

**Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuares**

le 11/03/2022

Par : **Mohamed Lemine TEBAKH**

Titre: **Estimation de la déviation du BEL dans un contexte
IFRS 17**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de la filière

Entreprise : Exiom Partners

Nom : Mohamed ELAROUY

Signature :



*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuares*

Directeur de mémoire en entreprise :

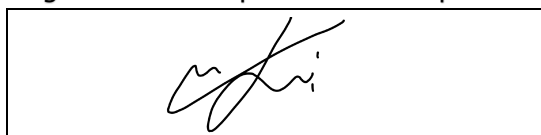
Nom : Mathieu Schneider

Signature :



**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel
délai de confidentialité)**

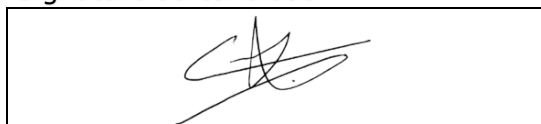
Signature du responsable entreprise



Secrétariat :

Signature du candidat

Bibliothèque :



Remerciements

Je tiens particulièrement à adresser mes remerciements aux personnes suivantes, pour l'expérience d'intérêt certain qu'elles m'ont fait vivre durant mon stage de fin d'études au sein d'Exiom Partners :

Tout d'abord, je tiens à remercier les associés d'Exiom Partners, pour m'avoir accueilli dans leur entreprise, particulièrement Mohamed ELAROUÏ qui m'a accompagné dans mes recherches et mes études réalisées dans le cadre de mon mémoire.

Je remercie également Mathieu SCHNEIDER, Actuaire Manager chez Exiom Partners, pour m'avoir permis d'intégrer la boîte, pour sa disponibilité, ses orientations et son encadrement.

Ensuite, mes remerciements vont également à l'ensemble de mes collègues chez Exiom Partners pour leur gentillesse, la bonne ambiance et la politique unique que suit l'entreprise en ce qui concerne la vie collective des collaborateurs.

Enfin, je remercie Pierre PICARD, mon encadreur en école qui m'a accompagné durant la préparation de mémoire, pour sa disponibilité et ses indications.

Dédicaces

Ce travail est dédié de ma part à mon père Ahmed Salem TEBAKH, ainsi qu'à ma mère Revaa AHMED AYDA, qui ont travaillé dur pour m'élever et m'encadrer, et je leur offre mes sincères remerciements et ma gratitude.

À travers ce travail, je voudrais également adresser un message à ma grand-mère Lalle MOHAMED LEBID et mon grand-père Mohamed TEBAKH, qui sont décédés il y a quelques années. Ils ont été la plus belle chose de ma vie, leur sourire est plus précieux pour moi que le monde entier. Je souhaitais qu'ils vivent toujours et qu'ils partagent avec moi tous les succès et toutes les joies. Je leur dis que vous êtes immortels dans mon cœur et que vous étiez le cadeau le plus beau dans ma vie.

Ensuite, je dédie ce travail à mon cher petit frère Mohamed TEBAKH, en lui souhaitant un avenir plein de succès et de grandes réalisations.

Finalement, ce travail est dédié à mes proches amis, et à tous ceux qui ont contribué à mon succès de près ou de loin.

Glossaire

ALM : Assets Liabilities Management
GSE : Générateur de Scénarios économiques
BEL : Best Estimate Liabilities
R.A : Risk Adjustment
R.M : Risk Margin
MV : Market Value
NAV : Net Asset Value
PB : Participation aux Bénéfices
PDD : Provision pour Dépréciation Durable
PM : Provision Mathématique
PRE : Provision pour Risque d'Exigibilité
RC : Réserve de Capitalisation
PVFC : Present Value of Futur Cash-flows
TMG : Taux Minimum Garanti
TRA : Taux de Rendement de l'Actif
IASB : International Accounting Standards Board
IFRS : International Financial Reporting Standards
VFA : Variable Free Approach
BBA : Building Bloc Approach
PPA : Premium Allocation Approach
CSM : Contractual Service Margin
OCI : Other Comprehensive Income
TVOG : Time Value Of Guaranties
LSMC : Least Square Monte Carlo
AoM : Analysis of Movement
P&L : Profit & Loss

Résumé

Dans le cadre d'un portefeuille d'épargne de type fonds euros, la production complète du BEL repose sur un processus long difficilement optimisable du point de vue opérationnel alors que les délais de clôture se raccourcissent de plus en plus.

L'entrée en vigueur d'IFRS 17, impose aux assureurs une production supplémentaire de passifs économiques dans des délais plus courts et avec un besoin de précision accrue.

Nous cherchons dans ce mémoire à retrouver une approche proxy robuste permettant d'estimer un P&L, à travers la réplication du BEL, en ayant la possibilité de ventiler les écarts liés aux changements d'hypothèses et aux écarts d'expérience dans un contexte IFRS 17. C'est dans le but de proposer une approche fiable permettant de contourner l'utilisation du modèle ALM qui est lourd à paramétrer et à lancer dans les délais serrés de la production des P&L.

En effet, au cours d'une année, des mouvements financiers viennent impacter l'actif et le passif du portefeuille d'assurance. Ces mouvements expliquent l'évolution du bilan économique d'une année à l'autre. Ils peuvent être de plusieurs types et manifestent souvent des écarts issus de changements d'hypothèses ou des écarts dus à l'expérience. Dans IFRS 17, l'analyse de mouvement est une étape indispensable pour évaluer le compte de résultat et la CSM. L'objectif de ce mémoire est de construire un modèle fiable servant à l'estimation des analyses de mouvement sur le BEL afin d'estimer un P&L. Cependant, une analyse de mouvement et un outil de calcul du P&L ont été mis en place.

Un modèle ALM proxy et un générateur de scénarios économiques dans un environnement risque neutre ont été créés. Ces modèles permettront la projection et la génération des cash-flows servant aux calculs des BEL dans les différents scénarios, ainsi que la réalisation des analyses de mouvement et la construction du P&L.

Le modèle ALM servira également à la création de la base de données d'apprentissage constituée principalement des sensibilités des facteurs de risque qui influencent la variation du BEL. Puis nous avons dans un second temps adapté les variables explicatives à l'analyse de mouvement en introduisant la notion de sensibilité d'expérience et de sensibilité d'hypothèse. La significativité des chocs des facteurs de risque a été étudiée à travers les analyses de sensibilités du BEL.

La première approche correspond à un modèle polynomial stepwise classique, en détectant et traitant les valeurs aberrantes. Néanmoins, l'utilisation de cette approche est limitée par la condition que la situation du portefeuille initiale ne varie que légèrement par rapport à la situation de référence.

De ce point, on a commencé par construire notre deuxième modèle qui consiste à retrouver un polynôme intégrant plusieurs autres effets qui sont susceptibles de mieux refléter le profil de risque inhérent du portefeuille. Les effets pris en compte par ce polynôme sont les effets des facteurs de risque financiers et techniques (variables d'expérience et variables d'hypothèse), un effet volume basé sur le niveau de provisions mathématiques qui nous permettra de prendre en compte le new business. En outre, un effet lié à l'allocation d'actifs est intégré dans le polynôme, en pondérant chaque facteur de risque de type financier, par la variation du poids de l'actif sous-jacent dans le portefeuille.

Cependant, un troisième modèle d'intelligence artificielle de type réseau de neurones RNN a été mis en place, afin de le comparer avec les modèles polynomiaux mis en place.

Le but de cette étude est de pouvoir répliquer au mieux possible les différents écarts observés sur l'analyse de mouvement servant aux calculs du P&L. En effet, nous allons réaliser une comparaison de la robustesse des différents modèles sur des scénarios de fortes variations de la situation initiales du portefeuille, où on observe des chocs extrêmes sur les facteurs de risque étudiés.

Par ailleurs, à travers l'analyse de mouvement mis en place, nous allons mesurer l'impact de cette estimation sur la CSM, puis sur le P&L. Ceci est dans le but de juger la possibilité d'utilisation du modèle polynomial pondéré dans un tel contexte stress pour estimer un P&L IFRS 17.

D'après notre étude, il s'avère que le modèle polynomial pondéré est le meilleur en termes de résultat devant les scénarios de chocs extrêmes, et permet de donner une meilleure estimation en comparaison avec les modèles testés.

En conclusion, nous avons axés notre étude sur le modèle polynomial pondéré. Par ailleurs, les erreurs attribuées à ce modèle sont en dessous des seuils de validation fixés en pourcentage du BEL et de CSM. Ce modèle permet bien de ventiler les effets d'écarts d'expérience et les effets de changements d'hypothèse pris en compte dans l'AoM. Etant donné les résultats obtenus, le modèle polynomial pondéré est valide pour estimer un P&L IFRS 17.

Mots clefs : ALM, GSE, BEL stochastique, Replication du BEL, , Approche polynomiale pondérée, IFRS 17, Analyse de mouvement (AoM), CSM, Estimer un P&L IFRS 17

Abstract

In the context of a savings portfolio of the euro fund type, the complete production of the BEL is based on a long process that is difficult to optimize from an operational point of view, while closing times are becoming increasingly shorter.

The entry into force of IFRS 17 requires insurers to produce additional economic liabilities within a shorter timeframe and with a need for greater precision.

In this study memory, we seek to find a robust proxy approach to estimate a P&L, through the replication of the BEL, with the possibility of breaking down the differences related to changes in assumptions and experience gaps in an IFRS 17 context. It is with the aim of proposing a reliable approach to bypass the use of the ALM model, which is cumbersome to set up and to launch within the tight deadlines of the P&L production.

During the course of a year, financial movements impact the assets and liabilities of the insurance portfolio. These movements explain the change in the economic balance sheet from one year to the next. They can be of several types and often reflect differences resulting from changes in assumptions or differences due to experience. In IFRS 17, the Analysis of Movement is an essential step in evaluating the income statement and the CSM. The objective of this study memory is to build a reliable model for estimating the AoM on the BEL in order to estimate a P&L. However, a transaction analysis and a P&L calculation tool have been set up.

An ALM proxy model and an economic scenario generator in a risk-neutral environment have been created. These models will allow the projection and generation of cash flows used for the calculation of the BEL in the different scenarios, the realization of the AoM and the construction of the P&L.

The ALM model will also be used to create the train database, which consists mainly of the sensitivities of the risk factors that influence the variation of the BEL. Then we adapted the explanatory variables to the AoM by introducing the notion of experience sensitivity and hypothesis sensitivity. The significance of the shocks of the risk factors was studied through the sensitivity analyses of the BEL.

The first approach corresponds to a classical stepwise polynomial model, detecting and treating outliers. However, the use of this approach is limited by the condition that the initial portfolio situation varies only slightly from the reference situation.

From this point, we began by constructing our second model, which consists of finding a polynomial incorporating several other effects that are likely to better reflect the inherent risk profile of the portfolio. The effects taken into account by this polynomial are the effects of the financial and technical risk factors (experience variables and assumption variables), a volume effect based on the level of mathematical reserves which will allow us to take into account the new business. In addition, an asset allocation effect is integrated into the polynomial, by weighting each financial risk factor by the variation in the weight of the underlying asset in the portfolio.

However, a third artificial intelligence model of the RNN type was implemented, in order to compare it with the polynomial models implemented.

The aim of this study is to replicate as well as possible the different deviations observed on the AoM used for the P&L calculations. Indeed, we are going to carry out a comparison of the robustness of the different models on scenarios of strong variations of the initial situation of the portfolio, where we observe extreme shocks on the studied risk factors.

Furthermore, through the AoM implemented, we will measure the impact of this estimate on the CSM, and then on the P&L. This is in order to judge the possibility of using the weighted polynomial model in such a stress context to estimate an IFRS 17 P&L.

According to our study, it turns out that the weighted polynomial model is the best in terms of result in front of the extreme shock scenarios, and gives a better estimate in comparison with the tested models.

In conclusion, we focused our study on the weighted polynomial model. Moreover, the errors attributed to this model are below the validation thresholds set in percentage of BEL and CSM. This model does a good job of breaking down the effects of experience differences and the effects of assumption changes accounted for in the AoM. Given the results obtained, the weighted polynomial model is valid for estimating an IFRS 17 P&L.

Key words: ALM, ESG, Stochastic BEL, BEL Replication, Weighted polynomial approach, IFRS 17, Analysis of Movement (AoM), CSM, Estimate a P&L IFRS 17

Introduction

Dans le cadre d'un portefeuille épargne de type fond euros, l'utilisation des modèles ALM dans l'estimation du bilan économique s'avère coûteuse en ressources (temps de calcul et espace de stockage) et nécessite la mobilisation de plusieurs calculateurs de haute performance. En revanche, la production complète du BEL repose donc sur un processus long difficilement optimisable du point de vue opérationnel alors que les délais de clôture se raccourcissent de plus en plus. La pression sur les équipes de production est d'autant plus forte pour les clôtures trimestrielles où les tâches sont mélangées à d'autres travaux de R&D.

Cependant, pour évaluer la CSM, il faut réaliser une analyse de mouvement sur les passifs Best Estimate et Risk Adjustment. La mise en place de cette analyse de mouvement requiert l'utilisation des GSE et des modèles ALM.

Les assureurs ont développé de nouvelles méthodes alternatives à l'utilisation des modèles ALM pour estimer le passif, comme le Least Square Monte Carlo (LSMC), le Curve fitting et le Replicating portfolio. Notre approche consiste donc à capitaliser sur les méthodes alternatives existantes, à les adapter au contexte IFRS 17 et à les améliorer grâce à l'intégration de nouveaux effets et des outils d'apprentissage automatique.

Notre objectif c'est de mettre en place une approche simplifiée permettant d'estimer les BEL trimestriels infra-annuels, par la suite effectuer les analyses de mouvement sur la MVA, le BEL estimé et le RA afin d'estimer une CSM et puis un P&L IFRS 17. De ce fait, nous désirons étudier une approche reposant sur les calculs annuels du Year End et sur un jeu de sensibilités sur cette même date de clôture. Les éléments trimestriels (BEL, CSM et P&L) seront approchés par notre modèle en tenant compte des principaux mouvements bilantiels reportés dans la MVBS. Nous visons à avoir une approche :

- Robuste : qui doit offrir une bonne estimation devant les forts mouvements observés durant le trimestre (variation des marchés, effets biométriques, volume de portefeuille, changement de stratégie d'allocation d'actifs, etc.)
- Efficace : le temps de production doit être considérablement réduit

Parmi ces approches, une approche polynomiale pondérée qui a été construite dans le cadre de ce mémoire, où on essaie d'intégrer des effets permettant de mieux refléter le profil de risque du portefeuille. A travers cette approche, nous faisons la distinction entre les écarts liés aux changements d'hypothèse et les écarts d'expérience, ce qui va nous servir à estimer notre P&L IFRS 17 qu'on cherche à déterminer. Néanmoins, nous comparons cette approche avec un modèle polynomial classique et un modèle de réseau de neurones.

La première partie de ce mémoire est une présentation du contexte de l'étude. C'est dans cette partie que sont définies les notions d'assurance vie, et que sont introduits les éléments clefs de la norme IFRS 17.

Dans la deuxième partie, nous nous intéressons au modèle ALM mis en place pour la génération des cash-flows servant à réaliser les différentes études. C'est dans cette partie que sont d'abord décrits les modèles stochastiques implémentés dans le générateur de scénarios économiques, les hypothèses établies pour la projection actuarielle. Ensuite le modèle ALM est présenté à travers une étude sur l'évolution des cash-flows dans des environnements techniques différents.

Ensuite, dans la troisième partie, nous présenterons la méthode de construction d'une analyse de mouvement, ainsi que le Roll-forward de la CSM et la mise en place d'un P&L IFRS 17.

Puis, dans la quatrième partie, nous présenterons les approches proposées, dans ce mémoire, pour la calibration d'un proxy de BEL.

Finalement, dans la dernière partie, nous présenterons une analyse générale des résultats obtenus dans ce mémoire. Nous commencerons par une analyse de sensibilités du BEL. Ensuite, nous aborderons la création de la base de données à partir des sensibilités les facteurs de risque, ainsi que les critères de sélection de scénarios de calibrage. Nous détaillerons également les études statistiques menées sur les différentes approches testées pour la calibration des modèles proposés. Enfin, nous analyserons la robustesse du modèle retenu à partir des scénarios de test non utilisés dans le calibrage du modèle. Nous mesurons l'impact de cette estimation sur la CSM et le P&L à travers les analyses de mouvement mises en place et l'outil de calcul du P&L. Enfin, nous allons procéder à la validation du modèle en fonction des seuils fixés sur les erreurs de prédiction en pourcentage du BEL et de CSM.

Note de Synthèse

Problématiques et objectifs

La production complète du BEL et du P&L IFRS17 repose sur un long processus difficile à optimiser d'un point de vue opérationnel, alors que les délais de clôture sont de plus en plus courts. La pression sur les équipes de production est d'autant plus forte pour les clôtures trimestrielles où les tâches sont mélangées à d'autres travaux de R&D.

Dans le cadre de l'étude, nous proposons un modèle proxy qui sera utilisé pour approximer la meilleure estimation du passif, à travers lequel nous cherchons à contourner les modèles ALM. L'objectif est d'avoir la possibilité de ventiler les différents effets expliquant les écarts dans l'analyse de mouvement utilisée pour déterminer la CSM et le P&L IFRS 17.

Méthodologie

L'approche proposée requiert la création d'une base de données à partir des sensibilités unitaires et croisées en entrée du modèle. Les étapes de cette étude sont :

- 1- La mise en place d'un générateur de scénarios économiques et d'un modèle ALM permettant la génération des cash-flows servant aux calculs des BEL dans les différents scénarios et à la réalisation des AoM, ainsi que le P&L IFRS 17
- 2- La création de la base de données des sensibilités en entrée du modèle ALM, en faisant la distinction entre les sensibilités d'expérience et les sensibilités d'hypothèse
- 3- La calibration de différents modèles d'apprentissage construits et les analyses statistiques permettant de comparer leur robustesse sur les données d'apprentissage
- 4- La création d'une base de données de test, non utilisée dans la calibration des modèles. Ensuite, la mise en place de l'analyse de mouvement avec les paramètres du polynôme afin d'estimer une CSM
- 5- La comparaison des résultats de chaque modèle sur ces scénarios de test afin de retenir le modèle le plus performant. Ensuite, déterminer P&L IFRS 17 suite à chaque scénario afin de mesurer l'impact de la prédiction. Finalement, la validation du modèle retenu en fonction des seuils fixés sur les erreurs en pourcentage du BEL et de CSM

Modèle ALM

L'idée ici, c'est de créer un modèle ALM proxy permettant de générer les cash-flows pour le calcul du BEL, qui servira à :

- La génération des sensibilités des BEL par rapport aux facteurs de risque, ce qui permettra de construire la base de données d'apprentissage
- La réalisation des tests de validation du modèle de réplique du BEL
- La mise en place des AoM qui serviront dans un second temps à la construction du P&L IFRS 17

Générateur de scénarios économiques

Notre but est de développer un GSE permettant de diffuser des facteurs de risque sélectionnés dans l'univers monde risque neutre entre $t = 1$ et $t = 10$. Nous effectuerons dans un premier temps des chocs instantanés unitaires et croisés aux facteurs de risque sélectionnés. Puis, pour chaque sensibilité, le bilan est projeté selon le modèle de projection des flux en risque neutre selon 10 « simulations secondaires » générés par le GSE. Le modèle est implémenté sous R et Excel.

Tableau 1 : Modèles GSE

Facteurs de risque	Modèle GSE
Action	Black & Scholes avec corrélation aux taux d'intérêts
Taux	ACP-Vasicek standard (Zero coupon)
Immobilier	XS gaussien (modèle des excès gaussien)
Dividende	Black & Scholes à dividendes discrets
Rachat structurel	Modèle Log-Normale
Rachat Conjoncturel	Taux cible le moyen des taux OAT de maturité 10 ans sur les dernières 5 années

Corrélations entre les risques : Les corrélations entre les facteurs adoptés dans ce modèle sont les corrélations de la formule standard du calcul de capital réglementaire (SCR) dans Solvabilité 2.

Présentation du portefeuille de la compagnie fictive

Le portefeuille qui nous servira de guide dans nos travaux est un portefeuille fictif d'assurance vie sur un contrat d'épargne en euro.

Tableau 2 : Caractéristiques du portefeuille

Primes	100
TMG	0.50%
Participation aux bénéfices	85%
Frais de gestion	0.30%
Chargement sur encours	0.40%
Chargements sur primes	0%
Frais d'acquisition	0%
Fonds propres	7

Modélisation de l'actif

Allocation d'actifs

Le portefeuille est composé 4 types de placements : obligations (Gouvernement et Corporate), actions, immobiliers et cash.

Tableau 3 : Analyse du portefeuille d'actifs

	VNC	VM	PMVL	PMVL % VNC	MV %	Limite Inf Allocation	Allocation cible	Limite Sup Allocation
Obligations Etats	59,85	82,22	22,37	37%	56,8%	55%	57%	60%
Obligations Corporate	21,00	29,24	8,24	39%	20,2%	15%	20%	25%
Actions	15,75	21,52	5,77	37%	14,9%	10%	15%	20%
Immobiliers	3,15	4,30	1,15	37%	3,0%	2%	3%	5%
Monétaires	7,46	7,52	0,07	1%	5,2%	2%	5%	8%
Total	107,21	144,80	37,60	35%	100,0%			

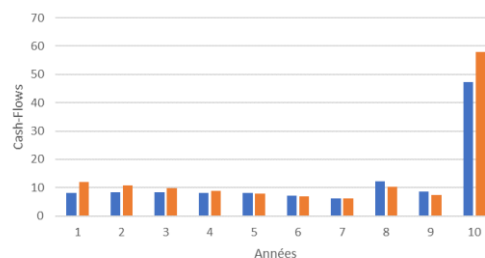
On a un taux PVL total de 35% sur le portefeuille. La plus grande partie des PVL est portée par la partie obligataire. On respecte bien les limites de la stratégie d'allocation d'actifs.

Interactions Actif/Passif

Cash-Flow Matching

Nous allons comparer nos flux actif et passif afin d'étudier l'adossement Actif/Passif. Globalement, on est bien adossé. Nos flux à l'actif permettent bien de couvrir les prestations versées. Par ailleurs, on remarque qu'aux années 8 et 9, les flux au passif sont légèrement supérieurs aux ceux à l'actif, ce qui est lié aux rachats excessifs à la huitième année.

Figure 1 : Cash-Flow Matching



Analyse de sensibilités et construction de la base de données

Afin d'adapter la nature des variables explicatives à l'analyse de mouvement, on distingue deux types de sensibilités :

- Les sensibilités d'expérience : Pour les variables techniques, on définit une sensibilité d'expérience comme une sensibilité appliquée uniquement à la première année de projection. Pour les variables financières, on définit une sensibilité d'expérience comme une sensibilité appliquée uniquement avant la projection
- Les sensibilités d'hypothèse : On définit une sensibilité d'hypothèse technique comme une sensibilité appliquée chaque année de projection sur une variable à partir de la deuxième année. La sensibilité d'hypothèse financière concerne les changements d'hypothèses endogènes non liées aux changements exogènes précédemment cités à l'étape « Ecart de l'expérience économique ». Par exemple, les changements dans l'allocation stratégique d'actifs

Critères de choix des scénarios de calibrage

Nous adoptons la variation relative en valeur absolue des BEL de la compagnie par rapport à une situation centrale, comme métrique de mesure de la significativité des facteurs de risque.

Ci-dessous, nous déterminons les critères de significativité des facteurs de risque en fonction d'un choc de quantile 99.5%. Nous adoptons les chocs 99.5% de Solvabilité 2 utilisés dans le cadre de calcul du SCR par la formule standard.

Tableau 4 : Critères de choix de scénarios de calibrage

Significativité	Variation relative	Nombre de scénarios
1	... > 7%	10
2	4% ≤ ... ≤ 7%	8
3	... < 4%	4

Le nombre de scénarios dépend du niveau de significativité des facteurs de risque. Grâce à l'étude des sensibilités, nous avons pu déterminer les variables qui influencent la valeur de la provision Best Estimate. Ces résultats sont présentés dans le tableau suivant. Néanmoins, nous avons déterminé les critères de choix des facteurs de risque les plus pertinents, ainsi la détermination des scénarios de calibrage en fonction du niveau de significativité.

Tableau 5 : Analyse de sensibilité des BEL

Facteur de risque	choc $q_{\frac{1}{200}}$	Variation Relative en %	Impact	Niveau de significativité	Nombre de scénarios
Niveau Taux Expérience	-301,25%	31,13%	Très Fort	1	10
La MV Action Expérience	-39%	7,21%	Fort	1	10
La MV Immobilier Expérience	-25%	2,87%	Moyen	3	4
Spread Etats Expérience	33,21%	2,81%	Moyen	3	4
Spread Corporate Expérience	39,54%	2,76%	Moyen	3	4
Rachat Expérience	50%	2,33%	Moyen	3	4
Rachat Hypothèse	50%	1,12%	Moyen	3	4
Allocation d'actifs		2.31%	Moyen	3	

Calibrage des modèles

Dans la recherche des approches susceptibles de mieux répliquer le BEL, on a testé les modèles suivants : un modèle polynomial classique, un modèle polynomial pondéré et un modèle de réseau de neurones.

Modèle polynomial pondéré

Nous allons présenter le modèle polynomial pondéré qu'on a construit dans le cadre de ce mémoire. Ce modèle intègre des effets liés aux écarts d'expérience et des effets liés aux changements d'hypothèse, ainsi qu'un effet volume prenant en compte les new business et un effet lié à l'allocation d'actifs.

Tableau 6 : Etape de construction du modèle polynomial pondéré

Etape 1	Etape 2	Etape 3
Polynôme classique avec des variables techniques et financières (d'expérience et d'hypothèse)	Intégration de l'effet de la pondération par la variation de l'allocation d'actifs (variables des hypothèses financières)	Intégration de l'effet volume total qui prend en compte les new business

L'équation du polynôme s'écrit sous cette forme :

$$\frac{BEL}{PM} = \alpha_0 + \sum_i^n \alpha_i x_i \frac{p_i^t}{p_i^0} + \sum_i^n \beta_i x_i^2 \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^2 + \sum_{i,j} \delta_{ij} x_i x_j \frac{p_i^t}{p_i^0} \frac{p_j^t}{p_j^0} + \dots + \varepsilon \quad (1.1)$$

- $\alpha_i, \beta_i, \delta_{ij}$: les paramètres inconnus de la régression polynomiale liés aux facteurs de risque
- $p_i^t : p_i^t = VM_i^t / VM_{total}^t$ le poids de l'actif i à l'instant t dans le portefeuille, c'est à partir de cette pondération qu'on capte l'effet d'allocation
- x_i : la $i^{ème}$ variable explicative supposée déterministe
- ε : les erreurs non observées qui sont supposées indépendantes et identiquement distribuées qui suivent une loi normale
- PM : les provisions mathématiques, c'est à partir de cette proportionnalité qu'on capte l'effet volume total (les rachats d'expérience et les new business)

Choix du degré optimal du polynôme

Premièrement, nous avons commencé par le choix du degré optimal du polynôme en se basant sur un critère de biais-variance du modèle. Dans notre modélisation, nous nous sommes basés sur la RMSE afin d'éviter les phénomènes de sous-ajustement et de surajustement. Nous avons choisi le degré minimum à partir duquel la RMSE devient relativement stable. Nous avons opté à un choix d'un polynôme de degré 2.

Traitement des valeurs aberrantes et Choix de variables de modélisation

Le critère utilisé pour détecter les valeurs aberrantes est le résidu standardisé avec un niveau de risque de 5%. Par ailleurs, pour le choix des variables de modélisation optimales, on a utilisé la méthode stepwise (forward et backward) selon le critère AIC. Le premier modèle présenté ci-dessous est le modèle polynomial pondéré, le deuxième est celui après l'élimination de valeurs aberrantes, et le troisième est le modèle polynomial pondéré stepwise AIC sans valeurs aberrantes.

Tableau 7 : Comparaison des modèles polynomiaux

Critères	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
R^2 ajusté	0.91	0.98	0.99
RMSE	0.05	0.005	0.004
MAE	0.01	0.002	0.002

Après élimination des scénarios extrêmes, la qualité du modèle s'est beaucoup améliorée. En le comparant avec le premier modèle polynomial, le R^2 ajusté est plus proche de 1. Les erreurs d'apprentissage sont plus faibles. La p-valeur du test d'homogénéité des variances testée grâce au test Breusch-Pagan est supérieure à 0.05, l'hypothèse H_0 d'homoscédasticité est par conséquent retenue. La p-valeur du test de Shapiro-Wilk est égale à 0.06, l'hypothèse de normalité de résidus n'est donc pas rejetée. Néanmoins, 6 nouvelles variables se rajoutent aux variables significatives en termes de p-valeur, pour un total de 17 variables contre 11 variables dans le modèle complet. Cela signifie que les observations supprimées étaient effectivement mal estimées par le modèle, et montre également l'importance du traitement des valeurs aberrantes. En comparant le troisième modèle avec les autres modèles, nous remarquons que la qualité de l'ajustement s'est améliorée.

Modèle de réseau de neurones

La structure utilisée pour notre étude est le RNN. Les paramètres de cette structure sont retenus après un certain nombre de tests sur la base de données. On a sélectionné donc le modèle le plus précis parmi les modèles testés, c'est modèle composé de : une première couche constituée de 20 neurones, une deuxième couche constituée de 10 neurones et une dernière constituée de 10 neurones. Les fonctions d'activations retenues pour les couches cachées sont les fonctions ReLU. Lors de l'apprentissage, 1000 itérations ont été effectuées. Néanmoins, ce modèle a le défaut de ne pas permettre la ventilation des effets intégrés dans l'AoM.

Comparaison des modèles

Dans un premier temps, nous allons comparer la qualité d'ajustement des modèles mis en place sur les données d'apprentissage.

Tableau 8 : Comparaison des indicateurs de performance des modèles testés

Modèles	RMSE	MAE	R ²
Polynôme classique	0.005	0.003	0.97
Polynôme pondéré	0.004	0.002	0.99
Réseau de neurones	0.005	0.002	0.98

Le modèle polynomial pondéré admet le meilleur coefficient d'ajustement et les erreurs d'apprentissage les plus faibles parmi les modèles testés.

Analyses et Résultats

Scénarios de test

Dans le but de tester la pertinence des modèles, nous avons réalisé un test de validation sur des scénarios non utilisés dans le calibrage des modèles. Cinq scénarios ont été utilisés pour la réalisation des tests. Sur ces scénarios, nous stressons les facteurs de risque et nous faisons varier l'allocation d'actifs.

Tableau 9 : Les scénarios de test de validation

	Actions	Taux	Spreads Etats	Spreads Corpo	Immo	Rachats d'expérience	Rachats d'hypothèse
Scénario 1	-5.00%	0.40%	4.00%	7.00%	-9.00%	5.00%	5.00%
Scénario 2	6.00%	0.18%	-8.00%	6.00%	-5.00%	-40.00%	-40.00%
Scénario 3	18.00%	-2.00%	-14.00%	16.00%	-25.00%	-24.00%	-24.00%
Scénario 4	-28.00%	-1.50%	20.00%	-23.00%	40.00%	24.00%	24.00%
Scénario 5	10.00%	2.00%	9.00%	7.00%	6.00%	-10.00%	-10.00%

Analyse de mouvement

Nous avons réalisé une analyse de mouvement sur les cinq scénarios de test, en comparant le BEL stochastique avec celui estimé par le modèle polynomial pondéré. Nous avons retenu une approche basée sur des « runs » modèle consistant à changer itérativement les différents paramètres du modèle ALM afin d'estimer les effets BEL des changements de valorisation des engagements ainsi que des actifs en face des contrats d'assurance.

Pour l'AoM des modèles polynomiaux, les différents effets sont ventilés et estimés en multipliant le delta de chaque facteur de risque par le paramètre associé dans le polynôme.

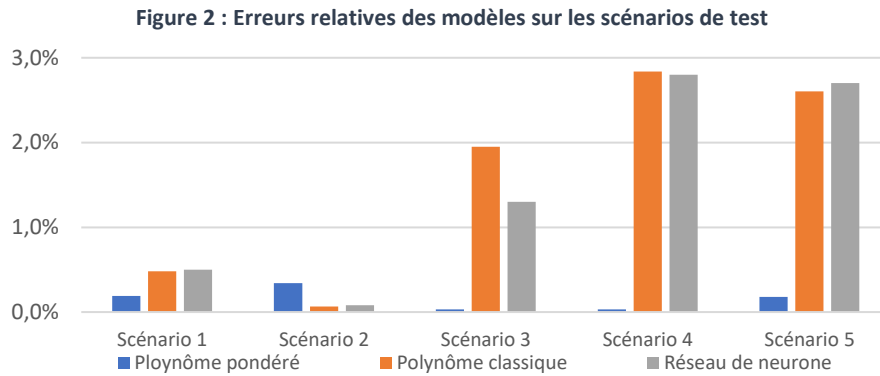
Exemple : Effet de la variable x_1 : $f_{x_1} = a_1x_1 + b_1x_1^2 + \sum_{j=2}^n \frac{a_1x_1}{(a_1x_1+a_jx_j)} a_{1j}x_1x_j$.

L'effet de l'allocation d'actifs est pris en compte à travers l'écart entre le modèle polynomial classique et le modèle polynomial pondéré : $BEL_{P,P}^{estimé} - BEL_{P,C}^{estimé}$. L'effet des New business est pris en compte par le modèle à travers l'écart entre le modèle de prédiction du BEL et le modèle de prédiction du BEL/PM : $BEL_{P,P}^{estimé} avec PM - BEL_{P,P}^{estimé}$.

Tableau 10 : Analyse de mouvement sur le scénario 5

AoM 5	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.3	128.3	1.9	1.9	6.1	6.1
Unwinding taux	- 1.1	- 1.0	- 1.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Expected cash flows	- 3.5	- 3.5	- 3.5	- 0.1	- 0.1	- 0.1	- 0.1
Economic experience variance	- 10.7	- 19.3	- 19.5	- 0.3	- 0.3	- 8.9	- 9.1
Technical experience variance	- 0.5	- 0.5	- 0.4	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.1
Technical assumption change	-	- 0.3	- 0.3	- 0.0	- 0.0	- 0.3	- 0.3
Economic assumption change	- 0.9	- 0.9	- 0.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
New Business	5.0	4.6	4.5	0.1	0.1	0.4	0.5
Closing	124.7	107.3	107.1	1.6	1.6	15.7	16.0
Relative variation			↓ -0.18%		↓ -0.17%		↑ 1.56%

Une baisse, respectivement, de la MVA, du BEL et de la RA de -9,2%, -17,3% et de -17,5% liée principalement à la forte hausse des taux. Un écart relatif de -0,18% entre le BEL stochastique et le BEL estimé génère un écart de +1,56% entre la VIF du modèle ALM et la VIF estimé.



La qualité de prédiction est presque équivalente entre les différents modèles sur les deux premiers scénarios du fait de la stabilité de la variation des facteurs de risque sur ces scénarios. Cependant, sur les scénarios extrêmes, le modèle polynomial pondéré est clairement meilleur en termes de précision.

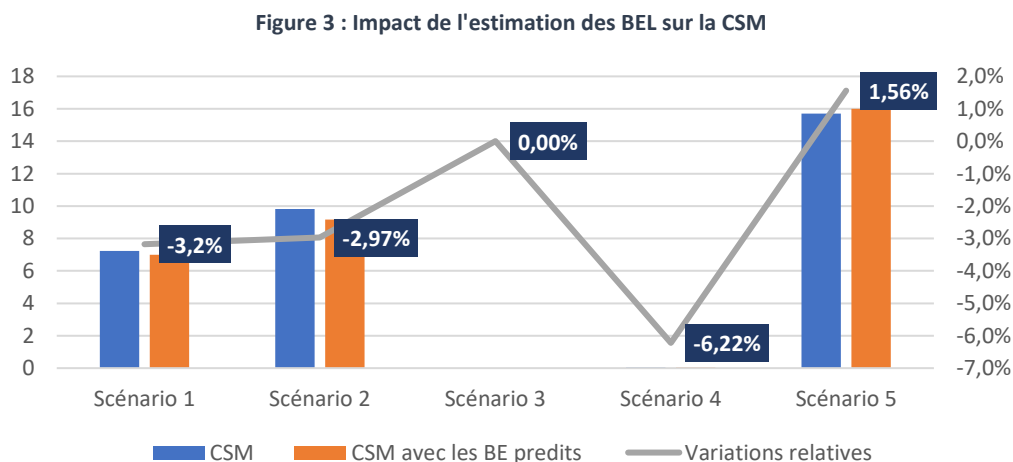
Tableau 11 : Comparaison des indicateurs de performance des modèles sur les scénarios de test

	RMSE	MAE	EM
Polynôme classique	2,01	1,43	2,94
Polynôme pondéré	0,18	0,12	0,25
Réseau de neurones	1,73	1,21	2,92

Le modèle polynomial pondéré admet les plus faibles erreurs en termes de RMSE, MAE et EM. Ces résultats confirment que ce modèle est le plus approprié pour estimer le BEL trimestriel dans un contexte de stress et de changement de stratégie d'allocation d'actifs. En effet, ces résultats peuvent être expliqués par le fait que chaque facteur de risque financier reflète l'effet d'un actif sous-jacent. Cet actif sous-jacent a un poids dans le portefeuille qui doit être pris en compte dans la calibration afin d'améliorer la prédiction du modèle.

Impact sur la CSM

Nous avons construit un Roll-Forward de la CSM en se basant sur l'analyse de mouvement afin de déterminer une CSM de clôture, et de pouvoir mesurer l'impact de la prédiction à la suite de chaque scénario de test.

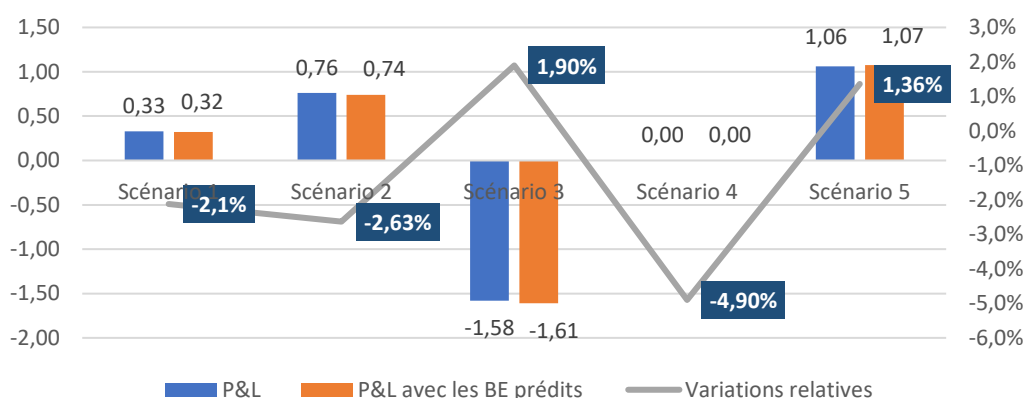


L'impact de la prédiction sur la CSM varie entre 0 et 6,22%. Dans le troisième scénario, on se retrouve avec un portefeuille déficitaire, où la perte est allouée directement au P&L. Sur le quatrième scénario, l'écart relatif est de -6,22%, mais cet écart n'est pas matériel, car ça représente un écart de 0.03% entre le BEL stochastique et le BEL estimé. Les écarts entre la CSM du modèle ALM et la CSM prédite restent relativement raisonnables.

Impact sur le P&L

Nous avons construit un P&L IFRS 17 en se basant principalement sur l'amortissement de la CSM de clôture et l'analyse de mouvement.

Figure 4 : Impact de l'estimation des BEL sur le P&L



L'impact de l'écart de prédiction sur le P&L varie entre -4,90% et 1,90%, ce qui représente un écart moyen en valeur absolue de 1,85%. Par ailleurs, le troisième scénario est extrême, de telle sorte que le portefeuille devient déficitaire, donc l'impact de la perte est totalement absorbé par le P&L.

Tableau 12 : Critères de validation du modèle

Critères	Erreurs	%BEL	%CSM	Seuil %BEL	Seuil %CSM
RMSE	0,18	0,1%	2,6%	2%	4%
MAE	0,12	0,1%	1,9%	2%	4%
EM	0,25	0,2%	3,6%	3%	8%

Les erreurs de prédiction sont en dessous des seuils fixés en pourcentage du BEL et de la CSM. Par conséquent, le modèle est bien valide pour une estimation du P&L IFRS 17 dans un contexte de stress.

Avantages, limites et axes d'amélioration

Avantages :

- Réduction du temps de calcul
- Stabilité devant les scénarios de chocs extrêmes
- Stabilité devant le changement de la stratégie de l'allocation d'actifs (à condition que ce changement ne soit pas fort par rapport à la situation initiale de référence)

Limites du modèle :

- Hypothèses simples du modèle ALM
- Non prise en compte de la PPE et des différentes autres provisions (PDD, RDC, PDG, etc.) dans le modèle ALM
- Non prise en compte du modèle de réplique du BEL des différentes garanties dans le passif, comme le TMG

Amélioration à apporter :

- Tester l'approche sur un modèle ALM avec des hypothèses plus complexes
- Intégration des effets liés aux garanties dans le passif (TMG, option de rachat, etc.)

En conclusion

Parmi les modèles étudiés, le modèle polynomial pondéré admet les erreurs les plus faibles sur les scénarios de test. En le comparant avec les autres modèles, ce modèle reste relativement robuste face aux scénarii extrêmes et les scénarios de fort changement de l'allocation d'actifs. Ce modèle permet bien de ventiler les effets d'écart d'expérience et les effets de changements d'hypothèse pris en compte dans l'AoM. Par ailleurs, les erreurs attribuées à ce modèle sont en dessous du seuil de validation fixé en pourcentage du BEL et de CSM. Etant donné les résultats obtenus, le modèle est bien utilisable dans le cadre de la réplique des BEL dans un contexte d'IFRS 17.

Executive Summary

Problems and objectives

The complete production of the BEL and the IFRS17 P&L is based on a long process that is difficult to optimize from an operational point of view, while the closing deadlines are getting shorter and shorter. The pressure on the production teams is even greater for quarterly closings where the tasks are mixed with other R&D work.

In this study, we propose a proxy model that will be used to approximate the best estimate of the liability, through which we seek to bypass the ALM models. The objective is to have the ability to break down the different effects explaining the differences in the analysis of Movement used to determine the MSA and IFRS 17 P&L.

Methodology

The proposed approach requires the creation of a database from the unit and cross sensitivities as input to the ALM model. The steps of this study are :

- 1- The implementation of an economic scenario generator and an ALM model allowing the generation of cash flows used for the calculation of the BELs in the different scenarios and for the realization of the AoM, as well as the P&L IFRS 17
- 2- Creation of the ALM model input sensitivities database, distinguishing between experience sensitivities and assumption sensitivities
- 3- Calibration of the different learning models built and statistical analysis to compare their robustness on the learning data
- 4- The creation of a test database not used in the calibration of the models. Then, the implementation of the AoM with the polynomial parameters in order to estimate a CSM
- 5- The comparison of the results of each model on these test scenarios in order to retain the best performing model. Then, the calculation of the IFRS 17 P&L following each scenario to measure the impact of the prediction. Finally, the validation of the selected model according to the thresholds set on the percentage errors of BEL and CSM

ALM model

The idea here is to create an ALM proxy model to generate the cash flows for the BEL calculation. This model will also be used to :

- The generation of BEL sensitivities with respect to the main risk factors, which will allow us to build our learning database
- Performing validation tests of the BEL replication model
- The implementation of the AoM which will be used in a second step to determine the CSM and the P&L IFRS17

Economic Scenario Generator

Our goal is to develop a GSE that allows the diffusion of selected risk factors in the risk-neutral world between $t = 1$ and $t = 10$. We will first perform instantaneous unitary and cross shocks to the selected risk factors. Then, for each sensitivity, the balance sheet is projected according to the risk-neutral flow projection model based on 10 “secondary simulations” generated by the GSE. The model is implemented in R and Excel.

Tableau 13 : ESG Models

Risk factors	ESG Models
Equity	Black & Scholes with interest rate correlation
Risk-free rate	ACP-Vasicek standard (Zero coupon)
Real Estate	XS gaussien (Gaussian excess model)
Dividend	Black & Scholes with discrete dividends
Structural lapse	Log-Normal Model
cyclical lapse	Target rate the average of the 10-year maturity OAT rates over the last 5 years

Risk Correlations: The correlations between the factors adopted in this model are the correlations of the standard formula of the regulatory capital calculation (SCR) in Solvency 2.

Presentation of the fictitious company's portfolio

The portfolio that will guide us in our work is a fictitious life insurance portfolio on a euro savings contract.

Tableau 14 : Portfolio characteristics

Premiums	100
GMR	0.50%
Profit-sharing	85%
Management Fees	0.30%
Loading on outstanding	0.40%
Premium loadings	0%
Acquisition fees	0%
Own Funds	7

Asset modeling

Asset Allocation

The asset portfolio is composed of four types of investments: Bonds (Government and Corporate), Equities, Real Estate and Cash.

Tableau 15 : Analysis of the asset portfolio

	BV	MV	PMVL	PMVL % BV	MV %	Lower Limit Allocation	Target Allocation
Government Bonds	59.85	82.22	22.37	37%	56.8%	55%	57%
Corporate Bonds	21.00	29.24	8.24	39%	20.2%	15%	20%
Equity	15.75	21.52	5.77	37%	14.9%	10%	15%
Real State	3.15	4.30	1.15	37%	3.0%	2%	3%
Cash	7.46	7.52	0.07	1%	5.2%	2%	5%
Total	107.21	144.80	37.60	35%	100.0%		

We have a total PVL rate of 35% on the portfolio. Most of the PVL is carried by the bond portion. We are well within the limits of the asset allocation strategy.

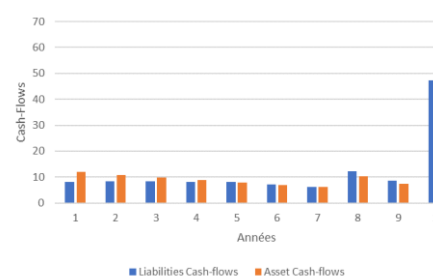
Asset/Liability Interactions

Cash-Flow Matching

We are going to compare our asset and liability flows in order to study the Asset/Liability matching.

Overall, we are well matched. Our asset flows cover the benefits paid. However, we notice that in years 8 and 9, the flows on the liabilities side are slightly higher than those on the assets side, which is linked to the excessive redemptions in year 8.

Figure 5 : Cash-Flow Matching



Sensitivity analysis and database construction

In order to adapt the nature of the explanatory variables to the analysis of movement, two types of sensitivities are distinguished:

- Experience sensitivities: For technical variables, an experience sensitivity is defined as a sensitivity applied only in the first projection year. For financial variables, an experience sensitivity is defined as a sensitivity applied only before the projection
- Assumption sensitivities: A technical assumption sensitivity is defined as a sensitivity applied to a variable in each year of the projection starting in the second year. Financial assumption sensitivities refer to changes in endogenous assumptions that are not related to the exogenous changes previously mentioned in the "Economic Experience Gap" step. For example, changes in strategic asset allocation

Criteria for choosing calibration scenarios

We adopt the absolute relative change in the company's BELs from a central situation as the metric for measuring the significance of risk factors. Below, we determine the significance criteria of the risk factors according to a 99.5% quantile shock. We adopt the 99.5% Solvency 2 shocks used in the SCR calculation framework by the standard formula.

Tableau 16 : Criteria for choosing calibration scenarios

Significance	Relative change	Number of scenarios
1	... > 7%	10
2	4% ≤ ... ≤ 7%	8
3	... < 4%	4

The number of scenarios depends on the level of significance of the risk factors. Through the study of sensitivities, we were able to determine the variables that influence the value of the Best Estimate provision. These results are presented in the following table. Nevertheless, we will determine the criteria for the choice of the most relevant risk factors, as well as the determination of the calibration scenarios according to the significance of the risk factors that constitute the interpolation points.

Tableau 17 : BEL sensitivity analysis

Risk Factor	$choc^q \frac{1}{200}$	Relative change in %	Impact	Level of significance	Number of scenarios
Risk-free rate	-301,25%	31,13%	Very Strong	1	10
MV Equity	-39%	7,21%	Strong	1	10
MV Real Estate	-25%	2,87%	Medium	3	4
Spread Government	33,21%	2,81%	Medium	3	4
Spread Corporate	39,54%	2,76%	Medium	3	4
Lapse Experience	50%	2,33%	Medium	3	4
Lapse Assumption	50%	1,12%	Medium	3	4
Asset Allocation		2.31%	Medium	3	

Model calibration

In the search for approaches that could better replicate the BEL, the following models were tested: a classical polynomial model, a weighted polynomial model and a neural network model.

Weighted polynomial model

We will present the weighted polynomial model that we have built for this thesis. This model integrates a volume effect taking into account experience buyouts and new business, as well as an asset allocation effect.

Tableau 18 : Construction step of the weighted polynomial model

Step 1	Step 2	Step 3
Classical polynomial with technical and financial variables (experience and hypothesis)	Integration of the effect of the weighting by the variation of the asset allocation (variables of the financial assumptions)	Integration of the total volume effect which takes into account new business

The polynomial equation is written in this form:

$$\frac{BEL}{PM} = \alpha_0 + \sum_i^n \alpha_i x_i \frac{p_i^t}{p_i^0} + \sum_i^n \beta_i x_i^2 \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^2 + \sum_{i,j} \delta_{ij} x_i x_j \frac{p_i^t}{p_i^0} \frac{p_j^t}{p_j^0} + \dots + \varepsilon \quad (1.1)$$

- $\alpha_i, \beta_i, \delta_{ij}$: Unknown parameters of the polynomial regression related to risk factors
- $p_i^t : p_i^t = MV_i^t / MV_{Total}^t$ the weight of asset i at time t in the portfolio; it is from this weighting that we capture the asset allocation effect
- x_i : The i^{th} explanatory variable assumed to be deterministic
- ε : The unobserved errors which are assumed to be independent and identically distributed and follow a normal distribution
- PM : The mathematical reserves, it is from this proportionality that we capture the total volume effect (experience lapse and new business)

Choice of optimum degree of the polynomial

First, we started by choosing the optimal degree of the polynomial based on a bias-variance criterion of the model. In our modeling, we based ourselves on the RMSE in order to avoid the phenomena of under-fitting and over-fitting. We chose the minimum degree from which the RMSE becomes relatively stable. We opted for a polynomial of degree 2.

Outlier treatment and choice of modeling variables

The criterion used to detect outliers is the standardized residual with a risk level of 5%. With this criterion, we eliminated 11 extreme scenarios that bias the model, which represent 2.3% of the total calibration scenarios. Furthermore, for the choice of the optimal modeling variables, we used the stepwise method (forward and backward) according to the AIC criterion. The first model presented below is the classical weighted polynomial model, the second is the one after elimination of outliers, and the third is the weighted polynomial stepwise AIC model without outliers.

Tableau 19 : Comparison of polynomial models

Criteria	Model 1	Model 2	Model 3
R^2 adjusted	0.91	0.98	0.99
RMSE	0.05	0.005	0.004
MAE	0.01	0.002	0.002

After eliminating the extreme scenarios, the quality of the model improved significantly. Compared to the first polynomial model, the adjusted R2 is closer to 1. The learning errors are smaller: 0.004 instead of 0.050 in the full model on the RMSE and 0.003 instead of 0.01 on the MAE. The homogeneity of variances is tested using the Breusch-Pagan test. The p-value being equal to 0.19, the H0 hypothesis of homoscedasticity is consequently retained. The p-value of the Shapiro-Wilk test is equal to 0.06, so the null hypothesis is not rejected and the residuals follow a normal distribution. Nevertheless, 6 new variables are added to the significant variables in terms of p-value, for a total of 17 variables against 11 variables in the complete model. This means that the deleted observations were indeed poorly estimated by the model, and also shows the importance of treating outliers. Comparing the third model with the other models, we notice that the goodness of fit improved with an adjusted R2 equal to 0.99, an RMSE of 0.004 and a MAE of 0.002. We therefore retain this model.

Neural network model

The structure used for our study is the RNN (Recurrent Neural Network). The parameters of this structure are selected after a number of tests on the database. We selected the most accurate model among the tested models, which is a model composed of: a first layer made of 20 neurons, a second layer made of 10 neurons and a last layer made of 10 neurons. The activation functions retained for the hidden layers are the reluctance functions. However, this model has the defect of not allowing the ventilation of the effects integrated into the AoM.

Analysis and Comparison of Models

First, we will compare the goodness of fit of the models implemented on the training data.

Tableau 20 : Comparison of the performance indicators of the tested models

Model's	RMSE	MAE	R^2
classical polynomial	0.005	0.003	0.097
Weighted polynomial	0.004	0.002	0.99
Neural network	0.005	0.003	0.98

The weighted polynomial model admits the best fitting coefficient and the lowest learning errors among the tested models. The weighted polynomial model is therefore the best fit to the data.

Results

test scenarios

In order to test the relevance of the models, we performed a validation test on scenarios not used in the calibration of the models. Five scenarios were used for the tests. On these scenarios, we stress the risk factors and we vary the asset allocation.

Tableau 21 : Validation test scenarios

	Equity	Interest rate	Spread Gov	Spread Corpo	Real Estate	Experience Lapse	Hypothesis Lapse
Scenario 1	-5.00%	40 bps	4.00%	7.00%	-9.00%	5.00%	5.00%
Scenario 2	6.00%	18 bps	-8.00%	6.00%	-5.00%	-40.00%	-40.00%
Scenario 3	18.00%	-200 bps	-14.00%	16.00%	-25.00%	-24.00%	-24.00%
Scenario 4	-28.00%	-150 bps	20.00%	-23.00%	40.00%	24.00%	24.00%
Scenario 5	10.00%	200 bps	9.00%	7.00%	6.00%	-10.00%	-10.00%

Analysis of Movement

We performed an AoM on the five test scenarios, comparing the stochastic BEL with that estimated by the weighted polynomial model. We have chosen an approach based on model runs consisting of iteratively changing the different parameters of the ALM model in order to estimate the BEL effects of changes in the valuation of liabilities and assets in front of the insurance contracts.

For the AoM of polynomial models, the different effects are broken down and estimated by multiplying the delta of each risk factor by the associated parameter in the polynomial.

Example : Effect of the x_1 variable : $f_{x_1} = a_1x_1 + b_1x_1^2 + \sum_{j=2}^n \frac{a_1x_1}{(a_1x_1+a_jx_j)} a_{1j}x_1x_j$.

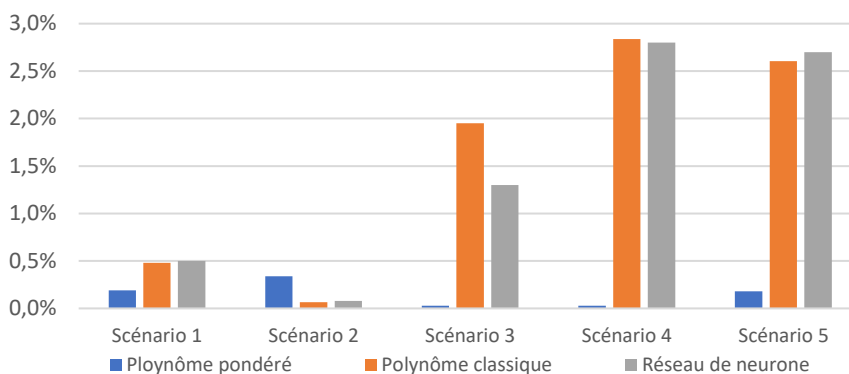
The effect of the asset allocation is taken into account through the difference between the classical polynomial model and the weighted polynomial model: $BEL_{P,P}^{estimé} - BEL_{P,C}^{estimé}$. The effect of New Business is taken into account by the model through the difference between the BEL prediction model and the BEL/PM prediction model: $BEL_{P,P}^{estimé} - BEL_{P,P}^{estimé avec PM}$.

Tableau 22 : Analysis of changes on scenario 5

AoM 5	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.3	128.3	1.9	1.9	6.1	6.1
Unwinding taux	- 1.1	- 1.0	- 1.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Expected cash flows	- 3.5	- 3.5	- 3.5	- 0.1	- 0.1	- 0.1	- 0.1
Economic experience variance	- 10.7	- 19.3	- 19.5	- 0.3	- 0.3	- 8.9	- 9.1
Technical experience variance	- 0.5	- 0.5	- 0.4	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.1
Technical assumption change	-	- 0.3	- 0.3	- 0.0	- 0.0	- 0.3	- 0.3
Economic assumption change	- 0.9	- 0.9	- 0.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
New Business	5.0	4.6	4.5	0.1	0.1	0.4	0.5
Closing	124.7	107.3	107.1	1.6	1.6	15.7	16.0
Relative variation			↓ -0.18%		↓ -0.17%		↑ 1.56%

A decrease, respectively, of the MVA, the BEL and the AR of -9.2%, -17.3% and -17.5% mainly linked to the strong rise in rates. A relative gap of -0.18% between the stochastic BEL and the estimated BEL generates a gap of +1.56% between the VIF and the estimated VIF.

Figure 6 : Relative errors on model test scenarios



The prediction quality is almost equivalent between the different models on the first two scenarios due to the stability of the variation of the risk factors on these scenarios. However, on the extreme scenarios, the weighted polynomial model is clearly better in terms of accuracy.

Tableau 23 : Comparison of model performance indicators on test scenarios

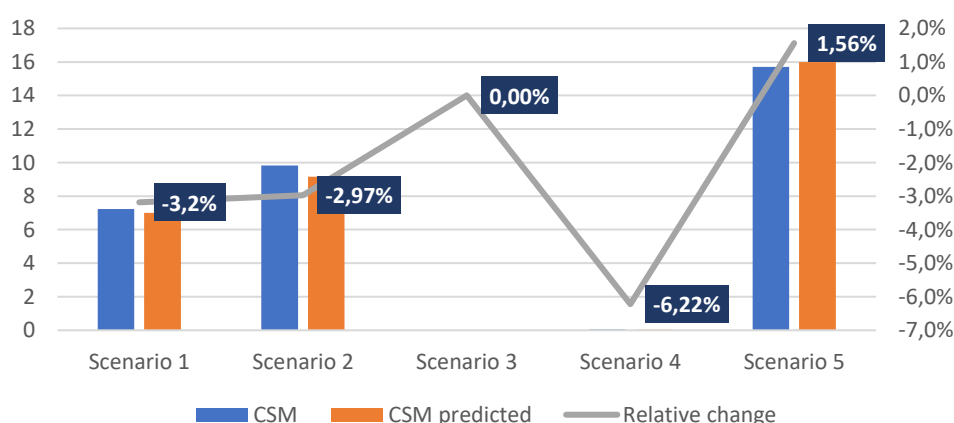
	RMSE	MAE	EM
classical polynomial	2,01	1,43	2,94
Weighted polynomial	0,18	0,12	0,25
Neural network	1,73	1,21	2,92

The weighted polynomial model admits the lowest errors in terms of RMSE, MAE and EM. These results confirm that this model is the most appropriate for estimating the quarterly BEL in a context of stress and change of asset allocation strategy. Indeed, these results can be explained by the fact that each financial risk factor reflects the effect of an underlying asset. This underlying asset has a weight in the portfolio that must be taken into account in the calibration in order to improve the prediction of the model.

Impact on CSM

We built a CSM Roll-Forward based on AoM to determine a closing CSM, and to be able to measure the impact of the prediction following each test scenario.

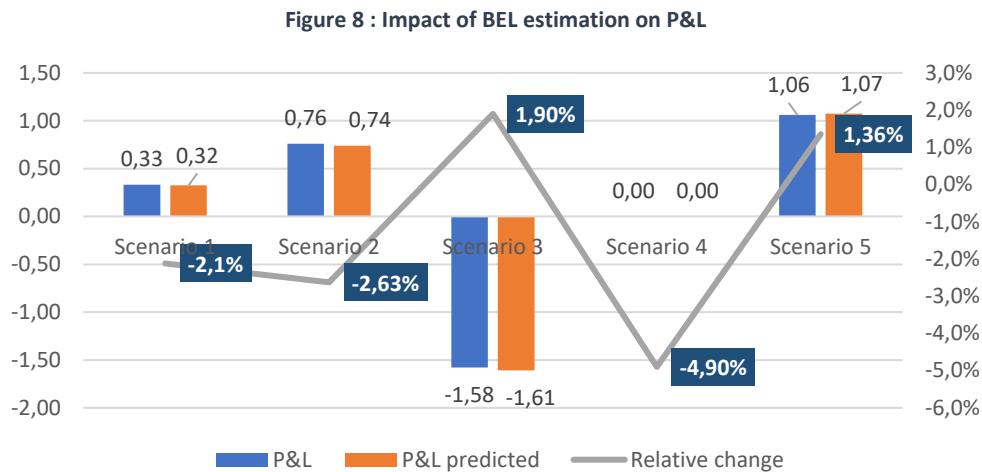
Figure 7 : Impact of BEL estimation on CSM



The impact of the prediction on the CSM varies between 0 and 6.22%. In the third scenario, we end up with a loss-making portfolio, where the loss is allocated directly to the P&L. In the fourth scenario, the relative deviation is -6.22%, but this deviation is not material, as it represents a deviation of 0.03% between the BEL and the estimated BEL. The deviations between the CSM and the predicted CSM remain relatively reasonable.

Impact on P&L

We have constructed an IFRS 17 P&L based mainly on the amortization of the closing CSM and the AoM.



The impact of the prediction gap on P&L varies between -4.90% and 1.90%, which represents an average gap in absolute value of 1.85%.

Tableau 24 : Model validation criteria

Criteria	Errors	%BEL	%CSM	Threshold %BEL	Threshold %CSM
RMSE	0,18	0,1%	2,6%	2%	4%
MAE	0,12	0,1%	1,9%	2%	4%
EM	0,25	0,2%	3,6%	3%	8%

The prediction errors are below the thresholds set as a percentage of BEL and CSM. Therefore, the model is well valid for an IFRS 17 P&L estimate in a stressed environment.

Advantages, limitations and areas for improvement

Advantages :

- Reduction of the BEL calculation time
- Stability in the face of extreme shock scenarios
- Stability in the face of a change in asset allocation strategy (provided that this change is not strong)

Limitations of model :

- Simple assumptions of the ALM model
- Failure to take into account the EPP and the various other provisions (PDD, RDC, PDD, etc.) in the ALM model
- Not taking into account the BEL replication model of the various guarantees in the liabilities, such as the MGR

Areas for improvement :

- Test the approach on an ALM model with more complex assumptions
- Integration of the effects of guarantees in the liabilities (MGR, lapse option, etc.)

In conclusion

The weighted polynomial model admits the lowest errors on the test scenarios, among the models studied. This model remains relatively robust to extreme scenarios and scenarios of strong change in asset allocation, when compared to the other models. This model allows for a good breakdown of the effects of differences in experience and the effects of changes in assumptions taken into account in the AoM. The errors attributed to this model are below the validation threshold set as a percentage of BEL and CSM. Given the results obtained, the model is well suited for BEL replication in the context of IFRS 17.

