'analyse des données de marché*.

Les méthodes de décomposition du spread sont, dans ce mémoire, au nombre de cinq. Chacune de ces méthodes repose sur des hypothèses qui lui sont propres dans le but de décomposer un spread en plusieurs parties. Cette décomposition conduit à l'obtention d'une prime de liquidité.

La première méthode étudiée est la méthode Proxy. Celle-ci calcule une prime de liquidité pour chaque obligation du portefeuille obligataire par la formule :

$$\text{Prime d'illiquidité} = \max(x\% \times (\text{Spread} - y \text{ bps}), 0).$$

La moyenne pondérée, par la valeur de marché des obligations, des primes de liquidité correspond à

la prime de liquidité du portefeuille obligataire.

Une variante de la "méthode Proxy" consiste à appliquer la formule précédente au spread moyen pondéré du portefeuille obligataire. Cette méthode est appelée la méthode Proxy Variante

La troisième méthode étudiée est la méthode d'Ajustement pour volatilité (VA). Celle-ci traite les obligations du portefeuille obligataire par groupes. Ces groupes sont définis en fonction du type des obligations, gouvernementales ou d'entreprises, ainsi que du rating.

Pour chaque groupe, un spread moyen, un taux sans risque moyen et un ajustement, lié au risque des obligations du groupe, sont calculés. Le taux sans risque moyen est obtenu à partir de la courbe des taux sans risque pour une maturité égale à la durée moyenne des obligations du groupe. L'ajustement est propre à chaque groupe car son calcul dépend du type et du rating du groupe.

Un spread et un ajustement moyen sont calculés pour les obligations gouvernementales par une méthode de projection de zéros-coupon. Il en est de même pour les obligations d'entreprises.

Le spread moyen du portefeuille est calculé comme la moyenne pondérée du spread des obligations gouvernementales et d'entreprises. Il en est de même pour l'ajustement moyen du portefeuille. La pondération dépend des poids ω_{gov} et ω_{corp} des obligations d'Etats et d'entreprises ayant été utilisées. Le portefeuille n'étant pas composé à cent pour cent d'obligations à taux fixe, $\omega_{gov} + \omega_{corp} \neq 1$.

Une variante de la "méthode d'ajustement pour volatilité", appelée la méthode Bottom-up hybride, consiste à supposer que le portefeuille obligataire ne contient que des obligations à taux fixe. Ainsi, $\omega_{gov} + \omega_{corp} = 1$.

Pour ces deux méthodes, la prime de liquidité est calculée comme suit :

$$Prime\ de\ liquidité = 65\% \times (Spread_{portefeuille} - Ajustement_{portefeuille}).$$

La dernière méthode étudiée est la méthode de décomposition des flux obligataires. Celle-ci calcule la prime de liquidité du portefeuille comme un spread.

Le calcul d'un spread dépend de flux obligataires. Ces flux sont composés d'une part associée au taux sans risque, d'une part associée à la prime de liquidité et d'une part associée à la prime de risque.

L'idée de la méthode est de calculer le spread du portefeuille obligataire sur des flux obligataires dont la part de risque a été déduite. Ce spread est égal à la prime de liquidité du portefeuille.

Les avantages des *méthodes de décomposition du spread* sont liés au calcul de la prime de liquidité qui est relativement simple et aux données qui sont accessibles car ce sont celles du portefeuille obligataire de l'assureur. L'inconvénient des *méthodes de décomposition du spread* concerne la prime de liquidité qui est constante pour toutes les maturités.

La méthode d'analyse des données de marché estime un tableau présentant l'évolution de la prime de liquidité en fonction du type, du rating et de la maturité des obligations présentes sur les marchés financiers.

Cette méthode, appelée la méthode des comparaisons, compare les taux de coupon de deux obligations ayant les mêmes caractéristiques (type, rating et maturité), l'une provenant d'un marché liquide

et l'autre provenant d'un marché peu liquide. La différence entre ces taux conduit à l'obtention d'une prime de liquidité.

En estimant une prime de liquidité pour chaque type, rating et maturité, il est possible de construire un tableau. Ce tableau présente l'évolution de la prime de liquidité de manière dynamique.

L'avantage de la *méthode d'analyse des données de marché* est que la prime de liquidité est calculée dynamiquement. Son évolution peut être observée à travers plusieurs paramètres. Les inconvénients de cette méthode sont les données de marché qui ne sont pas toujours accessibles et le tableau de prime de liquidité qui ne permet pas de construire directement une courbe des taux d'actualisation. Ce tableau doit être retraité afin d'obtenir cette courbe.

Le tableau ci-dessous présente les résultats des *méthodes de décomposition du spread*. Les résultats de la *méthode d'analyse des données de marché* n'y figurent pas car cette méthode n'a pu être implémentée en raison de la non disponibilité des données de marché.

Méthodes	Prime de liquidité
Ajustement pour Volatilité	0,94%
Bottom-up hybride	1,17%
Proxy variante (QIS5)	1,20%
Proxy (QIS5)	1,22%
Décomposition des flux obligataires	1,72%

Pour conclure, les méthodes Bottom-Up fournissent une grande diversité de résultats. La méthode d'Ajustement pour Volatilité, appliquée au portefeuille obligataire de l'étude, fournit la prime de liquidité la plus faible avec 0,94%. Ce résultat est plus de deux fois supérieur à la prime de liquidité de 0,46%, calculée par l'EIOPA, avec la même méthode sur un portefeuille de référence.

L'approche Top-Down correspond à un ensemble de méthodes qui modélisent une courbe des taux d'actualisation en estimant une prime de risque à soustraire de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire de l'assureur. Cette prime correspond aux risques pris par l'assureur sur les marchés financiers. Indépendante de l'assuré, elle ne figure pas dans la courbe des taux d'actualisation.

Cette approche se base sur trois grandes étapes qui sont la modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire, l'utilisation de méthodes d'estimation de prime de risque et la modélisation de la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire.

Etape 1 - Modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

La modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire développée dans ce mémoire se base sur quatre étapes.

1) Modélisation de la courbe des taux de rendement d'une obligation

Dans ce mémoire, le spread d'une obligation est calculé comme le z-spread. La courbe des taux sans risque majorée du z-spread est vue comme la courbe des taux de rendement de l'obligation.

La courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire est obtenue en moyennant point par point les courbes des taux de rendement des obligations.

2) Construction de la courbe des taux de rendement du portefeuille (avant lissage)

Les courbes des taux de rendement des obligations sont moyennées pour chaque année. Cette moyenne est pondérée par le poids des flux obligataires émis sur une année par les obligations.

$$Poids\ obligation_{année\ T} = \frac{\sum Flux\ obligation_{année\ T}}{\sum Flux_{année\ T}}$$

La courbe des taux sans risque étant commune à toutes les obligations, cette étape consiste à moyennner les z-spreads des obligations.

3) Lissage de la courbe des taux spread

La courbe obtenue à l'étape précédente est la somme de la courbe des taux sans risque (lisse) et de la courbe des taux spread du portefeuille (avant lissage). Seule la courbe des taux spreads est lissée afin d'obtenir la courbe des taux de rendement lisse du portefeuille.

Les modèles de Vasicek, Nelson-Siegel, Svensson et Björk & Christensen sont utilisés pour lisser la courbe. Le modèle de Vasicek a été sélectionné car il fournit une courbe des taux spread positive ainsi que la MSE (Mean Square Error) la plus faible.

4) Construction de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire (lissée)

La courbe des taux de rendement du portefeuille s'obtient en ajoutant la courbe des taux spread du portefeuille (lisse) à la courbe des taux sans risque.

Etape 2 - Utilisation de méthodes d'estimation de prime de risque.

Deux méthodes *d'analyse des données de marché* sont utilisées dans ce mémoire afin d'estimer la prime de risque.

La première, la méthode des CDS (Credit Default Swap), se base sur l'hypothèse que la prime de risque d'une obligation est égale au taux swap de CDS de cette obligation.

Ainsi, il est possible pour chaque obligation d'obtenir une prime de risque. Il est également possible de rassembler les obligations par groupes, afin de construire un tableau présentant l'évolution de la prime de risques en fonction du type, du rating et de la maturité des obligations présentes sur les marchés financiers.

La seconde, la méthode d'estimation des pertes de crédits attendues et inattendues, traite les obligations par groupes définis en fonction de leur type, rating et maturité. Pour chaque groupe, l'idée est de construire une fonction de répartition des pertes potentielles d'un assureur possédant les obligations du groupe.

La moyenne de cette courbe correspond aux pertes de crédit attendues. Un certain percentile de la courbe peut être utilisé pour estimer les pertes de crédits inattendues. La somme des pertes de crédit attendues et inattendues est égale à la prime de risque.

Etape 3 - Modélisation de la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire.

Les méthodes d'estimation de primes de risque ne fournissent pas directement une courbe des taux d'actualisation. Les tableaux de primes de risque, estimés par ces méthodes, doivent être retraités pour obtenir la courbe des taux d'actualisation.

Pour cette raison, deux méthodes de retraitement des résultats de l'étape 2, ont été développées et étudiées afin d'obtenir une courbe des taux d'actualisation.

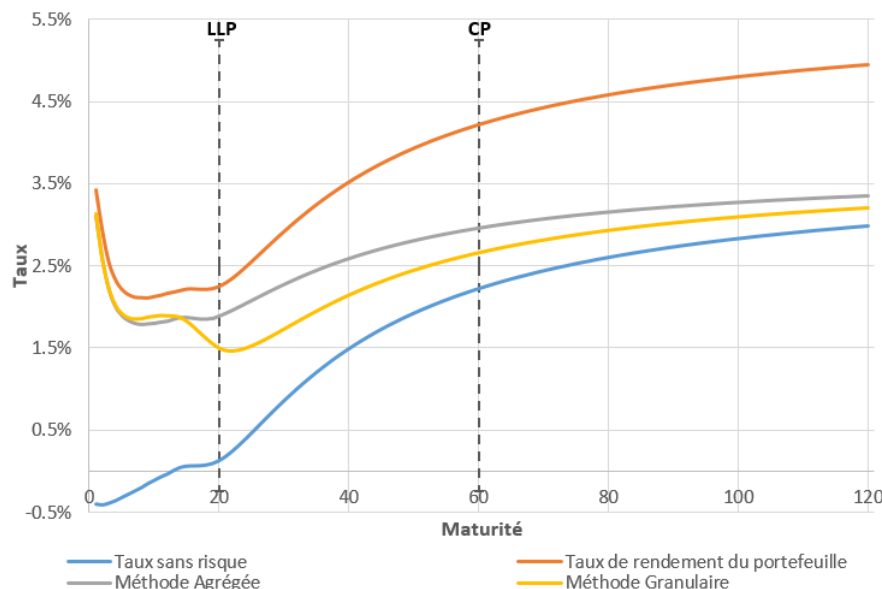
La méthode Agrégée, s'appuie sur la définition directe de l'approche Top-Down. L'idée est d'estimer une prime de risque moyenne du portefeuille obligataire à partir des tableaux de primes de risque. La courbe des taux de rendement du portefeuille doit ensuite être diminuée de cette prime pour créer la courbe des taux d'actualisation.

Se basant sur une moyenne, la "méthode agrégée" est simple à mettre en place. Cependant, le calcul de la prime de risque moyenne fait perdre toute la précision gagnée par les tableaux de primes de risque.

La méthode Granulaire, s'appuie également sur la définition directe de l'approche Top-Down. Contrairement à la méthode agrégée, cette définition est appliquée pour chaque obligation du portefeuille. Le spread de chacune des obligations du portefeuille est ainsi diminué de la prime de risque associée à sa catégorie.

La courbe des taux d'actualisation est obtenue en modélisant la courbe des taux de rendement de ce nouveau portefeuille dont les spread sont sans risque. La méthode présentée à l'étape 1 de l'approche Top-Down peut être utilisée.

Le graphique ci-dessous présente les résultats des méthodes "agrégée" et "granulaire" à partir des tableaux de primes de risque de la méthode "d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues". Les résultats associés à la méthode "CDS" n'y sont pas représentés car la méthode n'a pu être implémentée en raison de la non disponibilité des données.



Les courbes ont été extrapolées par la méthode de Smith-Wilson au-delà du dernier point de liquidité des marchés obligataires européens (LLP). Cette méthode, utilisée pour extrapoler toutes les courbes

Bottom-Up et Top-Down de ce mémoire, permet de piloter l'extrapolation en faisant converger les courbes vers un taux forward long terme calculé par l'EIOPA (l'UFR).

Pour conclure, l'approche Top-Down, composée de trois grandes étapes, est plus complexe à mettre en place que l'approche Bottom-Up. Elle permet néanmoins d'obtenir plusieurs courbes des taux d'actualisation dont la prime de liquidité varie en fonction des maturités. La méthode "granulaire" permet de produire des courbes dont la prime de risque varie en fonction des maturités ce qui n'est pas le cas de la méthode "agrégée".

Etude d'impact

A partir de chacune des courbes, le BEL et la CSM de l'assureur de l'étude ont été recalculés. Les variations de BEL et de CSM permettent de comprendre l'impact du choix d'une courbe sur les passifs d'un assureur.

L'assureur n'ayant pas fourni son portefeuille de passif, un portefeuille représentatif de mille groupes de contrats a été développé. Il est composé d'hommes et de femmes en proportion équivalente dont l'âge moyen est de cinquante trois ans. Seul trois pour cent des groupes possèdent un taux minimum garanti ne dépassant pas deux pour cent.

Le tableau suivant présente les résultats de l'étude d'impact. Le BEL et la CSM de référence sont calculés à partir de la courbe des taux sans risque.

	Prime de liquidité	BEL (G€)	CSM (G€)	Impact BEL	Impact CSM
Courbe des taux sans risque	/	31,1	0,1	/	/
EIOPA (VA)	0,46%	30,3	0,9	-2,6%	2,6%
Top-Down : Méthode Granulaire	/	30,0	1,1	-3,3%	3,3%
Portefeuille (VA)	0,94%	29,6	1,5	-4,6%	4,6%
Bottom-Up hybride	1,17%	29,5	1,7	-5,0%	5,0%
Proxy Variante (QIS5)	1,20%	29,3	1,9	-5,6%	5,6%
Proxy (QIS5)	1,22%	29,3	1,9	-5,7%	5,7%
Top-Down : Méthode Agrégée	/	29,2	1,9	-5,9%	5,9%
Décomposition des flux obligataires	1,72%	28,8	2,4	-7,3%	7,3%
Courbe des taux de rendement	/	28,5	2,6	-8,1%	8,1%

Pour conclure, un écart de plusieurs centaines de millions d'euros peut être observé sur les passifs selon le choix de la courbe. La méthode impactant le moins les passifs de l'assureur est la méthode "granulaire" de l'approche Top-Down. Les méthodes de l'approche Bottom-Up ne fournissent pas les impacts les plus faibles contrairement à ce qui était attendu.

Il est également constaté que les méthodes "Agrégée", "Proxy (QIS5)" et "Proxy Variante (QIS5)" ont un impact similaire sur les passifs bien que la forme et la hauteur de leur courbe varient. Cela signifie qu'il n'est pas possible de comparer deux courbes en les observant uniquement.

La stabilité, l'extrapolation et l'évaluation du niveau de prudence des courbes sont des sujets essentiels qui n'ont pas pu être étudiés en détail dans ce mémoire.

La stabilité d'une courbe est nécessaire pour analyser l'évolution des engagements d'un assureur. Le choix de sa méthode d'extrapolation influence la valeur de ses taux longs et impacte donc directement les engagements de l'assureur. L'évaluation de son niveau de prudence est un élément essentiel qui pourrait être déterminé à partir du sous module de calcul **risque de taux** proposé par la formule standard pour le calcul du SCR.

Synthesis note

The discount rate curve is used by insurers to discount their various liabilities flows. Before the Solvency II directive, under Solvency I, insurers' commitments were discounted from the technical rate of insurance contracts.

The Solvency II directive allowed insurers to use the risk-free yield curve in order to discount their different flow of liabilities. It also made it possible to integrate a liquidity premium which allows insurers to invest in less liquid and therefore more profitable investments. The IFRS 17 standard uses this notion of liquidity premium to represent the insurance contracts lack of liquidity. These standards also authorize insurers to model their own discount rate curve. Two modelling approaches are recommended by the IFRS 17 standard, the Bottom-Up and the Top-Down approach.

These are made up of a number of methods based on their own hypotheses and data. This thesis analyzes and compares these two approaches, by modeling discount rate curves, based on the methods that they consist of. The data used for the study are those of a French insurer's bond portfolio.

This portfolio, frozen on 03/31/2020, is made up of a little over five thousand bonds for a nominal and market value of around thirty billion euros. Sixty percent of the bonds are from companies, eighty percent of them are fixed rate bonds and more than ninety percent have a rating ranging from AA to BBB.

The Bottom-Up approach corresponds to a set of methods which estimate a liquidity premium to be added to the risk-free yield curve. This prime corresponds to the remuneration that an insured party should expect for depriving himself of the right he has to the money he has invested on an insurance contract. In this thesis, the risk-free yield curve used is that calculated by EIOPA on 03/31/2020.

The study of these methods has shown us that they can be distinguished into two main categories which are the *spread decomposition methods* and a *market data analysis method*.

There are, in this thesis, five *spread decomposition methods*. Each of these methods is based on its own hypotheses in order to break down a spread into several parts. This break down leads to a liquidity premium.

The first method studied is the Proxy method. This one calculates a liquidity premium for each bond in the bond portfolio by the formula:

$$Liquidity\ Premium = \max(x\% \times (Spread - y\ bps), 0).$$

The weighted average, by the market value of the bonds, of liquidity premiums corresponds to the liquidity premium of the bond portfolio.

A variant of the "proxy method" consists in applying the above formula to the weighted average spread

of the bond portfolio. This method is called the Proxy Variant method.

The third method studied is the Volatility Adjustment method. This one treats the bonds in the bond portfolio by groups. These groups are defined according to the bond type, sovereign or corporate, as well as the rating.

For each group, an average spread, an average risk-free rate and an adjustment, linked to the risk of group bonds, are calculated. The average risk-free rate is obtained from the risk-free yield curve for a maturity equal to the average duration of the group's bonds. The adjustment is specific to each group because its calculation depends on the type and rating of the group.

An average spread and adjustment are calculated for sovereign bonds by a zero-coupon projection method. It is the same for corporate bonds.

The average portfolio spread is calculated as the weighted average of the sovereign and corporate bond spread. It is the same for the bond portfolio average adjustment. The weighting depends on the ω_{sov} and ω_{corp} weights of sovereign and corporate bonds that have been used. As the portfolio is not one hundred percent made up of fixed rate bonds, $\omega_{gov} + \omega_{corp} \neq 1$.

A variation of "the Volatility Adjustment method" called the hybrid Bottom-up method is to assume that the bond portfolio contains only fixed rate bonds. So, $\omega_{gov} + \omega_{corp} \neq 1$.

For these two methods, the liquidity premium is computed as follows:

$$Liquidity\ premium = 65\% \times (Spread_{portfolio} - Adjustment_{portfolio}).$$

The last method studied is the bond flows decomposition method. This one calculates the portfolio's liquidity premium as a spread.

The calculation of a spread depends on bond flows. These flows are composed of one part linked to the risk-free rate, one part linked to the liquidity premium and one part linked to the risk premium.

The idea of the method is to calculate the bond portfolio spread using bond flows from which risk part has been deducted. This spread is equal to the portfolio's liquidity premium.

The advantages of the *spread decomposition methods* are linked to the liquidity premium calculation which is relatively simple and to the data which are accessible because it is from the insurer's bond portfolio. The disadvantage of these methods involve the liquidity premium which is constant for all maturities.

The market data analysis method estimates a table presenting the liquidity premium evolution according to the type, the rating and the maturity of bonds present on the financial markets.

This method, called the comparison method, compares the coupon rates of two bonds that share the same characteristics (type, rating and maturity), one from a liquid market and the other from an illiquid market. The difference between these rates leads to obtaining a liquidity premium.

By estimating a liquidity premium for each type, rating and maturity, it is possible to build a table. This table dynamically presents the liquidity premium evolution.

The advantage of the *market data analysis method* is that the liquidity premium is dynamically calculated. Its evolution can be observed through several settings. The disadvantages of this method include the market data which are not always accessible and the liquidity premium table which does not allow the direct construction of a discount rate curve. This table must be reprocessed in order to obtain this curve.

The table below presents the results of the spread decomposition methods. The results of the market data analysis method are not presented because this method could not be implemented due to unavailability of market data.

Methods	Liquidity premium
Volatility Adjustment	0,94%
Hybrid Bottom-up	1,17%
Proxy variant (QIS5)	1,20%
Proxy (QIS5)	1,22%
Bond flows decomposition	1,72%

To conclude, Bottom-Up methods provide a wide variety of results. The Volatility Adjustment method, applied to the bond portfolio of the study, provides the lowest liquidity premium with 0,94%. This result is more than twice the liquidity premium 0,46% calculated by EIOPA, using the same method on a benchmark portfolio.

The Top-Down approach corresponds to a set of methods which model a discount rate curve by estimating a risk premium to be subtracted from the yield curve of the insurer's bond portfolio. This premium corresponds to the risks taken by the insurer in the financial markets. Independent of the insured party, it is not included in the discount rate curve.

This approach is based on three main steps which are the modeling of the bond portfolio's yield curve, the use of risk premium estimation methods and the modeling of the bond portfolio's discount rate curve.

Step 1 - Modeling of the bond portfolio's yield curve.

The bond portfolio's yield curve modelling developed in this thesis is based on four steps.

1) Modelling of the bond's yield curve

In this thesis, the spread of a bond is calculated as the z-spread. The risk-free yield curve increased by the z-spread is considered as the bond's yield curve.

The bond portfolio's yield curve is obtained by averaging the bond's yield curves point by point.

2) Building of the portfolio's yield curve (before smoothing)

The bonds yield curves are averaged for each year. This average is weighted by the bond's flow issued in one year.

$$Bond\ weight_{year\ T} = \frac{\sum Bond\ flow_{s_{year\ T}}}{\sum Flows_{s_{year\ T}}}$$

Since the risk-free rate curve is common to all bonds, this step consists of averaging bond's z-spreads.

3) Smoothing of the spread yield curve

The curve obtained in the previous step is the sum of the risk-free yield curve (smooth) and of the portfolio's spread yield curve (before smoothing). Only the spread yield curve is smoothed to obtain the smooth portfolio's yield curve.

Vasicek, Nelson-Siegel, Svensson and Björk & Christensen models are used to smooth the curve. The Vasicek model was selected because it provides a positive spread yield curve as well as the lowest MSE (Mean Square Error).

4) Construction of the bond portfolio's yield curve (smoothed)

The portfolio's yield curve is obtained by adding the spread yield curve (smoothed) to the risk-free yield curve.

Step 2 - Use of risk premium estimation methods.

Two *market data analysis methods* are used in this thesis to estimate the risk premium.

The first one, the CDS method (Credit Default Swap), is based on the hypothesis that the risk premium of a bond is equal to the CDS swap rate of this bond.

Thus, it is possible for each bond to obtain a risk premium. It is also possible to group bonds in order to construct a table presenting the risk premium evolution according to the type, the rating and the maturity of bonds present on the financial markets.

The second, the estimation of expected and unexpected credit loss method treats bonds by groups defined according to their type, rating and maturity. For each group, the idea is to build a function for the potential loss allocation that an insurer owning bonds within the group may face.

The average of this curve corresponds to expected credit losses. A certain percentile of the curve can be used to estimate the unexpected credit losses. The risk premium is equal to the sum between expected and unexpected credit losses.

Step 3 - Modeling of the bond portfolio's discount rate curve.

The risk premium estimation methods do not directly provide a discount rate curve. The risk premium tables, estimated by these methods, must be reprocessed to obtain the discount rate curve.

For this reason, two reprocessing methods of the results of step 2 have been developed and studied in order to obtain a discount rate curve.

The Aggregated method is based on the direct definition of the Top-Down approach. The idea is to estimate an average risk premium of the bond portfolio based on the risk premium tables. The portfolio's yield curve must then be reduced by this premium to create the discount rate curve.

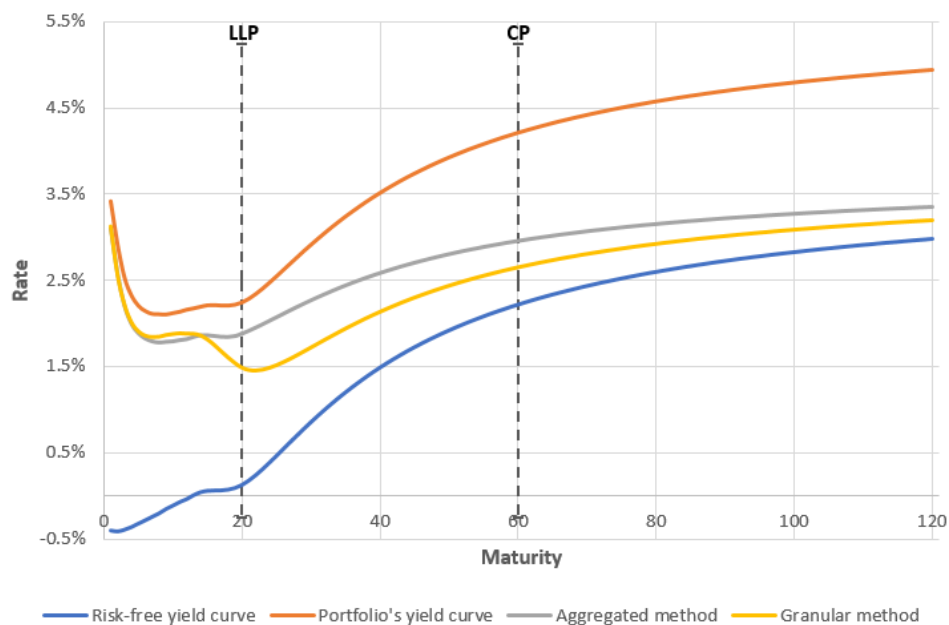
Based on an average, the "aggregated method" is easy to set up. However, the average risk premium

calculation loses all the precision gained by the risk premium tables.

The Granular method is also based on the Top-Down approach definition. As opposed to the “aggregated” method, this definition is applied for each bond in the portfolio. The spread of each portfolio bond is reduced by the risk premium associated to its category.

The discount rate curve is obtained by modelling the yield curve of this new non-risk portfolio. The method presented in step 1 of the Top-Down approach can be used.

The graph below presents the “aggregated” and “granular” method results based on the risk premium tables of the “estimation of expected and unexpected credit loss” method. The “CDS” method results are not represented, because this method could not have been implemented due to a lack of market data access.



The curves have been extrapolated by the Smith-Wilson method beyond the last liquid point (LLP) of the European bond market. This method, used to extrapolate all curves Bottom-Up and Top-Down in this thesis, makes it possible to control the extrapolation by converging curves toward a long-term forward rate calculated by EIOPA (UFR).

To conclude, the Top-Down approach, made up of three main steps, is more complex to set up than the Bottom-Up approach. It nevertheless makes it possible to obtain several discount rate curves whose liquidity premium varies according to maturity. The “granular” method allows the production of curves whose risk premium varies according to maturities which is not the case for the “aggregated” method.

Impact study

From each curve, the BEL and CSM of the insurer of the study have been recalculated. The BEL and CSM variation make it possible to understand the impact of a one curve choice on the insurer’s liabilities.

Because the insurer did not provide its portfolio of liabilities, a representative portfolio of a thousand contract groups has been developed. It is made up of men and women in equal proportions with an average age of fifty-three years old. Only three percent of groups own a minimum guaranteed rate which does not exceed two percent.

The table below presents the results of the study on impact. The reference BEL and CSM are calculated from the risk-free yield curve.

	Liquidity premium	BEL (G€)	CSM (G€)	BEL Impact	CSM Impact
Risk-free yield curve	/	31,1	0,1	/	/
EIOPA (VA)	0,46%	30,3	0,9	-2,6%	2,6%
Top-Down : Granular method	/	30,0	1,1	-3,3%	3,3%
Portfolio (VA)	0,94%	29,6	1,5	-4,6%	4,6%
Hybrid Bottom-Up	1,17%	29,5	1,7	-5,0%	5,0%
Proxy Variant (QIS5)	1,20%	29,3	1,9	-5,6%	5,6%
Proxy (QIS5)	1,22%	29,3	1,9	-5,7%	5,7%
Top-Down : Aggregated method	/	29,2	1,9	-5,9%	5,9%
Bond flows decomposition	1,72%	28,8	2,4	-7,3%	7,3%
Yield curve	/	28,5	2,6	-8,1%	8,1%

To conclude a difference of several hundred million euros can be observed on the liabilities depending on the choice of curve. The method having the least impact on the insurer's liabilities is the "granular" method from the Top-Down approach. Bottom-up methods do not provide the lowest impact unlike what was expected.

It is also noted that the "Aggregated", "Proxy (QIS5)" and "Proxy Variant (QIS5)" methods have a similar impact on the liability even though the shape and height of their curve vary. This means that it is not possible to compare two curves by observation alone.

Stability, extrapolation and evaluation of the conservatism level of the curves are essential subjects which could not have been studied in detail in the thesis.

The stability of a curve is necessary to analyse the evolution of an insurer's commitments. The choice of its extrapolation method influences the long rates value and therefore directly impacts the insurer's commitments. The evaluation of his conservatism level is an essential element which could be determined from the **rate risk** calculation sub-module proposed by the standard formula for the SCR calculation.

Remerciements

Je voudrais dans un premier temps remercier toute l'équipe de l'université Paris-Dauphine et les intervenants professionnels responsables de ma formation pour avoir assuré la partie théorique de celle-ci et pour m'avoir enseigné le métier d'actuaire.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Guibert Quentin, pour avoir été mon tuteur académique. Je le remercie pour le temps qu'il m'a accordé ainsi que ses conseils qui m'ont permis d'améliorer, à chaque instant, ce mémoire.

Je tiens à remercier toutes les personnes de l'équipe actuariat assurance de KPMG pour avoir eu la patience de répondre à mes questions et m'avoir donné leur avis sur ce mémoire. Merci pour leur accueil et mon intégration au sein de cette équipe. Je remercie plus particulièrement Monsieur Filipe Gomes, Directeur auprès de KPMG, pour sa bienveillance, ses conseils et sa confiance sur ma première mission au sein du cabinet.

Je tiens à remercier spécialement Monsieur Loic Seitz, Directeur auprès de KPMG qui m'a offert la possibilité d'effectuer ce stage au sein de l'entreprise. Sa confiance et ses encouragements m'ont permis de me surpasser. Il m'a transmis son sérieux, sa bonne humeur et son envie de réussite.

J'adresse toute ma reconnaissance à Monsieur Abdelkhalek Mohamed Anis, Superviseur ainsi qu'à Madame Agne Marietou, Senior Consultante pour m'avoir offert l'opportunité d'effectuer mon stage auprès d'eux et fait découvrir le métier d'actuaire. Ils ont été des piliers pour la rédaction de ce mémoire. Je les remercie pour leurs précieux conseils me permettant d'avancer dans mes nombreuses réflexions. Merci à eux pour le temps et la patience qu'ils m'ont accordés.

A mes parents. Merci pour votre soutien constant et vos encouragements. Je vous dédie ce mémoire.

Table des matières

Résumé	3
Abstract	4
Note de Synthèse	5
Synthesis note	11
Remerciements	17
Table des matières	19
Introduction	21
1 Les enjeux de la modélisation de la courbe des taux	23
1.1 Définition de la courbe des taux d'intérêts	23
1.2 Rappel du contexte Solvabilité II et IFRS 17	30
1.3 Modélisation d'une courbe des taux	38
1.4 Description du portefeuille obligataire de l'étude	42
2 Approche Bottom-Up	45
2.1 Principes de l'approche	45
2.2 Modélisation de la courbe des taux sans risque EIOPA	46
2.3 Analyse des méthodes d'estimation de la prime de liquidité	48
2.4 Comparaison des courbes obtenues	64
3 Approche Top-Down	67
3.1 Principes de l'approche	67

3.2	Modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille	68
3.3	Analyse des méthodes d'estimation de la prime de risque	74
3.4	Modélisation de courbes des taux d'actualisation du portefeuille	80
3.5	Comparaison des courbes obtenues	81
4	Impact des courbes sur la modélisation des passifs	85
4.1	Comparaison des approches Bottom-Up et Top-Down	85
4.2	Extrapolation des courbes des taux d'actualisation	88
4.3	Modélisation ALM	90
4.4	Etude d'impact	95
	Conclusion	99
	Bibliographie	101
A	Comparaison Solvabilité II et IFRS 17	103
B	Matrices de probabilités de défauts S&P	105
C	Méthode d'estimation des pertes de crédit	107
C.1	Courbe des taux de marché	107
C.2	Matrice de migration de rating	108
C.3	Expected + Unexpected credit loss	108

Introduction

Le calcul du bilan, de la solvabilité ou encore des engagements est un sujet essentiel auquel aucun assureur ne peut déroger. Ces calculs se basent sur des projections de flux de trésorerie actualisés. L'actualisation est par conséquent un sujet essentiel qui, s'il n'est pas encadré, pourrait conduire à des dérives ou à un manque de cohérence concernant les résultats obtenus par les assureurs.

L'actualisation est réalisée à partir d'une courbe des taux appelée courbe des taux d'actualisation. Avant la directive Solvabilité II, sous Solvabilité I, les engagements des assureurs étaient actualisés à partir du taux technique des contrats d'assurance. La directive Solvabilité II a permis aux assureurs d'utiliser la courbe des taux sans risque, qui reflète la valeur temporelle de l'argent, afin d'actualiser leurs différents flux de passifs. De plus Solvabilité II a intégré à cette courbe une prime de liquidité qui permet aux assureurs d'investir sur des actifs moins liquides bénéficiant d'un rendement supérieur.

Cette notion de prime de liquidité a été reprise par la norme IFRS 17 mais pas pour les mêmes raisons. La norme IFRS 17 considère que les contrats d'assurances sont des contrats non liquides du point de vue de l'assuré et que ce manque de liquidité doit apparaître dans la courbe des taux d'actualisation. La norme IFRS 17 va plus loin et permet aux assureurs de construire leur propre courbe des taux d'actualisation en se basant sur deux approches, l'approche Bottom-Up et l'approche Top-Down.

Les méthodes de l'approche Bottom-Up se basent sur l'estimation de la prime de liquidité, qui est à ajouter à la courbe des taux sans risque. Les méthodes de l'approche Top-Down se basent sur l'estimation de la prime de risque, qui est à soustraire à la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire de l'assureur. Toute la difficulté des méthodes réside dans l'estimation de ces primes.

Le contexte actuel des taux durablement bas a donné un regain d'intérêt à la modélisation des courbes des taux d'actualisation. Certaines méthodes de modélisation fournissant des courbes des taux d'actualisation hautes pourraient bénéficier aux assureurs en contrebalançant l'effet des taux bas, c'est à dire, en diminuant leurs engagements.

Une analyse des méthodes de modélisation de courbe des taux d'actualisation semble nécessaire pour comprendre leurs hypothèses, leurs résultats et étudier les impacts du choix d'une méthode sur les éléments de passif d'un assureur. Ce mémoire a pour but de réaliser cette étude pour un assureur vie afin de lui fournir les clés lui permettant de choisir entre chacune des méthodes de modélisation existantes.

Dans un premier temps, ce mémoire s'intéressera aux enjeux de la modélisation de la courbe des taux. Une étude de l'approche Bottom-Up et des méthodes qui la composent sera ensuite effectuée. La même étude sera menée pour l'approche Top-Down et les méthodes qui lui sont associées. Enfin, toutes les courbes Bottom-Up et Top-Down seront extrapolées puis comparées grâce à une étude d'impact menée sur des éléments de passif d'un assureur.

Chapitre 1

Les enjeux de la modélisation de la courbe des taux

Dans ce chapitre, une présentation générale des principes fondamentaux et des notions clés liés à la modélisation de la courbe des taux est faite.

1.1 Définition de la courbe des taux d'intérêts

1.1.1 Terminologie

Les obligations

Les obligations sont des titres de créances négociables utilisés par les entreprises ou les Etats pour emprunter de l'argent sur les marchés financiers. En achetant une obligation, un investisseur reçoit un taux d'intérêt appelé le "coupon" en rémunération de ce prêt et, au terme prévu, l'émetteur de dette rembourse le montant emprunté à l'investisseur appelé "principal".

Les obligations sont cotées en bourse et peuvent par conséquent être achetées ou revendues avant leurs échéances. La durée de vie ou maturité d'un tel titre peut s'étendre de quelques mois à plusieurs années. Les taux d'intérêts (correspondants à la rémunération) peuvent être fixes, variables ou révisables. Ils peuvent également être indexés, par exemple, sur l'inflation, l'or, le CAC, etc...

Il existe deux grandes catégories d'obligations qui sont les obligations d'Etats et les obligations d'entreprises.

Les obligations d'Etats sont utilisées par le Etats pour lever des fonds nécessaires à leur fonctionnement. Ces obligations sont qualifiées "d'OAT" en France, de "Treasury Bonds" aux Etats-Unis, de "Bunds" en Allemagne et de "Gilts" au Royaume Uni.

Les Etats ont la particularité de ne rembourser que très rarement leurs échéances. Lorsque des obligations arrivent à terme, ils en émettent de nouvelles afin de rembourser leurs investisseurs. Cette opération d'emprunt permet aux Etats d'avoir des dettes à termes illimitées. Ceci est possible car la durée de vie d'un Etat est considérée illimitée du fait qu'il possède un fort pouvoir de taxation et peut élargir sa masse monétaire s'il le désire. Ces capacités rendent les obligations d'Etat peu risquées.

Les obligations d'entreprises sont un moyen de financement alternatif au financement par actions pour

les entreprises. Les obligations d'entreprises sont des titres de créances uniquement et pas des titres de participation.

Les obligations d'entreprises délivrent des rendements obligataires souvent plus élevés que ceux des Etats. Contrairement aux Etats, la durée de vie des entreprises n'est pas supposée illimitée ce qui rend ces obligations plus risquées. Plus l'entreprise est fragile, plus l'aversion au risque des investisseurs entraîne une augmentation des taux de rendement des obligations d'entreprises cherchant à se financer.

Caractéristiques des obligations

La valeur d'une obligation, ou de son taux de coupon, varie selon les caractéristiques de son émetteur. Plus l'émetteur est fiable et moins l'obligation sera risquée. La fiabilité d'un émetteur de dette est mesurée à chaque instant par un élément appelé "le rating". Le rating permet de déterminer la valeur du taux de coupon des obligations émises sur les marchés financiers.

