

Table des matières

Table des figures	ii
Liste des tableaux	iv
Remerciements	vi
Résumé	vii
Abstract	x
Introduction	1
1 Introduction à la norme IFRS 17	2
1.1 Origine de la norme IFRS 17	2
1.2 La norme IFRS 17	2
1.2.1 De IFRS 4 à IFRS 17	3
1.2.2 Les objectifs de la norme IFRS 17	4
1.2.3 Périmètre d'application de la norme IFRS 17	5
1.2.4 Agrégation des contrats sous IFRS 17	5
1.2.5 Valorisation des engagements de l'assureur sous IFRS 17	6
1.2.6 Modèles d'évaluation des contrats d'assurance sous IFRS 17	9
1.3 Conclusion sur IFRS 17	11
2 Courbe des taux d'actualisation IFRS 17	13
2.1 Enjeu des courbes de taux d'actualisation pour les assureurs	13
2.2 Introduction aux courbes de taux	14
2.3 Courbe des taux d'actualisation et réglementation	23
2.3.1 Courbe de taux d'actualisation sous Solvabilité II	24
2.3.2 Courbe de taux d'actualisation sous IFRS 17	33
3 Courbe des taux d'actualisation en approche ascendante	38
3.1 Éléments de base de l'approche Bottom Up	38
3.2 Courbes des taux d'actualisation de l'EIOPA	41
3.3 Méthode du K-spread	42
3.3.1 Choix de la courbe des taux sans risque	42
3.3.2 Prime d'illiquidité du passif	44
3.4 Méthode basée sur les rendements de marché	52
3.4.1 Choix de la courbe des taux sans risque	52

3.4.2	Prime d'illiquidité du passif	52
3.5	Prime de liquidité sur les actifs non obligataires	54
3.5.1	Méthode basée sur le ratio de Sharpe	55
3.5.2	Méthode basée sur le MEDAF	56
4	Application et analyses de sensibilité sur les engagements d'un assureur vie	60
4.1	Portefeuille de l'étude	60
4.2	Courbes des taux d'actualisation construites	62
4.2.1	Méthode du <i>Volatility Adjustment (VA)</i>	62
4.2.2	Méthodes du <i>K-spread</i>	63
4.2.3	Méthode des rendements de marché	65
4.3	Générateur de scénarios économiques	67
4.4	Modèle ALM	70
4.4.1	Généralités	70
4.4.2	Model points passif	71
4.5	Analyse de sensibilités sur le bilan d'un assureur vie	73
	Conclusion	83
	Bibliographie	85
	Annexes	87
1	Algorithme génétique	87
2	Tableaux	92
3	Figures	95
4	Analyses de variation	102
	Note de synthèse	1
	Executive Summary	1

Table des figures

1.1	Calendrier de la mise en oeuvre de la norme IFRS 17	4
1.2	Agrégation des contrats d'assurance sous IFRS 17	6
1.3	Taux d'actualisation IFRS 17 : approche Top-down et Bottom-up	7
1.4	Réévaluation de la CSM sous IFRS 17 : cas du modèle BBA	9
1.5	Bilan Solvabilité II vs Bilan Modèle général IFRS 17.	10
1.6	Le passif d'assurance sous les modèles BBA et PAA. <i>Source : Optimind winter.</i>	11
2.1	Interpolation et extrapolation d'une courbe	19
2.2	Courbes de taux d'actualisation avec différents LLP (méthode de Smith Wilson) et méthode du FSP <i>Source : Milliman, 2019</i>	33
2.3	Approche bottom up pour la construction de la courbe d'actualisation	35
2.4	Courbe d'actualisation IFRS 17 approche Top down	36
3.1	Courbes des taux de l'EIOPA avec Smith Wilson aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022	42
3.2	Courbe des taux zéros coupons des bunds	43
3.3	Courbe des taux zéros coupons et du K-spread	45
3.4	Historique du K-spread sur quelques dates	45
3.5	Courbes du K-spread retraitées	47
3.6	Prime de liquidité sur les OAT et les bunds, <i>Source</i> :[15], page 14.	50
3.7	Partie liquide courbe des taux OIS	53
4.1	Allocation des obligations par rating de l'assureur considéré aux différentes dates	61
4.2	Allocation d'actifs du portefeuille de référence de l'EIOPA	62
4.3	Courbes de taux d'actualisation avec la méthode du <i>Volatility Adjustment</i>	63
4.4	Courbes du K-spread extrapolées avec la méthode de Smith Wilson.	64
4.5	Courbes du K-spread extrapolées avec la méthode de Nelson Sigel Svernnson.	65
4.6	Courbes avec la méthode des rendements de marché extrapolées avec la méthode de Smith Wilson.	66
4.7	Courbes avec la méthode des rendements de marché extrapolées avec la méthode de Nelson Sigel Svernnson.	66
4.8	Différentes étapes d'un GSE	68
4.9	Architecture d'un modèle ALM, <i>Source</i> [7],page 59.	70
4.10	Sensibilité des courbes, du <i>BE</i> et de la <i>CSM</i> à la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif.	75

4.11	Impact de l'environnement économique sur le BE et la CSM pour différentes méthodes de la prime d'illiquidité	76
4.12	Impact du choix de la courbe des taux sans risque sur le <i>BE</i> et la <i>CSM</i> pour différentes méthodes	77
4.13	Impact du choix de méthode d'extrapolation sur le <i>BE</i> et la <i>CSM</i> pour différentes méthodes (cas 1)	79
4.14	Impact du choix de méthode d'extrapolation sur le <i>BE</i> et la <i>CSM</i> pour différentes méthodes (cas 2)	79
4.15	Impact du choix de la méthode d'extrapolation sur le BE et la CSM avec les courbes de l'EIOPA.	80
1.1	Principe de fonctionnement de l'algorithme génétique	88
3.1	Retraitement de la courbe du K-spread au 31/12/2021	95
3.2	Retraitement de la courbe du K-spread au 30/06/2022	95
3.3	Courbes sans risque observées et courbes sans risques extrapolées pour les bunds.	96
3.4	Courbes des taux sans risque avec les bunds	96
3.5	Courbes sans risque observées et courbes sans risques extrapolées pour l'OIS.	97
3.6	Taux de rendements de marchés aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022	97
3.7	Sensibilité de la méthode 1 du K-spread au paramètre ϵ	97
3.8	Sensibilité de la méthode 2 du K-spread aux paramètres α et β	98
3.9	Sensibilité de la méthode des rendements de marché au 31/12/2021	98
3.10	Sensibilité de la méthode de la méthode avec les rendements de marché au 30/06/2022	99
3.11	Courbe de taux d'actualisation avec les méthodes du K-spread et leurs variantes	99
3.12	Courbes des taux sans risque	100
3.13	Courbes de taux d'actualisation avec les rendements de marché	100
3.14	Transactions observées sur le marché de l'assurance européen. <i>Source</i> [28], Page 5.	101
4.1	Variation du BE de la méthode EIOPA à la méthode 1 du K-spread	103
4.2	Variation du BE de la méthode EIOPA à la méthode 2 du K-spread	103
4.3	Variation du BE de la méthode EIOPA à la méthode des rendements de marché	104
4.4	Variation de la CSM de la méthode EIOPA à la méthode 1 du K-spread	104
4.5	Variation de la CSM de la méthode EIOPA à la méthode 2 du K-spread	105
4.6	Variation de la CSM de la méthode EIOPA à la méthode des rendements de marché	105
4.7	Quelques courbes construites avec les méthodes de l'étude	5
4.8	Some curves constructed with the methods of the study	5

Liste des tableaux

1.1	Différences entre les modèles BBA et VFA. <i>Source : Optimind winter.</i>	11
2.1	Groupe de liquidité passif, Mazars 2021	30
3.1	Coefficients a, b estimés avec la fonctionnelle 3.3	47
3.2	Primes de risque, volatilité et Ratio de Sharpe sur l'immobilier et l'infrastructure.	58
3.3	Primes de liquidité et bêta sur l'immobilier et l'infrastructure.	58
4.1	Allocation d'actifs de l'assureur considéré aux différentes dates	61
4.2	Allocation des obligations par type et rating de l'assureur considéré aux différentes dates	61
4.3	VA obtenus sur le portefeuille de l'étude aux différentes dates	62
4.4	Analyse de sensibilité des méthodes du K-spread aux choix des paramètres	64
4.5	Model points passif du portefeuille fictif	71
4.6	Paramètres du taux de rachat conjoncturel	72
4.7	Courbes considérées pour évaluer l'impact de la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif	74
4.8	Courbes considérées pour évaluer l'impact du choix de la courbe des taux sans risque	77
4.9	Courbes considérées pour évaluer l'impact du choix de méthode d'extrapolation	78
1.1	Test de stabilité des paramètres de la courbe de taux d'actualisation au 31/12/2021 pour la méthode des rendements de marché	90
1.2	Test de stabilité des paramètres de la courbe de taux d'actualisation au 30/06/2022 pour la méthode 2 du K-spread	90
2.1	Grille de rating des principales agences de notation	92
2.2	Groupe de d'illiquidité du passif, Mazars 2021	92
2.3	Paramètres courbes des taux zéros coupons des bunds aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022.	93
2.4	Paramètres courbes des taux zéros coupons des OIS aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022.	93
2.5	Bilans simplifiés avec la méthode du VA et la méthode 1 du K-spread.	93
2.6	Bilans simplifiés avec la méthode 2 du K-spread et la méthode des rendements de marché.	94

Remerciements

Je tiens à remercier mes encadrants professionnels Thomas PRAT, François LE REST et Alexandre Chevallier pour m'avoir suivi tout au long de ce travail. Leur disponibilité, leur aide et leurs remarques ont contribué à rendre meilleur le travail effectué tout au long de ce mémoire.

Je remercie aussi toute l'équipe Mazars actuariat en particulier les associés pour leur accueil chaleureux au sein de l'équipe. Merci de la bonne humeur et de vos encouragements à mon égard durant mon stage. Ces éléments ont contribué à parfaire les conditions dans lesquelles ce travail a été fait.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance à tout le corps administratif et enseignant de l'ENSAE-IP Paris pour l'enseignement de qualité que j'ai reçu durant ces deux années de formation. J'exprime également mes remerciements à mon tuteur de mémoire ENSAE Caroline Hillairet pour ses remarques et ses conseils dans la conception de ce travail.

Merci à mes amis pour leur soutien tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Enfin, un grand merci à ma famille pour m'avoir soutenu tout au long de mes études, particulièrement ma maman, mes soeurs et ma grand-mère.

Résumé

Mots clés : IFRS 17, Courbe des taux, taux sans risque, prime de liquidité, prime d'illiquidité, taux d'actualisation, extrapolation.

La norme IFRS 17 Contrats d'assurance est entrée en vigueur en janvier 2023, elle est dédiée aux entreprises d'assurance cotées ou émettant de la dette sur les marchés. Un de ses principaux objectifs est de permettre une meilleure comparabilité des états financiers des entreprises du secteur des assurances entre elles, mais aussi à celles d'autres industries indépendamment de leurs localisations géographiques. De fait, la prise en compte de l'inversion du cycle de production qui caractérise le secteur des assurances est essentielle dans la nouvelle norme IFRS 17.

Contrairement au cadre prudentiel Solvabilité II, la norme n'autorise pas la comptabilisation des profits futurs en fonds propres mais impose leur reconnaissance au rythme des services servis. Dès lors, l'évaluation des engagements des assureurs à leurs juste valeurs ou valeurs économiques devient primordiale. Or, en assurance les engagements d'un assureur sont évalués de manière prospective, la prise en compte de la valeur temps de l'argent à travers les taux d'actualisation est donc un point d'attention de la norme IFRS 17.

Pour construire leurs courbes de taux d'actualisation, la norme IFRS 17 propose deux approches aux assureurs. Une approche ascendante ou *Bottom-up* qui demande à l'entité d'ajouter au taux sans risque une « prime d'illiquidité du passif » qui reflète les caractéristiques de liquidité de ses contrats d'assurance et une approche descendante ou *Top down* qui propose à l'entité de soustraire de la courbe des rendements d'un portefeuille d'actifs de référence les facteurs non pertinents tels que le risque de crédit qui ne sont pas inhérents à ses contrats.

Dans ce mémoire, deux méthodes de construction de la courbe des taux d'actualisation en approche ascendante suivant les recommandations de la norme IFRS 17 sont étudiées. L'une appelée méthode du « K-spread » qui se base sur les obligations émises par l'Etat Allemand et sa banque la *Kreditanstalt für Wiederaufbau* (KfW) pour fournir un bon proxy de la prime de liquidité sur les obligations du portefeuille d'un assureur vie avant de déduire la prime d'illiquidité du passif. La seconde méthode basée sur les rendements de marché quant à elle, détermine aussi la prime d'illiquidité du passif en partant de la prime de liquidité sur le portefeuille obligataire de l'assureur. Dans cette seconde méthode, la prime de liquidité sur une obligation est estimée comme une fraction du spread existant entre le taux de rendement de l'obligation donnée par le marché et le taux sans risque.

Ensuite, une comparaison est faite entre les méthodes proposées et la méthode du Volatility Adjustment (VA) du régulateur sous Solvabilité II (qui elle aussi est considérée comme une méthode bottom up), en analysant les variations relatives du Best Estimate (BE) et de la marge de services contractuels (CSM) obtenus avec une méthode proposée et ceux obtenus avec la méthode du VA. Enfin, pour chaque méthode proposée, un point d'attention a été

accordé à l'impact du choix de la courbe des taux sans risque, de la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif et de la méthode d'extrapolation de la courbe obtenue sur le BE et la CSM d'un assureur vie.

Abstract

Key words : IFRS 17, yield curve, risk-free rate, liquidity premium, illiquidity premium, discount rate, extrapolation.

IFRS 17 Insurance Contracts is effective since January 2023 and is designed for insurance companies that are listed or issue debt in the markets. One of its main objectives is to allow a better comparability of the financial statements of companies in the insurance sector with each other, but also with those of other industries regardless of their geographical location. In fact, taking into account the reversal of the production cycle that characterizes the insurance sector is essential in the new IFRS 17.

Contrary to the Solvency 2 prudential framework, the standard does not authorize the recognition of future profits in own funds but requires their recognition at the rate of services rendered. Consequently, the valuation of insurers' commitments at their fair or economic values becomes essential. In insurance, an insurer's commitments are evaluated on a prospective basis, and taking into account the time value of money through discount rates is therefore a point of attention in IFRS 17.

To construct their discount rate curves, IFRS 17 offers two approaches to insurers. A bottom-up approach that requires the entity to add to the risk-free rate a "liability illiquidity premium" that reflects the liquidity characteristics of its insurance contracts and a top-down approach that requires the entity to subtract from the yield curve of a portfolio of reference assets irrelevant factors such as credit risk that are not inherent to its contracts.

In this report, two methods of constructing the discount rate curve using a bottom-up approach in accordance with the recommendations of IFRS 17 are studied. The first method, called the "K-spread" method, is based on the bonds issued by the German government and its bank, the *Kreditanstalt für Wiederaufbau* (KfW), to provide a good proxy for the liquidity premium on the bonds in a life insurer's portfolio before deducting the illiquidity premium from the liabilities. The second method, based on the market return method, also determines the illiquidity premium of the liabilities by starting from the liquidity premium on the insurer's bond portfolio. In this second method, the liquidity premium on a bond is estimated as a fraction of the spread between the market yield on the bond and the risk-free rate.

Next, a comparison is made between the proposed methods and the regulator's Volatility Adjustment (VA) method under Solvency 2 (which is also considered a bottom-up method), by analyzing the relative changes in the Best Estimate (BE) and Contractual Service Margin (CSM) obtained with a proposed method and those obtained with the VA method. Finally, for each proposed method, attention is paid to the impact of the choice of the risk-free rate curve, the method of calculating the liability illiquidity premium and the method of extrapolating the curve obtained on the BE and CSM of a life insurer.

Introduction

Après de nombreux reports, la norme IFRS 17 finalement est entrée en vigueur en janvier 2023. Elle est principalement dédiée aux entreprises du secteur de l'assurance. Dès lors, en Europe toute compagnie d'assurance cotée ou émettant des titres d'emprunt est tenue de produire ses comptes conformément à cette norme.

Pour le secteur de l'assurance qui est caractérisé par l'inversion du cycle de production, il n'est pas toujours évident qu'un investisseur pas familier à ce secteur, saisisse à la lecture des comptes d'une entité d'assurance l'incidence de ses contrats sur sa santé financière. Pour y remédier, la nouvelle norme n'autorise pas la comptabilisation des profits futurs en fonds propres comme sous le cadre prudentiel Solvabilité II, mais impose leur reconnaissance au rythme des services servis. Pour ce faire, elle impose une nouvelle maille de calcul des engagements de l'assureur, en leur demandant de regrouper leurs contrats en groupe de profitabilité.

Sous IFRS 17, la valorisation des engagements d'un assureur joue donc un rôle central. Or pour un assureur, ses engagements sont calculés de manière prospective comme moyenne actualisée des prestations futures. Les taux d'actualisation utilisés à cette fin sont donc d'une importance capitale vu l'impact qu'ils peuvent avoir sur le bilan de l'assureur. Leur modélisation reste un sujet de réflexion pour les assureurs.

Pour la modélisation de leurs courbes de taux d'actualisation, la norme préconise aux assureurs deux approches de construction. Une approche ascendante ou « *Bottom up* » pour laquelle le taux d'actualisation est la somme du taux sans risque et d'un ajustement qui reflète les caractéristiques de liquidités des contrats d'assurance. La seconde approche dite descendante ou « *Top down* » permet aux assureurs de définir leurs taux d'actualisation en partant d'une courbe de rendement d'un portefeuille d'actif de référence et d'y soustraire des éléments non inhérents aux contrats d'assurance dont le principal est le risque de crédit.

L'objet du présent travail est de proposer différentes méthodes de construction d'une courbe de taux d'actualisation aux assureurs qui soit en accord avec les recommandations de la norme. Dans un premier temps, une présentation du contexte et de la problématique de l'étude est faite, puis une généralité sur les courbes de taux est faite, et les principes de la norme IFRS 17 en matière d'actualisations sont présentés. Ensuite, quelques méthodes en approche ascendante sont présentées. Enfin, une étude d'impact du choix d'une méthode par rapport à une autre sur le bilan d'un assureur vie est faite.

Chapitre 1

Introduction à la norme IFRS 17

Le but de ce chapitre n'est pas de faire une revue totale de la norme IFRS 17. Il s'agira de la présenter de part son origine, ses objectifs, l'évaluation des contrats d'assurance telle qu'elle le préconise, et enfin les défis que soulève son implémentation pour les assureurs.

1.1 Origine de la norme IFRS 17

Les normes IFRS (International Financial Reporting Standards) sont élaborées depuis le 1^{er} janvier 2005 par l'IASB (International Accounting Standard Board). L'IASB est créé en 2001 suite à la réforme de l'IASC (International Accounting Standards Committee, créé en 1973)¹. C'est un organisme international à but non lucratif qui publie les normes comptables applicables aux états financiers des entreprises afin de définir un cadre de référence normatif comptable à l'international.

L'IASB ne dispose d'aucune autorité pour imposer l'application de ses normes dans le monde. Il revient aux autorités locales d'opter pour leur application ou pas. En Europe, seules les sociétés cotées ou qui émettent de la dette sur les marchés sont contraintes de respecter ces normes lors de la présentation de leurs états financiers.

Les normes IFRS sont un ensemble de règles comptables qui visent à rendre cohérents, transparents et facilement comparables les états financiers des entreprises à travers le monde. Pour un investisseur, ces normes doivent lui permettre d'apprécier la santé financière de différentes entités d'un même secteur sur des bases homogènes, indépendamment de leur localisation.

C'est dans cette optique d'harmonisation des pratiques comptables que, la première phase d'un projet de conception d'une norme dédiée aux compagnies d'assurance a abouti en 2004 à la norme IFRS 4 - phase 1 ou simplement IFRS 4. Pour palier aux manquements de IFRS 4, la deuxième phase du projet a abouti à la publication de la norme IFRS 4 - phase 2 publiée en mai 2017 nommée IFRS 17.

1.2 La norme IFRS 17

Dans cette section, nous présentons dans un premier temps, la transition de IFRS 4 à IFRS 17, ensuite des enjeux de la norme IFRS 17, puis les défis de sa mise en application.

1. Les normes publiées par l'IASC avant sa réforme étaient nommées normes IAS.

1.2.1 De IFRS 4 à IFRS 17

La nécessité d'une norme spécifique pour les entités du secteur des assurances vient de l'inversion du cycle de production qui le caractérise. En effet, il est commode que le prix d'un produit soit fixé par rapport à son coût de production. Cependant, les compagnies d'assurance vendent leurs produits (les contrats d'assurances) avec une idée plus ou moins précise des coûts qu'ils engendreront, néanmoins une incertitude sur les dates de survenance et les montants des prestations subsiste du fait du caractère aléatoire des risques couverts.

Publiée en 2004 comme norme transitoire, la norme IFRS 4 est toujours en vigueur en attendant que la norme IFRS 17 prenne le relais dès janvier 2023.

Elle est la norme qui s'applique aux contrats d'assurance dont elle donne la définition suivante : « *Un contrat selon lequel une partie (l'assureur) accepte un risque d'assurance significatif d'une autre partie (le titulaire de la police) en convenant d'indemniser le titulaire de la police si un évènement futur incertain spécifié (l'évènement assuré) affecte de façon défavorable le titulaire de la police* »

Cette définition suggère un schéma à deux temps de l'assurance. Dans un premier temps, l'assureur accepte moyennant une prime de couvrir l'assuré contre la réalisation d'un sinistre. Ensuite, en cas de réalisation du sinistre, il verse à l'assuré une compensation définie par les termes du contrat. Du fait de l'aléa sur les risques qu'il assure, l'assureur fait face à une incertitude sur la réalisation du risque, le montant de la prestation et la date à laquelle il devra la verser. Il est par conséquent tenu de constituer des provisions dans son bilan (passif) qui reflètent aux mieux ses engagements et en face, il doit détenir des actifs qui assurent sa solvabilité.

Sous IFRS 4, les actifs sont évalués à leur juste valeur (sous IAS 39) tandis que les passifs le sont aux normes locales qui font généralement référence à la valeur historique (Pierre Théron, 2009). Cette différence dans la comptabilisation de l'actif et du passif crée un écart comptable. IFRS 4 propose deux mécanismes pour palier à ce défaut : le shadow accounting ou comptabilité reflet, et le test de suffisance des passifs ou Liability Adequacy Test (LAT) en anglais.

Comptabilité reflet

Ce mécanisme permet d'atténuer les écarts comptables entre l'actif et le passif. Ces écarts peuvent subsister de la différence des approches de comptabilisation entre l'actif évalué à sa juste valeur et le passif en norme locale. Pour ce faire, l'assureur peut être autorisé de changer de méthodes comptables.

Test de suffisance des passifs

A chaque arrêté comptable, l'assureur est tenu de justifier que les provisions constituées sont suffisantes au vu des estimations actuelles des flux de trésorerie futurs que généreront ses contrats. Si la valeur de ces provisions (nettes des coûts d'acquisition différés correspondants et des immobilisations incorporelles liées) n'est pas suffisante, l'écart par rapport aux flux futurs estimés doit être comptabilisé en résultat défavorable pour l'assureur.

Dès son introduction, la norme IFRS 4 a été considérée comme transitoire. De fait ses bases tout comme ses attentes sont simples. Elle présente de nombreux inconvénients. Elle

autorise l'utilisation des normes locales dans l'évaluation des passifs ; ce qui n'aide pas dans la comparaison des états financiers d'entités aux normes locales différentes, et peut créer des écarts comptables entre les valeurs de l'actif et du passif. Pour ces raisons, il était nécessaire de la faire évoluer vers une norme plus aboutie et plus complète, d'où la mise en place de IFRS 17 dont le calendrier de mise en oeuvre est présenté ci-dessous.

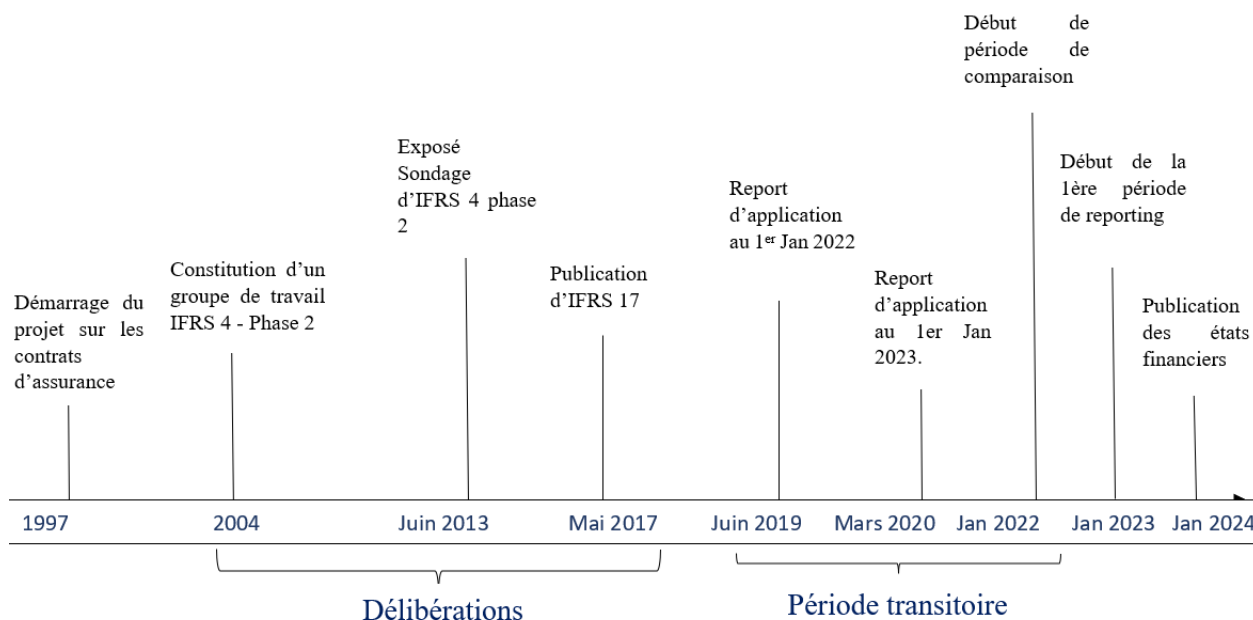


FIGURE 1.1 – Calendrier de la mise en oeuvre de la norme IFRS 17

1.2.2 Les objectifs de la norme IFRS 17

La nouvelle norme IFRS 17 établit de nouvelles règles pour la comptabilisation, l'évaluation et la présentation des contrats d'assurance entrant dans son champ d'application. Son objectif principal est de contraindre une entité commercialisant les contrats d'assurance à fournir des renseignements pertinents pour représenter ces contrats.