Table des matières

Remerciements.....	2
Dédicaces.....	3
Glossaire.....	4
Résumé.....	5
Abstract.....	6
Introduction.....	7
Note de Synthèse.....	8
Executive Summary.....	15
1. Contexte de l'étude.....	26
1.1 Assurance vie.....	26
1.1.1 Présentation.....	26
1.1.2 Chiffre d'affaires et Collectes.....	27
1.1.3 Allocation d'actifs.....	28
1.1.4 Les effets de la crise sanitaire sur les placements des assureurs.....	30
1.1.5 Stratégie commerciale et d'investissement.....	31
1.1.6 Actif/Passif dans un environnement de taux bas.....	31
1.2 La nouvelle norme comptable IFRS 17.....	34
1.2.1 Principes directeurs.....	34
1.2.2 Champ d'application.....	34
1.2.3 Date d'application.....	34
1.2.4 Sélection du modèle comptable.....	35
1.2.5 Bilan et Compte de résultat.....	38
1.2.6 Zoom sur l'approche VFA.....	49
1.2.7 Principaux enjeux ALM.....	50
1.2.8 Conclusion.....	51
2 Modélisation ALM.....	54
2.1 Générateurs de scénarios économiques.....	54
2.1.1 Monde risque neutre.....	54
2.1.2 Modèle de Vasicek standard.....	55
2.1.3 Modèle de la volatilité implicite.....	57
2.1.4 Modèle de Black-Scholes.....	57
2.1.5 Modèle Immobilier.....	59
2.1.6 Modèle des rachats.....	60
2.2 Validation des scénarios économiques.....	64
2.2.1 Test de martingalité.....	64
2.2.2 Test de normalité sur le modèle Actions.....	66
2.3 Modèle ALM mis en place.....	66

2.3.1	Présentation du portefeuille de la compagnie fictive.....	67
2.4	Modélisation de l'actif.....	67
2.4.1	Obligations	67
2.4.2	Duration, Sensibilité, Convexité	69
2.4.3	Actions	72
2.4.4	Monétaire	72
2.4.5	Bilan et Allocation d'actifs du portefeuille.....	72
2.4.6	Vieillessement des actifs	73
2.4.7	Analyse de l'actif	75
2.5	Modélisation du Passif	76
2.5.1	Primes	76
2.5.2	Rachat	76
2.5.3	Frais.....	76
2.5.4	Provisions.....	77
2.5.5	Mécanisme de participation aux bénéfices	78
2.6	Interaction actif/passif	81
2.6.1	Calcul du flux pour l'assureur.....	81
2.6.2	Répartition de la richesse finale.....	81
2.6.3	Analyses ALM	82
2.6.4	Calcul du Best Estimate.....	83
2.6.5	La marge de risque.....	84
2.6.6	Validation du modèle ALM	85
3	Analyse de mouvement et Construction du P&L IFRS 17	88
3.1	Analyse de mouvement (AoM).....	88
3.1.1	Objectifs	88
3.1.2	Méthode	88
3.1.3	Cas pratique.....	90
3.2	Roll-Forward de la CSM	94
3.2.1	Cas pratique.....	94
3.3	Construction du P&L IFRS 17	99
4	Description théorique des modèles d'apprentissage	102
4.1	Simulations dans les simulations.....	102
4.2	LSMC.....	103
4.3	Curve Fitting	104
4.4	Replicating Portfolio	104
4.5	Machine Learning.....	105
4.5.1	Modèle Polynomial classique	105
4.5.2	Approche polynomiale pondérée	107
4.5.3	Les réseaux de neurones.....	110
5	Analyse et Résultats.....	119

5.1	Construction des bases de données.....	119
5.1.1	Introduction des stress d'expérience et des stress d'hypothèse.....	119
5.1.2	Analyse de sensibilités du BEL.....	120
5.1.3	Sélection des facteurs de risque et des scénarios de calibrage.....	125
5.1.4	Synthèse de la construction des bases de données.....	134
5.2	Calibrage des Modèles.....	135
5.2.1	Modèles polynomiaux pondérés.....	135
5.2.2	Modèle de Réseau de neurone.....	146
5.2.3	Comparaison des modèles testés.....	147
5.3	Analyse des modèles sur des scénarios de test.....	148
5.3.1	Description des scénarios de test.....	148
5.3.2	Analyse de mouvement.....	149
5.3.3	Comparaison des modèles.....	151
5.3.4	Impact de la prédiction sur la CSM et le P&L IFRS 17.....	154
5.3.5	Validation du modèle.....	155
5.3.6	Avantages, Limites et Axes d'amélioration.....	155
6	Conclusion.....	157
7	Annexes.....	159
7.1	Annexe 1 : Description de l'outil de réplication du BEL mis en place.....	159
8	Bibliographie.....	162
9	Liste de figures et de Tableaux.....	163

Contexte de l'étude

1. Contexte de l'étude

1.1 Assurance vie

1.1.1 Présentation

L'assurance vie est la branche de l'assurance faisant émerger des engagements dépendant principalement de la durée de vie humaine. Une opération d'assurance vie est définie selon un contrat précisant les relations entre les différentes contreparties.

Dans cette opération, l'assureur s'engage à payer une prestation (capital ou rente) au profit d'une autre personne morale, le bénéficiaire, lorsque survient un événement de vie ou de décès sur l'assuré. En contrepartie, le souscripteur paie une somme d'argent appelée prime. Le contrat d'assurance vie est régi par le code des Assurances et bénéficie du régime fiscal de l'assurance vie.

L'assurance vie regroupe deux types de contrats :

- Contrats en cas de vie : Ce sont des contrats individuels ou collectifs souscrits par une association ou une entreprise donnant lieu à la récupération d'une prestation sous forme de capital ou de rente en cas de vie au terme du contrat
- Contrats en cas de décès : Ce sont des contrats individuels ou collectifs donnant lieu à la récupération d'une prestation à un bénéficiaire, en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat

En France, le contrat d'épargne en assurance vie bénéficie d'une fiscalité intéressante par rapport aux autres supports disponibles sur le marché.

Tableau 25 : Taux de prélèvement sur les gains d'assurance vie en fonction de la durée du contrat

Durée de contrat d'assurance vie	Taux du prélèvement
Avant 4 ans	35%
Entre 4 ans et 8 ans	15%
A partir de 8 ans	7,5%

Les contrats d'épargne se présentent principalement sous trois formes : contrats en « Euros », contrats en « Unités de compte » et contrats « Multi-support » comme le montre le tableau suivant.

Tableau 26 : Principaux types de contrats épargne

	Contrat en « Euros »	Contrat en « Unités de compte »	Contrat « Multi-support »
Description	Le montant des garanties et des primes sont exprimés en euros	Le montant des garanties est exprimé en unité d'investissement, les unités de compte qui peuvent être un nombre de parts dans un OPCVM, des part SCI, etc.	Le montant des garanties fait référence à un ou plusieurs supports en UC et un support en euro
Garantie de l'assureur	Le montant en euros	Le nombre d'UC, par leur valeur.	Le montant euros pour la part du contrat en euro et le nombre d'UC pour la part du contrat en UC.
Risque financier est porté par	L'assureur	L'assuré	L'assureur pour la partie en euro et l'assuré pour la partie UC

L'assurance vie est un produit d'épargne de long terme qui se décline en différents types de supports :

- les fonds placés sur des supports en euros avec un capital garanti et des intérêts acquis une fois versés. Les fonds en euros représentent une partie substantielle des placements des ménages français et 31% de leur patrimoine financier au troisième trimestre 2020. Ils constituent le premier produit d'épargne des Français devant les dépôts bancaires rémunérés. Le poids de ces supports dans le patrimoine financier des Français est de 38 % au troisième trimestre 2020
- les fonds placés sur d'autres types de supports comme les unités de compte. Ici, l'assureur garantit seulement le nombre d'unités et non leur valeur
- et plus récemment, les contrats multi-supports, comme les contrats euro-croissance par exemple

Dans la suite, nous nous intéresserons particulièrement au contrat épargne en « euros ». Ce dernier intègre des options et des garanties financières variées qui concrètement constituent des droits en faveur de l'assuré et donc des aléas ou/et des risques pour l'assureur. Parmi les options et les garanties les plus répandues :

- Le taux minimum garanti : correspond au taux minimum de revalorisation annuelle des provisions mathématiques. Il peut être défini contractuellement et être valable pour toute ou une partie de la durée du contrat
- La participation aux bénéfices : c'est la part du résultat de l'assureur dédiée aux assurés. Cette partie s'ajoute au taux minimum garanti. L'article A331-3 du Code des Assurances exige qu'au minimum 85% du résultat financier et 90% du résultat technique de l'assureur soient reversés aux assurés. La gestion de la participation aux bénéfices est faite de façon globale dans le sens où l'assureur est sensé l'attribuer à un horizon de 8 ans à la totalité ou une partie de ses contrats. Cela lui permet de favoriser certains contrats de son portefeuille selon la situation économique et ses objectifs commerciaux
- Option de rachat : cette option donne à l'assuré le droit de se faire rembourser la totalité ou une partie de son épargne à tout moment. En général, un rachat est accompagné d'une pénalité variable selon les contrats.
- Option d'avance : cette option permet à l'assuré de récupérer une partie de son épargne sans modifier le fonctionnement de son contrat. En l'occurrence, cette partie n'est pas déduite de l'épargne par l'assureur et continue à générer des intérêts comme prévu par le contrat. Ces diverses options et garanties sont souvent considérées comme « cachées » dans les contrats. Elles provoquent une complexité importante dans la modélisation ALM. Une approche stochastique s'avère donc indispensable afin de valoriser leurs impacts sur les capitaux économiques de la compagnie

1.1.2 Chiffre d'affaires et Collectes

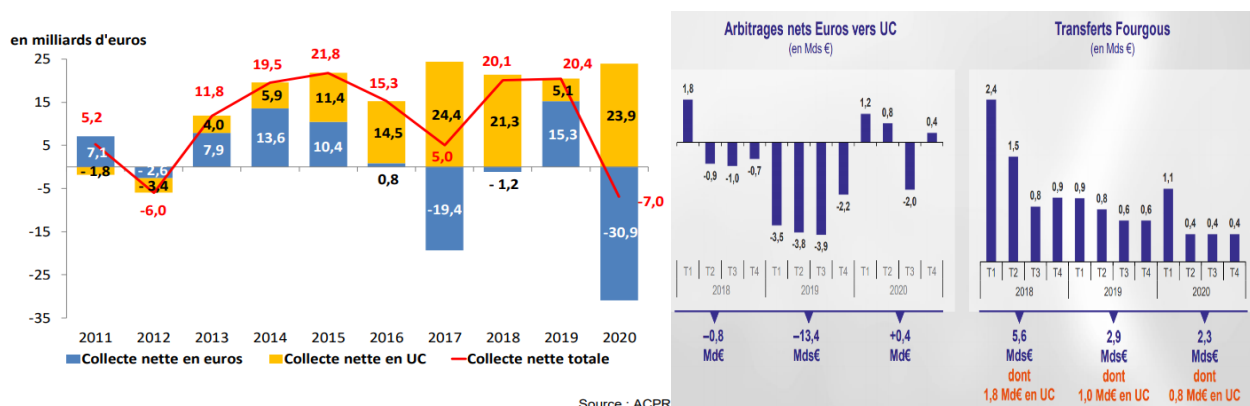
Tableau 27 : cotisations en assurance vie en Md €



L'activité d'assurance vie est en net recul à 2020 (- 19,6 %) par rapport à 2019. Par ailleurs, l'assurance vie a démontré sa résilience.

La collecte brute tous supports a baissé par rapport à 2019 (98,9 Md€ en 2020, contre 105,8 Md€ en 2019), mais le mouvement est essentiellement concentré lors du premier confinement. Après un bref épisode d'augmentation des rachats au début de la crise sanitaire, ces derniers ont significativement reculé pendant la période du confinement avant de revenir à un niveau proche de leur moyenne de long terme. Le marché de l'assurance vie poursuit la transformation engagée dans l'environnement de taux bas, au profit des supports en unités de compte.

Figure 9 : Collectes nettes annuelles par type de supports



La collecte nette sur l'assurance vie a connu une baisse marquée, qui s'établit à -7,0 milliards d'euros en fin d'année après 7 années de croissance (+20,4 milliards d'euros en 2019) mais qui représente une faible part des encours sous gestion (0,3%). Les chiffres résultent d'une double tendance, les supports en euros ayant subi une décollecte nette de -30,9 milliards d'euros en 2020 tandis que les supports en unités de compte connaissent une collecte nette positive de 23,9 milliards d'euros. L'épargne accumulée lors du confinement s'est orientée vers les dépôts bancaires qui ont augmenté de 149 milliards au cours de l'année, soit une hausse de 9,8% en un an (contre +5,5 % entre fin 2018 et fin 2019). Dans le même temps, les primes hebdomadaires sur les supports en euros ont baissé de façon importante (-32 % en un an) tandis que les primes sur les supports en unités de compte ont significativement augmenté (+10 % en un an).

1.1.3 Allocation d'actifs

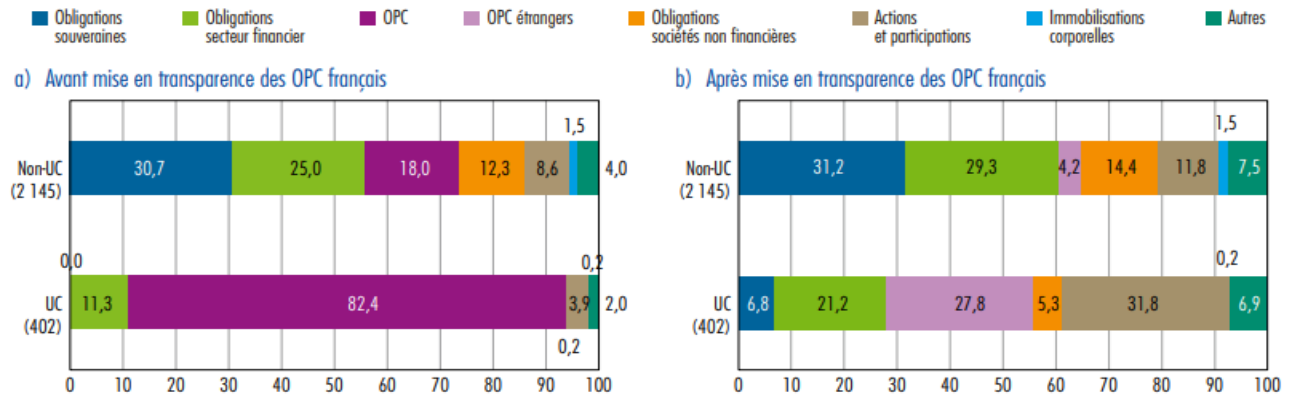
L'environnement de taux bas a mécaniquement une influence sur l'assurance vie, différenciée selon les fonds. Dans le cas du fonds euros, la garantie en capital suppose de privilégier des placements en titres obligataires. Ces derniers représentent près de 80 % des actifs (voir le tableau 26 ci-après). Or, depuis le début des années 1980, ces titres connaissent une baisse quasi continue de leur rendement, ce qui, en raison d'une certaine inertie des portefeuilles, a permis aux assureurs d'offrir des taux de rendement (presque) toujours supérieurs aux conditions du marché. En outre, par son habileté à constituer des réserves, via la provision pour participation aux bénéfices (PPB), l'assurance vie permet une forme de redistribution intergénérationnelle (Hombert et Lyonnet, 2019). Dans le cas des fonds en UC, l'impact des taux d'intérêt bas est moindre. Il appartient alors aux assurés de procéder à l'arbitrage usuel entre rendement et risque et de modifier leur choix d'UC. Dans cet environnement de taux bas/négatifs, les UC à dominante obligataire seront délaissées au profit de titres à revenus variables qui offrent une espérance de rendements plus élevée, soit parce qu'ils contiennent un risque (action), soit parce qu'ils offrent une prime d'illiquidité (immobilier).

Tableau 28 : Placements des entreprises d'assurance vie à fin 2018 – Champ de l'étude : entreprises régies par le Code des assurances

Classe d'actifs	Fonds euros		Fonds UC	
	Montant en Md€	Part en %	Montant en Md€	Part en %
Actions	177	9,7	184	52,8
Immobiliers	96	5,2	33	9,5
Obligations d'entreprises	750	41,1	70	20,1
Obligations souveraines	662	36,3	25	7,1
Autres (prêts, titres structurés, trésorerie...)	141	7,7	37	10,5
Total	1 825	100,0	348	100,0

Figure 10 : Répartition des placements des assureurs vie et mixtes à fin 2019

Répartition des placements des assureurs-vie et mixtes à fin 2019 – Distinction des unités de compte (UC) du reste du portefeuille
(en % ; entre parenthèses : montants en milliards d'euros)



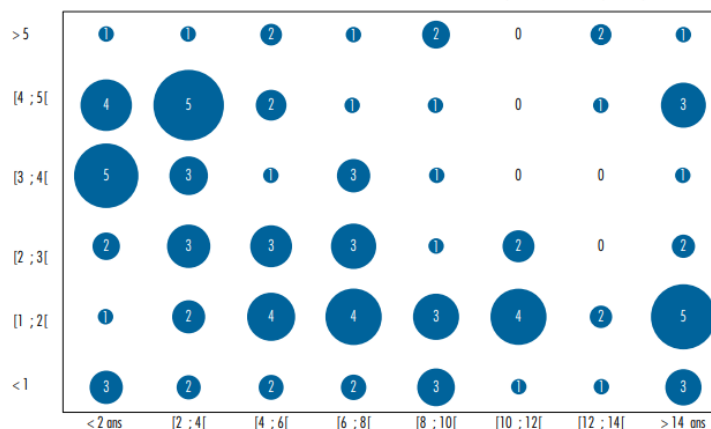
Les placements des assureurs établis en France atteignent 2 813 milliards d'euros fin 2019, en hausse de 211 milliards par rapport à l'année précédente. Sous la pression induite par la nouvelle baisse des taux, les assureurs privilégient les obligations émises par le secteur privé et par des émetteurs hors zone euro ainsi que des actifs de diversification (immobilier, titres structurés, etc.). Les plus-values latentes élevées enregistrées leur permettent d'amortir en partie la crise sanitaire et économique au premier semestre 2020. Alors que la valorisation des actifs s'est fortement dégradée au premier trimestre 2020 (- 131 milliards d'euros soit la quasi-totalité de la hausse enregistrée sur 2019), le rebond des marchés au deuxième trimestre a permis d'effacer plus de la moitié de cette baisse. La crise a peu affecté les notations des obligations détenues. Les placements liquides permettent aux assureurs de faire face à leurs engagements à court terme.

La situation des assureurs en 2019, avant la crise sanitaire : une allocation d'actifs stable dans l'environnement de taux bas.

Des rendements obligataires sous tension : Les assureurs bénéficient d'un stock d'obligations anciennes émises il y a plusieurs années qui leur permettent de servir des taux de rendement relativement élevés dans le contexte actuel. Toutefois, d'année en année, ce stock s'amenuise au fur et à mesure que ces titres arrivent à échéance. Les assureurs ne pouvant renouveler ces anciennes obligations à des taux aussi avantageux, la baisse des taux sur les nouveaux titres acquis contribue à diminuer le rendement moyen des actifs détenus. Les obligations dont le taux est supérieur à 3% représentent 41% des obligations à taux de coupons fixes détenues par les assureurs (contre 48% fin 2018). Néanmoins, fin 2019, près de la moitié de ces obligations arrive à échéance d'ici moins de quatre ans, soit 19% des encours d'obligations à taux fixe (cf. graphique 15).

Figure 11 : Parts des taux de coupons fixes en fonction de la maturité résiduelle

(axe des abscisses : maturité résiduelle en années ; axe des ordonnées : taux du coupon en % ; disques : parts en %)



La moindre rémunération du portefeuille obligataire pèse sur les revenus des assureurs et les rendements qu'ils proposent aux assurés. Ainsi, 69% du portefeuille d'obligations à taux de coupon fixe dont la maturité résiduelle est supérieure à quatre ans affichent un taux inférieur à 3%, contre 40% pour le portefeuille dont la maturité résiduelle est strictement inférieure à quatre ans.

1.1.3.1 Plus-Values Latentes

Des plus-values latentes en hausse en 2019. La baisse des taux d'intérêt accroît la valeur des actifs des assureurs qui investissent majoritairement dans des obligations à long terme. Ainsi, le taux de plus-value latente reste élevé en 2019, à un niveau d'environ 17% pour l'ensemble des placements, en augmentation de trois points de pourcentage par rapport à 2018.

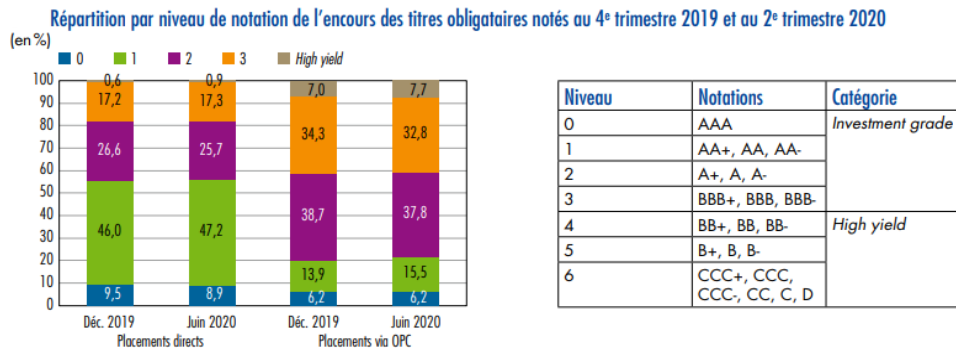
1.1.4 Les effets de la crise sanitaire sur les placements des assureurs

La crise sanitaire a cependant affecté les émetteurs de façon différente. Au premier trimestre 2020, les valeurs des obligations des institutions financières (-15 milliards) et des sociétés non financières (- 8 milliards) diminuent fortement par rapport au trimestre précédent. Moins impactées par la hausse des spreads, les obligations souveraines ont affiché une baisse moins significative (- 3 milliards d'euros). Une reprise sur tous les titres de dettes est constatée au deuxième trimestre 2020 (+11 milliards pour les institutions financières, + 5 milliards pour les sociétés non financières et + 6 milliards pour les administrations publiques).

La crise sanitaire génère toutefois de fortes incertitudes concernant l'évolution des taux d'intérêt et des plus-values latentes des différentes classes d'actifs notamment les produits des taux. La baisse de la valeur des actifs début 2020 affecte directement le niveau de plus-values latentes des assureurs. Même s'il existe des techniques de couverture, cette baisse pourrait se traduire par une réduction de la marge de manœuvre des entreprises d'assurance qui réalisent en effet régulièrement des gains en vendant certains de leurs actifs porteurs de plus-values.

1.1.4.1 Une qualité des placements maintenue

Figure 12 : Répartition par notation des obligations



Les assureurs français investissent majoritairement dans des titres obligataires dont le risque de signature est faible (cf. graphique 16), c'est-à-dire dont la note est supérieure ou égale à AA-. Ces obligations de haute qualité représentent 56,1 % des obligations notées détenues en direct à fin juin 2020 (55,5 % en décembre 2019 et 56,4% en décembre 2018). Leur part est plus faible (22%) dans les obligations notées détenues indirectement via des OPC. La part des obligations à haut rendement (dont la notation est inférieure à BBB-, appelées en anglais high yields) progresse faiblement entre la fin 2019 et le deuxième trimestre 2020. Au sein des OPC, elle passe de 6,6% en 2018, à 7% en 2019 et à 7,7% au deuxième trimestre 2020 et elle est relativement stable, inférieure à 1%, pour les placements directs.

1.1.4.2 Modifications des portefeuilles d'actifs et des comportements d'investissement des acteurs du marché

Dans un environnement de taux bas, les assureurs peuvent être tentés de réorienter leur politique d'investissement vers des placements plus rémunérateurs en augmentant la part d'actions (au prix de la mobilisation de fonds propres additionnels), de placements obligataires privés ou encore d'immobilier dans leurs placements, ou en acceptant davantage de diversification géographique par exemple, même si cela s'accompagne d'une prise de risque plus importante.

En dépit de la remontée récente des taux, le rendement des nouvelles obligations acquises reste inférieur à celui du portefeuille historique impliquant une baisse progressive du rendement de l'actif général des assureurs. Cette dilution de l'actif des assureurs est de nature à accroître les risques suivants :

- Un risque de rachat massif en cas de hausse brutale des taux de marché et avec l'apparition d'offres alternatives d'investissements à meilleur rendement (assureurs nouveaux entrants sur le marché, supports d'épargne bancaire)

- Un risque de coûts de fonctionnement, pour les acteurs prélevant des chargements sur encours insuffisants pour couvrir leurs frais et qui n'équilibrent leur résultat qu'à l'aide de la part de produits financiers qu'ils prélèvent. L'ampleur de ce risque dépend directement de la structure de coûts et des contrats en portefeuille
- Un risque d'engagement de taux, pour les acteurs qui garantissent des taux techniques très élevés ou qui ont contracté des engagements de versement immédiat des résultats dégagés dans un exercice donné

L'assureur vie fait ainsi face à trois risques. Le premier risque provient de la baisse plus rapide du rendement des nouveaux actifs que du taux moyen des garanties octroyées aux assurés. Le deuxième risque émane du réinvestissement des primes et des titres échus à des rendements plus bas (voire négatifs) pour plusieurs années, générant une vulnérabilité lors d'une remontée brutale des taux qui provoquerait des moins-values latentes et des risques de rachat. Le troisième risque porte sur la solvabilité de l'assureur.

1.1.5 Stratégie commerciale et d'investissement

Globalement, les taux garantis aux épargnants sur la durée du contrat restent peu élevés, notamment pour les supports en euros des contrats individuels qui représentent la majeure partie des passifs. Toutefois, la baisse observée sur les taux obligataires à long terme est plus marquée que la baisse des taux de revalorisation des supports en euros. De même mais dans une moindre mesure, le taux de rendement de l'actif des assureurs vie depuis 2006 a diminué moins vite que les taux obligataires à long terme, en raison de l'inertie du stock de leurs placements.

Il est nécessaire de développer une vision prospective et d'anticiper une baisse progressive du rendement des actifs des assureurs dans les années à venir. En prenant pour hypothèse le réinvestissement des nominaux obligataires arrivant à échéance par des obligations à rendement nul, la baisse du taux de rendement de l'actif au cours des 10 prochaines années serait de l'ordre 20 points de base par an.

Ainsi, même si la concurrence entre les organismes peut constituer un frein à la baisse des revalorisations servies aux assurés sur les contrats, le niveau durablement bas des taux d'intérêt pèsera sur les revalorisations des produits d'assurance vie. Dans cette perspective, les organismes ont augmenté leurs réserves distribuables aux assurés (i.e. la provision pour participation aux bénéfices) sur les supports en euros afin de pouvoir lisser les rendements des produits offerts par distribution différée des bénéfices dégagés aujourd'hui. La baisse des taux garantis à la souscription observée depuis plusieurs années s'accompagne d'un processus d'adaptation de leur activité : la souscription d'unités de compte est privilégiée par rapport à des versements sur des supports en euros. Les assureurs déclarent également modifier leur politique d'investissement, notamment en cherchant des titres plus rémunérateurs, plus risqués et moins liquides, pour une part limitée de leurs placements.

Dans ce contexte, et en parallèle des stratégies commerciales déployées par les assureurs-vie depuis quelques années afin de réduire le coût ou allonger la durée de leur passif (baisse du taux garanti, placements bloqués les premières années, offre tournée vers les UC, etc.), les assureurs ont également modifié la composition de leurs placements. Par ailleurs, une diversification accrue pourrait leur permettre de bénéficier de rendements plus élevés ou décorrélés des classes d'actifs traditionnels, et d'aligner la durée de leurs actifs avec celle de leurs engagements.

Dans cette perspective, les assureurs ont reporté leurs placements en obligations, des administrations publiques vers le secteur privé. En effet, en 2019, ils réduisent leurs achats nets d'obligations publiques (de 13 à 11 milliards d'euros). Dans le même temps, ils accroissent leurs achats nets d'obligations privées (de 3 à 19 milliards d'euros) et augmentent substantiellement leurs achats nets d'obligations émises par le reste du monde.

1.1.6 Actif/Passif dans un environnement de taux bas

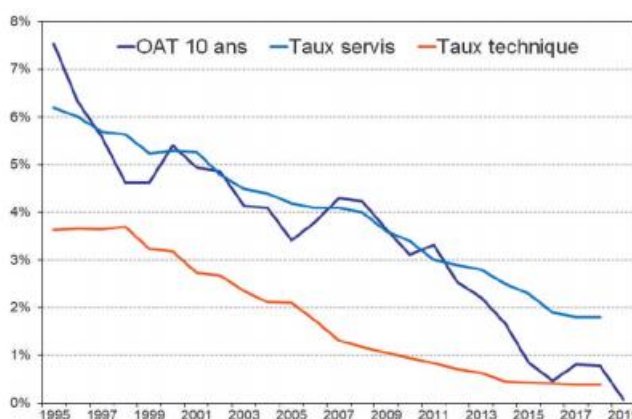
Comme rappelé précédemment, la participation aux résultats des assurés dépend directement du résultat financier des organismes et est déterminée par la contrainte réglementaire d'une part et la stratégie de distribution et de provisionnement propre à chaque organisme d'autre part. L'analyse de l'impact de l'environnement de taux bas sur l'assurance vie nécessite donc d'étudier le taux de rendement de l'actif des assureurs. Pour ne pas comptabiliser de pertes techniques, ce dernier doit notamment être supérieur aux taux garantis des contrats en cours. Les assureurs doivent donc disposer à la fois d'actifs à fort rendement et d'actifs sûrs et liquides pour garantir aux assurés la disponibilité de leur capital à toute date.

Au-delà de la baisse des taux de revalorisation servis aux assurés, et de l'utilisation de leurs réserves leur permettant de résister à court ou moyen terme à une situation de taux bas, les assureurs peuvent modifier leur modèle d'affaires. Les assureurs peuvent agir en premier lieu sur leurs passifs d'assurance et pour les contrats en euros, en particulier limiter les taux techniques. Une analyse par date de première commercialisation des contrats montre une baisse des taux techniques pour les nouveaux contrats souscrits et semble également indiquer que les primes nouvelles de contrats plus anciens ne bénéficient pas toujours du taux technique historique mais d'un taux parfois moins élevé.

Sur la période récente, les assureurs favorisent également la souscription d'unités de compte (UC) dont la garantie ne porte que sur le nombre de supports acquis et non sur leur valeur. Sur ces supports, ce sont donc les assurés qui supportent le risque de perte de capital. Depuis mi-2016, les supports euros affichent une décollecte au profit des supports UC. L'historique depuis début 2015 des arbitrages entre supports euros et supports UC illustre également cette tendance favorable aux unités de compte depuis plusieurs années.

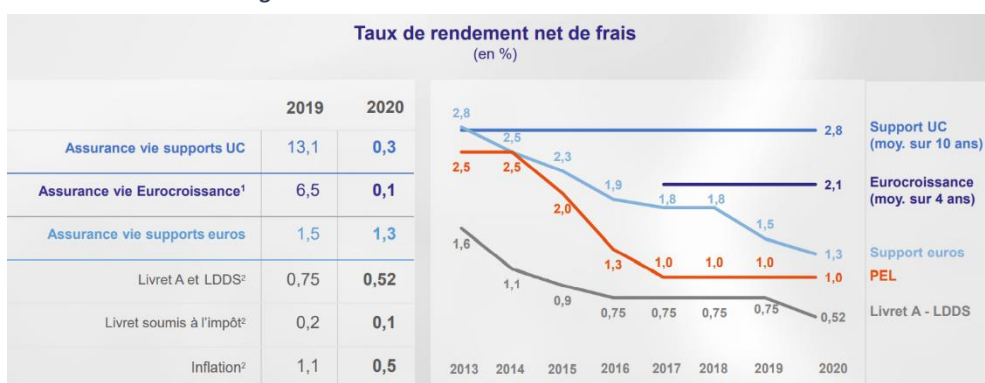
Depuis 2012, le taux de revalorisation demeure supérieur à la moyenne du taux OAT dix ans. Cet écart grandissant entre le taux de revalorisation et le rendement des obligations françaises illustre la problématique d'offre de contrats en assurance vie placés sur des fonds euros. Confrontés à une situation où le rendement des portefeuilles obligataires (pour les nouvelles obligations) devient moins élevé, les assureurs développent des stratégies incitant les assurés à investir dans les fonds en unités de compte.

Figure 13 : Taux en assurance vie et OAT (sources : ACPR, FFA).



Le taux de rendement de l'actif connaît une baisse tendancielle depuis 2007 qui est expliquée par la diminution des revenus récurrents (provenant des coupons, des dividendes et des loyers). En parallèle, les assureurs ont également réduit sur la période le taux de participation aux résultats mais dans une moindre proportion. Les montants dotés en provision pour participation aux bénéfices (PPB) sont plus volatils, car cette provision permet, par nature, de lisser les « chocs ». Les assureurs détiennent une part substantielle de leurs placements en titres obligataires amortissables : les placements obligataires à taux fixe. La tendance baissière pluriannuelle des rendements des obligations souveraines a donc une incidence directe sur le rendement de leur portefeuille.

Figure 14 : Taux de rendement de l'actif net des frais



Le rendement des placements des assureurs vie est impacté par une baisse des taux notamment à l'occasion du réinvestissement des liquidités provenant des actifs arrivant à maturité et du placement des liquidités liées à une collecte nette positive. Si l'écart entre le rendement des actifs et les taux servis aux assurés (faisant en partie l'objet de garanties) s'amenuise, la rentabilité se dégrade et le risque d'insolvabilité est plus élevé.

Face à cet environnement financier adverse, l'assureur vie doit accélérer une transformation déjà engagée depuis plusieurs années. D'abord, il est amené à modifier sa politique d'investissement pour rechercher du rendement.

Plusieurs solutions sont possibles comme l'allongement de la durée de l'actif, la recherche de rendements plus élevés à durée donnée, et tirer les bénéfices de primes d'illiquidité (immobilier et infrastructure). Toutefois, ces solutions sont limitées, soit par des contraintes réglementaires liées à des charges en capital particulièrement élevées, soit par la politique monétaire actuelle qui aplatit les courbes de taux.

Aussi, les assureurs vie doivent également modifier leurs passifs. Sur le stock, l'amendement « Fourgous » permet depuis 2005 de transformer des contrats en euros en contrats multisupports.

Depuis lors, près de 3 millions de contrats ont été transformés, représentant un peu plus de 100 Md€, dont 30 Md€ ont été réinvestis en UC (voir FFA, 2018). Désormais, 74 % des PM portent sur des contrats multisupports, contre 59 % en 2009. Sur les flux, les assureurs promeuvent les fonds UC, mais la commercialisation de ces fonds reste encore largement dictée par l'évolution des marchés financiers. En effet, les cotisations en UC et l'indice CAC 40 évoluent historiquement de concert.

Enfin, les assureurs de personnes se réorientent vers les activités de santé et de prévoyance. L'analyse de l'activité des assureurs vie et mixte met en effet en lumière une progression continue des primes relatives à l'assurance en cas de décès et à l'assurance des dommages corporels depuis 2005. Ainsi, leur part dans l'ensemble des primes des assureurs vie et mixtes a eu tendance à augmenter depuis une dizaine d'années, de 8% en 2006 à environ 14% depuis 2012. En effet, les primes d'assurance en cas de vie sont plus volatiles et globalement orientées à la baisse.

1.2 La nouvelle norme comptable IFRS 17

1.2.1 Principes directeurs

IFRS 17 est une norme introduite par l'IASB (International Accounting Standards Board) pour les contrats d'assurance. L'IASB est un organisme créé en 1973 par les instituts comptables de plusieurs pays qui élabore et supervise les normes comptables internationales et a pour mission de voter et préparer les normes IFRS. C'est une norme comptable qui ne porte que sur les contrats d'assurance, donc qui ne requiert au bilan et au compte de résultat que les composantes relatives aux contrats d'assurance. Comme la directive Solvabilité 2, elle est basée sur une vision économique des passifs d'assurance, ce qui permet d'établir des liens entre IFRS 17 et Solvabilité 2. Contrairement à Solvabilité 2, il s'agit d'une norme comptable et, par conséquent, le bilan et le compte de résultat sont audités chaque année par les commissaires aux comptes. IFRS 17 vise donc à :

- Accroître la comparabilité des comptes des assureurs en exigeant la comptabilisation des contrats de façon homogène et ainsi à augmenter la transparence de l'information financière
- Refléter la Juste Valeur des passifs d'assurance
- Favoriser la cohérence avec les autres normes IFRS

1.2.2 Champ d'application

IFRS 17 est la norme applicable pour la comptabilisation des passifs d'assurance :

- Contrats d'assurance et de réassurance émis par la société
- Réassurance cédée
- Contrats d'investissement à participation aux bénéfices discrétionnaires

1.2.3 Date d'application

Figure 15 : Phases de la mise en place de l'IFRS 17



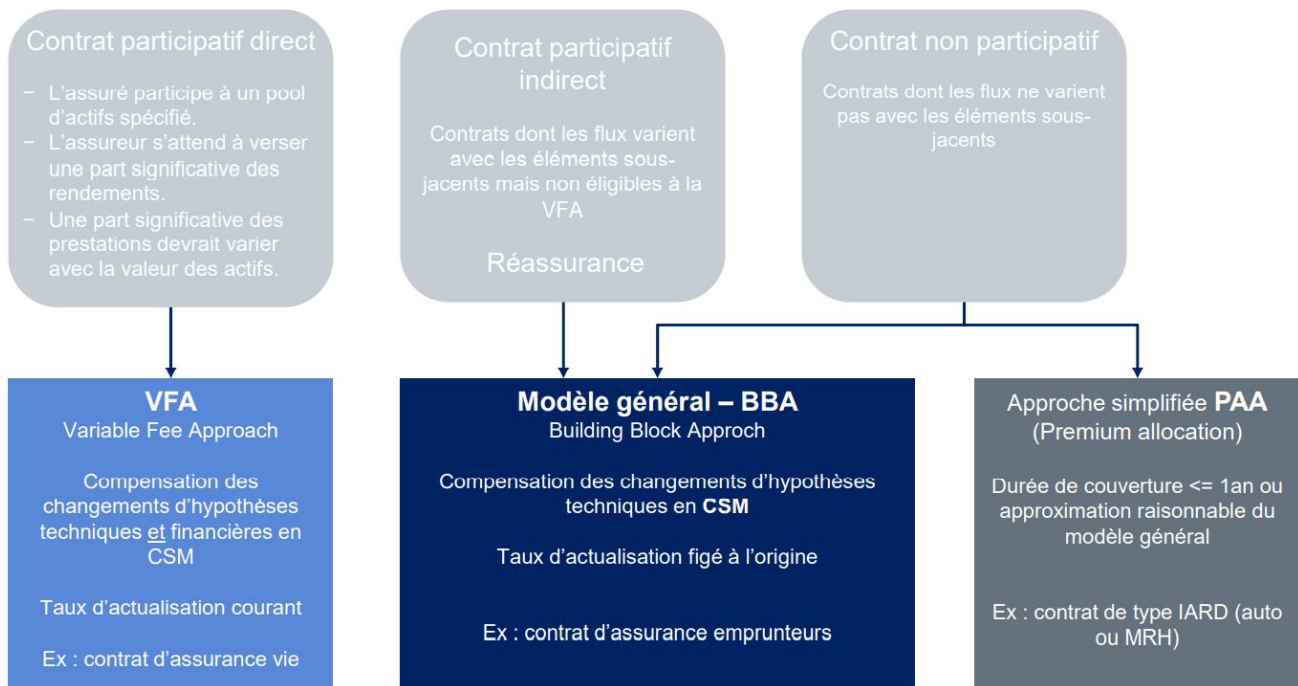
Initialement prévue au 1er janvier 2021, l'IASB a confirmé en mars 2020 le report de la date d'application d'IFRS 17 au 1er janvier 2023. La norme est applicable de façon rétrospective avec l'obligation de produire un comparatif N-1. Même si la norme n'entre en vigueur qu'au 1er janvier 2023, il est nécessaire d'effectuer la transition au plus tard au 1er janvier 2022 et de produire un bilan d'ouverture sur base des comptes au 31 décembre 2021.

Aboutissement d'un projet lancé depuis 20 ans, la norme IFRS17 relative à la comptabilisation et à l'évaluation des contrats d'assurance a pour but :

- d'harmoniser l'estimation des passifs d'assurance
- de proposer un modèle qui reflète la réalité économique des contrats d'assurance en valorisant notamment les options et garanties
- de favoriser la cohérence avec les autres normes IFRS

1.2.4 Sélection du modèle comptable

Figure 16 : Les modèles comptables en IFRS 17



Il existe 3 modèles d'évaluation des passifs en assurance qui sont les suivants :

- **Modèle Général ou BBA (Building Block Approach) :**
 - Modèle par défaut
 - Ex: Emprunteur, Dépendance, Contrats de prévoyance > 1 an, ...
- **VFA (Variable Fee Approach) :**
 - Approche pour les contrats participatifs directs
 - Modèle obligatoire pour les contrats respectant certaines conditions • Ex: Epargne/Retraite
 - Réassurance : la VFA n'est pas autorisée pour les cessions, ni pour les acceptations
- **PAA (Premium Allocation Approach) :**
 - Approche simplifiée applicable lorsque l'une des 2 conditions est remplie:
 - La période de couverture de chaque contrat est d'un an au plus
 - Permet d'approcher le résultat du BBA
 - Ex: Auto

Le recours au modèle VFA est obligatoire pour les contrats participatifs directs, tandis que le recours à l'approche simplifiée PAA est optionnel.

Le recours à la méthode VFA n'est pas admis pour les acceptations et cessions en réassurance, y compris lorsque les contrats sous-jacents sont participatifs directs.

Dans le cadre de ce mémoire nous allons axés sur l'approche VFA utilisée en épargne.

1.2.4.1 Les enjeux : une norme très impactante

- Volatilité du résultat
- Modification du rythme de reconnaissance du résultat
- Maille de comptabilisation différente de la maille de tarification
 - Moindre reconnaissance du principe de mutualisation
 - Identification de potentiels groupes de contrats onéreux => pertes futures reconnues immédiatement en résultat

- Des résultats très dépendants du contexte économique
 - Utilisation de modèles de valorisation prospectifs et « market consistent », similaires à Solvabilité 2

1.2.4.2 Complexité opérationnelle

- Une maille de comptabilisation plus fine
- Forte augmentation des capacités de calcul nécessaires dans un délai de publication contraint

1.2.4.3 Communication financière

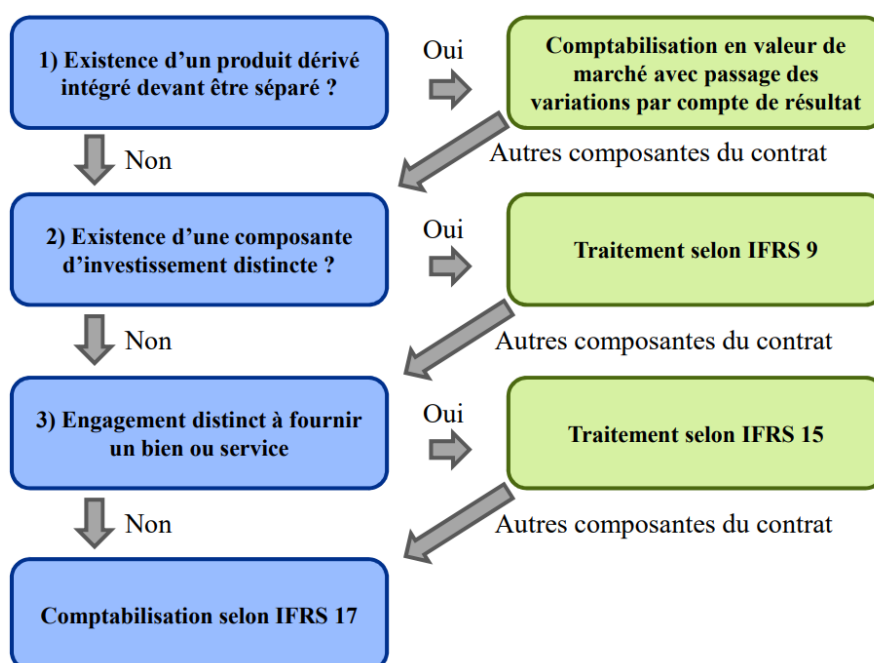
De nouveaux états financiers

- Des états financiers intégralement revus
- Disparition d'agrégats « historiques » de communication financière : ex. prime
- Format de P&L spécifique - impact sur les états financiers bancaires

1.2.4.4 Granularité des calculs :

IFRS 17 prévoit des dispositions portant sur la séparation des composantes d'un contrat d'assurance, telles que les dérivés, les composantes d'investissement ou de fourniture de biens ou de service.

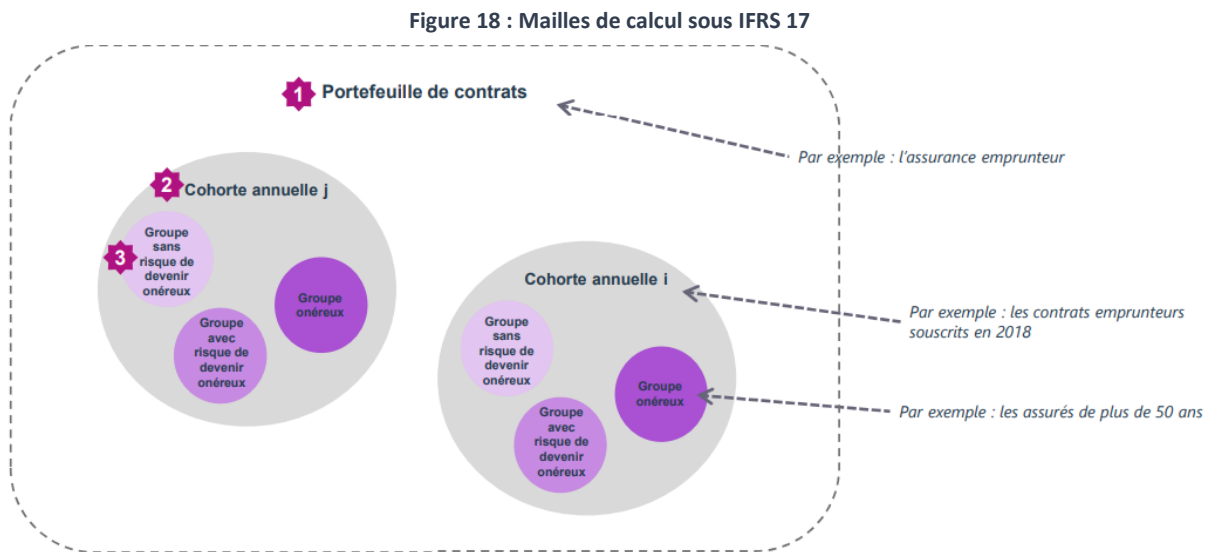
Figure 17 : Principes de valorisation sous IFRS 17



- Dérivé intégré : les caractéristiques et risques de cette composante ne sont pas fortement liés à la composante assurance, et ses caractéristiques correspondent à la définition d'un dérivé selon IFRS 9
- Composante d'investissement : jugée "distincte" si les composantes assurance et investissement n'interagissent pas significativement et si un contrat équivalent à la composante investissement peut être vendu séparément

1.2.4.4.1 Principes normatifs : les 3 niveaux de maille de calcul

IFRS 17 introduit la notion de groupe de contrats – maille de calcul de la CSM. Une maille différente de la tarification et une maille plus fine que les mailles utilisées actuellement.



Un groupe de contrat rassemble les contrats :

- d'un même portefeuille – contrats gérés ensemble avec des risques similaires
- émis pendant la même période (cohorte) : un an au maximum
- en fonction de leur rentabilité lors de la première comptabilisation :
 - contrats onéreux dès l'origine
 - contrats non-onéreux à l'origine avec un risque significatif de devenir onéreux
 - contrats rentables ne présentant pas de risque significatif de devenir onéreux

La définition du groupe de contrats est un enjeu majeur à la fois sur le plan opérationnel et sur le plan de la communication financière :

- Augmentation potentielle de la granularité des données en entrée et en sortie des modèles de projection actuariels => impacts sur les bases décisionnelles et les modèles en place
- Plus la granularité sera fine, plus le risque de faire apparaître des contrats onéreux sera important => volatilité du résultat

1.2.4.5 Frontière des contrats

- Les primes futures sont projetées lorsqu'elles donnent lieu à un engagement significatif pour l'assuré ou pour l'assureur (respectivement pour le paiement des primes et pour la fourniture d'un service)
- Engagement considéré comme échu lorsque l'assureur a la possibilité de réviser le tarif ou les garanties de façon à refléter le risque au niveau de la police ou du portefeuille
 - Aucune prime future au-delà de cette date

Comme sous Solvabilité 2, la question de la projection des primes futures se pose pour les garanties en Euros.

1.2.5 Bilan et Compte de résultat

Figure 19 : Bilan comptable sous IFRS 17



Sous IFRS 4, les engagements des assureurs sont comptabilisés en valeur historique. L'application de la méthode du Shadow Accounting permet de réduire l'incohérence de valorisation entre certains actifs évalués en juste valeur sous IAS 39 et les passifs maintenus au coût historique.

Le cadre d'évaluation des passifs d'assurance sous IFRS 17 est proche de Solvabilité 2 avec des provisions techniques basées sur la juste valeur des engagements ou « Best Estimate » et un ajustement pour risque.

Il existe cependant des différences fondamentales entre le référentiel Solvabilité 2 et IFRS 17 :

- Les profits futurs sont reconnus en capitaux propres sous Solvabilité 2 quand ils sont mis en provision puis étalés en résultat sous IFRS 17
- Existence d'écarts méthodologiques dans la détermination du Best Estimate et de l'ajustement pour risques, notamment taux d'actualisation, notion de frais attribuables, ...

1.2.5.1 Les 3 composantes du passif – Evaluation initiale

A la première comptabilisation des contrats (lors de la souscription), la norme IFRS 17 enregistre un passif d'assurance (i.e. provisions techniques) qui comprend trois composantes : le Best Estimate (BE), l'Ajustement pour Risques (RA) et la CSM (Contractual Service Margin). A chaque arrêté comptable, le BE et le RA sont réévalués et la CSM est ajustée et amortie en résultat. Les profits futurs sont reconnus en résultat sur toute la durée de vie de contrat sous IFRS 17.

- Best Estimate (BE) : La valeur probable actualisée des flux futurs du contrat ou Meilleure estimation des flux de trésorerie
 - Sinistres, primes, frais directement rattachables aux contrats, ...
 - Données de marché pour les paramètres financiers
 - Utilisation de l'expérience de l'assureur pour la sinistralité et le comportement des assurés -> management rules
 - Valeur des options et garanties financières attachées aux contrats -> (principalement en épargne)
 - Calcul stochastique
- Un ajustement pour risques non-financiers ou RA (Risk Adjustment)
 - Valorisation du prix du risque lié à l'incertitude sur les flux du contrat
 - Plus les BE sont incertains plus l'ajustement pour risque est important
 - L'ajustement pour risque est spécifique à chaque entité : appétence aux risques, prise en compte de l'effet de la diversification

- La marge de l'assureur (CSM ou Contract Services Margin)
 - C'est la différence entre la prime perçue et les deux éléments de coût ci-dessus, amortie au fur et à mesure du déroulement de la période de couverture
 - Mise en réserve des profits futurs => reconnaissance du résultat sur toute la durée de vie du contrat, en fonction du « service rendu »
 - Lorsque la somme du Best Estimate et de l'ajustement pour risque est inférieure au montant de la prime, le contrat est rentable et une CSM est constituée

1.2.5.2 CSM

L'IASB demande à ce que le gain soit reconnu au résultat au fur et à mesure que le service d'assurance est rendu. Ceci représente une différence avec Solvabilité 2 où le profit attendu au-delà de la marge pour risque est reconnu directement en fonds propres dès la date d'engagement. Pour permettre aux assureurs de reconnaître leur profit au fur et à mesure de la couverture elle a introduit le concept de la CSM ou Marge de Service Contractuelle. La CSM est un nouveau poste au bilan et au compte de résultat.

Ce nouveau poste permet de stocker et de relâcher le profit en fonction de la couverture assurantielle rendue aux assurés. La CSM est constatée pour éliminer les gains à l'origine (c'est-à-dire lorsque les primes attendues dépassent les flux de sinistres et la marge pour risque), en complétant ce qui manque à la valeur du passif pour atteindre le montant de la prime. Un exemple de calcul de CSM à l'origine d'un contrat est expliciter dans le tableau 9.

Exemple : Dans ce tableau, on s'attend à recevoir 100 € de primes et notre engagement s'élève à 90 € si l'on prend en compte la marge d'incertitude. Ainsi les 10 € restants sont stockés dans le poste CSM au lieu d'être directement placés dans les fonds propres. Ainsi la CSM correspond au profit attendu du contrat. La CSM doit toujours être positive et elle est toujours nulle au-delà de la période de couverture du contrat.

Prime 100	④	Marge de service contractuelle	10
	③	Marge pour risque	15
	②	Meilleure estimation des flux de trésorerie actualisée	75
	①		

Après avoir calculé la CSM à l'origine du contrat, celle-ci est reprise en résultat chaque année en fonction du rythme de la prestation du contrat et réévaluée de manière prospective de sorte à ce qu'elle soit toujours le profit attendu sur la durée de vie résiduelle du contrat. En effet prenons l'exemple d'une CSM de 10 € que l'on répartit en résultat sur 5 ans de manière équivalente dans le tableau 10.

CSM à l'origine		
Profit Attendu	T = 1	2
	T = 2	2
	T = 3	2
	T = 4	2
	T = 5	2

Ainsi chaque année on fait apparaître dans le résultat 2 € de profit.

La marge de service contractuelle (CSM) est constatée pour éliminer les gains à l'origine (i.e. lorsque les primes attendues dépassent les flux de sinistres et la marge pour risque).

Elle correspond au profit attendu du contrat au-delà de la marge pour risque.

Lors des arrêtés ultérieurs :

- Sur la période de couverture du contrat
 - En fonction du rythme de la prestation de service au titre du contrat
 - En reflétant le nombre de contrats en vigueur attendu sur la période

Elle est réévaluée :

- De manière prospective
- Pour tenir compte des changements d'hypothèses sur les flux et sur la marge pour risque liés aux périodes futures de couverture
 - Ex : révision des primes futures, révision de la sinistralité attendue
 - Les changements d'estimation liés aux périodes passées (ex : réévaluation des sinistres déjà survenus) sont comptabilisés en résultat
- Elle peut être supérieure au montant initiale

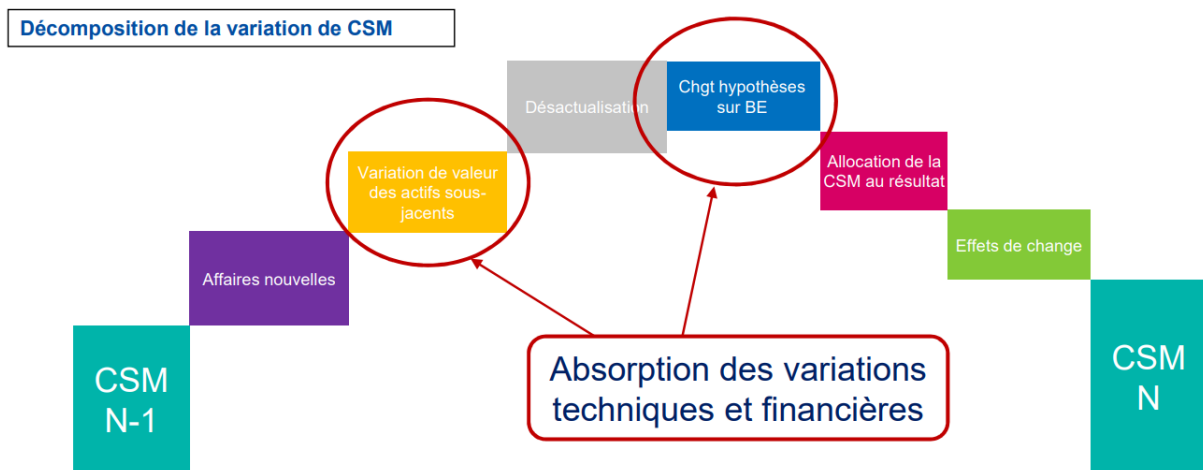
La CSM ne peut être négative ; elle est toujours nulle au-delà de la période de couverture.

- Si le contrat est ou devient déficitaire, la perte correspondante est immédiatement reconnue en résultat
- En cas de variations ultérieures favorables après reconnaissance d'une perte d'un contrat onéreux, les montants correspondants sont repris en résultat dans la limite où ils sont liés à des périodes futures de couverture

NB : la durée d'amortissement fondée sur la période de couverture nécessite un suivi de CSM par cohorte.

1.2.5.2.1 Évolution de la CSM

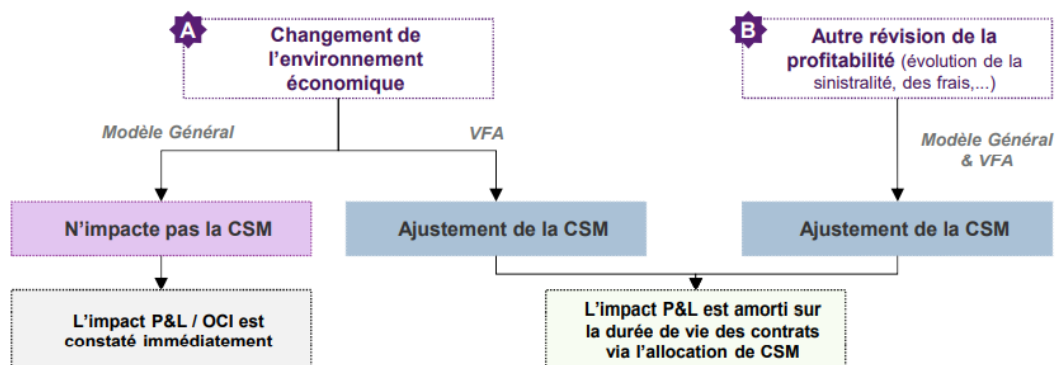
Figure 20 : Décomposition de la variation de CSM



- Les principales sources de variations de la CSM sont présentées ci-dessus
- La variation de valeur des actifs sous-jacents n'impacte la CSM que dans le cas des contrats participatifs directs
- Les modifications appliquées à l'estimation des flux de trésorerie futurs sont pris en compte lorsqu'ils portent sur une période non courue (modification d'origine non financière dans le cas des contrats d'épargne retraite (VFA))

Révision de la profitabilité :

Figure 21 : Révisions de profitabilité sur les différentes méthodes comptables



Pas de CSM en PAA.

Allocation de la CSM :

La CSM est allouée / amortie en fonction du « service fourni » sur la période. La détermination des modalités d'amortissement de la CSM (appelées unités de couverture) repose soit sur des agrégats comptables (ex. PM), soit sur des jugements d'experts. Exemples : Epargne / Retraite : Provisions Mathématiques.

Cette allocation se fait en trois étapes :

- L'entité doit d'abord calculer les unités de couverture du groupe de contrat sur la période de couverture du groupe de contrat
- Répartir la CSM entre chacune des unités de couverture qu'elle a fournies dans la période considérée et qu'elle s'attend à fournir ultérieurement
- Enfin on reconnaît en résultat la CSM proportionnellement aux unités de couverture compte tenu de la période comptable considérée

On peut ainsi résumer le relâchement de la CSM par cette formule :

$$Relachement_CSM_i = CSM_i \frac{CU_i}{\sum CU_j} \quad (1.1)$$

Avec :

- $Relachement_CSM_i$: le relâchement de CSM pour la période comptable i
- CSM_i : la CSM calculée en fin de période comptable i , avant relâchement
- CU_i : le nombre d'unités de couverture associées à la période comptable i
- $\sum CU_j$: la somme des unités de couverture associées à la période de couverture

Figure 22 : Exemple de relâchement de CSM

T	Inception	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Deflateur	100%	101%	101%	101%	100%	100%	100%	99%	98%	98%	97%
Coverage_Unit	163,26	151,36	140,79	131,28	122,66	114,86	107,67	101,08	95,24	89,89	84,63
CSM_Amortisation	0,13	0,13	0,14	0,16	0,17	0,20	0,23	0,28	0,36	0,52	1,00
Release_CSM	0,00	1,26	1,17	1,09	1,02	0,95	0,89	0,83	0,77	0,72	0,68
CSM	10,00	8,74	7,57	6,47	5,46	4,51	3,62	2,80	2,03	1,31	0,63

Dans le tableau ci-dessus, on présente la méthode de calcul de la CSM et du relâchement de CSM dans la pratique.

La durée est fixée à 10 ans. Le déflateur permet d'actualiser chaque année le nombre d'unités de couverture. Le coefficient d'amortissement de la CSM se calcule par la formule suivante :

$$CSM_{Amortissement}(T = i) = \frac{CU(T = i)}{CU(T = i) + \frac{\sum_{j=i}^{10-i} CU(T = j) * Deflateur(T = j)}{Deflateur(T = i)}} \quad (1.2)$$

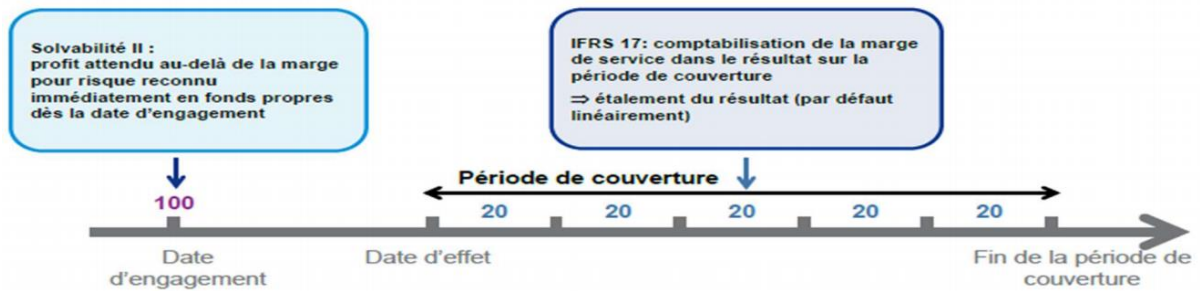
Ensuite grâce au coefficient d'amortissement, on peut déduire le relâchement de la CSM et réévaluer la CSM par les formules suivantes :

$$Relachement(T = i) = CSM_{Amortissement}(T = i - 1) * CSM(T = i - 1). \quad (1.3)$$

$$CSM(T = i) = CSM(T = i - 1) - Relachement_{CSM}(T = i). \quad (1.4)$$

Selon IFRS 17, le résultat de l'activité d'assurance est reconnu quand le service est rendu.

Figure 23 : Exemple d'écoulement de CSM



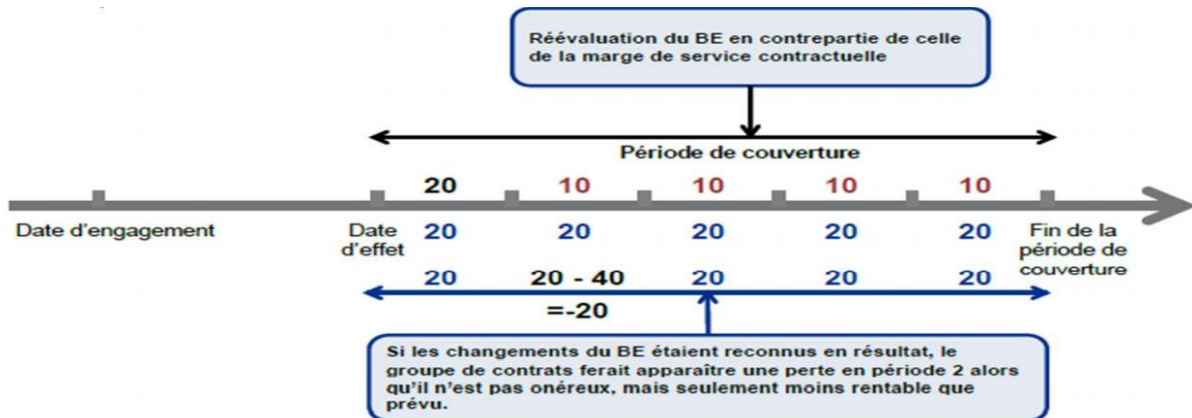
Ceci entraîne la nécessité d'allouer les frais d'acquisition sur la durée de la période de couverture (ce qui évite de constater une perte lors de la mise en place du contrat, quand les frais d'acquisition sont encourus)

Lors de l'évaluation suivante, la CSM est ajustée :

- De manière prospective
- Afin de prendre en compte les changements dans le BE et la marge pour risque relatifs à la période de couverture future (changement d'estimation)

Hypothèse : changement d'estimation à la fin de première période : augmentation du BE de 40, i.e. profit futur attendu passant de 80 à 120

Figure 24 : Exemple de revalorisation de CSM à la suite d'un changement des hypothèses



Supposons que l'on ait mal évalué la CSM, et qu'après un changement sur les hypothèses techniques ou financières, qu'à la deuxième année la PVFC ait augmenté de 4€ Nous n'allons pas reconnaître 2-4 € de perte dans le résultat la deuxième année puisqu'à l'origine notre contrat reste profitable.

En effet nous avons à partir de la deuxième année et au global 8 € de CSM et 4 € de passif en plus, il reste au global 4 € de CSM à répartir les années suivantes. Ainsi nous allons étaler l'augmentation du PVFC sur les quatre années et diminuer de 1 la CSM sur chaque année.

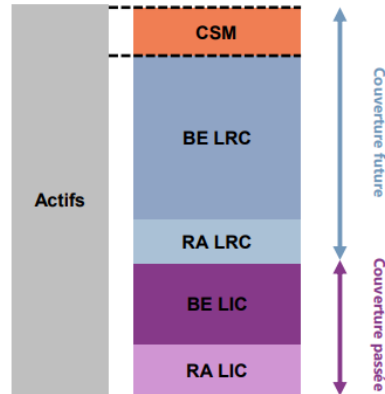
Ainsi nous reconnaissons 1 € de profit à partir de la deuxième année, mais nous n'impactons pas les 2 € reconnu en résultat en fin de première année. C'est la raison pour laquelle on parle d'une réévaluation prospective de la CSM.

1.2.5.2.2 Évaluation ultérieure

Cas de contrats rentables :

A chaque arrêté comptable, le BE et le RA sont réévalués et la CSM est ajustée et amortie.

Figure 25 : Revalorisation de CSM en cas de contrat rentable

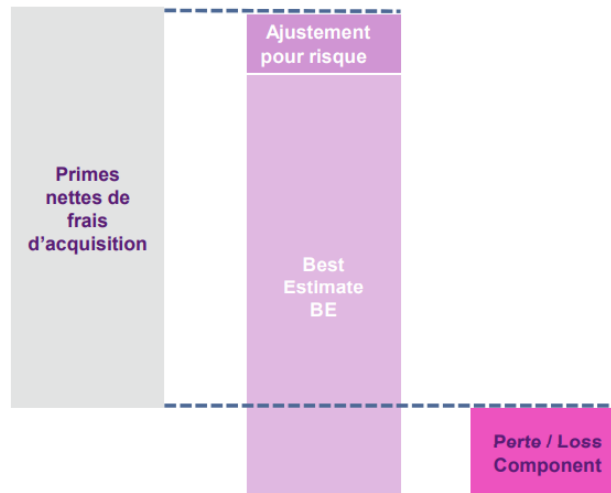


Lorsque la période de couverture s'écoule, un autre type de passif d'assurance peut apparaître : le passif au titre des sinistres survenus (Liability for Incurred Claims ou LIC)

Cas d'un contrat déficitaire :

Lorsque la somme du Best Estimate et de l'ajustement pour risque est supérieure au montant de la prime, le contrat est déficitaire (« onéreux »). Il n'y a pas de CSM et la perte prévue doit être immédiatement enregistrée en résultat. Il s'agit de contrats qui génèrent une perte dès le début de la période de couverture : par exemple en cas de sous-tarification.