Le rating est une appréciation financière donnée par une agence de notation financière. Il est représenté par une note qui reflète la capacité d'un émetteur de dette à respecter ses obligations financières. Cette note concerne tous les États et entreprises émetteurs de dettes.

Les évaluations de rating passent par un processus d'évaluation de la probabilité de défaut des émetteurs de dettes et sont réalisées par des analystes travaillant pour des banques ou agences de notations telles que S&P, Moody's ou encore Fitch Ratings. Le tableau 1.1 illustre les ratings fournis par ces différentes agences.

Agences			Signification des notes
Standard & Poor's	Moody's	Fitch Ratings	
Catégorie « investissement »			
AAA	Aaa	AAA	Valeurs de premier ordre
AA+	Aa1	AA+	Qualité haute
AA	Aa2	AA	
AA-	Aa3	AA-	
A+	A1	A+	Qualité moyenne
A	A2	A	
A-	A3	A-	
BBB+	Baa1	BBB+	Qualité moyenne inférieure
BBB	Baa2	BBB	
BBB-	Baa3	BBB-	
Catégorie spéculative			
BB+	Ba1	BB+	Éléments spéculatifs
BB	Ba2	BB	
BB-	Ba3	BB-	
B+	B1	B+	Hautement spéculatif
B	B2	B	
B-	B3	B-	
CCC+	Caa1	CCC+	Risques élevés
CCC	Caa2	CCC	
CCC-	Caa3	CCC-	
CC	Ca	CC	Ultra spéculatif
C	C	C	Faibles perspectives
SD et D	/	RD et D	En défaut

TABLE 1.1: Grille de notation des trois principales agences de notation (COLLARD, 2012)

La probabilité de défaut est un terme financier employé pour représenter le risque qu'un emprunteur soit incapable ou refuse de rembourser sa dette en totalité ou en temps voulu. Les obligations d'Etats ayant une économie stable sont quasiment nulles. Cette situation n'est pas vraie pour tous les Etats comme ceux des pays émergents qui ont des profils plus risqués.

Le rating et la probabilité de défaut sont deux éléments qui influencent la hauteur des taux d'intérêts obligataires quels que soient leur type.

Différents types taux d'intérêts obligataires peuvent être observés sur les marchés financiers. Les obligations les plus courantes sont des obligations à taux fixe.

Les obligations à taux variables sont des obligations dont le taux d'intérêt est composé d'une partie fixe et d'une partie dépendant de l'évolution des taux d'un marché. De cette manière, un investisseur n'est jamais sûr du montant du coupon qu'il obtiendra. Il sait uniquement qu'il ne touchera pas d'intérêts inférieurs à la partie fixe du taux.

Les obligations zéro-coupons sont des obligations qui, comme leur nom l'indique, ne génèrent aucun coupon. Lorsque le contrat arrive à maturité, l'emprunteur rembourse la totalité de l'emprunt et des intérêts à l'investisseur.

Les obligations convertibles sont des obligations qui peuvent être complètement ou en partie converties en titres de l'entreprise émettrice.

La courbe des taux d'intérêts

La courbe des taux d'intérêts est définie comme une représentation graphique des rendements offerts par les titres obligataires d'un émetteur en fonction de leur maturité. La courbe des taux des emprunts d'Etat est la courbe qui sert de référence au marché obligataire d'un pays donné.

Une courbe des taux peut prendre des formes très diverses qui renseignent sur les anticipations des investisseurs, le risque de défaut d'un émetteur, ainsi que le niveau de l'inflation et des taux d'intérêts futurs. La forme de la courbe des taux est l'indicateur de santé économique et financière de l'émetteur de dettes auquel elle est associée.

Dans un environnement économique stable, les rendements obligataires croissent avec la maturité des titres. Cela signifie que les taux d'intérêts s'élèvent au fur et à mesure que l'échéance des titres s'éloigne. Plus l'échéance est lointaine et plus le risque de réalisation d'évènements pouvant affecter de manière négative la valeur du titre obligataire est grande. De même, l'incertitude sur le défaut potentiel d'un émetteur augmente à mesure que l'échéance croît. Les investisseurs voulant se rémunérer sur les risques qu'ils prennent en investissant sur un temps long plutôt qu'un temps court demandent une "prime de risque".

La courbe des taux d'intérêts inclut la prime de risque. Celle-ci est composée de trois risques obligataires pour lesquels les investisseurs souhaitent être rémunérés qui sont le risque de taux, le risque d'inflation et le risque de défaut de l'émetteur.

Le risque de taux est un risque lié à la revente du titre obligataire. La variation des taux de marché peut considérablement modifier la valeur d'un titre obligataire. Le prix d'une obligation à taux fixe est calculé comme tel :

$$Prix_{obligation} = \sum_{t=1}^{T-1} \frac{i \times N}{(1+r)^t} + \frac{(1+i) \times N}{(1+r)^T},$$

$$\text{avec : } \begin{cases} i : \text{taux fixe de l'obligation,} \\ r : \text{taux de marché qui évolue à chaque instant,} \\ N : \text{le nominal de l'obligation,} \\ T : \text{la maturité de l'obligation.} \end{cases}$$

Lorsque que les taux de marché baissent, le prix des obligations augmente, à l'inverse, lorsque les taux de marché montent, le prix des obligations baisse. Ainsi, si le taux du marché devient supérieur au

rendement de l'obligation ($r > i$), son prix devient plus faible que son prix d'achat d'après la formule. Si le taux du marché devient inférieur au rendement de l'obligation ($r < i$), son prix devient plus élevé que son prix d'achat. La probable baisse du prix d'une obligation représente un risque fort pour un investisseur averse au risque.

Le risque d'inflation est très similaire au risque de taux car si l'inflation augmente, le rendement réel du placement se trouve diminué et inversement.

Le risque de défaut de l'émetteur correspond au risque que l'émetteur ne puisse pas tenir ses engagements. Comme expliqué précédemment, ce risque augmente à mesure que la durée des engagements s'étire.

Ci-dessous, la figure 1.1 représente les courbes des taux sur titres d'Etats français. Ces courbes prennent en compte tous les facteurs de risques présentés ci-dessus. La courbe des taux de l'Etat français est basse voir négative pour les maturités faibles car la France est considérée par les investisseurs comme un émetteur de grande qualité.

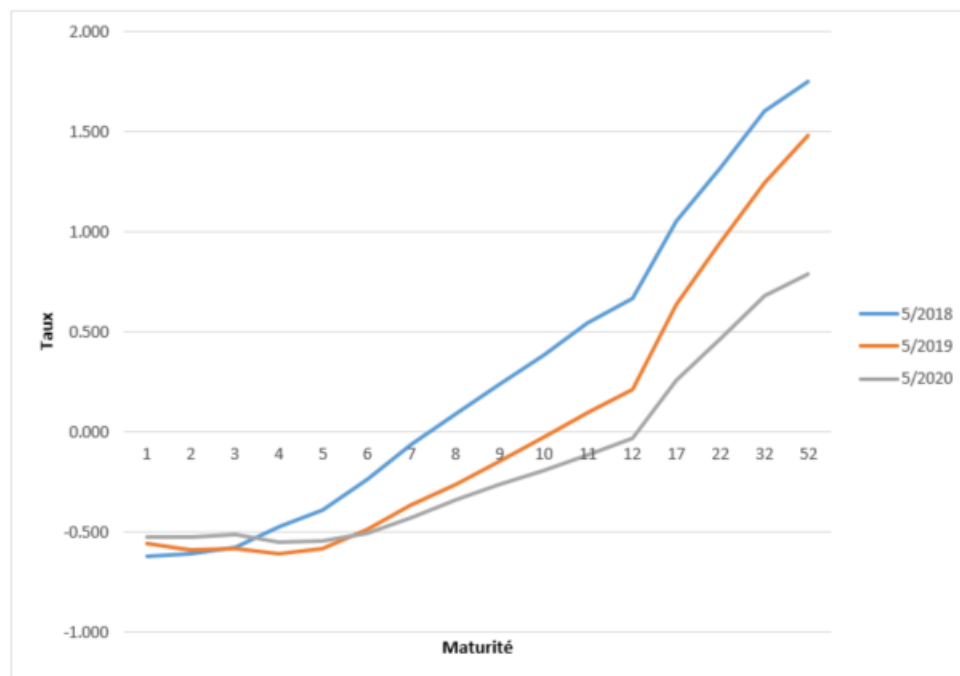


FIGURE 1.1: Courbe des taux sur titres d'Etat Français de 2018 à 2020 (MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE, DES FINANCES ET DE LA RELANCE, 2020)

Les taux de marché de référence

Le taux actuariel désigne le rendement véritable d'un placement obligataire. Principalement utilisé dans le monde de la finance, il représente le taux d'intérêt réellement perçu par un investisseur. Le taux actuariel s'applique généralement aux rendements associés aux produits de placements, aux crédits ou encore aux émissions d'emprunts.

Ce taux se calcule à partir de la prime d'émission, le prix de remboursement, le montant de l'intérêt et la durée de vie de l'emprunt. Il correspond au taux constant auquel il faut actualiser les flux d'une obligation à taux fixe, pour que la somme des flux actualisés soit égale à la valeur de marché de l'obligation.

$$VM = \sum_{t \geq 0}^T \frac{Flux_t}{(1+r)^t},$$

$$\text{avec : } \begin{cases} VM : \text{ valeur de marché,} \\ Flux_t : \text{ flux obligataire } t, \\ r : \text{ taux actuariel de l'obligation,} \\ T : \text{ la maturité de l'obligation.} \end{cases}$$

Le taux spot ou "taux zéro-coupon", est le taux actuariel qu'aurait une obligation ayant un coupon de 0%.

Le taux sans risque est le taux d'intérêt proposé par un emprunteur de très bonne qualité. Un emprunteur est dit de très bonne qualité lorsque sa capacité de remboursement est estimée sans risque de défaut. En France, les taux des obligations assimilables du Trésor (OAT) correspondent aux taux sans risque. Ce taux d'intérêt est une référence pour la détermination de la rémunération d'autres produits. Lorsque la rémunération d'un produit est supérieure à celle de l'OAT pour une durée d'emprunt équivalente, cela signifie que l'emprunteur est considéré comme présentant un risque de défaut plus important que l'Etat français. Ce taux varie donc d'un Etat à un autre.

Le taux sans risque, s'il implique une absence de risque de défaut ne garantit pas l'absence du risque de taux. La solvabilité d'un émetteur n'est pas liée aux variations des taux de marché.

Le spread d'une obligation, ou spread de taux d'une obligation, correspond au taux constant duquel il faut majorer la courbe des taux sans risque (zéro-coupon) pour, en actualisant les flux financiers de l'obligation avec cette nouvelle courbe, aboutir au prix constaté de l'obligation sur le marché. Ce spread correspond à la prime qu'un émetteur de dettes doit verser en plus du taux sans risque pour que les investisseurs acceptent d'acheter ses obligations.

Le spread est composé d'une prime de liquidité et d'une prime de risque.

La prime de liquidité est définie comme "le surplus de rentabilité exigé par les investisseurs pour les titres avec une liquidité plus faible". C'est cette prime que ce mémoire cherche à estimer par différentes méthodes présentées dans les chapitres 2 et 3.

Un actif est dit liquide lorsque celui-ci peut être revendu par son détenteur à n'importe quel moment sans aucune perte de valeur. Les actifs peu liquides sont présents sur des marchés étroits dans lesquels peu de transactions ont lieu. L'investissement sur des actifs peu liquides représente un risque car l'argent investi est bloqué un certain temps (généralement long) et son déblocage peut entraîner des pertes financières.

La prime de liquidité a pour but de rémunérer ce risque. Les emprunts à long terme ou l'achat d'actions difficilement revendables donneront lieu au versement d'une telle prime. Le montant de cette prime est donc variable en fonction de la maturité des investissements réalisés (HIBBERT, 2009).

En assurance vie, les passifs des assureurs s'étalent parfois sur plusieurs dizaines d'années. Les contrats d'assurances sont donc des investissements peu liquides. Afin d'ajuster leurs actifs et leurs passifs, les assureurs peuvent choisir d'investir sur des actifs de liquidité équivalente à la liquidité de leurs passifs.

Pour des contrats de courte durée, les investissements seront en principe réalisés sur des actifs courts et très liquides donc légèrement moins rentables (pas de prime de liquidité). Pour les contrats de longue durée, les investissements seront en principe réalisés sur des actifs de longue durée, peu liquides mais qui fourniront un rendement plus important.

Il n'y a cependant pas de cohérence dans le bilan des assureurs vie entre liquidité des actifs et liquidité des passifs. En effet, la durée des actifs d'un assureur est généralement bien plus courte que la durée de ses passifs. Les marchés obligataires ne fournissent pas de titres de durée aussi longue que la durée des passifs d'assurance vie.

La prime de risque est définie comme "le surplus de rendement qui compense ou rémunère la prise de risque associée à un investissement". Son calcul se base principalement sur le rating des émetteurs d'obligations ainsi que la durée des contrats.

La prime de risque est composée de deux éléments distincts qui sont "l'Expected Credit Losses" et "l'Unexpected Credit Losses".

L'Expected Credit Losses est défini comme le montant qu'un investisseur s'attend à perdre en moyenne sur une période déterminée lorsqu'il prête de l'argent à un émetteur de dettes. C'est une estimation pondérée en fonction de probabilités de défauts.

L'Unexpected Credit Losses est défini comme la perte pouvant résulter de la volatilité autour de l'Expected Credit Losses.

$$\text{Prime de risque} = \text{Expected Credit Losses} + \text{Unexpected Credit Losses}$$

Le marché des taux swap sur EURIBOR est considéré comme très liquide et moins risqué que les obligations d'Etats de la zone Euro. Ce marché est utilisé par l'EIOPA afin de calculer des courbes des taux qui ne prennent en compte ni les primes de liquidités, ni les primes de risque. Ces courbes sont utilisées comme des courbes de références dans ce mémoire.

Un taux swap est défini comme un contrat dans lequel deux contreparties s'engagent mutuellement à se verser des flux financiers appelés les "jambes du swap". La partie "jambe fixe" paye des intérêts à taux fixes pour recevoir des intérêts à taux variables. La partie "jambe variable" paye un taux variable et reçoit un taux fixe.

Sous Solvabilité II, une courbe des taux swap a été retenue comme référence pour actualiser les provisions techniques. Les marchés obligataires n'étant pas assez profonds et liquides pour des maturités supérieures à 20 ans, il est difficile d'obtenir des valeurs de taux swap précises pour ces maturités. Certains engagements à très long terme des assureurs dépassant parfois 20 ans, il est nécessaire d'extrapoler ces courbes.

1.1.2 Utilisation de la courbe des taux

Les courbes des taux sont un indicateur de la santé économique et financière des émetteurs. Leurs formes sont utilisées par les assureurs car elles leur indiquent le type de risques auxquels ceux-ci s'exposent en investissant sur un émetteur donné. Il existe quatre types de formes de courbes des taux.

La forme classique de la courbe correspond à une forme concave. Les taux sont croissants en fonction des maturités.

La courbe des taux peut subir un phénomène de pentification qui correspond à l'augmentation des taux d'intérêts obligataires à long terme. La courbe des taux va prendre une forme de pente liée au fait que les primes de risques deviennent bien plus élevées pour les durées longues. Cela est généralement lié à une augmentation du risque inflationniste ou du risque de dégradation budgétaire de l'émetteur.

La courbe des taux peut s'inverser au point de devenir convexe. Dans ce type de situation, les taux

courts deviennent plus élevés que les taux longs à cause d'une très forte augmentation de l'inflation. Cette augmentation de l'inflation pousse la Banque Centrale à augmenter le rendement de ses taux courts. Cette augmentation se répercute progressivement sur tous les émetteurs de dettes. Les investisseurs prédisent alors une baisse future de l'inflation ce qui diminue les primes de risques pour les maturités longues. Cette inversion se produit généralement dans des périodes économiques proches d'une situation de crise.

La courbe des taux peut s'aplatir. Cette situation se produit lorsque les taux longs baissent et se rapprochent des taux courts même s'ils restent supérieurs. Les causes de cette situation peuvent être diverses, par exemple, les investisseurs supposent que l'inflation va baisser dans les années à venir ou alors que la situation budgétaire de l'émetteur va s'améliorer.

Ces différents phénomènes peuvent être constatés à travers l'évolution de la courbe des taux de la Grèce de Décembre 2009 à Septembre 2011. La figure 1.2 montre le passage d'une courbe ayant une forme classique fin 2009 bien qu'élevée à une courbe convexe. Cette évolution représente le passage d'une situation économique normale à une situation de crise (crise de la dette de 2010 en Europe). Cet exemple montre bien que la santé économique de l'émetteur est représentée par la forme de la courbe des taux.

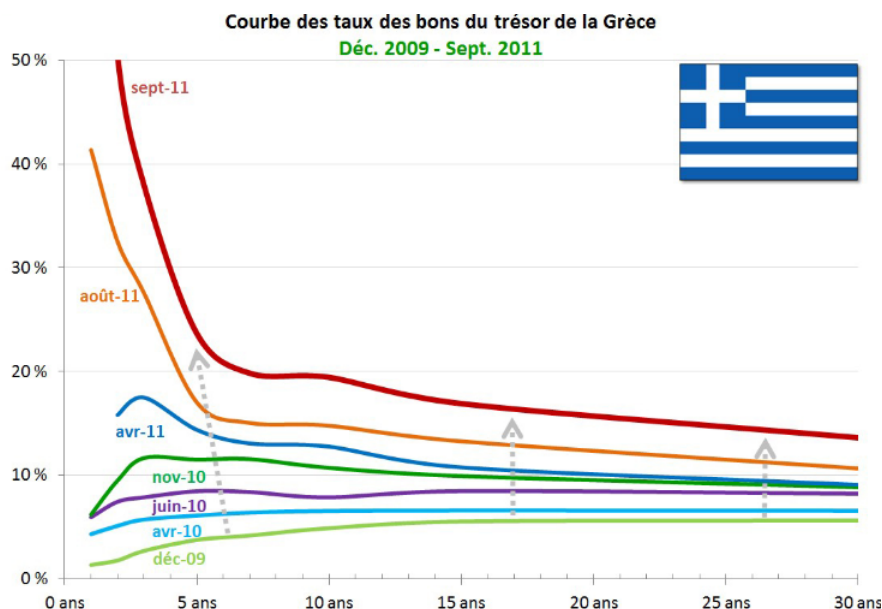


FIGURE 1.2: Courbe des taux des bons du trésor de la Grèce (BERRUYER, 2011)

La figure 1.3 montre que le marché de l'assurance vie s'est construit sur des courbes des taux qui ne cessent de décroître depuis les années 80. Cette situation de décroissance des taux d'intérêts a rendu le marché de l'assurance vie très attractif.

Durant cette période, les assureurs investissaient à long terme sur des obligations à taux fixe. Les taux de marché étant en constante diminution, les investissements des assureurs leur permettaient de proposer des rendements toujours supérieurs à celui du marché.

Depuis plusieurs mois, les taux proposés sur le marché sont particulièrement bas et ont même été négatifs. Cette situation est délicate pour les assureurs qui surveillent de près les courbes des taux. La santé des assureurs est mise en péril par cette situation car l'assurance vie n'est plus aussi attractive (moins de souscriptions) et il devient difficile pour eux de tenir leurs engagements de rentabilité et de solvabilité.

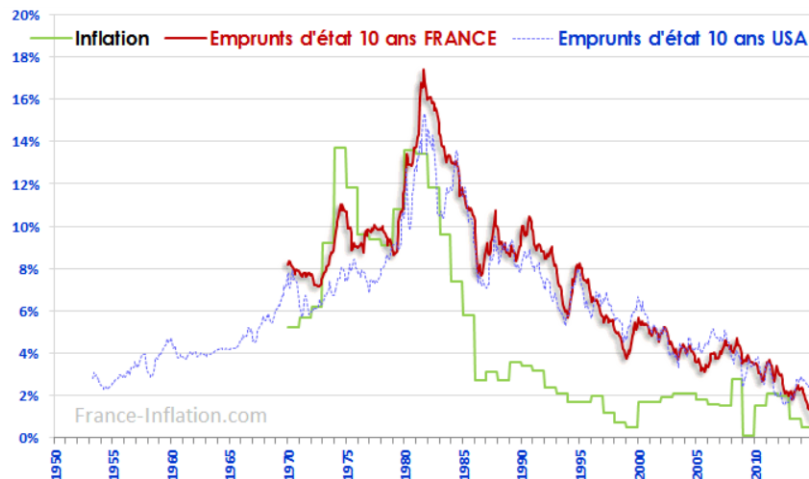


FIGURE 1.3: Taux à 10 ans depuis 1950 (FRANCE-INFLATION.COM, 2015)

Si la remontée des taux semble être une solution au problème des taux bas, celle-ci peut mettre les assureurs dans une situation extrêmement délicate. Les assureurs pourront proposer des rendements plus importants à leurs assurés mais ces rendements seront toujours inférieurs aux rendements des marchés financiers.

L'assurance vie sera soumise à plus de concurrence et perdra encore en attractivité. Il est possible que le nombre de souscriptions diminue et que le nombre de rachats augmente. Les courbes des taux sont, pour ces raisons, utilisées dans la modélisation des rachats de contrats en assurances.

En cette période de taux bas, les assureurs s'intéressent à la modélisation de courbes des taux d'actualisation. Les normes Solvabilité II et IFRS 17 auxquelles ils sont soumis encadrent la production de ces courbes. Elles autorisent les assureurs à actualiser leurs flux de trésorerie à partir d'un taux sans risque majoré d'une prime de liquidité.

Un léger changement dans la courbe des taux d'intérêts, un décalage, a un impact sur la valeur actuelle des différents flux de trésorerie. Parmi les différentes hypothèses financières, l'actualisation utilisée pour refléter la valeur temporelle des engagements joue un rôle non négligeable dans le calcul de ces flux. L'ajout de la prime de liquidité qui diminue la valeur des engagements des assureurs est donc très régulée par ces normes.

1.2 Rappel du contexte Solvabilité II et IFRS 17

1.2.1 La réglementation Solvabilité II

La directive Solvabilité II est entrée en vigueur le 1er janvier 2016. Cette directive est définie par l'ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution) comme "un ensemble de règles fixant le régime de solvabilité applicable aux entreprises d'assurances dans l'Union européenne" (ACPR, 2019). La réforme Solvabilité II a été créée dans le but d'améliorer l'évaluation et le contrôle des risques en modifiant fortement le régime prudentiel applicable aux organismes d'assurances. Avant Solvabilité II, les assureurs utilisaient la réforme Solvabilité I qui se base uniquement sur le volume d'activité des assureurs et non sur les risques auxquels ils étaient soumis.

L'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority) a participé au développement de cette réforme adoptée par la commission européenne. Cette norme encadre le secteur assurantiel

européen en l’harmonisant et garantit aux assurés une protection. Cette protection s’appuie sur la solvabilité des assureurs.

Le rôle de l’EIOPA est d’assurer la stabilité et l’efficacité du système financier dans l’Union européenne, principalement dans le domaine de l’assurance et de la réassurance. L’EIOPA a pour mission de ”participer à l’élaboration de normes et standards de régulation et de surveillance financière essentiellement dans le domaine de l’assurance” (UNION EUROPÉENNE, 2020). Elle émet des orientations et recommandations tout en évaluant en permanence les risques de marchés auxquels les assureurs pourraient être soumis.

Le bilan sous Solvabilité II

La norme Solvabilité II s’appuie sur trois piliers fondamentaux. Le premier pilier, lié aux exigences quantitatives permet la construction d’un bilan en valeur de marché. Le passif de ce bilan repose sur des éléments calculés par des projections de flux de trésorerie actualisés et non sur des valeurs comptables. Le bilan Solvabilité II est donc bien plus complexe que le bilan comptable Solvabilité I et comprend de nombreux éléments illustrés dans la figure 1.4.

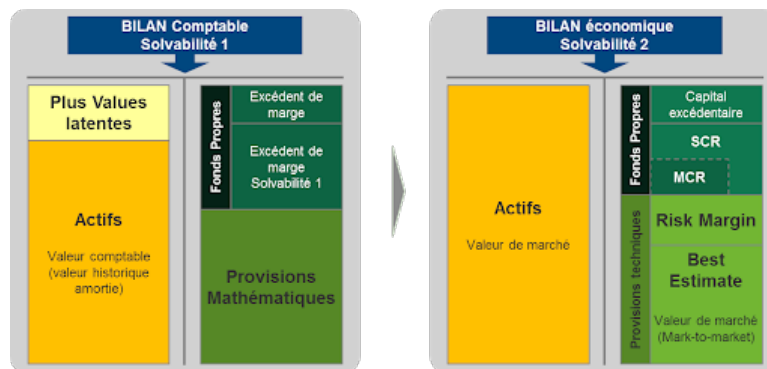


FIGURE 1.4: Bilans Solvabilité I et Solvabilité II

Deux indicateurs, représentés dans le passif du bilan ont été mis en place dans le but d’harmoniser la mesure de risque des différents assureurs européens.

Le MCR (Minimum Capital Requirement) correspond au niveau de fonds propres minimal en dessous duquel un assureur n’est pas autorisé à poursuivre son activité. En dessous de ce seuil, le régulateur interviendra systématiquement pour protéger les intérêts des assurés qui sont considérés comme sérieusement menacés. Cette intervention vise à mettre en place un plan de redressement.

Le SCR (Solvency Capital Requirement) correspond au niveau de capital que l’assureur doit posséder de manière à limiter sa probabilité de ruine à moins de 0.5% par an. L’assureur peut poursuivre son activité s’il a un niveau de fonds propres inférieur au SCR tant que celui-ci reste supérieur au MCR.

Le SCR peut être calculé à partir d’un modèle interne, propre à l’entreprise qui est généralement utilisé par les plus grands acteurs du marché assurantiel. Ce type de modèle a pour but de mieux évaluer et encadrer les risques d’un assureur en fonction de son activité. Le modèle interne de calcul du SCR, développé par un assureur, doit être validé par un commissaire aux comptes.

Les assureurs ne souhaitant pas développer un modèle interne peuvent utiliser la formule standard. Cette formule a été développée par l’EIOPA afin de permettre à chaque acteur du marché d’avoir une méthode de calcul de SCR. La formule standard se base sur 6 grands blocs (modules) et sous blocs rassemblant les familles de risques. Ces blocs sont représentés dans la figure 1.5 ci-dessous.

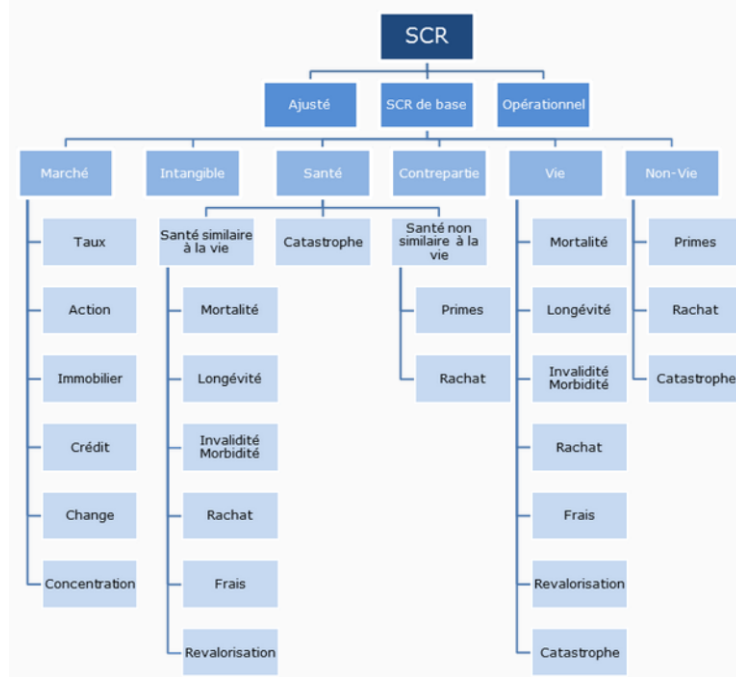


FIGURE 1.5: Modules de calcul du SCR

Le Best Estimate (BE) ou Best Estimate of Liabilities (BEL) est défini selon la directive comme étant "la moyenne pondérée, par leur probabilité, des flux de trésoreries futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésoreries futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. Le calcul du BE est fondé sur des informations actualisées, crédibles, des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et statistiques adéquates, applicables et pertinentes" (L'ARGUS DE L'ASSURANCE, 2016).

$$BE = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[\prod_{s \leq t} \frac{1}{(1 + r_s)} \times (CF_t^{out} - CF_t^{in}) \right],$$

avec : $\begin{cases} \mathbb{Q} : \text{la probabilité risque neutre,} \\ CF_t : \text{le cash flow entrant ou sortant à la date de projection } t, \\ r_t : \text{le taux sans risque forward à la date } t. \end{cases}$

La valeur du Best Estimate est calculée brute de réassurance et a une importance non négligeable dans le bilan sous solvabilité II. Les provisions techniques sont calculées comme la somme du Best Estimate et du Risk Margin.

Risk Margin (RM) est d'après la directive, "calculé de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurances et de réassurances demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance" (VIAL, 2016).

$$RM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR(t)}{(1 + r_{t+1})^{(t+1)}},$$

avec : $\begin{cases} CoC : \text{le coût du capital,} \\ r_{t+1} : \text{taux d'intérêt sans risque de base pour l'échéance } t + 1 \text{ années,} \\ SCR(t) : \text{le SCR à la date } t. \end{cases}$

Le coût du capital est défini comme étant la marge qu'une compagnie d'assurance aurait pu dégager en investissant le capital requis immobilisé dans le cadre de Solvabilité II sur les marchés financiers. Cette quantité est un coût pour l'assureur.

Le Best Estimate et le Risk Margin se basent tous deux sur des projections de flux de trésoreries futurs qui, pour avoir un sens, doivent être actualisés. Cette actualisation est effectuée sur base d'une courbe des taux d'actualisation. Si l'actualisation des flux futurs se base sur une courbe des taux sans risque, la norme autorise les assureurs à utiliser cette même courbe majorée d'une prime de liquidité. Cette majoration entraîne une actualisation plus forte qui, appliquée aux flux de trésoreries pourrait entraîner une diminution importante des engagements de l'assureur (provisions techniques).

La courbe des taux d'actualisation sous Solvabilité II

Avant l'introduction de la directive Solvabilité II, sous Solvabilité I, les engagements d'un assureur étaient actualisés à partir du taux technique des contrats d'assurance. Le taux technique représente le taux de rendement minimum qu'un assureur s'engage à fournir pour un contrat d'assurance. Pour chaque contrat, "la provision mathématique" (PM) était calculée selon la formule :

$$PM = VAP(\text{assureur}) - VAP(\text{assurés})$$

La VAP est la valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs. C'est par le taux technique des contrats que ces flux sont actualisés.

Sous Solvabilité II, il a été décidé d'actualiser les différents flux de passif des assureurs à partir d'une courbe des taux sans risque. Le but de la norme étant d'uniformiser les méthodes de valorisation des passifs d'assurances, cette courbe, est commune à tous les assureurs. C'est à partir de cette courbe que la provision "Best Estimate" est calculée dans un cadre cohérent avec les prix de marché.

Lors de la cinquième étude quantitative d'impact sur Solvabilité II (QIS5), il a été décidé d'intégrer une prime d'illiquidité à cette courbe des taux sans risque.

Encadré 4 : Prime d'illiquidité

Ce mécanisme de prime d'illiquidité a été introduit pour traduire, à un instant donné, l'illiquidité des marchés financiers. Cette illiquidité permettrait à un assureur d'investir volontairement dans des actifs illiquides bénéficiant d'un rendement supérieur à celui des actifs liquides dès lors que ses engagements envers ses assurés lui permettent une assez bonne prévisibilité des flux futurs et ne le forcent pas à devoir vendre les actifs illiquides de façon imprévue et dans des conditions de marché défavorables (ACPR, 2011).

Cette prime pouvait être utilisée par les assureurs sous certaines conditions :

- 100% de la prime d'illiquidité étaient utilisés pour l'actualisation des produits non transférables dont les seuls risques de souscriptions sont la longévité et l'augmentation des frais.
- 75% de la prime d'illiquidité étaient utilisés pour l'actualisation des produits avec participation aux bénéfices.
- 50% de la prime d'illiquidité étaient utilisés pour l'actualisation des autres passifs.

Si dans un premier temps, des méthodes proxy ont été développées pour estimer cette prime, celles-ci ont été remplacées par la méthode "d'ajustement pour volatilité" (VA) développée par l'EIOPA. Les

assureurs éligibles à la méthode "d'ajustement pour volatilité" n'ont pas de contraintes concernant l'utilisation de la prime. Les méthodes proxy et la méthode VA seront présentées dans la section 2.3.

L'ajustement de la courbe des taux sans risque proposé par la méthode VA vise à diminuer la valeur économique des engagements de l'assureur. Cette diminution protège les fonds propres de l'assureur de la volatilité artificielle des taux d'intérêts. Cette volatilité est causée par la tension des marchés (EXTRAT, 2019).

Cette volatilité artificielle provient du fait que la valeur de marché des obligations peut varier à cause de phénomènes autres que le risque de défaut de l'émetteur qui leur est associé. La liquidité est le facteur prédominant qui justifie cette variation.

Cette prime de liquidité, qui ajuste la courbe des taux sans risque, peut être utilisée par les assureurs ayant des garanties long terme dans la mesure où ceux-ci comptent conserver les obligations leur permettant d'ajuster leur flux de passifs jusqu'à maturité (MELI et al., 2018).

Pour ces raisons, l'EIOPA modélise chaque mois une courbe des taux sans risque ainsi qu'une prime de liquidité estimée par la méthode VA. Les étapes de ces calculs seront présentés dans la section 2.2. Des éléments tels que le Long Term Average Spread, le Last Liquid Point, le Convergent Point ou encore l'UFR ont été définis pour construire ces courbes.

Le Long Term Average Spread (LTAS) est un spread moyen pour des maturités longues. Il est calculé par l'EIOPA sur la base de 30 ans d'historique de données. L'idée du LTAS est d'obtenir un spread qui ne prend pas en compte des phénomènes exceptionnels de marché tels que les crises (EIOPA, 2019).

Il existe un grand nombre de courbes de LTAS. Certaines de ces courbes représentent le spread moyen d'émetteurs d'obligations d'Etats, d'autres celui d'émetteurs d'obligations d'entreprises. Il existe une courbe pour chaque rating se basant sur les trente dernières années de données disponibles concernant les émetteurs d'obligations.

Les spreads présentés dans les courbes de LTAS sont des spreads moyennés sur la base des données disponibles. Ils sont très intéressants car les effets exceptionnels de marché qui pourraient être retrouvés dans les spreads sont gommés. De ce fait, grâce au LTAS, il est possible de connaître le spread réel d'un émetteur, spread qui dépend de ses caractéristiques de solvabilité et non des crises exceptionnelles auxquelles il aurait été confronté par le passé. L'impact d'une crise exceptionnelle passée, s'il n'est pas lissé, pourrait conduire à des valeurs de spread plus importantes que nécessaires.

Le Last Liquid Point (LLP) représente le dernier point de liquidité des marchés financiers. Au-delà de ce point, il est constaté que les données de marché ne sont plus exploitables car trop peu d'échanges ont lieu. L'EIOPA considère que pour les marchés européens, le LLP correspond à 20 ans, au-delà, les courbes produites sur la base de données de marché européenne doivent être extrapolées pour limiter les biais.

Le Convergent Point correspond à la maturité ultime vers laquelle les taux forward convergent. Ce point est représentatif de la vitesse de convergence de l'Ultimate Forward Rate (UFR).

L'ultimate Forward Rate (UFR) correspond à un taux forward ultime calculé par l'EIOPA. Il est intéressant lors de l'extrapolation d'une courbe des taux de marché de la faire converger vers l'UFR pour garder une cohérence sur les taux longs (ACEDO, 2016).

Conclusion, l'analyse des risques et la création d'un bilan en valeur de marché sont des éléments essentiels de la directive. Le calcul de ces éléments se base sur des projections de flux de trésorerie actualisés. Les taux d'actualisation ont un rôle important dans toutes les étapes de la directive.

1.2.2 La réglementation IFRS 17

La norme IFRS 17 est une norme comptable publiée par l'IASB (International Accounting Standards Boards) le 18 mai 2017, après plusieurs années de discussions. Cette norme remplacera la norme IFRS 4 à compter du 1er janvier 2023 et pose des principes pour la reconnaissance, l'évaluation, la présentation et les informations à fournir pour une entité proposant des contrats d'assurances. Etant une norme internationale, IFRS 17 concerne les assureurs européens cotés ou émettant des dettes cotées sur les marchés financiers (CNCC, 2020).

L'IASB est un organisme international privé chargé de l'élaboration des normes comptables IAS et IFRS. L'IASB a pour objectif de créer et voter les normes IFRS ainsi que d'élaborer et publier des normes comptables internationales qui devront être respectées par les organismes qui y sont soumis lors de la présentation de leurs comptes de résultat annuel (CNCC, 2020).

La norme IFRS 17 a plusieurs objectifs (ACTUARIS, 2017) :

- La création d'un standard unique pour la comptabilisation des passifs des organismes d'assurances en valeur économique afin de garantir la transparence des comptes ainsi que la comparabilité des organismes du secteur assurantiel.
- L'amélioration de la compréhension du business de l'assurance pour les acteurs du secteur assurantiel.
- Une publication d'informations financières permettant aux investisseurs d'avoir une information continue concernant les engagements, risques et performances des contrats d'assurances.

L'implémentation des principes de valorisation d'IFRS 17 nécessite un recours à des modèles prospectifs basés sur l'estimation d'engagements en juste valeur. Cette norme est fondée sur des modèles actuariels et s'applique pour la comptabilisation des contrats d'assurances et de réassurances.

La norme impose aux assureurs une segmentation de leur portefeuille de contrats. Les contrats sont agrégés par groupes, qui, une fois créés, ne peuvent plus être modifiés. L'évaluation des passifs sous IFRS 17 dépend de l'évaluation de chacun des groupes de contrats.

Un groupe de contrats est formé par des contrats exposés à des risques similaires et gérés ensemble. Les contrats d'un même groupe doivent être souscrits sur un même intervalle de temps et selon leur rentabilité car la norme souhaite qu'il n'y ait pas de mélange entre les contrats onéreux et profitables.

