

**Mémoire présenté pour la validation de la Formation
« Certificat d'Expertise Actuarielle »
de l'Institut du Risk Management
et l'admission à l'Institut des actuaires
le**

Par : Arije AMARA

Titre : Projection de la mortalité sous l'effet des températures élevées : une adaptation climatique
du modèle de Lee-Carter

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membres présents du jury de l'Institut des
actuaires :*

*Membres présents du jury de l'Institut du Risk
Management :*

Secrétariat :

Bibliothèque :

Entreprise : Milliman

Nom : Lotte van Delft

Signature et Cachet :



Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Eve Elisabeth TITON

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise en
ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels**

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise



Signature(s) du candidat(s)



Résumé

Le changement climatique, avec l'intensification des températures extrêmes, pose des défis majeurs, notamment en termes de santé publique. Ces phénomènes, tels que les vagues de chaleur, augmentent significativement la mortalité, en particulier au sein des populations vulnérables. Dans ce contexte, ce mémoire propose une adaptation du modèle de Lee-Carter, couramment utilisé pour la projection des taux de mortalité, afin d'y intégrer une composante climatique.

S'appuyant sur les données historiques des Pays-Bas, ce travail explore l'impact des températures hautes sur la mortalité et développe un cadre méthodologique pour projeter les taux de mortalité sous différents scénarios climatiques. Contrairement aux approches traditionnelles, souvent limitées à l'utilisation de la température moyenne, cette étude incorpore plusieurs variables climatiques pertinentes, offrant ainsi une vision plus complète des interactions entre climat et mortalité.

Le mémoire est structuré autour de l'analyse des tendances climatiques et démographiques, de l'ajustement du modèle avec des techniques avancées de régression, et de la projection des variables climatiques et temporelles selon différents scénarios climatiques. Les résultats, incluant le calcul des espérances de vie et des chocs de mortalité, déterminés conformément aux exigences réglementaires de Solvabilité II, offrent des outils pratiques pour les acteurs actuariels et les décideurs face aux enjeux croissants du réchauffement climatique.

Mots-clés : Changement climatique, températures extrêmes, vagues de chaleur, mortalité, modèle de Lee-Carter, projections climatiques, variables climatiques, séries temporelles, théorie des valeurs extrêmes, chocs de mortalité.

Abstract

Climate change, with the intensification of extreme temperatures, presents significant challenges, particularly in terms of public health. Events such as heatwaves substantially increase mortality rates, especially among vulnerable populations. In this context, this thesis proposes an adaptation of the Lee-Carter model, commonly used for projecting mortality rates, to incorporate a climatic component.

Using historical data from the Netherlands, this work explores the impact of high temperatures on mortality and develops a methodological framework to project death rates under various climate scenarios. Unlike traditional approaches, which often focus solely on average temperature as an explanatory variable, this study incorporates multiple relevant climatic variables, providing a more comprehensive understanding of the interactions between climate and mortality.

The thesis is structured around the analysis of climatic and demographic trends, the adjustment of the Lee-Carter model using advanced regression techniques, and the projection of climatic and temporal variables under different climate scenarios. The results, including the calculation of life expectancies and mortality shocks aligned with the regulatory requirements of Solvency II, offer practical tools for actuaries and policymakers to address the growing challenges of global warming.

Keywords : Climate change, extreme temperatures, heatwaves, mortality, Lee-Carter model, climate projections, climatic variables, time series, extreme value theory, mortality shocks.

Note de synthèse

Introduction

Le changement climatique, marqué par une fréquence accrue des vagues de chaleur, soulève des interrogations majeures quant à ses conséquences sur la mortalité humaine. Les températures élevées, en particulier durant les périodes estivales, affectent de manière disproportionnée les populations vulnérables et mettent en évidence la nécessité de disposer d'outils robustes pour anticiper ces impacts.

Si les projections existantes se concentrent souvent sur les températures moyennes, elles peinent à prendre en compte l'impact des températures extrêmes et des phénomènes climatiques intenses, tels que les dépassements de seuils critiques.

Cette étude s'inscrit dans ce contexte en proposant une méthodologie visant à projeter l'évolution de la mortalité en considérant l'effet des températures élevées. L'ajustement du modèle de Lee-Carter climatique repose sur les travaux de Valentin Germain (Germain, 2022), qui ont fourni une base solide pour le calibrage du modèle en intégrant les variables climatiques pertinentes. Ce mémoire reprend et affine cette méthodologie de calibrage pour en améliorer la précision et l'applicabilité. De plus, une contribution originale majeure de cette étude réside dans l'ajout d'une partie dédiée à la projection des taux de mortalité sous différents scénarios climatiques, un aspect non abordé dans les travaux initiaux. En combinant ces avancées, ce travail cherche ainsi à éclairer les risques émergents posés par le changement climatique, tout en offrant des perspectives utiles aux acteurs concernés, notamment dans le secteur assurantiel.

Données

L'étude repose sur l'utilisation de plusieurs bases de données publiques reconnues, permettant d'associer les dynamiques climatiques et démographiques à la mortalité observée. Les données de mortalité proviennent de la *Human Mortality Database* (HMD), qui fournit des informations détaillées et fiables sur les taux de mortalité par âge et par sexe. Les données climatiques sont issues des observations et projections fournies par KNMI, incluant des variables telles que la température moyenne (TMMOY), la température minimale (TNMOY) et le nombre de jours tropicaux, où la température maximale dépasse 30°C (JX30). Enfin, les informations concernant les taux de mortalité attribuables aux températures élevées sont extraites de l'étude *Global Burden of Disease* (GBD), permettant de relier les températures à l'évolution de la mortalité observée.

Ces données ont été retraitées afin d'appliquer une troncature à 94 ans, en raison de données

manquantes pour certains âges au-delà de cette limite à certaines périodes temporelles. De plus, les décès liés à la pandémie de COVID-19 ont été exclus pour les années 2020 et 2021, afin d'éviter des biais dans l'analyse des tendances climatiques.

Ces différentes sources offrent une couverture temporelle et thématique adaptée à l'objectif de l'étude.

Méthodologie

La méthodologie repose sur deux étapes principales : le calibrage et la projection.

Dans la phase de calibrage, le modèle de mortalité intègre les effets climatiques en enrichissant la formulation classique du modèle de Lee-Carter, qui devient :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \delta_x C_t + \epsilon_{x,t}.$$

Le paramètre α_x , représentant le taux de mortalité moyen par âge, est calculé comme la moyenne des logarithmes des taux de mortalité observés sur l'ensemble de la période étudiée. La contribution climatique, $\delta_x C_t$, est obtenue via une procédure en deux étapes. Le terme C_t est ajusté à l'aide d'un modèle additif généralisé (GAM) avec lissage tensoriel, afin de capturer les relations non linéaires entre les températures moyennes (TMMOY), les températures minimales (TNMOY) et le nombre de jours où la température dépasse 30 °C (JX30). Le paramètre δ_x , quant à lui, est estimé à l'aide d'un algorithme de minimisation visant à réduire l'écart quadratique moyen entre les taux de mortalité prévus par le modèle et ceux observés (avant prise en compte de l'effet de $\beta_x \kappa_t$). Enfin, les paramètres β_x (sensibilité par âge) et κ_t (indice temporel) sont déterminés par une décomposition en valeurs singulières (SVD), permettant de dissocier les variations temporelles et structurelles dans les données.

La projection des composantes temporelles et climatiques utilise des modèles stochastiques. Le paramètre temporel κ_t , représentant les tendances générales de la mortalité, est projeté en utilisant un modèle ARIMA(0,1,0), qui capture la tendance et la persistance des évolutions passées. Pour les variables climatiques, la projection s'appuie sur une décomposition additive des séries temporelles, divisant les données en trois composantes : tendance, saisonnalité et bruit.

La composante tendancielle est basée sur les projections du KNMI pour les températures moyennes (TMMOY), avec une correction appliquée aux températures minimales (TNMOY) afin de refléter un écart moyen constant de 4 °C.

La composante saisonnière est examinée via une analyse de Fourier, qui révèle un cycle annuel constant mais accompagné d'une amplification progressive des valeurs de pic dans le temps. Une correction est appliquée aux centiles supérieurs au 90^{ème} centile pour capturer cette dynamique, tout en maintenant un cycle saisonnier de référence stable. Cette composante est supposée identique pour les températures moyennes et minimales, sur la base de leur forte cohérence statistique, démontrée par des coefficients de corrélation élevés et une synchronisation marquée des variations saisonnières.

La composante de bruit est modélisée à l'aide d'un modèle combinant ARIMA et APARCH, ce qui permet de capturer à la fois la dépendance temporelle et l'hétérosécédasticité conditionnelle des résidus. Les résidus historiques servent de base pour les projections, avec une variance conditionnelle ajustée de manière itérative. Une variance plancher, définie comme le 70^{ème} centile de la variance historique,

est introduite pour éviter une sous-estimation irréaliste des fluctuations futures. De plus, un facteur de tendance est appliqué à la variance pour refléter une augmentation progressive de l'incertitude. À chaque étape, un bruit aléatoire, pondéré par la racine carrée de la variance conditionnelle projetée, est ajouté pour intégrer les variations résiduelles futures.

Les jours tropicaux (JX30) sont modélisés à l'aide d'un processus de Poisson, qui projette le nombre de jours où la température dépasse un seuil critique fixé au 95^{ème} centile des températures estivales maximales historiques. Ce modèle considère ces événements extrêmes comme aléatoires, avec une fréquence moyenne annuelle (λ) ajustée en fonction des données des dix dernières années et intégrant les scénarios climatiques futurs. Pour estimer l'intensité des dépassements au-delà de 30 °C, une distribution généralisée de Pareto (GPD) est utilisée, permettant de projeter à la fois la fréquence et la gravité des phénomènes extrêmes.

Le modèle GAM ajusté est ensuite alimenté par les projections des trois variables climatiques (TMMOY, TNMOY, JX30), afin de générer les projections de l'indicateur climatique C_t .

La composante résiduelle $\epsilon_{x,t}$, représentant les fluctuations non expliquées par le modèle, est projetée pour chaque âge (x) et chaque année (t). Ces résidus, définis comme la différence entre les taux de mortalité logarithmiques observés et prévus ($\ln(\mu_{x,t}) - \ln(\hat{\mu}_{x,t})$), suivent une distribution normale de moyenne nulle et d'écart-type spécifique à chaque âge. Mille simulations aléatoires sont réalisées pour tenir compte de cette variabilité future.

Les taux de mortalité projetés sont obtenus en combinant les composantes calibrées (α_x , β_x , δ_x), les projections temporelles (κ_t), l'indicateur climatique (C_t) et le terme résiduel ($\epsilon_{x,t}$). Ces éléments sont intégrés dans une formule exponentielle :

$$\mu_{x,t} = \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \delta_x \cdot C_t + \epsilon_{x,t}).$$

Cette transformation permet de passer de la forme logarithmique à des taux de mortalité réels, respectant les dynamiques historiques et les projections climatiques. Les tables de mortalité ainsi obtenues sont générées pour chaque scénario climatique, offrant une vision détaillée des impacts anticipés du changement climatique.

La méthodologie complète est synthétisée dans la Figure NS1.

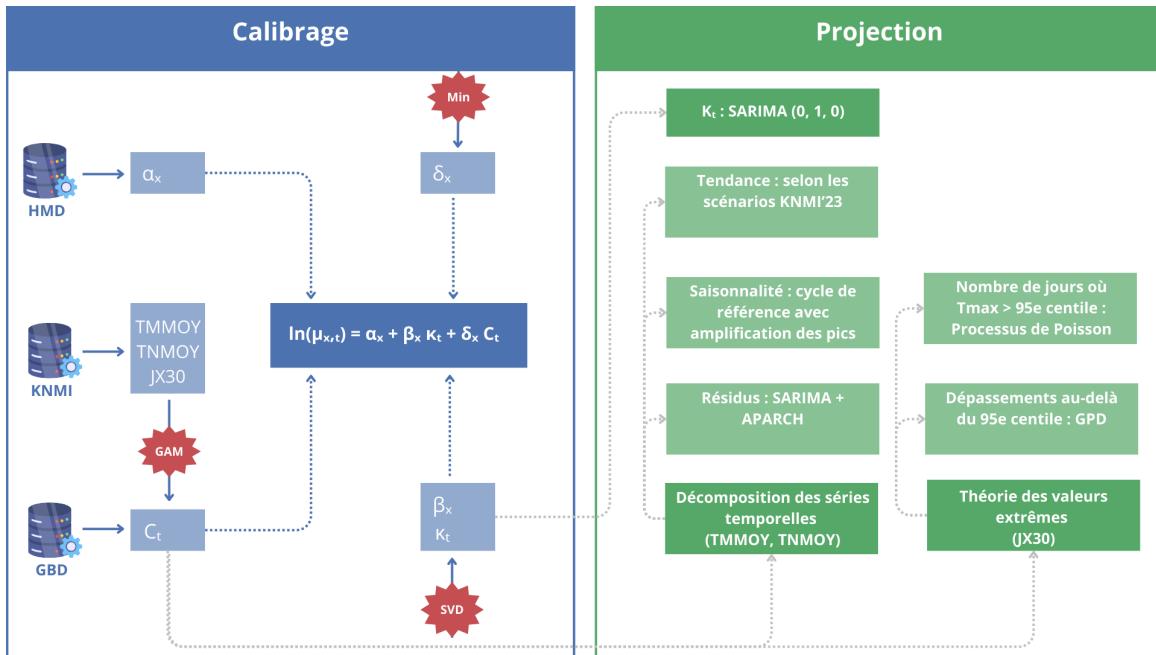


FIGURE NS1 – Synthèse de la méthodologie déployée.

Résultats

L'ajustement de l'indicateur climatique C_t , qui reflète les taux de mortalité attribuables aux températures élevées, a été réalisé en utilisant un modèle additif généralisé (GAM). Ce modèle a montré une forte capacité explicative, avec une déviance expliquée de 92,61 %, indiquant un excellent ajustement aux données observées.

Comme illustré dans la Figure NS2a, l'indicateur climatique estimé (courbe bleue) suit de manière très proche les taux de mortalité climatiques observés (courbe rouge). Les pics de mortalité associés aux épisodes de chaleur extrême sont bien capturés, confirmant que les variables retenues dans le modèle, telles que le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) et les températures moyennes et minimales estivales (TMMOY et TNMOY), sont pertinentes pour expliquer la mortalité liée aux températures élevées.

Les résultats du calibrage du modèle climatique de Lee-Carter sont présentés dans la Figure NS2 :

- α_x (Figure NS2b) : Le paramètre α_x décrit la structure de mortalité moyenne par âge. Une progression croissante avec l'âge est observée, ce qui est cohérent avec la nature exponentielle des taux de mortalité aux âges avancés. La mortalité est relativement élevée pour les âges les plus jeunes (enfants en bas âge), diminue aux âges intermédiaires avant d'augmenter fortement après 50 ans ;
- β_x (Figure NS2c) : Le paramètre β_x illustre la sensibilité des taux de mortalité aux changements temporels capturés par κ_t . Les valeurs les plus élevées de β_x sont observées aux âges jeunes (0-20 ans), indiquant que les améliorations de mortalité temporelles (réduction de κ_t) bénéficient davantage à cette tranche d'âge. Cela traduit les avancées significatives en soins pédiatriques et en santé publique, tandis que les âges plus élevés montrent une sensibilité plus faible, car les progrès médicaux affectent moins intensément ces groupes ;

- κ_t (Figure NS2d) : Le paramètre κ_t reflète la tendance générale des taux de mortalité sur la période étudiée. Une baisse régulière de κ_t est observée, traduisant une amélioration continue de la mortalité sur les dernières décennies. Toutefois, un léger mouvement à la hausse est constaté sur les dernières années, ce qui est en ligne avec l'augmentation des taux de mortalité observée à l'échelle nationale depuis 2014.

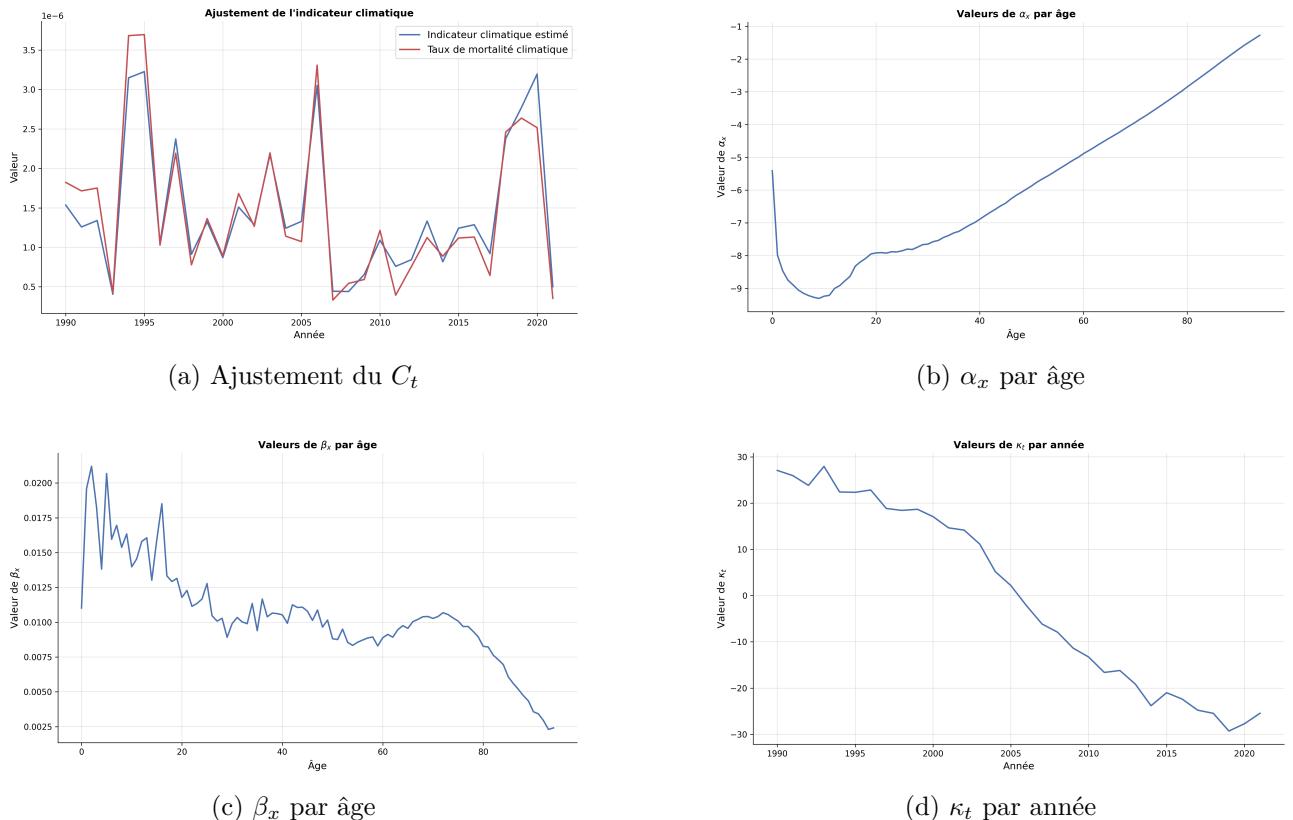
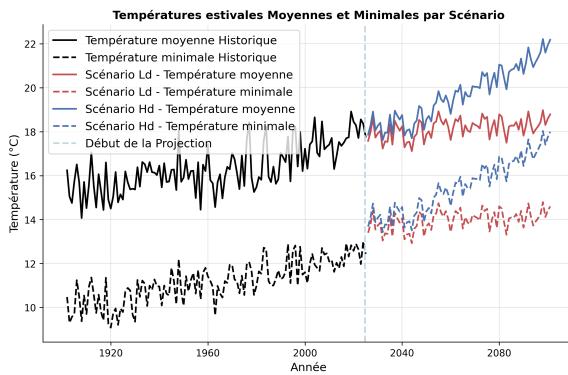
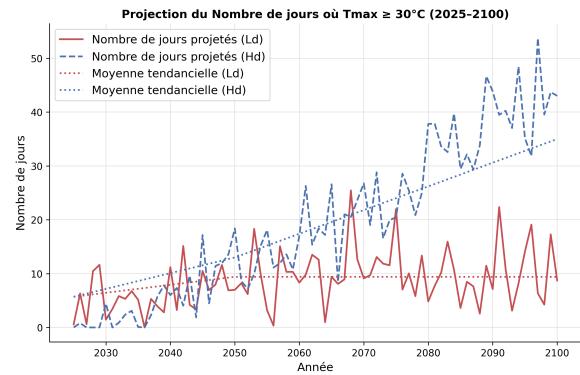


FIGURE NS2 – Résultats du calibrage du modèle de Lee-Carter climatique.

Les projections des variables climatiques issues des scénarios KNMI montrent des évolutions significatives à l'horizon 2100. Les scénarios Hd (hautes émissions) prévoient une augmentation marquée des températures estivales, atteignant près de 22 °C en moyenne en 2100. Les températures minimales augmentent également, soulignant les effets cumulés de la chaleur nocturne sur la mortalité (Figure NS3a). Par ailleurs, le nombre de jours tropicaux, où la température maximale dépasse 30°C, connaît une hausse importante. Dans le scénario Hd, ce chiffre pourrait atteindre 50 jours par an d'ici 2100, contre moins de 10 jours actuellement (Figure NS3b). Cette évolution accroît le risque d'exposition prolongée à des températures élevées, avec des implications directes sur la mortalité.



(a) Températures moyenne et minimale



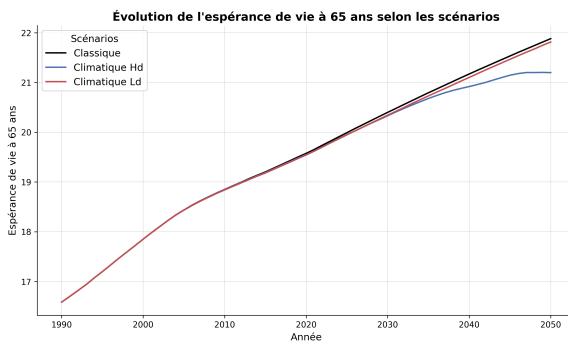
(b) Nombre de jours tropicaux

FIGURE NS3 – Projection des variables climatiques selon les scénarios du KNMI.

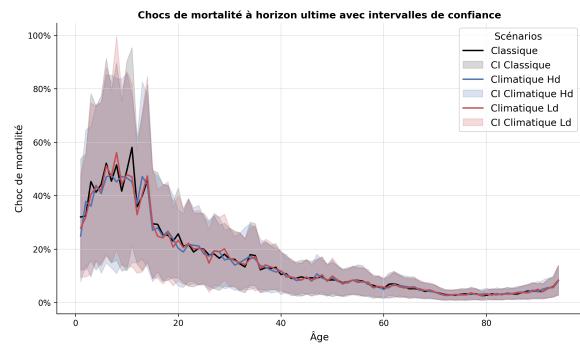
Ces projections permettent d'anticiper une exposition croissante aux conditions climatiques extrêmes, en particulier dans le scénario à fortes émissions, nécessitant des mesures d'adaptation pour atténuer leurs impacts.

Les résultats finaux du modèle climatique de Lee-Carter, intégrant l'effet des températures élevées, montrent une évolution ascendante de l'espérance de vie à 65 ans dans les trois scénarios analysés, mais avec des ralentissements liés aux températures hautes. Le scénario Hd, caractérisant des conditions climatiques sévères et des étés plus secs, affiche une divergence notable à long terme, traduisant un impact cumulé des températures extrêmes. Le scénario Ld, plus modéré, reste proche des projections classiques mais légèrement en retrait. Cet effet climatique se traduit par un ralentissement des gains d'espérance de vie : dans le scénario Hd, l'espérance de vie est réduite de 0,7 an par rapport au scénario classique, à l'horizon 2050.

Par ailleurs, après une hausse observée pour les âges précoce, les chocs de mortalité décroissent régulièrement avec l'âge. Cette baisse est en ligne avec les projections attendues, notamment celles publiées par l'EIOPA. En comparant les résultats des trois scénarios, le scénario climatique Hd entraîne, en moyenne, une augmentation des chocs de mortalité de 0,23% par rapport au scénario classique, tandis que le scénario Ld se traduit par une hausse plus modérée, de l'ordre de 0,08%.



(a) Éspérance de vie à 65 ans



(b) Chocs de mortalité à l'horizon ultime

FIGURE NS4 – Éspérance de vie à 65 ans et résultats des chocs de mortalité.

Ces résultats confirment que l'impact des températures élevées, bien capturé par l'indicateur cli-

matique C_t et intégré dans le modèle de Lee-Carter, conduit à un ralentissement des gains d'espérance de vie et à une vulnérabilité accrue des populations face aux chocs climatiques futurs.

Analyse de sensibilité

L'analyse de la sensibilité des résultats a permis d'évaluer l'impact des hypothèses méthodologiques et paramétriques sur les projections d'espérance de vie dans le cadre du modèle climatique de Lee-Carter. Les scénarios climatiques sévères (Hd) se sont révélés être particulièrement sensibles aux ajustements des hypothèses, notamment en ce qui concerne les taux de mortalité attribuables aux températures élevées et le choix de modélisation du paramètre temporel κ_t . Par exemple, une variation des hypothèses sur la mortalité attribuable à la chaleur a montré des écarts significatifs, avec une perte d'espérance de vie pouvant atteindre 2,4 années à l'horizon 2060 dans le scénario Hd. De même, le choix du modèle pour κ_t , entre ARIMA et ETS, influence fortement les projections, le modèle ETS capturant davantage les tendances récentes et générant des scénarios plus pessimistes. En revanche, les scénarios climatiques modérés (Ld) ont démontré une plus grande robustesse face aux variations des hypothèses, les trajectoires d'espérance de vie restant relativement stables. Ces résultats soulignent l'importance cruciale des hypothèses sur les taux de mortalité et les dynamiques temporelles dans les contextes climatiques extrêmes, tandis que les hypothèses relatives à l'adaptation aux températures élevées, aux composantes saisonnières et résiduelles des variables climatiques, ainsi qu'au choix de la période de référence pour la projection du nombre de jours tropicaux, ont un effet plus limité.

Discussion

Cette étude a examiné l'impact des températures élevées sur la mortalité à travers une adaptation climatique du modèle de Lee-Carter, intégrant des variables climatiques déterminantes afin de produire des projections plus précises selon différents scénarios. Les résultats mettent en lumière une sensibilité accrue de la mortalité aux températures extrêmes, en particulier parmi les populations vulnérables telles que les personnes âgées. L'incorporation de paramètres spécifiques, comme le nombre de jours tropicaux (où la température maximale excède 30 °C), a permis de surmonter les limitations des approches conventionnelles souvent restreintes à l'analyse des températures moyennes.

Les projections réalisées dans le cadre des scénarios climatiques KNMI'23 révèlent une augmentation significative des taux de mortalité à l'horizon 2050-2100, particulièrement dans les contextes caractérisés par des vagues de chaleur plus fréquentes et intenses. Toutefois, certaines limites méthodologiques doivent être prises en compte. Parmi celles-ci figurent la troncature des données à 94 ans, l'hypothèse simplificatrice d'un écart constant entre les températures minimales et moyennes, ainsi que l'hypothèse implicite de stationnarité des résidus, non vérifiée dans ce cadre. Ces éléments, combinés à la profondeur historique relativement limitée des données disponibles, peuvent restreindre la portée des projections effectuées.

En termes de perspectives, il serait intéressant d'explorer les disparités géographiques, notamment entre zones urbaines et rurales, où les conditions d'exposition, les infrastructures et les comportements adaptatifs présentent des différences significatives. L'intégration des spécificités liées aux portefeuilles d'assurance pourrait également enrichir les analyses, en prenant en compte les effets d'anti-sélection observés. Par ailleurs, une différenciation par sexe permettrait d'appréhender plus finement les effets différenciés des températures sur la mortalité, en tenant compte des facteurs biologiques et com-

portementaux propres à chaque groupe. Enfin, l'extension du modèle pour inclure d'autres impacts du changement climatique, tels que la pollution atmosphérique ou les vagues de froid, offrirait une perspective plus globale et complète sur les risques sanitaires futurs.

Mots-clés : Changement climatique, températures extrêmes, vagues de chaleur, mortalité, modèle de Lee-Carter, projections climatiques, variables climatiques, séries temporelles, théorie des valeurs extrêmes, chocs de mortalité.

Synthesis note

Introduction

Climate change, marked by an increased frequency of heat waves, raises significant questions regarding its consequences on human mortality. High temperatures, especially during summer periods, disproportionately affect vulnerable populations, highlighting the need for robust tools to anticipate these impacts.

While existing projections often focus on average temperatures, they struggle to adequately account for the impact of extreme temperatures and intense climatic phenomena, such as exceedances of critical thresholds.

This study aims to address this gap by proposing a methodology to project mortality trends while accounting for the impact of high temperatures. The adjustment of the climate-adapted Lee-Carter model builds upon the foundational work of Valentin Germain (Germain, 2022), which established a robust framework for model calibration by incorporating relevant climatic variables. This thesis further refines and enhances the calibration methodology, aiming to improve its precision and practical applicability. A significant original contribution of this study lies in the introduction of a comprehensive approach to projecting mortality rates under various climate scenarios—an aspect absent in the initial work. By integrating these advancements, this study seeks to illuminate the emerging risks associated with climate change while providing valuable perspectives for stakeholders, particularly within the insurance sector.

Data

The study relies on several public, well-recognized databases to link climatic and demographic dynamics to observed mortality. Mortality data are sourced from the Human Mortality Database (HMD), which provides detailed and reliable information on mortality rates by age and gender. Climate data are derived from observations and projections by KNMI, including variables such as mean temperature (TMMOY), minimum temperature (TNMOY), and the number of tropical days (JX30). Finally, information on mortality rates attributable to high temperatures is extracted from the Global Burden of Disease (GBD) study, enabling the linkage of temperatures to observed mortality trends.

These data have been preprocessed to apply truncation at age 94, due to missing data for certain ages beyond this limit during specific time periods. Additionally, deaths related to the COVID-19 pandemic were excluded for the years 2020 and 2021 to avoid biases in the analysis of climatic trends.

These diverse sources provide temporal and thematic coverage suited to the study's objectives.

Methodology

The methodology consists of two main steps : calibration and projection.

In the calibration phase, the mortality model integrates climatic effects by enriching the classic formulation of the Lee-Carter model :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \delta_x C_t + \epsilon_{x,t}.$$

The parameter α_x , representing the average mortality rate by age, is calculated as the mean of the logarithms of observed mortality rates over the entire study period. The climatic contribution, $\delta_x C_t$, is derived through a two-step procedure. The term C_t is adjusted using a generalized additive model (GAM) with tensor smoothing to capture nonlinear relationships between mean temperatures (TMMOY), minimum temperatures (TNMOY), and the number of days where the temperature exceeds 30 °C (JX30). The parameter δ_x is estimated using a minimization algorithm to reduce the mean squared error between the mortality rates predicted by the model and those observed (prior to the inclusion of $\beta_x \kappa_t$). Finally, the parameters β_x (age sensitivity) and κ_t (temporal index) are determined through singular value decomposition (SVD), which dissociates temporal and structural variations in the data.

The projection of temporal and climatic components employs stochastic models. The temporal parameter κ_t , representing general mortality trends, is projected using an ARIMA(0,1,0) model, which captures the trend and persistence of past evolutions. For climatic variables, projections rely on an additive decomposition of time series, dividing the data into three components : trend, seasonality, and noise.

The trend component is based on KNMI projections for mean temperatures (TMMOY), with a correction applied to minimum temperatures (TNMOY) to reflect a constant average gap of 4 °C.

The seasonal component is analyzed via Fourier analysis, which reveals a constant annual cycle but with a progressive amplification of peak values over time. A correction is applied to values above the 90th percentile to capture this dynamic, while maintaining a stable reference seasonal cycle. This component is assumed to be identical for mean and minimum temperatures based on their strong statistical coherence, demonstrated by high correlation coefficients and marked synchronization of seasonal variations.

The noise component is modeled using a combination of ARIMA and APARCH models, capturing both temporal dependence and the conditional heteroscedasticity of residuals. Historical residuals serve as the basis for projections, with conditional variance iteratively adjusted. A floor variance, defined as the 70th percentile of historical variance, is introduced to avoid unrealistically low future fluctuation estimates. Additionally, a trend factor is applied to the variance to reflect a gradual increase in uncertainty. At each step, random noise weighted by the square root of the projected conditional variance is added to integrate future residual variations.

Tropical days (JX30) are modeled using a Poisson process, projecting the number of days where the temperature exceeds a critical threshold set at the 95th percentile of historical summer maximum

temperatures. This model treats these extreme events as random, with an average annual frequency (λ) adjusted based on data from the past decade and incorporating future climate scenarios. To estimate the intensity of exceedances above 30 °C, a generalized Pareto distribution (GPD) is used, projecting both the frequency and severity of extreme phenomena.

The adjusted GAM model is then fed with projections of the three climatic variables (TMMOY, TNMOY, JX30) to generate projections of the climatic indicator C_t .

The residual component $\epsilon_{x,t}$, representing unexplained fluctuations in the model, is projected for each age (x) and year (t). These residuals, defined as the difference between observed and predicted logarithmic mortality rates ($\ln(\mu_{x,t}) - \ln(\hat{\mu}_{x,t})$), follow a normal distribution with zero mean and age-specific standard deviation. A thousand random simulations are performed to account for this future variability.

Projected mortality rates are obtained by combining calibrated components ($\alpha_x, \beta_x, \delta_x$), temporal projections (κ_t), the climatic indicator (C_t), and the residual term ($\epsilon_{x,t}$). These elements are integrated into an exponential formula :

$$\mu_{x,t} = \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \delta_x \cdot C_t + \epsilon_{x,t}).$$

This transformation converts the logarithmic form into actual mortality rates, respecting historical dynamics and climatic projections. Mortality tables generated under each climatic scenario provide a detailed view of anticipated impacts of climate change.

The complete methodology is summarized in Figure NS5.

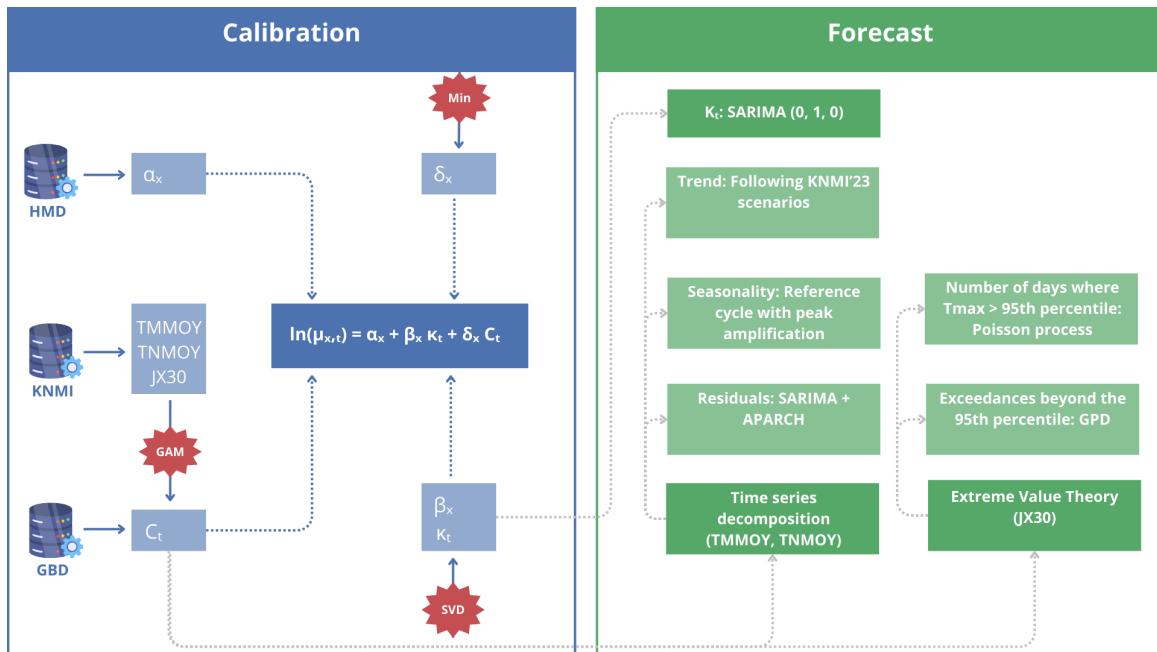


FIGURE NS5 – Methodology overview.

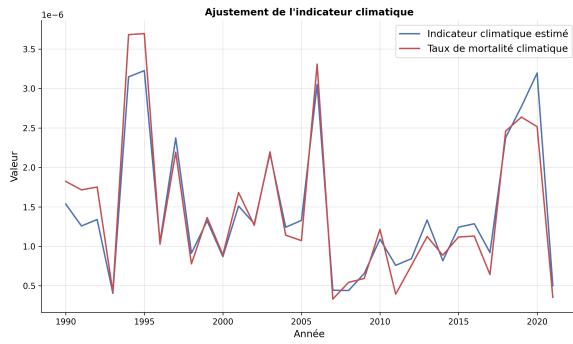
Results

The calibration of the climate indicator C_t , representing mortality rates attributable to high temperatures, was performed using a generalized additive model (GAM). This model demonstrated a strong explanatory power, with a deviance explained of 92.61%, indicating an excellent fit to the observed data.

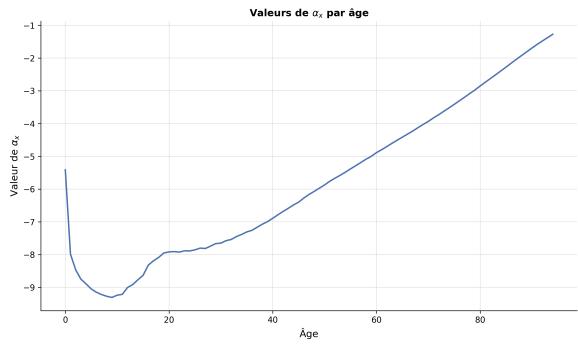
As shown in Figure NS6a, the estimated climate indicator (blue curve) closely follows the observed climate-related mortality rates (red curve). Mortality peaks associated with extreme heat events are well captured, confirming that the selected variables in the model, such as the number of days with maximum temperature exceeding 30 °C (JX30) and summer average minimum and mean temperatures (TMMOY and TNMOY), are relevant for explaining heat-related mortality.

The results of the calibration of the climate-adjusted Lee-Carter model are presented in Figure NS6 :

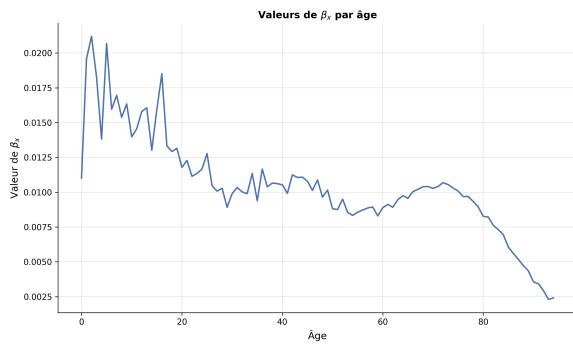
- α_x (Figure NS6b) : The parameter α_x describes the average age-specific mortality structure. A rising trend with age is observed, consistent with the exponential nature of mortality rates at advanced ages. Mortality is relatively high for the youngest ages (infants), decreases at intermediate ages, and increases sharply after 50 years ;
- β_x (Figure NS6c) : The parameter β_x illustrates the sensitivity of mortality rates to temporal changes captured by κ_t . The highest values of β_x are observed at young ages (0–20 years), indicating that temporal mortality improvements (reduction in κ_t) benefit this age group more significantly. This reflects significant advances in pediatric care and public health, while older ages show lower sensitivity due to less intense medical progress for these groups ;
- κ_t (Figure NS6d) : The parameter κ_t reflects the general trend in mortality rates over the study period. A steady decline in κ_t is observed, reflecting continuous mortality improvement in recent decades. However, a slight upward movement in recent years is noted, aligning with the increase in national mortality rates observed since 2014.



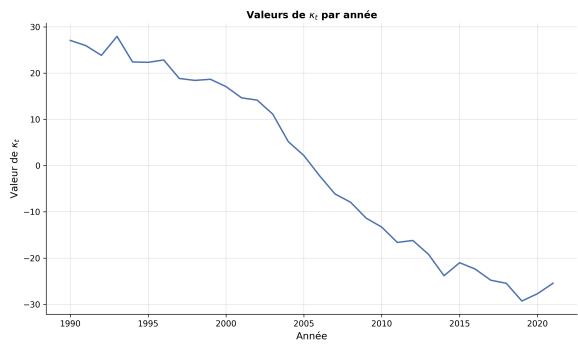
(a) Fit of C_t



(b) α_x by age



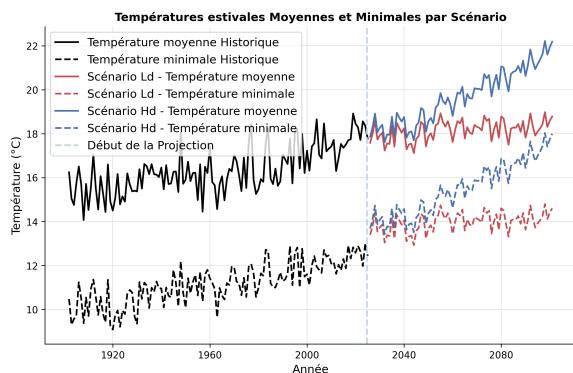
(c) β_x by age



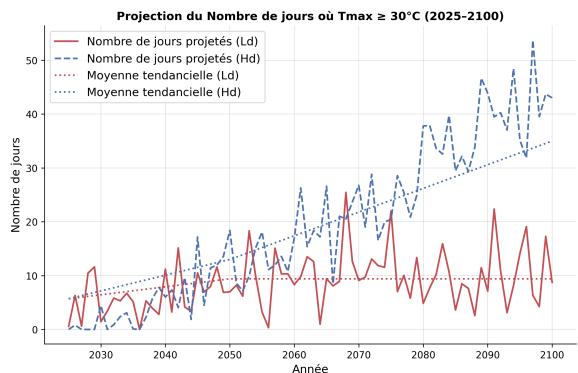
(d) κ_t by year

FIGURE NS6 – Results of the calibration of the climate-adjusted Lee-Carter model.

Projections of climate variables, based on KNMI scenarios, show significant changes by 2100. The Hd (high-emission) scenarios predict a marked increase in summer temperatures, reaching nearly 22 °C on average by 2100. Minimum temperatures are also rising, highlighting the cumulative effects of nighttime heat on mortality (Figure NS7a). Additionally, the number of tropical days, where maximum temperature exceeds 30 °C, shows a significant increase. Under the Hd scenario, this figure could reach 50 days per year by 2100, compared to less than 10 days currently (Figure NS7b). This trend increases the risk of prolonged exposure to high temperatures, with direct implications for mortality.



(a) Average and minimum temperatures



(b) Number of tropical days

FIGURE NS7 – Forecast of climate variables under KNMI scenarios.

These projections suggest increasing exposure to extreme climate conditions, particularly under high-emission scenarios, necessitating adaptation measures to mitigate their impacts.

The final results of the climate-adjusted Lee-Carter model, incorporating the effect of high temperatures, indicate an upward trend in life expectancy at 65 across all three scenarios analyzed but with slowdowns linked to high temperatures. The Hd scenario, characterized by severe climate conditions and drier summers, shows a notable divergence in the long term, reflecting the cumulative impact of extreme temperatures. The Ld scenario, being more moderate, remains closer to classical projections but slightly lags behind. This climatic effect translates to a slowdown in life expectancy gains : in the Hd scenario, life expectancy is reduced by 0.7 years compared to the classical scenario by 2050.

Furthermore, after an initial increase at younger ages, mortality shocks consistently decrease with age. This decline aligns with expected projections, notably those published by EIOPA. Comparing the three scenarios, the Hd climate scenario leads to an average increase in mortality shocks of 0.23% compared to the classical scenario, while the Ld scenario results in a more moderate increase of around 0.08%.

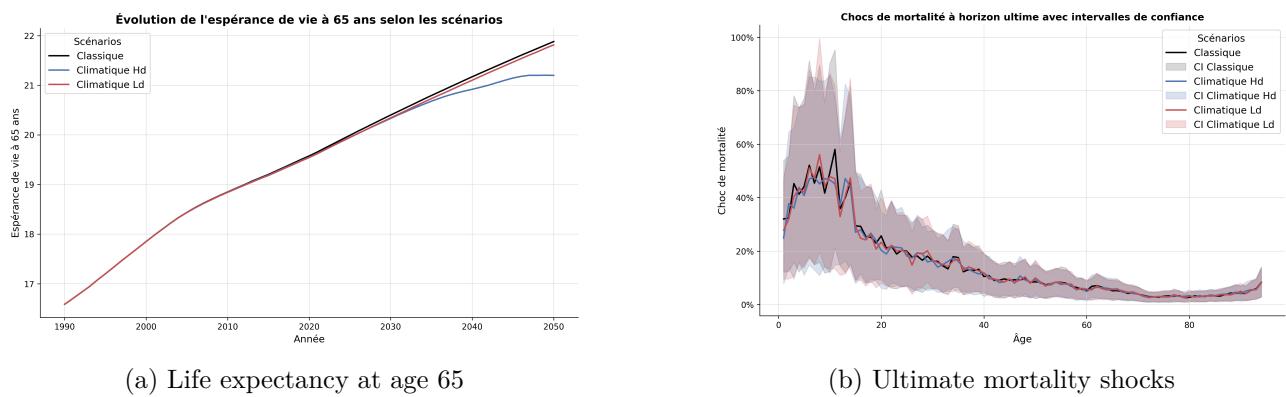


FIGURE NS8 – Life expectancy at age 65 and ultimate mortality shock results.

These results confirm that the impact of high temperatures, effectively captured by the climate indicator C_t and integrated into the Lee-Carter model, leads to a slowdown in life expectancy gains and increased population vulnerability to future climate shocks.

Sensitivity Analysis

The sensitivity analysis of the results evaluated the impact of methodological and parametric assumptions on life expectancy projections within the framework of the Lee-Carter climate model. Severe climate scenarios (Hd) were found to be particularly sensitive to adjustments in assumptions, notably regarding mortality rates attributable to high temperatures and the modeling choice for the temporal parameter κ_t . For instance, a variation in the assumptions regarding heat-attributable mortality revealed significant disparities, with life expectancy losses reaching up to 2.4 years by 2060 under the Hd scenario. Similarly, the choice of model for κ_t , between ARIMA and ETS, strongly influenced projections, with the ETS model capturing recent trends to a greater extent and producing more pessimistic scenarios. In contrast, moderate climate scenarios (Ld) demonstrated greater robustness to variations in assumptions, with life expectancy trajectories remaining relatively stable. These results highlight the critical importance of assumptions on mortality rates and temporal dynamics in extreme climate

contexts, while assumptions related to adaptation to high temperatures, seasonal and residual components of climatic variables, and the choice of reference period for projecting the number of tropical days had a more limited effect.

Discussion

This study examined the impact of high temperatures on mortality through a climatic adaptation of the Lee-Carter model, incorporating key climatic variables to produce more accurate projections under different scenarios. The results highlight an increased sensitivity of mortality to extreme temperatures, particularly among vulnerable populations such as the elderly. The inclusion of specific parameters, such as the number of tropical days (where the maximum temperature exceeds 30 °C), has helped to overcome the limitations of conventional approaches that often focus solely on mean temperature analysis.

Projections made under the KNMI'23 climate scenarios reveal a significant increase in mortality rates by 2050-2100, particularly in contexts characterized by more frequent and intense heatwaves. However, certain methodological limitations should be acknowledged. These include the truncation of data at 94 years, the simplifying assumption of a constant gap between minimum and mean temperatures, and the implicit assumption of stationarity of the residuals, which has not been verified in this context. Combined with the relatively limited historical depth of the data available, these elements may restrict the scope of the projections.

Regarding future avenues of research, it would be valuable to explore geographical disparities, particularly between urban and rural areas, where exposure conditions, infrastructure, and adaptive behaviors differ significantly. Integrating specificities related to insurance portfolios could also enrich the analysis by accounting for observed anti-selection effects. Furthermore, a differentiation by gender would allow for a finer understanding of the differentiated effects of temperatures on mortality, taking into account biological and behavioral factors specific to each group. Finally, extending the model to include other impacts of climate change, such as air pollution or cold snaps, would provide a more comprehensive perspective on future health risks.

Keywords : Climate change, extreme temperatures, heatwaves, mortality, Lee-Carter model, climate projections, climatic variables, time series, extreme value theory, mortality shocks.

Remerciements

La réalisation de ce mémoire représente l'aboutissement d'un parcours riche en apprentissages, en défis et en rencontres. Je tiens à exprimer ma gratitude envers toutes les personnes et institutions qui ont contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce travail.

En premier lieu, je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères à ma tutrice, Eve Elisabeth Titon, pour son encadrement exceptionnel. Son expertise, sa disponibilité et ses conseils précieux ont été une source constante d'inspiration et d'encouragement tout au long de ce projet.

Je tiens également à remercier mon collègue Menno van Wijk pour son feedback pertinent et constructif, qui a contribué à enrichir ce travail à des moments clés.

Je remercie de manière générale le cabinet de Milliman (France et Benelux), qui m'a offert l'opportunité de travailler sur un sujet aussi passionnant et stimulant.

À mes collègues, anciens collègues et amis, qui se reconnaîtront, j'exprime toute ma gratitude pour leur relecture attentive et leur présence bienveillante tout au long de ce parcours. Merci à toutes ces personnes dont l'aide, parfois discrète mais toujours précieuse, a grandement contribué à la réalisation de ce projet.

Un remerciement tout particulier revient à mon mari, sans qui ce mémoire n'aurait probablement pas vu le jour. Son soutien indéfectible, sa patience et son implication à mes côtés ont été une source inépuisable de force et de sérénité.

À ma famille, je tiens à exprimer ma gratitude pour leur soutien infaillible et leur rôle fondamental dans mon éducation, qui a fait de moi la personne que je suis aujourd'hui. Vos valeurs et votre encouragement constant m'accompagnent à chaque étape de mon cheminement.

Enfin, je souhaite remercier l'Institut du Risk Management pour la qualité de son enseignement et la richesse de sa formation, qui ont constitué une base solide pour approfondir mes connaissances et mener à bien ce travail.

À toutes et à tous, merci du fond du cœur.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
Note de synthèse	iii
Synthesis note	xii
Remerciements	xviii
Introduction	1
1 Cadre de l'étude et analyse des données	3
1.1 Présentation du cadre de l'étude	3
1.2 Analyse démographique des Pays-Bas	4
1.3 Analyse des données climatologiques des Pays-Bas	12
1.4 Analyse de la relation entre les températures élevées et la mortalité	20
2 Ajustement du modèle de Lee-Carter climatique sur les données des Pays-Bas	25
2.1 Présentation du modèle de Lee-Carter climatique	26
2.2 Construction de l'indicateur climatique	28
2.3 Calibrage du modèle	38
2.4 Modélisation de l'adaptation de la population à la hausse des températures	48
2.5 Validité et performances du modèle calibré	51
3 Projection des composantes temporelles du modèle	55
3.1 Projection de l'indicateur temporel	55
3.2 Projection des variables climatiques	71
4 Résultats du modèle final et analyse de sensibilité	107
4.1 Calcul des espérances de vie	107
4.2 Sensibilité des résultats aux hypothèses retenues	111
4.3 Calcul des chocs de mortalité	118
Conclusion	123
Bibliographie	124
Table des figures	128
Liste des tableaux	131

Annexes	133
A Glossaire	134
B Métriques utilisées	137
C Tests statistiques	139
D Liste des variables climatiques utilisées	142
E Historique des vagues de chaleur	143
F Causes d'augmentation de la mortalité	144
G Décès liés à la pandémie de COVID-19	145
H Espérance de vie projetée	146
I Projections des indicateurs de chaleur à la station De Bilt	147

Introduction

Le changement climatique est aujourd’hui reconnu comme l’un des principaux défis globaux, avec des impacts significatifs sur les écosystèmes, les sociétés humaines et les systèmes économiques. Parmi les nombreuses conséquences du réchauffement climatique, les vagues de chaleur et plus généralement les températures extrêmes occupent une place prépondérante. Ces événements, qui gagnent en intensité et en fréquence selon les rapports du Groupe d’experts intergouvernemental sur l’évolution du climat (GIEC), entraînent des effets directs sur la santé humaine et notamment une augmentation de la mortalité, en particulier chez les populations vulnérables.

De plus en plus de travaux de recherche se penchent sur ces enjeux cruciaux, cherchant à comprendre et à quantifier les impacts des températures extrêmes sur la mortalité humaine. Bien que ces études aient permis d’éclairer certains mécanismes sous-jacents et d’établir des corrélations entre les phénomènes climatiques et les variations de mortalité, le sujet demeure encore partiellement exploré. La majorité de ces travaux se concentre principalement sur l’ajustement de modèles explicatifs à partir de données historiques, mettant en lumière des relations significatives entre la mortalité et les températures passées (Germain, 2022). Cependant, peu d’études ont conduit à des projections à long terme, pourtant cruciales pour anticiper les conséquences futures.

Certaines études actuarielles se sont intéressées à la projection de la mortalité en intégrant une variable climatique, mais elles se sont souvent limitées à l’utilisation de la température moyenne comme seule variable explicative ((Fall, 2021), (Pincemin, 2021)). De plus, parmi les travaux ayant intégré plusieurs variables climatiques, beaucoup s’appuient sur des projections préexistantes issues de bases de données publiques (Salaun, 2024). Ces ressources, malgré leur grande valeur, restent limitées, car elles ne couvrent pas nécessairement toutes les populations ou spécificités locales. Ces approches, bien qu’instructives, soulignent la nécessité de développer des méthodologies adaptées à des contextes spécifiques et capables d’exploiter pleinement les données climatiques disponibles.

Dans ce contexte, la problématique abordée dans ce mémoire est la suivante : **Comment modéliser et projeter l’impact des températures hautes sur la mortalité en développant une approche flexible, capable de s’adapter à différentes spécificités locales tout en intégrant des scénarios climatiques globaux ?** Ce travail vise à dépasser les limites des approches traditionnelles en proposant un cadre méthodologique permettant de projeter la mortalité à long terme tout en intégrant plusieurs variables climatiques pertinentes. Dans le cadre de ce mémoire, cette approche a été appliquée aux données climatiques et démographiques des Pays-Bas.

L’originalité de cette étude repose sur deux éléments différenciants majeurs. D’une part, elle propose un cadre méthodologique clair pour la projection des variables climatiques, alliant un processus standardisé à une prise en compte des spécificités des données locales. Contrairement aux travaux se limitant à l’utilisation de la température moyenne, qui ne capture pas toujours les extrêmes climatiques,

pourtant plus déterminants pour la mortalité, ce cadre intègre d'autres variables climatiques susceptibles de mieux expliquer les variations de mortalité, notamment dans un contexte de réchauffement climatique.

D'autre part, ce mémoire introduit une nouvelle approche pour modéliser l'adaptation des populations aux températures élevées. Cet aspect, très peu exploré dans la littérature actuelle, est ici intégré directement dans le modèle de Lee-Carter, l'un des modèles les plus utilisés pour les études de mortalité. Cette adaptation enrichit le modèle en tenant compte des ajustements progressifs des populations face aux conditions climatiques changeantes. Elle dépasse ainsi les limites des études précédentes, souvent restreintes à l'impact de la Température Minimale de Mortalité (TMM) - un indicateur basé sur la température moyenne - et à son déplacement dans le temps, sans considérer de manière exhaustive les autres variables climatiques.

Enfin, le mémoire est organisé en plusieurs chapitres, suivant une structure claire, conçue pour guider le lecteur de manière fluide à travers les différentes étapes de l'analyse. Le premier chapitre pose le cadre de l'étude en analysant les données démographiques et climatiques des Pays-Bas. Le second détaille l'ajustement du modèle de Lee-Carter en intégrant une composante climatique, tandis que le troisième se concentre sur la projection des variables climatiques et des composantes temporelles du modèle. Le dernier chapitre présente les résultats finaux, notamment en termes d'espérance de vie et de chocs de mortalité, tout en explorant leur sensibilité aux paramètres du modèle. À chaque étape, des validations intermédiaires sont réalisées afin de garantir la robustesse et la fiabilité des résultats obtenus, en s'assurant de leur cohérence avec les données et les hypothèses utilisées. Cette organisation vise à offrir une vision complète du sujet traité.

Afin d'alléger le contenu principal et de concentrer l'attention sur les résultats et analyses, les définitions détaillées des métriques utilisées ainsi que des tests statistiques sont reportées en annexe (Annexe B et Annexe C).

Chapitre 1

Cadre de l'étude et analyse des données

Ce chapitre établit les bases nécessaires pour analyser les interactions entre le climat, la démographie et la mortalité aux Pays-Bas, dans un contexte de réchauffement global. Il met en lumière l'importance des scénarios climatiques pour modéliser la mortalité liée aux températures élevées et leur pertinence pour le secteur de l'assurance. La première section situe le cadre de l'étude, en détaillant les enjeux climatiques et les obligations réglementaires dans l'intégration des risques climatiques. La deuxième section examine l'évolution démographique des Pays-Bas, tandis que la troisième analyse les tendances climatiques et les projections futures établies par le KNMI. Enfin, la dernière section explore la relation entre températures élevées et mortalité. Ces analyses fournissent un socle essentiel pour le développement des modèles présentés dans les chapitres suivants.

1.1 Présentation du cadre de l'étude

Le réchauffement climatique constitue l'une des problématiques les plus pressantes de cette époque, affectant profondément de nombreux secteurs, y compris celui de la santé publique. L'augmentation des températures moyennes et la multiplication des épisodes climatiques extrêmes, notamment les vagues de chaleur, posent des défis croissants aux sociétés contemporaines. Les Pays-Bas, pays particulièrement exposé en raison de sa géographie et de sa densité démographique, n'échappent pas à cette dynamique. Depuis le début du XX^e siècle, le pays a enregistré une hausse significative des températures. Ce réchauffement s'accompagne d'une intensification des vagues de chaleur, comme en témoignent les épisodes marquants de 2006, 2018 et 2019 (voir Annexe E), où des températures dépassant fréquemment les 30 °C ont provoqué des excès significatifs de mortalité (RIVM, 2019).

Cette situation soulève des questions importantes quant à la vulnérabilité des populations face aux températures élevées, notamment pour les groupes les plus sensibles, tels que les personnes âgées et les individus souffrant de pathologies chroniques. Dans un contexte démographique où la proportion de la population âgée de 65 ans et plus ne cesse de croître (CBS, 2024), les effets des vagues de chaleur sur la mortalité deviennent un enjeu sanitaire et sociétal prioritaire. Ces dynamiques climatiques et démographiques appellent une compréhension approfondie des interactions entre les températures élevées et les taux de mortalité, ainsi qu'une intégration de ces connaissances dans les stratégies de gestion des risques.

Sur le plan réglementaire, l'importance des risques climatiques a été reconnue par les autorités européennes, en particulier dans le secteur de l'assurance. L'Autorité Européenne des Assurances et

des Pensions Professionnelles (EIOPA) a publié en 2021 une opinion recommandant aux assureurs d'intégrer les risques liés au changement climatique dans leurs évaluations internes des risques et de la solvabilité, communément appelées ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*). Cette exigence inclut l'utilisation de scénarios climatiques prospectifs pour évaluer les impacts potentiels sur la solvabilité des institutions, y compris les effets des vagues de chaleur sur la mortalité (EIOPA, 2021). Aux Pays-Bas, la Banque des Pays-Bas (*De Nederlandsche Bank*, DNB) a renforcé ces recommandations en élaborant des bonnes pratiques visant à intégrer les risques climatiques dans l'ORSA (DNB, 2020). Ces initiatives illustrent une volonté croissante des régulateurs de garantir que les institutions financières, et notamment les assureurs, prennent pleinement en compte les effets des changements climatiques dans leurs modèles de gestion des risques.

C'est dans ce contexte que s'inscrit cette étude, visant à modéliser l'impact des températures hautes sur la mortalité aux Pays-Bas. Alors que les modèles de mortalité traditionnels, comme celui de Lee-Carter, permettent de capturer les tendances historiques et les dynamiques démographiques, ils n'intègrent pas explicitement les variables climatiques. Cette lacune apparaît particulièrement problématique dans un contexte où les vagues de chaleur deviennent de plus en plus fréquentes et où leurs effets sur la mortalité sont appelés à s'amplifier. L'intégration des températures élevées comme variable explicative dans un cadre de modélisation statistique permettra de quantifier l'effet de ces événements extrêmes sur la mortalité et de mieux anticiper les risques futurs.

Au-delà de son intérêt scientifique, cette étude répond à un besoin opérationnel et réglementaire. Cette recherche visant à éclairer les enjeux croissants liés aux impacts du réchauffement climatique sur la mortalité, les résultats obtenus pourront guider les assureurs dans la gestion de leurs portefeuilles d'assurance-vie.

1.2 Analyse démographique des Pays-Bas

Les données démographiques utilisées dans cette étude proviennent de la *Human Mortality Database* (HMD), qui constitue une base fiable pour étudier les dynamiques de population aux Pays-Bas. Cette base de données contient des informations sur l'exposition et la mortalité par âge et par sexe, couvrant une période allant de 1850 à 2022 (HMD, 2024). Les analyses présentées dans cette section s'appuient sur ces données, complétées par des projections et des statistiques issues du Bureau central des statistiques néerlandais (CBS), afin d'approfondir l'exploration de l'évolution démographique du pays (CBS, 2024). Pour garantir la cohérence avec la base de données relative aux décès attribuables aux températures élevées, qui sera présentée dans la section 1.4, seule la période 1990-2021 a été retenue pour les calculs. Par ailleurs, dans les chapitres consacrés à la modélisation de la mortalité attribuable aux températures élevées, les âges à partir de 95 ans ont été exclus en raison de l'absence de données complètes pour certains groupes d'âge et certaines périodes. Cette restriction méthodologique vise à garantir la robustesse et la fiabilité des estimations réalisées.