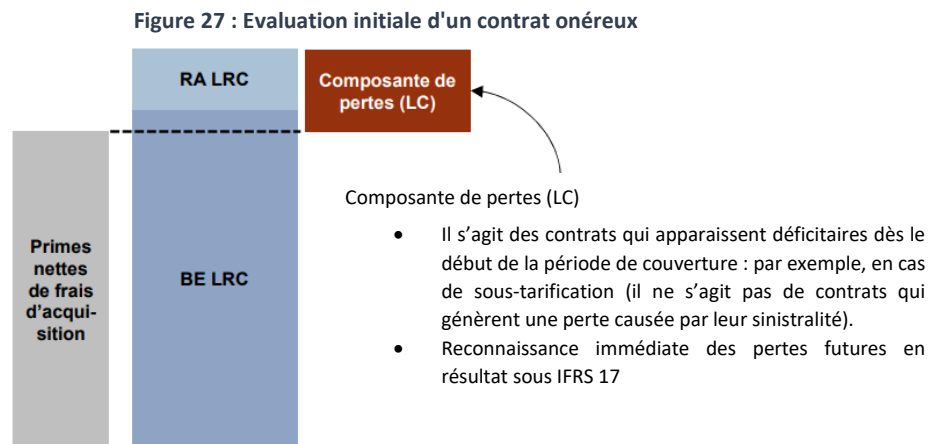
Figure 26 : Revalorisation de la CSM en cas de contrat onéreux



Post première comptabilisation, tant que la composante de pertes n'a pas été intégralement recouverte (par exemple via une amélioration de la sinistralité), il n'est pas possible de reconstituer une CSM. Un contrat peut être rentable à la comptabilisation initiale mais devenir onéreux à une date ultérieure.

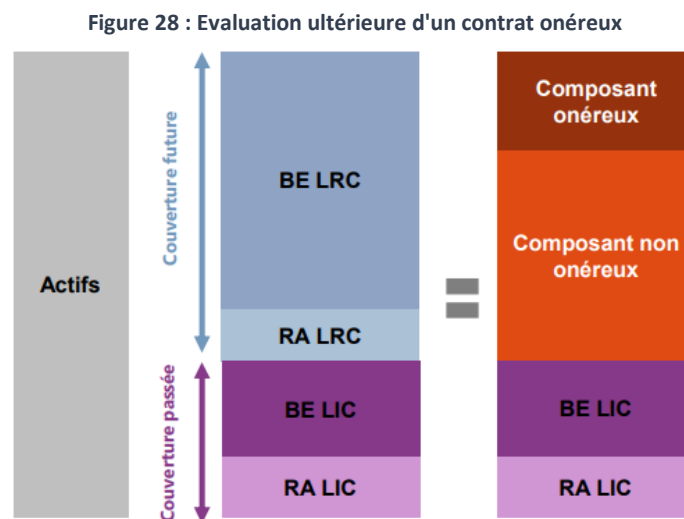
Évaluation initiale :

Lorsque la somme du Best Estimate et de l'ajustement pour risque est supérieur au montant de la prime, le contrat est déficitaire (« onéreux »).



Évaluation ultérieure :

Deux représentations des provisions sont suivies à partir de l'année où le contrat devient onéreux.



Tant que la composante de pertes n'a pas été intégralement recouverte (par exemple via une amélioration de la sinistralité), il n'est pas possible de reconstituer une CSM. Remarque : un contrat peut être rentable à la comptabilisation initiale mais devenir onéreux à une date ultérieure.

1.2.5.3 Present Value of Futur Cash Flow

Sous IFRS 17 le Best Estimate est appelé la PVFC (Present Value of Futur Cash-Flow) et correspond à la meilleure estimation des flux de trésorerie. Il s'agit là d'une différence notable avec Solvabilité 2, où le Best Estimate correspond à la meilleure estimation des flux comptables. On parle de flux de trésorerie lorsque les flux rendent compte d'une transaction financière réelle alors que les flux comptables incluent aussi les écritures qui équilibrent le bilan, mais qui ne représentent pas réellement une transaction financière. Pour calculer la PVFC il faut donc identifier les flux de trésorerie entrants et les flux de trésorerie sortants.

Parmi les flux de trésorerie entrants on comptabilise :

- Les primes
- Les recours

Les flux de trésorerie sortants sont constitués de :

- Sinistres et prestations payables à l'assuré
- Frais de gestion, d'acquisition et d'administration directement attribuables au niveau du portefeuille contrat.
- Prélèvements à la charge de l'assuré et payables par l'assureur par exemple des prélèvements de type CSG dans les contrats d'épargne en fond euros

De plus chacun de ces flux doit respecter certains principes :

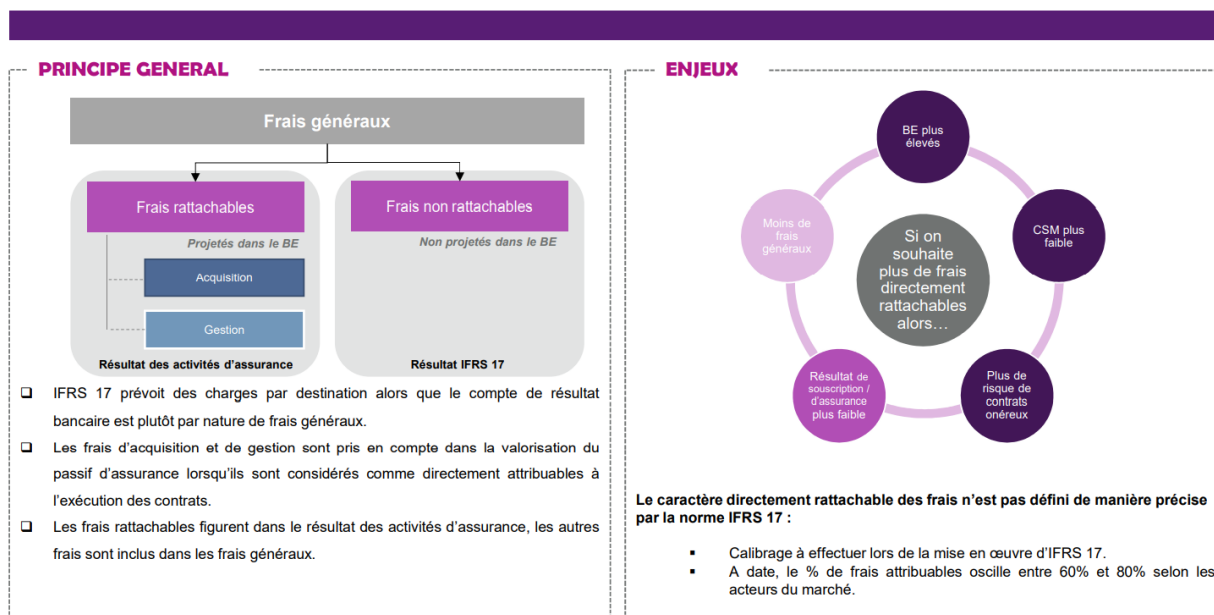
- Ils doivent être cohérents avec les valeurs de marché, c'est-à-dire que les montants de flux de trésorerie doivent être cohérents avec la valeur de marché des variables financières
- Il faut aussi que la totalité des flux probables soit projetée, y compris les options et garanties. Aucune marge ne doit être retenue

Ces principes doivent aussi être vérifiés dans Solvabilité 2.

1.2.5.3.1 Frais directement attribuables et frais non directement attribuables

La comptabilisation des frais comporte une spécificité. Il faut faire la distinction entre les frais directement attribuables au contrat et les frais non directement attribuables au contrat. En effet reconnaître les frais d'acquisition dès le début de la couverture puis reconnaître le profit au fur et à mesure de la couverture conduit à des incohérences comptables qu'il faut remédier en modifiant la méthode de comptabilisation des frais. Ainsi dans IFRS 17, on va séparer les frais d'acquisition directement attribuables au contrat que l'on va comptabiliser dans le résultat au fur et à mesure de la couverture assurantielle, et des frais non directement attribuables au contrat que l'on va comptabiliser directement au résultat au moment de l'engagement. Les commissions sont des exemples de frais directement attribuables au contrat puisqu'ils sont reliés au service rendu. Les loyers, les logiciels et le service de recrutement sont exclus du champ des frais directement attribuables et sont reconnus directement en résultat. Dans Solvabilité 2, aucune distinction n'est faite entre les frais d'acquisition directs ou indirects, tous frais d'acquisition impacte directement en résultat.

Figure 29 : Enjeux d'attribution des frais sous IFRS 17



1.2.5.3.2 Cash-flows

Après avoir explicité l'ensemble des flux de trésorerie qui composent la PVFC, on définit les cash-flows au temps t par la formule suivante :

$$Cash\ Flow_t = Prime_t + Recours_t + Prestations_t + Frais_t + Prélèvement_t$$

Ainsi chaque année on somme les différents flux de trésorerie définis précédemment pour obtenir les cash-flows annuels.

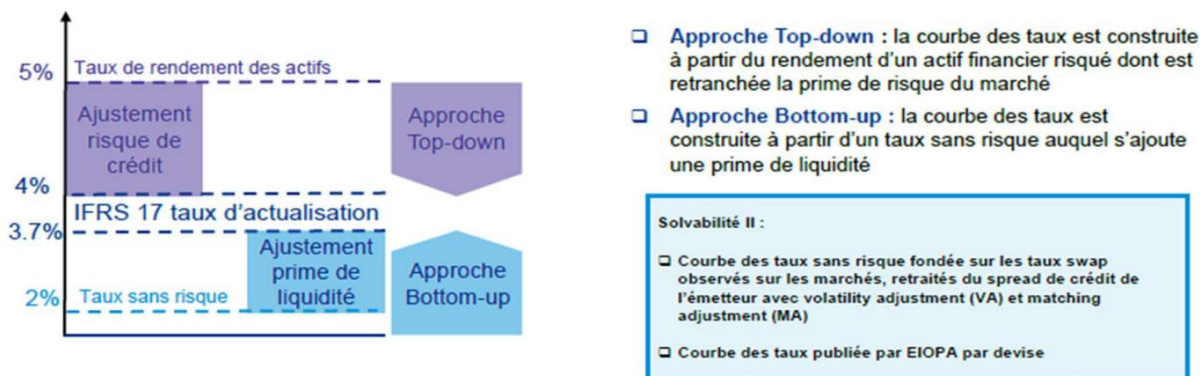
1.2.5.3.3 Détermination du taux d'actualisation

La norme ne fournit pas de directives détaillées quant à la façon de déterminer la courbe mais précise que celle-ci :

- Doit être cohérente avec le marché, et
- Ne doit refléter que les caractéristiques des passifs d'assurance

Les deux approches proposées sont des modalités pratiques pour estimer cette courbe.

Figure 30 : Taux d'actualisation utilisés sous IFRS 17



1.2.5.3.4 Multiplicité des courbes des taux

- Aucune prescription n'est faite sur la maille de définition du taux d'actualisation
- La courbe des taux diffère selon le mode de comptabilisation retenu et la nature des contrats :

Figure 31 : Les taux d'actualisation utilisés dans les différentes approches

	VFA	BBA	PAA
Taux à l'initialisation	Taux moyen sur l'année d'émission du contrat		Taux constaté à la survenance du sinistre
Evaluation du BEL	Taux courant		
« Désactualisation » de la CSM	Taux courant	Taux historique	Taux constaté à la survenance du sinistre

1.2.5.4 RA

Le risk adjustment correspond au montant que l'assureur demande pour supporter l'incertitude inhérente au fait que les règlements réels dépassent les règlements attendus.

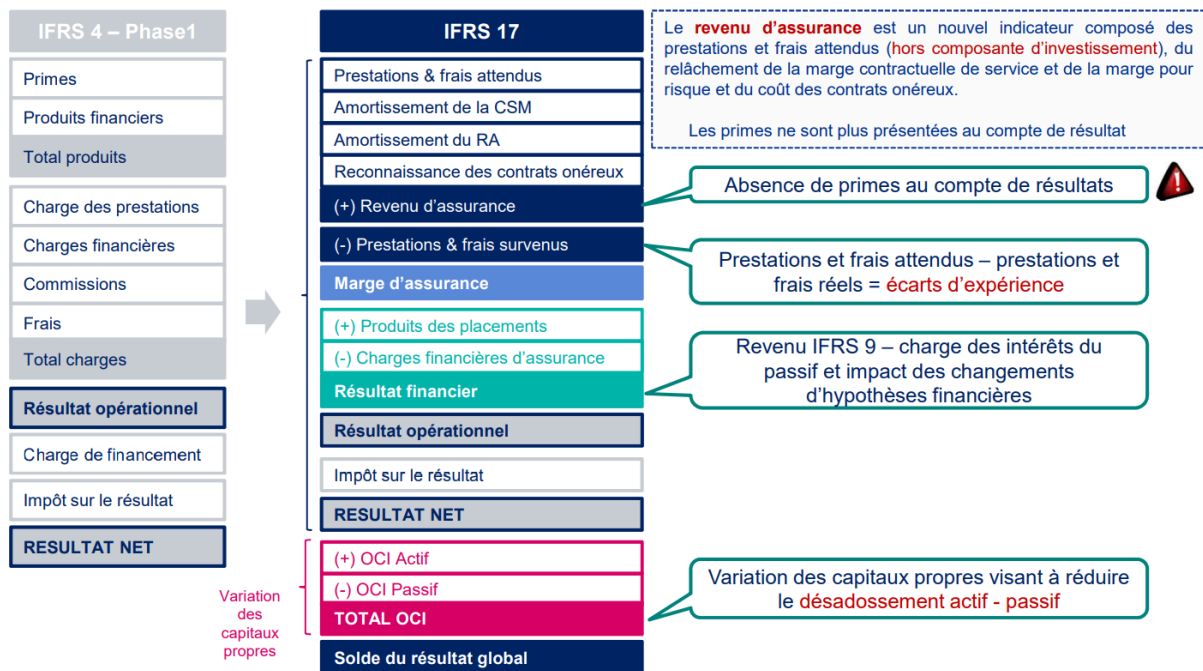
Figure 32 : Comparaison de la marge pour risque sous IFRS 17 et sous Solvabilité 2

	IFRS 17	Solvabilité 2
Approche	Pas de prescription, exemples donnés : approche par quantile, Tail VaR et coût du capital	Coût du capital avec capital basé sur certains modules du SCR et coût à 6%.
Niveau de mutualisation	Pas de prescription	Entité légale
Risques couverts	Risques nn financiers, hors risques opérationnels liés aux transactions futures	Réserve, Prime, Défaut des réassureurs, Opérationnel
Présentation au bilan	Brut et cession séparés	Net de réassurance au passif
Informations à donner en annexe	Niveau de confiance (quantile) auquel correspond la marge pour risque déterminée	Pas d'exigence

1.2.5.5 Compte de résultat d'une entité d'assurance

La norme IFRS 17 modifie non seulement le rythme de reconnaissance des résultats de l'activité d'assurance mais également leur présentation, impliquant une refonte des indicateurs de pilotage et de la communication financière.

Figure 33 : Compte de résultat sous IFRS 17



1.2.5.6 L'option OCI

1.2.5.6.1 Principes généraux

- Le compte de résultat affiche les variations de la valeur comptable du groupe de contrats d'assurance liée aux effets:
 - De changements de taux d'actualisation
 - De changements d'hypothèses financières
- Deux options comptables sont possibles :
 - Comptabilisation de la totalité des revenus et charges financières d'assurance en P&L OU
 - Comptabilisation d'une partie en P&L et le reste en capitaux propres, via l'OCI (Other Comprehensive Income)
- Création d'un compte « tampon » au sein des capitaux propres, l'OCI, permettant de limiter la volatilité du résultat

1.2.5.6.2 Côté Actif

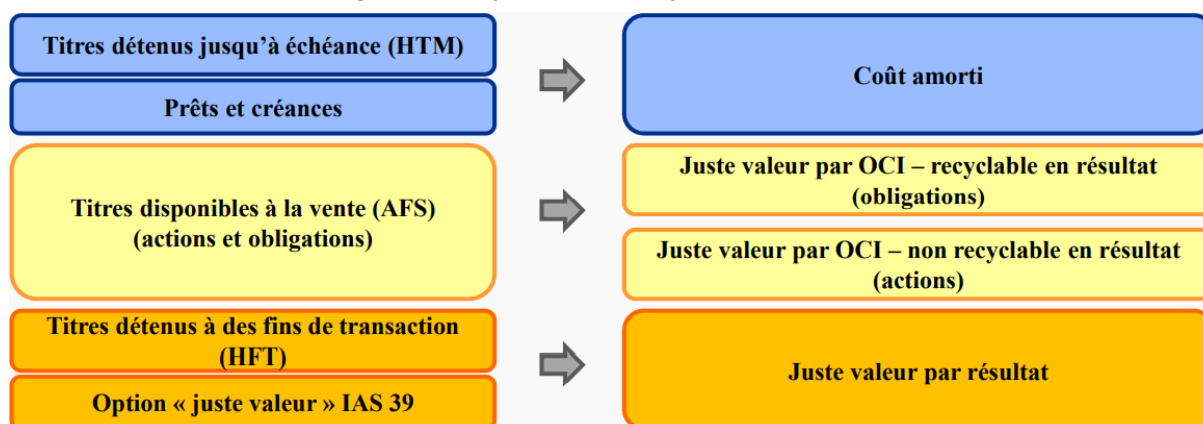
La norme qui s'applique aux contrats d'assurance pour la comptabilisation des actifs est la norme IFRS 9 qui introduit des évolutions importantes par rapport à l'ancienne norme IAS 39. Elle a été introduite le 01 Janvier 2018, mais son application est optionnelle, elle ne sera obligatoire qu'à l'entrée en vigueur de la norme IFRS 17.

Il y a trois méthodes de comptabilisation des actifs :

- Comptabilisation en coût amorti
- Comptabilisation en juste valeur par résultat
- Comptabilisation en juste valeur par les autres éléments du résultat (OCI)

Sous IFRS 9, la variation de juste valeur de certains actifs est comptabilisée en contrepartie des capitaux propres, via l'OCI.

Figure 34 : Comptabilisation en Option OCI sous IFRS 17



Par exemple les obligations détenues jusqu'à échéance ou les obligations dont l'objectif économique est de percevoir les flux de trésorerie contractuels rentrent dans la catégorie des prêts et créances ou des actifs détenus jusqu'à échéance. Ils requièrent donc une évaluation au coût amorti. Les actifs financiers dérivés autonomes comme par exemple les swaps nécessitent une évaluation en juste valeur par résultat. Les actions dont l'objectif économique est la spéculation nécessitent une évaluation en juste valeur par OCI.

La méthode de dépréciation des actifs concerne les instruments de dette et s'effectue sur les trois niveaux suivants :

- On comptabilise dès le début, les pertes de crédit (Expected Credit Loss) attendues sur l'année
- Si le risque de crédit augmente au cours de l'année, on déprécie les actifs des pertes attendues liées à l'évolution du risque sur la durée de vie totale de l'actif
- Enfin si une indication objective suggère une dépréciation, on comptabilise cette perte attendue sur la durée de vie de l'actif

L'Expected Credit Loss correspond à la valeur actuelle des insuffisances de paiements futurs calculée sur une base probabilisée et suivant les conditions économiques à venir. IFRS 9 tend à obtenir moins de volatilité dans le résultat grâce à de nouvelles méthodes de comptabilisation des valeurs temps et des reports des contrats à terme.

1.2.6 Zoom sur l'approche VFA

1.2.6.1 Condition d'application

Obligation d'utiliser l'approche VFA pour les contrats d'assurance avec participation directe, c'est-à-dire les contrats remplissant les conditions suivantes :

Tableau 29 : Conditions d'application de l'approche VFA sous IFRS 17

Critères normatifs	Description
Substance du contrat	Contrat qui constitue, en substance, un contrat pour des services liés à l'investissement, dans lesquels l'entité promet un rendement en fonction d'éléments sous-jacents.
Critère 1	Existence, dans les modalités contractuelles, d'un droit du titulaire à une part d'un portefeuille d'éléments sous-jacents clairement défini.
Critère 2	Versement d'une part substantielle du rendement obtenu sur la JV des éléments sous-jacents.
Critère 3	Variation des sommes versées attribuées dans une proportion substantielle à la variation de la JV des éléments sous-jacents.

- Par extension de la Norme, la VFA s'applique aux contrats d'investissement avec participation discrétionnaire
- Non applicable aux traités de réassurance émis ou détenus

1.2.6.2 Description

- Dans le cas de contrats participatifs directs, on peut considérer que le service rendu à l'assuré est la gestion pour son propre compte des éléments sous-jacents (puisqu'il en reçoit une part substantielle). Les flux de trésorerie de ces contrats varient en fonction de la performance d'éléments sous-jacents, par exemple des actifs financiers. Ainsi les traitements de variation d'hypothèse vont connaître des adaptations pour refléter l'économie du contrat
- Une augmentation de la valeur des actifs sous-jacents se traduit par une augmentation de l'obligation envers les assurés (traduite dans la variation du RA et du BE) et une augmentation de la variable fee (part de l'entité d'assurance dans la juste valeur des actifs sous-jacents) qui va impacter la CSM



La variable fee et l'impact des variations des autres hypothèses financières vont en CSM.

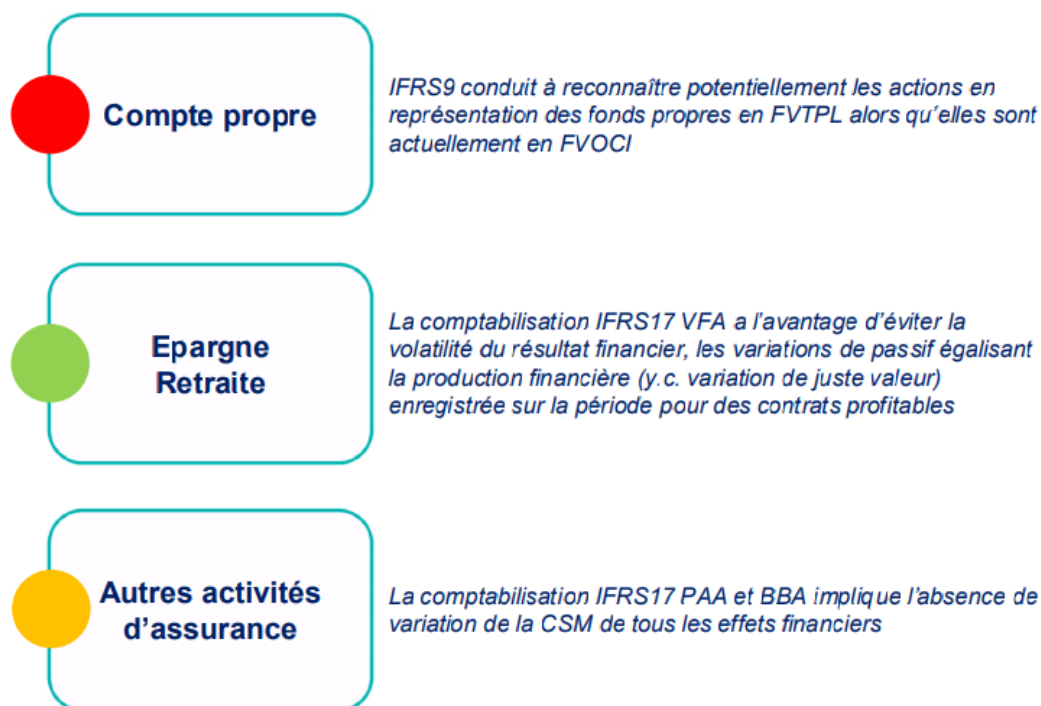
L'impact des variations d'hypothèses sur les services futurs ou courants et passés sont gérés comme dans le modèle général.

- Les modalités d'application de la méthode VFA permettent de neutraliser les distorsions comptables dans le compte de résultat liées à des règles de comptabilisation différentes des passifs d'assurance et des éléments d'actifs sous-jacents (option OCI en VFA)

1.2.7 Principaux enjeux ALM

1.2.7.1 Impact des deux normes sur les différents types de passif

Figure 35 : Principaux enjeux des normes IFRS 9 et IFRS 17 sur les passifs d'assurances



1.2.7.2 Interactions actif-passif en Epargne Retraite

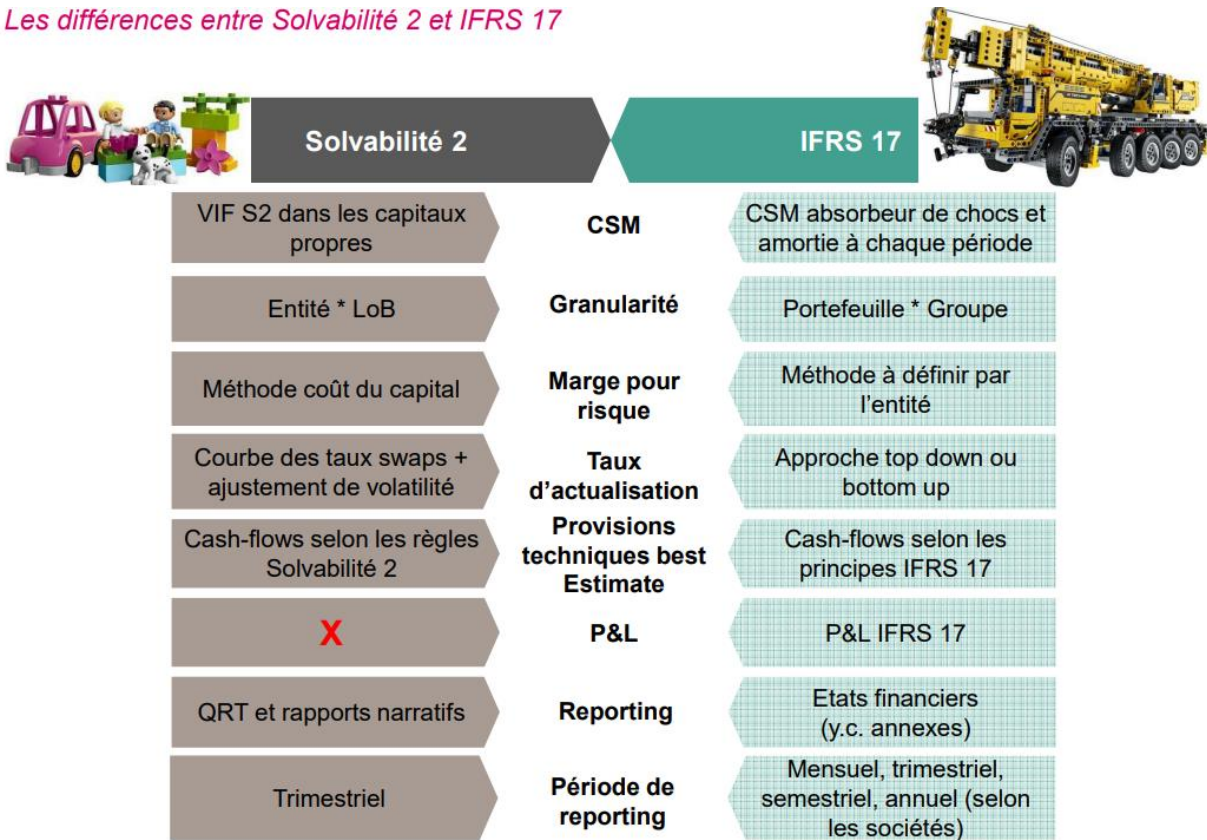
Tableau 30 : Impacts des valorisations sur le P&L et l'actifs net sous IFRS 17

Comptabilisation de l'actif	Comptabilisation du passif	P&L	Actifs net
Coût amorti	OCI	Stable	Instable
Juste valeur – P&L	OCI	Instable (modèle BBA)	Stable
Juste valeur – OCI	OCI	Stable	Stable
Coût amorti	P&L	Instable	Instable
Juste valeur – P&L	P&L	Stable (mais volatilité du fait des écarts de durée actif/passif et de la désactualisation de la CSM aux taux historique pour la BBA)	Instable
Juste valeur – OCI	P&L	Instable	Stable

1.2.8 Conclusion

Figure 36 : Les différences entre Solvabilité 2 et IFRS 17

Les différences entre Solvabilité 2 et IFRS 17



- La norme IFRS 17 réclame un investissement majeur de la part des acteurs, investissement humain, informatique, organisationnel, financier et stratégique
- Les différents choix possibles pour la mise en œuvre de la norme sont susceptibles d'impacter l'évolution du résultat de façon significative (granularité, modèles comptables, courbe des taux, frontière des contrats et options OCI en particulier)
- Un rapprochement des fonctions actuarielle, comptable et contrôle de gestion peut paraître nécessaire
- La gestion de la transition est particulièrement importante dans l'évolution des résultats futurs

1.2.8.1 Les enjeux du projet IFRS 17

Nouveaux calculs actuariels

- Approche prospective pour les estimations
- Nouvelle granularité des données au sein des modèles (input et output)
- Nouveaux calculs : CSM, RA
- Nouveaux besoins de stockage : taux d'actualisation, historique de CSM ...
- Volumétrie des projections
- Impacts sur les outils comptables et de pilotage

Nouveau modèle comptable

- Nouvelle présentation des états financiers et nouveau plan de compte
- Différents modèles d'évaluation alimentant le compte de résultat
- Articulation IFRS17 / IFRS9
- Production multinorme intégrée
- Analyse et justification des écarts internormes : lien comptes sociaux / IFRS17 / SII
- Réduction des délais

Nouvelle communication financière & impacts stratégiques

- Nouveau profil d'émergence des résultats et de nouveaux soldes intermédiaires de gestion / indicateurs plus complexes à appréhender
- De nouveaux besoins de pilotage des résultats et de l'activité
- Des impacts sur la conception des produits d'assurance et leur tarification afin d'éviter les contrats onéreux

Modélisation ALM

2 Modélisation ALM

Dans cette partie, nous allons présenter la structure et les étapes pour construire un modèle ALM proxy. Nous allons ainsi présenter le modèle ALM mis en place pour la génération des cash-flows servant aux calculs des BEL. Ces données vont servir comme input du modèle d'estimation.

L'objectif étant de calculer une provision Best Estimate, nous déterminons par le biais de notre modèle, les flux de trésorerie futurs dans différents scénarios. Les flux sortant concernés sont les montants liés aux prestations dues à un rachat total ou partiel de l'épargne sur les fonds. Nous considérons que nous sommes en situation de run-off et qu'aucun versement libre futur n'est pris en compte. Ainsi, aucun flux de trésorerie entrant ne sera pris en compte.

Les sorties de ce modèle serviront également à :

- La génération des sensibilités des BEL par rapport aux principaux facteurs de risque, ce qui va nous permettre de construire notre base d'apprentissage du modèle de réplcation de BEL, ainsi qu'à la détermination des autres éventuels paramètres à intégrer dans les modèles
- La réalisation des tests de validation du modèle de réplcation du BEL
- La mise en place des analyses de mouvement qui serviront dans un second temps à la détermination de la CSM et à l'alimentation du P&L IFRS 17

2.1 Générateurs de scénarios économiques

Le générateur de scénarios économiques (GSE) est un outil permettant de projeter des grandeurs économiques (financières et/ou macroéconomiques) selon des modèles de diffusion sur une durée déterminée. Notre but est de développer un GSE permettant de diffuser des facteurs de risque sélectionnés dans l'univers monde risque neutre entre $t = 1$ et $t = 10$.

En effet, nous aurons besoin que de générer des scénarios en monde risque neutre, car dans notre approche, nous effectuerons dans un premier temps des chocs instantanés unitaires et croisés aux facteurs de risque sélectionnés. Puis, pour chaque sensibilité (choc instantané unitaire ou croisé appliqué à $t=0$), le bilan est projeté selon le modèle de projection des flux en risque neutre selon 10 "simulations secondaires" générés par le GSE.

2.1.1 Monde risque neutre

La mesure risque neutre résulte du postulat selon lequel tous les investisseurs sont indifférents au risque. Le rendement espéré de tout actif est alors égal au taux sans risque et aucune prime de risque n'est attribuée. Cette hypothèse d'indifférence au risque n'est pas réaliste, et le monde risque neutre ne peut pas s'interpréter dans la réalité des marchés financiers. Elle permet seulement d'introduire un monde virtuel où la valorisation d'un produit financier ou d'un engagement est beaucoup plus simple du fait que l'actualisation des flux futurs peut être effectuée au taux sans risque.

Un univers de probabilités risque neutre, lorsque l'on est dans une logique d'évaluation : dans ce cas, tous les actifs ont une performance moyenne égale au taux sans risque (les primes de risque sont nulles), ce qui permet de réaliser des évaluations en actualisant les flux futurs au taux sans risque. En outre, pour garantir une évaluation cohérente avec les prix observés sur les marchés, les modèles doivent être calibrés à partir de ces prix de marché.

En monde risque neutre nous calibrons les modèles de diffusion sur les prix de marché afin de répliquer au mieux les anticipations des agents économiques. Dans notre cas, la projection en monde risque neutre se fait après une projection pour les chocs de sensibilité : les modèles de diffusions en monde risque neutre seront donc calibrés conditionnellement aux résultats de la projection après les chocs de sensibilité.

Pour la modélisation des facteurs de risque en monde risque neutre, nous nous plaçons dans le cadre des hypothèses suivantes :

- Absence d'opportunité d'arbitrage
- Absence de coûts de transaction et égalité des prix à l'achat et à la vente
- Divisibilité des actifs à l'infini
- Aucune contrainte sur les quantités d'actifs vendus ou achetés pour assurer la couverture dynamique des options
- Prêts et emprunts au même taux
- Liquidité du marché : il existe des acheteurs et des vendeurs pour tous les titres du marché
- Vente à découverte sans pénalités, ni contraintes

La directive précise que l'évaluation des provisions techniques doit être cohérente avec le marché, c'est-à-dire que les modèles doivent pouvoir reproduire les prix observés sur les marchés financiers. On doit donc calibrer les GSE sur ces prix. On parle alors de calibrage Market Consistent. Les actes délégués apportent la précision que le GSE doit satisfaire les trois conditions suivantes (paragraphe 3 de l'article 22) :

- il génère des prix d'actifs cohérents avec les prix des actifs observés sur les marchés financier
- il ne suppose aucune opportunité d'arbitrage
- le calibrage des paramètres et des scénarios est cohérent avec la courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA

A noter : Ce modèle est calibré sous R et Excel.

2.1.2 Modèle de Vasicek standard

On se place dans un espace de probabilité filtré (Ω, F, F, P) avec $F = (F_t)_{0 \leq t \leq T}$ la filtration du mouvement brownien standard. On suppose que P est la probabilité risque neutre. Le modèle de Vasicek standard présente plusieurs avantages pour la modélisation de la courbe des taux. En effet, il permet d'obtenir l'expression analytique de la courbe des taux. Ce modèle ne pose pas de problèmes particuliers pour sa calibration.

La dynamique du modèle de Vasicek est donnée par l'équation (2.1) sous la probabilité risque neutre.

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t \quad (2.1)$$

Avec a , b et σ des constantes strictement positives. Le paramètre a représentant la force de retour à la valeur d'équilibre b et σ la volatilité.

Supposons que le logarithme du prix du zéro coupon $P(t, T)$ est une fonction du taux spot tel que présenté par l'équation suivante (2.2).

La solution de cette EDS est :

$$r(t) = r(0)e^{-at} + b^Q(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{as} dW_s. \quad (2.2)$$

Le prix des zéro-coupons est alors :

$$P(t, T) = E^Q(e^{-\int_t^T r(s)ds}) = \exp(A(t, T) - B(t, T)r(t)) \quad (2.3)$$

En supposant que le prix du risque est nul. Ces hypothèses conduisent au système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} A'(x) = (ab - \lambda\sigma)B(x) + (\sigma^2/2)B(x)^2 \\ B'(x) = -aB(x) - 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec : $A(0) = 0$ et $B(0) = 0$.

Ce système a les solutions suivantes :

$$A(x) = \left(\frac{1 - e^{-ax}}{a} - x\right)R_\infty - \frac{\sigma^2}{4a^3}(1 - e^{-ax})^2 \quad (2.5)$$

$$B(x) = -\frac{1 - e^{-ax}}{a} \quad (2.6)$$

Où $R_\infty = b - \frac{\sigma^2}{2a^2}$

La courbe des taux est donc sous la forme :

$$R(t, T) = R_\infty - (R_\infty - r_t) \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a(T-t)} + \frac{\sigma^2}{4a^3(T-t)}(1 - e^{-a(T-t)})^2 \quad (2.7)$$

Cette formule produit le taux instantané lorsque la maturité tend vers 0 et R_∞ s'interprète comme le taux de très long terme.

$$\begin{cases} R(t, t) = \lim_{T \rightarrow t} R(t, T) = r(t) \\ \lim_{T \rightarrow \infty} R(t, T) = R_\infty \end{cases} \quad (2.8)$$

L'espérance et la variance du taux sont :

$$\begin{cases} E(r(t)) = r(0)e^{-at} + b(1 - e^{-at}) \\ Var(r(t)) = \sigma^2(1 - e^{-2at})/2a \end{cases} \quad (2.9)$$

2.1.2.1 Discrétisation et calibrage

On a :

$$r_{t+1} = r_t e^{-a} + b(1 - e^{-a}) + \varepsilon \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}} \quad (2.10)$$

L'estimation des paramètres s'effectue à travers une régression linéaire :

$$r_{t+1} = \beta r_t + \alpha + \varepsilon \delta \quad (2.11)$$

Pour revenir au modèle initial de Vasicek, les coefficients estimés sont transformés.

La vitesse de retour à la moyenne est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \beta &= e^{-a} \\ a &= -\ln(\beta) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Le taux d'inflation est déterminé par :

$$\alpha = b(1 - e^{-a}) = b(1 - \beta) \quad (2.13)$$

$$b = \frac{\alpha}{1 - \beta} \quad (2.14)$$

L'écart-type est calculé par :

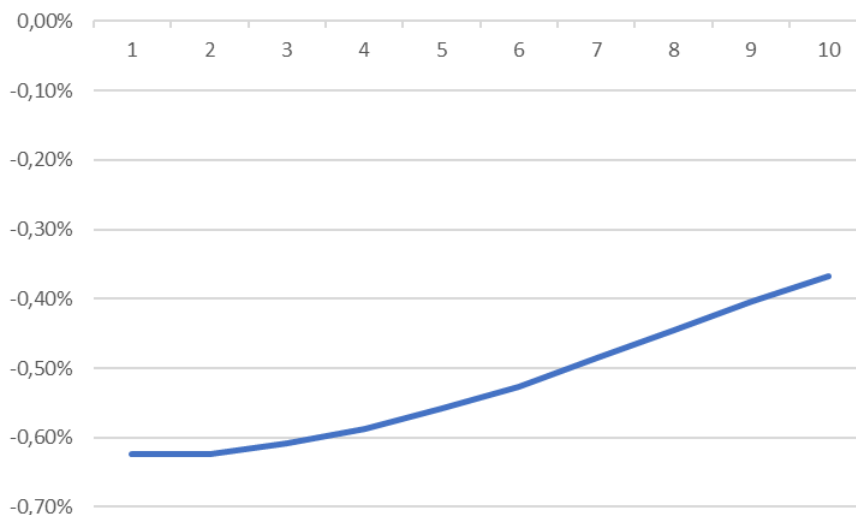
$$\sigma = \frac{\delta}{\sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}}} \quad (2.15)$$

R^∞ peut être interprété comme l'Ultimate Forward Rate (UFR) il ne dépend pas du taux spot.

2.1.2.2 Mise en place du modèle

La courbe des taux de référence utilisée dans pour calibrer notre modèle est l'EIOPA sans risque de 31/12/2020.

Figure 37 : Courbe des taux sans risque EIOPA 31/12/2020

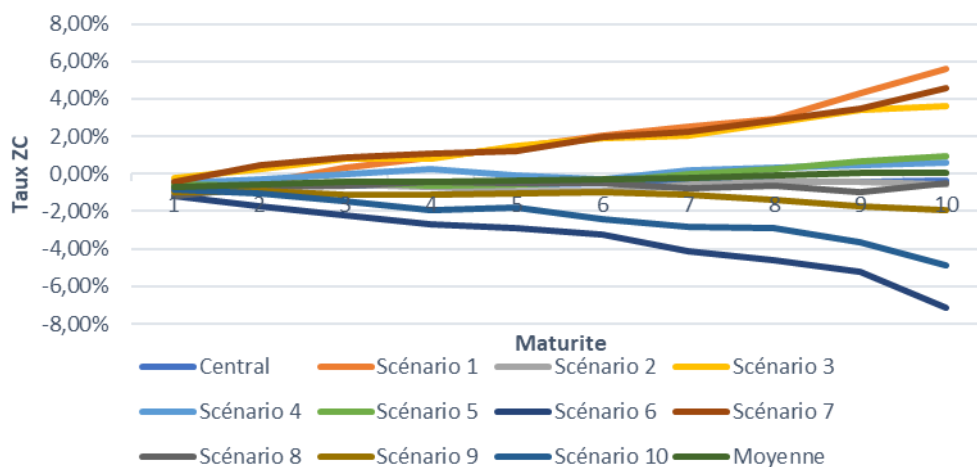


Rappelons que l'horizon de projection de notre étude est de 10 ans.

Tableau 31 : Paramètres estimés du modèle de Vasicek

a	b	σ
-0,183	-0,697	0,005

Figure 38 : Scénarios des Taux générés par le modèle Vasicek



Les taux simulés sont compris entre -8% et 5%. ce qui est raisonnable dans un contexte de taux durablement bas.

Ce modèle présente plusieurs avantages :

- la distribution est connue et facile à manipuler (gaussienne)
- les formules sont explicites pour les obligations et taux zéro-coupon et donc la simulation est aisée
- la génération des taux négatifs, car nous sommes actuellement dans un contexte des taux durablement bas

2.1.3 Modèle de la volatilité implicite

Dans le monde risque neutre, la volatilité implicite sera considérée constante et égale à sa valeur obtenue à $t = 1$ grâce à la diffusion en monde réel. Cette volatilité sera un paramètre du modèle de la diffusion des actions.

2.1.4 Modèle de Black-Scholes

Ce modèle présente l'avantage de fournir des formules fermées d'évaluation facilitant la résolution numérique.

Le modèle repose sur plusieurs hypothèses :

- Le prix de l'actif sous-jacent suit un mouvement brownien avec une volatilité constante
- Il y a Absence d'Opportunités d'Arbitrage (AOA)
- Il est possible d'effectuer des ventes à découvert
- Il n'existe pas de coûts de transaction
- Il existe un taux d'intérêt sans risque, connu à l'avance et constant
- Tous les sous-jacents sont parfaitement divisibles

Dans le cadre du modèle Black & Scholes, la dynamique des actions en monde risque neutre est donnée par :

$$dS_t = S_t(r_t dt + \sigma dB_t^{a,Q}) \quad (2.16)$$

Sous la probabilité risque neutre Q .

- σ : est la volatilité implicite qui est supposée constante
- r_t : est le taux sans risque
- $B_t^{a,Q}$: est un mouvement brownien sous la probabilité risque neutre

On a choisi de modéliser les dividendes des actions à l'aide du modèle de Black et Scholes.

2.1.4.1 Black et Scholes à dividendes discrets

Dans ce modèle, le dividende se détache à chaque fin de période, entraînant une baisse du cours de l'action égale à la valeur de ce dernier. En d'autres termes, l'évolution du cours de l'action est la suivante :

$$S_{t+1} = (1 - c)S_t \exp\left(\int_t^{t+1} r_u du - \sigma^2/2 + \sigma(\rho(W_{t+1}^1 - W_t^1) + \sqrt{1 - \rho^2}(W_{t+1}^2 - W_t^2))\right) \quad (2.17)$$

Où ρ représente la corrélation linéaire entre les taux et les actions, c le taux de dividende, W_t^1 le mouvement brownien associé au taux court et W_t^2 l'aléa des actions.

Le dividende versé est calculé comme :

$$Div_{t+1} = \frac{c}{1 - c} S_{t+1} \quad (2.18)$$

Ainsi, tout en restant très simple, le cours de l'action généré produit des dividendes, qui seront gérés dans le modèle de gestion. Bien que les cours d'actions ne soient pas représentés de façon réaliste par ce modèle (accroissements gaussiens, absence de saut, etc.), il a été retenu pour sa simplicité d'utilisation.

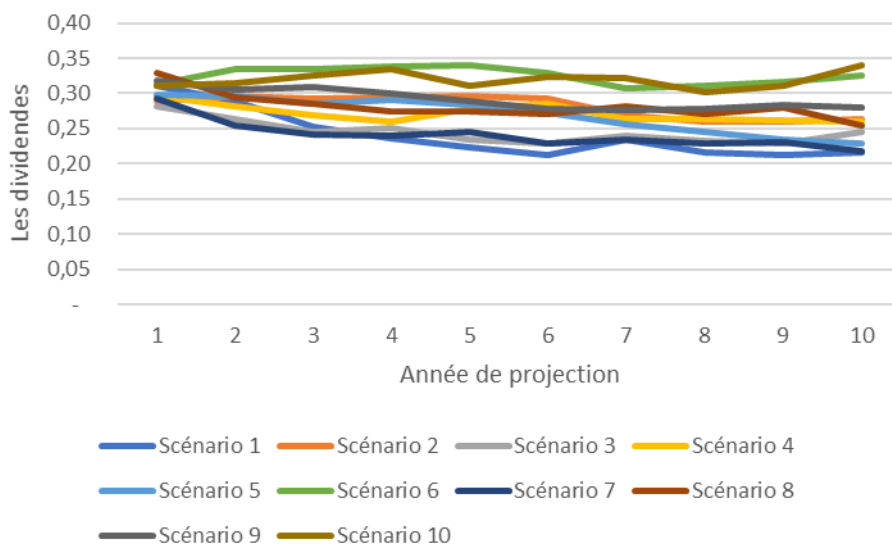
Les paramètres du modèle

Tableau 32 : Paramètres estimés du modèle de Black & Scholes à dividendes discrets

σ	ρ	c	S_0
3%	0%	1%	30

On a choisi d'utiliser les corrélations de la formule standard dans Solvabilité 2 qui est égale à 0 entre les taux et les actions.

Figure 39 : Les scénarios Taux de dividendes générés par le modèle de Black & Scholes à dividendes discrets



2.1.4.2 Black & Scholes avec corrélation aux taux d'intérêt

Le modèle de Black et Scholes avec corrélation au modèle de taux d'intérêt permet de se rapprocher au plus près de la réalité en tenant compte des corrélations existantes entre les différents actifs et donc entre les différents mouvements browniens entrant en jeu dans l'évolution des actifs. Comme nous l'avons dit précédemment, nous raisonnons en univers risque neutre. Ainsi, tout actif a le même rendement espéré : le taux sans risque.

Nous tenons compte de la corrélation entre les taux courts et le cours des actions en utilisant la décomposition de Cholesky qui permettra de corréler les dynamiques des taux et du prix de l'action avec un coefficient de corrélation ρ . Nous obtenons la solution suivante dans l'univers risque neutre

$$S(t) = S_0 \exp((r(t) - Div_t - \sigma^2/2)t + \sigma \rho W_t^1 + \sigma \sqrt{1 - \rho^2} W_t^2) \quad (2.19)$$

Avec W_t^1 et W_t^2 des mouvements browniens indépendants.

On a opté au choix de ce modèle pour la génération de scénarios des actions.

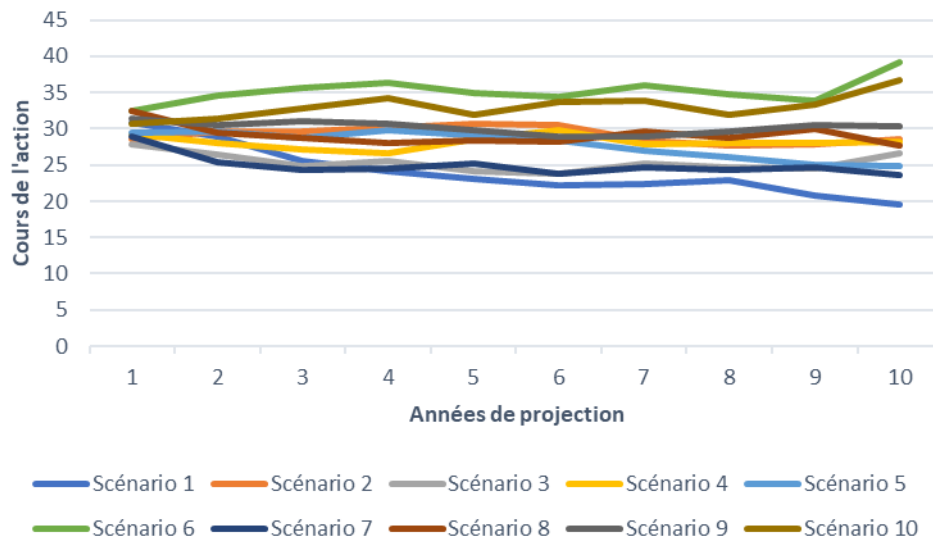
Les paramètres du modèle

Tableau 33 : Paramètres estimés du modèle de Black & Scholes avec corrélation aux taux d'intérêt

σ	ρ	S_0
3%	0%	30

Les dividendes utilisés sont ceux générés par le précédent modèle.

Figure 40 : Les scénarios VM Action générés par le modèle de Black & Scholes avec corrélation aux taux d'intérêt



2.1.4.3 Avantages et inconvénients du modèle :

Ce modèle repose sur des hypothèses assez restrictives, notamment la continuité des trajectoires, la volatilité constante et la log-normalité des rendements. Or l'évolution du cours des actions peut présenter des sauts, dus à l'arrivée discontinue d'informations. La volatilité n'est pas constante mais suit comme le cours de l'action, un processus stochastique. Malgré ces inconvénients, le mouvement brownien géométrique est très simple d'implémentations et ses paramètres sont facilement estimables. Il reste largement le modèle le plus utilisé sur le marché.

2.1.5 Modèle Immobilier

Afin d'obtenir un modèle risque neutre, c'est-à-dire dont les prix et revenus actualisés sont des martingales, le modèle est une construction en cascade :

1. le point de départ est le modèle de taux
2. on ajoute à ce modèle, un modèle dit d'excès (XS) d'espérance nulle. Cet excès va donner le rendement total de l'actif. Cette construction permet de garantir que les rendements totaux soient des martingales
3. Pour obtenir des loyers, on ajoute un troisième modèle qui donne les taux de loyer de. Le prix de l'actif est obtenu par différence du modèle de dividende et celui du rendement total

Au-delà des martingales, cette construction permet de ne poser aucune condition sur le modèle des taux nominaux et rend donc celui-ci compatible avec tous les modèles de taux. Le GSE qui utilise ce système peut donc être vendu comme un outil en module où chaque utilisateur pourra sélectionner les modèles qui lui conviennent.

1.1.1.1.1 Le modèle XS

Il s'agit du modèle où l'excès est un bruit gaussien. Le rendement total est exprimé en fonction du taux court $r(t)$.

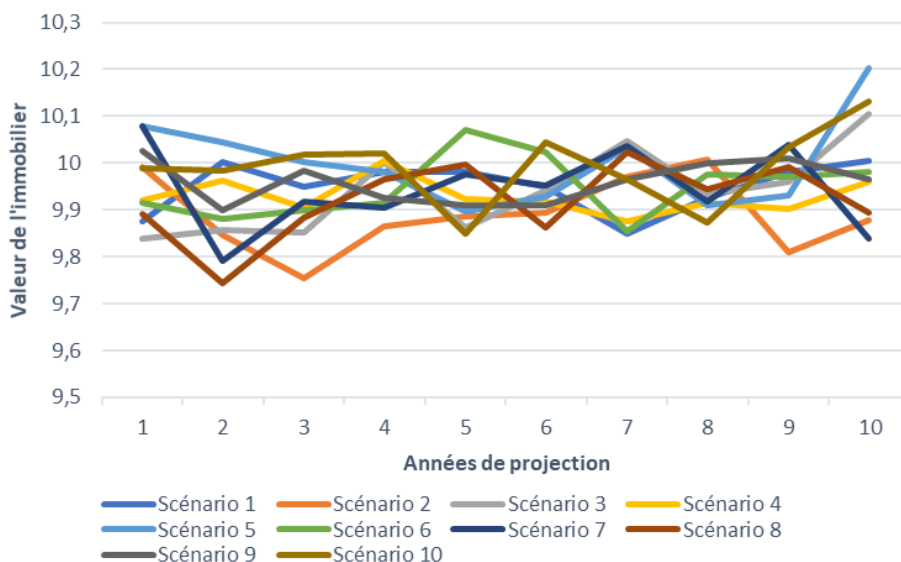
$$d \ln P(t) = (r(t) - \sigma^2/2)dt + \sigma dB_t^Q \quad (2.20)$$

Les paramètres du modèle

Tableau 34 : Paramètres estimés du modèle XS Immobilier

σ	P_0
2%	10

Figure 41 : Les scénarios VM Immobilier générés par le modèle XS avec corrélation aux taux d'intérêt



2.1.6 Modèle des rachats

Le facteur de risque s'interprète comme le résultat de 2 types de rachat conceptuellement différents (rachat conjoncturel et rachat structurel). Le rachat conjoncturel est dérivé essentiellement par les taux servis par la concurrence modélisé dans notre modèle ALM. Toutefois, le rachat structurel est déduit d'une table d'expérience sur le portefeuille de contrats reflétant un comportement propre à l'assuré indépendamment de la conjoncture économique. Une explication plus détaillée de ces deux composantes sera abordée dans le chapitre suivant.

2.1.6.1 Rachats structurels

Pour déterminer une distribution aléatoire de la loi de rachat structurel, on recourt à un historique retraité d'une compagnie d'assurance commercialisant des contrats d'épargne euros et faisant partie des clients d'Exiom Partners. L'hypothèse d'une loi log-normale des taux de rachat structurels est retenue. Une méthode exhaustive est de considérer une loi aléatoire du taux de rachat structurel pour chaque année d'ancienneté. Ceci revient à calibrer un vecteur de variables aléatoires log-normales. Par simplification, nous décidons de calibrer une loi log-normale qui sera appliquée sur la loi de rachat structurel globale.

$$RS_{choqué} = \tau RS_{central} \quad (2.21)$$

- Avec $\log(\tau)$ suit la loi normale $N(\mu, \sigma)$.

L'historique retenu permet de calculer un taux de rachat structurel par an sur une période de 25 ans (de 1995 à 2020). La maximisation de la vraisemblance permet d'estimer les paramètres de la loi log-normale comme suit :

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{24} \left(\log \left(\frac{RS_{1996+i}}{RS_{1995+i}} \right) \right) \quad (2.22)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{24} \left(\log \left(\frac{RS_{1996+i}}{RS_{1995+i}} \right) - \mu \right)^2 \quad (2.23)$$

μ	σ
3,4%	1,2%

Ce type de rachat est indépendant de la situation économique et financière. Ainsi la variable déterminée ne sera pas corrélée aux autres facteurs de risque retenus dans le générateur de scénarios économiques.

Le taux de rachat structurel dépend essentiellement de la fiscalité et donc de l'ancienneté. Sachant que la fiscalité est moindre à partir de 8 ans d'existence du contrat, nous pouvons prévoir un pic de rachat au bout de 8 ans.

En effet, pour ce type de contrat, les rachats sont davantage pénalisants lorsqu'ils sont effectués avant huit ans d'ancienneté : les plus-values sont imposées soit par le biais de l'impôt sur le revenu soit par le biais de prélèvement libératoire. Si l'assuré rachète une partie ou la totalité de son contrat avant la quatrième année du contrat, le taux de prélèvement libératoire est de 35%. Si le rachat s'effectue entre la quatrième et huitième année, il s'élève à 15%. Pour un contrat de plus de huit ans d'existence, le prélèvement libératoire n'est plus que de 7,5% couplé à un abattement de 4600 euros par an (9200 dans d'autres cas). Il faut cependant compter aussi des prélèvements sociaux (CSG, CRDS, prélèvement social et RSA) qui s'appliquent (12,1%).

La courbe des rachats utilisée en fonction de l'ancienneté est la suivante :

Figure 42 : Les scénarios des rachats structurels

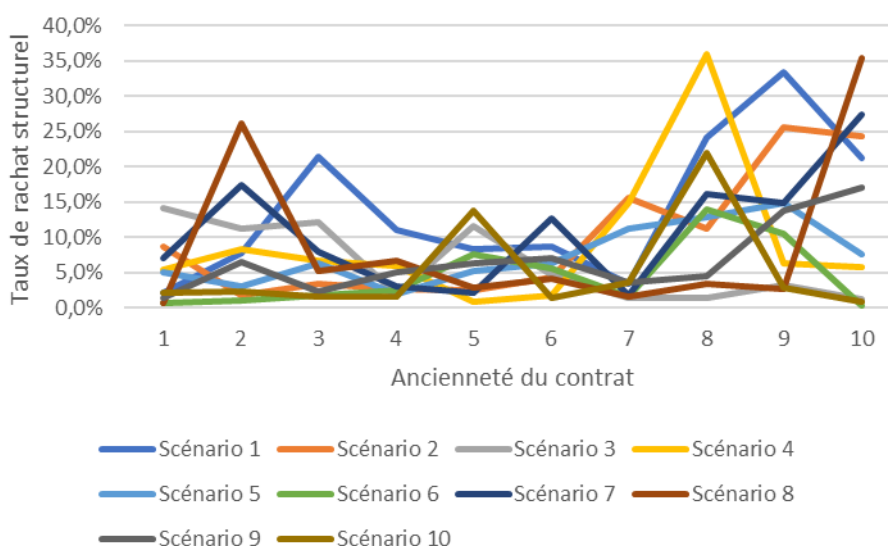
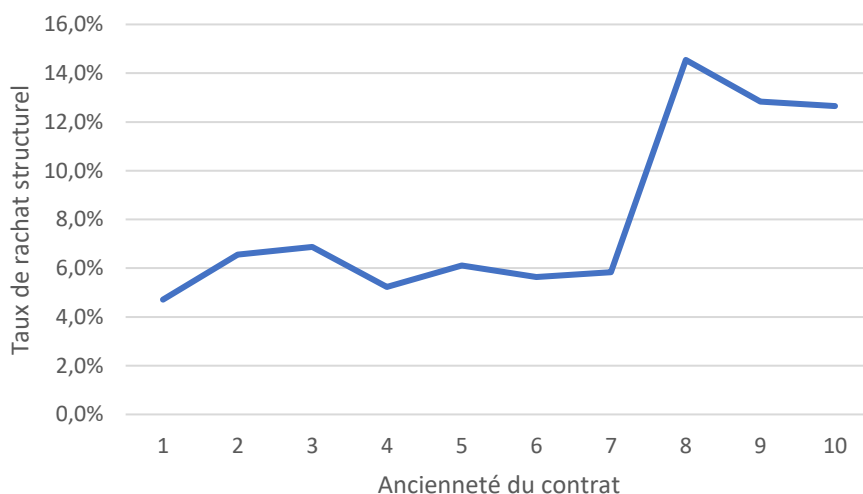


Figure 43 : Taux de rachats structurels moyen



On observe un pic de rachats structurels à partir de la huitième qui lié à l'effet de fiscalité. L'effet fiscalité est pris en compte à travers les taux de rachats centraux.

2.1.6.2 Rachats conjoncturels

Le taux de rachats conjoncturels est modélisé grâce au modèle donné par l'ACP dans les Orientations Nationales Complémentaires aux Spécifications Techniques (ONCST) pour le QIS 5. Le comportement de rachat conjoncturel dépend de l'écart entre le taux de revalorisation servi par l'assureur et le taux de marché observé.

Si le taux servi est inférieur au taux attendu, les assurés auront tendance à racheter plus que ne l'indique le taux de rachats structurels. A l'inverse, si les assurés se voient offrir un taux supérieur à leurs attentes, ils rachèteront moins que par le passé.

Nous prendrons comme taux attendu le moyen des taux OAT de maturité 10 ans sur les dernières 5 années, comme estimateur du taux attendu par les assurés.

$$Rachat_conjoncturel(T_{servi}, T_{moyen}) \begin{cases} RC_{max} & \text{si } T_{servi} - T_{moyen} < \alpha \\ RC_{max} \frac{(T_{servi} - T_{moyen} - \beta)}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < T_{servi} - T_{moyen} < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < T_{servi} - T_{moyen} < \gamma \\ RC_{min} \frac{(T_{servi} - T_{moyen} - \gamma)}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < T_{servi} - T_{moyen} < \delta \\ RC_{min} & \text{si } T_{servi} - T_{moyen} > \delta \end{cases} \quad (2.24)$$

- α est le seuil en-deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à RC_{max} . Dans ce cas là, ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés
- β et γ sont respectivement les seuils d'indifférence à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces 2 seuils, le comportement de l'assuré n'est pas modifié
- δ est le seuil en-delà duquel la diminution du taux de rachat structurel est constante et fixée à RC_{min} . Dans ce cas, ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés

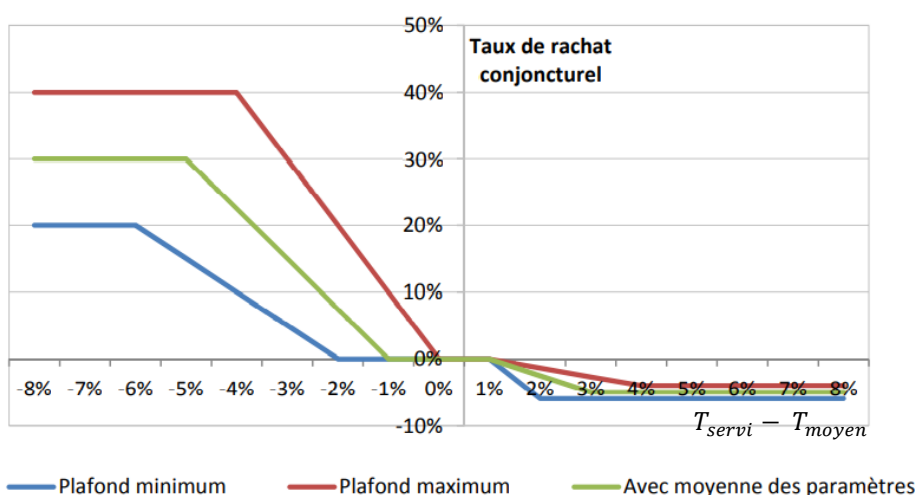
Les ONCST préconisent ainsi d'utiliser cette fonction avec des paramètres bornés. Nous prendrons la moyenne de ces paramètres pour notre modélisation.