La vie d'un groupe de contrats d'assurances commence à la date de commercialisation de celui-ci et s'étend jusqu'à la fin de la période de couverture du groupe, c'est-à-dire lorsque l'assureur n'a plus d'engagements relatifs au groupe de contrats d'assurances. Ces groupes génèrent donc, tout au long de leur vie, des flux de trésorerie. Les modèles qui prédisent ces flux doivent actualiser ceux-ci pour fournir une vision actuelle des engagements de l'assureur.

Le traitement des contrats par groupes complexifie la valorisation des passifs sous la norme IFRS 17. La segmentation du portefeuille et la granularité des calculs impose de revoir les modèles actuariels et les outils informatiques utilisés par les acteurs soumis à la norme IFRS 17.

Trois modèles sont disponibles afin d'évaluer les passifs des contrats d'assurances (HOGENDOORN T, 2018).

Building Bolck Approach (BBA)

Le modèle BBA est considéré comme le modèle d'évaluation des actifs de référence, il est souvent nommé "General Measurement Model" (GMM). Ce modèle se base sur l'évaluation de trois blocs distincts qui sont :

- L'estimation de la valeur actuelle des flux de trésoreries futurs.
- Le "Risk Adjustment" (RA).
- La "Contractual Service Margin" (CSM).

La figure 1.6 montre comment la profitabilité des contrats, représentée par la CSM est calculée.

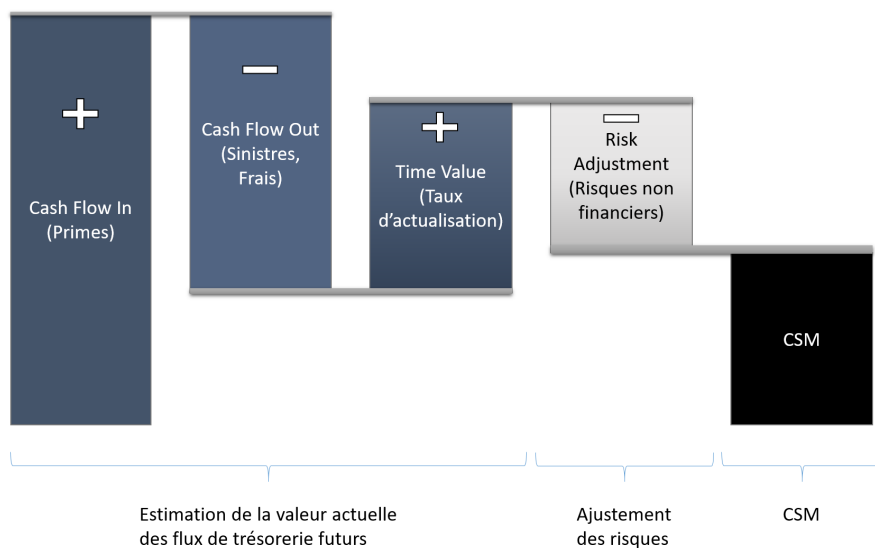


FIGURE 1.6: General Measurement Model

L'ajustement pour risque est une compensation qui a pour but de permettre à l'assureur de supporter l'incertitude des flux de trésorerie. Cet ajustement peut bénéficier d'un effet de diversification.

La CSM représente les profits futurs attendus pour un groupe de contrats. La norme IFRS 17 n'autorise pas, contrairement à la norme Solvabilité II, à reconnaître ces profits futurs directement dans les fonds propres. Sous IFRS 17, la CSM s'amortit sur la période de couverture du contrat. Lorsque la CSM prend une valeur négative par exemple dans le cas de contrats onéreux, les pertes sont directement reportées au résultat par souci de prudence.

Premium Allocation Approach (PAA)

Ce modèle correspond à une simplification du modèle BBA. Il ne peut s'appliquer que sous certaines conditions. Le groupe de contrats d'assurances a une durée de couverture d'un an maximum et les résultats obtenus avec le modèle PAA ne sont pas significativement différents de ceux obtenus avec le modèle BBA.

Variable Fee Approach (VFA)

La méthode VFA est une méthode s'appliquant à des groupes de contrats pour lesquels l'assureur s'engage à partager une partie des rendements d'actifs identifiés. Le modèle général n'est pas adapté pour ce type de contrats.

Une différence est observée dans le calcul de la CSM entre le modèle BBA et le modèle VFA. En effet, le modèle VFA considère que le service fourni par l'assureur à travers le contrat est proche d'une activité de gestion d'actifs. L'impact de l'environnement économique est donc pris en compte dans le calcul de la CSM car celui-ci est lié aux services fournis par l'assureur.

La courbe des taux sous IFRS 17

Comme vu à travers les trois modèles d'évaluation des passifs précédents, sous IFRS 17, les taux d'intérêts ont une influence importante sur les calculs de CSM. Selon la courbe des taux d'actualisation utilisés, certains groupes de contrats peuvent passer de profitables à onéreux ou inversement. Pour éviter ces variations de profitabilité, la norme prévoit d'utiliser, pour chaque groupe de contrat, une courbe des taux à la création du groupe et de la figer dans le temps.

La norme autorise certaines libertés dans la réalisation et l'utilisation de courbes des taux d'actualisation, cette liberté est encadrée par certains principes.

Les taux d'actualisation appliqués aux estimations de flux de trésorerie devront (CNCC, 2020) :

- Refléter la valeur temps de l'argent, les caractéristiques des flux de trésorerie et les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurances.
- Etre cohérents avec les prix de marché observables actuels des instruments financiers ayant les mêmes caractéristiques de flux de trésorerie que ceux des contrats d'assurances.
- Exclure les effets des facteurs qui influencent ces prix de marché observables mais n'affectent pas les flux de trésorerie futurs des contrats d'assurances.

La norme préconise deux approches pour estimer la courbe des taux d'actualisation d'un assureur. Ces approches, utilisées sous Solvabilité II, sont définies par IFRS 17 comme les approches Bottom-up et Top-down. Si en théorie, elles sont censées fournir les mêmes résultats, en pratique, des différences sont observées. Ces différences ont un impact direct sur l'actualisation des flux de trésorerie.

L'approche Bottom-up est considérée par les assureurs et le régulateur comme celle qui impacte le moins les passifs. L'approche Top-Down est considérée comme plus difficile à mettre en œuvre. La figure 1.7 ci-dessous montre que la méthode "Matching Adjustment" (Top-Down) donne une courbe des taux plus haute que la méthode "Volatility Adjustment" (Bottom-up).

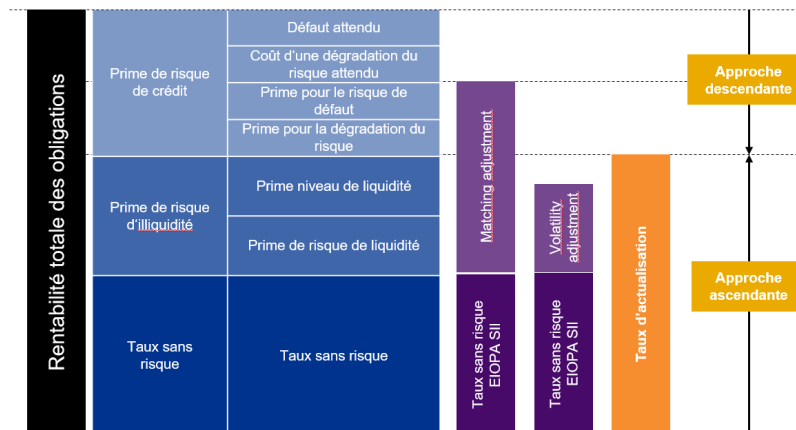


FIGURE 1.7: Composition et calcul du taux d'actualisation (KPMG)

Une courbe des taux d'actualisation haute est intéressante pour les assureurs qui, en l'utilisant, verront leurs engagements baisser. En effet, l'impact d'une courbe sur les passifs d'un assureur dépend fortement de sa hauteur. L'utilisation de l'approche Top-Down par un assureur doit donc être correctement justifiée auprès du régulateur.

Conclusion, avant la directive Solvabilité II, la courbe des taux d'actualisation utilisée par les assureurs était la courbe des taux sans risque. Sous Solvabilité II, une prime de liquidité a été ajoutée de manière à permettre aux assureurs d'investir sur des placements peu liquides et donc plus rentables. Sous IFRS 17, cette notion a été reprise pour représenter le manque de liquidité des contrats d'assurance.

Pour ces deux normes, la prime de risque est exclue de la courbe des taux d'actualisation car elle dépend du type d'investissement et ne concerne donc que le détenteur de l'actif risqué. Etant donné que c'est l'assureur qui détient les actifs, la prime de risque ne concerne pas les assurés et ne peut donc pas être intégrée à la courbe des taux d'actualisation de l'assureur.

Le tableau de l'annexe A.1 compare, de manière générale, les normes Solvabilité II et IFRS 17.

1.3 Modélisation d'une courbe des taux

Dans ce mémoire, la courbe des taux de référence, sur laquelle tous les calculs s'appuient est la courbe des taux sans risque de l'EIOPA, prise à la date du 31/03/2020. Si la courbe de l'EIOPA a été choisie, l'EIOPA n'est pas le seul organisme à modéliser des courbes des taux.

1.3.1 Les modèles de construction d'une courbe des taux sans risque

Les courbes des taux sont construites par différents organismes. Cette construction se base sur des modèles qui leur sont propres.

L'Institut des Actuaire français (IA) produit une courbe des taux sans risque mensuelle en appliquant la méthode de "Vasicek et Fong" sur les bons du trésor, les emprunts d'Etat et les obligations du trésor français.

Le Comité de Normalisation Obligataire (CNO) est une association ayant pour but d'harmoniser les méthodes de calculs utilisées sur le marché des taux en euros et les marchés dérivés, réaliser des études et faire des recommandations aux différentes entités concernées par les instruments de taux.

Le CNO construit une courbe des taux zéro-coupon publiée mensuellement pour des maturités allant de 1 à 60 ans à partir des taux swaps et des futurs. Pour chaque mois le CNO utilise les données du dernier jour ouvrable de ce mois. Toutes les maturités sont déterminées par une interpolation cubique (CNO, 2020).

L'EIOPA, utilise la méthode de Smith-Wilson afin de calculer une courbe des taux utilisée pour l'évaluation des provisions techniques. Les taux zéros-coupons sont calculés à partir de taux swap EURIBOR retraités qui sont très liquides et peu risqués (section 2.2).

Pour ces organismes, la construction de la courbe des taux sans risque est réalisée de la manière suivante :

Soit $R_t(m)$ le taux d'un zéro-coupon de maturité "m" à la date de cotation "t". Soit $B_t(m)$ le prix

d'un zéro-coupon à la date de cotation "t" dépendant de la maturité "m" et de $R_t(m)$:

$$B_t(m) = e^{-(m-t) \times R_t(m)}.$$

Ainsi :

$$R_t(m) = -\frac{1}{(m-t)} \times \log(B_t(m)).$$

En considérant que la relation entre le taux zéro-coupon et le taux forward instantané $f_t(m)$ est la suivante :

$$f_t(m) = -\frac{B'_t(m)}{B_t(m)}.$$

Il s'obtient que :

$$R_t(m) = \frac{1}{(m-t)} \int_t^m f_t(u) du.$$

A partir de la formule précédente, de nombreux modèles de constructions peuvent être implémentés (GBONGUE et PLANCHET, 2015).

Pour le modèle de NELSON SIEGEL, le taux forward instantané est défini comme :

$$f_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_1}} + \beta_2 \times \frac{(m-t)}{\tau_1} \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_1}}.$$

Les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1)$ sont à calibrer puis, par une intégration, les différentes valeurs de $R_t(m)$ sont obtenues.

Description des paramètres :

- β_0 : le taux d'intérêt à long-terme.
- β_1 : la pente de la courbe.
- τ_1 : le paramètre d'échelle ou de décroissance des taux à court-terme vers 0.
- β_2 : le paramètre qui évalue la forme et la taille de la courbure.

Pour le modèle de SVENSSON qui se base sur le modèle de NELSON SIEGEL, le taux forward instantané est défini comme :

$$f_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_1}} + \beta_2 \times \frac{(m-t)}{\tau_1} \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_1}} + \beta_3 \times \frac{(m-t)}{\tau_2} \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_2}}.$$

Les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2)$ sont à calibrer puis, par une intégration, les différentes valeurs de $R_t(m)$ sont obtenues.

Description des paramètres :

- β_0 : le taux d'intérêt à long-terme.
- β_1 : la pente de la courbe dont la somme avec β_0 fournit le taux à court terme.
- τ_1 : le paramètre d'échelle définissant la position de la première courbure.
- β_2 : le paramètre qui évalue la forme et la taille de la courbure en τ_1 .

- τ_2 : le paramètre d'échelle définissant la position de la deuxième courbure.
- β_3 : le paramètre qui évalue la forme et la taille de la courbure en τ_2 .

Le modèle de BJORK et CHRISTENSEN se base également sur le modèle de NELSON SIEGEL. Le taux forward de ce modèle est défini comme :

$$f_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_1}} + \beta_2 \times \frac{(m-t)}{\tau_1} \times e^{-\frac{(m-t)}{\tau_1}} + \beta_3 \times e^{-\frac{2 \times (m-t)}{\tau_1}}.$$

Les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1)$ sont à calibrer avant d'obtenir les différentes valeurs de $R_t(m)$ par intégration.

L'interprétation des paramètres du modèle de Björk & Christensen est la même que celle des paramètres du modèle de Nelson-Siegel. Dans ce modèle, la différence entre taux court et taux long est $\beta_1 + \beta_3$.

Les modèles de NELSON SIEGEL, SVENSSON et BJORK & CHRISTENSEN se basent sur le calcul d'un taux forward et sont simples d'interprétation. D'autres modèles, se basant sur le taux d'actualisation sont plus complexes à mettre en place et à interpréter.

Le modèle de VASICEK et FONG, utilisé par l'IA se base sur la formule du prix d'un zéro-coupon suivante :

$$B_t(m) = a_0 + a_1 \times e^{-\alpha \times (m-t)} + a_2 \times e^{-2 \times \alpha \times (m-t)} + a_3 \times e^{-3 \times \alpha \times (m-t)}.$$

A partir de ce taux d'actualisation, il est possible de calculer directement $R_t(m)$ et $f_t(m)$.

Le modèle de SMITH-WILSON, utilisé par l'EIOPA se base sur la fonction de taux d'actualisation suivante :

$$B_t(m) = e^{-UFR \times (m-t)} + \sum_{i=1}^N \zeta_j \times \left(\sum_{j=1}^J c_{i,j} \times W(m-t, u_j) \right).$$

Avec la fonction de Wilson suivante :

$$W(m-t, u_j) = e^{-UFR \times (m-t+u_j)} \times \left(\alpha \times \min(m-t, u_j) - e^{-\alpha \times \max(m-t, u_j)} \times \sinh(\alpha \times \min(m-t, u_j)) \right),$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} N : \text{ le nombre d'obligations zéro coupon dont le prix est connu,} \\ J : \text{ le nombre de dates de versement de cash lié au contrat obligataire,} \\ p_i (i = 1, \dots, N) : \text{ les prix de marché des titres zéro coupon,} \\ u_i (i = 1, \dots, N) : \text{ les maturités respectives des titres zéro coupon,} \\ c_{i,j} (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N) : \text{ les flux de cash associés à chacun des zéros coupons,} \\ m : \text{ maturité de la fonction prix,} \\ UFR : \text{ taux forward ultime,} \\ \alpha : \text{ une mesure de la vitesse de convergence de la courbe vers l'UFR,} \\ \zeta_j (i = 1, \dots, N) : \text{ les paramètres à ajuster par rapport aux données de marché.} \end{array} \right.$$

Les paramètres $(\zeta_j)_{i=1, \dots, N}$ sont les solutions du système d'équation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = \sum_{j=1}^J c_{1,j} \times B_t(u_1) = \sum_{j=1}^J c_{1,j} \times \left(e^{-UFR \times (u_1-t)} + \sum_{l=1}^N \zeta_l \times \left(\sum_{k=1}^N c_{l,k} \times W(u_1-t, u_k) \right) \right), \\ \dots \\ p_i = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times B_t(u_i) = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times \left(e^{-UFR \times (u_i-t)} + \sum_{l=1}^N \zeta_l \times \left(\sum_{k=1}^N c_{l,k} \times W(u_i-t, u_k) \right) \right), \\ \dots \\ p_N = \sum_{j=1}^J c_{N,j} \times B_t(u_N) = \sum_{j=1}^J c_{N,j} \times \left(e^{-UFR \times (u_N-t)} + \sum_{l=1}^N \zeta_l \times \left(\sum_{k=1}^N c_{l,k} \times W(u_N-t, u_k) \right) \right). \end{array} \right.$$

Ce qui est équivalent à considérer le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = \sum_{j=1}^J c_{1,j} \times e^{-UFR \times (u_1-t)} + \left(\sum_{l=1}^N \left(\sum_{k=1}^N \left(\sum_{j=1}^N c_{1,j} \times W(u_1-t, u_k) \right) \times c_{l,k} \right) \right) \times \zeta_l, \\ \dots \\ p_i = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times e^{-UFR \times (u_i-t)} + \left(\sum_{l=1}^N \left(\sum_{k=1}^N \left(\sum_{j=1}^N c_{i,j} \times W(u_i-t, u_k) \right) \times c_{l,k} \right) \right) \times \zeta_l, \\ \dots \\ p_N = \sum_{j=1}^J c_{N,j} \times e^{-UFR \times (u_N-t)} + \left(\sum_{l=1}^N \left(\sum_{k=1}^N \left(\sum_{j=1}^N c_{N,j} \times W(u_N-t, u_k) \right) \times c_{l,k} \right) \right) \times \zeta_l. \end{array} \right.$$

Le système précédent réécrit en notation vectorielle donne : $p = CB = C\mu + (CWC^T)\zeta$.

Donc : $\zeta = (CWC^T)^{-1}(p - C\mu)$.

En injectant les paramètres $(\zeta_i)_{i=1, \dots, N}$ dans la formule de la fonction d'actualisation, il est possible d'obtenir les taux $R_t(m)$ pour toutes les maturités ainsi que $f_t(m)$.

1.3.2 Enjeux de la construction de la courbe des taux pour les assureurs

Les courbes des taux de l'EIOPA, bien qu'utilisées par de nombreux assureurs, sont calculées sur un portefeuille représentatif de celui des assureurs d'un pays. Chaque assureur ayant sa propre stratégie d'investissements, le portefeuille sur lequel l'EIOPA réalise ses calculs peut ne pas représenter cette grande diversité d'investissements.

La courbe des taux modélisée pour un assureur qui dégrade la qualité de son portefeuille afin d'augmenter sa rentabilité ne peut pas être la même que celle d'un assureur qui, pour garder un niveau de solvabilité raisonnable, investit sur des actifs peu rentables mais de grande qualité. On peut s'interroger sur la pertinence, pour un assureur vie et non-vie, d'utiliser la même courbe des taux d'actualisation.

La courbe des taux utilisée impactant plus ou moins fortement les passifs d'un assureur, il est essentiel pour ceux-ci de posséder une courbe représentative de leurs investissements. La modélisation de ces courbes connaît un regain d'intérêts avec la période des taux bas qui s'est installé en Europe. Les assureurs voient en la modélisation de la courbe des taux d'actualisation un moyen de contrebalancer une partie des effets négatifs de cette période.

IFRS 17 traite les passifs d'un assureur par groupes de contrats bien définis. Une courbe des taux d'actualisation générale peut, par conséquent, être utilisée pour tous les groupes de contrats, bien qu'ils soient distincts les uns des autres. La construction d'une courbe propre à chacun des groupes est également possible. L'idée de réaliser une courbe des taux par groupe nécessite des données suffisamment complètes révélant les liens actifs-passifs de l'assureur.

Ce mémoire s'intéresse à la modélisation d'une courbe des taux d'actualisation générale, calculée sur le portefeuille obligataire d'un assureur.

1.4 Description du portefeuille obligataire de l'étude

Les différentes méthodes Bottom-Up et Top-Down seront étudiées à partir du portefeuille obligataire d'un assureur vie. Ce portefeuille, pris au 31/03/2020, est composé de 5074 obligations, il a une valeur nominale de 29,4G€ et une valeur de marché de 30,2G€.

Le tableau 1.2 montre la répartition du type de taux de rendements des obligations dans le portefeuille obligataire.

Type de taux	Fixe	Variable	Indexé sur l'inflation
Proportion	80,7%	13,0%	6,3%

TABLE 1.2: Répartition des obligations du portefeuille selon leur type de taux

Les obligations à taux fixe sont majoritairement présentes dans le portefeuille. Elles sont suivies par les obligations à taux variable qui représentent une proportion moins importante mais non négligeable du portefeuille. Les obligations indexées sur l'inflation quant à elles ne représentent qu'une faible part du portefeuille.

La majorité des méthodes de modélisation qui seront présentées dans ce mémoire se basent uniquement sur les obligations à taux fixes, pour ces raisons, la statistique précédente est importante. Le fait que 80,7% des obligations du portefeuille soient à taux fixes est rassurant. Cependant, la part non négligeable d'obligations à taux variables laisse penser que, pour chaque méthode se focalisant uniquement sur les obligations à taux fixes, une part d'erreur non négligeable est à prévoir. Certaines méthodes prennent en compte les taux non fixes de manière simplifiée afin de limiter cette part d'erreur.

Le portefeuille obligataire utilisé possède une grande diversité de ratings qui sont représentés dans le tableau 1.3 ci-dessous.

Rating	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
Proportion	2,5%	42,8%	17,8%	32,2%	3,2%	1,2%	0,3%

TABLE 1.3: Répartition des obligations du portefeuille selon leur rating

La majorité des investissements obligataires sont réalisés du rating AA au rating BBB. En investissant sur ce type d'obligation, l'assureur dégrade son portefeuille et porte plus de risque. Ce risque lui permet d'avoir des taux de rendement plus importants que ceux d'obligations de rating A. C'est son besoin de rendement et son appétit au risque qui le poussent à investir principalement sur des obligations de ce type.

Les investissements de rating BBB correspondent à la limite de l'appétit au risque de l'assureur. En dessous, très peu d'investissements sont réalisés. Les obligations de rating inférieur à BBB sont qualifiées de spéculatives car elles sont très risquées et donc très rentables. Trop risquées, elles attirent peu les assureurs.

Le tableau 1.4 montre la répartition du type d'obligation dans le portefeuille de l'assureur. L'assureur investit beaucoup plus sur les entreprises que sur les Etats. Les obligations d'entreprises fournissent un taux de rendement supposé supérieur à celles des Etats car elles sont considérées comme plus risquées.

Type	Gouvernemental	Entreprise
Proportion	37,5%	62,5%

TABLE 1.4: Répartition des obligations selon leur rating

La base de données ne fournit pas d'informations quant au type d'entreprises sur lesquelles les investissements obligataires ont été réalisés. Il n'est donc pas possible de distinguer les entreprises de type financières et non financières. Après analyse du portefeuille, il sera supposé que les obligations d'entreprises sont toutes de type non financières.

Le tableau 1.5 ci-dessous montre la répartition des ratings pour chacun des types d'obligations.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
Gouvernemental	1,5%	33,1%	0,9%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Entreprise	1,0%	9,7%	16,9%	30,2%	3,2%	1,2%	0,3%

TABLE 1.5: Répartition des obligations par type et par rating

Les obligations gouvernementales du portefeuille obligataire sont majoritairement des obligations de rating AA. Aucun investissement obligataire associé à un Etat ne passe sous le rating BBB.

L'étude de la base de données montre que les obligations d'Etats notées BBB sont des obligations émises par des villes françaises telles que la ville de Paris ou celle de Bordeaux. Ces obligations sont également émises par des départements tels que "L'Ille-et-Vilaine", "Charente Maritime", "Dordogne" ou encore "Seine Maritime".

Concernant les obligations d'entreprises, les ratings sont bien plus étendus, allant jusqu'au rating CCC. La majorité des obligations d'entreprises ont des ratings allant d'AA à BBB. C'est principalement sur les obligations d'entreprises que l'idée d'assumer un risque plus important dans le but d'améliorer la rentabilité s'observe.

Le tableau 1.6 présente la répartition des taux de coupon en fonction du type d'obligation. Si les obligations d'entreprises sont réputées plus risquées et donc plus rentables que les obligations d'Etats, le tableau montre que les taux de coupons les plus élevés sont ceux des obligations d'Etats.

(Taux)	Min	1 ^{er} Qu.	Médiane	Moyenne	3 ^{ème} Qu.	Max
Gouvernemental	0%	1,2%	1,8%	2,2%	3,6%	8,5%
Entreprise	-0,1%	0,0%	1,5%	1,9%	3,1%	8,3%

TABLE 1.6: Taux des obligations par type

L'analyse plus détaillée du portefeuille obligataire montre que les obligations de type Etats sont majoritairement réalisées sur des villes ou des départements Français plutôt que sur des pays. Les taux de rendements associés à ces investissements sont bien plus élevés que ceux réalisés sur des pays car ils sont considérés comme plus risqués.

Il est intéressant pour un assureur d'investir sur des villes ou des départements classés dans la catégorie des obligations d'Etat. Celles-ci fournissent un taux de rendement élevé et n'augmentent pas le SCR si elles sont classées AAA ou AA.

Un grand nombre d'obligations d'entreprises ont un taux de coupon égal à 0%. Ces investissements à taux zéro sont majoritairement effectués sur des associations ou des coopératives. Ce type d'obligation a tendance à faire baisser les taux des obligations de type entreprises.

Le tableau 1.7 ci-dessous présente la répartition des maturités en fonction du type d'obligation.

(Année)	Min	1 ^{er} Qu.	Médiane	Moyenne	3 ^{ième} Qu.	Max
Gouvernemental	0,0	2,2	5,3	6,7	10,2	20,3
Entreprise	0,0	1,5	3,6	4,1	5,8	39,2

TABLE 1.7: Maturité des obligations par type

Si la maturité des obligations ne dépasse que très rarement les 20 ans, certaines obligations d'entreprises du portefeuille dépassent largement les 20 ans et peuvent atteindre jusqu'à 40 ans. Ce type d'obligations est minoritaire.

Le tableau 1.8 ci-dessous présente le nombre d'obligations que détient l'assureur par pays.

AT	BE	CH	DE	DK	ES	EU	FI	FR	IE	IT	LU	NL	PT	SE	SI	SK	XS	Autres
17	55	4	88	7	25	11	3	2102	5	35	52	10	9	2	2	5	2189	453

TABLE 1.8: Répartition des obligations du portefeuille par pays

Le tableau montre que les investissements de l'assureur sont principalement réalisés sur des obligations d'entreprises et d'Etats européens. La France arrive en première position des investissements obligataires de l'assureur.

Une grande part du portefeuille est composée d'obligations internationales cotées sur plusieurs marchés. Ces obligations ont un code ISIN commençant par XS. De nombreuses entreprises européennes sont représentées à travers ce type de code dont des entreprises françaises. Des obligations de pays comme le Canada, le Chili, la Corée ou encore Israël sont présentes dans le portefeuille bien que très minoritaires voir négligeables. Cette présence peut entraîner un risque de devise. Dans ce mémoire, le travail effectué se basera sur l'Euro uniquement.

Le portefeuille d'actifs utilisés pour la modélisation de courbes des taux d'actualisation est un portefeuille très diversifié composé d'obligations majoritairement françaises. La stratégie d'investissement de l'assureur montre un certain appétit au risque qui lui permet d'augmenter la rentabilité de son portefeuille.

Les méthodes Bottom-Up et Top-Down vont avoir pour but d'éliminer la part de spread associée à cet appétit au risque.

Chapitre 2

Construction de la courbe des taux sous l'approche Bottom-Up

Ce chapitre présente différentes méthodes de modélisation de courbes des taux d'actualisation associées à l'approche Bottom-Up. Toutes les méthodes de modélisation d'une courbe des taux d'actualisation se basant sur l'estimation d'une prime de liquidité sont qualifiées de méthode Bottom-Up. Les méthodes présentées dans ce chapitre ont été développées et sont, pour certaines, utilisées par les acteurs du marché assurantiel. Le but de ce chapitre est de présenter les différentes méthodes de calcul d'une prime de liquidité, d'analyser leurs hypothèses et d'étudier leurs résultats.

2.1 Principes de l'approche

L'approche Bottom-Up désigne un ensemble de méthodes permettant de modéliser une courbe des taux d'actualisation à partir d'une estimation de la prime de liquidité. C'est la norme IFRS 17 qui a défini la notion d'approche Bottom-up bien que des méthodes similaires de modélisation de courbes aient été utilisées sous Solvabilité II, comme la méthode "d'ajustement pour volatilité".

Les courbes sont construites à partir d'une courbe des taux sans risque qui est majorée d'une prime de liquidité (SANTOS, 2017). La courbe des taux sans risque utilisée pour les modélisations Bottom-up de ce mémoire est celle fournie par l'EIOPA au 31/03/2020.

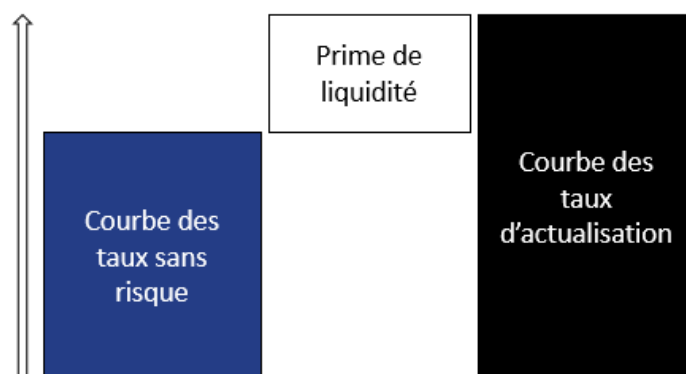


FIGURE 2.1: Approche Bottom-Up

La figure 2.1 montre que l'idée des méthodes de l'approche est d'estimer uniquement la part du spread pertinente, liée à la liquidité des contrats d'assurances. Ce chapitre, étudie, analyse et présente les méthodes Bottom-Up suivantes :

- La méthode proxy développée sous QIS 5.
- Une variante de la méthode proxy développée sous QIS 5.
- La méthode d'ajustement pour volatilité (Volatility Adjustment (VA)).
- Une méthode Bottom-up hybride, variante de la méthode d'ajustement pour volatilité.
- Une méthode de décomposition des flux obligataires développée par le cabinet KPMG.
- Une méthode des comparaisons d'obligations provenant de marchés liquides et non liquides.

Chacune des méthodes de modélisation de courbe des taux présentées dans cette section se base sur une méthodologie de calcul qui lui est propre. Des protocoles de calculs différents entraînent des estimations de primes de liquidité différentes.

2.2 Modélisation de la courbe des taux sans risque EIOPA

La courbe des taux sans risque est la courbe qui reflète la valeur temporelle de l'argent. L'EIOPA construit pour les assureurs plusieurs courbes dont la courbe des taux sans risque.

La courbe des taux sans risque est construite, par l'EIOPA, à partir des taux swap pour la monnaie euro. Les swaps de taux sont diminués d'un "risque de crédit" afin de ne garder que des taux sans risque. Ce risque de crédit, calculé par l'EIOPA et compris entre 10 et 35 bps (basic points), est appelé le CRA (Credit Risk Adjustment). La méthode de Smith-Wilson est utilisée sur les maturités inférieures à 20 ans (LLP) pour extrapoler la courbe obtenue.

L'EIOPA fournit également une courbe des taux sans risque ajustée d'une prime de liquidité. La prime de liquidité est calculée par la méthode de l'ajustement pour volatilité (Volatility Adjustment (VA)). Cette méthode de calcul de prime de liquidité sera étudiée en détail dans la partie 2.3.3.

L'intérêt de l'ajustement pour volatilité est qu'il permet d'augmenter la valeur des taux. Les figures 2.2 et 2.3 montrent l'impact non négligeable de la correction pour volatilité sur les courbes des taux de l'EIOPA.

La Figure 2.2 montre que la courbe des taux sans risque de l'EIOPA décroît de manière importante entre 2016 et 2020. Cette décroissance est compensée dans la figure 2.3 par un ajustement pour volatilité qui semble profitable aux assureurs en période de taux bas.

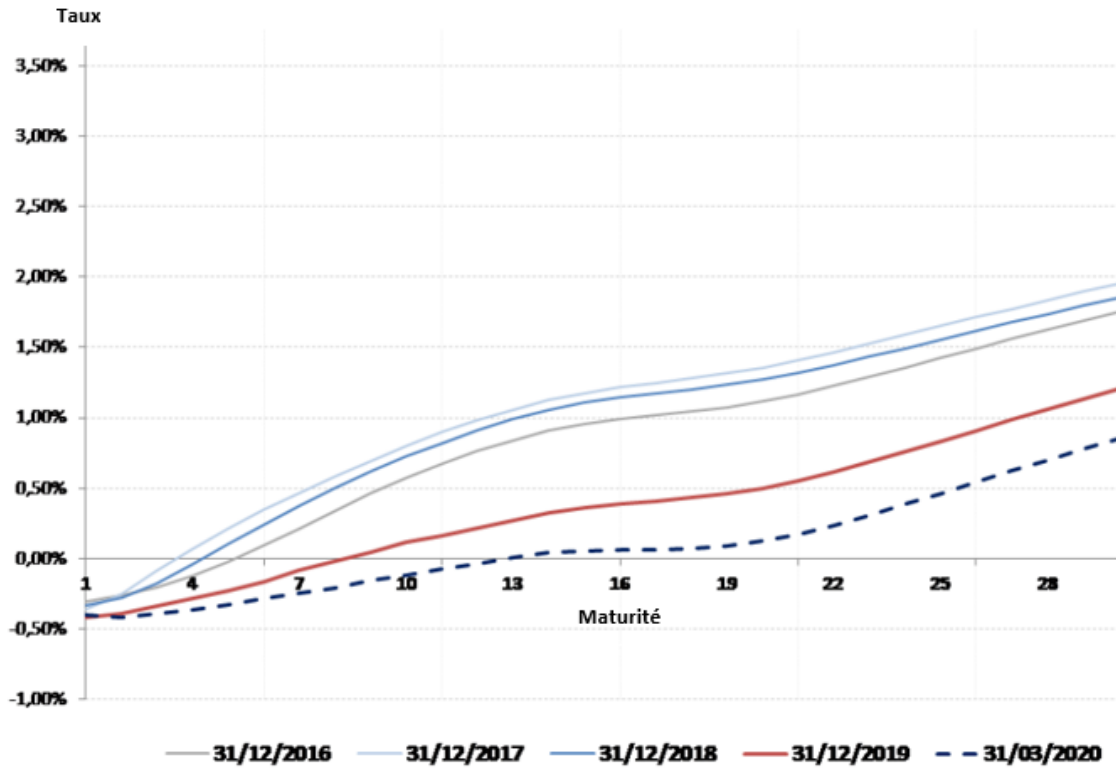


FIGURE 2.2: Comparaison des courbes des taux sans risque EIOPA entre le 31/12/2016 et le 31/03/2020 (SANCHEZ et GROUARD, 2020)

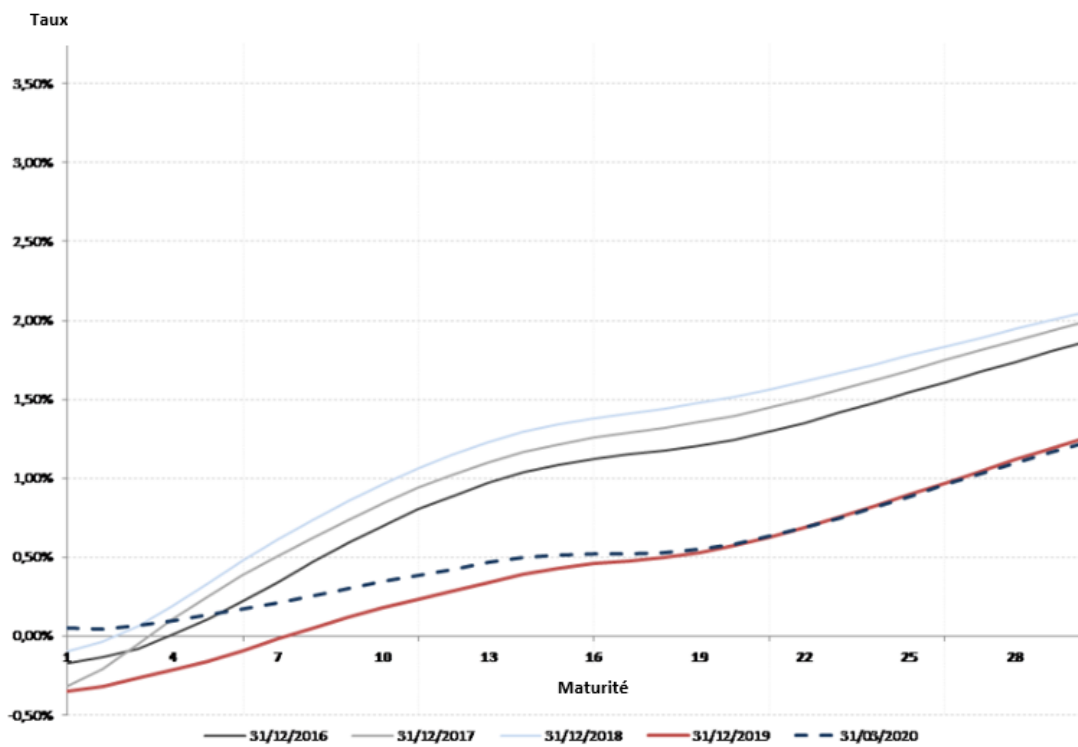


FIGURE 2.3: Comparaison des courbes des taux spots EIOPA entre le 31/12/2016 et le 31/03/2020 avec la VA (SANCHEZ et GROUARD, 2020)

L'ajustement pour volatilité a un impact non négligeable sur les courbes observées dans la figure 2.3. Si, de 2016 à 2019, les mêmes décalages entre les courbes sont observés, en 2020, l'ajustement pour volatilité fait considérablement remonter la courbe des taux au point que celle-ci dépasse la courbe de 2019 pour les taux courts. Au 31/03/2020, la prime de liquidité est de 0,46%.

La méthode d'estimation de la prime de liquidité, utilisée par l'EIOPA, n'est pas la seule disponible. D'autres méthodes, se basant sur des raisonnements différents, existent et fournissent des résultats très distincts. Il est par conséquent nécessaire d'étudier ces méthodes et de les comparer afin de sélectionner celle qui semble le mieux adapté aux engagements des assureurs.

2.3 Analyse des méthodes d'estimation de la prime de liquidité

L'approche Bottom-Up est composée de méthodes pouvant être distinguées en deux catégories :

- Les méthodes de décomposition du spread.
- Les méthodes d'analyse des données de marché.