La population des Pays-Bas a montré une croissance continue depuis 1850, avec une accélération notable après 1900, comme illustré dans la Figure 1.1. Cette augmentation est en partie le reflet d'une amélioration des conditions sanitaires et des avancées médicales, ayant permis une réduction progressive des taux de mortalité. Par ailleurs, une transition démographique est observée, conduisant à des taux de natalité plus faibles mais stabilisés. Selon les projections du CBS, cette tendance devrait se poursuivre, avec une population atteignant potentiellement 20,7 millions d'habitants en 2070, principalement en raison de la migration nette positive et de l'augmentation de la longévité. La Figure 1.2 présente cette projection en intégrant les intervalles de confiance de 67% et 95%, ce qui met en évi-

dence l'incertitude associée aux prévisions à long terme, en particulier en matière de migration et de fécondité.

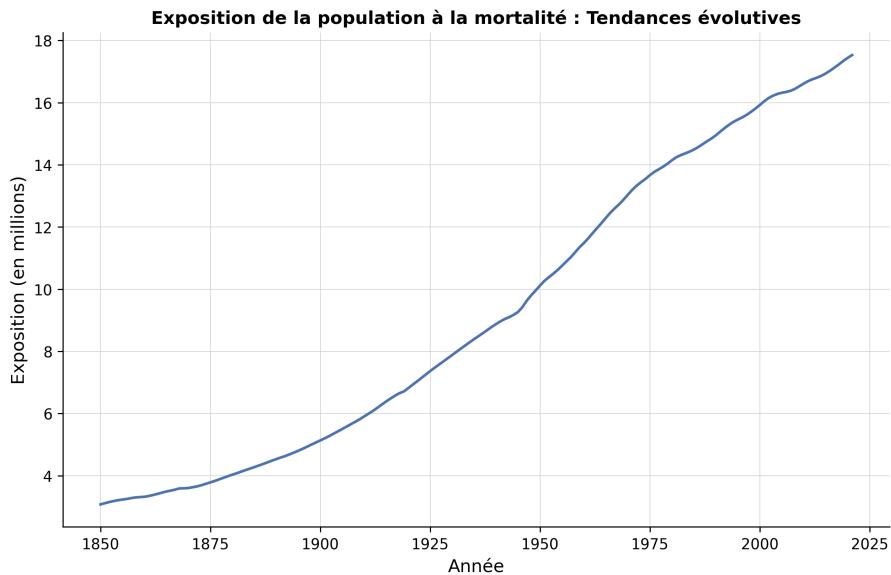


FIGURE 1.1 – Évolution de la population totale (HMD, 2024).

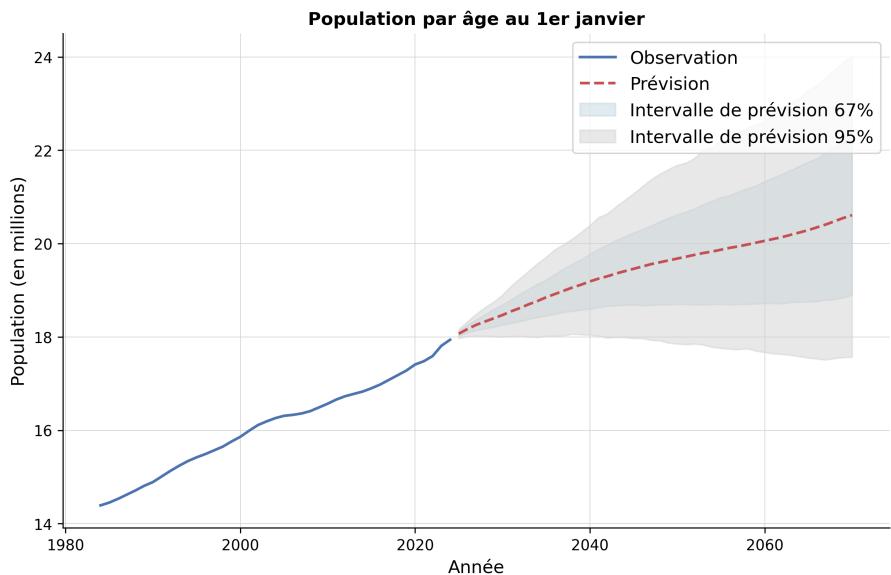


FIGURE 1.2 – Projection de la population des Pays-Bas au 1^{er} janvier (CBS, 2024).

En examinant les taux de croissance par sexe et dans l'ensemble, il est constaté que la croissance a fluctué plus fortement au cours des premières années (1850-1950), comme illustré dans la Figure 1.3. Les taux de croissance pour les hommes et les femmes sont généralement alignés, bien que de légères différences apparaissent à certains moments. Ces fluctuations peuvent être attribuées à des événements historiques tels que les guerres et les pandémies, qui ont eu des impacts marqués sur les taux de mortalité et de natalité. Au milieu du XX^e siècle, un pic prononcé est visible, reflétant la reprise démographique post-Seconde Guerre mondiale et la période du baby-boom. Au fil du temps, les taux

de croissance se sont stabilisés, illustrant une structure démographique plus équilibrée, typique des nations développées des dernières décennies.

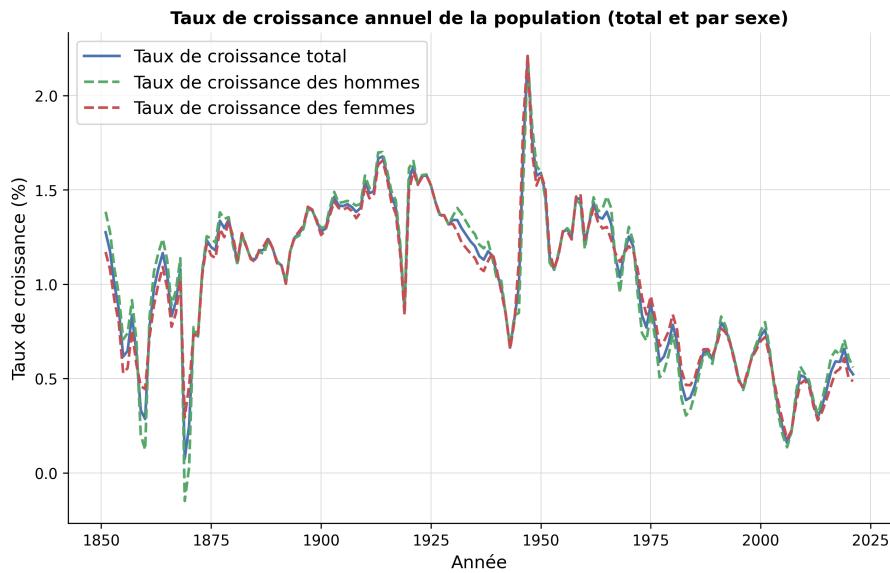


FIGURE 1.3 – Taux de croissance annuel de la population (HMD, 2024).

Les pyramides des âges pour les années 1850, 1990, 2000 et 2021, illustrées dans la Figure 1.4, montrent une transition démographique marquée. En 1850, la pyramide d'âge présente une forme triangulaire classique, indiquant un taux de natalité élevé avec un sommet étroit dû à une forte mortalité, notamment chez les groupes d'âge avancé. En 1990, la base de la pyramide commence à se resserrer par rapport à la population d'âge moyen, indiquant une baisse des taux de natalité et une meilleure survie jusqu'à l'âge adulte. En 2000 et 2021, la forme de la pyramide évolue davantage vers une forme plus rectangulaire, avec un élargissement notable dans les groupes d'âge avancé, en particulier autour de 60-80 ans. Cela indique un vieillissement de la population, avec moins de jeunes entrant à la base, suggérant des taux de natalité plus faibles, comme le montre la Figure 1.5.

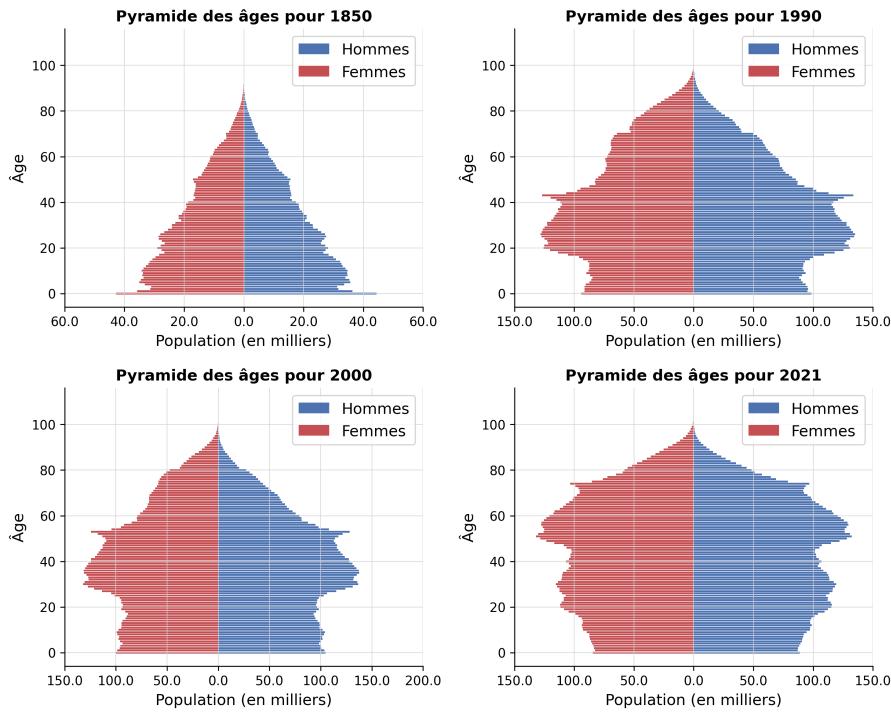


FIGURE 1.4 – Évolution de la pyramide des âges (HMD, 2024).

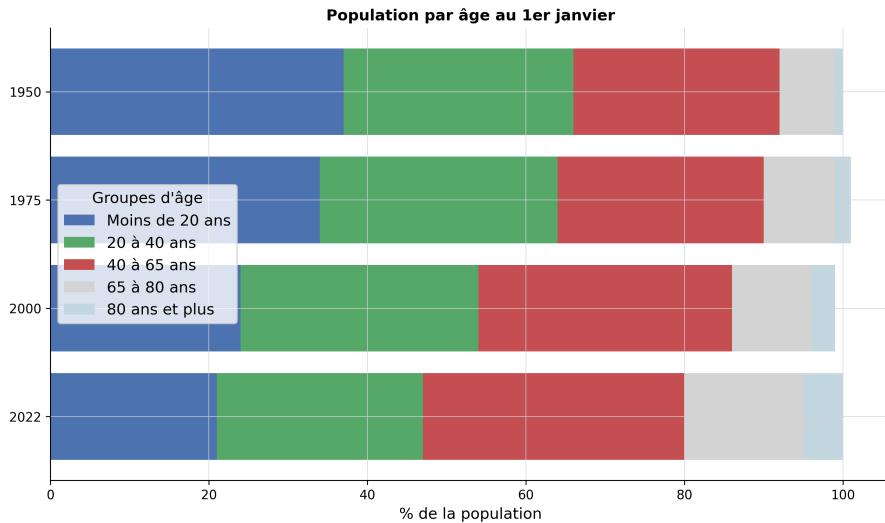


FIGURE 1.5 – Structure de la population par âge au 1^{er} janvier (CBS, 2024).

Cette évolution conduit à un phénomène de double vieillissement, mis en évidence dans la Figure 1.6, où la proportion des individus âgés de 65-79 ans et de 80 ans et plus ne cesse d'augmenter. Actuellement, l'âge moyen de la population néerlandaise est de 42,4 ans, contre 33,2 ans en 1975 (CBS, 2024). Selon les projections, d'ici 2040, environ un quart de la population aura 65 ans ou plus (CBS, 2024), exerçant ainsi une pression croissante sur les systèmes de santé et de retraite.

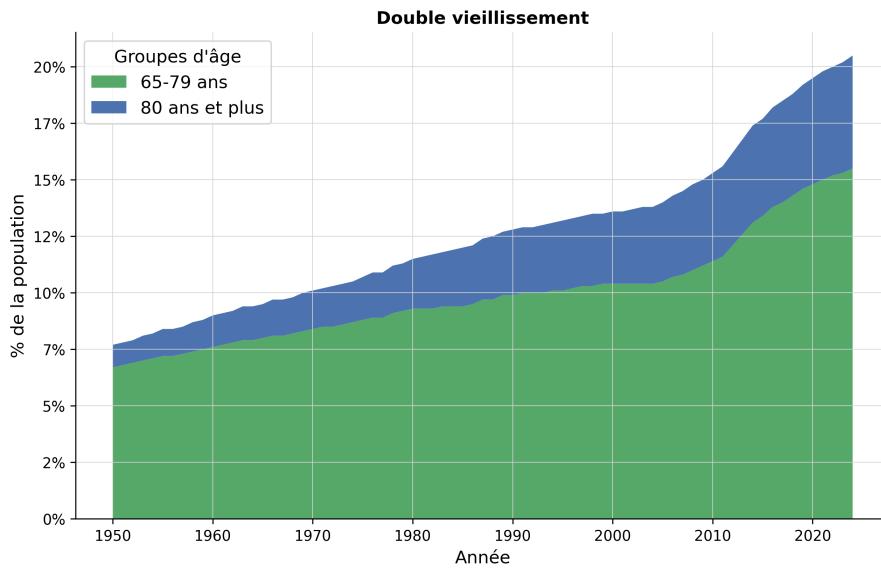


FIGURE 1.6 – Évolution du double vieillissement (CBS, 2024).

La croissance démographique néerlandaise a évolué de manière significative au cours des dernières décennies. Jusqu'en 2014, cette croissance était principalement due à l'accroissement naturel, mais depuis lors, la migration est devenue le principal moteur de l'augmentation de la population, comme le montre la Figure 1.7. Cette transition souligne l'importance croissante des flux migratoires pour compenser le vieillissement démographique et le déclin de la natalité. La figure met également en lumière les fluctuations de la croissance naturelle et de la migration nette, avec une migration devenant de plus en plus positive depuis le début des années 2000.

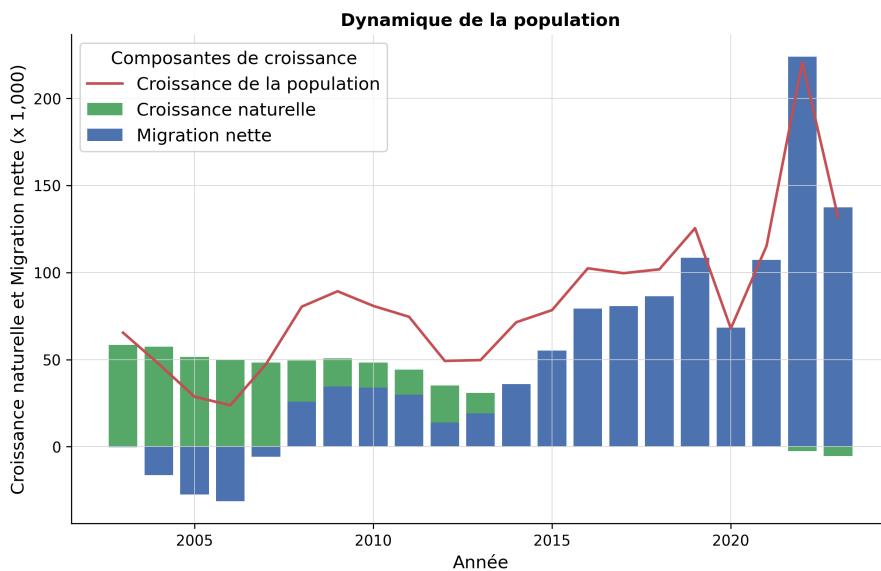


FIGURE 1.7 – Dynamique de la croissance naturelle et de la migration nette (CBS, 2024).

Le ratio de dépendance, tant pour les jeunes que pour les personnes âgées, représente un indicateur essentiel de la charge démographique pesant sur la population active. La Figure 1.8 montre une baisse continue du ratio de dépendance des jeunes depuis la fin du XIX^e siècle jusqu'aux années 2000, due

à la réduction progressive des taux de natalité. En revanche, le ratio de dépendance des personnes âgées a augmenté de manière continue et cette tendance devrait s'accélérer, avec une augmentation projetée de 44% entre 2021 et 2070 (CBS, 2024). Cette évolution du ratio de dépendance des personnes âgées met en exergue les défis à venir pour le système de protection sociale, en raison de la pression croissante exercée par une population vieillissante sur les services de santé et de retraite.

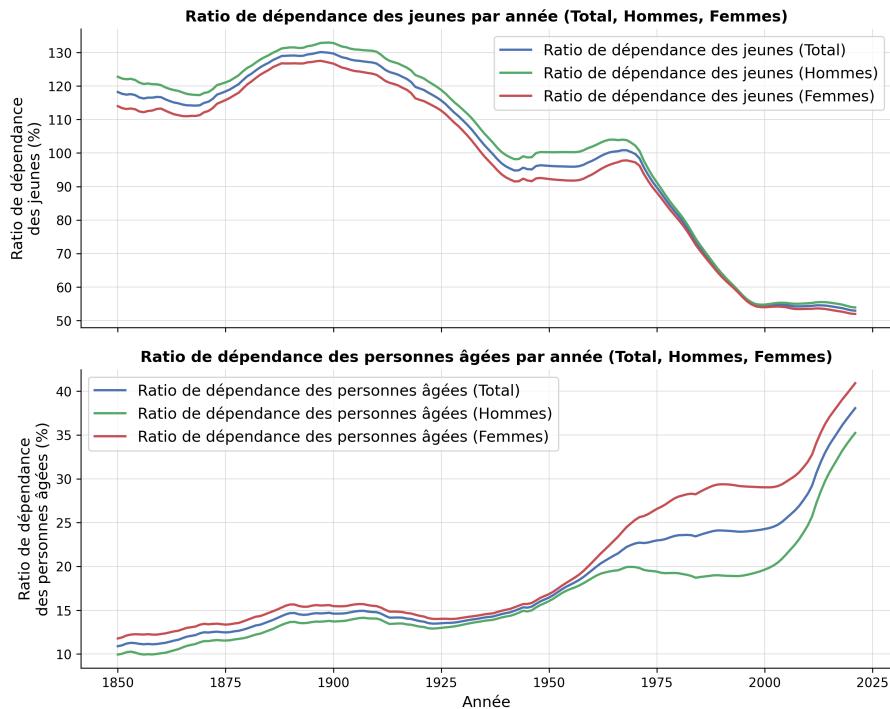


FIGURE 1.8 – Ratios de dépendance des jeunes et des personnes âgées (HMD, 2024).

Ce vieillissement démographique a également un impact sur la répartition des sexes au sein des différentes tranches d'âge. La Figure 1.9 illustre l'évolution du ratio hommes/femmes par groupe d'âge. Bien que les naissances masculines soient légèrement supérieures aux naissances féminines (ratio hommes/femmes supérieur à 1 pour les jeunes), les femmes tendent à vivre plus longtemps, ce qui entraîne un excédent féminin dans les âges avancés. Ce phénomène est particulièrement marqué chez les retraités (65+), où un creux notable du ratio hommes/femmes est observé entre 1950 et 2000. Ce creux peut s'expliquer par l'impact différentiel de la mortalité masculine au cours des deux guerres mondiales, ainsi que par les disparités de longévité entre hommes et femmes, exacerbées par les progrès médicaux bénéficiant davantage aux femmes au cours de la seconde moitié du XX^e siècle. Depuis les années 2000, ce ratio semble se redresser, reflétant l'amélioration de l'espérance de vie masculine et une convergence progressive des taux de mortalité par sexe.

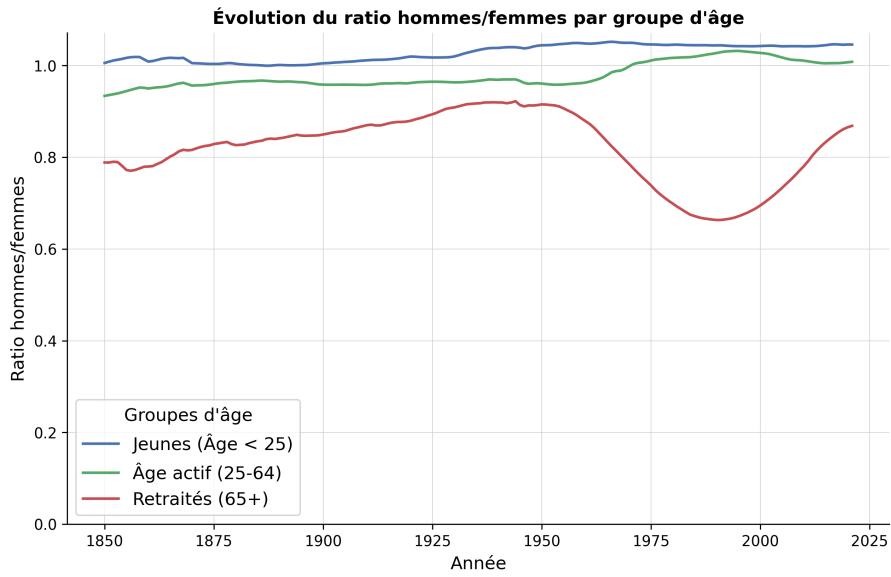


FIGURE 1.9 – Évolution du ratio hommes/femmes par groupe d'âge (HMD, 2024).

Par ailleurs, les taux de mortalité montrent des variations significatives selon l'âge. La Figure 1.10 montre une diminution notable de la mortalité pour tous les groupes d'âge depuis 1850, avec des progrès particulièrement marqués chez les jeunes et les adultes.

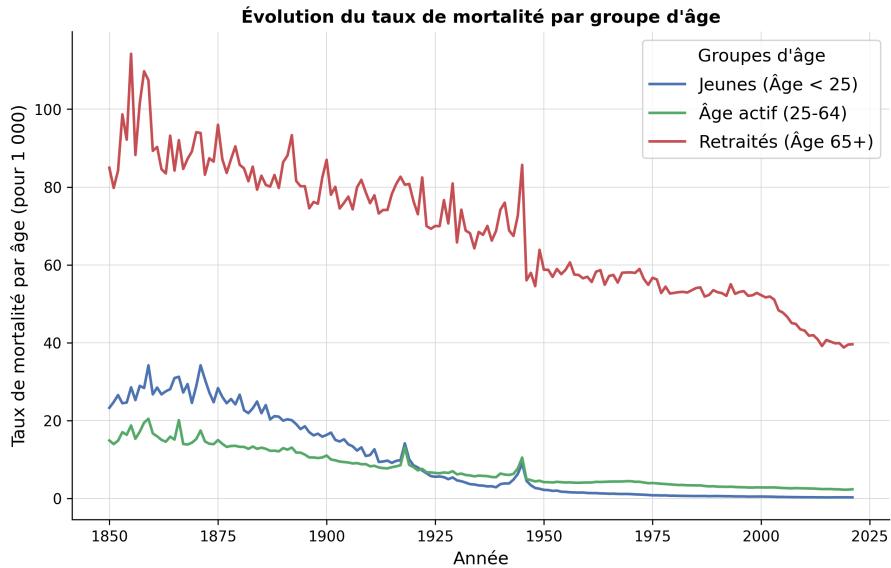


FIGURE 1.10 – Taux de mortalité spécifique par groupe d'âge (HMD, 2024).

Après une diminution régulière depuis le XIX^e siècle, le taux brut de mortalité montre une légère augmentation à partir de 2014, comme illustré par la Figure 1.11. Cette augmentation est liée à une hausse des décès causés par le risque métabolique, notamment par certaines maladies non transmissibles et des traumatismes (voir Annexe F).

Parmi les maladies non transmissibles, les troubles neurologiques, les maladies cardiovasculaires,

ainsi que les pathologies métaboliques telles que le diabète et les maladies rénales, figurent parmi les principales causes de mortalité accrue (GBD, 2024). Les maladies digestives, associées à des complications chroniques, et d'autres maladies métaboliques liées au vieillissement et à des modes de vie modernes, jouent également un rôle non négligeable dans cette évolution. Les traumatismes, notamment les blessures non intentionnelles et les accidents de transport, ont également contribué à l'augmentation de la mortalité au cours des dernières années (GBD, 2024).

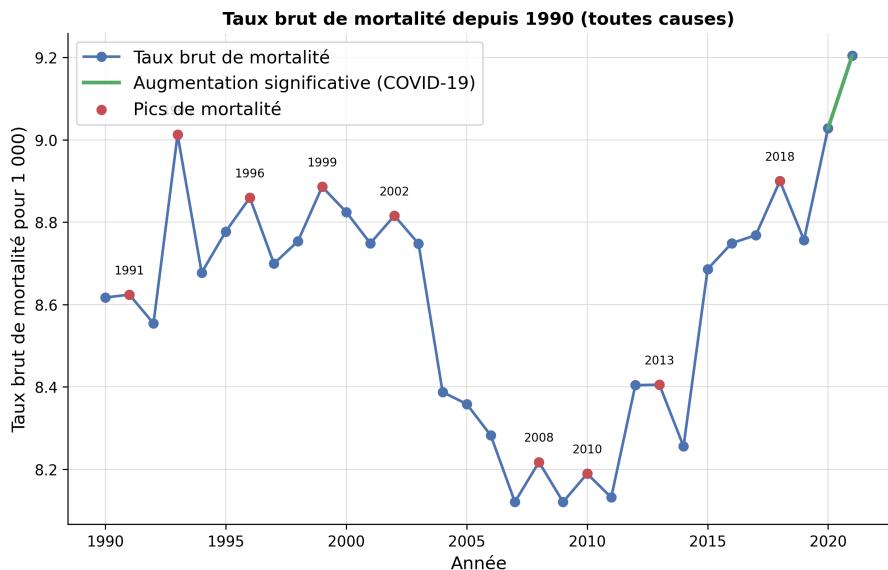


FIGURE 1.11 – Taux brut de mortalité dans le temps (HMD, 2024).

La hausse marquée observée en 2020 et en 2021 est principalement due à la pandémie de COVID-19. Dans cette étude, les décès liés à la COVID-19 (INED, 2024) ont été retraités de la base de données afin d'isoler les tendances sous-jacentes des autres causes de mortalité. Étant donné que ces données ne sont disponibles que par tranches d'âge de 5 ans (Annexe G), une distribution égale des décès par âge au sein de chaque tranche a été supposée. Cette démarche méthodologique vise à distinguer les effets directs de la pandémie, considérée comme un événement exceptionnel et ponctuel, des évolutions structurelles à long terme des causes de mortalité, afin d'éviter que les fluctuations dues à des crises sanitaires spécifiques ne masquent les phénomènes de fond.

En résumé, l'analyse démographique des Pays-Bas met en évidence une transition marquée vers une population vieillissante, caractérisée par une baisse des taux de natalité et une augmentation de l'espérance de vie. Les effets conjugués du double vieillissement, de l'importance croissante de la migration pour la croissance de la population et des pressions accrues sur les systèmes de soutien social dessinent un tableau complexe des dynamiques démographiques néerlandaises. Cette évolution révèle les défis futurs pour la société, notamment en termes de dépendance et d'équité intergénérationnelle, dans un contexte d'incertitudes liées aux flux migratoires et aux tendances de longévité. Bien que l'analyse ait mis en évidence certaines différences selon le sexe, cette dimension n'a pas été prise en compte dans cette étude spécifique à la mortalité attribuable aux températures élevées, mais elle pourrait être approfondie dans de futures recherches pour une évaluation plus complète.

1.3 Analyse des données climatologiques des Pays-Bas

Les données climatologiques utilisées dans cette étude proviennent du *Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut* (KNMI). Ces données journalières, issues de la station météorologique de De Bilt, couvrent une période étendue allant de 1901 à 2024 (KNMI, 2024), permettant une évaluation approfondie des tendances climatiques aux Pays-Bas et de leurs impacts potentiels. La station de De Bilt a été retenue en raison de sa longue série temporelle ininterrompue, remontant au début du XX^e siècle, de sa position centrale dans le pays, et de son rôle central dans les études nationales, ce qui en fait un indicateur représentatif des conditions climatiques moyennes des Pays-Bas. Bien que d'autres stations, telles que celles de De Kooy ou d'Eelde, soient également actives, De Bilt demeure la référence privilégiée pour les analyses nationales, grâce à la continuité et à la fiabilité de ses enregistrements. L'analyse porte sur des variables climatiques clés, notamment les températures moyennes, maximales et minimales, les précipitations annuelles, l'ensoleillement et la fréquence des vagues de chaleur, reflétant des changements observables liés au réchauffement global. La liste complète des variables utilisées dans le cadre de cette étude est présentée en Annexe D. Il convient de noter que le calcul de l'indicateur climatique présenté en section 2.2 est basé sur la période 1990 à 2021, afin de s'aligner avec les bases de données de mortalité globale et spécifique aux températures élevées. En revanche, la projection des variables climatiques, réalisée en section 3.2, repose sur l'ensemble de l'historique disponible à la date de l'étude, soit au 6 septembre 2024.

1.3.1 Tendances climatiques actuelles aux Pays-Bas

Depuis 1901, les Pays-Bas ont enregistré une augmentation moyenne des températures de plus de 2 °C, un rythme presque deux fois supérieur à la moyenne mondiale (KNMI, 2023). Cette hausse, particulièrement notable durant les mois d'été, s'accompagne d'une augmentation significative de l'ensoleillement (KNMI, 2023). Ce phénomène est attribué à une diminution de la couverture nuageuse et à une réduction de la pollution atmosphérique, favorisant une intensité accrue du rayonnement solaire (KNMI, 2023).

L'évolution de la température moyenne annuelle, illustrée par la Figure 1.12, met en évidence une tendance nette à la hausse au cours des dernières décennies. Cette augmentation reflète les effets des changements climatiques globaux sur le climat local. Les températures maximales et minimales moyennes annuelles, présentées dans la Figure 1.13, suivent une trajectoire similaire, confirmant une tendance généralisée au réchauffement. En parallèle, les températures extrêmes, qu'elles soient maximales ou minimales, manifestent une variabilité accrue au fil des années (Figure 1.14). Ce comportement témoigne d'une intensification des phénomènes météorologiques extrêmes, qui s'inscrit dans le contexte des perturbations climatiques en cours.

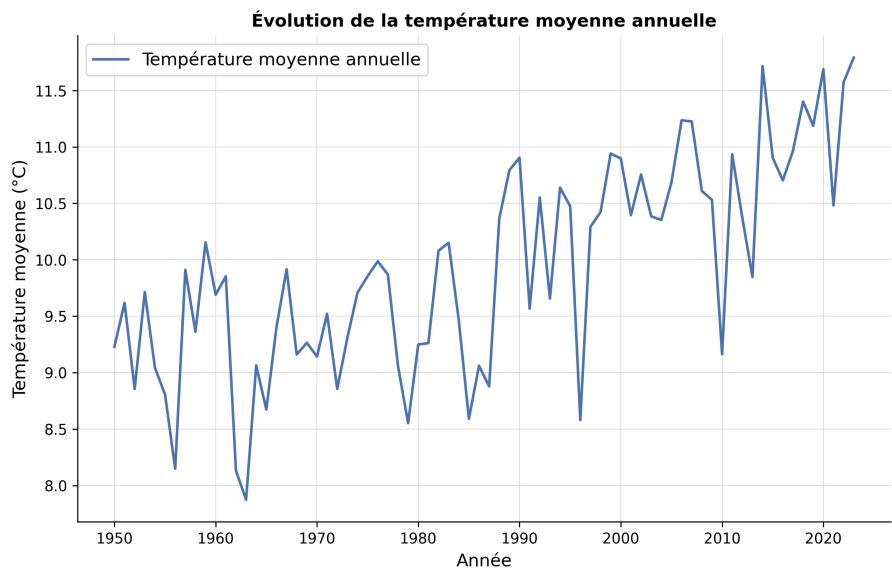


FIGURE 1.12 – Évolution de la température moyenne annuelle (KNMI, 2024).

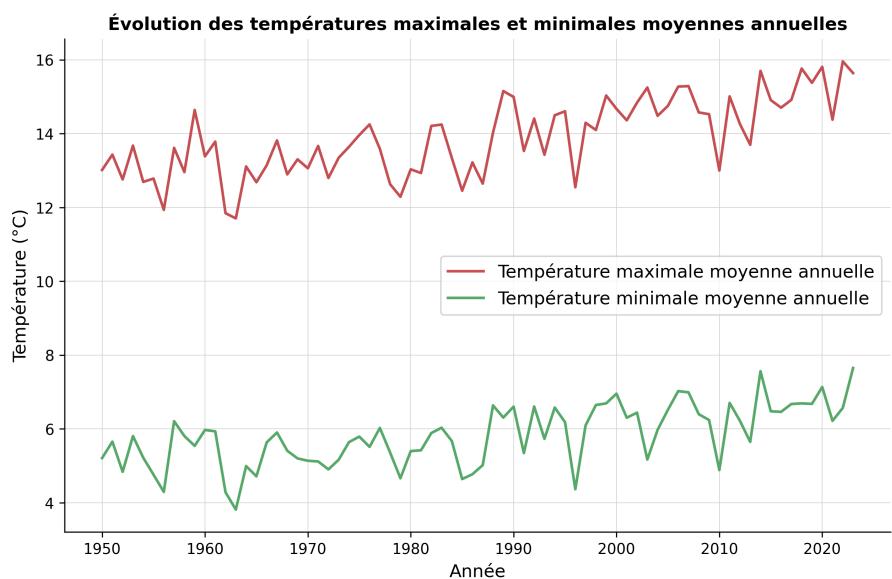


FIGURE 1.13 – Températures maximales et minimales moyennes annuelles (KNMI, 2024).

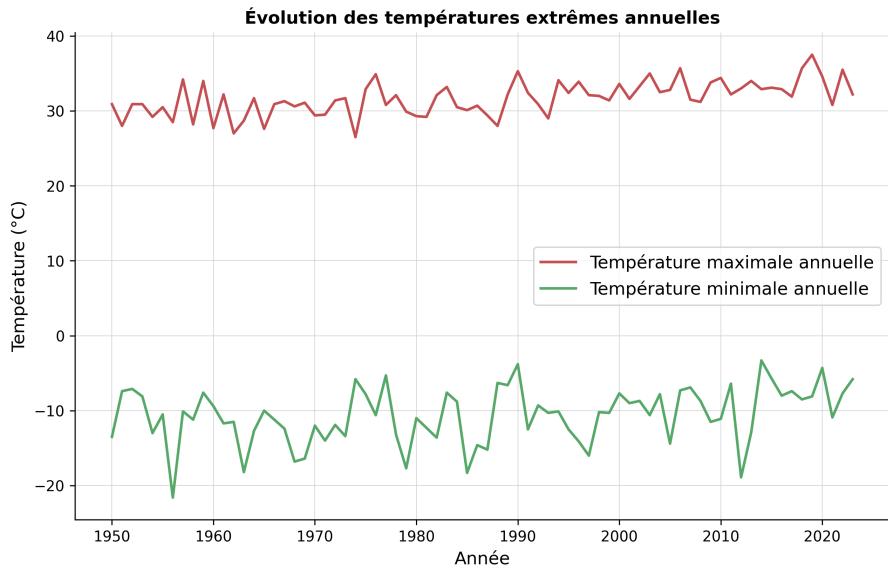


FIGURE 1.14 – Températures extrêmes annuelles (KNMI, 2024).

Par ailleurs, l'ensoleillement annuel, caractérisé par une forte saisonnalité avec des pics marqués durant les mois d'été, joue un rôle non négligeable (Figure 1.15). Bien que cet indicateur soit moins directement associé à des risques climatiques immédiats, il peut influencer d'autres paramètres environnementaux et socio-économiques, notamment en ce qui concerne l'agriculture, la production d'énergie solaire et les comportements humains face à la chaleur estivale.

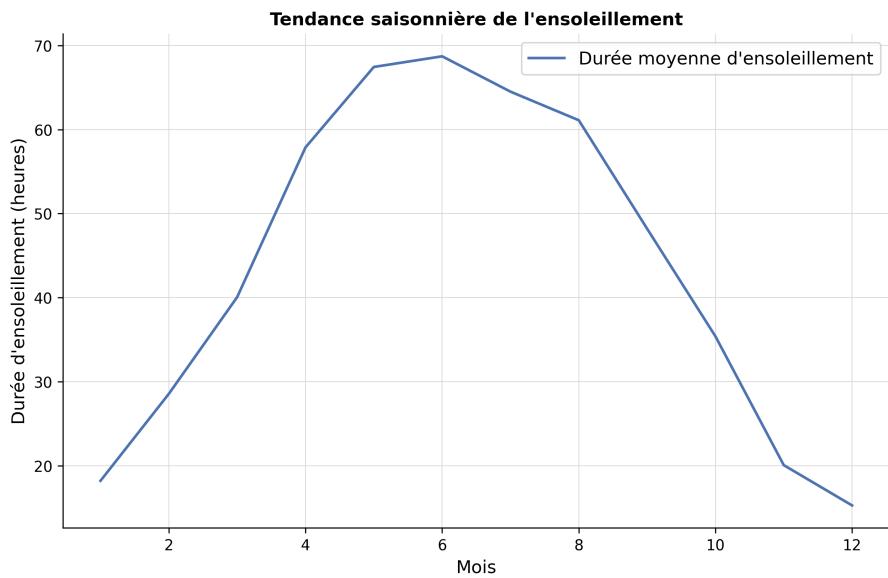


FIGURE 1.15 – Tendance saisonnière de l'ensoleillement (KNMI, 2024).

En termes de précipitations, les données montrent une augmentation moyenne de 20% depuis 1906, particulièrement marquée durant les mois d'hiver (KNMI, 2023). Cette tendance s'accompagne néanmoins d'une variabilité interannuelle importante, exacerbée par une fréquence croissante des épisodes de précipitations extrêmes. Ces dernières soulignent les perturbations climatiques croissantes, mettant

en lumière des risques accrus pour les infrastructures et les écosystèmes.

La Figure 1.16 illustre cette variabilité annuelle des précipitations totales. Une analyse de la corrélation entre la température moyenne annuelle et les précipitations, présentée dans la Figure 1.17, indique un coefficient de corrélation de 0,20, suggérant une relation faible entre ces deux paramètres. Cette observation pourrait être due à la complexité des mécanismes sous-jacents, notamment l'interaction entre les régimes de circulation atmosphérique et les conditions locales. Bien que la hausse des températures puisse augmenter la capacité d'évaporation et la teneur en vapeur d'eau de l'atmosphère, elle ne se traduit pas nécessairement par une augmentation proportionnelle des précipitations.

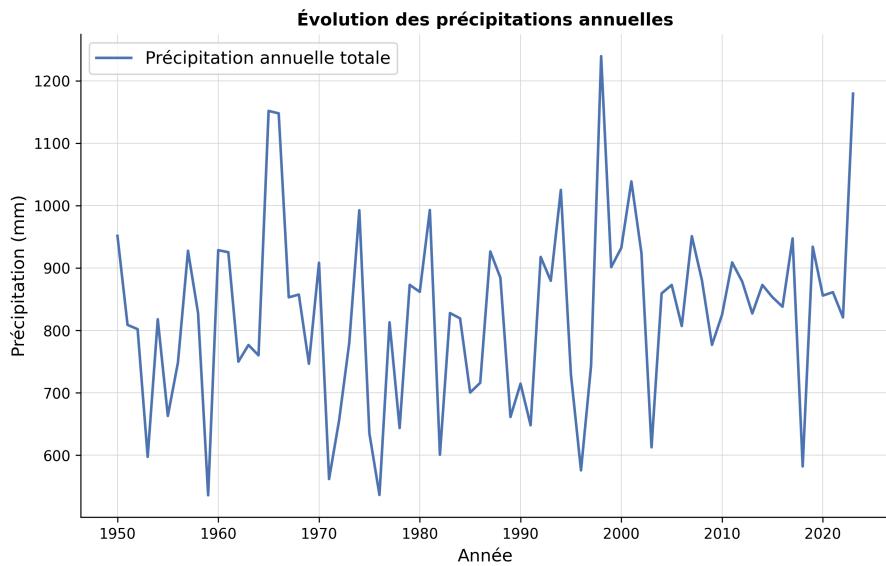


FIGURE 1.16 – Évolution des précipitations annuelles totales (KNMI, 2024).

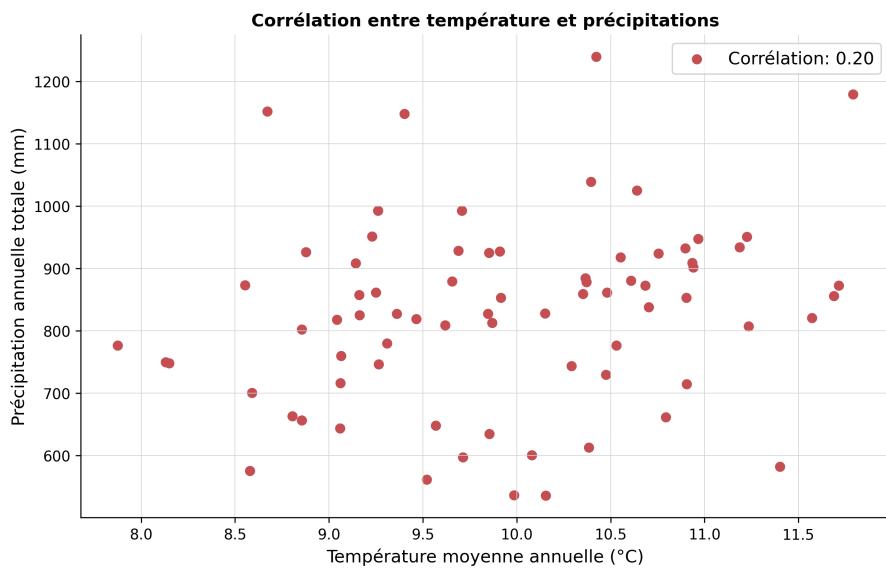


FIGURE 1.17 – Corrélation entre température moyenne annuelle et précipitations (KNMI, 2024).

En parallèle, l'évolution des indicateurs liés aux extrêmes climatiques révèle des changements

significatifs. Le nombre de jours de gel a progressivement diminué, comme illustré dans la Figure 1.18, une tendance qui reflète directement l'effet du réchauffement climatique. Par contraste, les jours de chaleur (ou jours tropicaux) définis comme ceux où la température dépasse 30°C , ont connu une augmentation marquée, particulièrement depuis les années 1990. Ces observations mettent en évidence une intensification des vagues de chaleur et une fréquence accrue de températures extrêmes. Ces phénomènes ne sont pas sans conséquence pour la santé humaine, l'agriculture et la biodiversité.

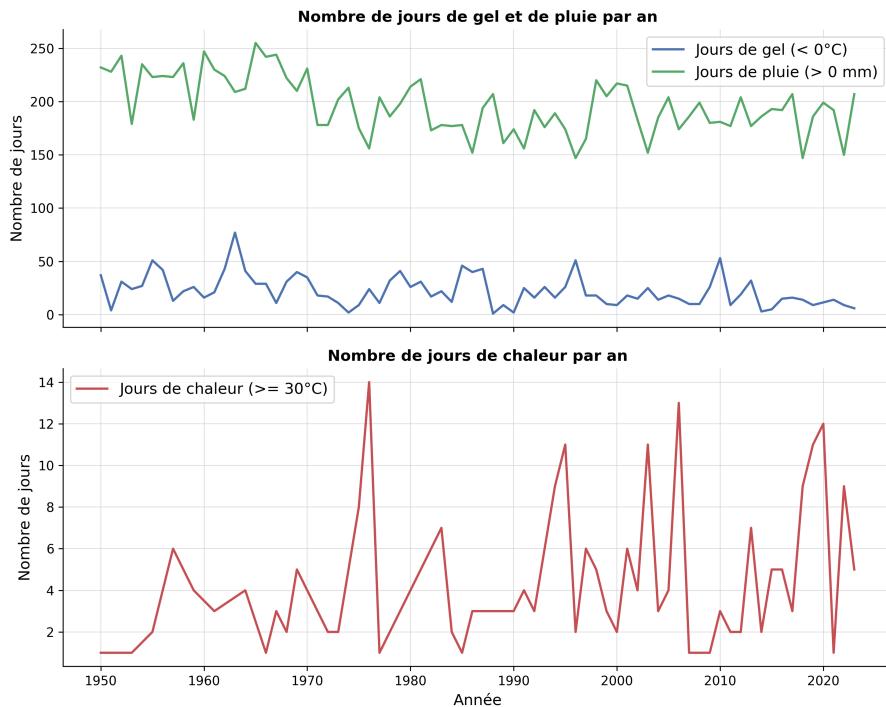


FIGURE 1.18 – Nombre de jours de gel, de pluie et de chaleur par an (KNMI, 2024).

En résumé, les observations des dernières décennies montrent une transformation profonde du climat des Pays-Bas, caractérisée par des températures en hausse, des vagues de chaleur plus fréquentes, une intensité croissante du rayonnement solaire et des changements dans les régimes de précipitations. Ces évolutions mettent en lumière les défis climatiques majeurs à venir, soulignant la nécessité de stratégies d'adaptation ciblées pour limiter les impacts sur les populations et les écosystèmes.

La partie suivante s'intéressera aux projections climatiques pour les décennies à venir, en s'appuyant sur les scénarios les plus récents du KNMI pour évaluer l'évolution future des variables clés du climat néerlandais.

1.3.2 Projections climatiques pour les Pays-Bas

Les projections climatiques des Pays-Bas s'appuient sur les scénarios KNMI'23, qui intègrent les connaissances les plus récentes sur les dynamiques climatiques régionales. Ces scénarios traduisent les tendances globales identifiées par le GIEC (IPCC) à l'échelle régionale et utilisent les scénarios socio-économiques partagés (SSP, pour *Shared Socioeconomic Pathways*) comme base pour anticiper l'évolution des variables climatiques jusqu'à la fin du siècle.

Les SSP représentent différentes trajectoires d'émissions de gaz à effet de serre, dépendant des politiques climatiques et des choix socio-économiques globaux. Les KNMI'23 adoptent deux grandes catégories : un scénario à faibles émissions « L » (SSP1-2.6, dit "*Low*") aligné avec les objectifs de l'Accord de Paris, et un scénario à fortes émissions « H » (SSP5-8.5, dit "*High*") correspondant à une absence de réduction significative des émissions (KNMI, 2023). Chaque catégorie est ensuite déclinée en deux variantes :

- Scénario Humide « n » (pour *noordelijke circulatie*) : caractérisé par des hivers beaucoup plus humides et des étés légèrement plus secs ;
- Scénario Sec « d » (pour *dynamische circulatieverandering*) : présentant des hivers légèrement plus humides mais des étés bien plus secs.

Ces quatre combinaisons (Ln, Ld, Hn, Hd), résumées dans la Figure 1.19¹, couvrent une large gamme d'incertitudes liées aux variations régionales des précipitations et aux interactions complexes des systèmes climatiques locaux.

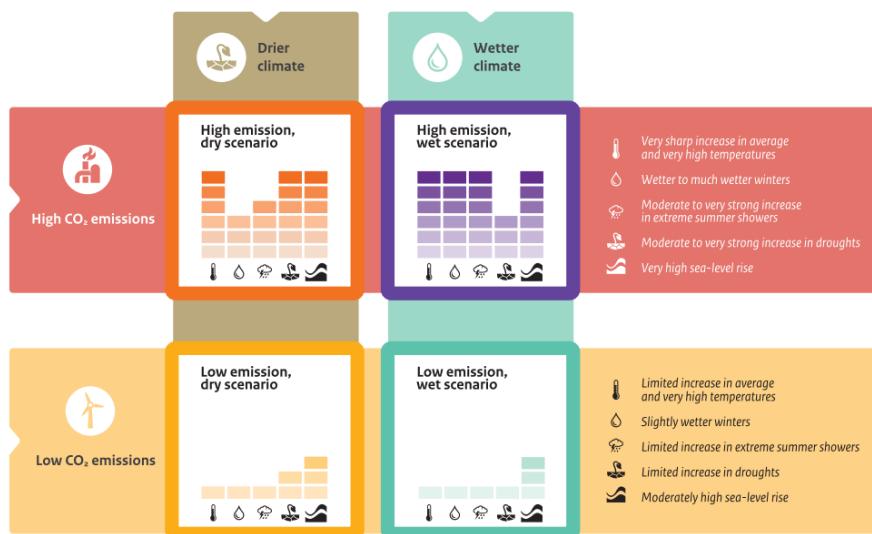


FIGURE 1.19 – Scénarios de changement climatique selon les projections du KNMI (KNMI, 2023).

Dans tous les scénarios, les températures aux Pays-Bas continueront de grimper, comme le montre la Figure 1.20². En 2050, les températures moyennes annuelles devraient augmenter de 0,9 °C à 1,6 °C par rapport à la période de référence (1991-2020), et cette hausse pourrait atteindre entre 0,9 °C et 4,4 °C d'ici 2100 (KNMI, 2023). Les étés enregistreront les augmentations les plus fortes, en particulier dans les scénarios secs, où des sols plus secs amplifient l'échauffement par une réduction de l'évapotranspiration. De plus, les journées de forte chaleur deviendront plus fréquentes : dans le

1. La Figure 1.19 présente les scénarios climatiques du KNMI, basés sur des niveaux d'émissions de CO₂ (élevés ou faibles) et des conditions climatiques (plus sèches ou plus humides). Les impacts incluent : une augmentation des températures moyennes et extrêmes (plus marquée dans les scénarios à émissions élevées) ; des modifications des précipitations (hivers plus humides ou plus secs, pluies estivales extrêmes) ; des sécheresses estivales variables, et une élévation du niveau de la mer (de modérée à très importante selon les scénarios).

2. La Figure 1.20 présente l'évolution de la température moyenne annuelle aux Pays-Bas (en °C) de 1900 à 2100, avec des données historiques et des projections basées sur les scénarios climatiques du KNMI. La courbe noire représente les moyennes annuelles historiques, tandis que la ligne bleue montre la tendance observée sur la période 1991-2020. Les projections futures sont différencierées par des codes couleur selon quatre scénarios climatiques : Hd, Hn, Ld et Ln. La bande grise indique un intervalle de confiance à 90%, représentant l'incertitude des projections.

scénario Hd, le nombre de jours moyen dépassant 30 °C pourrait atteindre 35 d'ici 2100, contre 5 pendant la période de référence, comme présenté en Annexe I (KNMI, 2023).

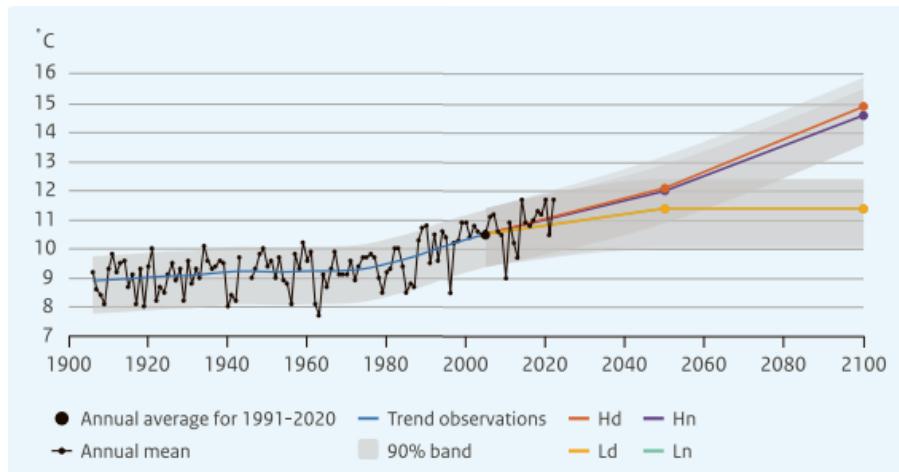


FIGURE 1.20 – Prévisions de la tendance des températures moyennes annuelles selon les scénarios climatiques du KNMI (KNMI, 2023).

Les précipitations évolueront de manière contrastée entre les saisons. Les hivers deviendront nettement plus humides, avec des augmentations atteignant 24% dans le scénario Hn à l'horizon 2100 (KNMI, 2023). Cette hausse sera due à une fréquence accrue des vents d'ouest transportant de l'air humide depuis l'Atlantique Nord. En revanche, les étés deviendront plus secs, particulièrement dans les scénarios Hd, où les précipitations estivales pourraient diminuer jusqu'à 29% (KNMI, 2023). Ce déficit hydrique, combiné à des températures élevées, accentuera les risques de sécheresses sévères, notamment dans le sud des Pays-Bas. Les projections des précipitations par scénario climatique sont présentées dans la Figure 1.21³.

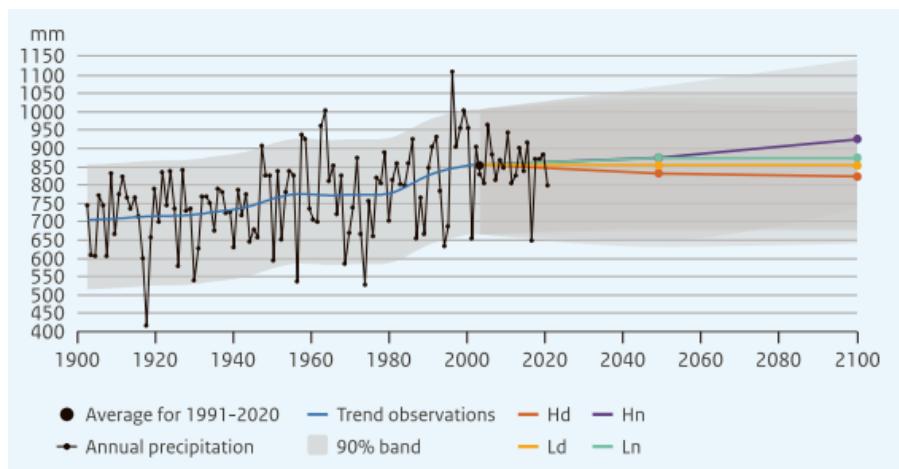


FIGURE 1.21 – Prévisions de la tendance des précipitations annuelles moyennes selon les scénarios climatiques du KNMI (KNMI, 2023).

3. La Figure 1.21 présente l'évolution des précipitations annuelles moyennes (en mm) aux Pays-Bas de 1900 à 2100, avec des données historiques et des projections basées sur les scénarios climatiques du KNMI. La courbe noire représente les moyennes annuelles historiques, tandis que la ligne bleue montre la tendance observée sur la période 1991-2020. Les projections futures sont différencierées par des codes couleur selon quatre scénarios climatiques : Hd, Hn, Ld et Ln. La bande grise indique un intervalle de confiance à 90%, représentant l'incertitude des projections.

Le niveau de la mer le long des côtes néerlandaises continuera de monter à un rythme inquiétant (voir Figure 1.22)⁴. Dans les scénarios à faibles émissions, l'élévation pourrait atteindre entre 26 cm et 73 cm d'ici 2100, tandis que dans les scénarios à fortes émissions, elle pourrait aller de 59 cm à 124 cm (KNMI, 2023). Des processus non modélisés liés à la désintégration des calottes glaciaires en Antarctique pourraient pousser cette élévation au-delà de 2 mètres dans le pire des cas (KNMI, 2023). Une telle montée des eaux constituerait une menace sérieuse pour les infrastructures côtières et la gestion des ressources en eau.

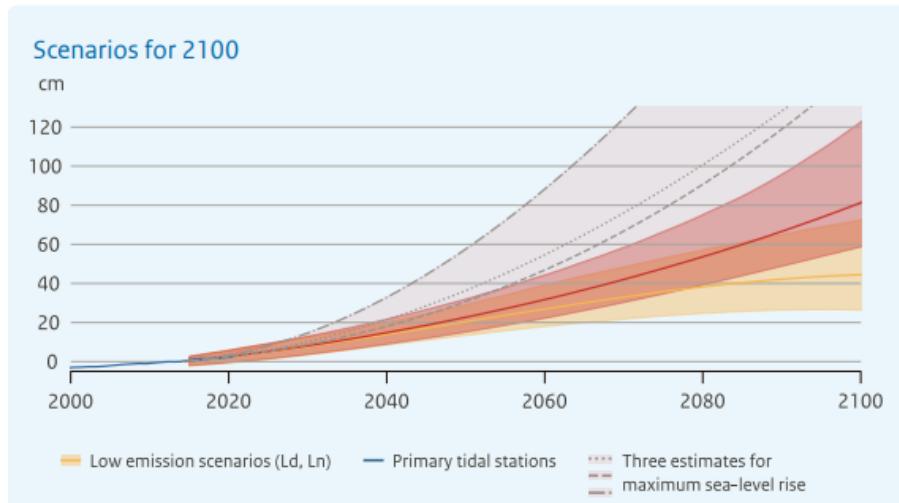


FIGURE 1.22 – Prévisions du niveau de la mer pour la côte néerlandaise à l'horizon 2100 par rapport aux niveaux actuels (KNMI, 2023).

Les extrêmes climatiques, tels que les vagues de chaleur et les précipitations intenses, deviendront également plus fréquents et plus sévères. Les vagues de chaleur, déjà en augmentation, pourraient devenir presque annuelles dans les scénarios Hn et Hd d'ici la fin du siècle, avec des températures dépassant régulièrement 40 °C (KNMI, 2023). Parallèlement, les précipitations extrêmes, notamment sous forme d'averses estivales violentes, devraient augmenter en intensité, même si leur fréquence globale pourrait légèrement diminuer. Cela entraînera une redistribution des risques d'inondation et une augmentation des périodes d'aridité.

Enfin, l'ensoleillement, influencé par la réduction des nuages dans les scénarios secs, augmentera légèrement, notamment durant les mois d'été (KNMI, 2023). Cette tendance pourrait avoir des implications positives pour l'énergie solaire, mais elle renforcera également les périodes de stress thermique et d'évaporation accrue, amplifiant les sécheresses.

Ces projections soulignent l'ampleur des défis climatiques auxquels les Pays-Bas devront faire face dans les prochaines décennies. Ce mémoire examinera ces implications, en mettant particulièrement l'accent sur l'impact des températures élevées sur la mortalité. Cette analyse se concentrera sur la période estivale, période où les températures extrêmes et leurs effets sont les plus prononcés. Par conséquent, seuls les scénarios Hd et Ld seront retenus, car ils mettent en évidence des étés particulièrement chauds et secs. Les scénarios n, davantage axés sur les évolutions hivernales, ne seront pas

4. La Figure 1.22 illustre les projections de l'élévation du niveau de la mer (en cm) aux Pays-Bas à l'horizon 2100 selon différents scénarios climatiques. La ligne bleue représente les données historiques enregistrées aux stations de marées principales. Les scénarios climatiques à faibles émissions (Ld et Ln) sont représentés par une bande orange claire. les lignes en pointillés indiquent trois estimations pour une élévation maximale du niveau de la mer. Les zones ombrées délimitent les intervalles d'incertitude associés aux projections.

inclus dans cette étude.

1.4 Analyse de la relation entre les températures élevées et la mortalité

Les données utilisées dans cette étude proviennent de la base de données élaborée par l'*Institute for Health Metrics and Evaluation* (IHME), qui fournit des estimations des décès attribués à divers facteurs de risque (GBD, 2024). Cette base contient des informations détaillées sur le nombre de décès par cause et par facteur de risque, ventilées par sexe, tranche d'âge et année, couvrant la période de 1990 à 2021. Les données utilisées dans cette étude sont spécifiquement celles relatives au facteur de risque « températures élevées », sans différenciation par sexe et regroupant toutes les causes. De plus, cette base propose des limites supérieure et inférieure aux valeurs centrales estimées, permettant une évaluation des incertitudes méthodologiques.

Il est important de noter que la limite inférieure des estimations présente des nombres de décès négatifs pour certains groupes d'âge, ce qui pourrait refléter une limite méthodologique dans la détermination des décès attribuables aux températures élevées. Cette observation souligne la complexité et les incertitudes liées à l'attribution précise des décès à ce facteur de risque. Par ailleurs, la base de données de l'IHME est mise à jour régulièrement, ce qui pourrait entraîner des changements significatifs dans les estimations des décès attribuables aux températures élevées.

Ces informations ont été complétées par les données climatologiques provenant du *Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut* (KNMI) pour identifier les périodes de vagues de chaleur et les températures maximales. L'objectif de cette section est d'explorer les pics de mortalité observés aux Pays-Bas et de les relier à des événements climatiques extrêmes. Cette section est structurée en deux parties : la première présente la méthodologie utilisée pour déterminer les taux de mortalité attribuables aux températures élevées, tandis que la seconde analyse la relation entre ces taux de mortalité et les températures maximales observées.

1.4.1 Méthodologie de détermination des taux de mortalité liés aux températures élevées

La méthodologie utilisée pour estimer les décès attribués aux températures non optimales dans le cadre de l'étude *Global Burden of Disease* (GBD) (Burkart *et al.*, 2021) repose sur des techniques statistiques avancées visant à modéliser précisément les relations entre la température et la mortalité. Cette méthodologie se base sur la détermination du risque relatif (RR) associé à des températures non optimales et sur le calcul de la fraction attribuable à la population (PAF).

Les données de température proviennent de l'ensemble ERA5, qui fournit des moyennes journalières de températures à haute résolution géographique. Ces données ont été couplées à des données de mortalité issues des registres d'état civil de neuf pays, sélectionnés pour leur diversité climatique et démographique. Afin de limiter l'influence des valeurs aberrantes, les températures ont été tronquées aux 1^{ers} et 99^{èmes} percentiles pour chaque zone climatique. Les décès ont ensuite été classés par cause selon les codes de la Classification internationale des maladies (CIM), permettant d'isoler ceux attribuables à des causes spécifiques.