Figure 44 : Paramètres du modèle des rachats conjoncturels

Assuré	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
Plafond supérieur	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond inférieur	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%
Moyenne	-5%	-1%	1%	3%	-5%	30%

D'après ces valeurs, nous pouvons tracer les trois courbes dans le graphique suivant :

Figure 45 : Lois des rachats conjoncturels définis par les ONCST



2.1.6.3 Rachats totaux

Ces deux taux seront additionnés de façon que le taux reste positif ou nul. Ainsi, pour le contrat i :

$$Rachat_Total = \min(1, \max(0, Rachat_Structural + Rachat_Conjoncturel(T_{servi}, T_{moyen}))) \quad (2.25)$$

Figure 46 : Calcul de taux des rachats

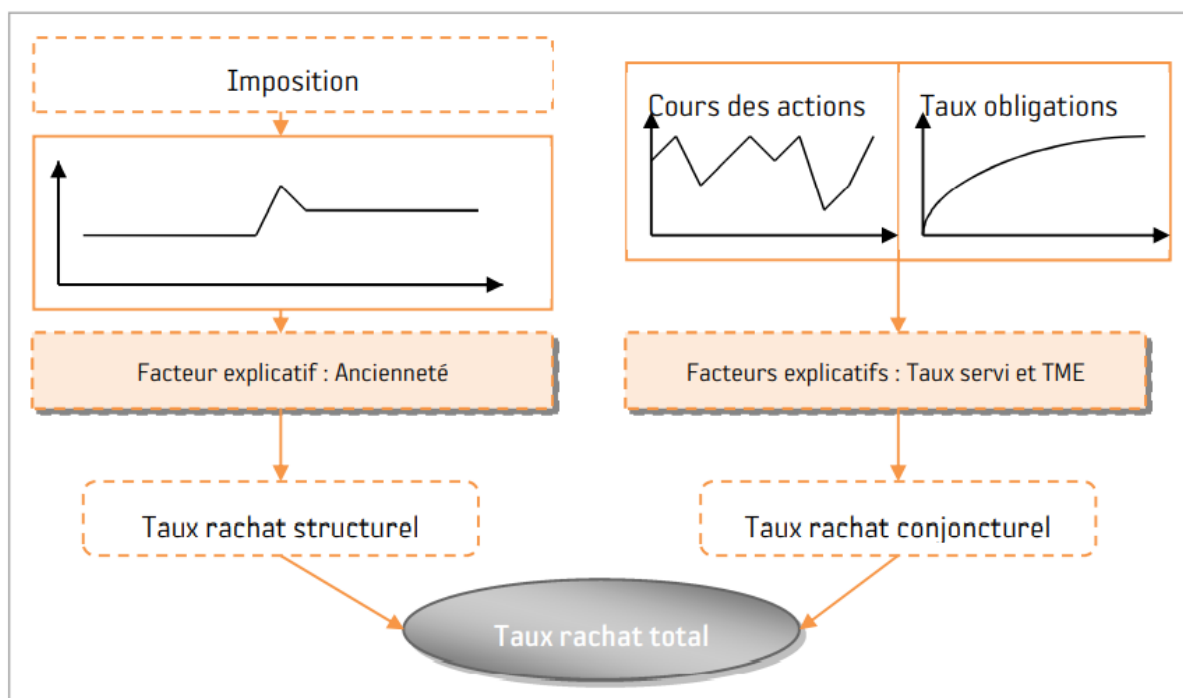
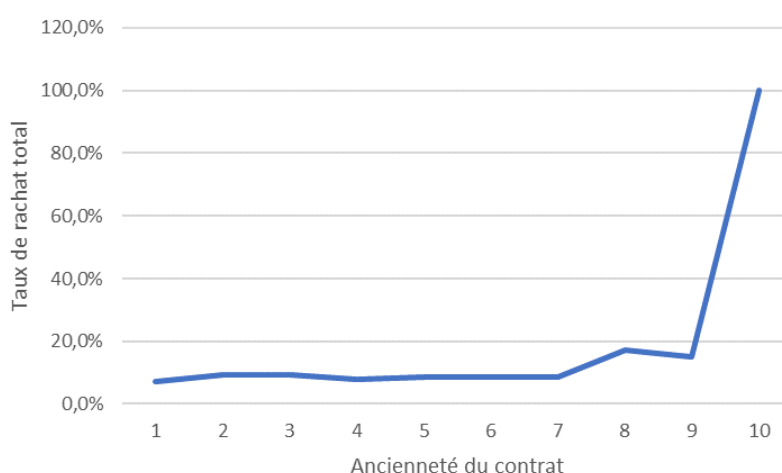


Figure 47 : Le taux moyen des rachats totaux



Le comportement des assurés est un point clé à prendre en compte pour l'assureur car il existe une forte interaction entre les rachats et le taux de revalorisation. En effet, si le taux servi par l'assureur est en dessous de leur attente, les assurés auront tendance à racheter. C'est pourquoi le taux de revalorisation doit prendre en compte le comportement des assurés.

A l'issue de la dixième année, on liquide tout le portefeuille, car notre projection s'arrête à la dixième année.

Pour simplifier la modélisation, nous supposons que les rachats et versements des prestations ont lieu en fin d'année.

2.1.6.4 Corrélations entre les risques

Dans un contexte IFRS et Solvabilité 2, il est indispensable d'utiliser des modèles qui permettront de ne pas sous-estimer les rendements défavorables, d'intégrer la dépendance entre les variables, et de ne pas se baser uniquement sur des visions historiques.

Les corrélations entre les facteurs adoptés dans ce modèle sont les corrélations de la formule standard du calcul de capital réglementaire (SCR) dans Solvabilité 2. Le motif de ce choix c'est que la formule standard est calibrée sur le marché, ce qui donc reflète relativement le profil de risque moyen du marché.

Tableau 35 : Matrice de corrélation entre les différents sous-modules liés au risque de marché

	Taux	Action	Immobilier	Spread	Devises	Concentration
Taux	1	A	A	A	0,25	0
Action	A	1	0,75	0,75	0,25	0
Immobilier	A	0,75	1	0,5	0,25	0
Spread	A	0,75	0,5	1	0,25	0
Devises	0,25	0,25	0,25	0,25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

2.2 Validation des scénarios économiques

Cette étape de validation post-projection permet de s'assurer que la projection des différents facteurs de risque est conforme aux hypothèses théoriques. De nombreux tests sont possibles selon la nature de projection (monde réel ou monde risque neutre).

2.2.1 Test de martingalité

Ce test concerne la partie de la projection en monde risque neutre. Il s'agit de vérifier que les processus des prix actualisés issus des modèles sont bien des martingales comme stipulé par la propriété d'absence d'opportunité d'arbitrage.

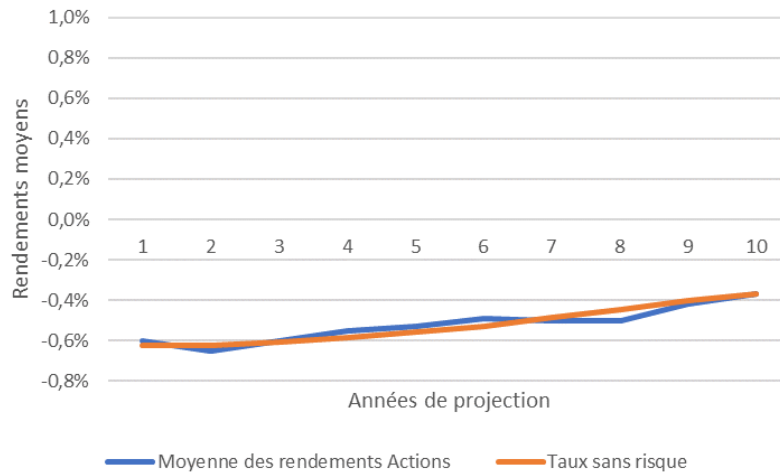
2.2.1.1 Test sur le modèle action

Sur un scénario monde réel, nous vérifions que l'estimateur $\hat{e}(t_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i(t_j) S_i(t_j)}{S_1}$ converge bien vers son espérance à chaque pas de temps, c'est-à-dire : pour $j \in \{2, \dots, 50\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{e}(t_j) = E\left(\frac{\delta(t_j) S(t_j)}{S_1}\right) = 1 \quad (2.26)$$

- $\delta_i(t_j) = \exp\left(\int_1^{t_j} -r_i(u) du\right)$
- n : le nombre de simulation ($n = 1000$ dans notre cas)

Figure 48 : Test de martingalité sur le modèle des Actions



L'erreur du modèle est comprise dans l'intervalle $[-0,89\%, 1,02\%]$.

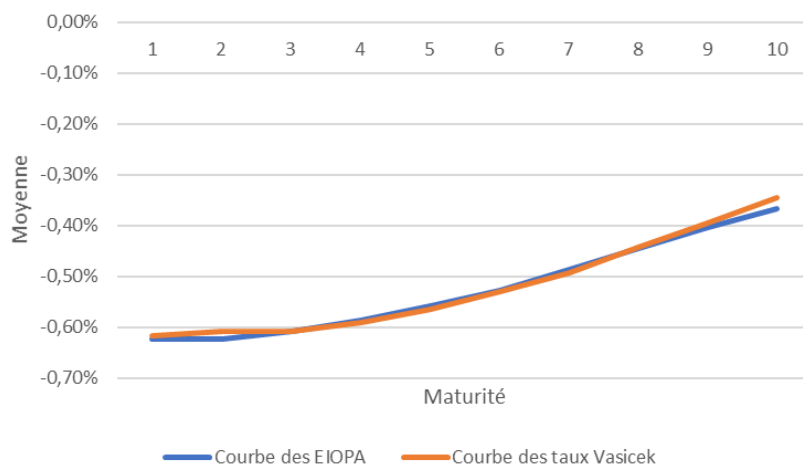
2.2.1.2 Test sur le modèle taux

Nous nous assurons de la convergence des estimateurs empiriques des prix de ZC vers le prix théorique. C'est-à-dire $\forall j \in \{2, \dots, 10\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P^s(1, t_j)}{P(1, t_j)} = 1 \quad (2.27)$$

- $P^s(1, t_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \exp\left(-\sum_{k=1}^j r_i(t_k)\right)$
- $P(1, t_i) = E\left(\exp\left(-\int_1^{t_j} r_s ds\right)\right)$

Figure 49 : Test de martingalité sur le modèle Taux



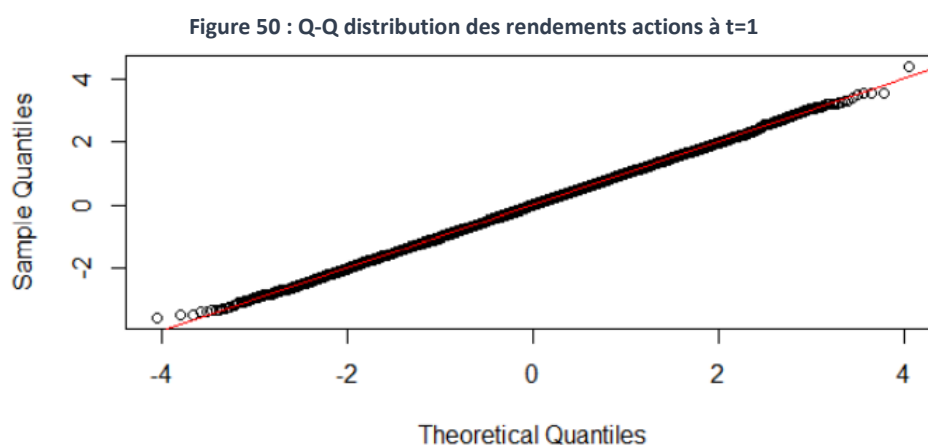
L'erreur du modèle est comprise dans l'intervalle $[-0,01\%; 2,21\%]$. Ainsi, les résultats du test sont satisfaisants et notre générateur de scénarios vérifie bien la propriété d'absence d'opportunité d'arbitrage.

2.2.2 Test de normalité sur le modèle Actions

Les facteurs de risque volatilité implicite en monde réel et action en monde réel et en monde risque neutre sont des processus log-normaux. Ceci implique une distribution normale des rendements de ces facteurs de risque. Le test statistique Shapiro-Wilk dont l'hypothèse nulle est la normalité de la distribution est sollicitée afin de tester la normalité de ces rendements.

A titre d'exemple, nous appliquons ce test à la distribution des rendements actions à $t = 1$ projetés en monde réel et nous traçons le diagramme quantile-quantile qui est une technique graphique permettant de comparer la distribution des actions normalisées à la distribution théorique d'une loi normale centrée réduite.

Test	Shapiro – Wilk
$p - value$	0,43



La $p - value$ est supérieure à 0,1 donc l'hypothèse nulle n'est pas rejetée et nous admettons ainsi la normalité de la distribution des rendements actions.

2.3 Modèle ALM mis en place

Ce chapitre vise à expliciter les hypothèses prises dans la modélisation de la compagnie fictive d'assurance vie notamment les interactions actif passif afin d'établir tous les cashs flows futurs nécessaires dans le calcul du Best Estimate. Nous développons ainsi un outil Excel-R de projection. La durée de projection du bilan économique de la compagnie d'assurance fictive est de 10 ans. Le portefeuille de cette compagnie contient un seul support de contrat d'épargne : le contrat en Euro. Notons que la construction des portefeuilles actif et passif de la compagnie fictive a été inspirée de données réelles de certains clients d'Exiom partners.

L'un des objectifs du modèle Actif-Passif est la valorisation économique du passif, c'est-à-dire le calcul de la "Fair value" des engagements de l'assureur. En effet, pour caractériser la corrélation directe entre le rendement de l'actif et la revalorisation des contrats, nous utilisons un modèle d'interaction Actif-Passif qui prend en entrée les sorties du modèle de passif, des données d'actif et les jeux de scénarios économiques fournis à partir du GSE créé. Ce dernier permet de projeter l'actif à $t=0$ de la société d'assurance sur 10 ans. De manière générale, la modélisation Actif-Passif est assez complexe, car pour refléter au mieux la réalité, le modèle doit tenir compte d'un certain nombre de points :

- la stratégie d'investissement mise en place par les gestionnaires d'actif
- la politique de participation aux bénéfices
- les actions de management
- l'influence des enjeux en matière de dotations et reprises des différentes provisions

Les mécanismes les plus importants du modèle Actif-Passif, à savoir la stratégie financière et le mécanisme de participation aux bénéfices mis en place par l'assureur pour respecter ses engagements, sont détaillés dans ce qui suit.

2.3.1 Présentation du portefeuille de la compagnie fictive

Le portefeuille qui nous servira de guide dans nos travaux est un portefeuille fictif d'assurance vie sur un contrat d'épargne en euro.

Pour des raisons de simplicité :

- Notre portefeuille est considéré comme étant un portefeuille homogène où les assurés ont presque les mêmes caractéristiques et mêmes profils de risque (pas de Model point)
- La durée de projection est de dix ans

Tableau 36 : Caractéristiques du portefeuille de la compagnie fictive simulé dans le modèle ALM

Primes	100
TMG	0.50%
Participation aux bénéfices	85%
Frais de gestion	0.30%
Chargement sur encours	0.40%
Chargements sur primes	0%
Frais d'acquisition	0%
Fonds propres	7

2.4 Modélisation de l'actif

Le portefeuille d'actif de la compagnie fictive est composé de trois types de placements : Obligations (Gouvernement et Corporate), actions, immobiliers et cashs (monétaire). Notre projection nécessite l'établissement du bilan économique, en valeur de marché, et du bilan comptable, en valeur d'acquisition.

2.4.1 Obligations

Les obligations sont des créances émises dans une devise donnée et pour un temps déterminé. En contrepartie du prêt monétaire et en plus de la valeur de remboursement, elles donnent accès à l'émetteur un intérêt fixe ou variable appelé coupon jusqu'à maturité (date de remboursement). Cet intérêt représente la rémunération du service rendu par le prêteur sur toute la période du prêt.

Il existe plusieurs types d'obligations :

- Les obligations de type gouvernemental ou assimilées sans risque
- Les obligations d'entreprise ou obligations risquées. Les obligations contiennent un risque appelé risque de défaut. Ce risque manifeste le fait que l'emprunteur ne rembourse pas son prêt. Le risque de défaut dépend du type de l'obligation. Les obligations gouvernementales présentent un risque de défaut faible alors que les obligations d'entreprises ont un risque de défaut élevé. En effet on considère que les gouvernements sont généralement de très bons emprunteurs avec de nombreuses ressources financières alors que les entreprises peuvent dans un environnement économique défavorable ne pas rembourser leurs dettes

De même il existe plusieurs types de coupons :

- Les coupons à taux fixe
- Les coupons à taux variable
- Les coupons à taux indexé à l'inflation

Pour cette étude tous les coupons sont à taux fixe, ce qui signifie la valeur des coupons qui tombent est la même à chaque instant. Cette particularité entraîne que la valeur des coupons ne dépend pas de l'environnement économique.

Afin de diversifier leurs portefeuilles, les assureurs cherchent à évaluer les performances des obligations. Pour évaluer les performances des obligations, des agences de notation ont proposé un système de notation basé sur la probabilité de défaut.

L'ensemble des notes possibles pour une obligation est décrit dans le tableau suivant :

Tableau 37 : Probabilités de défaut en fonction du rating

Note	Probabilité de défaut
AAA	0,0%
AA	0,0%
A	0,1%
BBB	0,2%
BB	1,1%
B	5,2%
CCC	19,8%

On utilise ces probabilités de défaut pour déterminer les spreads des obligations en portefeuille.

C'est le placement classique qui vient adosser les engagements issus des contrats en euros. Notre portefeuille obligataire n'est constitué des obligations des états européens (OAT) et des obligations d'entreprise de maturité 10 ans.

On est donc exposé au risque de spread qui ne sera pas modélisé dans le cadre de ce mémoire, mais sera pris en compte dans le modèle.

Les obligations sont des produits de taux dans le sens où leurs prix sont déterminés grâce à la courbe des taux ZC déduite de la diffusion des taux d'intérêt dans notre générateur de scénarios. La valeur comptable et la valeur économique se calculent différemment pour ce type de placement.

La valeur nette comptable à la date t pour une obligation de maturité T est donnée par cette formule :

$$V_{nc} = \sum_{i=t+1}^T \frac{C_i}{(1 + R_{TRI})^i} + \frac{N}{(1 + R_{TRI})^T} \quad (2.28)$$

La valeur de marché à la date t pour une obligation de maturité T est :

$$V_m = \sum_{i=t+1}^T \frac{C_i}{(1 + R(t, i))^i} + \frac{N}{(1 + R(t, T))^T} \quad (2.29)$$

Où :

- N : Le nominale
- C_i : Le taux de coupon à la date $t = 1$
- R_{TRI} : Le taux de rendement actuariel
- $R(t, i)$: la courbe des taux ZC à l'instant t déterminée grâce à notre diffusion des taux dans le générateur de scénarios
- V_{nc} : La valeur nette comptable
- V_m : La valeur de marché

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques de nos obligations dont nous disposons dans le portefeuille d'actifs au 31/12/2020.

Tableau 38 : Caractéristiques des obligations dans notre portefeuille

Taux de coupons moyen Obligations d'Etats (coupons fixes)	2%
Taux de coupons Obligations d'Entreprise (coupons fixes)	3%
Rating moyen Obligations d'Etats	A
Rating moyen Obligations d'Entreprise	BBB
Maturité	De 1 à 10 ans

2.4.1.1 La risque Neutralisation des obligations

Les obligations à taux fixe sont assujetties d'un risque de crédit. Pour actualiser les cash-flows d'une obligation risquée, il faut tenir compte du caractère de défaut de l'obligation.

La risque-neutralisation d'un risque consiste à évaluer le coût de ce risque en lui attribuant une valeur financière. Cette valeur financière est calculée grâce aux informations du marché financier, dont le niveau de rating pour un risque de défaut par exemple. Une fois la valeur de ce risque calculée, il est alors possible de calculer le prix de l'obligation risque-neutralisée. Pour une obligation sans risque de crédit, la risque-neutralisation a pour objectif d'annuler le spread pour se recaler sur le taux sans risque. L'ensemble des flux est abaissé proportionnellement

Le risque neutralisation est la manière pour évaluer les cash-flows d'une obligation en monde risque neutre en intégrant le risque de spread. Ça consiste à déterminer des coupons et un nominal permettant à avoir le même prix d'une obligation en actualisant avec les taux sans risque vs les taux sans risque + spreads. Pour obligation de de nominal K et des coupons c , déterminer le nominal K^1 et les coupons c^1 qui vérifient :

$$\sum_{i=0}^T \frac{c_i}{(1+r_i+spreads)^i} + \frac{K}{(1+r_T+spreads)^T} = \sum_{i=0}^T \frac{c_i^1}{(1+r_i)^i} + \frac{K_T^1}{(1+r_T)^T} \quad (2.38)$$

Ce qui consiste construire une des taux Forward 1 dans 1 sur les taux sans risque, puis actualiser les cash-flows de l'obligation avec cette courbe. Puis calculer un scalaire qui est égale à : $\frac{V_{Taux_Forward}}{VM}$

$V_{Taux_Forward}$: La valeur de l'obligation en actualisant avec la courbe des Taux sans risque Forward 1 an dans 1 an

VM : La valeur de marché de l'obligation qui intègre le risque de spread.

Puis multiplier les multiplier les cash-flows avec ce facteur pour obtenir les cash-Flows en monde risque neutre.

2.4.2 Duration, Sensibilité, Convexité

La duration (ou la duration de Macaulay) est la mesure la plus courante de la sensibilité d'une obligation. Elle est définie comme étant la durée de vie effective de l'obligation ou encore la durée moyenne pondérée pour récupérer entièrement le capital et les paiements d'intérêt, la pondération (ou poids) de chaque versement étant mesurée par l'importance du versement par rapport au prix actuel de l'obligation.

La duration (au sens de Frederick Macaulay) d'une obligation de maturité T et de taux actuariel à la date d'achat r_a servant les flux F_{t_i} est égale à :

$$D_k = \frac{\sum_{i=0}^T \frac{t_i F_{t_i}}{(1+r_a)^{t_i}}}{\sum_{i=0}^T \frac{F_{t_i}}{(1+r_a)^{t_i}}} \quad (2.30)$$

Nous considérons ensuite que la duration du portefeuille obligataire est la moyenne des durations individuelles pondérées par leur poids dans leur portefeuille (leur valeur de marché VM_k). Ainsi, la duration du portefeuille obligataire peut s'écrire :

$$D_{ptf} = \frac{\sum_{k=1}^K VM_k D_k}{\sum_{k=1}^K VM_k} \quad (2.31)$$

Où K est le nombre d'obligations en portefeuille.

Remarques :

- Pour une obligation zéro coupon, la duration est égale à l'échéance
- À échéance égale, la durée est plus longue si le coupon est moins élevé
- À coupon égal, la durée augmente avec l'échéance
- La durée est plus longue lorsque le rendement à l'échéance est plus faible, toute chose étant égale par ailleurs

Sensibilité (ou durée modifiée) : à partir de la duration D , on peut calculer la sensibilité (ou durée modifiée) D_m d'une obligation :

$$D_m = \frac{D}{(1+r_a)} \quad (2.32)$$

On utilise la sensibilité (ou durée modifiée) pour estimer la variation en % du prix des obligations occasionnée par une variation du taux de rendement à l'échéance.

Plus précisément on a :

$$\frac{dP}{dy} = -D_m * d(1 + r_a) \quad (2.32)$$

Schématiquement, une obligation ayant une sensibilité de 8 verra sa valeur baisser d'environ 8% si les taux d'intérêts augmentent de 1%, et, inversement, sa valeur augmenter d'environ 8% si les taux baissent de 1%. L'équation suivante fournit une approximation acceptable de calcul de la sensibilité d'une obligation :

$$Sensibilité = D_m \approx \frac{Prix \text{ si les taux baissent} - Prix \text{ si les taux augmentent}}{2 * Prix \text{ initial} * Variation \text{ des taux}} \quad (2.33)$$

Soit

$$D_m = \frac{VM_- - VM_+}{2VM_0 * \Delta r_a} \quad (2.34)$$

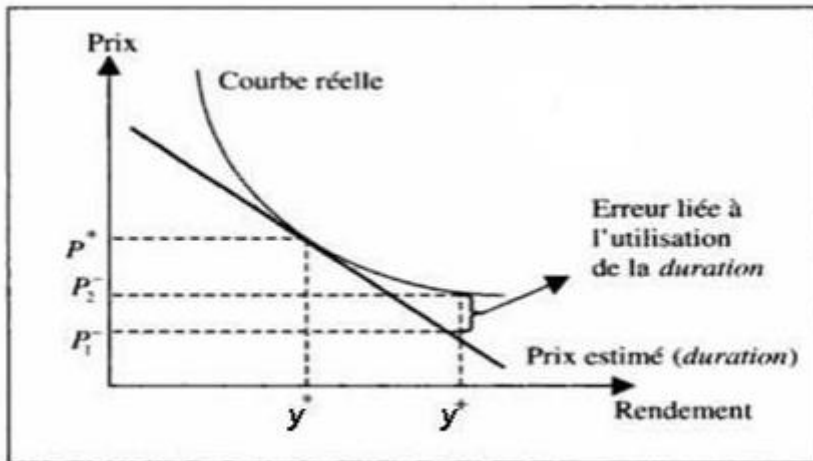
Qualité de la sensibilité comme mesure de risque : pour de petites variations de y , la sensibilité donne une bonne estimation de la variation du prix des obligations. Cette estimation se dégrade au fur et à mesure que la variation de y augmente.

En effet, pour de grandes fluctuations de y , la sensibilité sous estimera le nouveau prix, du fait de la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. Enfin, la durée n'est pas une mesure appropriée de la volatilité des obligations comportant des clauses optionnelles (clauses de rachat...).

Convexité :

La durée donne une bonne mesure de la variation du prix occasionnée par une très petite variation de r_a . Pour des variations plus grandes, la sensibilité fournit une estimation du prix beaucoup moins précise. La raison de cette perte de précision est expliquée par la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. La convexité est une mesure de la courbure de la relation entre le prix et le rendement exigé d'une obligation. Ci-dessous un graphe illustrant l'erreur de l'estimation de la sensibilité de l'obligation due à la durée :

Figure 51 : Graphe illustrant la durée d'une obligation



Si le taux de rendement actuariel augmente de y^* à y_+ , le prix de l'obligation tel qu'estimé à partir de la durée de P^* à P_1^+ alors que le prix de l'obligation devient en réalité P_2^+ . La mesure de la variation du prix de l'obligation à l'aide de la durée surestime donc la variation réelle du prix en cas de hausse des taux et la sous-estime en cas de baisse. Ces erreurs sont liées au fait qu'on estime une relation convexe entre le taux de rendement et le prix à l'aide d'une relation linéaire (droite tangente à la courbe). Il est, dès lors, primordial de prendre en compte la convexité de cette relation. L'utilisation conjointe de la sensibilité et de la convexité permettra d'obtenir une meilleure approximation du pourcentage de variation de prix d'une obligation provoquée par une variation de taux.

On définit la convexité par :

$$C = \frac{1}{P} * \frac{d^2P}{dy^2} \quad (2.35)$$

Soit encore,

$$C = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{i * (i + 1) * F_i}{(1 + r_a)^{i+2}} \quad (2.36)$$

Où P est le prix de l'obligation.

Remarques :

- Toutes choses étant égales par ailleurs, plus l'échéance est éloignée, plus la convexité est grande et vice versa
- Toutes choses étant égales par ailleurs, plus le coupon est élevé, plus la convexité est faible et vice versa
- Lorsque le taux de rendement à l'échéance augmente (baisse), la convexité de l'obligation baisse (augmente). Il s'agit de ce qu'on désigne par la propriété de la convexité positive. Cette propriété implique :
 - o Si les taux d'intérêt augmentent, le prix de l'obligation baissera en conséquence (impact de la durée). Cette baisse est atténuée par une baisse de la durée de l'obligation suite à une augmentation des r_a
 - o Si les taux d'intérêt baissent, le prix de l'obligation augmentera en conséquence. Cette augmentation est accentuée par une hausse de la durée de l'obligation suite à une baisse des r_a
- La convexité d'un portefeuille obligataire est égale à la somme pondérée des convexités des obligations qui le composent. Pour un portefeuille P composé de N obligations, on a :

$$C_p = \sum_{i=1}^N w_i C_i \quad (2.37)$$

Il y a donc une variation de la durée suite à un changement du taux de rendement à l'échéance. La convexité mesure le taux de variation de la durée lorsque le taux de rendement à l'échéance fluctue.

Importance de la convexité dans la gestion de portefeuille obligataire :

Soient A et B deux obligations ayant la même durée. Si l'obligation B est plus convexe que l'obligation A, les investisseurs préféreront l'obligation B à A puisque :

- lorsque les taux baissent, le prix de B augmente plus que celui de A
- lorsque les taux augmentent, le prix de B baisse moins que celui de A

Généralement le marché va tenir compte de la différence de convexité. Ainsi, l'obligation B sera plus chère (aura un taux de rendement moins élevé) que l'obligation A.

La question qui se pose est combien devra-t-on payer pour la convexité ?

- Si les investisseurs anticipent une très faible volatilité des taux d'intérêt, l'avantage de détenir l'obligation la plus convexe sera non significatif étant donné que les prix des deux obligations réagissent de la même façon à de petites variations des taux (durée équivalente). Dans ce cas, les investisseurs ne devraient pas payer beaucoup pour la convexité
- Si par contre le marché attribue une grosse valeur à la convexité, l'obligation B offrirait un plus faible taux de rendement à l'échéance que l'obligation A. Les investisseurs qui anticipent une faible volatilité des taux auront tendance à vendre la convexité (i.e. vendre l'obligation B) s'ils la détiennent, et acheter A. Par contre, si les investisseurs anticipent une volatilité importante des taux, l'obligation B serait plus en demande (prix élevé et faible rendement exigé) que l'obligation A. La convexité permet ainsi de se couvrir contre le risque de taux

1.1.1.1.2 Application à notre portefeuille

Nous allons calculer la durée, la sensibilité ainsi que la convexité de notre portefeuille d'obligations agrégé.

Tableau 39 : Indicateurs de sensibilité aux Taux du portefeuille d'actifs

Duration	Sensibilité	Convexité
7,06	6,59	5,81

On a une sensibilité de 6,59 sur notre portefeuille obligataire ce qui implique une diminution de 6,59% de sa valeur si les taux d'intérêts augmentent de 1%, et, inversement, sa valeur augmentera d'environ 6,59% si les taux baissent de 1%.

On a une convexité de 6,81 implique une variation une augmentation de la durée de 6,81% si les taux baissent de 1%.

2.4.3 Actions

Dans notre modélisation, tout le portefeuille d'actions est constitué de l'indice CAC40. Sa valeur de marché est donnée directement par le générateur de scénarios économique et sa valeur comptable est égale à sa valeur d'achat modulo les ventes ou/et les achats effectués sur les plus ou moins-values réalisées.

2.4.4 Monétaire

Cette partie d'actif concerne la cash investi par l'assureur à court terme ne présentant pas de risque de défaillance comme les billets de trésorerie ou les certificats de dépôts. Sa rentabilité est indexée sur le taux court dont la valeur provient du générateur des scénarios. Avec un pas de temps de discrétisation égal à 1 an, la valeur de marché de cet actif est la même que sa valeur nette comptable.

2.4.5 Bilan et Allocation d'actifs du portefeuille

Au 31 décembre 2020, la compagnie d'assurance simulée admet le bilan économique suivant :

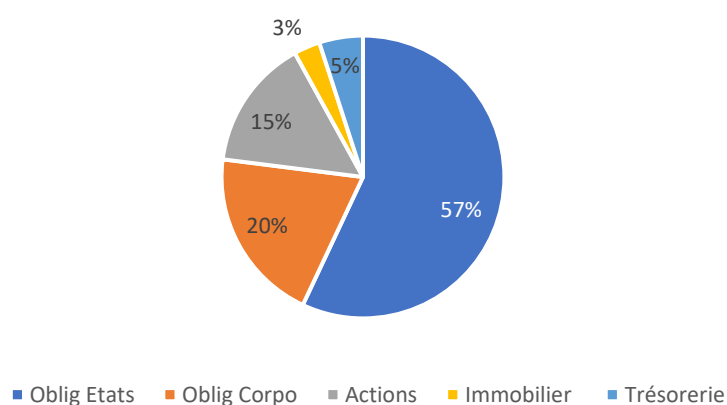
Tableau 40 : Bilan Solvabilité 2

Actif	143,4	Passif	143,4
Obligations d'Etats	77,8	VIF	5,6
Obligations Corporate	27,3	RM	1,9
Actions	21,0	BEL	128,3
Immobilier	4,6		
Monétaire	5,8		
		Actifs libres	7,6

Notre modèle ALM nous permettra d'établir le bilan S2 de la compagnie simulée. Dans notre modélisation, nous nous contentons du Best Estimate pour calculer les provisions techniques de la compagnie.

La marge pour risque est calculée par la méthode proxy 2 de Solvabilité 2 qui va être décrit plus tard.

Figure 52 : Allocation d'actifs du portefeuille



Le fonds Euro est investi principalement d'obligations, des proportions d'actions, d'immobiliers des Monétaires. Ces proportions sont définies dans l'allocation cible.

Les obligations sont achetées en fin d'année et versent des coupons en fin d'années. Ces proportions sont définies dans l'allocation cible. Elles sont remboursées au pair et in fine. On suppose qu'on a une vision d'un portefeuille déjà existant où on a une plus-value ou une moins-value sur l'obligation et prend en compte les surcotes / décotes. Le taux de coupon est déterminé de façon à ce que le prix d'achat égalise la somme des flux actualisés aux taux zéro-coupon. Elles sont de différents types : leur maturité peut aller de 1 à 10 ans.

Elles sont choisies de manière à ce que la durée du portefeuille obligataire se rapproche plus à la durée du passif déterministe correspondant au contrat. Les actions versent un dividende chaque année.

On a supposé qu'on ait des plus-values latentes sur les différents types d'actifs afin d'avoir un bilan cohérent avec des taux durablement qui augmentent les engagements à travers l'actualisation. En effet, on suppose qu'on un portefeuille un peu ancien avec des obligations où le taux de coupons est élevé.

2.4.6 Vieillessement des actifs

La première étape consiste à vieillir les actifs afin de prendre en compte les fluctuations de valeurs de marché et l'évolution des valeurs nettes comptables en fonction des scénarios économiques. Le mécanisme est détaillé ci-dessous par classes d'actifs.

2.4.6.1 Vieillessement des actions

En ce qui concerne l'OPCVM actions, seule la valeur de marché est mise-à-jour en fonction du cours de l'action sous-jacente :

$$V_{t+1}^S = V_t^S \frac{S_{t+1}}{S_t} \quad (2.39)$$

où V^S représente la valeur de marché des actions en portefeuille et S le cours de l'action. De fait, le rendement annuel de l'OPCVM actions est le suivant :

$$R_{t+1}^S = \frac{S_{t+1}}{S_t} - 1 \quad (2.40)$$

La valeur nette comptable (VNC) des actions n'est pas modifiée par une fluctuation de marché, les dépréciations durables n'étant pas prises en compte dans ce modèle simplifié :

$$VNC_{t+1}^S = VNC_t^S \quad (2.41)$$

2.4.6.2 Vieillessement des obligations zéro-coupons

La valeur de marché des obligations est mise-à-jour en prenant en compte la réduction de maturité et la fluctuation du taux court.

$$\forall \tau \in N, V_{t+1}^P(\tau) = V_t^P(T) \frac{P_{t+1}(\tau)}{P_t(\tau)} \quad (2.42)$$

où V^P représente la valeur de marché de la part du portefeuille investi en obligations de maturité τ et $P_t(\tau)$ la valeur de marché unitaire de ces dernières. La valeur nette comptable est quant à elle calculée en utilisant le taux de rendement actuariel (TRA) de l'obligation :

$$TRA_t = \left(\frac{Nominal_t^P(\tau)}{VNC_t^P(\tau)} \right)^{1/\tau} - 1 \quad (2.43)$$

de la façon suivante :

$$VNC_{t+1}^P(\tau) = VNC_t^P(\tau)(1 + TRA_t(\tau)) \quad (2.44)$$

A l'issue de cette étape, le portefeuille obligataire est investi sur une maturité de moins, l'obligation de maturité un an détenue précédemment étant arrivée à maturité.

2.4.6.3 Vieillessement de la trésorerie

La valeur de marché de la trésorerie est capitalisée au taux sans risque sur une période d'un an et est augmentée des dividendes versés par les actions et du nominal de l'obligation arrivée à maturité.

$$V_{t+1}^T = V_t^T e^{rt} + coupon \quad (2.45)$$

La valeur nette comptable de la trésorerie est systématiquement égale à sa valeur de marché :

$$\forall t \in N, V_t^T = VNC_t^T \quad (2.46)$$

2.4.6.4 Réallocation d'actifs

Une fois les étapes de vieillissement d'actif et de passif réalisées ainsi que les étapes de revalorisation, nous procédons à une étape de réallocation d'actif. Tout au long de la projection, le modèle ALM doit assurer à chaque fin d'exercice comptable une allocation d'actif selon une répartition fixe en valeur de marché correspondant à celle des actifs au 31/12/2020.

Tableau 41 : Allocation Stratégique d'actifs

	Limite Inférieure	La cible	Limite supérieure
Obligations d'Etats	55%	57%	60%
Obligations Corporate	15%	20%	25%
Actions	10%	15%	20%
Immobiliers	2%	3%	5%
Monétaires	2%	5%	8%

Notre politique d'achat et de vente est soumise à plusieurs conditions :

- Achat : Nous achetons uniquement des obligations OAT de maturité de 1 à 10 ans dont l'année d'émission est la même que l'année comptable.
- Vente : Nous appliquons le principe du FIFO 4 dans la vente des obligations et ainsi nous privilégions la vente des obligations de courtes échéances.

Cette réallocation s'accompagne de la réalisation de plus ou moins-value latente sur nos actifs. Les plus-values latentes sont partagées entre assurés et actionnaires selon la clé des participation aux bénéfices.

L'allocation d'actifs dans notre modèle est fixe dans le temps alors qu'elle devrait être dynamique dépendante de la situation des marchés financiers. En réalité, l'allocation d'actifs doit répondre à un critère de performance qui intègre rendement et risque. L'allocation d'actifs d'une compagnie d'assurance vie est un sujet d'actualité surtout avec le contexte actuel des taux bas et peut donc faire l'objet d'un mémoire d'actuariat en entier.

A l'issue du paiement des prestations, l'allocation du portefeuille ne respecte plus la cible fixée en début de projection. En effet, les proportions d'actif en valeur de marché ont été modifiées par le vieillissement et le versement d'un rachat. L'objectif de la réallocation est de ramener la proportion de chaque actif aux quantités cibles. Les achats sont pris en compte de sorte que les actifs soient achetés avec une valeur comptable égale à la valeur de marché (au moment de l'achat), tandis que les ventes réduisent la valeur comptable proportionnellement aux montant cédés. En d'autres termes, un achat entraîne une modification sur la ligne d'actif considérée comme suit :

$$V_t = V_t + V_t^A \quad (2.47)$$

$$VNC_t = VNC_t + V_t^A \quad (2.48)$$

où V^A représente la valeur de marché des actifs achetés, V la valeur de marché du portefeuille et VNC sa valeur comptable. Pour la vente, le schéma est le suivant :

$$V_t = V_t - V_t^V \quad (2.49)$$

$$VNC_t = VNC_t \frac{V_t - V_t^V}{V_t} \quad (2.50)$$

Afin de déterminer quels montants acheter sur chaque ligne d'actif, la valeur de marché détenue est comparée avec la valeur de marché cible :

$$V_t^{A,X} = V_t^X - V_t * Tx^X \quad (2.51)$$

où X représente une classe d'actif (P pour obligation ou S pour action), $V_t^{A,X}$ le volume de cet actif X à acheter (en valeur de marché), V_t la valeur de marché du portefeuille et Tx^X le taux cible (80% pour les obligations, 19% pour les actions). La réallocation peut aussi passer par une cession d'actifs et le calcul de la valeur de marché à vendre est symétrique.

2.4.7 Analyse de l'actif

2.4.7.1 Analyse du portefeuille d'actifs

Tableau 42 : Analyse du portefeuille d'actifs

	VNC	VM	PMVL	PMVL % VNC	MV %	Limite Inf Allocation	Allocation cible	Limite Sup Allocation
Obligations Etats	59,85	82,22	22,37	37%	56,8%	55%	57%	60%
Obligations Corporate	21,00	29,24	8,24	39%	20,2%	15%	20%	25%
Actions	15,75	21,52	5,77	37%	14,9%	10%	15%	20%
Immobiliers	3,15	4,30	1,15	37%	3,0%	2%	3%	5%
Monétaires	7,46	7,52	0,07	1%	5,2%	2%	5%	8%
Total	107,21	144,80	37,60	35%	100,0%			

On a un taux PVL total de 35% sur le portefeuille. On respecte bien la stratégie d'allocation d'actifs. Néanmoins, on s'approche beaucoup de cible de l'allocation d'actifs.

Tableau 43 : Taux de PMVL dans le portefeuille

	VNC	PMVL	PMVL % VNC	PMVL % Total
Fixed income	80,85	30,61	37,9%	81,4%
Non Fixed income	26,36	6,99	26,5%	18,6%
Total	107,21	37,60		100,0%

La plus grande partie des PVL est portée par la partie obligataire.

2.4.7.2 TRA, TAA

le taux de rendement de l'actif (TRA) correspond au taux de rendement de l'actif. Cet indicateur mesure la performance de l'actif de l'assureur et sa capacité à générer des produits financiers. Il est calculé de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 TRA &= \frac{\text{Produit_Financiers}}{\text{Total_Passif}} & (2.52) \\
 &= \frac{\text{Prod_Cash} + \text{Prod_Obli} + \text{Prod_Actions} + \text{Prod_Immo} - \text{Frais_Actifs} - \Delta RC - \Delta PDD}{\text{Total_Passif}}
 \end{aligned}$$

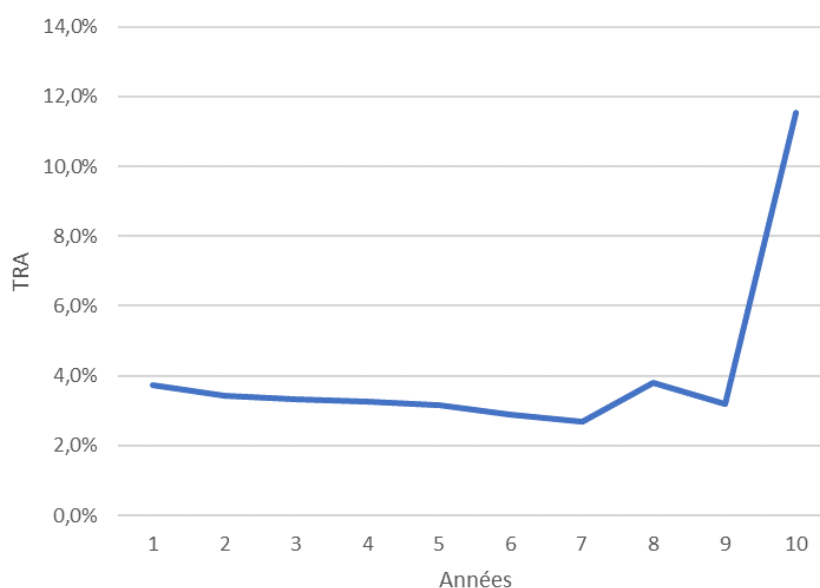
Où

- *Prod_Cash* : Produits financiers liés aux monétaires détenus par l'assureur
- *Prod_Obli* : les coupons, les amortissements des obligations et les plus ou moins values réalisées
- *Prod_Actions* : les dividendes et les plus ou moins values réalisées
- *Prod_Immo* : les loyers et les plus ou moins values réalisées
- *Frais_Actifs* : Frais de de gestion d'actifs
- $\Delta RC = RC_{N-1} - RC_N$: La variation de la réserve de capitalisation
- $\Delta PD = PD_{N-1} - PD_N$: La variation de la PDD

$$\begin{aligned}
 TRA_{\text{courant}} &= \frac{\text{Produit_Financiers}}{\text{Total_Passif}} & (2.53) \\
 &= \frac{\text{Prod_Cash} + \text{Prod_Obli} + \text{Prod_Actions} + \text{Prod_Immo} - \text{Frais_Actifs} - \Delta RC - \Delta PDD}{\text{Total_Passif}}
 \end{aligned}$$

Le TRA est un indicateur qui nous permettra d'un côté de comprendre l'impact des actions, des obligations ainsi que des réserves d'actif sur le rendement de l'actif et d'un autre côté de comprendre la variation du taux servi.

Figure 53 : TRA de notre portefeuille



On a une légère pique de notre TRA à la huitième année lié aux ventes excessives des actifs à la huitième lié aux rachats aux effets de fiscalité. A la dixième, on a TRA atteint son pic lié à la vente totale des actifs et par conséquent la réalisation de la PMVL totale du portefeuille. En effet, notre projection s'arrête à 10 ans, donc à la dixième, on vent le portefeuille entier.

2.5 Modélisation du Passif

2.5.1 Primes

Par souci de simplification, nous décidons de modéliser un portefeuille de contrats en run-off. Ainsi, les contrats du portefeuille ne sont plus commercialisés et il n'y a donc plus de primes futures projetées dans le modèle.

2.5.2 Rachat

En assurance, on distingue deux types de rachat :

- Le rachat structurel
- Le rachat conjoncturel

Chaque type de rachat est modélisé séparément afin de déterminer le montant des prestations liées à ces événements. Pour avoir plus de détails sur cette partie, se référer à la partie de générateur de scénarios économiques.

2.5.3 Frais

Plusieurs types de frais sont établis dans le bilan ou le compte de résultat de la compagnie d'assurance. Ces frais doivent subir une ventilation selon leurs destinations en adéquation avec l'article 31 du Règlement Délégué [Parlement européen (2014)]. Le tableau ci-dessous récapitule les frais retenus ainsi que leurs drivers de projection dans notre cadre de modélisation. Nous avons opté à une projection de frais en pourcentage d'autres flux (provisions ou sinistres).

Tableau 44 : Tableau récapitulatif des frais de la compagnie

Destinations	Pourcentage	Driver de projection
Frais de gestion des sinistres	0,12%	Prestations
Frais administratifs	0,60%	Provisions Mathématiques
Frais d'acquisition	0%	Primes
Frais de placement	0%	Actifs

2.5.4 Provisions

2.5.4.1 Provision Mathématique (PM)

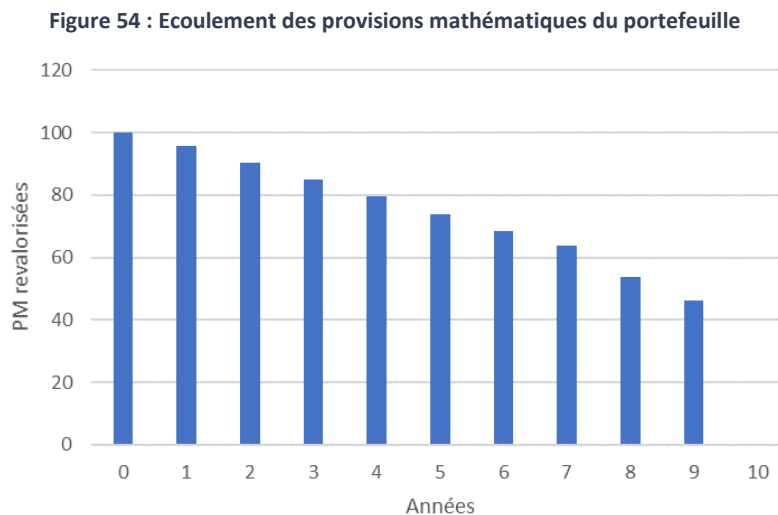
L'article R 331-3 du Code des Assurances définit la provision mathématique comme la différence entre la valeur actuelle des engagements futurs de l'assureur à l'instant t et la valeur actuelle des engagements futurs à l'instant t de l'assuré. Réglementairement, elle se calcule d'une manière prospective. Dans le cas d'un contrat épargne, il s'agit de l'épargne de l'assuré capitalisée à l'instant t à un taux supérieur ou égal au taux minimum garanti. La PM augmente avec les primes versées par l'assuré ainsi que la revalorisation promise par l'assureur et diminue avec les prestations (rachats et décès) et les frais.

Revalorisation des PM :

$$PM_{t+1} = PM_t \times (1 + Taux_{IT_t} + Taux_{PB_t}) + Primes_t - Rachats_t - Décès_t - Frais_t - Prélèvements_sociaux_t \quad (2.54)$$

Le taux $Taux_{IT_t}$ constitue le taux technique de revalorisation garanti par le contrat, alors que le taux $Taux_{PB_t}$ représente la partie discrétionnaire rajoutée pour des raisons managérielles.

Ci-dessous les PM revalorisées de notre portefeuille en Run-off :



Nous liquidons entièrement notre portefeuille à partir de la dixième année.

2.5.4.2 Provision pour Participation aux Excédents (PPE)

La PPE est une réserve de bénéfices non distribués aux souscripteurs d'une assurance vie et mis de côté pour être redistribué dans un délai maximal de 8 ans après leur constatation. Cette provision permet aux compagnies d'assurance de doper le rendement servi aux épargnants les mauvaises années. Rappelons que les assureurs sont tenus légalement de redistribuer au souscripteur d'un contrat d'assurance vie en euros au moins 85 % des bénéfices financiers (gains réalisés en plaçant l'épargne du titulaire du contrat) et 90 % des bénéfices techniques (résultant de la différence entre les frais prélevés par l'assureur et les frais réels).

En outre, nous n'avons pas modélisé toutes les provisions possibles que peut constituer une compagnie d'assurance vie dans son bilan (Provision pour Dépréciation Durable (PDD), Provision pour risque d'exigibilité (PRE), Provision pour Aléa Financier (PAF), ...) afin d'assurer sa solvabilité. Toutefois, la compagnie doit justifier chaque provision constituée au régulateur car les provisions ont tendance à baisser le résultat de la compagnie d'assurance et ainsi diminuer les impôts à payer à l'état.

2.5.4.3 Réserve de Capitalisation (RC)

Cette provision est destinée à lisser les résultats financiers des placements obligataires à taux fixe en cas de variation des taux. Les plus-values réalisées en cas de cession d'obligations lui sont affectées. Les moins-values réalisées lui sont reprises. Cette provision a la particularité d'appartenir à l'assureur et elle est donc comptabilisée parmi les fonds propres de la compagnie.

Pour une année N :

$$Res_Cap(N) = Res_Cap(N - 1) + PMVL_Oblig_Rebal(N) + PMVL_Oblig_Désinv(N) \quad (2.55)$$

Avec :

$PMVL_{Oblig_Rebal(N)}$: les plus ou moins values réalisés lors de la vente d'obligations pour le rebalancement de l'actif du début d'année

$PMVL_{Oblig_Désinv(N)}$: les plus ou moins values réalisées lors de la vente d'obligations pour payer les prestations de l'année N si les liquidités ne sont pas suffisants

1.1.1.1.3 Provision pour Risque d'Exigibilité – PRE

La provision pour risque d'exigibilité est une provision technique destinée à faire face aux engagements envers les assurés en cas de moins-value de l'ensemble des actifs hors obligataires. Elle doit être constituée lorsque les placements relevant de l'article R.332-20 du code des assurances (notamment placements en actions et en biens immobiliers) se trouvent en situation de moins-value latente nette globale. Un arrêté du 30 janvier 2009 autorise les entreprises à étaler la PRE sur une période égale à la durée du passif de l'entreprise dans la limite de 8 ans. La durée du passif étant supérieure à 8 ans nous décidons de l'étaler sur 8 ans pour toutes les projections.

Ainsi la PRE dotée l'année N est égale à :

$$PRE_dotée(N) = \frac{Moins_Values(N) - PRE(N - 1)}{8} \quad (2.56)$$

Par simplification, toutes les dotations et reprises sur la PRE affectent les produits financiers. La PRE finale de l'année N se calcule donc de cette façon :

$$PRE(N) = PRE(N - 1) + PRE_dotée(N) - PRE_reprise(N) \quad (2.57)$$

2.5.5 Mécanisme de participation aux bénéfices

Le management d'une entreprise d'assurance vie dispose de trois principaux leviers qui sont le reflet de sa stratégie à long terme et constituent les principales actions du management à prendre en compte dans les modèles. Les trois principales stratégies sont :

- commerciales (primes émises, caractéristiques techniques, taux garantis...)
- investissement (pilotage des placements par allocation stratégique)
- participation aux bénéfices (décisions annuelles de Participation aux Bénéfices, gestion de la richesse latente i.e. dotation / reprise à la PPE et dégagement de plus ou moins-values latentes)

2.5.5.1 Définition du mécanisme de participation aux bénéfices

Comme stipulé dans l'article L. 331-3 du code des Assurances : « Les entreprises d'assurance sur la vie ou de capitalisation doivent faire participer les assurés aux bénéfices techniques et financiers qu'elles réalisent ». Ce calcul de participation aux bénéfices porte uniquement sur les fonds en euros.

Il existe 3 niveaux de participation aux bénéfices :

- La participation aux bénéfices réglementaires : est calculée pour le fonds en euro. L'assureur doit chaque année prouver qu'il respecte les exigences minimales réglementaires qui lui sont imposées. Selon le code des assurances (article L. 331-3), les compagnies d'assurance doivent distribuer au minimum 90% de leurs bénéfices techniques et 85% de leurs bénéfices financiers qu'elles réalisent. Ce dernier taux peut être contractuellement plus élevé.
- La participation aux bénéfices contractuels : est un taux correspondant au taux contractuel défini dans les contrats d'épargne commercialisés. Ces taux sont différents d'un contrat à un autre. Pour des raisons de concurrence sur le marché, ce taux est plus élevé que le taux réglementaire. Le calcul de ce taux dépend du rendement des actifs financiers placés.
- La participation aux bénéfices discrétionnaires : dans le but de garder ses assurés et de leur offrir un meilleur taux de revalorisation des contrats (taux cible), l'assureur peut décider de distribuer une part des produits financiers réalisés durant l'année à tous ou à une partie des assurés. Toutefois, les assureurs vie ont la possibilité de ne pas reverser immédiatement ces produits financiers aux assurés. Ils constituent alors une provision appelée Provision pour Participation aux Excédents (PPE). Cependant, les produits financiers versés à la PPE doivent être reversés aux assurés sous forme de participation aux bénéfices dans un délai maximum de huit ans.

Si les produits financiers sont positifs :

- Si la PPB constituée il y a 8 ans est suffisante pour atteindre la revalorisation cible, alors cette PPB est versée et les produits financiers sont dotés en PPB
- Si la PPB il y a 8 ans n'est pas suffisante, nous prenons la part des produits financiers de l'année pour revaloriser. S'il reste des produits financiers, ceux-ci sont dotés dans la PPB à verser dans 8 ans. Si le montant est toujours inférieur à la revalorisation cible, nous puisons dans les PPB constituée plus tardivement pour se rapprocher au mieux du taux cible

Si les produits financiers sont négatifs :

- La garantie cliquet est activée, la revalorisation ne pourra être inférieure au taux minimum garanti, c'est-à-dire 0%
- Les PPB constituées auparavant sont utilisées pour servir le montant de revalorisation cible ou au moins l'approcher. La PPB joue donc bien son rôle en lissant les résultats

2.5.5.2 Définition des variables du profit sharing

Dans cette partie, avant de commencer à présenter le mécanisme de participation aux bénéfices, nous présenterons les variables calculées par le modèle et qui nous aideront par la suite dans l'analyse de ce mécanisme.

2.5.5.2.1 Montant réglementaire

Chaque année, l'assureur doit veiller à ce que les produits financiers distribués aux assurés soient plus élevés qu'un montant réglementaire déterminé. Si ce minimum n'est pas atteint, il doit verser un montant supplémentaire de participation aux bénéfices à l'assuré. Dans le cas contraire, il a la possibilité d'effectuer une dotation à la PPE. Ce seuil minimum est en fonction des produits financiers générés par les réserves techniques d'épargne et du solde de gestion technique. Le solde de gestion technique est la différence entre les entrées (les primes brutes) et les sorties (les frais d'acquisition, généraux, d'administration et les prestations).

$$\text{Montant_reglementaire} = \text{Taux_PB_regl} \times \text{PF_PM} - \text{Montant_TMG} + \text{Sgt} \times (1 + \text{coef}) \quad (2.58)$$

Avec

- *Taux_PB_regl* : Les produits financiers liés à la PM
- *Taux_PB_regl* : Le taux de participation aux bénéfices réglementaires
- *coef* : le coefficient positif défini par l'assureur
- *Sgt* : le solde de gestion technique = Primes – Commissions – Frais

2.5.5.2.2 Montant contractuel

Le montant contractuel représente le montant des produits financiers que l'assureur doit servir chaque année à son assuré contractuellement net du montant minimum garanti. Ce montant doit être supérieur au montant réglementaire.

$$\begin{aligned} \text{Montant_Contractuel} &= \text{Montant_PB} - \text{Montant_TMG} \\ &= (\text{PF_PM} \times \text{Taux_PB_cont} - \text{Chgt_sur_enc}) - \text{Montant_TMG} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Avec

- *Taux_PB_cont* : le taux de participation aux bénéfices contractuels
- *Chgt_sur_enc* : Chargement sur encours

2.5.5.2.3 Montant de participation aux bénéfices contractuel à servir

Ce montant correspond au montant que l'assureur doit servir contractuellement à l'assuré pour les contrats encore existants au cours de l'année. L'assureur n'a pas l'obligation de servir ce montant chaque année. Il peut le gérer librement tout en optimisant ses contraintes réglementaires et commerciales jusqu'à la 8^{ème} année du contrat où l'assureur doit liquider tous les montants de participation aux bénéfices de l'assuré. Ce montant se modélise de la manière suivante :

$$\text{Montant}_{\text{PBcont}_{a_{serv}}} = \text{PF}_{\text{PM}} \times \text{Taux}_{\text{PBcont}} - \text{Chgt}_{\text{sur}_{enc}} - \text{Montant}_{\text{TMG}} - \text{PB}_{\text{sort}} \quad (2.60)$$

Avec

PB_sort : le montant de participation aux bénéfices servis pour les contrats sortis dans l'année

2.5.5.2.4 Montant cible attendu par l'assuré

Le montant cible est calculé à l'aide du taux cible attendu par l'assuré. Ce dernier représente le taux que l'assureur souhaite fournir à son assuré afin de rester compétitif sur le marché. Dans l'étude, le taux cible défini est estimé à l'aide du taux des obligations assimilables du trésor français de maturité 10 ans. Nous notons que le $Montant_{cible} = Taux_{cible} * PM$ où

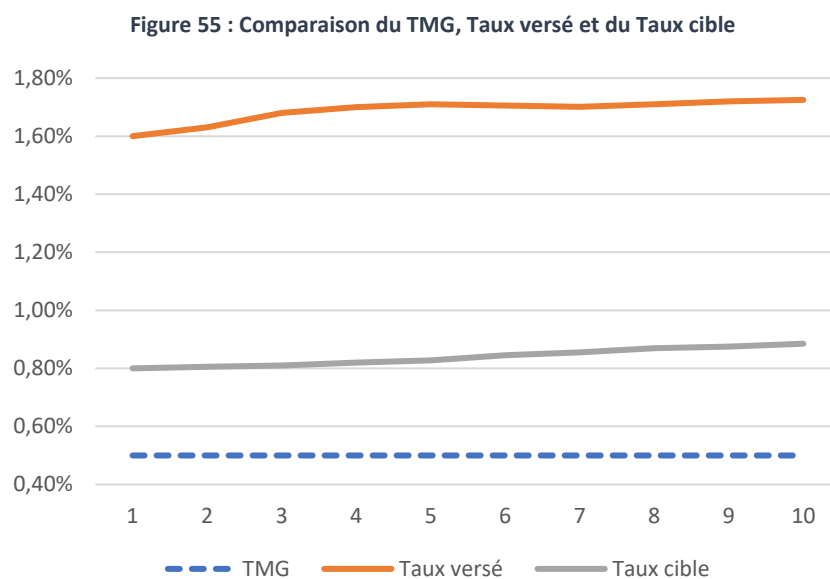
$$Taux_{cible} = coef^{Taux\%} * ((Bon_Tres_N^{10} + Bon_Tres_{N-1}^{10})/2) \quad (2.61)$$

Avec

- $coef^{Taux}$: le coefficient d'ajustement calculé en interne
- $Bon_Tres_N^{10}$: le taux 1 an des OAT 10 ans

Durant l'étude, la comparaison entre le TRA et le taux cible permettra de connaître le besoin de financement dont l'assureur a besoin pour de servir le taux cible.

Ci-dessous, le graphe de notre portefeuille en Run off :



Le taux servi reste au-dessus du taux réglementaire (portefeuille profitable) et reste également au-dessus du taux cible (portefeuille attractif et compétitif). C'est un effet lié au fait qu'on verse directement les participations aux bénéficiaires, car on ne dispose de PPE dans notre modèle.

2.5.5.3 Duration et convexité

1.1.1.1.4 Duration du passif déterministe :

Chaque début d'année, la duration du passif D_t passif est calculée avec la formule de la duration exposée précédemment.

$$D_k = \frac{\sum_{i=1}^{T-t} \frac{i F_{t+i}}{(1 + ZC(t, t+1))^i}}{\sum_{i=0}^{T-1} \frac{F_{t+i}}{(1 + ZC(t, t+1))^i}} \quad (2.62)$$

Où $ZC(t, t+1)$ est le taux zéro-coupon en t de maturité $t + i$.

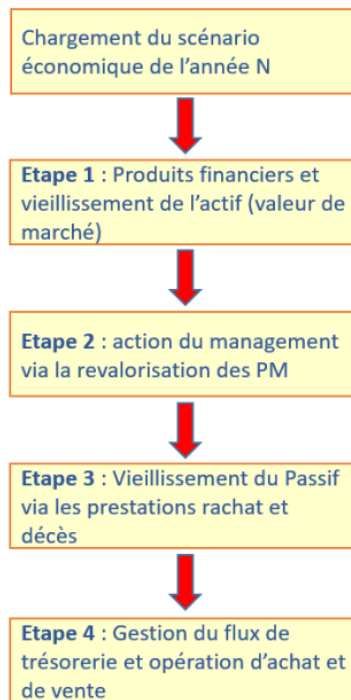
Duration	Convexité
7,9	11,8

Pour une projection sur 10 années, on a une duration de 8 an liée aux taux bas et une convexité de 11,8.

2.6 Interaction actif/passif

La projection du bilan économique durant les 10 exercices comptables fait intervenir une dépendance entre l'actif et le passif notamment dans la détermination de la revalorisation des provisions mathématiques et la provision pour participation aux excédents. Aux obligations réglementaires s'ajoutent les décisions du management qui imposent diverses contraintes d'allocation d'actif et une politique de taux servis dans le cadre du respect de la réglementation. Le schéma ci-dessous présente les différentes interaction actif-passif dans le cadre de notre modélisation.

Figure 56 : Le mécanisme de l'interaction Actif-Passif de la compagnie fictive



2.6.1 Calcul du flux pour l'assureur

Du point de vue de l'assureur, le résultat se calcule comme étant la somme suivante :

$$Flux_Assureur_t = Marge_t - Abondement_t \quad (2.63)$$

L'abondement est calculé comme étant la somme à verser par les actionnaires pour honorer leurs engagements en fin d'année. En effet, en fonction des aléas financiers, il est possible que les produits financiers soient très faibles, voir négatifs (le portefeuille a perdu globalement de la valeur). Dans ce cas, les engagements envers les assurés doivent être honorés et les actionnaires versent le complément entre les produits financiers et le produit cible (cf. section précédente) :

$$Abondement_t = \max(Produit_cible_t - Produit_Financier_t + Marge_t, 0) \quad (2.64)$$

La marge de l'assureur est calculée comme une part des produits financiers, limitée proportionnellement à une quantité des provisions mathématiques :

$$Marge_t = \min(Tx_marge * PM_{t-1}, \max(0, (1 - Tx_B26) * \max(0, Produit_Financier_t))) \quad (2.65)$$

Le taux Tx_B26 correspond à l'obligation réglementaire de l'assureur de reverser au minimum 85% des bénéfices. Le Tx_marge inclut les chargements sur encours.

2.6.2 Répartition de la richesse finale

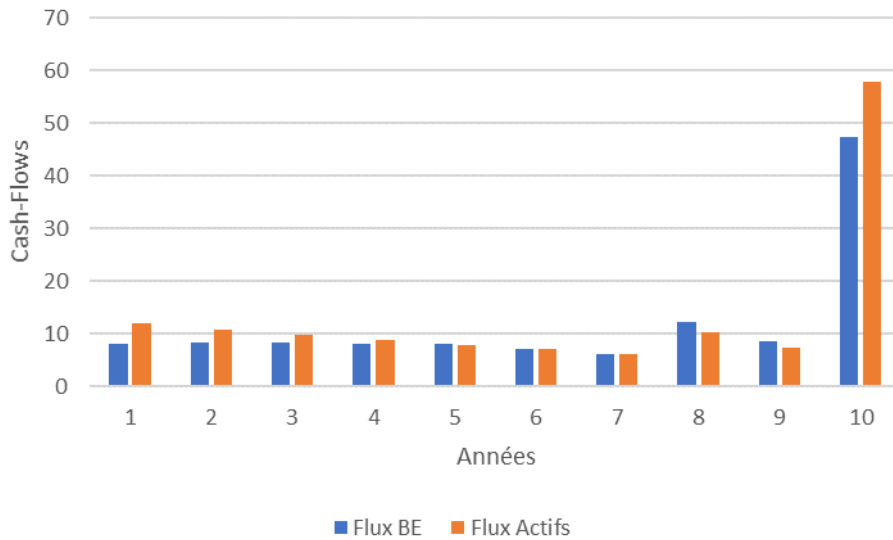
En fin de projection, le portefeuille d'actif doit être soldé de manière équitable entre les différents acteurs. Les assurés reçoivent un montant égal à la valeur nette comptable du portefeuille de la part de la compagnie d'assurance, qui réalise alors une plus-ou moins-value égale à la différence entre la valeur de marché du portefeuille et sa valeur nette comptable. Lorsqu'il s'agit d'une plus-value, ce montant est soumis à l'obligation de participation aux bénéfices et l'assureur en reverse la part réglementaire aux assurés. Lorsqu'il s'agit d'une moins-value, c'est l'assureur qui abonde.

2.6.3 Analyses ALM

2.6.3.1 Cash-Flow Matching

Nous allons comparer nos flux actif et passif afin d'étudier l'adossement Actif/Passif par flux durant la période de projection.

Figure 57 : Cash-Flow Matching



Globalement, on est bien adossé, Dans la majorité des années, nos flux à l'actif permettent bien de couvrir les prestations versées. Par ailleurs, on remarque qu'aux années 8 et 9, les flux au passif sont légèrement supérieurs aux ceux à l'actif. Ce qui est lié aux rachats excessifs à la huitième année. Ce qui nécessite des mesures à prendre pour se couvrir contre ce manque de liquidité. Parmi ces mesures, on pourra opter aux prêts de titres à la huitième année pour un remboursement à la dixième année.