Elle doit permettre à la lecture des états financiers d'une entité d'assurance, on puisse avoir une bonne idée de l'incidence des contrats d'assurance sur la situation financière, la performance financière et les flux de trésoreries de celle-ci. Elle doit donc permettre une meilleure comparabilité des résultats des entités d'assurances indépendamment de leurs zones économiques ou de leurs localisations géographiques. De fait, contrairement à IFRS 4 qui permet une évaluation aux normes locales, la nouvelle norme IFRS 17 impose une valorisation à leur juste valeur des engagements et des actifs des compagnies.

On peut donc résumer les objectifs de la norme IFRS 17 aux points suivants :

- améliorer et faciliter la comparabilité des comptes des compagnies d'assurance ;
- améliorer la qualité et la fiabilité des informations tirées des états financiers des entités d'assurance ;
- s'assurer que les utilisateurs des états financiers des entités saisissent clairement l'incidence des contrats d'assurance sur la santé financière de celles-ci.

Maintenant que les objectifs de la norme sont connus, son périmètre d'application est exposé à la section suivante.

1.2.3 Périmètre d'application de la norme IFRS 17

Après deux reports de sa date de mise en oeuvre, la norme IFRS 17 entrera finalement en vigueur le 1^{er} janvier 2023. Toutes les sociétés d'assurance européennes cotées, ou émettant la dette sur les marchés seront tenues de présenter leurs comptes consolidés selon cette norme à compter de cette date.

Le champ d'application de la norme IFRS 17 est le même que celui d'IFRS 4. Il est défini dans le paragraphe 3 de la norme. Pour une entité, sont alors concernés par IFRS 17 :

- les contrats d'assurance (y compris les traités de réassurance) qu'elle émet ;
- les traités de réassurance qu'elle détient ;
- les contrats d'investissement avec participation discrétionnaire qu'elle émet, à condition qu'elle émette aussi des contrats d'assurance.

La norme recommande aux entités une classification des contrats selon deux catégories : les contrats participatifs et les contrats non participatifs.

Le contrat participatif :

- Direct : les flux reçus par l'assuré varient en fonction d'éléments sous-jacents d'un portefeuille bien défini. Une part substantielle du rendement obtenu par l'assureur est reversé à l'assuré. Les contrats d'assurance vie avec participation aux bénéfices rentrent dans cette catégorie.
- Indirect : contrat d'assurance autre qu'un contrat participatif direct, mais dont les flux varient néanmoins avec des éléments sous-jacents, comme les contrats d'assurance emprunteur par exemple.

Le contrat non participatif : les prestations reçues par l'assuré ne varient pas avec les éléments sous-jacents. Les contrats IARD (incendies, accidents et risques divers) peuvent être rangés dans cette catégorie.

La comptabilisation des contrats sous la norme IFRS 17 dépend des caractéristiques des contrats valorisés. Selon la nature des contrats, 3 modèles sont proposés aux assureurs. Ces modèles sont présentés à la section section1.2.6.

La valorisation des contrats d'assurance sous la nouvelle norme est basée sur une approche originale. Elle passe par deux principales étapes notamment : l'agrégation des contrats et le calcul de nouveaux éléments financiers.

1.2.4 Agrégation des contrats sous IFRS 17

Pour l'évaluation de leurs engagements sous IFRS 17, les assureurs sont tenus de regrouper leurs contrats. Ce regroupement passe par plusieurs étapes :

1. Identification des portefeuilles de contrats d'assurance : la norme définit un portefeuille comme un ensemble de contrats d'assurance qui couvrent des risques similaires et qui sont gérés ensemble ;

2. Les portefeuilles constitués à l'étape précédente sont segmentés par année de souscription pour former des cohortes annuelles ;
3. Au sein de chaque cohorte, les contrats sont regroupés en fonction de leur rentabilité. À la date de comptabilisation initiale, le paragraphe 16 de la norme recommande au moins 3 groupes de rentabilité :
 - les contrats dont les profits futurs estimés à la date de comptabilisation sont négatifs. Ces contrats forment le groupe des contrats onéreux.
 - les contrats dont les profits futurs estimés à la date de comptabilisation sont positifs et dont il y a peu de chance qu'ils deviennent négatifs. Ce groupe constitue celui des contrats rentables.
 - un groupe constitué des contrats restants.

Le processus d'agrégation des contrats sous IFRS 17 est résumé sur la figure ci-dessous.

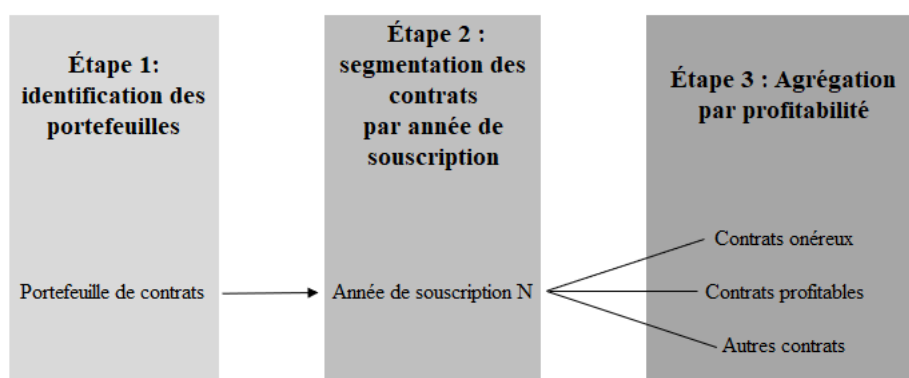


FIGURE 1.2 – Agrégation des contrats d'assurance sous IFRS 17

Il est important pour l'entité de s'assurer que les informations dont elle dispose au moment de l'agrégation de ses contrats sont fiables et pertinentes car une fois un contrat placé dans un groupe il y reste jusqu'à son terme. Une telle agrégation impose une maille de calcul et une fine granularité des données. Le volume des données à traiter est donc très important.

Contrairement à la norme prudentielle Solvabilité II, la valorisation des engagements d'assurance est faite en agrégeant les données par portefeuille de contrats d'assurance plutôt que par garantie (SeaBird 2020). Elle permet donc de saisir l'incidence de chaque groupe de contrats sur les résultats de l'entité. Cependant, cette exigence de reconnaissance de la rentabilité des contrats à la date de comptabilisation initiale risque d'aller à l'encontre du principe de mutualisation des risques tel que connu actuellement dans le secteur de l'assurance et impacter la commercialisation des produits à faible marge (SeaBird 2020).

Une fois les contrats agrégés, le calcul des engagements et la marge de l'assureur se fait à l'aide d'indicateurs financiers au passif de son bilan. Ces indicateurs sont exposés dans la section 1.2.5.

1.2.5 Valorisation des engagements de l'assureur sous IFRS 17

Bien que la maille de calcul soit différente, l'évaluation des engagements d'un assureur sous IFRS 17 repose sur des fondamentaux proches des principes de la directive prudentielle

européenne Solvabilité II. Les engagements sont évalués à leur juste valeur sur la base des indicateurs suivants : l'estimation des flux de trésorerie futurs actualisés, l'ajustement pour risque non financier. La marge de service contractuelle quant à elle représente les profits futurs attendus par l'assureur au rythme des prestations qui seront versées.

Valeur actuelle espérée des flux de trésorerie futurs (PVFCF)

Désignée sous Solvabilité II comme le BEL (Best Estimate of Liabilities), la PVFCF (Present Value of future Cash Flows) est la meilleure estimation possible des flux futurs sortants (sinistres, participations aux bénéficiaires s'il y en a, etc.) net des flux futurs entrants (primes, frais, chargements, etc.) liés à l'exécution des contrats d'assurance de l'entité vu de la date de comptabilisation. L'estimation de ces flux doit tenir compte des probabilités qu'ils aient effectivement lieu. L'actualisation quant à elle doit refléter la valeur temps de l'argent. Le taux d'actualisation utilisé doit être cohérent avec les observations de marché. Autrement dit, la courbe de taux d'actualisation utilisée par l'entité doit être « Market consistent ».

Pour la construction des courbes de taux d'actualisation qui sont au coeur de ce mémoire, la norme n'impose pas de méthodologie spécifique. Cependant, elle recommande deux approches aux entités :

- **L'approche descendante ou Top-down** : la courbe de taux d'actualisation est obtenue à partir de la courbe de rendements attendue d'un portefeuille d'actifs de référence ajustée des risques non inhérents aux contrats d'assurance (risque de crédit principalement) et des facteurs non pertinents.
- **L'approche ascendante ou Bottom-up** : la courbe de taux d'actualisation est obtenue en majorant une courbe de taux sans risque d'une prime de liquidité reflétant les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance.

La figure 1.3 résume le principe de ces deux approches qui seront décrites en détail dans le chapitre 2.

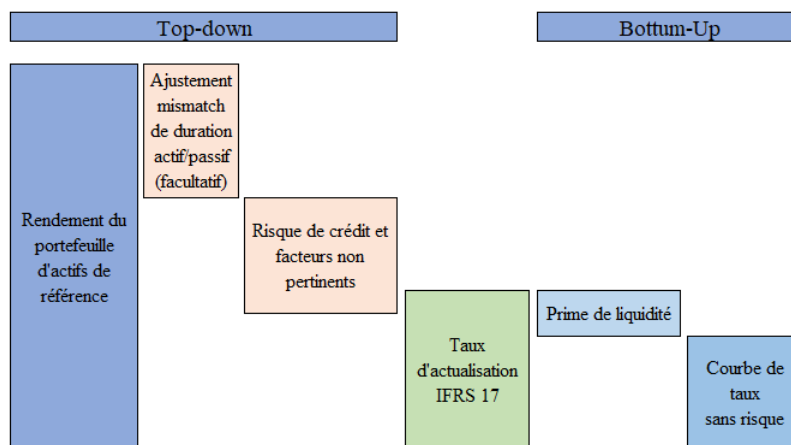


FIGURE 1.3 – Taux d'actualisation IFRS 17 : approche Top-down et Bottom-up

En notant par \mathbb{Q} la probabilité risque neutre, r_t le taux d'actualisation de la période t , CF_t la somme des flux sortants net des flux entrants sur la même période et \mathcal{F}_0 l'information dont

dispose l'assureur à la date de comptabilisation, on a alors :

$$\text{PVFCF} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{t=1}^{+\infty} \frac{\text{CF}_t}{(1+r_t)^t} \mid \mathcal{F}_0 \right),$$

Ajustement pour risque ou Risk Adjustment (RA)

L'ajustement pour risque désigne la compensation que demande l'assureur pour palier à l'incertitude des flux de trésorerie venant des risques non financiers à l'instar du risque d'assurance, du risque de déchéance, risque de charges exposés au paragraphe B14 de la norme liés à l'exécution de ses contrats. Ces incertitudes portent à la fois sur les montants des flux et les dates auxquelles ils seront versés.

La norme n'impose pas de méthode de calcul de cet indicateur. Toutefois, la méthodologie choisie devra être cohérente, concise, instructive et en accord avec l'indemnité exigée par l'entité comme le recommande les paragraphes B91 et B92 de la norme.

Le choix de la méthode de calcul dépend donc de l'assureur et des moyens opérationnels à sa disposition. Parmi les méthodes envisageables, on a la méthode du coût du capital utilisée pour le calcul de la marge de risque sous Solvabilité II ou les approches par quantile (Value at Risk, Conditional Tail Expectation, etc).

La RA ajoutée à la PVFCF définit un nouvel indicateur. Il s'agit des « Fulfilment Cash Flows » (FCF). Ce dernier correspond alors à l'ensemble des flux de trésorerie attendus par l'entité.

$$\text{FCF} = \text{PVFCF} + \text{RA}.$$

La marge sur services contractuels (CSM)

La CSM (Contractual Service Margin) est l'un des concepts au coeur de la norme. Elle représente l'ensemble des profits futurs attendus sur les contrats d'assurance par l'entité. Elle est comptabilisée en résultat au rythme des services fournis par l'entité.

À la date de reconnaissance, la CSM correspond à la différence entre la valeur actuelle probable des flux de trésoreries entrants et sortants à laquelle est soustrait l'ajustement pour risque. Si la valeur obtenue est négative, elle est comptabilisée en résultat défavorable à l'assureur et sa valeur à l'initialisation est nulle. Par contre, si la valeur calculée à l'initialisation est positive, pour un contrat profitable par exemple, elle est enregistrée au passif de sorte à annuler tout gain à la souscription. Ce mécanisme neutralise en quelque sorte l'inversion du cycle de production et vise à faciliter la comparabilité des différentes entités d'assurance avec les autres industries [13].

On a donc à l'initialisation :

$$\text{CSM}_0 = \max(\text{Primes perçues}_0 - \text{FCF}_0, 0),$$

avec Primes perçues_0 les primes perçues à la souscription et FCF_0 les flux de trésorerie futurs attendus à la date de comptabilisation initiale.

La **Loss Component (LC)** est l'indicateur qui correspond à la CSM des contrats onéreux. Elle est négative et enregistrée au résultat directement à la date de comptabilisation initiale. On a alors pour les contrats onéreux :

$$LC_0 = \max(-\text{Primes perçues}_0 + FCF_0, 0).$$

La marge sur services contractuels reflète les profits attendus et non encore réalisés par l'entité dans le temps. Pour cette raison, elle est réévaluée à chaque date de reporting en tenant compte de certains ajustements. Ces ajustements sont entre autres : la reprise des profits sur la période écoulée, l'intégration des profits attendus sur les contrats souscrits au cours de la période passée, la revue des hypothèses sous les conditions actuelles du marché. Ce mécanisme est mis en évidence sur la figure 1.4².

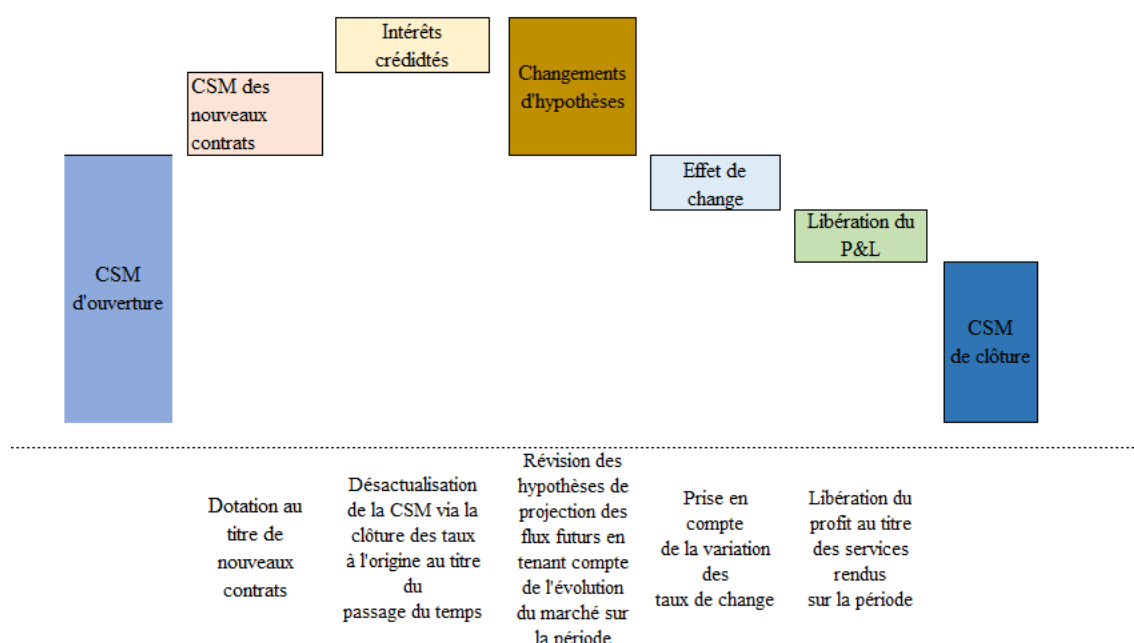


FIGURE 1.4 – Réévaluation de la CSM sous IFRS 17 : cas du modèle BBA

Suivant la nature des contrats, non participatifs, participatifs directs ou indirects, différents modèles de valorisation sont envisageables. Ces modèles font l'objet de la section 1.2.6.

1.2.6 Modèles d'évaluation des contrats d'assurance sous IFRS 17

La norme IFRS 17 propose aux assureurs trois modèles possibles pour l'évaluation de leurs engagements. Le modèle général avec son approche par blocs (Building Block Approach BBA), la Variable Fee Approach (VFA) et la Premium Allocation Approach (PAA).

2. Cas du modèle général BBA

Le modèle BBA

C'est le modèle par défaut de la norme. Comme sous Solvabilité II, le passif de l'assureur est évalué en 3 blocs : le Best Estimate (PVFCF), l'ajustement pour risque (RA) et la marge sur services contractuels (CSM). Il est adapté pour les contrats avec participation indirecte, pour les contrats sans participation et les contrats de réassurance. Dans ce modèle, les charges d'intérêts entrant dans la mise à jour de la CSM sont calculées à l'aide d'une courbe de taux d'actualisation fixée et correspondant à la courbe à la date de comptabilisation (cf. Figure 1.4). C'est une des différences avec le modèle VFA présenté ci-après.

Actifs	Passifs Solvabilité 2		Passifs IFRS 17
Actifs en valeurs de marché	Fonds propres	capital excédentaire	Fonds propres
		SCR	
	Provisions techniques	MCR	CSM
		Marge pour risque	Ajustement pour risque
	Best Estimate (valeur de marché des engagements)	Best Estimate (valeur de marché des engagements)	

FIGURE 1.5 – Bilan Solvabilité II vs Bilan Modèle général IFRS 17.

Le modèle VFA

C'est une adaptation du modèle général qui permet l'évaluation du passif des contrats avec participation directe. Les principales différences avec le modèle général concernent principalement les écarts d'estimations éligibles à la réévaluation de la marge de service contractuelle [14]. En particulier la courbe des taux d'actualisation n'est plus figée à la date de comptabilisation initiale. Ceci peut s'expliquer par la particularité des contrats auxquels le modèle s'applique.

En effet, dans les contrats avec participation directe, une part substantielle du rendement obtenu par l'assureur est reversé à l'assuré. Or cette part est fonction de l'évolution du marché qui lui est variable. Cette rémunération variable reflète le nom de l'approche (Variable Fee). Dans ce modèle, un changement des hypothèses de projection des flux aura donc un effet plus important sur la CSM comparativement au modèle général.

Le tableau ci-dessous présente les différences entre les modèles BBA et VFA au niveau des impacts sur le calcul de la CSM.

Thèmes	Modèle général (BBA)	Variable Free Approach (VFA)
Variation d'hypothèses financières	Non compensé par la CSM	Compensation en CSM
Variation d'hypothèses non financières	Compensation en CSM	
Charge d'intérêt de la CSM	Capitalisation au taux d'origine	Capitalisation/Désactualisation au taux courant
Charge d'intérêt des provisions techniques	Désactualisation au taux courant	+ Approche CPBY (Current Period Book Yield)
Hypothèses discrétionnaires	Compensation en CSM	
Risk mitigation	Non compensé par la CSM	Compensation en CSM

TABLEAU 1.1 – Différences entre les modèles BBA et VFA. *Source : Optimind winter.*

Le modèle PAA

Le modèle PAA (ou Approche par allocation des primes) est une simplification du modèle général. Il s'applique aux contrats dont la période de couverture est inférieure à 12 mois. Ce modèle facultatif s'adapte donc facilement à bon nombre de contrats d'assurance non-vie. À l'inverse des modèles BBA et VFA, le modèle PAA ne nécessite pas de calculer une CSM. Dans ce modèle, les provisions pour sinistres survenus sont valorisées sur la base d'un BE et d'un ajustement pour risque, comme dans la méthode générale.

Dans ce modèle, pour les sinistres non survenus, la provision pour prime non acquise remplace le passif du modèle général. Pour les sinistres survenus, le passif est calculé comme sous le modèle général comme le montre la figure 1.6.

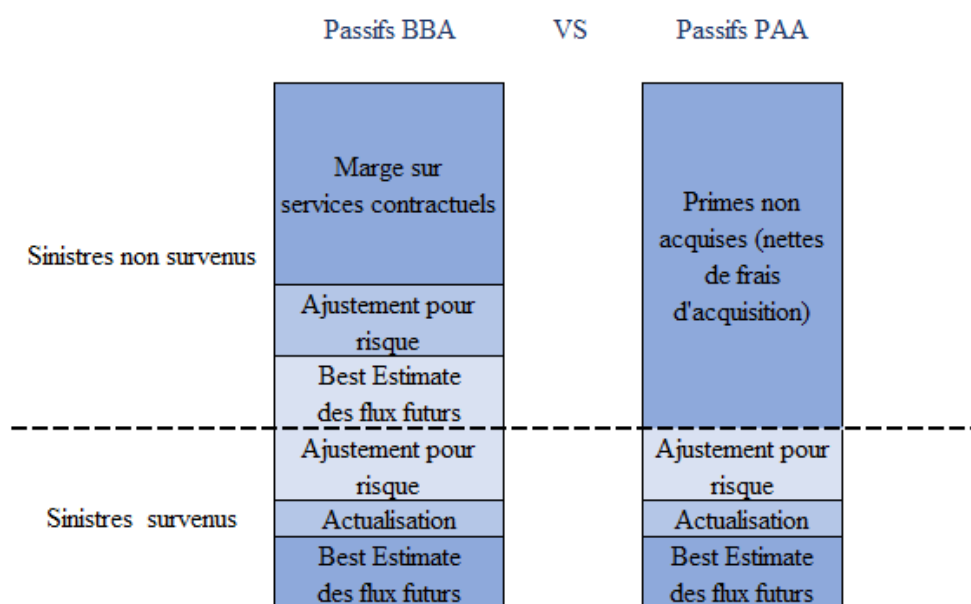


FIGURE 1.6 – Le passif d'assurance sous les modèles BBA et PAA. *Source : Optimind winter.*

1.3 Conclusion sur IFRS 17

Prévue pour entrer en vigueur en janvier 2023, la norme IFRS 17 propose une approche nouvelle dans l'évaluation des passifs d'assurance. Son principal objectif est d'améliorer la comparabilité des états financiers des entreprises du secteur des assurances entre elles, mais aussi à

celles d'autres industries indépendamment de leurs localisations géographiques. De fait, contrairement à IFRS 4 où les passifs sont évalués à leur coût historique, elle impose une évaluation des engagements à leur juste valeur. Pour ce faire, elle introduit sur des principes similaires à Solvabilité II de nouveaux indicateurs tels que la marge pour services contractuels. Pour les contrats entrants dans son périmètre d'application, elle propose trois modèles comptables aux assureurs pour le calcul de leur passifs : les modèles BBA, VFA et PAA.

Afin de permettre à tout investisseur de saisir l'incidence des contrats d'assurance sur la santé et la performance des entités, elle impose une maille de calcul plus fine. Elle contraint les assureurs à agréger leurs contrats selon leurs profitabilités. Contrairement à la directive Solvabilité II, elle n'autorise pas la comptabilisation des profits futurs en fonds propres mais impose leur reconnaissance au rythme des services servis. De part ces caractéristiques, les assureurs devront faire face à des défis organisationnels et stratégiques pour ne citer que ceux là.

Pour la consolidation de leurs états financiers, la nouvelle norme impose aux acteurs du secteur de l'assurance le calcul de nouveaux indicateurs sous de nouveaux modèles. Ces bouleversements nécessitent une nouvelle organisation et une meilleure collaboration entre les différentes équipes³. Par ailleurs, en imposant à la date de comptabilisation la reconnaissance des contrats en groupe de profitabilité, elle amène les assureurs à revoir leurs stratégies de comptabilisation et de commercialisation des contrats peu rentables. Ces défis rendent particulièrement difficile l'année de transition entre IFRS 4 et IFRS 17 pour les assureurs⁴.

Bien que la norme IFRS 17 vise à harmoniser les méthodes d'évaluation et de comptabilisation des contrats d'assurance dans un souci de transparence, de fiabilité, de compréhension et de comparabilité des états financiers des entités d'assurance, elle laisse tout de même aux assureurs des points de liberté. L'un d'eux est le choix de la méthode de calcul de la courbe des taux d'actualisation qui constitue l'objet du prochain chapitre.

3. actuariat, finance, informatique,etc.

4. Les défis et la particularité de cette année de transition n'ont pas été abordés dans ce mémoire. Le lecteur intéressé pourra se référer à [6]

Chapitre 2

Courbe des taux d'actualisation IFRS 17

Ce chapitre porte sur la construction des courbes de taux. Il n'est pas question de faire une revue théorique de toutes les méthodes existantes.

Dans un premier temps, l'enjeu des courbes de taux d'actualisation pour les assureurs est discuté. Puis une définition est proposée et suivie d'une présentation générale des concepts clés définissant une courbe de taux. Ensuite quelques méthodes permettant de construire une courbe de taux sont exposées et enfin les approches et principes que préconise la norme IFRS 17 aux entités pour en construire une sont présentés.