Le taux de mortalité spécifique à une cause (*Cause-Specific Mortality Rate, CSMR*) a été calculé

pour chaque température moyenne journalière selon la formule suivante :

$$CSMR = \frac{\text{Nombre de décès}}{\text{Population} \times \text{Nombre de jours d'observation}}. \quad (1.1)$$

Ce calcul a permis de déterminer un CSMR de référence, représentant le taux moyen de mortalité toutes températures confondues.

Pour évaluer l'effet des températures spécifiques, le risque relatif (*Relative Risk, RR*) a été calculé en comparant le CSMR pour une température donnée au CSMR de référence :

$$RR = \frac{CSMR_{\text{température spécifique}}}{CSMR_{\text{référence}}}. \quad (1.2)$$

Le risque relatif mesure l'augmentation ou la diminution du risque de mortalité pour une température donnée par rapport à une température de référence optimale. Cette température optimale, appelée niveau d'exposition minimal théorique au risque (TMREL, *Theoretical Minimum Risk Exposure Level*), est déterminée empiriquement comme la température à laquelle le risque de mortalité est le plus faible. Le RR est défini comme une fonction non linéaire de la température journalière et peut prendre des formes distinctes, telles qu'une courbe en *J* ou en *U*. Une courbe en *J* illustre une augmentation asymétrique du risque à des températures très basses et très élevées, alors qu'une courbe en *U* reflète un risque symétrique aux extrêmes de température.

Pour estimer le RR, des splines bidimensionnelles ont été utilisées, permettant de modéliser la relation entre les variables de température journalière et de température moyenne annuelle (zone climatique) et la mortalité. Les splines divisent la plage des données en segments, appelés noeuds, et ajustent des polynômes locaux dans chaque segment tout en assurant une transition fluide entre eux. Les noeuds peuvent être uniformément répartis ou définis en fonction des centiles des données afin de capturer les variations dans les plages les plus pertinentes. Par exemple, dans une plage de températures allant de -10°C à 40°C , des noeuds pourraient être placés à $-10^{\circ}\text{C}, 0^{\circ}\text{C}, 20^{\circ}\text{C}, 30^{\circ}\text{C}$ et 40°C . Chaque spline est construite comme une combinaison pondérée de fonctions de base, et les coefficients de pondération sont ajustés pour minimiser les écarts entre les données observées et le modèle estimé.

Les splines bidimensionnelles modélisent également l'interaction entre la température journalière et la température moyenne annuelle, créant une surface lisse où le RR dépend simultanément des deux variables. Cela permet de capturer les spécificités des différentes zones climatiques. Par exemple, une température élevée pourrait être plus risquée dans un climat tempéré que dans un climat tropical, en raison des différences d'adaptation et d'infrastructure.

Les relations exposition-risque établies pour les neuf pays étudiés ont été extrapolées aux autres pays en utilisant des caractéristiques climatiques et sociodémographiques. Les pays sans données directes ont été regroupés selon leur zone climatique et leurs similitudes avec les neuf pays de référence. Les courbes $RR(T)$ ont ensuite été adaptées pour chaque pays en tenant compte de la température moyenne annuelle, de la densité de population et des infrastructures locales.

Une fois le RR calculé pour chaque combinaison de température journalière et moyenne annuelle, la fraction attribuable à la population (PAF) est déterminée. La PAF mesure la proportion de décès attribuables à des températures non optimales par rapport à la température optimale. Elle est calculée

à l'aide de la formule suivante :

$$\text{PAF} = \frac{\sum (P(T) \cdot (RR(T) - 1))}{\sum (P(T) \cdot RR(T))}, \quad (1.3)$$

où $P(T)$ représente la proportion de la population exposée à une température T , et $RR(T)$ est le risque relatif associé à cette température. $P(T)$ est estimé à partir des données climatiques, en tenant compte de la fréquence des températures observées et de la répartition géographique de la population. Par exemple, si une température de $30^\circ C$ est enregistrée pendant 75 jours dans une zone A avec 20 000 habitants et pendant 25 jours dans une zone B avec 30 000 habitants, $P(30^\circ C)$ est calculé comme :

$$P(30^\circ C) = \frac{20\,000 \cdot 75 + 30\,000 \cdot 25}{\text{Population totale} \cdot 365}.$$

Cette approche pondérée garantit que l'impact des températures tient compte des différences de densité de population entre les régions.

Enfin, cette fraction a été appliquée aux données de mortalité pour estimer les décès liés aux températures non optimales, séparément pour les températures élevées et basses. Pour garantir la robustesse des résultats, des intervalles d'incertitude à 95% (UI 95%) ont été générés grâce à des simulations bayésiennes basées sur 1 000 itérations.

Cependant, la méthodologie présente certaines limitations. Les relations exposition-risque sont basées sur les données de seulement neuf pays, ce qui peut introduire des biais lors de l'extrapolation à d'autres régions. De plus, les modèles ne tiennent pas directement compte des infrastructures ou des comportements adaptatifs locaux, comme l'accès à la climatisation ou les variations culturelles dans l'exposition aux températures. Les températures extrêmes ont été tronquées pour éviter les valeurs aberrantes, mais cela limite l'analyse des impacts rares et extrêmes. Enfin, bien que des intervalles d'incertitude soient calculés pour intégrer la variabilité des données, certaines incertitudes structurelles dans le modèle peuvent ne pas être entièrement capturées.

1.4.2 Vulnérabilité démographique face aux températures extrêmes

Les taux de mortalité attribuables aux températures élevées, calculés dans le cadre de l'étude *Global Burden of Disease* (GBD), sont présentés dans la Figure 1.23. Cette figure illustre l'évolution de ces taux par groupe d'âge depuis 1990, accompagnés des intervalles de confiance associés. Les résultats mettent en évidence une vulnérabilité accrue des individus âgés de 65 ans et plus, comparée aux autres groupes d'âge, particulièrement lors des épisodes de chaleur intense. Ces données offrent un aperçu précieux des disparités intergénérationnelles dans l'exposition aux risques liés aux températures élevées.

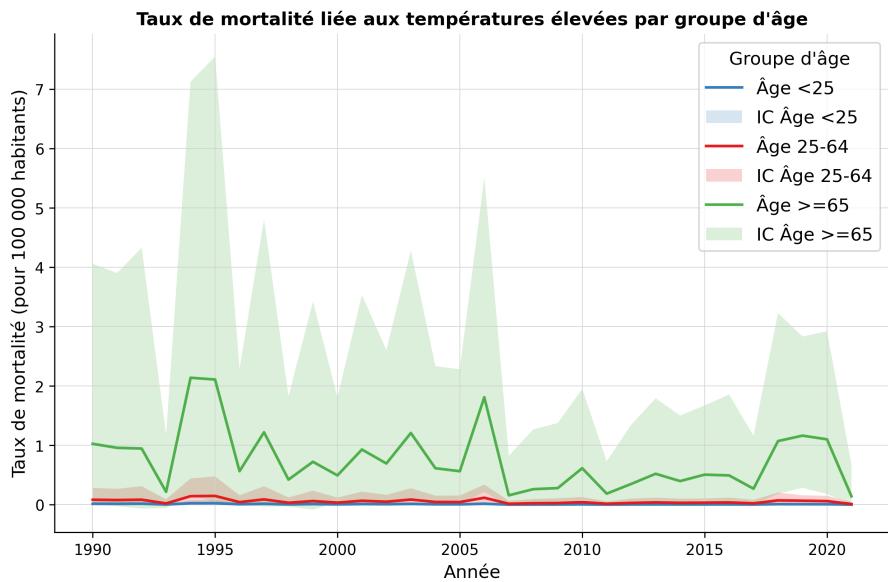


FIGURE 1.23 – Taux de mortalité attribuables aux températures élevées par tranche d’âge (GBD, 2024).

Par ailleurs, les impacts des vagues de chaleur sur la mortalité se révèlent particulièrement significatifs. La Figure 1.24 montre que les épisodes de chaleur extrême, tels que ceux observés en 2006 et en 2018, coïncident avec des pics prononcés de mortalité attribuée à la chaleur. Ces événements soulignent les vulnérabilités accrues des populations face aux changements climatiques.

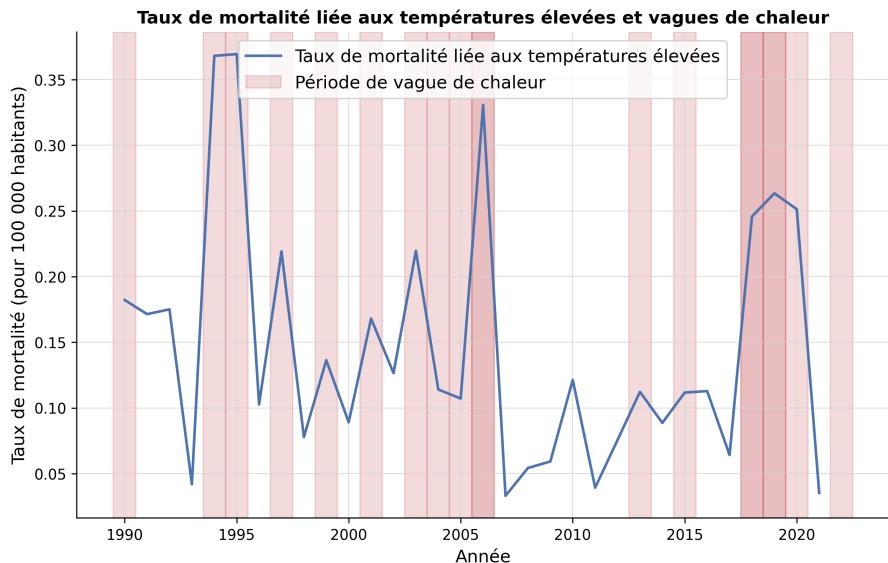


FIGURE 1.24 – Taux de mortalité attribuables aux vagues de chaleur ((GBD, 2024), (KNMI, 2024)).

Les pics les plus marquants observés dans les taux de mortalité liés aux températures élevées sont analysés ci-dessous (voir Annexe E).

1995-1997 : Premières vagues de chaleur importantes. La période 1995-1997 a été marquée par des vagues de chaleur récurrentes. En juillet 1995, une vague de chaleur de 6 jours avec une

température maximale de 32,3 °C a coïncidé avec une augmentation notable des décès liés à la chaleur. De manière similaire, l'été 1997 a vu une vague de chaleur de 9 jours, atteignant une température maximale de 32,1 °C, entraînant un nouveau pic de mortalité. Ces vagues de chaleur ont contribué à des décès dus au stress thermique, à la déshydratation et à l'aggravation de conditions médicales préexistantes, en particulier chez les personnes âgées.

2003 et 2006 : Canicules historiques. L'année 2003 a été marquée par l'une des vagues de chaleur les plus meurtrières de l'histoire européenne. Aux Pays-Bas, une vague de chaleur de 14 jours avec des températures atteignant 35 °C a entraîné une augmentation significative de la mortalité. L'été 2006 a également été exceptionnel avec deux vagues de chaleur, dont une de 16 jours atteignant 35,7 °C. Ces périodes ont enregistré des taux de mortalité élevés liés à la chaleur, mettant en lumière l'impact disproportionné des vagues de chaleur sur les populations âgées.

2018-2019 : Vagues de chaleur prolongées. Les étés 2018 et 2019 ont été marqués par des vagues de chaleur prolongées, avec des températures atteignant respectivement 35,7 °C et 37,5 °C. En 2019, près de 400 décès excédentaires ont été enregistrés durant une vague de chaleur de 6 jours en juillet, selon l'Institut National pour la Santé Publique et l'Environnement néerlandais (RIVM, 2019). Ces événements soulignent le lien direct entre les températures élevées et la mortalité excédentaire, en particulier chez les populations vulnérables.

2020 : Impact combiné des vagues de chaleur et de la pandémie de COVID-19. En 2020, une vague de chaleur de 13 jours atteignant 34,6 °C a coïncidé avec la pandémie de COVID-19, qui a amplifié la mortalité globale. L'épuisement des systèmes de santé et l'aggravation des conditions chroniques dues au stress thermique ont probablement contribué à l'excès de mortalité enregistré cette année-là.

Cette analyse met en lumière le lien étroit entre les vagues de chaleur et les augmentations de la mortalité aux Pays-Bas, en particulier parmi les populations âgées. Les projections du changement climatique suggèrent que la fréquence et l'intensité des vagues de chaleur continueront d'augmenter, soulignant l'importance de la prise en compte des scénarios climatiques dans les projections de mortalité.

Conclusion

Ce chapitre a permis de poser les fondements nécessaires à l'étude des impacts climatiques sur la mortalité aux Pays-Bas. Les analyses démographiques, climatologiques et méthodologiques présentées soulignent les enjeux critiques liés aux températures élevées et à leur interaction avec les dynamiques de population. Ces résultats serviront de cadre analytique et méthodologique pour les modèles développés dans les chapitres ultérieurs, visant à quantifier les impacts des scénarios climatiques sur la mortalité.

Chapitre 2

Ajustement du modèle de Lee-Carter climatique sur les données des Pays-Bas

L'objectif de ce chapitre est de développer et de calibrer un modèle de Lee-Carter adapté aux données des Pays-Bas, en tenant compte des effets spécifiques des variations climatiques sur la mortalité. Le modèle de Lee-Carter, initialement conçu pour modéliser les dynamiques de mortalité en fonction de l'âge et du temps, est ici enrichi par un indicateur climatique permettant de capturer l'impact des températures élevées, un facteur de risque en forte augmentation avec le changement climatique.

Ce chapitre est structuré en plusieurs sections, chacune consacrée à une étape clé de la construction et du calibrage du modèle climatique. La présentation débute par une description du modèle de Lee-Carter classique et de ses adaptations pour intégrer les variations climatiques, en mettant en lumière les modifications conceptuelles nécessaires à la modélisation de l'impact des températures extrêmes. Ensuite, le modèle sélectionné pour la construction de l'indicateur climatique est détaillé, accompagné d'une discussion sur les méthodes de sélection et de calibrage des variables climatiques les plus pertinentes pour anticiper la mortalité liée aux vagues de chaleur.

Le processus de calibrage des autres paramètres du modèle de Lee-Carter climatique est ensuite exposé, en tenant compte des spécificités des données néerlandaises et des tendances démographiques observées. La modélisation de l'adaptation progressive de la population aux températures élevées est également abordée. Cette section décrit les ajustements nécessaires pour refléter une réduction progressive de la sensibilité de la mortalité aux températures, traduisant ainsi l'adaptabilité croissante des populations face aux conditions climatiques changeantes.

En conclusion, ce chapitre fournit un cadre méthodologique rigoureux pour modéliser l'impact des températures hautes sur la mortalité, à travers un modèle de Lee-Carter enrichi et calibré pour répondre aux spécificités des Pays-Bas.

2.1 Présentation du modèle de Lee-Carter climatique

2.1.1 Modèle de Lee-Carter classique

Le modèle de Lee-Carter, introduit par Ronald Lee et Lawrence Carter (Lee et Carter, 1992), est une approche stochastique de la modélisation et de la prévision des taux de mortalité, largement adoptée en démographie, en assurance-vie et pour les projections de longévité. Ce modèle permet de capturer les dynamiques temporelles de la mortalité par âge, en reposant sur une décomposition logarithmique des taux de mortalité.

Le modèle est formulé comme suit :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \epsilon_{x,t}, \quad (2.1)$$

où :

- $\mu_{x,t}$ est le taux de mortalité à l'âge x et pour l'année t ;
- α_x est un paramètre spécifique à l'âge qui capture le niveau moyen de la mortalité, indépendamment des fluctuations temporelles, à chaque âge ;
- κ_t est le facteur temporel dynamique du modèle. Il indique la tendance globale de la mortalité dans le temps. En général, une baisse de κ_t indique une amélioration de la mortalité (c'est-à-dire une diminution des taux de mortalité et une augmentation de la longévité) ;
- β_x est un coefficient de sensibilité, représentant l'impact des fluctuations temporelles de la mortalité sur chaque âge. En d'autres termes, il exprime la réactivité des taux de mortalité par âge aux variations temporelles capturées par κ_t . Par exemple, si β_x est élevé pour les âges avancés, cela signifie que les variations de κ_t affectent plus fortement la mortalité de ces groupes ;
- $\epsilon_{x,t}$ est le terme d'erreur stochastique, supposé de moyenne nulle, qui capture les écarts non expliqués par les autres composantes.

L'estimation des paramètres du modèle s'effectue typiquement par la décomposition en valeurs singulières (SVD), qui minimise la somme des carrés des résidus $\epsilon_{x,t}$ en décomposant la matrice des logarithmes des taux de mortalité. La procédure consiste à :

1. Fixer α_x comme la moyenne de $\ln(\mu_{x,t})$ pour chaque âge x .
2. Effectuer la décomposition SVD pour déterminer β_x et κ_t , en imposant des contraintes pour garantir l'identifiabilité des paramètres (comme $\sum_x \beta_x = 1$ et $\sum_t \kappa_t = 0$).

Une fois les paramètres estimés, le modèle de Lee-Carter peut être utilisé pour prédire les taux de mortalité futurs. La composante κ_t est extrapolée dans le temps à l'aide de modèles de séries temporelles, pour permettre des prévisions futures. Les prévisions de κ_t sont ensuite réintroduites dans l'équation pour estimer les futurs taux de mortalité à chaque âge :

$$\ln(\hat{\mu}_{x,t+k}) = \alpha_x + \beta_x \hat{\kappa}_{t+k}. \quad (2.2)$$

Ce modèle offre une grande flexibilité pour la modélisation de la mortalité, tout en restant relativement simple et intuitif. Sa capacité à décomposer la mortalité en composantes spécifiques aux âges et

en une composante temporelle permet une analyse fine des tendances. Il est particulièrement adapté aux données de mortalité nationales et peut être ajusté à différents contextes démographiques.

Pour l'implémentation du modèle de Lee-Carter classique, les fonctions `fit()` et `forecast()` du package `StMoMo` sous R ont été utilisées, notamment pour l'estimation du paramètre α_x .

2.1.2 Modèle de Lee-Carter climatique

Pour mieux modéliser la mortalité en intégrant les variations climatiques, en particulier les températures élevées, une extension du modèle de Lee-Carter a été proposée dans le mémoire de Valentin Germain (Germain, 2022). Cette extension permet de capturer les effets spécifiques des variables climatiques sur les taux de mortalité, en complément des dynamiques temporelles et des variations par âge déjà représentées par le modèle classique de Lee-Carter.

Le modèle étendu s'exprime ainsi :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \delta_x C_t + \epsilon_{x,t}, \quad (2.3)$$

où :

- α_x conserve sa définition classique du modèle de base ;
- les paramètres κ_t et β_x sont consistants avec ceux du modèle de Lee-Carter classique, mais ne tiennent pas compte de la mortalité spécifique aux températures élevées ;
- C_t représente l'indicateur climatique pour l'année t , quantifiant l'impact de variables telles que la température maximale ;
- δ_x est un paramètre spécifique à l'âge, capturant la sensibilité de la mortalité aux variations climatiques pour chaque âge ;
- $\epsilon_{x,t}$ est le terme d'erreur stochastique, supposé de moyenne nulle, qui capture les écarts non expliqués par les autres composantes.

L'estimation des paramètres de ce modèle a débuté par la détermination du terme α_x , représentant la structure moyenne de la mortalité par âge. Ce paramètre a été estimé à l'aide du modèle classique de Lee-Carter, car il dépend uniquement de l'âge et n'est pas directement influencé par les variables climatiques.

Ensuite, l'indicateur climatique C_t a été calibré en explorant divers modèles pour identifier celui offrant la meilleure adéquation aux données disponibles (voir section 2.2). Le paramètre δ_x , qui ajuste l'effet des variables climatiques sur la mortalité à chaque âge, a ensuite été déterminé via un algorithme de minimisation.

Enfin, les paramètres β_x et κ_t ont été estimés par une décomposition en valeurs singulières (SVD). La méthodologie détaillée de détermination des paramètres du modèle de Lee-Carter climatique est décrite dans la section 2.3. Ce modèle climatique enrichi permet ainsi de prendre en compte l'impact de l'indicateur C_t sur la mortalité, en complément des effets temporels globaux représentés par κ_t .

2.2 Construction de l'indicateur climatique

Cette section propose une présentation de la méthodologie initiale développée dans le cadre du mémoire de Valentin Germain (Germain, 2022), suivie des résultats de son application aux données des Pays-Bas. Une exploration d'autres modèles de calibrage possibles est ensuite réalisée. La discussion des résultats du modèle final retenu est présentée dans la partie 2.3.2.

2.2.1 Modèle de régression linéaire

Présentation du modèle

Dans la méthodologie initiale proposée en 2022 (Germain, 2022), un modèle de régression linéaire a été employé pour construire l'indicateur climatique, dans le but de capturer la relation entre les taux de mortalité attribuables aux températures élevées et diverses variables climatiques, telles que le nombre de jours excédant certains seuils de température. Le processus de sélection des variables s'appuie sur une approche *stepwise* avec élimination régressive (*backward elimination*), qui optimise le modèle en minimisant le critère d'information d'Akaike (AIC). Cette technique consiste, en partant d'un modèle complet avec toutes les variables explicatives, à retirer de manière itérative les prédicteurs les moins significatifs, dans le but d'optimiser le critère AIC.

Formellement, le modèle de régression linéaire multiple est écrit comme suit :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \epsilon, \quad (2.4)$$

où y est la variable dépendante, x_1, \dots, x_p sont les prédicteurs, β_0 est l'ordonnée à l'origine, β_1, \dots, β_p sont les coefficients de régression, et ϵ est le terme d'erreur.

La fonction de coût de l'AIC est définie par :

$$\text{AIC} = 2k - 2 \ln(L), \quad (2.5)$$

où k est le nombre de paramètres estimés dans le modèle, permettant de pénaliser la complexité des modèles, et L désigne la vraisemblance maximale, représentant la probabilité que le modèle ajusté reproduise les données observées. Plus L est élevé, meilleur est l'ajustement.

L'AIC permet ainsi de sélectionner le modèle offrant le meilleur compromis entre précision et parcimonie. Le modèle final retenu est celui qui minimise l'AIC, garantissant ainsi une représentation optimale de la relation entre les variables climatiques et la mortalité liée aux épisodes de chaleur.

Implémentation et résultats

Pour l'implémentation de ce modèle de régression linéaire sous R, la fonction `lm()` est utilisée pour ajuster un modèle linéaire reliant le taux de mortalité attribué aux températures élevées aux différentes variables climatiques disponibles dans la base de données des Pays-Bas. Cette fonction permet de prédire la variable dépendante, représentant le taux de mortalité lié à la chaleur, en fonction de

l'ensemble des variables explicatives initialement sélectionnées. La liste des variables climatiques est détaillée en annexe D. Afin d'optimiser la structure du modèle et de réduire la dimensionnalité, une fonction personnalisée est ensuite appliquée pour sélectionner les variables climatiques les plus significatives. Cette sélection repose sur le critère d'information d'Akaike (AIC), permettant de conserver uniquement les prédicteurs les plus pertinents de la mortalité.

Une fois les variables les plus influentes identifiées, un modèle linéaire final est ajusté en utilisant uniquement ces variables pertinentes, afin de renforcer la précision et l'interprétabilité des résultats.

Dans le cadre de cette régression linéaire, les deux variables climatiques les plus significatives sélectionnées par le modèle sont le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) et la moyenne estivale des températures minimales journalières (TNMOY). Ces deux indicateurs ont été identifiés comme ayant un effet potentiel sur le taux de mortalité attribuable aux températures élevées. En comparaison, pour la France, les variables climatiques les plus pertinentes retenues par le modèle étaient le nombre de jours où la température maximale dépasse 35 °C (JX35) et le nombre de jours où elle dépasse 40 °C (JX40). Cette différence dans le choix des variables reflète des caractéristiques climatiques et des seuils de tolérance thermique spécifiques à chaque pays, soulignant l'importance d'adapter les modèles aux contextes locaux.

Les résultats pour les Pays-Bas montrent que le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C est hautement significatif (p-valeur associée extrêmement faible de $4,86 \times 10^{-10}$), indiquant que la fréquence des jours de forte chaleur a un impact significatif sur le taux de mortalité. Ce résultat suggère que les périodes de chaleur intense jouent un rôle majeur dans l'augmentation de la mortalité attribuable aux températures élevées, comme le reflète le haut niveau de significativité.

En revanche, les moyennes estivales des températures minimales journalières n'ont pas d'effet statistiquement significatif sur le taux de mortalité dans ce modèle (p-valeur de 0,52). Ce résultat indique que les températures minimales estivales n'influencent pas de manière substantielle les variations du taux de mortalité attribuables aux chaleurs extrêmes dans le cadre de ce modèle.

Le modèle présente un coefficient de détermination multiple (R^2) de 0,7968, indiquant qu'environ 79,7% de la variance observée dans le taux de mortalité est expliquée par les deux variables sélectionnées.

En résumé, le modèle de régression linéaire montre que le nombre de jours de chaleur extrême (dépassant 30 °C) est un déterminant essentiel du taux de mortalité lié aux températures élevées, tandis que les moyennes estivales des températures minimales n'ont pas d'impact significatif dans ce contexte.

Bien que ce modèle présente plusieurs avantages, notamment en termes de simplicité d'implémentation et d'interprétabilité, il impose une relation linéaire entre les variables explicatives et le taux de mortalité lié aux températures élevées, sans tenir compte de la multicolinéarité entre celles-ci.

2.2.2 Modèle de régression Lasso

Présentation du modèle

La régression Lasso (*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*) est une méthode de régression pénalisée qui vise à réduire la complexité du modèle tout en sélectionnant les variables les plus pertinentes. Cette approche introduit une pénalisation fondée sur la norme ℓ_1 , qui correspond à la

somme des valeurs absolues des coefficients, afin de contraindre certains d'entre eux à être égaux à zéro, ce qui facilite la sélection des variables.

La fonction de coût de la régression Lasso est définie par l'expression suivante :

$$\min_{\beta_0, \beta} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right\}, \quad (2.6)$$

où :

- **Premier terme** ($\sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2$) : Ce terme correspond à la somme des carrés des résidus, qui mesure la différence entre les valeurs observées y_i et les valeurs prédites par le modèle $\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij}$. Il évalue la capacité du modèle à ajuster les données. β_0 représente l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire la valeur prédite de y lorsque toutes les variables explicatives x_j sont nulles. Les coefficients $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ quantifient l'impact de chaque prédicteur x_j sur la variable dépendante y . Dans la régression Lasso, certains de ces coefficients peuvent être réduits à zéro, ce qui simplifie le modèle en conservant uniquement les variables les plus influentes.
- **Deuxième terme** ($\lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|$) : Ce terme représente la pénalité imposée à la somme des valeurs absolues des coefficients de régression β_j , où λ est le paramètre de régularisation, permettant de contrôler le compromis entre la qualité de l'ajustement du modèle aux données et la simplicité du modèle. Lorsque λ est proche de zéro, le modèle Lasso se rapproche de la régression linéaire classique, car la pénalisation devient négligeable. À l'inverse, des valeurs élevées de λ augmentent la pénalisation, ce qui conduit à un modèle plus parcimonieux avec un nombre réduit de variables explicatives.

La régression Lasso permet de réduire le risque de surajustement (*overfitting*) en imposant une contrainte sur les coefficients de régression, limitant ainsi la complexité du modèle. Grâce à sa capacité à effectuer une sélection automatique des variables, elle est particulièrement utile lorsque le nombre de prédicteurs est élevé ou lorsque certaines variables n'ont qu'un faible impact sur la variable à prédire. Le modèle retenu après ajustement est ainsi plus interprétable et mieux adapté aux données, tout en évitant l'utilisation de variables superflues.

Implémentation et résultats

L'implémentation du modèle de régression Lasso en R a été réalisée à l'aide de la fonction `cv.glmnet()` du package `glmnet`, qui ajuste un modèle de régression pénalisée tout en optimisant le paramètre de régularisation λ par validation croisée. Dans ce cadre, la valeur $\alpha = 1$ a été spécifiée pour appliquer une pénalisation de type Lasso, et la standardisation des variables a été désactivée (argument `standardize = FALSE`) afin de préserver l'échelle originale des prédicteurs.

L'algorithme de validation croisée a permis de déterminer la valeur optimale de λ , égale à $8,86 \times 10^{-8}$, minimisant ainsi l'erreur de prédiction.

Les résultats montrent que le modèle a retenu quatre variables climatiques comme étant significatives pour la prédiction de la mortalité attribuable aux températures élevées :

- le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) ;

- le nombre de jours consécutifs où la température maximale dépasse 25 °C (JC25) ;
- la durée d'ensoleillement (INST), calculée à partir de la radiation globale ;
- la quantité de précipitations (RR).

Les coefficients associés à ces variables indiquent l'importance relative de chaque prédicteur dans le modèle. Par exemple, le coefficient pour le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) est le plus élevé, suggérant que cette variable a un impact notable sur la mortalité.

Le modèle Lasso a obtenu une erreur quadratique moyenne (*Mean Squared Error*, MSE) de $1,45 \times 10^{-13}$ et un coefficient de détermination (R^2) de 0,8333, ce qui reflète une bonne capacité explicative. Ce niveau de précision montre que le modèle est bien adapté aux données, tout en étant parcimonieux grâce à la sélection automatique des variables réalisée par le Lasso.

2.2.3 Modèle de régression régularisée Elastic-Net

Présentation du modèle

Le modèle *Elastic-Net* est une généralisation de la régression Lasso et de la régression Ridge, combinant les deux types de pénalisation. Il introduit une pénalisation mixte basée sur les normes ℓ_1 et ℓ_2 . Tandis que la norme ℓ_1 correspond à la somme des valeurs absolues des coefficients, favorisant la sélection de variables, la norme ℓ_2 , qui correspond à la somme des carrés des coefficients, pénalise les grandes valeurs pour encourager une régularisation globale. Cette combinaison permet au modèle de conserver les avantages des deux approches.

La fonction de coût de l'*Elastic-Net* est donnée par :

$$\min_{\beta_0, \beta} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 + \lambda \left[\alpha \sum_{j=1}^p |\beta_j| + \frac{1-\alpha}{2} \sum_{j=1}^p \beta_j^2 \right] \right\}, \quad (2.7)$$

où λ est le paramètre de régularisation global et α contrôle le compromis entre la pénalisation Lasso (ℓ_1) et Ridge (ℓ_2).

Implémentation et résultats

Dans l'implémentation du modèle *Elastic Net*, une série de valeurs de α allant de 0 à 1, par incrément de 0,1, a été testée afin d'identifier le compromis optimal entre les pénalités Lasso (ℓ_1) et Ridge (ℓ_2). Pour chaque valeur de α , le modèle a été ajusté à l'aide d'une validation croisée en 10 sous-échantillons, permettant de sélectionner le paramètre de régularisation λ qui minimise l'erreur de validation croisée. Après avoir parcouru toutes les valeurs de α , le modèle présentant le R^2 le plus élevé a été retenu. Cette démarche a permis d'identifier une valeur optimale de α égale à 0,9, indiquant un modèle davantage orienté vers le Lasso, tout en intégrant une légère régularisation Ridge pour mieux gérer la multicolinéarité.

Le modèle final a sélectionné deux variables climatiques significatives pour prédire la mortalité attribuable aux températures élevées :

- le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) ;
- le nombre de jours consécutifs où la température maximale dépasse 25 °C (JC25).

Ces prédicteurs suggèrent que les périodes prolongées de chaleur intense, ainsi que la fréquence des journées de chaleur extrême, sont fortement associées à une augmentation de la mortalité.

Le modèle *Elastic Net* a obtenu une erreur quadratique moyenne (MSE) de $1,69 \times 10^{-13}$ et un coefficient de détermination (R^2) de 0,8332. Cette performance élevée indique que le modèle *Elastic Net* fournit un bon équilibre entre précision prédictive et complexité de modélisation. L'ajout d'une légère pénalité Ridge a permis de limiter le surajustement tout en se concentrant sur les prédicteurs les plus pertinents, en adéquation avec l'objectif du modèle visant à capturer les impacts climatiques significatifs sur la mortalité.

2.2.4 Modèle de régression sur les composantes principales (PCR)

Présentation du modèle

La régression sur les composantes principales (PCR) est une méthode qui combine l'analyse en composantes principales (ACP) avec la régression linéaire. L'ACP est utilisée pour réduire la dimensionnalité des données, en projetant les variables prédictives initiales sur un ensemble de composantes principales orthogonales qui capturent la plus grande variabilité des données.

Le processus de PCR se déroule en deux étapes principales :

1. **Calcul des composantes principales** : Les composantes principales Z_1, Z_2, \dots, Z_m sont calculées à partir des prédicteurs X_1, X_2, \dots, X_p . Les variables initiales \mathbf{X} (de dimension $n \times p$) sont transformées en une nouvelle matrice \mathbf{Z} (de dimension $n \times m$), où chaque composante principale Z_j est une combinaison linéaire des prédicteurs X_1, \dots, X_p . Ces composantes principales sont ordonnées de manière à ce que Z_1 capture la plus grande variance, Z_2 la seconde, et ainsi de suite.
2. **Régression sur les composantes principales** : Une fois les composantes principales calculées, une régression linéaire de la variable dépendante y est effectuée sur ces composantes principales Z_1, Z_2, \dots, Z_m . Cela permet de construire un modèle de régression simplifié en utilisant seulement les composantes principales qui capturent l'essentiel de la variabilité des données.

Formellement, si \mathbf{X} est la matrice des variables explicatives de dimension $n \times p$, et \mathbf{Z} est la matrice des m premières composantes principales obtenues par transformation de \mathbf{X} , alors la régression s'écrit :

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_j + \epsilon, \quad (2.8)$$

où :

- β_0 est l'ordonnée à l'origine ;
- β_j représente le coefficient associé à la composante principale Z_j ;
- ϵ est le terme d'erreur.

Implémentation et résultats

Pour l'implémentation de ce modèle, la fonction `pcr()` du package `pls` sous R a été utilisée. La sélection du nombre optimal de composantes a été réalisée à l'aide de la fonction `selectNcomp()` avec la méthode "onesigma", qui applique une règle visant à choisir le plus petit nombre de composantes permettant de maintenir la variance expliquée proche de celle du modèle complet, tout en réduisant le risque de surajustement.

La Figure 2.1 illustre la variance cumulée expliquée par les prédicteurs et la réponse en fonction du nombre de composantes. Cette représentation met en évidence qu'environ 100% de la variance des prédicteurs est atteinte avec seulement deux composantes, tandis que la variance de la réponse continue d'augmenter légèrement avec l'ajout de nouvelles composantes, atteignant environ 79,89% avec quatre composantes. La Figure 2.2 montre également le critère de sélection du nombre de composantes selon la méthode `onesigma`, indiquant que le nombre optimal de composantes est de quatre.

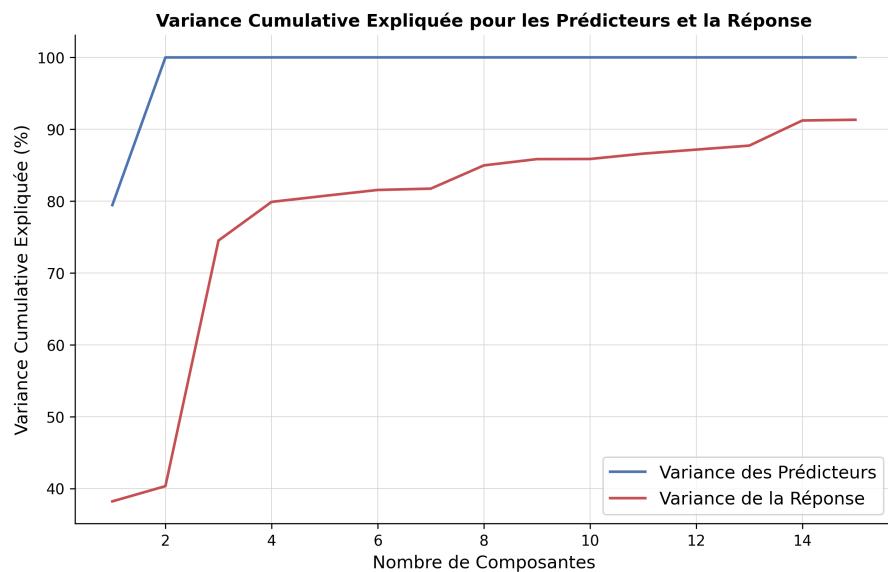


FIGURE 2.1 – Variance cumulative expliquée pour les prédicteurs et la réponse en fonction du nombre de composantes.

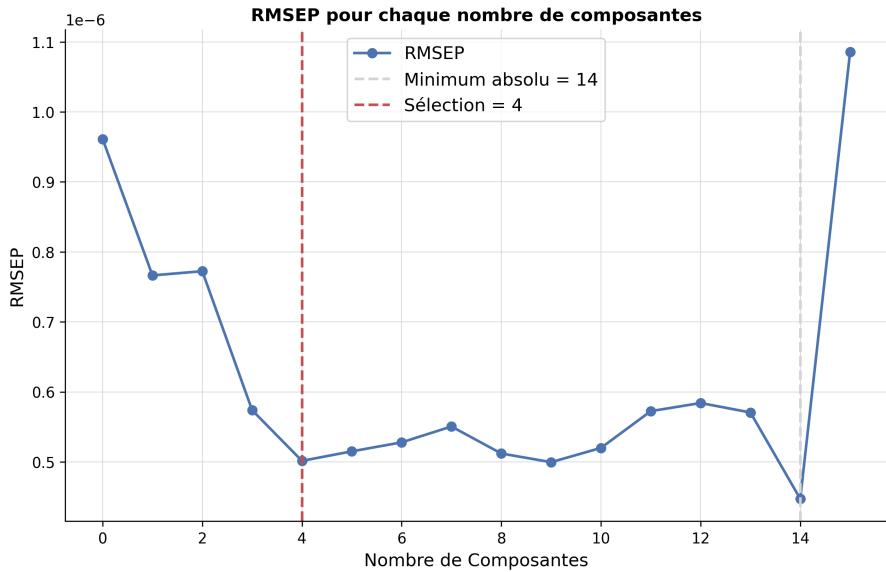


FIGURE 2.2 – Sélection du nombre optimal de composantes avec la méthode `onesigma`.

En conclusion, le choix optimal du nombre de composantes pour le modèle PCR est de quatre. Avec cette configuration, le modèle présente une erreur quadratique moyenne (MSE) de $1,74 \times 10^{-13}$ et un coefficient de détermination (R^2) de 0,7989, indiquant une capacité de prédiction satisfaisante avec un modèle parcimonieux.

2.2.5 Modèle additif généralisé (GAM)

Présentation du modèle

Le modèle additif généralisé (*GAM*) est une extension des modèles de régression linéaire qui permet de capturer des relations non linéaires entre les prédicteurs (variables explicatives) et la variable dépendante. Contrairement à un modèle de régression linéaire classique, qui suppose une relation linéaire entre chaque prédicteur x_j et la réponse y , le *GAM* modélise ces relations de manière flexible à l'aide de fonctions non paramétriques, telles que les splines. Cela le rend particulièrement adapté pour modéliser des relations complexes qui ne peuvent pas être correctement capturées par des modèles linéaires.

La formule générale d'un *GAM* est la suivante :

$$g(\mathbb{E}(y)) = \beta_0 + f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_p(x_p), \quad (2.9)$$

où :

- g est la fonction de lien, qui relie la moyenne de la variable dépendante $\mathbb{E}(y)$ à la somme des fonctions de lissage ;
- β_0 est l'ordonnée à l'origine, représentant la valeur moyenne de la variable réponse lorsque toutes les fonctions f_j sont nulles ;
- $f_j(x_j)$ sont des fonctions de lissage non paramétriques appliquées aux prédicteurs x_j . Ces fonctions permettent de modéliser la relation entre chaque prédicteur x_j et la variable dépendante

de manière flexible, sans imposer une forme prédéfinie (comme la linéarité). Les splines sont souvent utilisées pour ces fonctions de lissage, car elles permettent de capturer des courbes douces tout en évitant le surajustement.

Pour les fonctions de lissage, des splines à plaque mince avec pénalisation (*thin plate splines, TPS*) sont souvent utilisées. Ces splines constituent une méthode particulièrement puissante pour modéliser des relations non linéaires complexes entre les prédicteurs et la variable de réponse.

Les splines à plaque mince fonctionnent en minimisant une mesure de déformation ou de "courbure" de la surface lissée qui relie les données, tout en s'adaptant à la structure des observations. Leur nom provient de leur origine en géométrie, où elles modélisent une fine plaque métallique déformée par des contraintes appliquées à des points spécifiques (les données). Mathématiquement, la spline minimise une combinaison de deux termes :

1. Erreur d'ajustement : elle mesure la fidélité des splines aux données observées ;
2. Courbure de la surface : elle pénalise les oscillations excessives en imposant un lissage.

La fonction de base des splines à plaque mince est radiale et dépend de la distance entre deux points (r), souvent exprimée comme :

$$\phi(r) = r^2 \ln(r), \quad (2.10)$$

où r est la distance euclidienne. Cela permet de définir une surface lisse passant au plus près des points observés tout en maintenant une transition fluide entre les valeurs.

Contrairement aux splines classiques (comme les splines cubiques), les splines à plaque mince :

- Ne nécessitent pas de spécification manuelle des noeuds : les noeuds sont choisis automatiquement en fonction des données ;
- Sont adaptées à des données multidimensionnelles : elles s'étendent facilement à des relations impliquant plusieurs variables explicatives.

La pénalisation est essentielle pour contrôler la complexité du modèle. Elle est introduite via un paramètre (λ) qui équilibre l'ajustement et le lissage. Une valeur élevée de λ favorise une surface plus lisse (moins flexible), tandis qu'une valeur faible permet à la spline de suivre de près les données (au risque de surajustement). La pénalisation agit également comme un mécanisme de régularisation, en réduisant la contribution des dimensions ou prédicteurs peu informatifs, ce qui améliore la parcimonie du modèle.

En résumé, les splines à plaque mince avec pénalisation adaptent automatiquement leur structure à la distribution des données tout en limitant la complexité pour éviter le surajustement. Cette flexibilité les rend idéales pour modéliser des relations non linéaires dans des modèles comme les GAMs, qui exploitent ces outils pour modéliser des relations non linéaires tout en maintenant un cadre additif et interprétable.

Le principal atout des *GAM* réside dans leur capacité à modéliser des relations non linéaires entre les prédicteurs et la variable dépendante tout en conservant un cadre additif. Cela signifie que chaque prédicteur x_j peut avoir une relation propre et potentiellement complexe avec y , représentée par la fonction f_j . Cependant, l'effet de chaque prédicteur est ajouté de manière additive au modèle, ce qui permet d'interpréter individuellement l'impact de chaque variable sur la réponse.

La fonction de lien g est choisie en fonction de la nature de la variable réponse y . Par exemple :

- Si y suit une distribution normale, une fonction de lien identitaire ($g(y) = y$) est généralement utilisée ;
- Si y est une variable binaire (comme dans les modèles logistiques), une fonction de lien logit ($g(y) = \ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$) est utilisée ;
- Si y suit une distribution de Poisson (par exemple, pour modéliser des données de comptage), une fonction de lien logarithmique ($g(y) = \ln(y)$) est utilisée.

Implémentation et résultats

L'implémentation du modèle additif généralisé (GAM) pour modéliser la relation entre le taux de mortalité attribuable aux températures élevées et les variables climatiques a été effectuée à l'aide de la fonction `gam()` du package `mgcv` sous R. Ce package permet de construire des modèles flexibles en intégrant des fonctions de lissage, essentielles pour capturer les relations non linéaires entre les prédicteurs et la variable de réponse. Dans le modèle étudié, les variables climatiques les plus significatives identifiées par validation croisée ont été incluses : le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30), la moyenne des températures moyennes (TMMOY) et la moyenne des températures minimales (TNMOY). Le nombre de jours où la température dépasse 25 °C (JX25) a été écarté, car redondant en présence de la variable relative à une température maximale excédant 30 °C.

Le critère de pénalisation, basé sur la Validation Croisée Généralisée (GCV), assure un équilibre entre ajustement et parcimonie en minimisant une version ajustée de l'erreur quadratique moyenne. Les prédicteurs ayant une faible influence sont ainsi ajustés vers zéro, permettant d'identifier les variables les plus pertinentes sans intervention manuelle. Grâce à cette approche, le modèle capture efficacement les interactions non linéaires entre les températures climatiques, en accordant une pondération plus élevée aux variables les plus influentes.

Afin de modéliser les interactions entre ces variables fortement corrélées (voir Figure 2.3) , l'utilisation d'un produit tensoriel lisse (*tensor product smooth*, `te()`) a été privilégiée. Cette méthode offre une approche multidimensionnelle pour les lissages. Ce type de lissage, utilisant une base spline à plaque mince avec pénalisation (`bs = "ts"`), permet de capturer les effets conjoints et complexes des températures maximales, moyennes et minimales, sans supposer leur indépendance. La pénalisation adaptative intégrée dans `mgcv` impose une réduction des degrés de liberté pour chaque dimension du produit tensoriel, en fonction de leur contribution réelle au modèle, ce qui limite le surajustement et exclut les variables non informatives de manière automatique.

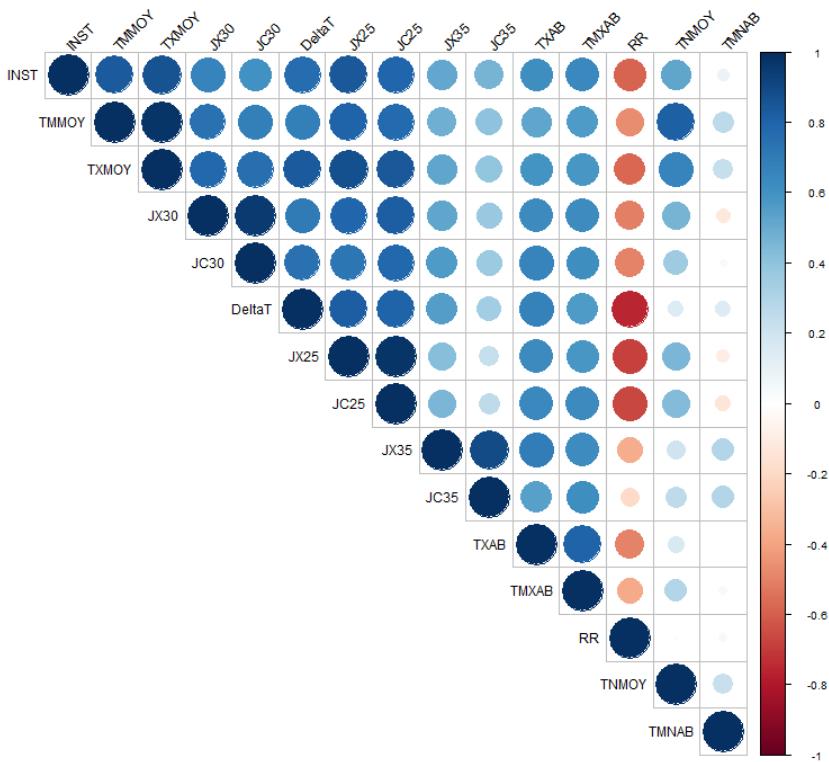


FIGURE 2.3 – Matrice de corrélation entre les variables climatiques.

Les résultats montrent que le terme de lissage tensoriel appliqué aux variables climatiques moyennes (TMMOY), minimales (TNMOY) et au nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) présente des degrés de liberté effectifs (edf) de 13,28. Ce niveau élevé de liberté suggère une relation complexe et non linéaire entre ces variables et la mortalité, offrant une flexibilité accrue pour capturer les interactions entre les prédicteurs. Le modèle atteint ainsi un équilibre entre flexibilité et interprétabilité, avec un nombre de degrés de liberté de référence de 32, tout en se limitant à un edf de 13,28.

L’analyse statistique confirme la significativité du lissage tensoriel, avec une statistique F de 6,57 et une valeur p associée inférieure à 0,001. Cela signifie que l’effet combiné des trois prédicteurs (températures moyenne, minimale et nombre de jours de chaleur extrême) est significatif pour expliquer la mortalité, indiquant un impact statistiquement important de ces interactions sur la mortalité attribuable aux températures élevées.

Le modèle final présente une forte capacité explicative, avec une déviance expliquée de 92,61 %, soulignant ainsi la robustesse de l’ajustement et la pertinence des variables sélectionnées. En conclusion, l’utilisation du GAM avec le produit tensoriel lisse constitue une solution robuste pour modéliser les effets conjoints des variables climatiques corrélées, en maintenant un équilibre entre flexibilité et interprétabilité. Cette approche adaptative par pénalisation s’avère particulièrement efficace pour identifier les facteurs climatiques les plus influents sans surcharger le modèle.

2.3 Calibrage du modèle

Cette section expose la méthodologie adoptée pour estimer les différents paramètres du modèle de Lee-Carter climatique.

2.3.1 Détermination du paramètre spécifique à l'âge

Le paramètre α_x représente le taux de mortalité de base spécifique à l'âge. Ce paramètre est essentiel dans les modèles de mortalité, car il capture le niveau moyen de la mortalité à chaque âge indépendamment des variations temporelles. Autrement dit, α_x reflète la structure de mortalité par âge en l'absence de tendances temporelles.

Ce paramètre est calculé comme la moyenne des logarithmes des taux de mortalité à l'âge x sur l'ensemble des années étudiées, ce qui permet de lisser les variations annuelles et de fournir une estimation plus stable du niveau de mortalité de base pour chaque âge. L'utilisation du logarithme des taux de mortalité, plutôt que des taux eux-mêmes, facilite l'interprétation des variations relatives des taux de mortalité et permet d'assurer une linéarité accrue dans les modèles de mortalité.

Dans ce modèle, α_x est calibré par tranche d'âge c_i , selon la formule suivante :

$$\alpha_{c_i} = \frac{1}{n} \sum_t \log(\mu_{c_i,t}), \quad (2.11)$$

où n désigne le nombre d'années étudiées, $\mu_{c_i,t}$ correspond au taux de mortalité pour la tranche d'âge c_i à l'année t , et $c_i \in \{[0, 24], [25, 64], [65, 94]\}$ représente les différentes tranches d'âge analysées.

Cette formule fournit une estimation du taux de mortalité de base qui sert de référence pour analyser les fluctuations annuelles et les effets exogènes, tels que les facteurs climatiques.

Le paramètre α_{c_i} est déterminé en utilisant la fonction `fit()` du package `StMoMo` de R. Les résultats par tranche d'âge sont présentés dans la Figure 2.4.

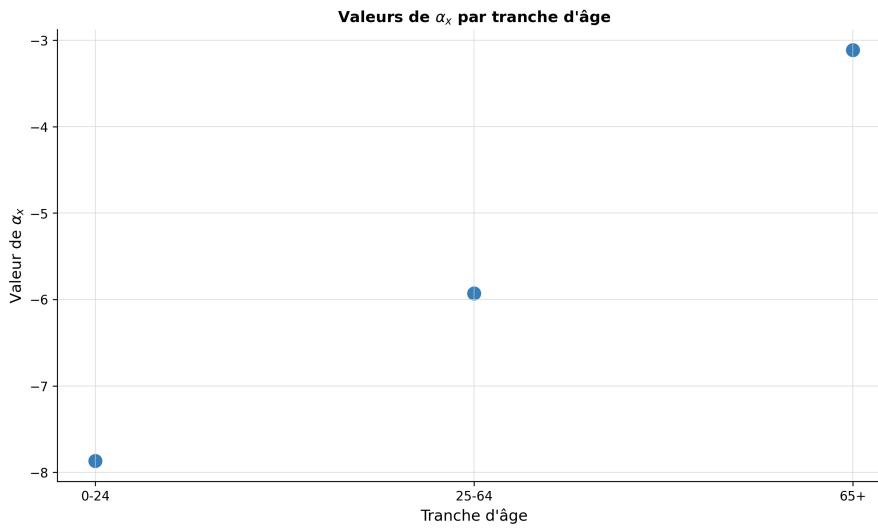


FIGURE 2.4 – Calibrage du paramètre α_{c_i} par groupe d’âge.

Les valeurs du paramètre α_{c_i} augmentent avec l’âge, conformément aux modèles standards d’espérance de vie où les taux de mortalité s’accroissent à mesure que l’âge augmente.

2.3.2 Détermination de l’indicateur climatique et de son facteur de sensibilité à l’âge

Afin de construire l’indicateur climatique, plusieurs approches statistiques ont été évaluées (voir section 2.2). La Table 2.1 présente les principaux indicateurs de performance des modèles testés, notamment le R^2 , le MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*), l’AIC (*Akaike Information Criterion*), ainsi que les variables sélectionnées par chaque modèle. Cette comparaison permet d’identifier le modèle le plus adapté pour capturer les dynamiques sous-jacentes entre les variables climatiques et la mortalité attribuable à la chaleur.

TABLE 2.1 – Comparaison des indicateurs de performance des modèles testés.

Modèle	R^2	MAPE (%)	AIC	Variables sélectionnées
Régression linéaire	0,7968	28,99	-843	JX30, TNMOY
Régression Lasso	0,8333	22,53	-849	JX30, JC25, INST, RR
Régression <i>Elastic Net</i>	0,8332	27,51	-848	JX30, JC25
PCR <i>Optimal</i>	0,7989	23,52	-843	Toutes (décomposées)
GAM	0,9261	16,66	-877	JX30, TMMOY, TNMOY

Les résultats montrent que le modèle GAM se distingue des autres méthodes par une performance nettement supérieure, avec un R^2 de 0,9261, un MAPE de 16,66 et un AIC de -877, indiquant à la fois une forte capacité explicative, une précision acceptable et une parcimonie satisfaisante. En comparaison, le modèle de régression linéaire et le modèle de régression par composantes principales

(PCR) affichent des performances plus modestes, avec des valeurs de R^2 respectives de 0,7968 et 0,7989. Bien que le modèle *Elastic Net* affiche un R^2 compétitif (0,8332), son AIC et son MAPE (27,51) restent supérieurs à ceux du GAM, ce qui suggère une moindre précision dans la prévision.

Le choix du modèle GAM s'explique non seulement par ses indicateurs de performance, mais aussi par sa capacité à gérer les relations non linéaires complexes et les effets d'interaction potentiels entre les variables climatiques corrélées. En effet, les variables sélectionnées, à savoir le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30), la moyenne estivale des températures journalières moyennes (TMMOY), et des températures journalières minimales (TNMOY) présentent des interdépendances inhérentes, rendant difficile leur interprétation individuelle dans un modèle linéaire traditionnel. Le modèle GAM, en intégrant un produit tensoriel lisse, permet de capturer ces interactions sans hypothèse d'indépendance, et de modéliser les effets conjoints de manière flexible.

En raison de la nature hautement corrélée des variables climatiques, le modèle GAM avec lissage tensoriel est mieux adapté pour saisir les dynamiques de covariation qui influencent la mortalité attribuable aux températures extrêmes. Les techniques de pénalisation intégrées au modèle assurent également que seuls les effets pertinents sont retenus, minimisant ainsi le risque de surajustement.

Pour illustrer la qualité de l'ajustement du modèle GAM, la Figure 2.5 présente l'indicateur climatique généré par le modèle en comparaison avec les taux de mortalité observés liés aux températures élevées. Cet indicateur climatique sera projeté dans le chapitre suivant afin de servir de variable explicative dans le modèle climatique global basé sur l'approche de Lee-Carter.

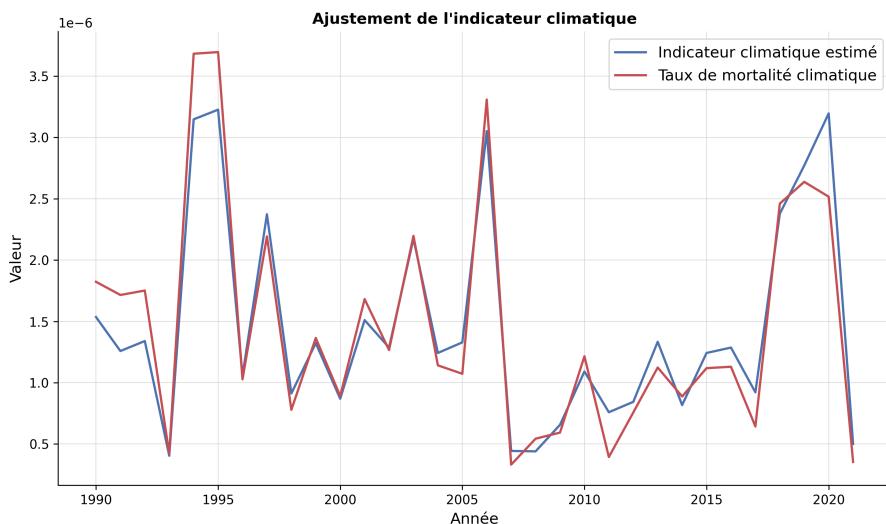


FIGURE 2.5 – Ajustement de l'indicateur climatique avec les taux de mortalité attribuables aux températures élevées selon le modèle GAM.

Pour évaluer la validité du modèle additif généralisé (GAM), des tests statistiques ont été effectués sur les résidus afin de vérifier les hypothèses de normalité, d'indépendance et de distribution des erreurs. Les résultats de ces tests sont détaillés ci-dessous :

- Le graphique de l'auto-corrélation des résidus (ACF, voir Figure 2.6) montre que les résidus ne présentent pas de corrélations significatives pour les *lags*, indiquant que les erreurs sont indépendantes dans le temps, ce qui satisfait l'hypothèse d'indépendance des résidus. Cette absence de structure dans les résidus suggère que le modèle capture bien les relations temporelles

des données climatiques ;

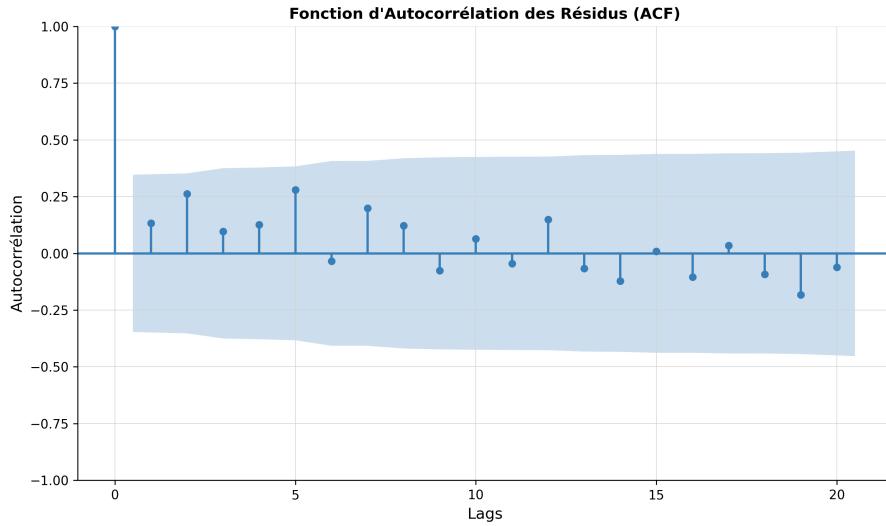


FIGURE 2.6 – ACF des résidus du modèle GAM.

- L'histogramme des résidus (voir Figure 2.7) révèle une distribution centrée autour de zéro avec une forme globalement symétrique, conforme aux attentes pour des résidus de modèle. Ce résultat est en faveur de l'hypothèse de normalité, indiquant que les écarts entre les valeurs observées et les valeurs prédites suivent une distribution normale ;

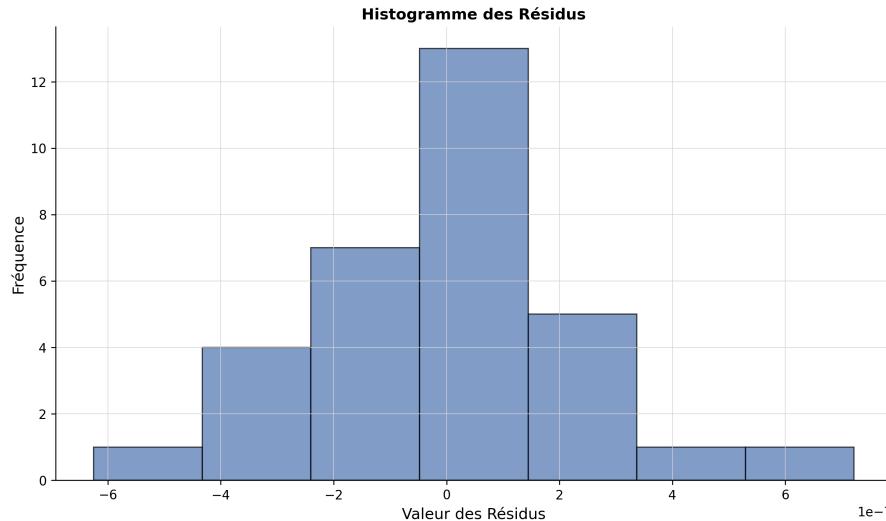


FIGURE 2.7 – Histogramme des résidus du modèle GAM.

- Enfin, le Q-Q plot des résidus (voir Figure 2.8) confirme la normalité des erreurs : les points suivent globalement la droite de normalité, bien que quelques valeurs extrêmes s'en écartent légèrement en queue de distribution. Cela confirme que les résidus se comportent de manière proche de la normalité, renforçant ainsi la validité des prédictions du modèle.