Les méthodes de décomposition du spread se basent sur un certain nombre d'hypothèses qui leur sont propres. Ces hypothèses permettent de décomposer un spread, au préalable calculé, en plusieurs parts. Cette décomposition conduit à l'obtention d'une prime de liquidité.

Les méthodes d'analyse des données de marché se basent sur l'étude de données de marché. Les primes de liquidités sont calculées à partir d'informations directement obtenues sur les marchés financiers. Ces primes ne permettent pas de modéliser directement une courbe des taux d'actualisation.

Dans ce chapitre, cinq méthodes de décomposition du spread seront dans un premier temps étudiées. Une méthode d'analyse des données de marché sera ensuite présentée.

2.3.1 Etude de la méthode proxy (QIS5)

Lors de la mise en place de Solvabilité II, des études quantitatives d'impact ont été réalisées par les différents acteurs soumis à la directive. Ces études ("Quantitative Impact Studies" (QIS)) ont permis au régulateur et aux acteurs de développer, analyser et perfectionner la norme Solvabilité II.

Sous Solvabilité II, comme certains éléments du passif tels que la meilleure estimation des provisions techniques ("Best Estimate" (BE)) sont fondés sur des projections de flux futurs actualisés, une étude de l'impact des taux d'actualisation sur ces éléments a été réalisée.

Les études d'impact réalisées jusqu'à QIS4 imposaient aux assureurs d'utiliser la courbe des taux sans risque afin d'actualiser leurs flux de trésorerie. QIS5, marque l'inclusion de la prime d'illiquidité à la courbe des taux sans risque pour l'actualisation.

L'étude de QIS5 a révélé que 6% du SCR des assureurs français serait impacté par l'ajout d'une prime d'illiquidité dans les courbes des taux d'actualisation.

La méthode utilisée par l'EIOPA

La méthode utilisée par l'EIOPA pour calculer la prime d'illiquidité sous QIS5 se nomme méthode "proxy". Cette méthode est une méthode Bottom-up car elle se base sur l'estimation de la prime d'illiquidité.

Pour calculer cette prime d'illiquidité, l'EIOPA se base sur une formule basée sur les travaux du CRO Forum. Créé en 2002, le CRO Forum est un groupe de discussion de haut niveau qui est formé et composé du directeur financier des principales sociétés européennes d'assurances cotées en bourse. Son but principal est d'améliorer l'information financière.

D'après le CRO Forum, la formule suivante doit être appliquée à chaque actif du portefeuille (CRO FORUM, 2010) :

$$\text{Prime d'illiquidité} = \max(x\% \times (\text{Spread} - y \text{ bps}), 0). \quad (2.1)$$

Cette formule se base sur certaines hypothèses. Il est ici supposé que le spread d'une obligation est composé de trois éléments bien distincts. Le CRO Forum considère que la prime de liquidité d'une obligation correspond à "x%" du spread de l'obligation diminué de "y bps" (points de base) et est toujours positive. Le CRO Forum fixe "x%" à 50% et "y bps" à 40 bps.

Description de la méthode "proxy"

Etape 1, calcul du spread

La norme ne fournit aucune contrainte concernant le calcul de spread. Dans cette étude, celui-ci sera calculé de manière classique.

Les flux de trésorerie des différentes obligations contenues dans le portefeuille obligataire sont projetés. Les données nécessaires à ce calcul sont le taux sans risque (fournit par l'EIOPA) ainsi que la valeur de marché des différentes obligations du portefeuille. A partir de ces données, le spread est calculé grâce à la formule :

$$\text{Valeur de Marché} = \sum_t \frac{\text{flux obligataire}_t}{(1 + \text{taux sans risque}_t + \text{spread})^t}. \quad (2.2)$$

Etape 2, calcul de la prime de liquidité

Pour chaque obligation du portefeuille, le calcul de la prime de liquidité est effectué grâce à la formule (2.1) du CRO Forum.

La prime de liquidité du portefeuille correspond à la moyenne des primes de liquidité de chacune des obligations du portefeuille. Cette moyenne devra être pondérée par la valeur de marché des obligations.

Construction de la courbe des taux d'actualisation

A partir du portefeuille obligataire de l'étude, la prime de liquidité calculée est égale à 122 bps soit 1,22%. Ceci permet de construire la courbe des taux d'actualisation représentée dans la figure 2.4.

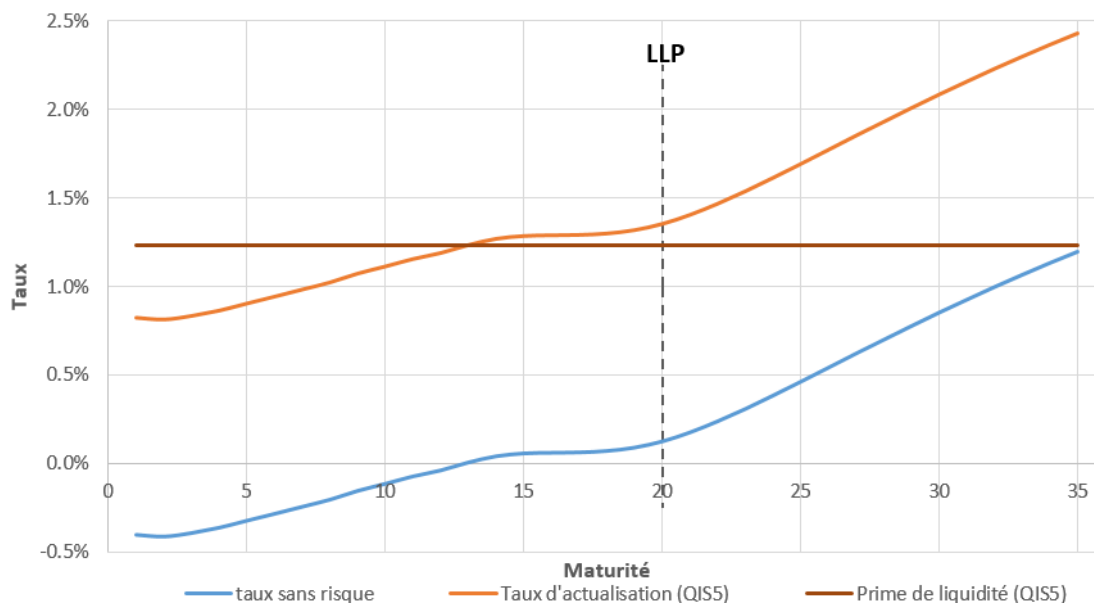


FIGURE 2.4: Taux d'actualisation par la méthode QIS5

La méthode "proxy" présente des avantages

La méthode s'appuie sur des données contenues dans un portefeuille obligataire. Ces données sont par conséquent accessibles par les assureurs. De plus, le calcul de la prime de liquidité est réalisé à partir d'une formule simple.

Les hypothèses pourraient faire l'objet d'une étude. Cette étude conduirait à une évolution des paramètres 50% et 40 bps qui seraient recalculés en fonction d'éléments tels que le type, le rating et la maturité des obligations. Une telle évolution de la méthode la rendrait nécessairement plus précise.

La méthode est également peu sensible aux situations de crise.

La méthode "proxy" présente également des inconvénients

La simplicité de la formule utilisée entraîne une perte de précision. Cette formule, qui présente la prime de liquidité comme une transformation presque linéaire du spread, ne s'adapte pas assez aux caractéristiques des obligations.

L'étude menée pour estimer les paramètres, 50% et 40 bps, est très générale. Il serait intéressant de faire varier ces paramètres selon des éléments tels que le type et le rating des obligations.

De plus, la méthode ne prend pas en compte l'écart de durée entre actifs et passifs dans le calcul de la prime de liquidité. Cette prise en compte semble nécessaire car la prime est calculée sur des flux d'actifs pour actualiser des flux de passifs.

La simplicité de la méthode et le fait qu'elle ne prenne pas en compte les obligations à taux variable entraîne des approximations qui lui ont donné son nom de "proxy". Des points tels que la constance de la prime de liquidité en fonction des maturités ou l'application de cette prime à tous les contrats quelles que soient leurs caractéristiques devraient être à justifier auprès d'un commissaire aux comptes.

Conclusion, si la méthode "proxy" peut attirer par sa simplicité de mise en place et d'interprétation, cette simplicité entraîne certains désavantages qui mettent en doute sa robustesse. Les approximations provoquées par cette simplicité l'ont conduit à l'appellation "proxy".

2.3.2 La méthode proxy variante (QIS5)

Une variante de la méthode proxy existe. Cette variante consiste à appliquer la formule 2.1 du CRO Forum au spread moyen du portefeuille. Cette méthode fournit des résultats différents de ceux de la méthode précédente car la formule du CRO Forum n'est pas exactement linéaire.

Description de la méthode "proxy variante"

Etape 1, calcul du spread (identique à l'étape 1 de la méthode proxy)

Etape 2, calcul de la prime de liquidité

Calcul du spread moyen du portefeuille à partir du spread des obligations. Ce spread est pondéré par la valeur de marché des obligations. La formule 2.1 du CRO Forum est appliquée au spread moyen pondéré du portefeuille.

Construction de la courbe des taux d'actualisation

A partir du portefeuille obligataire de l'étude, la prime de liquidité calculée est égale à 119,7 bps soit 1,20%. Ceci permet de construire la courbe des taux d'actualisation représentée dans la figure 2.5.

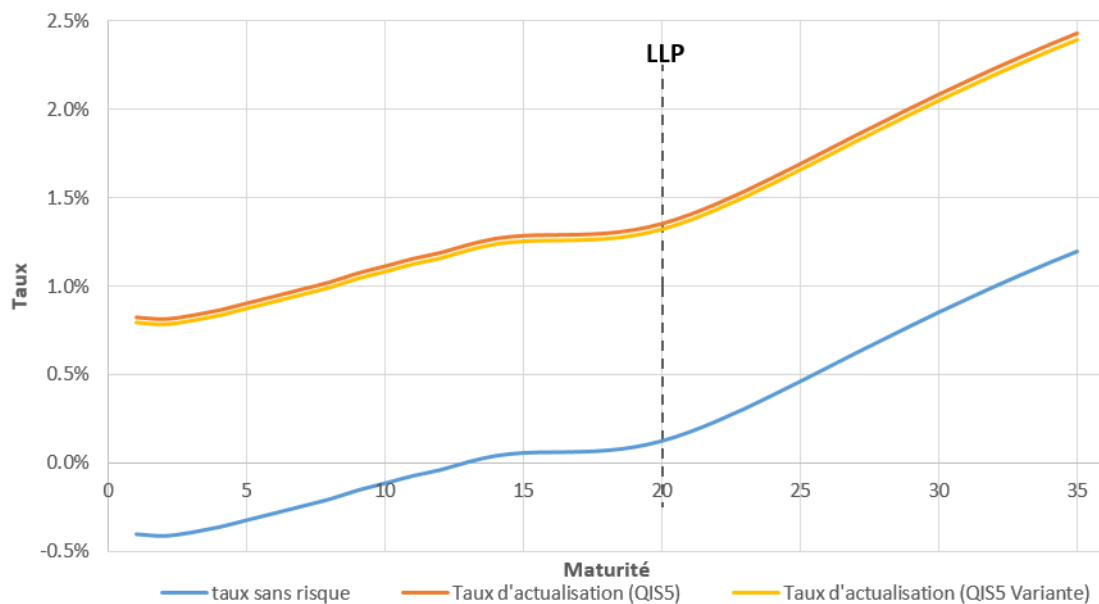


FIGURE 2.5: Comparaison des méthodes proxy et proxy variante

La figure 2.5 montre que les résultats obtenus par la méthode variante et la méthode classique sont assez proches. Il est difficile de distinguer les deux courbes tant elles se superposent. La méthode variante impactera légèrement moins les passifs de l'assureur que la méthode classique car elle fournit une prime de liquidité légèrement plus faible.

La méthode "proxy variante" présente des avantages

Les avantages de la méthode "proxy variante" restent les mêmes que ceux de la méthode "proxy". La méthode fournit cependant une prime de liquidité légèrement plus faible.

La méthode "proxy variante" présente également des inconvénients

Les inconvénients de la méthode "proxy variante" restent les mêmes que ceux de la méthode "proxy".

Cependant, celle-ci est moins malléable car les paramètres 50% et 40 bps ne peuvent être adaptés selon les caractéristiques des obligations. Cela est lié au fait que la formule 2.1 du CRO Forum est appliquée au spread moyen du portefeuille.

Conclusion, comme attendu, la méthode "proxy variante" produit un résultat similaire au résultat de la méthode "proxy" bien qu'il soit légèrement plus faible. Cependant, la méthode "proxy variante" est beaucoup moins malléable que la méthode "proxy" de laquelle elle est issue.

2.3.3 Etude de la méthode d'ajustement pour volatilité

L'ajustement pour volatilité ou "Volatility Adjustment" (VA) a pour but d'atténuer les mouvements de marchés non rationnels qui pourraient aboutir à des valeurs de spreads injustifiés. Cette méthode porte le nom de "Volatility Adjustment" car elle se base sur le spread moyen à long terme ou "Long Term Average Spread" (LTAS) qui est défini comme un spread moyen estimé indépendamment de la volatilité des marchés.

La méthode "Volatility Adjustment" est une méthode développée par l'EIOPA, (EIOPA, 2019), dans le but de calculer la prime de liquidité pour tracer une courbe des taux aux normes Solvabilité II. Réutilisable sous IFRS 17, cette méthode est qualifiée de Bottom-Up.

Si l'EIOPA se base, pour chaque pays, sur un portefeuille obligataire de référence, cette étude se base sur le portefeuille obligataire de l'assureur vie décrit dans la section 1.4. Les assureurs ayant des stratégies d'investissements différentes, il est intéressant pour ceux-ci de construire leur propre courbe des taux d'actualisation. Cette courbe, leur permettra de calculer les éléments de leur passif de manière plus précise.

Description de la méthode "d'ajustement pour volatilité"

Etape 1, calcul du spread et de la duration des obligations du portefeuille

L'étape 1 consiste à calculer le spread et la duration des obligations à taux fixe du portefeuille de l'assureur. Ces deux informations seront indispensables dans l'application de la méthode.

Pour chaque obligation, le spread est calculé à partir de la formule 2.2. La courbe des taux sans risque est fournie par l'EIOPA à la date du 31/03/2020.

La duration, sera calculée par la formule de Macaulay :

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{t \times C_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+i)^t}},$$

avec : $\begin{cases} C_t : \text{flux financier à l'instant } t, \\ i : \text{taux de rendement actuariel annuel,} \\ N : \text{nombre total d'annuités.} \end{cases}$

Les obligations sont classées par groupe en fonction de leur émetteur, Etat ou entreprise, et de leur rating. Chaque groupe reçoit un traitement particulier.

Etape 2, calcul de la correction pour risque (Risk Correction)

L'étape 2 de la méthode VA consiste à calculer un ajustement appelé la "Risk Correction". Cet ajustement est à appliquer au spread d'un groupe d'obligations pour ne garder que la prime de liquidité du groupe.

Il faut calculer pour chaque groupe les moyennes du spread, de la duration et du taux sans risque. Les moyennes du spread et de la duration sont pondérées par les valeurs de marché des obligations du groupe. Le taux sans risque est celui de la courbe des taux sans risque de l'EIOPA pour une maturité égale à la duration moyenne du groupe. En cas de duration non entière, une interpolation linéaire peut être réalisée.

Le taux de rendement moyen d'un groupe, est calculé comme la somme du taux sans risque moyen et du spread moyen du groupe.

Pour un groupe d'obligations d'Etats, la "Risk Correction" est calculée par la formule suivante :

$$Risk\ Corr_{gov} = \max(30\% \times LTAS_{gov}, 0).$$

Pour un groupe d'obligations d'entreprises, la "Risk Correction" est calculée par la formule suivante :

$$Risk\ Corr_{gov} = \max(35\% \times LTAS_{gov}, PD + CoD),$$

avec : $\begin{cases} PD : \text{probability of default} = \text{Probabilité de défaut}, \\ CoD : \text{cost of Downgrade} = \text{Coût d'une dégradation de rating.} \end{cases}$

Définition : le "Cost of Downgrade" (CoD) correspond au pourcentage de perte de valeur auquel un détenteur d'obligation doit faire face en cas de baisse du rating de son émetteur.

Lors de l'achat d'une obligation auprès d'un émetteur de dette, le taux de l'obligation est fixé en fonction du rating de l'émetteur. En cas de baisse de rating, les nouvelles obligations vendues par l'émetteur auront un taux de coupon supérieur à celles achetées avant la baisse, en effet, le rating est de moins bonne qualité

Une obligation achetée avant une baisse de rating de son émetteur verra sa valeur baisser pour être aussi attractive que les obligations vendues, à un taux de coupon plus élevé, après une baisse de rating de l'émetteur. Cette perte de valeur représente un coût pour un détenteur d'obligations achetées avant la baisse de rating. Le pourcentage de ce coût est appelé le "Cost of Downgrade".

Les formules de la "Risk Correction" mettent en avant le fait que l'ajustement lié aux obligations d'entreprises est bien plus important que celui lié aux obligations d'Etats. La PD et le CoD sont fournis par l'EIOPA. Comme pour le LTAS, leur valeur évolue selon le rating et la maturité des obligations.

Grâce à cette estimation, il est possible de calculer la prime de liquidité d'un groupe d'obligations par la formule :

$$Prime\ de\ liquidité = Spread - Risk\ Correction.$$

Le choix des pourcentages n'a pas été réellement justifié dans la documentation de la méthode. Ceci laisse une marge de manoeuvre aux assureurs. Ils pourraient modifier la méthode et faire varier le pourcentage de LTAS en fonction d'autres paramètres tels que le rating ou la duration du groupe d'obligations.

Etape 3, calcul de "l'Internal Effective rate"

Les calculs de l'étape précédente, réalisés pour chacun des groupes, vont être utilisés pour calculer le taux interne effectif du portefeuille appelé "Internal Effective Rate" (IER).

Il existe trois IER différents pour les obligations d'Etats :

- $IER_{yield\ market\ (gov)}$: le rendement du portefeuille d'obligations d'Etats.
- $IER_{yield\ RFR\ (gov)}$: le rendement sans risque du portefeuille d'obligations d'Etats.
- $IER_{yield\ corrected\ (gov)}$: le rendement du portefeuille d'obligations d'Etats corrigé de l'ajustement.

Ces trois mêmes IER existent pour les obligations d'entreprise : $IER_{yield\ market\ (corp)}$, $IER_{yield\ RFR\ (corp)}$ et $IER_{yield\ corrected\ (corp)}$.

Pour chaque groupe d'obligations, trois coupons de nominal 1€ et de maturité équivalente à la duration moyenne du groupe sont projetés :

- Le premier zéro-coupon utilise le taux de rendement moyen du groupe.
- Le deuxième utilise le taux sans risque moyen du groupe.
- Le troisième utilise le taux de rendement moyen du groupe corrigé de la "Risk Correction".

Pour les groupes d'obligations d'Etats, il faut calculer :

- $L'IER_{yield\ market\ (gov)}$, grâce à la formule suivante :

$$1 = \sum_{rate} \frac{p \times ZC_{rate}}{(1 + IER_{yield\ market\ (gov)})^d}, \quad (2.3)$$

$$avec : \begin{cases} rate : rating, \\ d : duration\ du\ groupe\ de\ rating\ "rate", \\ p : pondération\ par\ rapport\ au\ poids\ des\ groupes\ contenant\ des\ obligations \\ d'Etats, \\ ZC_{rate} : zéros\ coupons\ projetés\ au\ taux\ de\ rendement\ moyen\ du\ groupe \\ de\ rating\ "rate". \end{cases}$$

- $L'IER_{yield\ RFR\ (gov)}$, grâce à l'équation (2.3), avec ZC_{rate} le zéro coupon projeté **au taux sans risque** moyen du groupe de rating "rate".
- $L'IER_{yield\ corrected\ (gov)}$, grâce à l'équation (2.3), avec ZC_{rate} le zéro coupon projeté **au taux de rendement moyen corrigé** du groupe de rating "rate".

Pour les obligations d'entreprises, il faut calculer $L'IER_{yield\ market\ (corp)}$, $L'IER_{yield\ RFR\ (corp)}$ et $L'IER_{yield\ corrected\ (corp)}$ de la même manière que précédemment pour les obligations d'Etats.

Etape 4, calcul de la prime de liquidité

La "Risk Correction" moyenne des obligations d'Etats est calculée selon la formule suivante :

$$RC_{gov} = IER_{yield\ market\ (gov)} - IER_{yield\ corrected\ (gov)}.$$

Le spread moyen des obligations d'Etats est calculé selon la formule suivante :

$$Spread_{gov} = IER_{yield\ market\ (gov)} - IER_{yield\ RFR\ (gov)}.$$

La "Risk Correction" moyenne des obligations d'entreprise est calculée selon la formule suivante :

$$RC_{corp} = IER_{yield\ market\ (corp)} - IER_{yield\ corrected\ (corp)}.$$

Le spread moyen des obligations d'entreprises est calculé selon la formule suivante :

$$Spread_{corp} = IER_{yield\ market\ (corp)} - IER_{yield\ RFR\ (corp)}.$$

Le calcul de la prime de liquidité est réalisé à partir de la formule suivante :

$$VA = 65\% \times (Spread_{portfolio} - RC_{portfolio}).$$

Avec :

$$Spread_{portfolio} = \omega_{gov} \times max(Spread_{gov}, 0) + \omega_{corp} \times max(Spread_{corp}, 0),$$

$$RC_{portfolio} = \omega_{gov} \times max(RC_{gov}, 0) + \omega_{corp} \times max(RC_{corp}, 0).$$

Ici, ω_{gov} représente la proportion d'obligations d'Etats à taux fixe dans le portefeuille et ω_{corp} représente la proportion d'obligations d'entreprises à taux fixe dans le portefeuille. Comme le portefeuille est également composé d'obligations à taux non fixes, $\omega_{gov} + \omega_{corp} \neq 1$.

Il est ici supposé que la prime de liquidité finale, ne représente que 65% de la prime de liquidité moyenne calculée. L'EIOPA justifie ce choix en expliquant que l'ajustement pour volatilité étant calculé sur des actifs et non des passifs, il existe une incertitude liée à l'écart de durée entre actifs et passifs. L'incertitude est supposée éliminée lorsque seuls 65% de la prime de liquidité calculée est conservée pour fabriquer la courbe des taux d'intérêts.

L'utilisation des 65% est encore peu justifiée par l'EIOPA. Ce pourcentage pourrait être justifié s'il était prouvé que, pour des durées élevées, la prime de liquidité diminue.

Construction de la courbe des taux d'actualisation

A partir du portefeuille obligataire de l'étude, la prime de liquidité calculée est égale à 93,54 bps soit 0,94%. Ceci permet de construire la courbe des taux d'actualisation représentée dans la figure 2.6.

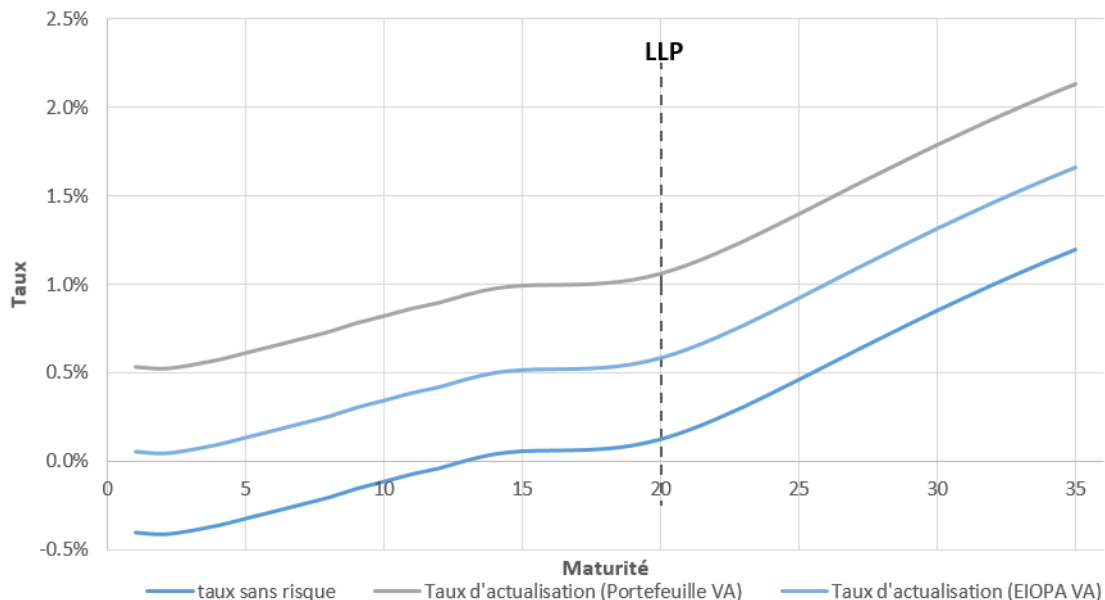


FIGURE 2.6: Taux d'actualisation par la méthode d'ajustement pour volatilité

La prime de liquidité, calculée par l'EIOPA à la date du 31/03/2020 par la méthode d'ajustement pour volatilité, a une valeur de 0,46%. Comme attendu, la même méthode appliquée à deux portefeuilles

obligataires différents fournit des résultats différents. Cependant, la prime de liquidité calculée sur le portefeuille de l'étude est plus de deux fois supérieure à la prime fournie par l'EIOPA.

Ce résultat est important car il démontre que le portefeuille de référence de l'EIOPA n'est pas représentatif du portefeuille de l'étude. C'est ce constat qui a poussé l'assureur pour lequel cette étude a été menée à modéliser sa propre courbe des taux d'actualisation.

La méthode "d'ajustement pour volatilité" présente des avantages

La méthode s'appuie sur des données contenues dans un portefeuille obligataire et sur des données fournies par l'EIOPA. Ces données sont accessibles et de confiance.

Les hypothèses concernant le calcul de la "Risk Correction" prennent en compte le type et le rating des groupes d'obligation. Ces hypothèses peuvent être challengées et donc modifiées si nécessaire. Des études d'impact pourraient être menées afin d'améliorer la méthode si nécessaire.

La méthode, peu sensible aux situations de crise prend en compte un ajustement lié à l'écart de duration entre actifs et passifs.

L'utilisation de la méthode n'est pas nécessairement à justifier auprès d'un commissaire aux comptes. En effet, cette méthode, développée et introduite par le régulateur, est une méthode de référence.

La méthode "d'ajustement pour volatilité" présente également des inconvénients

La méthode, très calculatoire, est plus complexe mettre en place que les méthodes "proxy" et "proxy variante".

Si les hypothèses sont simples et cohérentes, certaines d'entre elles sont difficiles à démontrer. Les paramètres des formules de calcul de la "Risk Correction" ainsi que le 65% d'ajustement pour écart de duration entre actifs et passifs nécessitent une étude approfondie.

La méthode ne s'applique pas aux obligations à taux variable. Ceci crée nécessairement une incertitude dans la valeur de la prime de liquidité. De plus, la prime de liquidité calculée est constante pour toutes les maturités et est appliquée à tous les contrats quelles que soient leurs caractéristiques.

Conclusion, la méthode "d'ajustement pour volatilité", repose sur des hypothèses simples et modifiables qui font d'elle une méthode malléable. Le fait que la méthode ne prenne pas en compte les obligations à taux variables la rend moins précise. Cette méthode reste malgré tout très appréciée du régulateur.

2.3.4 Etude de la méthode Bottom-up hybride

La méthode Bottom-up hybride est une variante de la méthode "d'ajustement pour volatilité" proposée par l'EIOPA.

Description et résultat de la méthode "Bottom-Up hybride"

Les étapes de la méthode Bottom-Up hybride sont identiques aux étapes de la méthode "d'ajustement pour volatilité".

Les étapes 1 à 3 de la méthode précédente sont inchangées. Une modification intervient dans l'étape 4 concernant le poids des obligations d'Etats (ω_{gov}) et d'entreprise (ω_{corp}) du portefeuille obligataire. L'hypothèse de la méthode Bottom-Up hybride est $\omega_{gov} + \omega_{corp} = 1$.

A travers cette modification, il est considéré que le portefeuille obligataire de l'assureur n'est composé que d'obligations à taux fixe.

A partir du portefeuille obligataire de l'étude, la prime de liquidité calculée est égale à 117,4 bps soit 1,17%. Ceci permet de construire la courbe des taux d'actualisation représentée dans la figure 2.7.

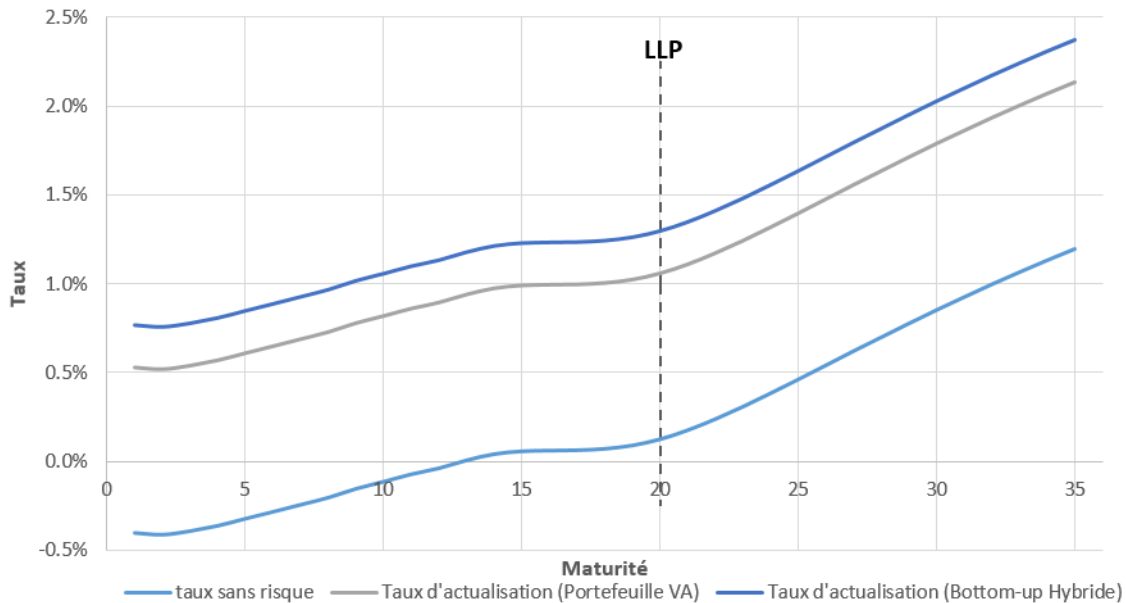


FIGURE 2.7: Comparaison des méthodes VA et Bottom-Up Hybride

La méthode VA estime une prime de liquidité plus faible que celle de la méthode Bottom-Up hybride. Cela s'explique par le fait que $\omega_{gov}^{Bottom\ Up\ Hybride} > \omega_{gov}^{VA}$ et $\omega_{corp}^{Bottom\ Up\ Hybride} > \omega_{corp}^{VA}$.

La méthode "Bottom-Up Hybride" présente des avantages qui sont très similaires à ceux de la méthode "d'ajustement pour volatilité".

La méthode "Bottom-Up Hybride" présente également des inconvénients

Les inconvénients de la méthode "Bottom-Up Hybride" restent les mêmes que ceux de la méthode "d'ajustement pour volatilité".

Cependant, si dans la méthode "d'ajustement pour volatilité", les obligations à taux fixes ne sont pas prises en compte, leur présence dans le portefeuille est reflétée par le fait que $\omega_{gov} + \omega_{corp} \neq 1$. Dans la méthode "Bottom-up hybride", l'information concernant les obligations à taux variables disparaît complètement.

De plus, la méthode "Bottom-up hybride" estime une prime de liquidité beaucoup plus haute que la méthode "d'ajustement pour volatilité".

Conclusion, bien que très similaire à la méthode "d'ajustement pour volatilité" qui semblait approximative du fait qu'elle ne prenne pas en compte les taux variables, la méthode "Bottom-Up Hybride" les élimine complètement du portefeuille. Cela conduit à une prime de liquidité plus approximative et plus élevée qui impactera donc plus fortement les passifs de l'assureur.

2.3.5 Etude de la méthode de décomposition des flux obligataires

La méthode présentée dans cette section a été développée, par les équipes de KPMG, afin de calculer une prime de liquidité.

Dans cette méthode, la prime de liquidité est déterminée comme le taux constant qui majore la courbe des taux sans risque, afin d'égaliser la valeur de marché (y compris coupons courus) et la valeur actuelle des flux futurs liés aux obligations du portefeuille, en prenant en considération les défauts éventuels des différents émetteurs.

La prime d'illiquidité est obtenue sur la base de l'équation suivante :

$$VM + CC = \sum_t \frac{\text{flux obligataire}_t \times (1 - PD \times LGD)}{(1 + \text{taux sans risque}_t + \text{prime de liquidité})^t} \quad (2.4)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} VM : \text{ Valeur de marché,} \\ CC : \text{ Coupon Couru,} \\ PD : \text{ Probabilité de Défaut,} \\ LGD : \text{ Loss Given Default (perte en cas de défaut).} \end{cases}$$

Il est ici supposé que :

$$\text{Part de Risque} = PD \times LGD.$$

Définition : le coupon couru correspond aux intérêts accumulés par le détenteur d'une obligation entre le moment où celui-ci a détaché son dernier coupon et le moment où il se sépare de l'obligation. Le coupon couru doit être payé par l'acheteur de l'obligation pour dédommager le vendeur.

$$\text{Coupon Couru} = \frac{d}{365} \times \text{taux facial},$$

$$\text{avec : } \begin{cases} d : \text{ le nombre de jours écoulés depuis le dernier coupon,} \\ \text{taux facial} : \text{ taux nominal du crédit.} \end{cases}$$

Les flux émis par une obligation sont composés de trois éléments qui sont le taux sans risque, la prime de liquidité et la prime de risque. La "Part de Risque" est un pourcentage qui représente la proportion de prime de risque contenue dans les flux obligataires perçus par un investisseur.

Si l'estimation de la "Part de Risque" semble simpliste, la méthode peut être modifiée afin de complexifier l'estimation de cette part. Cette grande malléabilité rend la méthode intéressante.

La formule 2.4 de calcul de la prime de liquidité peut être appliquée à l'échelle d'une obligation, d'un groupe d'obligation ou du portefeuille obligataire. Dans ce mémoire, les calculs ont été réalisés à l'échelle du portefeuille, de plus les taux non fixes n'ont pas été exclus. La méthode telle qu'elle a été réalisée dans ce mémoire est décrite ci-après.

Description de la méthode "de décomposition des flux obligataires"

Etape 1, paramètres et hypothèses

Pour la mise en place de la méthode la courbe des taux sans risque, fournie par l'EIOPA, ainsi que deux matrices de probabilité de défaut cumulées ont été nécessaires. Une des matrices concerne les émetteurs d'obligations d'Etats et l'autre les émetteurs d'obligations d'entreprises. Les probabilités de défaut sont issues d'une étude menée par Standards and Poors en 2019 (cf. annexe B).

Les obligations du portefeuille ayant des maturités pouvant aller jusqu'à 40 ans, il est possible, que les données présentes dans les matrices ne couvrent pas toutes ces maturités. Une projection linéaire de la probabilité de défaut cumulée peut être effectuée afin de palier à ce problème.

Cette projection entraînera nécessairement une incertitude sur l'estimation de la "Part de Risque" des obligations de maturité longue. Cette incertitude sur la probabilité de défaut cumulée ne devrait pas affecter grandement le résultat final car les obligations de maturités longues sont généralement peu présentes dans les portefeuilles obligataires. Par exemple, pour le portefeuille de l'étude, seules 3% des obligations ont des maturités supérieures à 15 ans.

Dans l'exemple présenté, l'hypothèse est faite qu'en cas de défaut d'un émetteur, l'assureur perdra 70% de son investissement. Le LGD est donc fixé à 70% pour tous les types d'émetteurs. Cette hypothèse, simple, peut bien entendu faire l'objet d'une étude à part entière afin d'attribuer la valeur la plus précise possible au LGD.

Etape 2, projection des flux liés aux actifs obligataires

Les flux futurs sont projetés ligne à ligne à partir des caractéristiques des obligations du portefeuille. La projection prend en compte les spécificités sur les catégories obligataires à taux fixe, à taux variable et indexées sur l'inflation.

Pour les obligations à taux fixe, les coupons sont obtenus sur la base du nominal et du taux de coupon. La fréquence de paiement des coupons est également prise en considération.

La valeur de remboursement est renseignée dans les caractéristiques des obligations.

Pour les obligations à taux variable, le taux de coupon est déterminé selon la formule suivante :

$$\text{taux coupon} = a \times \text{taux de référence} + b.$$

Les variables a et b sont propres à chaque obligation à taux variable. Le terme du taux de référence est propre à chaque obligation. La valeur de remboursement est renseignée dans les caractéristiques des obligations.

Pour les obligations à taux indexé, les coupons des obligations sont ajustés de l'évolution du coefficient d'indexation entre la date d'évaluation et la date considérée dans la projection. Ce coefficient est fixé à 2% dans l'étude.

La valeur de remboursement tient également compte de cet ajustement.

Etape 3, agrégation des flux projetés et calcul de la prime de liquidité

L'ensemble des flux obligataires projetés sont agrégés afin d'obtenir la rémunération obligatoire mensuelle de l'assureur (somme de l'ensemble des obligations du portefeuille obligataire). La prime de liquidité est donc calculée au global sur l'ensemble du portefeuille considéré.

La prime de liquidité est déterminée comme étant le taux constant qui, additionné aux taux sans risque spot, permet d'égaliser la valeur de marché (y compris coupons courus) à la valeur actuelle des flux futurs liés aux obligations considérées (formule 2.4).

Construction de la courbe des taux d'actualisation

A partir du portefeuille obligataire de l'étude, la prime de liquidité calculée est égale à 172,4 bps soit 1,72%. Ceci permet de construire la courbe des taux d'actualisation représentée dans la figure 2.8.