2.1 Enjeu des courbes de taux d'actualisation pour les assureurs

Pour faire face à ses engagements, l'assureur doit évaluer ex-ante les prix de ses contrats d'assurance et les risques qu'ils couvrent de manière précise. Cette appréciation lui permet d'une part d'investir les primes collectées sur des actifs plus ou moins risqués pour se couvrir. Par ailleurs, l'évaluation de son passif étant faite de manière prospective, il doit constituer des provisions qui reflètent au mieux ses engagements.

Les provisions constituées par l'assureur doivent refléter la valeur actuelle de ses engagements futurs. Il est donc primordial que la valeur temps de l'argent et les probabilités de survenance des risques soient bien estimés par celui-ci.

Pour fixer les idées, on va se donner un petit exemple sur une période de deux dates t_0 et t_1 .

À t_0 , supposons qu'on ait un individu qui désire se couvrir contre un risque incertain dont la probabilité de réalisation à t_1 est p , et, qui engendrera une perte d'un montant certain¹ X en cas de réalisation et 0 sinon. Ce dernier se rapproche d'un assureur et contracte une police d'assurance moyennant une prime P_0 .

Pour l'assureur, comment fixer le prix P_0 de cette police d'assurance ?

1. X est supposé déterministe et certain pour la simplicité de l'exemple

Si l'assureur accepte de couvrir ce risque, à t_1 , si le risque s'est réalisé, il doit verser le montant X à l'assuré et 0 dans le cas contraire. Sur ce contrat, il est alors exposé à un risque dont le coût moyen est pX . Cette information donne une idée à l'assureur de la prime P_0 qu'il doit demander en échange de sa couverture.

Un idée simple serait de demander à l'assuré l'équivalent de la somme pX vu de la date t_1 à la date t_0 . La prime ne saurait être exactement égale à pX . En effet l'argent à une valeur temps. Il faut pour cela utiliser un taux d'actualisation. Autrement quel serait le taux que l'assureur devrait choisir pour estimer à la date t_0 le montant pX . Ce taux $r(t_0, t_1)$ devrait vérifier :

$$P_0 \times (1 + r(t_0, t_1))^{t_1 - t_0} = pX \text{ ou encore } P_0 = \frac{pX}{(1 + r(t_0, t_1))^{t_1 - t_0}}$$

Bien que très simple, cet exemple montre l'intérêt des courbes de taux d'actualisation pour les assureurs.

En pratique, les choses ne sont pas aussi simples que dans notre exemple. Les engagements pris par l'assureur sur ses contrats vont généralement au delà d'une période et les primes ou les prestations versées sur plusieurs dates². Très souvent dans ces cas, à une date quelconque, la valeur actualisée des prestations (pondérées par leurs probabilités d'occurrence) que l'assureur doit verser à l'assuré, diffère de la valeur actualisée des primes (pondérées par leurs probabilités d'occurrence) que l'assuré doit verser pour acheter sa couverture. L'assureur doit alors constituer des provisions mathématiques pour couvrir ses engagements futurs. Et dans ce cas, au lieu d'un seul taux d'actualisation, il doit en estimer plusieurs pour différentes dates. D'où la nécessité de construire une courbe de taux d'actualisation.

Le choix de la courbe de taux d'actualisation est donc un outil indispensable pour les assureurs. Elle peut être un élément clé de la stratégie de pilotage des assureurs. Une courbe de taux haute par exemple sous-estimerait les engagements de l'assureur tout en lui permettant une bonne marge de manoeuvre au fonds propres. Sous un régime prudentiel comme Solvabilité II où des exigences sont requises pour les fonds propres³ ou encore sous la norme IFRS 17 qui impose la reconnaissance des contrats par groupe de profitabilité, la courbe des taux d'actualisation occupe une place centrale dans les réflexions des assureurs.

2.2 Introduction aux courbes de taux

Dans cette section, une définition de la courbe des taux est proposée ainsi que les éléments de bases nécessaires à sa construction sont présentés. Enfin, nous verrons des techniques de construction d'une courbe de taux à partir des données de marchés.

2. Cas d'un contrat garantie en cas de vie avec capital différé par exemple.

3. capitaux réglementaires : Solvency Capital Requirement SCR, Minimum Capital Requirement MRC

2.2.1 Définition d'une courbe de taux

Taux d'intérêt

Un taux d'intérêt peut être défini comme la rémunération versée par un emprunteur chez son prêteur pour avoir mis à disposition son argent pour une période de temps.

Rappel sur les taux d'intérêts

On note par C le capital du prêt, τ la durée du prêt et r le taux d'intérêt sur la période.

On dira que :

- r est le **taux d'intérêt simple** si à la fin de la période le montant remboursé est $C \times (1 + \tau r)$;
- r est le **taux d'intérêt continu** si à la fin de la période le montant remboursé est $C \times \exp(\tau r)$;
- r est le **taux d'intérêt actuariel** ou **composé annuellement** si à la fin de la période le montant remboursé est $C \times (1 + r)^\tau$.

Obligation zéro coupon

Une obligation zéro coupon de maturité T est un instrument financier qui rapporte avec certitude une unité de monnaie à la date T .

Pour une date $t \leq T$ on définit le prix de l'obligation zéro coupon par $B(t, T)$ ⁴. À l'aide des prix zéro coupon, on peut définir plusieurs types de taux d'intérêt :

1. **Taux zéro coupon annuellement composé** : on appelle taux zéro coupon annuellement composé $R^a(t, T)$ le taux actuariel constant sur la période $[t, T]$ défini par :

$$B(t, T)(1 + R^a(t, T))^{T-t} = 1 \text{ ou encore } R^a(t, T) = \frac{1}{B(t, T)^{\frac{1}{T-t}}} - 1 \quad (2.1)$$

2. **Taux zéro coupon continu** : On appelle taux zéro coupon continu le taux d'intérêt continu $R^c(t, T)$ constant sur la période $[t, T]$ défini par :

$$B(t, T)e^{(T-t)R^c(t, T)} = 1 \text{ ou encore } R^c(t, T) = -\frac{\ln B(t, T)}{T-t} \quad (2.2)$$

Ces taux sont encore appelés taux « spots » zéro coupon car ils sont fixés au début⁵ de la période $[t, T]$ c'est à dire en t . Les taux forwards sont au contraire fixés à une date antérieure à la période.

3. **Taux forward annuellement composé**⁶ : c'est le taux actuariel constant sur la période

4. on a $B(T, T) = 1$ par définition

5. contrairement aux taux forward définis à une date $t_0 < t$ pour la période $[t, T]$

6. On peut aussi définir de manière analogue les taux forwards en composition simple et continu

$[t, T]$ fixé à une date $t_0 < t$. Il est noté $f(t_0, t, T)$ et donnée par :

$$B(t_0, T)(1 + f(t_0, t, T))^{T-t} = B(t_0, t) \text{ ou encore } f(t_0, t, T) = \left(\frac{B(t_0, t)}{B(t_0, T)} \right)^{\frac{1}{T-t}} - 1 \quad (2.3)$$

4. **Le taux forward instantané** : on appelle taux forward instantané la quantité $f(t, T)$ définie par :

$$f(t, T) = -\frac{\partial \ln(B(t, T))}{\partial T}$$

On définit enfin le taux « court » ou « instantané » par :

$$r_t = \lim_{\substack{T \rightarrow t \\ T > t}} R^c(t, T) = \lim_{\substack{T \rightarrow t \\ T > t}} R^a(t, T)$$

Remarque :

Les taux spots et forwards instantanés sont liés par la relation :

$$R^c(t, T) = \ln(1 + R^a(t, T)) = \frac{1}{T-t} \int_t^T f(t, u) du$$

Courbe de taux

On appelle courbe de taux ou « structure par terme des taux d'intérêts » une fonction r qui à une date t donnée, associe pour chaque maturité T ($T \geq t$) un taux d'intérêt $r(t, T)$.

En pratique, $r(t, T)$ correspond à l'un des taux définis ci-dessus avec le zéro coupon.

2.2.2 Courbes de taux sur le marché

Il existe plusieurs courbes de taux sur le marché. Cette diversité de courbes vient de la multitude des sources de données qui peuvent être utilisées pour construire une courbe de taux.

Les principales sources de données généralement utilisées sont les obligations et les swaps de taux d'intérêt.

2.2.2.1 Courbes des taux swaps

Elles sont construites à partir des données de cotation ou de transactions sur les swaps de taux.

Un **swap de taux** est un produit dérivé de taux d'intérêt. C'est un contrat dans lequel deux contreparties s'engagent à s'échanger des taux d'intérêts sur un montant (le nominal) d'une devise donnée. L'une payant les flux adossés sur un taux fixe (la jambe fixe) et l'autre, les flux adossés sur un taux variable (jambe flottante ou variable) à des dates précises et spécifiées dans le contrat.

Tout comme les dates de paiement, le taux fixe et le taux variable sont également spécifiés dans le contrat. Le taux variable est le plus souvent un taux de la famille des taux IBOR

(Inter Bank Offered Rate). Pour une devise donnée, le taux IBOR désigne la moyenne des taux auxquels les banques d'un certain panier de référence déclarent s'accorder entre elles des prêts à court terme pour des maturités bien définies⁷.

Le taux IBOR pour l'Euro est l'EURIBOR (Euro Interbank Offered Rate), le LIBOR (London Interbank Offered Rate) pour la livre sterling.

Suite à la crise financière de 2008, des scandales de manipulations des taux IBOR par les banques ont été révélés, poussant ainsi les autorités à remplacer certains de ces taux par des taux plus « fiables ». Ainsi les taux IBOR comme le Libor sont supprimés progressivement du marché au profit du taux SONIA (Sterling Over Night Index Average). Rien n'est encore certain pour ce qui est de l'EURIBOR.

Cas particuliers des taux OIS

La courbe des taux OIS est obtenue à partir de swaps particuliers : les Overnight Indexed Swaps (OIS). Les OIS sont des swaps où le taux fixe est échangé contre un taux variable calculé comme moyenne arithmétique ou géométrique selon la composition de taux de référence quotidien du jour au lendemain (overnight). Pour l'Euro le taux overnight de référence avant la transition était l'Euro Overnight Index Average (EONIA) maintenant remplacé par l'Ester, le taux des fonds fédéraux est le correspondant sur le marché américain.

2.2.2.2 Courbes de taux des obligations

Ce sont les courbes construites à partir des données de cotation ou de transactions sur les obligations.

Les obligations sont des titres émis sur les marchés par les États ou les entreprises pour se financer. En contrepartie d'un montant emprunté (le nominal), une obligation donne le droit à son détenteur de recevoir des flux (coupons) adossés à un taux d'intérêt contractuel fixe ou variable à des dates déterminées et précisées dans le contrat. À l'échéance, l'émetteur de l'obligation rembourse en plus du coupon le nominal emprunté.

Selon la nature de l'émetteur, on distingue deux types d'obligations : les obligations d'États et les obligations d'entreprises encore appelées obligations corporates.

La solvabilité d'un émetteur n'est pas toujours garantie. Il peut arriver que le créancier ne recouvre pas la totalité de son investissement (intérêts plus nominal). Pour aider les investisseurs à appréhender les risques auxquels ils s'exposent, certains émetteurs font appel aux agences de notations.

Une agence de notation ou de rating est une entreprise privée qui apprécie le risque de non remboursement de dettes d'un emprunteur⁸. La méthodologie pour attribuer un rating à un emprunteur diffère d'une agence à une autre. Toutefois les considérations servant à attribuer une note portent sur un ensemble d'informations commun à toutes les agences.

Pour un État, sa santé économique et financière, sa stabilité politique, son historique de défaut, sa politique budgétaire sont entre autres les déterminants de sa qualité de crédit auprès

7. allant de une semaine à un an

8. Il peut s'agir d'un État, d'une entreprise ou même d'une collectivité locale

des agences de notation. Pour une entreprise, sa qualité de crédit sera fonction de sa situation actuelle, de ses perspectives de développement commercial en plus d'autres éléments.

Trois agences de notations se partagent à elles seules le plus gros du marché mondial de la notation. Il s'agit des agences Standard & Poor's, Moody's et Fitch dont les notations sont présentées dans le tableau 2.1 en annexes. Plus la note est élevée, plus le risque de défaut de l'émetteur est faible.

Après avoir présenté les différentes sources de données et les différentes courbes de taux auxquelles elles aboutissent, la section suivante introduit quelques méthodes de construction des courbes de taux à partir des données de marché.

2.2.1 Techniques de construction d'une courbe de taux avec les données de marché

Sur le marché, les sources de données utilisées pour construire les courbes de taux ont des maturités bien précises, ces maturités sont généralement discrètes et peuvent parfois être limitées par rapport au besoin. Par exemple, dans le cas particulier de l'assurance vie, les engagements de l'assureur peuvent s'étendre sur plusieurs années et aller au delà des maturités observées sur le marché. D'autre part, la majorité des méthodes utilisées pour la construction des courbes à partir des données de marché nécessitent souvent d'estimer un ou plusieurs paramètres. Dans le but de construire une courbe qui reflète le mieux possible la réalité du marché, il faut s'assurer que les observations du marché utilisées vérifient un certain nombre de critères.

Il faut s'assurer que les instruments choisis soient issus d'un marché accessible et dont les règles sont connues de tous. Les instruments doivent donc être pris sur un marché « transparent ». Par ailleurs, il faut s'assurer que les instruments retenus pour la construction de la courbe représentent une part non négligeable des échanges sur le marché et qu'ils peuvent être échangés rapidement sans perte conséquente de leurs valeurs. Le marché doit donc être « profond et liquide ». Ces critères sont synthétisés par le régulateur du marché européen des assurances l'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority) sous l'acronyme **DLT** pour *Deep, Liquid and Transparent*.

Dans sa note technique pour la construction de la courbe des taux d'actualisation l'EIOPA énonce quelques critères qui lui permet d'apprécier la profondeur, la transparence et la liquidité d'un marché (critères DLT). Entre autres nous avons :

- L'évaluation des transactions importantes et du mouvement des prix : ce critère permet d'apprécier la profondeur du marché. Si un grand nombre de transaction ne conduisent pas à une distorsion des prix, le marché est considéré comme profond ;
- Le Bid-ask spread : qui correspond à l'écart entre le prix le plus élevé proposé par les acheteurs et le prix le plus bas proposé par les vendeurs d'un titre. Plus cet écart est faible, plus le marché est considéré comme liquide, car les actifs sont cédés sans perte de valeur ;
- La fréquence des transactions : ce critère permet aussi de mesurer la liquidité du marché. Plus la fréquence des transactions est élevée, plus le marché est considéré comme liquide ;

- Le nombre de sources fixant les prix : avec ce critère, le marché est supposé transparent si les prix observés sur le marché sont fournis par un nombre important d'acteurs.

Horizon des données observées

Comme mentionné ci-dessus, les données observées sur le marché correspondent à des maturités précises qui sont le plus souvent discrètes et souvent limitées par rapport au besoin. Par conséquent, avec ces données, on observe qu'une partie de la courbe qu'on souhaite construire. Cette partie correspond à la partie « liquide » de la courbe. La dernière maturité observée sur cette partie liquide correspond au « Last Liquid Point (LLP) » ou « First Smoothing Point (FSP) » suivant la terminologie et la méthode choisie.

Pour les maturités intermédiaires entre celles observées sur la partie liquide de la courbe, il faut procéder à une **interpolation** pour avoir les taux correspondants. Et pour les maturités au delà du dernier point liquide, il faut procéder à une **extrapolation**.

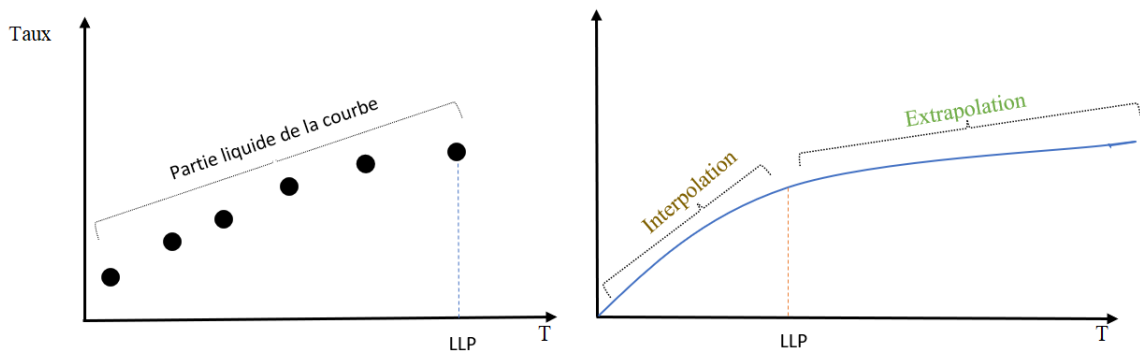


FIGURE 2.1 – Interpolation et extrapolation d'une courbe

Dans la suite, nous présentons les méthodes pour lesquelles les étapes d'interpolation et d'extrapolation ne sont pas faites indépendamment. Les méthodes pour lesquelles ces deux étapes sont faites séparément comme la méthode du bootstrapping ne sont pas présentées dans ce mémoire.

2.2.3.1 La méthode de Smith Wilson

C'est une méthode pour laquelle l'interpolation et l'extrapolation ne se font pas séparément. Elle a la particularité de faire converger les taux extrapolés après la dernière maturité liquide vers un taux limite appelé *ultimate forward rate (UFR)*. Cette particularité fait d'elle une méthode dite « macro-économique ». En effet, l'UFR qu'elle prend en paramètre est censé refléter le taux d'intérêt nominal long terme anticipé par les acteurs économiques.

Le but de la méthode est de fournir les prix des zéro coupons qui seront utilisés pour construire la courbe des taux en utilisant l'équation 2.1.

Pour ce faire on suppose que :

- On dispose de N instruments financiers de valeurs de marché $m_i, i = 1, \dots, N$ connues à la date de construction de la courbe ;

- On dispose de J dates $u_j, j = 1, \dots, J$ de paiement auxquelles un versement est effectué pour au moins un de ces instruments financiers ;
- pour chaque instrument financier i , on connaît le montant du versement $c_{i,j}$ versé à la date u_j . Si aucun versement n'est dû à cette date pour l'instrument, $c_{i,j} = 0$.

Avec ces hypothèses, la méthode impose une forme fonctionnelle des prix zéro coupon. À une date t , le prix du zéro coupon est donné comme la somme de deux composantes :

- la première qui tient compte des anticipations des acteurs sur le taux long terme ici l'UFR par le terme $e^{-UFR \times t}$;
- la seconde qui est une combinaison de N fonctions dites fonctions noyaux ou « kernel » définies pour chaque instrument financier i par :

$$K_i(t) = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times W(t, u_j), t \geq 0, i = 1, \dots, N \quad (2.4)$$

où les $W(t, u_j)$ sont les fonctions symétriques de Wilson définies par :

$$W(t, u_j) = e^{-UFR \times (t+u_j)} \{ \alpha \times \min(t, u_j) - 0.5 \times e^{-\alpha \times \max(t, u_j)} \times (e^{\alpha \times \min(t, u_j)} - e^{-\alpha \times \min(t, u_j)}) \} \quad (2.5)$$

α étant un paramètre du modèle représentant la vitesse de convergence des taux vers le taux asymptotique.

Smith et Wilson supposent donc que pour toute date t ultérieure à la date de construction de la courbe $t_0 = 0^9$ le prix d'un zéro coupon est donné par :

$$B(0, t) = B(t) = e^{-UFR \times t} + \sum_{i=1}^N \zeta_i \times K_i(t), t \geq 0 \quad (2.6)$$

Dans cette formule, les seules inconnues sont alors les coefficients ζ_i . Si ces coefficients sont déterminés, alors la courbe des taux est parfaitement déterminée au moyen de la formule 2.1 qui s'écrit plus simplement dans le cas présent par :

$$r(t) = R(0, t) = \frac{1}{B(0, t)^{\frac{1}{t}}} - 1 = \frac{1}{B(t)^{\frac{1}{t}}} - 1 \quad (2.7)$$

Détermination des coefficients ζ_i

Pour déterminer les coefficients ζ_i , on part des prix de marchés $m_i, i = 1, \dots, N$ des instruments financiers observés. Connaissant les dates u_j et les flux associés, on sait que les prix m_i et les flux $c_{i,j}$ sont liés par :

$$m_i = \sum_{j=1}^J c_{i,j} B(u_j), i = 1, \dots, N \quad (2.8)$$

En utilisant alors les équations 2.6 et 2.4 on a :

9. La date d'évaluation est prise comme origine des dates pour simplifier les calculs et les formules

$$m_i = \sum_{j=1}^J c_{i,j} B(u_j) = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times \left(e^{-UFR \times u_j} + \sum_{i=1}^N \zeta_i \times \sum_{k=1}^J c_{k,j} \times W(u_j, u_k) \right), \quad i = 1, \dots, N \quad (2.9)$$

En notant par :

- $m = (m_i)_{i=1, \dots, N}^T$ le vecteur colonne des N prix des instruments financiers ;
- $\mu = (e^{-UFR \times u_j})_{j=1, \dots, J}^T$;
- $W = (W(u_i, u_j))_{i,j=1, \dots, J}$ la matrice $J \times J$ des fonctions Wilson ;
- $C = (c_{i,j})_{i=1, \dots, N; j=1, \dots, J}$ la matrice $N \times J$ des flux financiers attendus des N instruments financiers.

Les équations de 2.9 peuvent se résumer par :

$$m = C\mu + CWC^T\zeta \quad (2.10)$$

La plupart du temps ce système est inversible et le vecteur ζ est explicitement donné par :

$$\zeta = (CWC^T)^{-1}(m - C\mu) \quad (2.11)$$

En injectant le vecteur ζ ainsi trouvé dans les équations 2.6 et 2.7 on déduit la courbe des taux zéro coupon.

Note :

Lorsque les instruments financiers utilisés sont les obligations zéro coupons, les formules de la méthode de Smith Wilson sont plus simples. La relation 2.6 donnant le prix du zéro coupon est valable pour tout t . Par conséquent la courbe des taux est connue pour toutes les maturités.

Avantages et inconvénients de la méthode de Smith Wilson

C'est une méthode dite « exact fitting ». En effet, la partie liquide de la courbe qui est observée est conservée par la méthode. Elle est également flexible car elle est facile à mettre en oeuvre et ne requiert que la résolution d'un système linéaire. Tous les instruments financiers avec de bonnes caractéristiques peuvent être passés en input de la méthode.

Toutefois, la méthode requiert que la vitesse de convergence α et l'UFR soient donnés. Pour le paramètre α , un jugement d'expert peut être requis. La méthode ne donne aucune garantie sur la décroissance des prix des zéro coupon avec le temps comme on l'observe sur le marché.

2.2.3.2 Les méthodes de Nelson-Siegel et de Svensson

Modèle de Nelson-Siegel

Le modèle de Nelson-Siegel détermine la courbe des taux en proposant une modélisation des taux zéro coupon continus par la fonctionnelle :

$$\begin{aligned} R(0, t) &= r(t) \\ &= \beta_0 + \beta_1 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha)}{t/\alpha} \right) + \beta_2 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha)}{t/\alpha} - \exp(-t/\alpha) \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

où :

- β_0 est le taux long ;
- β_1 est le facteur de rotation qui représente l'écart entre le taux court et le taux long. $\beta_1 + \beta_0$ est donc le taux court du modèle ;
- β_2 est le facteur de pente ;
- α est le paramètre d'échelle.

Le vecteur de paramètres $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \alpha)^T$ est estimé en minimisant l'erreur quadratique entre les prix théoriques et les prix observés.

Le modèle de Nelson-Seigel ne permet pas de représenter toutes les formes de courbes observées sur le marché. En particulier celles qui ont des creux ou des bosses sur la partie courte. C'est cet inconvénient que veut corriger le modèle de Svensson.

Modèle de Svensson

C'est une extension du modèle de Nelson-Siegel. La fonctionnelle proposée dans ce modèle pour les taux zéro coupon continu est donnée par :

$$\begin{aligned}
 R(0, t) &= r(t) \\
 &= \beta_0 + \beta_1 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha_1)}{t/\alpha_1} \right) + \beta_2 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha_1)}{t/\alpha_1} - \exp(-t/\alpha_1) \right) + \beta_3 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha_2)}{t/\alpha_2} - \exp(-t/\alpha_2) \right)
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

Le nombre de paramètres à estimer ici est de 6, soit 2 de plus que dans le modèle de Nelson-Siegel. Les nouveaux paramètres β_3 et α_2 ont une influence sur la partie courte de la courbe. L'estimation des paramètres suit le même procédé que dans le modèle de Nelson-Siegel.

Estimation des paramètres dans les modèles de Nelson-Siegel et Svensson

On se place dans le cadre de la méthode de Smith Wilson décrite ci-dessus. On suppose toujours disposer de N instruments financiers dont les prix de marchés m_i sont connus à la date de construction de la courbe, de J dates u_j pour lesquelles au moins un versement est effectué pour au moins un de ces instruments et les montants $c_{i,j}$ associés sont encore supposés connus pour chaque date et chaque instrument.

Dans ces modèles, le prix théorique de l'instrument financier i est donné par :

$$m_i^{theo} = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times B(u_j) = \sum_{j=1}^J c_{i,j} \times e^{-u_j \times R(0, u_j)}$$

Avec $R(0, u_j)$ qui est le taux zéro coupon continu du modèle considéré.

En notant par :

- $m = (m_i)_{i=1, \dots, N}^T$ le vecteur colonne des N prix observés des instruments financiers ;
 - $m^{theo} = (m_i^{theo})_{i=1, \dots, N}^T$ le vecteur colonne des N prix théoriques des instruments financiers ;
 - $W = (W(u_i, u_j))_{i,j=1, \dots, N}$ une matrice de poids $N \times N$ associées aux instruments ;
- le vecteur de paramètres β est estimé par résolution du problème

$$\min_{\beta} (m - m^{theo})W(m - m^{theo})^T \quad (2.14)$$

Une fois les paramètres estimés, ils sont injectés dans la formule du taux zéro coupon et la courbe de taux pour toutes les maturités peut être déterminée.