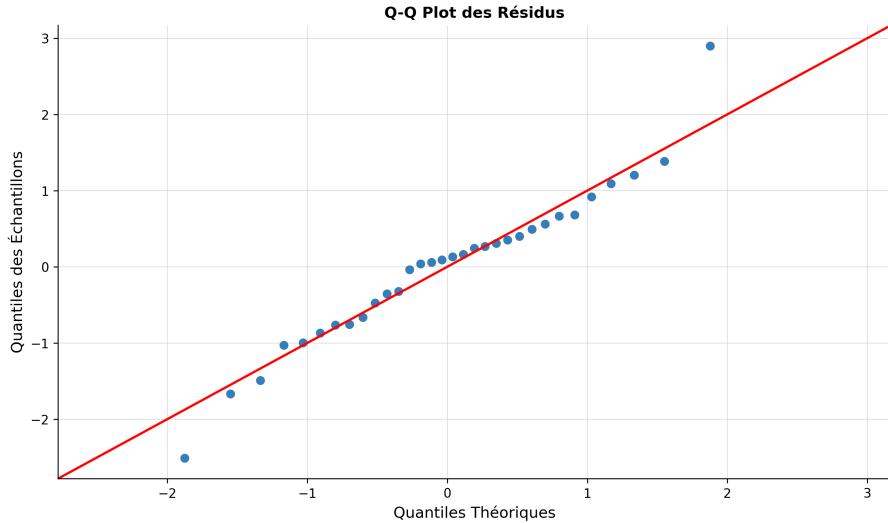


FIGURE 2.8 – Q-Q plot des résidus du modèle GAM.

En résumé, les tests statistiques et visuels réalisés sur les résidus soutiennent la pertinence et la robustesse du modèle GAM pour modéliser la relation entre la mortalité et les variables climatiques. Ces analyses valident les hypothèses sous-jacentes du modèle, indiquant une bonne adéquation entre les prédictions et les données observées.

Le facteur de sensibilité climatique, δ_{c_i} , est ajusté par une minimisation pondérée visant à capturer l'impact des pics de mortalité liés aux températures élevées. Cette procédure attribue un poids accru aux périodes caractérisées par des pics élevés dans les taux de mortalité attribuables à la chaleur, afin de mieux représenter les effets extrêmes dans l'estimation de δ_{c_i} . Le facteur de pondération ou poids, noté w_{c_i} , est déterminé à l'aide de l'équation suivante :

$$\omega_{c_i,t} = \begin{cases} 10 \times \left| \frac{\mu_{c_i,t}^{\text{HT}}}{\mu_{c_i,t-1}^{\text{HT}}} \right| & \text{si pic détecté,} \\ 1 \times \left| \frac{\mu_{c_i,t}^{\text{HT}}}{\mu_{c_i,t-1}^{\text{HT}}} \right| & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.12)$$

Les taux amplifiés sont illustrés dans la Figure 2.9.

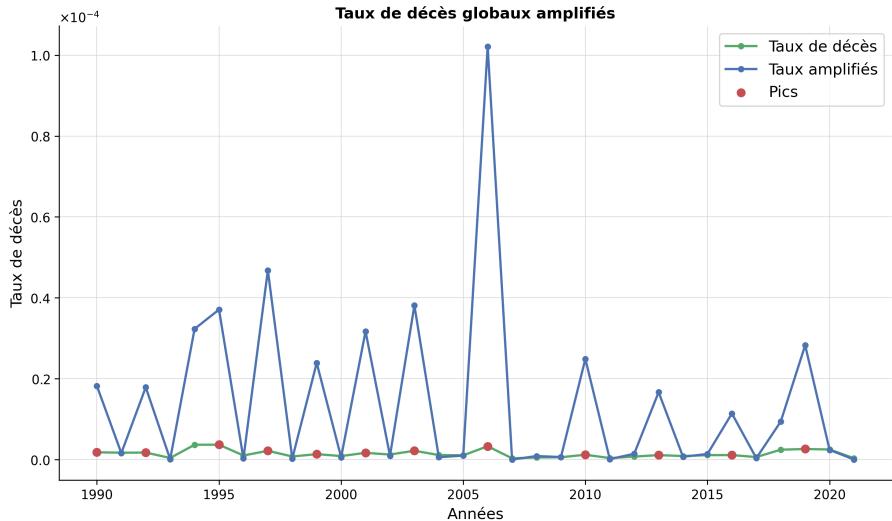


FIGURE 2.9 – Taux de décès attribuables aux températures élevées, pour la population totale, avec et sans amplification.

Ce schéma de pondération permet de renforcer l’importance des pics de mortalité dans l’estimation du paramètre de sensibilité δ_{c_i} .

La minimisation de δ_{c_i} est ensuite réalisée indépendamment pour chaque tranche d’âge, en cherchant à réduire l’erreur quadratique entre les logarithmes des taux de mortalité observés, les paramètres spécifiques à l’âge α_{c_i} et les valeurs prévues par le modèle intégrant le terme δ_{c_i} multiplié par l’indicateur climatique C_t , dérivé du modèle GAM. Plus précisément, pour chaque tranche d’âge, l’erreur est formulée comme suit :

$$\text{Erreur} = \sum \left(w_{c_i} \times (\log(\mu_{c_i,t}) - \alpha_{c_i} - \delta_{c_i} \cdot C_t)^2 \right), \quad (2.13)$$

où $\mu_{c_i,t}$ représente le taux de mortalité total pour la tranche d’âge c_i au temps t , α_{c_i} est l’interception spécifique à l’âge obtenue par le modèle de Lee-Carter, et C_t désigne l’indicateur climatique au temps t .

La recherche des valeurs optimales de δ_{c_i} s’effectue en minimisant cette erreur, avec des bornes imposées sur l’intervalle $[0, 10^{10}]$. Les résultats par tranche d’âge sont présentés dans la Figure 2.10.

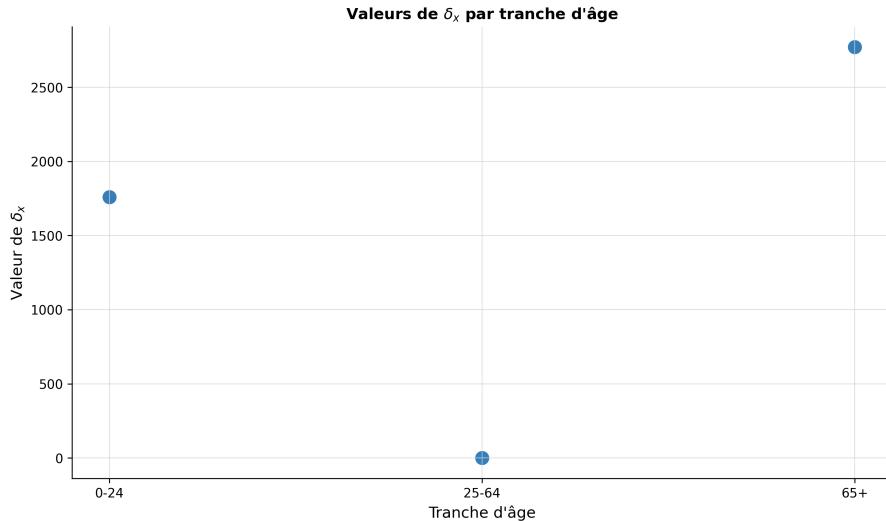


FIGURE 2.10 – Calibrage du paramètre δ_{c_i} par groupe d’âge.

Les valeurs élevées de δ_{c_i} observées pour le groupe le plus âgé (65–94 ans) indiquent que les individus plus âgés sont particulièrement sensibles aux facteurs climatiques, en particulier aux températures élevées, comme le confirme la littérature (Kenney *et al.*, 2014). En revanche, les groupes d’âge plus jeunes (0–64 ans) présentent des valeurs de δ_{c_i} plus faibles, suggérant une moindre sensibilité au risque de mortalité lié à la température. Ces résultats montrent que le modèle capture la vulnérabilité différenciée aux stress climatiques selon l’âge, mettant en évidence une vulnérabilité accrue des individus âgés face aux extrêmes de température.

Une fois δ_{c_i} et C_t modélisés, les résidus, tenant compte de l’effet climatique, sont calculés selon l’expression suivante :

$$\ln(\mu_x) - \delta_x \cdot C_t, \quad (2.14)$$

où δ_x est dérivé de δ_{c_i} en répliquant les valeurs pour les âges appartenant au même groupe d’âge. Un modèle classique de Lee-Carter est ensuite appliqué sur ces résidus afin d’estimer les paramètres par âge. Le paramètre α_x est alors obtenu à l’aide de la formule (2.11), tandis que les paramètres κ_t et β_x seront calculés dans la partie suivante, complétant ainsi l’ajustement du modèle.

2.3.3 Détermination du facteur temporel et du coefficient de sensibilité

Après avoir déterminé les composantes liées à l’âge et aux facteurs climatiques, la prochaine étape est d’estimer l’indicateur temporel κ_t et sa sensibilité liée à l’âge β_x , en utilisant un processus de décomposition en valeurs singulières (Lee et Carter, 1992).

Les logarithmes des taux de mortalité sont ajustés pour α_x , δ_x et C_t :

$$\ln(\mu_{x,t}) - \alpha_x - \delta_x C_t = \beta_x \kappa_t, \quad (2.15)$$

L'équation 2.15 présente la matrice des résidus qui sera décomposée en utilisant la technique de décomposition en valeurs singulières (SVD).

Soit A la matrice des résidus. A est décomposée comme suit :

$$A = \beta_x \kappa_t = UDV', \quad (2.16)$$

où :

- \mathbf{U} est une matrice orthogonale de taille $n_L \times n_L$ (L étant le nombre d'âges x). Elle contient les vecteurs singuliers à gauche, représentant les directions de variation dans la dimension de l'âge ;
- \mathbf{V}' est une matrice orthogonale de taille $n_C \times n_C$ (C étant le nombre d'années t). Elle contient les vecteurs singuliers à droite, représentant les directions de variation dans la dimension temporelle ;
- \mathbf{D} est une matrice diagonale de taille $n_L \times n_C$ contenant les valeurs singulières. Les éléments diagonaux de D représentent l'importance de chaque composante.

Calcul de la matrice \mathbf{U} Chaque colonne de la matrice \mathbf{U} correspond à un vecteur propre de la matrice $A \times A^\top$. Afin de calculer \mathbf{U} , il faut résoudre le problème des valeurs propres suivant (2.17) :

$$AA^T \mathbf{u}_i = \sigma_i^2 \mathbf{u}_i, \quad (2.17)$$

où \mathbf{u}_i est le i -ième vecteur singulier à gauche et σ_i est la i -ième valeur singulière.

Calcul de la matrice \mathbf{D} Les éléments diagonaux σ_i de la matrice \mathbf{D} sont les valeurs singulières de la matrice \mathbf{A} . Ils sont calculés comme la racine carrée des valeurs propres positives de la matrice $A^\top \times A$:

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}, \quad (2.18)$$

où λ_i est la i -ième valeur propre de $A^\top \times A$.

Les valeurs singulières de \mathbf{D} sont généralement classées par ordre décroissant, ce qui signifie que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min(m,n)} \geq 0$.

Calcul de la matrice \mathbf{V} Chaque colonne de la matrice \mathbf{V} correspond à un vecteur propre de la matrice $A^\top \times A$. Afin de calculer \mathbf{V} , il faut résoudre le problème des valeurs propres suivant (2.19) :

$$A^T A \mathbf{v}_i = \sigma_i^2 \mathbf{v}_i, \quad (2.19)$$

où \mathbf{v}_i est le i -ième vecteur singulier à droite et σ_i est la i -ième valeur singulière.

La méthode SVD permet de trouver les composantes les plus significatives de la variation des

taux de mortalité en décomposant la matrice de log-mortalité en schémas plus simples. Ce processus permet au modèle de Lee-Carter de se concentrer sur la tendance la plus dominante de l'évolution de la mortalité dans le temps, représentée par β_x et κ_t , en retenant les premiers vecteurs singuliers correspondant à la plus grande valeur singulière.

Le facteur de sensibilité à l'âge β_x correspond donc à la première colonne de la matrice \mathbf{U} , normalisée de façon à ce que la somme sur tous les âges soit égale à 1 ($\sum_x \beta_x = 1$) pour garantir l'unicité de la solution. Ce paramètre représente la sensibilité spécifique à l'âge des taux de mortalité aux changements dans le temps. En d'autres termes, il indique dans quelle mesure les taux de mortalité à un âge donné sont sensibles aux variations de la tendance générale de la mortalité (qui est déterminée par κ_t).

L'indicateur temporel κ_t correspond à la première ligne de la matrice V^\top , ajustée avec $\sum_x \beta_x$ pour assurer la cohérence de la solution.

La Figure 2.11b montre que la sensibilité est plus élevée pour les jeunes âges (jusqu'à environ 10-20 ans) et qu'elle diminue progressivement à mesure que l'âge augmente. Les valeurs décroissantes suggèrent que les taux de mortalité des groupes d'âge plus élevés sont moins sensibles aux tendances temporelles que ceux des groupes d'âge plus jeunes. Le creux aux âges élevés indique que, pour les personnes âgées, les changements dans les tendances globales de la mortalité ont un impact relatif plus faible sur leurs taux de mortalité.

Le paramètre κ_t , quant à lui, capte la tendance générale des taux de mortalité dans le temps. Il reflète l'évolution du niveau général de la mortalité à tous les âges pour différentes années.

La tendance négative du paramètre κ_t (Figure 2.11c) indique une diminution générale des taux de mortalité entre 1990 et environ 2020 et des améliorations de l'espérance de vie au cours de ces années. Le léger mouvement à la hausse à la toute fin est en ligne avec l'augmentation des taux de mortalité à l'échelle nationale observée sur ces dernières années (sans prise en compte de l'effet COVID).

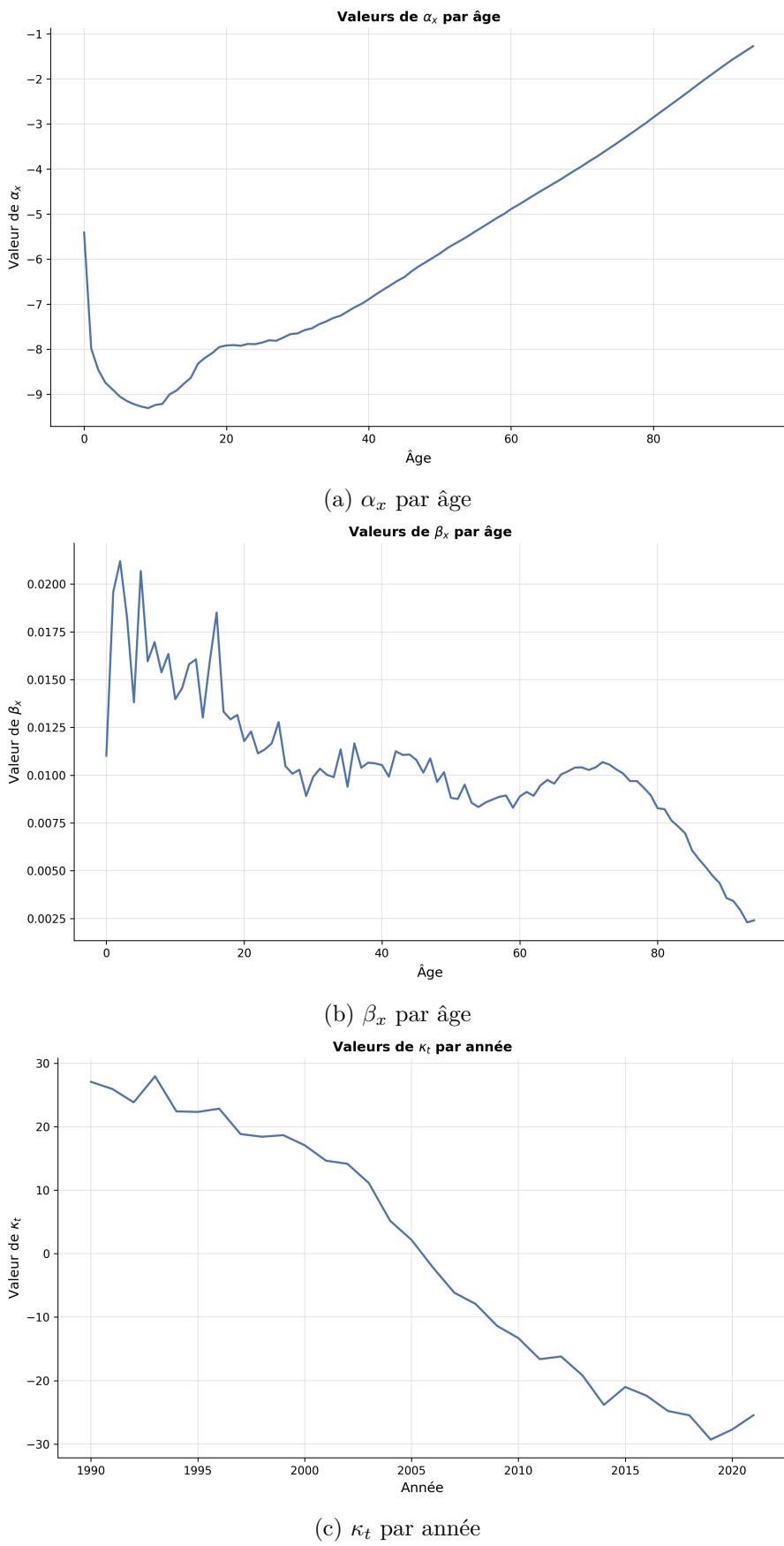


FIGURE 2.11 – Calibrage des paramètres du modèle de Lee-Carter.

La Figure 2.11 montre que si les tendances générales de la mortalité (κ_t) ont diminué au fil des ans, ce changement a eu un impact variable sur les différents groupes d'âge, les plus jeunes étant plus sensibles (β_x) à ces changements. Cela reflète l'amélioration générale des soins de santé, du mode de vie et des conditions de vie, qui a été plus bénéfique pour les populations plus jeunes au fil du temps, entraînant une diminution plus importante de leurs taux de mortalité par rapport aux groupes d'âge plus élevés.

2.4 Modélisation de l'adaptation de la population à la hausse des températures

La capacité d'adaptation des populations humaines au changement climatique, en particulier aux températures élevées, est un sujet d'intérêt croissant dans les recherches en climatologie, épidémiologie et santé publique. L'adaptation de la population aux conditions climatiques extrêmes dépend de nombreux facteurs, incluant les conditions socio-économiques, les infrastructures de santé, la sensibilisation publique, ainsi que l'évolution des comportements individuels et collectifs face aux vagues de chaleur.

Une mesure clé de cette adaptation est la Température Minimale de Mortalité (TMM), qui correspond à l'intervalle de température associé aux taux de mortalité les plus faibles au sein d'une population donnée. Cet indicateur est fondamental en épidémiologie et en santé environnementale, car il reflète à quel point une population est acclimatée à son environnement thermique. Les variations de la TMM mettent en évidence les réponses adaptatives face au changement climatique : à mesure que les températures moyennes augmentent, la TMM tend également à s'élever, traduisant une diminution de la sensibilité thermique dans certaines régions.

Ces observations sont corroborées par des recherches à l'échelle mondiale, telles que celles publiées dans *Environmental Epidemiology* (Gasparrini *et al.*, 2021), qui ont révélé des variations géographiques marquées dans les tendances de la TMM. Ces études mettent en lumière l'influence des conditions climatiques locales et des contextes socio-économiques sur l'évolution de cet indicateur. Dans les régions tropicales, où les populations sont déjà acclimatées à des températures élevées, la TMM se situe généralement à des niveaux plus élevés que dans les régions tempérées ou nordiques, illustrant l'importance des adaptations régionales aux conditions climatiques spécifiques (voir Figure 2.12). Par ailleurs, une étude publiée dans *The Lancet Planetary Health* (Zhao *et al.*, 2021) projette une augmentation globale significative de la TMM dans les prochaines décennies, en réponse à l'élévation des températures moyennes mondiales.

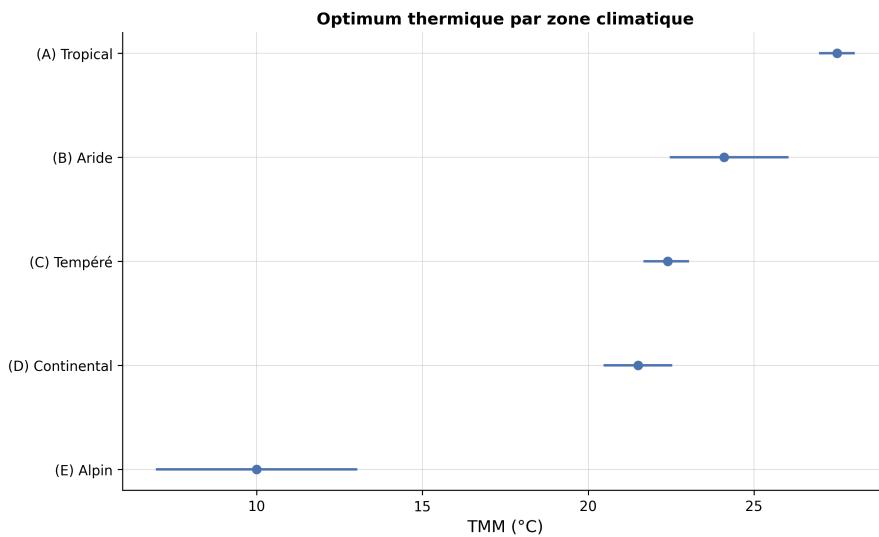


FIGURE 2.12 – Température Minimale de Mortalité par zone géographique (Gasparrini *et al.*, 2021).

Cependant, l'augmentation de la TMM ne signifie pas une absence de risque lié aux températures extrêmes. Au contraire, les vagues de chaleur continuent de constituer un danger majeur pour la santé publique ((McMichael *et al.*, 2006), (WHO, 2014)), en particulier dans les régions tempérées et nordiques, où les infrastructures et les comportements ne sont pas toujours adaptés aux températures extrêmes. Ces événements extrêmes sont associés à une augmentation de la morbidité et de la mortalité, notamment parmi les populations vulnérables comme les personnes âgées, les jeunes enfants et les individus atteints de maladies chroniques. Par conséquent, les politiques d'adaptation doivent être orientées vers la protection de ces populations, avec des stratégies telles que la mise en place de plans d'action contre les vagues de chaleur, l'amélioration de l'accès à l'eau potable, la climatisation dans les bâtiments publics et la sensibilisation aux comportements préventifs.

L'exemple des Pays-Bas illustre bien ce défi d'adaptation aux changements climatiques, en particulier face à des températures exceptionnellement élevées dans une région historiquement tempérée. La température moyenne annuelle dans ce pays a montré une tendance à la hausse au cours des dernières décennies, et les vagues de chaleur y sont de plus en plus fréquentes, exacerbant les risques pour la santé de la population (KNMI, 2023).

Dans les scénarios climatiques marqués par des augmentations significatives de température, élaborés par le KNMI, l'adaptation aux Pays-Bas nécessite des investissements importants dans les infrastructures, comme la climatisation des hôpitaux et des maisons de retraite, ainsi que des politiques de santé publique pour sensibiliser la population. Des campagnes d'information pour réduire l'exposition aux fortes chaleurs et des systèmes d'alerte précoce pour les vagues de chaleur sont déjà en place, mais leur efficacité devra être continuellement évaluée et renforcée selon l'évolution des conditions climatiques. Par ailleurs, des modifications de l'urbanisme, telles que l'augmentation des espaces verts et l'amélioration de la ventilation des bâtiments, constituent des stratégies d'adaptation essentielles pour limiter les effets des îlots de chaleur urbains dans les villes néerlandaises ((Steeneveld *et al.*, 2011), (Heusinkveld *et al.*, 2014)).

Pour quantifier l'adaptabilité aux températures élevées dans le modèle climatique de Lee-Carter, la méthode de réduction de la pente de la fonction de réponse au risque (*Exposure-Response Function*, ou ERF) est utilisée, conformément aux approches décrites dans la littérature (Gosling *et al.*, 2017). Dans

ce modèle, le paramètre δ_x peut être interprété comme la pente de l'ERF, mesurant la sensibilité de chaque groupe d'âge aux températures élevées. Des études, notamment celles portant sur l'adaptation à long terme de la population néerlandaise au stress thermique (Folkerts *et al.*, 2020), mettent en évidence une diminution progressive de la sensibilité au fil du temps, reflétant l'adaptabilité accrue de la population aux hausses de température. Dans ce contexte, le paramètre δ_x est modélisé de manière temporelle et décroissante, et noté $\delta_{x,t}$, afin de représenter cette adaptation progressive.

La fonction suivante modélise la décroissance de $\delta_{c_i,t}$, exprimé par tranche d'âge :

$$\delta_{c_i,t} = \delta_{c_{i0}} \cdot e^{-\gamma_{c_i} \cdot (t-t_0)} + c_{c_i}, \quad (2.20)$$

où :

- $\delta_{c_{i0}}$ représente la sensibilité initiale aux températures élevées pour chaque tranche d'âge ;
- γ_{c_i} correspond à la vitesse d'adaptation de chaque tranche d'âge aux hausses de température ;
- c_{c_i} constitue une limite inférieure asymptotique, particulièrement utile pour modéliser une réduction de sensibilité qui s'atténue au fil du temps, jusqu'à atteindre un seuil où les gains d'adaptation deviennent marginaux. Cette stabilisation peut découler de limites physiques ou biologiques de l'adaptation humaine, telles que la saturation des mesures d'adaptation ou les limites physiologiques de tolérance du corps humain aux températures élevées.

Dans cette approche, les paramètres de décroissance temporelle, γ_{c_i} , sont calibrés d'après la littérature pour les individus âgés de 65 à 94 ans, avec une réduction annuelle de sensibilité de 0,06 % (Folkerts *et al.*, 2020). Pour les autres tranches d'âge, des hypothèses ont été posées en respectant le fait que l'adaptation des personnes âgées est plus lente que celle des enfants, eux-mêmes s'adaptant plus lentement que les jeunes adultes, conformément aux observations empiriques (Hanna et Tait, 2015). Cela garantit une cohérence avec les différences de vitesse d'adaptation par âge.

Les paramètres $\delta_{c_{i0}}$ et c_{c_i} ont été calibrés en minimisant l'erreur quadratique entre les taux de mortalité observés et les valeurs prédites, selon l'expression :

$$\min_{\delta_{c_i,t}} \sum_t (\ln(\mu_{c_i,t}) - (\alpha_{c_i} + \delta_{c_i,t} \cdot C_t))^2, \quad (2.21)$$

sous les contraintes suivantes :

- les proportions de $\delta_{c_{i0}}$ entre les tranches d'âge suivent celles déterminées dans la partie 2.3.2 ;
- c_{c_i} est borné dans l'intervalle [0 - 0,1] : Idéalement, la valeur de c_{c_i} devrait représenter la limite physiologique ou environnementale de l'adaptation. Cependant, en l'absence d'information explicite dans la littérature quant à cette limite, ce choix de bornes repose sur l'hypothèse qu'une sensibilité résiduelle minimale persiste, même après l'atteinte de cette limite, et que le taux de mortalité ne peut diminuer indéfiniment face aux températures extrêmes. Un intervalle de 0 à 0,1 permet donc d'inclure un éventail raisonnable de valeurs résiduelles tout en assurant une stabilité dans le modèle ;
- la somme des valeurs de $\delta_{c_i,t}$ sur toutes les périodes t est égale à 1 pour chaque tranche d'âge. Cette standardisation permet de normaliser les sensibilités entre les tranches d'âge, facilitant la comparaison entre les groupes.

Le choix d'une fonction exponentielle pour modéliser $\delta_{c_i,t}$ reflète l'idée d'une adaptation qui ralentit progressivement à mesure que la population s'habitue aux nouvelles conditions climatiques. Cette approche permet de capturer une décroissance non linéaire de la sensibilité de la mortalité aux tempé-

ratures élevées, correspondant à une diminution continue de $\delta_{c_i,t}$ dans le temps. En effet, la fonction exponentielle $e^{-\gamma_{c_i} \cdot (t-t_0)}$ assure une décroissance plus marquée au début de la période d'adaptation, suivie d'un ralentissement asymptotique.

Ce modèle de Lee-Carter climatique prend ainsi en compte les interactions climatiques et l'adaptation progressive des populations, conformément aux méthodes discutées dans la littérature ((Gosling *et al.*, 2017), (Folkerts *et al.*, 2020)).

Bien que cette modélisation de la sensibilité thermique progressive dans le cadre du modèle de Lee-Carter climatique offre une représentation dynamique de l'adaptation de la population, elle présente certaines limites et points d'attention. Premièrement, le choix de la forme exponentielle pour la fonction de décroissance de $\delta_{c_i,t}$ repose sur l'hypothèse d'une adaptation initialement rapide, qui ralentit au fil du temps. Ce choix de forme pourrait ne pas capturer toutes les nuances de l'adaptation humaine, et d'autres formes fonctionnelles pourraient être explorées pour modéliser cette adaptation.

Par ailleurs, le calibrage des paramètres $\delta_{c_i}, \gamma_{c_i}$, et c_{c_i} dépend fortement des contraintes imposées et des bornes choisies. Par exemple, la réduction de la sensibilité de 0,06% par an (Folkerts *et al.*, 2020) est spécifique aux populations âgées de 65 ans et plus. Pour les deux autres tranches d'âge, des hypothèses de réduction distinctes ont été posées, sans données empiriques précises pour les soutenir. Cette absence de valeurs empiriques exactes pour les jeunes adultes et les enfants pourrait cependant introduire des biais dans les résultats, la réponse aux variations climatiques des populations plus jeunes pouvant diverger de l'hypothèse retenue.

Enfin, la limite supérieure de c_{c_i} fixée à 0,1 constitue une hypothèse en l'absence de données empiriques précises. Cette borne garantit une sensibilité résiduelle minimale pour éviter une réduction excessive de $\delta_{c_i,t}$, mais pourrait bénéficier de recherches futures pour affiner cette limite. Ces éléments doivent être pris en compte pour éviter une surinterprétation des valeurs calibrées.

Afin de préserver la simplicité et la robustesse du modèle, il a été décidé de ne pas intégrer cette dimension d'adaptation au scénario de base. Cette modélisation sera néanmoins explorée dans le cadre d'analyses de sensibilité présentées au chapitre 4.

2.5 Validité et performances du modèle calibré

Les résidus du modèle, $\epsilon_{x,t}$, définis comme la différence entre $\ln(\mu_{x,t})$ et $\ln(\hat{\mu}_{x,t})$, où $\ln(\hat{\mu}_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \delta_x \cdot C_t$, sont analysés afin de comprendre la distribution de $\epsilon_{x,t}$. Cette distribution sera par la suite utilisée pour simuler le bruit lors des années de projection. Cette analyse permet de modéliser les fluctuations aléatoires non expliquées par les composantes systématiques du modèle.

Pour vérifier l'hypothèse de normalité des résidus $\epsilon_{x,t}$, un test de Shapiro-Wilk (C.7) a été réalisé pour chaque âge, de 0 à 94 ans. Les résultats montrent que, pour la grande majorité des âges, les résidus suivent une distribution normale. Cependant, cette hypothèse est rejetée pour trois âges spécifiques : 2, 4 et 5 ans, où les p-valeurs associées au test sont inférieures au seuil de significativité fixé à 0,05.

La Figure 2.13 illustre les p-valeurs obtenues pour le test de Shapiro-Wilk, en fonction de l'âge. La ligne horizontale rouge représente le seuil critique de 0,05. Il apparaît clairement que pour l'immense majorité des âges, les p-valeurs sont largement supérieures à ce seuil, confirmant ainsi la normalité des résidus. Les exceptions identifiées (âges 2, 4 et 5 ans) concernent des groupes d'âge très jeunes, qui occupent une place marginale dans le cadre des projections utilisées en assurance vie. En outre,

ces groupes représentent une fraction limitée des données analysées, ce qui limite leur impact sur les résultats globaux. Par conséquent, il est raisonnable de considérer que l'hypothèse de normalité des résidus est valide pour l'ensemble des âges, compte tenu de ces observations.

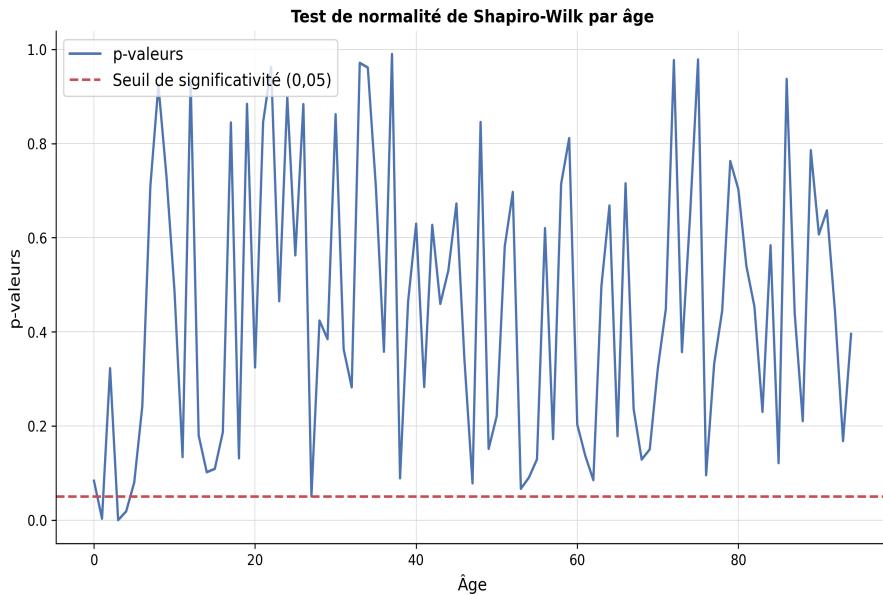


FIGURE 2.13 – p-valeurs du test de Shapiro-Wilk par âge pour les résidus du modèle (ligne rouge : seuil de 0,05).

Les écarts-types des résidus par âge sont illustrés dans la Figure 2.14. Cette figure met en évidence une variabilité relativement stable pour les groupes d'âge avancé, tandis que des fluctuations plus marquées sont observées chez les groupes d'âge les plus jeunes.

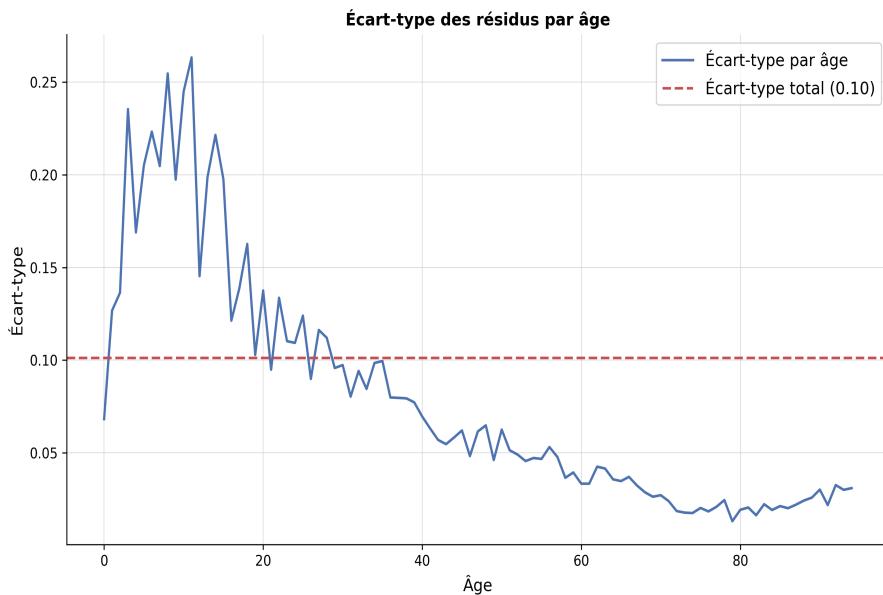


FIGURE 2.14 – Écarts-types des résidus par âge.

Par ailleurs, il est pertinent d'évaluer les performances prédictives du modèle de Lee-Carter climatique par rapport au modèle de Lee-Carter classique, afin de mieux comprendre les apports spécifiques de l'intégration des variables climatiques. À cet effet, plusieurs indicateurs ont été analysés, notamment le coefficient de détermination R^2 et l'erreur absolue moyenne (MAPE), tels qu'illustrés dans les Tables 2.2 et 2.3 ci-dessous.

TABLE 2.2 – Comparaison des coefficients R^2 entre les modèles de Lee-Carter Climatique et Classique.

Tranche d'âge	R^2 climatique (%)	R^2 classique (%)
0-24	77,94	77,95
25-64	89,77	89,78
65+	94,66	94,59
Tous les âges	88,20	88,19

TABLE 2.3 – Comparaison des MAPE entre les modèles de Lee-Carter Climatique et Classique.

Tranche d'âge	MAPE climatique (%)	MAPE classique (%)
0-24	13,42	13,42
25-64	5,26	5,26
65+	1,92	1,93
Tous les âges	6,35	6,36

La comparaison des coefficients R^2 montre que, sur l'ensemble des tranches d'âge, les deux modèles obtiennent des performances proches, avec un léger avantage pour le modèle climatique dans la tranche d'âge 65+, ainsi que pour l'ensemble des âges.

En termes de MAPE, les résultats corroborent cette observation. Pour la tranche d'âge 65+ et pour l'ensemble des âges, le modèle climatique affiche des erreurs absolues moyennes légèrement inférieures à celles du modèle classique. Bien que les différences soient modestes, elles témoignent d'une amélioration marginale des performances grâce à l'intégration des variables climatiques dans le modèle.

Ce résultat est attendu, car les taux de mortalité causés par les températures élevées restent relativement faibles dans le contexte actuel. Cependant, ce constat pourrait évoluer à l'avenir, le réchauffement climatique entraînant une augmentation prévisible de ces taux. Cette perspective souligne l'importance de considérer les impacts climatiques dans les modèles prédictifs pour mieux anticiper les risques à long terme.

Il convient également de souligner que, pour les deux modèles, les performances prédictives sont globalement très bonnes, en particulier pour les âges élevés. En effet, le R^2 atteint environ 95% pour les individus de 65 ans et plus, tandis que l'erreur absolue moyenne (MAPE) demeure inférieure à 2% pour cette tranche d'âge. Ces résultats traduisent une capacité élevée à prédire les taux de mortalité pour cette population.

Conclusion

Ce chapitre a détaillé le processus d'ajustement du modèle de Lee-Carter modifié pour intégrer une composante climatique, adaptée aux spécificités des données néerlandaises. L'indicateur climatique, élaboré à partir d'un modèle GAM, s'appuie sur trois variables climatiques clés : le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30), la moyenne des températures moyennes (TMMOY) et la moyenne des températures minimales (TNMOY). Les résultats obtenus mettent en évidence des sensibilités différencierées au réchauffement climatique selon les tranches d'âge, les individus âgés étant particulièrement vulnérables. Par ailleurs, le modèle montre une bonne performance prédictive, corroborée par la normalité des résidus pour la majorité des âges. Ces éléments confirment la robustesse du modèle et sa capacité à être utilisé pour des projections futures, notamment dans le cadre des scénarios climatiques.

Chapitre 3

Projection des composantes temporelles du modèle

Ce chapitre explore la projection des composantes temporelles du modèle de Lee-Carter climatique. Ce modèle intègre des prévisions temporelles et climatiques dans la dynamique des taux de mortalité, en s'appuyant sur la modélisation du paramètre temporel κ_t et de l'indicateur climatique déterminés dans le chapitre précédent. Les projections de ces paramètres seront intégrées dans le modèle final afin d'incorporer à la fois les tendances historiques de mortalité et les effets du changement climatique sur les taux de décès futurs. En s'appuyant sur ces éléments, ce chapitre propose une méthodologie rigoureuse permettant de mieux appréhender les dynamiques temporelles de la mortalité dans un contexte de réchauffement climatique.

3.1 Projection de l'indicateur temporel

Cette section présente les principales méthodologies de projection des séries temporelles couramment utilisées dans la littérature, suivie d'une description de la méthode retenue pour la projection de l'indicateur temporel κ_t du modèle de Lee-Carter. Cet indicateur, représentant la tendance générale de la mortalité au fil du temps, constitue un élément central pour prévoir les taux de mortalité futurs. Après un examen des approches les plus répandues, le modèle choisi est détaillé, en mettant en avant les raisons justifiant ce choix ainsi que les avantages qu'il offre pour l'analyse des données de mortalité dans un contexte de changement climatique.

3.1.1 Le modèle ARIMA

Présentation du modèle

La modélisation des séries temporelles par ARIMA a été popularisée par les travaux de Box et Jenkins dans leur ouvrage fondateur *Time Series Analysis : Forecasting and Control* (Box *et al.*, 2015). Ces modèles décomposent les fluctuations d'une série temporelle en différents processus stochastiques afin de capturer et prévoir la dynamique sous-jacente des données dans le temps. Les processus ARIMA reposent sur trois composantes essentielles : les processus auto-régressifs (AR), les différenciations (I) et les moyennes mobiles (MA).

Un modèle ARIMA(p, d, q) est défini par trois paramètres :

- **AR(p) (Auto-Régressif)** : Dans un processus AR, la valeur actuelle de la série dépend linéairement des valeurs passées, avec un terme d'erreur indépendant. Ce processus est défini par le paramètre p , qui indique l'ordre d'autorégression, ou le nombre de valeurs passées prises en compte pour expliquer la série. Cela peut être écrit comme :

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

où Y_t est la valeur de la série à l'instant t , ϕ_i représente les coefficients autorégressifs, et ε_t est un terme d'erreur.

- **I(d) (Processus de Différenciation)** : Le processus de différenciation (I) sert à rendre stationnaire une série non stationnaire en appliquant des différences successives jusqu'à ce que la série atteigne une moyenne et une variance constantes. Ce paramètre, noté d , est crucial pour l'intégration, permettant d'éliminer les tendances non stationnaires inhérentes à la série. La différence d'ordre d peut être notée :

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1}, \quad (3.2)$$

où Y'_t est la première différence de Y_t . Ce processus est répété d fois pour obtenir une série stationnaire.

- **MA(q) (Moyenne Mobile)** : Un processus de moyenne mobile (MA) prend en compte les erreurs passées, ou résidus, comme prédicteurs de la valeur actuelle, selon un ordre q indiquant le nombre de termes de résidus inclus dans la modélisation. Cela peut s'exprimer comme suit :

$$Y_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t, \quad (3.3)$$

où θ_i représente les coefficients de la moyenne mobile, et ε_t est le terme d'erreur.

En combinant ces trois composantes, le modèle ARIMA(p, d, q) est un modèle puissant pour capturer les caractéristiques dynamiques des séries temporelles.

L'identification d'un modèle ARIMA nécessite d'abord de déterminer les valeurs optimales de p , d et q . Cette étape repose sur l'analyse des graphiques d'autocorrélation (ACF) et d'autocorrélation partielle (PACF), qui aident à estimer la persistance de certaines dépendances temporelles (Box *et al.*, 2015). Dans un modèle ARIMA classique, les valeurs de p et q sont suggérées par la structure de décroissance des fonctions ACF et PACF, ce qui permet d'identifier le nombre de décalages significatifs dans les dépendances temporelles. Par exemple, une ACF qui se coupe rapidement après un ou deux décalages indique souvent un processus MA de faible ordre, tandis qu'une PACF à décroissance lente peut suggérer un processus AR.

Pour traiter les séries temporelles présentant des variations saisonnières, le modèle ARIMA est étendu au modèle SARIMA en ajoutant des paramètres saisonniers pour la partie auto-régressive (P), la différenciation saisonnière (D), et la moyenne mobile (Q), avec une périodicité saisonnière s . Ce modèle est particulièrement adapté aux données présentant une structure saisonnière, comme les

données mensuelles ou trimestrielles, où chaque point dans le cycle saisonnier peut être influencé par le même point dans les cycles précédents (Box *et al.*, 2015).

La notation complète du modèle SARIMA est :

$$\begin{aligned}
 & (1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^m - \cdots - \Phi_P B^{Pm}) \\
 & \quad \times (1 - B)^d (1 - B^m)^D Y_t \\
 & = (1 + \theta_1 B + \cdots + \theta_q B^q)(1 + \Theta_1 B^m + \cdots + \Theta_Q B^{Qm}) \varepsilon_t,
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

où m représente la période de la saisonnalité (par exemple, 12 pour des données mensuelles) et B est l'opérateur de retard, tel que $BY_t = Y_{t-1}$ (Box *et al.*, 2015).

Une fois le modèle identifié, les paramètres du modèle ARIMA ou SARIMA sont estimés, souvent par maximum de vraisemblance (MLE), une technique qui maximise la probabilité des observations sous les hypothèses du modèle. Cette méthode statistique permet d'obtenir des paramètres qui minimisent les erreurs de prévision tout en capturant de manière optimale la structure de dépendance temporelle des données. Dans des implémentations modernes comme `auto.arima()` dans R, les algorithmes d'optimisation automatique, tels que le critère d'information d'Akaike (AIC) et le critère bayésien d'information (BIC), sélectionnent les combinaisons de paramètres qui minimisent l'erreur de prévision tout en évitant la surparamétrisation. Ces critères permettent de pondérer l'ajout de paramètres et de choisir un modèle avec un bon équilibre entre complexité et précision.

Après estimation des paramètres, le diagnostic du modèle est essentiel pour vérifier la qualité de l'ajustement. Box et Jenkins (Box *et al.*, 2015) suggèrent de valider que les résidus du modèle se comportent comme un bruit blanc, c'est-à-dire sans corrélation sérielle significative, ce qui indiquerait que toutes les informations prédictives possibles ont été capturées par le modèle. Si des corrélations persistent dans les résidus, cela peut signaler que le modèle sous-jacent doit être révisé.

Implémentation et résultats

La fonction `auto.arima`, issue du package `forecast` sous R, a été utilisée pour estimer le modèle ARIMA de manière automatisée et performante. Cette fonction identifie de manière optimale les ordres du modèle (p, d, q) en s'appuyant sur des critères statistiques tels que le critère d'information d'Akaike (AIC). Cet ajustement permet une identification rapide et efficace des paramètres du modèle, facilitant l'analyse prédictive sans exigence d'ajustement manuel. Par ailleurs, l'option `seasonal = FALSE` a été spécifiée pour adapter le modèle à l'objectif de prévision de κ_t du modèle Lee-Carter climatique, qui est un indice de tendance non saisonnier des taux de mortalité.

Dans le cadre de l'application au modèle climatique de Lee-Carter, la méthodologie SARIMA a abouti à la sélection d'un modèle ARIMA(0,1,0) avec une composante de dérive, capturant ainsi une tendance de déclin avec un coefficient de dérive estimé à -1,70 (erreur standard = 0,42). Cette dérive peut être interprétée comme une réduction annuelle moyenne de l'ordre de 1,70 unités de κ_t . La tendance descendante observée de l'indicateur temporel κ_t est cohérente avec des séries où la moyenne évolue progressivement au fil du temps.

Les mesures d'erreur d'ajustement sur l'ensemble d'apprentissage, avec une erreur quadratique moyenne (RMSE) de 2,27 et une erreur absolue moyenne (MAE) de 1,80, montrent une dispersion

modérée autour des valeurs observées, tout en soulignant des écarts potentiels dans certaines prévisions. Par ailleurs, l'erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE) est relativement élevée (16,92%), indiquant qu'en moyenne, les prédictions s'écartent de près de 17% des valeurs réelles de κ_t . L'auto-corrélation du résidu au premier décalage (ACF1) est quant à elle faible (-0,13), ce qui indique que le modèle a bien capturé la plupart des structures temporelles de la série.

Le modèle ARIMA(0,1,0) avec dérive semble donc adéquat pour capturer la tendance descendante générale de κ_t . Cependant, la précision des prévisions pourrait être améliorée, notamment en raison de la MAPE relativement élevée de 16,92%.

3.1.2 Le modèle Random walk with drift

Présentation du modèle

La méthodologie de la Marche Aléatoire avec Dérive, ou *Random Walk with Drift*, repose sur des principes fondamentaux des processus stochastiques développés au début du XX^e siècle, ayant trouvé des applications cruciales dans l'analyse des séries temporelles et en finance. Inspirée par les travaux initiaux de Karl Pearson sur les processus aléatoires en 1905 (Pearson, 1905) et les contributions théoriques de Norbert Wiener sur les mouvements browniens dans les années 1920 (Wiener, 1923), la marche aléatoire a été formalisée en tant que processus d'évolution pour des variables telles que les prix des actifs.

L'équation de base d'un modèle de marche aléatoire avec dérive s'écrit comme suit :

$$Y_t = Y_{t-1} + \mu + \varepsilon_t, \quad (3.5)$$

où Y_t représente la valeur de la série au temps t , μ est le paramètre de dérive, et ε_t désigne un bruit blanc, c'est-à-dire un terme stochastique distribué selon une loi normale avec une moyenne nulle et une variance constante ($\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$).

La marche aléatoire avec dérive se distingue par sa simplicité et sa capacité à modéliser des séries sans périodicité apparente ni cycle déterministe, ce qui en fait un modèle de référence pour les données évoluant autour d'une tendance aléatoire. Une valeur positive de μ indique une tendance croissante, alors qu'une valeur négative reflète une tendance décroissante. Lorsque $\mu = 0$, le modèle correspond à une marche aléatoire pure, où la série oscille autour d'une valeur moyenne sans tendance définie.

Les paramètres du modèle sont estimés par la méthode des moindres carrés. La dérive μ est déterminée comme la différence moyenne entre observations successives, tandis que la variance des résidus σ^2 est calculée à partir de la variance des changements successifs, selon les formules suivantes :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - Y_{t-1}), \quad (3.6)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n ((Y_t - Y_{t-1}) - \hat{\mu})^2, \quad (3.7)$$

où n représente le nombre total d'observations dans la série.

En prévision, le modèle exprime la projection de Y_{t+h} en fonction de la valeur actuelle Y_t et de la tendance linéaire induite par la dérive :

$$\hat{Y}_{t+h} = Y_t + h \cdot \hat{\mu}, \quad (3.8)$$

Cette prévision linéaire entraîne une incertitude croissante à mesure que l'horizon de prévision s'étend, capturée par la croissance linéaire de la variance des erreurs de prévision :

$$\text{Var}(\hat{Y}_{t+h}) = h \cdot \sigma^2. \quad (3.9)$$

Implémentation et résultats

L'implémentation de cette approche en R est facilitée par le package `forecast`. La fonction `rwf()` (*Random Walk Forecast*) offre la possibilité d'inclure une dérive via l'argument `drift = TRUE`, permettant ainsi une modélisation simple et rapide des séries temporelles sans composante saisonnière.

Dans cette application, le modèle de marche aléatoire avec dérive pour la série temporelle de κ_t a également identifié une dérive de -1,70 (erreur standard = 0,42). Cette dérive, cohérente avec celle estimée dans le modèle ARIMA, représente une réduction annuelle moyenne de 1,70 unités de κ_t , traduisant une tendance de baisse progressive.

Les performances du modèle, évaluées sur l'ensemble d'entraînement, montrent une erreur quadratique moyenne (RMSE) de 2,27 et une erreur absolue moyenne (MAE) de 1,80, signalant une dispersion modérée autour des valeurs observées. L'erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE) de 16,92% indique cependant un écart moyen significatif, suggérant une précision limitée dans certaines prédictions. Enfin, l'autocorrélation du résidu au premier décalage (ACF1) est de -0,13, ce qui révèle que le modèle capture en grande partie les dépendances temporelles sans résidu corrélé.

Les résultats similaires obtenus entre le modèle ARIMA et la marche aléatoire avec dérive confirment l'équivalence entre un modèle ARIMA(0,1,0) avec dérive et la méthodologie de Random Walk with Drift. En effet, dans les deux cas, l'approche repose sur l'hypothèse qu'à chaque pas de temps, la valeur de la série temporelle dépend uniquement de la valeur précédente, augmentée ou diminuée d'une constante moyenne (la dérive). Ainsi, cette configuration minimaliste permet de modéliser efficacement une tendance linéaire en l'absence de structures saisonnières ou de cycles. Bien que les modèles ARIMA permettent théoriquement des extensions pour intégrer des structures temporelles plus complexes (notamment avec des termes auto-régressifs ou de moyenne mobile), la convergence des résultats ici suggère qu'un modèle de marche aléatoire avec dérive capture suffisamment la dynamique temporelle de l'indicateur κ_t .

3.1.3 Le modèle Exponential Smoothing State Space

Présentation du modèle

La modélisation des séries temporelles par l'approche *Exponential Smoothing State Space* (ETS), qui combine les techniques de lissage exponentiel avec un cadre de modèles d'espace d'états, a pris une place centrale dans les méthodes de prévision modernes. Cette approche trouve ses racines dans

les travaux de Brown (Brown, 1959) et Holt (Holt, 1957), qui ont développé les premières méthodes de lissage exponentiel pour répondre aux défis posés par les données présentant des composantes de tendance et de saisonnalité. Le modèle ETS a été formalisé plus tard par d'autres auteurs (Hyndman *et al.*, 2008), qui en ont fourni une présentation rigoureuse et l'ont implémenté sous forme de modèle d'état. Cette formulation en espace d'états permet de représenter de manière flexible une variété de processus stochastiques tout en facilitant l'ajustement automatique des paramètres pour diverses formes de tendance et de saisonnalité.

Les modèles ETS se caractérisent par trois composantes principales : l'erreur (E), la tendance (T) et la saisonnalité (S), chaque composante pouvant être additive (A), multiplicative (M) ou absente (N). La notation ETS(E, T, S) décrit ces trois éléments, permettant ainsi des configurations telles que ETS(A, A, N) pour une série avec erreur et tendance additives sans saisonnalité, ou ETS(M, A, M) pour un modèle avec erreur multiplicative, tendance additive et saisonnalité multiplicative.

Mathématiquement, la structure générale du modèle ETS est définie par une équation de niveau, de tendance et de saisonnalité, qui peut s'écrire de manière générique comme suit :

$$Y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t, \quad (3.10)$$

où Y_t représente l'observation de la série à l'instant t , ℓ_{t-1} est le niveau lissé de la série, b_{t-1} est la tendance, s_{t-m} est la composante saisonnière (définie selon une période m), et ε_t représente l'erreur aléatoire, souvent supposée indépendante et identiquement distribuée avec une moyenne nulle et une variance constante.

Pour les séries avec composante de tendance, cette dernière est modélisée à l'aide d'une équation qui suit la forme additive ou multiplicative selon la spécification retenue. Par exemple, dans un modèle avec tendance additive, l'équation suivante est utilisée :

$$b_t = b_{t-1} + \beta \cdot \varepsilon_t, \quad (3.11)$$

où β est un paramètre d'ajustement de la tendance, et dans le cas multiplicatif, l'équation s'écrit de manière analogue en remplaçant l'addition par une multiplication. La composante de niveau est également actualisée en fonction de l'erreur et de la tendance, selon une équation telle que :

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha \cdot \varepsilon_t + b_{t-1}, \quad (3.12)$$

où α est le paramètre de lissage. Pour les séries présentant une composante saisonnière, une équation similaire permet de modéliser l'effet saisonnier de manière périodique, en fonction du type de saisonnalité choisi.

Le cadre des modèles ETS présente plusieurs avantages en prévision. La flexibilité du modèle permet d'ajuster précisément les composantes de tendance et de saisonnalité pour capter la dynamique sous-jacente des séries temporelles. De plus, le modèle s'adapte en temps réel aux changements structurels de la série, ce qui est particulièrement utile pour les séries présentant des chocs ou des variations soudaines.

Implémentation et résultats

En pratique, l'estimation des paramètres ETS et la sélection du modèle optimal sont réalisées à l'aide de la fonction `ets()` du package `forecast` sous R. Cette fonction ajuste le modèle aux données en maximisant la vraisemblance des paramètres, garantissant ainsi une approche robuste pour la prévision des séries temporelles. Dans cette application, la méthode est employée pour des séries temporelles caractérisées par une tendance sans composante saisonnière explicite. Le choix optimal des composants est effectué automatiquement en fonction des critères d'Akaike (AIC) et de Schwarz (BIC), favorisant des modèles offrant une capacité de généralisation optimale.

Pour la série temporelle de κ_t , le modèle ETS optimal identifié est de type ETS(A,A,N), signifiant une tendance additive sans composante saisonnière. Les paramètres de lissage pour ce modèle sont $\alpha = 0,56$ et $\beta = 0,30$, avec des états initiaux de $l = 27,52$ pour le niveau et $b = -0,65$ pour la tendance initiale.

Les mesures d'erreur sur l'ensemble d'apprentissage confirment une performance adéquate du modèle : l'erreur quadratique moyenne (RMSE) est de 2,20 et l'erreur absolue moyenne (MAE) est de 1,75, reflétant une précision d'ajustement proche de celle des modèles ARIMA et RWD. Le modèle présente également une erreur moyenne en pourcentage (MAPE) de 16,01%, ce qui indique que les prévisions s'écartent en moyenne de 16% par rapport aux valeurs observées de κ_t . L'autocorrélation des résidus au premier décalage (ACF1) est quasiment nulle (-0,0048), ce qui révèle une capture adéquate des structures temporelles de la série.

Les modèles ETS, avec leur capacité à s'adapter et à modéliser des séries aux comportements complexes, s'inscrivent comme une référence en analyse des séries temporelles, particulièrement pour les données où des changements de tendances soudains sont souvent observés. Le modèle ETS(A,A,N) s'avère donc efficace pour modéliser la tendance de κ_t tout en permettant une flexibilité suffisante pour s'ajuster aux variations subtiles de la série sans introduire de composantes saisonnières non nécessaires. Cependant, comme pour les précédents modèles, la précision des prévisions pourrait être améliorée, notamment en raison de la MAPE relativement élevée de 16,01%.

3.1.4 Le modèle Bayesian Structural Time Series

Présentation du modèle

La méthode *Bayesian Structural Time Series* (BSTS) est une approche bayésienne sophistiquée introduite pour la modélisation et la prévision des séries temporelles. Proposée en 2013 (Scott et Varian, 2013), elle permet de modéliser des séries complexes en capturant divers composants structurels tels que la tendance, la saisonnalité et l'effet de régression, tout en intégrant une flexibilité stochastique et des structures de dépendance temporelle adaptées aux variations dynamiques. Cette méthode a été largement utilisée en prévision économique et pour l'analyse de séries présentant des changements de structure. Elle se distingue par son adaptabilité aux données irrégulières et son efficacité en présence de niveaux d'incertitude élevés.

La modélisation BSTS repose sur l'idée d'une décomposition des séries temporelles en plusieurs composantes latentes. Contrairement aux méthodes classiques de régression, BSTS utilise des distributions a priori pour capturer l'incertitude sur chaque composante et met en œuvre l'inférence bayésienne via des algorithmes de simulation de type *Monte Carlo par chaînes de Markov* (MCMC). La décomposition d'une série Y_t dans le cadre de la BSTS peut s'écrire comme suit :

$$Y_t = T_t + S_t + X_t\beta + \varepsilon_t, \quad (3.13)$$

où T_t représente la composante de tendance, S_t la composante saisonnière, $X_t\beta$ l'effet de régression (lorsqu'il y a des variables explicatives), et $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ un terme d'erreur gaussien. L'inférence bayésienne permet d'estimer non seulement les paramètres de chaque composante, mais aussi l'incertitude associée aux prévisions futures.

La composante de tendance T_t est modélisée de manière flexible pour capturer des tendances linéaires, non linéaires, ou des changements de niveaux soudains dans la série. Un modèle de tendance locale peut être exprimé sous la forme d'un processus de marche aléatoire :

$$T_t = T_{t-1} + \eta_t, \quad (3.14)$$

où $\eta_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$ représente un bruit gaussien. Cette formulation permet de modéliser des changements progressifs dans la tendance, tout en adaptant la volatilité de la série au fil du temps.

La composante saisonnière S_t est introduite pour capturer les fluctuations périodiques de la série temporelle. Elle est modélisée en spécifiant un cycle répétitif pour chaque période m , tel que :

$$S_t = - \sum_{j=1}^{m-1} S_{t-j} + \omega_t, \quad (3.15)$$

avec $\omega_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$. Cette formulation assure que la somme des composantes saisonnières sur une période est nulle, ce qui stabilise la composante et garantit un comportement saisonnier cohérent.

L'effet de régression $X_t\beta$ dans le modèle BSTS permet d'inclure l'influence de variables explicatives. Les coefficients de régression β sont traités comme des paramètres aléatoires avec une distribution a priori, souvent gaussienne, ce qui permet de capter l'incertitude sur leur estimation. La régression dynamique est particulièrement utile lorsque l'effet des variables explicatives peut varier dans le temps.

L'inférence dans le cadre de la BSTS repose sur une approche bayésienne, utilisant l'algorithme MCMC pour estimer les distributions a posteriori des paramètres et des composantes latentes du modèle. Après estimation, la prévision est réalisée en simulant des trajectoires de la série Y_t sur l'horizon de prévision souhaité, en tenant compte des distributions a posteriori des paramètres. La prévision d'un point futur Y_{t+h} s'écrit comme la somme des composantes prédites :

$$\hat{Y}_{t+h} = \hat{T}_{t+h} + \hat{S}_{t+h} + X_{t+h}\hat{\beta}. \quad (3.16)$$

Implémentation et résultats

En pratique, le package **bsts** de R permet une implémentation complète de cette méthode. La fonction **bsts()** offre des options pour inclure des composantes de tendance, de saisonnalité et des effets de régression, ainsi que pour spécifier des distributions a priori.

Dans cette application, un modèle BSTS a été ajusté avec une composante de tendance pour capter

la dynamique de κ_t . Les résultats montrent un écart-type des résidus de 1,47, indiquant une dispersion modérée autour des valeurs observées, et un écart-type de prédiction de 2,32, reflétant une incertitude conservatrice dans les projections de κ_t . Bien que le coefficient de détermination ($R^2 = 0,995$) indique que 99,5% de la variance de κ_t est expliquée par le modèle, la performance relative (`relative.gof`) de -0,0071 signifie que BSTS ne surpassé pas un modèle de référence naïf (*baseline*) et introduit même une légère dégradation de l'ajustement.