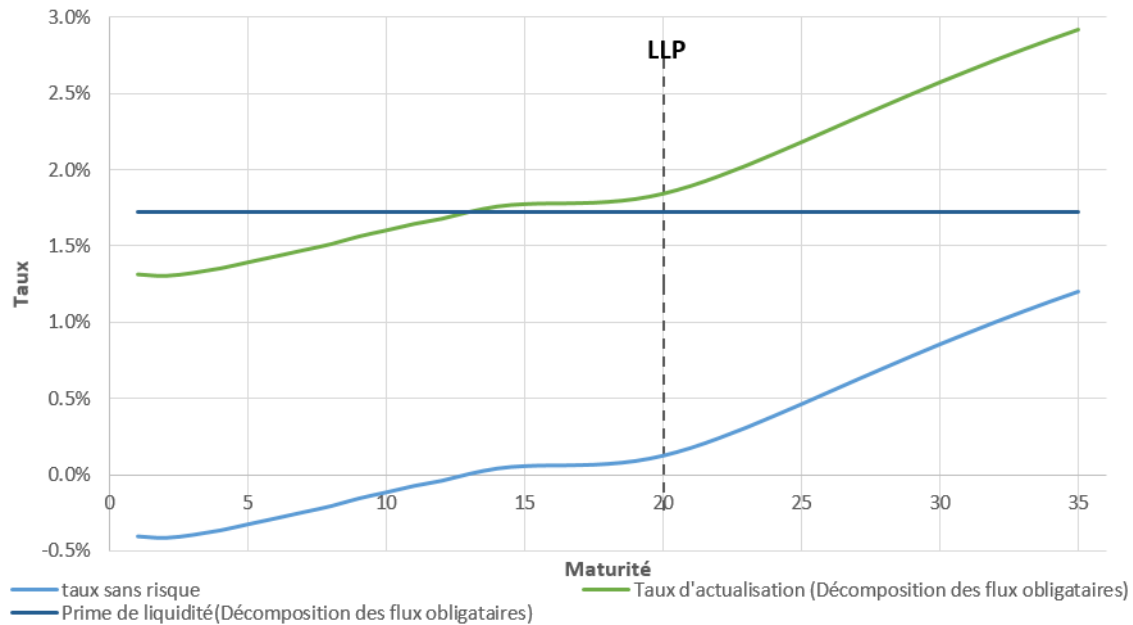


FIGURE 2.8: Taux d'actualisation par la méthode de décomposition des flux obligataires

La méthode "de décomposition des flux obligataires" présente des avantages

La méthode s'appuie sur des données contenues dans un portefeuille obligataire et sur des données fournies par S&P rating ce qui les rend accessibles.

Elle est relativement simple à mettre en œuvre du fait qu'elle s'appuie sur une formule peu complexe. Les hypothèses concernant l'estimation de la part de risque sont malléables et peuvent facilement être modifiées pour gagner en précision dans le calcul des flux obligataires sans risque et donc de la prime de risque.

La méthode est applicable sur toutes les obligations du portefeuille quel que soit le type de leur taux de coupon. De plus, elle n'est pas sensible aux situations de crise.

La méthode "de décomposition des flux obligataires" présente également des inconvénients

La matrice de probabilité de défaut utilisée a été créée sur la base de données historiques. Ceci représente un fort inconvénient car la probabilité de défaut historique d'un émetteur de dette ne représente pas sa probabilité de défaut réelle déduite du marché.

Certaines hypothèses, comme l'hypothèse de perte en cas de défaut, sont identiques pour toutes les obligations quelles que soient leurs caractéristiques. Il serait plus cohérent de faire varier celles-ci selon des éléments tels que le type ou encore le rating.

La méthode ne prend pas en compte les écarts de durée entre actifs et passifs. De plus, la prime de liquidité calculée est constante pour toutes les maturités et est appliquée à tous les contrats quelles que soient leurs caractéristiques.

N'étant pas encore bien connue, cette méthode devra nécessairement être justifiée auprès d'un commissaire aux comptes en cas d'utilisation.

Conclusion, la méthode présentée est une méthode simple et efficace. Les hypothèses sur lesquelles la méthode a été développée sont cohérentes même si certains aspects doivent encore être améliorés pour gagner en précision et en justification. La méthode peut aisément être complexifiée par les acteurs qui

le désirent de manière à la rendre plus précise et cohérente avec leur activité.

2.3.6 Etude de la méthode des comparaisons

La méthode des comparaisons est la seule méthode Bottom-Up d'analyse des données de marché étudiée dans ce chapitre.

Celle-ci a pour but de comparer deux obligations ayant le même type, le même rating et la même maturité, l'une provenant d'un marché très liquide et l'autre provenant d'un marché très peu liquide. La différence des taux de coupon de chacune de ces obligations fournit une prime de liquidité.

Avec cette méthode d'analyse de données de marché, il est possible d'obtenir un tableau fournissant des primes de liquidité selon le type, le rating et la maturité des obligations. Le tableau obtenu permet de gagner en précision concernant l'estimation des primes de liquidité car il présente l'évolution de celle-ci en fonction de paramètres essentiels.

La méthode ne fournit pas directement une prime de liquidité pour le portefeuille. Elle doit être couplée avec une méthode de construction de courbe des taux d'actualisation se basant sur l'analyse du tableau des primes de liquidité.

Description de la méthode "des comparaisons"

Etape 1, sélection des données

Pour mettre en place cette méthode, il est nécessaire de se procurer les courbes des taux de rendement agrégées par rating et par maturité des obligations d'Etats et d'entreprises. Ces courbes doivent provenir d'un marché obligataire liquide et d'un marché obligataire peu liquide. Un marché liquide pouvant être utilisé est le marché des obligations européennes. Le marché des obligations HKD (Hong Kong Dollars) est considéré comme un marché beaucoup moins liquide et peut donc être utilisé dans cette méthode.

La soustraction de ces courbes des taux de rendement, à la fois pour les obligations d'Etat et pour les obligations d'entreprises, conduit à l'obtention d'un tableau de prime de liquidité. Ce tableau présente l'évolution de la prime de liquidité des obligations présentes sur le marché en fonction de leur type, leur rating et leur maturité.

Etape 2, retraitement des tableaux de primes de risque

De manière générale, les méthodes de modélisation de courbes des taux d'actualisation se basant sur des données de marché ne fournissent pas directement une courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire. Ces méthodes fournissent des tableaux de primes.

Deux méthodes sont envisageables afin de construire une courbe des taux d'actualisation à partir des tableaux de primes de liquidité calculés par la méthode "des comparaisons".

La Méthode Agrégée s'appuie sur la définition de l'approche Bottom-Up. Selon cette définition, une manière de construire une courbe des taux d'actualisation serait de calculer une prime de liquidité moyenne pondérée et de l'ajouter à la courbe des taux sans risque. Cette prime de liquidité moyenne pondérée est calculée à partir des tableaux de prime de liquidité ainsi que des données du portefeuille obligataire.

Cette méthode est intéressante et permet de modéliser une courbe des taux d'actualisation simplement. Cependant, en calculant une prime de liquidité moyenne pondérée, toute la précision gagnée par les

tableaux de prime de liquidité est perdue.

La Méthode Granulaire s'appuie elle aussi sur la définition de l'approche Bottom-up. Contrairement à la méthode "agrégée", cette définition est appliquée pour chaque obligation du portefeuille. Le spread de chacune des obligations du portefeuille est remplacé par la prime de liquidité qui lui est associée dans le tableau des primes de liquidité.

La courbe des taux d'actualisation correspond à la courbe des taux de rendement de ce nouveau portefeuille obligataire dont le spread des obligations ne contient plus de risque. La partie 3.2 de ce mémoire présente une méthode de modélisation de la courbe des taux de rendement d'un portefeuille obligataire pouvant être utilisée.

La méthode granulaire a l'avantage de prendre en compte la précision fournie par le tableau de prime de liquidité.

Conclusion, l'utilisation des méthodes agrégée et granulaire permet de créer deux courbes distinctes. L'une de ces courbes, simple à produire, est à prime de liquidité fixe, l'autre, plus complexe à produire, est à prime de liquidité variable.

Construction des deux courbes des taux d'actualisation

Dans l'étude menée, la méthode des comparaisons n'a pas permis de déterminer un tableau de primes de liquidité pouvant être utilisé afin de modéliser la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire. Les données de marché nécessaires à la réalisation de cette méthode n'ont pu être obtenues.

Les données à disposition pour les marchés les moins liquides sont parfois moins accessibles que les données à disposition pour les marchés liquides. Si la méthode "des comparaisons" n'a pu fournir de résultats exploitables, il a tout de même été choisi de la présenter car elle est innovante et prometteuse.

La méthode "des comparaisons" présente des avantages

La méthode repose sur une hypothèse cohérente liée aux caractéristiques des marchés financiers. De plus, à travers les tableaux produits, il est possible d'observer l'évolution de la prime de liquidité en fonction de paramètres tels que le type, le rating ou encore la maturité des obligations.

Deux courbes sont créées, l'une à prime de liquidité fixe et l'autre à prime de liquidité variable.

La méthode "des comparaisons" présente également des inconvénients

La méthode se base sur des données de marché parfois difficilement accessibles. Un fournisseur de données adapté est nécessaire à son application.

Il n'est pas impossible qu'une prime de risque se glisse dans les taux de coupon des obligations de marchés moins liquides si ceux-ci sont plus risqués. Ce phénomène crée nécessairement un biais dans l'estimation de la prime de liquidité.

De plus, deux obligations de même type, rating et maturité sur un même marché peuvent avoir des taux de coupon différents. Il est par conséquent très difficile de sélectionner deux obligations ayant les mêmes caractéristiques sur deux marchés obligataires différents. La méthode reste vague quant à la gestion de cette problématique.

La méthode ne prend pas en compte les écarts de duration entre actifs et passifs. De plus, celle-ci est très sensible aux phénomènes de crise. Il semble très compliqué d'appliquer celle-ci à des obligations à taux variables.

N'étant pas encore bien connue ni développée, cette méthode devra nécessairement être justifiée auprès

d'un commissaire aux comptes en cas d'utilisation.

Conclusion, l'accessibilité des données de marché est un point crucial pour la mise en place de cette méthode qui repose sur des hypothèses simples permettant le calcul de tableaux de primes de liquidité. Trop vagues, ces hypothèses peuvent conduire à des résultats incertains.

Ne fournissant pas directement une courbe des taux d'actualisation, la méthode est plus complexe à mettre en place que les méthodes de décomposition du spread. Elle permet néanmoins de construire deux courbes des taux d'actualisation, l'une à prime de liquidité fixe et l'autre à prime de liquidité variable.

2.4 Comparaison des courbes obtenues

Les méthodes Bottom-up précédemment présentées mettent en évidence un large panel de primes de liquidité. Le tableau 2.1 permet de comparer les résultats obtenus par les différentes méthodes :

Méthodes	Avantages	Inconvénients	Prime de liquidité
EIOPA (VA)	- Méthode de l'EIOPA - Faible impact sur les passifs	- Prime non représentative du portefeuille de l'étude	0,46%
Portefeuille (VA)	- Accessibilité des données - Hypothèses cohérentes et ajustables - Faible impact sur les passifs	- Prime de liquidité constante - Plusieurs hypothèses délicates à justifier - Taux variables exclus - Mise en place plus coûteuse en temps	0,94%
Bottom-up hybride	- Accessibilité des données - Hypothèses cohérentes et ajustables - Faible impact sur les passifs	- Prime de liquidité constante - Plusieurs hypothèses délicates à justifier - Taux variables exclus - Mise en place plus coûteuse en temps	1,17%
Proxy variante (QIS5)	- Accessibilité des données - Mise en place simple - Hypothèses cohérentes	- Prime de liquidité constante - Plusieurs hypothèses délicates à justifier - Taux variables exclus	1,20%
Proxy (QIS5)	- Accessibilité des données - Mise en place simple - Hypothèses cohérentes et ajustables	- Prime de liquidité constante - Plusieurs hypothèses délicates à justifier - Taux variables exclus	1,22%
Décomposition des flux obligataires	- Accessibilité des données - Hypothèses cohérentes et ajustables - Taux variables pris en compte	- Prime de liquidité constante - Plusieurs hypothèses délicates à justifier - Mise en place plus coûteuse en temps - Fort impact sur les passifs	1,72%
Méthode des comparaisons	- Hypothèse simple - Construction d'un tableau de primes de liquidité	- Données difficiles d'accès - Taux variables exclus - Résultats soumis aux phénomènes de marché - Un retraitement du tableau des primes de liquidité est nécessaire	/

TABLE 2.1: Tableau comparatif des méthodes d'estimation de prime de liquidité

$$\text{Analyse de la prime de liquidité : } \left\{ \begin{array}{l} \text{Prime Min} : 0,46\% \text{ (EIOPA(VA))}, \\ \text{Prime Max} : 1,72\% \text{ (Gestion des flux obligataires)}, \\ \text{Prime Médiane} : 1,21\% (\cong \text{Proxy/Proxy variante}), \\ \text{Prime Moyenne} : 1,11\%. \end{array} \right.$$

Le tableau de résultats 2.1 montre que la méthode "d'ajustement pour volatilité", appliquée au portefeuille obligataire de l'assureur, est la méthode qui estime la prime de liquidité la plus faible. Son étude a montré qu'elle repose sur des hypothèses logiques et travaillées, de plus, elle a révélé que le

portefeuille obligataire de référence de l'EIOPA n'est pas représentatif du portefeuille obligataire de l'étude.

La méthode de "décomposition des flux obligataires" est une méthode qui surestime la prime de liquidité. Celle-ci reste cependant intéressante car elle repose sur peu d'hypothèses et peut facilement être améliorée afin d'être plus précise.

La méthode "Bottom-up hybride" est une méthode fournissant une prime de liquidité haute comparée à la méthode "d'ajustement pour volatilité". Bien qu'approximative, cette méthode, variante d'une méthode de référence, peut permettre aux assureurs de contrebalancer une partie des impacts négatifs de la période de taux bas durables.

Les méthodes "Proxy" et "Proxy Variante" ont la particularité de sur-estimer la prime de liquidité. Trop approximatives comparées à la méthode "d'ajustement pour volatilité", elles sont beaucoup moins attractives pour les assureurs qui devront justifier rigoureusement leur utilisation auprès du régulateur.

La "méthode des comparaisons", seule méthode Bottom-Up d'analyse des données de marché est une méthode très intéressante. N'ayant pas été mise en place à cause de la difficulté d'accès des données de marché, elle offre un moyen de construire des courbes à primes de liquidité variables.

La figure 2.9 présente les courbes des taux d'actualisation obtenues par les différentes méthodes de décomposition du spread appliquées au portefeuille obligataire de l'étude.

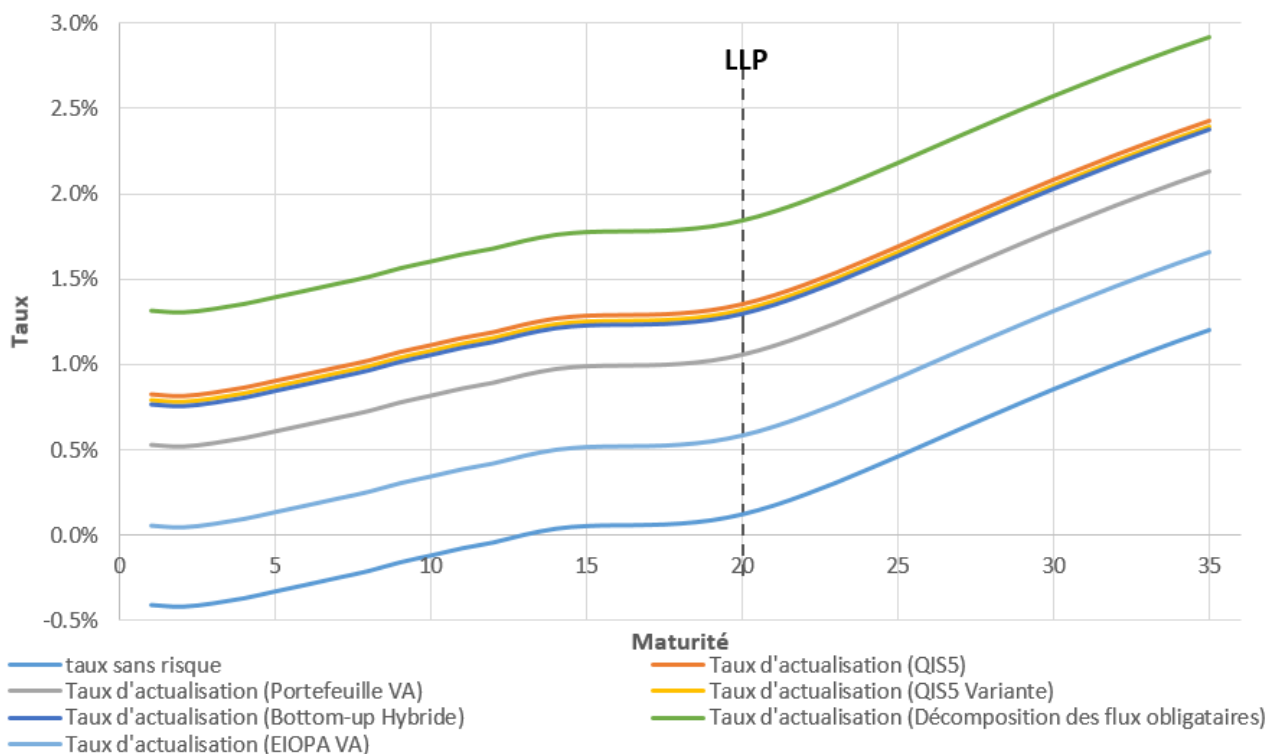


FIGURE 2.9: Comparaison des courbes des taux des différentes méthodes Bottom-up

Conclusion, les méthodes de décomposition du spread sont relativement simple à mettre en place. Ces méthodes reposent uniquement sur les données du portefeuille obligataire, de plus, elles proposent un calcul simple et direct de la prime de liquidité. Cette simplicité de mise en place entraîne une perte de précision. En effet, la prime de liquidité calculée est constante pour toutes les maturités.

La méthode d'analyse des données de marché est une méthode fournissant des résultats précis concernant la prime de liquidité. Grâce à cette méthode, il est possible de voir l'évolution de la prime de liquidité en fonction d'un certain nombre de paramètres. Les données, parfois difficile d'accès, et le retraitement nécessaire des résultats pour la construction de la courbe des taux d'actualisation rendent la méthode plus délicate à mettre en place et donc moins attractive.

De manière générale, l'approche Bottom-Up attire beaucoup les assureurs car elle repose sur des méthodes simples de modélisation de courbes des taux d'actualisation. Cette simplicité est liée à la courbe des taux sans risque sur laquelle l'approche se repose. Cette courbe est une donnée du problème que les assureurs n'ont pas à calculer. L'approche Top-Down est beaucoup plus délicate à mettre en oeuvre car celle-ci repose sur trois étapes difficiles à mettre en place.

Chapitre 3

Approche Top-Down

Ce chapitre présente différentes méthodes de modélisation de courbes des taux d'actualisation associées à l'approche Top-down. Toutes les méthodes de modélisation d'une courbe des taux d'actualisation se basant sur l'estimation d'une prime de risque sont qualifiées de méthode Top-Down. Les méthodes présentées dans ce chapitre ont été développées et sont, pour certaines, utilisées par les acteurs du marché assurantiel. Une description de ces méthodes et une analyse de leurs résultats seront effectuées.

3.1 Principes de l'approche

L'approche Top-Down désigne un ensemble de méthodes permettant de modéliser une courbe des taux de rendement à partir d'une estimation de la prime de risque. Cette approche a été définie par IFRS 17 bien que, sous solvabilité II, des méthodes de modélisation de courbes des taux similaires aient été mises en place (Méthode d'ajustement égalisateur "Matching Adjustment").

L'approche Top-down se base sur la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire d'un assureur. L'idée est d'estimer la part de spread associée à des éléments non pertinents pour les contrats d'assurances. Cette part de spread est appelée la prime de risque (SANTOS, 2017).

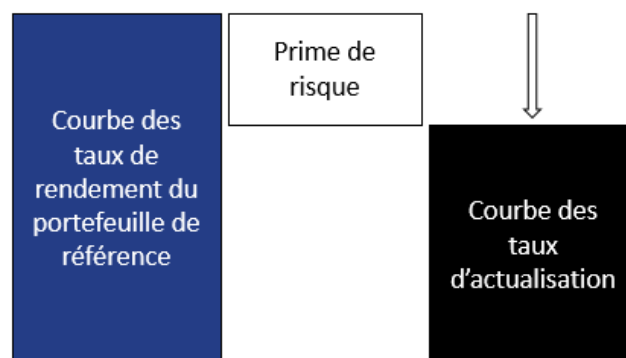


FIGURE 3.1: Approche Top-Down

La figure 3.1 montre que l'idée des méthodes de l'approche est d'estimer uniquement la part de spread non pertinente, non liée à la liquidité des contrats d'assurances.

La norme IFRS 17 autorise les assureurs à utiliser une approche Top-Down ou une approche Bottom-Up afin de calculer une courbe des taux d'actualisation. Bien que de nombreux assureurs aient développé des méthodes Bottom-Up, l'approche Top-down reste une approche possible de génération de courbes des taux d'actualisation. Cette approche est étudiée par les assureurs.

En période de taux bas, l'approche Top-Down est de plus en plus développée par les assureurs car celle-ci fournit des courbes des taux d'actualisation ayant des taux plus hauts que les courbes de l'approche Bottom-Up. Plus la courbe des taux d'actualisation est haute et plus elle aura tendance à diminuer les engagements des assureurs, ainsi, les assureurs ayant de très grands engagements préféreront l'approche Top-Down à l'approche Bottom-Up.

Pour ces raisons, l'approche Top-down est principalement utilisée dans des pays n'ayant pas de système public s'occupant des pensions de retraites tel qu'au Royaume-Uni.

La construction de courbe sous l'approche Top-Down se base sur trois grandes étapes :

Etape 1, modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

Etape 2, utilisation de méthode d'estimation de prime de risque.

Etape 3, modélisation de la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire.

Les méthodes d'estimation de prime de risque présentées dans ce chapitre sont la méthode "CDS" (Credit Default Swap) et la méthode "d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues".

La modélisation d'une courbe des taux (Top-Down), se base sur plusieurs modes opératoires. Ce chapitre s'intéresse à l'étude de ces modes opératoires.

3.2 Modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire

La norme IFRS17 ne préconisant aucune méthode de modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire, dans le cadre de ce mémoire, une méthode a été développée. La modélisation de la courbe des taux de rendements selon cette méthode se décline en plusieurs étapes.

1) Construction de la courbe des taux de rendement d'une obligation

Comme présenté lors du chapitre 1, le taux de rendement est composé de deux éléments distincts qui sont le taux sans risque et le spread. Le spread d'une obligation est défini comme le taux constant duquel il faut majorer la courbe des taux sans risques pour que la somme des flux obligataires actualisés par cette nouvelle courbe soit égale à la valeur de marché de l'obligation.

D'après cette définition, le spread est constant et propre à chacune des obligations. De cette manière, on définit dans ce mémoire, la courbe des taux de rendement d'une obligation comme la somme de la courbe des taux sans risque et du z-spread de l'obligation.

Il est alors possible de superposer sur un même graphique toutes les courbes des taux de rendements des obligations du portefeuille. Il est supposé que la courbe des taux de rendements d'une obligation s'arrête pour des maturités dépassant le temps restant jusqu'à maturité de l'obligation.

Le temps restant jusqu'à maturité d'une obligation se calcule de la manière suivante :

$$\text{Temps restant jusqu'à maturité} = (\text{Date de maturité} - \text{Date d'évaluation})/365, 25.$$

La figure 3.2 illustre l'idée de superposition des courbes des taux de rendements des obligations du portefeuille.

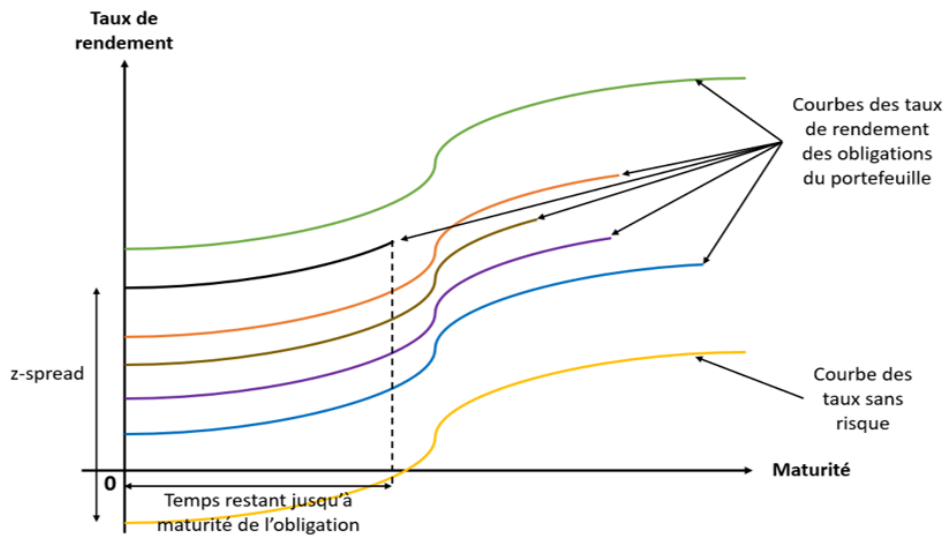


FIGURE 3.2: Représentation de la méthode

2) Calcul de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire

L'hypothèse de la méthode est de considérer que la courbe des taux de rendements du portefeuille obligataire correspond à la moyenne des courbes des taux de rendement des obligations du portefeuille.

Pour chaque année, le taux de rendement du portefeuille est calculé comme la moyenne des taux de rendement des obligations. Cette moyenne est pondérée par les flux obligataires émis par les obligations sur l'année d'étude.

Exemple, pour une étude menée sur un portefeuille le 31/03/2020, si entre le 31/03/2020 et le 31/03/2021, trois obligations du portefeuille ont émis un coupon, alors, le taux de rendement moyen pondéré de l'année se calcule comme suit : $TR_t = \omega_1 \times TR_t^1 + \omega_2 \times TR_t^2 + \omega_3 \times TR_t^3$.

Donc : $TR_t = \omega_t^1 \times (Spread_1 + RFR_t) + \omega_t^2 \times (Spread_2 + RFR_t) + \omega_t^3 \times (Spread_3 + RFR_t)$.

Comme, $\omega_t^1 + \omega_t^2 + \omega_t^3 = \frac{Flux_t^1}{Flux_t^1 + Flux_t^2 + Flux_t^3} + \frac{Flux_t^2}{Flux_t^1 + Flux_t^2 + Flux_t^3} + \frac{Flux_t^3}{Flux_t^1 + Flux_t^2 + Flux_t^3} = 1$.

Alors, $TR_t = \omega_t^1 \times Spread_1 + \omega_t^2 \times Spread_2 + \omega_t^3 \times Spread_3 + RFR_t$.

- Avec :
- t : temps entre le 03/2020 et le 03/2021,
 - TR_t : taux de rendement moyen pondéré de l'année t ,
 - TR_t^i : taux de rendement de l'obligation i en t ,
 - $Spread_i$: spread de l'obligation i ,
 - $Flux_t^i$: flux de l'obligation i durant le temps t ,
 - RFR_t : taux sans risque à la maturité t .

L'exemple précédent montre que le calcul du taux de rendement moyen pondéré annuel du portefeuille revient à calculer le spread moyen pondéré annuel du portefeuille et à l'ajouter à la courbe des taux sans risque.

Grâce à ce spread et au taux sans risque, le taux de rendement de chaque année est calculé. La figure 3.3 montre la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

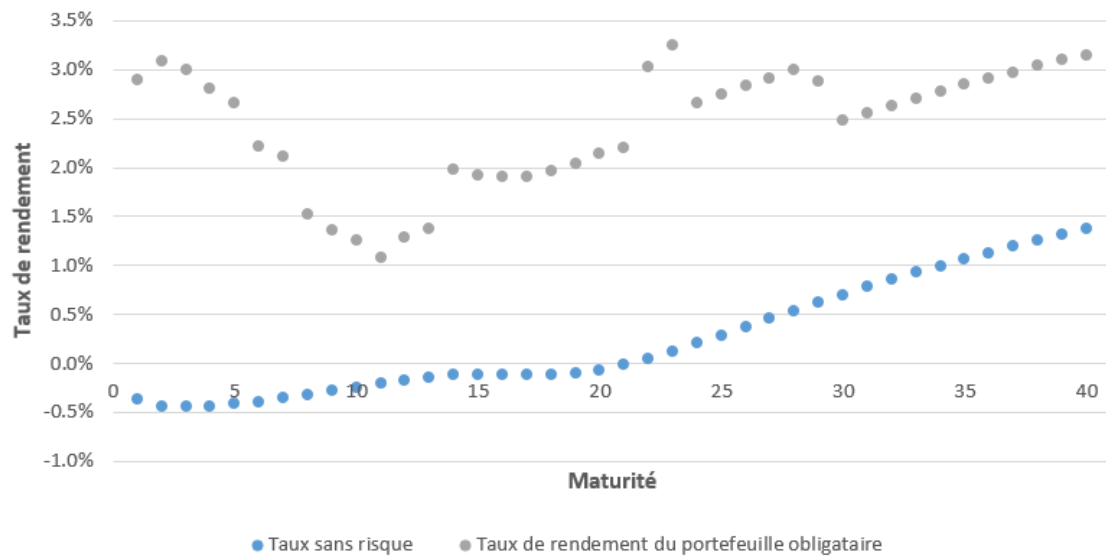


FIGURE 3.3: Courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire (avant lissage)

La courbe des taux de rendement calculée présente deux problèmes majeurs. Elle est non lisse et elle ne fournit aucun taux de rendement pour les maturités non entières.

3) Lissage de la courbe des taux spread du portefeuille obligataire

La courbe des taux de rendement réalisée à l'étape précédente est composée d'une courbe lisse et d'une courbe non lisse. La courbe lisse correspond à la courbe des taux sans risque. La courbe non lisse correspond à la courbe des taux spread du portefeuille.

L'idée de cette étape est de ne lisser que la partie non lisse de la courbe des taux de rendement, c'est à dire, lisser la courbe des taux spread uniquement. Le nuage de points de la figure 3.4 montre la courbe des taux spread du portefeuille qui devra être lissée.

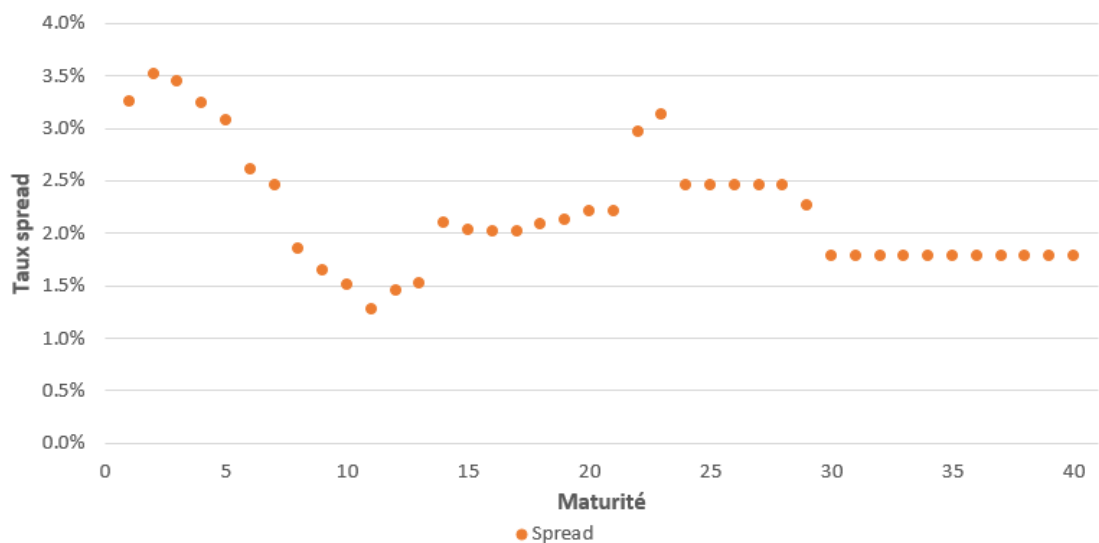


FIGURE 3.4: Courbe des taux spread du portefeuille

Interprétation de la courbe des taux spread

Pour les maturités inférieures à 11 ans, une décroissance est bien retrouvée sur la courbe des taux spread. Cette décroissance est attendue.

Utilisant le temps restant jusqu'à maturité des obligations sur l'axe des abscisses, il est attendu que, pour des temps restants, jusqu'à maturité courts, des obligations de maturité courte et donc de rendement faible se superposent avec des obligations de maturité longue arrivant à maturité et donc de rendement élevé.

La courbe des taux de rendement est donc attendue décroissante pour les maturités faibles. Cette décroissance a lieu le temps que les obligations de maturité longue ayant un fort taux de rendement et arrivant à maturité ne disparaissent du portefeuille.

Au-delà de 11 ans, la courbe des taux spread croît. Les obligations ayant un temps restant jusqu'à maturité court ont toutes disparu du portefeuille. Les obligations restantes sont, par conséquent, des obligations de maturité longue qui ont un taux de rendement qui croît avec leur maturité. Cette croissance se retrouve dans la courbe des taux spread pour les maturités allant de 11 à 20 ans.

Au-delà de 20 ans, de nombreux décalages sont observés dans la courbe des taux spreads. Seul 1,8% des obligations du portefeuille ont des temps restant jusqu'à maturité supérieurs à 20 ans. Ce manque de données pour des maturités élevées conduit à des résultats approximatifs qui crée des décrochages dans la courbe observée.

Par exemple, au-delà de 30 ans, la courbe est constante, égale au spread de l'obligation ayant la plus longue maturité du portefeuille. Il faudrait un grand nombre d'obligations de maturité supérieure à 30 ans pour avoir l'évolution correcte du taux de rendement de ces obligations au-delà de 30 ans.

Modèles de lissage appliqués à la courbe

Le lissage de la courbe des taux spread du portefeuille obligataire a été réalisée à travers quatre modèles différents. Le but est de comparer les résultats pour choisir le modèle le plus adapté aux spreads calculés. L'analyse de ces modèles est tirée de (GBONGUE et PLANCHET, 2015).

Le modèle de *Nelson-Siegel* a été présenté dans le chapitre 1 section 1.3.1.

Sachant que $R_t(m) = \frac{1}{(m-t)} \times \int_t^m f_t(u) du$, à partir du taux forward décrit dans la section 1.3.1 du chapitre 1, l'expression du taux de rendement de maturité "m" en "t" est :

$$R_t(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \times \left[\frac{1 - e^{-\frac{m-t}{\tau_1}}}{\frac{m-t}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \times e^{-\frac{m-t}{\tau_1}}.$$

Pour le modèle de *Svensson*, l'expression du taux de rendement de maturité "m" en "t" est :

$$R_t(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \times \left[\frac{1 - \exp(-\frac{m-t}{\tau_1})}{\frac{m-t}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \times \exp(-\frac{m-t}{\tau_1}) + \beta_3 \times \left[\frac{1 - \exp(-\frac{m-t}{\tau_2})}{\frac{m-t}{\tau_2}} - \exp(-\frac{m-t}{\tau_2}) \right].$$

Pour le modèle de *Björk et Christensen*, l'expression du taux de rendement de maturité "m" en "t" est :

$$R_t(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \times \left[\frac{1 - \exp(-\frac{m-t}{\tau_1})}{\frac{m-t}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \times \exp(-\frac{m-t}{\tau_1}) + \beta_3 \times \left[\frac{1 - \exp(-\frac{2 \times (m-t)}{\tau_1})}{\frac{2 \times (m-t)}{\tau_1}} \right].$$

Le modèle de *Vasicek* se base sur un taux spot ayant la dynamique :

$$dr_t = (\eta - \gamma \times r_t) \times dt + \sigma \times W_t.$$

Ainsi : $r_t = r_0 \times e^{-\gamma \times t} + \frac{\eta}{\gamma} \times (1 - e^{-\gamma \times t}) + \sigma \times \int_0^t e^{-\gamma \times (t-s)} dW_s$.

La loi de r_t est Gaussienne pour tout "t" de moyenne et variance :

$$\mathbf{E}[r_t] = r_0 \times e^{-\gamma \times t} + \frac{\eta}{\gamma} \times (1 - e^{-\gamma \times t}),$$

$$\text{Var}[r_t] = \frac{\sigma^2}{2 \times \gamma} \times (1 - e^{-2 \times \gamma \times t}).$$

Le modèle dispose d'une solution exacte qui est :

$$B_t(m) = e^{A(t,m) - r_t \times C(t,m)},$$

$$\text{avec : } \begin{cases} B_t(m) : \text{prix d'un zéro coupon de maturité "m" à l'instant "t"}, \\ A(t, m) = (C(t, m) - \tau) \times \frac{\eta \times \gamma - \sigma^2 / 2}{\gamma^2} - \frac{\sigma^2 \times C(t, m)^2}{4 \times \gamma}, \\ C(t, m) = \frac{1 - e^{-\gamma \times t}}{\gamma}, \\ \tau = m - t. \end{cases}$$

Sachant que : $R_t(m) = -\frac{1}{m} \times \log(B_t(m))$, alors $R_t(m) = -\frac{A(t,m) - r_t \times C(t,m)}{m}$. Dans cette étude, $t=0$.

Calibration des modèles de lissage

La calibration des paramètres de chacun des modèles est réalisée à partir de l'algorithme de Levenberg-Marquart. Cet algorithme permet d'obtenir la solution au problème de minimisation d'une fonction généralement non linéaire dépendant de plusieurs variables (RONDEPIERRE, 2018).

L'algorithme se base sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne. En notant β le vecteur composé des paramètres à calibrer, l'algorithme trouve β_{opt} de sorte que :

$$\frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N \left(Y_i^{Portefeuille} - Y_{\beta_{opt}}(T_i) \right)^2 = \min_{\beta} \left(\frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N \left(Y_i^{Portefeuille} - Y_{\beta}(T_i) \right)^2 \right).$$

Algorithme de Levenberg - Marquart :

- Fixer les paramètres du vecteur β à la valeur 1 et $\epsilon = 10^{-9}$.
- β_k correspond au vecteur de paramètres à l'étape k.
- Tant que $\|\beta_{k+1} - \beta_k\| > \epsilon$:

$$- \text{Poser : } Res^i = Y_i^{Portefeuille} - Y_{\beta}(T_i).$$

$$- \text{Calculer la matrice Jacobienne : } J_{ij} = \frac{\partial Res^i}{\partial \beta^j} = -\frac{\partial Y_{\beta}(T_i)}{\partial \beta^j}.$$

- Calculer β_{k+1} :

$$\beta_{k+1} = \beta_k + d_k,$$

$$\text{avec : } d_k = -(J^T J + \lambda \times \mathbb{I})^{-1}(\beta_k) \times J^T(\beta_k) \times Res(\beta_k).$$

Résultats du calibrage des modèles

L'utilisation de l'algorithme précédent a permis de calibrer les paramètres de chacune des méthodes étudiées. Ces paramètres sont présentés dans les tableaux 3.1 et 3.2.