Le problème **2.14** n'est pas un problème d'optimisation linéaire et peut nécessiter l'usage d'algorithme d'optimisation non linéaire¹⁰.

Des contraintes de non-négativité peuvent être ajoutées sur les paramètres β_0 et $\beta_0 + \beta_1$.

Il est souvent commode de fixer le ou les paramètres d'échelle lors de la résolution du problème d'optimisation.

Avantages et inconvénients des modèles de Nelson-Siegel et Svensson

Ces modèles ont l'avantage d'avoir des paramètres interprétables financièrement. De plus ils ne requièrent pas de donner un taux forward limite ou une vitesse de convergence comme avec la méthode de Smith Wilson.

L'estimation des coefficients se fait par résolution d'un problème d'optimisation non linéaire, ce qui est plus complexe que la méthode de Smith Wilson où les paramètres sont obtenus par simple résolution d'un système linéaire. La méthode est moins flexible, aucun paramètre n'est fourni par l'utilisateur¹¹. Elle n'est pas « exact fitting » comme la méthode de Smith Wilson car elle ne conserve pas exactement la partie liquide de la courbe passée en input. C'est une méthode « best fitting ».

2.2.3.3 La méthode du First Smoting Point (FSP)

Cette méthode a été proposée par l'EIOPA dans le cadre de la révision de la construction de la courbe des taux d'actualisation sous Solvabilité II. Elle s'appuie sur une modélisation des taux forwards. Elle peut être adaptée à la construction des courbes de taux autres que les courbes d'actualisation pour les assureurs à condition de bien s'y prendre. Cette méthode sera présentée à la section 2.3.1 telle que proposée par le régulateur européen dans le cas particulier de la construction des courbes de taux d'actualisation.

Après avoir présenté les méthodes de reconstitution des courbes de taux à partir des données de marché, la section suivante présente le cadre réglementaire qui encadre la construction des courbes de taux d'actualisation pour les entités d'assurance. Les principes préconisés et les méthodes proposées par la réglementation (quand elles existent) sont exposés.

2.3 Courbe des taux d'actualisation et réglementation

Avant la publication de la norme IFRS 17, les courbes de taux d'actualisation pour les entités d'assurance en Europe étaient (ou le sont toujours) construites sous les recommandations de l'autorité de contrôle EIOPA à travers la directive Solvabilité II.

10. exemple des algorithmes génétiques

11. à moins de fixer les paramètres d'échelle dans la résolution du problème

Sous Solvabilité II, pour harmoniser les pratiques des assureurs sur l'actualisation des flux des passifs, la courbe des taux d'actualisation est fournie par le régulateur. La courbe fournie par le régulateur est issue d'une méthodologie bien définie. Cette méthodologie fait l'objet de la section 2.3.1.

2.3.1 Courbe de taux d'actualisation sous Solvabilité II

Sous Solvabilité II, dans la méthode développée par le régulateur, la courbe des taux d'actualisations est obtenue comme somme de deux composantes : une courbe de taux « sans risque » et un ajustement pour la volatilité.

2.3.1.1 Courbe de taux sans risque de l'EIOPA

Dans la **section 2.2** où nous avons défini ce qu'est une courbe de taux et les sources de données qui peuvent être utilisées pour la construire, nous n'avons pas fait allusion aux caractéristiques des instruments financiers¹² dont proviennent ces données. Or pour la plupart, ces instruments, sont soumis à des risques dont le principal est le risque de crédit.

En effet, pour un swap par exemple, la contrepartie qui reçoit les flux adossés à la jambe variable, n'est pas assurée que tous les flux lui seront versés par l'autre partie aux dates spécifiées dans le contrat. Elle est donc soumise à un risque de défaut de l'autre partie. Il en est de même pour un investisseur ayant acheté une obligation. Rien ne lui garantit qu'il recevra la totalité de ses coupons, l'émetteur du titre pouvant aussi faire défaut. Les prix de ces instruments incorporent donc une prime de risque demandée par les acheteurs en contrepartie des risques auxquels ils s'exposent en entrant dans ces contrats.

Une courbe de taux sera alors dite **sans risque** lorsqu'elle sera construite à partir d'instruments financiers pour lesquels il n'existe aucun risque sous-jacent. Or sur le marché, il n'existe pas d'instruments qui soient sans risque. Par conséquent, une courbe de taux sans risque est le plus souvent obtenue avec un ajustement d'une courbe de taux construite avec les données de marchés.

Pour une courbe de taux swaps par exemple, on peut déduire une courbe de taux sans risque en retranchant à la première un ajustement pour le risque de crédit. C'est cette idée qu'utilise l'EIOPA à travers le *Credit Risk Adjustment (CRA)*.

Ajustement de la courbe des taux swaps par le CRA

À chaque date comptable, l'EIOPA fournit une courbe de taux sans risque aux assureurs. Cette courbe de taux est obtenue à partir des swaps sur l'EURIBOR 6 mois. Comme souligné plus haut, ces instruments doivent être choisis sur un marché liquide, profond et transparent. L'EIOPA estime que pour ce marché, pour l'euro, le dernier point de liquidité (LLP) est 20 ans.

Les swaps étant sujets au risque de crédit, un ajustement pour corriger ce risque de crédit est fait par l'EIOPA. L'autorité européenne utilise à cet effet, les taux OIS de même maturité pour calculer l'ajustement pour le risque de crédit CRA suivant la formule :

12. Swaps de taux d'intérêts, obligations d'États, obligations d'entreprises ou corporates, etc.

$$CRA = \min \left\{ 0, 35\%, \max \left\{ 0, 10\%, 0.5 \times \frac{\sum_{i=1}^n (tauxswaps_i - tauxOIS_i)}{n} \right\} \right\} \quad (2.15)$$

La partie liquide de la courbe des taux sans risque est donc obtenue en retirant de la partie liquide¹³ de la courbe des taux swaps le CRA :

$$\text{Taux sans risque}_t = \text{Taux swaps}_t - CRA$$

La partie liquide de la courbe des taux d'actualisation est obtenue en ajoutant à la partie liquide du taux sans risque un ajustement pour correction de la volatilité ou *Volatility Adjustment (VA)*.

2.3.1.2 Méthode du Volatility Adjustment

En plus du taux sans risque, l'EIOPA permet sous certaines conditions que l'assureur utilise un ajustement constant pour atténuer la « volatilité artificielle » des fonds propres causée par le marché financier. Cette "volatilité artificielle" provient des variations de la valeur de marché (MV) des actifs qui ne sont pas liées à un défaut de paiement (Deloitte, 2018). En effet, pour certaines branches d'activités, comme l'assurance vie avec des engagements longs, l'assureur investit à long terme. Il est donc moins sensible aux mouvements erratiques sur les données de marché à court terme.

Les assureurs vie par exemple sont considérés comme des investisseurs institutionnels. De fait, le plus gros de leurs actifs est constitué des obligations d'États et d'entreprises qui sont pour la plupart à taux fixes, mais cotées sur le marché. Leurs valeurs peuvent donc évoluer en fonction des changements de liquidité sur le marché indépendamment du risque de crédit.

Comme les compagnies d'assurance ont des garanties à long terme et visent à détenir leurs actifs en conséquence, Solvabilité II stipule que leurs fonds propres (et le calcul de leur capital requis) ne devraient pas être affectés par ces changements temporaires (Deloitte, 2018).. Ceci justifie l'utilisation d'un écart additif à la courbe des taux sans risque, la correction pour volatilité pour corriger cette volatilité artificielle des fonds propres.

Pour le calcul du terme constant additif à ajouter à la courbe des taux sans risque, pour chaque pays et chaque monnaie, l'EIOPA utilise un portefeuille d'actifs de référence. Ce portefeuille de référence est constitué après une collecte d'informations auprès des assureurs du pays. Il est sensé refléter le portefeuille moyen des assureurs du pays. Il est majoritairement constitué d'obligations. Pour la France par exemple, le portefeuille de référence utilisé par l'EIOPA à la date du 31/12/2021 est constitué de 70,3% d'obligations à taux fixes, soit 28.0% pour les obligations d'États et 42.3% pour les obligations d'entreprises.

La méthode se base sur une décomposition du rendement R_t de la partie obligataire du portefeuille considérée à toute date t en trois composantes :

$$R_t = \text{Taux sans risque}_t + \text{Prime de risque} + \text{Prime de liquidité}^{14} \quad (2.16)$$

13. partie de la courbe observée sur le marché

Le spread du portefeuille obligataire correspondant à l'écart entre le taux sans risque et le rendement du portefeuille serait alors la somme du spread de crédit (prime de risque) et du spread de liquidité (prime de liquidité).

Supposons que l'on connaisse le spread S du portefeuille et son spread de crédit RC . Alors le spread ou prime de liquidité serait donné par : $S - RC$.

Le terme additif, pour correction de volatilité dû aux changements de liquidité sur le marché qu'on notera VA se calcule alors par

$$VA = \kappa \times (S - RC) \text{ avec } \kappa > 0 \quad (2.17)$$

Dans l'équation 2.17 κ est appelé le *General Application Ratio* (GAR).

L'EIOPA a fixé sa valeur à 65% afin de considérer un ajustement pour l'écart de duration et des différences de liquidité entre l'actif et le passif.

La méthode du VA de l'EIOPA se focalise alors sur l'estimation du spread S et du spread de crédit RC sur la partie obligataire du portefeuille. Les formules utilisées pour chaque composantes sont présentées ci-dessous

$$S = w_{gov} \max(S_{gov}, 0) + w_{corp} \max(S_{corp}, 0) \quad (2.18)$$

$$RC = w_{gov} \max(RC_{gov}, 0) + w_{corp} \max(RC_{corp}, 0) \quad (2.19)$$

$$RC_{gov} = \max(30\% \times LTAS_{gov}, 0) \quad (2.20)$$

$$RC_{corp} = \max(35\% \times LTAS_{corp}, CoD + PD) \quad (2.21)$$

Où :

- w_{gov} et w_{corp} désignent les poids des obligations d'États et d'entreprises du portefeuille¹⁵ ;
- LTAS pour Long Term Average Spread qui représente le spread de long terme sur le marché ;
- PD désigne la probabilité de défaut de l'émetteur ;
- CoD pour Cost of Downgrade désigne le pourcentage de la perte associée en cas de baisse du rating de l'émetteur.

Calcul de S_{gov} et RC_{gov}

Pour les obligations corporates, la méthodologie pour calculer S_{corp} et RC_{corp} est la même que celle décrite ci-dessous.

Pour le calcul du spread lié aux obligations (gouvernementales ou corporates), l'EIOPA suit les étapes suivantes :

- Étape 1 : Les obligations sont regroupées suivant leurs ratings¹⁶. Pour chaque groupe, une duration est calculée comme moyenne des durations des obligations¹⁷ du groupe ;

15. Ces poids sont obtenus en faisant le rapport entre les valeurs de marché de ces obligations et la valeur de marché de tout le portefeuille à la date de calcul. $w_{gov} + w_{corp} < 1$ car ce ne sont pas les seuls actifs du portefeuille.

16. Pour les corporates, des groupes peuvent aussi tenir compte des secteurs d'activités d'entreprise.

17. La duration d'une obligation étant calculée avec la formule de Macaulay

- Étape 2 : Pour chaque groupe i formé à l'étape précédente, récupérer le rendement $r_{i,gov}$ de marché en fonction de sa durée d_i . Pour les durées dont les rendements de marché ne sont pas disponibles, une interpolation peut être faite. Les rendements de marché peuvent être récupérés sur Bloomberg pour les obligations gouvernementales ou sur Markit iBoxx pour les corporates ;
- Étape 3 : Pour chaque groupe d'obligations, calculer sa Risk Correction $RC_{i,gov}$ avec la formule par (2.20). Les probabilités de défaut peuvent être récupérées chez une agence de rating. Les données sur le LTAS et le CoD sont fournies par l'EIOPA ;
- Étape 4 : Les rendements de marché récoltés à l'étape précédente correspondent aux différentes durées des groupes du portefeuille. On détermine avec ces rendements trois rendements internes (IER¹⁸) de marché pour le portefeuille :

- le rendement interne en environnement risque neutre, qui est déterminé par la formule :

$$\sum_i \frac{F_i}{(1 + IER_{RFR})^{duration_i}} = 1$$

Avec $F_i = PoidsGroupe_i \times (1 + Taux\ sans\ risque_{duration_i})^{duration_i}$ si le taux sans risque pour cette durée n'est pas observée, une interpolation peut-être faite.

- le rendement interne avant Risk correction, il est déterminé par la formule :

$$\sum_i \frac{F_i}{(1 + IER_{beforeRC})^{duration_i}} = 1$$

Avec $F_i = PoidsGroupe_i \times (1 + r_{i,gov})^{duration_i}$

- le rendement interne après risk correction, il est déterminé par la formule :

$$\sum_i \frac{F_i}{(1 + IER_{corrected})^{duration_i}} = 1$$

Avec $F_i = PoidsGroupe_i \times (1 + r_{i,gov} - RC_{i,gov})^{duration_i}$

- Étape 5 : Le spread S_{gov} et la risk correction RC_{gov} pour le portefeuille global sont obtenus avec les formules 2.22 et 2.23

$$S_{gov} = \max(0, IER_{beforeRC} - IER_{RFR}) \quad (2.22)$$

$$RC_{gov} = \max(0, IER_{beforeRC} - IER_{corrected}) \quad (2.23)$$

On calcule en suivant cette même procédure S_{corp} et RC_{corp} . On déduit alors le spread S du portefeuille et sa RC avec les formules données ci-dessus.

Le terme additif, pour correction de volatilité VA est finalement calculé à l'aide de l'équation 2.17 en prenant $\kappa = 65\%$.

La partie liquide de la courbe de taux d'actualisation est alors obtenue en ajoutant à la partie liquide de la courbe de taux sans risque de l'EIOPA le VA calculé.

18. Internal Effective Rate

2.3.1.3 Extrapolation de la courbe de taux d'actualisation EIOPA

Pour extrapoler la courbe de taux d'actualisation obtenue précédemment, l'EIOPA utilise la méthode de Smith Wilson décrite à la section 2.2. Cette méthode nécessite de passer néanmoins en input le taux ultime UFR et la vitesse de convergence α .

Choix de l'UFR

L'EIOPA calcule et publie chaque année sur son site un UFR pour chaque pays. Il est calculé en tenant compte du taux réel long terme du marché et de la politique inflationniste de la banque centrale européenne(BCE) pour la zone Euro. Pour une année t , l'UFR est calculé par :

$$UFR_t = \text{Taux réel long terme} + \text{Inflation long terme}$$

L'EIOPA se base sur la politique inflationniste de la BCE (Banque Centrale Européenne) pour déterminer le taux d'inflation de long terme.

La taux d'intérêt réel long terme R est quant à lui calculé comme moyenne des taux d'intérêts réels annuels observés de 1961 à la date t .

Pour éviter une forte fluctuation d'une année à une autre de l'UFR, l'EIOPA a décidé de borner les fluctuations de cet indicateur à 15 bps¹⁹ d'une année à l'autre. Ainsi l'UFR final est obtenu de la façon suivante :

$$UFR_t = \begin{cases} UFR_{t-1} + 15bps & \text{si } UFR_t \geq UFR_{t-1} + 15 \\ UFR_{t-1} - 15bps & \text{si } UFR_t \leq UFR_{t-1} - 15 \\ UFR_{t-1} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.24)$$

Choix de la vitesse de convergence et du point de convergence

Le taux ultime UFR est le taux que la courbe extrapolée au delà du LLP doit atteindre après une période de convergence. Cette période de convergence est délimitée par un point maximum au delà du LLP. Ce point est choisi par l'EIOPA comme le maximum entre $(40 + LLP)$ et 60, avec le LLP déterminé comme 20 ans pour l'Euro par l'EIOPA, la période correspondante est de 60 ans. La vitesse à laquelle converge les taux vers le taux ultime est quant à elle déterminée par le paramètre α .

L'utilisation de la méthode préconisée par l'EIOPA par une entité ne nécessite aucun effort de la part de celle-ci. La courbe est fournie par le régulateur. Aucune justification n'est requise auprès du régulateur.

Cette méthode reste toutefois très calculatoire. Le portefeuille obligataire du régulateur peut ne pas être représentatif de celui de l'assureur. Cette méthode n'est pas « entity specific ». Les coefficients utilisés dans le calcul des risk correction (30%, 35%) et pour l'ajustement des écarts de duration, et de liquidité, entre l'actif et le passif (65%) ne sont pas clairement justifiés. Un autre inconvénient de cette méthode, est que le coefficient de correction pour la volatilité est constant. Or les changements de liquidité sur le marché sont variables dans le temps. Il serait

19. bps pour basic points, $1bp = \frac{1}{10000}$

donc aussi opportun d'avoir un coefficient VA dynamique. Cette méthode ne tient pas compte lors de l'extrapolation des données de marché observées au delà du LLP.

Les critiques avancées sur la méthode de l'EIOPA, et le contexte de taux bas observés sur la dernière décennie sur les marchés ont poussé le régulateur à revoir sa méthode de construction de la courbe des taux d'actualisation. Les principaux changements portent sur le calcul de la VA et la méthode d'extrapolation de la courbe.

2.3.1.4 Nouvelle méthode de l'EIOPA pour le calcul de la VA

L'EIOPA préconise de transformer le dispositif de correction pour volatilité (Volatility Adjustment ou VA) afin qu'il intègre des caractéristiques propres à l'assureur qui l'applique.

Bien que la nouvelle méthode de l'EIOPA se veuille plus « entity specific » que la précédente, l'approche du portefeuille de référence est toujours privilégiée. Sous cette nouvelle approche, un premier VA qu'on note ici VA_1 est calculé comme la somme de deux composantes : la première représentant le caractère long terme des flux de trésorerie des passifs d'assurance (EXIOM, 2020) et la seconde visant à limiter le spread temporaire lié à une situation exceptionnelle (Seabird, 2021).

$$VA_1 = VA_{permanent} + VA_{Macro} \quad (2.25)$$

Avec

$$\begin{cases} VA_{permanent} = GAR \times scale \times RC_S \\ VA_{Macro} = GAR \times w_{pays} \times \max(RC_{S,pays} - 1.3 \times RC_S, 0) \end{cases} \quad (2.26)$$

Dans 2.26 :

- GAR est le ratio d'application général qui est fixé ici à 85% au lieu de 65% comme précédemment ;
- $scale = \frac{1}{w_{gov} + w_{corp}}$ est un coefficient plus grand que 1, qui permet de tenir compte de la présence d'actifs autres que les obligations dans le portefeuille de référence ;
- $RC_S = Spread - RC$ est le spread net du risque de crédit pour le portefeuille de référence de la devise considérée ;
- $RC_{S,pays}$ est le spread net du risque de crédit pour le portefeuille de référence du pays considéré.

Les formules utilisées dans la nouvelle approche pour le spread de crédit RC diffèrent de celles de l'ancienne méthode. Les probabilités de défaut des émetteurs et les pertes dues à la baisse du rating CoD de sont plus prises en compte comme dans l'ancienne formule. Cependant, pour garantir leur stabilité dans le temps, ces spreads sont toujours fonction des spreads moyens de long terme. Les formules²⁰ 2.27 et 2.28 sont celles utilisées pour le spread de crédit suivant la nature de l'émetteur dans la nouvelle formule de l'EIOPA.

$$RC_{gov} = 30\% \min(S_{gov}^+, LTAS_{gov}^+) + 20\% \max(S_{gov}^+ - LTAS_{gov}^+, 0) \quad (2.27)$$

$$RC_{corp} = 50\% \min(S_{corp}^+, LTAS_{corp}^+) + 40\% \max(S_{corp}^+ - LTAS_{corp}^+, 0) \quad (2.28)$$

20. dans ces formules $x^+ = \max(x, 0)$

Pour rendre plus « entity specific » le VA calculé, l’EIOPA introduit deux nouveaux ratios. Ces nouveaux ratios sont introduits pour refléter les différences de caractéristiques entre le portefeuille de référence et le portefeuille de l’entité. Il s’agit des ratios d’application AR_4 et AR_5 .

Le coefficient AR_4 est introduit pour tenir compte des différences de sensibilité au spread, et de duration entre le portefeuille de référence et le portefeuille de l’entité. Il est majoré à 1 et calculé avec la formule suivante

$$AR_4 = \min \left(\frac{PVBP(MV_{FI})}{PVBP(BEL)}, 1 \right) \quad (2.29)$$

Avec :

— MV_{FI} la valeur de marché des actifs à revenu fixe dans le portefeuille de l’entité et

$$PVBP(MV_{FI}) = MV_{FI}(CS) - MV_{FI}(CS + 1bp)$$

où CS est le niveau courant des spreads ;

— BEL la meilleure estimation des engagements de l’assureur et

$$PVBP(BEL) = BEL(RFR) - BEL(RFR + 1bp)$$

où RFR désigne la courbe des taux sans risque.

Le coefficient AR_5 est introduit pour mieux refléter les caractéristiques de liquidité des passifs de l’entité. Il est obtenu en segmentant le passif de l’entité en trois groupes selon les degrés de liquidité.

Groupe	Critères	Poids w_i
1 - très illiquide	Contrats sans option de rachat ou de résiliation ; Contrats parmi lesquels l’option de résiliation ou de rachat n’amène pas à une baisse des fonds propres ; Faible impact du risque de mortalité sur Best-estimate.	100%
2 - Moyennement illiquide	Faible impact de l’augmentation permanente du taux de rachats sur le Best-estimate ; Faible impact du risque de mortalité sur Best-estimate.	75%
3 -Peu illiquide	Les autres contrats qui ne sont ni de catégorie 1, ni de catégorie 2.	60%

TABLEAU 2.1 – Groupe de liquidité passif, Mazars 2021

Une fois cette classification faite, le ratio AR_5 est obtenu suivant la formule

$$AR_5 = \max \left(60\%, \min \left(\frac{w_1 \times BEL_1 + w_2 \times BEL_2 + w_3 \times BEL_3}{BEL_1 + BEL_2 + BEL_3}, 100\% \right) \right) \quad (2.30)$$

Avec BEL_i la meilleure estimation des engagements de l’entité pour le groupe i obtenue avec la courbe des taux sans risque sans ajout de la VA.

Pour l’entité, le VA « entity specific » lui correspondant est alors donnée par

$$VA = AR_4 \times AR_5 \times VA_1 \quad (2.31)$$

La nouvelle approche de l’EIOPA pour le calcul du VA est très calculatoire comme la précédente. Les calculs des nouveaux ratios AR_4 et AR_5 peuvent être fastidieux et complexes. En

outre, la méthode utilise encore des coefficients qui sont fixés à dits d'experts et pas accompagnés de documentation pour aider l'entité à les adapter à ses besoins.

Dans son dernier avis sur la revue de Solvabilité II publié en septembre 2022, la Commission européenne est en ligne avec les préconisations de l'EIOPA sur la nouvelle méthode du calcul du VA. Elle juge cependant inapproprié l'utilisation du coefficient AR_5 qui selon elle sanctionnerait entre autres certains produits possédant les options de transférabilité, comme les produits PACTE par exemple.

La prime de liquidité calculée avec la nouvelle approche de l'EIOPA est ajoutée à une courbe de taux sans risque, puis extrapolée pour obtenir la courbe de taux d'actualisation. Pour l'extrapolation, la méthode de Smith Wilson peut être utilisée. Une nouvelle méthode d'extrapolation a été proposée par le régulateur européen : la méthode du First Smoothing Point.

2.3.1.5 Nouvelle méthode d'extrapolation de l'EIOPA : la méthode du First Smoothing Point FSP

Une des principales limites relevées dans la première approche de l'EIOPA dans la construction de la courbe des taux d'actualisation est de ne pas utiliser les données de marché au delà du LLP.

- Fixé à 20 ans pour la zone euro, le LLP soulève plusieurs problématiques parmi lesquelles :
- la non adéquation des taux extrapolés avec les taux observables du marché, conduisant à une surestimation du niveau des taux et donc une sous-estimation des provisions techniques ;
 - le niveau de volatilité de la courbe des taux d'intérêt, entraînant une instabilité financière au regard du bilan ;
 - des stratégies de couverture et de gestion des risques non pertinentes au regard du risque encouru.
 - l'extrapolation avec la méthode Smith-Wilson conduit à appliquer des taux d'actualisation sensiblement supérieurs aux taux de swap observés actuellement pour des maturités entre 20 et 50 ans.

Différentes issues ont été étudiées par l'EIOPA en vue de résoudre ces problèmes. Les deux premières portaient sur le décalage du LLP (à 30 ans pour l'une et 50 ans pour l'autre). La troisième issue qui a été retenue propose quant à elle le maintien du LLP à 20 ans, avec un changement de la méthode d'extrapolation.

En plus de l'UFR, la nouvelle méthode que préconise l'EIOPA s'appuie sur deux principaux paramètres : le FSP (First Smoothing Point) et le LLFR (Last Liquid Forward Rate).

Le FSP

Il est analogue au LLP. Il correspond à la dernière maturité vérifiant le critère DLT (profond, liquide et transparent). Il est choisi de sorte que le volume des obligations échangées de maturités supérieures au FSP soit au moins 6% du volume total des obligations du marché. Il doit être stable dans le temps. Il est changé si le critère précédent n'est plus vérifié sur deux années consécutives. Pour la zone euro, il est encore égale à 20 ans.