Plusieurs limites spécifiques au modèle BSTS justifient son exclusion dans ce contexte :

- 1. Focalisation sur les composantes structurelles au détriment des tendances de long terme :** Le paramètre κ_t du modèle Lee-Carter est typiquement interprété comme une tendance de mortalité à long terme, modélisée avec des méthodes simples et robustes. BSTS, en revanche, décompose la série en multiples composantes structurelles (telles que des tendances, saisonsnalités et effets autoregressifs), ajoutant une complexité souvent superflue pour la projection de κ_t .
- 2. Complexité excessive des composantes :** La flexibilité de BSTS peut introduire un risque de surajustement (overfitting), surtout si κ_t suit une tendance stable sans ruptures majeures.
- 3. Fardeau computationnel :** L'ajustement d'un modèle BSTS est coûteux en calculs, en raison du nombre élevé d'itérations et de la sensibilité aux paramètres a priori. Des alternatives plus simples comme ARIMA ou la marche aléatoire avec dérive offrent une efficacité comparable avec une charge de calcul réduite.
- 4. Stabilité limitée des prévisions :** En raison de sa dépendance aux échantillons MCMC et aux a priori, le modèle BSTS peut produire des prévisions instables. La complexité de BSTS n'apporte pas nécessairement de stabilité et peut même introduire une variabilité indésirable.
- 5. Problèmes d'interprétabilité :** Le modèle Lee-Carter vise à offrir une interprétation simple de κ_t en tant que tendance démographique. BSTS, avec ses états latents et distributions a posteriori, peut obscurcir cette interprétation directe.
- 6. Priorisation des dynamiques locales sur les tendances globales :** BSTS est excellent pour capturer les changements locaux et les ruptures structurelles, mais n'est pas optimisé pour les tendances à long terme, essentielles pour la projection de κ_t . La structure simplifiée d'une tendance linéaire ou d'une marche aléatoire avec dérive s'aligne mieux avec l'objectif du modèle Lee-Carter.

En conclusion, le modèle BSTS, avec sa complexité et ses exigences computationnelles, apparaît inadapté pour modéliser la tendance à long terme et régulière de κ_t . La qualité de l'ajustement aux données (`relative.gof`) négative confirme que BSTS ne fournit pas une amélioration substantielle par rapport à un modèle naïf, renforçant ainsi l'option de modèles plus simples et plus directs, dans le cadre du modèle de Lee-Carter.

3.1.5 Le modèle Holt-Winters

Présentation du modèle

La méthode de Holt-Winters, également connue sous le nom de lissage exponentiel triple, constitue une extension des modèles de lissage exponentiel simple et double, en intégrant non seulement des composantes de tendance, mais également de saisonnalité. Cette approche, introduite initialement par Charles Holt et Peter Winters ((Holt, 1957), (Winters, 1960)), est particulièrement efficace

pour modéliser des séries temporelles présentant des tendances et des motifs saisonniers bien définis. Contrairement aux modèles ARIMA qui supposent généralement la stationnarité des séries, la méthode de Holt-Winters offre une flexibilité accrue en permettant de capturer des schémas évolutifs de manière dynamique.

La méthode de Holt-Winters repose sur trois composantes principales : le niveau, la tendance, et la saisonnalité. Pour une série temporelle Y_t , la formulation multiplicative du modèle, couramment utilisée lorsque l'amplitude de la saisonnalité dépend du niveau de la série, est décrite par les équations suivantes :

$$l_t = \alpha \frac{Y_t}{s_{t-m}} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \quad (3.17)$$

$$b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}, \quad (3.18)$$

$$s_t = \gamma \frac{Y_t}{l_t} + (1 - \gamma)s_{t-m}, \quad (3.19)$$

où l_t représente le niveau de la série, b_t la tendance, et s_t la composante saisonnière avec une périodicité de m . Les paramètres α , β , et γ sont des coefficients de lissage pour le niveau, la tendance et la saisonnalité respectivement, prenant des valeurs entre 0 et 1.

En projection, la valeur prévue pour un horizon de h périodes est donnée par l'équation suivante :

$$\hat{Y}_{t+h|t} = (l_t + h \cdot b_t) \cdot s_{t-m+h \bmod m}, \quad (3.20)$$

qui intègre la composante de tendance à travers $h \cdot b_t$ et ajuste cette tendance selon le motif saisonnier $s_{t-m+h \bmod m}$ pour maintenir une cohérence avec les cycles de la série.

Implémentation et résultats

L'estimation des paramètres α , β , et γ peut être réalisée en minimisant l'erreur quadratique moyenne des prévisions, par des méthodes d'optimisation comme celles implémentées dans le package **forecast** en R. La fonction **HoltWinters()** permet d'implémenter directement cette méthode pour une série donnée. En adaptant les valeurs des paramètres, il est possible d'obtenir un modèle réactif aux nouvelles données ou, au contraire, plus stable et moins sensible aux fluctuations récentes de la série.

Dans cette application, les paramètres de lissage obtenus pour le modèle de Holt-Winters sans composante saisonnière sont estimés comme suit : $\alpha = 0,57$ pour le niveau, $\beta = 0,51$ pour la tendance, tandis que γ (saisonalité) reste désactivé (**FALSE**), ce qui confirme une application sans composante saisonnière explicite. Ces valeurs de paramètres permettent au modèle de capturer efficacement la tendance sous-jacente de κ_t tout en maintenant une réactivité modérée aux nouvelles observations de la série temporelle.

Les prévisions obtenues par le modèle de Holt-Winters montrent une performance globale satisfai-

sante. L'erreur absolue moyenne (MAE) s'élève à 1,82, indiquant un écart moyen relativement faible entre les valeurs observées et prédictes. Par ailleurs, le modèle présente un coefficient de détermination R^2 de 0,9859, ce qui souligne la précision de l'ajustement. L'autocorrélation des résidus (ACF1 = -0,004) est proche de zéro, ce qui montre que les erreurs de prévision sont indépendantes dans le temps, renforçant ainsi la robustesse du modèle.

L'un des avantages majeurs du modèle Holt-Winters par rapport au modèle ARIMA(0,1,0) (équivalent à une marche aléatoire avec dérive) réside dans sa simplicité structurelle. En l'absence de dérive stochastique, le modèle Holt-Winters n'introduit pas de variabilité cumulative, ce qui permet une estimation de tendance plus stable. Le modèle est également moins sensible aux petites fluctuations aléatoires grâce à ses paramètres de lissage fixés pour le niveau et la tendance, ce qui lui confère un avantage en termes de complexité efficace. Cela est reflété par un critère d'information d'Akaike (AIC) inférieur pour le modèle Holt-Winters (49,39), comparé à celui de l'ARIMA, malgré sa simplicité apparente.

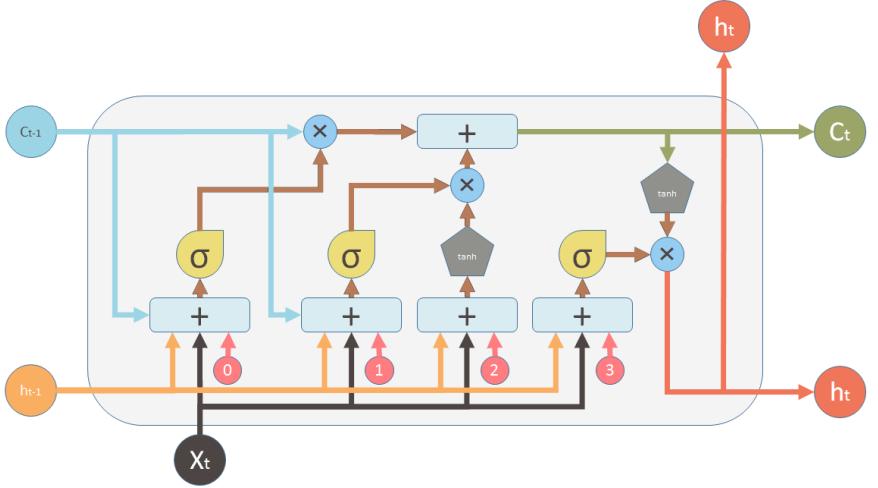
Bien que cette méthode soit robuste et flexible pour des prévisions à court terme, elle présente des limites pour des horizons de prévision plus longs, comme ceux nécessaires pour modéliser le paramètre κ_t . En effet, l'incapacité du modèle Holt-Winters à capturer des changements structurels importants, en raison de ses paramètres de lissage constants, peut limiter sa pertinence dans des contextes où la série temporelle est susceptible d'évoluer de manière significative sur le long terme. Ainsi, si cette approche convient bien aux séries présentant une tendance stable sans ruptures majeures, elle pourrait manquer de flexibilité pour anticiper des variations plus complexes ou des retournements de tendance dans des prévisions à plus long terme, surtout dans le contexte du changement climatique.

3.1.6 Exploration de modèles alternatifs de deep learning

Les méthodes de modélisation classiques testées pour la projection de κ_t , telles que les modèles ARIMA et ETS, présentent certaines limites, notamment en termes de précision pour les prévisions à long terme et de gestion des dépendances temporelles complexes. Bien que ces modèles offrent des performances acceptables en termes de coefficient de détermination (R^2), ils souffrent de taux d'erreur relativement élevés (MAPE autour de 16%) et peinent à capturer les relations non linéaires et les dynamiques de long terme caractéristiques des séries temporelles de mortalité. Pour pallier ces insuffisances, l'utilisation de méthodes d'apprentissage profond, en particulier les réseaux de neurones de type *Long Short-Term Memory (LSTM)*, apparaît comme une solution prometteuse pour modéliser des structures temporelles plus complexes.

Présentation du modèle

La méthode LSTM, introduite par Hochreiter et Schmidhuber en 1997, appartient à la classe des réseaux de neurones récurrents (RNN). Ce modèle a été conçu pour surmonter les limitations des RNN traditionnels, qui souffrent souvent du problème de gradient évanescents, limitant ainsi leur capacité à gérer des dépendances temporelles à long terme (Hochreiter et Schmidhuber, 1997). Contrairement aux RNN classiques, qui peuvent « oublier » des informations importantes au fil du temps, les réseaux LSTM intègrent une structure interne spécifique, appelée cellule mémoire, permettant de conserver les informations pertinentes au sein d'une séquence tout en atténuant le phénomène de gradient évanescents.



Entrées :	Sorties :	Fonctions d'activation :	Opérations vectorielles :
X_t	Vecteur d'entrée	σ	Multiplication par éléments
C_{t-1}	Mémoire du précédent bloc	\tanh	Sommation / concaténation par éléments
h_{t-1}	Sortie du précédent bloc	$+$	
		0	Biais : 0

FIGURE 3.1 – Architecture interne d'une cellule LSTM.

La Figure 3.1 illustre la structure interne d'une cellule LSTM. Cette architecture permet de contrôler le flux d'informations à travers plusieurs étapes, en utilisant des portes de contrôle pour sélectionner les informations pertinentes à chaque instant. Dans cette cellule, chaque instant t est caractérisé par un ensemble d'opérations et de décisions, comme montré dans la figure.

Le schéma met en évidence trois types de variables d'entrée et de sortie pour chaque cellule LSTM :

- X_t représente le vecteur d'entrée actuel ;
- h_{t-1} est la sortie de l'état caché provenant de l'étape précédente ;
- C_{t-1} désigne l'état de la mémoire de la cellule de l'étape précédente.

Ces trois variables permettent à la cellule de prendre en compte les nouvelles données tout en maintenant les informations des étapes antérieures. La cellule LSTM comprend également trois portes de contrôle :

- la porte d'oubli (notée par le symbole σ), qui reçoit comme entrée X_t et h_{t-1} et applique une fonction sigmoïde pour générer un vecteur f_t contenant des valeurs comprises entre 0 et 1. Ce vecteur détermine la proportion d'information stockée dans C_{t-1} à conserver ou oublier ;
- la porte d'entrée, qui décide quelles nouvelles informations provenant de X_t et h_{t-1} doivent être ajoutées à l'état de la cellule ;
- la porte de sortie, qui utilise une fonction sigmoïde pour déterminer quelle partie de l'état de cellule doit être exportée pour former l'état caché h_t .

Grâce à ces trois portes, l'état de la cellule C_t à l'étape actuelle est calculé comme suit :

$$C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t, \quad (3.21)$$

où $*$ représente une multiplication élément par élément. Le nouvel état caché h_t est obtenu par l'application de la fonction \tanh sur C_t , modulée par la porte de sortie o_t , selon :

$$h_t = o_t * \tanh(C_t). \quad (3.22)$$

En résumé, la cellule LSTM illustrée dans la Figure 3.1 montre un flux d'information complexe et bien contrôlé, permettant au modèle de maintenir des informations pertinentes sur de longues périodes. Ces mécanismes de contrôle permettent aux LSTM de s'adapter aux relations temporelles complexes présentes dans les données de mortalité, en particulier pour les projections de κ_t dans le modèle Lee-Carter. Pour mieux formaliser cette structure, les étapes de calcul dans une cellule LSTM pour chaque instant t sont décrites par les équations suivantes :

$$f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_f), \quad (3.23)$$

$$i_t = \sigma(W_i \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_i), \quad (3.24)$$

$$o_t = \sigma(W_o \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_o), \quad (3.25)$$

$$\tilde{C}_t = \tanh(W_C \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_C), \quad (3.26)$$

$$C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t, \quad (3.27)$$

$$h_t = o_t * \tanh(C_t), \quad (3.28)$$

où f_t , i_t , et o_t représentent respectivement les valeurs des portes d'oubli, d'entrée et de sortie ; W et b sont les matrices de poids et les vecteurs de biais appris durant l'entraînement ; h_t est l'état caché ; σ est la fonction d'activation sigmoïde ; et $*$ représente la multiplication élément par élément. Le vecteur C_t , appelé état de cellule, stocke les informations sélectionnées par les portes et les rend disponibles pour les étapes futures, permettant ainsi de conserver une mémoire de longue durée.

Dans le cadre du modèle Lee-Carter, κ_t représente la tendance temporelle des taux de mortalité. L'utilisation des LSTM pour prédire κ_t s'avère particulièrement avantageuse, car elle permet de modéliser les schémas temporels complexes, incluant les variations stochastiques et les tendances à long terme. Une étude (Scognamiglio *et al.*, 2019) a montré que les LSTM, intégrés avec le modèle Lee-Carter, offrent des résultats prometteurs dans la prévision des tendances de mortalité, en capturant des relations temporelles plus riches que les modèles paramétriques traditionnels. Bien que les résultats de cette étude indiquent une amélioration de la précision des prévisions, il convient de noter que les performances peuvent varier selon les populations et les particularités démographiques.

Implémentation et résultats

L'implémentation des réseaux LSTM pour la prévision de κ_t a été réalisée avec les bibliothèques Python **Keras** et **TensorFlow**. Ces outils offrent des fonctionnalités, telles que la couche **LSTM()** et la fonction **Sequential()**, qui facilitent la configuration de réseaux de neurones avec des couches récurrentes, des mécanismes de régularisation et un ajustement fin des paramètres. La structure générale du modèle LSTM étudié comprend une couche d'entrée pour capter les données historiques de mortalité,

une couche LSTM pour capturer les dynamiques temporelles complexes, et enfin une couche de sortie dense pour générer les valeurs prévues de κ_t .

À l'instar de la méthodologie présentée dans la littérature (Scognamiglio *et al.*, 2019), la fonction d'activation *Rectified Linear Unit* (ReLU) a été choisie pour le modèle, en raison de sa capacité à accélérer la convergence du réseau tout en atténuant le problème de gradient évanescence, un aspect particulièrement crucial dans les architectures LSTM. Par ailleurs, une architecture comprenant une seule couche cachée de neurones LSTM a été jugée suffisante pour capturer les tendances temporelles des données de mortalité. Ce choix permet de limiter la complexité du modèle tout en maintenant des performances prédictives satisfaisantes.

Afin d'optimiser les performances du modèle, une recherche automatique des hyperparamètres a été effectuée en utilisant la méthode de recherche aléatoire (*Random Search*) via l'outil **Keras Tuner**. Cette démarche a permis de sélectionner de manière systématique certains paramètres clés, notamment :

- le nombre de neurones dans la couche LSTM, optimisé dans une fourchette de 16 à 128 avec un pas de 16. Ce paramètre contrôle la capacité de mémoire de la couche LSTM, influençant ainsi directement la capacité du modèle à capturer les dépendances temporelles dans les données ;
- le taux d'apprentissage (**learning rate**) pour l'optimiseur **RMSprop**, exploré dans une plage logarithmique de 10^{-4} à 10^{-2} . Un taux d'apprentissage bien ajusté est essentiel pour assurer une convergence rapide et stable de l'algorithme d'apprentissage.

Les autres paramètres du modèle ont été définis empiriquement, en considérant les contraintes imposées par la taille réduite de l'échantillon de données. La longueur de séquence a été fixée à 7, représentant le nombre de points de données successifs utilisés comme entrée pour chaque prédiction de κ_t . Cette valeur a été déterminée de manière à optimiser l'utilisation des données disponibles, tout en maintenant une capacité suffisante pour capter les dynamiques temporelles.

Les données ont été divisées en trois sous-échantillons pour permettre une validation croisée avec fenêtre glissante (*rolling-window cross-validation*), en raison de la taille limitée de l'échantillon. Cette approche permet de renforcer la robustesse du modèle en validant sa performance sur plusieurs sous-ensembles de données. Pour chaque sous-échantillon, le modèle a été entraîné sur un nombre d'époques de 50.

Finalement, les autres hyperparamètres, tels que la taille du lot (*batch size*) de 32 et le choix de 50 neurones dans la couche LSTM, ont également été ajustés en fonction des caractéristiques de la série temporelle étudiée. Ces paramètres influencent la fréquence des mises à jour des poids du modèle et sa capacité de mémoire, respectivement, jouant ainsi un rôle dans la précision des prédictions et la stabilité du modèle.

En résumé, la recherche systématique des hyperparamètres combinée aux ajustements empiriques a permis d'optimiser le modèle LSTM pour la prévision de κ_t , tout en tenant compte des contraintes spécifiques du jeu de données utilisé.

Pour évaluer les performances du modèle LSTM configuré pour la prévision de κ_t , plusieurs métriques d'erreur ont été calculées. Les résultats montrent un coefficient de détermination (R^2) de 0,8510, indiquant que le modèle explique environ 85% de la variance des données, ce qui témoigne d'une capacité de prédiction globalement satisfaisante dans ce contexte. L'erreur absolue moyenne (MAE) de 0,82 reflète une faible différence moyenne entre les valeurs prédictes et les valeurs observées, tandis que la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) de 1,03 souligne que le modèle tend à

commettre des erreurs légèrement plus importantes dans certaines prédictions, les valeurs extrêmes étant pénalisées dans cette mesure d'erreur quadratique.

Concernant les erreurs relatives, l'erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE) de 3,08% indique une bonne capacité du modèle à reproduire les variations relatives de κ_t par rapport aux valeurs réelles. L'erreur moyenne en pourcentage (MPE) de -0,082% montre un biais légèrement négatif, signifiant que le modèle tend, en moyenne, à légèrement sous-estimer les valeurs de κ_t .

Enfin, l'autocorrélation des résidus au premier décalage (ACF1) est de -0,667, ce qui suggère que les erreurs résiduelles sont fortement corrélées négativement dans le temps. Cette forte autocorrélation et la taille réduite de l'échantillon montrent les limites des LSTM dans le contexte des petits jeux de données, où des dépendances temporelles résiduelles peuvent être difficiles à modéliser efficacement. La performance du modèle pourrait ainsi être limitée par la nature restreinte de l'échantillon de données, qui rend difficile la capture exhaustive des dynamiques temporelles de longue portée.

3.1.7 Choix du modèle

Pour sélectionner le modèle le plus adapté à la projection du paramètre temporel κ_t dans le modèle de Lee-Carter climatique, plusieurs approches de modélisation des séries temporelles ont été comparées : ARIMA, la Marche Aléatoire avec Dérive, ETS, Holt-Winters et LSTM. Les critères de performance incluent le coefficient de détermination (R^2), l'autocorrélation des résidus au premier décalage (ACF1), les erreurs absolues moyennes (MAE), les erreurs moyennes absolues en pourcentage (MAPE), le critère AIC, ainsi que des tests de stationnarité, d'autocorrélation et de normalité des résidus, présentés dans les Tables 3.1 et 3.2.

TABLE 3.1 – Comparaison des métriques de performance pour différents modèles de projection de κ_t .

Modèle	R^2	ACF1	MAE	MAPE (%)	AIC
ARIMA	0,9868	-0,1347	1,7981	16,92	143,96
Marche aléatoire avec dérive	0,9868	-0,1347	1,7981	16,92	143,96
ETS	0,9877	-0,0048	1,7508	16,01	171,27
Holt-Winters	0,9859	-0,0041	1,8238	16,89	49,38
LSTM	0,8508	-0,6665	0,8208	3,08	-

TABLE 3.2 – Résultats des p-valeurs des tests statistiques pour les résidus des différents modèles de projection de κ_t .

Modèle	ADF	Q-Stat	Test de Shapiro-Wilk
ARIMA	0,8369	0,5544	0,8570
Marche aléatoire avec dérive	0,8369	0,5544	0,8570
ETS	0,0951	0,8076	0,8966
Holt-Winters	0,1764	0,8890	0,9651
LSTM	0,2369	$6,7 \times 10^{-31}$	0,0024

Les modèles ARIMA et Marche Aléatoire avec Dérive affichent des résultats similaires, avec un R^2 de 0,9868 et un ACF1 légèrement négatif (-0,1347), suggérant une autocorrélation résiduelle modeste. Leur MAPE de 16,92% et leur MAE de 1,7981 indiquent des performances acceptables.

Le modèle Holt-Winters obtient des résultats comparables en termes de R^2 (0,9859) et de MAPE (16,89%) mais présente une autocorrélation résiduelle faible (ACF1 de -0,0041). Bien qu'il soit efficace pour certaines applications, son cadre de lissage constant limite sa flexibilité, le rendant moins adapté pour des projections à long terme dans un contexte climatique dynamique.

Le modèle ETS se distingue quant à lui par un R^2 légèrement supérieur (0,9877) et une autocorrélation résiduelle plus faible (ACF1 de -0,0048), ce qui suggère une bonne capacité à ajuster les dépendances temporelles dans les données de κ_t . Il démontre également une meilleure performance en termes de MAE (1,7508) et de MAPE (16,01%), que les autres modèles classiques testés.

Le modèle LSTM, bien qu'intéressant pour capturer des relations non linéaires complexes, présente des défis dans ce contexte spécifique. Avec un R^2 inférieur (0,8508) et une forte autocorrélation négative des résidus (ACF1 de -0,6665), les performances du modèle sont impactées par la taille restreinte de l'échantillon de données, qui limite sa capacité d'apprentissage et affecte sa généralisation. En dépit de son MAPE relativement faible (3,08%), le test d'autocorrélation (p-valeur de $6,7 \times 10^{-31}$) indique une autocorrélation résiduelle significative, et le test de normalité de Shapiro-Wilk (p-valeur de 0,0024) montre que les résidus ne suivent pas une distribution normale, ce qui soulève des questions quant à la fiabilité des projections de κ_t via le LSTM dans ce contexte de données limitées.

En conclusion, bien que le modèle ETS présente des performances légèrement meilleures en termes de métriques de précision (parmi les modèles classiques), le modèle ARIMA présente un avantage décisif en termes de critère d'information d'Akaike (AIC), avec une valeur significativement plus faible de 143,96 contre 171,27 pour le modèle ETS. Cette différence en AIC met en évidence la parcimonie du modèle ARIMA et son adéquation pour modéliser la structure de la série temporelle κ_t , tout en réduisant le risque de surajustement.

Par ailleurs, bien que le modèle ARIMA affiche des performances identiques à celles de la Marche Aléatoire avec Dérive (RWD) en termes de métriques, il offre une structure nettement plus flexible. Cette flexibilité permet d'intégrer, si nécessaire, des termes d'autocorrélation ou de moyenne mobile, offrant ainsi la possibilité de capturer des dynamiques temporelles plus complexes dans des analyses futures. Dans des contextes où des chocs exogènes ou des changements de tendance pourraient survenir, le modèle ARIMA se distingue par sa capacité à mieux modéliser ces variations grâce à sa structure

adaptable, ce qui n'est pas réalisable avec une simple Marche Aléatoire avec Dérive.

De plus, les résidus du modèle ARIMA suivent une distribution normale, ce qui renforce la validité statistique des prévisions en minimisant le risque de biais systématiques.

Bien que les résidus de ce modèle ne satisfassent pas initialement la condition de stationnarité selon le test de Dickey-Fuller Augmenté (ADF), cela n'invalidise pas son utilisation pour la prévision de κ_t . En effet, en appliquant une différenciation d'ordre 1 sur les résidus, ceux-ci deviennent stationnaires (p -valeur < 0,01 selon le test ADF). Cela suggère que toute non-stationnarité résiduelle est mineure et probablement liée à des tendances stochastiques résiduelles. Cette différenciation confirme que les composantes systématiques du modèle ARIMA capturent efficacement les principales dynamiques de κ_t .

Ainsi, malgré une légère non-stationnarité initiale des résidus, le modèle ARIMA offre des prévisions robustes pour modéliser les tendances sous-jacentes de κ_t . La projection obtenue avec ce modèle est présentée dans la Figure 3.2.

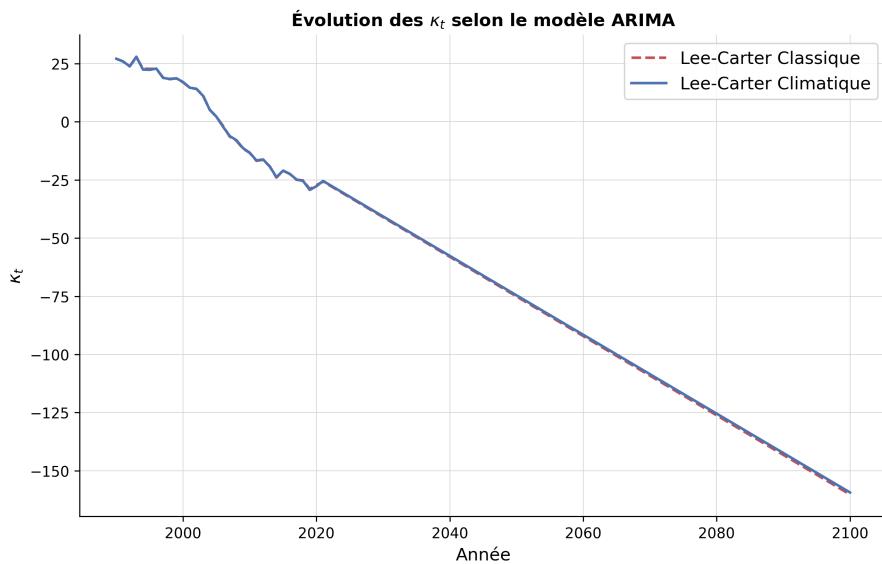


FIGURE 3.2 – Projection du κ_t selon le modèle ARIMA.

3.2 Projection des variables climatiques

Dans le contexte de la modélisation à long terme, la prévision des variables climatiques revêt une importance capitale pour anticiper les impacts des changements climatiques sur divers indicateurs environnementaux et socio-économiques. Les scénarios climatiques officiels, bien qu'indispensables pour fournir des tendances globales et régionales des températures moyennes à long terme, n'incluent pas de projections des variables climatiques spécifiques requises par le modèle. Cette absence constitue une lacune majeure dans les outils de prévision, car ces variables sont essentielles à la construction de l'indicateur climatique employé dans cette approche. Ainsi, il est nécessaire de développer une méthodologie permettant de projeter ces variables tout en assurant leur alignement avec les scénarios climatiques officiels.

Cette section vise à projeter l'indicateur climatique, défini au chapitre 2, en adoptant une mé-

thodologie rigoureuse pour pallier ces limitations. Cet indicateur, construit à partir de variables de température, est essentiel pour projeter les taux de mortalité dans le modèle climatique de Lee-Carter. L'objectif est de produire des projections fiables et alignées sur les scénarios climatiques, tout en tenant compte des spécificités dynamiques des variables climatiques utilisées.

La méthodologie repose sur plusieurs étapes analytiques : décomposition des séries temporelles de température en tendances, saisonnalités et bruit, suivie d'une projection des composantes saisonnale et résiduelle. Cette approche permet de reconstituer les variables spécifiques au modèle en utilisant des techniques statistiques avancées et des hypothèses calibrées aux données disponibles.

La projection finale de l'indicateur climatique s'appuie sur les scénarios climatiques du KNMI pour représenter la tendance des températures. En combinant cette tendance projetée avec la saisonnalité et les résidus modélisés, une prévision complète des valeurs futures de l'indicateur est obtenue. Cette projection garantit non seulement la cohérence avec les scénarios climatiques officiels, mais aussi une granularité suffisante pour répondre aux besoins du modèle. Une analyse approfondie des résultats est ensuite menée dans la dernière partie de cette section.

3.2.1 Décomposition de la série temporelle

La prévision des températures dans un contexte de changement climatique repose sur l'analyse fine des séries temporelles, et il est fondamental de distinguer les différentes composantes d'une série de température pour améliorer la précision des projections. Décomposer la série en trois éléments principaux — la tendance, la saisonnalité et le bruit — permet de mieux isoler les dynamiques temporelles qui régissent l'évolution des températures. La tendance représente la variation à long terme, dépourvue de fluctuations saisonnières ou aléatoires. Dans le cadre des projections du KNMI, cette tendance est essentielle pour évaluer les impacts climatiques à long terme, étant donné qu'elle intègre des facteurs tels que l'effet du réchauffement mondial. La saisonnalité capture les variations périodiques, notamment les fluctuations annuelles liées aux cycles climatiques. Enfin, la composante de bruit représente les fluctuations aléatoires ou résiduelles, qui reflètent des anomalies ponctuelles ou des événements extrêmes. En scindant la série en trois composantes — tendance, saisonnalité et bruit — il devient possible d'analyser, de modéliser et d'interpréter séparément chacune de ces dimensions, facilitant ainsi une meilleure compréhension des dynamiques climatiques sous-jacentes.

Trois modèles principaux de décomposition sont couramment utilisés dans la littérature (Hyndman et Athanasopoulos, 2021) : la décomposition additive, la décomposition multiplicative et la décomposition par STL (*Seasonal-Trend decomposition using LOESS*). Chacune de ces approches se distingue par la manière dont elle modélise les interactions entre les composantes de la série.

Dans la **décomposition additive**, la série temporelle Y_t est exprimée comme une somme de ses composantes :

$$Y_t = T_t + S_t + N_t, \quad (3.29)$$

où T_t représente la tendance à long terme, S_t correspond à la saisonnalité, et N_t désigne le bruit. Ce modèle est particulièrement adapté aux séries temporelles dont l'amplitude des variations saisonnières reste constante, indépendamment des fluctuations de la tendance. En conséquence, la décomposition additive est privilégiée pour les séries où la saisonnalité n'évolue pas en fonction du niveau global de la tendance.

La **décomposition multiplicative**, en revanche, considère que les composantes de la série in-

teragissent de manière proportionnelle. Dans ce cas, la série Y_t est décrite par le produit des trois composantes :

$$Y_t = T_t \times S_t \times N_t. \quad (3.30)$$

Ce modèle convient aux séries présentant une saisonnalité dont l'amplitude varie proportionnellement avec la tendance. La décomposition multiplicative est fréquemment appliquée dans les séries économiques et peut également s'avérer pertinente pour certaines séries climatiques, notamment si des données empiriques montrent que les variations saisonnières augmentent ou diminuent en fonction de la tendance.

La méthode de **décomposition par STL** (ou *Seasonal-Trend decomposition using LOESS*) repose sur une approche de lissage non paramétrique pour estimer séparément la tendance, la saisonnalité et le bruit :

$$Y_t = T_t^{(\text{STL})} + S_t^{(\text{STL})} + N_t^{(\text{STL})}. \quad (3.31)$$

Le modèle STL offre une flexibilité accrue en permettant une saisonnalité dont l'amplitude peut évoluer au fil du temps. Cette caractéristique rend STL pertinent pour des séries complexes, comme celles influencées par des facteurs climatiques variés et des fluctuations irrégulières. Cependant, cette approche peut se révéler plus exigeante en termes de calibrage et peut introduire une certaine complexité pour des séries dont la saisonnalité est bien établie et stable.

En résumé, le choix entre ces modèles dépend des caractéristiques spécifiques de la série temporelle à décomposer. La décomposition additive est simple et bien adaptée aux séries sans variation de l'amplitude saisonnière ; la décomposition multiplicative s'applique aux séries dont la saisonnalité évolue proportionnellement à la tendance ; et la décomposition STL est une option flexible pour capturer des dynamiques complexes, bien que nécessitant un calibrage plus fin dans certains contextes climatiques.

3.2.2 Détermination de la tendance climatique par la méthode LOESS standard

Pour estimer la tendance des séries temporelles de température dans un contexte climatique, la méthode standard de détermination de la tendance, telle que proposée par le KNMI (KNMI, 2020), a été retenue. Cette méthode, basée sur un lissage local par régression LOESS, a été adoptée pour son efficacité à capturer les évolutions climatiques de long terme tout en filtrant les fluctuations de court terme. En effet, l'approche LOESS offre une estimation lissée de la tendance, qui conserve la flexibilité nécessaire pour suivre des évolutions non linéaires sans imposer une forme fonctionnelle prédéfinie. Ce choix est particulièrement pertinent pour des séries de température influencées par des facteurs variés et potentiellement non linéaires.

La méthode LOESS sélectionnée utilise une fenêtre temporelle de 42 ans et applique une pondération de type tricubique pour estimer les valeurs de tendance, T_t , en tout point de la série temporelle. Concrètement, la tendance T_t en un point donné t est déterminée par une régression linéaire locale utilisant les valeurs comprises dans la fenêtre temporelle centrée sur t . La pondération tricubique, définie par la fonction $w(d) = (1 - |d/D|^3)^3$ avec D la demi-largeur de la fenêtre temporelle, attribue une plus grande importance aux valeurs proches de t tout en lissant les variations plus éloignées dans le temps. La largeur de fenêtre de 42 ans est choisie spécifiquement pour maintenir une variance comparable à celle d'une moyenne glissante de 30 ans, tout en étendant la tendance jusqu'aux extrémités de la série temporelle.

$$T_t = \sum_{i=-D}^D w(d_i) \cdot Y_{t+i}, \quad (3.32)$$

où Y_t représente les valeurs annuelles de température, $w(d_i)$ est la pondération tricubique pour chaque point i dans la fenêtre de largeur $D = 21$ années de part et d'autre de t . La régression locale minimise l'erreur quadratique pondérée, garantissant une tendance lisse et robuste même aux bords de la série.

Cette méthode présente plusieurs avantages. Elle est localisée dans le temps, ce qui signifie que les valeurs de tendance pour une période donnée ne changent pas lorsqu'on ajoute des données dans le futur. Elle est également compatible avec les conventions climatologiques, notamment le standard de moyenne glissante de 30 ans, et ne repose pas sur des choix arbitraires de paramètres autres que la largeur de fenêtre et la fonction de pondération. Cependant, cette méthode ne prend pas en compte les corrélations éventuelles à long terme entre les points éloignés dans la série, et son interprétation nécessite de considérer l'impact du choix de la fenêtre temporelle sur les bordures de la série temporelle, où la tendance pourrait diverger légèrement du modèle global.

Enfin, cette approche méthodologique garantit une cohérence avec celle adoptée par le KNMI, dont les projections de tendances climatiques sont intégrées à l'étude pour chaque scénario. Par ailleurs, cette méthodologie standardisée est adaptable à diverses séries temporelles climatiques, ce qui est crucial pour l'analyse, compte tenu du fait que la sélection des variables climatiques à projeter dépend du modèle d'ajustement de l'indicateur climatique. Elle permet également d'inclure, si nécessaire, des variables supplémentaires au-delà de la température, en fonction des exigences du modèle.

Cette méthodologie a été implémentée sous Python en utilisant la fonction `lowess()` du package `statsmodels`. Une fenêtre de lissage de 42 ans a été approximée pour les données journalières, en utilisant le paramètre `frac` pour ajuster l'échelle de la fenêtre de lissage aux données climatiques.

La Figure 3.3 présente la composante de tendance ajustée des températures, obtenue par l'application de la méthode de lissage LOESS sur les températures moyennes journalières. Cette tendance reflète l'évolution à long terme des températures sans les fluctuations saisonnières et aléatoires, ce qui permet de visualiser les dynamiques climatiques de fond. La courbe montre une augmentation progressive de la tendance des températures au cours du XX^e siècle, avec une accélération marquée à partir des années 1980, en cohérence avec les phénomènes de réchauffement climatique observés mondialement. La méthode LOESS permet ici de capturer cette variation sans imposer de structure linéaire ou polynomiale stricte, offrant ainsi une estimation flexible et localisée de la tendance climatique.

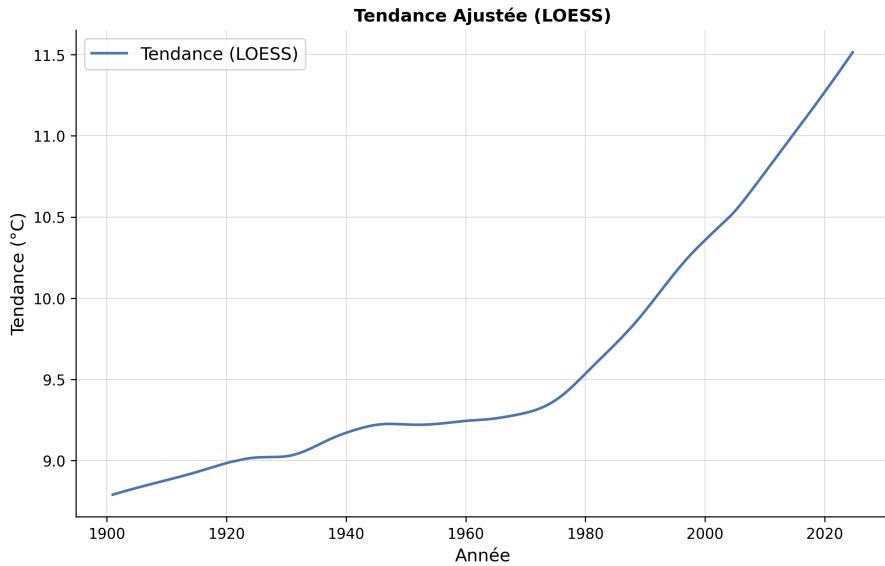


FIGURE 3.3 – Composante de tendance ajustée des températures moyennes, obtenue par lissage LOESS.

Pour évaluer la significativité statistique de cette tendance, un test t a été appliqué sur la pente de la composante de tendance, conformément au principe général présenté en Annexe C. Ce test est utilisé ici pour déterminer si la pente est significativement différente de zéro, indiquant ainsi un changement systématique et non aléatoire des températures moyennes au cours du temps.

Dans ce contexte, il repose sur les hypothèses suivantes :

- **Hypothèse nulle (H_0)** : La pente est nulle, ce qui signifie qu'il n'y a pas de tendance significative dans les températures moyennes (absence de variation systématique dans le temps).
- **Hypothèse alternative (H_a)** : La pente est différente de zéro, ce qui indiquerait une tendance significative dans les températures moyennes (variation systématique dans le temps).

Le test de régression linéaire a été effectué à l'aide de la fonction `linregress()` du module `scipy.stats`. La formule de la statistique t est définie par :

$$t = \frac{\hat{\beta}}{\text{se}(\hat{\beta})}, \quad (3.33)$$

où $\hat{\beta}$ est la pente estimée de la tendance, et $\text{se}(\hat{\beta})$ représente l'erreur standard de cette pente. Une valeur élevée de la statistique t , accompagnée d'une p-valeur faible, permet de rejeter l'hypothèse nulle, confirmant ainsi que la pente est significativement différente de zéro. Les résultats du test t sur la pente de la tendance sont les suivants :

- **Pente** : $5,06 \times 10^{-5}$, indiquant un taux de variation positif de la tendance au fil du temps, ce qui suggère une augmentation des températures moyennes ;
- **Statistique t** : 516,74, une valeur très élevée qui indique que la pente s'écarte significativement de zéro ;
- **p-valeur** : 0,0, une valeur extrêmement faible qui révèle que la tendance est statistiquement significative.

Ces résultats conduisent au rejet de l'hypothèse nulle d'une pente nulle, attestant de l'existence d'une tendance croissante réelle dans les températures moyennes. Ils permettent ainsi de conclure, avec un haut niveau de confiance, que la composante de tendance des données de température révèle une augmentation statistiquement significative au fil du temps.

3.2.3 Analyse de la composante saisonnière

Afin de procéder à une modélisation rigoureuse de la saisonnalité, la composante de tendance a d'abord été extraite des données brutes de températures moyennes grâce au lissage LOESS appliqué dans la partie précédente, permettant ainsi de supprimer les variations à long terme dues au changement climatique. Cette approche facilite une analyse plus ciblée des variations saisonnières en isolant la composante de tendance, ce qui est essentiel pour examiner les fluctuations saisonnières indépendamment des dynamiques de fonds.

Pour identifier l'approche la plus adaptée à la modélisation de la saisonnalité dans cette série temporelle, une analyse comparative des variations saisonnières a été réalisée en segmentant la série en intervalles de 10 ans. Cette segmentation a permis d'explorer les évolutions de la composante saisonnière dans le temps, afin de choisir le modèle de décomposition le plus approprié (additif, multiplicatif ou STL). Dans chaque segment, une décomposition saisonnière a été appliquée en utilisant un modèle additif pour la composante saisonnière. Ce choix d'un modèle additif par segment, bien que temporellement, facilite l'interprétation et ne crée pas de biais dans l'analyse, car chaque segment est traité de manière indépendante et l'amplitude de la saisonnalité n'est pas contrainte de varier proportionnellement avec la tendance ou le bruit. Cette approche additive sur chaque segment fournit ainsi une base de comparaison claire pour évaluer l'évolution de la saisonnalité dans le temps sans introduire d'effets de bord qui pourraient influencer le choix du modèle final pour l'ensemble de la série temporelle.

Cette méthodologie a permis d'examiner plusieurs métriques de la composante saisonnière, notamment la moyenne, l'écart-type, les valeurs de pic et de creux, ainsi que certains quantiles élevés pour chaque segment de 10 ans. Cette analyse a identifié d'éventuelles tendances ou changements structurels dans la saisonnalité. Les tests effectués ont été réalisés à l'aide de fonctions dédiées des packages `scipy` et `statsmodels` sous Python, afin d'évaluer la significativité statistique des résultats obtenus.

Pour évaluer la stabilité des variations saisonnières au fil du temps, des régressions linéaires ont été réalisées sur les valeurs de pic et de creux des segments saisonniers. Pour ces régressions, la pente estimée et sa significativité statistique permettent de déterminer si ces valeurs montrent une tendance dans le temps. Le test de régression linéaire a été effectué à l'aide de la fonction `linregress()` du module `scipy.stats`, où la statistique t est définie par l'équation 3.33.

Les résultats montrent une augmentation significative des valeurs maximales saisonnières (souvent associées aux températures estivales) avec une p-valeur faible (égale à 0,0191) et une pente de 0,0133 - comme le montre la Figure 3.4, tandis que les valeurs minimales présentent une tendance positive non significative, suggérant une certaine stabilité des températures hivernales malgré une légère hausse.

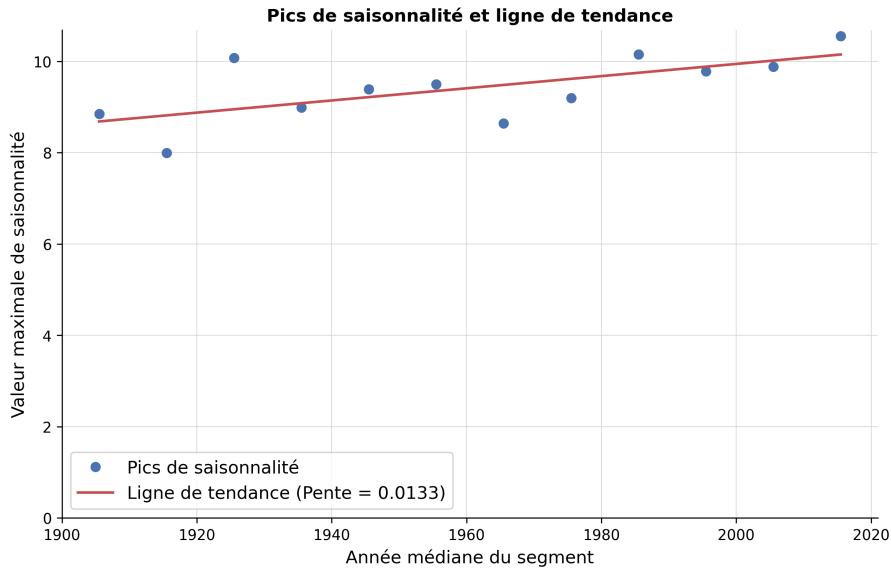


FIGURE 3.4 – Ligne de tendance des pics de saisonnalité.

Cette tendance est également illustrée dans la Figure 3.5, qui trace les évolutions des 90^e et 95^e centiles des composantes saisonnières sur chaque segment de 10 ans.

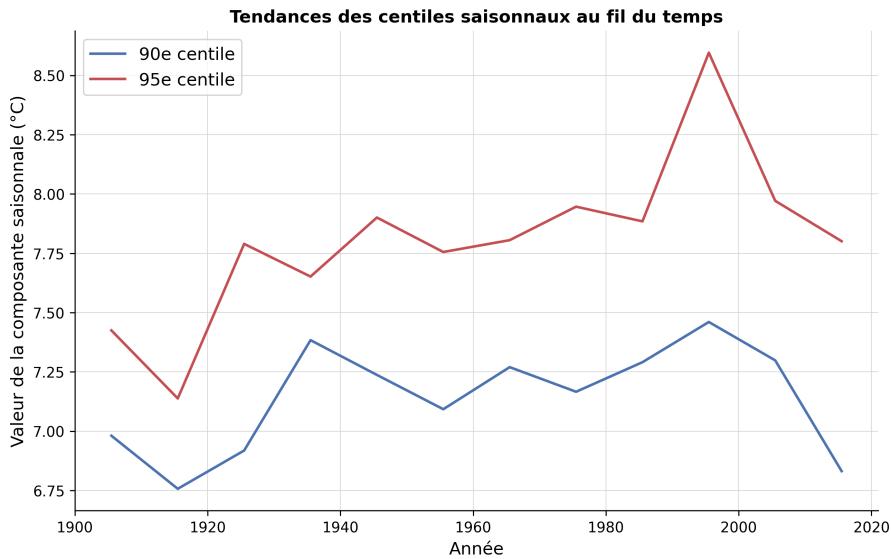


FIGURE 3.5 – Évolution des 90^e et 95^e centiles des valeurs maximales saisonnières par segment de 10 ans.

Pour confirmer ces tendances dans les valeurs extrêmes, le test de Mann-Kendall, présenté en Annexe C (C.8), a été appliqué. Ce test, réalisé via la fonction `mk.original_test()` du package `pymannkendall`, teste la présence d'une tendance monotone sans présumer de linéarité. L'hypothèse nulle (H_0) indique qu'il n'y a pas de tendance monotone, tandis que l'hypothèse alternative (H_a) suggère une tendance croissante ou décroissante.

Les résultats du test de Mann-Kendall confirment une tendance significative à la hausse pour

les valeurs de pic, avec une p-valeur très faible, comme l'illustre la progression des quantiles élevés dans le graphique. Cependant, aucune tendance significative n'a été observée pour les valeurs de creux, renforçant ainsi l'idée que les températures maximales augmentent tandis que les températures minimales restent relativement constantes. Ce constat est particulièrement visible dans la courbe du 95^e centile, qui montre une croissance plus marquée, indiquant une intensification des extrêmes saisonniers au fil du temps.

L'analyse de l'écart-type des segments a permis de vérifier si l'amplitude des fluctuations saisonnières a évolué dans le temps. Pour cela, un test de Levene (C.9) a été effectué pour comparer la variabilité entre la première et la dernière moitié de la période. Ce test, via la fonction `levene()` de `scipy.stats`, est conçu pour tester l'égalité des variances. L'hypothèse nulle stipule que les variances sont égales. Une p-valeur élevée (0,81) indique une stabilité de la variabilité saisonnière, sans changement statistiquement significatif dans l'amplitude des fluctuations saisonnières au fil du temps.

Ensuite, des tests de Student (C.6) et d'ANOVA (C.10) ont été appliqués pour comparer les moyennes saisonnières entre les segments. Le test de Student, réalisé entre le premier et le dernier segment via la fonction `ttest_ind()` de `scipy.stats`, teste l'égalité des moyennes avec une hypothèse nulle d'égalité des moyennes. L'ANOVA, quant à elle, compare les moyennes de tous les segments avec la fonction `f_oneway()` de `scipy.stats`. Les deux tests, avec des p-valeurs élevées (1,00 pour l'ANOVA et très proche de 1,00 pour le test de Student), montrent que le niveau moyen de la saisonnalité reste stable, malgré une intensification des pics.

Pour évaluer la fréquence dominante de la saisonnalité et son amplitude, une analyse de Fourier a été réalisée sur chaque segment de 10 ans. Cette analyse, effectuée à l'aide des fonctions `fft()` et `fftfreq()` de `numpy.fft`, a permis d'identifier la fréquence dominante, l'amplitude associée, ainsi que la puissance annuelle et semi-annuelle de chaque segment. Les résultats, présentés dans la Table 3.3, indiquent une fréquence dominante stable, suggérant que les variations saisonnières conservent un cycle annuel constant au fil du temps. Cette stabilité est typique des données climatiques soumises à des cycles saisonniers réguliers. Toutefois, l'amplitude montre des variations plus complexes : elle augmente jusqu'aux années 1970 avant de diminuer légèrement dans les décennies récentes, ce qui pourrait être une indication de l'influence du changement climatique sur la dynamique saisonnière. La baisse récente de l'amplitude pourrait refléter des différences saisonnières moins marquées (par exemple, des hivers plus doux et des étés moins rigoureux), ce qui est cohérent avec les effets observés du changement climatique sur la saisonnalité dans certaines régions. La période autour des années 1960-1970, où l'amplitude atteint son maximum, pourrait indiquer que les variations saisonnières étaient à leur plus forte intensité durant cette période, tandis que les décennies plus récentes révèlent un schéma saisonnier atténué.

TABLE 3.3 – Résultats de l'analyse de Fourier par segment (fréquence et amplitude dominante).

Segment	Fréquence dominante	Amplitude dominante
1901-1910	0,0027	7,4123
1911-1920	0,0027	7,0234
1921-1930	0,0027	7,4136
1931-1940	0,0027	7,6646
1941-1950	0,0027	7,9546
1951-1960	0,0027	7,6345
1961-1970	0,0027	8,0652
1971-1980	0,0027	7,3571
1981-1990	0,0027	7,5665
1991-2000	0,0027	7,6217
2001-2010	0,0027	7,6820
2011-2020	0,0027	7,2398

Les résultats présentés dans la Table 3.4 révèlent que les puissances annuelle et semi-annuelle ont atteint leur maximum entre les années 1940 et 1970, suggérant une saisonnalité plus marquée durant cette période, possiblement due à la variabilité climatique naturelle ou aux premiers effets anthropiques. Par ailleurs, l'analyse de l'entropie spectrale, calculée via la fonction personnalisée `spectral_entropy()`, permet de quantifier la complexité des motifs saisonniers au fil du temps. Les valeurs d'entropie, relativement stables autour de 5,5, suggèrent une saisonnalité globalement prédictible et régulière sur la période étudiée. La légère augmentation récente de l'entropie pourrait indiquer une complexité croissante des variations saisonnières, potentiellement liée aux événements climatiques inhabituels des dernières décennies. Toutefois, en l'absence de tendance claire à la hausse, rien n'indique une influence marquée du changement climatique sur la dynamique saisonnière.

TABLE 3.4 – Résultats de l’analyse de Fourier par segment (puissance et entropie spectrale).

Segment	Puissance annuelle	Puissance semi-annuelle	Entropie spectrale
1901-1910	8,4351	8,7768	5,5482
1911-1920	8,6578	9,1921	5,5658
1921-1930	8,9475	9,1669	5,5279
1931-1940	8,7640	9,1807	5,5824
1941-1950	9,6946	9,7539	5,4773
1951-1960	8,9945	9,2734	5,6096
1961-1970	9,7796	9,9635	5,4374
1971-1980	8,7138	8,9710	5,5526
1981-1990	8,6098	8,8633	5,5452
1991-2000	9,2985	9,8637	5,6023
2001-2010	8,7863	9,2289	5,5538
2011-2020	8,7918	9,4511	5,6332

Ces analyses confirment que, bien que les valeurs de pic de la saisonnalité augmentent, le niveau moyen et la variabilité des fluctuations saisonnières restent globalement stables. Ce constat soutient le choix d’une approche additive pour modéliser la saisonnalité de la série temporelle complète. Le niveau de complexité dans les variations saisonnières demeure toutefois un indicateur à surveiller dans les années à venir.

La Figure 3.6 présente la composante saisonnière obtenue avec le modèle additif.

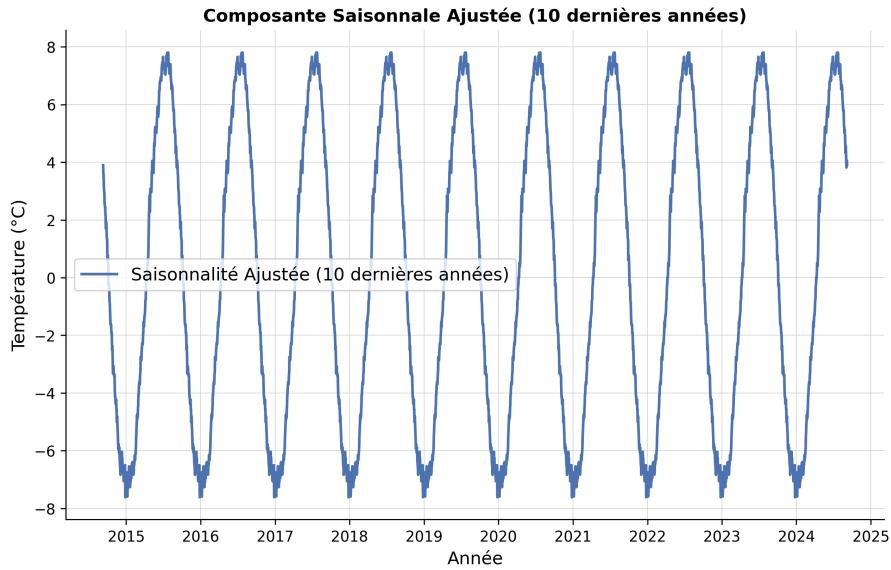


FIGURE 3.6 – Composante saisonnière après décomposition additive des températures moyennes journalières.

Pour évaluer la pertinence statistique de cette saisonnalité, le test de Ljung-Box (Ljung et Box, 1978) a été appliqué. Ce test (C.5) examine l'hypothèse nulle selon laquelle les données, ou plus précisément la composante saisonnière, ne présentent pas d'autocorrélation significative jusqu'à un certain nombre de décalages (ou *lags*). En d'autres termes, il teste si les valeurs observées au cours de différentes périodes sont indépendantes les unes des autres, ce qui est essentiel pour confirmer la présence d'une saisonnalité véritable dans les données. Dans le contexte de la composante saisonnière de la température, le test de Ljung-Box est effectué avec un décalage de 365 jours, aligné sur la périodicité annuelle des variations saisonnières.

Les résultats du test de Ljung-Box appliqués à la composante saisonnière révèlent un test statistique (*lb_stat*) de $8,14 \times 10^6$, une valeur extrêmement élevée, accompagnée d'une *p-valeur* de 0,0. Cette combinaison d'un test statistique élevé et d'une p-valeur nulle suggère une forte autocorrélation dans la saisonnalité, impliquant que les variations saisonnières dans les données ne sont pas simplement dues à des fluctuations aléatoires, mais reflètent un cycle annuel statistiquement significatif. Par conséquent, l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation significative dans la composante saisonnière est rejetée.

Afin d'approfondir cette analyse, la fonction d'autocorrélation (ACF) est également calculée pour la composante saisonnière, comme le montre la Figure 3.7. L'ACF permet de visualiser la corrélation entre les valeurs de la série temporelle à différents décalages, révélant ainsi des motifs récurrents. La présence de pics réguliers et marqués dans l'ACF, notamment à des intervalles proches de 365 jours, renforce l'idée que la saisonnalité est bien une caractéristique inhérente aux données, non attribuable au hasard. Ces résultats, combinés avec le test de Ljung-Box, confirment que la composante saisonnière représente un cycle significatif et récurrent dans les données de température.

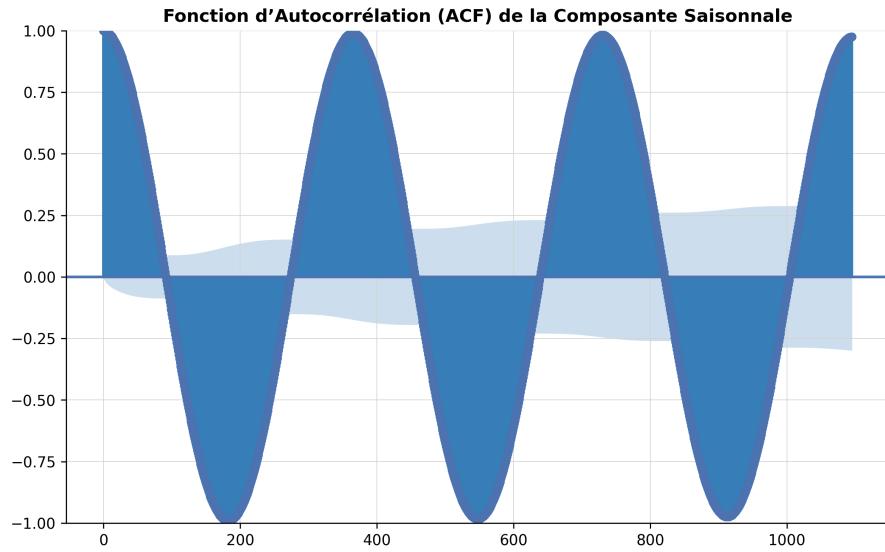


FIGURE 3.7 – Fonction d'autocorrélation (ACF) pour la composante saisonnale.

3.2.4 Analyse et modélisation du bruit

Les résidus de la décomposition additive, censés représenter la composante de bruit ou de "bruit blanc", sont visualisés dans la Figure 3.8, ci-dessous. Dans un modèle idéal, cette composante devrait présenter une structure aléatoire sans corrélations significatives, indiquant que la tendance et la saisonnalité capturent pleinement la dynamique des données. Cependant, des tests statistiques et des analyses complémentaires révèlent des indications d'autocorrélations résiduelles dans les résidus.

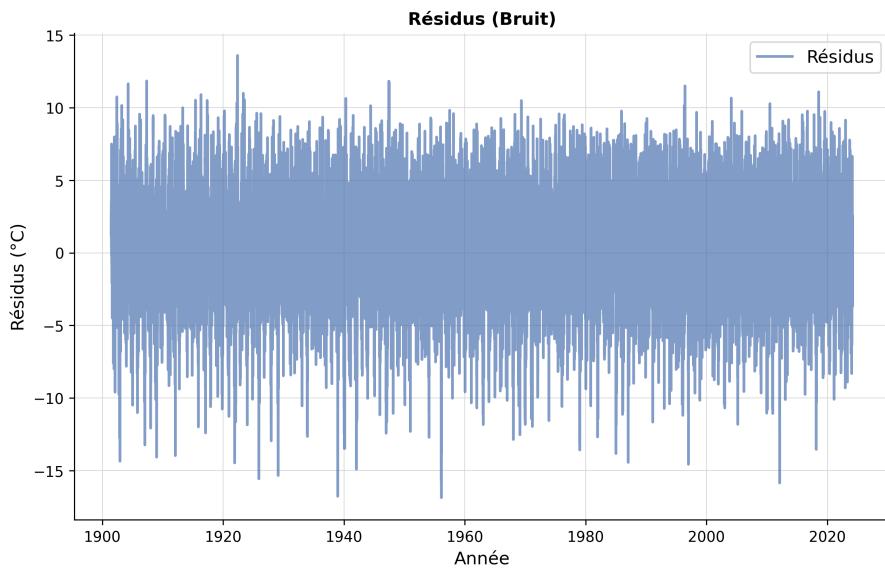


FIGURE 3.8 – Composante des Résidus après décomposition additive des températures moyennes journalières.

Afin d'évaluer la structure potentielle restante dans la composante des résidus, le test de Ljung-Box

(Ljung et Box, 1978) (C.5) est appliqué pour détecter la présence d'autocorrélations significatives. Ce test, basé sur les résidus observés jusqu'à un certain retard (ici, un retard de 365 jours pour capturer toute éventuelle saisonnalité annuelle), examine l'hypothèse nulle selon laquelle les résidus sont non corrélés.

Les résultats du test de Ljung-Box sur les résidus (retard de 365) sont les suivants :

- Statistique du test (lb_stat) : 129.27, indiquant une valeur extrêmement élevée.
- p-valeur : 0,0, suggérant une significativité statistique très forte.

En complément, la Figure 3.9 présente la fonction d'autocorrélation (ACF) des résidus. La présence de pics significatifs dans cette ACF renforce l'idée que les résidus ne sont pas purement aléatoires mais contiennent encore une structure dépendante non capturée par les composantes de tendance et de saisonnalité du modèle additif. Ceci suggère que les résidus présentent des corrélations significatives, invalidant l'hypothèse de bruit blanc.