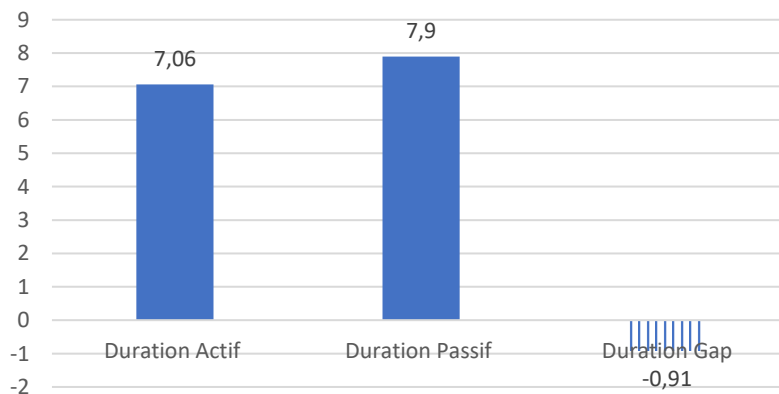
2.6.3.2 Gap de la Duration

Le gap de duration est un indicateur pour mesurer l'exposition de risque de taux entre l'actif le passif. Il peut aussi s'entendre comme la différence entre la duration du BEL ou duration du passif et de la duration de l'Actif.

Dans le cadre de ce mémoire, il est défini comme suit :

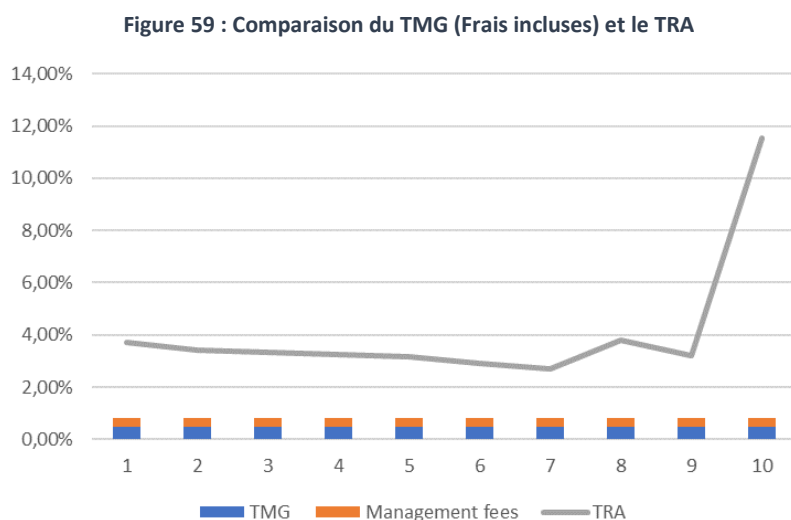
$$Gap_duration = \frac{VIF(+5bps) - VIF(-5bps)}{MV_{Actifs} \times (2 \times 5bps)} \quad (2.66)$$

Figure 58 : GAP de duration



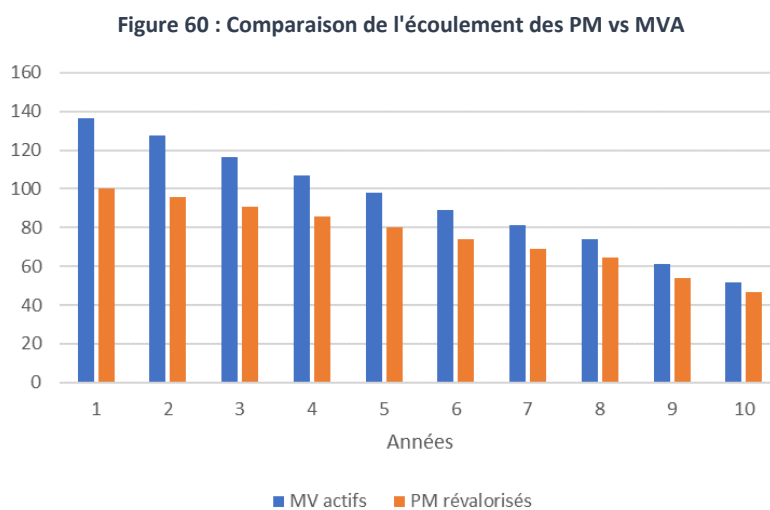
2.6.3.3 TRA vs TMG + frais de gestion

Nous allons comparer le taux de rendement de l'actif avec le taux minimum garantie + les frais liés aux contrats afin d'étudier notre capacité à couvrir nos garanties à travers nos assurés.



On a un TRA qui couvre largement le TMG et les management fees tout au long de la projection.

2.6.3.4 PM vs MV actifs



2.6.4 Calcul du Best Estimate

Comme expliqué au paragraphe sur La gestion Actif Passif : les BE s'appuient sur des GSE risque-neutre car ils doivent être projetés dans un univers sans opportunité d'arbitrage et qui reproduise les prix observés. L'univers risque neutre n'est pas imposé par la loi mais le plus simple en pratique.

La Directive Solvabilité II définit le Best Estimate Liabilities comme étant : «La moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente.»

Le montant best estimate (BE) retenu est une moyenne sur toutes les trajectoires de projections des flux actualisés de la compagnie. Chaque trajectoire de projection est déduite des réalisations aléatoires des facteurs de risque que l'on déterminera dans la partie suivante. Ainsi, le BE est une espérance d'une variable aléatoire.

Dans notre modèle ALM, les flux impliqués dans le calcul du BE sont : les prestations liées aux rachats, les prélèvements sociaux et les frais tout au long de la projection. Pour des raisons de simplification, ces flux seront projetés sur 10 ans, l'horizon de projection correspond rarement à la durée nécessaire pour liquider l'ensemble d'engagements. Des éléments résiduels (Stocks de provisions, plus ou moins-values latentes, ...) peuvent donc subsister à la fin de projection.

Pour chaque scénario :

- Modélisation stochastique de l'actif
- Modélisation stochastique du passif
- Modélisation des interactions actif/passif
- Projection des cash-flows (prestations décès et rachats) sur la durée de projection
- Sommation et actualisation des cash-flows pour toutes les dates de projection

Le Best Estimate est alors égal à la moyenne des cash-flows actualisés pour chaque scénario.

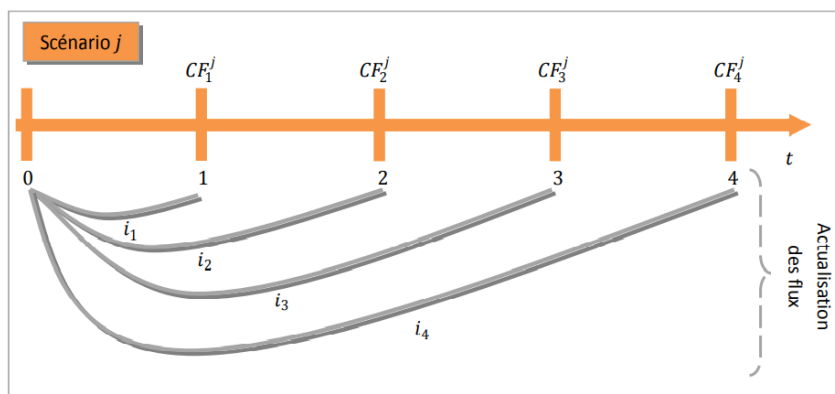
$$Best_Estimate = \frac{1}{S} \sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^N \frac{CF_i^j}{(1+r_i)^i} \quad (2.67)$$

Avec

- S : le nombre de scénarios
- N : la date d'extinction du portefeuille
- r_i : le taux d'actualisation de la courbe des taux correspondant à un engagement de durée i
- CF_i^j : (est le cash-flow de l'année i pour le scénario j)

Les flux de trésorerie émanant du contrat d'épargne multi-supports sont issus des rachats et des versements lors des décès.

Figure 61 : Calcul du Best Estimate pour un scénario j



Les cash-flows sont actualisés avec les taux d'actualisation sans risque fournis par la courbe des taux EIOPA 31/12/2020. L'évaluation est faite dans des conditions de run-off c'est-à-dire que nous ne prenons pas en compte d'éventuels nouveaux contrats.

La projection des cash-flows peut être effectuée jusqu'à une date déterminée : la durée de projection est fixée et à la fin de cette période les assurés rachètent intégralement leur contrat.

2.6.5 La marge de risque

La marge de risque est définie comme un montant complémentaire aux Best Estimates, calculée de telle manière que le montant des provisions inscrit au bilan correspond à celui qu'exigerait une tierce partie pour honorer les engagements à la charge de l'assureur. Dans l'éventualité de l'existence de marché des passifs, cela correspondrait à une forme de cotation. La méthode alors retenue pour palier à ce manque d'informations, est le coût du capital. Il s'agit d'appliquer un coût du capital égal à 6% sur les capitaux économiques futurs à détenir suite au transfert du portefeuille.

Les flux ainsi obtenus sont ensuite actualisés au taux sans risque r_t :

$$RM = CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_{RU}(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \quad (2.68)$$

où :

- CoC est le taux de coût du capital fourni par l'EIOPA, fixé à 6%
- SCR_{RU_t} est le SCR calculé pour l'entreprise de référence après t années, qui supposé égale à 2% du BEL
- r_t est le taux sans risque pour l'échéance t

Comme indiqué dans l'équation 5.1, ce n'est pas le SCR qui est retenu dans le calcul, mais le SCR_{RU} (SCR Reference Undertaking). C'est en quelque sorte un SCR fictif car on ne tiendra compte que de la réassurance pour le module de contrepartie et que de la partie inévitable pour le risque de marché. Simplification niveau 2

Connaissant le SCR à la date $t = 0$, on peut approximer le SCR(t) sur la base du Best Estimate net de réassurance en t .

$$SCR_{RU}(t) = \frac{BE_{net}(t)}{BE_{net}(0)} SCR_{RU}(0) \quad (2.69)$$

Ce qui implique :

$$RM = CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_{RU_t}}{(1 + r_{(t+1)})^{t+1}} = CoC \cdot SCR_{RU_{t=0}} \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{Proj BE Net_t}{(1 + r_{(t+1)})^{t+1}}$$

Une seconde simplification consiste à considérer la duration des BE. En effet,

$$\sum_{t \geq 0} \frac{Proj BE Net_t}{Proj BE Net_{t=0}} \approx Duration_{BE}$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} RM &= CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_{RU_t}}{(1 + r_{(t+1)})^{t+1}} \\ &= CoC \cdot SCR_{RU_{t=0}} \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{Proj BE Net_t}{(1 + r_{(t+1)})^{t+1}} \\ RM &\approx CoC \cdot SCR_{RU_{t=0}} \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{Duration_{BE}}{(1 + r_{(t+1)})^{t+1}} \end{aligned} \quad (2.70)$$

La marge de risque est donc fonction :

- de la courbe des taux
- du SCR de référence (« SCR_RU »)
- de la duration des BE

2.6.6 Validation du modèle ALM

2.6.6.1 Détermination d'intervalle de confiance par la méthode Bootstrap

Afin de définir un intervalle de confiance pour le paramètre inconnu Best Estimate, nous pouvons effectuer une technique de rééchantillonnage appelé méthode Bootstrap non paramétrique sur l'échantillon des données des flux futurs actualisés des 10 scénarios simulés. En effet, cette méthode de type Monte Carlo crée de nouveaux échantillons à l'aide de permutations aléatoires avec remise des données issues d'un échantillon initial unique. L'intérêt majeur de cette méthode est le fait qu'elle ne repose sur aucune distribution statistique préalablement définie. Elle ne se base que sur un seul échantillon connu.

Ainsi, nous créons N=10 nouveaux échantillons à partir de notre échantillon de taille 10 avec remise. Ensuite, nous calculons la provision Best Estimate pour chacun des échantillons créés.

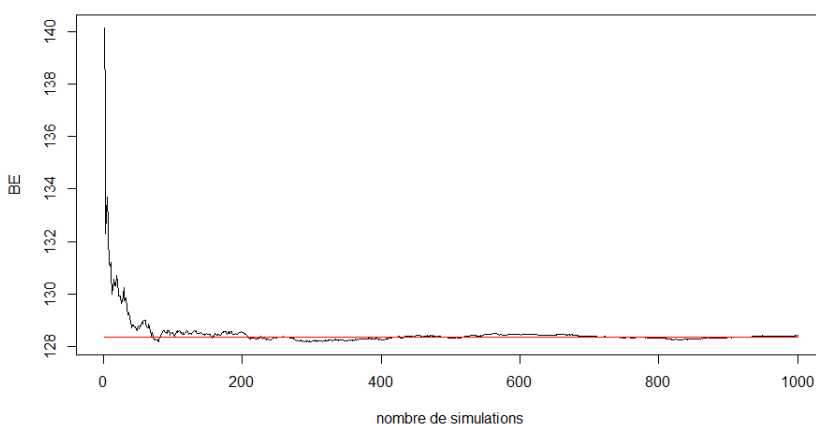
L'intervalle de confiance à 95% est alors obtenu en calculant les quantiles à 2,5% et à 97,5% de l'échantillon des 1000 Best Estimate nouvellement calculés. Nous obtenons alors un intervalle de confiance à 95% de [127,31 ; 130.12]. Nous remarquons que le Best Estimate calculé auparavant appartient à cet intervalle.

2.6.6.2 Etude de convergence du résultat

&

La méthode de Monte-Carlo permet de calculer une provision mathématique avec une précision croissante en fonction du nombre de simulations. En effet, c'est la loi des Grands Nombres qui agit.

Figure 62 : Convergence du Best Estimate en fonction de nombre de scénarios

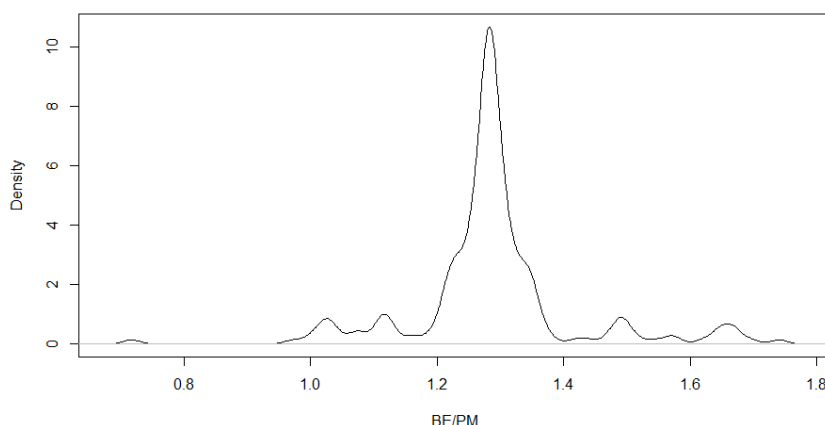


Ce graphique permet de nous donner une indication sur le nombre de simulations à retenir pour obtenir un Best Estimate stable. Un faible nombre d'itérations permettra de réduire le temps d'exécution qui peut être de plusieurs heures pour 1000 scénarios. &

2.6.6.3 Distribution empirique

Dans le graphique suivant, nous présentons la fonction de densité empirique de la somme des flux futurs actualisés en segmentant les différentes valeurs obtenues. Nous en déduisons la fonction de répartition. Cette représentation permet de nous faire une idée de la loi que suit la somme des flux futurs actualisés.

Figure 63 : La densité empirique du BEL



Analyse de Mouvement et Construction du P&L IFRS 17

3 Analyse de mouvement et Construction du P&L IFRS 17

Dans cette section, nous allons présenter l'analyse de mouvement et la construction du P&L IFRS 17 mis en place. Nous pourrions alors constater les effets sur les états financiers des choix de modélisation et des choix d'application de la norme (composante investissement, analyse de mouvement reconnaissance du new business...).

3.1 Analyse de mouvement (AoM)

3.1.1 Objectifs

L'objectif de l'analyse de mouvement est de suivre l'évolution des différents agrégats du bilan économique et IFRS entre l'ouverture et la clôture.

Cette analyse permet d'une part de maîtriser les origines des pertes et profits constatées durant la période (P&L Attribution dans le cadre de Solvabilité 2 par exemple) mais également de construire les états financiers en date de clôture. En effet, la constitution des divers postes du bilan IFRS dépendra de l'origine des pertes et profits économiques.

L'analyse de mouvement repose sur une analyse des différents agrégats du bilan concernés par IFRS 17 : les actifs en représentation des contrats d'assurance, le Best Estimate ainsi que le Risk Adjustment.

3.1.2 Méthode

Nous avons retenu une approche basée sur des « runs » modèle consistant à changer itérativement les différents paramètres du modèle afin d'estimer les effets BEL des changements de valorisation des engagements ainsi que des actifs en face des contrats d'assurance. Les impacts sur l'ANAV seront captés via une seconde étape mais qui concernera davantage la norme IFRS 9. L'approche d'analyse de mouvement qui a été retenue dans le cadre de ce mémoire est celle qui a été retenue par divers assureurs en date de rédaction.

Sans être exhaustifs, nous avons illustré via notre modèle l'impact de différents éléments impactant la VIF. Ce sont en général les effets les plus régulièrement rencontrés sur des contrats d'assurance vie :

1. Effet de « désactualisation » des flux futurs : Cet effet concerne à la fois les actifs, le BEL et la RA et représente une « avancée » dans le temps et donc un rapprochement temporel des flux futurs toutes choses (environnement économique, hypothèses et flux techniques...) égales par ailleurs. Il s'agit opérationnellement de la capitalisation au taux 1, 2 ou 3 trimestres des agrégats MVA, BEL, RA et donc VIF. Lorsque ce taux est positif, cet effet est favorable sur la VIF - lorsqu'elle est également positive. Sur les processus observés actuellement chez les acteurs du marché de l'assurance, cet effet est souvent négatif en particulier dans le cadre des processus S2 ou MCEV qui utilisent des courbes de taux sans risque généralement négatives pour les maturités courtes. Pour les assureurs qui ont adopté une approche pour la courbe des taux IFRS 17 identique au référentiel Solvabilité 2 pour des besoins de comparabilité et de simplicité, un effet négatif est observé. L'utilisation d'une courbe adhérent davantage au portefeuille des actifs détenus et à leur rendement permet alors d'avoir un impact positif à cette étape. Si l'assureur choisit d'utiliser une courbe de taux plus faible que le taux de rendement réel de ses actifs, alors l'écart de rendement sera capté dans l'étape décrite plus loin dans ce mémoire « Ecart d'expérience économique ». Comme nous le verrons dans la section Bilan et P&L, l'allocation de l'impact des différentes étapes entre CSM et P&L est neutre en VFA au choix de la courbe. A noter qu'en BBA ce n'est pas le cas ce qui démontre une plus grande importance dans le choix de la courbe des taux dans la maîtrise de la volatilité du résultat
2. Cash-flow attendu : cette étape concerne deux principaux éléments : d'abord l'encaissement/décaissement des primes et des prestations attendus et l'estompement naturel du Risk Adjustment en lien avec l'émergence du risque à la suite du paiement des prestations. Sur cette étape, le premier effet concernant le paiement attendu des prestations n'a aucun impact en termes de fonds propres économiques. Le seul impact observé en fonds propres est le gain lié à la baisse du Risk Adjustment. C'est un élément de contrôle qui est mis en place au niveau des entités d'assurance sur les contrats d'épargne

3. Ecarts d'expérience économiques : cette étape concerne les effets exogènes liés aux changements du contexte économique. Il s'agit en particulier des changements des rendements réels des actifs par rapport aux rendements espérés par la projection initiale. Ces impacts sont généralement détaillés dans le cadre du P&L Attribution : mouvements des taux d'intérêts, des spreads, des actions, de l'immobilier, de la volatilité des taux et des actions etc... Ces changements ont un impact sur la valorisation des actifs et leurs rendements mais également sur le niveau des engagements des contrats d'épargne français via d'une part le mécanisme de participation aux bénéficiaires et via l'actualisation des Cash-flows futurs d'autre part. Par ailleurs, l'impact sur le RA est principalement lié aux changements de la courbe d'actualisation, le RA étant uniquement sensible aux risques de souscription
4. Ecarts d'expérience techniques : cette étape concerne les écarts liés aux effets biométriques et à la gestion technique des contrats. Il s'agit des écarts entre les flux attendus (primes, prestations et frais) par rapport à ceux attendus pouvant être liés à divers effets : écarts de mortalité/longévité, écarts de frais, écarts de rachats à la hausse ou à la baisse par rapport à ceux espérés, écarts par rapport aux arbitrages etc... Sur les contrats d'épargne, ces écarts génèrent des impacts sur le Best Estimate où en général le montant de la PM de l'assuré lui est acquis. Les impacts sur le RA sont principalement liés à une distorsion des risques de souscription à la suite des changements dans le Best Estimate
5. Changements d'hypothèses techniques : cet élément capte les changements d'hypothèse de projection des flux de primes, de prestation et de frais. Divers impacts peuvent être observés au niveau de cet étape : changement des hypothèses des primes, changements de lois de rachats structurelles ou conjoncturelles, changement des hypothèses de frais... La spécificité d'IFRS 17 au niveau de cette étape concerne la modélisation des versements libres dans la frontière des contrats. Contrairement au référentiel Solvabilité II ou MCEV, certaines primes peuvent être projetées bien qu'il n'y ait pas d'engagement de l'assureur sur le tarif. Les assureurs sont donc tenus de modéliser des lois de versements libres dans le cadre d'IFRS 17 ce qui nécessite de faire évoluer certains modèles existants
6. Changement d'hypothèses économiques : cette étape concerne les changements d'hypothèses endogènes à la société d'assurance non liées aux changements exogènes précédemment cités à l'étape « Ecarts d'expérience économiques ». Par exemple, les changements dans l'allocation stratégique d'actifs ou encore les changements des caractéristiques des actifs (maturité, rating, sous-jacent...) sur lesquels le modèle réinvesti impactent cette étape
7. New Business : ce sont les nouveaux contrats qui viennent modifier la rentabilité totale du portefeuille et crée de la mutualisation. Nous avons décidé de les classer séparément afin de mesurer leur impact, car on va en tenir compte pour la modélisation qu'on va présenter plus tard

Les éléments n'ayant pas fait l'objet d'une étude dans notre exemple et qui ont également un effet sur la VIF auront un impact soit sur la CSM soit sur le P&L en IFRS 17. Nous reviendrons sur ces effets dans les paragraphes suivant en illustrant chacun d'entre eux.

Deux remarques nécessitent alors d'être abordées à ce stade :

- Le traitement particulier des actifs en face de l'ANAV : la norme IFRS 17 concerne exclusivement les contrats d'assurance avec une composante assurantielle (et éventuellement une composante investissement telle qu'elle apparaît dans les contrats d'épargne). Par conséquent, elle ne régit que les passifs d'assurance ainsi que les actifs qui les adossent. Ainsi, les actifs en face de l'ANAV ne sont pas concernés par IFRS 17. Ces actifs impactent néanmoins les fonds propres de la société et sont régis par la norme IFRS 9
- En pratique, que ce soit en référentiel Solvabilité II ou MCEV, les assureurs ayant développé des modèles internes sont habitués à l'exercice de Rollforward des fonds propres (i.e. comprenant à la fois ANAV et VIF). Il s'agira donc pour les assureurs de distinguer les impacts ANAV (régis par IFRS 9) des impacts VIF (régis par IFRS 17) afin de correctement retranscrire les mouvements sur les états financiers. Cet exercice peut présenter des difficultés dans le sens où les actifs d'un assureur en France appartiennent de façon générale à un fonds global adossé à la fois à des fonds propres et des fonds assurés sans réel cantonnement au sens réglementaire. L'application de la méthode VFA va donc nécessiter de distinguer les actifs adossés à l'ANAV des autres actifs

3.1.3 Cas pratique

Dans cette section, nous étudierons l'analyse de mouvement des contrats intégrant l'effet des New business. L'impact de chacune des étapes de cette analyse sera à allouer soit au P&L (effet fonds propres) soit à la CSM et fera partie d'une section spécifique dans ce mémoire.

Le but de cette analyse consiste à estimer la valeur CSM et un P&L à la clôture de l'exercice en distinguant les différents effets impactant le bilan économique d'ouverture. On suppose effectuer cette AoM au deuxième trimestre de l'année. Donc après ½ année de la clôture annuelle de l'année N-1.

3.1.3.1 Opening Business

Le calcul de la VIF à l'ouverture, notion économique, est effectué avec les hypothèses citées précédemment dans la modélisation ALM.

La VIF d'ouverture - et non la CSM - est utilisée pour l'Analyse de Mouvement.

Tableau 45 : Analyse de mouvements : Ouverture

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3

Les actifs adossés au contrat représentent 136,4 € à l'ouverture. Le BEL et le RA valent respectivement 128,2 et 1,9 €, soit une VIF de 6,3 €.

3.1.3.2 Unwinding du taux

La VIF est une projection de profits futurs actualisés à l'ouverture. La désactualisation après 2 trimestres de ces flux futurs à la courbe des taux d'ouverture impacte donc la valeur de la VIF à la clôture toutes choses égales par ailleurs. Cette étape consiste à capitaliser au taux 1/2 an de la courbe les différents agrégats du bilan :

Tableau 46 : Analyse de mouvements : désactualisation

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0

L'effet de cette étape est lié au choix de la courbe des taux à l'ouverture. Comme celle-ci est négative pour la maturité 1/2 an, alors l'effet observé est négatif.

La perte de cette étape est de 0,0043 € sur la VIF. En VFA, cet impact de capitalisation de la valeur est alloué à la CSM.

3.1.3.3 Expected Cash-flows

Cette étape consiste à libérer d'une part le cash-flow net des primes encaissées, des prestations, des frais payés et d'autre part de la libération du Risk Adjustment à la suite de l'émergence du risque après 1/2 an.

La libération du Cash-flow impacte la valeur des actifs qui diminuent à la suite de la sortie de cash et la valeur du BEL (dette envers les assurés) à la suite du remboursement des prestations dues. L'effet net de cette libération n'a pas d'effet sur les fonds propres économiques puisqu'il s'agit d'un transfert de la VIF vers l'ANAV (le profit futur inclus dans la VIF à l'ouverture est transformé en profit réel et est transféré vers l'ANAV : la hausse de l'ANAV compense ainsi la baisse de la VIF).

L'évaluation du cash-flow attendu est obtenue via l'estimation de la prestation attendue (rachats) ainsi que les frais attendus (0,3% de la PM) en lien avec les hypothèses initiales de projection.

En revanche, l'effet de l'émergence du risque retranscrit dans la baisse du RA impacte positivement les fonds propres économiques via l'augmentation de la VIF.

L'augmentation des fonds propres liée à cette étape est de 0,044 €.

Tableau 47 : Analyse de mouvements : Cash flows attendus

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	0,0

En IFRS 17, cette augmentation de la VIF est affichée en P&L. A ce stade, nous obtenons une vision de la VIF+ANAV (provenant de la libération du premier cash-flow de VIF) après 1/2 an et après libération d'une partie de l'incertitude liée au RA.

La suite des impacts sur l'AoM va consister à capter les changements liés aux écarts par rapports aux évènements attendus (environnement économique, comportement des assurés...) et les changements des hypothèses de projections.

3.1.3.4 Economic Experience Variance

La projection des résultats futurs issus des contrats d'épargne repose sur une hypothèse de scénarios économiques, en particulier :

- Une hypothèse de rendement moyen des actions (baisse de 3%)
- Une hypothèse des taux (hausse de 23 bps sur le niveau des taux)
- Une hypothèse de volatilité des rendements des actions (de 3% à 3,2%)
- Une hypothèse de volatilité des taux (de 2% à 2,1%)
- Une hypothèse de rendement des immobiliers (baisse de 2%)
- Une hypothèse des spreads Corpo et Etats (baisse de 0,5%)

Les rendements réels sont plus faibles qu'attendus. Par ailleurs, nous constatons également que la volatilité des rendements des actions et des obligations a augmenté suite à une plus importante incertitude sur les marchés.

Nous avons par conséquent changé les scénarios économiques espérés par les scénarios économiques constatés après 1/2 an puis avons évalué l'impact en termes de MVA, BEL, RA et VIF :

Tableau 48 : Analyse de mouvement Economic Experience Variance

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	0,0
Economic experience variance	- 5,2	- 5,8	- 0,1	0,7

L'impact en termes d'actifs est négatif au vu la dégradation des marchés constatée -5,2 €.

Les effets constatés sur le BEL sont triples -5,8 € :

- Diminution des engagements suite à l'augmentation des taux d'actualisation et la baisse de participation aux bénéfices
- Augmentation de la TVOG suite à la hausse de la volatilité des rendements prospectifs

Bien que minime, l'impact sur le RA est principalement lié au facteur d'actualisation suivant une méthode du coût du capital.

La mise à jour des scénarios économiques a un effet globalement favorable sur la VIF +0,7 € :

En méthode VFA, l'impact sur la VIF de la variation des rendements des actifs est entièrement absorbé par la CSM. Nous nous attendrons donc à retrouver cet impact dans la construction des états financiers à la clôture.

3.1.3.5 Technical experience variance

La projection initiale de la VIF reposait sur une hypothèse de prestations à l'assuré (décès, rachats, rentes...), une projection des primes (primes incluses dans la frontière des contrats, versements libres...) ainsi que des frais de gestion des contrats.

La divergence de la réalité par rapport aux hypothèses initiales engendre une variation de la VIF. En particulier :

- Une dérive des frais par rapport aux coûts estimés dégrade la rentabilité espérée (et vice-versa)
- Une variation de la cadence des prestations sur des contrats d'épargne influence les profits futurs suivant la durée de « portage » des contrats rentables

Cette étape consiste à évaluer l'impact de l'écart entre les cash-flows réels et les cash-flows espérés en termes de VIF. Pour cela, nous avons confronté nos hypothèses de rachats et de frais aux flux réellement constatés dans l'année :

- Des rachats de +1% plus importants (en lien notamment avec la baisse de rendement de l'actif)
- Des frais -0,2% plus importants

Les contrats projetés étant rentables, l'augmentation des taux de rachats impacte négativement la VIF. La diminution des frais de gestion a un impact qui se récompense avec la diminution des rachats. L'effet cumulé est de +0,02 € sur la VIF :

Tableau 49 : Analyse de mouvement : Technical Experience Variance

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	0,0
Economic experience variance	- 5,2	- 5,8	- 0,1	0,7
Technical experience variance	- 0,6	- 0,6	- 0,0	0,0

La poche d'actif diminue en lien avec des sorties de flux de trésorerie plus importantes. L'accélération des rachats a un impact à la baisse sur le BEL et sur le RA en lien avec la baisse de l'incertitude. Ces effets sont quant à eux estimés via les modèles, en particulier en ce qui concerne le Best Estimate. La hausse de +0,02 € sur la VIF peut impacter soit la CSM soit le P&L. La norme IFRS 17 définit pour cela un outil : l'Investment Component.

3.1.3.6 Technical assumption variance

L'étape « Technical experience variance » capte les écarts d'expérience observés au courant de l'année entre les flux modélisés et les flux réels. L'étape « Technical assumption change » capte quant à elle les changements d'hypothèse dans la projection des flux futurs.

En particulier, il s'agit de la révision des hypothèses de primes futurs, prestations et frais projetés dans le modèle. Nous avons mené l'étude en impactant à la hausse l'hypothèse de rachat en lien notamment avec la hausse des taux (comportement observable chez les assurés).

Tableau 50 : Analyse de mouvement : Technical assumption variance

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	0,0
Economic experience variance	- 5,2	- 5,8	- 0,1	0,7
Technical experience variance	- 0,6	- 0,6	- 0,0	0,0
Technical assumption change	-	0,0	0,0	- 0,0

S'agissant d'un effet purement modèle, l'effet du changement des hypothèses n'a pas d'impact sur la valeur des actifs détenus (absence de flux de trésorerie sur cette étape entre l'ouverture et la clôture). L'effet mineur observé sur le RA est en lien avec la hausse du BEL. Cette hausse du BEL est en lien avec l'accélération des rachats qui bénéficient moins de l'effet « actualisation ». L'impact est ainsi négatif sur la VIF.

3.1.3.7 Economic Assumption change (Effet allocation d'actifs)

Tableau 51 : Analyse de mouvement : Economic Assumption change

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	- 0,0
Economic experience variance	- 5,2	- 5,8	- 0,1	- 0,7
Technical experience variance	- 0,6	- 0,6	- 0,0	- 0,0
Technical assumption change	-	0,0	0,0	- 0,0
Economic assumption change	- 3,1	- 0,9	- 0,0	- 2,2

La réallocation d'actifs liées aux effets d'achats et ventes impactants principalement la MVA avec une baisse de -3,1 € liée à l'augmentation de la part obligataire qui se déprécie à la suite de la hausse des taux. L'impact sur la VIF est -2,2 €.

3.1.3.8 New Business

Etant donné que les fonds ne sont pas cantonnés, nous avons opté pour l'approche marginale du New Business consistant à mutualiser la rentabilité des contrats nouveaux et anciens. Bien que cette approche semble contradictoire avec la norme qui exige une distinction claire des actifs adossés aux différentes cohortes et typologies de contrat, elle est plus représentative de la réalité de l'activité de l'assurance Vie en France. En effet, une approche Standalone de la nouvelle cohorte nécessiterait une identification claire des actifs qui ne saurait être qu'illusoire, la gestion des contrats étant par essence mutualisée.

On considère des nouveaux contrats avec les caractéristiques contractuelles similaires avec les contrats existants. On suppose collecter des encours de 5 € durant les deux derniers trimestres.

Tableau 52 : Analyse de mouvement : New Business

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	- 0,0
Economic experience variance	- 5,2	- 5,8	- 0,1	- 0,7
Technical experience variance	- 0,6	- 0,6	- 0,0	- 0,0
Technical assumption change	-	0,0	0,0	- 0,0
Economic assumption change	- 3,1	- 0,9	- 0,0	- 2,2
New Business	5,0	4,6	0,1	0,4
Closing	128,7	121,8	1,8	5,2

Les New business sont des contrats profitables qui viennent augmenter notre VIF +0,4 €. Ces effets purement modèle impactant la « Liability Remaining Coverage » sont reportés en CSM.

Suite aux différents changements économiques et techniques ainsi qu'aux écarts d'expérience, nous obtenons un Rollforward des différents éléments du bilan sur le stock des contrats en portefeuille :

La MV est en baisse de 136,4 à 128,7, ainsi le BEL est en baisse de 128,2 à 121,8. Cette baisse est liée principalement aux effets de marché où on a une hausse de la courbe des taux et une baisse des actifs financiers dans le portefeuille.

3.2 Roll-Forward de la CSM

La construction du P&L nécessite un vieillissement de la CSM entre l'ouverture et la clôture de l'exercice. Ce vieillissement de la CSM est censé d'une part capter certains impacts observés dans le cadre de l'AoM de la VIF, et d'autre part permettre un relâchement d'une part de la CSM en P&L suivant le rythme d'amortissement des Coverage Units en lien notamment avec les années de service du contrat.

Les données alimentant le Roll-Forward de la CSM sont :

- Les impacts de la variation des rendements des actifs et des hypothèses économiques sur la VIF en distinguant les effets sur les actifs, le BEL et le RA
- Les impacts sur la VIF des écarts d'expérience dus aux sinistres et aux primes nets de l'investment component ainsi que les impacts sur le RA
- Les impacts des hypothèses techniques sur le BEL et le RA

L'objectif de cette section est d'une part de détailler le mécanisme de Roll-Forward de la CSM et d'autre part de préciser l'origine de la donnée nécessaire à sa construction.

3.2.1 Cas pratique

3.2.1.1 Impact de la variation des actifs

En VFA, la variation de la valeur des actifs adossés aux contrats d'assurance impacte directement la CSM.

La variation des actifs est la somme des étapes « Unwinding taux » et « Economic experience variance ». Soit :

Tableau 53 : Roll-forward de la CSM : rendement des actifs

Rollforward CSM	
Opening CSM	6,30
Δ FV of assets IFRS 17	- 4,11

a. Effet BEL lié aux changements économiques

La diminution de la valeur des actifs observée à l'étape précédente ainsi que l'augmentation de la volatilité des actifs financiers ont un impact sur les engagements de l'assureur envers ses assurés. Ces engagements diffèrent suivant la structure des contrats commercialisés : taux de PB, taux minimum garanti...

Tableau 54 : Roll-forward de la CSM : effets économiques sur le BEL

Rollforward CSM	
Opening CSM	6,30
Δ FV of assets IFRS 17	- 4,11
Δ FCF due to economical assumptions	3,60

b. Effet RA lié aux changements économiques

Les effets RA sont liés aux mêmes étapes que celles impactant le BEL :

- Un effet unwinding du taux d'intérêt (positif) qui a un effet défavorable sur la VIF
- Un effet lié à l'augmentation des risques de souscription à la suite de l'augmentation de la TVOG en lien avec l'augmentation de la volatilité des rendements des actifs

Ces effets restent néanmoins limités :

Tableau 55 : Roll-forward de la CSM : effets économiques sur le RA

Rollforward CSM

Opening CSM	6,30
Δ FV of assets IFRS 17	- 4,11
Δ FCF due to economical assumptions	3,60
Δ RA due to economical assumptions	0,08

3.2.1.2 Impact écarts d'expérience

Les écarts d'expérience techniques impactent la VIF : évolution dans la chronique des rachats ou des prestations, écarts sur les frais de gestion ...

Ces écarts d'expérience impactant la VIF suivant une vision économique impactent en IFRS 17 la CSM et/ou le P&L en fonction des choix structurant de l'Investment Component et des Underlying Items.

Nous avons listé 3 sources potentielles d'écarts d'expérience :

- Ecartés liés aux prestations payées par rapport aux prestations réellement payées
- Ecartés liés aux frais de gestion et d'administration attendus par rapport aux frais réellement payés

En pratique, les assureurs modélisent en début de projection des prestations à payer en lien avec leurs contrats en portefeuilles ainsi que des frais de gestion et d'administration attribuables aux contrats d'assurance (voire d'acquisition sur certaines primes futures). L'objectif de cette section est de capter les écarts d'expérience entre les flux réels et les flux modélisés et d'estimer leurs impacts sur la VIF de la société. Pour chacune de ces sources potentielles d'écarts sur la VIF, les effets sous-jacents peuvent impacter soit la CSM, soit le P&L, soit les deux ensembles.

Que ce soit en norme IFRS, en référentiel MCEV ou Solvabilité II, l'appréhension des impacts des écarts d'expérience nécessite une approche méthodologique particulièrement soignée car elle peut présenter plusieurs difficultés :

- L'objectif étant de comparer des flux de prestations réels à des flux de prestations modélisés, il s'agit de s'assurer de la bonne comparabilité des scopes des deux types de flux. A titre d'exemple, il faudra s'assurer de l'homogénéité entre la maille des flux réels (en général une maille comptable, par exemple, la maille catégorie ministérielle) et la maille des flux modélisés (en général une maille « Model Point ») ; Il en est de même dans la distinction entre les périmètres In-Force et New Business : si cette distinction est facilement accessible dans les modèles, elle peut s'avérer difficile à appréhender dans les systèmes comptables censés refléter les flux réels
- Suivant le positionnement de cette étape dans le processus d'analyse de mouvement, les flux modélisés peuvent différer d'une analyse à l'autre et la comparaison par rapport aux flux réels peut amener à des conclusions différentes. A titre d'exemple, si l'étape « Ecart d'expérience » est estimée après l'étape « Changement des hypothèses économiques », alors les flux modélisés sont estimés après la mise à jour du contexte économique et diffèrent des flux modélisés en début de période

Dans notre étude, nous avons distingué les impacts sur les actifs ayant un effet sur la trésorerie du bilan de l'assureur des impacts purement passifs. Pour rappel, nous avons modélisé un flux attendu de 2,9 € sur le contrat. En fin de trimestre, le flux réel sur même contrat s'établit à 3,5 €.

En termes de flux de trésorerie, l'écart d'expérience sur les actifs est de -0,6 € (i.e. le solde de clôture constaté est de 0,6 € plus faible que celui attendu par le modèle) :

L'estimation des écarts d'expérience techniques sur l'actif ne nécessite aucune réutilisation des modèles de projection. Il suffit en effet de comparer le flux de la période initialement modélisé au flux réellement constaté. Il convient néanmoins comme indiqué précédemment, de comparer les flux sur le périmètre adéquat.

L'impact de cet écart d'expérience à l'actif a un impact sur le passif du portefeuille. En vision MCEV/Solvabilité II, il a un impact sur le BEL et les fonds propres économiques. En vision IFRS 17, il a un impact sur le BEL, la CSM et le P&L (i.e. les fonds propres économiques).

Sur le passif, l'effet BEL est estimé par le modèle de projection en constatant les volumes de PM réels et en reprojétant les flux de trésoreries afférant. Les impacts BEL, RA et VIF sont les suivants :

Figure 64 : Analyse de mouvement IFRS 17

AoM	MVA	BEL	RA	VIF
Opening	136,4	128,2	1,9	6,3
Unwinding taux	- 0,9	- 0,9	- 0,0	- 0,0
Expected cash flows	- 2,9	- 2,9	- 0,0	0,0
Economic experience variance	- 5,2	- 5,8	- 0,1	0,7
Technical experience variance	- 0,6	- 0,6	- 0,0	0,0
Technical assumption change	-	0,0	0,0	- 0,0
Economic assumption change	- 3,1	- 0,9	- 0,0	- 2,2
New Business	5,0	4,6	0,1	0,4
Closing	128,7	121,8	1,8	5,2

L'effet net en VIF est de -0,9 €. L'enjeu est donc d'attribuer cet impact d'une part à la CSM et d'autre part au P&L.

En suivant la norme, nous avons retenu l'approche suivante :

- La baisse du BEL est compensée par une hausse de la CSM. En effet, le BEL habituellement composé d'une partie LIC (sinistres survenus) et LRC (sinistres restants à couvrir dans le futur), est entièrement alloué au LRC sur cette typologie de contrat d'épargne
- Nous avons défini un Investment Component de 100% du montant des prestations (quote-part de PM rachetée) afin de blanchir les effets d'écart d'expérience sur le P&L. Ainsi, les écarts de flux défavorables sur les prestations payées (-0,6 €) sont absorbés par la CSM

Définition des investment components : L'Investment Component d'un contrat d'assurance vie correspond au montant à payer par l'assureur à l'assuré que l'évènement assuré (survie, décès...) ait eu lieu ou non. Dans le cadre des contrats d'épargne français, il convient de l'assimiler à la valeur de la PM à la clôture. En admettant cette interprétation pratique de la norme, certains cas particuliers peuvent contredire la définition de l'Investment Component. Par exemple, si certains rachats anticipés peuvent être accompagnés d'une pénalité, la valeur minimale sur laquelle est engagée l'assureur est la PM nette de pénalité de rachat. Par conséquent, choisir la PM en tant qu'Investment Component ne serait pas tout à fait en ligne avec les préconisations de la norme. Néanmoins, les études de sensibilité que nous avons menées montrent que même dans de tels cas, le choix de la PM en tant qu'Investment Component reste le plus pertinent.

Tableau 56 : Roll-forward de la CSM : effets des écarts d'expérience

Rollforward CSM

Opening CSM	6,30
Δ FV of assets IFRS 17	- 4,11
Δ FCF due to economical assumptions	3,60
Δ RA due to economical assumptions	0,08
Δ VIF due to technical experience variance	0,02
Δ FCF due to Claims & Premiums	2,36
Δ Investment component	- 2,35
Δ RA due to technical experience variance	0,04

On en déduit donc :

- La baisse du BEL est compensée par l'augmentation de la CSM du fait qu'il s'agisse de prestations qui restent à couvrir (LRC) : +2,36 €
- Le « sur-paiement » des prestations de l'année de -0,6 € dû aux rachats plus importants que prévus ne génère pas d'effet fonds propres mais impacte directement la CSM grâce au mécanisme d'Investment Component
- Le RA étant lié à une période de couverture future, les effets dus aux écarts d'expérience impactent la CSM

3.2.1.3 Impact des changements d'hypothèse

La mise à jour de la loi de rachat avec une hypothèse à la hausse a un effet défavorable sur la VIF : -0,09 €.

La mise à jour des lois de rachat impacte la période de couverture future et est assimilable à un impact LRC. Par conséquent, l'impact est entièrement alloué à la CSM :

Tableau 57 : Roll-forward de la CSM : effets des changements d'hypothèse

Rollforward CSM	
Opening CSM	6,30
Δ FV of assets IFRS 17	- 4,11
Δ FCF due to economical assumptions	3,60
Δ RA due to economical assumptions	0,08
Δ VIF due to technical experience variance	0,02
Δ FCF due to Claims & Premiums	2,36
Δ Investment component	- 2,35
Δ RA due to technical experience variance	0,04
Δ FCF due to technical assumptions	- 0,09
Δ RA due to technical assumptions	- 0,00
Δ CSM due to New Business	0,82

Le new business vient renforcer la CSM +0,82 €, car ce sont des contrats rentables.

3.2.1.4 Relâchement de la CSM dans le résultat

A cette étape de l'analyse, nous obtenons un rollforward de la CSM entre l'ouverture et la clôture de l'exercice pour chacun des deux cohortes :

La question qui se pose désormais est sur la quote-part de la CSM de clôture à amortir et reconnaître en résultat au titre de l'année écoulée.

La CSM est amortie au rythme des Coverage Units. Pour les contrats d'épargne, plusieurs choix d'unités de couverture peuvent être réalisés :

- Provisions Mathématiques : ce choix porté sur le volume de l'activité assure une relative stabilité des résultats issus de la CSM. Il ne permet pas en revanche de capter les aspects qualitatifs de l'activité : on pourrait par exemple se retrouver dans un cas où le relâchement de la CSM est effectué bien que le contexte économique soit peu favorable. Le lissage du résultat dans le temps permet de gommer les effets conjoncturels que peut rencontrer l'assureur
- PVFP : ce choix est de relâcher le résultat au rythme de la réalisation des profits économiques tels qu'attendus par le modèle. Cela permet ainsi de conserver une cohérence multinormes : résultat social, résultat modèle et résultat IFRS 17. Bien que volatile, cette approche permet de réconcilier les besoins de pilotage de l'activité et du résultat suivant différentes normes dont les messages peuvent être divergents dans certains cas. Se pose également la question du cas où la PVFP est négative : quelle serait dans ce cas le relâchement de CSM à effectuer ?

- Intérêts crédités et PB allouée à l'assuré : ce choix serait en lien avec l'objectif de la norme : le relâchement de la CSM se fait au rythme du service rendu à l'assuré ; dans le cadre des contrats d'épargne, le service rendu peut être interprété comme le rendement annuel de l'assuré. Par conséquent, l'assureur admettrait un bénéfice en fonds propres lorsque l'assuré constate également un gain

Afin de conserver une cohérence avec la phase de transition, nous avons opté pour les Provisions Mathématiques comme inducteur de l'amortissement de la CSM. La CSM est amortie au rythme des provisions mathématiques des contrats respectifs.

Tableau 58 : Rollforward DE CSM de la compagnie fictive

Rollforward CSM	
Opening CSM	6,30
Δ FV of assets IFRS 17	- 4,11
Δ FCF due to economical assumptions	3,60
Δ RA due to economical assumptions	0,08
Δ VIF due to technical experience variance	0,02
Δ FCF due to Claims & Premiums	2,36
Δ Investment component -	2,35
Δ RA due to technical experience variance	0,04
Δ FCF due to technical assumptions	- 0,09
Δ RA due to technical assumptions	- 0,00
Δ CSM due to New Business	0,82
CSM before release	5,60
CSM recognized	- 0,39
Closing CSM	5,21

3.3 Construction du P&L IFRS 17

Le rollforward de la CSM permet de reconnaître une partie de P&L de l'exercice : +0,39.

Le P&L IFRS 17 est constitué de plusieurs postes :

- Insurance revenue - les revenus techniques d'assurance :
 - o Le relâchement de la CSM
 - o Le relâchement du Risk Adjustment en lien avec l'émergence du risque
 - o La reprise des primes, des sinistres et des frais attendus dans l'année
 - o La dotation de l'Investment Component relatif aux primes et sinistres
- Insurance expense - les prestations réelles payées au courant de l'année nettes d'Investment Component :
 - o Les cash flows réels de primes, sinistres et frais de l'année
 - o La reprise de l'Investment Component correspondant
- Les frais non attribuables : les frais de l'assureur non spécifiques à un contrat d'assurance
- Le résultat financier :
 - o Le rendement financier IFRS 17 net des
 - o Frais financiers : En VFA, aucun résultat financier n'est constaté en P&L sur la base des contrats d'assurance régi par IFRS 17. Ce dernier est en effet entièrement absorbé en CSM. Il est indirectement reconnu via le relâchement progressif de la CSM. Le rendement financier IFRS 9 issu des actifs adossés aux passifs hors IFRS 17 (prévoyance, fonds propres etc.)

Le P&L est donc les suivants :

Tableau 59 : P&L du portefeuille fictif

P&L	Inv Comp 100%
CSM recognized	0,39
RA release	- 0,08
Expected CF	5,08
	Premiums -
	Claims 5,06
	Expenses 0,02
Expected Investment Component	- 5,06
Insurance revenue	0,32
Actual CF	- 7,42
	Premiums -
	Claims - 7,40
	Expenses - 0,02
Actual Investment Component	7,40
Insurance revenue	- 0,02
Incurred non attributable expenses	
Investment return IFRS 17	- 0,64
Insurance financial income or expenses IFRS 17	0,64
Investment result IFRS 17	-
Investment result IFRS 9	0,03
P&L of the year	0,33

- La CSM reconnue est issue du relâchement de la CSM au rythme des Provisions Mathématiques est de : 0,39 €
- L'émergence de l'incertitude au courant de l'année a un effet de baisse sur le Risk Adjustment qui est reconnue en résultat : -0,08 €
- Le profil de l'activité étant à prime unique, aucune prime n'est attendu par le modèle
- Les sinistres attendus sont de +5,06 € et blanchis par l'hypothèse d'Investment Component -5,06 €
- Les frais attendus lors de l'exercice sont de +0,02 €
- Les cash flows réels en sortie sont supérieurs : -7,4 € pour les sinistres nets d'investment component réel +7,4 € et -0,02 € pour les frais
- Tous les frais étant considérés attribuables dans notre exemple, l'impact des frais non attribuables est nul
- Comme attendu par norme, le résultat financier IFRS 17 est nul. En effet, les 4,11 € constatés au courant de l'année sont absorbés par la CSM -4,11 €
- Le résultat financier IFRS 9 est lié aux actifs adossés aux fonds propres en début d'exercice s'élève à 0,03 €
- Le P&L de la société s'élève donc à 0,33 € :

Modèles de réplification du BEL

4 Description théorique des modèles d'apprentissage

Dans la réglementation Solvabilité 2, les assureurs ont développé des méthodes d'accélération du calcul du capital économique. Comme il existe des liens entre IFRS 17 et Solvabilité 2, par exemple sur la définition du Best Estimate, on cherche à capitaliser sur les méthodes d'accélération Solvabilité 2 pour les adapter à la norme IFRS 17. En effet pour calculer la CSM il faut faire analyse de mouvement sur le BEL et le RA. Ainsi les modèles d'accélération doivent être capable de répliquer non seulement le BEL à la clôture, mais aussi les écarts qui interviennent pendant l'année. C'est donc une précision plus accrue qui est exigée. Les modèles d'accélération Solvabilité 2 sont essentiellement fondés sur des méthodes polynômiales. Dans cette étude on se propose d'étudier en parallèle d'autres modèles d'apprentissage. Nous allons finalement construire une approche polynomiale appelée par l'approche polynomiale pondérée, et la comparer avec les autres modèles.

Du fait de l'existence de liens entre IFRS 17 et Solvabilité 2, nous cherchons à capitaliser sur les méthodes de calcul des éléments du bilan sous Solvabilité 2 afin de générer une méthode de calcul pour les éléments du bilan sous IFRS 17. Plus particulièrement nous nous inspirons des méthodes alternatives du calcul du Best Estimate et des Fonds Propres sous Solvabilité 2 pour développer une méthode de calcul simplifiée de la PVFC sous IFRS 17. Par ailleurs, on souhaite tester les modèles simplifiés à l'analyse de mouvement IFRS 17. Le but c'est de retrouver le meilleur modèle répliquant le BEL le plus précis servant à calculer un P&L trimestriel.

4.1 Simulations dans les simulations

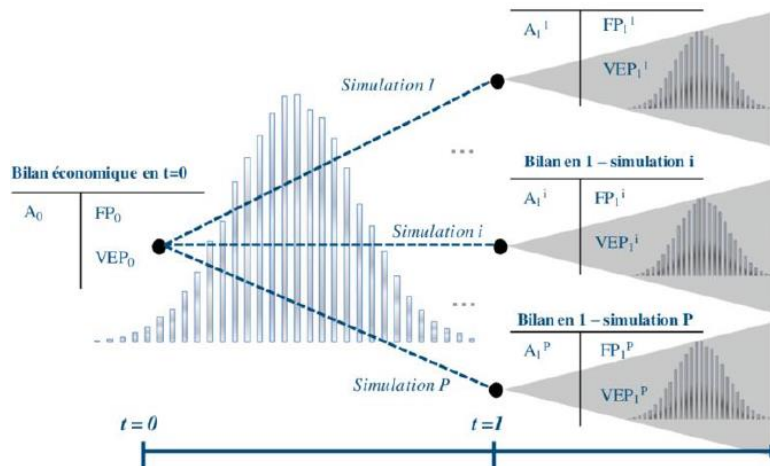
La COMMISSION EUROPEENNE. (2009). Directive Solvabilité 2, définit le besoin capital économique comme étant le quantile à 99,5% de la distribution des fonds propres économique de l'entreprise dans un an. Ce calcul de la distribution des fonds propres économiques passe par le calcul de la distribution du passif assurantiel. Lorsque les engagements incluent des options et des garanties, un calcul de la valeur temps est nécessaire. La valeur temps est habituellement obtenue par des simulations stochastiques. Une des méthodes les plus utilisées par les assureurs est la méthode de simulations dans les simulations. En effet c'est la méthode la plus commune pour le calcul des fonds propres économiques sous Solvabilité 2. La méthode de simulations dans les simulations expliquée dans le cours de Gestions globale des risques de Laurent Deniveau consiste à effectuer deux types de simulations successives afin d'obtenir une distribution des Fonds Propres en $t = 1$.

Cette méthode se décompose en plusieurs étapes :

- On effectue une première projection des actifs et passifs à $t = 1$ en univers monde réel (basée sur les observations historiques) à l'aide d'un GSE
- A l'issue de chaque projection primaire on calcule un bilan, on calibre le GSE en fonction du nouvel environnement économique et on effectue des projections secondaires économiques et techniques en univers risque neutre
- Pour chaque simulation secondaire, on calcule le Best Estimate comme étant la somme des cash-flows actualisés
- On effectue pour chaque scénario primaire, la moyenne des Best Estimate issue des simulations secondaires associées et on en déduit les fonds propres économiques
- On construit la distribution des fonds propres et on calcule le quantile à 0,5%

Le nombre de simulations totales est égal au produit du nombre de simulations primaires et du nombre de simulations secondaires.

Figure 65 : Méthode Simulation dans Simulation



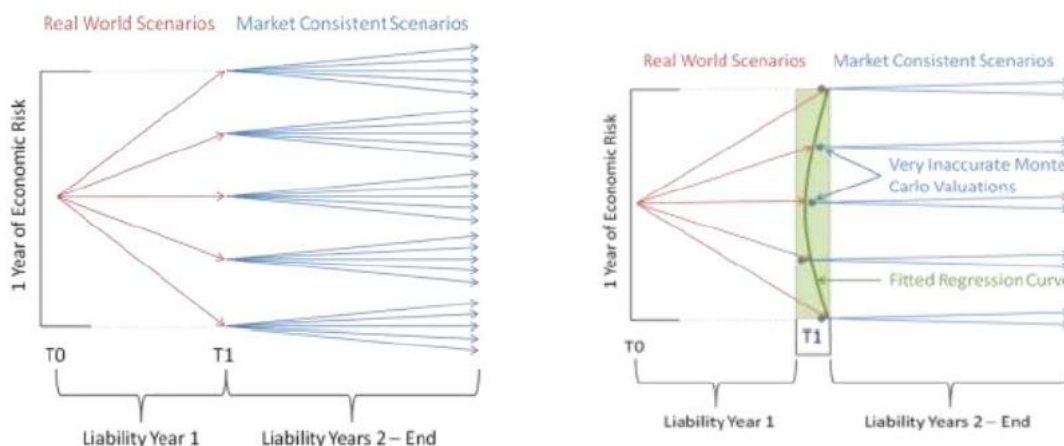
4.2 LSMC

La méthode LSMC a été introduite en 2001 par Longstaff et Schwartz dans le cadre de la valorisation des options bermudiennes. Il s'agit d'une méthode d'approximation des espérances conditionnelles basée sur la méthode des moindres carrés. La démarche LSMC a ensuite été adaptée pour une méthode de calcul du capital économique sous Solvabilité 2 et repose sur une approche Monte-Carlo associée à une méthode de régression.

Dans DENIVEAU, L. (2019). Gestion global des risques, Université Paris-Dauphine, Paris. Cours de Master 2, il est expliqué que l'objectif est de produire un polynôme qui puisse déduire le BEL à partir d'un jeu complet de scénarios primaires, mais un nombre restreint de scénarios secondaires. C'est donc une technique de simulation qui s'apparente à la méthode SDS mais qui permet de réduire le nombre de scénarios à produire et de s'affranchir de la lourdeur des calculs. En effet la méthode communément utilisée de simulations dans les simulations exige un temps de calcul important et nécessite de nombreuses ressources techniques.

La méthode LSMC s'appuie donc sur un grand nombre de simulations en monde réel et un faible nombre de simulations secondaires en risque neutre à l'issue de chaque scénario primaire. On utilise généralement deux simulations antithétiques risque neutres à l'issue de chaque simulation primaire. L'ensemble des facteurs de risque qui permettent de générer les scénarios primaires doivent apparaître dans la formule du polynôme de régression. Le polynôme est ensuite utilisé pour déduire de nouvelles valeurs de BEL et pour déduire la distribution des fonds propres.

Figure 66 : Méthode LSMC



La méthode LSMC se décompose en plusieurs étapes :

- On génère un nombre complet de scénarios primaires en monde réel
- A l'issue de chaque scénario primaire on réalise deux simulations risque neutres antithétiques et on calcule la moyenne des BEL obtenues

- On effectue une régression entre les facteurs de risque des scénarios primaires et le BEL
- On évalue par le polynôme obtenu les valeurs de BEL en faisant varier les facteurs de risque pour en déduire la distribution du BEL
- On en déduit la distribution des Fonds Propres et on détermine le quantile à 0,5%

Ainsi la différence entre la méthode SDS et la méthode LSMC réside sur le fait que la distribution du BEL est le résultat d'un calcul point par point par la méthode SDS alors que c'est le résultat d'une régression sur un nombre restreint de point pour le LSMC. En effet, comme il y a moins de simulations secondaires, l'estimation du BEL est moins précise que dans la méthode SDS. Cependant cette imprécision est compensée par une régression qui minimise l'erreur sur les points existants.

4.3 Curve Fitting

La méthode Curve Fitting est aussi une méthode de calcul du capital économique via l'utilisation de polynômes. La méthode s'appuie sur un nombre restreint de scénarios primaires, mais un nombre complet de scénarios secondaires. Elle permet au même titre que la méthode LSMC de s'affranchir d'un grand nombre de simulations.

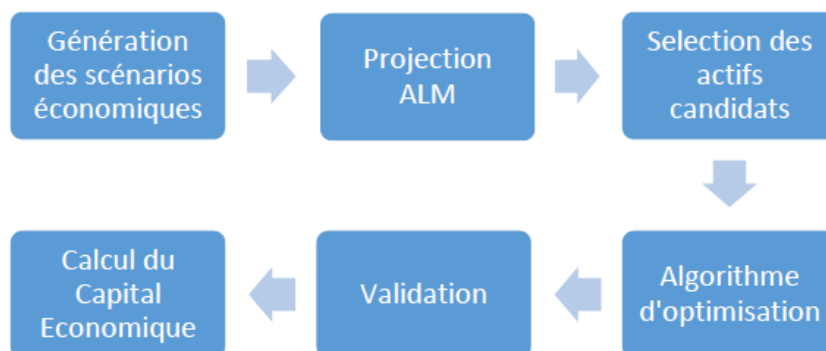
Algorithme du Curve Fitting :

- On génère un nombre restreint de scénarios primaires en monde réel
- A l'issue de chaque scénario primaire on réalise un grand nombre de simulations risque neutres et on calcule la moyenne des BEL obtenus
- On réalise les mêmes actions que pour la méthode LSMC

4.4 Replicating Portfolio

Le Replicating Portfolio est une autre méthode alternative à la méthode SDS pour le calcul du capital économique. La méthode consiste à utiliser un portefeuille d'actifs capable de reproduire les cash flows de passifs pour chaque simulation et chaque date future. Il faut préciser que c'est une méthode qui ne rend compte que des impacts financiers sur le portefeuille de passif. Néanmoins selon *la revue assurance française données clefs 2018*, le risque de marché représente 50% du capital économique d'une assurance vie, l'approximation reste donc acceptable. Le processus de cette méthode est représenté ci-dessous.

Figure 67 : Processus de la méthode Replication Portfolio

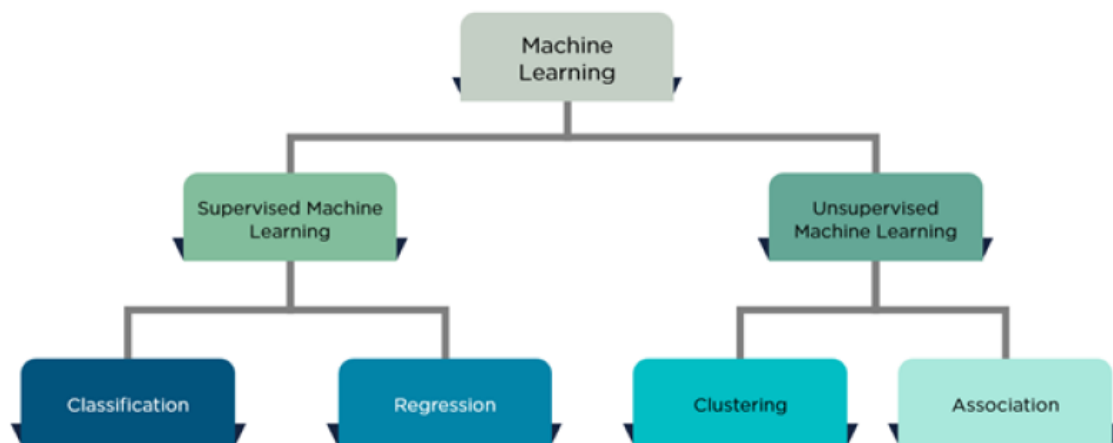


Un algorithme d'optimisation cherche la meilleure stratégie d'investissement afin de minimiser la différence entre les cash-flows de passifs et les cash-flows d'actifs. Après validation sur une base de scénarios financiers de test, le portefeuille répliquant est projeté pour chaque scénario d'actifs afin d'en déduire les flux de passif et de calculer le Best Estimate. Les inconvénients de cette méthode sont le choix des actifs pour reproduire les flux de passif, et la complexité des méthodes numériques. Cependant elle permet un gain en temps calcul considérable si l'on compare avec la méthode SDS.

4.5 Machine Learning

Le Machine Learning regroupe un ensemble d'algorithmes qui utilisent de la donnée pour automatiser une relation entre des variables explicatives et une variable à expliquer. La particularité de ces algorithmes est qu'ils développent à partir de l'expérience des modèles qui permettent de prédire facilement de nouvelles entrées. Le Machine Learning peut se diviser en deux groupes : l'apprentissage supervisé et l'apprentissage non supervisé. Un troisième groupe a émergé depuis quelques années, l'apprentissage par renforcement. Ces algorithmes sont généralement utilisés pour résoudre quatre types de problèmes.

Figure 68 : Méthodes Machine Learning



Ainsi afin de sélectionner le meilleur algorithme, il est important d'identifier quel est le type de problème à résoudre et quelles sont les données disponibles.

4.5.1 Modèle Polynomial classique

L'objectif de cette partie est de présenter la méthode mise en place pour estimer le BEL à l'aide d'une formule fermée. Celle-ci revient à approcher le BEL par des variables explicatives.

La calibration de la fonction polynomiale du BEL nécessite :

1. la construction de la base de données
2. Choix des facteurs de risque et paramètre à intégrer dans le polynôme
3. la comparaison de la qualité d'ajustement des modèles testés
4. la validation des hypothèses des modèles testés

Nous allons tout d'abord définir dans cette partie le modèle polynomial et les éléments permettant de juger de la qualité de la régression et de valider les hypothèses du modèle. Ensuite, nous allons comparer les différents modèles testés afin de sélectionner celui qui aura les meilleurs résultats. Enfin, nous présenterons les résultats sur des scénarios de test non utilisés dans la calibration des modèles étudiés et du modèle sélectionné.

4.5.1.1 Régression polynomiale

La régression polynomiale est une analyse statistique qui explique les variations de la variable aléatoire Y appelée "variable à expliquer" ou "variable cible" à partir des variables aléatoires (X_1, \dots, X_p) , appelées "variables explicatives". Nous cherchons à travers cette régression à lier les variables (cible et explicatives) par un polynôme de degré k . Le modèle polynomial suppose que la relation entre la variable cible et les variables explicatives peut être linéaire ($k = 1$) ou non linéaire ($k > 1$).