Le LLFR

Ce taux est déterminé en se basant sur les maturités au delà du FSP vérifiant le critère DLT. Pour la zone euro, l'EIOPA les a déterminé comme étant 25, 30, 40 et 50 ans. Son calcul est déterminé par la formule 2.32.

$$LLFR = w_{20} \times f_{15,20} + w_{25} \times f_{20,25} + w_{30} \times f_{20,30} + w_{40} \times f_{20,40} + w_{50} \times f_{20,50} \quad (2.32)$$

Avec :

- w_x correspondant au poids des swaps de la maturité x . Il est calculé comme suivant la formule

$$w_x = \frac{V_x}{V_{20} + V_{25} + V_{30} + V_{40} + V_{50}}$$

avec V_x le volume annuel moyen échangé sur les marchés pour les swaps de maturité x .

- $f_{x,x+y}$ correspondant au taux forward pour la période allant de x à $x + y$.

Sous la méthode du FSP, la courbe de taux se construit en procédant en plusieurs étapes.

- Étape 1 : détermination du FSP et de l'UFR ;
- Étape 2 : pour les maturités inférieures ou égales au FSP, on détermine les taux zéro coupon de proche en proche à partir des swaps de taux observés sur le marché (méthode bootstrapping)
- Étape 3 : on détermine à partir des données de marché les taux forwards au delà du FSP, ici il s'agit des taux $f_{20,25}, f_{20,30}, f_{20,40}$ et $f_{20,50}$;
- Étape 4 : calcul du VA²¹ ;
- Étape 5²² : ajout du VA aux taux forwards pour les maturités inférieures ou égales au FSP. $f_{x,x+y}^{VA} = f_{x,x+y} + VA$ ²³ ;
- Étape 6 : calcul du $LLFR^{VA}$ à l'aide de 2.32 en remplaçant $f_{15,20}$ par $f_{15,20}^{VA}$ soit

$$LLFR^{VA} = w_{20} \times f_{15,20}^{VA} + w_{25} \times f_{20,25} + w_{30} \times f_{20,30} + w_{40} \times f_{20,40} + w_{50} \times f_{20,50}$$

- Étape 7 : on extrapole la courbe des taux forwards au delà du FSP avec la formule

$$f_{20,20+h} = \ln(1 + UFR) + (LLFR^{VA} - \ln(1 + UFR)) \times B(a, h) \quad (2.33)$$

Où $B(a, h) = \frac{1 - e^{-ah}}{ah}$ avec $a > 0$ la vitesse de convergence des taux forwards vers l'UFR ;

- **étape 8** : enfin, les taux zéro coupon au delà du FSP (20 ans pour la zone Euro) sont calculés avec la formule

$$r_{20+h} = \exp\left(\frac{20 \times r_{20} + h \times f_{20,20+h}}{20 + h}\right) - 1 \quad (2.34)$$

Comme le montre la figure 2.2 la nouvelle approche produit une courbe plus basse. Comparativement à la méthode où l'extrapolation est faite avec Smith Wilson et un LLP à 20 ans,

21. l'ancienne méthode et la nouvelle peuvent être utilisées par l'entité.

22. Si on veut avoir une courbe de taux « sans risque » avec cette méthode, on prend VA=0.

23. Contrairement à l'ancienne méthode où le VA est ajoutée aux taux zéro coupon spot de la partie liquide, ici elle est ajoutée aux taux forwards.

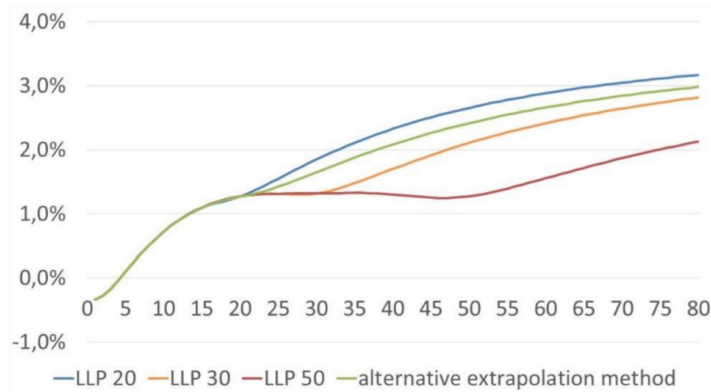


FIGURE 2.2 – Courbes de taux d'actualisation avec différents LLP (méthode de Smith Wilson) et méthode du FSP *Source : Milliman, 2019*

elle sous estime moins les provisions de l'assureur.

La nouvelle méthode que préconise l'EIOPA a l'avantage d'utiliser les données de marché au delà du dernier point liquide. Pour un même LLP, elle fournit une courbe des taux plus basse que celle obtenue avec la méthode de Smith Wilson.

Toutefois, l'utilisation de cette méthode requiert aussi de donner en paramètre la vitesse de convergence des taux forwards vers le taux ultime. Un jugement d'expert peut être nécessaire. Les poids nécessaires au calcul du LLFR peuvent être difficiles à obtenir.

Après avoir présenté les approches préconisées par le régulateur pour la construction de la courbe des taux d'actualisation sous Solvabilité II dans la section suivante, sont abordés les principes que doivent respecter les taux d'actualisation comme le recommande la nouvelle norme ; ensuite sont présentées les différentes approches possibles sous IFRS 17 pour construire la courbe des taux d'actualisation.

2.3.2 Courbe de taux d'actualisation sous IFRS 17

Contrairement au cadre Solvabilité II, aucune méthodologie n'est fournie sous IFRS 17 pour la construction des courbes des taux d'actualisation. Toutefois, la norme préconise des principes que doivent respecter ces courbes. En outre, elle recommande deux approches à suivre pour construire une courbe de taux d'actualisation.

La liberté est donnée à l'assureur dans le choix de l'approche et de la méthodologie à suivre. Mais ce dernier doit s'assurer que la courbe construite soit en accord avec les principes souhaités par la norme. Ces principes font l'objet de la section 2.3.2, et les approches préconisées l'objet de la section 2.3.2.

2.3.2.1 Principes d'IFRS 17 en matière d'actualisation

Les principes de la nouvelle norme en matière d'actualisation se basent sur la valeur temps de l'argent. En effet, 1 € payable dans 1 an n'a pas la même valeur que 1 € à la date d'aujourd'hui. Pour les assureurs qui ont des engagements sur le long terme et, qui doivent constituer des

provisions, il est capital que les taux d'actualisation qu'ils utilisent reflètent la valeur temporelle de l'argent en plus des caractéristiques de liquidité de leurs contrats.

Les principales recommandations de la norme en matière d'actualisation sont évoquées dans le paragraphe 36 de la norme. Elle demande que, les taux d'actualisation appliqués aux estimations de flux de trésorerie futurs doivent :

- refléter la valeur temps de l'argent, les caractéristiques des flux de trésorerie et les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance ;
- cadrer avec les prix de marché courants observables (s'il en existe) d'instruments financiers dont les flux de trésorerie ont des caractéristiques qui correspondent à celles des contrats d'assurance du point de vue, par exemple, de l'échéancier, de la monnaie ou de la liquidité ;
- exclure l'effet des facteurs qui influent sur ces prix de marché observables, mais pas sur les flux de trésorerie futurs des contrats d'assurance.

Concernant les caractéristiques des flux de trésorerie, la norme fait la distinction entre les contrats d'assurance. Ceux dont les flux de trésorerie varient en fonction des rendements d'éléments financiers sous-jacents et ceux dont les flux de trésorerie ne varient pas en fonction des rendements d'éléments financiers sous-jacents. Pour les contrats rentrants dans le premier cas, le paragraphe B74(b) demande à ce que les taux utilisés pour l'actualisation des flux de ces contrats tiennent compte de cette variabilité. Tandis que pour les contrats du second groupe, les paragraphes B80 à B85 de la norme établissent deux approches pour déterminer les taux à utiliser. Ces approches font l'objet de la section 2.3.2.

Toutefois, comme le souligne le paragraphe B77 de la norme, l'entité n'est pas tenue de séparer les flux de trésorerie suivant qu'ils varient en fonction ou pas des rendements d'éléments financiers sous-jacents. Auquel cas l'entité doit appliquer les taux appropriés à l'ensemble des flux de trésorerie. Dans ce cas, des techniques de modélisation stochastiques et les méthodes d'évaluations risque neutre peuvent être requises.

Les caractéristiques de liquidité des contrats mentionnées dans le principe 1 sont, considérées du point de vue des clauses intégrées au contrat qui peuvent influencer sur sa liquidité (Frais de sortie, option de rachat, etc.). Cette vision met l'accent sur les évaluations qualitatives de la liquidité des contrats d'assurance [4].

La norme recommande l'utilisation des prix de marché quand c'est possible. Ces données doivent tenir compte des conditions actuelles du marché du point de vue d'un intervenant de ce marché comme le recommande le paragraphe B78(b). Le paragraphe B78(c) recommande qu'un jugement d'expert soit requis pour, apprécier le degré de similitude entre les caractéristiques des contrats d'assurance évalués et, celles de l'instrument pour lequel des prix de marché observables sont disponibles. Un ajustement peut être fait pour traiter des différences relevées.

La norme recommande que les effets des facteurs influençant les prix des instruments financiers utilisés et, qui ne sont pas inhérents aux contrats d'assurance soit exclus de la courbe des taux d'actualisation. Il s'agit principalement du risque de crédit comme sous Solvabilité II. De fait, un retraitement des taux de ce risque, peut être nécessaire afin de ne garder que des facteurs pertinents aux contrats d'assurance. Ce retraitement des facteurs non pertinents constitue le coeur de l'approche descendante recommandée par la norme.

2.3.2.2 Approches de construction des courbes de taux d'actualisation sous IFRS 17

Sous IFRS 17, aucune méthodologie n'est imposée à l'entité pour construire une courbe de taux. Le choix de la méthodologie est laissé à l'entité. Toutefois, la méthodologie choisie doit être en accord avec l'une des deux approches que préconise la norme : l'approche ascendante ou « Bottom up » et l'approche descendante ou « Top down ».

2.4.2.1 Approche *Bottom up*

Cette approche dite ascendante est décrite au paragraphe B80 de la norme en deux points :

- a) Une courbe de taux sans risque liquide : aucune méthode n'est définie par la norme pour construire une telle courbe. Mais, elle doit être construite à partir d'instruments financiers dont les prix de marché sont observables. Les obligations, les swaps de taux et, tout autre produit de taux peuvent être utilisés à condition de respecter les critères voulus par la norme. Un ajustement peut être fait pour exclure l'effet des facteurs non pertinents avec les flux de trésorerie attendus des contrats d'assurance comme le recommande les principes 2 et 3 ci-dessus. Les facteurs non pertinents ici étant principalement les composantes du risque de crédit. Le paragraphe B79 donne plus de précision. « *Le taux d'actualisation [...] doit refléter la courbe des taux dans la monnaie appropriée d'instruments qui exposent leur porteur à un risque de crédit nul ou négligeable* ».
- b) Un ajustement pour tenir compte des caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance : le paragraphe B79 recommande qu'un ajustement de la courbe des taux sans risque liquide soit fait. Cet ajustement doit tenir compte des différences des caractéristiques de liquidité entre le groupe de contrats d'assurance et celles des instruments utilisés.

« [...] *En effet, les courbes de taux sont fondées sur des instruments négociés sur des marchés actifs que le porteur peut normalement vendre facilement en tout temps sans coût important, alors que certains contrats d'assurance dispensent l'entité de tout paiement avant la survenance des événements assurés ou avant des dates spécifiées.* » (extrait du paragraphe B79 de la norme).

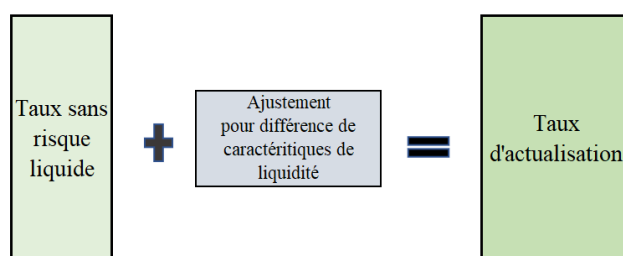


FIGURE 2.3 – Approche bottom up pour la construction de la courbe d'actualisation

2.4.2.2 Approche *Top down*

La description de cette approche dans la norme est faite aux paragraphes B81 à B83, et B85. Elle peut être décrite en trois points :

- a) La courbe des taux de rendement actuels du marché d'un portefeuille d'actif de référence : pour cette approche, la norme permet à l'entité de construire sa courbe de taux d'actualisation en se basant sur les taux de rendements courants d'un portefeuille d'actifs de référence. Ces taux sont implicites à l'évaluation à leurs justes valeurs des actifs de ce portefeuille de référence. Aucune restriction n'est imposée à l'entité quant au choix du portefeuille d'actifs de référence comme l'indique le paragraphe B85. Il serait tout de même dans son intérêt de choisir un portefeuille d'actifs de référence présentant des caractéristiques similaires à celles des contrats. Cette option réduisant le nombre d'ajustement à apporter.
- b) Un ajustement de la courbe des taux de rendements : l'ajustement de cette courbe a pour but d'éliminer les caractéristiques propres aux actifs du portefeuille de référence et qui ne sont pas inhérentes aux contrats d'assurance. Par exemple exclure les primes de risques qui ne sont pertinentes que pour les actifs du portefeuille de référence.
- c) Un ajustement pour tenir compte des différences de caractéristiques de liquidité : Cet ajustement doit refléter les différences de caractéristiques de liquidité entre les actifs du portefeuille de référence et les contrats d'assurances en face²⁴. Cet ajustement n'est pas imposé par la norme. L'entité est libre de ne pas l'appliquer. Il est donc possible que, les courbes de taux d'actualisation obtenues avec cette approche ne soient pas proches de celles obtenues avec l'approche ascendante.

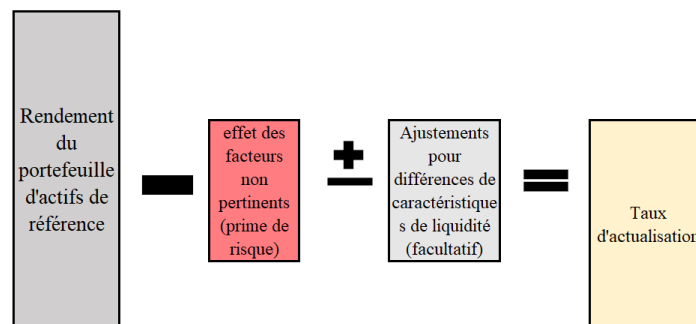


FIGURE 2.4 – Courbe d'actualisation IFRS 17 approche Top down

Que ce soit sous l'approche ascendante ou descendante, la norme recommande que la courbe construite cadre avec les prix de marché observables quand cela est possible. Pour certaines maturités, les taux pourraient ne pas être observés. L'entité peut alors recourir aux techniques d'interpolation et d'extrapolation. Deux méthodes incluant ces deux procédés ont été présentées aux sections 2.2 et 2.2.

Pour ce qui est de l'horizon des données observables sur le marché, pour définir un éventuel dernier point liquide LLP comme sous Solvabilité II, c'est à l'entité de faire le choix. Son choix devrait toutefois dépendre de l'approche choisie. Il se pourrait que pour l'approche descendante

24. Suivant la nature des actifs du portefeuille de référence, l'impact peut être à la hausse ou à la baisse.

par exemple, elle n'en ait pas besoin. Pour son choix, l'entité devrait tout de même tenir compte de la norme qui impose l'utilisation des données de marché. Son dernier point de liquidité devrait être un point pour lequel il existe des données de marché « pertinentes disponibles » pour la construction de la courbe des taux, conformément au paragraphe B78. Pour ce faire, l'entité pourrait se servir des critères suivants [4] :

- la disponibilité des instruments financiers ;
- l'écart acheteur-vendeur ;
- la fréquence des échanges ;
- le volume des échanges.

Conclusion

Dans le présent chapitre, une présentation des courbes de taux et des méthodes permettant d'en construire à l'aide des données de marché a été faite. Ensuite, les cadres réglementaires Solvabilité II et IFRS 17 entourant la construction des courbes de taux d'actualisation pour les assureurs ont été exposés. Il en est ressorti que sous Solvabilité II, les assureurs sont tenus de construire leurs courbes de taux d'actualisation en respectant une méthodologie fournie par le régulateur. Cette méthodologie étant basée sur l'ajout d'une prime de liquidité à une courbe de taux sans risque. La complexité de cette approche reposant sur l'estimation d'une prime de liquidité sur les actifs et son ajustement au passif de l'assureur.

Sous IFRS 17, l'assureur n'est pas tenu de suivre une méthode déjà définie pour construire sa courbe de taux d'actualisation. Mais il doit se référer à deux approches que préconise la norme :

1. Une approche ascendante ou *Top down*. Elle se base sur la détermination de la courbe des taux de rendements d'un portefeuille d'actifs de référence. Cette courbe est ensuite retraitée des facteurs non pertinents propres aux actifs de ce portefeuille qui ne sont pas inhérents aux contrats d'assurance, dont le principal est le risque de crédit.
2. Une approche ascendante ou *Bottom up*. Elle se base sur la détermination d'une courbe de taux sans risque, déterminée avec des instruments de marché ; ajustée ensuite pour tenir compte des différences de caractéristiques de liquidité entre les contrats d'assurance et des instruments utilisés. Quelques méthodes basées sur cette approche font l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 3

Courbe des taux d'actualisation en approche ascendante

Dans ce chapitre, nous présentons différentes méthodes de construction des courbes des taux d'actualisation en approche Bottom-up.

Dans un premier temps nous revenons sur le principe général de cette approche. Il y est question de définir les concepts de l'approche et de justifier pourquoi un ajustement est nécessaire pour tenir compte des caractéristiques de liquidité des contrats d'assurances. Ensuite, nous proposons et comparons deux méthodes de construction des courbes des taux d'actualisation.

3.1 Éléments de base de l'approche Bottom Up

Une courbe de taux d'actualisation en approche ascendante est la somme de deux briques de base : une courbe de taux sans risque et un ajustement qui correspond aux caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance. Cet ajustement est plus connu sous les noms de « prime de liquidité du passif » ou de « prime d'illiquidité du passif ». Seule la dernière appellation est conservée pour la suite.

Courbe de taux sans risque liquide

La courbe des taux sans risque liquide est l'équivalent de la courbe des taux sans risque définie à la section 2.3.1 du chapitre 2, bien qu'il y ait le terme supplémentaire « liquide ». La norme préconise que la courbe des taux construite à partir des instruments de marché soit retraitée du risque de crédit et du risque de liquidité. Le risque de liquidité est abordé et défini ci dessous.

Prime d'illiquidité du passif

Liquidité sur les actifs

Au cours de nos lectures, nous avons noté qu'en finance, plusieurs auteurs définissent *la liquidité d'un actif* comme sa capacité à être converti immédiatement en cash sans perte de valeur.

Les sources de liquidité d'un actif sont identifiées entre autres dans les coûts de transactions, l'écart entre les prix auxquels l'actif serait acheté et vendu à un instant. Les conditions de marché notamment l'offre et la demande sur le marché pour un actif influent également sur sa liquidité. La liquidité d'un actif pour son détenteur serait donc mesurée par la capacité de ce dernier à trouver un acheteur aux prix de marché.

En investissant dans un actif « peu liquide »¹, un investisseur s'expose à une potentielle perte financière suivant les conditions de marché. Si à un moment donné il veut s'en séparer, il se peut qu'il ne trouve pas d'acheteur au prix de vente voulu et soit contraint de baisser le prix pour pouvoir vendre l'actif. D'un point de vu financier, cette perte potentielle représente **un risque de liquidité** pour lequel il veut être rémunéré.

La prime de liquidité ou d'illiquidité d'un actif est alors la rémunération que demande un investisseur pour compenser la faible liquidité de l'actif qu'il acquiert. Cette prime correspond à la rémunération au risque de liquidité. Un actif jugé « plus liquide » qu'un autre aura donc un prix plus élevé.

Dans la littérature, certaines études comme celles de Amihud et Mendelson (1986), Constantinides (1986), Huang(2003), Gârleanu(2009) ont mis en évidence l'existence de la liquidité et son impact sur le prix d'un actif au travers de la prime de liquidité.

Risque de liquidité pour les assureurs

Pour un assureur, le risque de liquidité correspond au risque de ne pas faire face à ses engagements du fait d'une impossibilité de vendre ses actifs, notamment en cas de vague de rachats ou de prestations à payer très importante².

Le risque de liquidité pour un assureur est donc lié au risque de liquidité sur ses actifs. Dans ce cas particulier, ce risque surviendrait en raison des mouvements au niveau de son passif.

Illiquidité des passifs en assurance

S'il est logique de supposer que la définition de la liquidité pour les actifs est la même pour les passifs, cela pose un problème pour le secteur assurantiel. En effet, très peu sont les transactions observées entre les acteurs sur le marché de l'assurance pour fournir une mesure fiable de la liquidité. Comment mesure t-on alors dans ce cas la liquidité des passifs ? La prime d'illiquidité des passifs serait-elle la même que pour les actifs pour le cas des compagnies d'assurances ?

Une définition de *l'illiquidité des passifs d'assurance* a été proposée par l'EIOPA. Pour l'EIOPA, « les passifs d'assurance sont considérés comme illiquides sur une certaine période lorsqu'ils permettent à l'assureur de détenir ses actifs sur cette période avec un très faible risque d'être forcé à les vendre. Cette propriété dépend du moment et de la prévisibilité des flux de trésorerie du passif qui sont à leur tour influencés par les caractéristiques du produit telles que les options de rachat » (EIOPA, 2019).

Avec cette définition du régulateur, un assureur va considérer que son passif est illiquide s'il lui permet d'investir à long terme avec un faible risque de se séparer de ses actifs avant leurs

1. Certains auteurs parlent d'actif illiquide.

2. Rapport sur la solvabilité et la situation financière, CNP Assurances, 2021.

termes. Par ailleurs, la propriété de prévisibilité des flux du passifs que relève cette définition est en accord avec le paragraphe B79 de la norme IFRS 17.

Dans ce cas, si un passif illiquide évite à l'assureur de vendre ses actifs avant leur maturité, alors le risque de liquidité sur l'actif est-il pour autant plus faible ? Autrement, de cette définition peut-on dire que plus le passif d'un assureur est illiquide moins il est exposé au risque de liquidité ? Si oui, d'où proviendrait la prime d'illiquidité des passifs ? Est ce de la prime de liquidité que demanderait l'assureur pour investir dans un actif illiquide ?

Prime d'illiquidité du passif

Ici, nous nous intéressons à la raison pour laquelle il faut ajuster la courbe des taux sans risque d'une prime d'illiquidité des passifs pour actualiser les flux futurs des prestations de l'assureur. Sous solvabilité II l'utilisation du VA à ajouter au taux sans risque pour l'actualisation des flux du passif est justifiée par le régulateur comme un outil de lissage des fonds propres. Sous IFRS 17, en dehors des recommandations de la norme, aucune explication claire n'est fournie pour justifier l'ajustement de la courbe des taux sans risque pour prendre en compte les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance.

Notons aussi que, certains académiques comme Mario V. Wüthrich[1] et praticiens comme, Philipp Keller [26] étaient déjà contre l'utilisation d'un ajustement pour la correction de la volatilité pour l'actualisation des flux du passif. Dans un article paru en 2011, Mario V. Wüthrich[1] estime que l'ajout d'une prime au taux sans risque pour l'actualisation des flux du passif permet à l'assureur de récupérer des gains futurs côté actif à l'instant présent, et de porter un risque résiduel jusqu'à maturité sans rémunération ; ce qui va à l'encontre d'une valorisation « market consistent ». De même, Keller pense que l'ajout d'une prime d'illiquidité à la courbe des taux sans risque pour actualiser les flux futurs des engagements de l'assureur repose sur des arguments de détention d'actifs jusqu'à échéance qui sont incompatibles avec une évaluation cohérente avec le marché.

Dans ce travail, il est supposé conformément à la définition de l'EIOPA que plus le passif de l'assureur est illiquide, alors moins l'assureur est exposé à un risque de liquidité. Dans une stratégie d'investissement « buy and hold » où l'assureur a l'intention de détenir ses actifs jusqu'à leur maturité, l'assureur bénéficie alors d'une prime pour le risque de liquidité côté actif, qui est diminué voir annulé par l'illiquidité de son passif.

Pour illustrer, considérons le cas d'un assureur vie dont les engagements sont longs. Il n'est pas toujours possible qu'il trouve sur le marché financier des actifs avec des maturités aussi longues que ses engagements. Considérons que la durée moyenne de son passif soit D_p et celle de son actif D_a avec $D_a \leq D_p$. La durée de l'actif est choisie très proche de celle du passif, car il est important pour les assureurs de réduire autant que possible le gap de durée entre leurs actifs et leurs passifs.

Supposons que le passif soit parfaitement illiquide c'est-à-dire que les prestations dues sont versées uniquement à échéance du passif. Autrement, l'assureur n'a aucune raison de se séparer de ses actifs tant que leurs rendements lui permettent de couvrir ses engagements. Alors durant la période D_a , les changements sur la liquidité du marché affectent la valeur de ses actifs.

Ces fluctuations créent une volatilité artificielle des fonds propres du côté du passif. En effet, les fonds propres sont déterminés comme l'excédent de valeur de marché des actifs sur les provisions techniques. Les actifs étant valorisés à leurs valeurs de marché, la valeur totale des actifs à un instant tient compte des éventuelles décotes de liquidité sur le marché dues aux effets conjoncturels de court terme. Or, le passif illiquide de l'assureur le rend moins sensible à ces variations dans la mesure où son passif lui permet de détenir ses actifs jusqu'à maturité. On considère alors que le passif de l'assureur annule le risque de liquidité pour lequel il est rémunéré à l'actif. La prime pour ce risque est donc perçue comme un gain dû à l'illiquidité de son passif et peut-être comptabilisée en fonds propres pour l'assureur. C'est cette prime que nous désignerons par ***prime d'illiquidité du passif***. Or, l'ajout de cette prime à la courbe d'actualisation des engagements futurs de l'assureur conduit à baisser les provisions et donc à augmenter les fonds propres. Dans la suite, la prime d'illiquidité du passif sera alors estimée à partir de la prime de liquidité sur les actifs.