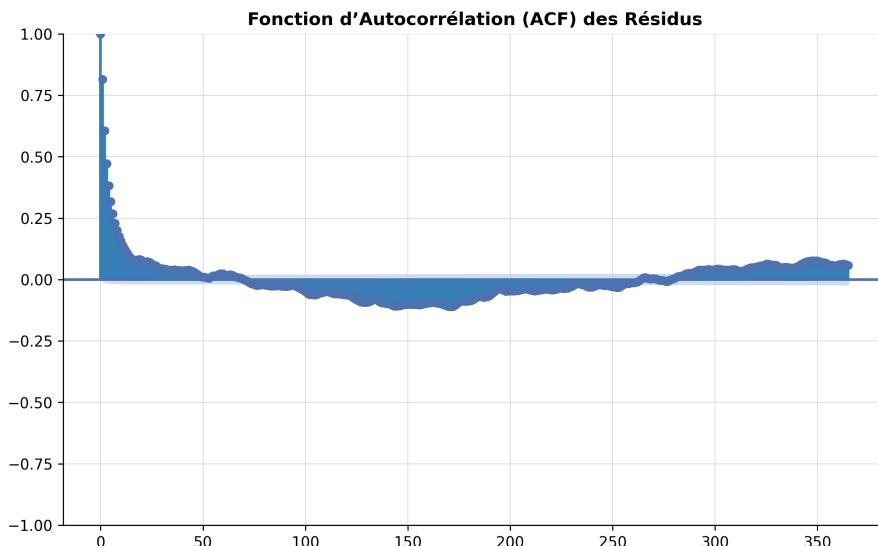


FIGURE 3.9 – Fonction d'autocorrélation (ACF) des Résidus après décomposition additive des températures moyennes journalières.

Ces résultats indiquent qu'une structure sous-jacente persiste dans la composante des résidus et qu'une modélisation supplémentaire est nécessaire pour capturer cette dynamique résiduelle. Par conséquent, il s'avère essentiel de modéliser cette composante résiduelle afin de mieux rendre compte des fluctuations et des comportements d'autocorrélation observés.

Pour capturer toute structure restante dans la composante de bruit issue de la décomposition additive, l'utilisation d'un modèle ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*) s'avère pertinente. En effet, un modèle ARIMA est souvent utilisé dans les séries temporelles pour modéliser les autocorrélations résiduelles qui peuvent subsister après une décomposition en tendance et saisonnalité. En ce sens, l'ARIMA permet de rendre compte des dépendances temporelles persistantes au sein des résidus en introduisant des paramètres autoregressifs et de moyenne mobile.

La sélection des paramètres optimaux du modèle ARIMA a été réalisée à l'aide de la fonction `auto.arima` du package `forecast` de R, en utilisant le critère AIC pour choisir les ordres de p et de q .

Des contraintes ont été appliquées pour limiter la complexité du modèle, en restreignant les valeurs de p et q à un maximum de 5. Le modèle optimal choisi par cette procédure est un ARIMA(2, 0, 5), qui incorpore deux termes autorégressifs et cinq termes de moyenne mobile pour capturer les structures résiduelles.

Les principaux résultats du modèle ARIMA(2, 0, 5) ajusté sur la composante de bruit sont les suivants :

- Coefficient AR(1) : 1,71, indiquant une forte autocorrélation au premier ordre ;
- Coefficient AR(2) : -0,72, avec un effet inverse au deuxième ordre ;
- Coefficient MA(1) : -0,73, capturant une composante de moyenne mobile au premier ordre ;
- Coefficient MA(2) : -0,28, montrant un effet de moyenne mobile plus faible au deuxième ordre ;
- Coefficients MA(3) à MA(5) : 0,04, 0,03 et 0,01 respectivement, indiquant des influences de moyenne mobile décroissantes à des retards plus élevés ;
- Variance résiduelle (σ^2) : 3,51, représentant la variance restante dans les résidus après ajustement du modèle ARIMA.

Pour évaluer la qualité d'ajustement du modèle, des tests de diagnostic complémentaires ont été effectués sur les résidus du modèle ARIMA. Les résultats de ces tests de diagnostic sont exposés ci-dessous :

- **Test de Ljung-Box (C.5)** : Le test de Ljung-Box appliqué aux résidus du modèle ARIMA indique une p-valeur de 1,00, ce qui signifie que le modèle a bien capturé l'autocorrélation temporelle, suggérant un résidu se comportant comme du bruit blanc ;
- **Test de Jarque-Bera (C.11)** : Les résidus ne suivent pas une distribution normale (statistique JB = 1 719 avec une p-valeur = 0,00), indiquant une asymétrie ou un excès de kurtose dans la distribution des erreurs résiduelles, ce qui contrevient à l'hypothèse de normalité souvent souhaitable pour un modèle ARIMA ;
- **Hétéroscédasticité (H) (C.12)** : Le test d'hétéroscédasticité révèle une statistique H = 1,06 avec une p-valeur de 0,00 (test bilatéral), suggérant une variabilité non constante des résidus à travers le temps, soit un phénomène d'hétéroscédasticité, indiquant que la variance des résidus varie avec le temps.

Le modèle ARIMA(2, 0, 5) parvient à capturer partiellement les dynamiques de dépendance temporelle résiduelles dans la série de bruit, mais les tests de diagnostic révèlent que certaines structures persistent, en particulier l'hétéroscédasticité et la non-normalité des résidus. Pour améliorer davantage l'ajustement, l'utilisation de modèles ARIMA d'ordre supérieur pourrait être envisagée. Cependant, les indications de variance non constante dans les résidus orientent davantage vers des modèles capables de modéliser la volatilité, tels que les modèles ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), qui permettent de capturer des dynamiques de variance conditionnelle dans les séries temporelles.

Afin de modéliser cette volatilité conditionnelle dans la composante de bruit, plusieurs modèles ARCH avancés ont été comparés : les modèles GARCH, EGARCH, TARCH et APARCH. Ces modèles, largement utilisés en économétrie et dans les séries temporelles pour capturer des dynamiques de volatilité, se distinguent par leur capacité à modéliser des structures de dépendance dans les résidus et des comportements de volatilité conditionnelle.

Le modèle GARCH (*Generalized ARCH*) permet de capturer les effets d'autocorrélation et de volatilité en intégrant une structure autoregressive pour la variance conditionnelle des résidus.

Ce modèle définit la variance conditionnelle comme une fonction des chocs passés et des variances conditionnelles précédentes, permettant ainsi de modéliser efficacement les périodes alternantes de volatilité élevée et faible (Bollerslev, 1986). Une configuration GARCH(1,1) avec $p = 1$ et $q = 1$ a été adoptée, car elle représente souvent un bon compromis entre simplicité et capacité à capturer les principales dynamiques de volatilité.

Le modèle EGARCH (*Exponential GARCH*) affine cette approche en capturant les asymétries dans la volatilité. Il est particulièrement pertinent dans des contextes où les chocs positifs et négatifs ont des effets différenciés sur la variance conditionnelle. Contrairement au GARCH standard, le modèle EGARCH spécifie la log-variance, ce qui permet de s'affranchir des contraintes de positivité sur les paramètres de la variance (Nelson, 1991). Ici encore, une configuration EGARCH(1,1) est retenue pour conserver un modèle parcimonieux.

Le modèle TARCH (*Threshold GARCH*), quant à lui, capture l'effet de levier en introduisant des seuils au-delà desquels les chocs négatifs ou positifs influencent la variance de manière asymétrique. Ce modèle est ainsi particulièrement adapté aux séries financières où des chocs négatifs peuvent accroître la volatilité plus intensément que des chocs positifs de même amplitude (Zakoian, 1994). Pour ce modèle, une configuration avec $p = 1$, $q = 1$ et $o = 1$ a été adoptée afin de capturer l'asymétrie due aux seuils.

Enfin, **le modèle APARCH (*Asymmetric Power ARCH*)** est une extension flexible de l'ARCH qui permet une adaptation de la puissance des résidus. Ce modèle est capable de capturer des asymétries dans la réponse de la volatilité aux chocs, tout en permettant de transformer la variance conditionnelle en fonction de puissances fractionnaires, ce qui en fait un modèle très adaptable pour modéliser des séries avec forte autocorrélation dans la variance (Ding *et al.*, 1993). Le modèle APARCH(1,1) a été sélectionné pour sa capacité à gérer des asymétries et des non-linéarités complexes dans la variance.

La Table 3.5 récapitule les choix de paramètres et les caractéristiques principales de chaque modèle :

TABLE 3.5 – Choix des paramètres pour les modèles de volatilité conditionnelle.

Modèle	Paramètres (p, q, o)	Caractéristique principale
GARCH	(1,1)	Capture de base de la volatilité conditionnelle
EGARCH	(1,1)	Capture des asymétries dans la réponse aux chocs
TARCH	(1,1,1)	Capture de l'effet de seuil dans la volatilité
APARCH	(1,1)	Flexibilité dans la réponse asymétrique et transformation de la variance

L'utilisation d'ordres initiaux (1,1) pour les modèles de volatilité conditionnelle repose sur plusieurs justifications théoriques et méthodologiques.

D'abord, les **modèles simples** (à ordres réduits, tels que (1,1)) limitent le risque de surajustement. La simplicité de cette configuration réduit le nombre de paramètres à estimer, permettant ainsi au modèle de capturer les tendances de volatilité sans être beaucoup influencé par des variations idiosyncratiques. Un modèle de faible complexité permet de mieux généraliser les dynamiques sous-jacentes, ce qui est crucial lorsque l'objectif est de représenter de façon synthétique les regroupements

de volatilité sans introduire de bruit supplémentaire.

Ensuite, utiliser les **ordres (1,1) comme point de départ** constitue une approche méthodologique permettant une comparaison de base des performances des modèles. Ce choix initial fournit un point de référence sur lequel il est possible d'évaluer l'ajustement du modèle. En cas de performance insuffisante, des ordres plus élevés peuvent être testés et ajustés pour améliorer la représentation des dynamiques de volatilité, en optimisant les critères de sélection comme l'AIC (Akaike Information Criterion) et le BIC (Bayesian Information Criterion). Ce cadre d'analyse fournit ainsi une méthode progressive et structurée pour adapter les paramètres du modèle en fonction de la complexité observée dans les données.

Enfin, cette configuration constitue un compromis entre simplicité et capacité à capturer les caractéristiques essentielles des fluctuations de volatilité conditionnelle. Les paramètres (1,1) des modèles GARCH, EGARCH, TARCH et APARCH offrent ainsi une approche initiale équilibrée, qui combine robustesse et flexibilité pour modéliser les dynamiques de volatilité.

Pour comparer ces quatre modèles (GARCH, EGARCH, TARCH, APARCH), une évaluation des critères d'information AIC et BIC a été réalisée. Les résultats de cette analyse comparative sont synthétisés dans la Table 3.6.

TABLE 3.6 – Comparaison des modèles ARCH selon les critères AIC et BIC.

Modèle	AIC	BIC
APARCH	181 672	181 724
TARCH	181 682	181 734
GARCH	181 683	181 727
EGARCH	181 692	181 735

Les résultats montrent que le modèle APARCH présente les valeurs d'AIC et de BIC les plus faibles, ce qui indique qu'il fournit le meilleur ajustement parmi les quatre modèles testés. Les modèles TARCH et GARCH ont des valeurs d'AIC et de BIC légèrement supérieures mais presque identiques, tandis que le modèle EGARCH est le moins performant, avec les valeurs d'AIC et de BIC les plus élevées. En conséquence, le modèle APARCH a été retenu pour l'analyse des résidus.

Pour vérifier l'efficacité du modèle APARCH dans la capture de la volatilité et des structures d'autocorrélation, une analyse approfondie des résidus du modèle ajusté a été effectuée à l'aide de plusieurs graphiques : la fonction d'autocorrélation (ACF), l'ACF des résidus quadratiques, un Q-Q plot en supposant une distribution de Student-t, et un histogramme des résidus. Ces graphiques sont présentés dans la Figure 3.10 ci-dessous.

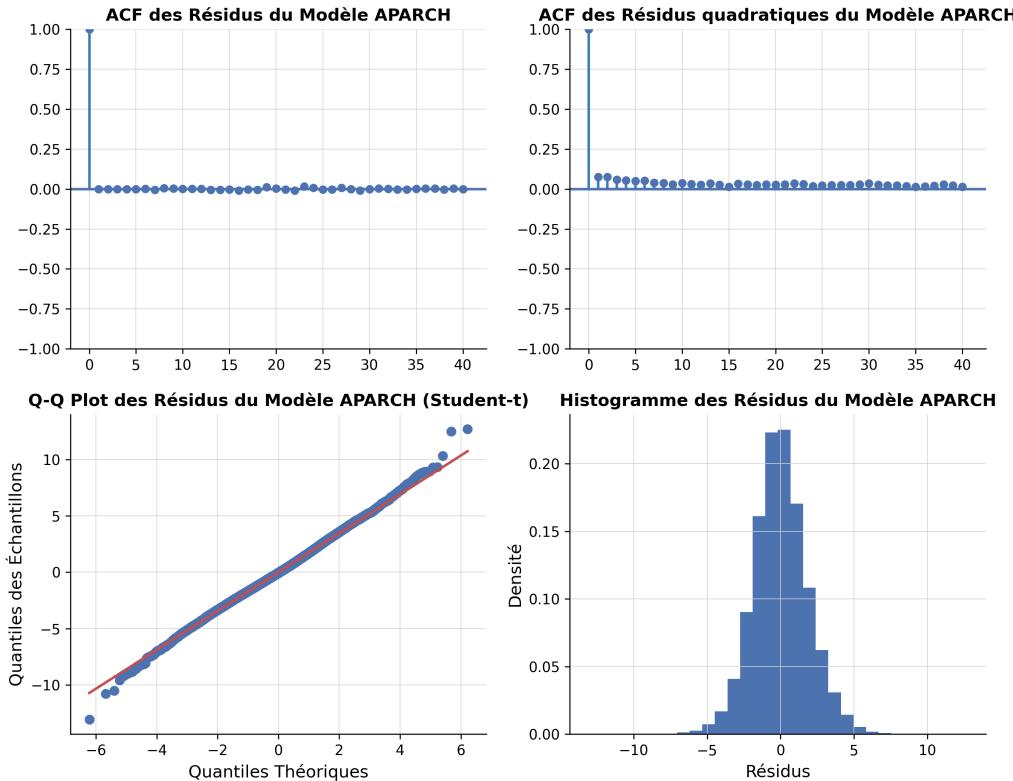


FIGURE 3.10 – Analyse des Résidus du modèle APARCH.

Les résultats de ces graphiques montrent que le modèle APARCH semble avoir capturé avec succès l'autocorrélation et le regroupement de volatilité (*volatility clustering*) dans les résidus. La fonction d'autocorrélation ne révèle pas de structure significative, et la fonction d'autocorrélation des résidus quadratiques montre une absence de corrélation forte, indiquant que le modèle APARCH a bien modélisé la dynamique de la variance conditionnelle.

Le Q-Q plot montre un ajustement raisonnable à la distribution de Student-t, avec quelques légères déviations dans les queues de la distribution, ce qui est commun dans des séries temporelles volatiles. Enfin, l'histogramme des résidus confirme visuellement cet ajustement, les résidus suivant approximativement la distribution de Student-t avec des queues modérément lourdes.

Un test de Ljung-Box (C.5) a été appliqué aux résidus du modèle APARCH afin d'évaluer la présence d'autocorrélation résiduelle. Les résultats obtenus indiquent une statistique de Ljung-Box (lb_stat) de 3,25 accompagnée d'une p-valeur de 0,97. Ces valeurs suggèrent qu'il n'est pas possible de rejeter l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation significative des résidus jusqu'à un décalage de 10. Par conséquent, le modèle APARCH a efficacement capturé les structures d'autocorrélation présentes dans les résidus.

En conclusion, le modèle APARCH s'avère approprié pour capturer les dépendances et la volatilité dans les résidus, offrant ainsi une modélisation robuste des structures non linéaires persistantes dans les données.

3.2.5 Projection de la tendance selon les scénarios climatiques de KNMI

La projection des tendances différencierées en fonction des trajectoires climatiques (présentées dans la section 1.3.2) repose sur une méthodologie combinant des projections climatiques mondiales et des simulations régionales détaillées. Le processus débute par l'utilisation des projections mondiales fournies par les modèles climatiques globaux, qui simulent le climat planétaire sous différents scénarios d'émissions de gaz à effet de serre, appelés *Shared Socioeconomic Pathways* (SSP). Ces scénarios sont classés en fonction des trajectoires d'émissions futures : **SSP1-2.6** (émissions faibles), **SSP2-4.5** (émissions modérées) et **SSP5-8.5** (émissions élevées). Bien que ces projections mondiales fournissent une vue d'ensemble des évolutions de température à l'échelle planétaire, elles présentent une résolution spatiale relativement faible, ce qui limite leur précision pour des applications à l'échelle régionale.

C'est à ce stade que les modèles climatiques régionaux, tels que RACMO (*Regional Atmospheric Climate Model*), interviennent. Le modèle RACMO permet d'affiner les projections mondiales en simulant les conditions climatiques à une échelle plus fine, offrant ainsi une meilleure compréhension des impacts du changement climatique à l'échelle locale. La méthode de projection de RACMO repose en partie sur la méthode dite de delta, qui consiste à ajouter aux conditions climatiques actuelles régionales un delta de température déterminé par les modèles climatiques mondiaux (van Dorland *et al.*, 2024). Ce delta représente le changement moyen de température projeté à l'échelle mondiale pour un scénario d'émissions donné et est appliqué à la température actuelle calculée par le modèle régional. Autrement dit, RACMO simule d'abord le climat actuel à l'échelle locale, en prenant en compte les spécificités géographiques (telles que la topographie, les influences océaniques ou les effets d'îlots de chaleur urbains), puis applique le réchauffement projeté par les modèles mondiaux pour obtenir les projections futures de température.

Ainsi, les scénarios KNMI'23 offrent des projections climatiques à la fois plus précises et mieux adaptées à la région néerlandaise. Ces projections permettent de prendre en compte non seulement les tendances globales de réchauffement, mais aussi les spécificités locales qui pourraient influencer les impacts du changement climatique, telles que les variations topographiques et la proximité des zones côtières.

Les prévisions de tendance fournies par le KNMI, déclinées selon les différents scénarios climatiques, portent sur les températures moyennes et sont calculées sur une base annuelle. Ces valeurs sont interprétées comme des augmentations constantes d'une année à l'autre, sans supposer de variations intra-annuelles. Afin de convertir cette tendance en une série journalière, une progression par étapes annuelles a été adoptée, respectant ainsi le sens d'une tendance annuelle moyenne en évitant l'introduction de variations intra-annuelles.

Afin d'obtenir ces étapes annuelles, une interpolation linéaire des courbes de tendance fournies par le KNMI a été appliquée, en utilisant la fonction `np.interp` de la bibliothèque NumPy sous Python. Les valeurs interpolées ont ensuite été répliquées pour chaque jour de l'année correspondante, créant ainsi une tendance journalière tout en conservant la constance de l'évolution annuelle. La Figure 3.11 présente cette interpolation journalière des tendances projetées.

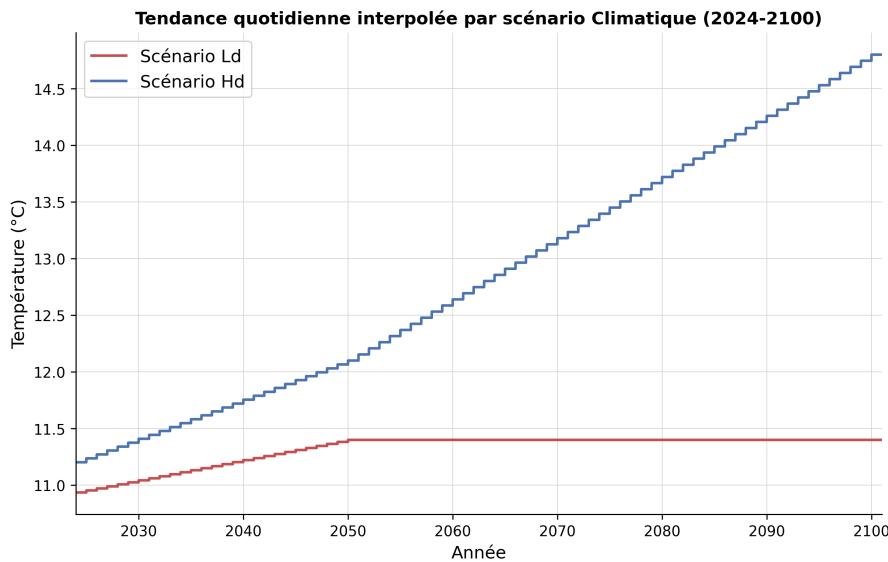


FIGURE 3.11 – Interpolation journalière des prévisions de tendance par le KNMI.

Les prévisions de tendance publiées par le KNMI ne proposent pas de projections spécifiques pour les températures minimales et maximales. Par conséquent, les tendances historiques de ces variables ont été estimées en appliquant une méthodologie identique à celle utilisée pour les températures moyennes. En particulier, un lissage LOESS a été appliqué avec une fenêtre de 42 ans pour extraire les composantes de tendance des séries temporelles des températures minimales et maximales.

La Figure 3.12 illustre les courbes de tendance historiques des températures moyennes, minimales et maximales. L’observation de ces courbes met en évidence une relative stabilité des écarts entre la température moyenne et la température minimale, ainsi qu’entre la température moyenne et la température maximale au fil du temps, témoignant d’une évolution harmonieuse des différentes composantes thermiques. Cette constance indique que les variations des écarts entre ces températures restent limitées, même dans un contexte de changement climatique.

Sur la base de cette observation, la différence historique moyenne a été utilisée pour dériver les tendances des températures minimales et maximales à partir des courbes de tendance de la température moyenne. En moyenne, l’écart entre la température minimale et la température moyenne est estimé à -4 °C, tandis que celui entre la température maximale et la température moyenne est de +4 °C. Ces écarts ont ensuite été appliqués aux prévisions de tendance de la température moyenne définies par le KNMI, permettant ainsi d’estimer les tendances projetées des températures minimale et maximale par scénario climatique.

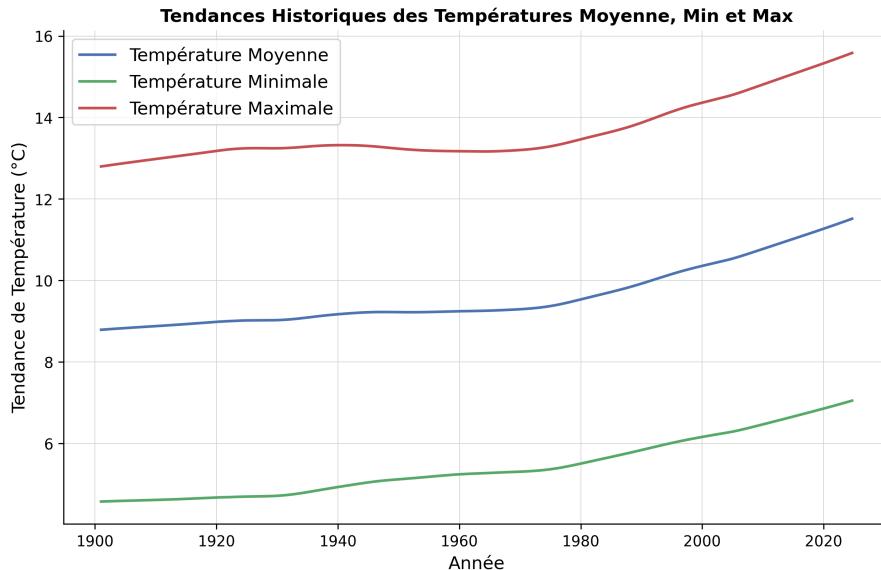


FIGURE 3.12 – Tendances historiques des températures moyennes, minimales et maximales (1900-2020).

3.2.6 Projection de la saisonnalité

Pour projeter la composante saisonnière des données de température jusqu'en 2100, une méthode combinant le cycle saisonnier de référence et un ajustement de tendance pour les valeurs de pic saisonnières a été développée. Cette approche préserve les schémas saisonniers fondamentaux observés dans les données historiques tout en intégrant une tendance anticipée à la hausse des valeurs de pic. Ce raffinement est essentiel pour capturer les variations potentielles des températures dans le temps de manière cohérente et réaliste.

La méthodologie adoptée s'appuie sur une analyse approfondie des données historiques, mettant en évidence une périodicité annuelle stable, telle que décrite dans la sous-section 3.2.3. Cette stabilité, confirmée par l'analyse de Fourier appliquée à plusieurs segments historiques, justifie l'hypothèse selon laquelle le schéma saisonnier global demeure constant et que les variations cycliques au cours de l'année restent cohérentes dans le temps. Par conséquent, la projection maintient une saisonnalité de référence constante, à l'exception des valeurs de pic, ajustées pour tenir compte des tendances à long terme observées.

Un cycle saisonnier de référence a été extrait à partir des données de la dernière année observée, permettant de capturer un modèle annuel représentatif utilisé comme base pour les projections futures. Ce modèle a ensuite été ajusté en ajoutant une composante de tendance spécifique aux valeurs de pic saisonnières. Cette tendance correspond au coefficient de régression linéaire réalisée sur les valeurs de pic des segments saisonniers (déterminé dans la partie 3.2.3). La valeur de cette pente a servi de facteur de tendance appliqué progressivement aux pics saisonniers pour chaque année projetée, permettant ainsi au modèle de capturer l'augmentation progressive des extrêmes de température, comme le montre la Figure 3.13.

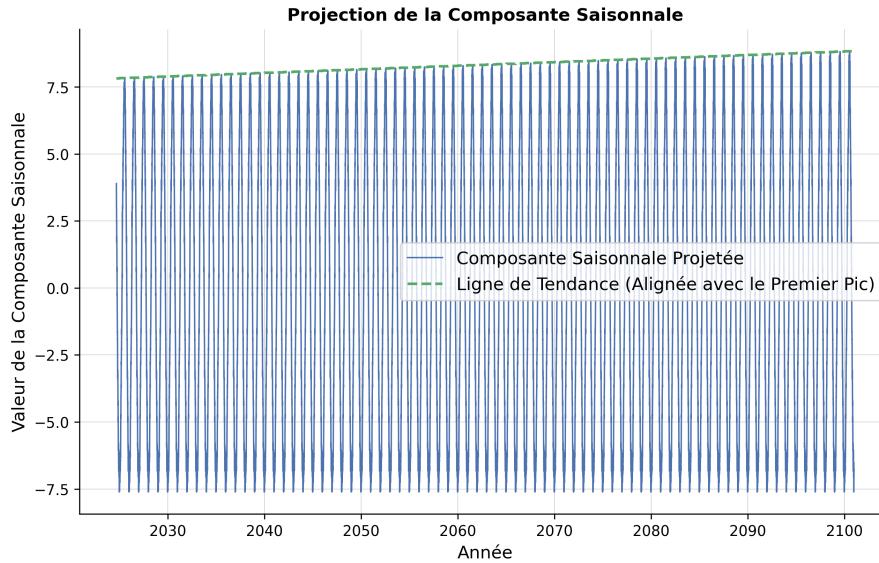


FIGURE 3.13 – Projection de la composante saisonnale avec application du facteur de tendance.

La projection complète de la saisonnalité a été construite en répétant d'abord le cycle de référence pour couvrir l'ensemble de la période de projection, s'étendant du jour suivant la dernière observation historique jusqu'au 31 décembre 2100. Cette extension utilise un cycle de 365 jours par an avec ajustement pour les années bissextiles, une hypothèse soutenue par l'analyse de Fourier, qui montre la stabilité des fréquences saisonnières au fil des années. Pour chaque année de la période projetée, les jours de pic ont été définis comme ceux dont les valeurs dépassent le 90^e centile du cycle saisonnier de référence. Ces pics ont ensuite été ajustés vers le haut par un incrément du facteur de tendance annuel, chaque ajustement s'accumulant d'année en année pour refléter l'augmentation graduelle dans le temps. Cette approche suppose que les changements dans la saisonnalité affecteront principalement les valeurs de pic sans modifier l'ensemble du profil saisonnier. La Figure 3.14 illustre la saisonnalité projetée (correspondant à la saisonnalité de la dernière année de projection) en comparaison avec la saisonnalité de référence.



FIGURE 3.14 – Comparaison entre la saisonnalité projetée et la saisonnalité de référence.

Afin de valider la cohérence entre la saisonnalité projetée et les données historiques, des statistiques clés ont été calculées, notamment la moyenne, l'écart-type et les centiles élevés, pour les composantes saisonnières des deux périodes. La forte concordance entre ces statistiques indique que la saisonnalité projetée maintient la cohérence avec les schémas historiques tout en intégrant efficacement la tendance anticipée dans les valeurs de pic. Les résultats sont présentés dans la Table 3.7.

TABLE 3.7 – Comparaison statistique de la saisonnalité historique et projetée.

Statistique	Historique	Projetée
Moyenne	0,00	0,05
Écart-type	5,26	5,33
90 ^e centile	7,20	7,32
95 ^e centile	7,38	7,96

La moyenne légèrement supérieure à zéro pour les années de projection reflète la tendance à la hausse appliquée aux valeurs de pics.

La Figure 3.15 illustre la projection finale de la saisonnalité aux côtés des données historiques, validant ainsi la cohérence de la prévision avec les tendances observées et montrant que cette projection préserve le schéma saisonnier tout en permettant une hausse future des températures.

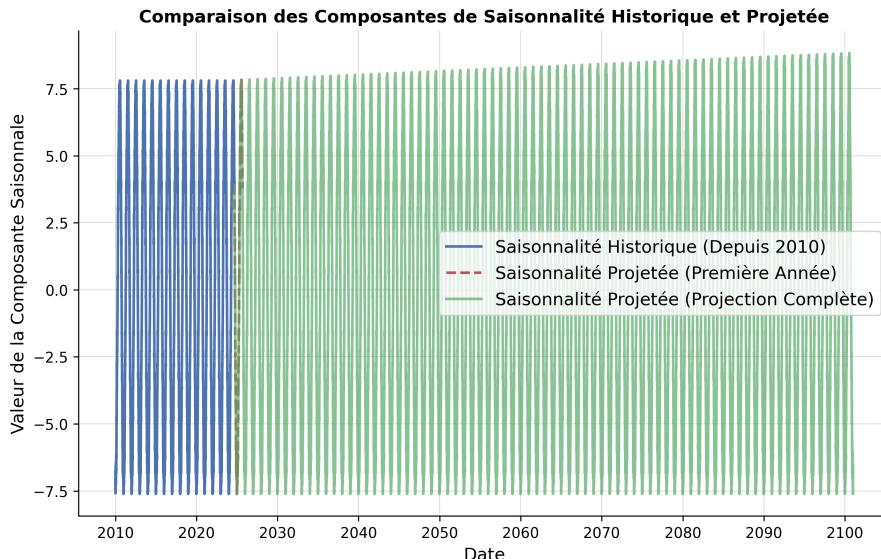


FIGURE 3.15 – Projection de la saisonnalité jusqu'en 2100, incluant la tendance ajustée pour les valeurs de pic.

Ainsi, cette méthodologie équilibre la stabilité des schémas saisonniers avec la flexibilité d'un ajustement des valeurs de pic, alignant la projection avec les données historiques tout en intégrant une tendance plausible pour les conditions climatiques futures. En s'appuyant sur la stabilité historique et en ajustant uniquement les valeurs de pic, cette approche propose une prévision saisonnière réaliste, à la fois fondée sur des données observées et adaptable aux projections climatiques de long terme.

Dans le prolongement de cette analyse, la cohérence des composantes saisonnières entre les températures moyennes, minimales et maximales a également été examinée. Une analyse des corrélations entre les composantes saisonnières des trois séries de température a été réalisée afin de justifier l'utilisation d'une même composante saisonnière pour les températures minimales et maximales, basée sur celle modélisée pour la température moyenne. Les résultats obtenus révèlent une forte similarité statistique ainsi qu'une cohérence temporelle marquée entre ces séries.

Premièrement, les coefficients de corrélation croisée entre les composantes saisonnières des températures moyenne et minimale (0,9940), des températures moyenne et maximale (0,9967), ainsi qu'entre les températures minimale et maximale (0,9828) indiquent une très forte synchronisation. Ces valeurs de corrélation élevées montrent que les variations saisonnières suivent des schémas quasi identiques pour les trois séries de température. Cela suggère que les fluctuations saisonnières sont alignées dans le temps et dans l'amplitude, ce qui valide l'application d'une même composante saisonnière pour les températures minimales et maximales.

Ensuite, la Figure 3.16 illustre la composante saisonnière des températures moyennes, minimales et maximales sur la dernière année observée. Les courbes suivent une dynamique saisonnière très similaire, tant en termes de phase que de forme. Bien que les valeurs absolues diffèrent légèrement, l'alignement des pics et des creux tout au long de l'année indique que la saisonnalité fondamentale est cohérente entre les trois séries.

Cette concordance indique que les températures suivent des schémas saisonniers similaires indépendamment des différences d'échelle, justifiant ainsi l'utilisation d'une même composante saisonnière pour les trois séries.

En conclusion, ces éléments empiriques soutiennent l'application d'une composante saisonnière unique pour les températures moyennes, minimales et maximales, garantissant une cohérence et une simplicité dans la modélisation tout en maintenant la fidélité aux données historiques.

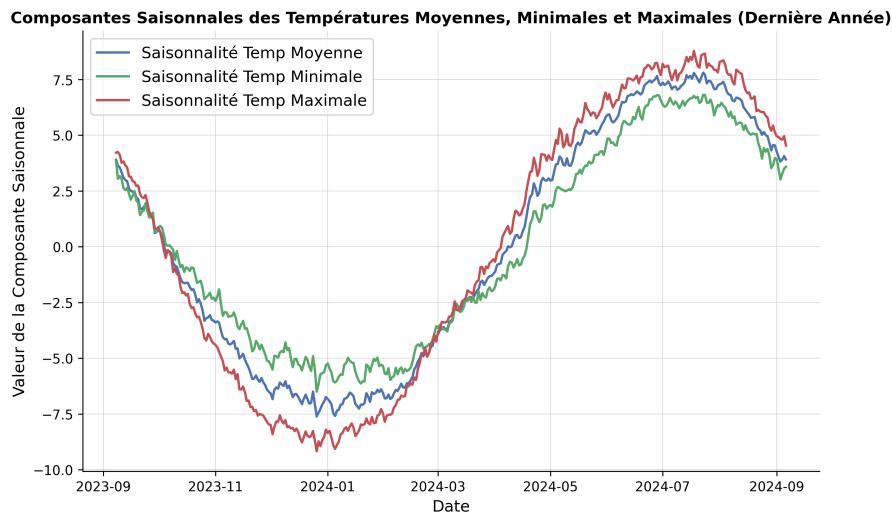


FIGURE 3.16 – Composantes saisonnières des températures moyennes, minimales et maximales pour la dernière année observée.

3.2.7 Projection du bruit

La méthodologie de projection du bruit dans les prévisions de température moyenne repose sur l'utilisation du modèle ARIMA suivi du modèle APARCH (définis dans la partie 3.2.4), permettant de capturer à la fois les dépendances temporelles et la variance dynamique des résidus. Les résidus historiques servent de base pour cette projection. Une variance plancher, définie comme le 70^e centile de la variance historique, est introduite afin d'éviter une sous-estimation irréaliste de la variance dans les projections futures.

Le modèle APARCH est utilisé pour prévoir la variance conditionnelle de manière itérative, à partir du dernier résidu historique. Cette approche garantit que chaque étape projetée conserve un niveau minimal de fluctuation, cohérent avec les schémas historiques. Par ailleurs, un facteur de tendance de 0,0001 est appliqué à la variance afin de refléter une augmentation progressive de l'incertitude, en complément de la variance plancher qui assure déjà une hausse par rapport à la variance historique.

À chaque étape de la projection, un bruit aléatoire, pondéré par la racine carrée de la variance conditionnelle projetée, est ajouté pour représenter l'hétéroscédasticité conditionnelle dans les résidus. Les résidus projetés sont ensuite intégrés dans une série temporelle continue avec les résidus historiques, garantissant ainsi la cohérence statistique entre les deux périodes. La Figure 3.17 illustre le résultat de projection des bruits.

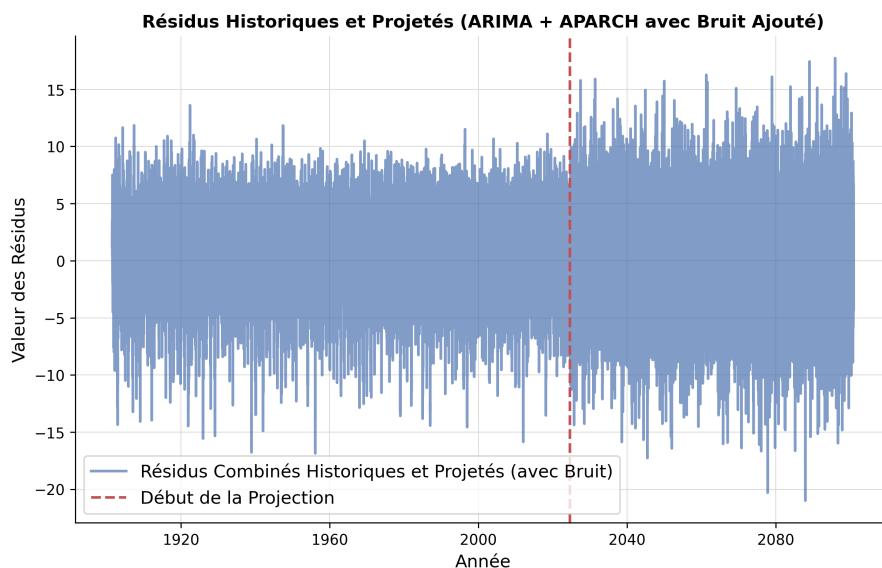
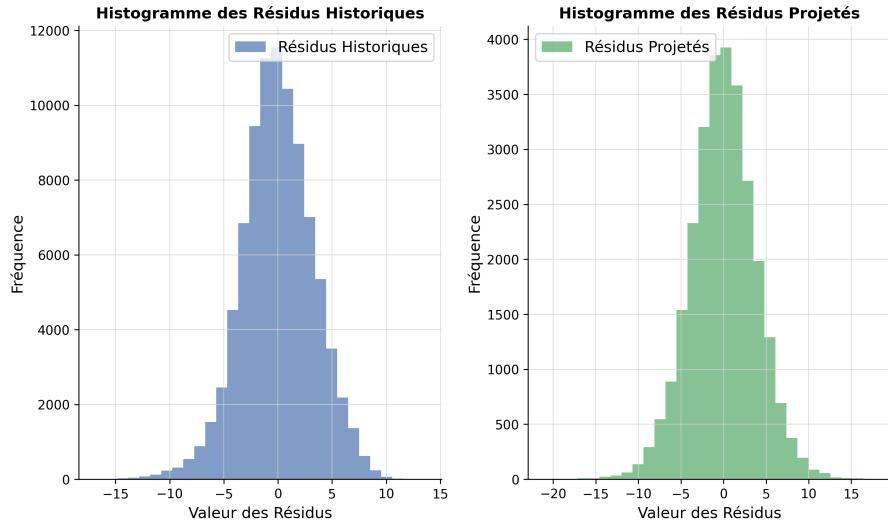
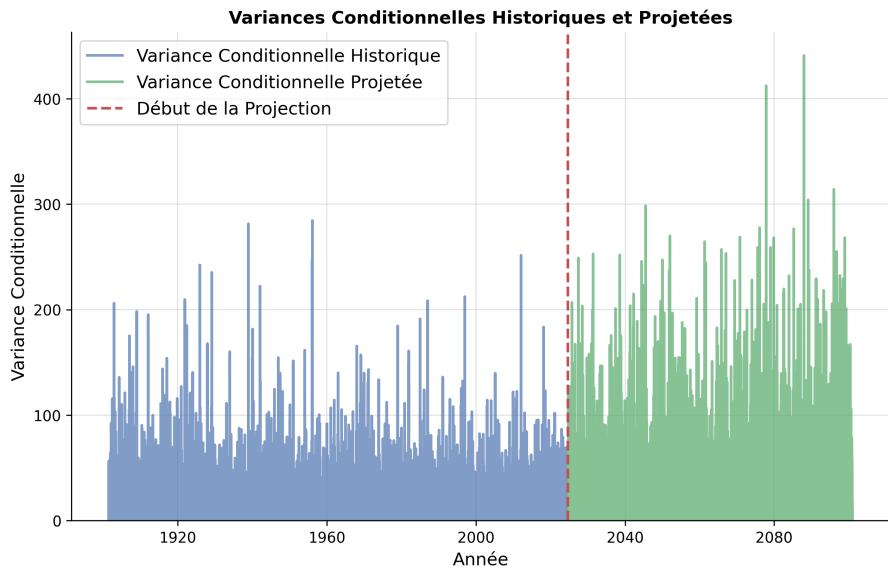


FIGURE 3.17 – Projection de la composante résiduelle.

Pour évaluer cette projection, une comparaison a été effectuée entre les propriétés statistiques des résidus historiques et celles des résidus totaux. La Figure 3.18a montre ces histogrammes. Les distributions similaires des deux séries indiquent que la projection maintient une continuité statistique avec les données passées. De plus, la Figure 3.18b présente la variance conditionnelle historique et totale. La variance conditionnelle projetée est plus élevée que la variance conditionnelle historique, afin de tenir compte de l'effet du changement climatique.



(a) Histogrammes des résidus historiques et totaux



(b) Variances conditionnelles historique et totale

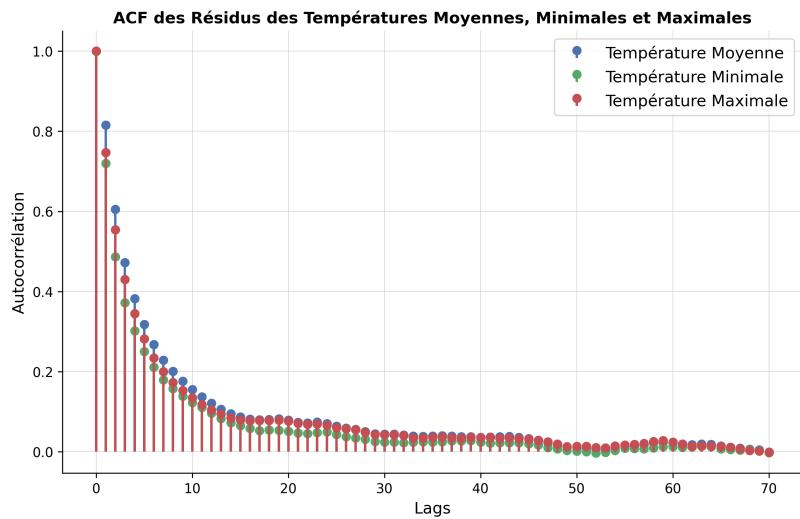
FIGURE 3.18 – Comparaison statistique des résidus et des variances conditionnelles, historiques et totaux.

La même composante de bruit (modélisée pour les températures moyennes) est appliquée aux températures minimales et maximales. Cette approche repose sur plusieurs éléments empiriques présentés ci-dessous.

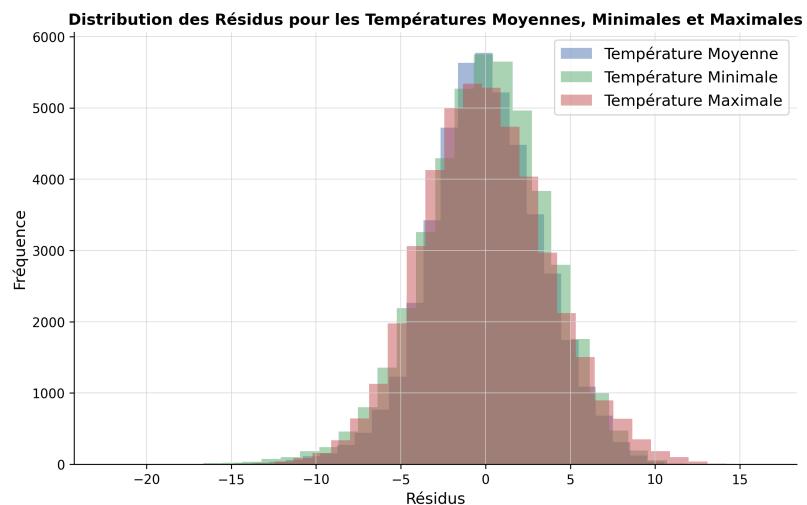
Tout d'abord, l'analyse de l'autocorrélation des résidus pour les températures moyennes, minimales et maximales, présentée dans la Figure 3.19a, montre une structure temporelle similaire entre ces trois séries de résidus. Les courbes d'autocorrélation pour les températures moyennes, minimales et maximales présentent des schémas quasi identiques, suggérant des dynamiques temporelles équivalentes dans la structure des résidus. Cette similitude dans les résidus indique qu'une seule modélisation du bruit pourrait capturer efficacement les variations résiduelles des trois séries de température sans entraîner de perte significative en précision.

Ensuite, l'analyse de la distribution des résidus confirme cette approche. Comme illustré dans la Figure 3.19b, les histogrammes des résidus pour les températures moyennes, minimales et maximales montrent une répartition comparable, avec des formes et des amplitudes similaires. Cette homogénéité dans la distribution des résidus renforce l'idée que les fluctuations non expliquées par le modèle de tendance et de saisonnalité sont de nature comparable pour les trois séries. En conséquence, il est justifiable de projeter un même bruit sur les températures maximales et minimales en se basant sur celui de la température moyenne, car leurs composantes aléatoires semblent partager des propriétés statistiques communes.

En résumé, ces résultats justifient l'approche consistant à utiliser la même composante de bruit pour les projections des températures moyennes, minimales et maximales. Cette méthode permet de maintenir une homogénéité dans la modélisation tout en assurant la robustesse des projections climatiques, et se fonde sur des analyses empiriques des résidus, de leurs autocorrelations et de leur distribution.



(a) Fonction d'autocorrélation (ACF) des résidus des températures moyenne, minimale et maximale



(b) Distribution des résidus pour les températures moyenne, minimale et maximale

FIGURE 3.19 – Analyse des résidus des températures moyenne, minimale et maximale.

3.2.8 Prévision de l'indicateur climatique selon les scénarios climatiques de KNMI

L'indicateur climatique défini au chapitre 2 dépend de trois variables climatiques dérivées respectivement de la température moyenne, minimale et maximale (TMMOY, TNMOY et JX30).

La construction des prévisions climatiques spécifiques à chaque scénario KNMI repose sur l'intégration des trois composantes distinctes identifiées dans les sections précédentes pour chaque variable : la tendance, la saisonnalité et la volatilité des résidus.

La méthodologie complète d'intégration des composantes se déroule en trois étapes principales :

1. Projection de la tendance : Chaque scénario KNMI définit une trajectoire de tendance pour les températures futures. Les coefficients de tendance associés à chaque scénario sont appliqués pour ajuster la composante de tendance à long terme des prévisions, en tenant compte du décalage de $\pm 4^{\circ}\text{C}$ pour les températures minimale et maximale. Cette démarche permet de projeter les courbes de tendance des températures minimale et maximale en fonction des scénarios KNMI, garantissant ainsi la cohérence avec l'indicateur climatique.

2. Ajout de la saisonnalité : La composante saisonnière, telle que projetée dans la partie 3.2.6, est ensuite intégrée aux prévisions. En supposant que les cycles saisonniers des températures moyenne, minimale et maximale resteront stables dans le futur, avec une augmentation des valeurs de pics.

3. Inclusion de la volatilité : Pour intégrer les fluctuations à court terme autour de la tendance et de la saisonnalité, le modèle APARCH, ajusté aux résidus des séries historiques de températures moyenne, minimale et maximale, est utilisé. Ce modèle incorpore une variance plancher, définie comme le 70^e centile de la variance historique, ainsi qu'un facteur de tendance, conformément aux principes décrits dans la partie 3.2.7. Ce modèle de volatilité permet de capturer la variabilité stochastique additionnelle, en maintenant ainsi une prévision réaliste qui inclut les irrégularités climatiques à court terme.

Une fois les projections des températures journalières moyenne, minimale et maximale établies, les variables annualisées essentielles à la construction de l'indicateur climatique sont dérivées à partir de ces projections : le nombre de jours où la température maximale dépasse 30°C (JX30), la moyenne des températures moyennes (TMMOY) et la moyenne des températures minimales (TNMOY).

Enfin, à partir des valeurs annualisées de ces variables, le modèle GAM, calibré dans le chapitre 2, est appliqué pour projeter l'indicateur climatique correspondant à chaque scénario KNMI.

Le modèle final combine donc la tendance définie pour chaque scénario KNMI, la saisonnalité modélisée, et la volatilité estimée par APARCH, offrant des prévisions adaptées à chaque trajectoire climatique. Les prévisions de l'indicateur climatique calculées sur cette base sont détaillées dans les sections suivantes.

3.2.9 Résultats préliminaires et analyse des prévisions

Les projections indiquent des variations plus ou moins significatives en fonction du scénario KNMI sélectionné. Le scénario « Hd » projette des températures en moyenne 2% plus élevées que le scénario « Ld » (moyenne calculée sur l'horizon de projection, soit jusqu'en 2100). Les projections pour chaque scénario climatique sont résumées dans la Figure 3.20. Les écarts observés entre les scénarios « Hd »

et « Ld » illustrent l'importance de considérer diverses hypothèses pour capturer les incertitudes liées aux prévisions climatiques.

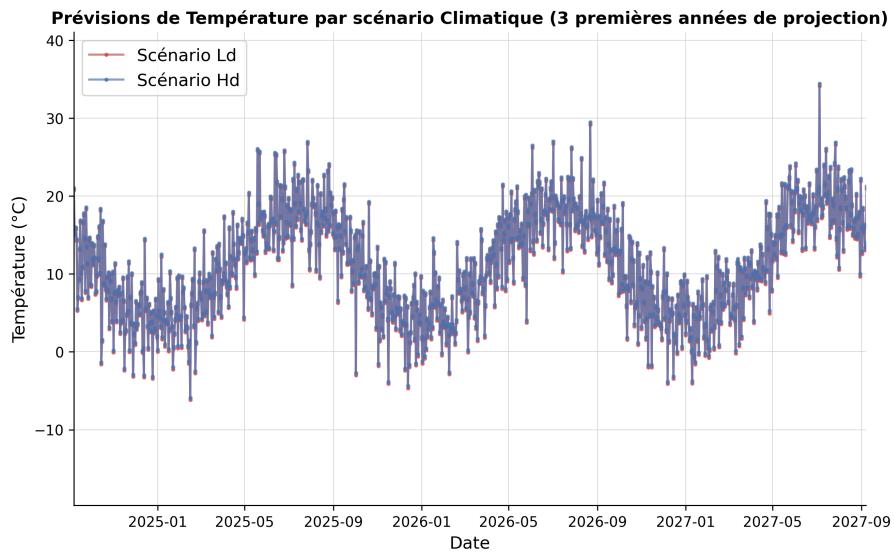


FIGURE 3.20 – Projection des températures moyennes pour chaque scénario KNMI sur les 3 premières années.

Cette différenciation est particulièrement cruciale pour anticiper les vagues de chaleur futures et leurs implications sur la mortalité, en particulier durant les périodes estivales. Les températures moyennes historiques et projetées sont présentées dans la Figure 3.21 ci-dessous.

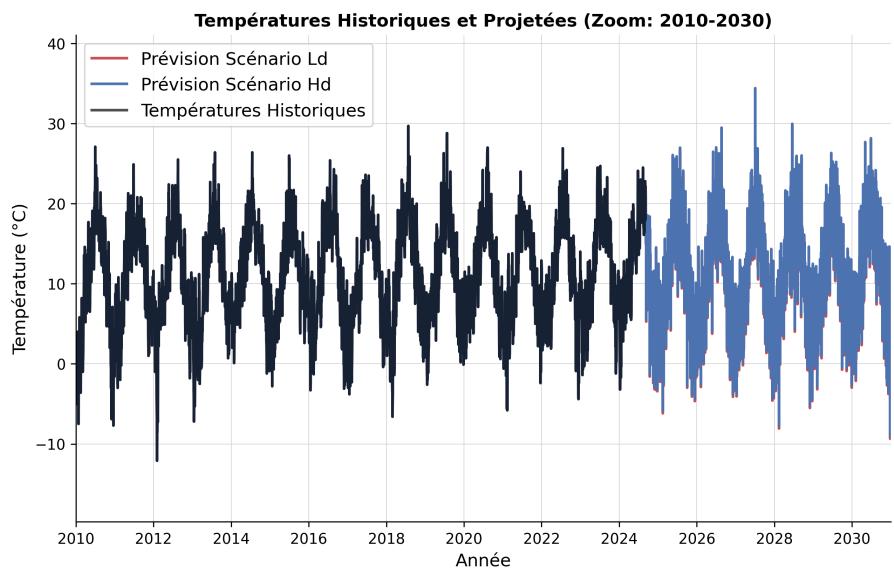
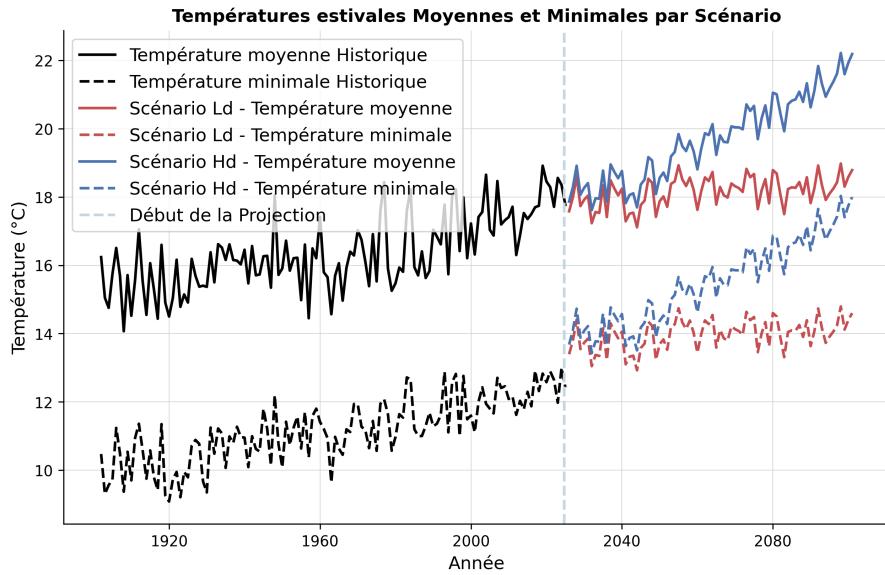
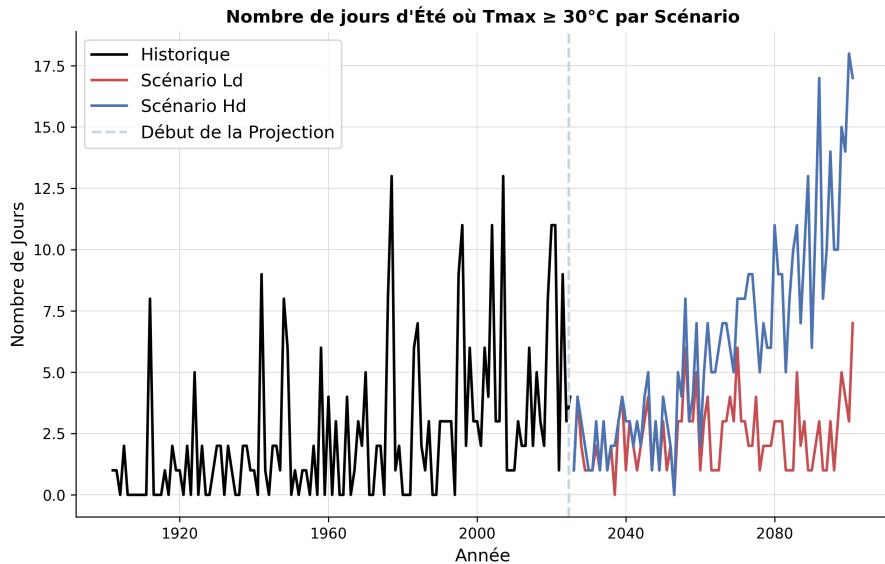


FIGURE 3.21 – Températures moyennes historiques et projetées selon les scénario KNMI.

Les projections finales des variables climatiques sélectionnées pour chacun des scénarios KNMI sont présentées dans la Figure 3.22.



(a) Projection des températures moyenne et minimale



(b) Projection du nombre de jours où la température maximale est supérieure à 30°C

FIGURE 3.22 – Projection des variables climatiques selon les scénarios climatiques du KNMI.

Le modèle employé semble bien capturer les dynamiques d'évolution des températures moyennes et minimales, comme illustré dans la Figure 3.22a. Toutefois, lorsqu'il s'agit de modéliser des événements rares, tels que le nombre de jours où la température maximale dépasse 30°C (Figure 3.22b), ce modèle montre ses limites, car il n'est pas adapté à l'analyse des occurrences extrêmes, lesquelles nécessitent un cadre statistique spécialisé. L'histogramme des températures journalières estivales maximales (Figure 3.23) met d'ailleurs en évidence que les températures dépassant le seuil de 30°C sont au-delà du 95^e centile des données historiques (fixé à $28,6^{\circ}\text{C}$), ce qui confirme leur caractère extrême.

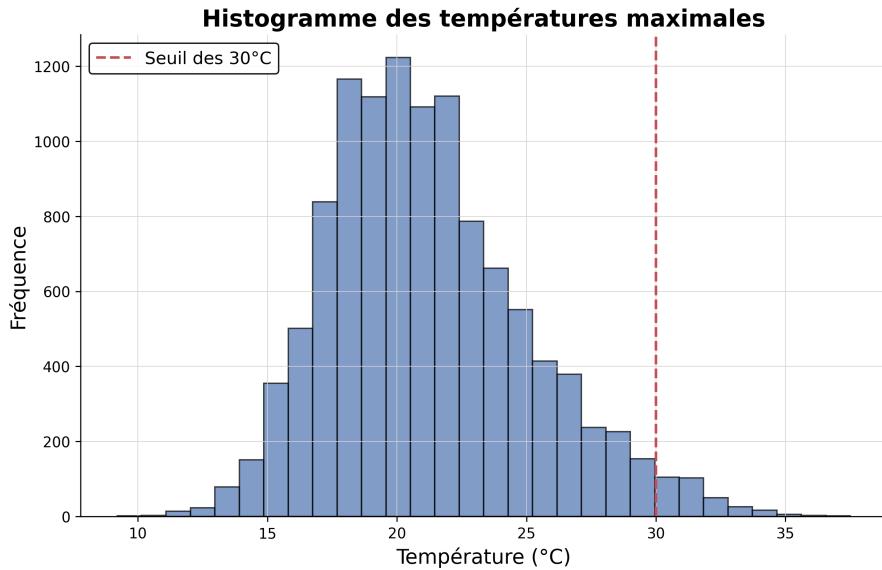


FIGURE 3.23 – Histogramme des températures maximales.

L'utilisation de la théorie des valeurs extrêmes (*Extreme Value Theory, EVT*) s'avère donc nécessaire, comme elle fournit une base robuste pour modéliser les dépassements au-delà d'un certain seuil critique. Selon l'EVT, les valeurs qui excèdent un seuil élevé suivent une distribution généralisée des dépassements (*Generalized Pareto Distribution, GPD*). La fonction de densité de probabilité (PDF) de la GPD est définie par :

$$f(x | \xi, \sigma, \mu) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)}, \quad (3.34)$$

où ξ représente le paramètre de forme (caractérisant la lourdeur de la queue), σ est le paramètre d'échelle, et μ correspond à la localisation (souvent fixée au seuil u).

Pour modéliser le nombre de jours où la température dépasse 30 °C, les données des températures maximales estivales (juin, juillet, août) ont été extraites. Ensuite, un seuil a été fixé au 95^e centile des températures estivales maximales, soit 28,6 °C. Les dépassements au-delà de ce seuil ont été calculés comme $exceedance = T_{\max} - u$.

Les dépassements consécutifs étant fréquents lors des vagues de chaleur, ce qui viole l'hypothèse d'indépendance de la GPD, une technique de dégroupement (*declustering*) a été mise en place. Un intervalle minimum de 3 jours entre deux dépassements a été défini pour considérer ces événements comme indépendants. Pour chaque *cluster* ainsi identifié, seul le dépassement maximal a été retenu, permettant de réduire la dépendance entre les observations.

La distribution des dépassements indépendants a ensuite été ajustée à une GPD, en utilisant la méthode des moments pour estimer les paramètres de forme (ξ) et d'échelle (σ). Cet ajustement est présenté dans la Figure 3.24.