Dans le cadre de notre étude, nous allons explorer d'une part le modèle polynomial de degré 2 classique puis nous allons le comparer avec notre modèle polynomial modifié et un modèle de réseau de neurone.

Le modèle polynomial peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (4.1)$$

Où

- Y est le vecteur des observations de dimension n
- X est la matrice contenant les variables explicatives et leur puissance ainsi que leur interaction. X est de dimension $n \times p$ (nombre des variables explicatives, leur puissance et interaction). Nous supposons X de rang plein (donc $(XX^t)^{-1}$ est inversible). Aussi les variables explicatives sont indépendantes
- β est le vecteur des paramètres inconnus (de dimension p) à estimer à l'aide des données afin de prédire la valeur moyenne de Y pour de nouvelles valeurs des variables explicatives
- ε est le vecteur erreur aléatoire de dimension n . Par hypothèse $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ sont indépendantes et de même variance σ^2 (paramètre inconnu, à estimer) et suivent une loi Normale (qui est $N(0, \sigma^2)$)

On suppose $p \leq n$ et $\text{rang}(X) = p$.

Pour un vecteur x on note $\|x\|$ sa norme euclidienne standard tel que : $\|x\|^2 = \sum_k x_k^2$, On note aussi P_X la projection orthogonale de Y sur $IM(X)$, l'ensemble image de X . L'estimateur des moindres carrés de β noté $\hat{\beta} \in R^p$ tel que :

$$\hat{\beta} = \arg \min \|Y - Xu\|^2, u \in R^p. \quad (4.2)$$

X étant injective on retrouve :

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (4.3)$$

A titre d'exemple, nous considérons le polynôme avec la variable explicative X et de degré $k = 3$.

Nous modélisons les variables considérées comme des variables aléatoires réelles (définies sur un espace probabilisé (Ω, A, P)). Pour une observation i , y_i est une réalisation de :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \varepsilon_i, \quad i \in \{1 \dots n\} \quad (4.4)$$

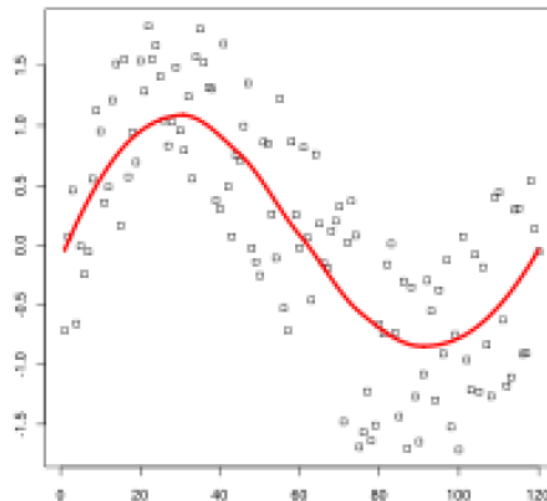
Le modèle peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$Y = X\beta + \varepsilon,$$

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_1 & X_1^2 & X_1^3 \\ | & | & | & | \\ | & | & | & | \\ 1 & X_i & X_i^2 & X_i^3 \\ | & | & | & | \\ | & | & | & | \\ 1 & X_n & X_n^2 & X_n^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

On calibre alors une régression linéaire comme étudié précédemment sur notre échantillon polynomiale.

Figure 69 : Ajustement d'un modèle polynomial



On obtient de même un polynôme qui passe le plus près de tous les points et une formule réutilisable pour prédire de nouvelles données.

4.5.2 Approche polynomiale pondérée

C'est une approche polynomiale modifiée développée dans le cadre de ce mémoire, afin de mieux répliquer le BEL. En effet, dans cette approche, on rajoute plusieurs autres effets, et on déforme la structure du polynôme afin de mieux refléter la nature de données du passif d'un fonds euro en assurance vie.

Notre approche consiste à avoir un modèle paramétrique (polynomial) où on peut analyser l'effet de chaque paramètre, pouvoir réaliser l'AoM afin de calculer le P&L IFRS7.

L'idée consiste à avoir un modèle robuste ayant la capacité de répliquer le BEL trimestriel même en cas de forte variation des hypothèses initiales du portefeuille. En effet, une légère variation de la prédiction cause une forte variation de la CSM permettant de calculer le P&L. Par ailleurs, nous cherchons la méthode la plus précise permettant de retrouver le P&L le plus proche de la réalité.

Néanmoins, le modèle polynomiale classique est utilisables sous l'hypothèse de conditions de variations stables des facteurs de risques (Actifs financiers, hypothèses biométriques, etc.).

Dans ce mémoire, nous cherchons à battre cette limite et de proposer une solution pour résoudre cette problématique.

Nous avons commencé notre étude par identifier les principaux facteurs de risque et les paramètres qui ont un effet sur l'évolution des BE.

Parmi ces paramètres, nous citons :

- Les facteurs de risque financiers (Taux, Actions, Immobilier, Spreads, etc.) : Pour le risque des taux, on a choisi d'intégrer le niveau des taux, la valeur de marché des actions et des immobiliers, et les niveaux des spreads.
- Les facteurs de risque techniques (les rachats, mortalité, etc.)
- Les provisions mathématiques : l'effet du volume total peut varier d'un trimestre à l'autre, ce qui vient modifier considérablement nos BE, à travers les rachats d'expérience et les nouveaux contrats qui viennent intégrer le portefeuille. Ce qui par conséquent changera le volume du portefeuille
- Des paramètres contractuels : On rajoute une variable liée aux garanties dans le passif. Dans ce mémoire, on se limite à l'étude du TMG
- L'allocation d'actifs : En cas de forte variation des marchés financiers ou dans le cas des actions management qui viennent intervenir pour changer l'allocation d'actifs à des fins stratégiques, cela impactera le niveau des engagements, car celui-ci dépend du niveau du risque du portefeuille qui changera dans cette situation

Nous avons essayé dans notre modélisation d'intégrer tous ces en modélisant la forme suivante du polynôme :

$$\frac{BEL}{PM} = \alpha_0 + \sum_i^n \alpha_i x_i \frac{p_i^t}{p_i^0} + \sum_i^n \beta_i x_i^2 \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^2 + \sum_{i,j} \delta_{ij} x_i x_j \frac{p_i^t}{p_i^0} \frac{p_j^t}{p_j^0} + \dots + \varepsilon \quad (4.5)$$

Où

- $\alpha_i, \beta_i, \delta_{ij}$: les paramètres inconnus de la régression polynomiale liés aux facteurs de risque
- $p_i^t : p_i^0 = VM_i^t / VM_{Total}^t$ le poids de l'actif i à l'instant t dans le portefeuille, c'est à partir de cette pondération qu'on capte l'effet d'allocation d'actifs
- x_i : la $i^{\text{ème}}$ variable explicative supposée déterministe
- ε : les erreurs non observées qui sont supposées indépendantes et identiquement distribuées qui suivent une loi normale
- PM : les provisions mathématiques, c'est à partir de cette proportionnalité qu'on capte l'effet volume total (les rachats d'expérience et les new business)

Nous pondérons chaque facteur de risque par la variation du poids de l'actif sous-jacent. Nous allons ainsi prédire Le BEL par euro de PM au lieu de prédire le BEL .

4.5.2.1 Critères de qualité d'ajustement des modèles

Pour comparer les différents modèles, il est nécessaire de définir les critères de sélection. Cette section présente les critères retenus : Coefficient de détermination R^2 ajusté Le coefficient de détermination R^2 juge de la qualité de l'ajustement du modèle de régression. Ce coefficient représente le rapport entre SCE et SCT et se traduit par la relation suivante :

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{SCE}{SCT} = \frac{\|\hat{Y} - \bar{Y}1_n\|^2}{\|Y - \bar{Y}1_n\|^2} \\ &= \frac{SCT - SCR}{SCT} \\ &= 1 - \frac{\|Y - \hat{Y}\|^2}{\|Y - \bar{Y}1_n\|^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

où

- $\hat{Y} = X\hat{\beta}$
- $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$
- 1_n désigne le vecteur colonne à n composantes égales à 1
- $SCT = SCE + SCR$ est l'équation d'analyse de variance

• SCT est la somme des carrés totaux. Elle indique la variabilité totale de Y , c'est à dire l'information disponible dans les données

• SCE est la somme des carrés expliqués. Elle indique la variabilité expliquée par le modèle c'est à dire la variation de Y expliquée par X

• SCR est la somme des carrés résiduels. Elle indique la variabilité non-expliquée (résiduelle) par le modèle c'est à dire l'écart entre les valeurs observées de Y et celles prédites par le modèle

SCR étant la somme des carrés des résidus ; ainsi plus cette dernière est minimale plus l'estimation obtenue par le modèle est satisfaisante. C'est d'ici que nous tenons le fait que plus le R^2 est proche de 1, meilleur est le modèle. Nous pouvons également déduire que le $R^2 \in [0, 1]$ vu que le rapport de norme appartient à l'intervalle $[0, 1]$ ($SCT \geq SCR$).

D'un point de vue géométrique, il s'agit d'un rapport de carrés de longueur de deux vecteurs. Le coefficient de détermination est donc le cosinus carré de l'angle entre les deux vecteurs : Y et sa projection Y_b sur le sous-espace orthogonal de $\text{vect}(X)$ dans R^n .

Toutefois, au cas où le nombre de variables explicatives est grand comparé au nombre d'observations, le R^2 vaut alors 1. En effet, nous pouvons facilement visualiser géométriquement que l'ajout de variables explicatives ne peut que faire croître ce coefficient. D'où sa pertinence uniquement pour comparer des modèles avec un même nombre de variables.

C'est pour cela que nous avons recours à l'utilisation du R^2 ajusté dans le cas où le nombre de variables diffère, car ce dernier en tient compte.

Le coefficient R^2 ajusté est une version adaptée du R^2 qui tient compte du nombre de variables explicatives présentes dans le modèle. Il a pour expression la relation ci-dessous :

$$\begin{aligned}\bar{R}^2 &= 1 - \frac{\frac{SCR}{n-(p+1)}}{\frac{SCT}{n-1}} & (4.7) \\ &= 1 - \frac{\frac{\|Y - \hat{Y}\|^2}{n-(p+1)}}{\frac{\|Y - \bar{Y}1_n\|^2}{n-1}} \\ &= 1 - \frac{n-1}{(n-(p+1))} \cdot \frac{\|Y - \hat{Y}\|^2}{\|Y - \bar{Y}1_n\|^2} \\ &= 1 - \frac{n-1}{(n-(p+1))} \cdot (1 - R^2)\end{aligned}$$

4.5.2.1.1 Test de Student

L'objectif du test de Student est d'évaluer l'influence de chaque variable X_j , $j \in \{0, \dots, p\}$, sur la variable que nous cherchons à expliquer Y . Ainsi, afin de juger de la significativité de la variable explicative X , l'effet de sa présence est analysé sous l'hypothèse H_0 :

$$H_0: \beta_j = 0 \text{ contre } H_0: \beta_j \neq 0$$

Pour chaque coefficient β_j , nous notons $\hat{\sigma}_j^2$ l'estimateur de la variance β_j^2 obtenu en prenant le j -ème terme de la diagonale $\hat{\sigma}^2(X^t X)^{-1}$.

Nous calculons la statistique de test H_0 :

$$S_{obs} = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\hat{\sigma}^2} = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.8)$$

Qui suit T une loi de Student à $(n - p - 1)$ degrés de liberté.

Nous nous intéressons dans l'étude à la p-valeur liée au test de Student. Elle teste l'hypothèse selon laquelle les coefficients de la régression ne sont pas significativement différents de 0. Ainsi, la p-valeur associée à ce test vaut $P(|T| \geq |S_{obs}|)$. En pratique si la p-valeur est faible par rapport à un seuil de 5% (seuil choisi dans le cadre de l'étude) le coefficient de la régression associé est significatif.

4.5.2.1.2 Le Test de Fisher

Le test de Fisher s'intéresse à la significativité globale d'un modèle. En effet, l'objectif du test de Fisher est plus général que le test de Student. Le test de Fisher permet de comparer des modèles emboîtés, c'est-à-dire la pertinence d'utilisation d'un modèle contre un de ses sous-modèles pour expliquer la variable Y . Ainsi, ce test confronte les hypothèses suivantes :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0 \text{ contre } H_0 : \text{il y a au moins un coefficient non nul}$$

Nous calculons la statistique de test sous H_0 comme suit :

$$F_{obs} = \frac{R^2}{1 - R^2} \frac{n - (p + 1)}{p} \quad (4.9)$$

qui suit F une loi de Fisher $\mathcal{F}(p, n - (p + 1))$

Ainsi la p-valeur associée à ce test vaut $\mathbb{P}(F \geq F_{obs})$. De façon similaire, dans le cas où p-value ≤ 0.05 , nous rejetons H_0 .

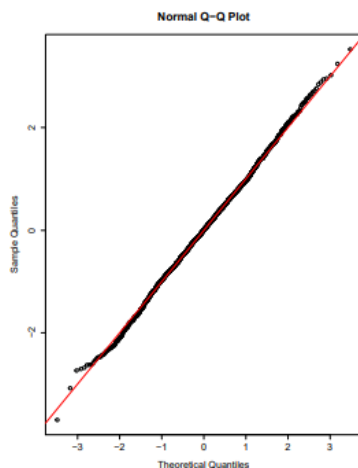
4.5.2.2 Critères de validation des modèles

Afin de déterminer si le modèle est adapté et si les hypothèses sur les résidus de la régression sont satisfaites, il est nécessaire d'examiner les graphes et tests cités ci-dessous :

4.5.2.2.1 Graphique Q-Q plot

Ce graphique permet de vérifier la normalité des résidus. Il s'appelle quantile-quantile car il confronte la loi normale (en abscisse) et les quantiles empiriques de l'échantillon (en ordonnée).

Figure 70 : Graphique Q-Q plot d'une loi normale



Pour une distribution parfaitement normale les points doivent être alignés sur la droite rouge (comme illustré sur le graphique 75). Nous pouvons avoir une distribution des résidus différente d'une distribution normale si la variable cible (variable à expliquer) n'est pas distribuée de façon normale ou si le modèle n'ajuste pas bien au nuage de points ou si la variance de la variable cible n'est pas constante pour toutes les valeurs des variables explicatives.

4.5.2.2.2 Test de Shapiro-Wilk

Le test de Shapiro-Wilk permet de tester la normalité des observations. En comparaison des autres tests, il est particulièrement puissant pour les petits effectifs ($n < 50$). Si la p-valeur du test est inférieure à 0.05 (seuil choisi), alors l'hypothèse de normalité des résidus doit être rejetée.

4.5.2.2.3 Test de Breusch-Pagan

Le test de Breusch-Pagan implique les deux hypothèses suivantes : H_0 : homoscélasticité, contre l'hypothèse H_1 : hétéroscélasticité.

L'homoscélasticité signifie que la variance des erreurs de la régression est la même pour chaque observation i (de 1 à n observations). Par conséquent, si la p-valeur associée à un test d'hétéroscélasticité se trouve en-dessous d'un certain seuil (dans le cadre de l'étude 5%), les données s'écartent donc significativement de l'homoscélasticité.

4.5.2.2.4 Graphe des résidus en fonction des valeurs prédites

Ce graphe permet de vérifier que la variance de la variable cible est constante, c'est à dire indépendante de la valeur des variables explicatives. Si la variance est constante, les points doivent être dispersés autour de la droite horizontale passant par la valeur 0 et former une bande horizontale.

4.5.3 Les réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont des algorithmes de Machine Learning qui sont utilisés à la fois pour résoudre des problèmes de régression et des problèmes de classification. Les réseaux de neurones ont récemment gagné en popularité pour leur capacité à surpasser les autres algorithmes en précision et en vitesse.

Un réseau de neurones est une suite de couches de neurones placés en parallèle qui interagissent entre eux et transmettent l'information de manière séquentielle. Il existe plusieurs structures de réseaux de neurones comme le CNN (Convolutional Neural Network), le RNN (Recurrent Neural Network). On parle de deep learning lorsqu'un réseau de neurones est constitué de plusieurs couches cachées.

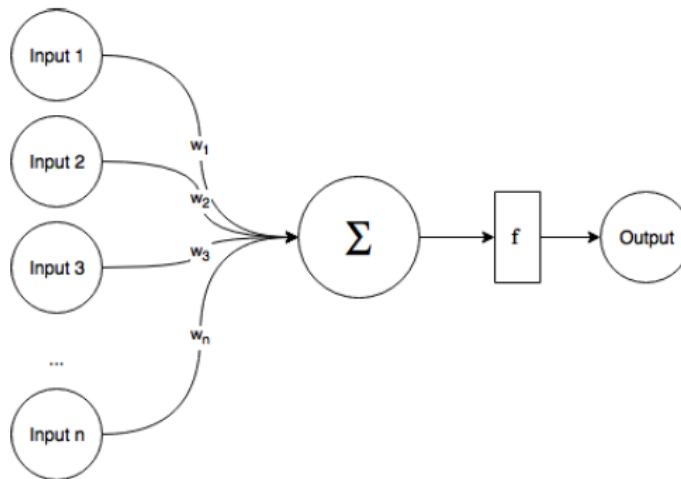
4.5.3.1 Le neurone

Les réseaux de neurones sont des structures inspirées de la structure neuronale du cerveau humain. L'élément principal de la structure est le neurone donc le fonctionnement est similaire au neurone humain. Un neurone est une fonction mathématique qui génère des outputs à partir d'inputs et de poids.

La fonction mathématique est appelée fonction d'activation et effectue une transformation de la moyenne pondérée des entrées. Soit X_1, X_2, \dots, X_n des variables explicatives, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ les données associées à chaque variable et w_0, w_1, \dots, w_n les poids alloués, la valeur de sortie du neurone s'écrit :

$$Output(x) = f(w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_i). \quad (4.10)$$

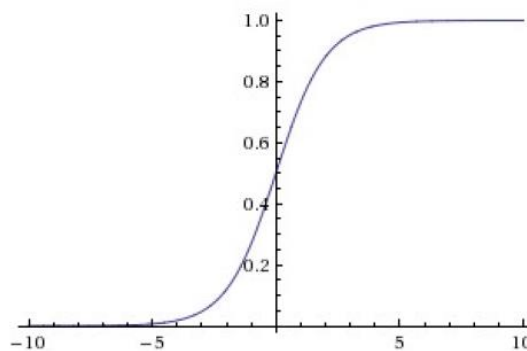
Figure 71 : La structure d'un réseau de neurones



Il existe de nombreuses fonctions d'activation dans les réseaux de neurones, nous présentons ci-dessous les plus connues.

4.5.3.2 Sigmoid

Figure 72 : Fonction d'activation sigmoid

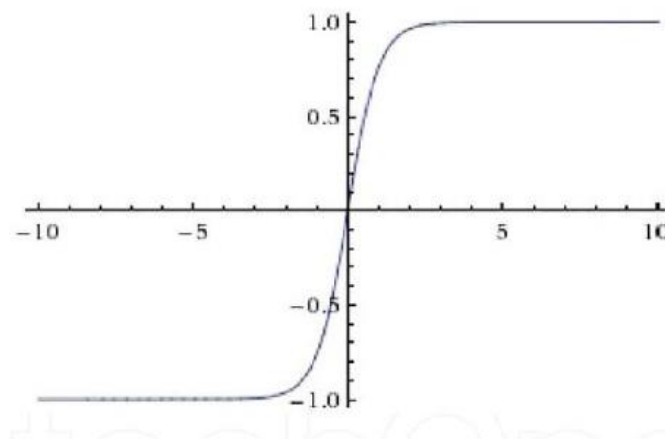


$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (4.11)$$

La fonction sigmoid tend vers 0 en $-\infty$ et tend vers 1 en $+\infty$. C'est une fonction qui permet de capter la non-linéarité dans les données, par ailleurs c'est une fonction différentiable qui peut être associée à une approche descente de gradient pour calculer les poids dans chaque couche. Cependant cette fonction d'activation a pour défaut de fournir des outputs dans un intervalle réduit $[0,1]$, ce qui signifie que pour certains inputs, une grande variation produit de faibles variations au niveau des outputs.

4.5.3.3 Tanh

Figure 73 : Fonction d'activation tanh

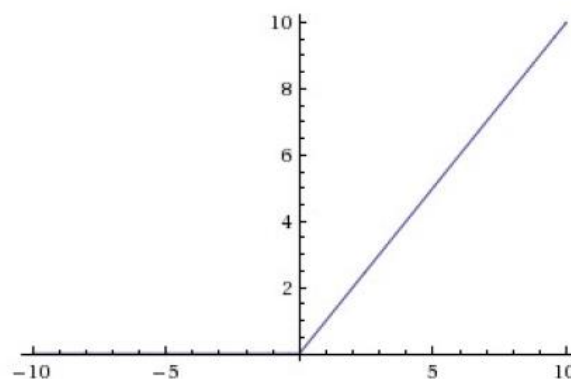


$$g(x) = \tanh(x) \quad (4.12)$$

La fonction tanh est une version similaire à la fonction sigmoïde, elle diffère dans le sens où elle génère des outputs dans l'espace d'arrivée $[-1, 1]$. Elle est préférée à la fonction sigmoïde lorsque les données sont centrées autour de 0. Néanmoins, c'est une fonction qui a toujours pour défaut de fournir des outputs dans un intervalle réduit.

4.5.3.4 ReLU

Figure 74 : Fonction d'activation ReLU



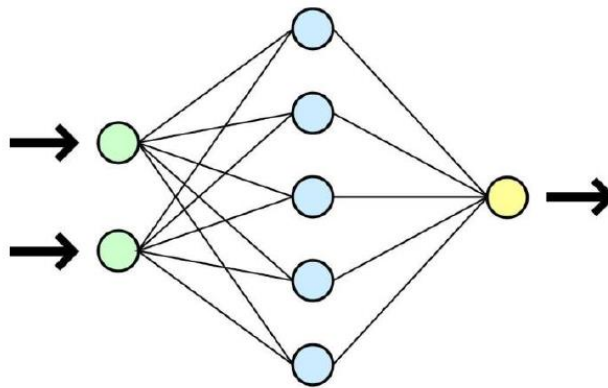
$$g(x) = \max(x, 0) \quad (4.13)$$

La fonction relu est la fonction d'activation la plus répandue, elle retourne 0 si l'entrée est négative et l'entrée elle-même dans le cas contraire. Cette fonction permet aussi de capter de la non-linéarité dans les données et semble surpasser les fonctions d'activation tanh et sigmoïde. La fonction relu est favorisée dans le cadre du deep learning.

4.5.3.5 Réseau de neurones

Un réseau de neurones est une suite de couches neuronales qui communiquent les unes avec les autres. Une couche se définit comme un ensemble de neurones qui prennent des valeurs en entrée et génèrent des sorties grâce à des fonctions d'activation.

Figure 75 : Couches d'un réseau de neurones



Trois couches au minimum composent un réseau de neurones :

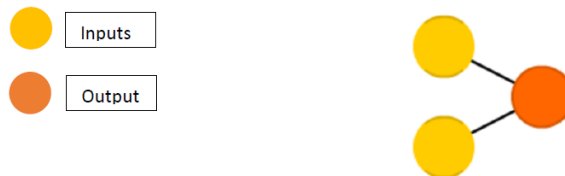
- Couche d'entrée composée de neurones avec une donnée en entrée et une fonction d'activation identité. C'est la couche qui récupère les paramètres en entrée du modèle
- Couches cachées dont les neurones prennent leur entrée depuis les sorties de la couche précédente, les fonctions d'activations ne sont pas forcément l'identité
- Couches de sorties qui permettent de prédire la valeur en sortie

4.5.3.6 Les différentes structures de réseau de neurones

Il existe plusieurs structures de réseaux de neurones en fonction du nombre de couches cachées, du nombre de neurones par couches, des fonctions d'activation appliquées à chaque neurone. Dans cette partie on se propose de présenter les structures les plus standards.

4.5.3.6.1 Perceptron

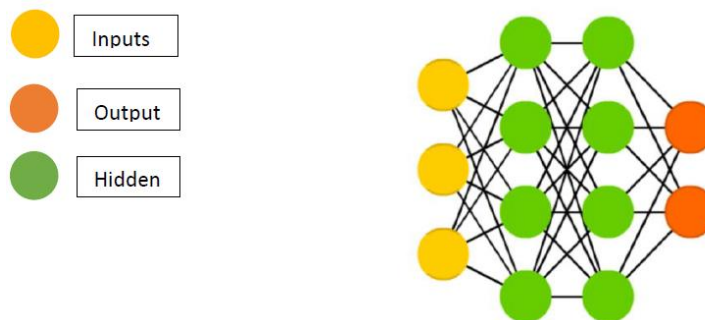
Figure 76 : Perceptron



Le perceptron représente la structure la plus simple constituée de plusieurs entrées, de plusieurs poids et d'une seule sortie. Le perceptron est utilisé dans le cadre de la classification binaire, ce qui signifie que la sortie est 0 ou 1. Dans le cadre de notre étude nous souhaitons calibrer des modèles de régression.

4.5.3.6.2 Deep Feed Forward (DFF)

Figure 77 : Deep Feed Forward



Le DFF est une structure plus complexe constituée d'une couche d'entrée, de plusieurs couches cachées et d'une couche de sortie. De manière générale, les fonctions d'activation sont identiques à tous les neurones d'une même couche.

Cette structure permet de résoudre des problèmes de régression et de classification en résolvant l'équation suivante :

$$y = f(x, \theta).$$

Où θ représente les poids reliant les neurones, et x représente les inputs du modèle.

L'apprentissage des poids est expliqué dans l'exemple suivant : Soit $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ les inputs du modèle et soit un réseau constitué d'une couche d'entrée à p neurones, d'une couche cachée à q neurones et d'une couche de sortie à un neurone. On note $\alpha_{j,k}$ le poids entre le j - ème neurone de la couche d'entrée et le k - ème neurone de la couche cachée et β_k le poids entre le k - ème neurone de la couche cachée et le neurone de la couche de sortie.

L'apprentissage consiste à calibrer les poids de chaque noeud $\alpha_{j=0,p;k=1,q}$ et $\beta_{k=0,q}$ en minimisant la fonction de perte quadratique :

$$Q(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x, \alpha, \beta))^2. \quad (4.14)$$

On calcule alors la dérivée de la fonction de perte par rapport à chaque paramètre.

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \beta_k} = -2(y_i - f(x_i))(\beta' V_i) V_{k,i} = \mu_i V_{k,i}. \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \alpha_{k,j}} = -2(y_i - f(x_i))(\beta' V_i) \beta_k f'(\alpha'_{k,j} x_i) x_{i,p} = \pi_{k,i} x_{i,p}. \quad (4.16)$$

Avec $V_{k,i} = f(\alpha_{k,0} + \alpha'_{k,j} x_i)$, $V_i = \{V_{1,i}, \dots, V_{q,i}\}$

et $\mu_i = -2(y_i - f(x_i))(\beta' V_i)$, $\pi_{k,i} = -2(y_i - f(x_i))(\beta' V_i) \beta_k f'(\alpha'_{k,j} x_i)$.

D'où la relation suivante :

$$\pi_{k,i} = f'(\alpha'_{k,j} x_i) \beta_k \mu_i. \quad (4.17)$$

Les poids optimaux sont obtenus par l'algorithme de descente de gradient suivante

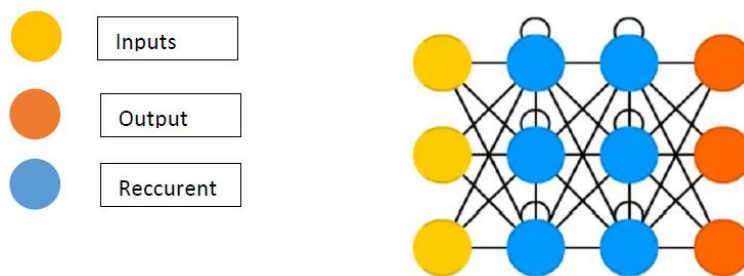
$$\beta_k^{j+1} = \beta_k^j - \theta_j \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q_i}{\partial \beta_k^j}. \quad (4.18)$$

$$\alpha_{k,p}^{j+1} = \alpha_{k,p}^j - \theta_j \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q_i}{\partial \alpha_{k,p}^j}. \quad (3.19)$$

$$\theta_{j+1} = \epsilon \theta_j, \text{ avec } \epsilon \in]0; 1]. \quad (4.20)$$

4.5.3.6.3 Recurrent Neural Network (RNN)

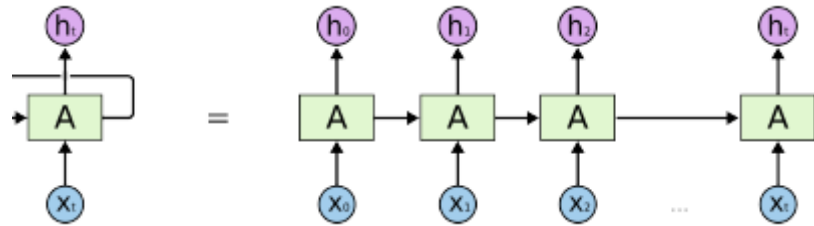
Figure 78 : Recurrent Neural Network (RNN)



Les RNN, réseaux de neurones récurrents, contiennent plusieurs couches de réseaux, où les informations des étapes de temps précédentes, en plus de la sortie, sont transférées aux étapes de temps futures.

Au fur et à mesure que l'entrée et les paramètres de chaque couche sont traités, la sortie des couches précédentes est prise en compte, donnant au réseau une forme de mémoire.

Figure 79 : RNN

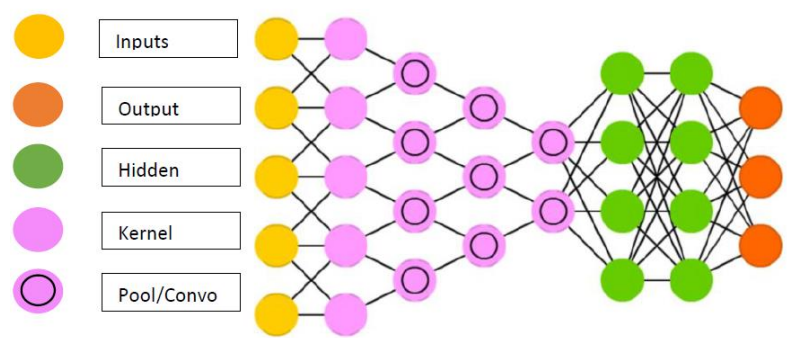


Dans le diagramme ci-dessus, un morceau de réseau de neurones, A, regarde une entrée X_t et renvoie une valeur h_t . Une boucle permet de faire passer des informations d'une étape du réseau à l'autre. Ces boucles font que les réseaux de neurones récurrents semblent un peu mystérieux. Cependant, si nous regardons un peu plus, il s'avère qu'ils ne sont pas si différents d'un réseau de neurones normal. Un réseau de neurones récurrent peut être considéré comme plusieurs copies du même réseau, chacune transmettant un message à son successeur. Comme une dimension temporelle doit être prise en compte pour les RNN, le gradient peut devenir relativement complexe, ce qui fait que les informations des pas de temps précédents commencent à disparaître ou s'amplifier de manière significative. En raison de ces phénomènes, il peut être difficile pour le réseau de se souvenir correctement des informations des pas de temps précédents si elles se situent loin dans la séquence.

Le RNN est utilisé lorsque les réponses obtenues lors des itérations passées influencent les réponses qui seront obtenues lors des prochaines itérations. La particularité de cette structure est que les neurones des couches cachées reçoivent aussi leur propre sortie en input.

4.5.3.6.4 Deep Convolutional Network (DCN)

Figure 80 : Deep Convolutional Network



Le DCN est similaire au DFF, mais possède la particularité de détenir des fonctions d'activation de type regroupement ou convolution. Les fonctions d'activation de type regroupement sont des fonctions qui permettent de regrouper ou résumer un ensemble de données via les fonctions de type max, min, moyenne ect. Les fonctions de convolution sont des fonctions de type :

$$f * g(x) = \sum_{i=0}^k f(i)g(x - i). \tag{4.21}$$

Les convolutions traitent les données en entrée et les regroupements pour les simplifier en réduisant les valeurs aberrantes. Les structures DCN sont très utilisées pour résoudre des problèmes relatifs à la reconnaissance de textes ou d'images.

Dans le cadre de ce mémoire nous voulons calibrer des modèles afin de prédire une variable continue, on fera donc usage des structures DFF. La précision du modèle dépendra du nombre de couches cachées, du nombre de neurones par couche cachée et des fonctions d'activation.

Pour une première évaluation de la qualité des modèles, nous utilisons deux métriques et un coefficient de détermination. Les métriques que nous utilisons, sont la métrique RMSE (Racine Mean Square Error) qui est la moyenne des erreurs au carrée, et la métrique MAE (Mean Absolute Error) qui représente la moyenne des erreurs en valeur absolue. Le coefficient de détermination que nous utilisons est le R^2 . Le support de cette première étude est l'échantillon de test obtenu par la division de la base totale.

La métrique MSE est définie comme :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2} \quad (4.22)$$

La métrique MAE est définie comme :

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| \quad (4.23)$$

Pour définir le R^2 nous partons de cette équation :

$$\begin{aligned} Y_i - \bar{Y} &= (\hat{Y}_i - \bar{Y}) + (Y_i - \hat{Y}_i). \\ (Y_i - \bar{Y})^2 &= (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + (Y_i - \hat{Y}_i)^2. \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 &= \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \\ SCT &= SCE + SCR. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Où

- SCR = somme des carrés résiduels
- SCE = somme des carrés expliqués
- SCT = somme des carrés totaux

Ainsi le $R^2 = \frac{SCE}{SCT} \in [0,1]$.

4.5.3.6.5 Validation des fonctions d'interpolation

Le processus de validation des fonctions de perte et des excédents de perte interpolés sert à vérifier que les estimations faites à l'aide de l'approche ne sont pas trop éloignées des estimations obtenues par le modèle ALM.

Pour ce faire, nous nous plaçons dans le cadre des chocs stand-alone et des chocs pair-wise. Pour cela, il faut d'abord choisir des scénarios qui n'ont pas été intégrés dans le processus de calibrage, ensuite calculer les BE associés à ces scénarios grâce à la méthode des simulations dans les simulations et enfin évaluer les fonctions de perte en ces scénarios choisis et quantifier les écarts observés selon plusieurs mesures de précision.

Le choix des scénarios de validation repose sur la même motivation que les scénarios de calibrage : favoriser une répartition uniforme de ces scénarios dans l'espace des valeurs possibles des facteurs de risque et privilégier des scénarios extrêmes permettant d'évaluer la précision du modèle dans le cas de fortes variations de la situation initiale du portefeuille.

Parmi les mesures de précision connues dans la littérature, nous choisissons trois mesures afin d'élaborer nos tests de validation :

- La MAE
- La RMSE
- The maximum error (ME) : c'est le maximum des valeurs absolues des erreurs d'interpolation.

$$EM = \max_{i \in \{1 \dots n\}} |Y_i - \hat{Y}_i| \quad (4.25)$$

Où

- n : le nombre de scénarios de validation
- Y_i : Le BEL issue du modèle ALM pour le scénario i
- \hat{Y}_i : Le BEL estimé par le modèle pour le scénario i

Toutes ces mesures de précision sont indifférentes au signe de l'écart, ainsi elles donnent la même information pour une surestimation ou une sous-estimation de la même valeur absolue. Par ailleurs, la mesure ME a été choisie afin de capter le plus grand écart alors que la MAE nous fournit une valeur moyennée de l'écart global de l'interpolation. Afin de donner un poids relativement élevé aux grands écarts, nous avons intégré le RMSE parmi les mesures de validation. Nous établissons dans le tableau suivant des seuils de test afin de valider les fonctions d'interpolation :

Tableau 60 : Seuil de validation en pourcentage du BEL et de CSM

Mesure de précision	Seuil d'acceptation sur le BEL	Seuil d'acceptation sur la CSM
<i>EAM</i>	2%	4%
<i>EQM</i>	2%	4%
<i>EM</i>	4%	8%

Le choix des seuils a été fait afin d'obtenir des écarts non significatifs entre les BEL issus les approches testées et ceux du modèle ALM. A ce stade d'avancement, nous ne pouvons pas juger de la pertinence des niveaux des seuils choisis. En effet, à la suite de la mise en place de cette approche, nous revenons sur ce choix en fonction de la précision de notre résultat. Les niveaux des seuils de validation sur le BEL sont supérieurs à ceux sur la CSM. Si une fonction interpolée ne répond pas à la totalité des tests, alors nous serons obligés d'inclure d'autres scénarios dans le processus de calibrage afin de raffiner la qualité de l'interpolation et parvenir donc à vérifier les tests de validation avec succès.

Analyses et Résultats

5 Analyse et Résultats

La production complète du BEL et du P&L IFRS17 repose sur un long processus difficile à optimiser d'un point de vue opérationnel, alors que les délais de clôture sont de plus en plus courts. La pression sur les équipes de production est d'autant plus forte pour les clôtures trimestrielles où les tâches sont mélangées à d'autres travaux de R&D.

Dans le cadre de l'étude, nous proposons un modèle proxy qui sera utilisé pour approximer la meilleure estimation du passif, à travers lequel nous cherchons à contourner les modèles ALM. L'objectif est d'avoir la possibilité de ventiler les différents effets expliquant la variation de l'analyse des mouvements utilisée pour déterminer le CSM et le P&L IFRS 17, d'un trimestre à l'autre.

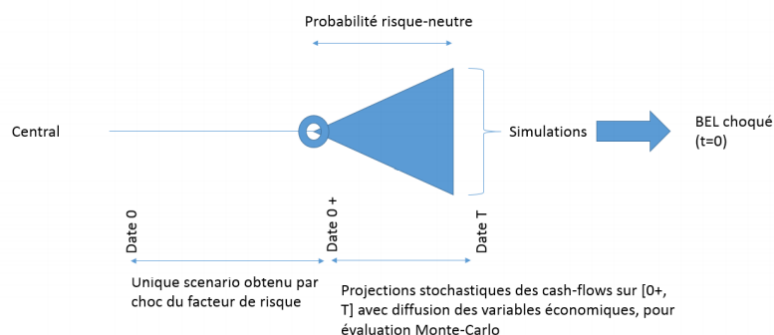
La méthode proposée pour l'ajustement d'une forme paramétrique ou semi paramétrique s'inspire de la méthode du curve fitting. Cette dernière consiste « à approcher d'une manière analytique une espérance conditionnelle (à savoir les fonds propres économique 1 an, 2 ans...) d'une régression des moindres carrés effectuée sur un nombre fini de facteurs de risque dans le but de répliquer l'aléa contenu dans les fonds propres économiques ».

Comme pour le curve fitting, avec un nombre réduit de chocs instantanés, la méthode proposée pour estimer le BEL cherche une formule fermée parmi la famille des fonctions polynomiales, reliant des indicateurs de risque au montant de la valeur cible choisie.

En effet, la méthode proposée pour cette étude consiste à répliquer l'espérance des flux actualisés en appliquant l'algorithme suivant :

1. A l'instant $t=0$, qui représente la situation initiale du portefeuille, des chocs instantanés unitaires et croisés sont appliqués aux facteurs de risque sélectionnés. Ces chocs instantanés traduisent les différentes situations financières appliquées au modèle à $t=0$. Cette première étape consiste à appliquer un nombre restreint de simulations que nous pouvons appeler "simulations primaires"
2. Pour chaque simulation primaire (choc instantané unitaire ou croisé appliqué à $t=0$), le bilan est projeté selon le modèle de projection des flux en risque neutre selon 10 "simulations secondaires" générés par le GSE
3. N états du BEL sont obtenus où N est égal au nombre de chocs « primaires » effectués. Les N BEL divisés par les PM (effet volume) constituent la base de données utilisée pour la recherche du proxy BEL

Figure 81 : Application du choc instantané



5.1 Construction des bases de données

Dans cette partie, nous décrivons la méthode de construction de la base de données, en se basant sur une extraction de notre modèle ALM créé sur le périmètre Epargne.

Dans cette partie nous allons effectuer une analyse de sensibilité de la variable à expliquer (BEL/PM) par rapport aux principaux facteurs de risque intégrés dans notre modélisation des BEL.

5.1.1 Introduction des stress d'expérience et des stress d'hypothèse

On souhaite tester nos modèles simplifiés sur l'analyse de mouvement, ce qui signifie que les modèles doivent être capable de répliquer non seulement les valeurs de BEL stochastique de clôture mais aussi la ventilation des écarts de l'année. Nous avons vu que l'analyse de mouvement était composée de plusieurs types de mouvements, dans ce mémoire on s'intéresse aux écarts d'expérience et aux écarts liés aux changements d'hypothèses. Nous allons donc introduire dans chaque variable la notion de sensibilité d'expérience et la notion de sensibilité d'hypothèse.

Pour les variables techniques, on définit des sensibilités d'expérience comme des sensibilités qui sont appliquées uniquement la première année de projection. On définit des sensibilités d'hypothèses comme des sensibilités appliquées chaque année de projection à partir de la deuxième année.

Pour les variables financières, on définit des sensibilités d'expérience comme des sensibilités qui sont appliquées uniquement en début de projection à $t=0$. La sensibilité d'hypothèse financière concerne les changements d'hypothèses endogènes non liées aux changements exogènes précédemment cités à l'étape « Ecarts d'expérience économiques ». Par exemple, les changements dans l'allocation stratégique d'actifs.

Tableau 61 : Variables explicatives d'expérience

Variables d'expérience	
Action, Immobilier et Taux	$t = 1$ Rachat d'expérience

Tableau 62 : Variables explicatives d'hypothèse

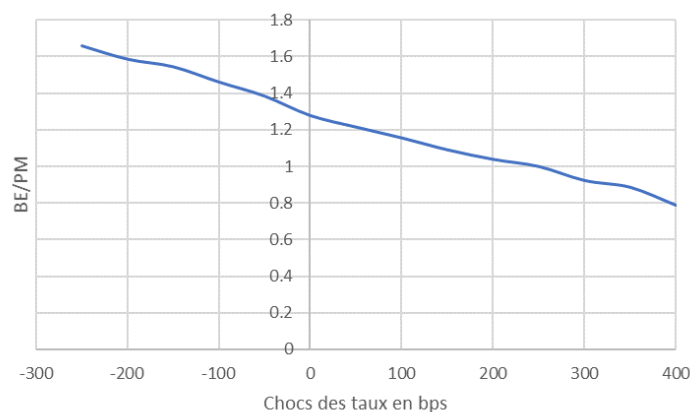
Variables d'hypothèse	
Allocation d'actifs	$t > 1$ Rachat d'hypothèse

5.1.2 Analyse de sensibilités du BEL

5.1.2.1 Impact des chocs de la courbe des taux

Nous allons choquer les niveaux des taux en effectuant des translations à la hausse et à la baisse pour mesurer l'impact sur le BEL par Euro de PM.

Figure 82 : Sensibilité des BEL par rapport aux taux sans risque



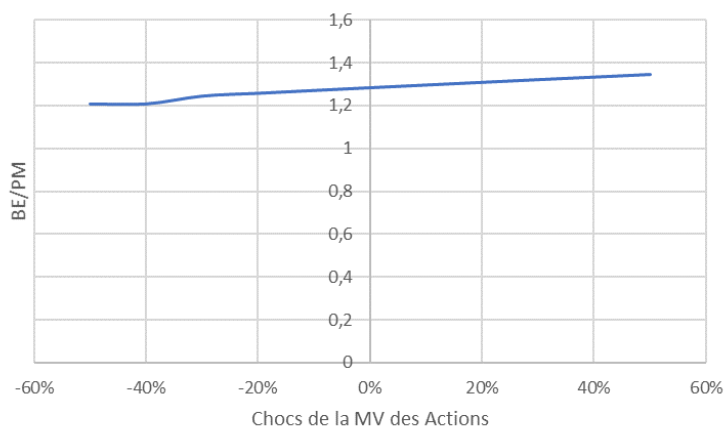
Plus le taux court à long terme est important, plus nos engagements diminuent, ce qui s'explique principalement par l'effet d'actualisation des cash-flows des BEL et d'autre part elle augmente les produits financiers, puis les prestations, et fait donc augmenter le BEL. On constate donc que l'effet qui s'impose ici est l'effet d'actualisation. L'écart relatif de deux chocs respectifs de +/- 250 bps de la courbe des taux est de 32% et -31%.

Il existe une corrélation négative entre le coefficient de Taux et le BEL : plus le taux augmente plus la valeur des engagements des assureurs diminue.

5.1.2.2 Impact des chocs de la valeur de marché des actions

Nous allons choquer la valeur de marché des actions à la hausse et à la baisse pour analyser l'impact sur le BEL par Euro de PM.

Figure 83 : Sensibilité des BEL par rapport à MV des actions



Plus la valeur des actions en portefeuille augmente, plus nos engagements augmentent également du fait du mécanisme de participation aux bénéfices où les assurés bénéficient de la performance des actifs financiers en portefeuille.

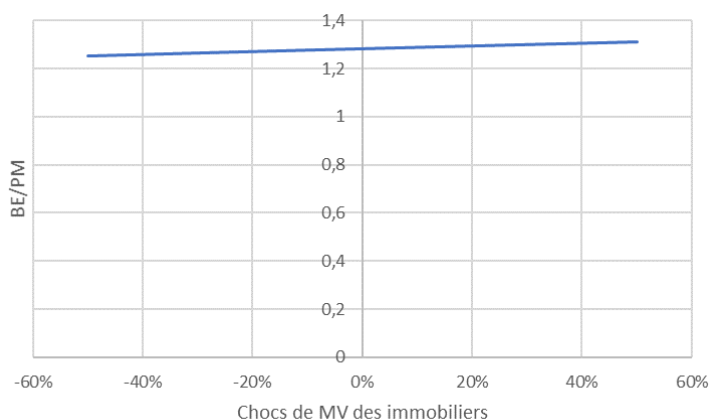
Par ailleurs, nous remarquons qu'à partir du choc de -40% le BEL reste stable liée à la garantie TVOG qu'à partir de ce choc, le TRA devient en-dessous du TMG ce qui par conséquent revient à payer le TMG.

En ce qui concerne le BEL, nous avons une variation de -7,1 % entre le scénario central et le scénario de sensibilité à -39%, face à une variation très faible de -0,1% entre les scénarios de sensibilités (-39% et -50%). Nous détectons alors un point de rupture à partir duquel le BEL diminue très légèrement.

5.1.2.3 Impact des chocs de la valeur de marché Immobilier

Nous allons choquer la valeur de marché des immobiliers en portefeuille ou des fonds immobiliers (SCI) à la hausse et à la baisse pour analyser l'impact sur le BEL par Euro de PM.

Figure 84 : Sensibilité des BEL par rapport à la MV Immobilier



Nous remarquons une variation de -1.3 % entre le scénario central et le scénario de choc à -25% sur l'immobilier.

5.1.2.4 Impact des chocs des Spreads

Nous allons choquer l'écart de crédit des obligations (Spread) Etats et corporate à la hausse et à la baisse pour analyser l'impact sur le BEL par Euro de PM. L'analyse comprendra le spread des obligations d'états et celui des obligations d'entreprise.

Figure 85 : Sensibilité des BEL par rapport aux Spreads Etats

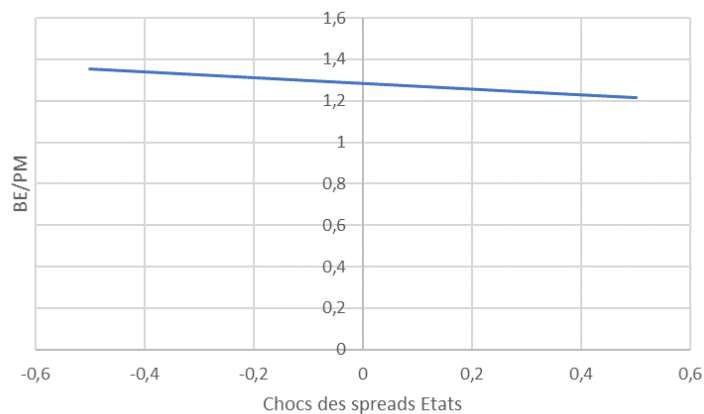
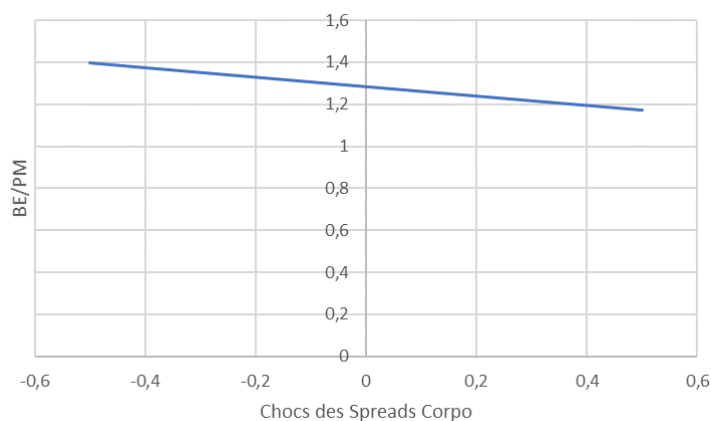


Figure 86 : Sensibilité des BEL par rapport aux Spreads Corporate

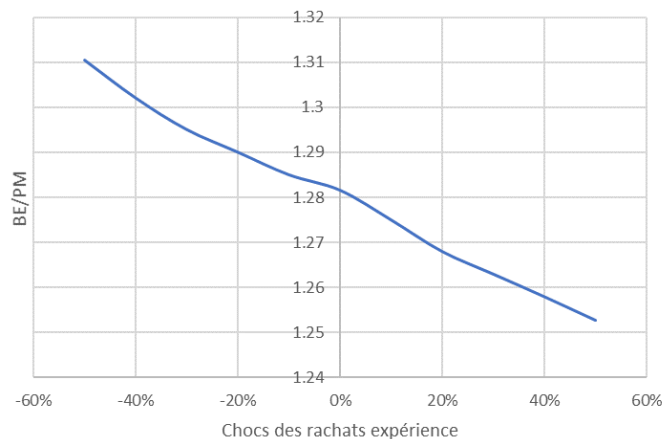


Plus le choc de spread augmente, plus le BEL diminue. En effet, l'augmentation des spreads implique une baisse de la valeur de marché des obligations, et cela diminue les PVL réalisées sur ces produits, ce qui a pour conséquence directe, la diminution du taux servi aux assurés (pas de PPE dans notre modèle).

5.1.2.5 Impact des chocs des Rachats

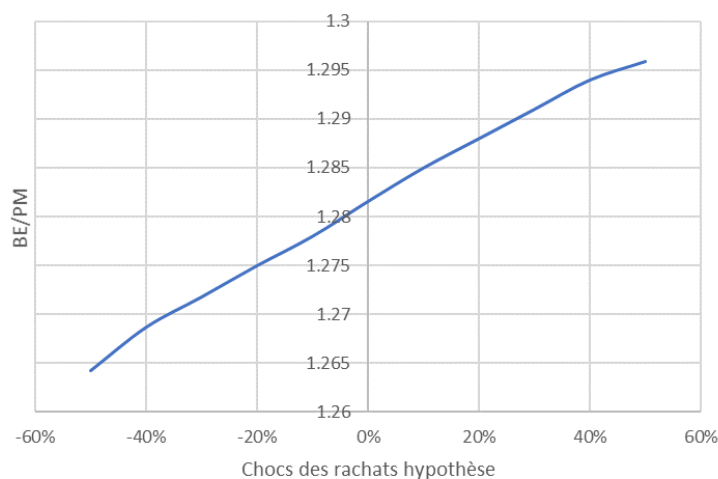
Nous allons choquer les rachats d'expérience et les rachats d'hypothèse à la hausse et à la baisse afin de mesurer l'impact sur le BEL par Euro de PM. Sachant que dans notre modélisation, les cash de sortie sont basés sur les hypothèses de rachat uniquement.

Figure 87 : Sensibilité des BEL par rapport aux Rachats Expérience



Le BEL stochastique de clôture est décroissant en fonction des sensibilités sur l'expérience de rachat, car on a constaté que pour une sensibilité à la hausse du rachat d'expérience, que le premier cash-flow augmentait très violemment, puis que tous les cash-flows suivants diminuaient. L'effet est réciproque pour une sensibilité à la baisse et permet de dire que l'augmentation d'une sensibilité d'expérience entraîne une augmentation du BEL d'ouverture mais une diminution du BEL de clôture. Une augmentation des rachats de 50% la première année entraîne un écart relatif de -2,2%.

Figure 88 : Sensibilité des BEL par rapport aux Rachats Hypothèse

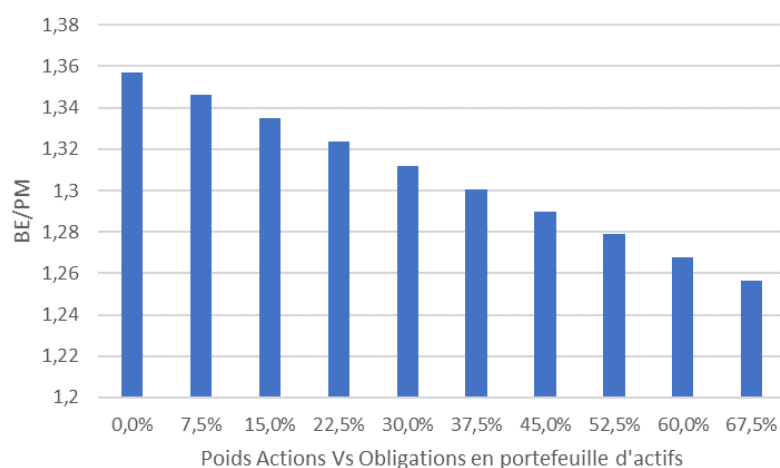


Le BEL stochastique à la clôture augmente de façon concave avec les sensibilités sur l'hypothèse de rachats. Pour une sensibilité à la hausse des d'hypothèse, une première série de cash-flows augmentait, puis que la série suivante diminuait. En effet les sensibilités s'appliquent tous les ans à partir de la deuxième année de projection et produisent deux effets, une augmentation des rachats, et dans le même temps une diminution du nombre d'assurés dans le portefeuille. L'augmentation des rachats produit une augmentation des cash-flows alors que la diminution du nombre d'assurés dans le portefeuille produit une diminution des cash-flows. Dans un premier temps c'est l'effet d'augmentation des prestations qui s'impose, puis dans la deuxième série de cash-flow c'est l'effet diminution du portefeuille qui s'impose. Au global, le BEL stochastique à l'ouverture et à la fermeture augmentent avec les sensibilités sur l'hypothèse. On constate qu'une augmentation de 50% de l'hypothèse de rachat entraîne un écart relatif de 1,1%.

5.1.2.6 Impact de l'Allocation d'actif

Nous pouvons observer dans quelle mesure l'allocation d'actifs stratégique mise en place impacte la provision Best Estimate. En vue d'une comparaison, nous mettons en place une allocation d'actif où nous investissons dans des obligations et des actions.

Figure 89 : Sensibilité des BEL par rapport à la variation de l'allocation d'actifs



La variation de la provision du Best Estimate par Euro de PM entre les types d'allocation d'actifs n'est pas très importante. L'allocation stratégique permet de réduire les moins-values obligataires éventuelles des premières années de projection en ayant un meilleur adossement actif-passif. Nous remarquons que plus on a des actions plus les BEL augmentent, ce qui est normal car les actions sont risquées et volatiles.

5.1.2.7 Conclusion

Grâce à l'étude des sensibilités, nous avons pu déterminer les paramètres qui influencent la valeur de la provision Best Estimate. Ces résultats sont présentés dans le tableau suivant. Il faut noter que l'impact a été jugé en constatant les résultats des sensibilités. Ce jugement reste relatif et est spécifique à ce produit.

Tableau 63 : Conclusion sur l'analyse de sensibilités du BEL

	Impact	Remarques
Taux moyen terme	Très fort	Des variations respectives de +32% et -31% des BEL pour des variations -250 bps et +250 bps.
Les rachats d'expérience	Moyen	Des variations respectives de +2.3% et -2.4% des BEL pour des variations +50% et -50%.
Les rachats d'hypothèse	Moyen	Des variations respectives de -1.1% et +1.1% des BEL pour des variations +50% et -50%.
La MV des actions	Fort	Une variation de -7,1% pour un choc de -39% de la MV des actions.
La MV des immobiliers	Moyen	Une variation de -1,3% pour un choc de -25% de la MV des immobiliers.
Le spread Etat	Moyen	Une variation de -2,7% pour un choc de +30% des spreads d'états.
Le spread corporate	Moyen	Une variation de -2,2% pour un choc de +30% des spreads Corporate.
Allocation d'actifs	Moyen	Une variation de +2,3% si l'allocation d'actifs est statique.

5.1.3 Sélection des facteurs de risque et des scénarios de calibrage

Cette étape constitue la brique de base de l'approche. En réalité, la qualité des résultats issus de la méthode dépend en grande partie de cette étape. D'abord, on est amené à choisir les facteurs de risque qui sont les plus pertinents pour le calcul du résultat technique et financier de la compagnie. Cela nécessite une bonne compréhension du stock présent dans les portefeuilles d'actifs et de passif de la compagnie fictive, permettant ainsi l'identification des facteurs les plus intéressants au regard des risques auxquels la compagnie est exposée.

Ensuite, la sélection des scénarios suppose une bonne connaissance théorique des lois de probabilités de ces facteurs de risque afin de choisir les scénarios correspondant aux quantiles les plus pertinents. Les scénarios de calibrage sont déterminés selon le niveau de significativité des facteurs de risque et constituent les points d'interpolation.

Par conséquent, nous établissons la liste suivante des facteurs de risque retenus dans l'élaboration du générateur de scénarios :

- Taux : Ce facteur est indispensable parmi les risques à modéliser. En effet, à peu près 78% du portefeuille d'actifs est constitué d'obligations qui sont des produits extrêmement sensibles à ce facteur. Le niveau des taux détermine la valeur de marché des obligations. De façon générale, la hausse entraîne mécaniquement une baisse des cours des obligations et inversement. Par ailleurs, ce facteur intervient aussi sur le rachat conjoncturel
- Action : 15% du portefeuille d'actifs est constitué des actions (CAC40). Vu le rendement élevé des actions par rapport aux obligations, le facteur action détermine en grande partie le rendement total de la compagnie
- Immobilier : On est exposé aux variations de la valeur des biens immobiliers dans notre portefeuille, ce qui va impacter le niveau de rendement, ce qui par conséquent va impacter nos engagements. Ce risque doit être pris en compte dans notre modélisation
- Rachat : Ce risque est un risque de passif contrairement aux risques sélectionnés précédemment. L'approche polynomiale a l'avantage de traiter des risques autres que les risques de marché. Le risque Rachat inclut deux composantes, le risque de rachat conjoncturel établi selon la formule déjà présentée et le risque structurel.
- Spread : représente l'écart de rendement actuariel entre une obligation et le rendement d'un emprunt non risqué pour une même durée. Le risque de spread impacte la valeur de marché de nos obligations en portefeuille. En cas de vente ou d'achat d'obligations ou même en cas de défaut, ce risque va impacter nos engagements à travers nos assurés
- New business : les New business sont pris en compte à travers la prédiction du BEL par euro de PM

5.1.3.1 Critères de choix des scénarios de calibrage

Nous adoptons la variation relative en valeur absolue des BEL par rapport à une situation centrale, comme métrique de mesure de la significativité des facteurs de risque.

$$\left| \frac{BEL_{t=0}^{Central} - BEL_{t=0}^{Choc}}{BEL_{t=0}^{Central}} \right| \quad (5.1)$$

Nous déterminons les critères de significativité des facteurs de risque en fonction d'un choc de quantile 99.5%. Nous adoptons les chocs 99.5% de Solvabilité 2 utilisés dans le cadre de calcul du SCR par la formule standard.

Suivant le nombre de facteurs de risque variant par rapport au scénario central, un terme spécifique est accordé au choc étudié comme suit :

- Un choc d'un seul facteur de risque est un choc « stand-alone ».
- Un choc de deux facteurs est un choc « pair-wise ».

5.1.3.2 Chocs unitaires

5.1.3.2.1 Significativité des facteurs de risque

Afin de déterminer le nombre de scénarios de calibrage, nous décidons de recourir à la significativité de la variation des BEL relativement à un choc correspondant au quantile 99,5% de la distribution du facteur de risque, ce qui correspond au choc de solvabilité 2 afin de calculer le capital réglementaire (SCR en formule standard).

Les facteurs de risque retenus pour l'approche polynomiale sont :

1. Action
2. Niveau (Taux)
3. Rachat d'expérience
4. Rachat d'hypothèse
5. Spread Etats
6. Spread Corporate
7. Immobilier

Le principal but de cette approche étant de réduire le nombre de scénarios primaires, le nombre de scénarios de calibrage doit être faible. Nous limitons le nombre de scénarios maximal à 10 scénarios pour chaque facteur de risque. En effet, ayant 7 facteurs de risque retenus, le nombre maximal des scénarios de calibrage des fonctions de perte est de 60 scénarios. Cependant, la réduction du nombre de scénarios de calibrage ne doit pas dégrader la qualité de l'interpolation. La réduction à 70 scénarios de calibrage sera jugée suivant la précision des fonctions d'interpolation.

On définit la grandeur « significativité » qui peut prendre trois valeurs selon la valeur du rapport : la variation relative en valeur absolue.

Le calcul de ce rapport pour un facteur de risque nécessite, en plus de la valeur des BEL à $t = 0$, de procéder à ces étapes dans l'ordre :

- Récupérer la valeur du facteur correspondant au quantile 1/200. Dans ce mémoire, nous utilisons les niveaux de chocs appliqués dans le cadre de calcul du capital réglementaire de Solvabilité 2
- Obtenir les 10 trajectoires risque-neutres, grâce au GSE, constituant le scénario choc $q_{1/200}$
- Lancer le modèle ALM afin de récupérer la valeur des BEL à $t = 0$ en ce scénario. Une fois ce rapport calculé, nous nous référons au tableau suivant afin de déterminer la valeur de la significativité

Tableau 64 : La significativité des chocs unitaires (standalone)

Significativité	Variation relative
1	... > 7%
2	4% ≤ ... ≤ 7%
3	... < 4%

Les seuils ont été définis à la suite de quelques tests la variation relative du BEL de la compagnie. Ils peuvent varier d'une compagnie à une autre selon le profil de risque et les exigences actuarielles en termes de précision.

5.1.3.2.2 Choix de scénarios de calibrage :

Une fois la grandeur « significativité » déterminée, nous nous référons au tableau suivant pour identifier les scénarios de chocs à appliquer au bilan économique.

Tableau 65 : Le nombre de scénarios en fonction de la significativité pour des chocs unitaires

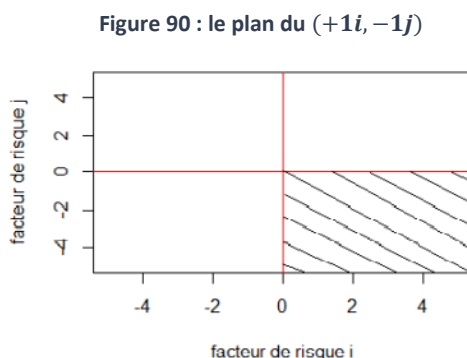
Significativité	Scénarios correspondants
1	10 scénarios
2	8 scénarios
3	4 scénarios

L'intérêt derrière ce choix c'est d'optimiser le nombre de scénarios de calibrage en fonction de la significativité des facteurs, car le but principal c'est de réduire le temps de calcul, ce qui se fait à travers la réduction du nombre de scénarios.

5.1.3.3 Chocs croisés «pair-wise»

Soit n le nombre de facteurs de risque pouvant se produire simultanément. Pour simplifier l'étude, nous décidons de partager l'espace des valeurs possibles des chocs résultant des n facteurs de risque en plusieurs parties selon le signe des chocs. On utilise le symbole $+1$ pour un signe strictement positif et -1 pour un signe strictement négatif. Par exemple pour $n = 2$ avec les facteurs de risque i et j , 4 parties de l'espace R^2 (l'espace des valeurs possibles) se présentent comme suit : $(+1; +1), (-1; +1), (+1; -1), (-1; -1)$. De façon générale, pour n facteurs de risque on obtient 2^n parties possibles. Afin de déterminer les scénarios à appliquer dans chaque partie de l'espace, nous traitons le cas de la partie de l'espace $(+1i, -1j)$ pour un choc « pair-wise » qui va être généralisé par la suite.

La partie de l'espace $(+1i, -1j)$ est la partie hachurée dans cette figure



La valeur correspondante au quantile 199/200 du facteur de risque i et la valeur correspondante au quantile 1/200 du facteur de risque j sont incluses dans cette partie de l'espace. En appliquant le choc simultané ($\text{choc}(q_i^{\frac{199}{200}})$ $\text{choc}(q_j^{\frac{1}{200}})$) au bilan économique de la compagnie, on calcule le rapport suivant :

$$\left| \frac{BEL_{t=0}^{Central} - BEL_{t=0}^{Choc_croisé}}{BEL_{t=0}^{Central}} \right| \quad (4.2)$$

Le calcul de ce rapport est fait en suivant ces instructions :

- Établir les distributions des facteurs de risque i et j à $t = 0^+$
- Récupérer la valeur du facteur i correspondant au quantile 199/200 et la valeur du facteur j correspondant au quantile 1/200
- Obtenir les 10 trajectoires risque-neutres, grâce au GSE, constituant le scénario ($\text{choc}(q_i^{\frac{1}{200}})$ et $-\text{choc}(q_i^{\frac{1}{200}})$)
- Lancer le modèle ALM afin de récupérer la valeur des BEL à $t = 0$ en ce scénario

Une fois calculé, le rapport nous permet de déduire la valeur de la significativité pour les chocs pairwise :

Tableau 66 : La significativité des chocs croisés (pairwise)

Significativité	Variation relative
1	... > 20%
2	... ≤ 20%

Les seuils présents dans le tableau ci-dessus ont été établies grâce à quelques tests sur des chocs croisés et peuvent être ajustés en fonction de la qualité des résultats en matière de précision.