	η	σ^2	γ	r0
Vasicek	0,1772	0,4285	1,4294	2,34%

TABLE 3.1: Paramètres du modèle de Vasicek

	β_0	β_1	β_2	β_3	τ_1	τ_2
Nelson-Siegel	0,0158	-0,0804	0,1767	/	0,5283	/
Svensson	0,0192	-0,087	0,2648	-0,0804	0,6854	1,2394
Björk et Christensen	0,0152	-0,2028	0,2007	0,1922	0,5817	/

TABLE 3.2: Paramètres des modèles de Nelson-Siegel, Svensson et Björk & Christensen

Les indicateurs utilisés pour comparer les résultats fournis par chacun des modèles sont la MSE et la non-négativité des taux spreads calculés. Il n'est pas souhaitable d'obtenir des taux spreads négatifs car il ne serait pas correct d'utiliser une courbe des taux de rendements inférieure à la courbe des taux sans risques pour certaines maturités.

Le tableau 3.3 montre la valeur des indicateurs pour chacun des modèles. Le modèle sélectionné est le modèle de Vasicek car, c'est celui qui minimise la MSE et fournit des spreads positifs.

	Vasicek	Nelson-Siegel	Svensson	Björk & Christensen
<i>Spread > 0</i>	OUI	NON	NON	OUI
MSE	1,89E-05	2,15E-05	1,70E-05	2,28E-05

TABLE 3.3: Tableau récapitulatif de la valeur des indicateurs de chacun des modèles

La figure ci-dessous 3.5 montre la courbe des taux spread obtenue grâce au modèle de Vasicek. C'est cette courbe qui sera retenue pour la construction de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

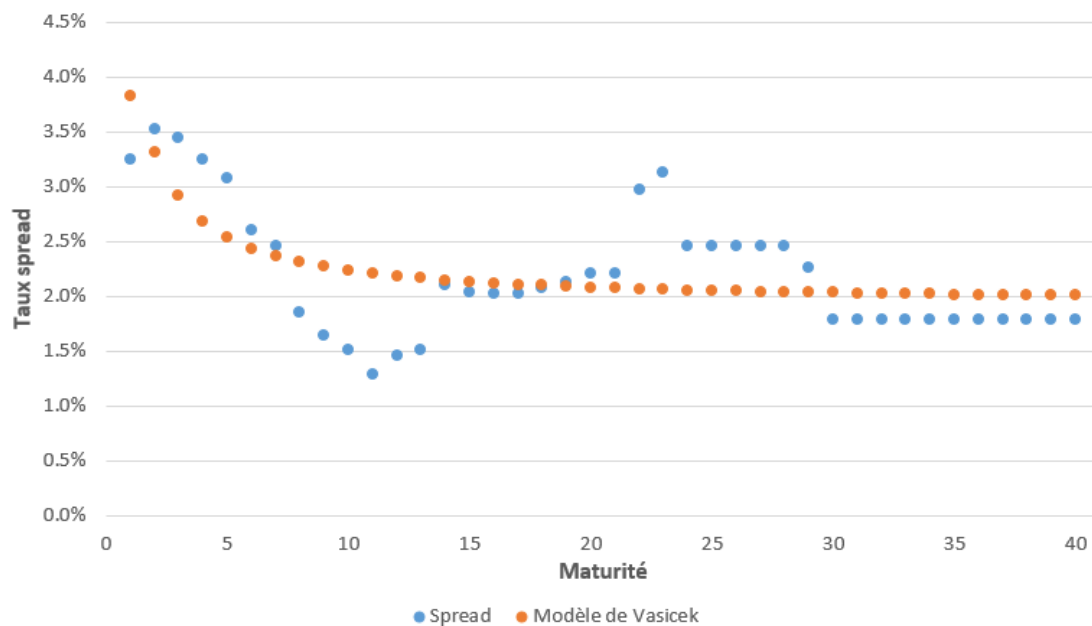


FIGURE 3.5: Courbe des taux spread du portefeuille obligataire

4) Construction de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire

L'étape 4 consiste à additionner la courbe des taux sans risque et la courbe des taux spread calculée à l'étape précédente pour obtenir la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

La MSE de la courbe des taux de rendements du portefeuille obligataire est égale à la MSE de la courbe des taux spread. Ce résultat était attendu du fait que, dans la méthode présentée, les seuls biais viennent du spread de la courbe.

La figure 3.6 ci-dessous montre la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

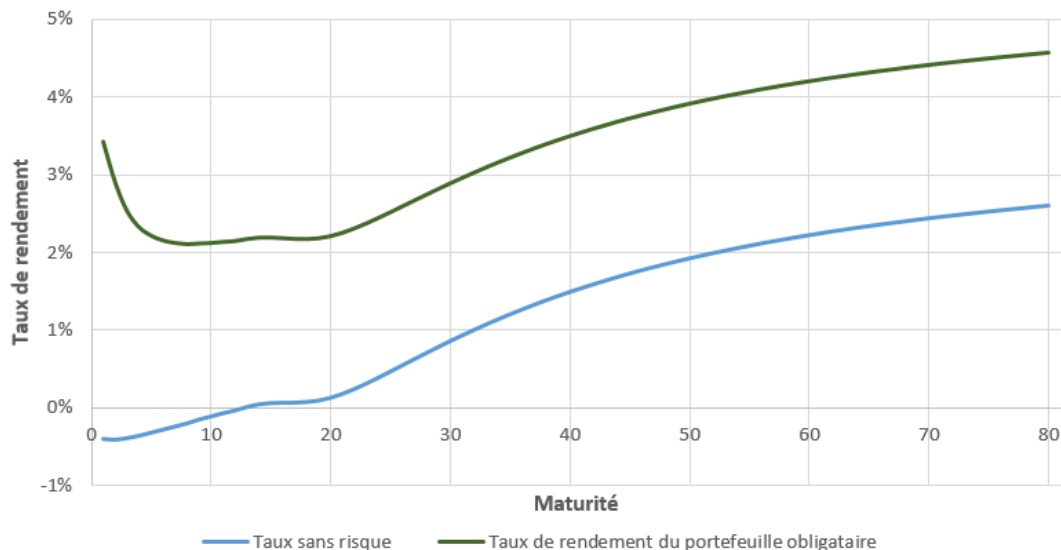


FIGURE 3.6: Courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire

La courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire obtenue est validée car elle est supérieure en tous points à la courbe des taux sans risque et elle possède, pour les maturités les plus longues, la même forme que la courbe des taux sans risques. Cela s'explique par le fait que le modèle de Vasicek converge vers une valeur constante pour les maturités longues.

Conclusion, la méthode présentée estime une courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire en projetant ce portefeuille dans le temps. Cette projection permet d'observer l'évolution du taux de rendement du portefeuille selon les maturités. De plus, cette modélisation repose directement sur la courbe des taux sans risque de référence.

La méthode présentée n'est pas la seule possible. Des méthodes alternatives existent, comme par exemple, la méthode "Yield to Maturity" (YTD) qui repose sur une moyenne des taux de rendement actuariels, par maturité, des obligations du portefeuille. Ce type de méthode reste une alternative intéressante bien qu'elle ne prenne pas en compte la projection du portefeuille obligataire dans le temps.

3.3 Analyse des méthodes d'estimation de la prime de risque

Dans ce chapitre, deux méthodes d'estimation de primes de risque sont présentées, la méthode "CDS" et la méthode "d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues". Ces deux méthodes font partie de la classe des méthodes d'analyse des données de marché.

3.3.1 Etude de la méthode " des CDS"

La méthode "couverture de défaillance" plus connue sous le nom de "Credit Default Swap" ou "CDS" se base, comme son nom l'indique sur la valeur de marché des CDS (HERBERGER, 2016).

Les Credit Default Swap sont des contrats de protection financière entre un acheteur et un vendeur. L'acheteur d'un CDS cherche, par cette opération, à se protéger contre le risque de défaut d'un émetteur de dette coté sur les marchés financiers.

Le vendeur du CDS cherche, par la vente d'un tel contrat, à gagner de l'argent en assurant l'acheteur qu'en cas de défaut de son émetteur de dette, il sera dédommagé. Les CDS sont comparables à des contrats d'assurance sur les marchés financiers, leur valeur est calculée sur base de plusieurs éléments.

L'actif de référence correspond à la dette d'un Etat, d'une entreprise ou encore d'une institution financière. La valeur notionnelle correspond à la valeur du nominal assuré. La maturité est celle du contrat sous-jacent assuré.

Le montant de la prime que doit payer l'acheteur d'un CDS afin d'être protégé en cas de défaut d'un émetteur de dette est appelé "jambe fixe" du swap et est calculé comme suit :

$$\text{Montant de la prime} = \text{Valeur Notionnelle} \times \text{Taux swap du contrat CDS.}$$

Une valeur notionnelle élevée n'implique pas nécessairement un niveau de prime élevé. En effet, le taux swap est généralement faible.

Les évènements de crédit sont définis par le contrat. Ils permettent de fixer le type d'évènement pouvant entraîner un dédommagement de la part du vendeur du CDS.

Le paiement contingent ou "jambe variable" du swap correspond au versement que le vendeur de protection doit effectuer à l'acheteur lorsque l'un des évènements de crédit défini par le contrat se réalise. Le paiement contingent doit être défini dans le contrat car il peut prendre plusieurs formes.

La compensation peut s'effectuer par espèces. Lorsque, à la suite d'un évènement de crédit, l'actif est déprécié d'un certain pourcentage, le vendeur de protection doit rembourser à l'acheteur une somme équivalente à la valeur du nominal multipliée par le taux de dépréciation.

Le règlement peut être physique. Lorsqu'un évènement de crédit se produit, le vendeur de protection peut avoir à racheter le sous-jacent à sa valeur nominale. De cette manière, le vendeur de protection peut espérer une remontée de la valeur du sous-jacent.

La figure 3.7 présente les interactions entre les deux jambes du swap.

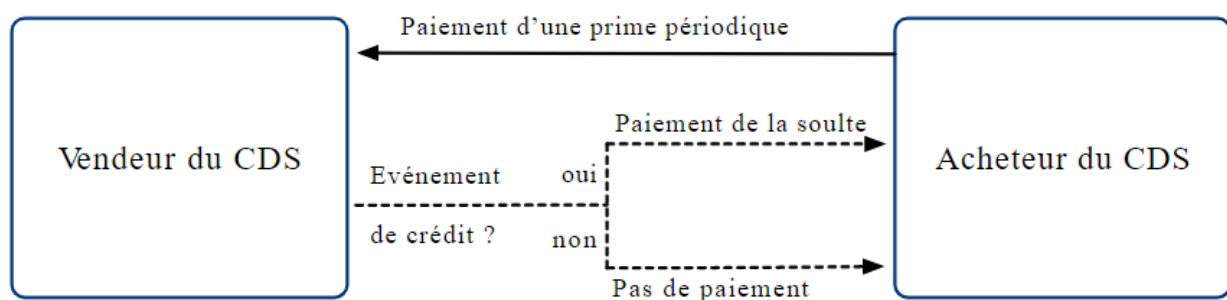


FIGURE 3.7: Schéma de flux d'un Credit Default Swap (CDS)

Les CDS se basent principalement sur les probabilités de défaut des émetteurs de dette. Le taux swap d'un CDS peut donc être utilisé pour estimer la prime de risque de l'obligation auquel le CDS est associé. Il existe plusieurs approches afin de calculer les risques de défaut d'un émetteur de dette :

- Une approche structurelle se basant sur le modèle de Black-Scholes. Cette approche est intéressante car elle permet de relier la probabilité de défaut au marché des actions malgré qu'elle ne soit pas suffisamment flexible.
- Une forme réduite simulant directement la probabilité de défaut de l'émetteur.
- Une forme hybride, qui mélange les avantages des deux modèles précédents.

Pour chaque obligation cotée, quel que soit son type, son rating et sa maturité, il est possible de trouver des contrats CDS fournissant un taux swap. Il est alors possible d'éliminer la prime de risque du spread d'une obligation pour ne conserver que la prime de liquidité de l'obligation.

Il faut néanmoins faire attention à l'utilisation des CDS. Si les CDS reflètent correctement la probabilité de défaut des émetteurs, il est possible que ceux-ci prennent en compte d'autres risques tel que la probabilité de défaut du vendeur de protection. Cette probabilité de défaut a tendance à faire baisser le taux swap du CDS.

Ce type de caractéristiques lié au marché des CDS entraînent nécessairement des biais dans l'estimation des primes de risque et donc des courbes des taux d'actualisation produites.

Description de la méthode "des CDS"

Deux approches sont possibles pour appliquer la méthode "des CDS"

L'approche principale consiste à se procurer des données de marché agrégées. L'idée est de construire un tableau représentant le taux des CDS selon le type, le rating et la maturité des obligations. Il faudra donc utiliser deux tableaux, un pour les obligations d'entreprises et l'autre pour les obligations d'Etats.

L'approche secondaire consiste à chercher la valeur du CDS de chacune des obligations du portefeuille obligataire.

La méthode "des CDS" présente des avantages

La méthode est simple et se base sur une hypothèse cohérente. De plus, les données des CDS sont précises pour calculer la prime de risque même si leur taux peut prendre en compte d'autres risques que le risque de défaut d'un émetteur.

La composition du portefeuille de l'assureur n'est pas nécessaire afin de construire un tableau de primes de risque.

La méthode "des CDS" présente également des inconvénients

La méthode se base sur des données de marché parfois difficilement accessibles. Un fournisseur de données adapté est nécessaire à son application.

La méthode est extrêmement sensible aux situations de crise. En cas de crise, le taux des CDS aura tendance à fortement augmenter ce qui entraînera une augmentation des primes de risques et donc une forte baisse des courbes des taux d'actualisation.

La méthode ne prend pas en compte les écarts de durée entre actifs et passifs. De plus, il semble compliqué d'appliquer celle-ci à des obligations à taux variables.

N'étant pas encore bien connue ni développée, cette méthode devra nécessairement être justifiée auprès d'un commissaire aux comptes en cas d'utilisation.

Conclusion, la méthode "des CDS" est une méthode d'analyse des données de marché. Elle ne permet pas d'obtenir directement la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire mais elle permet d'obtenir un tableau représentant l'évolution de la prime de risque en fonction du type, du rating et de la maturité des obligations présentes sur le marché. Un retraitement du tableau de primes de risque est par conséquent à envisager afin d'obtenir une courbe des taux d'actualisation.

3.3.2 Etude de la méthode d'estimation des pertes de crédits attendues et inattendues

La méthode "d'estimation des pertes de crédits attendues et inattendues" est une méthode développée par KPMG. L'hypothèse est qu'une prime de risque est composée de deux parties distinctes qui sont la perte de crédit attendue (L'Expected credit losses) et la perte de crédit inattendue (L'Unexpected credit losses).

La méthode estime chacun de ces deux éléments, à partir d'une stratégie d'investissements, de courbes des taux de rendement d'obligations agrégées par rating, obtenues sur les marchés financiers, ainsi que d'une matrice de migration de ratings.

Pour chaque type, rating et maturité, une obligation fictive est considérée. L'idée de la méthode est de simuler l'évolution du rating de l'obligation, année après année jusqu'à maturité, à partir de la matrice de migration de rating.

Selon l'évolution du rating qui est aléatoire, la valeur de l'obligation change. Celle-ci est calculée à partir des courbes des taux de rendements agrégées obtenues sur les marchés financiers. Ce changement de valeur peu correspondre à une perte si la stratégie de l'assureur est de revendre l'obligation après une baisse de rating.

La matrice de migration de rating se basant sur des probabilités, pour chaque simulation d'une même obligation, les pertes peuvent varier. De cette manière, en simulant un grand nombre de fois ces pertes, il est possible de tracer une fonction de répartition des pertes de crédit pour chaque catégorie d'obligations par la méthode de Monte Carlo.

L'espérance de cette fonction correspond à "l'Expected credit losses" et un percentile de cette loi peut être choisi par l'assureur pour calculer "l'Unexpected credit losses". La somme de ces deux éléments est stockée dans un tableau. Ce tableau présente l'évolution de la prime de risques en fonction du type, du rating et de la maturité des obligations. Il sera utilisé pour construire la courbe des taux d'actualisation.

Ci-après une description technique de la méthode telle qu'elle a été implémentée dans le cadre de ce mémoire.

Description de la méthode "d'estimation des pertes de crédits attendues et inattendues"

Etape 1, sélection des données

La méthode s'appuyant principalement sur des données de marché, il est nécessaire de sélectionner un marché sur lequel se procurer ces données. Le portefeuille de l'étude étant majoritairement composé d'obligations européennes, les données seront sélectionnées sur le marché européen.

Ces données peuvent être obtenues à partir d'un poste Bloomberg ou encore Capital IQ. Les données

utilisées sont présentées en annexe (cf. annexe C.1).

Ces courbes des taux de rendement ne concernent que les obligations de type entreprises. La méthode suppose que les obligations d'Etats sont sans risque. Si, dans le cadre de ce mémoire, il a été décidé de conserver cette hypothèse, il serait possible d'améliorer la méthode en réalisant la même étude pour des obligations d'Etats.

Les courbes des taux de rendements des marchés financiers peuvent avoir des maturités inférieures aux maturités des obligations les plus longues du portefeuille étudié. Une extrapolation peut permettre de couvrir toutes les maturités du portefeuille. Dans ce mémoire, les maturités des courbes allant jusqu'à 30 ans et celles des obligations du portefeuille allant jusqu'à 40 ans, la méthode "spline cubic" a été utilisée.

Dans le cadre de l'étude, une stratégie d'investissements tests a été développée. Cette stratégie, propre à chaque assureur, est la suivante :

- Si une obligation de rating AAA à B passe à rating inférieur ou égal au rating CCC, celle-ci est revendue, malgré les pertes, afin d'éviter un défaut de l'émetteur. L'assureur rétablit la détention d'une obligation de rating similaire à son obligation d'origine. La maturité de la nouvelle obligation est égale au temps restant jusqu'à maturité de l'obligation vendue.
- En cas d'investissement volontaire sur des obligations de type spéculative, de rating inférieur ou égal au rating CCC, aucune revente n'est effectuée. Seul le défaut de l'émetteur peut entraîner des pertes.
- En cas de défaut d'un émetteur, il est supposé que l'assureur obtiendra 34% de son investissement. Il rétablira alors la détention de l'obligation à son rating d'origine. La maturité de la nouvelle obligation est égale au temps restant jusqu'à maturité de l'obligation vendue.

Etape 2, calcul des primes de risque

L'estimation des primes de risque se base sur la construction d'une fonction de répartition des pertes de crédit. Comme expliqué, "l'expected credit losses" est la moyenne de cette fonction et "l'unexpected credit losses" est calculé comme la différence entre un percentile de la fonction et "l'expected credit losses". Dans cette étude "l'unexpected credit losses" correspond au 75-ième percentile. Cette valeur dépend du choix de l'assureur.

Définition : *l'Internal recovery rate (IRR) ou taux de recouvrement interne est un pourcentage. Ce pourcentage représente le revenu que l'investisseur obtient réellement à l'issue d'un investissement obligataire, comparé au revenu qu'il attendait initialement. L'IRR dépend de la maturité et du rating de l'obligation.*

C'est la stratégie d'investissement qui permet de déclencher le re-calcul de l'IRR à chaque évolution de rating. Ainsi, pour une simulation, l'IRR peut être recalculé autant de fois qu'il y a d'années jusqu'à la maturité de l'obligation.

Pour chaque simulation, l'IRR est calculé grâce aux courbes des taux de rendement, à la stratégie d'investissement et à la matrice de migration de rating (cf.annexe C.2). L'IRR représente les pertes de crédit de l'assureur, c'est à partir de plusieurs IRR que la fonction de répartition des pertes de crédit est tracée par la méthode de Monte-Carlo. Dans ce mémoire, 10 000 simulations de l'IRR sont réalisées pour chaque catégorie d'obligations.

Exemple, avec la stratégie d'investissement précédemment décrite, lorsqu'une obligation de rating X supérieur au rating CCC passe au rating CCC, celle-ci est revendue, puis, une obligation de rating X est rachetée.

Cette opération entraîne une perte d'argent car l'obligation ayant été achetée à un émetteur de rating X (meilleur que CCC), le taux de coupon de l'obligation est plus faible que celui proposé par ce même émetteur lorsque son rating est CCC. Pour pouvoir être attractive, l'obligation doit être vendue à perte. Cette perte contribue à une diminution de l'IRR.

Dans ce cas, en revendant suite à une baisse de rating, l'IRR est calculé de la manière suivante :

$$IRR = \frac{(1 + F_X(t, T))^{T-t}}{(1 + F_{CCC}(t, T))^{T-t}}.$$

$F_X(t, T)$ est un taux forward calculé de la manière suivante :

$$F_X(t, T) = \left(\frac{(1 + r_T^X)^T}{(1 + r_t^X)^t} \right)^{\frac{1}{T-t}} - 1,$$

$$\text{avec : } \begin{cases} T : \text{ la maturité de l'obligation,} \\ t : \text{ l'année du downgrade,} \\ r_T^X : \text{ le taux de l'obligation X à maturité (cf. annexe C.1),} \\ r_t^X : \text{ le taux de l'obligation X au temps t (cf. annexe C.1).} \end{cases}$$

Si, une fois rachetée, l'obligation de rating X voit de nouveau son rating chuter au rating CCC durant le temps restant jusqu'à maturité, alors l'obligation est de nouveau vendue à perte, une obligation de rating X est rachetée et l'IRR est recalculé comme suit :

$$IRR = IRR_{\text{précédent}} \times \frac{(1 + F_X(t, T))^{T-t}}{(1 + F_{CCC}(t, T))^{T-t}}.$$

Ce processus est effectué jusqu'à ce que l'obligation d'origine arrive à maturité.

Etape 3, calcul de l'Expected Credit Loss et l'Unexpected Credit Loss

Pour chaque catégorie d'obligation 10 000 simulations de l'IRR doivent être réalisées. La moyenne des IRR calculés sur ces simulations permet de calculer "l'Expected credit loss" grâce à la formule :

$$\text{Expected Credit Loss} = \text{Taux obligataire} - \text{Taux obligataire moyen attendu},$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \text{Taux obligataire} = (IRR_{\text{max}} \times (1 + \text{Taux obligataire})^{30})^{\frac{1}{30}} - 1, \\ \text{Taux obligataire moyen attendu} = (\text{Average}_{IRR} \times (1 + \text{Taux obligataire})^{30})^{\frac{1}{30}} - 1, \\ IRR_{\text{max}} = 100\%, \\ \text{Average}_{IRR} \leq 100\%. \end{cases}$$

De même, "l'Unexpected credit loss" est calculé grâce à la formule :

$$\text{Unexpected Credit Loss} = \text{Max}(\text{Taux obligataire}_{75\%-tile} - \text{Taux obligataire moyen attendu}, 0),$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \text{Taux obligataire}_{75\%-tile} = (IRR_{75\%-tile} \times (1 + \text{Taux obligataire})^{30})^{\frac{1}{30}} - 1, \\ \text{Taux obligataire moyen attendu} = (\text{Average}_{IRR} \times (1 + \text{Taux obligataire})^{30})^{\frac{1}{30}} - 1, \\ IRR_{75\%-tile} \leq 100\%, \\ \text{Average}_{IRR} \leq 100\%. \end{cases}$$

La méthode "d'estimation des pertes de crédits attendues et inattendues" présente des avantages

Les hypothèses de la méthode sont cohérentes et malléables. Elles peuvent s'adapter aux particularités de l'assureur notamment concernant la stratégie d'investissement.

Cette malléabilité permet d'obtenir une courbe des taux d'actualisation plus cohérente avec les investissements de l'assureur. De plus, avec cette méthode, l'assureur peut tester plusieurs stratégies d'investissements afin d'identifier lesquelles sont les moins risquées.

La méthode "d'estimation des pertes de crédits attendues et inattendues" présente également des inconvénients

La méthode se base sur des données de marché parfois difficilement accessibles. Un fournisseur de données, adapté, est nécessaire à son application. De plus, la méthode est difficile à mettre en œuvre car elle repose sur de nombreux éléments tels que l'IRR dont le calcul est complexe à mettre en place.

Le temps de calcul est très long car il y a un très grand nombre de catégories d'obligations. Pour chacune des catégories, il faut appliquer une simulation de Monte-Carlo afin d'estimer la fonction de répartition des pertes. 10 000 simulations de Monte-Carlo doivent être effectuées N fois avec :

$$N = \text{nombre de ratings} \times \text{nombre de maturités.}$$

Le fait que la courbe des taux d'actualisation dépende de la stratégie d'investissement rend la méthode difficile à objectiver, ce qui est une limite importante. De plus, la méthode est extrêmement sensible aux situations de crise qui auront tendance à faire augmenter la valeur des primes de risque.

La méthode ne prend pas en compte les écarts de duration entre actifs et passifs. Il semble également compliqué d'appliquer celle-ci à des obligations à taux variables.

N'étant pas encore bien connue ni développée, cette méthode devra nécessairement être justifiée auprès d'un commissaire aux comptes en cas d'utilisation.

Conclusion, la méthode présentée est une méthode d'estimation de prime de risque originale qui permet d'estimer chacun des éléments qui composent cette prime. Bien que complexe à mettre en place, la méthode est fiable. Les primes de risque obtenues devront être retraitées dans le but d'obtenir la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire.

La méthode de Monte-Carlo complexifie et alourdit beaucoup la méthode. Cependant, la possibilité d'intégrer des stratégies d'investissements est un grand avantage qui permet aux assureurs d'optimiser l'estimation des primes de risque et donc leur courbe des taux d'actualisation. Cet avantage devra être minutieusement justifié auprès d'un commissaire aux comptes.

3.4 Modélisation de courbes des taux d'actualisation du portefeuille obligataire

Les méthodes d'estimation de prime de risque présentées dans la section précédente (3.3) sont des méthodes d'analyse des données de marché. Par conséquent, elles n'estiment pas la prime de risque globale du portefeuille obligataire mais estiment des tableaux de prime de risque.

Ces tableaux présentent l'évolution dynamique de la prime de risque selon le type, le rating et la maturité des obligations présentes sur les marchés financiers.

L'idée de cette partie est de comprendre comment, à partir d'un tableau de primes de risques calculé par les méthodes de la section 3.3, il est possible de construire une courbe des taux d'actualisation.

D'après les résultats fournis par les méthodes d'estimation de prime de risque, plusieurs approches de modélisation de la courbe des taux d'actualisation sont possibles.

La Méthode Agrégée s'appuie directement sur la définition de l'approche Top-Down. Selon cette définition, une manière de construire une courbe des taux d'actualisation serait de calculer une prime de risque moyenne pondérée et de la soustraire à la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire. Cette prime de risque moyenne pondérée est calculée à partir du tableau de prime de risque ainsi que des données du portefeuille obligataire.

Cette méthode est intéressante et permet de modéliser une courbe des taux d'actualisation simplement. Cependant, en calculant une prime de risque moyenne pondérée, toute la précision gagnée par les tableaux de prime de risque est perdue.

La Méthode Granulaire s'appuie elle aussi sur la définition de l'approche Top-Down. Contrairement à la méthode "agrégée", cette définition est appliquée pour chaque obligation du portefeuille obligataire. Le spread de chacune des obligations du portefeuille obligataire est diminué de la prime de risque qui lui est associée dans le tableau des prime de risque.

La courbe des taux d'actualisation correspond à la courbe des taux de rendement de ce nouveau portefeuille obligataire dont le spread des obligations ne contient plus de risques. Cette modélisation peut être effectuée à partir de la méthode présentée dans la section 3.2 de ce mémoire.

La méthode granulaire a l'avantage de prendre en compte la précision fournie par les tableaux de primes de risque. Elle permet de construire une courbe pour laquelle les primes de risque et de liquidité varient en fonction des maturités.

3.5 Comparaison des courbes obtenues

3.5.1 Courbes des taux d'actualisation de la méthode CDS

La méthode des CDS n'a pas permis de déterminer des primes de risques pouvant être utilisées afin de modéliser la courbe des taux d'actualisation du portefeuille obligataire. Les données de marché nécessaires à la réalisation de cette méthode n'ont pas pu être obtenues.

L'obtention de CDS par rating n'a pas été possible à partir des fournisseurs de données classiques telles que "Bloomberg" ou "Capital IQ". De plus, toutes les obligations présentes dans le portefeuille de l'étude n'ont pas nécessairement un CDS coté sur le marché.

Le calcul de CDS agrégé reste néanmoins possible à condition de mettre en place un modèle qui permettrait de calculer des CDS par rating en fonction d'un pool d'obligations. Le mémoire ne s'axant pas sur ce type de problématique, il a été choisi de présenter la méthode qui est très intéressante sans pour autant la mettre en application.

3.5.2 Courbes des taux d'actualisation de la méthode d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues

Les tableaux (cf. annexe C.3) présentent les primes de risque estimées par la méthodes "des pertes de crédit attendues et inattendues".

La figure 3.8 montre les différentes courbes des taux d'actualisation qui peuvent être obtenues par la méthode "d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues". La construction de ces courbes a été développée dans la partie 3.4. Les courbes des taux d'actualisation correspondent aux points situés avant le LLP, au-delà du LLP un traitement particulier devra être appliqué aux courbes. Ce traitement sera présenté dans le chapitre 4.

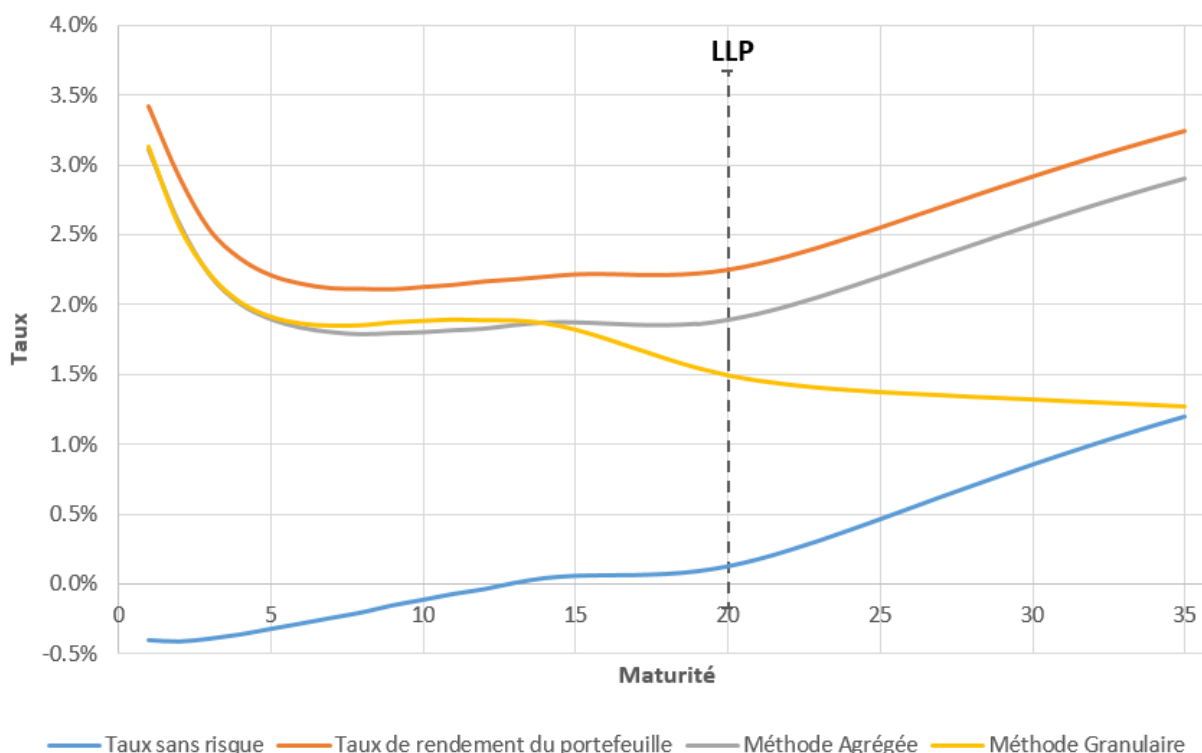


FIGURE 3.8: Courbes des taux d'actualisation par la méthode d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues

La figure 3.8 montre que la courbe de la méthode "agrégée", qui se base uniquement sur la définition de l'approche Top-Down, possède exactement la même forme que la courbe des taux de rendements du portefeuille obligataire.

La courbe des taux d'actualisation de la méthode "granulaire" est la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire calculée sur des spreads sans risques. Grâce à la figure 3.8, il est possible de constater que la courbe des taux d'actualisation de la méthode "granulaire" passe pour certaines maturités sous celle de la méthode "agrégée" et pour d'autres maturités au-dessus.

La superposition de ces deux courbes montre que la courbe obtenue par la méthode "granulaire" évolue autour de la courbe obtenue par la méthode "agrégée" pour des maturités inférieures à 20 ans. Ce phénomène laisse penser que la courbe des taux d'actualisation de la méthode "agrégée" pourrait être une courbe des taux d'actualisation moyenne pour les maturités inférieures à 20 ans.

La méthode "granulaire" fournit des résultats très différents de la méthode agrégée pour des maturités supérieures à 15 ans. La figure 3.8 montre que celle-ci a tendance à tendre rapidement vers la courbe des taux sans risque pour des maturités longues. Ce constat n'est pas lié à la méthode "granulaire" mais à la méthode "d'estimation des primes de risque".

La méthode "d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues" a tendance à sur-estimer les primes de risque pour les maturités longues. Cette sur-estimation est prise en compte par la méthode "granulaire" qui construit une courbe des taux d'actualisation à prime de liquidité faible. Cette courbe reste utilisable, car, au-delà de 20 ans, elle sera extrapolée par la méthode de Smith-Wilson. Cette extrapolation la maintiendra supérieure à la courbe des taux sans risque.

Le choix du modèle de lissage de la courbe des taux spreads, de la méthode "granulaire", a été effectué selon plusieurs caractéristiques. Il est souhaité que le MSE soit la plus petite possible et que la courbe finale obtenue par le modèle soit encadrée, c'est à dire que la courbe finale ne dépasse pas la courbe des taux de rendements du portefeuille et ne soit pas inférieure à la courbe des taux sans risque. Le tableau 3.4 résume le résultat de ces indicateurs pour chacun des modèles.

	Vasicek	Nelson-Siegel	Svensson	Björk & Christensen
Encadrement	OUI	NON	NON	OUI
MSE	2.3777E-05	2.2725E-05	0.00040564	1.7483E-05

TABLE 3.4: Tableau récapitulatif de la valeur des indicateurs de chacun des modèles

Le modèle de Björk & Christensen est celui qui remplit toutes les caractéristiques. La figure 3.9 ci-dessous montre la courbe des spreads obtenue par le modèle de Björk & Christensen.

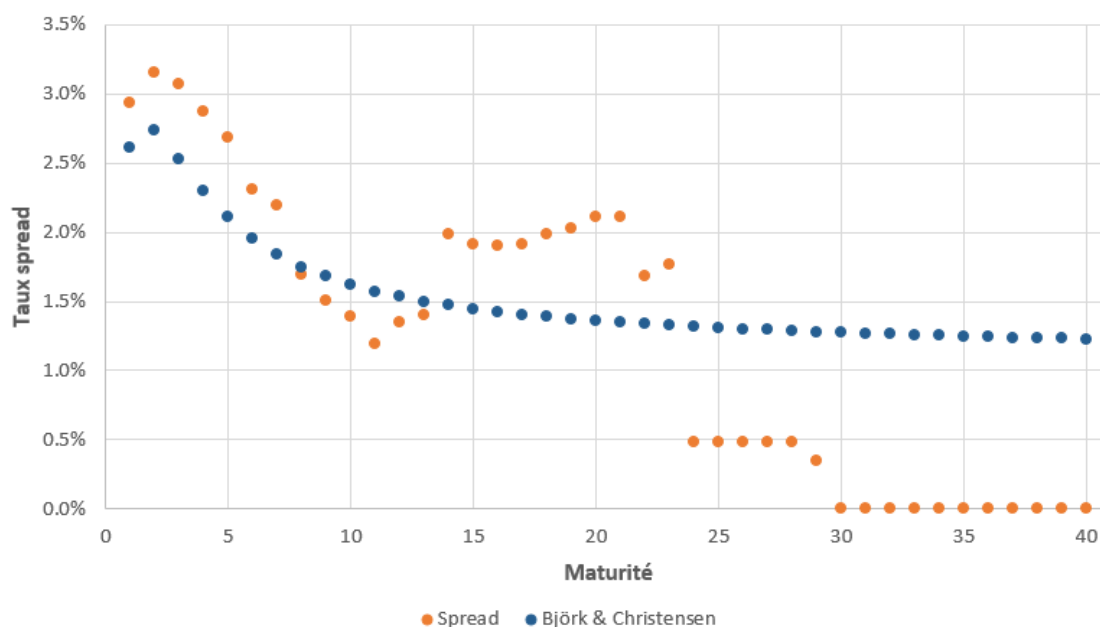


FIGURE 3.9: Lissage des spreads dé-risqués par le modèle de Björk & Christensen

La courbe des taux spread dé-risqués de la méthode "granulaire" montre que, pour des maturités élevées, le spread n'est composé que de la prime de risque. La prime de liquidité disparaît complètement au profit du risque.

Pourtant, il est attendu que la prime de liquidité ainsi que la prime de risque augmentent avec les maturités. La vision du modèle Top-Down présenté reviendrait à considérer que, pour un investissement obligataire extrêmement long, l'investisseur se soucierait uniquement du risque de son investissement qui est effectivement extrêmement fort.

Une notion similaire est présentée par l'EIOPA dans son mode de calcul de l'ajustement pour volatilité (méthode présentée dans le chapitre 2, section 2.3.3). La prime de liquidité calculée avec les obligations d'un portefeuille de référence est diminuée de 35%. Cette diminution s'explique par le fait que les actifs ont des maturités plus faibles que les passifs et qu'il est nécessaire d'ajuster la prime de liquidité afin de tenir compte de cet écart.

Conclusion, si la méthode "agrégée" permet d'obtenir une courbe des taux d'actualisation acceptable, celle-ci ne prend pas en compte les évolutions potentielles des primes de risque au cours des maturités. La courbe des taux d'actualisation obtenue par la méthode "granulaire" semble être la courbe la plus acceptable car celle-ci prend en compte la variation de la prime de risque en fonction des maturités.