Dans le principe, cet ajustement a un effet sur les fonds propres comme la méthode de correction pour la volatilité de Solvabilité II. Les méthodes utilisées sous Solvabilité II peuvent donc être vues comme des méthodes *bottom up*.

Les méthodes de l'approche *bottom up* qui seront présentées dans la suite consisteront donc, à construire une courbe de taux sans risque, ensuite à estimer d'une prime de liquidité sur les actifs de l'assureur, et de l'ajuster ensuite comme prime d'illiquidité sur le passif. En tenant compte des caractéristiques de liquidités des contrats d'assurance et du gap de duration entre l'actif et le passif.

Dans cette partie, différentes méthodes seront implémentées pour construire la courbe des taux d'actualisation aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022. Deux dates sont considérées pour mesurer dans la suite l'impact de l'environnement économique sur les engagements d'un assureur. En effet les courbes au 31/12/2021 sont construites dans un contexte de taux bas tandis que les courbes au 30/06/2022 sont construites dans un environnement où on observe une remontée du niveau des taux.

3.2 Courbes des taux d'actualisation de l'EIOPA

L'EIOPA publie mensuellement sur son site une courbe des taux sans risque, le terme de correction pour la volatilité VA et la courbe des taux d'actualisation sont fournis par le régulateur.

Pour la France, le VA déterminé par le régulateur au 31/12/2021 est de 3 bps contre 25 bps au 30/06/2022. Pour ces différentes dates, l'EIOPA a déterminé les taux ultimes (UFR) vers lesquels convergent les taux extrapolés avec la méthode de Smith Wilson. L'UFR est déterminé par l'EIOPA à 3,6% pour la première date contre 3,45% pour la seconde.

La différence observée sur le VA entre les deux années peut s'expliquer par la constitution du portefeuille de référence utilisé par le régulateur aux deux dates et la différence entre le niveau des taux sur les deux dates.

La figure 3.1 montre les courbes des taux d'actualisation fournies par le régulateur avec la méthode de correction pour volatilité aux différentes dates. Pour les deux graphiques, les mé-

thodes d'extrapolation sont celles de Smith Wilson (SW) et du First Smoothing Point (FSP)³. Par ailleurs, la courbe des taux sans risque et la courbe des taux d'actualisation au 31/12/2021

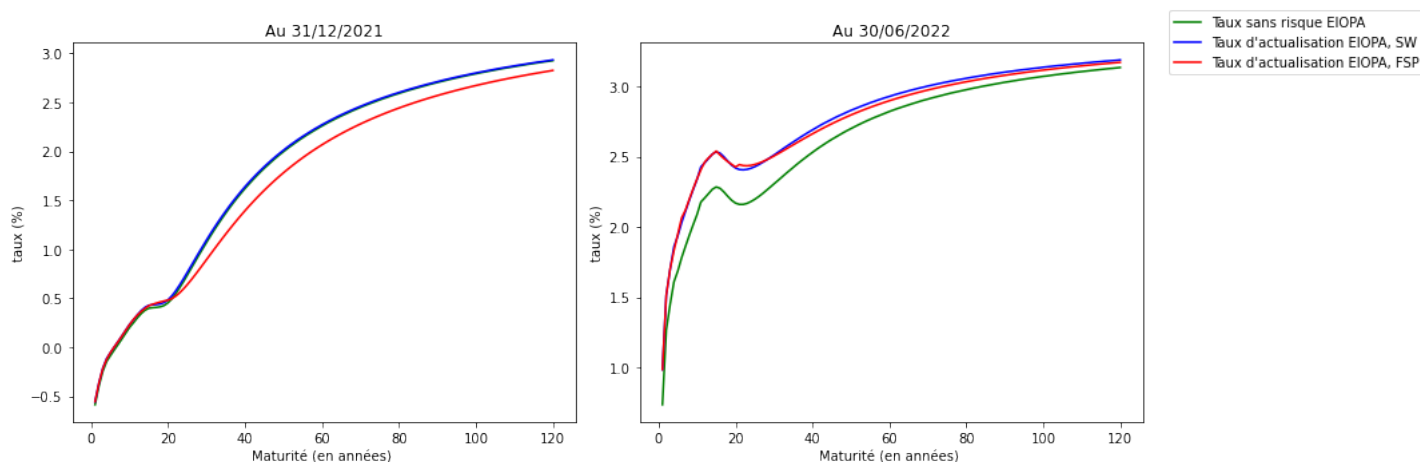


FIGURE 3.1 – Courbes des taux de l’EIOPA avec Smith Wilson aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022

sont quasiment identiques en raison de la faible valeur du terme de correction pour la volatilité. On note aussi qu’au delà de la maturité 20 ans, les courbes extrapolées avec la méthode du FSP sont plus basses que celles extrapolées avec la méthode de Smith Wilson. Ceci s’explique par le fait que la méthode du FSP tient compte des taux observés au delà du dernier point considéré comme liquide par l’EIOPA.

3.3 Méthode du K-spread

Pour cette méthode, nous commençons par choisir une courbe de taux comme référence pour la courbe des taux sans risque. Ensuite, nous présentons la méthode retenue ici pour le calcul de la prime d’illiquidité sur les passifs.

3.3.1 Choix de la courbe des taux sans risque

Pour la courbe des taux sans risque, à défaut de choisir la courbe de taux sans risque fournie par l’EIOPA, on peut se ramener au choix de la courbe des taux zéros coupons des obligations de l’Etat Allemand ou « bunds ». Ce choix se justifie par les raisons suivantes :

- auprès des agences de notations, l’Allemagne bénéficie d’une excellente note de crédit. Pour chacune des trois agences⁴, son rating correspond à l’appréciation maximale ;
- d’après une étude de Standard & Poor’s [6], le taux de défaut cumulé pour les états de rating AAA est nul sur la période de 1993 à 2020⁵.

3. Les courbes extrapolées avec la méthode du FSP avec un LLP à 20 ans, sont obtenues avec un outil mis sur pied par Mazars Actuariat

4. Moody’s, Standard & Poor’s et Fitch

5. L’Allemagne bénéficiant de ce rating sur toute cette période

— l'Allemagne est la plus grande économie de la zone euro et l'un des trois plus grands marchés de la dette publique de la zone euro en termes de valeur nominale en circulation, avec la France et l'Italie[18].

Au vu de ces raisons, nous estimons donc qu'en plus d'être un marché profond et liquide pour la zone euro, les « bunds » exposent leurs porteurs à un risque de crédit nul ou négligeable. Ce choix paraît judicieux vis-à-vis du paragraphe B79 de la norme évoqué dans 2.3.2.

Pour la reconstitution de la courbe des taux à partir des « bunds » aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022, la partie liquide de la courbe est extraite du terminal Bloomberg. Les maturités disponibles sur le terminal sont 3 mois, 6 mois, et en années de 1 à 10,15,20, 25 et 30 ans.

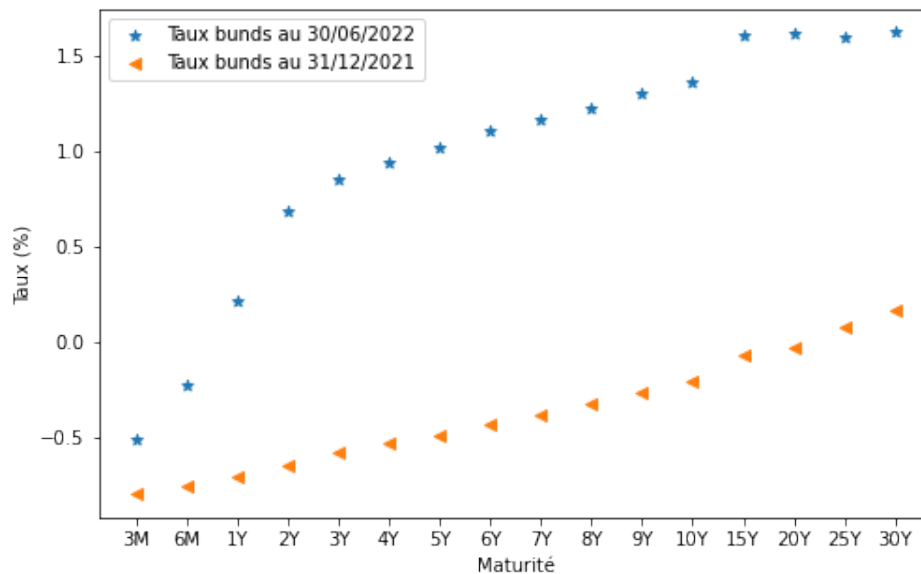


FIGURE 3.2 – Courbe des taux zéros coupons des bunds

La courbe observée au 31/12/2021 est très basse par rapport à celle observée au 30/06/2022, elle présente même des taux négatifs pour les maturités inférieures à 5 ans. Cette différence entre les deux courbes s'explique par le fait que l'une reflète les taux bas observés durablement sur la dernière décennie tandis que l'autre reflète la remontée des taux qui s'observe actuellement.

Interpolation et extrapolation

Pour l'interpolation et l'extrapolation de ces courbes, les méthodes de reconstitution choisies sont celles de Nelson Siegel (NS) et Nelson Siegel Svensson (NSS). Ces choix se justifient de part la capacité de ces modèles à reproduire les courbes observées sur le marché, l'interprétation économique de leurs paramètres et, aussi parce que ces deux modèles de taux d'intérêt sont des plus populaires parmi les praticiens du marché et les régulateurs[3]. Par ailleurs, l'analyse graphique des courbes observées sur la figure 3.2 montre que, la courbe observée au 31/12/2021 ne présente aucune bosse particulière. Les modèles NS et NSS peuvent être utilisées pour reconstruire la courbe à cette date. Pour la courbe observée au 30/06/2022, une première bosse est observée entre les maturités de 1 an et 3 ans et, une seconde entre 10 ans et 20 ans. Pour cette courbe, les modèles de NS et NSS seront testés.

3.3.2 Prime d'illiquidité du passif

Dans cette section, on commence par déterminer la prime de liquidité sur la partie obligataire du portefeuille de l'assureur. Pour ce faire, dans un premier temps, une prime de liquidité sera déterminée sur les obligations souveraines de rating AAA. Ensuite à l'aide d'hypothèses que nous ferons, cette prime sera ajustée pour obtenir la prime de liquidité sur les obligations souveraines et corporates restantes.

3.3.2.1 Prime de liquidité sur les obligations

Cette section s'inspire fortement des travaux des auteurs de Jacob Ejsing et Al [15] et Krista Schwarz [18] .

L'idée est de décomposer le rendement $y_t^{i,j}$ à l'instant t d'une obligation j de l'émetteur i selon l'équation 3.1.

$$y_t^{i,j} = r_t + \text{spread_credit}_t^i + LP_t^{i,j} \quad (3.1)$$

Avec :

- r_t le taux sans risque à l'instant t ;
- spread_credit_t^i la prime pour le risque de défaut de l'émetteur i à l'instant t ;
- $LP_t^{i,j}$ la prime de liquidité pour le titre j de l'émetteur i à l'instant t .

Pour identifier la composante LP_t sur un titre émis, Jacob Ejsing et Al [15] et Krista Schwarz [18] supposent d'une part que la qualité de crédit est spécifique à un émetteur, tandis que les caractéristiques de liquidité d'un titre qu'il émet sont spécifiques à ce titre. L'autre hypothèse, faite est que les changements dans la qualité de crédit perçue devraient, toutes choses égales par ailleurs, influencer toutes les obligations du même émetteur de la même manière (pour une échéance donnée), alors que les variations de la liquidité peuvent faire varier le prix de certaines obligations. Ces hypothèses sont reprises dans le cadre de ce travail.

Sous ces hypothèses, la différence entre les rendements de deux titres émis par un même émetteur serait égale à la différence des primes de liquidité de ces titres.

En considérant alors la courbe des taux zéro coupons des obligations allemandes comme la courbe des taux sans risque, il suffirait de trouver un autre titre émis par l'Etat Allemand pour avoir une mesure de la prime de liquidité. Pour ce faire, Jacob Ejsing et Krista Schwarz considèrent les obligations émises par la *Kreditanstalt für Wiederaufbau (KfW)*. La KfW est une banque de développement allemande, elle est détenue à 80% par l'Etat fédéral Allemand et à 20% par les états fédérés[12]. Les obligations qu'elle émet sont explicitement garanties par la république fédérale d'Allemagne[15], ces obligations bénéficient également du même traitement des taxes que les « bunds » et les deux catégories d'obligations ont une pondération de risque nulle identique pour déterminer les ratios de capital de Bâle II [15],[12]. Pour ces différentes raisons, Jacob Ejsing et Krista Schwarz considèrent alors la différence entre les taux zéros coupons de ces obligations comme une mesure de la prime de liquidité. Cette différence est appelé « K-spread » par Krista Schwarz.

La figure 3.3 représente les courbes des taux zéro coupons bunds, des taux zéro coupons de la KfW et des K-spread aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022. Les courbes des taux zéros

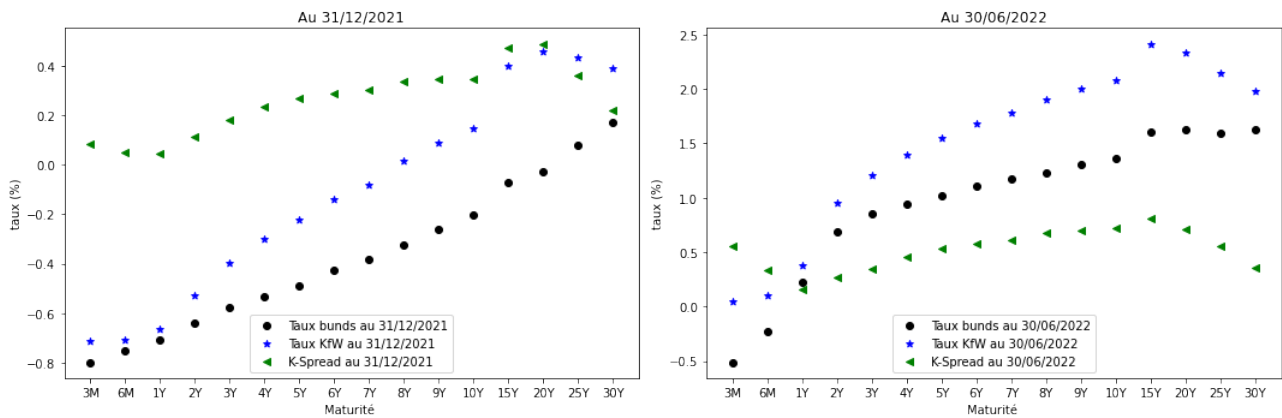


FIGURE 3.3 – Courbe des taux zéros coupons et du K-spread

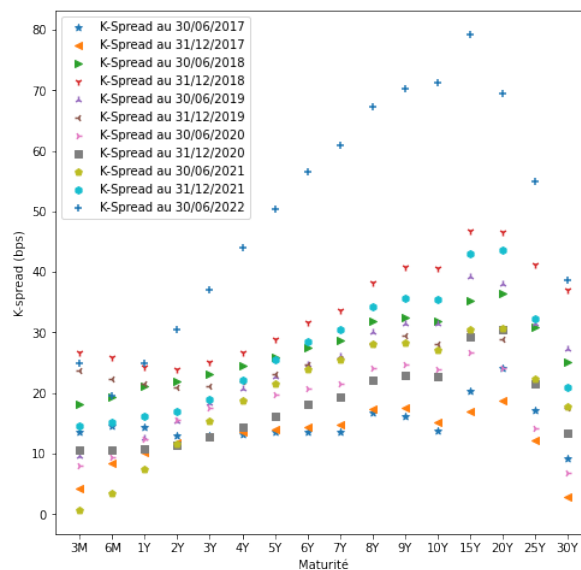


FIGURE 3.4 – Historique du K-spread sur quelques dates

coupons de la KfW utilisées à ces dates ont été extraites du terminal Bloomberg. Les maturités sont les mêmes que celles des « bunds ».

L'analyse des courbes du k-spread sur la figure 3.3 montre que les deux courbes ont globalement la même tendance. Pour une meilleure comparaison entre les courbes du k-spread d'une date à une autre, un petit historique est représenté sur la figure 3.4

L'analyse de la figure 3.4 montre globalement que les courbes du K-spread sur l'historique considéré ont la même allure. On note qu'à l'exception de la courbe du 30/06/2022, toutes les autres semblent évoluer dans les bornes de 0 bps à 45 bps. Un autre constat est fait sur la volatilité de la courbe d'une date à une autre avec des écarts qui sont souvent très élevés pour la même maturité d'une date à une autre. Par exemple, pour la maturité de 3 mois, entre les courbes au 31/12/2021 et au 30/06/2022 l'écart est de 11 bps, tandis que pour les mêmes courbes l'écart est de 36 bps pour la maturité 10 ans. Cette différence peut s'expliquer par le contexte économique qui diffère d'une période à une autre. Cette volatilité peut donc être due à des effets conjoncturels. On observe aussi que pour plusieurs dates, le K-spread

est déjà élevé pour les petites maturités⁶. Intuitivement, on s'attend à ce que la prime de liquidité ne soit pas aussi grande pour des maturités aussi petites comme le suggère la courbe du 30/06/2021. Une croissance jusqu'à la maturité de 15 ans est observée sur toutes les courbes de l'historique, ce résultat n'est pas surprenant. En effet, il est logique que la prime de liquidité demandée par un investisseur soit croissante avec la maturité. Car plus la maturité est grande, plus grande est l'incertitude. Par ailleurs, l'allure des courbes du K-spread au delà de 15 ans semble ne pas correspondre à cette idée. On observe en effet une décroissance sur les courbes pour les maturités au delà de 15 ans. Or dans une stratégie de « *buy an hold* » qu'utiliseraient les assureurs en supposant leurs passifs « illiquides », en détenant les actifs jusqu'à leurs maturités, il serait logique que la prime de liquidité demandée soit croissante avec la maturité. Cette idée est reprise par *Paul Van Loom et Al* [19] dans leurs travaux.

Les remarques évoquées ci-dessus, nous amènent à considérer qu'un retraitement du K-spread est nécessaire avant qu'il ne puisse être utilisé par une entité. Pour ce faire, une méthodologie est proposée ci dessous.

Retraitement du K-spread

Pour gommer la volatilité observée d'une date à une autre qui serait éventuellement liée aux effets conjoncturels, pour chaque date, la courbe est remplacée par la courbe obtenue en prenant pour chaque maturité m la moyenne des K-spread observés à la fin de chaque trimestre sur un historique de deux ans. Par exemple, pour la courbe du K-spread au 30/06/2022, on considère les courbes observées à chaque fin de trimestre du 30/06/2020 au 30/06/2022, puis pour chaque maturité, la moyenne des observations est retenue comme K-spread correspondant à la maturité.

Pour la croissance de la courbe du K-spread avec la maturité, on impose une forme fonctionnelle au K-spread. Pour cela, comme J. Huston McCulloch [2], on choisit la fonctionnelle

$$K_t = b(1 - e^{-at}) \text{ avec } a, b \geq 0. \quad (3.2)$$

avec K_t le K-spread pour la maturité t . Le choix de cette fonctionnelle est discutable. Toutefois, nous conservons cette fonction pour les raisons suivantes :

- c'est une fonction simple de deux paramètres ;
- elle vérifie la propriété de croissance du K-spread avec la maturité ;
- elle donne des primes de liquidité proche de zéro pour des maturités très courtes ;
- de plus, le coefficient b a une interprétation économique. Il représente le K-spread pour les maturités longues, on évite ainsi d'avoir des valeurs invraisemblables de la prime de liquidité pour les maturités trop grandes.

Les paramètres a et b sont obtenus en résolvant le problème de minimisation 3.3

$$\min_{\beta} \sum_m (K_m^{obs} - b(1 - e^{-am}))^2 \text{ avec } m \text{ parcourant les maturités observées.} \quad (3.3)$$

Le problème 3.3 est non linéaire en a pour ??, la résolution sera faite à l'aide d'un algorithme

6. 14,6 bps à 3 mois au 31/12/2021 contre 25 bps pour la même maturité au 30/06/2022.

génétique. Avec la forme du K-spread choisie en 3.2, la valeur de b représente la valeur du K-spread pour les maturités grandes.

Le tableau 3.1 présente les valeurs de a et b obtenues pour différentes dates, et la figure 3.5 les courbes du K-spread obtenues après les retraitements⁷.

Date	a	b	$\sum_m (K_m^{obs} - b(1 - e^{-am}))^2$
31/12/2021	0,575	0,264	0,034
30/06/2022	0,367	0,325	0,0131

TABLEAU 3.1 – Coefficients a , b estimés avec la fonctionnelle 3.3

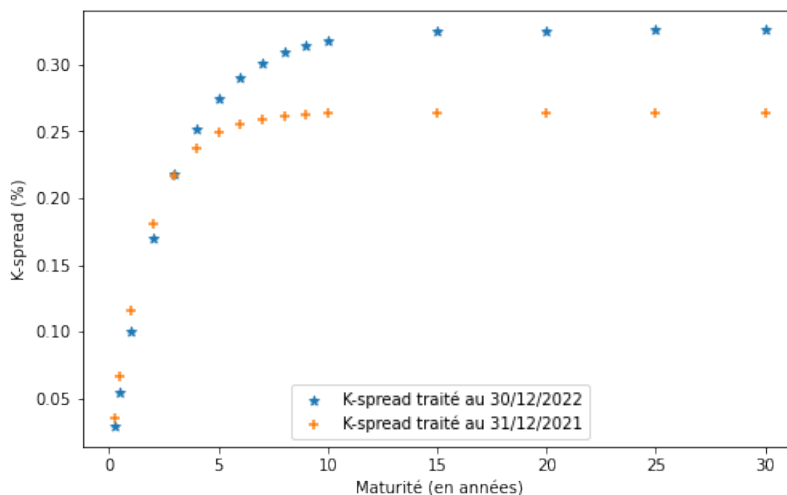


FIGURE 3.5 – Courbes du K-spread retraitées

L'analyse de la figure 3.5, montre que pour les deux courbes, la prime de liquidité n'est plus très élevée pour les petites maturités. Pour les maturités inférieures ou égales à 5 ans, ces primes sont très proches. Par ailleurs, au delà de 5 ans les courbes commencent à s'écarter l'une de l'autre en convergent chacune vers une asymptote correspondant à la prime de liquidité de long terme. On note aussi que l'écart entre les deux courbes n'est plus aussi volatile comme observé sur la figure 3.3 et reste en dessous de 10 bps pour les grandes maturités.

Si pour Krista Schwarz [18], le K-spread représente la prime de liquidité sur le marché des obligations souveraines de la zone euro, pour Jacob Ejsing et Al [15], il représente la prime de liquidité sur les obligations allemandes. Cette différence conduit alors à deux utilisations possibles du K-spread. Dans un premier temps, une première méthode est présentée avec le K-spread vu comme un proxy de la liquidité globale du marché des obligations souveraines de la zone euro. Ensuite, une deuxième méthode sera présentée dans laquelle le K-spread sera vu comme une mesure de la prime de liquidité sur les obligations allemandes comme dans [15], mais aussi comme un proxy de la prime de liquidité sur les obligations souveraines de la zone euro dont les émetteurs bénéficient du rating AAA.

Pour ce faire, les hypothèses suivantes sont faites :

— Hypothèse 1 : À caractéristiques égales⁸, les obligations gouvernementales sont plus li-

7. Les retraitements pour chaque date sont présentés en Annexe 3 sur les figures 3.1 et 3.2.

8. rating, maturité, etc

quides que les obligations d'entreprises. Par conséquent, la prime de liquidité est plus grande pour les obligations d'entreprises. Cette hypothèse est en accord avec les idées exprimées par Holmstrom et Tirole (1998), Longstaff (2004) et Krishnamurthy Vissing-Jorgensen (2012) ;

- Hypothèse 2 : la liquidité diminue lorsqu'on passe d'une classe de rating supérieure à une classe de rating inférieure. Cette hypothèse est soutenue par les résultats de Chen et Al [30], Clara Galliani et Al [29].

Ces hypothèses se fondent sur l'idée selon laquelle la perception de la qualité de crédit d'un émetteur influence sur la liquidité de ses titres. Plus l'émetteur est risqué, plus le détenteur de son titre aura du mal à s'en débarrasser s'il décide de revendre le titre avant sa maturité.

Méthode 1

Le K-spread ici représente la prime de liquidité globale du marché des obligations souveraines de la zone euro. Pour la partie obligataire du portefeuille de l'assureur, il reste à déterminer la prime de liquidité sur les obligations d'entreprises.

En se basant sur l'hypothèse 1, une bonne estimation de la prime de liquidité globale pour les obligations d'entreprises de la zone euro peut être obtenue en majorant le K-spread. On peut donc estimer cette prime de liquidité pour une maturité t par :

$$K_t + \epsilon, \epsilon \geq 0$$

avec K_t le K-spread pour la maturité t .

Dans leur études, Frank de Jong (2005)[16], Scott Joslin et Al (2021)[30] ont respectivement estimé à 45 bps et 33 bps la prime de liquidité pour les obligations corporates de notation supérieure. Au vu de leurs résultats et des courbes du K-spread de la figure 3.5, il paraît judicieux de limiter la majoration ϵ du K-spread à 10 bps.