1.1.1.1.1 Choix de scénarios de calibrage :

Une fois la grandeur significativité déterminée, Nous nous référons au tableau suivant pour identifier les scénarios de chocs à appliquer au bilan économique.

Tableau 67 : Le nombre de scénarios en fonction de la significativité pour des chocs croisés

Significativité	Nombre de scénarios
1	4
2	2

Pour n facteurs de risque où $n \geq 2$, dans chaque partie de l'espace de valeur étudiée, chaque facteur de risque admet soit une valeur correspondante au quantile 1/200 soit une valeur correspondante au quantile 199/200. La clé du tableau est donc toujours calculable.

De façon générale, le nombre de scénarios de calibrage de la fonction d'interpolation doit croître avec la significativité du rapport calculé. Par ailleurs, nous cherchons toujours à bien répartir les quantiles des scénarios dans la partie de l'espace concernée.

5.1.3.4 Réalisation des chocs unitaires

La méthode utilisée a pour but de couvrir de façon uniforme le maximum de situations économiques possibles. Pour ce faire, certains points relatifs aux chocs dits "unitaires" (Chocs « stand-alone ») sont explorés. Puis dans un second temps, des chocs dits doubles hits chocs ou chocs croisés sont appliqués.

A l'issu de la modélisation ALM, nous avons sélectionné 6 facteurs de risque afin de déterminer la distribution des BEL de la compagnie d'assurance. L'établissement des BEL pour les chocs unitaires exige dans un premier temps le calcul du niveau de significativité de chaque facteur de risque. C'est ainsi que l'on pourra déduire les scénarios à intégrer dans le processus de calibrage

Tableau 68 : Niveau de significativité des facteurs de risque (chocs unitaires)

Facteur de risque	$choc^{q \frac{1}{200}}$	Variation relative en valeur absolue	Niveau de significativité
Niveau Taux	-301,25%	31,13%	1
Action	-39%	7,21%	1
Immobilier	-25%	2,87%	3
Spread Etats	33,21%	2,81%	3
Spread Corporate	39,54%	2,76%	3
Rachat Expérience	50%	2.3%	3
Rachat Hypothèse	50%	1.1%	3

Le tableau ci-dessus montre les valeurs de la variation relative des BEL choqués par rapport au scénario central, permettant d'attribuer le niveau de significativité à chaque facteur de risque.

5.1.3.4.1 Choc de la valeur de marché Action

Le portefeuille Action représente une partie non négligeable dans le portefeuille (15% du total des actifs). Le facteur de risque Action présente une valeur de significativité égale à 1. Le processus de calibrage repose ainsi sur 10 scénarios. Le niveau de la valeur de marché Action initiale est sensibilisé à plus ou moins : 39%, 30%, 20%, 10% et 5% .

$$MV_Action(t = 0^+, choc) = MV_Action(t = 0, central) * (1 + choc\%) \quad (5.3)$$

Coefficient de risque de la MV Action :

$$Coef_{Action} = \frac{MV_{0^+}^{Choc} - MV_0^{Central}}{MV_0^{Central}} \quad (5.4)$$

Le coefficient de risque Action représente la variation relative de la MV Action suite à un choc par rapport au scénario central. Pour voir l'analyse de sensibilité de ce facteur, se référer à [la section précédente](#).

5.1.3.4.2 Choc de la courbe des taux à t=0

Nous souhaitons, à travers le choc de la courbe initiale des taux, mesurer l'impact de la baisse ou de la hausse de la courbe des taux sur la revalorisation des obligations ainsi que sur le rendement du portefeuille Action (le rendement du portefeuille Action étant indexé sur la courbe de taux).

Nous allons présenter ci-dessous les courbes de taux spots (aussi appelées courbes des taux zéro-coupon) pour les différents scénarios économiques utilisés dans le cadre de l'étude. Nous notons que les courbes de taux spots sont celles récupérées sur le site de l'EIOPA.

La courbe des taux spots est l'input utilisé pour la génération des 10 simulations. Le taux spot est calculé à partir du prix zéro coupon selon la relation

$$P(0, T) = \frac{1}{(1 + r)^T} \quad (5.5)$$

Avec T la maturité, r le taux spot et $P(0, T)$ le prix zéro coupon.

Le taux forward est calculé à partir du taux spot selon la relation

$$Taux_Forward_{T_{n-1}, T_n}^{1an} = \frac{(1 + r_{T_n})^{T_n}}{(1 + r_{T_{n-1}})^{T_{n-1}}} \quad (5.6)$$

5.1.3.4.2.1 ACP

Les taux zéro-coupons présentent une très forte corrélation entre toutes les maturités. Tout indique qu'il est utile de chercher des facteurs synthétiques, capables de bien représenter l'évolution de toutes les maturités simultanément : c'est l'objectif des techniques de réduction de la dimension. Ces méthodes consistent à définir des sous-espaces de plus faibles dimensions pour représenter la courbe des taux (en pratique, on se limitera au plus à 3 dimensions) de manière à perdre le moins d'informations possible (dans un sens à définir). Les méthodes diffèrent par les espaces et les bases proposées, certaines étant déterminées empiriquement grâce à un historique (analyse en composantes principales ou en composantes indépendantes) ou fixées a priori par des hypothèses de modélisation (modèle parallèle, Key-Rates ou encore modèle de Nelson-Siegel).

L'analyse en composantes principales est une méthode statistique dont l'objectif est d'extraire d'un ensemble de données, de nouvelles variables selon lesquelles l'information en projection est la mieux conservée, au sens de la variance et de l'inertie statistique. Dans le cas de l'analyse de la courbe des taux, la distance choisie est celle de Mahalanobis, qui consiste à réduire chaque variable. En effet, comme observé précédemment, la variance des taux évolue avec la maturité et il est plus cohérent de prendre en compte cet effet dans l'analyse (afin que chaque maturité ait la même importance dans l'analyse). En pratique, une ACP se déroule en deux étapes : la construction d'une base de l'espace (grâce aux vecteurs propres de la matrice de variance ou de corrélation) puis la sélection d'un nombre réduit d'axes pour la projection. Ici, seules les 3 composantes de plus fortes inerties sont retenues, menant au modèle suivant pour la courbe des taux :

$$R_t(\tau) = \mu(\tau) + A_t \psi(\tau) \quad (5.7)$$

où A_t représente un vecteur de niveaux et $\mu(\tau)$ la courbe moyenne (centre d'inertie du nuage). Par construction, ce modèle assure que les courbes projetées minimisent l'erreur quadratique moyenne et les facteurs sont non corrélés. L'analyse peut-être étendue à des méthodes non-linéaires en appliquant une transformation des données en aval de la projection.

Le choix de la transformation est complexe dans le cas de données en grandes dimensions et une autre méthode consiste à définir un noyau directement (le kernel-trick) ce qui permet de faire l'analyse sans spécifier la transformation.

Résultats de l'analyse (CROIX, J.-C. (2014). *Méta-modélisation par krigeage pour la mesure du risque*. Paris : Mémoire d'actuariat, Institut des actuaires) :

Dans cette partie, sont présentés les résultats de l'analyse sur des données qui représentent une courbe par mois entre janvier 2003 et décembre 2012. Les résultats sont retrouvés avec une décomposition selon :

1. le niveau, qui représente une composante affectant chaque maturité de la même façon, de sorte que la courbe entière se translate lorsqu'elle évolue
2. la pente, qui applique un effet opposé sur les taux courts et longs termes progressivement
3. la courbure, qui permet d'infléchir la courbe en différenciant les maturités intermédiaires des extrêmes de la courbe. L'utilisation de 3 composantes permet de capturer 99.91% de l'inertie, ce qui est très satisfaisant pour un nombre si restreint de composantes

Figure 91 : Illustration des 3 premières composantes principales obtenus

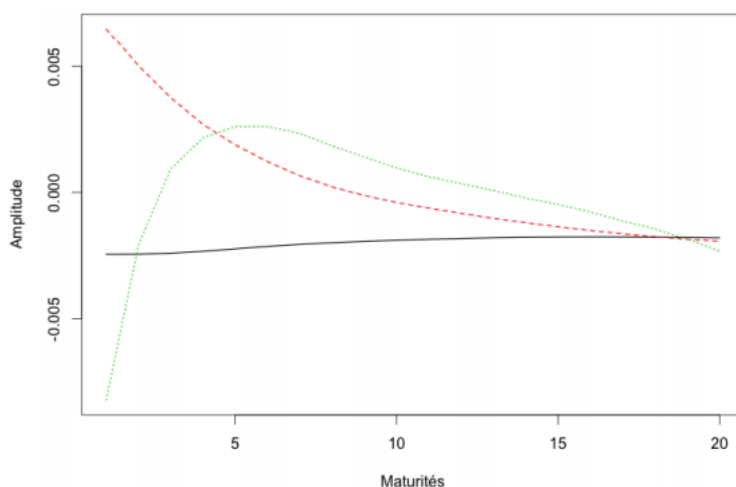


Tableau 69 : Proportion d'inertie expliquée selon le nombre de facteurs principaux retenus

Nombre de composantes	1 composante	2 composantes	3 composantes
Part d'inertie expliquée	93.85%	99.76%	99.91%

Le niveau général des taux baisse régulièrement depuis fin 2008, ce qui est confirmé par l'évolution de la première composante. Les deux autres composantes ne semblent pas adopter de tendance particulière.

Pour des raisons de simplicité, nous nous limitons sur le risque de niveau des taux. Le lecteur peut se référer au mémoire d'actuariat suivant qui étudie plus en détail les autres composantes : CROIX, J.-C. (2014). *Méta-modélisation par krigeage pour la mesure du risque*. Paris : Mémoire d'actuariat, Institut des actuaires.

5.1.3.4.3 Risque de niveau

Le risque Niveau des taux affecte considérablement l'activité de la compagnie d'assurance. Il présente une valeur de significativité égale à 1. Cependant, 10 scénarios bien répartis dans l'espace des valeurs de ce facteur sont donc indispensables au processus de calibrage. Les scénarios utilisés sont plus ou moins : 305%, 250%, 150%, 100%, 50%.

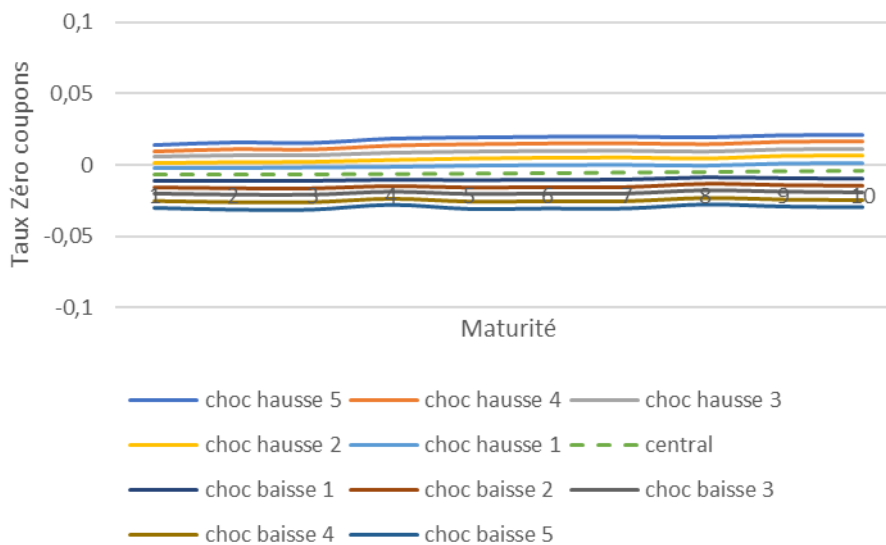
Coefficient 1 de risque de taux (niveau) :

$$\begin{aligned}
 Coeff_{\tau_{aux}} &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{1}{m} \ln \left(\frac{P(0, m)^{choc}}{P(0, m)^{ref}} \right) & (5.8) \\
 &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{1}{m} \ln \left(\frac{e^{-mr_{choc}}}{e^{-mr_{central}}} \right) \\
 &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{1}{m} m (r_{central} - r_{choc}) \\
 &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (r_{central} - r_{choc})
 \end{aligned}$$

Cette méthode exprime la translation moyenne des taux de la courbe choquée par rapport à la courbe centrale.

Afin d'interpréter la valeur du facteur niveau, nous traçons les courbes ZC correspondant aux différents scénarios de calibrage.

Figure 92 : Analyse du risque de niveau



Nous remarquons que l'augmentation du facteur Niveau signifie une translation vers le bas de la courbe des taux et donc une baisse globale du niveau des taux. L'augmentation du niveau global des taux diminue mécaniquement la valeur de marché du portefeuille obligataire.

Par ailleurs, dans un environnement de taux élevés, la compagnie investit dans des obligations dont les coupons sont de plus en plus élevés. Ceci provoque une hausse très rapide du coupon moyen du portefeuille, qui devient largement supérieur au taux minimum garanti moyen. La compagnie réalise alors des gains tout au long de la projection permettant ainsi une hausse des prestations. De plus, avec l'effet d'actualisation, les engagements de la compagnie diminuent permettant donc une situation plus favorable. Cette explication est entièrement en adéquation avec les stratégies d'allocation d'actif pour une compagnie d'assurance dont la durée de passif excède celle de l'actif anticipant une hausse future du niveau de la courbe des taux.

5.1.3.4.4 Risque de Rachat

Le niveau de prestations versées dépend fortement des niveaux de rachats. Le facteur de risque Rachat est le dernier facteur de risque à étudier. Les rachats d'expérience et les rachats d'hypothèse représente un niveau de significativité égal à 3. Le processus de calibrage fait donc intervenir 4 scénarios, de plus ou moins : 30%, 10%.

Le facteur de risque correspondant est la variation relative des rachats :

$$Coeff_{Rachat} = \frac{Rachat_t - Rachat_0}{Rachat_0} \quad (5.9)$$

Pour voir l'analyse de sensibilité de ce facteur, se référer à [la section précédente](#).

5.1.3.4.5 Risque Immobilier

Le portefeuille Immobilier représente une partie non négligeable dans le portefeuille (3% du total des actifs). Le facteur de risque Immobilier présente une valeur de significativité égale à 3. Le processus de calibrage repose ainsi sur 4 scénarios. Le niveau de la valeur de marché Immobilier initiale est sensibilisé à plus ou moins : 25%, 10% .

Coefficient de risque de la MV Immobilier :

$$Coeff_{Immo} = \frac{MV_0^{Choc} - MV_0^{Central}}{MV_0^{Central}} \quad (5.10)$$

Le coefficient de risque Immobilier représente la variation relative de la MV Immobilier suite à un choc par rapport au scénario central. Pour voir l'analyse de sensibilité de ce facteur, se référer à [la section précédente](#).

5.1.3.4.6 Spread

L'écart de crédit est la différence de rendement entre des obligations d'une maturité similaire mais avec une qualité de crédit différente. L'écart est mesuré en points de base. En règle générale, il est calculé comme la différence entre le rendement d'une obligation de société et le taux de référence. Le rendement d'une obligation d'État est généralement considéré comme un taux de référence. L'écart de crédit donne donc une indication du risque supplémentaire que prennent les prêteurs lorsqu'ils achètent de la dette d'entreprise par rapport à la dette publique de référence de même échéance.

Les changements dans l'écart indiquent que les perceptions du risque d'un émetteur particulier ont changé ou que les perceptions des conditions générales du marché ont changé. Par exemple, si le marché devient plus sceptique quant à la solvabilité d'une société émettrice, l'écart des obligations de cette société s'élargit (son rendement par rapport à l'indice de référence s'élargit). Ou, si les marchés deviennent plus négatifs et peu enclins à prendre des risques, les spreads en général ont tendance à s'élargir. De même, si le sentiment à l'égard d'un émetteur ou d'un marché s'améliore, les spreads pertinents diminueront.

Les obligations d'états représentent plus de 57% du portefeuille. Le facteur de risque de spread des obligations d'états est un facteur de risque à étudier. Il représente un niveau de significativité égal à 2. Le processus de calibrage fait donc intervenir 8 scénarios, de plus ou moins : 50%, 35%, 20%, 10%.

Les obligations d'entreprise représentent plus de 20% du portefeuille. Le facteur de risque de spread des entreprises est également un facteur de risque à étudier. Il présente un niveau de significativité égal à 3. Le processus de calibrage fait donc intervenir 4 scénarios, de plus ou moins : 35%, 10%.

Le facteur de risque correspondant est la variation relative des spreads :

$$Coeff_{Spread} = \frac{Spread_t - Spread_0}{Spread_0} \quad (5.11)$$

Pour voir l'analyse de sensibilité de ces facteurs, se référer à [la section précédente](#).

5.1.3.5 Réalisation des chocs croisés

Le processus de l'approche polynomiale nécessite d'intégrer les effets croisés des risques dans l'estimation des BEL, car les facteurs de risque ne sont pas indépendants. Par souci de simplification, nous allons aborder uniquement les chocs pairwise dans cette partie. Ayant 6 facteurs de risques, nous obtenons 15 couples de chocs à appliquer dans le cadre de l'étude.

5.1.3.5.1 Analyse du choc Niveau-Actions

La détermination du nombre de scénarios à intégrer dans le processus de calibrage est expliquée par le tableau suivant :

Tableau 70 : Détermination des scénarios de calibrage pour le choc simultané : Niveau-Action

	Variation Relative	Significativité	Nombre de scénarios
$(-1_{Niveau}, -1_{Actions})$	36%	1	4
$(+1_{Niveau}, -1_{Actions})$	13%	2	2
$(+1_{Niveau}, +1_{Actions})$	41%	1	4
$(-1_{Niveau}, +1_{Actions})$	11%	2	2

Les contributions croisées des facteurs Niveau et Action dans la variation relative des BEL de la compagnie augmentent quand les chocs simultanés des facteurs augmentent. Pour deux mouvements de même sens des facteurs Niveau et Action (hausse simultanée ou baisse simultanée), le choc simultané fait augmenter la perte de la compagnie par rapport à deux chocs stand-alone de ces mêmes facteurs de risque.

En conclusion, nous retenons que la hausse du facteur Niveau (la baisse du niveau global des taux) couplée à la hausse du facteur Action (hausse de la MV Action) provoque une perte supérieure à celle avec les deux effets séparés.

5.1.3.5.2 Analyse du choc Action-Rachat Expérience

Le nombre de scénarios de calibrage lié aux facteurs Action et Rachat est donné par le tableau suivant :

Tableau 71 : Détermination des scénarios de calibrage pour le choc simultané : Action-Rachat

	Variation Relative	Significativité	Nombre de scénarios
$(-1_{Actions}, -1_{Rachats})$	2%	2	2
$(+1_{Actions}, -1_{Rachats})$	10%	1	4
$(+1_{Actions}, +1_{Rachats})$	8%	2	2
$(-1_{Actions}, +1_{Rachats})$	25%	1	4

L'effet croisé des risques Action et Rachat sur les BEL augmente quand les variations simultanées des facteurs de chocs par rapport au scénario centrale augmentent.

Nous constatons que l'augmentation du facteur Action a tendance, en général, à entraîner une perte inférieure à la somme de pertes obtenues en effectuant des chocs stand-alone. Inversement, la baisse du facteur Action mène à une perte plus élevée qu'à celle obtenue avec des chocs stand-alone de ces deux facteurs.

Nous remarquons que l'excédent de perte est fortement négatif dans le cas d'une hausse du choc Action combinée à une hausse de choc Rachat. Ceci suppose que la variation relative associée aux chocs simultanés est inférieure à la somme des variations relatives obtenues en stand-alone. Cet effet s'explique par :

- Une hausse des actions permet de réaliser plus de plus-values latentes
- Une hausse de Rachat entraîne des gains grâce à la vente des actions en plus-value latente et la baisse du stock des contrats moins rentables. Ces bénéfices combinés sont plus importants que dans le cadre des chocs stand-alone

5.1.3.5.3 Analyse du choc Rachat Expérience-Niveau

Le nombre de scénarios de calibrage lié aux facteurs Rachat et Niveau est donné par le tableau suivant :

Tableau 72 : Détermination des scénarios de calibrage pour le choc simultané : Rachat-Niveau

	Variation Relative	Significativité	Nombre de scénarios
$(-1_{Rachats}, -1_{Niveau})$	38%	1	4
$(+1_{Rachats}, -1_{Niveau})$	18%	1	4
$(+1_{Rachats}, +1_{Niveau})$	13%	1	4
$(-1_{Rachats}, +1_{Niveau})$	6%	2	2

De même que les autres couples de facteurs de risques étudiés, la valeur absolue de la variation relative augmente lorsque les variations simultanées des facteurs de risque par rapport au scénario BEL augmentent.

Un mouvement dans le même sens (hausse ou baisse) des facteurs Niveau et Rachat entraîne une baisse de la perte réalisée par la compagnie par rapport à la somme des pertes stand-alone. En revanche, un mouvement de sens opposé conduit à une perte supérieure que la somme des deux pertes en stand-alone.

Nous concluons aussi que la hausse du facteur Niveau (donc la baisse du niveau global des taux) couplée à la baisse du facteur Rachat (provoquant une perte sur le processus de réallocation, étant la durée de l'actif est inférieure à celle du passif, et le versement de moins de prestations les premières années) entraîne une perte plus importante qu'avec les deux chocs séparés.

5.1.4 Synthèse de la construction des bases de données

La construction de la base de données a nécessité plusieurs étapes :

1. la première étape consiste à créer et à analyser un modèle de projection des flux du BEL
2. la deuxième étape est le choix des indicateurs de risque. Le choix s'est porté sur les variables d'entrée du modèle qui impactent le plus le BEL de la compagnie
3. la troisième étape consiste à déterminer le niveau de significativité de chaque facteur de risque et à déterminer le nombre de scénarios en fonction de la significativité du facteur de risque
4. la dernière étape est de récupérer les variables nécessaires pour implémenter les bases de données. La base de données de calibration contient les différents chocs unitaires et croisés ainsi que de colonnes contenant les coefficients des facteurs de risque ainsi que toutes les autres variables y compris le BEL

5.2 Calibrage des Modèles

Dans cette partie, nous allons présenter les étapes de calibrage et la mise en place des modèles testés dans le cadre de ce mémoire.

5.2.1 Modèles polynomiaux pondérés

5.2.1.1 Choix de degré optimum du polynôme

Nous procédons au choix du degré optimum pour éviter les deux phénomènes de sous et sur-apprentissage.

Pour des degrés faibles, le modèle ne captera pas parfaitement les tendances des données (biais élevé). Néanmoins, pour des degrés trop élevés le modèle capture également le bruit dans les données (variance élevé). Même si ce modèle passe par la plupart des données, il ne parviendra pas à généraliser sur des données invisibles.

Comment choisir un modèle optimal ? Pour répondre à cette question, nous devons comprendre le compromis biais vs variance.

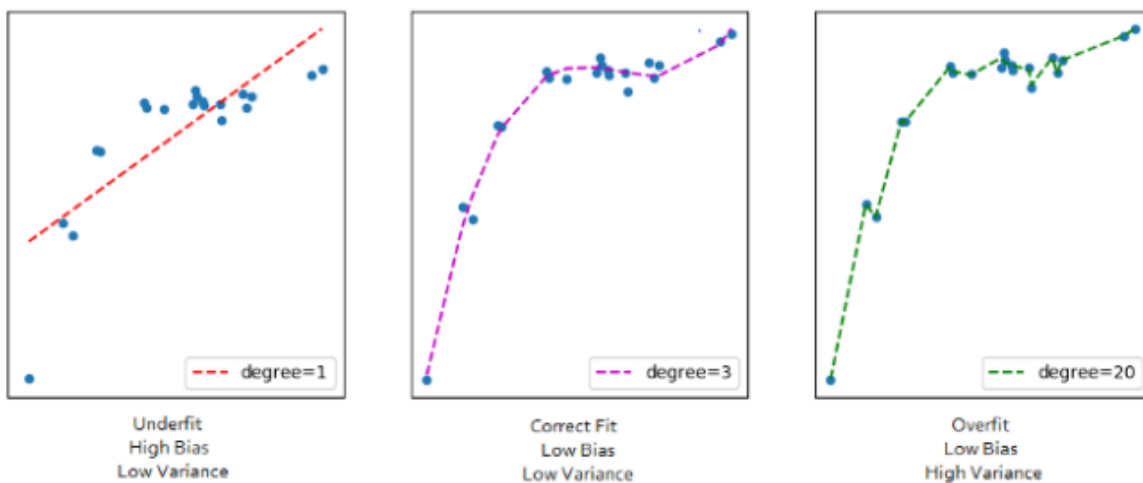
5.2.1.1.1 Le compromis Biais vs Variance

Le biais fait référence à l'erreur due aux hypothèses simplistes du modèle lors de l'ajustement des données. Un biais élevé signifie que le modèle est incapable de capturer les tendances dans les données, ce qui entraîne un sous-apprentissage.

La variance fait référence à l'erreur due au modèle complexe essayant d'ajuster les données. Une variance élevée signifie que le modèle passe par la plupart des points de données et qu'il en résulte un surajustement des données.

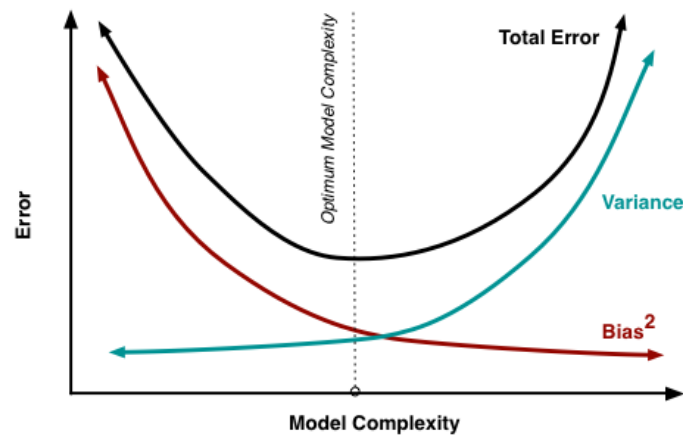
L'image ci-dessous résume notre apprentissage.

Figure 93 : Le compromis biais variance du modèle pour l'étude les phénomènes de sur-apprentissage et le sous-apprentissage



À partir de l'image ci-dessous, nous pouvons observer que lorsque la complexité du modèle augmente, le biais diminue et la variance augmente et vice-versa. Idéalement, un modèle d'apprentissage automatique devrait avoir une faible variance et un faible biais. Mais pratiquement il est impossible d'avoir les deux. Par conséquent, pour obtenir un bon modèle qui fonctionne bien à la fois sur le train et sur les données invisibles, un compromis est fait.

Figure 94 : Modèle optimal par le compromis de biais et variance



Le choix du degré optimum dans notre modélisation consiste à choisir le degré minimum du polynôme qui minimise la racine-carrée de l'erreur quadratique moyenne de la prédiction et le degré à partir duquel elle devient relativement stable. En effet la RMSE se compose comme suit :

$$RMSE = \sqrt{\sigma^2 + (E(\bar{Y}) - Y)^2 + E((E(\bar{Y}) - \bar{Y})^2)} = \sqrt{\sigma^2 + \text{Biais}^2 + \text{Variance}} \quad (5.12)$$

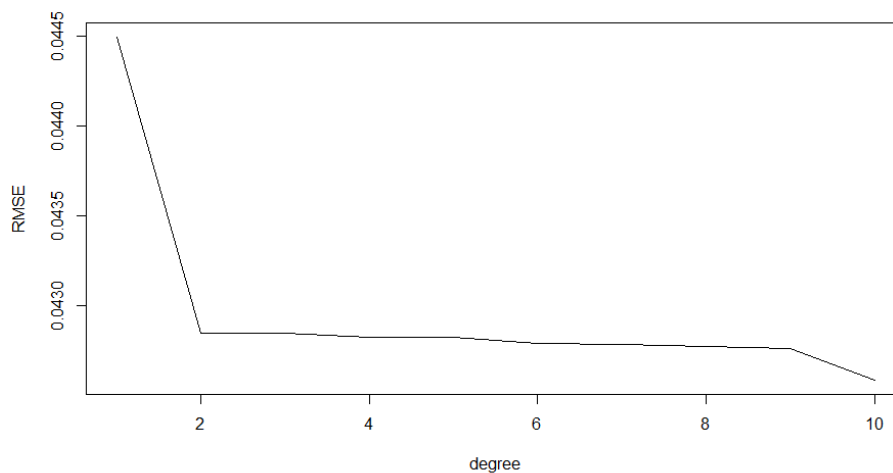
La RMSE combine les deux effets (biais et variance). L'objectif c'est d'accepter une légère augmentation du biais pour obtenir une réduction plus que proportionnelle de la variance. C'est pour cela que nous allons choisir le degré minimal à partir duquel la RMSE devient relativement stable. A travers, cette logique, nous avons dirigé (régulé) un peu plus fermement la modélisation en imposant des contraintes sur le nombre de paramètres estimés de la régression. Donc, à partir de cela, nous allons minimiser le degré du polynôme sous contrainte de minimiser la RMSE, ce qui revient à :

$$\min_{RMSE \leq \alpha} (\text{degré}_{\text{polynôme}}) \quad (5.13)$$

α : est un paramètre à déterminer, il représente le seuil à partir duquel la RMSE devient stable.

Ci-dessous le graphe de la RMSE en fonction du degré de polynôme.

Figure 95 : La RMSE du modèle en fonction du degré du polynôme



A partir du degré 2 l'erreur quadratique reste relativement stable, ce qui implique qu'un polynôme de degré 2 est suffisant pour donner une bonne prédiction.

Un polynôme de degré 2 se rapproche de la fonction vraie. Cependant, pour des degrés plus élevés, il y aura un risque d'avoir un phénomène de surapprentissage sur les données d'entraînement, c'est-à-dire qu'il apprendra le bruit des données d'entraînement.

5.2.1.2 Modèle polynomial du second degré

La première étape dans la recherche de la fonction a été de s'orienter vers une régression linéaire multiple du second ordre complète, c'est-à-dire sans retraitement des valeurs aberrantes. Une telle régression met en jeu une variable cible Y, ici le montant du BEL/PM extrait de la base de données du modèle ALM et des variables explicatives : des chocs unitaires des facteurs de risque X_i , des chocs croisés $X_i X_j$ et des termes carrés X_i^2 correspondant aux valeurs des coefficients de risque retenus.

A noter que le modèle étudié en détail correspond au modèle polynomial pondéré, comparé aux résultats des autres modèles. Dans ce modèle, il y aura une pondération des facteurs de risque par la variation du poids de l'actif sous-jacent dans le portefeuille, s'il s'agit d'un facteur de risque de type financier.

L'équation s'écrit sous cette forme :

$$\frac{BEL}{PM} = \alpha_0 + \sum_i^n \alpha_i x_i \frac{p_i^t}{p_i^0} + \sum_i^n \beta_i x_i^2 \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^2 + \sum_{i,j} \delta_{ij} x_i x_j \frac{p_i^t}{p_i^0} \frac{p_j^t}{p_j^0} + \dots + \varepsilon \quad (5.14)$$

Où

- $\alpha_i, \beta_i, \delta_{ij}$: les paramètres inconnus de la régression polynomiale liés aux facteurs de risque
- $p_i^t : p_i^0 = VM_i^t / VM_{Total}^t$ le poids de l'actif i à l'instant t dans le portefeuille, c'est à partir de cette pondération qu'on capte l'effet d'allocation d'actifs
- x_i : la $i^{\text{ème}}$ variable explicative supposée déterministe
- ε : les erreurs non observées qui sont supposées indépendantes et identiquement distribuées qui suivent une loi normale
- PM : les provisions mathématiques, c'est à partir de cette proportionnalité qu'on capte l'effet volume total (les rachats d'expérience et les new business)

5.2.1.2.1 Lecture des paramètres du modèle

La table ci-dessous est une sortie du programme R. Elle présente la valeur des paramètres correspondant aux variables explicatives les plus importantes ainsi que les p-valeurs relatives au test de Student.

Tableau 73 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré

Coefficients	Valeur	P-valeur
<i>(Intercept)</i>	1.2846	< 2e-16 ***
<i>Taux Niveau</i>	0.0229	< 2e-16 ***
<i>Actions</i>	0.2077	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers</i>	0.0714	0.0003 ***
<i>Spread Corporate</i>	-0.0132	0.0012 **
<i>Spread Etats</i>	-0.0141	0.0069 **
<i>Rachats Expérience</i>	-0.0187	0.0021 **
<i>Taux²</i>	0.0002	< 2e-16 ***
<i>Actions²</i>	-0.2041	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers²</i>	-0.1644	5.30e-06 ***
<i>Actions x Immobiliers</i>	0.3301	4.48e-09 ***

Les variables Niveau (Taux), Action, Rachat Expérience, Immobilier, les spreads et les carrés de : Niveau (Taux) , Action et Immobilier, ainsi que le terme croisé Actions x Immobiliers ont une p-valeur inférieure au seuil de 5%. Nous rejetons donc l'hypothèse de nullité de ces coefficients. Les autres chocs croisés ne sont pas significatifs au sens de p-valeur.

5.2.1.2.2 Ajustement du modèle

La table ci-dessous synthétise les critères qui permettent de juger de la qualité du modèle :

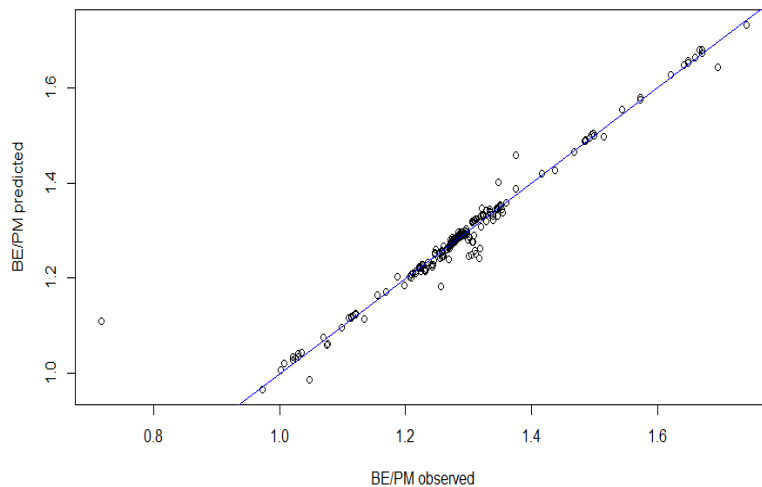
Tableau 74 : Les indicateurs de performances du modèle polynomial pondéré

Critère	Valeur
R^2 ajusté	0.92
RMSE	0.03
MAE	0.01

Nous obtenons un R^2 ajusté de 92%. Cela signifie que 92% de la variation du BEL peut-être expliquée par les variations des variables utilisées dans la modélisation. Ce qui ne semble pas trop satisfaisant.

Nous traçons le graphe représentant les valeurs observées en fonction des valeurs estimées par le modèle.

Figure 96 : BEL observés vs BEL estimés

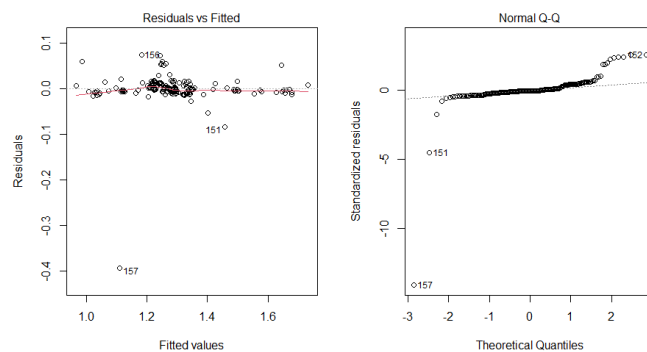


Tous les points ne sont pas alignés sur la même droite de régression. Des points complètement éloignés et qui correspondent à des valeurs mal estimées par la formule sont observés. Afin de déterminer ces points atypiques, un critère ainsi qu'un seuil à partir duquel le point est considéré comme étant atypique est présenté par la suite.

5.2.1.2.3 Vérification des hypothèses sur les résidus du modèle

Le but de cette partie est de vérifier si les hypothèses sur les résidus du modèle sont respectées. Cela se fera en contrôlant les graphes des résidus et en effectuant les tests statistiques correspondants. La figure ci-dessous représente les résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et le qqplot des résidus (à droite).

Figure 97 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)



Sur le graphique à gauche représentant les résidus en fonction des valeurs estimées, les points ne varient pas autour de l'abscisse mais autour d'une forme régulière (courbe rouge). Aussi, les points ne sont pas répartis d'une manière asymétrique. Cela signifie que la variance de la variable cible n'est pas constante. Enfin, d'après le test de Breusch-Pagan, la p-valeur est égale à 0.069, l'hypothèse H_0 (qui est l'homoscédasticité des résidus) n'est donc pas rejetée.

Le graphique à droite permet de vérifier la normalité des résidus. La majorité des points sont à peu près alignés sur la droite en pointillé. Cependant les résidus qui ont de grandes valeurs négatives ou positives contribuent à éloigner la distribution de plus en plus d'une distribution normale. Ceci implique encore une fois, la présence de points atypiques. De plus, le test de Shapiro donne une p-valeur de $7.816e - 15$, l'hypothèse de normalité des résidus est donc rejetée. Il est important de signaler que cette hypothèse est difficilement vérifiable vu la taille petite de l'échantillon.

5.2.1.2.4 Détection et traitement des valeurs aberrantes

L'objectif de la détection des points aberrants est de repérer des points qui jouent un rôle anormal dans la régression jusqu'à en fausser les résultats. Un point est aberrant s'il est mal reconstitué par la régression et n'obéissant pas de manière ostensible à la relation modélisée entre les variables explicatives et la variable cible. Dans ce cas, le résidu observé est trop élevé. Pour détecter ces points aberrants, nous optons au critère de résidu standardisé :

Le résidu standardisé s'intéresse à l'importance du résidu observé. S'il est anormalement élevé, en valeur absolue, alors le point est mal reconstitué par le modèle. En effet, si par hypothèse la variance de l'erreur $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2$ est constante, alors il en va autrement du résidu $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \sigma_{\varepsilon_t}^2(1 - h_i)$. Le résidu doit donc être normalisé par son écart type pour rendre les écarts comparables d'une observation à l'autre. Sur un échantillon, la vraie valeur de $\sigma_{\varepsilon_t}^2$ n'est pas disponible. La variance des résidus est donc estimée par $\hat{\sigma}_{\varepsilon_t}^2 = \hat{\sigma}_{\varepsilon_t}^2(1 - h_i)$ où h_i est un élément de la matrice $H = X(X^t X)^{-1} X^t$ et $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = \frac{\sum_t \hat{\varepsilon}_t^2}{n-p-1}$ est l'estimateur de la variance de l'erreur.

Le résidu standardisé est défini par :

$$t_i = \frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_{\varepsilon_t}} = \frac{\hat{\varepsilon}}{\sigma_{\varepsilon_t}^2 \sqrt{(1 - h_i)}} \tag{5.15}$$

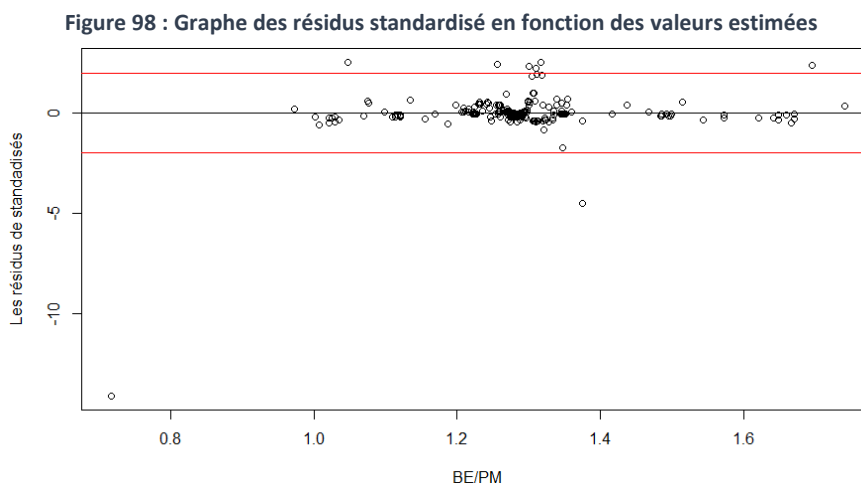
A présent, après avoir sélectionné les deux critères de détection des points atypiques, il faut préciser le seuil à partir duquel le point est considéré comme tel :

La région critique est déterminée par une approche statistique. Pour décider du statut d'un point, il faut déterminer une valeur seuil au-delà de laquelle le résidu standardisé est anormalement élevé (en valeur absolue).

Par hypothèse $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, donc $\hat{\varepsilon}_i \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_t}^2)$ et $\hat{\sigma}_{\varepsilon_t}^2$ suit une loi X^2 à $(n - p - 1)$ degré de liberté. De ce fait, le résidu standardisé t_i suit une Student à $(n - p - 1)$ degrés de liberté.

Une observation est dite particulièrement mal reconstituée par le modèle lorsque $|t_i| > t_{1-\alpha/2}(n - p - 1)$ où $t_{1-\alpha/2}(n - p - 1)$ est l'ordre de $1 - \alpha/2$ de la loi Student à $(n - p - 1)$ degrés de liberté.

Les points atypiques selon les résidus standardisés sont ceux qui dépassent les seuils (lignes rouges) ; représentés dans le graphique ci-dessous :



Les sensibilités qui sont mal estimées sont :

- Les chocs croisés de scénario de taux bas (-250 bps) et haut (+250 bps) avec les chocs MV Actions +50% et -50%
- Les chocs croisés de scénario de taux bas (-250 bps) et haut (+250 bps) avec le choc MV Immobiliers +30%

5.2.1.3 Modèle polynomial du second degré sans valeurs atypiques

Nous présentons dans cette partie les résultats de la calibration du polynôme du premier degré sur la base de données sans valeurs atypiques. Nous obtenons les résultats suivants :

Tableau 75 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré sans valeurs aberrantes

Coefficients	Valeur	P-valeur
<i>(Intercept)</i>	1.282 e+00	< 2e-16 ***
<i>Taux Niveau</i>	2.303	< 2e-16 ***
<i>Actions</i>	1.654	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers</i>	7.696	< 2e-16 ***
<i>Spread Corporate</i>	-0.0132	< 2e-16 ***
<i>Spread Etats</i>	-0.0141	< 2e-16 ***
<i>Rachats Expérience</i>	-0.0187	< 2e-16 ***
<i>Rachats Hypothèse</i>	0.0017	< 2e-16 ***
<i>Taux²</i>	0.0002	< 2e-16 ***
<i>Actions²</i>	-0.2041	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers²</i>	-0.1644	< 2e-16 ***
<i>Actions x Immobiliers</i>	0.3301	0.0031 **
<i>Actions x Taux Niveau</i>	2.301 e-03	6.66e-15 ***
<i>Actions x Rachat Expérience</i>	3.683 e-02	5.49e-07 ***
<i>Taux Niveau x Rachat Expérience</i>	-1.938 e-03	4.79e-11 ***
<i>Taux Niveau x Spread Etats</i>	-5.300 e-04	0.0580 .
<i>Taux Niveau x Spread Corpo</i>	-5.380 e-04	0.0472 *
<i>Taux Niveau x Immobiliers</i>	1.236 e-03	0.0198 *
<i>Rachat Expérience x Immobilier</i>	2.353 e-02	0.0628 .

En supprimant les valeurs aberrantes, de nouvelles variables apparaissent parmi les variables expliquant la variable explicative. La présence des valeurs aberrantes mène à une sous-estimation de l'explicabilité de certaines variables importantes. Le traitement des valeurs aberrantes est très important pour améliorer la qualité de prédiction.

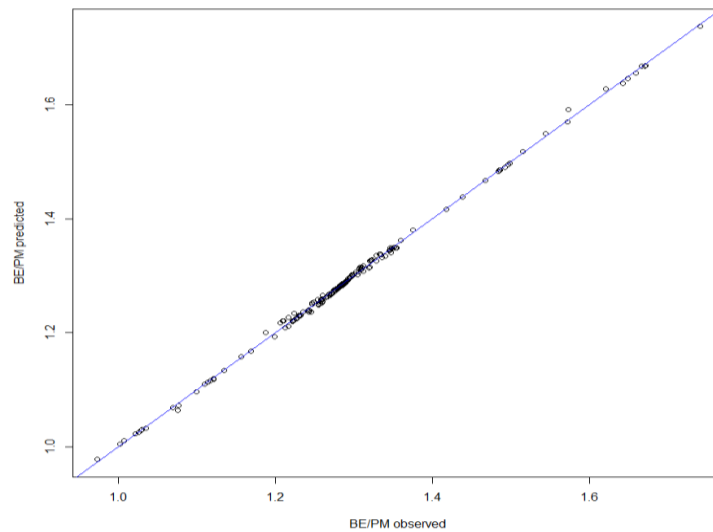
En ce qui concerne les critères de performance, nous obtenons les résultats suivants :

Tableau 76 : Indicateurs de performance du modèle polynomial pondéré sans valeurs aberrantes

Critère	Valeur
<i>R² ajusté</i>	0.99
<i>RMSE</i>	0.005
<i>MAE</i>	0.003

En comparant avec le premier modèle polynomial, le R² ajusté est plus proche de 1. En effet, 99% de la variation du BEL est expliquée par la variation des facteurs de risque sélectionnés, contre 92% de part expliquée dans le modèle précédent. Les erreurs d'apprentissage sont plus petites : 0.005 au lieu de 0.050 dans le modèle précédent sur la RMSE et 0,003 au lieu de 0.01 sur la MAE. Cela signifie que les observations supprimées étaient effectivement mal estimées par le modèle.

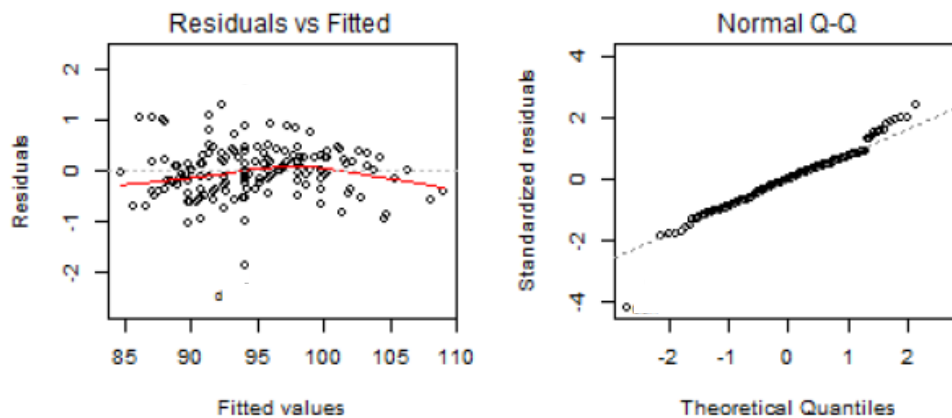
Figure 99 : BEL observés en fonction du BEL prédit du modèle polynomial pondéré sans valeurs aberrantes



En se référant au graphique 100, les points sont mieux ajustés sur la droite de régression. Le modèle est donc mieux adapté au nouveau jeu de données.

Nous vérifions à présent les hypothèses sur les résidus :

Figure 100 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)



- L'homogénéité des variances est testée grâce au test Breusch-Pagan. La p-valeur étant égale à 0.19 est donc supérieure à 0.05, l'hypothèse H_0 d'homoscédasticité est retenue
- La p-valeur du test de Shapiro-Wilk est égale à 0.07. La p-valeur est plus grande que 0.05, l'hypothèse nulle n'est donc pas rejetée et de ce fait les résidus suivent bien une loi normale

Le modèle polynomial de degré 2 sans valeurs aberrantes vérifie bien les hypothèses sur les résidus et les critères d'ajustement sont performants. Par ailleurs, nous allons tester le modèle stepwise AIC pour le comparer avec ce modèle afin de retenir le modèle optimal.

5.2.1.4 Modèle Polynomial du second degré Stepwise AIC

Une autre manière pour juger la significativité des variables explicatives est d'utiliser la méthode stepwise selon le critère AIC. Nous cherchons à trouver grâce à cette méthode le modèle optimal qui minimise le critère AIC. Cette procédure est un mix des approches forward et backward. A la première étape, la méthode commence par construire le meilleur modèle à une variable explicative. Par la suite, à chaque étape, l'algorithme vérifie si l'ajout d'une variable ne provoque pas le retrait d'une autre. Cela est possible lorsqu'une variable explicative expulse une autre variable qui lui est corrélée.

5.2.1.4.1 Les méthodes de sélection de variables explicatives

Les méthodes de sélection utilisées sont des méthodes pas à pas.

- Les méthodes ascendantes (forward) : cette méthode consiste à commencer par retenir la variable explicative qui explique au mieux la variable cible en optimisant le critère donné. Puis, une seconde variable est ajoutée dans un but d'optimiser ce même critère...etc. Cet algorithme a pour condition d'arrêt le changement de monotonie du critère que nous cherchons à optimiser
- les méthodes descendantes (backward) : cette seconde méthode consiste à l'opposé des méthodes ascendantes à commencer du modèle complet contenant tous les régresseurs possibles, puis supprimer à chaque itération une variable. La variable supprimée est celle qui réalise lors de sa suppression la plus grande optimisation du critère donné. De même, la condition d'arrêt de cet algorithme est le changement de monotonie du critère que nous cherchons à optimiser

Le critère AIC

Dans le cadre du mémoire, le critère que nous cherchons à optimiser à travers ces méthodes est l'AIC. Le critère d'information d'Akaike est l'une des mesures de la qualité d'un modèle statistique. Plus nous rajoutons des paramètres dans le modèle, plus nous augmentons la vraisemblance. L'AIC pénalise les modèles en fonction du nombre de paramètres afin d'éviter le sur-ajustement. Il s'écrit de la façon suivante :

$$AIC = 2k - 2\ln(L)$$

Où k est le nombre de paramètres calculé comme le nombre de modalités de toutes les variables plus 1 moins le nombre de variables et L est le maximum de la vraisemblance du modèle. L'AIC est basé sur la théorie de l'information, il donne une mesure de la perte d'information en utilisant le modèle considéré pour représenter les données réelles. Le meilleur modèle est donc celui qui a l'AIC le plus faible.

La table ci-dessous présente les variables sélectionnées par le modèle stepwise avec valeurs aberrante :

Tableau 77 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré Stepwise AIC

Coefficients	Valeur	P-valeur
<i>(Intercept)</i>	1.285	< 2e-16 ***
<i>Taux Niveau</i>	2.309e-02	< 2e-16 ***
<i>Actions</i>	2.082e-01	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers</i>	0.0714	0.0003 ***
<i>Spread Corporate</i>	-0.0132	0.0012 **
<i>Spread Etats</i>	-0.0141	0.0069 **
<i>Rachats Expérience</i>	-0.0187	0.0087 **
<i>Taux²</i>	-2.048e-01	< 2e-16 ***
<i>Actions²</i>	2.206e-01	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers²</i>	-.1644	5.30e-06 ***
<i>Rachats Expérience²</i>	0.0017	0.02 .
<i>Actions x Immobiliers</i>	0.3301	4.48e-09 ***

Les variables explicatives retenues au sens du critère AIC sont les mêmes que celles retenues au sens de la p-valeur.

Tableau 78 : Les indicateurs de performance du modèle polynomial pondéré stepwise AIC

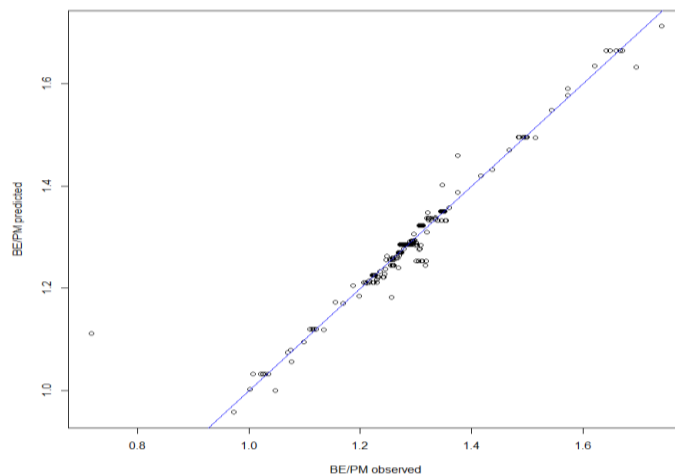
Critère	Valeur
<i>R² ajusté</i>	0.93
<i>RMSE</i>	0.03
<i>MAE</i>	0.01

Le coefficient d'ajustement et l'erreur d'apprentissage sont meilleurs que ceux du modèle polynomial de degré 2 avec toutes les données.

Afin de comparer entre les deux modèles (le modèle complet et le modèle stepwise AIC), nous utilisons le test ANOVA sous R. La p-valeur du test étant supérieure au seuil de 5%, les deux modèles ne sont donc pas significativement différents.

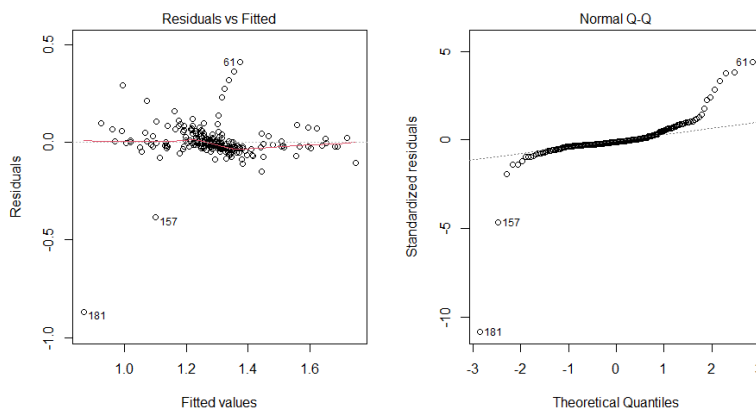
Nous présentons le graphique des valeurs observées en fonction des valeurs prédites du modèle retenu :

Figure 101 : BEL observés en fonction des BEL estimés



Graphiquement, les valeurs sont presque similaires celles du modèle polynomial de degré 2 avec valeurs aberrantes. Les hypothèses sur les résidus du modèle sont vérifiées à partir du graphe ci-dessous ainsi que les tests statistiques :

Figure 102 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)



Le test de Shapiro donne une p-valeur inférieure au seuil de 5%. L'hypothèse de normalité des résidus est donc rejetée. En ce qui concerne l'hypothèse d'homoscédasticité, la p-valeur est égale à 0.073, l'hypothèse H_0 n'est donc pas rejetée.

5.2.1.5 *Modèle polynomial stepwise sans valeurs atypiques*

Comme pour le modèle polynomial de degré 2, les données atypiques sont traitées en se basant sur le critère des résidus standardisés de détection et traitement des valeurs atypiques. Nous poursuivons l'étude avec une base de données sans les valeurs aberrantes. Les scénarios supprimés sont les mêmes que dans le modèle polynomial.

Les variables sélectionnées par le modèle sont les suivantes :

Tableau 79 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré Stepwise AIC sans valeurs aberrantes

Coefficients	Valeur	P-valeur
<i>(Intercept)</i>	1.282 e+00	< 2e-16 ***
<i>Taux Niveau</i>	2.303 e-02	< 2e-16 ***
<i>Actions</i>	1.654 e-01	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers</i>	7.696 e-02	< 2e-16 ***
<i>Spread Corporate</i>	-0.0132	< 2e-16 ***
<i>Spread Etats</i>	-0.0141	< 2e-16 ***
<i>Rachats Expérience</i>	-0.0187	< 2e-16 ***
<i>Taux²</i>	-1.166 e-01	< 2e-16 ***
<i>Actions²</i>	-1.932 e-04	< 2e-16 ***
<i>Immobiliers²</i>	-0.1644	< 2e-16 ***
<i>Rachats Expérience²</i>	0.0017	0.0381 .
<i>Actions x Immobiliers</i>	3.419 e-02	0.0031 **
<i>Actions x Taux Niveau</i>	2.300 e-03	6.66e-15 ***
<i>Actions x Rachat Expérience</i>	3.683 e-02	5.49e-09 ***
<i>Taux Niveau x Rachat Expérience</i>	-1.947 e-03	4.79e-08 ***
<i>Taux Niveau x Spread Etats</i>	-5.530 e-04	0.0181 *
<i>Taux Niveau x Spread Corpo</i>	-5.304 e-04	0.0374 *
<i>Rachats Expérience x Immobiliers</i>	2.468 e-02	0.0482 *

Les variables sélectionnées sont presque les mêmes que celles sélectionnées par le critère de p-value. Nous obtenons une nouvelle base de données "propre" sur laquelle nous appliquons le modèle polynomial de degré 2 avec les variables explicatives retenues.

Les résultats des critères d'ajustement du modèle sont :

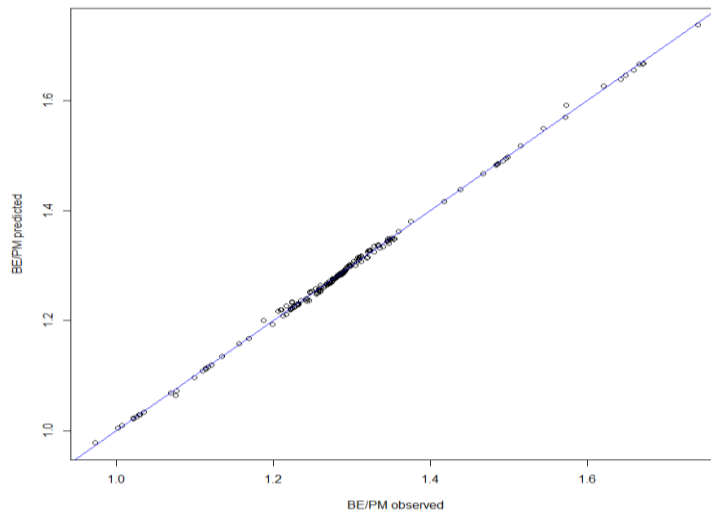
Tableau 80 : Les indicateurs de performance du modèle polynomial pondéré Stepwise AIC sans valeurs aberrantes

Critère	Valeur
<i>R² ajusté</i>	0.99
<i>RMSE</i>	0.004
<i>MAE</i>	0.003

En comparant ce modèle aux modèles testés précédemment, nous remarquons que la qualité de l'ajustement est grandement améliorée avec un R² ajusté égal à 0.99, une RMSE de 0.004 et une MAE de 0.003.

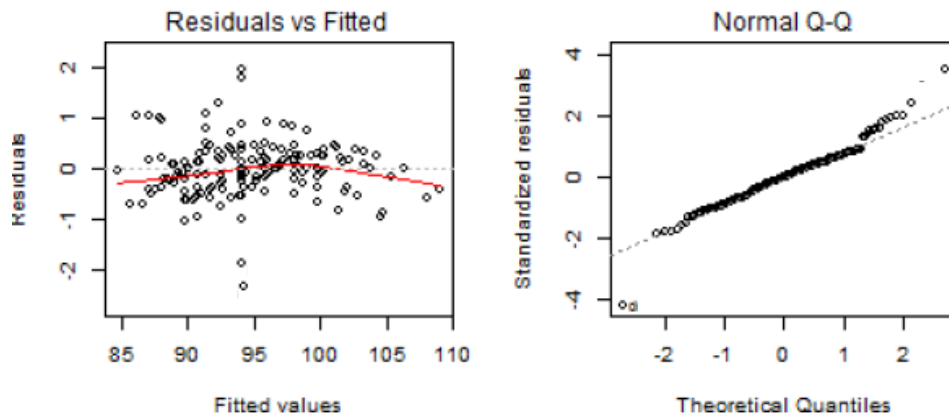
Le graphique ci-dessous montre une meilleure estimation des valeurs du BEL. De plus, les erreurs d'apprentissage sont relativement faibles.

Figure 103 : Valeurs observées en fonction des valeurs estimées du BEL



Les points sont mieux ajustés sur la droite de régression. Le modèle est donc mieux adapté au nouveau jeu de données. Enfin, les hypothèses relatives aux résidus du modèle sont vérifiées en se basant sur les graphes ci-dessous et les tests statistiques :

Figure 104 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)



L'homogénéité des variances est testée grâce au test Breusch-Pagan. La p-valeur étant égale à 0.25 est donc supérieure à 0.05, l'hypothèse H_0 d'homoscédasticité est retenue. La p-valeur du test de Shapiro-Wilk est égale à 0.07.

La p-valeur est plus grande que 0.05, l'hypothèse nulle n'est donc pas rejetée et de ce fait les résidus suivent bien une loi normale.

Nous concluons que le modèle polynomial de degré 2 stepwise AIC sans valeurs aberrantes à savoir est le modèle le plus adapté aux données. En effet, les hypothèses des résidus sont vérifiées et les critères d'ajustement sont les plus performants. Nous décidons de retenir ce modèle pour expliquer la variation du BEL.

5.2.2 Modèle de Réseau de neurone

La structure utilisée pour notre étude est le RNN (Recurrent Neural Network). Les paramètres de cette structure sont retenus après un certain nombre de tests sur la base de données.

Le critère que nous utilisons est l'optimisation de la précision via l'erreur d'apprentissage (la MAE).

Tableau 81 : Caractéristiques du modèle réseau de neurones

Couche cachée	Nombre de neurones	Fonction d'activation	MAE
1	1	Relu	0.4
2	0		
3	0		
1	3	Relu	0.08
2	0		
3	0		
1	9	Tanh	0.6
2	0		
3	0		
1	9	Relu	0.01
2	9		
3	0		
1	20	Relu	0.002
2	10		
3	10		

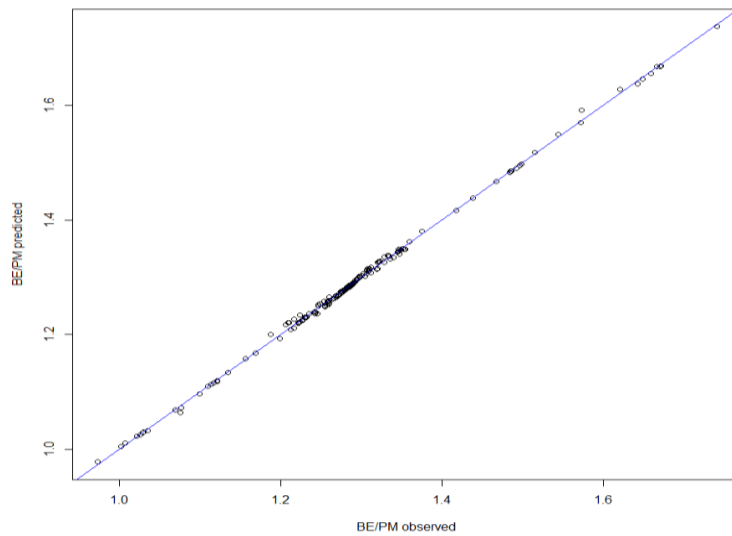
On remarque dans le tableau, qu'un réseau constitué d'une seule couche avec un neurone donne des résultats médiocres. De même l'utilisation de la fonction d'activation Tanh n'est pas adaptée pour résoudre notre type de problème.

On remarque que la fonction d'utilisation adaptée à notre problème est la fonction ReLU. En augmentant progressivement le nombre de couches cachées, et le nombre de neurones dans chaque couche, nous avons minimisé la MAE.

On sélectionne donc le modèle le plus précis, c'est-à-dire un modèle composé de trois couches cachées : la première couche est constituée de 20 neurones, la deuxième couche est constituée de 10 neurones et la dernière est constituée de 10 neurones. Les fonctions d'activations retenues pour les couches cachées sont les fonctions ReLU. Lors de l'apprentissage, 1000 itérations ont été effectuées.

Le graphique ci-dessous des BEL observés en fonction des BEL prédits, montre une meilleure estimation des valeurs du BEL.

Figure 105 : Valeurs observées en fonction des valeurs estimées du BEL du modèle réseau de neurones



Ci-dessous les principaux indicateurs de performance du modèle :

Tableau 82 : Les indicateurs de performance du modèle réseau de neurones

Critère	Valeur
R^2 ajusté	0.97
RMSE	0.005
MAE	0.002

Nous obtenons un R^2 ajusté de 98%, une RMSE de 005 et une MAE de 0.002, ce qui est relativement considéré comme une très bonne prédiction.

5.2.3 Comparaison des modèles testés

En conclusion, nous allons comparer la performance statistique des modèles mis en place. Cette première comparaison est faite sur les données d'apprentissage, c'est-à-dire comparer la qualité de l'ajustement des modèles.