Les méthodes Top-Down de modélisation de courbes des taux d'actualisation sont bien plus complexes à mettre en œuvre que les méthodes de l'approche Bottom-Up. Cependant, les résultats fournis par les méthodes Top-Down sont bien plus nuancés que ceux fournis par les méthodes Bottom-Up. Le chapitre 4 compare les résultats obtenus par les approches Top-Down et Bottom-Up. Il présente également les courbes des taux d'actualisation qui seront utilisées dans une étude d'impact sur les passifs d'un assureur vie.

Chapitre 4

Impact des courbes sur la modélisation des passifs

Les courbes des taux d'actualisation obtenues dans les chapitres précédents ont des formes et des hauteurs qui peuvent varier selon la méthode de construction utilisée. Il est essentiel de les comparer afin de comprendre l'impact du choix d'une courbe plutôt qu'une autre sur les passifs d'un assureur.

4.1 Comparaison des approches Bottom-Up et Top-Down

Comparaison des méthodes de modélisation

Parmi les approches Bottom-Up et Top-Down, il a été distingué deux grandes catégories de méthodes qui sont les méthodes de décomposition du spread (Bottom-Up) et les méthodes d'analyse des données de marché (Bottom-Up et Top-Down).

Les méthodes de décomposition du spread sont toutes des méthodes Bottom-Up. Celles-ci permettent de calculer une prime de liquidité qui pourra simplement être ajoutée à la courbe des taux sans risque de l'EIOPA pour obtenir une courbe des taux d'actualisation.

Pour chacune de ces méthodes, la prime de liquidité calculée est appliquée à toutes les maturités de la courbe des taux sans risque. La notion d'évolution de la prime de liquidité selon les maturités n'est pas prise en compte. Cette non prise en compte est un grand point faible des méthodes Bottom-Up.

Plus généralement, ce point faible touche toutes les méthodes se basant sur une estimation constante de la prime de liquidité.

Les méthodes se basant sur l'analyse des données de marché ne fournissent pas directement une courbe des taux d'actualisation mais des tableaux contenant des primes évoluant en fonction du type, du rating et de la maturité des obligations présentes sur les marchés financiers.

Ces tableaux peuvent contenir des primes de liquidité ou des primes de risque qui, une fois re-traitées, fournissent une courbe des taux d'actualisation. La méthode "agrégée" et la méthode "granulaire" ont été développées dans ce mémoire afin de construire une courbe des taux d'actualisation à partir d'un tableau de primes de risque ou de primes de liquidité.

Les courbes des taux d'actualisation obtenues se basent sur une prime, de liquidité ou de risque, qui

varie selon les maturités. Elles peuvent également se baser sur une prime, de liquidité ou de risque, constante qui sera respectivement ajoutée à la courbe des taux sans risques ou soustraite à la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire.

Les méthodes se basant sur des primes évoluant dynamiquement selon les maturités sont plus pertinentes que les méthodes se basant sur l'ajout ou la diminution d'une prime constante.

Analyse de la stabilité des courbes

Les méthodes se basant sur l'analyse des données de marché sont plus complexes à mettre en œuvre que celles se basant sur la décomposition du spread. Du fait qu'elles ne fournissent pas directement une courbe des taux d'actualisation, elles demandent plus de travail. Cependant, ce travail supplémentaire conduit à l'obtention de plusieurs courbes pour lesquelles la prime de liquidité évolue en fonction des maturités.

Si cette notion d'évolution dynamique de la prime de liquidité en fonction des maturités semble être un avantage, elle pose la question de la stabilité des courbes. La stabilité des courbes est un point de comparaison important entre les méthodes. Si une courbe évolue de manière trop volatile d'une année à l'autre, celle-ci, doit être exclue.

Une courbe des taux d'actualisation est utilisée afin de calculer les passifs, et donc les engagements, d'un assureur. Ces engagements sont suivis année après année et, leur évolution fait l'objet d'une analyse précise. Si ces engagements étaient calculés à partir d'une courbe des taux d'actualisation non stable, dont la forme évoluerait de manière difficilement explicable d'une année à l'autre, il serait impossible d'analyser la variation des engagements d'un assureur au cours du temps.

La stabilité des courbes est un point qui n'a pas été étudié quantitativement dans ce mémoire. Néanmoins, les études menées sur les méthodes nous permettent de fournir certains éléments de réponse.

Les **méthodes de décomposition du spread** se basent uniquement sur le portefeuille obligataire de l'assureur. Ainsi, en considérant que ce portefeuille évolue de manière suffisamment stable au fil du temps, les courbes seront recalculées sur une base stable et auront par conséquent peu de chance d'évoluer aléatoirement.

La construction de ces courbes se base sur les valeurs de marché des obligations ainsi que la courbe des taux sans risque. Ces deux éléments évoluent d'une année à l'autre, selon les marchés, et peuvent donc compromettre la stabilité des courbes des taux d'actualisation. Cependant, ces variations peuvent être expliquées par l'évolution des taux de marché et de l'inflation. Ces paramètres sont maîtrisés, ils sont déjà utilisés dans l'analyse des mouvements du passif d'un assureur. Par conséquent, ils ne compromettent pas l'utilisation de ce type de courbe des taux d'actualisation.

Concernant les **méthodes d'analyse des données de marché**, la stabilité semble beaucoup plus délicate à obtenir. Par exemple, concernant les contrats CDS, leur taux swap évolue selon un certain nombre de paramètres qui ne dépendent pas toujours du risque financier d'un émetteur de dette. Ce taux évolue souvent selon des paramètres tels que l'offre, la demande et le risque financier du vendeur de CDS.

Ces paramètres, évoluant souvent irrationnellement dû à l'aversion au risque des acteurs du marché, sont difficiles à modéliser et peuvent conduire à des estimations de primes de risques trop variables et inexplicables. Ces paramètres ont de fortes chances de conduire à des courbes des taux d'actualisation très instables qui pourraient compromettre l'analyse de l'évolution des engagements d'un assureur. La stabilité est donc un élément à surveiller concernant les méthodes d'analyse des données de marché.

Pour conclure, malgré le fait qu'elles semblent imprécises, les méthodes de décomposition du spread sont simples à mettre en oeuvre et ont de fortes raisons d'être stables. Les méthodes se basant sur l'analyse des données de marché, sont plus complexes à mettre en place et ont de fortes chances d'être instables. Cette instabilité est un argument qui pourrait remettre en cause la précision de ces méthodes. Quantifier la stabilité d'une courbe est une étude intéressante qui permettrait une meilleure comparaison des courbes des taux d'actualisation.

Les courbes Bottom-Up et Top-Down

Il existe un très grand nombre de méthodes Bottom-Up et Top-Down qui fournissent chacune des courbes des taux d'actualisation qui leur sont propres. Si, comme présenté dans ce mémoire, la construction de ces courbes diffère sensiblement d'une méthode à une autre, il est supposé que l'approche Bottom-Up impacte moins les passifs de l'assureur que l'approche Top-Down.

La figure suivante présente les différentes courbes des taux d'actualisation, à prime de liquidité constante et variable, modélisées par des méthodes Bottom-Up et Top-Down.

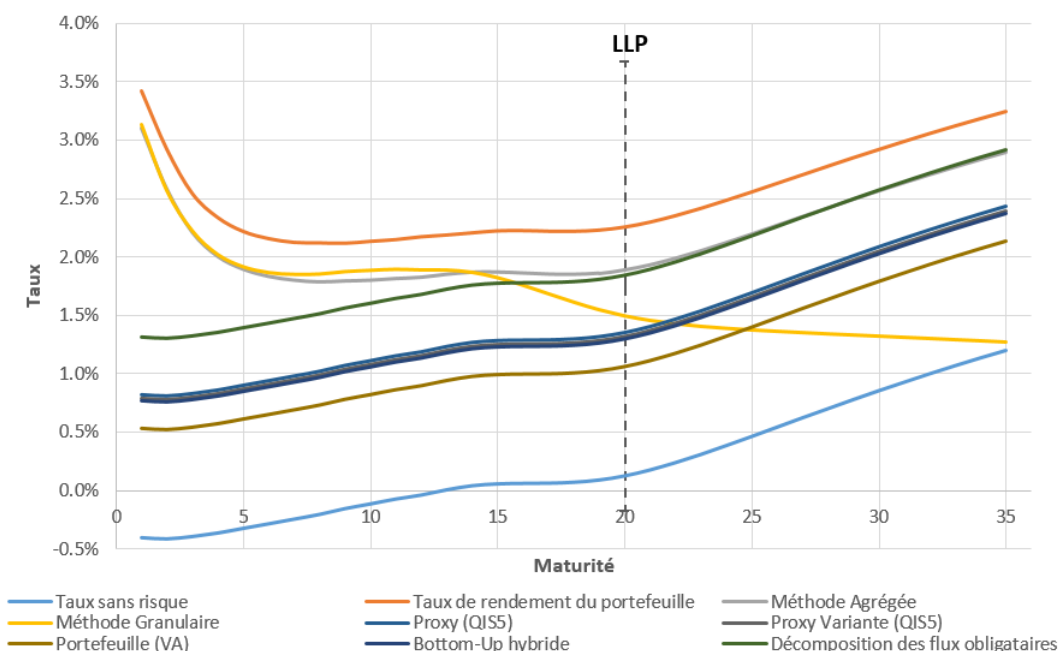


FIGURE 4.1: Courbes des taux d'actualisation

La figure 4.1 montre que les méthodes Bottom-up, qui se basent sur le calcul d'un taux constant, fournissent toutes une courbe des taux d'actualisation qui est encadrée par la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire et la courbe des taux sans risques. Ce constat peut également être fait pour les courbes des taux d'actualisation Top-Down.

Il est difficile de comparer les courbes des méthodes "agrégée" et "granulaire" aux autres courbes du fait que les primes de liquidité de ces deux courbes évoluent selon les maturités. Ces courbes sont, selon les maturités, supérieures ou inférieures aux courbes des méthodes Bottom-Up.

Si les courbes Top-Down semblent être en moyenne supérieures aux courbes Bottom-Up sur les maturités inférieures à 20 ans, il faut étudier le comportement des courbes pour des maturités supérieures à 20 ans. Une extrapolation est par conséquent nécessaire pour obtenir le comportement des courbes pour des maturités longues. Ce sont les taux longs, des courbes des taux d'actualisation, qui permettront d'actualiser les flux de passifs lointains.

4.2 Extrapolation des courbes des taux d'actualisation

Les méthodes présentées dans ce mémoire calculent la courbe des taux d'actualisation en se basant sur les actifs du portefeuille et les données de marché qui leur sont associées. Les marchés obligataires ne sont pas liquides pour toutes les maturités et il existe un point appelé le "Last Liquid Point" (LLP cf. 1.2.1) qui correspond à la dernière maturité pour laquelle le marché est considéré liquide. Au-delà de ce point, il est considéré que trop peu de transactions sont effectuées pour avoir des données fiables permettant le calcul de la courbe des taux d'actualisation.

Pour pallier à ce problème de liquidité des marchés, l'EIOPA a choisi d'utiliser une méthode d'extrapolation de courbe des taux afin de mieux contrôler leur évolution au-delà du LLP. Cette méthode, présentée dans le chapitre 1, section 1.3.1, est la méthode de "Smith Wilson" qui tend à faire converger les courbes vers l'UFR (MURRAY et al., 2019).

Les courbes des taux d'actualisation de ce mémoire n'étant valable que jusqu'au LLP, l'algorithme de "Smith Wilson" a été utilisé afin de les extrapoler. Ces courbes ont été extrapolées par l'outil "smith-wilson_risk-free_interest_rate_extrapolation_tool_v1.2", utilisé par l'EIOPA dans la construction de la courbe des taux sans risques avec et sans l'ajustement pour volatilité de 0,46%.

L'extrapolation d'une courbe des taux d'actualisation détermine la valeur des taux longs. Les passifs des assureurs vie étant long, l'extrapolation impacte directement leurs engagements. Le sujet de l'extrapolation doit par conséquent être sérieusement traité.

Le choix d'utiliser, dans ce mémoire, la méthode de "Smith-Wilson" n'est pas anodin. Il ne semble pas correct d'estimer des taux d'actualisation pour des maturités supérieures à 100 ou 120 ans à partir de maturités inférieures à 20 ans uniquement. La méthode de "Smith-Wilson" permet de piloter l'extrapolation en s'appuyant sur les données de marché et en imposant à la courbe de converger vers l'UFR. Ce pilotage permet de gagner en confiance quant à la valeur des taux longs.

L'Ultimate Forward Rate (UFR) est un taux fixe long terme qui a été introduit et fixé sous Solvabilité II afin de permettre de calibrer des scénarios économiques. Initialement fixé à 4,2% lorsque les taux étaient hauts, l'UFR n'a cessé de décroître avec la baisse des taux pour être à 3,75% en 2020 (INSTITUT DES ACTUAIRES, 2015).

Le tableau 4.1 résume les paramètres calculés par la méthode de Smith-Wilson pour l'extrapolation des méthodes Bottom-Up et Top-Down. L'extrapolation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire n'a pas été effectuée. Celle-ci n'est pas supposée être utilisée par les assureurs pour calculer leurs engagements, il n'est donc pas nécessaire de l'extrapoler.

	Coefficient Alpha	UFR	Taux (CP)
Proxy (QIS5)	0,122990	3,75%	2,7440%
Proxy Variante (QIS5)	0,123426	3,75%	2,7302%
Portefeuille (VA)	0,126688	3,75%	2,6174%
Bottom-Up hybride	0,123734	3,75%	2,7202%
Décomposition des flux obligataires	0,114794	3,75%	2,9594%
EIOPA (VA)	0,131668	3,75%	2,413%
Méthode Agrégée	0,116991	3,75%	2,9607%
Méthode Granulaire	0,137686	3,75%	2,6559%

TABLE 4.1: Résultats de l'extrapolation de la méthode de Smith-Wilson

La figure 4.2 présente les courbes des taux d'actualisation obtenues par les méthodes Bottom-Up. La courbe des taux d'actualisation de l'EIOPA qui servira de référence y est représentée.

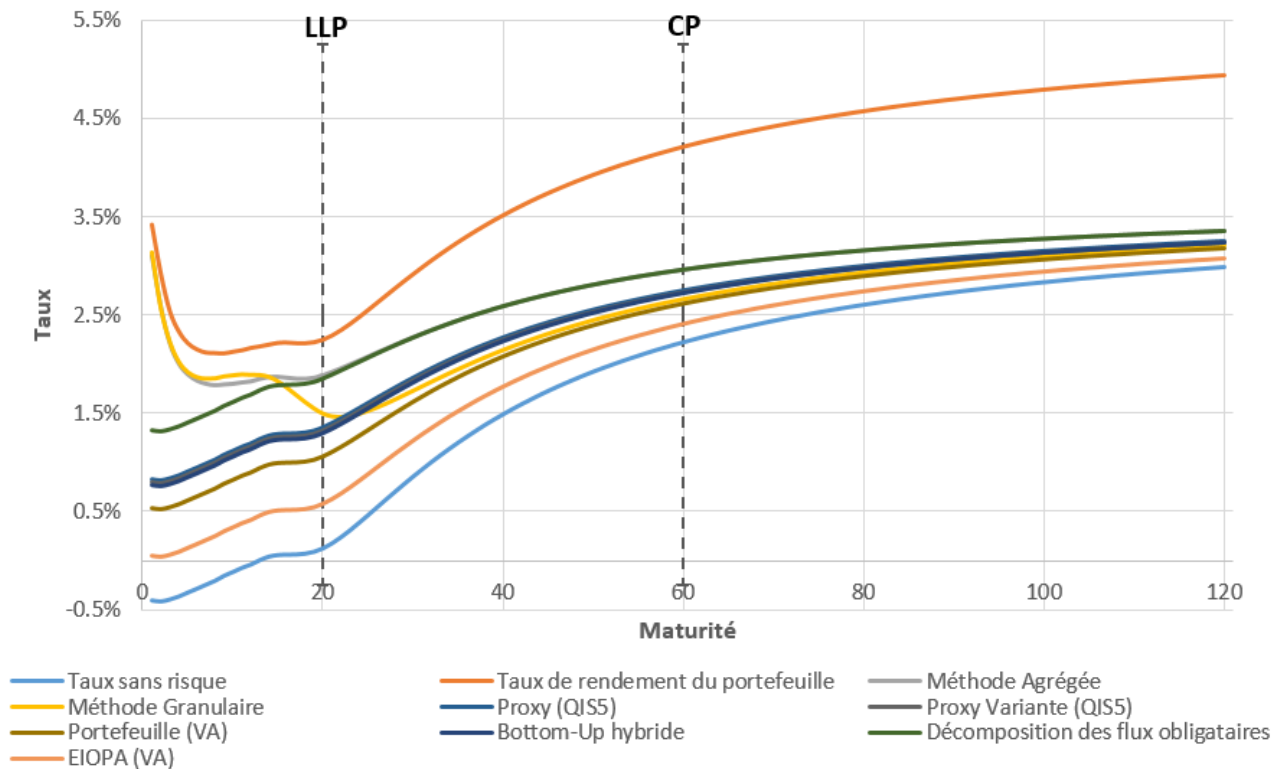


FIGURE 4.2: Courbes des taux d'actualisation extrapolées

L'extrapolation de Smith-Wilson confirme davantage le fait qu'il est difficile de comparer les courbes des taux d'actualisation à prime de liquidité fixe et variable.

La figure 4.2 montre qu'au-delà du LLP, la courbe des taux d'actualisation de la méthode "granulaire" est inférieure à une grande majorité de courbes Bottom-Up. Les passifs d'un assureur vie étant longs, une étude d'impact peut permettre de constater l'écart entre la méthode "granulaire" et les méthodes Bottom-Up.

Cette étude d'impact sera menée sur le BEL (Best Estimate of Liabilities) et la CSM (Contractual Service Margin) qui sont des éléments du passif d'un assureur vie. Celle-ci est nécessaire pour comparer les courbes ayant des primes de liquidité variant en fonction des maturités avec les courbes à primes de liquidité constantes pour des maturité inférieures à 20 ans.

Concernant les courbes Bottom-Up, à primes de liquidité fixes, une étude d'impact peut être menée afin d'étudier l'évolution du BEL et de la CSM en fonction de ces primes. Le but de cette étude est de tracer une courbe représentant l'évolution du BEL et de la CSM de l'assureur en fonction de la prime de liquidité appliquée à la courbe des taux d'actualisation. Cela permettra de vérifier si ces évolutions suivent une loi en fonction de cette prime.

L'impact de chacune des courbes des taux d'actualisation est étudié à travers un outil ALM (Asset and Liability Management) fournit par KPMG.

4.3 Modélisation ALM

Les modèles ALM sont des outils qui permettent de projeter des flux de trésorerie. Cette projection est faite dans un environnement économique préalablement paramétré. Le paramétrage de cet environnement économique se base sur des données qui sont des model points, des hypothèses et des scénarios économiques. La projection de ces flux de trésorerie permet le calcul des éléments du bilan d'un assureur dans le futur. Le modèle ALM utilisé dans ce mémoire est DEvent.

4.3.1 Model Point

Pour cette modélisation ALM, l'assureur vie pour lequel les courbes des taux ont été modélisées nous a fourni un certain nombre de model points actifs. Les model points d'actifs sont liés aux obligations, aux actions et à l'immobilier. Les model points passifs, générés pour cette étude, sont majoritairement liés à des contrats d'épargne.

Model Point Actif

Les obligations ont été présentées dans la section 1.4. En effet, c'est à partir des obligations du portefeuille obligataire que les courbes des taux d'actualisation sont modélisées.

Les actions sont des parts de capitaux d'entreprises cotées en Bourse. Elles donnent des droits à leur détenteur, appelé actionnaire, et ont la particularité, pour certaines, de verser des dividendes. Ces dividendes sont la part du résultat financier qui revient à l'actionnaire.

L'immobilier correspond à la détention de logements. Ces biens peuvent générer des revenus par les loyers qu'ils génèrent ou par leur revente en plus-value latentes.

Le tableau 4.2 fournit la répartition de l'actif de l'assureur vie sur lequel l'étude d'impact est menée. Il montre que les actifs de l'assureur sont majoritairement composés d'obligations.

Instruments financiers	Proportion
Obligations à taux fixe	69,4%
Obligations à taux variable	11,0%
Obligations indexées sur l'inflation	2,7%
Cash	2,0%
Actions	8%
Immobiliers	6,9%

TABLE 4.2: Allocation de l'actif de l'assureur au 31/03/2020

Lors de l'utilisation du modèle ALM, une stratégie d'allocation des actifs dans le portefeuille est mise en place. Cette stratégie consiste à détenir, durant toute la durée de la projection, la répartition initiale d'actifs présentée dans le tableau 4.2.

Model Point Passif

L'assureur n'ayant pas donné son portefeuille de passifs afin de réaliser cette étude d'impact, un portefeuille représentatif a été développé. Majoritairement composé de contrats d'épargne, ce portefeuille contient 1000 groupes de contrats d'assurance. Les contrats ont été agrégés par groupes car un grand nombre d'entre eux possèdent des caractéristiques et un profil de souscripteur commun.

L'agrégation des contrats par groupes permet de diminuer le temps de calcul et la complexité des projections faites par le modèle ALM. Les primes versées par les assurés alimentent la provision mathématique des contrats. Pour un groupe de contrats, la provision mathématique correspond à la somme des provisions mathématiques des contrats qui le composent.

Les model points des passifs fournissent les informations suivantes : type de produit, nombres de polices, genre, année de naissance, mois de naissance, table de mortalité, réserve mathématique et Taux Minimum Garanti.

Les model points sont composés d'hommes et de femmes nés entre 1940 et 1994, leur âge moyen est d'environ 53 ans. Il y a environ 49% de femmes dont la moyenne d'âge est d'environ 54 ans et 51% d'hommes dont la moyenne d'âge est d'environ 53 ans.

La majorité des contrats ont un taux minimum garanti (TMG) égal à 0% car ils sont considérés comme récents et que la récente période de taux bas ne permet pas d'offrir un TMG supérieur. Il y a 3% des contrats ayant un TMG de 1% et 2,2% d'entre eux ayant un TMG de 2%. Ces contrats représentent des souscriptions plus anciennes.

Les assurés bénéficient également de la participation aux bénéfices (PB) réglementaire bien qu'il n'y ait pas de clause spécifique à la PB dans les contrats simulés. Chaque année, la revalorisation des contrats s'effectue à partir d'un taux de revalorisation calculé comme suit :

$$\text{Taux de revalorisation} = \text{Max}(\text{TMG}, \text{Taux}_{\text{année}}).$$

Le " $\text{Taux}_{\text{année}}$ " correspond aux bénéfices réglementaires issus de la redistribution d'une partie des fonds gagnés par l'assureur sur l'année écoulée.

$$\text{Participation aux résultats} = 90\% \times \text{Bénéfices financiers} + 85\% \times \text{Bénéfices techniques}$$

Les assurés peuvent parfois contribuer aux pertes de l'assureur :

$$\text{Participation aux résultats} = 0\% \times \text{Pertes financières} + 100\% \times \text{Pertes techniques}$$

4.3.2 Création des scénarios économiques

L'outil ALM requiert plusieurs scénarios économiques afin d'évaluer le portefeuille d'un assureur dans diverses situations économiques. L'étude ayant pour but d'analyser l'impact des courbes des taux d'actualisation sur des éléments du bilan d'un assureur vie, les paramètres du scénario économique seront tous fixés. La courbe des taux d'actualisation sera le seul paramètre qui sera modifié.

Les contrats d'assurance contiennent des options asymétriques qui se déclenchent dans des scénarios économiques particuliers. L'estimation des passifs d'un assureur passe donc par la génération de tels scénarios qui dépendront de la courbe des taux d'actualisation choisie.

La simulation d'un scénario économique est dite risque neutre, cela signifie que la valeur actualisée des flux du processus est une martingale. Les prix sont par conséquent calculés dans un monde où l'averssion au risque n'existe pas. Les scénarios économiques sont produits par un générateur de scénarios économiques (GSE) qui utilise des scénarios stochastiques.

Les modèles stochastiques qui seront utilisés et présentés sont directement implémentés dans le GSE de KPMG. Ces modèles concernent les facteurs de risque suivants : taux d'intérêt, action, immobilier, crédit et inflation. La figure 4.3 présente les trois étapes permettant de réaliser un scénario stochastique.

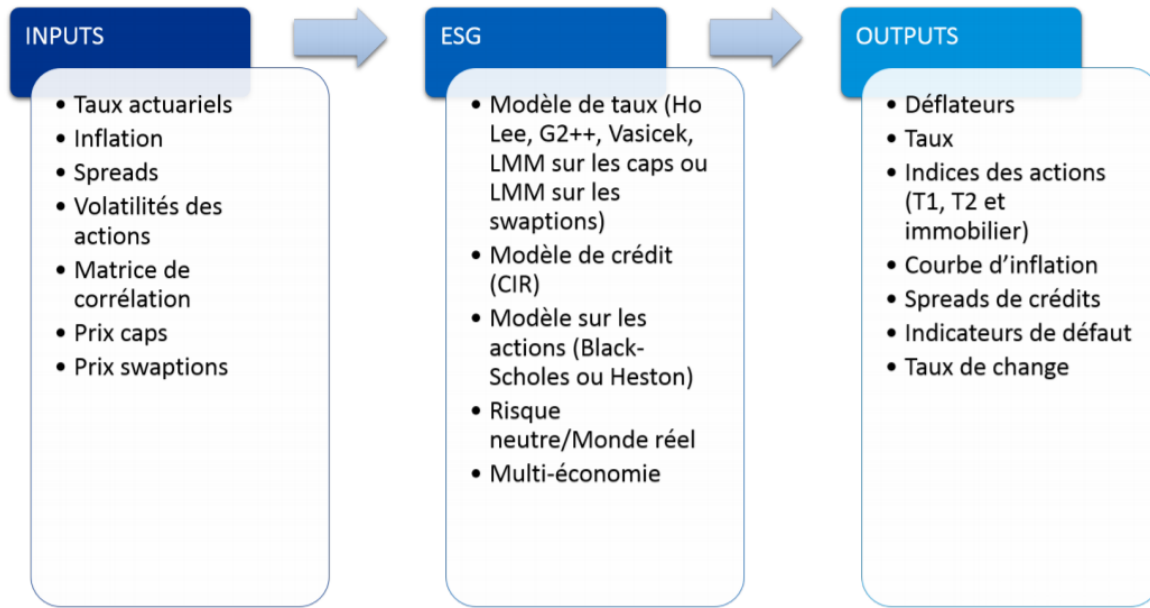


FIGURE 4.3: Fonctionnement de l'ESG

Le modèle de taux d'intérêts utilisé est le modèle LMM+. Ce modèle permet de prendre en compte la volatilité des marchés financiers, de manière à modifier, pour chaque scénario économique, la courbe des taux d'actualisation. Le modèle LMM+ produit une courbe des taux d'actualisation autour de la courbe fournie en paramètre en utilisant cette volatilité des marchés. Sur un grand nombre de scénarios économiques, la moyenne des courbes est égale à la courbe des taux d'actualisation fournie en paramètres.

Le modèle LMM (Libor Market Model) modélise des taux forward sous probabilité risque neutre et ne simule que des taux positifs (DUBOIS et al., 2018).

En posant :

- $P(t, T)$ le prix d'un zéro-coupon de maturité $T-t$, en date t .
- $T_0 = 0 < T_1 < \dots < T_k$ une série de $K+1$ dates successives et $\tau_k = T_k - T_{k-1}$ les pas de temps entre deux dates successives.
- Pour tout $1 \leq k \leq K$, $F_k(t)$ est le taux forward entre les dates T_{k-1} et T_k vu en date $t \leq T_{k-1}$:

$$F_k(t) = \frac{1}{\tau_k} \times \left(\frac{P(t, T_{k-1})}{P(t, T_k)} - 1 \right).$$

Sous la probabilité forward nulle, le modèle se base sur l'hypothèse que les taux forwards sont log-normaux et qu'ils vérifient l'équation suivante :

$$dF_k(t) = F_k(t) \times \sigma_k(t) \times dZ^k(t),$$

avec : $\begin{cases} \sigma_k : \text{la volatilité du modèle,} \\ Z^k : \text{un mouvement brownien unidimensionnel.} \end{cases}$

Ce modèle, permet de reproduire parfaitement la courbe des taux initiale à condition qu'il n'y ait pas de taux négatifs. Le modèle est calibré sur des caps.

Définition : un *Cap* est une somme de plusieurs caplets consécutifs qui permet, à travers un seul contrat de couvrir le risque de taux à intervalles réguliers.

Un *Caplet* est un produit dérivé basé sur un taux d'intérêt de référence. Ce type de contrat donnera à son détenteur une option d'achat si le niveau du taux de référence excède un seuil fixé à l'avance. Ce seuil est appelé le *taux d'exercice*. Ces options permettent de se prémunir contre une hausse des taux d'intérêts.

Le flux d'un caplet est calculé comme suit : $N \times \text{Max}(R - K; 0) \times \alpha$,

avec : $\begin{cases} N : \text{montant nominal du contrat,} \\ R : \text{taux de référence observé,} \\ K : \text{taux d'exercice,} \\ \alpha : \text{méthode de décompte des jours retenus.} \end{cases}$

La prime d'un *Cap* est donc la somme des primes de chaque caplet qui le compose.
(FINANCE DE MARCHÉ, 2020)

Le modèle LMM shifté (LMM+) est utilisé si les taux sont en dessous d'un certain seuil (25 bps). Le GSE bascule automatiquement du modèle LMM à un modèle LMM "shifté" en ajoutant un facteur δ

Le modèle LMM "shifté" utilise une modélisation et une calibration similaires au modèle LMM standard. La différence est que le LMM n'accepte pas de taux négatifs alors que le LMM "shifté", accepte des valeurs négatives supérieures à $-\delta$.

L'équation caractéristique du modèle LMM shifté est la suivante :

$$dF_k(t) = (F_k(t) + \delta) \times \sigma_k(t) \times dZ^k(t).$$

Simulation des scénarios économiques

Le GSE simule 1000 scénarios économiques à partir des modèles et des paramètres qui lui sont fournis. Ces 1000 scénarios seront utilisés par l'outil actuariel qui calculera 1000 fois les passifs de notre assureur. La moyenne de ces 1000 simulations de passif correspond au passif final de l'assureur.

Il y aura, par conséquent, 1000 scénarios économiques pour chaque courbe simulée dans les chapitres 2 et 3. Chaque scénario économique sera construit sur 30 ans.

4.3.3 Modélisation sous l'outil actuariel

Le logiciel ALM utilisé est un outil permettant de modéliser les actifs et les passifs d'un assureur. Cet outil projette des cash-flows jusqu'à 60 ans pour permettre l'évaluation des engagements, profits et taxes futurs de l'assureur.

Ce logiciel s'applique à des contrats d'assurance vie, des contrats multi support, des contrats de prévoyance santé collective et des produits de retraite en phase de constitution ou en phase de vente. La figure 4.4 présente l'architecture de l'outil ALM.

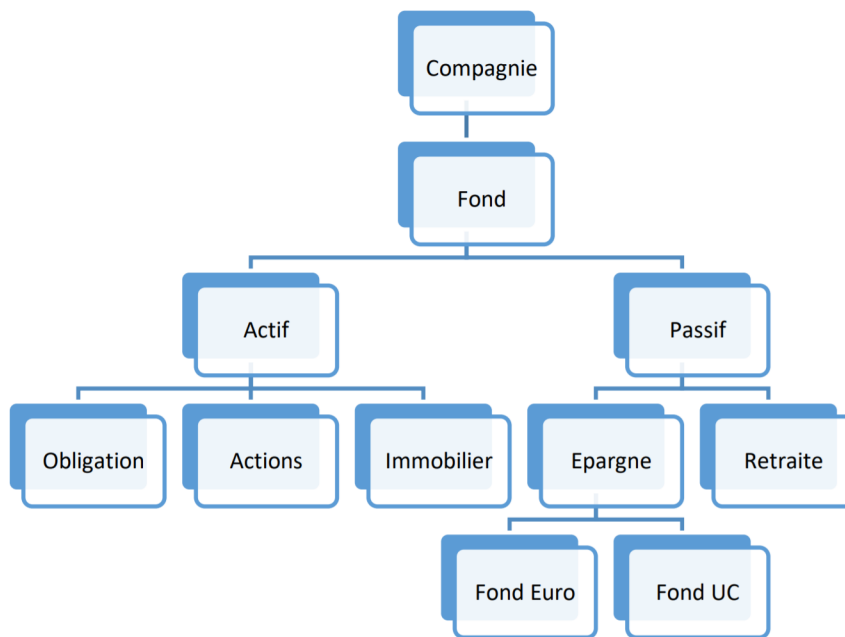


FIGURE 4.4: Architecture de l'outil actuariel

Un modèle de projection est construit par l'outil ALM à partir de quatre éléments distincts qui sont *des Data*, *des Events*, *des Services* et *des Outputs*.

Les data représentent l'ensemble des model points qui sont utilisés par le modèle ALM. Dans notre cas, ces model points sont fournis par l'assureur et concernent à la fois ses actifs et ses passifs. Pour les actifs, les model points font référence aux obligations du portefeuille d'actifs quelles que soient leurs caractéristiques. Ils font référence aux actions, au cash et à l'immobilier présent dans le portefeuille d'actif de l'assureur. Les model points de passif font essentiellement référence à des contrats d'épargne.

Les events sont des évènements économiques particuliers qui déclenchent des droits liés aux clauses présentes dans les contrats des assurés. Ces clauses, peuvent par exemple être liées à un taux minimum garanti ou à des pourcentages de participation aux bénéfices.

C'est le scénario économique généré par le GSE et utilisé par l'outil ALM qui est à l'origine du déclenchement des clauses. Selon le scénario économique utilisé, des Events déclenchent des instructions liées aux clauses des contrats d'assurances. Les Events peuvent donc être définis comme des évènements calculatoires. Lors d'une projection ALM, c'est par les Events que sont calculés des éléments tels que les cash-flows de BEL, la participation aux bénéfices ou encore la valeur de marché des actifs.

Les services permettent d'articuler les Event entre eux. C'est dans les services que des variables externes au modèle tels que les rachats, la mortalité ou encore les frais sont définis.

Les outputs permettent de calculer les variables que l'utilisateur souhaite exporter à l'issue d'une projection ALM. Dans le cadre de ce mémoire, les outputs correspondront aux cash-flows de BEL.

4.4 Etude d'impact

L'étude d'impact sera réalisée sur deux éléments qui composent les passifs de l'assureur vie pour lequel l'étude a été menée, à savoir, le BEL (Best Estimate of Liabilities) et la CSM (Contractual Service Margin). L'outil ALM utilisé permet de calculer le BEL de l'assureur à T=0. La CSM sera estimée comme environ égale à la VIF (Value In Force), c'est-à-dire comme la différence entre la valeur de marché des actifs à T=0 et le BEL à T=0.

La courbe des taux d'actualisation qui sera utilisée comme courbe de référence dans cette étude est la courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA à date du 31/03/2020. Le tableau 4.3 présente les différents résultats obtenus avec l'étude d'impact. Ce tableau permet de voir très distinctement l'évolution du BEL, de la CSM et des impacts sur ces deux éléments en fonction des courbes des taux utilisées.

Dans le tableau 4.3 l'échelle des impacts est la même pour le BEL et la CSM bien que ces deux éléments n'aient pas le même ordre de grandeur. Cet impact est calculé comme suit :

$$Impact_{BEL} = \frac{BEL - BEL_{référence}}{VM},$$

avec : $\begin{cases} VM : \text{valeur de marché des actifs,} \\ BEL_{référence} : \text{BEL calculé par la courbe des taux sans risque,} \\ Impact_{CSM} = -Impact_{BEL}. \end{cases}$

	Prime de liquidité	BEL (G€)	CSM (G€)	Impact BEL	Impact CSM
Courbe des taux sans risque	/	31,1	0,1	/	/
EIOPA (VA)	0,46%	30,3	0,9	-2,6%	2,6%
Top-Down : Méthode Granulaire	/	30,0	1,1	-3,3%	3,3%
Portefeuille (VA)	0,94%	29,6	1,5	-4,6%	4,6%
Bottom-Up hybride	1,17%	29,5	1,7	-5,0%	5,0%
Proxy Variante (QIS5)	1,20%	29,3	1,9	-5,6%	5,6%
Proxy (QIS5)	1,22%	29,3	1,9	-5,7%	5,7%
Top-Down : Méthode Agrégée	/	29,2	1,9	-5,9%	5,9%
Décomposition des flux obligataires	1,72%	28,8	2,4	-7,3%	7,3%
Courbe des taux de rendement	/	28,5	2,6	-8,1%	8,1%

TABLE 4.3: Résultats de l'étude d'impact

Concernant les méthodes Bottom-Up, à prime de liquidité constante, il est constaté que le BEL diminue à mesure que la prime de liquidité augmente, c'est-à-dire, lorsque les courbes des taux d'actualisation deviennent plus hautes. Le constat inverse est fait en ce qui concerne le niveau de la CSM car elle est calculée comme une transformation linéaire du BEL.

La figure 4.5 présente l'évolution du BEL en fonction de la prime de liquidité. Cette courbe est décroissante et faiblement convexe. Pour les primes de liquidité les plus hautes, l'impact sur le BEL diminue légèrement. Cette diminution se traduit par un léger décalage. C'est ce décalage qui empêche la courbe d'être parfaitement linéaire.

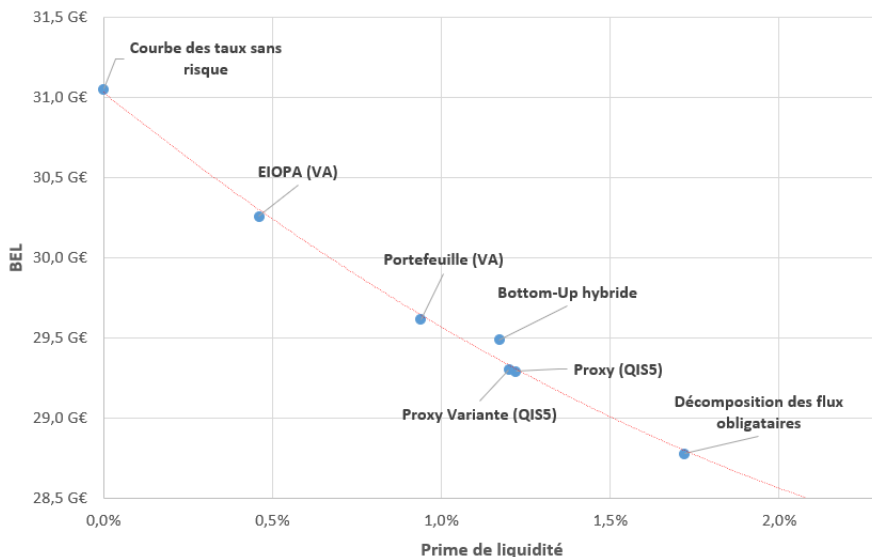


FIGURE 4.5: Evolution du BEL en fonction de la prime de liquidité

Cette forme, faiblement convexe, s’explique par le fait que, les courbes des taux d’actualisation correspondent à un décalage linéaire de la courbe des taux sans risque sur les 20 premières maturités. Au-delà, la linéarité est perdue par l’extrapolation.