En notant par w_{corp} et w_{gov} les poids des obligations d'entreprises et gouvernementales dans le portefeuille de l'assureur, la prime de liquidité pour une maturité t sur la partie obligataire de ses actifs est donnée par la formule 3.4.

$$LP_t^{ob} = w_{gov} \times K_t + w_{corp} \times (K_t + \epsilon) \quad (3.4)$$

Pour tenir compte des autres actifs dans le portefeuille, comme dans la nouvelle formule de l'EIOPA, on multiplie la prime obtenue sur la partie obligataire par le coefficient $\frac{1}{w_{gov} + w_{corp}}$. On obtient alors la prime de liquidité sur les actifs pour une maturité t par :

$$LP_t = \frac{1}{w_{gov} + w_{corp}} \times LP_t^{ob} = \frac{w_{gov}}{w_{gov} + w_{corp}} \times K_t + \frac{w_{corp}}{w_{gov} + w_{corp}} \times (K_t + \epsilon) \quad (3.5)$$

Pour une maturité t , on peut maintenant déterminer la prime d'illiquidité à ajouter au taux sans risque pour l'actualisation des flux du passif. Comme le recommande la norme, cet ajustement doit tenir compte des caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance. Les poids correspondants aux caractéristiques de liquidités sont présentés dans le tableau 2.1. Pour

l'ajustement, la moyenne géométrique w_p de ces poids est calculée. La prime d'illiquidité pour les passifs IP_t est finalement calculée comme :

$$IP_t = w_p \times LP_t = w_p \times \left(\frac{w_{gov}}{w_{gov} + w_{corp}} \times K_t + \frac{w_{corp}}{w_{gov} + w_{corp}} \times (K_t + \epsilon) \right) \quad (3.6)$$

Méthode 2

Ici, le K-spread est considérée comme une mesure de la prime de liquidité sur les obligations allemandes. Dans [15], Jacob Ejsing et Al (2012) veulent mesurer la prime de liquidité sur les obligations souveraines de l'Allemagne et de la France. Pour les obligations allemandes, ils calculent la prime de liquidité en utilisant le K-spread ; pour la France, l'idée est la même. La prime de liquidité est déterminée en considérant la différence entre les taux zéros coupons des obligations de l'État français (les OAT) et leurs homologues moins liquides qui sont les obligations de la Caisse d'Amortissement de la Dette Sociale (CADES). La CADES est une entité publique détenue par l'État français qui garantit ses obligations en cas d'insolvabilité et, qui offre un soutien en matière de liquidités en cas de besoin[15]. Le risque de crédit est donc le même pour les OAT et les obligations de la CADES car l'émetteur est le même. La différence entre les taux zéros coupons de ces obligations est donc une bonne mesure de la prime de liquidité sur les obligations françaises.

La figure 4.8 montre les primes calculées par Jacob Ejsing et Al avec ces méthodes entre 2006 et 2012 pour la maturité de 5 ans. L'analyse de cette figure montre que sur la période, la prime calculée sur les obligations françaises reste toujours supérieure à celle calculée sur les obligations allemandes. On observe par ailleurs des pics sur les deux courbes autour de 2009, sûrement dûs à la crise financière de cette année. On retient donc de cette analyse que le K-spread reflète par construction, la prime de liquidité des obligations souveraines allemandes. L'écart observée sur les deux courbes peut aussi s'expliquer par le fait que l'Allemagne bénéficie d'une meilleure note de crédit que la France auprès des agences de notations⁹.

9. L'Allemagne et la KfW bénéficient toutes deux du rating AAA chez S&P tandis que La France et le CADES pour la même agence bénéficient du rating AA

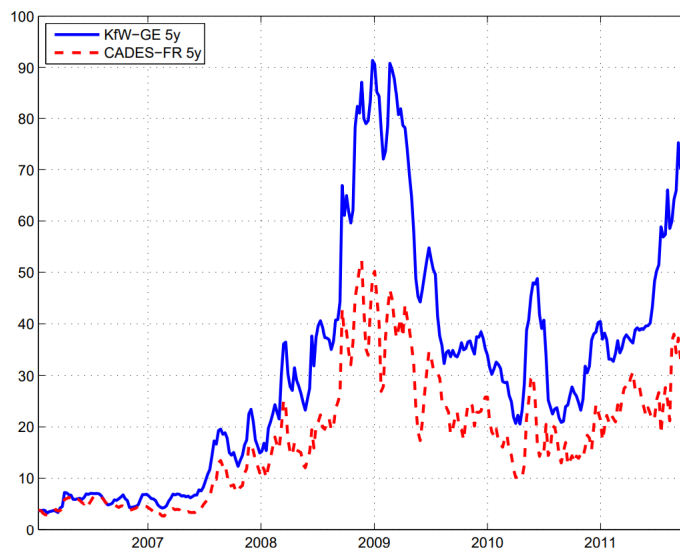


FIGURE 3.6 – Prime de liquidité sur les OAT et les bunds, *Source* :[15], page 14.

À la suite de cette analyse, dans cette méthode, le K-spread est considéré comme une mesure de la prime de liquidité des « bunds » allemands, mais aussi comme une bonne estimation de la prime de liquidité sur les obligations souveraines de la zone euro dont les émetteurs bénéficient du rating AAA.

Avec les hypothèses 1 et 2, pour une maturité t , on peut estimer la prime de liquidité pour une obligation de rating r connu, par :

$$\begin{cases} LP_t^r = K_t + \alpha^r & \text{Si c'est une obligation gouvernementale de rating } r \\ LP_t^r = K_t + \beta^r & \text{Si c'est une obligation d'entreprise de rating } r \\ \alpha^r \leq \beta^r, \alpha^r = 0 & \text{Si } r = \text{AAA} \end{cases} \quad (3.7)$$

En notant par w_{corp}^r et w_{gov}^r les poids des obligations d'entreprises et gouvernementales dans le portefeuille de l'assureur de rating r , la prime de liquidité sur la partie obligataire du portefeuille de l'assureur peut être estimée par :

$$LP_t^{ob} = \sum_r \left(w_{gov}^r \times (K_t + \alpha^r) + w_{corp}^r \times (K_t + \beta^r) \right) \quad (3.8)$$

La prime d'illiquidité à ajouter au taux sans risque pour actualiser les engagements de l'assureur est alors donnée par :

$$IP_t = \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} \times LP_t^{ob} = \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} \times \sum_r \left(w_{gov}^r \times (K_t + \alpha^r) + w_{corp}^r \times (K_t + \beta^r) \right) \quad (3.9)$$

avec w_p , w_{gov} et w_{corp} ayant les mêmes significations que dans 3.6.

Si l'assureur dispose de plusieurs obligations de différents ratings, la formule 3.8 peut s'avérer un peu trop calculatoire. Par ailleurs, le choix des majorations α^r, β^r peut s'avérer fastidieux pour chaque rating et pour chaque type d'obligation. Une simplification serait de considérer une

majoration constante pour chaque type d'obligation. Dans ce cas, la formule 3.9 se simplifierait en 3.10

$$IP_t = \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} (w_{gov} \times (K_t + \alpha) + w_{corp} \times (K_t + \beta)) \text{ avec } 0 < \alpha \leq \beta. \quad (3.10)$$

Variantes des méthodes 1 et 2

Dans les méthodes 1 et 2 présentées ci-dessus, la prime d'illiquidité à ajouter au taux sans risque est dynamique. Pour chaque maturité, elle est donnée en fonction des poids des actifs obligataires du portefeuille de l'assureur et, d'un poids moyen qui reflète les caractéristiques de liquidité de ses contrats d'assurance. Or dans la section 3.1, il a été souligné que les engagements de l'assureur ont des durations très souvent différentes de celles des actifs qui leurs sont adossés. De fait, vu que c'est l'illiquidité du passif qui diminue son exposition au risque de liquidité sur l'actif, pour déterminer la prime de liquidité à ajouter au taux sans risque pour actualiser ses flux futurs du passif, on peut tenir compte de la duration de son actif et de son passif.

Supposons par exemple que l'assureur ait un passif d'une durée D_p auquel est adossé un actif de durée D_a . On suppose le passif totalement illiquide, de sorte que l'assureur ne soit pas obligé de revendre son actif avant l'échéance du passif.

- Si $D_a \leq D_p$ alors, le passif annule totalement le risque de liquidité pris par l'assureur sur l'actif. La prime d'illiquidité du passif qui correspond dans ce cas à la totalité de la prime pour le risque de liquidité côté actif est donc celle qui correspond à la prime reçu par l'assureur pour compenser son manque de liquidité dû à son investissement sur la période de longueur D_a .
- Si $D_p \leq D_a$ avec un raisonnement analogue, la prime d'illiquidité du passif correspond à la prime reçu par l'assureur pour compenser son manque de liquidité dû à son investissement sur la période de longueur D_p .

En notant par m le minimum entre les durations moyennes de l'actif et du passif, ou encore le bon compromis¹⁰ entre les durations de son actif et de son passif, une idée serait de considérer comme avec la méthode du VA de l'EIOPA de déterminer la prime d'illiquidité comme un terme additif constant. Ce terme correspondrait à la prime de d'illiquidité obtenue avec les formules 3.10 et 3.6 pour la maturité fixée à $t = m$.

Une fois la prime d'illiquidité du passif déterminée pour une maturité t observée, le taux d'actualisation r_t^a correspondant est donné comme la somme du taux sans risque r_t et la prime d'illiquidité IP_t correspondant :

$$r_t^a = r_t + IP_t$$

Pour obtenir les taux correspondants aux maturités non observées, une interpolation et une extrapolation sont faites. Pour ce faire, les méthodes de Nelson Siegel Svenson¹¹ et de Smith Wilson peuvent être considérées.

10. fixé par l'assureur en fonction de ses contrats et de ses actifs

11. La calibration des paramètres étant faite en minimisant l'erreur quadratique moyen entre les taux observés et les taux théoriques à l'aide d'un algorithme génétique. Voir Annexe 1

Avantages et inconvénients des méthodes basées sur le K-spread

Les méthodes basées sur le K-spread ont l'avantage d'être « model free », en effet, elles ne nécessitent pas l'utilisation de modèles particuliers. Elles se basent sur une prime de liquidité obtenue en considérant deux titres dont seules les caractéristiques de liquidité diffèrent. Elles sont assez simples à mettre en oeuvre et flexibles pour son utilisateur, car elles laissent une certaine liberté dans le choix de certains paramètres. Elles se basent sur des hypothèses assez simples. Certaines ont l'avantage de produire des primes de liquidité qui sont dynamiques.

Toutefois, ces méthodes ont l'inconvénient d'estimer la prime de liquidité sur les obligations corporates en se basant sur le K-spread. En effet, il n'y a aucune raison de penser que la liquidité du marché des obligations d'entreprises est semblable à celle des obligations gouvernementales. Par ailleurs, le choix des paramètres α , β et ϵ peut être une tâche difficile. Certaines de ces méthodes ont l'inconvénient de produire une prime de liquidité constante. Par ailleurs, ces méthodes ne mesurent pas la prime de liquidité sur les autres classes d'actifs du portefeuille de l'assureur.

3.4 Méthode basée sur les rendements de marché

Dans cette méthode, la prime de liquidité pour une obligation souveraine ou gouvernementale de rating donné est calculée en fonction du rendement donné par le marché pour son type et son rating.

3.4.1 Choix de la courbe des taux sans risque

À défaut de se contenter de la courbe des taux sans risque de l'EIOPA, la courbe des taux OIS constitue une bonne alternative. Ce choix se justifie par les raisons suivantes :

- Le risque de défaut dans les OIS est négligeable car le principal notionnel n'est pas échangé, ce qui atténue le risque de contrepartie[18] ;
- La composante de liquidité des taux OIS est négligeable, car un swap de taux d'intérêt ne nécessite pas de financement initial. De plus, un OIS est un produit dérivé dont l'offre nette est nulle. En tant que tel, il n'est pas clair si une prime de liquidité serait exigée par le payeur du taux fixe ou le récepteur du taux fixe[18] ;
- Les taux des OIS sont de plus en plus souvent utilisés comme référence de taux sans risque (BRI, 2013) ;

Pour ces différentes raisons, le défaut et la prime de liquidité dans les taux OIS sont négligeables (Brunnermeier, 2009 ; Packer et Baba, 2009)[18].

Pour la reconstitution de la courbe des taux OIS, les données sont extraites du terminal Bloomberg pour les dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022. Les maturités disponibles vont de 1 à 10 ans, puis 11, 12, 15, 30, 35, 40 et 50 ans(cf. Figure 3.7).

3.4.2 Prime d'illiquidité du passif

Pour déterminer la prime d'illiquidité du passif, on commence par déterminer la prime de liquidité de la partie obligataire du portefeuille.

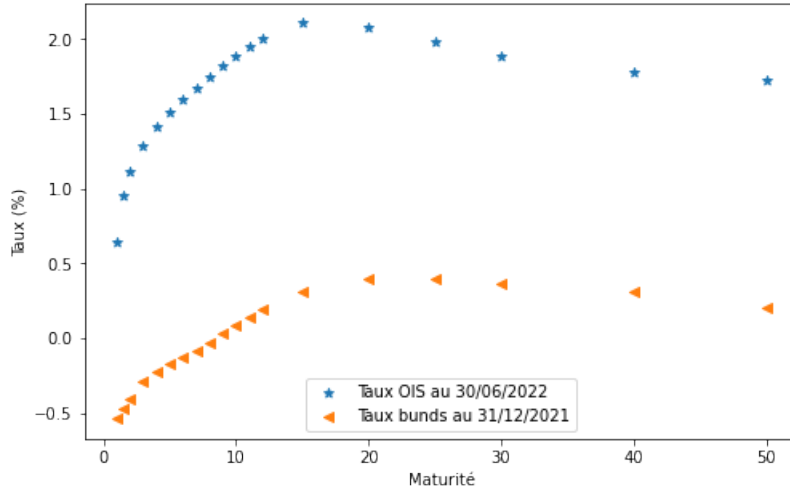


FIGURE 3.7 – Partie liquide courbe des taux OIS

L'idée est toujours de décomposer le rendement d'une obligation suivant une formule similaire à 3.1.

Pour une obligation gouvernementale ou d'entreprise de rating r donné, on récupère sur Bloomberg la courbe des rendements de marché des obligations de ce type et pour ce rating r . Pour chaque maturité t observée, on considère la différence entre le rendement à cette maturité et le taux sans risque. Cette différence correspond d'après la décomposition de la formule 3.1 à la somme entre la prime pour le risque de liquidité et la prime pour le risque de crédit. On estime alors la prime de liquidité comme une fraction de cette différence. Autrement dit, la prime de liquidité est donnée par la formule 3.11.

$$LP_t^r = \alpha^r \times (R_t^r - r_t), 0 \leq \alpha^r \leq 1 \quad (3.11)$$

Avec :

- R_t^r le rendement de marché des obligations de rating r pour la maturité t ,
- r_t le taux sans risque à la maturité t ,
- α^r le coefficient d'abattement qui représente la part de la prime de liquidité dans le spread entre le rendement et le taux sans risque.

Pour un assureur qui a des obligations dans une devise autre que l'euro, la formule 3.11 peut être appliquée aux obligations de rating r avec les rendements de marché de ces obligations et la courbe de taux sans risque dans la devise appropriée.

En notant par w_{corp}^r et w_{gov}^r les poids des obligations d'entreprises et gouvernementales dans le portefeuille de l'assureur de rating r , la prime de liquidité sur la partie obligataire du portefeuille de l'assureur peut être estimée par :

$$LP_t^{ob} = \sum_r \left(w_{gov}^r \times \alpha_{gov}^r \times (R_{gov,t}^r - r_t) + w_{corp}^r \times \alpha_{corp}^r \times (R_{corp,t}^r - r_t) \right) \quad (3.12)$$

En tenant ensuite compte de la présence d'autres actifs dans le portefeuille et des caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance, la prime d'illiquidité du passif est calculée par 3.13.

$$\begin{aligned}
IP_t &= \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} \times LP_t^{ob} \\
&= \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} \times \sum_r \left(w_{gov}^r \times \alpha_{gov}^r \times (R_{gov,t}^r - r_t) + w_{corp}^r \times \alpha_{corp}^r \times (R_{corp,t}^r - r_t) \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Avec w_p , w_{gov} et w_{corp} ayant les mêmes significations que dans 3.6.

Une simplification serait de choisir des coefficients constants pour la prime de liquidité des obligations gouvernementales et d'entreprises. En posant alors $\alpha_{gov}^r = \alpha$ et $\alpha_{corp}^r = \beta$, 3.13 se simplifie en 3.14.

$$\begin{aligned}
IP_t &= \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} \times LP_t^{ob} \\
&= \frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} \times \sum_r \left(\alpha \times w_{gov}^r \times (R_{gov,t}^r - r_t) + \beta \times w_{corp}^r \times (R_{corp,t}^r - r_t) \right)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Comme avec les méthodes du K-spread, une variante de cette méthode serait de considérer une prime de liquidité constante en n'appliquant la formule 3.14 qu'à une maturité m représentant le compromis entre les durations de l'actif et du passif de l'assureur. Aussi, la partie liquide de la courbe de taux d'actualisation est obtenue comme somme de la prime d'illiquidité et du taux sans risque pour chaque maturité observée :

$$r_t^a = r_t + IP_t$$

Pour l'interpolation et l'extrapolation, les méthodes de Smith Wilson et de Nelson Siegel Svenson peuvent encore être considérées.

Avantages et inconvénients des méthodes basées sur les rendements de marché

Les avantages de la méthode basée sur les rendements de marché sont presque toutes les mêmes que celles des méthodes basées sur le K-spread. Elle est « model free », assez simple à mettre en oeuvre, elle repose sur des hypothèses assez simples, elle est flexible et pour produit une prime d'illiquidité dynamique. Par ailleurs, cette méthode prend mieux en compte les ratings et les types d'obligations du portefeuille de l'assureur comparée à la méthode du K-spread. La prime de liquidité obtenue est calculée à partir des rendements donnés par le marché, elle est donc plus proche de la réalité observée sur le marché.

Avec cette méthode, le choix des coefficients α et β pour capter la prime de liquidité peut nécessiter une justification auprès d'un commissaire au compte. Elle ne mesure pas spécifiquement la prime de liquidité sur les autres actifs du portefeuille de l'assureur.

3.5 Prime de liquidité sur les actifs non obligataires

Pour le calcul de la prime d'illiquidité du passif, les méthodes présentées ci-dessus prennent en compte la présence des actifs autres que les obligations dans le portefeuille de l'entité via le facteur $\frac{1}{w_{gov} + w_{corp}}$.

Or en général, le portefeuille de l'assureur est constitué d'actifs financiers autres que les obligations (immobilier, infrastructures,...) par conséquent, le coefficient $\frac{1}{w_{gov}+w_{corp}}$ est généralement au moins égal à 1, de sorte que multiplier la prime de liquidité obtenue sur la partie obligataire du portefeuille de l'assureur permet d'avoir un proxy de la prime de liquidité globale de son portefeuille d'actifs. Cette approximation a le mérite de simplifier les calculs et la mise en oeuvre de la méthode, mais elle peut-être une limite pour les assureurs dont la part (en valeur de marché) des actifs non obligataires est élevée. Dans ce cas, l'assureur peut être amené à estimer une prime de liquidité sur ces actifs avant de déduire la prime d'illiquidité de son passif. En notant par K le nombre d'actifs non obligataires de son portefeuille, la prime de liquidité sur l'actif peut s'estimer suivant la formule 3.15 et la prime d'illiquidité du passif avec la formule 3.16.

$$LP_t = LP_t^{ob} + \sum_{i=1}^K w_i \times LP_t^i \quad (3.15)$$

$$IP_t = w_p \times LP_t \quad (3.16)$$

Avec

$$\begin{cases} -LP_t^{ob} \text{ donné par 3.8 ou 3.12 en fonction de la méthode} \\ -w_i \text{ le poids en valeur de marché de l'actif } i \end{cases}$$

Le but de cette section est de fournir une méthode permettant d'estimer la prime de liquidité sur les actifs autres que les obligations.

Pour ce faire, on suppose que pour un actif non obligataire (immobilier, *private equity*, infrastructure ...) donné, on dispose de deux indices l'un coté sur le marché (indice liquide) et l'autre non coté (indice illiquide) donnant les rendements de l'actif. Sur la base d'une comparaison des rendements et volatilités de ces indices, on souhaite estimer la prime de liquidité. Dans la littérature, nous avons trouvé que deux méthodes sont principalement mis en avant : la méthode basée sur le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) et la méthode basée sur ratio de Sharpe.

3.5.1 Méthode basée sur le ratio de Sharpe

On suppose que la dynamique S_t de chaque indice est log-normale, c'est à dire solution de l'équation différentielle stochastique de Black & Scholes 3.17

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t + \lambda)dt + \sigma dW_t \quad (3.17)$$

Avec

$$\begin{cases} -W_t \text{ le mouvement brownien standard} \\ -r_t \text{ le taux sans risque} \\ -\lambda \text{ la prime de risque de risque} \\ -\sigma \text{ la volatilité} \end{cases}$$

Les indices étant différents, les paniers d'actifs utilisés pour leur construction sont sans

doute différents. Les risques peuvent donc être différents entre les actifs utilisés pour l'indice coté et l'indice non coté. Il convient donc de considérer les primes de risque relativement au niveau de risque considéré, cela se fait via le ratio de Sharpe de chaque indice. Pour un indice dont la dynamique est donnée par 3.17, le ratio de Sharpe est donné par 3.18.

$$RS = \frac{\lambda}{\sigma} \quad (3.18)$$

En notant par $(S_{t_i})_{i=0, \dots, N}$ les observations historiques d'un indice équidistantes de $\delta = t_{i+1} - t_i$, on estime sa volatilité $\hat{\sigma}$ et sa prime historique $\hat{\lambda}$ par 3.19 (Preuve en Annexe 1)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\delta(N-1)} \sum_{i=1}^N (X_{t_i} - \hat{\mu})^2} \text{ et } \hat{\lambda} = \frac{\hat{\mu}}{\delta} + \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 \quad (3.19)$$

Avec

$$\begin{cases} X_{t_i} = \ln \left(\frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}} \frac{1}{(1+r_{t_{i-1}})^\delta} \right) \\ \hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{t_i} \end{cases}$$

Le ratio de sharpe est alors estimé par $\hat{RS} = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\sigma}}$.

Pour chaque actif i , on estime σ et λ à l'aide de 3.19, on détermine ensuite les ratio de sharpe historiques \hat{RS}_l^i de l'indice liquide ou coté et \hat{RS}_{ill}^i de l'indice illiquide ou non coté. On estime ensuite la prime pour le risque de liquidité de l'actif i par 3.20.

$$LP^i = LP_t^i = \hat{\sigma}_{ill} \times \max((\hat{RS}_{ill}^i - \hat{RS}_l^i), 0) \quad (3.20)$$

3.5.2 Méthode basée sur le MEDAF

Dans le modèle d'évaluation des actifs financiers, pour un actif i le taux de rendement attendu R_i est exprimé comme une fonction linéaire du rendement donné par le marché, le taux sans risque et le risque de l'actif par :

$$R_i = r_f + \beta_i \times (R_M - r_f)$$

avec

- r_f le taux sans risque
- R_M le taux de rendement fourni par le marché
- β_i la sensibilité de l'actif par rapport au marché

L'idée est de considérer le rendement attendu pour l'indice liquide R_{li} comme le rendement de marché de l'actif et de considérer que le rendement attendu de l'indice non coté ou illiquide R_{ill} s'obtient par une formule analogue de celle donnée par le MEDAF mais avec en plus la prime de liquidité LP .

Pour un actif i à une date t on écrit alors :

$$R_{t,ill} - r_t = LP^i + \beta_i \times (R_{t,li} - r_t) \quad (3.21)$$

avec

- r_t le taux sans risque à la date t
- $R_{t,ill}$ le rendement attendu de l'indice non coté à la date t
- $R_{t,li}$ le rendement attendu de l'indice coté à la date t
- LP^i la prime de liquidité de l'actif i
- β_i la sensibilité de l'indice non coté par rapport à l'indice coté

En notant par $(S_{t_i})_{i=0,\dots,N}$ les observations historiques d'un indice équidistantes de $\delta = t_{i+1} - t_i$, on peut estimer le rendement à la date t_{i+1} pour l'indice par : $R_{t_{i+1}} = \frac{S_{t_{i+1}} - S_{t_i}}{S_{t_i}}$.

On estime ensuite la prime de liquidité LP^i en faisant une régression linéaire entre les sur-rendements (différence entre le rendement et le taux sans risque) de l'indice non coté sur ceux de l'indice coté.

$$\begin{cases} \widehat{LP}^i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (R_{t_j,ill} - r_{t_j}) - \hat{\beta}_i \times \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (R_{t_j,li} - r_{t_j}) \\ \hat{\beta}_i = \frac{\text{Cov}(R_{ill}, R_{li})}{\text{Var}(R_{li})} \end{cases} \quad (3.22)$$

Que ce soit avec la méthode du ratio de Sharpe ou la méthode basée sur le MEDAF, la prime de liquidité estimée est constante et indépendante de la maturité. Selon la méthode utilisée, en remplaçant pour chaque actif i la formule de LP^i dans 3.15 on obtient la prime de liquidité sur le portefeuille d'actif de l'assureur et par 3.16 la prime d'illiquidité du passif.

Le choix des indices à utiliser avec ces approches est important. S'il est possible de trouver des indices cotés pour l'immobilier (Europe 600 Real Estate pour l'Europe, Real Estate Investment Trusts (REITs) aux Etats-Unis, etc), le *private equity* (LPX PE TR, S&P PE, etc) et les infrastructures (MSCI Infra, Infra NMX, Infra FTSE Eur, etc). L'accès aux indices non cotés (indices prequin par exemple) n'est pas garantie et il faut en général payer pour les avoir.

Application

Ne disposant pas d'indices non cotés, pour avoir une idée de l'ordre de grandeur des primes de liquidité sur les actifs non obligataires, nous avons appliqué les méthodes décrites ci-dessus avec des indices cotés pour l'immobilier et les infrastructures.