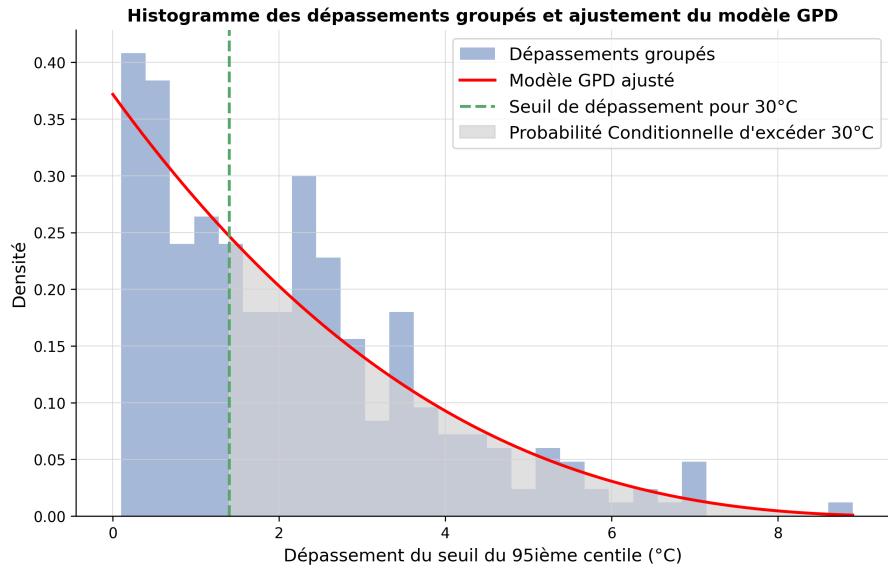


FIGURE 3.24 – Ajustement du modèle GPD.

Afin d'assurer la robustesse du modèle, une validation croisée en k -plis (avec $k = 5$) a été appliquée. Cette méthodologie permet d'évaluer la stabilité des estimations des paramètres et de tester la qualité de l'ajustement sur des ensembles de données distincts.

La Figure 3.25 illustre le Q-Q plot comparant les quantiles observés des dépassements aux quantiles théoriques issus du modèle GPD. La proximité des points avec la diagonale souligne un ajustement satisfaisant du modèle, témoignant de sa capacité à représenter fidèlement les dépassements observés.

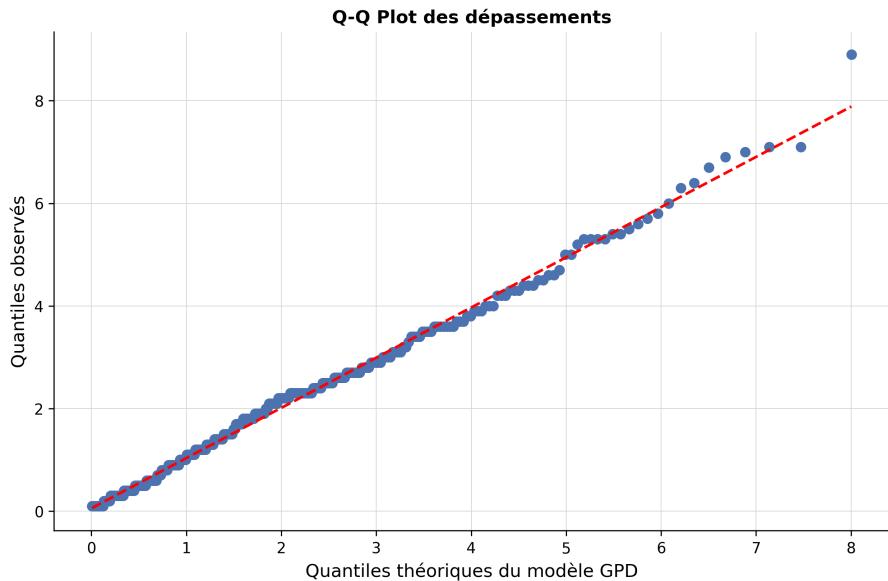


FIGURE 3.25 – Q-Q Plot des dépassements ajustés à une distribution GPD.

Les résultats de l'ajustement de la distribution de Pareto généralisée (GPD) révèlent un paramètre de forme moyen $\xi = -0,27$, indiquant une queue bornée de la distribution, et un paramètre d'échelle

moyen $\sigma = 2,69$, reflétant la variabilité des dépassements autour du seuil. Ces paramètres permettent de modéliser la probabilité et l'intensité des dépassements de température au-delà du 95^e centile.

Les observations historiques mettent en évidence une variabilité interannuelle importante, certaines années ne comptant aucun jour de chaleur extrême tandis que d'autres peuvent en enregistrer plusieurs. Pour capturer cette dynamique de manière réaliste, les 10 dernières années ont été choisies comme base pour définir les moyennes et les écarts-types utilisés dans les projections. Ce choix repose sur le fait que les conditions climatiques récentes reflètent de manière plus pertinente les tendances actuelles et offrent une meilleure représentativité des phénomènes extrêmes dans le contexte des changements climatiques. En s'appuyant sur cette période, il est possible de modéliser les caractéristiques récentes des étés, tout en réduisant l'influence potentiellement obsolète des données plus anciennes.

Le modèle utilise un processus de Poisson pour simuler le nombre annuel de jours où la température maximale dépasse le 95^e centile. Cette distribution est adaptée pour modéliser des occurrences rares et aléatoires, telles que les jours de dépassement dans un contexte estival. La moyenne du processus de Poisson (λ) varie chaque année selon une courbe de tendance, définie à partir de la moyenne historique des 10 dernières années et des prévisions climatiques pour les horizons 2050 et 2100, conformément aux scénarios climatiques Ld et Hd (voir Annexe I).

Cette approche garantit que les projections reflètent fidèlement la fréquence des événements extrêmes récents tout en intégrant les tendances climatiques futures définies par les scénarios du KNMI. Pour chaque année simulée, la valeur interpolée de (λ) est utilisée pour générer le nombre de dépassements attendus par scénario.

Une fois le nombre de dépassements simulé pour chaque année, la distribution de Pareto généralisée (GPD), ajustée précédemment sur les données historiques, est utilisée pour déterminer les magnitudes de ces dépassements. Les températures maximales simulées sont ensuite reconstruites en ajoutant ces dépassements au seuil du 95^e centile, ce qui permet de calculer le nombre de jours excédant le seuil de 30 °C. Le couplage du processus de Poisson avec la GPD offre une représentation cohérente des deux dimensions fondamentales des extrêmes climatiques : leur fréquence et leur intensité.

Pour capturer la variabilité interannuelle observée dans les 10 dernières années, des perturbations aléatoires, basées sur leur écart-type, sont ajoutées aux projections. Ces perturbations, générées à l'aide d'une distribution normale, permettent d'inclure des fluctuations réalistes entre les années simulées, tout en maintenant une cohérence statistique. Ce processus garantit que les projections reflètent les variations naturelles des conditions climatiques, y compris les années exceptionnellement chaudes ou froides.

Enfin, un ajustement global est appliqué aux projections pour aligner leur moyenne avec la courbe de tendance définie par les scénarios climatiques. Cet ajustement garantit que les projections respectent les cibles climatiques à long terme.

Le graphique 3.26 présente les projections finales du nombre de jours estivaux où la température maximale dépasse le seuil de 30 °C pour la période 2025-2100, en s'appuyant sur la méthodologie décrite.

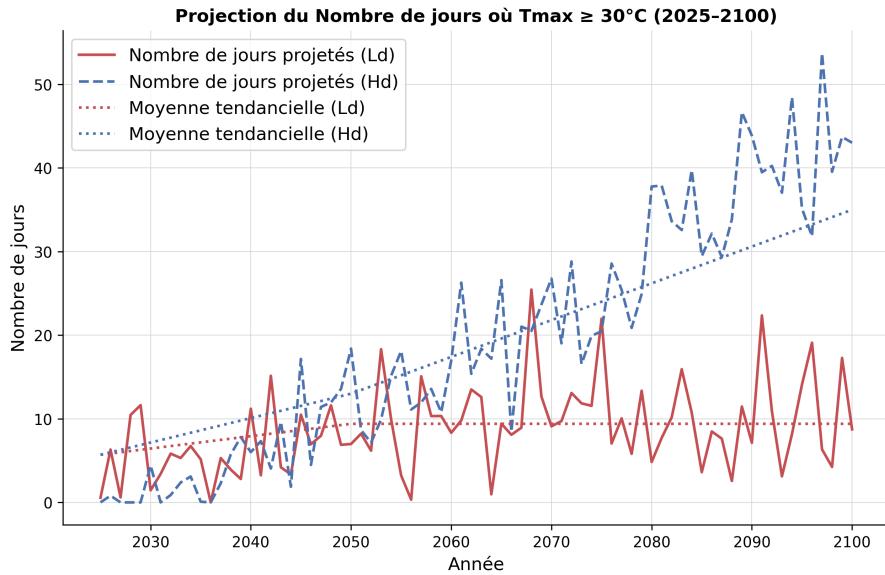


FIGURE 3.26 – Nombre de jours estivaux avec dépassement du seuil de 30 °C (2025-2100).

Cette analyse a été réalisée en Python, en s'appuyant sur les bibliothèques `scipy.stats` pour l'ajustement du modèle GPD (`genpareto.fit`) et les simulations associées (`genpareto.rvs`), ainsi que pour les tests statistiques (`scipy.stats.kstest`). Le modèle de Poisson a été implémenté grâce à la fonction `numpy.random.poisson`, tandis que `numpy` a également été utilisé pour les manipulations numériques (`numpy.percentile`, `numpy.linspace`, etc.). Enfin, `scikit-learn` a été mobilisé pour la validation croisée (`KFold`).

3.2.10 Résultats finaux de projection de l'indicateur climatique

La projection de l'indicateur climatique repose sur la méthodologie décrite dans la section 3.2.8, avec un ajustement spécifique pour le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C. Cet ajustement est modélisé conformément au cadre théorique de la théorie des valeurs extrêmes, comme détaillé dans la section 3.2.9.

La Figure 3.27 illustre l'évolution de l'indicateur climatique au fil du temps selon les scénarios Hd et Ld, avec un focus particulier sur la période 1990-2050. Cette visualisation met en évidence les trajectoires potentielles propres à chaque scénario, permettant une comparaison claire des dynamiques associées.

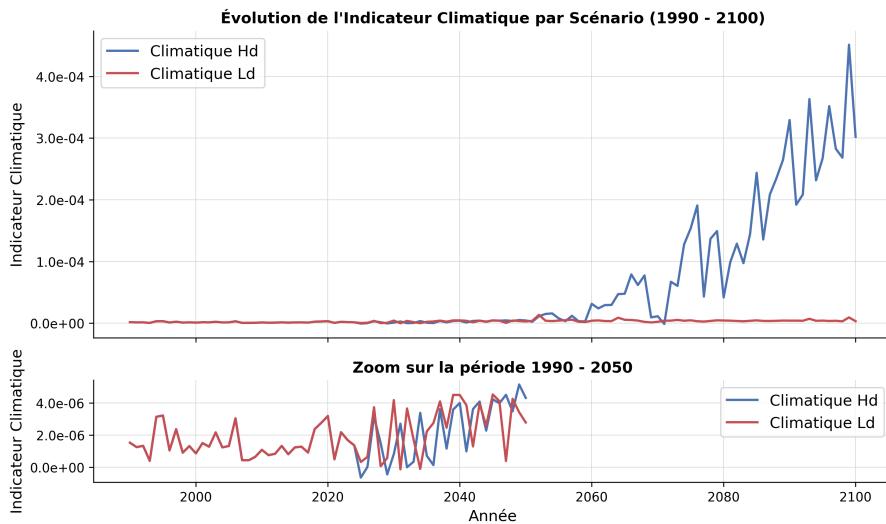


FIGURE 3.27 – Projection de l'indicateur climatique par scénario (2025-2100).

La validité des projections obtenues repose sur un ensemble de paramètres critiques, chacun jouant un rôle clé dans la robustesse et la précision des résultats. Tout d'abord, une modélisation rigoureuse de l'indicateur climatique est indispensable pour capturer les dynamiques sous-jacentes et les caractéristiques spécifiques des événements extrêmes. Ensuite, une décomposition efficace des séries temporelles, permettant de distinguer clairement les tendances, la composante saisonnière et les résidus, constitue une étape essentielle pour éviter des biais d'estimation. L'analyse fine de la composante saisonnière est particulièrement importante dans le cadre climatique, car elle permet de représenter fidèlement les fluctuations intra-annuelles et leurs impacts sur les projections.

La modélisation précise de la volatilité des résidus contribue également à mieux comprendre la dispersion des valeurs autour des tendances, ce qui est crucial pour intégrer l'incertitude dans les projections futures. Les projections de tendance issues des scénarios climatiques KNMI apportent une base externe cohérente pour calibrer le modèle, en assurant une prise en compte des changements anticipés à moyen et long terme. De plus, la méthodologie développée pour modéliser le nombre de jours de températures extrêmes (par exemple, le couplage entre le processus de Poisson et la distribution de Pareto généralisée) est déterminante pour refléter fidèlement les fréquences et intensités des événements rares.

Toutefois, ce modèle comporte certaines limites qu'il convient de souligner. Tout d'abord, l'hypothèse d'indépendance entre les événements extrêmes, implicite dans l'application du processus de Poisson, peut ne pas capturer de manière exhaustive les dépendances temporelles potentielles (comme les vagues de chaleur prolongées). De plus, bien que la distribution de Pareto généralisée permette de modéliser les queues de distribution, son ajustement repose sur des hypothèses qui pourraient être sensibles à des échantillons de données historiques restreints ou biaisés. Par ailleurs, les incertitudes liées aux projections climatiques externes (issues des scénarios KNMI) et l'hypothèse d'une stabilité des relations historiques entre les indicateurs climatiques et les températures extrêmes représentent des sources de variabilité supplémentaires difficiles à quantifier précisément.

En résumé, la fiabilité de ce cadre méthodologique dépend d'une orchestration harmonieuse entre ces différentes composantes, tout en étant limitée par les hypothèses simplificatrices inhérentes à chaque étape. Toute lacune ou biais dans l'une de ces étapes pourrait altérer la pertinence des résultats, soulignant ainsi l'importance d'une approche rigoureuse et intégrée pour modéliser les impacts

climatiques. Cette perspective met également en évidence la nécessité d'une validation continue et d'une réévaluation régulière des hypothèses sous-jacentes au fur et à mesure que de nouvelles données deviennent disponibles, afin d'améliorer constamment la robustesse du modèle.

Conclusion

Ce chapitre a présenté la méthodologie et les résultats de projection des deux composantes temporelles du modèle de Lee-Carter climatique : κ_t et l'indicateur climatique C_t . Pour κ_t , un modèle ARIMA (0,1,0) a été sélectionné après une analyse comparative de plusieurs modèles, ce choix étant également en cohérence avec celui de la méthodologie originale de Lee-Carter. L'indicateur climatique a été projeté en s'appuyant sur le modèle GAM ajusté dans le chapitre précédent, en intégrant les scénarios climatiques définis par le KNMI. Les variables climatiques constituant cet indicateur (température estivale moyenne, température estivale minimale et nombre de jours tropicaux) ont été projetées de manière spécifique : les deux premières par décomposition et analyse des séries temporelles et la troisième à l'aide de la théorie des valeurs extrêmes. Ces projections permettent d'estimer l'évolution future de l'indicateur climatique selon les scénarios climatiques. Les composantes temporelles ainsi projetées seront intégrées dans le modèle final pour évaluer l'évolution des taux de mortalité en fonction des scénarios climatiques, ouvrant la voie à des analyses détaillées des impacts climatiques, sur le plan général et pour le secteur de l'assurance en particulier.

Chapitre 4

Résultats du modèle final et analyse de sensibilité

Ce chapitre présente les résultats obtenus à partir du modèle final développé dans cette étude, en offrant une évaluation approfondie des impacts des changements climatiques sur la mortalité. Il s'articule autour de trois axes principaux : le calcul des espérances de vie à partir des tables de mortalité simulées, basées sur les taux issus du modèle climatique de Lee-Carter ; une analyse de la sensibilité des résultats aux paramètres et hypothèses clés et le calcul des chocs de mortalité conformément aux exigences de Solvabilité II. Les résultats présentés reposent sur les méthodologies élaborées dans les chapitres précédents et visent à fournir une vision globale des effets des scénarios climatiques sur les dynamiques de mortalité et les implications pour le secteur de l'assurance.

4.1 Calcul des espérances de vie

Ce mémoire propose une méthode intégrée de projection des taux de mortalité, reposant sur une extension du modèle de Lee-Carter, enrichi par l'intégration d'un indicateur climatique. L'expression mathématique de ce modèle, donnée par l'équation 2.3, est rappelée ci-dessous :

$$\ln(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \delta_x \cdot C_t + \epsilon_{x,t},$$

La méthodologie de projection de ce modèle repose sur plusieurs étapes fondamentales, synthétisées ci-dessous :

- Le facteur climatique C_t est modélisé à l'aide d'un modèle de régression additive généralisée (*Generalized Additive Model*, GAM) avec lissage tensoriel, fondé sur trois variables climatiques principales :
 - la moyenne estivale des températures journalières moyennes (TMMOY) ;
 - la moyenne estivale des températures journalières minimales (TNMOY) ;
 - le nombre de jours d'été où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) ;
- Les variables (TMMOY) et (TNMOY) sont projetées conformément aux tendances climatiques définies par le KNMI, en tenant compte des évolutions saisonnières et résiduelles, modélisées selon la méthodologie décrite dans le chapitre 3 ;

- Le nombre de jours où la température maximale dépasse 30 °C (JX30) est simulé à l'aide d'un processus de Poisson pour estimer le nombre d'occurrences au-delà du 95^e centile, couplé à une distribution de Pareto généralisée pour modéliser l'intensité de ces dépassements ;
- Le paramètre temporel κ_t , représentant l'évolution globale des tendances de mortalité, est ajusté et projeté en utilisant un modèle ARIMA avec dérive.

Le terme résiduel $\epsilon_{x,t}$ suit une distribution normale de moyenne nulle et d'écart-type égal à celui observé historiquement pour chaque âge. Ce terme résiduel variera uniquement en fonction de l'âge et sera considéré constant sur la dimension temporelle. Ce choix s'inscrit dans une démarche visant à simplifier la modélisation tout en respectant les caractéristiques principales des données historiques. En se concentrant exclusivement sur la dimension par âge, cette approche réduit la complexité computationnelle, tout en garantissant une variabilité conforme aux observations empiriques. La modélisation reposera sur 1 000 simulations aléatoires, assurant que la variabilité future des résidus reste représentative des données passées et respecte les hypothèses de normalité validées.

Les tables de mortalité correspondant au modèle climatique sont obtenues, pour chaque scénario, en appliquant une transformation exponentielle aux taux de mortalité projetés. Cette transformation permet de passer de la forme logarithmique utilisée dans le modèle à des taux de mortalité effectifs pour chaque âge x et chaque année t , conformément à la relation suivante :

$$\mu_{x,t} = \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \delta_x \cdot C_t + \epsilon_{x,t}). \quad (4.1)$$

Ces tables de mortalité constituent la base de calcul des espérances de vie pour chaque scénario climatique étudié. L'espérance de vie résiduelle à un âge donné x et à une année donnée t , notée $e_{x,t}$, est définie comme la somme des années espérées, restant à vivre, pour un individu ayant atteint cet âge à l'année t . Cette mesure repose sur la fonction de survie, notée $l_{x,t}$, qui représente le nombre de survivants à un âge x et à une année t , ainsi que sur les probabilités de décès $q_{x,t}$, qui décrivent la probabilité qu'un individu, à l'année t , meure entre les âges x et $x + 1$. La relation fondamentale utilisée pour calculer $e_{x,t}$ peut s'écrire :

$$e_{x,t} = \int_x^\infty \frac{l_{k,t}}{l_{x,t}} dk, \quad (4.2)$$

où $l_{k,t}$ représente la fonction de survie à l'âge k , normalisée pour la cohorte ayant survécu jusqu'à l'âge x , à l'année t . En pratique, cette intégrale est souvent discrétisée pour correspondre aux données démographiques disponibles, donnant :

$$e_{x,t} = 0,5 + \sum_{k=1}^{\omega} \prod_{s=0}^{k-1} (1 - q_{x+s,t+s}), \quad (4.3)$$

où ω est l'âge maximal théorique, et 0,5 est ajouté pour tenir compte de la durée moyenne passée dans l'année d'âge x avant le décès.

Les résultats obtenus pour l'espérance de vie résiduelle à 65 ans ($e_{65,t}$) sont illustrés dans la Figure 4.1. Ce graphique présente l'évolution de l'espérance de vie à 65 ans sur la période 1990-2050, en distinguant les projections selon les différents scénarios climatiques ainsi que le modèle classique

pour comparaison.

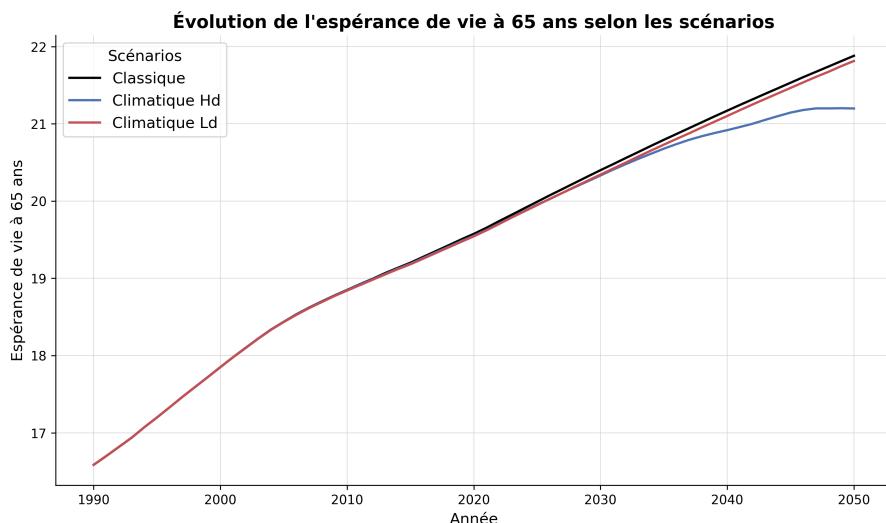


FIGURE 4.1 – Projection de l'espérance de vie à 65 ans par scénario climatique (1990-2050).

Bien que les projections suivent une trajectoire ascendante pour les trois scénarios, le modèle classique prédit une espérance de vie légèrement plus élevée par rapport aux scénarios climatiques sur l'horizon de projection. Le scénario Hd, représentant des conditions climatiques sévères avec des étés plus secs, ralentit davantage la progression de l'espérance de vie, affichant une divergence notable à long terme. En revanche, le scénario Ld, plus modéré, reste proche des projections classiques mais demeure en retrait, reflétant des impacts climatiques moins marqués.

Cette divergence progressive, visible dans la Figure 4.2, met en évidence un effet cumulatif des changements climatiques, particulièrement exacerbé dans le scénario Hd après 2040. En 2050, l'écart atteint environ 0,7 année pour ce scénario. Ces résultats soulignent l'importance d'intégrer les scénarios climatiques dans les modèles de projection pour évaluer les impacts potentiels du changement climatique sur les tendances de mortalité à long terme. Ils appellent à une attention accrue pour les acteurs financiers, notamment en assurance-vie, afin d'anticiper et de gérer les risques associés à des conditions climatiques extrêmes.

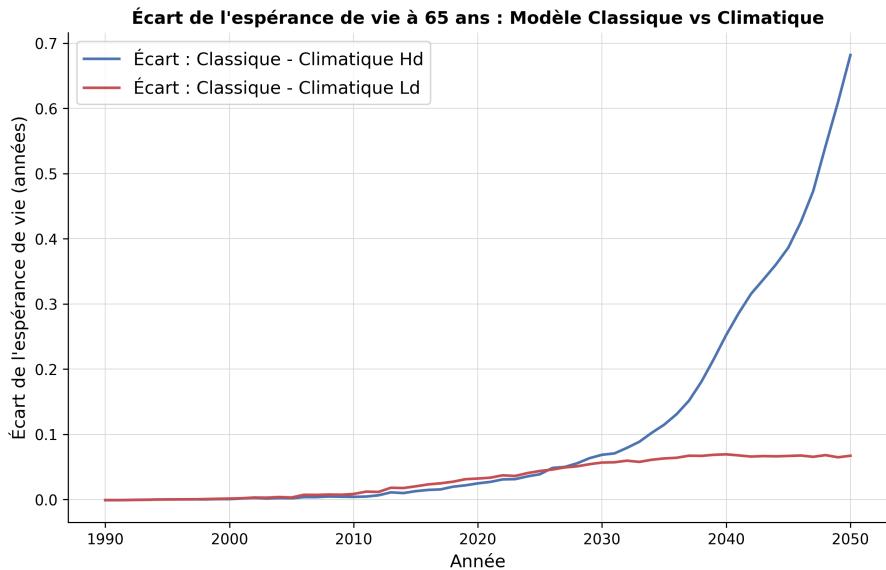


FIGURE 4.2 – Écart de l'espérance de vie à 65 ans entre le modèle classique et les scénarios climatiques Hd et Ld (1990-2050).

Afin de valider les résultats obtenus, les projections d'espérance de vie à 65 ans issues du modèle de Lee-Carter classique ont été confrontées aux estimations fournies par le CBS (Annexe H). Cette analyse met en évidence la cohérence globale des résultats, malgré une légère sous-estimation observée. Cette différence peut s'expliquer par la troncature des données au-delà de 94 ans dans le modèle. Malgré cette légère divergence, les projections restent incluses dans l'intervalle de confiance à 95% établi par le CBS, garantissant ainsi leur robustesse. La Table 4.1 présente une comparaison des projections d'espérance de vie obtenues avec le modèle de Lee-Carter classique et les estimations du CBS pour les années 2025, 2030, 2035 et 2040.

TABLE 4.1 – Comparaison des projections d'espérance de vie à 65 ans entre le modèle classique et les estimations du CBS.

Année	Projection selon le modèle classique	Projection selon le CBS	Intervalle de confiance CBS (95%)
2025	19,99	20,25	[19,22 - 21,28]
2030	20,40	21,00	[19,29 - 22,71]
2035	20,79	21,59	[19,38 - 23,80]
2040	21,17	22,17	[19,53 - 24,81]

Comme la fiabilité et l'interprétation des résultats présentés dépendent directement des hypothèses formulées et des paramètres calibrés dans le modèle, une analyse de sensibilité est présentée dans la partie suivante. Cette analyse permet de tester la stabilité du modèle face à des variations paramétriques et méthodologiques, apportant ainsi un éclairage complémentaire sur les limites et les points critiques de l'approche proposée.

4.2 Sensibilité des résultats aux hypothèses retenues

Cette section explore la sensibilité des résultats aux différentes hypothèses retenues dans le cadre de la modélisation climatique. Les analyses présentées visent à évaluer l'impact des choix méthodologiques et paramétriques sur les projections de l'espérance de vie. Chaque sous-section examine une hypothèse spécifique, permettant ainsi de quantifier la robustesse des résultats face aux variations des paramètres clés. Les sensibilités étudiées incluent notamment les taux de mortalité attribuables aux températures élevées, l'adaptation de la population, le modèle de projection du paramètre temporel κ_t , ainsi que les hypothèses relatives aux composantes saisonnières et résiduelles. Enfin, l'influence du choix de la période de référence pour les températures extrêmes est également évaluée.

4.2.1 Sensibilité des projections aux taux de mortalité attribuables aux températures élevées

Cette section examine la sensibilité des projections d'espérance de vie **aux taux de mortalité attribuables aux températures élevées**, en s'appuyant sur les hypothèses issues de l'étude *Global Burden of Disease* (GBD). Trois scénarios, basés sur les bornes définies par GBD, sont considérés : un scénario central (base), une borne inférieure correspondant à des taux de mortalité réduits, et une borne supérieure où ces taux sont plus élevés. Ces bornes reflètent les intervalles de confiance présentés dans la Figure 1.23, qui détaille les taux de mortalité attribuables aux températures élevées selon GBD. La Figure 4.3 illustre l'évolution de l'espérance de vie à 65 ans sous ces hypothèses, selon les scénarios climatiques Hd et Ld.

Dans le scénario Hd, la borne supérieure met en évidence une diminution marquée de l'espérance de vie, suivie d'une stabilisation à long terme. Cette tendance traduit l'impact significatif des taux élevés de mortalité attribuables à la chaleur, en particulier pour les populations vulnérables. En revanche, la borne inférieure montre une progression régulière de l'espérance de vie, indiquant un effet atténué des températures élevées. La trajectoire centrale (base) évolue initialement de manière similaire à la borne inférieure, avant de diverger progressivement après 2030, ce qui témoigne d'une dégradation progressive de l'espérance de vie sous l'effet des conditions climatiques plus sévères.

Dans le scénario Ld, les résultats montrent une évolution distincte. Si la borne supérieure traduit une stagnation de l'espérance de vie après une croissance initiale, la borne inférieure maintient une augmentation continue, similaire à la trajectoire observée dans le scénario central. Contrairement au scénario Hd, la trajectoire de base montre une sensibilité réduite aux températures élevées dans un climat plus clément.

L'analyse met en évidence l'influence déterminante des hypothèses de mortalité liées aux températures élevées sur les projections d'espérance de vie. Les différences observées sont particulièrement marquées dans les scénarios climatiques sévères (Hd), où les effets des températures élevées s'amplifient.

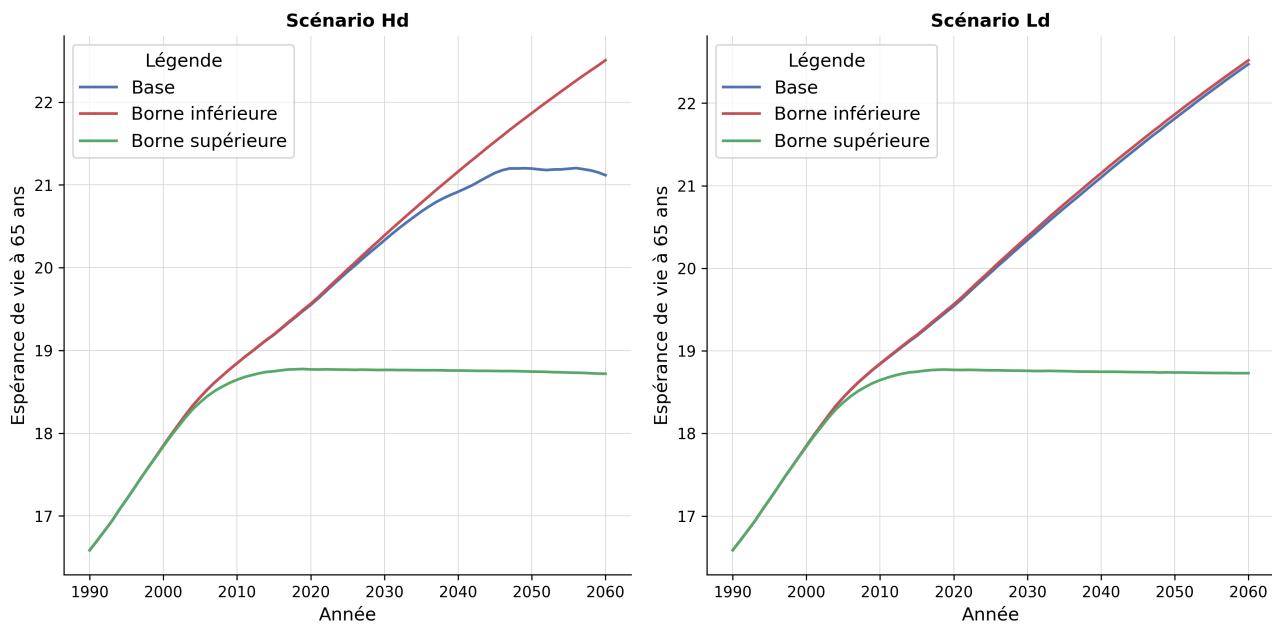


FIGURE 4.3 – Sensibilité aux taux de mortalité attribuables aux températures élevées.

4.2.2 Sensibilité des projections à l'adaptation aux températures élevées

Cette section analyse l'impact **de la prise en compte de l'adaptation de la population aux températures élevées** sur les projections d'espérance de vie à 65 ans. La Figure 4.4 présente les résultats obtenus selon les scénarios climatiques Hd et Ld, en distinguant les projections de base (sans adaptation) et celles intégrant une adaptation progressive des populations face à la chaleur. Cette adaptation progressive, intégrée dans les projections, repose sur la méthodologie décrite en détail dans la partie 2.4.

Dans le scénario Hd, marqué par des conditions climatiques sévères, l'intégration de l'adaptation entraîne une légère atténuation de la dégradation de l'espérance de vie après 2050. Bien que la trajectoire initiale demeure similaire entre les deux hypothèses, la prise en compte de l'adaptation permet de stabiliser l'espérance de vie autour de 21,2 ans, illustrant une sensibilité légèrement plus réduite de la mortalité aux températures élevées grâce aux mécanismes adaptatifs.

En revanche, dans le scénario Ld, caractérisé par des conditions climatiques plus modérées, les courbes des deux hypothèses (base et adaptation) se superposent presque parfaitement. Cette convergence suggère que l'adaptation, bien que bénéfique, présente un effet marginal dans un contexte climatique plus clément. L'espérance de vie poursuit ainsi sa progression linéaire, atteignant environ 22,5 ans en 2060, sans que les effets des températures élevées ne perturbent significativement cette trajectoire.

L'analyse souligne l'importance de l'adaptation dans les scénarios climatiques les plus extrêmes, où elle permet de réduire les impacts des températures élevées sur la mortalité. En revanche, dans un climat modéré, la sensibilité aux mécanismes adaptatifs reste limitée, témoignant d'une exposition moins prononcée aux risques thermiques.

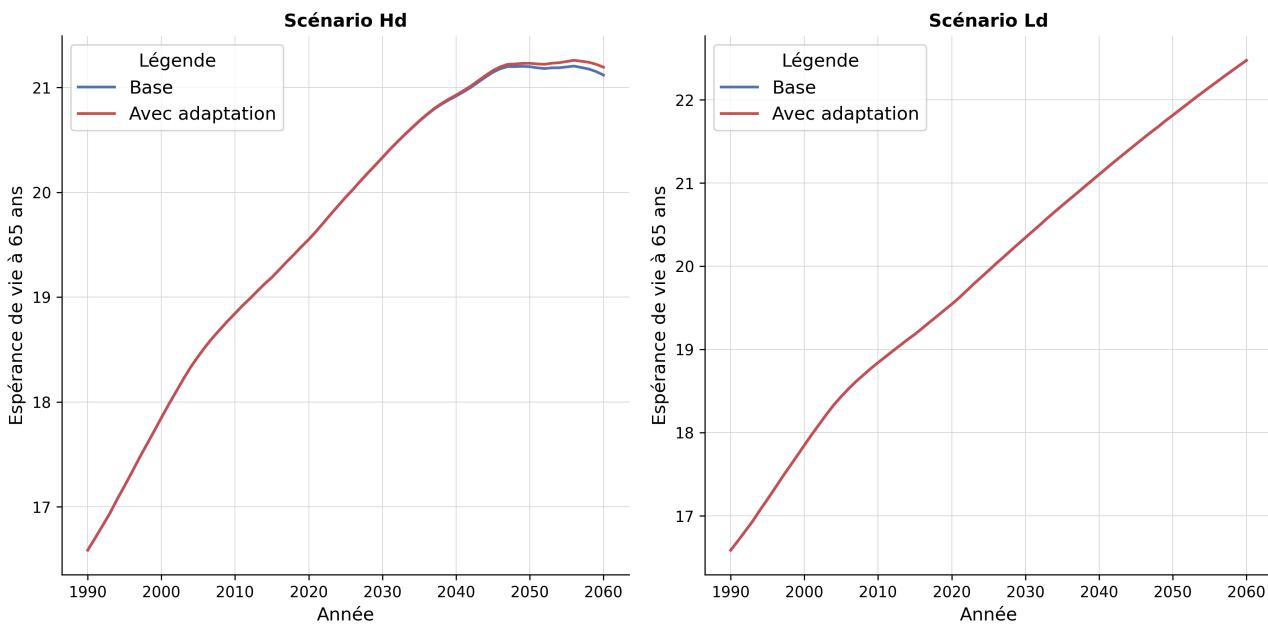


FIGURE 4.4 – Sensibilité à la prise en compte de l’adaptation aux températures élevées.

4.2.3 Sensibilité des projections au choix du modèle pour le paramètre κ_t

Cette section analyse la sensibilité des projections d’espérance de vie à 65 ans **au choix de modélisation du paramètre temporel κ_t** dans le modèle de Lee-Carter climatique. Deux modèles ont été testés : le modèle ARIMA(0,1,0), retenu pour les projections de référence, et le modèle ETS, proposé comme alternative en raison de ses performances comparables. La Figure 4.5 illustre l’impact de ces deux approches sur les projections de l’espérance de vie pour les scénarios climatiques Hd et Ld.

Dans le scénario Hd, une divergence marquée apparaît entre les projections des deux modèles. Le modèle ARIMA présente une progression régulière de l’espérance de vie jusqu’en 2050, suivie d’une légère stabilisation, tandis que le modèle ETS projette un déclin significatif de l’espérance de vie à partir des années 2020. Cette divergence s’explique par le fait que le modèle ETS accorde davantage de poids aux périodes récentes, caractérisées par une légère croissance des taux de mortalité observée à partir de 2014. Par conséquent, cette spécificité conduit à des projections plus pessimistes dans ce scénario marqué par des conditions climatiques extrêmes.

Dans le scénario Ld, les projections d’espérance de vie issues des deux modèles divergent également, mais de manière plus modérée. Le modèle ARIMA continue d’afficher une progression régulière de l’espérance de vie sur l’ensemble de la période, tandis que le modèle ETS montre une stabilisation précoce dès les années 2020. Cette stabilisation suggère que le modèle ETS, en capturant davantage les tendances récentes, anticipe un ralentissement de l’amélioration de l’espérance de vie, même dans un contexte climatique plus modéré.

L’analyse met ainsi en évidence l’impact du choix du modèle de projection pour κ_t sur les résultats finaux. Le modèle ETS, en attribuant une importance plus élevée aux dynamiques récentes, accentue les effets des variations récentes de mortalité, conduisant à des projections plus prudentes, voire décroissantes. À l’inverse, le modèle ARIMA, en lissant les évolutions sur l’ensemble de la période

historique, maintient une trajectoire ascendante plus régulière pour l'espérance de vie.

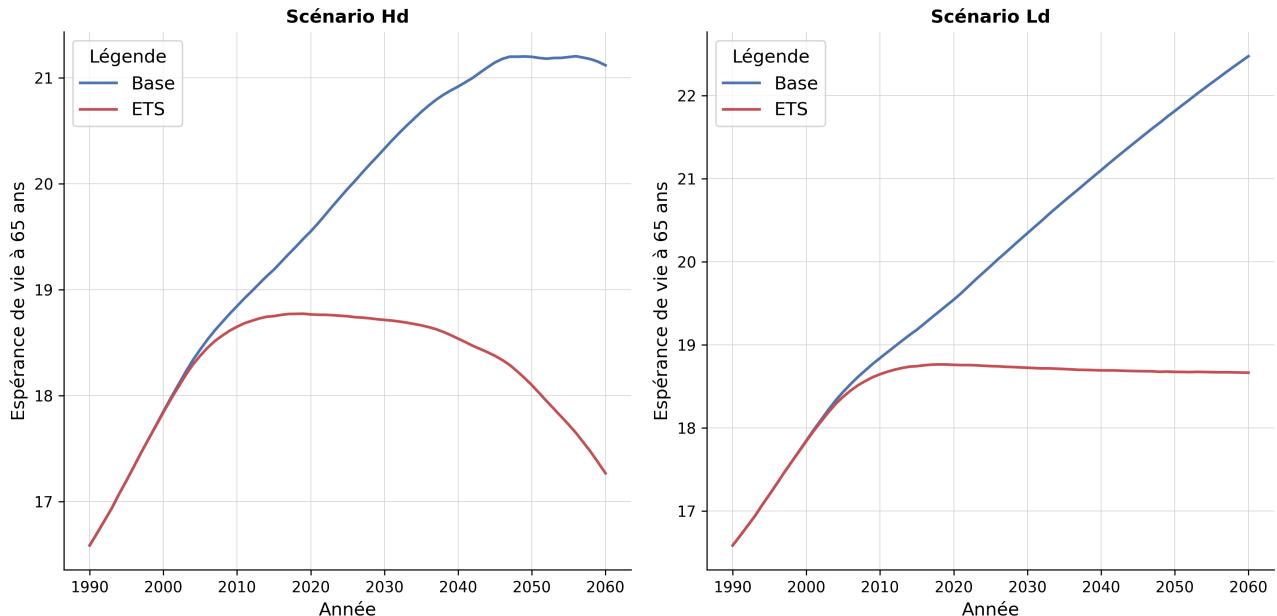


FIGURE 4.5 – Sensibilité au choix du modèle pour le paramètre temporel κ_t .

4.2.4 Sensibilité au facteur de tendance des pics saisonniers

Cette section examine la sensibilité des projections d'espérance de vie à 65 ans **à l'application d'un facteur de tendance sur la composante saisonnière des températures élevées**. Trois hypothèses sont considérées : un scénario sans facteur de tendance (valeur nulle), le scénario de base intégrant un facteur de tendance de 0,0133, et un scénario avec un facteur de tendance accru à 0,02. La Figure 4.6 illustre ces résultats sous les scénarios climatiques Hd et Ld.

Dans le scénario Hd, les effets du facteur de tendance sont particulièrement marqués. En l'absence de tendance (facteur nul), l'espérance de vie suit une progression soutenue, sans ralentissement notable jusqu'en 2060. À l'inverse, lorsque le facteur de tendance est appliqué (0,0133 ou 0,02), une réduction progressive de l'espérance de vie est observée après 2040. Cet effet est d'autant plus prononcé avec le facteur de tendance de 0,02, traduisant l'impact croissant des valeurs de pic saisonniers amplifiées dans un contexte climatique sévère. L'augmentation de ces extrêmes intensifie les épisodes de chaleur, entraînant une hausse de la mortalité attribuable, notamment parmi les populations vulnérables.

Dans le scénario Ld, les écarts entre les trois hypothèses sont nettement moins marqués. L'espérance de vie progresse de manière quasi identique quel que soit le facteur de tendance appliqué. L'absence de divergence notable s'explique par un climat plus modéré, où les températures extrêmes demeurent limitées, réduisant ainsi l'impact des pics saisonniers sur la mortalité.

Cette analyse souligne l'importance de la prise en compte des tendances dans la projection des composantes saisonnières. Si leur effet reste limité dans des contextes climatiques tempérés (scénario Ld), il devient plus significatif dans les scénarios plus sévères (Hd), où l'amplification des valeurs de pic accentue les pertes d'espérance de vie à long terme.

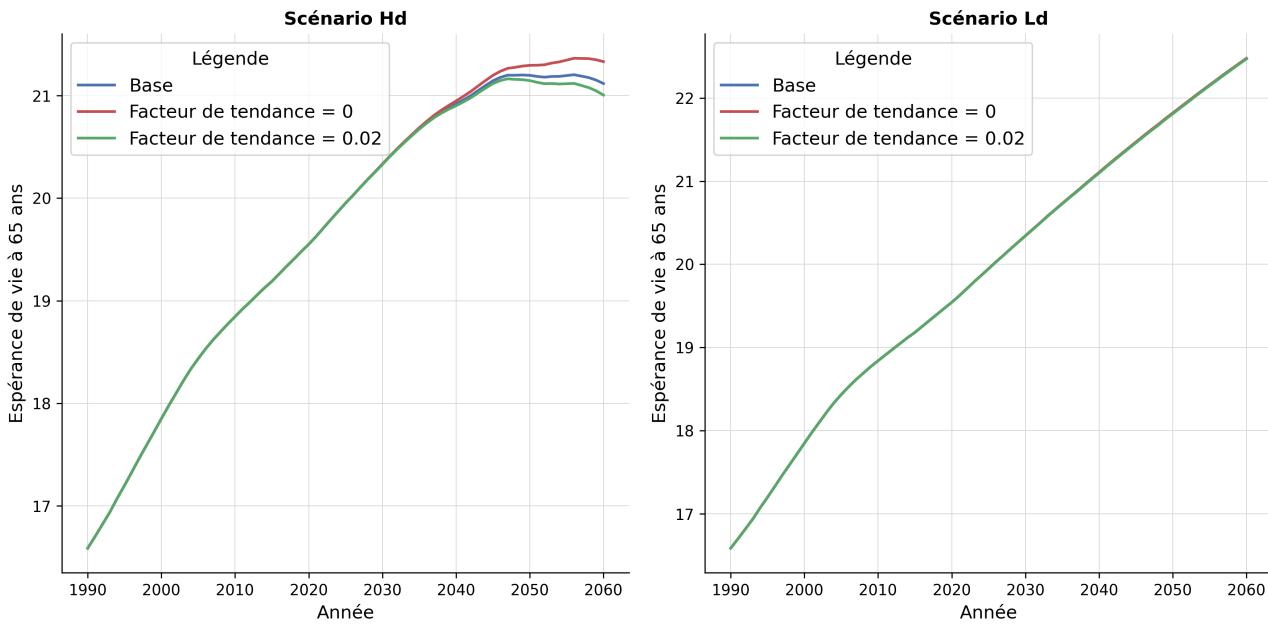


FIGURE 4.6 – Sensibilité au facteur de tendance des pics saisonniers.

4.2.5 Sensibilité à la modélisation de la variance résiduelle

Cette section examine la sensibilité des projections d'espérance de vie **à la composante résiduelle des températures**, en testant deux hypothèses distinctes : l'introduction d'un plancher de variance et l'application d'un facteur de tendance.

Dans le scénario de base, la variance résiduelle est contrainte par un plancher fixé au 70^e centile de la variance historique. La Figure 4.7 analyse les effets d'un ajustement du plancher de variance aux 50^e et 90^e centiles. Dans le scénario Hd, le relèvement du plancher au 90^e centile entraîne une légère diminution de l'espérance de vie aux alentours de 2050, comparée au scénario de base. Cette réduction s'explique par une variance accrue des résidus, traduisant une dispersion plus importante des températures extrêmes et leurs impacts amplifiés sur les taux de mortalité. En revanche, l'abaissement du plancher au 50^e centile n'entraîne que des écarts marginaux. Dans le scénario Ld, les résultats montrent une insensibilité quasi totale aux variations du plancher, avec des trajectoires d'espérance de vie superposées. Cette stabilité reflète le rôle limité des fluctuations résiduelles dans un climat plus modéré.

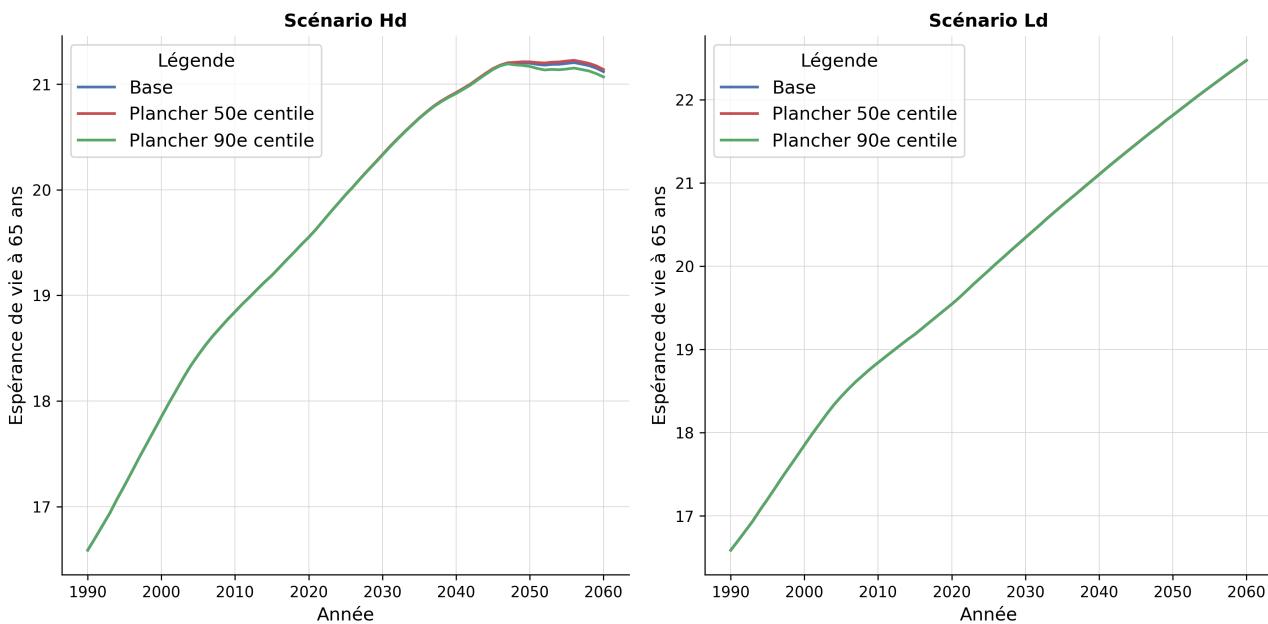


FIGURE 4.7 – Sensibilité au plancher appliqué à la variance de la composante résiduelle.

La Figure 4.8 examine la sensibilité des projections d’espérance de vie à 65 ans à l’application d’un facteur de tendance sur la variance conditionnelle de la composante résiduelle des températures. Trois hypothèses sont testées : la base (avec un facteur de tendance fixé à 0.0001), un scénario où le facteur de tendance est nul (absence d’évolution de la variance résiduelle) et un scénario avec un facteur de tendance légèrement augmenté (0.001).

Dans le scénario Hd, les résultats montrent une légère sensibilité de l’espérance de vie à l’introduction du facteur de tendance. Par rapport au scénario de base, l’hypothèse d’une variance constante (facteur de tendance nul) entraîne une stabilisation plus précoce de l’espérance de vie, traduisant une moindre amplification des incertitudes futures. À l’inverse, une tendance plus élevée (0.001) conduit à une légère érosion de l’espérance de vie après 2050, illustrant l’impact d’une variabilité accrue des températures sur les projections à long terme.

Dans le scénario Ld, l’impact du facteur de tendance apparaît négligeable. Quelle que soit l’hypothèse retenue, les trajectoires d’espérance de vie suivent une progression linéaire similaire, sans déviation notable par rapport au scénario de base. Cela reflète la stabilité relative de ce scénario climatique modéré, où l’effet des fluctuations résiduelles reste contenu.

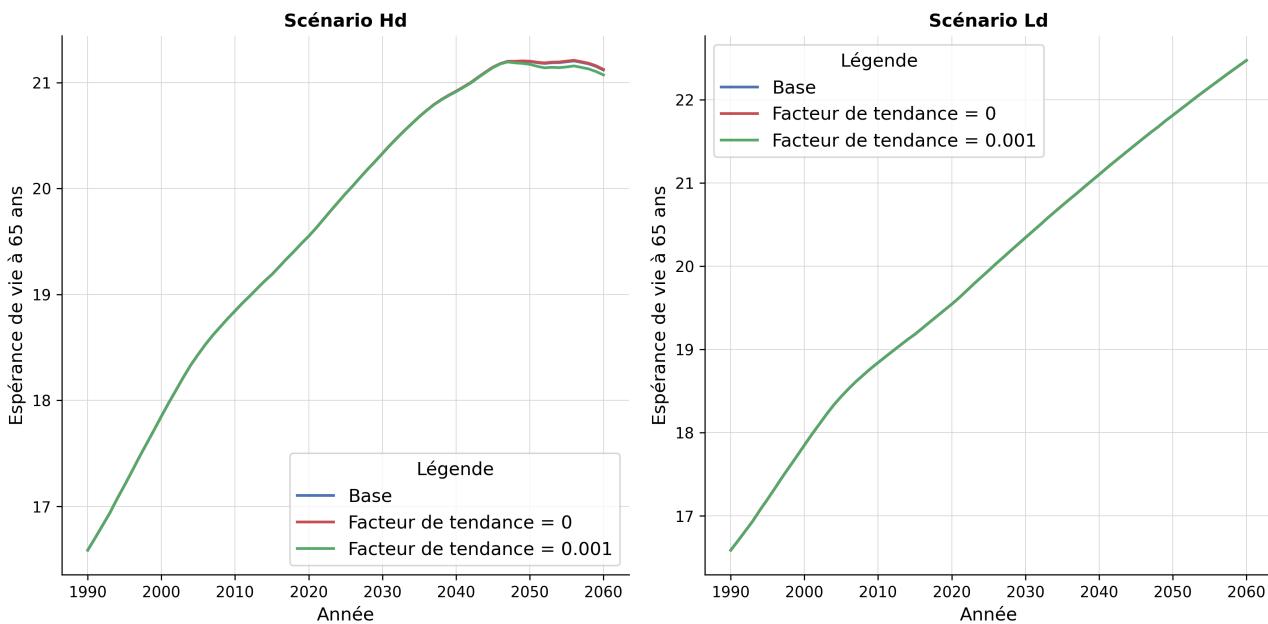


FIGURE 4.8 – Sensibilité au facteur de tendance appliquée à la composante résiduelle.

Ces résultats montrent que l'hypothèse retenue pour la dynamique de la variance résiduelle a un léger impact sur l'espérance de vie.

4.2.6 Sensibilité au choix de la période de référence pour les températures extrêmes

L'analyse de sensibilité présentée dans la Figure 4.9 examine l'impact **du choix de la période de référence pour modéliser les jours où la température maximale dépasse 30 °C**. Trois hypothèses sont testées : l'historique complet, les 10 dernières années (scénario de base) et les 10 années les plus chaudes.

Dans le scénario Hd, l'utilisation de l'historique complet conduit à des espérances de vie légèrement plus élevées jusqu'en 2052, avant de devenir plus faibles par rapport aux autres scénarios à long terme. Cette tendance peut s'expliquer par la prise en compte d'années plus anciennes où les températures extrêmes étaient moins fréquentes, ce qui réduit initialement la mortalité projetée. Toutefois, à mesure que les conditions climatiques se détériorent, l'impact des températures extrêmes dans ce scénario finit par converger avec, voire dépasser, les autres hypothèses.

Par ailleurs, la comparaison entre le scénario de base (10 dernières années) et celui basé sur les 10 années les plus chaudes révèle une espérance de vie légèrement inférieure dans le scénario de base jusqu'au milieu du siècle. Ce résultat, bien que contre-intuitif, peut s'expliquer par une variabilité interannuelle plus importante dans les données historiques récentes, qui amplifie l'impact des vagues de chaleur sporadiques. À l'inverse, les 10 années les plus chaudes présentent une fréquence plus élevée mais plus régulière des jours extrêmes, permettant potentiellement une meilleure adaptation de la population à ces conditions climatiques. À long terme, les deux courbes convergent, traduisant une influence marginale du choix de la période de référence sur les projections d'espérance de vie.

Dans le scénario Ld, les différences entre les trois hypothèses sont négligeables, et les courbes

évoluent de manière quasi identique. Cette convergence souligne que, dans un climat modéré, le choix de la période de référence a un impact marginal sur les projections.

En conclusion, bien que le choix de la période de référence influence légèrement les résultats dans le scénario Hd, notamment à court et moyen terme, les écarts s'atténuent avec le temps.

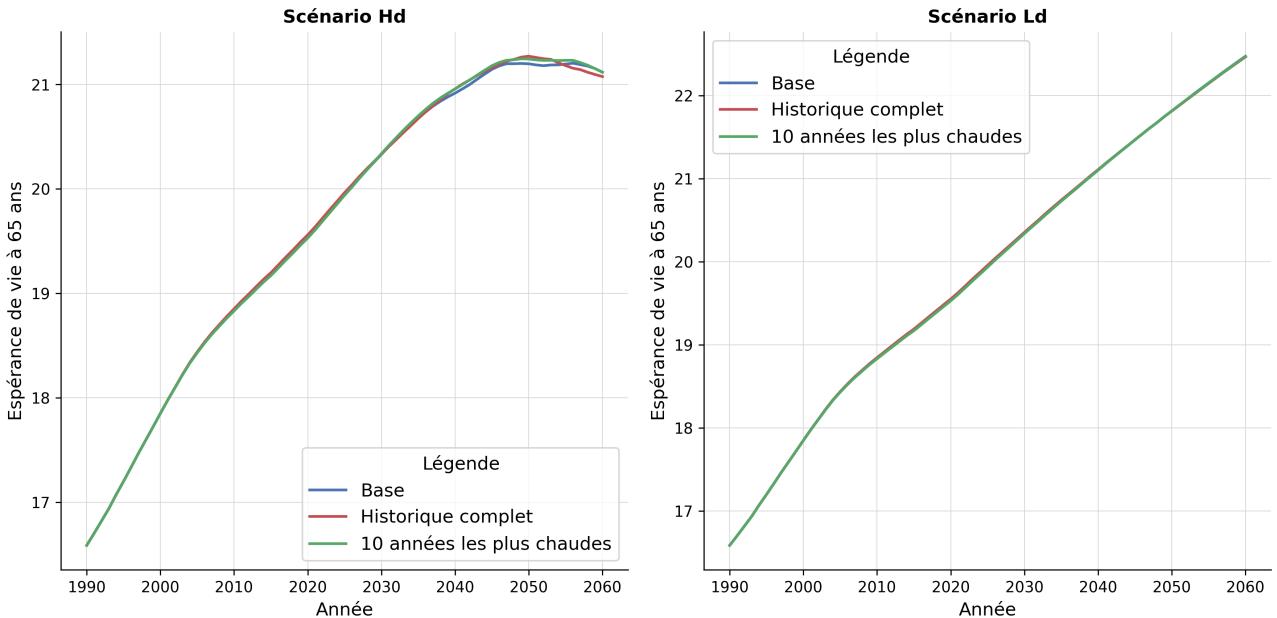


FIGURE 4.9 – Sensibilité au choix de la période de référence.

Les analyses de sensibilité réalisées dans cette section montrent que les projections d'espérance de vie sont influencées de manière variable selon les hypothèses retenues. Les scénarios climatiques sévères (Hd) sont particulièrement sensibles aux ajustements méthodologiques, tandis que les scénarios modérés (Ld) présentent une plus grande stabilité des résultats. Par exemple, des hypothèses concernant l'adaptation de la population ou les choix de référence pour la période historique entraînent des écarts relativement limités, alors que d'autres hypothèses, telles que les taux de mortalité attribuables aux températures élevées ou la modélisation du paramètre temporel κ_t , peuvent avoir un impact plus marqué.

4.3 Calcul des chocs de mortalité

La sensibilité de la mortalité pouvant être mesurée par les variations des espérances de vie, les chocs de mortalité dans le cadre de Solvabilité II sont calculés en introduisant un facteur de choc multiplicatif h_x dans l'expression de l'espérance de vie (EIOPA, 2018), définie comme suit :

$$e_{x,t}^{\text{choc}}(h_x) = 0,5 + \sum_{k=1}^{\omega} \prod_{s=0}^{k-1} (1 - (1 + h_x) \cdot q_{x+s, t+s}), \quad (4.4)$$

Dans le cadre de Solvabilité II, l'accent est mis sur les événements rares, correspondant à des probabilités de réalisation de 0,5% (ce qui équivaut à des événements se produisant en moyenne une

fois tous les 200 ans). Ainsi, la méthodologie de calcul des chocs est conçue pour refléter cette rareté. Le facteur de choc h_x est déterminé en minimisant la différence entre l'espérance de vie ajustée par le choc $e_{x,t}^{\text{choc}}(h_x)$ et la réalisation du centile 0,5% des espérances de vie simulées sans application de choc ($q_{0,5\%,x}$) (EIOPA, 2018). Ce centile est défini comme suit :

$$q_{0,5\%,x} = \inf \{e : F_x(e) \geq 0,005\}, \quad (4.5)$$

où $F_x(e)$ est la fonction de distribution cumulative des espérances de vie résiduelles non choquées, simulées pour l'âge x .

Les Figures 4.10a et 4.10b présentent les distributions des espérances de vie à 65 ans, simulées à un horizon de 1 an, pour les scénarios climatiques Ld et Hd, respectivement. La détermination du centile 0,5% est présentée par la ligne verticale rouge. Ces distributions mettent en évidence les variations des espérances de vie projetées en fonction des scénarios climatiques. La localisation du centile 0,5% souligne la rareté des événements pris en compte dans l'approche prudentielle de Solvabilité II.

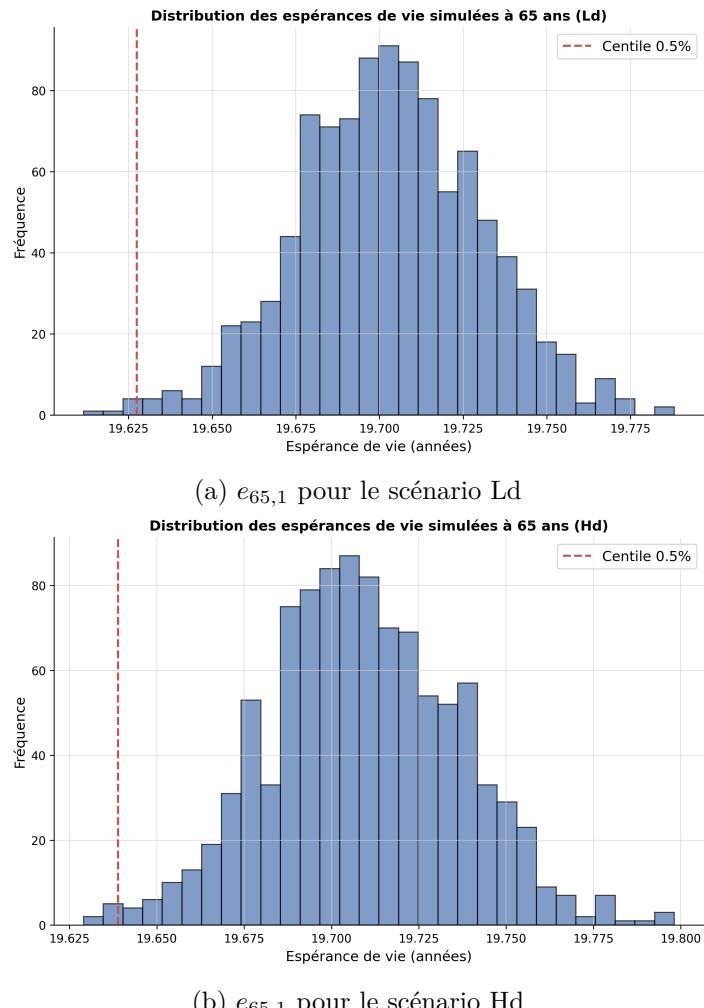


FIGURE 4.10 – Distribution des espérances de vie (à 65 ans) simulées à un horizon de 1 an par scénario climatique.