Sur la figure 4.2, au-delà de 20 ans, l’écart entre les courbes des taux d’actualisation (Bottom-Up) et la courbe des taux sans risque diminue faiblement lorsque les primes de liquidité sont faibles. Pour les courbes ayant une prime de liquidité haute, cet écart diminue de manière bien plus forte.

Ainsi, par l’extrapolation de ”Smith-Wilson”, pour les primes de liquidité faible, l’évolution du BEL est linéaire. Pour les primes de liquidité plus hautes, l’impact est d’avantage atténué par l’extrapolation, ce qui provoque un décalage dans la linéarité de la courbe et la rend faiblement convexe.

La figure 4.6 présente l’évolution de la CSM en fonction de la prime de liquidité. Etant donné que la CSM est supposée égale à la VIF (Value In Force) qui est une transformation linéaire du BEL, le même constat peut être fait. Contrairement au BEL, la CSM est croissante.

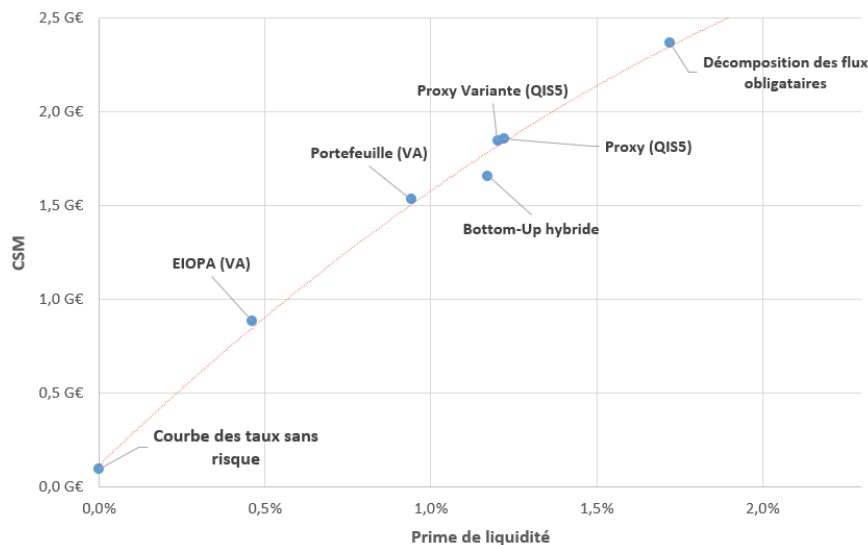


FIGURE 4.6: Evolution de la CSM en fonction de la prime de liquidité

La figure 4.7 présente la courbe de l'impact sur le BEL en fonction de la prime de liquidité. Cette courbe possède exactement la même forme que la courbe présentant l'évolution du BEL en fonction de la prime de liquidité. Les mêmes raisons expliquent cette forme.

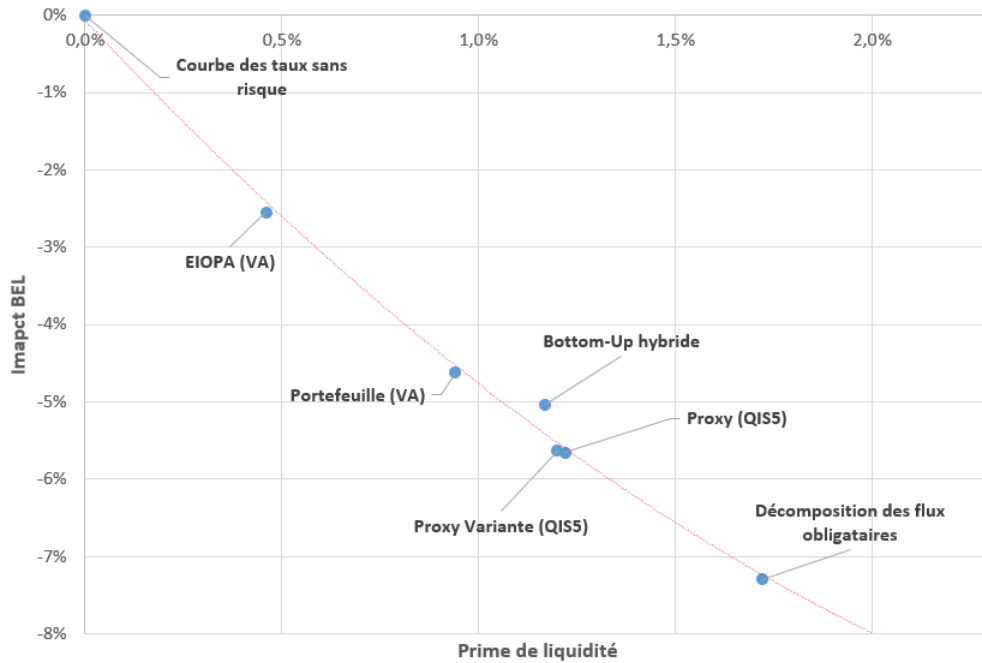


FIGURE 4.7: Evolution de l'impact sur le BEL en fonction de la prime de liquidité

La figure 4.8 présente la courbe de l'impact sur la CSM en fonction de la prime de liquidité. Cette courbe possède exactement la même forme que la courbe présentant l'évolution de la CSM en fonction de la prime de liquidité. Les mêmes raisons expliquent cette forme.

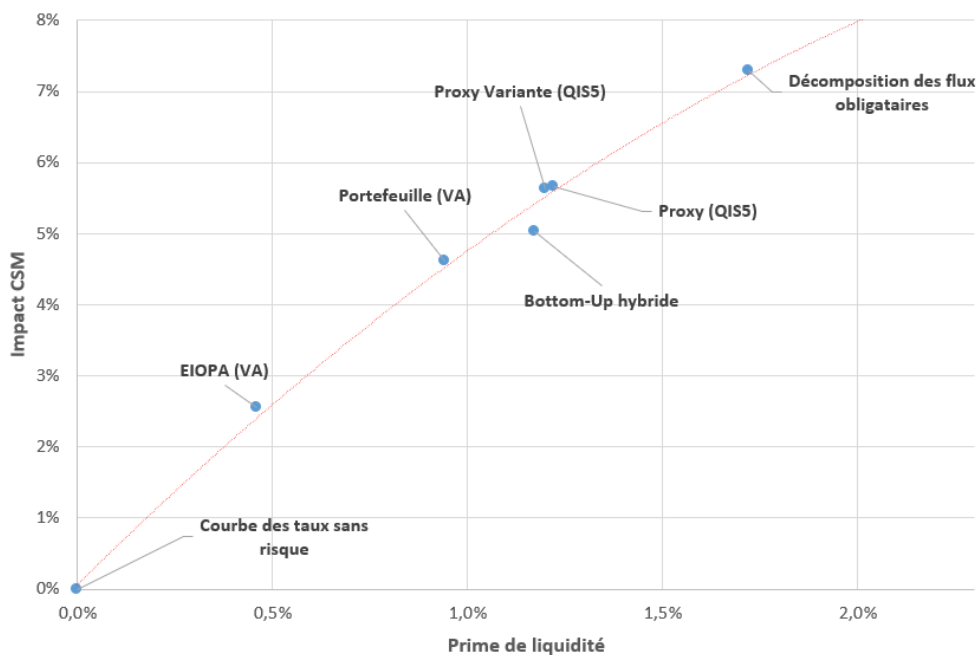


FIGURE 4.8: Evolution de l'impact sur la CSM en fonction de la prime de liquidité

Les résultats de l'étude montrent que le choix de la courbe des taux d'actualisation a un impact de plusieurs centaines de millions d'euros sur les engagements d'un assureur. Cet impact, non négligeable, impose aux assureurs de bien choisir leur courbe des taux d'actualisation.

Ce constat, est intéressant pour les assureurs ayant des engagements très élevés comme, par exemple, les grands fonds de pensions installés au Royaume-Uni. Le choix de la courbe des taux d'actualisation peut permettre à ces assureurs de baisser leurs engagements, ce qui, contrebalance leur augmentation liée au phénomène des taux bas qui s'est durablement installé en Europe.

Dans le cadre de l'étude menée, la méthode d'ajustement pour volatilité appliquée au portefeuille obligataire de l'étude est une méthode très intéressante car :

- Elle est préconisée par l'EIOPA, un organisme européen de référence.
- Elle est cohérente avec la composition du portefeuille obligataire de l'assureur.
- Elle permet de capitaliser sur les travaux de modélisation de courbes des taux réalisés sous Solvabilité II.
- Elle contrebalance une partie des effets négatifs des taux bas durables en diminuant les engagements de l'assureur.

D'après la littérature, il était attendu que les courbes Top-Down impactent plus fortement les passifs de l'assureur que les courbes Bottom-Up ce que semblait confirmer la figure 4.2. Pourtant, les résultats de l'étude d'impact montrent que les courbes Top-Down obtenues impactent autant, voir moins, les passifs que les courbes Bottom-Up. La méthode "granulaire" est en deuxième position des courbes des taux d'actualisation diminuant le moins le BEL de l'assureur.

Les résultats montrent également que la méthode "agrégée" (Top-Down) fournit un impact proche de celui de la méthode "Proxy (QIS5)" et "Proxy variante (QIS5)" (Bottom-Up). Ces courbes n'ont pourtant pas les mêmes formes ni les mêmes hauteurs. Ce résultat est important car il prouve qu'on ne peut pas comparer deux courbes des taux d'actualisation juste en les observant. Une étude d'impact doit être menée afin de les comparer objectivement.

L'étude d'impact qui a été menée dans ce mémoire ne permet pas de déterminer la prudence ou le risque des courbes produites par les différentes méthodes. En effet, l'impact des courbes sur le BEL ou la CSM n'est pas un indicateur de leur prudence.

Le calcul du SCR d'un assureur par la formule standard inclus un module **risque de marché** qui comprend un sous module **risque de taux**. Pour ce module, le besoin en capital est calculé comme : "la perte maximum générée par une hausse ou une baisse de la courbe des taux selon les scénarios de l'EIOPA".

En calibrant les impacts à la hausse et à la baisse de l'EIOPA sur les courbes produites, le **SCR de taux** peut être utilisé comme un indicateur de risque. Les courbes ayant les **SCR de taux** les plus faibles pourront être considérées comme les moins risquées.

Conclusion, le choix de la courbe des taux d'actualisation a un impact important sur les passifs d'un assureur. Ce choix doit par conséquent faire l'objet d'une importante réflexion. Les gains apportés par certaines des méthodes peuvent permettre aux assureurs d'être plus sereins en cette période délicates des taux bas durables. Il faut néanmoins faire attention à ne pas tomber dans le pilotage des résultats en changeant trop régulièrement la courbe des taux d'actualisation.

Conclusion

La modélisation de la courbe des taux d'actualisation connaît depuis plusieurs mois un regain d'intérêt lié à l'environnement des taux bas durables qui s'est installé en Europe.

Avant la directive Solvabilité II, sous Solvabilité I, les engagements de l'assureur étaient actualisés à partir du taux technique des contrats d'assurances. La directive Solvabilité II a permis aux assureurs d'utiliser une courbe des taux sans risque, commune à chacun d'eux, pour actualiser leurs engagements. La directive permet également d'intégrer à cette courbe une prime de liquidité afin d'atténuer la volatilité des marchés. Cette intégration représente pour eux une possibilité de diminuer une partie des impacts négatifs de cette période de taux bas.

La norme comptable IFRS 17 qui reprend cette notion de prime de liquidité afin de représenter le manque de liquidité des contrats d'assurances préconise deux approches afin de modéliser une courbe des taux d'actualisation. L'approche Bottom-Up représente l'ensemble des méthodes estimant une prime de liquidité à ajouter à la courbe des taux sans risque. L'approche Top-Down représente l'ensemble des méthodes estimant une prime de risque à soustraire de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire d'un assureur.

L'étude de ces approches a montré que les méthodes qui les composent pouvaient être distinguées en deux grande catégories. Certaines méthodes se basent sur la décomposition du spread pour calculer une prime de liquidité. D'autre se basent sur l'analyse de données de marché pour calculer des tableaux présentant l'évolution des primes, de risque ou de liquidité, en fonction du type, du rating et de la maturité des obligations présentes sur les marché financiers.

L'approche Bottom-up, rassemblant majoritairement des méthodes de décomposition du spread, attire les assureurs de part sa simplicité. Cette simplicité est liée au fait que l'approche s'appuie sur la courbe des taux sans risque et sur l'estimation d'une prime de liquidité constante pour toutes les maturités.

L'approche Top-Down est beaucoup plus complexe à mettre en oeuvre. Cette complexité est liée à la modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire et au retraitement des tableaux de primes de risques calculés par les méthodes d'analyse des données de marché. Cependant, cette approche permet la construction de courbes des taux d'actualisation a prime de liquidité non constante.

La modélisation de la courbe des taux de rendement du portefeuille obligataire et le retraitement des tableaux de primes de risque ne sont pas encadrés par les normes. Ceci laisse une grande liberté aux acteurs souhaitant modéliser une courbe des taux d'actualisation par l'approche Top-Down. Cette liberté a été exploitée pour construire toutes les courbes Top-Down présentées dans ce mémoire.

Qu'elles soient Bottom-Up ou Top-Down, les courbes produites ont des hauteurs et des formes très variables qui rendent leur comparaison difficile. L'étude d'impact menée pour comparer ces courbes montre que les courbes Bottom-Up impactent autant, voir plus, les passifs de l'assureur que les courbes

Top-Down. De plus, le choix de la courbe des taux d'actualisation impacte à la baisse les engagements d'un assureur de 2,6% à 8,1% de la valeur de marché de son portefeuille d'actifs.

Dans le cadre de l'étude menée, la méthode "d'ajustement pour volatilité" appliquée au portefeuille de l'étude est la plus intéressante. Cette méthode est cohérente avec la composition du portefeuille obligataire de l'assureur, elle est préconisée par l'EIOPA qui est un organisme européen de référence et elle permet de capitaliser sur les travaux réalisés sous Solvabilité II. Diminuant les engagements de l'assureur de 4,6% de la valeur de marché de son portefeuille d'actifs, celle-ci permet de contrebalancer une partie des effets négatifs de la période actuelle des taux bas.

Des éléments importants tels que la stabilité, l'extrapolation et l'évaluation du niveau de prudence des courbes produites semblent indispensables afin de sélectionner un modèle. Si ces éléments ont été abordés de manière qualitative dans ce mémoire, une étude quantitative poussée de ceux-ci semble indispensable.

Ces études seraient un prolongement de ce mémoire, de plus, elles fourniraient aux assureurs des arguments supplémentaires leur permettant de sélectionner le modèle le plus adapté à leurs engagements.

Bibliographie

- ACEDO, S. (2016). Solvabilité 2 : pourquoi l'Eiopa se penche sur les engagements de long terme des assureurs? *L'ARGUS de l'assurance*. URL : <https://www.argusdelassurance.com/institutions/solvabilite-2-pourquoi-l-eiopa-se-penche-sur-les-engagements-de-long-terme-des-assureurs.106557>.
- ACPR (2011). Solvabilité 2 : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5). Rapp. tech., p. 8. URL : https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/201103-acp-solvabilite-2-enseignements-de-qis5_0.pdf.
- ACPR (2019). Solvabilité II. Rapp. tech. URL : <https://acpr.banque-france.fr/europe-et-international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>.
- ACTUARIS (2017). Introduction à la norme IFRS 17. Rapp. tech. Actuaris, p. 1. URL : https://www.actuaris.fr/wp-content/uploads/2017/12/Infotech-48_IFRS17.pdf.
- BERRUYER, O. (2011). Courbes des taux. URL : <https://www.les-crises.fr/courbes-des-taux/>.
- CNCC (2020). IFRS 17 "Contrats d'assurance". URL : http://www.focusifrs.com/menu_gauche/normes_et_interpretations/textes_des_normes_et_interpretations/ifrs_17_contrats_d_assurance.
- CNO (2020). Comité de Normalisation Obligataire. URL : <http://www.cnofrance.org/>.
- COLLARD, F. (2012). Les agences de notation, p. 18. URL : <https://www.cairn.info/revue-courrier-hebdomadaire-du-crisp-2012-31-page-5.htm>.
- CRO FORUM (2010). QIS 5 Technical Specification Risk-free interest rates. Rapp. tech., p. 47. URL : <https://www.thecroforum.org/2010/04/02/qis-5-technical-specification-risk-free-interest-rates/>.
- DUBOIS, D., GIBOT, C. et JOST, V. (2018). Les générateurs de scénarios économiques. Rapp. tech. Institut des Actuaires, p. 22-25. URL : https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?news_link=2018162907_document-d-orientation-gse-institut-des-actuaires-nov-2018-002.pdf&fg=1.
- EIOPA (2019). Technical documentation of the methodology to derive EIOPA's risk-free interest rate term structures. Rapp. tech., p. 120. URL : https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/risk_free_interest_rate/12092019-technical_documentation.pdf.
- EXTRAT, A. (2019). Etude de la sensibilité d'un best estimate retraite au paramétrage du LLP et de la période de convergence de la courbe de taux sans risque sous Solvabilité II. Rapp. tech. ISFA, p. 20. URL : [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226-02.nsf/0/99939e73e520b59ec125853c0061b4fd/\\$FILE/M%C3%A9moire%20Actuariat%20Extrat%20Alexandre.pdf](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226-02.nsf/0/99939e73e520b59ec125853c0061b4fd/$FILE/M%C3%A9moire%20Actuariat%20Extrat%20Alexandre.pdf).
- FINANCE DE MARCHÉ (2020). Caplet. Rapp. tech. finance de marché. URL : <http://financedemarche.fr/definition/caplet>.
- FRANCE-INFLATION.COM (2015). Valeurs Taux 10 ans. Rapp. tech. URL : https://france-inflation.com/taux_10ans.php.
- GBONGUE, F. et PLANCHET, F. (2015). Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque dans la zone. Rapp. tech. Université de Lyon - Université Claude Bernard Lyon 1, p. 142-147. URL : [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/IA/sitebfa.nsf/0/95919022659A7040C1257F0600352B82/\\$FILE/30_Article4.pdf?OpenElement](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/IA/sitebfa.nsf/0/95919022659A7040C1257F0600352B82/$FILE/30_Article4.pdf?OpenElement).

- HERBERGER, J. (2016). Les Credit Default Swaps (CDS) - definitions, exemples et applications. URL : <http://www.iotafinance.com/Article-Fiche-d-instrument-Les-Credit-Default-Swaps-CDS.html>.
- HIBBERT, J. (2009). Liquidity premium: myth or reality ? Rapp. tech. barrie+hibbert. URL : <https://www.yumpu.com/en/document/read/5250715/liquidity-premium-myth-or-reality-barrie-hibbert>.
- HOGENDOORN T (2018). IFRS 17 model summarized. URL : <https://ifrs17explained.com/2018/10/24/ifrs-17-model-summarized/>.
- INSTITUT DES ACTUAIRES (2015). Ultimate Forward Rate : atténuateur ou menace? *ACTUARIEL*. URL : <https://www.institutdesactuaires.com/magazine/article/ultimate-forward-rate-attenuateur-ou-menace-8201/2205>.
- L'ARGUS DE L'ASSURANCE (2016). Best estimate. URL : <https://www.argusdelassurance.com/juriscopie/glossaire/best-estimate.109905>.
- MELI, R., de LEVAL, D. et GARSTON, G. (2018). Volatility adjustment under the loop. Rapp. tech. Deloitte, p. 03. URL : <https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/ch/Documents/financial-services/ch-fs-volatility-adjustment-under-the-loop-final.pdf>.
- MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE, DES FINANCES ET DE LA RELANCE (2020). Principaux Chiffres. URL : <https://www.aft.gouv.fr/fr/principaux-chiffres-dette>.
- MURRAY, K., MACDONNELL, B. et PHELAN, E. (2019). Extrapolation of the risk free yield curve. Rapp. tech. MILLIMAN, p. 5-6. URL : <https://de.milliman.com/-/media/Milliman/importedfiles/uploadedFiles/insight/2019/solvency-ii-extrapolation-paper.ashx>.
- RONDEPIERRE, A. (2018). Méthodes numériques pour l'optimisation non linéaire déterministe. Rapp. tech. INSA Toulouse, p. 66-67. URL : <http://www.math.univ-toulouse.fr/~rondep/CoursTD/polyGMM4.pdf>.
- SANCHEZ, M. et GROUARD, P. (2020). Analyse des taux sans risque. Rapp. tech. Galea. URL : <http://www.galea-associes.eu/2020/05/analyse-des-taux-sans-risque-utilises-pour-le-reporting-trimestriel-sur-la-solvabilite/>.
- SANTOS, S. D. (2017). Taux d'actualisation IFRS 17 : rôle et méthodologies. Rapp. tech. Galea. URL : <http://www.galea-associes.eu/2017/04/taux-dactualisation-ifrs-17-role-methodologies/>.
- S&P GLOBAL RATINGS (2020a). 2019 Annual Global Corporate Default And Rating Transition Study. Rapp. tech. S&P, p. 54-55, 72. URL : <https://www.maalot.co.il/Publications/TS20200504110435.pdf>.
- S&P GLOBAL RATINGS (2020b). 2019 Annual Sovereign Default And Rating Transition Study. Rapp. tech. S&P, p. 56-57. URL : https://www.standardandpoors.com/en_US/delegate/getPDF?articleId=2487381&type=COMMENTS&subType=REGULATORY.
- UNION EUROPÉENNE (2020). Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (AEAPP). Rapp. tech. URL : https://europa.eu/european-union/about-eu/agencies/eiopa_fr.
- VIAL, G. (2016). Les 3 piliers de Solvabilité 2. *L'ARGUS de l'assurance*. URL : <https://www.argusdelassurance.com/acteurs/les-3-piliers-de-solvabilite-2-special-solva-2.109623>.

Annexe A

Comparaison Solvabilité II et IFRS 17

	Solvabilité II	IFRS 17
Objectif	Adéquation du capital et gestion des risques.	Présenter la situation financière et le résultat par période.
Portée	Actif, engagement, fonds propres et besoin en capital.	Reconnaissance, calcul et présentation des engagements de l'assureur.
Les contrats concernés	Tous les contrats ayant un impact sur l'actif et les engagements de l'assureur.	Contrats d'assurance et de réassurance.
Zone géographique	Union Européenne.	Monde.
Coûts d'acquisition	Immédiatement reconnus.	Reconnus sur la période d'assurance.
Actualisation	Taux sans risque avec ajustement (MA, VA).	Les organismes assureurs peuvent choisir une approche Bottom-up ou Top-down qui reflète les spécificités du passif actualisé.
Gains	Immédiatement reconnus dans le résultat.	Amortis progressivement sur la période de couverture des contrats.
Début de contrats	Contrats comptabilisés à la date d'engagement.	Contrats comptabilisés au démarrage de la garantie ou lors du paiement de la première prime ou lorsque le contrat devient onéreux.
Fin de contrats	Droit unilatéral de résilier le contrat, de modifier les primes ou les avantages.	Droit unilatéral de résilier le contrat, de modifier les primes ou les avantages.
Contrats de faible durée	Pas de traitement spécifique.	Une approche simplifiée.
Groupement	Le risque est homogène pour les contrats de chaque groupe.	Groupes basés sur le portefeuille, la rentabilité et la période de souscription.
Marge pour risque	Méthode coût du capital.	L'organisme choisi sa méthode et doit la justifier.
Frais	Les flux de trésorerie comprennent les frais généraux.	Les flux de trésorerie incluent uniquement les frais liés aux contrats d'assurances.
Rapports	RSR, SFCR, QRT, ORSA.	Rapport explicatif de la position financière et du résultat pour la période.
Mise en place	01/01/2016	01/01/2023

TABLE A.1: Tableau comparatif des normes Solvabilité II et IFRS 17

Annexe B

Matrices de probabilités de défauts S&P

(%)	--Time horizon (annualized months)--														
Rating	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
AAA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA+	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.23
A+	0.00	0.00	0.50	1.77	3.11	3.34	3.34	4.47	5.50	5.50	5.50	5.50	5.50	6.69	8.11
A	0.00	0.00	0.21	0.81	1.47	2.73	4.15	5.07	6.12	7.81	9.58	10.62	11.81	12.47	12.47
A-	0.00	0.06	0.83	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.99	2.21	2.53	2.78	4.45
BBB+	0.00	0.39	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	2.30	4.15	6.19	8.58	10.87	10.87
BBB	0.00	0.64	1.43	2.17	2.17	2.17	2.17	2.56	3.78	3.78	3.78	3.78	4.99	5.40	5.40
BBB-	0.00	0.49	1.06	1.71	2.99	4.37	5.60	6.11	6.11	6.11	6.11	6.11	6.11	7.02	8.27
BB+	0.19	1.38	1.38	1.38	1.75	2.65	3.59	4.64	6.68	8.02	9.17	10.45	11.87	13.41	15.07
BB	0.10	0.73	1.37	2.05	2.46	3.08	3.91	4.66	4.66	4.66	4.84	5.96	7.16	7.80	7.80
BB-	0.99	2.32	3.91	5.13	7.83	10.12	12.57	15.39	17.64	19.80	21.77	22.76	22.76	22.76	22.76
B+	0.72	2.47	4.44	7.08	9.24	11.83	15.03	18.34	19.21	20.18	21.47	22.01	22.37	23.34	25.53
B	2.28	5.55	9.35	12.56	15.37	17.37	18.77	20.07	22.20	24.32	25.73	27.96	30.30	31.75	31.75
B-	6.75	11.69	15.58	19.30	21.63	23.71	25.05	25.58	27.24	27.38	27.38	27.38	27.38	27.38	27.38
CCC+	18.00	21.94	27.79	31.10	35.66	44.14	51.92	55.41	55.41	55.41	55.41	55.41	55.41	55.41	55.41
CCC	37.47	66.95	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99	74.99
CCC-	80.95	95.24	95.24	95.24	95.24	95.24	95.24	95.24	95.24	95.24	95.24	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
CC	100.00	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
Investment grade	0.00	0.13	0.36	0.60	0.85	1.12	1.37	1.59	1.82	2.06	2.32	2.60	2.89	3.20	3.53
Speculative grade	2.96	5.39	7.52	9.43	11.32	13.25	15.16	16.92	18.28	19.38	20.37	21.39	22.26	23.01	23.64
All rated	1.10	2.07	2.99	3.83	4.65	5.49	6.31	7.04	7.64	8.15	8.63	9.12	9.58	10.00	10.41

TABLE B.1: Sovereign Foreign Currency Cumulative Average Default Rates With Rating Modifiers (1975-2019) (S&P GLOBAL RATINGS, 2020b)

(%)

Rating	--Time horizon (years)--														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
AAA	0.00	0.03	0.13	0.24	0.35	0.45	0.51	0.59	0.64	0.70	0.73	0.76	0.79	0.85	0.91
AA+	0.00	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.26	0.31	0.37	0.43	0.49	0.55	0.61	0.67	0.74
AA	0.02	0.03	0.08	0.22	0.35	0.48	0.60	0.70	0.79	0.89	0.96	1.02	1.12	1.18	1.25
AA-	0.03	0.08	0.17	0.24	0.31	0.42	0.49	0.54	0.59	0.64	0.70	0.76	0.78	0.82	0.87
A+	0.05	0.09	0.19	0.32	0.42	0.51	0.62	0.73	0.86	1.00	1.13	1.26	1.42	1.60	1.76
A	0.05	0.14	0.22	0.33	0.46	0.63	0.80	0.96	1.15	1.36	1.53	1.66	1.78	1.86	2.02
A-	0.06	0.17	0.27	0.38	0.53	0.68	0.90	1.06	1.18	1.29	1.39	1.52	1.63	1.74	1.83
BBB+	0.10	0.28	0.50	0.71	0.94	1.20	1.40	1.61	1.87	2.12	2.36	2.53	2.73	2.99	3.26
BBB	0.16	0.39	0.62	0.98	1.33	1.69	2.01	2.34	2.67	3.01	3.37	3.66	3.90	4.02	4.24
BBB-	0.25	0.72	1.31	1.96	2.64	3.26	3.81	4.32	4.75	5.11	5.52	5.86	6.16	6.61	6.97
BB+	0.31	0.99	1.80	2.63	3.50	4.33	5.03	5.54	6.14	6.73	7.11	7.58	8.05	8.40	8.93
BB	0.51	1.53	3.02	4.44	5.86	6.99	8.03	8.92	9.76	10.50	11.26	11.87	12.28	12.60	12.98
BB-	0.91	2.88	4.97	7.13	9.03	10.84	12.37	13.84	15.02	16.03	16.81	17.52	18.24	18.95	19.63
B+	1.98	5.41	8.75	11.59	13.81	15.52	17.13	18.54	19.84	21.01	21.99	22.67	23.37	24.04	24.70
B	3.20	7.41	11.11	14.05	16.40	18.50	19.94	20.99	21.98	23.00	23.70	24.39	24.97	25.47	26.00
B-	6.49	13.39	18.75	22.47	25.18	27.21	28.76	29.86	30.65	31.29	32.27	32.94	33.37	33.92	34.40
CCC/C	27.08	36.64	41.41	44.10	46.19	47.09	48.26	49.05	49.76	50.38	50.87	51.39	51.99	52.52	52.59
Investment grade	0.09	0.24	0.42	0.65	0.88	1.11	1.32	1.52	1.72	1.91	2.10	2.25	2.40	2.55	2.71
Speculative grade	3.61	7.00	9.93	12.31	14.26	15.85	17.19	18.31	19.31	20.22	20.98	21.62	22.20	22.74	23.28
All rated	1.48	2.89	4.13	5.17	6.04	6.76	7.38	7.90	8.37	8.80	9.18	9.49	9.78	10.05	10.32

TABLE B.2: Global Corporate Average Cumulative Default Rates By Rating Modifier (1981-2019) (S&P GLOBAL RATINGS, 2020a)

Annexe C

Méthode d'estimation des pertes de crédit attendues et inattendues

C.1 Courbe des taux de marché

Le tableau C.1 montre les courbes des taux de rendement obtenues sur un poste Bloomberg (courbes du 31/04/2020).

Mat	EUR	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
1	-0,365	-0,59	-0,44	-0,25	-0,09	1,16	5,85	15,05
2	-0,435	-0,46	-0,31	-0,1	0,06	1,38	5,9	14,8
3	-0,445	-0,32	-0,16	0,05	0,22	1,6	5,97	14,6
4	-0,435	-0,2	-0,04	0,19	0,37	1,81	6,02	14,39
5	-0,415	-0,09	0,08	0,31	0,5	1,99	6,07	14,2
6	-0,395	0,01	0,19	0,43	0,62	2,17	6,12	14,03
7	-0,356	0,12	0,3	0,55	0,74	2,34	6,17	13,88
8	-0,326	0,22	0,4	0,66	0,86	2,5	6,22	13,74
9	-0,286	0,31	0,5	0,77	0,97	2,65	6,27	13,62
10	-0,246	0,41	0,6	0,87	1,08	2,8	6,32	13,52
11	-0,208	0,49	0,69	0,96	1,18	2,93	6,37	13,42
12	-0,176	0,57	0,77	1,05	1,27	3,05	6,42	13,34
13	-0,146	0,64	0,85	1,13	1,35	3,17	6,46	13,26
14	-0,118	0,71	0,91	1,2	1,43	3,27	6,5	13,2
15	-0,11	0,76	0,97	1,26	1,49	3,35	6,53	13,14
16	-0,115	0,81	1,02	1,32	1,55	3,43	6,56	13,08
17	-0,12	0,85	1,07	1,36	1,6	3,5	6,58	13,03
18	-0,117	0,89	1,1	1,4	1,64	3,55	6,6	12,98
19	-0,1	0,91	1,13	1,43	1,67	3,6	6,61	12,94
20	-0,067	0,94	1,15	1,45	1,69	3,63	6,62	12,9
21	-0,015	0,95	1,17	1,47	1,71	3,66	6,63	12,87
22	0,05	0,96	1,18	1,49	1,73	3,68	6,63	12,84
23	0,124	0,97	1,19	1,5	1,74	3,7	6,63	12,81
24	0,203	0,98	1,19	1,5	1,74	3,71	6,63	12,79
25	0,285	0,98	1,2	1,5	1,75	3,72	6,63	12,77
26	0,369	0,98	1,2	1,51	1,75	3,72	6,62	12,76
27	0,453	0,98	1,2	1,5	1,75	3,72	6,62	12,74
28	0,536	0,97	1,19	1,5	1,74	3,72	6,61	12,73
29	0,618	0,97	1,19	1,5	1,74	3,72	6,61	12,72
30	0,698	0,96	1,18	1,49	1,73	3,71	6,6	12,71

TABLE C.1: Courbe des taux par rating (Données Capital IQ)

C.2 Matrice de migration de rating

From/to	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C	D	NR
AAA	87.03 (7.17)	9.08 (7.22)	0.53 (0.83)	0.05 (0.25)	0.11 (0.28)	0.03 (0.17)	0.05 (0.34)	0.00 (0.00)	3.12 (2.42)
AA	0.49 (0.53)	87.21 (5.22)	7.74 (4.17)	0.48 (0.68)	0.05 (0.19)	0.06 (0.20)	0.02 (0.07)	0.02 (0.08)	3.92 (1.82)
A	0.03 (0.09)	1.66 (1.03)	88.42 (3.71)	5.04 (2.18)	0.27 (0.38)	0.11 (0.24)	0.02 (0.06)	0.05 (0.11)	4.40 (1.69)
BBB	0.01 (0.04)	0.09 (0.15)	3.37 (1.55)	86.32 (3.91)	3.51 (1.60)	0.44 (0.66)	0.10 (0.21)	0.16 (0.25)	6.00 (1.55)
BB	0.01 (0.05)	0.03 (0.08)	0.11 (0.24)	4.73 (1.87)	77.80 (4.48)	6.57 (2.98)	0.54 (0.72)	0.61 (0.83)	9.60 (2.19)
B	0.00 (0.00)	0.02 (0.08)	0.07 (0.20)	0.16 (0.21)	4.76 (2.07)	74.78 (4.05)	4.47 (2.00)	3.33 (3.13)	12.41 (2.20)
CCC/C	0.00 (0.00)	0.00 (0.00)	0.11 (0.41)	0.19 (0.63)	0.58 (0.90)	12.96 (7.51)	43.64 (8.42)	27.08 (10.50)	15.45 (5.09)

TABLE C.2: Average One-Year Global Corporate Transition Matrix (1981-2019) (%) (S&P GLOBAL RATINGS, 2020a)

C.3 Expected + Unexpected credit loss

Rating\tenor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
AAA	0.01%	0.00%	0.01%	0.01%	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.03%	0.03%	0.03%	0.05%	0.05%	
AA	0.09%	0.05%	0.08%	0.11%	0.10%	0.10%	0.10%	0.13%	0.13%	0.14%	0.14%	0.15%	0.16%	
A	0.17%	0.11%	0.12%	0.12%	0.16%	0.15%	0.20%	0.19%	0.23%	0.23%	0.22%	0.27%	0.25%	
BBB	0.26%	0.34%	0.37%	0.39%	0.39%	0.41%	0.44%	0.49%	0.49%	0.48%	0.51%	0.51%	0.52%	
BB	0.99%	1.13%	1.15%	1.19%	1.20%	1.33%	1.36%	1.38%	1.40%	1.42%	1.48%	1.94%	3.63%	
B	3.09%	3.07%	3.28%	3.20%	4.32%	5.98%	6.00%	7.43%	11.12%	10.87%	9.94%	9.15%	8.48%	
CCC	7.11%	6.91%	6.15%	27.04%	22.16%	18.77%	16.27%	14.35%	12.83%	11.61%	10.60%	9.94%	10.03%	
Rating\tenor	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
AAA	0.05%	0.05%	0.07%	0.07%	0.08%	0.08%	0.07%	0.09%	0.09%	0.10%	0.10%	0.11%	0.12%	
AA	0.17%	0.17%	0.18%	0.19%	0.20%	0.20%	0.22%	0.22%	0.23%	0.23%	0.23%	0.25%	0.25%	
A	0.27%	0.28%	0.28%	0.29%	0.31%	0.32%	0.33%	0.34%	0.33%	0.37%	0.36%	0.38%	0.37%	
BBB	0.50%	0.57%	0.58%	0.55%	0.60%	0.58%	0.61%	0.62%	0.60%	0.64%	0.63%	0.64%	0.63%	
BB	3.78%	4.12%	4.85%	5.52%	5.61%	5.72%	5.44%	5.19%	4.96%	4.75%	4.65%	4.68%	4.78%	
B	7.90%	7.39%	6.95%	7.40%	7.81%	7.67%	7.74%	8.13%	8.23%	8.14%	8.46%	8.27%	8.48%	
CCC	8.85%	10.19%	10.00%	13.18%	11.78%	12.87%	13.81%	12.62%	13.79%	15.00%	14.02%	15.23%	14.26%	
Rating\tenor	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
AAA	0.11%	0.12%	0.14%	0.14%	0.14%	0.16%	0.15%	0.15%	0.15%	0.20%	0.40%	0.76%	1.33%	2.09%
AA	0.26%	0.27%	0.27%	0.27%	0.29%	0.28%	0.29%	0.31%	0.31%	0.34%	0.56%	0.90%	2.00%	2.23%
A	0.38%	0.40%	0.40%	0.40%	0.41%	0.44%	0.40%	0.42%	0.42%	0.43%	0.46%	0.65%	0.95%	1.59%
BBB	0.65%	0.65%	0.64%	0.62%	0.65%	0.67%	1.47%	0.69%	1.33%	1.87%	2.61%	2.84%	3.28%	4.64%
BB	4.73%	4.85%	4.96%	4.97%	5.04%	5.03%	5.00%	5.08%	5.04%	5.09%	5.31%	5.60%	6.49%	7.46%
B	8.19%	8.71%	8.48%	8.63%	8.71%	9.28%	9.18%	8.97%	9.17%	8.60%	8.48%	9.07%	11.71%	15.71%
CCC	14.23%	14.64%	14.55%	16.39%	13.92%	14.04%	13.48%	12.67%	13.62%	12.34%	11.75%	10.98%	11.95%	10.98%

TABLE C.3: Expected + Unexpected credit loss