Tableau 83 : Comparaison de performance des modèles testés

Modèles	RMSE	MAE	R^2
Polynôme classique	0.005	0.003	0.97
Polynôme pondéré	0.004	0.002	0.99
Réseau de neurones	0.005	0.002	0.98

Le modèle polynomial pondéré stepwise AIC sans valeurs aberrantes admet le meilleur coefficient d'ajustement et les erreurs d'apprentissage les plus faibles parmi les modèles testés. C'est par conséquent le modèle le mieux adapté aux données et donne une meilleure prédiction.

5.3 Analyse des modèles sur des scénarios de test

Dans le but de tester la pertinence des modèles, nous avons réalisé un test sur des scénarios non utilisées dans le calibrage des modèles. Cela consiste à comparer les résultats obtenus en appliquant les modèles sur un autre jeu de données qui n'a pas participé à la calibration des modèles. Cette méthode est donc utile pour évaluer le modèle de prédiction le plus précis.

Premièrement, nous allons utiliser des scénarios test pour évaluer la précision de la robustesse des modèles proposés.

Ensuite, nous comparerons les erreurs de prédiction des différents modèles testés dans le but de sélectionner le modèle qui minimise ces métriques sur les erreurs.

Enfin, nous présenterons les analyses de mouvement sur la MVA, le BEL et la RA afin de déterminer une CSM basée sur un proxy de la VIF. Nous allons réaliser cette AoM sur chaque scénario en comparant celle du modèle ALM et celle estimée par le polynôme, et par la suite, pouvoir mesurer l'impact de la prédiction sur le P&L IFRS 17.

5.3.1 Description des scénarios de test

Dans un premier temps, nous allons décrire les scénarios de tests utilisés.

Tableau 84 : Les scénarios de test

	Actions	Taux	Spreads Etats	Spreads Corpo	Immo	Rachats d'expérience	Rachats d'hypothèse
Scénario 1	-5.00%	0.40%	4.00%	7.00%	-9.00%	5.00%	5.00%
Scénario 2	6.00%	0.18%	-8.00%	6.00%	-5.00%	-40.00%	-40.00%
Scénario 3	18.00%	-2.00%	-14.00%	16.00%	-25.00%	-24.00%	-24.00%
Scénario 4	-28.00%	-1.50%	20.00%	-23.00%	40.00%	24.00%	24.00%
Scénario 5	10.00%	2.00%	9.00%	7.00%	6.00%	-10.00%	-10.00%

On a mis en place 5 scénarios de tests. Les deux premiers scénarios sont des scénarios avec des variations faibles par rapport aux hypothèses initiales du portefeuille. Les trois derniers scénarios sont des scénarios extrêmes avec des fortes variations des facteurs de risque. A noter : Le choc de rachat est appliqué au rachats d'expérience et les rachats d'hypothèse.

Nous allons mesurer la précision des différents modèles implémentés sur ces cinq scénarios.

- Dans le scénario 1, on observe une hausse moyenne des spreads et des rachats (Expérience et hypothèse), ainsi qu'une hausse de 40 bps des taux. Cette hausse est combinée avec une dégradation des marchés Actions et immobiliers
- Dans le scénario 2, on essaie de combiner plusieurs chocs différents : une légère hausse des taux, ainsi qu'une hausse des actions et du spread corporate. On combine ces chocs avec une forte baisse des rachats (-40%) et une baisse des spreads états et des actifs immobiliers
- Les trois derniers scénarios sont des scénarios extrêmes où on observe des fortes variations à la hausse ainsi qu'à la baisse sur les différents facteurs de risque. C'est à l'aide de ces scénarios qu'on évaluera la robustesse des modèles face à des forts chocs des marchés financiers, ainsi que des facteurs biométriques

Néanmoins, dans un deuxième temps, et en parallèle avec la réalisation des scénarios de tests, nous faisons varier l'allocation d'actifs en réallouant une partie d'une poche à une autre poche d'actifs. En effet, nous souhaiterons tester la robustesse de notre modèle face à un changement de stratégie d'allocation d'actifs.

Les scénarios d'allocations d'actifs testées sont les suivants :

Tableau 85 : Allocation d'actifs sur les scénarios de test

	Oblig. Etats	Oblig. Corpo	Action	Immobilier	Trésorerie
Allocation initiale	57%	20%	15%	3%	5%
Scénario 1	56%	19%	14%	4%	6%
Scénario 2	56%	19%	17%	3%	4%
Scénario 3	60%	21%	12%	3%	4%
Scénario 4	51%	19%	14%	6%	10%
Scénario 5	54%	19%	15%	4%	8%

- Dans les trois premiers scénarios, on observe des légères variations entre les poches d'actifs
- Dans le quatrième scénario, on observe une baisse considérable sur la poche obligations d'états lié à une arrivée de maturité de quelques obligations en portefeuille, une grande partie de ce cash a été conservée dans la trésorerie. Malgré la forte baisse des taux et du spread corpo, on observe une baisse du poids des obligations d'entreprise liée à cette arrivée de maturité

5.3.2 Analyse de mouvement

Maintenant que nous avons calibré notre modèle polynomial pondéré. Nous allons ainsi le tester sur l'analyse de mouvement, puis nous allons comparer ces résultats avec le modèle ALM. Nous avons réalisé dans la partie précédente cinq séries de sensibilités pour obtenir cinq analyses de mouvements.

L'analyse de mouvement repose sur une analyse des différents agrégats du bilan concernés par IFRS 17 : les actifs en représentation des contrats d'assurance, le Best Estimate ainsi que le Risk Adjustment.

Bien que pour les besoins d'IFRS l'analyse de mouvement ne concerne que les contrats d'assurance soumis à la norme IFRS 17, elle peut en pratique capitaliser sur les travaux déjà existants en particulier ceux du P&L Attribution Solvabilité 2 qui capte également les actifs en face de l'ANAV. C'est l'approche qui a été retenue dans ce mémoire.

5.3.2.1 Analyses de mouvement sur le polynôme pondéré

Les analyses de mouvement sont effectuées sur le polynôme en multipliant le delta trimestriel de chaque facteur de risque par le paramètre estimé correspondant par le polynôme classique. Les effets croisés sont repartis proportionnellement à la significativité des facteurs de risque avec l'ampleur du choc.

Exemple : Effet de la variable x_1 : $f_{x_1} = a_1 x_1 + b_1 x_1^2 + \sum_{j=2}^n \frac{a_1 x_1}{(a_1 x_1 + a_j x_j)} a_{1j} x_1 x_j$.

L'effet de l'allocation d'actifs est pris en compte à travers l'écart entre le modèle polynomial classique et le modèle polynomial pondéré : $BEL_{P,P}^{estimé} - BEL_{P,C}^{estimé}$.

L'effet des New business est pris en compte par le modèle à travers l'écart entre le modèle de prédiction du BEL et le modèle de prédiction du BEL/PM : $BEL_{P,P}^{estimé} avec PM - BEL_{P,P}^{estimé}$.

Les cinq séries de sensibilités utilisées seront les scénarios utilisés pour tester la prédiction du modèle.

5.3.2.2 AoM 1

Tableau 86 : Analyse de mouvement 1

AoM 1	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.3	128.3	1.9	1.9	6.1	6.1
Unwinding taux	- 1.1	- 1.0	- 1.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Expected cash flows	- 2.9	- 2.9	- 2.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Economic experience variance	- 5.0	- 5.8	- 5.9	- 0.1	- 0.1	- 0.9	- 1.0
Technical experience variance	- 0.6	- 0.6	- 0.6	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.1
Technical assumption change	-	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1
Economic assumption change	- 3.1	- 2.9	- 2.6	- 0.0	- 0.0	- 0.1	- 0.5
New Business	5.0	4.6	4.6	0.1	0.1	0.4	0.4
Closing	128.7	119.7	119.9	1.8	1.8	7.2	7.0
Relative variation			↑ 0.19%		↑ 0.17%		↓ -3.18%

Cette première analyse de mouvement montre une baisse entre l'ouverture et la clôture de la MVA, du BEL, et de la RM respectivement de -5,3%, -7,5% et -6,4%. L'impact est plus fort sur le BEL et la RA lié à l'effet d'actualisation où on a une hausse des taux relativement forte.

L'écart entre le BEL stochastique réel et celui-ci prédit est de +0,19%. L'écart entre la RM et celle prédite est +0,17%, ce qui résulte une baisse de la VIF de -3,18%.

5.3.2.3 AoM 2

Tableau 87 : Analyse de mouvement 2

AoM 2	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.2	128.2	1.9	1.9	6.3	6.3
Unwinding taux	- 0.9	- 0.9	- 0.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Expected cash flows	- 2.9	- 2.9	- 2.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Economic experience variance	0.4	- 1.7	- 1.6	- 0.0	- 0.0	2.2	2.0
Technical experience variance	- 0.6	- 0.6	- 0.6	- 0.0	- 0.0	0.0	0.1
Technical assumption change	-	- 0.8	- 0.8	- 0.0	- 0.0	0.8	0.8
Economic assumption change	- 4.2	- 4.0	- 3.8	- 0.1	- 0.1	- 0.1	- 0.3
New Business	5.0	4.7	4.7	0.1	0.1	0.3	0.3
Closing	133.3	121.9	122.2	1.8	1.8	9.5	9.3
Relative variation			↑ 0.23%		↑ 0.21%		↓ -2.97%

On remarque une baisse respective de la MVA, du BEL et de la RA de -2,1%, -5,1% et de -5,3%. L'écart relatif entre le BEL et celui estimé est +0,23%, ce qui génère écart de -2,97% de la VIF prédite.

5.3.2.4 AoM 3

Tableau 88 : Analyse de mouvement 3

AoM 3	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.3	128.3	1.9	1.9	6.1	6.1
Unwinding taux	- 1.1	- 1.0	- 0.8	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.2
Expected cash flows	- 2.9	- 2.9	- 2.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Economic experience variance	21.9	28.7	26.9	0.4	0.4	- 7.3	- 5.4
Technical experience variance	- 0.7	- 0.7	- 0.7	- 0.0	- 0.0	0.1	0.0
Technical assumption change	-	- 0.2	- 0.1	- 0.0	- 0.0	0.2	0.1
Economic assumption change	- 9.7	- 8.4	- 7.1	- 0.1	- 0.1	- 1.2	- 2.5
New Business	5.0	4.6	4.7	0.1	0.1	0.4	0.2
Closing	148.9	148.3	148.3	2.2	2.2	1.6	1.6
Relative variation			↓ -0.03%		↓ -0.03%		↑ 3.06%

Dans ce scénario, on se retrouve avec un portefeuille onéreux du fait de la forte dégradation des marchés financiers. L'écart entre la VIF réelle et celle estimée est de +3.06%.

En revanche, la CSM de ce scénario est nulle du fait que le portefeuille devient déficitaire et comme la CSM est toujours positive, l'impact est donc absorbé directement dans le P&L.

5.3.2.5 AoM 4

Tableau 89 : Analyse de mouvement 4

AoM 4	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.3	128.3	1.9	1.9	6.1	6.1
Unwinding taux	- 1.1	- 1.0	- 1.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Expected cash flows	- 2.9	- 2.9	- 2.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Economic experience variance	12.4	18.8	18.7	0.3	0.3	- 6.8	- 6.7
Technical experience variance	- 0.6	- 0.7	- 0.7	- 0.0	- 0.0	0.0	0.0
Technical assumption change	-	- 0.1	- 0.1	- 0.0	- 0.0	0.1	0.1
Economic assumption change	- 0.9	- 0.9	- 0.9	- 0.0	- 0.0	0.0	0.0
New Business	5.0	4.6	4.6	0.1	0.1	0.4	0.3
Closing	148.2	146.0	146.1	2.2	2.2	0.0	0.0
Relative variation			↑ 0.03%		↑ 0.03%		↓ -6.22%

La MVA augmente dans ce scénario de +9,6% liée à l'amélioration des marchés financiers du fait de la forte baisse des taux. Parallèlement, le BEL augmente du fait du mécanisme de participation aux bénéfices.

Une variation de +0,03% entre le BEL stochastique réelle et le BEL prédit génère une baisse de -6,22% entre la VIF et la VIF estimée. Par ailleurs, cette variation n'est pas matérielle car ne représente que +0,03% du BEL.

5.3.2.6 AoM 5

Tableau 90 : Analyse de mouvement 5

AoM 5	MVA	BEL	BEL Pred Poly	RA	RA Pred	VIF	VIF Pred
Opening	136.4	128.3	128.3	1.9	1.9	6.1	6.1
Unwinding taux	- 1.1	- 1.0	- 1.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
Expected cash flows	- 3.5	- 3.5	- 3.5	- 0.1	- 0.1	- 0.1	- 0.1
Economic experience variance	- 10.7	- 19.3	- 19.5	- 0.3	- 0.3	- 8.9	- 9.1
Technical experience variance	- 0.5	- 0.5	- 0.4	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.1
Technical assumption change	-	- 0.3	- 0.3	- 0.0	- 0.0	- 0.3	- 0.3
Economic assumption change	- 0.9	- 0.9	- 0.9	- 0.0	- 0.0	- 0.0	- 0.0
New Business	5.0	4.6	4.5	0.1	0.1	0.4	0.5
Closing	124.7	107.3	107.1	1.6	1.6	15.7	16.0
Relative variation			↓ -0.18%		↓ -0.17%		↑ 1.56%

Une baisse de la MVA, du BEL et de la RA respectivement de -9,2%, -17,3% et de -17,5% liée principalement à la forte hausse des taux.

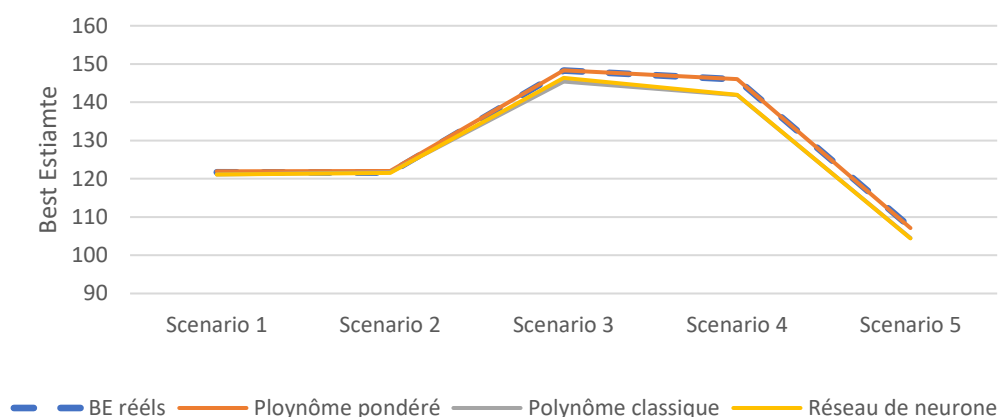
Un écart relatif de -0,18% entre le BEL et le BEL estimé qui génère un écart de +1,56% entre la VIF et la VIF estimé.

En conclusion l'erreur absolue varie de 1.56% à 6.22% sur ces cinq scénarios, ce qui reste raisonnable. Nous allons dans la suite étudier la validité du modèle en fixant des seuils sur les erreurs de prédiction par rapport au BEL et à la CSM.

5.3.3 Comparaison des modèles

Nous allons maintenant comparer la performance des trois modèles mis en place pour la prédiction des BEL.

Figure 106 : La comparaison de la prédiction des différents modèles

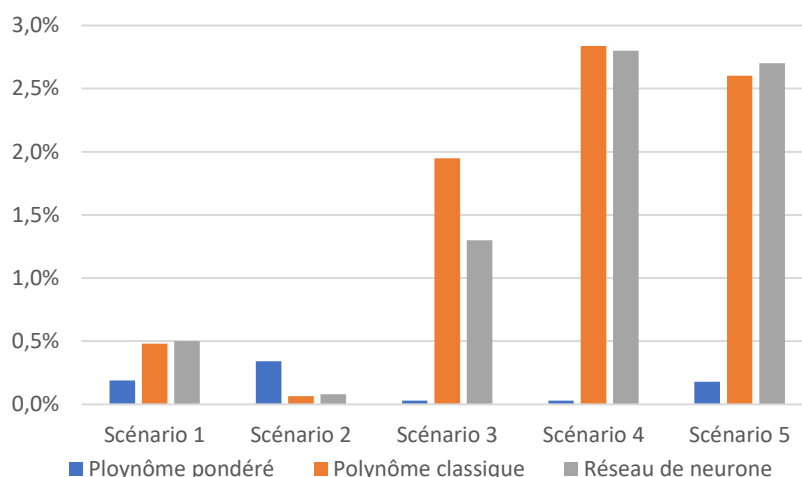


Sur les graphiques, la courbe bleue représente les montants de BEL relatifs à l'échantillon de test constitué de 5 scénarios différents. Les autres courbes représentent les montants de BEL prédits grâce aux différents modèles testés.

On remarque que pour les deux premiers scénarios, les trois modèles donnent une bonne prédiction. En effet ces deux scénarios représentent une légère variation des facteurs de risque par rapport à la situation initiale.

Néanmoins, pour les 3 scénarios restants, on remarque une forte variation de la prédiction des BEL liée aux scénarios de chocs. Le modèle polynomial pondéré donne une meilleure prédiction sur ces scénarios.

Figure 107 : Erreurs relatives sur les scénarios de test des modèles



Sur les deux premiers scénarios, avec des faibles variations, la qualité de prédiction est presque équivalente. Cependant, sur les scénarios extrêmes, le modèle polynomial pondéré est clairement meilleur en termes de précision.

Tableau 91 : Comparaison de la performance des modèles sur les scénarios de test

	RMSE	MAE	ME
Polynôme classique	2,01	1,43	2,94
Polynôme pondéré	0,18	0,12	0,25
Réseau de neurones	1,88	1,31	2,92

Le modèle polynomial pondéré admet les plus faibles erreurs en termes de RMSE, MAE et ME. Ces résultats confirment que ce modèle est le plus approprié pour estimer le Best estimate trimestriel.

5.3.3.1 Changement de stratégie d'allocation d'actifs

Maintenant, nous allons utiliser les mêmes scénarios mais en faisant varier fortement les allocations d'actifs initiales, en réallouant des proportions considérables d'actifs à d'autres poches d'actifs. Ce phénomène se réalise en cas de changement de stratégie d'allocation d'actifs ou des actions management.

Les allocations d'actifs testées sont les suivantes :

Tableau 92 : Allocation d'actifs sur les scénarios de test en cas de changement de stratégie d'allocation d'actifs

	Oblig. Etats	Oblig. Corpo	Action	Immobilier	Trésorerie
Allocation initiale	57%	20%	15%	3%	5%
Scénario 1	56%	21%	14.5%	3.5%	6%
Scénario 2	57.5%	21%	16%	2.5%	3%
Scénario 3	60%	18%	17%	1%	4%
Scénario 4	40%	15%	17%	4%	24%
Scénario 5	59%	18%	16%	5%	2%

Nous allons mesurer la robustesse de notre face à une telle exceptionnelle situation, en mesurant les erreurs relatives des modèles suite à chaque scénario.

Figure 108 : Erreurs relatives des modèles dans le cas de forte variation de l'allocation d'actifs initiale

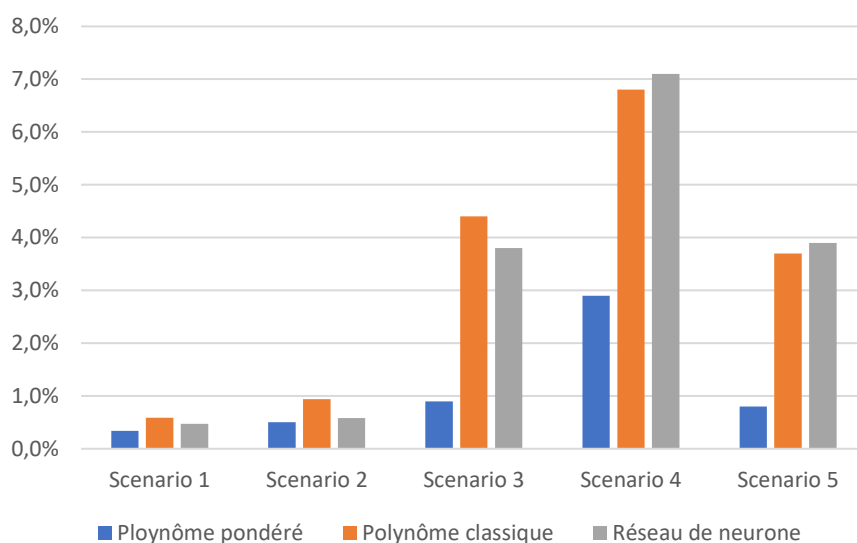


Tableau 93 : Comparaison de la performance des modèles sur les scénarios de test dans le cas de forte variation de l'allocation d'actifs initiale

	RMSE	MAE	EM
Polynôme classique	4,78	3,57	9,05
Polynôme pondéré	2,30	1,82	3,28
Réseau de neurones	4,71	3,39	9,49

Le modèle polynomial pondéré admet les erreurs relatives les plus faibles dans tous les scénarios ainsi que la RMSE, la MAE et l'EM les plus faibles.

Nonobstant les erreurs non négligeables, le modèle polynomial pondéré garde désormais une performance largement meilleure par rapport aux autres modèles testés. Ce qui fait que ce modèle est le meilleur pour l'estimation du BEL dans le cas de variation de l'allocation d'actifs.

Ce modèle a donc prouvé sa performance dans les différentes variations de portefeuille. Il sera retenu dans la suite de ce mémoire pour la réalisation des analyses de mouvement et les études d'impact sur la CSM et le P&L IFRS 17.

5.3.3.2 Conclusion

En tenant compte des résultats obtenus ainsi qu'aux conclusions par rapport à l'erreur de prédiction, nous retenons le modèle polynomial pondéré stepwise de degré 2 sans valeurs aberrantes. Ce dernier respecte les hypothèses de l'homoscédasticité et de la normalité des résidus et optimise les critères d'ajustement du modèle tout en minimisant l'erreur de prédiction sur un nouveau jeu de données qui n'a pas participé à la calibration du modèle.

Tableau 94 : Indicateurs de performance du modèle retenu

Critère	Valeur
R^2 ajusté	0,99
RMSE	0.18
MAE	0.12
EM	0.25

5.3.4 Impact de la prédiction sur la CSM et le P&L IFRS 17

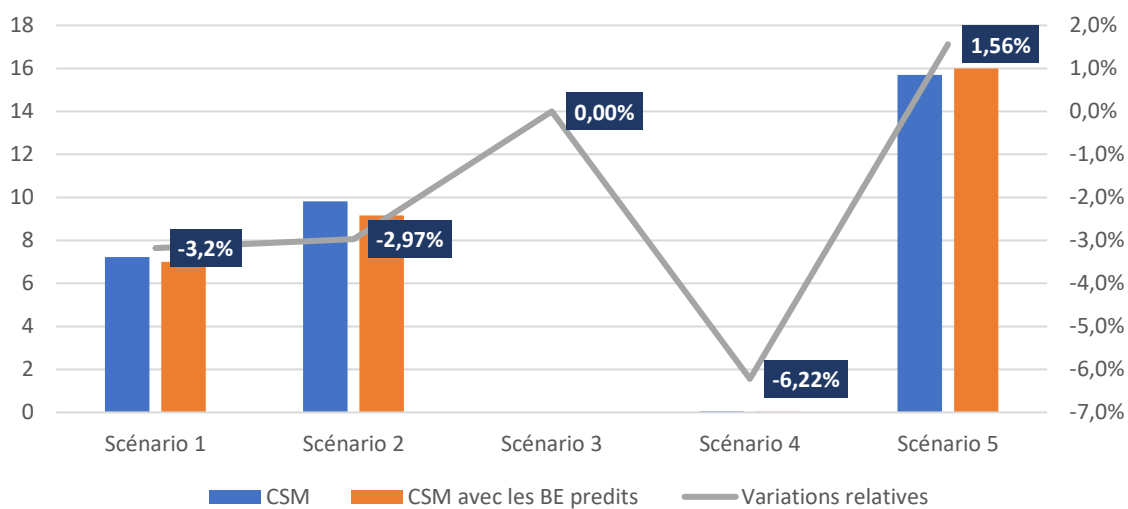
Dans cette partie nous allons étudier l'impact de la prédiction sur la CSM et le P&L afin de vérifier la validité du modèle pour son utilisation pour estimer un P&L trimestriels.

Pour voir la méthode de construction du P&L IFRS 17, nous invitons le lecteur à se référer à [la section Construction du P&L IFRS 17](#).

5.3.4.1 Impact sur la CSM

Nous avons construit un Roll-Forward de la CSM en se basant sur l'analyse de mouvement afin de déterminer une CSM de clôture, et de pouvoir mesurer l'impact de la prédiction à la suite de chaque scénario de test.

Figure 109 : Impact de l'estimation du BEL sur la CSM

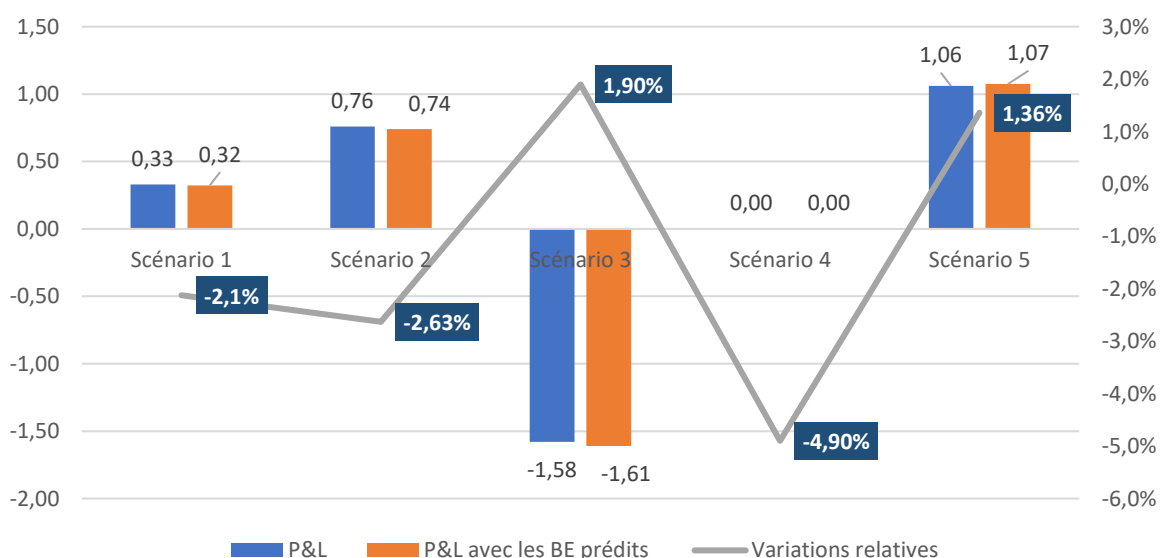


L'impact de la prédiction sur la CSM varie de 0 à 6,22%. Dans le troisième scénario, on se retrouve avec un portefeuille déficitaire où la perte est allouée directement au P&L. Sur le quatrième scénario, l'écart est de -6,22%, mais cet écart n'est pas matériel, car il représente un écart de 0.03% entre le BEL stochastique et le BEL estimé.

5.3.4.2 Impact sur le P&L

Nous avons construit un P&L IFRS 17 en se basant principalement sur l'amortissement de la CSM de clôture et l'AoM.

Figure 110 : Impact de l'estimation du BEL sur le P&L



L'impact de l'écart de prédiction sur le P&L varie de -4,90 à 1.90%, ce qui représente un écart moyen de 1.72% en valeur absolu, ce qui reste relativement faible. Par ailleurs, le troisième scénario est un scénario extrême, de telle sorte que le portefeuille devient déficitaire, donc l'impact de la perte est totalement absorbé par le P&L. L'impact de la prédiction le plus fort est celui du troisième scénario.

5.3.5 Validation du modèle

Dans cette partie, nous allons vérifier la validité du modèle sur les scénarios de test en fonction des critères fixés sur les erreurs en pourcentage du BEL et de la CSM.

Tableau 95 : Validation du modèle sur les données de test

	Critères	%BEL	%CSM	Seuil %BEL	Seuil %CSM
RMSE	0,18	0,1%	2,9%	2%	4%
MAE	0,12	0,1%	1,9%	2%	4%
EM	0,25	0,2%	3,8%	3%	8%

Les erreurs de prédiction sont en dessous des seuils fixés en pourcentage du BEL et de la CSM. Le modèle est donc jugé valide pour l'usage de l'estimation d'un P&L IFRS 17.

5.3.5.1 En conclusion

Parmi les modèles étudiés, le modèle polynomial pondéré admet les erreurs les plus faibles sur les scénarios de test. En le comparant avec les autres modèles, ce modèle reste relativement robuste face aux scénarios de fort changement de l'allocation d'actifs. Les erreurs attribuées à ce modèle sont en dessous du seuil de validation fixé en pourcentage du BEL et de CSM. Etant donné les résultats obtenus, le modèle est bien utilisable dans le cadre de la réplification des BEL dans un contexte d'IFRS 17.

5.3.6 Avantages, Limites et Axes d'amélioration

5.3.6.1 Avantages

- Réduction du temps de calcul des BEL
- Stabilité devant les scénarios de chocs extrêmes
- Stabilité devant le changement de la stratégie de l'allocation d'actifs (à condition que ce changement ne soit pas fort par rapport à la situation initiale de référence)

5.3.6.2 Limites du modèle

- Hypothèses simples du modèle ALM
- Non prise en compte de la PPE et des différentes autres provisions (PRE, PDD, RDC, PDG, etc.) dans le modèle ALM
- Non prise en compte du modèle de réplification du BEL des différentes garanties dans le passif : ce sont des garanties qui ont un impact direct sur le niveau de prestation. Par exemple : le taux minimum garantie, l'option de rachat, l'option d'arbitrage aux unités de compte, clause de participation aux bénéfices, etc.

5.3.6.3 Axes d'amélioration

- Tester l'approche sur un modèle ALM avec des hypothèses plus complexes
- Tester le modèle avec un portefeuille relativement hétérogène : il serait intéressant d'élargir la base de données afin de diversifier les situations financières et ainsi utiliser d'autres indicateurs statistiques plus performants
- Intégration des effets liés aux garanties dans le passif (TMG et autres garanties qui peuvent impacter le niveau de prestation)

L'étude menée constitue une première étape pour la construction d'un outil fiable de gestion en interne permettant de répliquer un BEL trimestriel dans un contexte de stress en IFRS 17.

Conclusion

6 Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons cherché à mettre en place des modèles simplifiés qui répliquent les calculs du BEL stochastique. En effet, on a montré qu'avec l'entrée en vigueur d'IFRS 17, les besoins calculatoires seront de plus en plus importants et qu'il était alors indispensable de détenir des méthodes calculatoires à la fois rapides et précises.

L'étude menée dans ce mémoire a permis à l'équipe de mettre en place un outil capable d'estimer le BEL en un temps de calcul plus court que celui réalisé par le modèle interne de projection des flux. Cette estimation est jugée fiable pour estimer les différents écarts expliquant la variation d'un P&L IFRS 17, devant les fortes variations de la situation initiale du portefeuille.

Dans le cadre de notre étude, nous avons créé un générateur de scénarios économiques et un modèle ALM proxy permettant de générer les cash-flows servant aux calculs des BEL dans les différents scénarios.

Ce modèle ALM nous a servi à la construction de la base de données d'apprentissage constituée des sensibilités des BEL par rapport aux principaux facteurs de risque. Il nous a servi également à la réalisation des tests de validation du modèle à travers les analyses de mouvement permettant la détermination de la CSM et par conséquent la mesure de l'impact sur la CSM et le P&L IFRS 17.

Néanmoins, il a fallu dans un premier temps choisir les facteurs de risque jugés les plus pertinents. Cette étape a été importante pour orienter la suite de notre étude.

Afin d'adapter notre étude au contexte IFRS 17 et à l'analyse de mouvement, nous avons distingué deux types de sensibilités, les sensibilités liées aux changements d'hypothèses et les sensibilités liées aux écarts d'expérience.

Pour étudier la significativité des facteurs de risque, on a utilisé la variation relative en valeur absolue pour évaluer le niveau de significativité de chaque facteur sur l'évolution du BEL. Les scénarios de calibrage ont été choisis selon ce niveau de significativité.

Ensuite, afin d'estimer le BEL nous avons testé des modèles polynomiaux classiques et avons retenu celui qui s'ajuste au mieux aux données et qui respecte les hypothèses de normalité et d'homoscédasticité des résidus. Cette étape nous a permis de déterminer les points atypiques qui représentent des événements extrêmes que nous avons supprimés, et de sélectionner les variables explicatives les plus pertinentes. Cependant, on a testé également un modèle de réseau de neurones afin de le comparer avec les autres modèles, malgré qu'il a comme défaut de ne permettre de faire le split entre les différents effets.

Un modèle polynomial a été construit dans le cadre de ce mémoire, qui est appelé le modèle polynomial pondéré. Ce modèle intègre d'autres effets plus que les effets d'hypothèses des facteurs de risque financiers et biométriques. Cependant, ce modèle prend en compte un effet volume basé sur le niveau de provisions mathématiques, qui intègre les effets des new business. Un effet d'allocation d'actifs est pris en compte par ce modèle, en pondérant chaque facteur de risque financier par la variation du poids de l'actif sous-jacent dans le portefeuille.

Dans ce travail, nous avons effectué une comparaison des différents modèles testés dans des situations de stress, où on observe des variations extrêmes sur les facteurs de risque, comme c'est le cas de nos jours dans le contexte de la crise sanitaire covid-19.

Pour tester la fiabilité du modèle, des seuils de validations en pourcentage du BEL et de CSM ont été définis sur les métriques permettant de mesurer l'erreur du modèle.

Une analyse de mouvement et un outil de calcul de P&L IFRS 17 ont été mis en place afin de mesurer l'impact de cette estimation sur la CSM et le P&L, afin de juger la possibilité d'utilisation du modèle dans un contexte stress.

Parmi les modèles étudiés, le modèle polynomial pondéré admet les erreurs les plus faibles sur les scénarios de test. En le comparant avec les autres modèles, ce modèle reste relativement robuste face aux scénarii extrêmes et les scénarios de fort changement de l'allocation d'actifs. Ce modèle permet bien de ventiler les effets d'écarts d'expérience et les effets de changements d'hypothèse pris en compte dans l'AoM. Par ailleurs, les erreurs attribuées à ce modèle sont en dessous du seuil de validation fixé en pourcentage du BEL et de CSM. Etant donné les résultats obtenus, le modèle est bien utilisable dans le cadre de la réplique des BEL dans un contexte d'IFRS 17.

Annexes

7 Annexes

7.1 Annexe 1 : Description de l'outil de réplication du BEL mis en place

Cette partie décrit l'outil de réplication des BEL qui a été mis en place, qui est une solution logicielle permettant de calibrer et de prédire un BEL, et également de déterminer les paramètres servant à réaliser l'analyse de mouvement. Cet outil se base sur l'approche polynomiale pondérée qui a été construite dans le cadre de ce mémoire.

Nous utilisons R comme moteur de calcul et R-Shyni comme interface graphique de l'application.

Page d'accueil

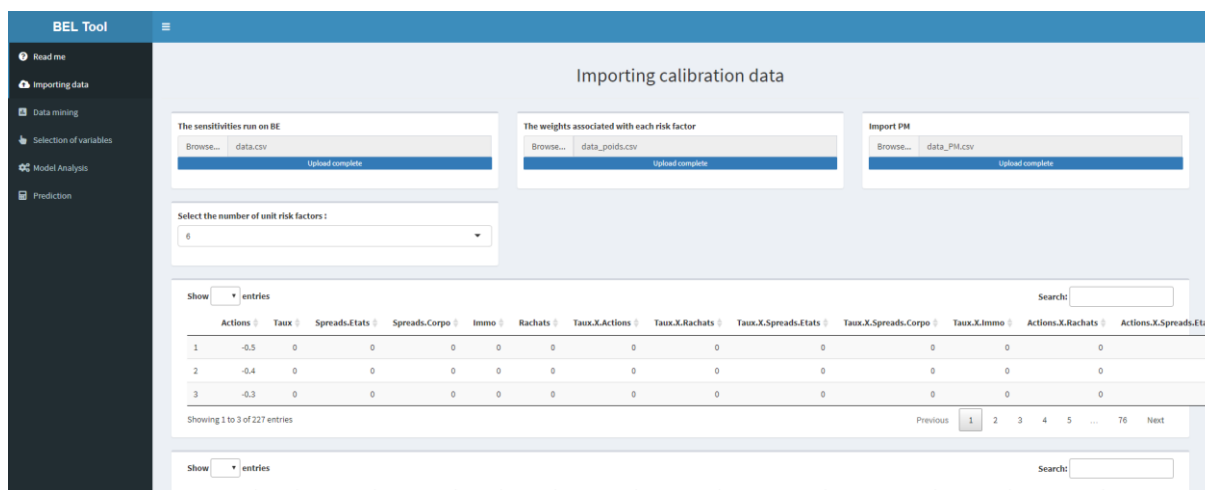
Figure 111 : Page d'accueil de l'outil de réplication des BEL mis en place



C'est la page d'accueil de l'outil, où nous retrouvons un manuel d'utilisation de l'application.

Importation de données

Figure 112 : Onglet servant à l'importation de données



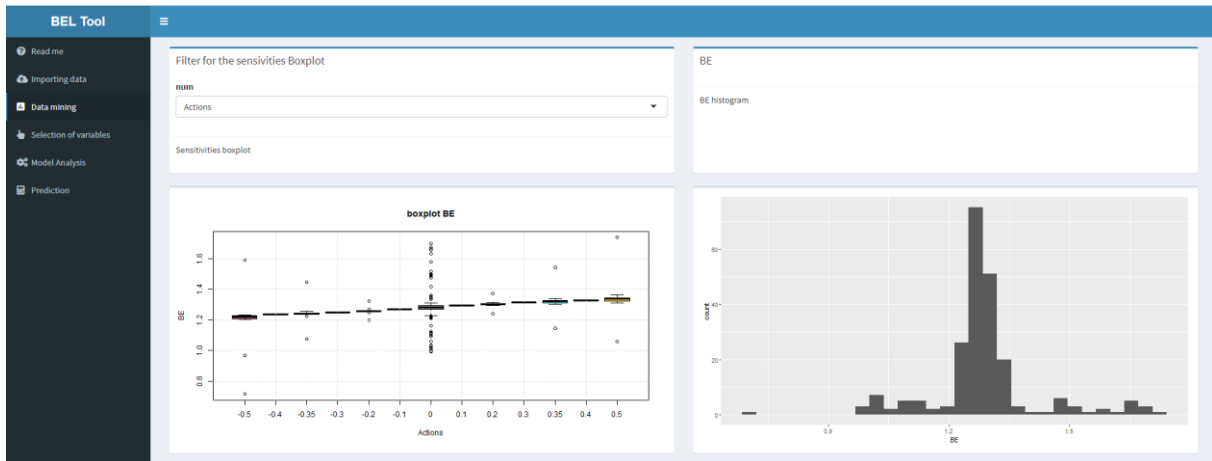
Dans la deuxième page, nous retrouvons des « pip up », où nous pourrions effectuer l'importation de données nécessaires à la calibration du modèle :

- Un fichier contenant les chocs unitaires et croisés des facteurs de risque, ainsi que les BEL associés
- Un fichier contenant la variation des poids de risque
- Un fichier contenant les provisions mathématiques

Nous devrions également renseigner le nombre de facteurs de risque, afin que l'outil ait la possibilité de distinguer entre les chocs unitaires et les chocs croisés des facteurs de risque.

Analyse descriptive

Figure 113 : Onglet Analyse descriptive de données

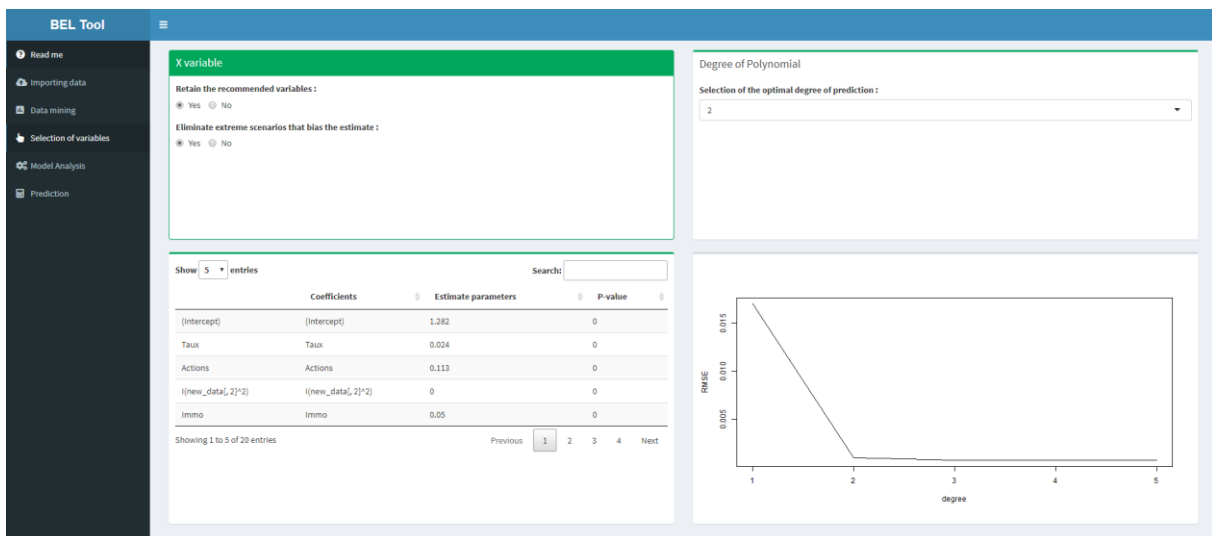


Un onglet pour afficher une analyse descriptive de données de calibration importées dans la précédente étape.

- Un boxplot d'analyse de sensibilité du BEL par rapport aux facteurs de risque utilisés : on a la possibilité de sélectionner le paramètre à afficher
- Un histogramme des BEL ...

Paramétrage du modèle

Figure 114 : Onglet permettant le paramétrage du modèle

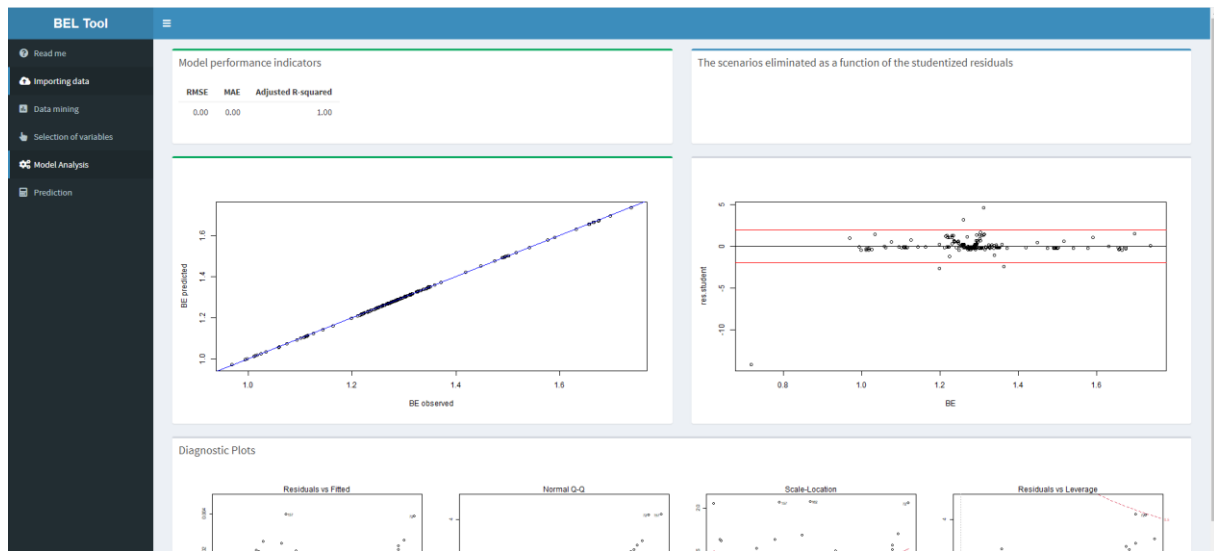


Dans cet onglet, On a la possibilité de choisir plusieurs options de modélisation.

- La première option concerne le choix de traitement des valeurs aberrantes : On a le choix d'éliminer ou pas les scénarios extrêmes qui biaisent la modélisation
- La deuxième option concerne le choix entre le modèle stepwise et le modèle complet incluant toutes les variables explicatives : nous affichons un tableau des coefficients estimés et les p-values associés du modèle choisi
- La troisième option c'est le choix du degré de polynôme : pour aider à effectuer ce choix, on affiche un graphe de la RMSE du modèle en fonction des degrés du polynôme

Analyse de la calibration

Figure 115 : Analyse de la performance de l'ajustement du modèle

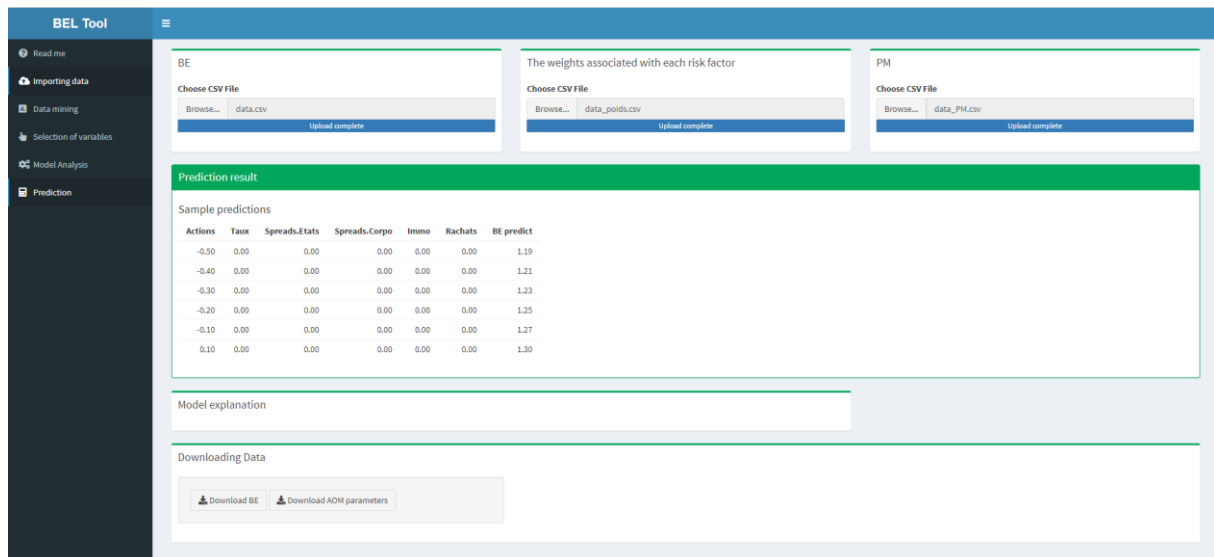


Une analyse de performance de la calibration du modèle et de validation du modèle sur les données de test est effectuée dans cette page :

- Un tableau contenant : la MAE, la RMSE et le R^2 ajusté du modèle
- Un graphe des BEL observés en fonction des BEL prédits
- Un graphe permettant d'observer les valeurs aberrantes rejetées par le modèle
- Des graphes d'analyse statistique des résidus

La prédiction

Figure 116 : Onglet de prédiction du modèle



Finalement, nous arrivons à la page de prédiction. Après avoir importé les données de calibration et après avoir effectué le choix du modèle approprié, nous devrions importer les fichiers contenant les données de prédiction. Nous allons ainsi importer les vraies valeurs des facteurs de risque observés durant le trimestre pour prédire le BEL du trimestre.

Ensuite, le modèle effectue la prédiction en se basant sur les données importées, et par la suite, nous pourrions télécharger :

- Un fichier contenant les facteurs de risque avec le BEL prédit
- Un fichier contenant les paramètres permettant de réaliser l'analyse de mouvement du BEL

8 Bibliographie

- ACPR. (2017). Assurance vie en France et environnement de taux bas . *Analyses et Synthèses*.
- AFT. (2020). Le programme de financement 2021 s’inscrit dans la continuité de l’année 2020, marquée par une forte hausse des besoins de financement face à la crise de la Covid-19 », Bulletin Mensuel N°367.
- Berdah, I. (2020). *Calibration de modèles d’apprentissage sur des modèles épargne*. Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des Actuares.
- CHARCHOUR, B. (2010). *Couverture contre la hausse des taux : mise en place d’un barbell dans*. Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des actuares.
- CROIX, J.-C. (2014). *Méta-modélisation par krigeage pour la mesure du risque*. Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- Czarnecki, P. (2018). *Les générateurs de scénarios économiques dans un environnement de taux bas* . Paris: Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- DESHAYES, N. (2011). *Optimisation de l’approche Simulations dans les Simulations en assurance vie*. Paris: Mémoire d’actuariat, Intitut des actuares .
- EIOPA. (s.d.). 2020 review of Solvency II”. *EIOPA*,
- FFA. (2020). “Les chiffres de l’assurance en 2020. FFA.
- FFA. (2021). Cartographie prospective 2021 des directeurs des risques de l’assurance et de la réassurance. FFA.
- Fitting, E. d. (2018). *Mohamed Amine MECHERGUI*. Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- France, B. d. (2020). ARIAS L., CAPITAINE G., FERRAND-TENOT É., GUIMIOT F. et C. ROE Les placements des assureurs résistent à la crise malgré les tensions », Bulletin de la Banque de France 232/5. *Banque de France* .
- Frédéric Planchet, A. K. (2012). *Générateurs de scénario économiques (GSE) en assurance*. Brest : EURIA.
- HECART, J.-M. (2016). *La place du générateur de scénarios économiques dans les calculs de solvabilité en assurance-vie*. Paris: Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- Houssaini, M. A. (2016). *Anticipation de la déviation du BEL suivant différents*. Paris : Mémoire d’actuariat - ENSAE ParisTech - Institut des actuares .
- L’ASSURANCE, L. D. (2020). Révision de Solvabilité 2 : les assureurs vent debout contre les propositions de l’EIOPA. *L’ARGUS DE L’ASSURANCE*.
- L’ASSURANCE, L. D. (2021). Taux bas, pression politique: des perspectives sombres pour l’assurance en 2021, selon Moody’s. *L’ARGUS DE L’ASSURANCE*.
- Lauzon, F.-X. d. (2012). *Intégration du risque immobilier dans l’univers Solvabilité 2*. Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- MALHOMME, B. J. (2020). L’impact des taux bas sur l’assurance », RÉALITÉS INDUSTRIELLES . *Annales des Mines*.
- Marion, B.-C. (2013). *Modélisation de la politique de dividendes dans un modèle ALM*. Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des actuares.
- MECHERGUI, M. A. (2018). *Evaluation du capital économique sous Solvabilité 2 : Mise en place de l’approche Curve Fitting*. 2018: Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- UHNOUNA, E. (2008). *Evaluation "BEST ESTIMATE" de contrats d’épargne en euros* . Paris : Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .
- V., L. (2018). Asset-liability management in life insurance: Evidence from France”, No 2018- 12, CREST Working Papers. *LYONNET V*.
- Youssef SAIDI, A. C. (2020). *IFRS 17 en épargne euro : Analyse des enjeux et des choix structurants du modèle VFA*. Paris: Mémoire d’actuariat, Institut des actuares .

9 Liste de figures et de Tableaux

Figure 1 : Cash-Flow Matching.....	9
Figure 2 : Erreurs relatives des modèles sur les scénarios de test	13
Figure 3 : Impact de l'estimation des BEL sur la CSM	13
Figure 4 : Impact de l'estimation des BEL sur le P&L.....	14
Figure 5 : Cash-Flow Matching.....	16
Figure 6 : Relative errors on model test scenarios	20
Figure 7 : Impact of BEL estimation on CSM.....	20
Figure 8 : Impact of BEL estimation on P&L.....	21
Figure 9 : Collectes nettes annuelles par type de supports	28
Figure 10 : Répartition des placements des assureurs vie et mixtes à fin 2019	29
Figure 11 : Parts des taux de coupons fixes en fonction de la maturité résiduelle	29
Figure 12 : Répartition par notation des obligations.....	30
Figure 13 : Taux en assurance vie et OAT (sources : ACPR, FFA).....	32
Figure 14 : Taux de rendement de l'actif net des frais	32
Figure 15 : Phases de la mise en place de l'IFRS 17	34
Figure 16 : Les modèles comptables en IFRS 17	35
Figure 17 : Principes de valorisation sous IFRS 17	36
Figure 18 : Mailles de calcul sous IFRS 17	37
Figure 19 : Bilan comptable sous IFRS 17	38
Figure 20 : Décomposition de la variation de CSM.....	40
Figure 21 : Révisions de profitabilité sur les différentes méthodes comptables.....	40
Figure 22 : Exemple de relâchement de CSM	41
Figure 23 : Exemple d'écoulement de CSM	42
Figure 24 : Exemple de revalorisation de CSM à la suite d'un changement des hypothèses	42
Figure 25 : Revalorisation de CSM en cas de contrat rentable	43
Figure 26 : Revalorisation de la CSM en cas de contrat onéreux.....	43
Figure 27 : Evaluation initiale d'un contrat onéreux.....	44
Figure 28 : Evaluation ultérieure d'un contrat onéreux	44
Figure 29 : Enjeux d'attribution des frais sous IFRS 17	45
Figure 30 : Taux d'actualisation utilisés sous IFRS 17	46
Figure 31 : Les taux d'actualisation utilisés dans les différentes approches	46
Figure 32 : Comparaison de la marge pour risque sous IFRS 17 et sous Solvabilité 2	47
Figure 33 : Compte de résultat sous IFRS 17	47
Figure 34 : Comptabilisation en Option OCI sous IFRS 17	48
Figure 35 : Principaux enjeux des normes IFRS 9 et IFRS 17 sur les passifs d'assurances	50
Figure 36 : Les différences entre Solvabilité 2 et IFRS 17	51
Figure 37 : Courbe des taux sans risque EIOPA 31/12/2020	56
Figure 38 : Scénarios des Taux générés par le modèle Vasicek.....	57
Figure 39 : Les scénarios Taux de dividendes générés par le modèle de Black & Scholes à dividendes discrets.....	58
Figure 40 : Les scénarios VM Action générés par le modèle de Black & Scholes avec corrélation aux taux d'intérêt	59
Figure 41 : Les scénarios VM Immobilier générés par le modèle XS avec corrélation aux taux d'intérêt	60
Figure 42 : Les scénarios des rachats structurels.....	61
Figure 43 : Taux de rachats structurels moyen	61
Figure 44 : Paramètres du modèle des rachats conjoncturels	62
Figure 45 : Lois des rachats conjoncturels définis par les ONCST	63
Figure 46 : Calcul de taux des rachats.....	63
Figure 47 : Le taux moyen des rachats totaux	64
Figure 48 : Test de martingalité sur le modèle des Actions	65
Figure 49 : Test de martingalité sur le modèle Taux.....	65
Figure 50 : Q-Q distribution des rendements actions à t=1.....	66
Figure 51 : Graphe illustrant la durée d'une obligation	70
Figure 52 : Allocation d'actifs du portefeuille	72
Figure 53 : TRA de notre portefeuille	76
Figure 54 : Ecoulement des provisions mathématiques du portefeuille	77
Figure 55 : Comparaison du TMG, Taux versé et du Taux cible	80

Figure 56 : Le mécanisme de l'interaction Actif-Passif de la compagnie fictive	81
Figure 57 : Cash-Flow Matching.....	82
Figure 58 : GAP de durée.....	82
Figure 59 : Comparaison du TMG (Frais incluses) et le TRA	83
Figure 60 : Comparaison de l'écoulement des PM vs MVA	83
Figure 61 : Calcul du Best Estimate pour un scénario j.....	84
Figure 62 : Convergence du Best Estimate en fonction de nombre de scénarios	86
Figure 63 : La densité empirique du BEL.....	86
Figure 64 : Analyse de mouvement IFRS 17.....	96
Figure 65 : Méthode Simulation dans Simulation.....	103
Figure 66 : Méthode LSMC	103
Figure 67 : Processus de la méthode Replication Portfolio	104
Figure 68 : Méthodes Machine Learning	105
Figure 69 : Ajustement d'un modèle polynomial.....	107
Figure 70 : Graphique Q-Q plot d'une loi normale	110
Figure 71 : La structure d'un réseau de neurones	111
Figure 72 : Fonction d'activation sigmoïde	111
Figure 73 : Fonction d'activation tanh	112
Figure 74 : Fonction d'activation ReLU	112
Figure 75 : Couches d'un réseau de neurones.....	113
Figure 76 : Perceptron	113
Figure 77 : Deep Feed Forward.....	113
Figure 78 : Recurrent Neural Network (RNN)	114
Figure 79 : RNN	115
Figure 80 : Deep Convolutional Network.....	115
Figure 81 : Application du choc instantané	119
Figure 82 : Sensibilité des BEL par rapport aux taux sans risque.....	120
Figure 83 : Sensibilité des BEL par rapport à MV des actions.....	121
Figure 84 : Sensibilité des BEL par rapport à la MV Immobilier.....	121
Figure 85 : Sensibilité des BEL par rapport aux Spreads Etats	122
Figure 86 : Sensibilité des BEL par rapport aux Spreads Corporate.....	122
Figure 87 : Sensibilité des BEL par rapport aux Rachats Expérience	123
Figure 88 : Sensibilité des BEL par rapport aux Rachats Hypothèse	123
Figure 89 : Sensibilité des BEL par rapport à la variation de l'allocation d'actifs.....	124
Figure 90 : le plan du $(+1i, -1j)$	127
Figure 91 : Illustration des 3 premières composantes principales obtenus	130
Figure 92 : Analyse du risque de niveau	131
Figure 93 : Le compromis biais variance du modèle pour l'étude les phénomènes de sur-apprentissage et le sous-apprentissage	135
Figure 94 : Modèle optimal par le compromis de biais et variance.....	136
Figure 95 : La RMSE du modèle en fonction du degré du polynôme.....	136
Figure 96 : BEL observés vs BEL estimés	138
Figure 97 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)	138
Figure 98 : Graphe des résidus standardisé en fonction des valeurs estimées	139
Figure 99 : BEL observés en fonction du BEL prédit du modèle polynomial pondéré sans valeurs aberrantes	141
Figure 100 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)	141
Figure 101 : BEL observés en fonction des BEL estimés	143
Figure 102 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)	143
Figure 103 : Valeurs observées en fonction des valeurs estimées du BEL.....	145
Figure 104 : Graphe des résidus en fonction des valeurs estimées (à gauche) et celui de qqplot de la normalité (à droite)	145
Figure 105 : Valeurs observées en fonction des valeurs estimées du BEL du modèle réseau de neurones	147
Figure 106 : La comparaison de la prédiction des différents modèles	151
Figure 107 : Erreurs relatives sur les scénarios de test des modèles	152

Figure 108 : Erreurs relatives des modèles dans le cas de forte variation de l'allocation d'actifs initiale	153
Figure 109 : Impact de l'estimation du BEL sur la CSM	154
Figure 110 : Impact de l'estimation du BEL sur le P&L	154
Figure 111 : Page d'accueil de l'outil de réplication des BEL mis en place	159
Figure 112 : Onglet servant à l'importation de données	159
Figure 113 : Onglet Analyse descriptive de données	160
Figure 114 : Onglet permettant le paramétrage du modèle	160
Figure 115 : Analyse de la performance de l'ajustement du modèle	161
Figure 116 : Onglet de prédiction du modèle	161
Tableau 1 : Modèles GSE	8
Tableau 2 : Caractéristiques du portefeuille	9
Tableau 3 : Analyse du portefeuille d'actifs	9
Tableau 4 : Critères de choix de scénarios de calibrage	10
Tableau 5 : Analyse de sensibilité des BEL	10
Tableau 6 : Comparaison des modèles polynomiaux	11
Tableau 7 : Comparaison des indicateurs de performance des modèles testés	12
Tableau 8 : Les scénarios de test de validation	12
Tableau 9 : Comparaison des indicateurs de performance des modèles sur les scénarios de test	13
Tableau 10 : Analyse de mouvement sur le scénario 5	12
Tableau 11 : Critères de validation de modèle	14
Tableau 12 : ESG Models	15
Tableau 13 : Portfolio characteristics	16
Tableau 14 : Analysis of the asset portfolio	16
Tableau 15 : Criteria for choosing calibration scenarios	17
Tableau 16 : BEL sensitivity analysis	17
Tableau 17 : Comparison of polynomial models	18
Tableau 18 : Comparison of the performance indicators of the tested models	18
Tableau 19 : Validation test scenarios	19
Tableau 20 : Comparison of model performance indicators on test scenarios	20
Tableau 21 : Analysis of changes on scenario 5	19
Tableau 22 : Model validation criteria	21
Tableau 23 : Taux de prélèvement sur les gains d'assurance vie en fonction de la durée du contrat	26
Tableau 24 : Principaux types de contrats épargne	26
Tableau 25 : cotisations en assurance vie en Md €	27
Tableau 26 : Placements des entreprises d'assurance vie à fin 2018 – Champ de l'étude : entreprises régies par le Code des assurances	28
Tableau 27 : Conditions d'application de l'approche VFA sous IFRS 17	49
Tableau 28 : Impacts des valorisations sur le P&L et l'actifs net sous IFRS 17	50
Tableau 29 : Paramètres estimés du modèle de Visicek	56
Tableau 30 : Paramètres estimés du modèle de Black & Scholes à dividendes discrets	58
Tableau 31 : Paramètres estimés du modèle de Black & Scholes avec corrélation aux taux d'intérêt	59
Tableau 32 : Paramètres estimés du modèle XS Immobilier	60
Tableau 33 : Matrice de corrélation entre les différents sous-modules liés au risque de marché	64
Tableau 34 : Caractéristiques du portefeuille de la compagnie fictive simulé dans le modèle ALM	67
Tableau 35 : Probabilités de défaut en fonction du rating	68
Tableau 36 : Caractéristiques des obligations dans notre portefeuille	68
Tableau 37 : Indicateurs de sensibilité aux Taux du portefeuille d'actifs	71
Tableau 38 : Bilan Solvabilité 2	72
Tableau 39 : Allocation Stratégique d'actifs	74
Tableau 40 : Analyse du portefeuille d'actifs	75
Tableau 41 : Taux de PMVL dans le portefeuille	75
Tableau 42 : Tableau récapitulatif des frais de la compagnie	76
Tableau 43 : Rollforward DE CSM de la compagnie fictive	98
Tableau 44 : P&L du portefeuille fictif	99
Tableau 45 : Seuil de validation en pourcentage du BEL et de CSM	117

Tableau 46 : Conclusion sur l'analyse de sensibilités du BEL.....	124
Tableau 47 : La significativité des chocs unitaires (standalone)	126
Tableau 48 : Le nombre de scénarios en fonction de la significativité pour des chocs unitaires	126
Tableau 49 : La significativité des chocs croisés (pairwise)	127
Tableau 50 : Le nombre de scénarios en fonction de la significativité pour des chocs croisés	128
Tableau 51 : Niveau de significativité des facteurs de risque (chocs unitaires)	128
Tableau 52 : Proportion d'inertie expliquée selon le nombre de facteurs principaux retenus	130
Tableau 53 : Détermination des scénarios de calibrage pour le choc simultané : Niveau-Action.....	133
Tableau 54 : Détermination des scénarios de calibrage pour le choc simultané : Action-Rachat.....	133
Tableau 55 : Détermination des scénarios de calibrage pour le choc simultané : Rachat-Niveau	134
Tableau 56 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré	137
Tableau 57 : Les indicateurs de performances du modèle polynomial pondéré.....	138
Tableau 58 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré sans valeurs aberrantes	140
Tableau 59 : Indicateurs de performance du modèle polynomial pondéré sans valeurs aberrantes	140
Tableau 60 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré Stepwise AIC	142
Tableau 61 : Les indicateurs de performance du modèle polynomial pondéré stepwise AIC.....	142
Tableau 62 : Les P-valeurs du modèle polynomial pondéré Stepwise AIC sans valeurs aberrantes	144
Tableau 63 : Les indicateurs de performance du modèle polynomial pondéré Stepwise AIC sans valeurs aberrantes... 144	144
Tableau 64 : Caractéristiques du modèle réseau de neurones	146
Tableau 65 : Les indicateurs de performance du modèle réseau de neurones.....	147
Tableau 66 : Comparaison de performance des modèles testés.....	147
Tableau 67 : Les scénarios de test	148
Tableau 68 : Allocation d'actifs sur les scénarios de test.....	149
Tableau 69 : Comparaison de la performance des modèles sur les scénarios de test	152
Tableau 70 : Allocation d'actifs sur les scénarios de test en cas changement de stratégie d'allocation d'actifs	152
Tableau 71 : Comparaison de la performance des modèles sur les scénarios de test dans le cas de forte variation de l'allocation d'actifs initiale	153
Tableau 72 : Indicateurs de performance du modèle retenue	153
Tableau 73 : Analyse de mouvement 1.....	149
Tableau 74 : Analyse de mouvement 2.....	150
Tableau 75 : Analyse de mouvement 3.....	150
Tableau 76 : Analyse de mouvement 4.....	150
Tableau 77 : Analyse de mouvement 5.....	151
Tableau 78 : Validation du modèle sur les données de test	155