L'ajustement du facteur de choc h_x repose sur la minimisation de l'écart quadratique entre l'espérance de vie ajustée par le choc et la valeur extrême définie par le centile 0,5%, selon la fonction suivante :

$$\min_{h_x} \left(e_{x,t}^{\text{choc}}(h_x) - q_{0,5\%,x} \right)^2. \quad (4.6)$$

Cette approche itérative garantit que les espérances de vie intégrant le facteur de choc correspondent précisément aux conditions extrêmes capturées par le centile 0,5%. Conformément aux exigences de Solvabilité II, cette méthodologie permet d'évaluer les impacts potentiels des événements rares sur la mortalité, en particulier dans le cadre des stress tests climatiques appliqués au secteur de l'assurance. Une telle démarche assure une prise en compte des risques extrêmes, renforçant ainsi la résilience des modèles actuariels face aux incertitudes climatiques.

Les chocs de mortalité à un horizon de 1 an sont représentés dans la Figure 4.11. Les courbes obtenues pour les trois scénarios étudiés – classique, climatique Hd et climatique Ld – se révèlent extrêmement proches, soulignant la faible sensibilité des chocs de mortalité à court terme aux variations des conditions climatiques. Cette similarité s'explique par la brièveté de l'horizon temporel considéré : les effets des changements climatiques nécessitent généralement un délai plus long pour se traduire de manière significative dans les projections de mortalité.

Pour encadrer ces courbes, l'intervalle de confiance a été estimé à l'aide de la méthode des quantiles empiriques. Ce choix méthodologique se justifie par la faible variabilité observée dans les données simulées, rendant les approches alternatives – basées sur l'erreur standard ou le bootstrap – moins appropriées dans ce contexte.

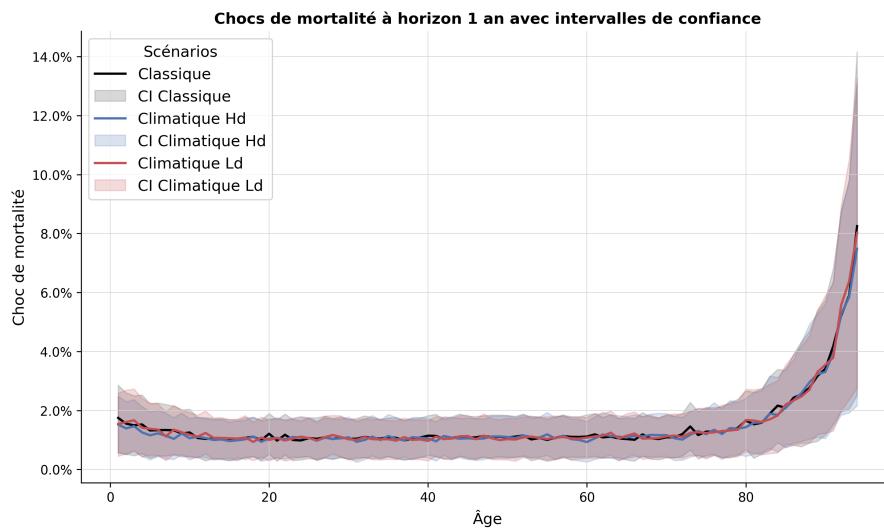


FIGURE 4.11 – Chocs de mortalité par âge à un horizon de 1 an.

Par ailleurs, une augmentation notable des chocs de mortalité pour les âges avancés est observée. Ce phénomène découle d'un biais structurel lié à la dynamique des espérances de vie résiduelles : à mesure que l'âge augmente, l'espérance de vie restante diminue et sa distribution se resserre naturellement autour de valeurs faibles. Par conséquent, le centile de 0,5% se rapproche d'une limite inférieure plus lentement que l'espérance de vie de base, entraînant une moindre sensibilité aux variations du facteur

de choc h_x . Autrement dit, pour des âges élevés, des réductions supplémentaires d'espérance de vie exigent des valeurs de h_x plus importantes en raison des taux de mortalité de base déjà élevés. Ce phénomène se traduit par une courbe de sensibilité plus aplatie, comme le montre la Figure 4.12, et constitue une limite méthodologique à prendre en compte dans l'interprétation des résultats.

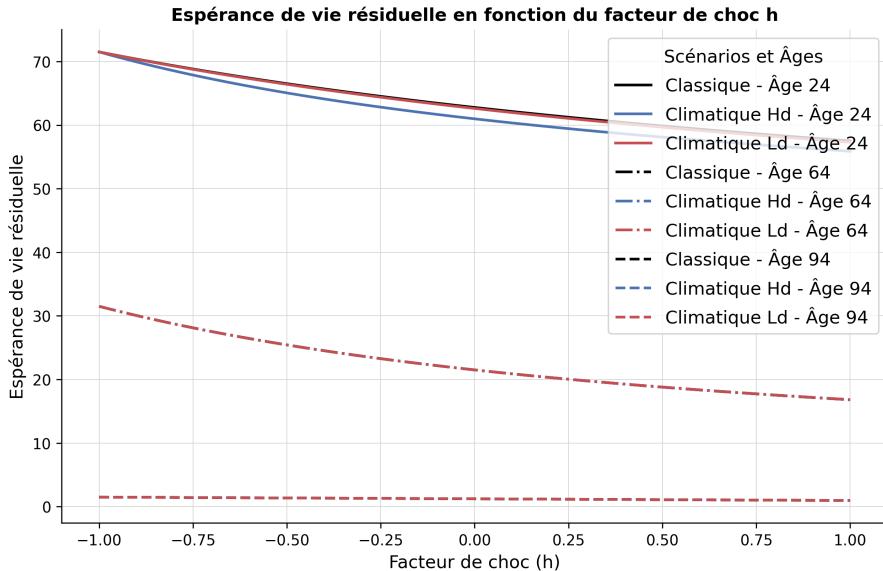


FIGURE 4.12 – Évolution de l'espérance de vie résiduelle en fonction du facteur de choc.

En revanche, lorsque l'on considère les chocs de mortalité à l'horizon ultime (78 ans), présentés dans la Figure 4.13, une dynamique sensiblement différente apparaît. À cet horizon temporel, les biais méthodologiques précédemment évoqués s'estompent progressivement. Les courbes associées aux âges élevés convergent vers des valeurs plus cohérentes, en ligne avec les projections attendues, notamment celles publiées par l'EIOPA (EIOPA, 2018). Cette convergence traduit l'ajustement progressif des chocs de mortalité à long terme, offrant une vision plus représentative des tendances de mortalité projetées.

En comparant les résultats des trois scénarios, il apparaît que le scénario climatique Hd induit, en moyenne, une augmentation des chocs de mortalité de 0,23% par rapport au scénario classique, tandis que le scénario Ld n'entraîne qu'une hausse plus modérée, de l'ordre de 0,08%. Bien que ces écarts restent limités, ils mettent en évidence les effets différenciés des conditions climatiques sur les projections de mortalité : le scénario Hd, basé sur des hypothèses climatiques plus pessimistes, accentue les chocs de mortalité, tandis que le scénario Ld, plus optimiste, conduit à un impact plus atténué.

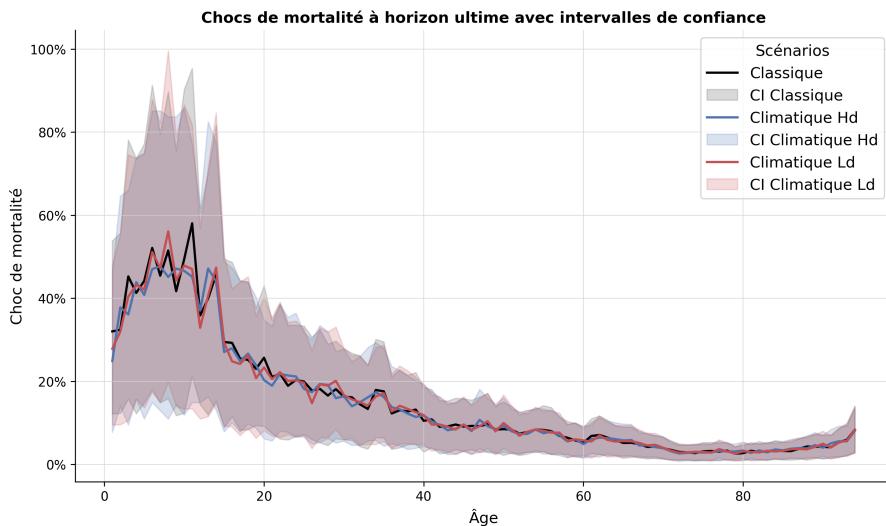


FIGURE 4.13 – Chocs de mortalité par âge à l’horizon ultime.

Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter et d’analyser les résultats du modèle final, en évaluant les impacts des changements climatiques sur les projections de mortalité et les espérances de vie. Les projections montrent une divergence progressive entre les scénarios climatiques, où les conditions sévères du scénario Hd ralentissent notablement l’amélioration de l’espérance de vie, tandis que le scénario Ld conserve une trajectoire plus proche du modèle classique.

L’analyse de sensibilité a quant à elle souligné la robustesse globale du modèle, tout en mettant en évidence les paramètres les plus influents, tels que les taux de mortalité attribuables aux températures élevées et le choix du modèle de projection pour le paramètre temporel κ_t .

Enfin, le calcul des chocs de mortalité a montré que les impacts climatiques à court terme restent limités, mais deviennent légèrement plus significatifs à long terme, notamment dans le scénario Hd. Ces résultats mettent en lumière la nécessité pour le secteur de l’assurance de prendre en compte les incertitudes climatiques dans ses projections actuarielles, afin de mieux anticiper les risques associés aux événements extrêmes et d’adapter ses modèles à des horizons temporels étendus.

Conclusion

La présente étude a examiné l'impact des températures élevées sur la mortalité à travers une adaptation climatique du modèle de Lee-Carter. L'approche proposée a permis d'intégrer des variables climatiques pertinentes, de capturer l'évolution de la mortalité liée aux températures hautes et d'offrir des projections plus précises en fonction de différents scénarios climatiques.

Les résultats obtenus mettent en évidence une sensibilité accrue de la mortalité aux températures extrêmes, en particulier au sein des populations les plus vulnérables, telles que les personnes âgées. Les épisodes marquants, notamment les canicules des années 2003, 2006 et 2018, ont souligné l'urgence de considérer ces phénomènes dans les modèles de projection. L'intégration de variables telles que le nombre de jours tropicaux (où la température maximale dépasse 30 °C) a permis de dépasser les limites des approches traditionnelles, souvent restreintes à l'utilisation de la température moyenne comme unique facteur explicatif. Le modèle enrichi présente ainsi une capacité améliorée à anticiper les conséquences des évolutions climatiques sur la mortalité.

Les projections effectuées sous les scénarios KNMI'23 révèlent une augmentation significative des taux de mortalité à l'horizon 2050-2100. Cette tendance est particulièrement marquée dans les scénarios prévoyant des étés secs et chauds, où les vagues de chaleur pourraient devenir plus fréquentes et plus intenses. Ces résultats soulignent non seulement les défis posés par le réchauffement climatique, mais également la nécessité pour les acteurs actuariels d'intégrer ces facteurs dans leurs modèles prospectifs, en particulier dans un cadre réglementaire exigeant tel que Solvabilité II.

L'analyse de sensibilité a démontré la robustesse globale du modèle, les résultats demeurant cohérents même lorsque les hypothèses sous-jacentes étaient modifiées. Toutefois, une sensibilité notable a été observée concernant l'hypothèse liant la mortalité au facteur de risque « températures élevées », issue de l'étude GBD. Cette hypothèse doit ainsi être traitée avec la plus grande vigilance afin d'éviter toute interprétation biaisée. Par ailleurs, le modèle s'avère particulièrement sensible au choix de la modélisation du paramètre temporel dans le cadre du modèle climatique de Lee-Carter (κ_t). Une telle décision doit être prise avec précaution, en tenant compte des spécificités locales des données disponibles et des dynamiques sous-jacentes propres à chaque contexte.

Certaines limites méthodologiques doivent être relevées. Tout d'abord, la troncature des données jusqu'à l'âge de 94 ans, bien que nécessaire pour assurer la robustesse du modèle, constitue une restriction qui exclut les dynamiques de mortalité aux âges extrêmes. Par ailleurs, le choix d'une constance de l'écart entre la température minimale et la température moyenne afin de projeter la tendance, ainsi que l'utilisation d'une même composante saisonnière et résiduelle pour ces deux variables, introduit une simplification qui pourrait affecter la précision des estimations. De plus, les résidus du modèle ne prennent pas en compte la dimension temporelle, impliquant une hypothèse implicite de stationnarité qui n'est pas vérifiée dans ce contexte. La profondeur historique des données utilisées, limitée

à 32 ans en raison de la disponibilité des données IHME depuis 1990, restreint également la portée des projections à long terme. Enfin, bien que l'étude ait pris en compte les principales variables climatiques, l'intégration de facteurs supplémentaires tels que l'humidité et la pollution atmosphérique pourrait enrichir l'analyse en offrant une vision plus globale des interactions complexes entre climat et mortalité.

Les perspectives de recherche qui se dessinent à la suite de ce travail sont multiples. L'étude pourrait être approfondie en prenant en considération les disparités géographiques, notamment entre les zones urbaines et rurales, où les conditions d'exposition aux températures élevées, les infrastructures et les comportements adaptatifs diffèrent. Par ailleurs, l'analyse pourrait intégrer les spécificités de mortalité propres aux portefeuilles d'assurance. La mortalité observée dans un portefeuille donné peut différer de celle de la population globale en raison de l'anti-sélection. Par exemple, les individus souscrivant à des rentes tendent à présenter une espérance de vie plus élevée, tandis que ceux disposant d'assurances décès pourraient avoir des taux de mortalité plus importants. Intégrer ces comportements démographiques spécifiques offrirait une meilleure appréhension des dynamiques propres aux portefeuilles assurantiel.

Une analyse distincte selon le sexe permettrait également de mieux appréhender les effets différenciés des températures sur la mortalité, en considérant les facteurs biologiques et comportementaux spécifiques à chaque groupe. Enfin, l'extension du modèle pour inclure d'autres conséquences du changement climatique, telles que les épisodes de pollution atmosphérique, les vagues de froid ou les inondations, offrirait une perspective plus globale sur les risques sanitaires liés aux bouleversements environnementaux.

En conclusion, ce mémoire propose une approche structurée pour projeter l'impact des variables climatiques sur la mortalité dans un contexte de changement climatique. L'accent mis sur la méthodologie de projection des variables climatiques offre des perspectives prometteuses pour affiner la compréhension des effets des températures extrêmes. Ce travail ouvre ainsi la voie à de futures études visant à enrichir les modèles existants et à mieux anticiper les risques sanitaires liés aux phénomènes climatiques à venir.

Bibliographie

- BOLLERSLEV, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327.
- BOX, G. E. P. et al. (2015). *Time Series Analysis : Forecasting and Control*. John Wiley & Sons, 5th édition.
- BROWN, R. G. (1959). *Statistical Forecasting for Inventory Control*. McGraw-Hill.
- BURKART, K. G. et al. (2021). Estimating the cause-specific relative risks of non-optimal temperature on daily mortality : a two-part modelling approach applied to the global burden of disease study. *The Lancet Planetary Health*, 398(10301):685–697.
- CBS (2024). Population dashboard. <https://www.cbs.nl/en-gb/visualisations/dashboard-population>. (Dynamiques de la population aux Pays-Bas), site consulté le 16 mai 2024.
- DING, Z. et al. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1(1):83–106.
- DNB (2020). Good practice : Integrating climate-related risks in the orsa. Rapport technique, De Nederlandsche Bank (DNB).
- EIOPA (2018). Eiopa's second set of advice to the european commission on specific items in the solvency ii delegated regulation. Rapport technique, European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA).
- EIOPA (2021). Opinion on climate change risk scenarios in orsa. Rapport technique, European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA).
- FALL, P. C. (2021). Intégration de facteurs liés à la température dans modélisation du risque de mortalité. Thèse de Master, Institut des Actuaires.
- FOLKERTS, M. A. et al. (2020). Long term adaptation to heat stress : Shifts in the minimum mortality temperature in the netherlands. Rapport technique, Faculty of Behavioural and Movement Sciences.
- GASPARRINI, A. et al. (2021). Geographical variations in the minimum mortality temperature at a global scale. *Environmental Epidemiology*, 5(5):e169.
- GBD (2024). Global burden of disease study 2021 (gbd 2021) results. <https://vizhub.healthdata.org/gbd-results/>. (Données de mortalité par facteur de risque aux Pays-Bas), site consulté le 8 mai 2024.

- GERMAIN, V. (2022). Prise en compte du changement climatique dans la modélisation des risques biométriques et financiers. Thèse de Master, Institut des Actuaires.
- GOSLING, S. N. *et al.* (2017). Adaptation to climate change : a comparative analysis of modeling methods for heat-related mortality. *Environmental Health Perspectives*, 125.
- HANNA, E. G. et TAIT, P. W. (2015). Limitations to thermoregulation and acclimatization challenge human adaptation to global warming. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 12(7):8034–8074.
- HEUSINKVELD, B. G. *et al.* (2014). Spatial variability of the rotterdam urban heat island as influenced by urban land use. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, 119(2):677–692.
- HMD (2024). Netherlands total population. <https://www.mortality.org/Country/Country?cntr=NLD>. (Données d'exposition et de mortalité par âge aux Pays-Bas), site consulté le 10 février 2024.
- HOCHREITER, S. et SCHMIDHUBER, J. (1997). Long short-term memory. *Neural Computation*, 9(8):1735–1780.
- HOLT, C. C. (1957). *Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages*, volume 20. International Journal of Forecasting.
- HYNDMAN, R. J. *et al.* (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing : The State Space Approach*. Springer.
- HYNDMAN, R. J. et ATHANASOPOULOS, G. (2021). *Forecasting : Principles and Practice*. OTexts.
- INED (2024). Donnees covid-19 pays-bas. <https://dc-covid.site.ined.fr/fr/donnees/pays-bas/>. (Nombre cumulé de décès avec COVID-19 confirmé en laboratoire par sexe et par tranche d'âge), site consulté le 18 septembre 2024.
- KENNEY, W. L. *et al.* (2014). Heat waves, aging, and human cardiovascular health. *Medicine and science in sports and exercise*, 46(10):1891–1899.
- KNMI (2020). Time series transformation tool : Standard method for determining a climatological trend. Rapport technique, Royal Netherlands Meteorological Institute (KNMI).
- KNMI (2023). Knmi'23 climate scenarios for the netherlands. Rapport technique, Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut (KNMI).
- KNMI (2024). Daggegevens van het weer in nederland. <https://www.knmi.nl/nederland-nu/klimatologie/daggegevens>. (Données météorologiques quotidiennes aux Pays-Bas), site consulté le 23 décembre 2024.
- LEE, R. et CARTER, L. (1992). Modeling and forecasting u. s. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419):659–671.
- LJUNG, G. M. et BOX, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2):297–303.
- MCMICHAEL, A. J. *et al.* (2006). Climate change and human health : present and future risks. *The Lancet*, 367(9513):859–869.
- NELSON, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns : A new approach. *The Econometric Society*, 59(2):347–370.

- PEARSON, K. (1905). The problem of the random walk. *Nature*, 72:294.
- PINCEMIN, G. (2021). Risques climatiques et mortalité, impact du risque canicule à l'horizon 2070. Thèse de Master, Institut des Actuaires.
- RIVM (2019). Higher mortality during heatwave in july in the netherlands. <https://www.rivm.nl/en/news/higher-mortality-during-heatwave-in-july-in-netherlands>. (Excès de mortalité durant la vague de chaleur de juillet 2019 aux Pays-Bas), site consulté le 9 juin 2024.
- SALAUN, F. (2024). Modélisation par apprentissage statistique du lien température-mortalité en open data et application prédictive. Thèse de Master, Institut des Actuaires.
- SCOGNAMIGLIO, S. *et al.* (2019). A deep learning integrated lee–carter model. *Risks*, 7(1):33.
- SCOTT, S. L. et VARIAN, H. R. (2013). Predicting the present with bayesian structural time series. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, 5(1-2).
- STEEENEVELD, G. J. *et al.* (2011). Quantifying urban heat island effects and human comfort for cities of variable size and urban morphology in the netherlands. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, 116(D20).
- van DORLAND, R. *et al.* (2024). Knmi national climate scenarios 2023 for the netherlands. Rapport technique, KNMI.
- WHO (2014). Quantitative risk assessment of the effects of climate change on selected causes of death, 2030s and 2050s. Rapport technique, World Health Organization.
- WIENER, N. (1923). Differential-space. *Journal of Mathematics and Physics*, 2:131–174.
- WINTERS, P. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science*, 6(3):324–342.
- ZAKOIAN, J.-M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5):931–955.
- ZHAO, Q. *et al.* (2021). Global, regional, and national burden of mortality associated with non-optimal ambient temperatures from 2000 to 2019 : a three-stage modelling study. *The Lancet Planetary Health*, 5(7):e415–e425.

Table des figures

NS1 Synthèse de la méthodologie déployée.	vi
NS2 Résultats du calibrage du modèle de Lee-Carter climatique.	vii
NS3 Projection des variables climatiques selon les scénarios du KNMI.	viii
NS4 Espérance de vie à 65 ans et résultats des chocs de mortalité.	viii
NS5 Methodology overview.	xiii
NS6 Results of the calibration of the climate-adjusted Lee-Carter model.	xv
NS7 Forecast of climate variables under KNMI scenarios.	xv
NS8 Life expectancy at age 65 and ultimate mortality shock results.	xvi
1.1 Évolution de la population totale (HMD, 2024).	5
1.2 Projection de la population des Pays-Bas au 1 ^{er} janvier (CBS, 2024).	5
1.3 Taux de croissance annuel de la population (HMD, 2024).	6
1.4 Évolution de la pyramide des âges (HMD, 2024).	7
1.5 Structure de la population par âge au 1 ^{er} janvier (CBS, 2024).	7
1.6 Évolution du double vieillissement (CBS, 2024).	8
1.7 Dynamique de la croissance naturelle et de la migration nette (CBS, 2024).	8
1.8 Ratios de dépendance des jeunes et des personnes âgées (HMD, 2024).	9
1.9 Évolution du ratio hommes/femmes par groupe d'âge (HMD, 2024).	10
1.10 Taux de mortalité spécifique par groupe d'âge (HMD, 2024).	10
1.11 Taux brut de mortalité dans le temps (HMD, 2024).	11
1.12 Évolution de la température moyenne annuelle (KNMI, 2024).	13
1.13 Températures maximales et minimales moyennes annuelles (KNMI, 2024).	13
1.14 Températures extrêmes annuelles (KNMI, 2024).	14
1.15 Tendance saisonnière de l'ensoleillement (KNMI, 2024).	14
1.16 Évolution des précipitations annuelles totales (KNMI, 2024).	15
1.17 Corrélation entre température moyenne annuelle et précipitations (KNMI, 2024).	15
1.18 Nombre de jours de gel, de pluie et de chaleur par an (KNMI, 2024).	16
1.19 Scénarios de changement climatique selon les projections du KNMI (KNMI, 2023).	17
1.20 Prévisions de la tendance des températures moyennes annuelles selon les scénarios climatiques du KNMI (KNMI, 2023).	18
1.21 Prévisions de la tendance des précipitations annuelles moyennes selon les scénarios climatiques du KNMI (KNMI, 2023).	18
1.22 Prévisions du niveau de la mer pour la côte néerlandaise à l'horizon 2100 par rapport aux niveaux actuels (KNMI, 2023).	19
1.23 Taux de mortalité attribuables aux températures élevées par tranche d'âge (GBD, 2024).	23
1.24 Taux de mortalité attribuables aux vagues de chaleur ((GBD, 2024), (KNMI, 2024)).	23
2.1 Variance cumulative expliquée pour les prédicteurs et la réponse en fonction du nombre de composantes.	33
2.2 Sélection du nombre optimal de composantes avec la méthode <code>onesigma</code>	34
2.3 Matrice de correlation entre les variables climatiques.	37

2.4	Calibrage du paramètre α_{c_i} par groupe d'âge.	39
2.5	Ajustement de l'indicateur climatique avec les taux de mortalité attribuables aux températures élevées selon le modèle GAM.	40
2.6	ACF des résidus du modèle GAM.	41
2.7	Histogramme des résidus du modèle GAM.	41
2.8	Q-Q plot des résidus du modèle GAM.	42
2.9	Taux de décès attribuables aux températures élevées, pour la population totale, avec et sans amplification.	43
2.10	Calibrage du paramètre δ_{c_i} par groupe d'âge.	44
2.11	Calibrage des paramètres du modèle de Lee-Carter.	47
2.12	Température Minimale de Mortalité par zone géographique (Gasparrini <i>et al.</i> , 2021). .	49
2.13	p-valeurs du test de Shapiro-Wilk par âge pour les résidus du modèle (ligne rouge : seuil de 0,05).	52
2.14	Écarts-types des résidus par âge.	52
3.1	Architecture interne d'une cellule LSTM.	66
3.2	Projection du κ_t selon le modèle ARIMA.	71
3.3	Composante de tendance ajustée des températures moyennes, obtenue par lissage LOESS. .	75
3.4	Ligne de tendance des pics de saisonnalité.	77
3.5	Évolution des 90 ^e et 95 ^e centiles des valeurs maximales saisonnières par segment de 10 ans.	77
3.6	Composante saisonnière après décomposition additive des températures moyennes journalières.	81
3.7	Fonction d'autocorrélation (ACF) pour la composante saisonnale.	82
3.8	Composante des Résidus après décomposition additive des températures moyennes journalières.	82
3.9	Fonction d'autocorrélation (ACF) des Résidus après décomposition additive des températures moyennes journalières.	83
3.10	Analyse des Résidus du modèle APARCH.	87
3.11	Interpolation journalière des prévisions de tendance par le KNMI.	89
3.12	Tendances historiques des températures moyennes, minimales et maximales (1900-2020). .	90
3.13	Projection de la composante saisonnale avec application du facteur de tendance. . . .	91
3.14	Comparaison entre la saisonnalité projetée et la saisonnalité de référence.	91
3.15	Projection de la saisonnalité jusqu'en 2100, incluant la tendance ajustée pour les valeurs de pic.	92
3.16	Composantes saisonnières des températures moyennes, minimales et maximales pour la dernière année observée.	93
3.17	Projection de la composante résiduelle.	94
3.18	Comparaison statistique des résidus et des variances conditionnelles, historiques et totaux. .	95
3.19	Analyse des résidus des températures moyenne, minimale et maximale.	96
3.20	Projection des températures moyennes pour chaque scénario KNMI sur les 3 premières années.	98
3.21	Températures moyennes historiques et projetées selon les scénario KNMI.	98
3.22	Projection des variables climatiques selon les scénarios climatiques du KNMI.	99
3.23	Histogramme des températures maximales.	100
3.24	Ajustement du modèle GPD.	101
3.25	Q-Q Plot des dépassements ajustés à une distribution GPD.	101
3.26	Nombre de jours estivaux avec dépassement du seuil de 30 °C (2025-2100).	103
3.27	Projection de l'indicateur climatique par scénario (2025-2100).	104

4.1	Projection de l'espérance de vie à 65 ans par scénario climatique (1990-2050)	109
4.2	Écart de l'espérance de vie à 65 ans entre le modèle classique et les scénarios climatiques Hd et Ld (1990-2050).	110
4.3	Sensibilité aux taux de mortalité attribuables aux températures élevées.	112
4.4	Sensibilité à la prise en compte de l'adaptation aux températures élevées.	113
4.5	Sensibilité au choix du modèle pour le paramètre temporel κ_t	114
4.6	Sensibilité au facteur de tendance des pics saisonniers.	115
4.7	Sensibilité au plancher appliqué à la variance de la composante résiduelle.	116
4.8	Sensibilité au facteur de tendance appliqué à la composante résiduelle.	117
4.9	Sensibilité au choix de la période de référence.	118
4.10	Distribution des espérances de vie (à 65 ans) simulées à un horizon de 1 an par scénario climatique.	119
4.11	Chocs de mortalité par âge à un horizon de 1 an.	120
4.12	Évolution de l'espérance de vie résiduelle en fonction du facteur de choc.	121
4.13	Chocs de mortalité par âge à l'horizon ultime.	122
6.1	Évolution des décès pour 100 000 habitants aux Pays-Bas (GBD, 2024).	144
7.1	Nombre de décès attribuables à la COVID-19 (INED, 2024).	145
8.1	Projection de l'espérance de vie à 65 ans (CBS, 2024).	146
9.1	Projection du nombre de jours d'été et de jours tropicaux à la station De Bilt (KNMI, 2023).	147

Liste des tableaux

2.1	Comparaison des indicateurs de performance des modèles testés.	39
2.2	Comparaison des coefficients R^2 entre les modèles de Lee-Carter Climatique et Classique.	53
2.3	Comparaison des MAPE entre les modèles de Lee-Carter Climatique et Classique.	53
3.1	Comparaison des métriques de performance pour différents modèles de projection de κ_t	69
3.2	Résultats des p-valeurs des tests statistiques pour les résidus des différents modèles de projection de κ_t	70
3.3	Résultats de l'analyse de Fourier par segment (fréquence et amplitude dominante).	79
3.4	Résultats de l'analyse de Fourier par segment (puissance et entropie spectrale).	80
3.5	Choix des paramètres pour les modèles de volatilité conditionnelle.	85
3.6	Comparaison des modèles ARCH selon les critères AIC et BIC.	86
3.7	Comparaison statistique de la saisonnalité historique et projetée.	92
4.1	Comparaison des projections d'espérance de vie à 65 ans entre le modèle classique et les estimations du CBS.	110
4.1	Description des variables climatiques définies dans le cadre de l'étude.	142
5.1	Caractéristiques des vagues de chaleur historiques aux Pays-Bas.	143

Annexes

Plan des Annexes

A. Glossaire	134
B. Métriques utilisées	137
C. Tests statistiques	139
D. Liste des variables climatiques utilisées	142
E. Historique des vagues de chaleur	143
F. Causes d'augmentation de la mortalité	144
G. Décès liés à la pandémie de COVID-19	145
H. Espérance de vie projetée	146
I. Projections des indicateurs de chaleur à la station De Bilt	147

Annexe A

Glossaire

ACF Fonction d'autocorrélation (*Autocorrelation Function*) : Indicateur statistique mesurant le degré de corrélation entre les valeurs d'une série temporelle à différents décalages.

ACP Analyse en composantes principales : Méthode statistique visant à réduire la dimensionnalité d'un jeu de données tout en conservant la variance maximale.

ADF Test de Dickey-Fuller augmenté (*Augmented Dickey-Fuller*) : Procédure statistique utilisée pour vérifier si une série temporelle est stationnaire.

AIC Critère d'information d'Akaike (*Akaike Information Criterion*) : Indice permettant de comparer des modèles statistiques en tenant compte de leur complexité.

ANOVA Analyse de la variance (*Analysis of Variance*) : Technique statistique permettant de tester l'égalité des moyennes entre plusieurs groupes à partir d'échantillons.

APARCH Modèle hétéroscédastique asymétrique autorégressif conditionnel en puissances (*Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) : Extension des modèles ARCH intégrant des asymétries dans la volatilité.

ARCH Modèle hétéroscédastique autorégressif conditionnel (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) : Modèle permettant de capturer la volatilité conditionnelle dans les séries temporelles.

ARIMA Modèle autorégressif intégré à moyenne mobile (*Autoregressive Integrated Moving Average*) : Modèle largement utilisé pour analyser et prévoir des séries temporelles stationnaires et non stationnaires.

BIC Critère bayésien d'information (*Bayesian Information Criterion*) : Métrique visant à évaluer la qualité relative de modèles statistiques, avec une pénalisation accrue pour la complexité.

BSTS Séries temporelles structurelles bayésiennes (*Bayesian Structural Time Series*) : Modélisation basée sur l'approche bayésienne pour analyser des séries temporelles complexes.

CBS Bureau central des statistiques néerlandais (*Centraal Bureau voor de Statistiek*) : Institution responsable des statistiques officielles aux Pays-Bas.

CIM Causes inconnues ou modélisées : Terme désignant les catégories pour lesquelles les données manquantes sont estimées par des modèles statistiques.

CSMR Taux de mortalité spécifique à une cause (*Cause Specific Mortality Rate*) : Indicateur mesurant la mortalité attribuable à une cause donnée par rapport à une population définie.

COVID Maladie à coronavirus (*Coronavirus Disease*) : Pathologie infectieuse causée par le virus SARS-CoV-2, responsable de la pandémie mondiale en 2020 et 2021.

- DNB** Banque centrale des Pays-Bas (*De Nederlandsche Bank*) : Institution monétaire responsable de la régulation financière aux Pays-Bas.
- EGARCH** Modèle généralisé exponentiel hétéroscédastique autorégressif conditionnel (*Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) : Extension logarithmique des modèles ARCH pour une meilleure capture de la volatilité.
- EIOPA** Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*) : Organisme chargé de la régulation et de la supervision dans le domaine des assurances en Europe.
- ERA5** Réanalyse climatique européenne (*European Reanalysis 5*) : Base de données climatique produite par le Centre européen pour les prévisions météorologiques à moyen terme.
- ERF** Fonction d'exposition-réponse (*Exposure Response Function*) : Relation mathématique décrivant l'effet d'une exposition environnementale sur un indicateur de santé.
- ETS** Lissage exponentiel dans un espace d'état (*Exponential Smoothing State Space*) : Modèle probabiliste pour les prévisions de séries temporelles.
- EVT** Théorie des valeurs extrêmes (*Extreme Value Theory*) : Domaine de la statistique axé sur la modélisation des événements rares et extrêmes.
- GAM** Modèle additif généralisé (*Generalized Additive Model*) : Modèle statistique combinant flexibilité et interprétabilité pour des relations non linéaires.
- GARCH** Modèle généralisé hétéroscédastique autorégressif conditionnel (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) : Modèle fréquemment utilisé pour analyser la volatilité des séries financières.
- GBD** Charge mondiale de morbidité (*Global Burden of Disease*) : Étude épidémiologique mesurant l'impact des maladies et des facteurs de risque à l'échelle mondiale.
- GIEC** Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat : Principal organisme scientifique produisant des rapports sur les changements climatiques.
- GPD** Distribution de Pareto généralisée (*Generalized Pareto Distribution*) : Modèle statistique appliquée aux valeurs extrêmes.
- HMD** Base de données sur la mortalité humaine (*Human Mortality Database*) : Référentiel mondial des données de mortalité.
- IHME** Institut pour l'évaluation des métriques de santé (*Institute for Health Metrics and Evaluation*) : Organisation spécialisée dans l'analyse et la modélisation des données sanitaires.
- IPCC** Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat (*Intergovernmental Panel on Climate Change*) : Référence scientifique pour les études sur le climat.
- KNMI** Institut météorologique royal néerlandais (*Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut*) : Institution responsable des prévisions et analyses météorologiques aux Pays-Bas.
- LASSO** Sélection et réduction par pénalisation L1 (*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*) : Méthode statistique pour la sélection et la régularisation de variables.
- LOESS** Lissage par régression locale (*Locally Estimated Scatterplot Smoothing*) : Technique non paramétrique permettant un ajustement flexible des données.
- LSTM** Mémoire à long et court terme (*Long Short-Term Memory*) : Architecture de réseaux de neurones récurrents adaptée à l'analyse de séquences temporelles.
- MAE** Erreur absolue moyenne (*Mean Absolute Error*) : Indicateur de la précision moyenne des prévisions en valeur absolue.
- MAPE** Erreur absolue en pourcentage (*Mean Absolute Percentage Error*) : Mesure la précision des prévisions sous forme relative.

- MCMC** Méthode de Monte Carlo par chaînes de Markov : Algorithme d'échantillonnage bayésien pour l'estimation de distributions complexes.
- MLE** Estimation du maximum de vraisemblance (*Maximum Likelihood Estimation*) : Approche statistique pour estimer les paramètres d'un modèle à partir des données.
- MR-BRT** Méta-régression bayésienne régularisée (*Meta Regression Bayesian Regularized Trimmed*) : Méthode statistique utilisée pour modéliser des relations complexes entre des variables à partir de données issues de multiples sources.
- ORSA** Évaluation interne des risques et de la solvabilité (*Own Risk and Solvency Assessment*) : Outil réglementaire pour la gestion des risques des assureurs.
- PACF** Fonction d'autocorrélation partielle (*Partial Autocorrelation Function*) : Indicateur mesurant la corrélation entre une série temporelle et ses décalages après élimination des effets intermédiaires.
- PAF** Fraction attribuable à la population (*Population Attributable Fraction*) : Indicateur quantifiant la proportion de cas attribuables à un facteur de risque dans une population.
- PDF** Fonction de densité de probabilité (*Probability Density Function*) : Représente la probabilité relative d'une variable aléatoire continue.
- PCR** Régression sur composantes principales (*Principal Component Regression*) : Méthode combinant réduction de dimensionnalité et régression.
- Q-stat** Statistique de Ljung-Box (*Q Statistic*) : Test d'autocorrélation sur les résidus d'un modèle de séries temporelles.
- ReLU** Fonction d'activation linéaire rectifiée (*Rectified Linear Unit*) : Fonction non linéaire utilisée dans les réseaux neuronaux profonds.
- RMSE** Erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error*) : Mesure de l'écart moyen entre les prévisions et les valeurs observées.
- RNN** Réseaux de neurones récurrents (*Recurrent Neural Networks*) : Modèles d'apprentissage profond adaptés à l'analyse des séquences.
- RR** Risque relatif (*Relative Risk*) : Ratio mesurant l'association entre une exposition et un événement.
- RWD** Marche aléatoire avec dérive (*Random Walk with Drift*) : Modèle probabiliste décrivant l'évolution d'une série temporelle avec une tendance.
- SARIMA** Modèle ARIMA saisonnier (*Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*) : Extension des modèles ARIMA incorporant des composantes saisonnières.
- SSP** Scénarios socio-économiques partagés (*Shared Socioeconomic Pathways*) : Scénarios globaux utilisés pour évaluer les impacts futurs des changements climatiques.
- STL** Décomposition saisonnière et tendance (*Seasonal and Trend Decomposition using Loess*) : Technique permettant d'extraire les composantes d'une série temporelle.
- SVD** Décomposition par valeurs singulières (*Singular Value Decomposition*) : Méthode algébrique utilisée pour la réduction de dimensionnalité.
- TARCH** Modèle conditionnel hétéroscédistique autorégressif à seuil (*Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) : Modèle intégrant des effets de seuil dans la variance.
- TMM** Température minimale de mortalité : Température où le taux de mortalité est le plus faible.
- TMREL** Niveau théorique minimal d'exposition au risque (*Theoretical Minimum Risk Exposure Level*) : Niveau optimal d'exposition associé au plus faible risque sanitaire.

Annexe B

Métriques utilisées

ACF1 Autocorrélation au premier décalage (*Autocorrelation at lag 1*) : L'ACF au premier décalage mesure la corrélation entre une série temporelle et elle-même décalée d'une période. Elle est définie par :

$$\text{ACF}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}, \quad \text{pour } k = 1. \quad (\text{B.1})$$

AIC Critère d'information d'Akaike (*Akaike Information Criterion*) : L'AIC est une mesure utilisée pour évaluer la qualité d'un modèle tout en pénalisant sa complexité. Elle est définie par :

$$\text{AIC} = 2k - 2\ln(L), \quad (\text{B.2})$$

où k est le nombre de paramètres estimés et L est la vraisemblance maximale du modèle.

BIC Critère bayésien d'information (*Bayesian Information Criterion*) : Le BIC est similaire à l'AIC mais impose une pénalisation plus forte pour la complexité. Sa formule est donnée par :

$$\text{BIC} = k \ln(n) - 2\ln(L), \quad (\text{B.3})$$

où n est la taille de l'échantillon, k le nombre de paramètres, et L la vraisemblance maximale.

MAE Erreur absolue moyenne (*Mean Absolute Error*) : Le MAE mesure l'écart moyen absolu entre les valeurs observées (y_i) et les valeurs prédictes (\hat{y}_i) :

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|. \quad (\text{B.4})$$

MAPE Erreur absolue moyenne en pourcentage (*Mean Absolute Percentage Error*) : Le MAPE exprime l'erreur moyenne en pourcentage par rapport aux valeurs observées. Elle est définie comme suit :

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100, \quad (\text{B.5})$$

où $y_i \neq 0$ pour tous les i .

MSE Erreur quadratique moyenne (*Mean Squared Error*) : Le MSE est une métrique qui mesure

la moyenne des carrés des erreurs entre les valeurs observées et les valeurs prédictes. Elle est donnée par :

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (\text{B.6})$$

R^2 Coefficient de détermination : Le R^2 évalue la proportion de la variance des données expliquée par le modèle. Il est calculé comme suit :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (\text{B.7})$$

où \bar{y} est la moyenne des y_i .

Annexe C

Tests statistiques

Test de l'autocorrélation des résidus (ACF) Ce test examine si les résidus d'un modèle sont autocorrélés. **Hypothèses :** - H_0 : Les résidus ne sont pas autocorrélés. - H_1 : Les résidus sont autocorrélés.

$$\text{ACF}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (e_t e_{t+k})}{\sum_{t=1}^n e_t^2}, \quad (\text{C.1})$$

où e_t est le résidu à l'instant t et k est le décalage.

Test de la corrélation partielle (PACF) La PACF examine la corrélation entre une observation et ses décalages (ou *lags*), tout en éliminant l'effet des corrélations intermédiaires avec d'autres décalages. Elle est particulièrement utile pour déterminer l'ordre de la partie autorégressive (AR) dans un modèle ARIMA. La PACF au décalage k est calculée comme le coefficient ϕ_{kk} obtenu à partir de la régression des valeurs y_t sur $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k}$:

$$\text{PACF}(k) = \phi_{kk}, \quad (\text{C.2})$$

où ϕ_{kk} est le coefficient de corrélation partielle estimé au décalage k dans la régression suivante :

$$y_t = \beta_0 + \phi_{1k}y_{t-1} + \phi_{2k}y_{t-2} + \dots + \phi_{kk}y_{t-k} + \epsilon_t, \quad (\text{C.3})$$

et où ϵ_t représente le terme d'erreur.

Test de Dickey-Fuller augmenté (ADF) Le test ADF vérifie si une série temporelle contient une racine unitaire (non stationnaire). **Hypothèses :** - H_0 : La série contient une racine unitaire (non stationnaire). - H_1 : La série est stationnaire.

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t. \quad (\text{C.4})$$

Le test évalue si $\gamma = 0$.

Test Q-Stat (Ljung-Box) Ce test évalue si les résidus d'un modèle présentent une autocorrélation significative. **Hypothèses :** - H_0 : Il n'y a pas d'autocorrélation significative. - H_1 : Les résidus présentent une autocorrélation significative.

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{\rho_k^2}{n-k}, \quad (\text{C.5})$$

où ρ_k est l'autocorrélation des résidus au décalage k , n est la taille de l'échantillon, et m le nombre de décalages testés.

Test t (Test de Student) Ce test vérifie si la moyenne d'un échantillon diffère significativement d'une valeur de référence. **Hypothèses :** - H_0 : La moyenne est égale à la valeur de référence ($\mu = \mu_0$). - H_1 : La moyenne diffère de la valeur de référence ($\mu \neq \mu_0$).

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}, \quad (\text{C.6})$$

où \bar{x} est la moyenne de l'échantillon, s l'écart-type, et n la taille de l'échantillon.

Test de Shapiro-Wilk Ce test évalue si les données suivent une distribution normale. **Hypothèses :** - H_0 : Les données suivent une distribution normale. - H_1 : Les données ne suivent pas une distribution normale.

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (\text{C.7})$$

où $x_{(i)}$ sont les données ordonnées, et a_i sont des poids constants.

Test de Mann-Kendall Le test de Mann-Kendall détecte des tendances monotones dans une série temporelle. **Hypothèses :** - H_0 : Il n'y a pas de tendance significative. - H_1 : Une tendance monotone est présente.

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sgn}(x_j - x_i), \quad (\text{C.8})$$

où $\text{sgn}(x)$ est la fonction signe.

Test de Levene Ce test évalue si les variances de plusieurs groupes sont égales. **Hypothèses :** - H_0 : Les variances sont égales. - H_1 : Les variances diffèrent.

$$W = \frac{(N-k) \sum_{i=1}^k N_i (Z_{i\cdot} - Z_{..})^2}{(k-1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - Z_{i\cdot})^2}, \quad (\text{C.9})$$

où $Z_{ij} = |x_{ij} - \bar{x}_i|$.

Test ANOVA L'analyse de la variance teste l'égalité des moyennes entre plusieurs groupes. **Hypothèses :** - H_0 : Les moyennes des groupes sont égales. - H_1 : Au moins une moyenne diffère.

$$F = \frac{\text{Variance inter-groupes}}{\text{Variance intra-groupes}}. \quad (\text{C.10})$$

Test de Jarque-Bera Ce test évalue si les données suivent une distribution normale en analysant l'asymétrie (*skewness*) et la *kurtosis* (aplatissement). **Hypothèses :** - H_0 : Les données suivent une distribution normale. - H_1 : Les données ne suivent pas une distribution normale.

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right), \quad (\text{C.11})$$

où S est l'asymétrie et K la *kurtosis*.

Test d'hétéroscédasticité Ce test détecte une variance non constante dans les erreurs d'un modèle. **Hypothèses :** - H_0 : Les erreurs ont une variance constante (homoscédasticité). - H_1 : La variance des erreurs n'est pas constante (hétéroscédasticité).

$$\chi^2 = nR^2, \quad (\text{C.12})$$

où R^2 est le coefficient de détermination de la régression des résidus au carré.

Annexe D

Liste des variables climatiques utilisées

TABLE 4.1 – Description des variables climatiques définies dans le cadre de l'étude.

Variable	Signification
TMMOY	Moyenne estivale des températures moyennes journalières (°C)
TXAB	Température estivale maximale (°C)
TXMOY	Moyenne estivale des températures maximales journalières (°C)
TNMOY	Moyenne estivale des températures minimales journalières (°C)
TMXAB	Maximum estival des températures moyennes journalières (°C)
TMNAB	Minimum estival des températures moyennes (°C)
DeltaT	Moyenne estivale des différences entre les températures maximale et minimale journalières (°C)
JX25	Nombre de jours d'été où Tmax \geq 25°C
JX30	Nombre de jours d'été où Tmax \geq 30°C
JX35	Nombre de jours d'été où Tmax \geq 35°C
JC25	Nombre de jours estivaux consécutifs où Tmax \geq 25°C
JC30	Nombre de jours estivaux consécutifs où Tmax \geq 30°C
JC35	Nombre de jours estivaux consécutifs où Tmax \geq 35°C
INST	Durée estivale totale d'ensoleillement (en 0,1 heure)
RR	Précipitations totales estivales (en 0,1 mm)

Annexe E

Historique des vagues de chaleur

TABLE 5.1 – Caractéristiques des vagues de chaleur historiques aux Pays-Bas.

Date de début	Durée (jours)	Nombre de jours tropicaux	Température maximale (°C)	Numéro de vague
26 juillet 1990	10	3	35,3	40,5
19 juillet 1994	13	5	34,1	57,7
29 juillet 1995	6	3	32,3	31,5
05 août 1997	9	5	32,1	42,2
28 juillet 1999	8	3	31,4	34,0
22 août 2001	5	3	31,1	24,0
31 juillet 2003	14	7	35,0	67,4
02 août 2004	10	3	32,5	35,1
18 juin 2005	7	3	32,8	28,5
30 juin 2006	7	3	32,0	31,7
15 juillet 2006	16	8	35,7	85,8
21 juillet 2013	7	3	32,6	27,8
30 juin 2015	6	3	33,1	33,5
15 juillet 2018	13	4	35,7	52,7
29 juillet 2018	10	4	33,9	40,9
22 juillet 2019	6	4	37,5	48,2
23 août 2019	6	3	32,8	28,3
05 août 2020	13	9	34,6	79,6
09 août 2022	8	5	32,3	36,4

Note : Aux Pays-Bas, une vague de chaleur est définie par au moins 5 jours consécutifs avec une température maximale de 25 °C ou plus, dont au moins 3 jours avec des températures supérieures à 30 °C. Le numéro de vague de chaleur est calculé en additionnant les valeurs excédant 25 °C. Par exemple, 25,6 °C contribue pour 0,6 et 31,2 °C pour 6,2.

Annexe F

Causes d'augmentation de la mortalité

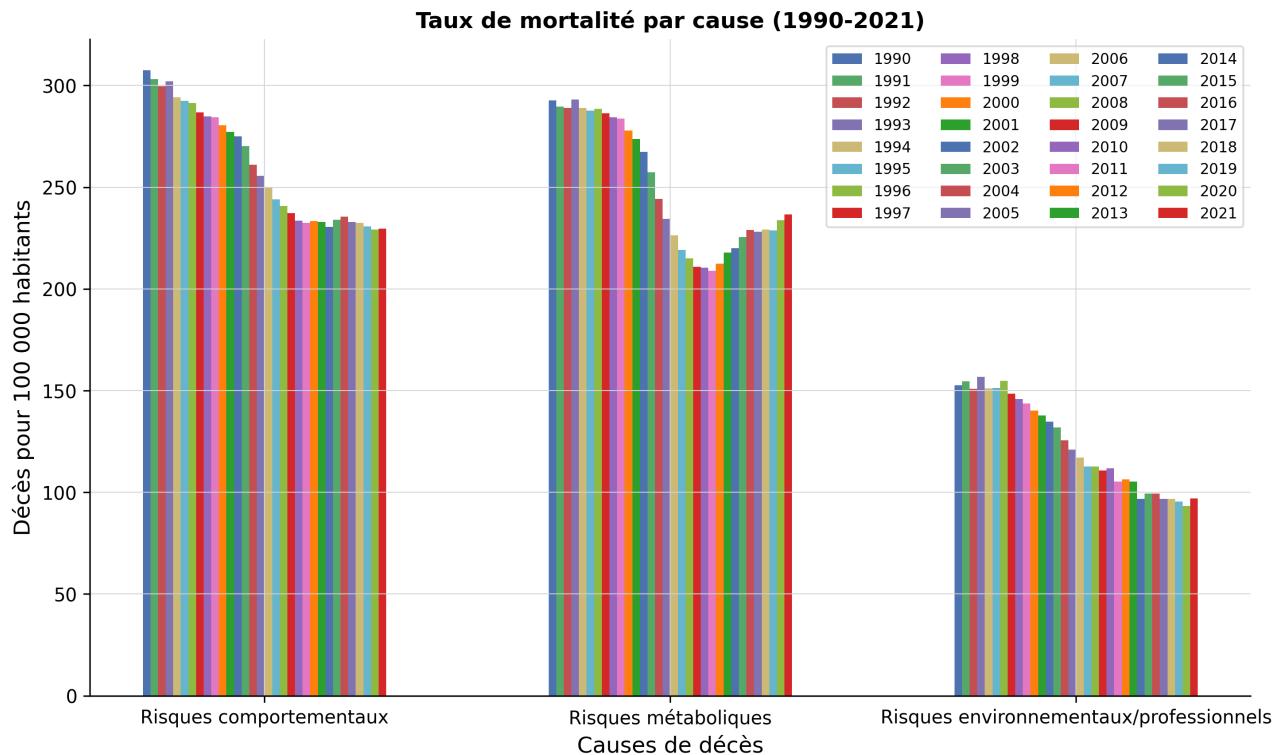


FIGURE 6.1 – Évolution des décès pour 100 000 habitants aux Pays-Bas (GBD, 2024).

Annexe G

Décès liés à la pandémie de COVID-19

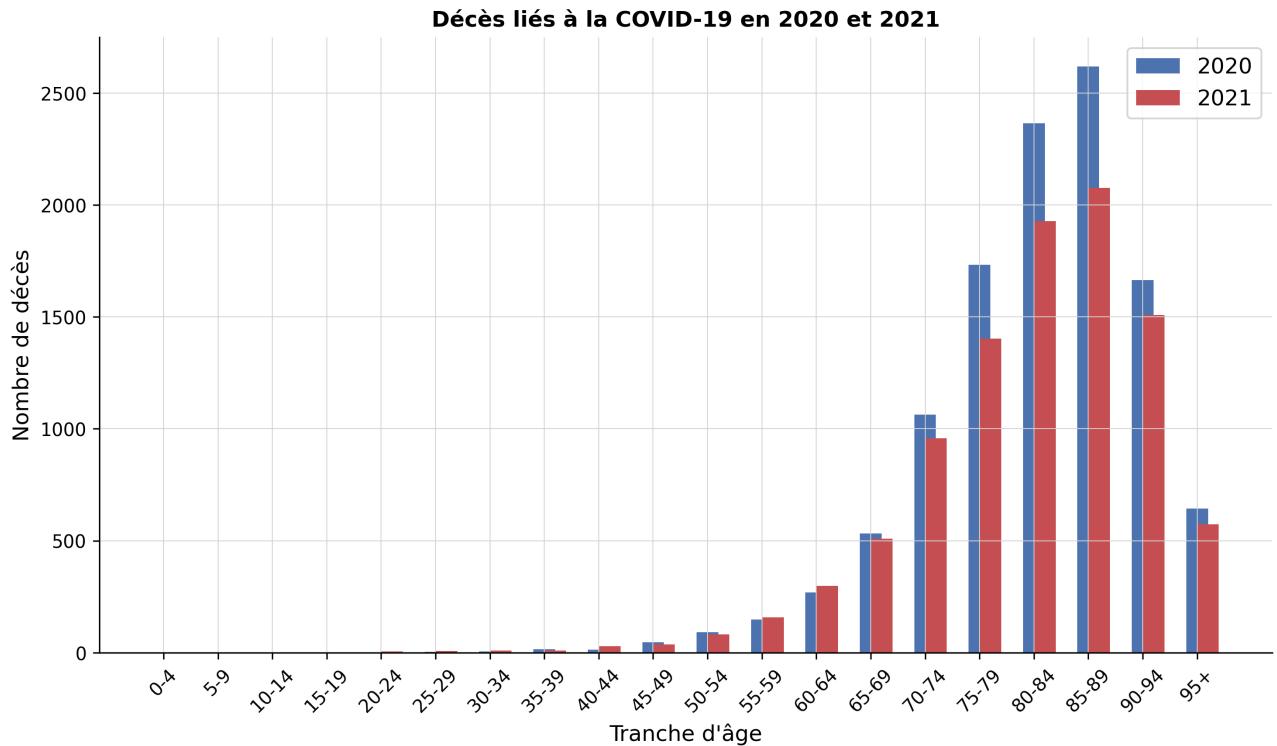


FIGURE 7.1 – Nombre de décès attribuables à la COVID-19 (INED, 2024).

Annexe H

Espérance de vie projetée

La Figure 8.1 présente les projections de l'espérance de vie à 65 ans, telles qu'estimées par le CBS (Centraal Bureau voor de Statistiek). La courbe bleu clair illustre les observations historiques jusqu'en 2022, tandis que la courbe verte illustre les projections effectuées en 2023. Les points bleus marquent les projections spécifiques effectuées en 2024. Ces projections s'accompagnent d'intervales de prévision à 67% (zone verte) et à 95% (zone jaune pâle), illustrant l'incertitude inhérente à ces estimations.

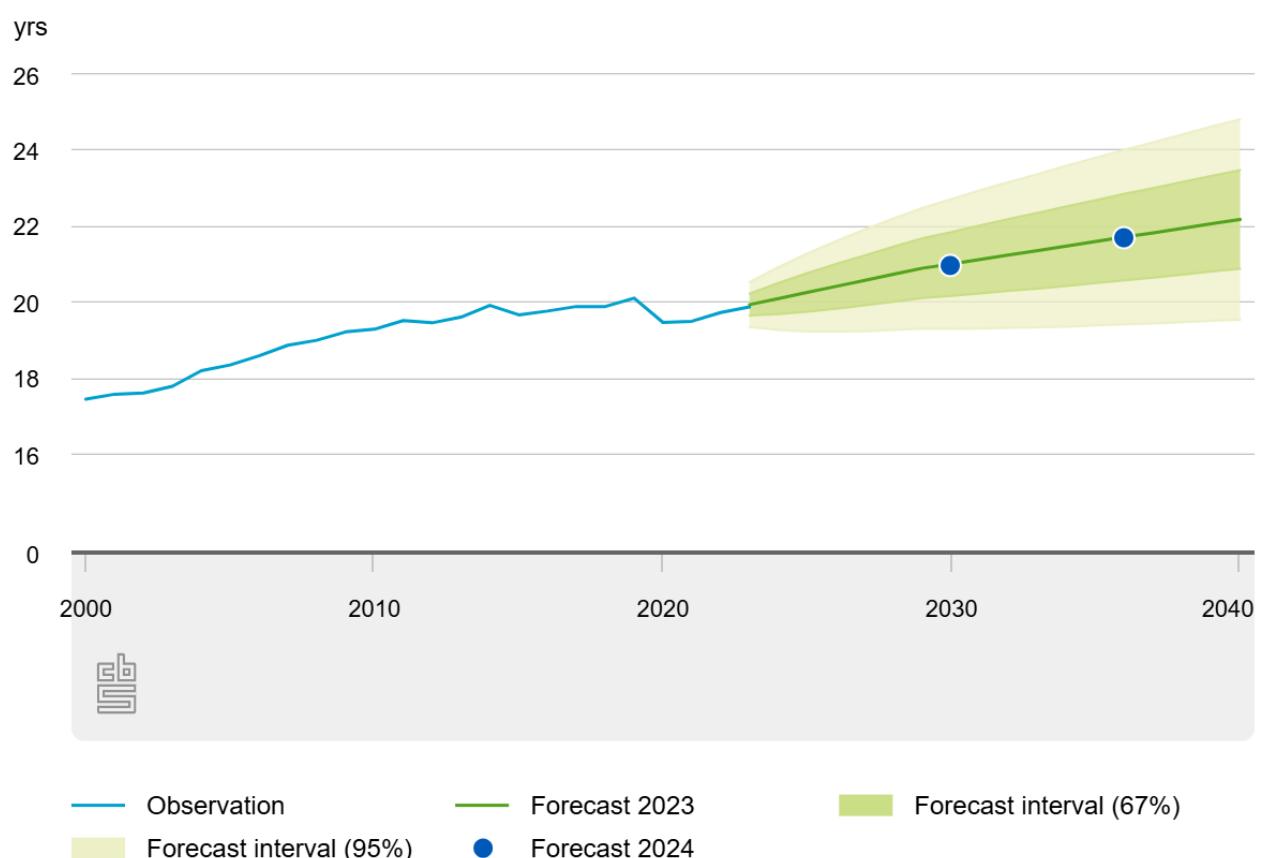
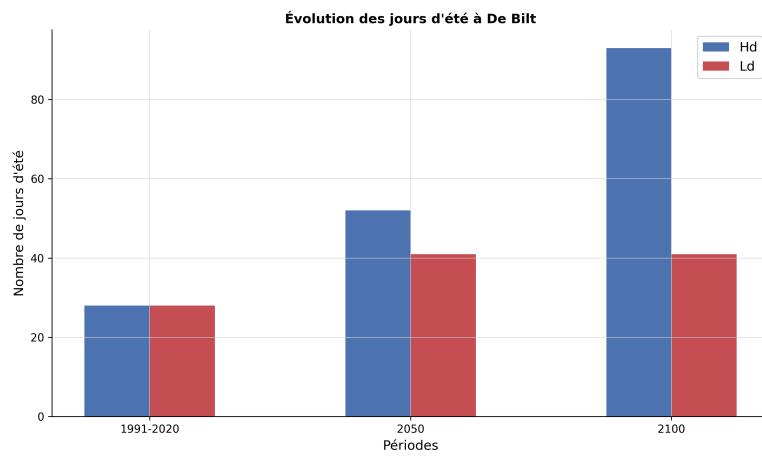


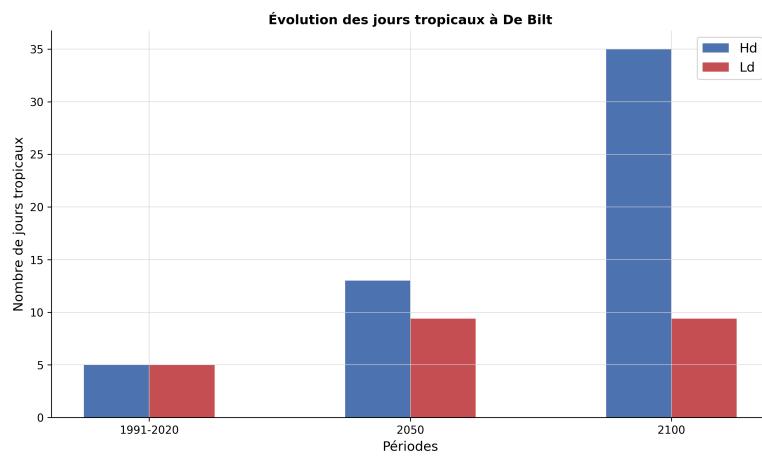
FIGURE 8.1 – Projection de l'espérance de vie à 65 ans (CBS, 2024).

Annexe I

Projections des indicateurs de chaleur à la station De Bilt



(a) Nombre de jours d'été (température maximale $\geq 25^{\circ}\text{C}$)



(b) Nombre de jours tropicaux (température maximale $\geq 30^{\circ}\text{C}$)

FIGURE 9.1 – Projection du nombre de jours d'été et de jours tropicaux à la station De Bilt (KNMI, 2023).