Nous disposons des observations trimestrielles des indices :

- Europe 600 RE et EPRA pour l'immobilier du 30/06/2014 au 30/06/2022, soit 33 observations.
- FTSE INFRA Eur et Dow Jones INFRA Europe pour l'infrastructure du 30/09/2008 au 30/06/2022, soit 55 observations.

Les primes de risque, volatilités et ratio de Sharpe estimés pour ces indices sur la base des historiques considérés sont présentés dans le tableau 3.2¹².

12. Le taux sans risque considéré est le taux OIS.

		$\hat{\lambda}$	$\hat{\sigma}^2$	\hat{RS}
Immobilier	Euope 600 RE	11,9%	4,46%	0,56
	EPRA	4,68%	3,81%	0,24
Infrastructure	Dow Jones INFRA Europe	10,75%	1,25%	0,96
	FTSE INFRA Eur	10,2%	1,55%	0,81

TABLEAU 3.2 – Primes de risque, volatilité et Ratio de Sharpe sur l’immobilier et l’infrastructure.

En considérant que l’indice avec le ratio de Sharpe le plus élevé est moins liquide que l’indice avec le ratio de Sharpe le moins élevé, on a estimé pour l’immobilier une prime de liquidité à 6,82% contre 1,6% pour l’infrastructure avec la méthode du ratio de Sharpe.

Les coefficients obtenus avec la méthode basée sur le MEDAF sont présentés dans le tableau 3.3

	\hat{LP}	P-value	$\hat{\beta}$	P-value
Immobilier	2,09%	0,130	0,8	0,00
Infrastructure	1,67%	0,028	0,91	0,00

TABLEAU 3.3 – Primes de liquidité et bêta sur l’immobilier et l’infrastructure.

Les primes de liquidité obtenues sur l’infrastructure avec les deux méthodes sont presque les mêmes. Pour l’immobilier, les primes obtenues sont assez différentes, la prime obtenue avec la méthode du Ratio de Sharpe est 3 fois plus grande qu’avec la méthode basée sur le MEDAF. Par ailleurs, d’un point de vu statistique, la prime de liquidité estimée pour l’immobilier n’est pas significative au seuil 5%. Un historique plus profond pourrait conduire à une estimation significative de cette prime à pour ce seuil.

La méthode basée sur le ratio de Sharpe suppose une dynamique log-normale avec une prime de risque constante pour les indices des actifs. La méthode basée sur le MEDAF quant à elle ne fait aucune hypothèse sur la dynamique des indices et encore moins sur la prime de risque. Le rendement est calculé comme la variation relative de l’indice entre deux dates et la prime de risque estimée comme l’écart entre ce rendement et le taux sans risque. Ces différences peuvent conduire à l’obtention de primes de liquidité très différentes pour les deux méthodes comme observé sur l’immobilier.

Les méthodes basées sur le ratio de Sharpe ou sur le MEDAF ne sont pas retenues dans la suite de cette étude. La prime d’illiquidité du passif est déterminée soit avec les méthodes du K-spread ou avec la méthode basée sur les rendements de marché.

Conclusion

La construction d’une courbe de taux d’actualisation en approche ascendante sous la norme IFRS 17 requiert de considérer trois éléments de base : une courbe de taux sans risque, une prime d’illiquidité du passif et une méthode d’extrapolation. La définition et le calcul de la

prime d'illiquidité du passif est sans doute le point le plus difficile des méthodes se basant sur cette approche. En effet, il n'existe pas de définition universelle de l'illiquidité des passifs en assurance et encore moins une méthode pour quantifier la prime qui lui est associée. À cet effet, nous avons considéré la définition de l'illiquidité des passifs en assurance que propose l'EIOPA, à l'aide de laquelle deux méthodes de calcul de la prime d'illiquidité du passif ont été présentées.

Les méthodes du K-spread et des rendements de marché permettent à partir du portefeuille obligataire de l'assureur de donner une mesure de la prime d'illiquidité du passif d'un assureur. Bien qu'elles soient faciles à mettre en oeuvre, elles laissent à l'entité la liberté de choisir certains paramètres (courbe de taux sans risque, méthode d'extrapolation, paramètres de majoration ou d'abattement, etc). Différents choix de ces paramètres peuvent conduire à différentes courbes d'actualisation avec des effets sur le bilan de l'assureur.

Dans la suite, nous proposons de construire des courbes basées sur ces méthodes à partir d'un portefeuille défini, ensuite les impacts des choix des paramètres de ces méthodes seront étudiées sur un portefeuille fictif représentatif des engagements d'un assureur vie à la suite de quoi une méthode sera préconisée aux assureurs.

Chapitre 4

Application et analyses de sensibilité sur les engagements d'un assureur vie

Ce quatrième chapitre propose un cadre d'application des méthodes de construction des courbes des taux d'actualisation présentées dans le chapitre 3.

Dans un premier temps, le portefeuille de l'étude est présenté, ensuite le modèle ALM (*Asset Liabilities Management*) et le générateur de scénarios économiques (GSE) utilisés dans cette étude sont présentés. Pour finir, une étude de sensibilité du *BE* et de la *CSM* sous IFRS 17 au choix de la méthode de construction de la courbe des taux d'actualisation sur le bilan d'un assureur vie est faite.

4.1 Portefeuille de l'étude

Pour la construction des courbes de taux d'actualisation avec les méthodes que nous avons présenté dans le chapitre précédent, l'assureur vie pour lequel cette étude est faite a mis à notre disposition la composition de son portefeuille d'actifs aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022. Comme le montre le tableau 4.1, pour les deux dates, les obligations représentent environ 75%¹ de la valeur de marché du portefeuille d'actifs. Les obligations à taux fixes gouvernementales et d'entreprises sont majoritaires. La partie non obligataire de ses actifs est majoritairement constituée d'actions et d'immobiliers qui représentent près de 20% de la valeur de marché du portefeuille aux deux dates. La liquidité et les infrastructures quant-à eux comptent pour moins de 5%.

Le tableau 4.2 et la figure 4.1 présentent la répartition par notation et type des obligations du portefeuille d'actifs de l'assureur considéré aux différentes dates. On note que les obligations notées AA sont majoritaires, et suivies des obligations notées A. Par ailleurs, on remarque qu'aucun investissement n'est réalisé sur des obligations de rating en dessous de BB. Contrairement aux obligations gouvernementales qui sont majoritairement de rating AA, pour les obligations d'entreprises, un peu plus de 65% de la valeur de marché est détenue sur des obligations de rating AA, A ou BB. Ces obligations sont plus risquées que les obligations gouvernementales, elles offrent donc des rendements supérieurs. Cette stratégie permet à l'assureur d'augmenter son rendement tout en limitant son exposition au risque de crédit.

1. Les proportions sont prises en valeur de marché.

Date	31/12/2021	30/06/2022
Obligations gouvernementales	50,0%	52,0%
Obligations corporates	19,0%	20,0%
Obligations à taux variable	1,8%	2,2%
Obligations indexées sur inflation	4,0%	3,5%
Actions	13,0%	11,0%
Immobiliers	8,0%	7,0%
cash	3%	2%
Infrastructure	1,2%	2%

TABLEAU 4.1 – Allocation d’actifs de l’assureur considéré aux différentes dates

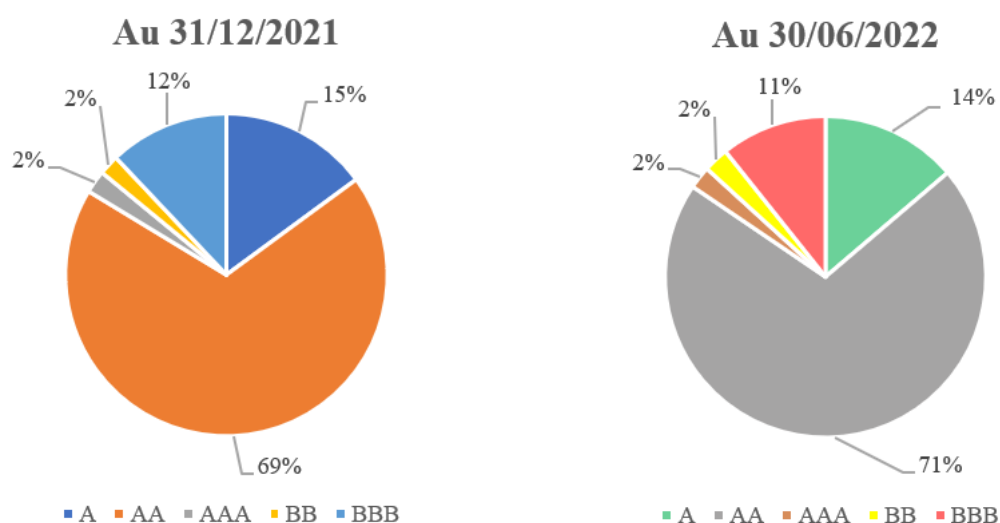


FIGURE 4.1 – Allocation des obligations par rating de l’assureur considéré aux différentes dates

Date	Type d’obligation	AAA	AA	A	BBB	BB
30/06/2022	Obligations gouvernementales	1.5%	92%	2.5%	4%	
	Obligations corporates	4%	18%	50%	23%	5%
	Obligations à taux variable	20%	8%	25%	47%	
	Obligations indexées sur inflation	1%	72%	5%	20%	2%
31/12/2021	Obligations gouvernementales	2%	90%	5%	3%	
	Obligations corporates	4%	15%	47%	30%	4%
	Obligations à taux variable	8%	14%	12%	66%	
	Obligations indexées sur inflation		70%	3%	27%	

TABLEAU 4.2 – Allocation des obligations par type et rating de l’assureur considéré aux différentes dates

Pour les deux dates, les maturités résiduelles des obligations vont de 1 à 80 ans, avec une moyenne d’environ 18 ans et une médiane de 13 ans ; la durée moyenne pour les obligations d’entreprises est d’environ 7,2 ans contre 14,65 ans pour les obligations gouvernementales.

4.2 Courbes des taux d'actualisation construites

Les différentes méthodes présentées aux chapitres 2 (méthode du VA²) et 3 (méthodes du K-spread et rendements de marché) ont été appliquées au portefeuille d'actifs (cf section 4.1) de notre assureur.

4.2.1 Méthode du *Volatility Adjustment* (VA)

L'application de la méthode du VA à notre portefeuille aux différentes dates a permis d'obtenir les valeurs du VA présentées dans le tableau 4.3.

Date	VA (bps)
31/12/2021	10,43
30/06/2022	18,96

TABLEAU 4.3 – VA obtenus sur le portefeuille de l'étude aux différentes dates

On note que ces valeurs sont très différentes de celles obtenues par le régulateur avec le portefeuille de référence. Cette différence peut s'expliquer par la composition des portefeuilles utilisés. La figure 4.2 montre que le portefeuille de l'EIOPA est beaucoup plus diversifié que celui de l'étude qui est majoritairement composé d'obligations AA. Par ailleurs, la proportion des obligations d'entreprises dans le portefeuille de l'EIOPA est supérieure à celle des obligations gouvernementales pour les deux dates. Les obligations d'entreprises représentent respectivement 40% et 39,4% pour les deux dates contre 31,3% et 31,6% pour les obligations gouvernementales.

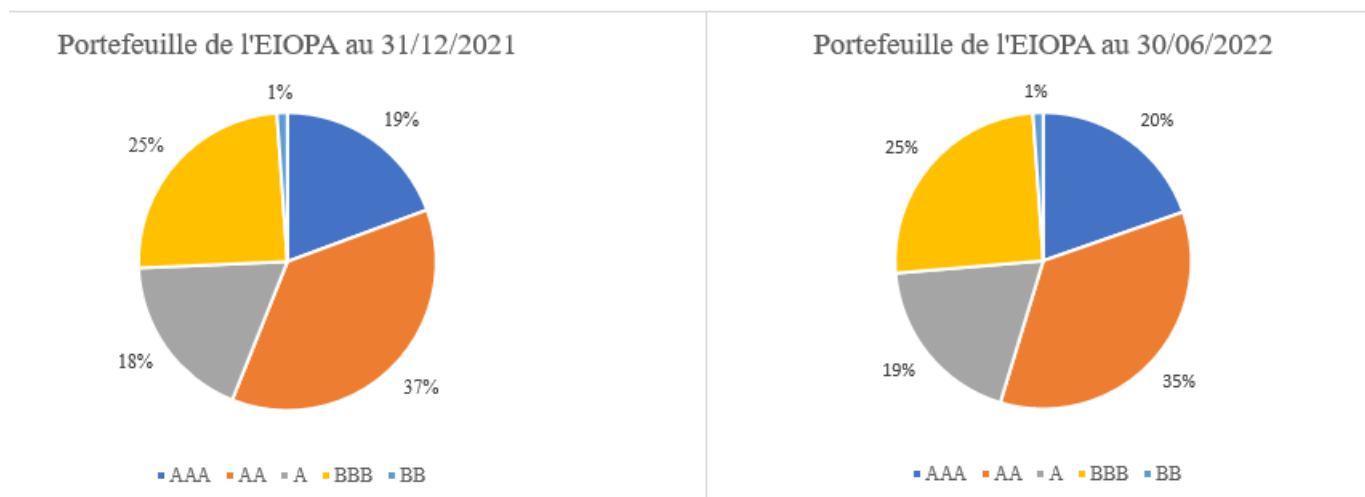


FIGURE 4.2 – Allocation d'actifs du portefeuille de référence de l'EIOPA

La figure 4.3 présente les courbes de taux d'actualisation obtenues avec la méthode du VA appliquée sur notre portefeuille obligataire. Pour les deux dates et pour chaque méthode d'extrapolation, la courbe obtenue est assez proche de la courbe fournie par le régulateur. Pour la suite de l'étude, seules les courbes fournies par le régulateurs seront considérées.

2. Il s'agit de l'ancienne méthode, la nouvelle méthode du calcul du VA n'a pas été appliquée dans cette étude, car trop calculatoire pour l'obtention des ratios d'application AR_4 et AR_5

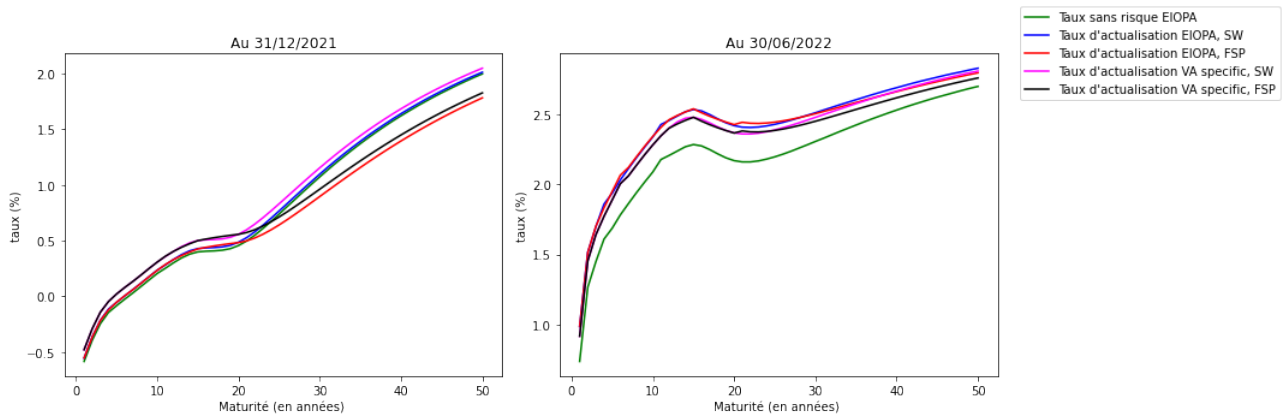


FIGURE 4.3 – Courbes de taux d’actualisation avec la méthode du *Volatility Adjustment*

4.2.2 Méthodes du *K-spread*

Les méthodes du « K-spread » appliquées à notre portefeuille sont les méthodes 1 et 2 présentées à la section 3.3.2 du chapitre 3. La méthode 1 est appliquée avec $\epsilon = 10$ bps tandis que la méthode 2 est appliquée en prenant $\alpha = \beta = 20$ bps. Le choix de prendre les coefficients de majoration égaux dans la méthode 2 est fait pour assurer une stabilité à la méthode en la faisant dépendre d’un seul paramètre. Les variantes de ces méthodes tenant compte du gap de duration entre l’actif et le passif sont appliquées à notre portefeuille d’étude. Sur la partie obligataire, la duration moyenne³ est d’environ 10,45 pour les deux dates. Les variantes sont appliquées avec la maturité $m = 10$; le choix de prendre $m = 10$ au détriment de $m = 10,45$ sous estime la prime d’illiquidité de quelques bps, c’est donc un choix prudent. Toutefois, les courbes obtenues avec ces variantes, se confondent quasiment avec les courbes correspondantes aux dites méthodes comme le montre la figure 3.11 en Annexe 3⁴

Analyse de sensibilité des méthodes du K-spread

Les méthodes du K-spread sont malléables, dans la mesure où elles laissent la liberté à l’utilisateur, de fixer les paramètres de majoration $(\epsilon, \alpha, \beta)$, de choisir la courbe de taux sans risque et même la méthode d’extrapolation.

Sensibilité aux paramètres de majoration

Différents choix de ces paramètres peuvent conduire à différentes valeurs de la prime d’illiquidité du passif. Pourtant, il serait préférable que la prime d’illiquidité ne soit pas très volatile pour différentes valeurs des paramètres.

Pour différentes valeurs $\epsilon_1, \epsilon_2 = \epsilon_1 + \Delta\epsilon, \alpha_1, \alpha_2 = \alpha_1 + \Delta\alpha, \beta_1, \beta_2 = \beta_1 + \Delta\beta$ des paramètres ϵ, α et β , en utilisant les formules 3.6 et 3.10 donnant la prime d’illiquidité du passif, on montre que le choix d’une valeur d’un paramètre au détriment d’une autre a un impact qui ne dépend

3. moyenne des durations des obligations d’entreprises et gouvernementales pondérées par leurs valeurs de marché.

4. Pour cette figure, la courbe de taux sans risque est celle des bunds Allemands et la méthode d’extrapolation est celle de Nelson Siegel Svensonn.

pas de la maturité, et qui est linéaire à l'amplitude de la variation comme le montre le tableau ci-dessous.

Impact	$\Delta IP(\epsilon) = IP(\epsilon_2) - IP(\epsilon_1)$	$\Delta IP(\alpha, \beta) = IP(\alpha_2, \beta_2) - IP(\alpha_1, \beta_1)$
Méthode 1	$w_p \frac{w_{corp}}{w_{gov} + w_{corp}} \Delta \epsilon$	
Méthode 2		$\frac{w_p}{w_{gov} + w_{corp}} (w_{gov} \Delta \alpha + w_{corp} \Delta \beta)$

TABLEAU 4.4 – Analyse de sensibilité des méthodes du K-spread aux choix des paramètres

Une étude de sensibilité a été faite pour notre portefeuille. La composition du portefeuille étant quasiment la même aux deux dates, l'étude de sensibilité a été faite pour la méthode 1 à la date du 31/12/2021 et pour la méthode de 2 à la date du 30/06/2022. Comme le montre les figures 3.7 et 3.8 en Annexe 3 pour le portefeuille considéré, l'impact est de 1,86 bps pour $\Delta \epsilon = 10bps$ pour la méthode 1 et 7 bps pour $\Delta \beta = \Delta \alpha = 10$ bps avec la méthode 2.

Sensibilité au choix de la courbe de taux sans risque et de la méthode d'extrapolation

Différentes courbes peuvent servir de référence pour le choix de la courbe des taux sans risque. Pour les méthodes du K-spread, le calcul de la prime d'illiquidité du passif voudrait que la courbe obligataire de l'Allemagne serve de référence pour la courbe sans risque. Or l'assureur peut choisir de conserver la courbe de taux sans risque fournie par l'EIOPA. Quant à la méthode d'extrapolation, deux méthodes ont été exposées chacune avec ses avantages et ses inconvénients. L'assureur en fonction de son activité et profil de risque peut donc recourir à la méthode de Smith Wilson ou à la méthode de Nelson Siegel Svensonn. Différents choix de la courbe de taux sans risque et de la méthode d'extrapolation conduisent à différentes courbes de taux d'actualisation comme le montrent les figures 4.4 et 4.5

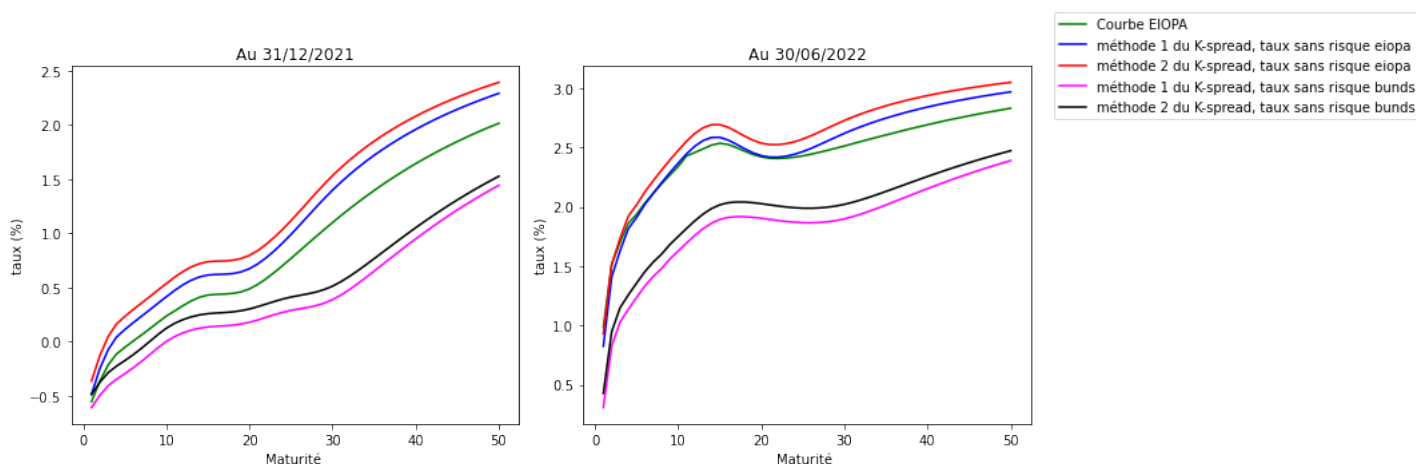


FIGURE 4.4 – Courbes du K-spread extrapolées avec la méthode de Smith Wilson.

L'analyse des figures 4.4 et 4.5 montre que pour une même méthode d'extrapolation, les courbes d'actualisation pour une méthode sont très éloignées pour différents choix de la courbe de taux sans risque. Ces écarts s'expliquent de part la différence qui existe entre les courbes considérées comme référence pour la courbe des taux sans risque (cf. Figure 3.12 en Annexe 3).

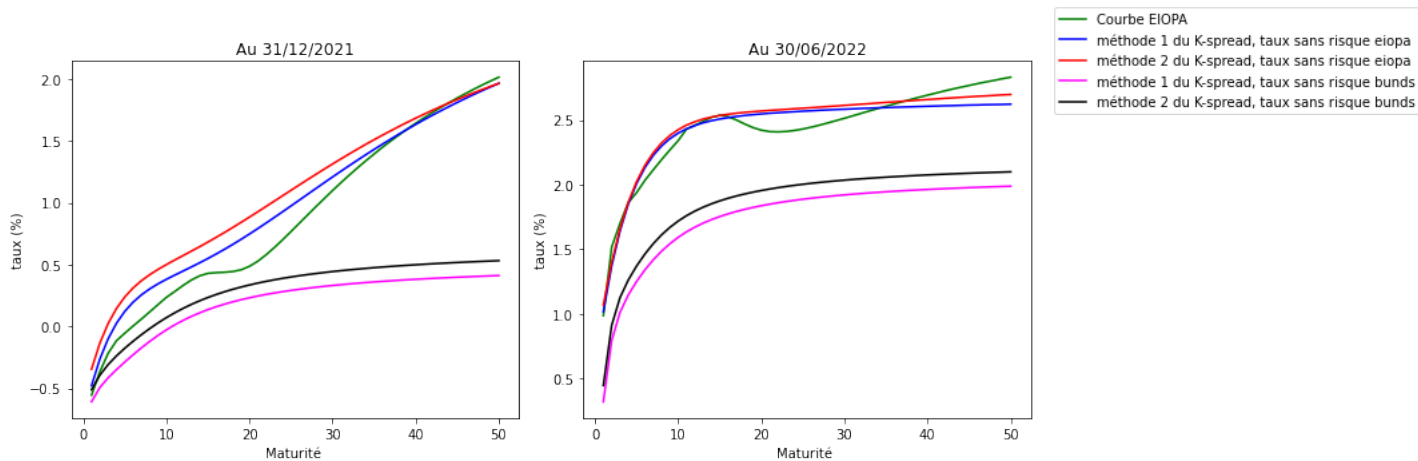


FIGURE 4.5 – Courbes du K-spread extrapolées avec la méthode de Nelson Sigel Svensson.

Selon le choix de la courbe des taux sans risque, pour une même méthode, les courbes construites peuvent être en dessous ou au dessus de la courbe de taux d’actualisation fournie par l’EIOPA. Les écarts entre ces différentes courbes peuvent avoir des effets importants sur le bilan de l’assureur.

4.2.3 Méthode des rendements de marché

Que ce soit au 31/12/2021 ou au 30/06/2022, au moins 90% des obligations gouvernementales du portefeuille de l’étude sont de rating AA. Pour cette raison, toutes les obligations gouvernementales seront considérées comme de rating AA. Au vu de l’hypothèse 2 de travail faite pour cette méthode, qui veut que la prime de liquidité soit plus importante quand on passe d’une classe de rating supérieure vers une classe inférieure, ce choix est conservateur et prudent. En effet la proportion d’obligations gouvernementales de rating AAA est d’environ 2% pour les deux dates tandis que la proportion d’obligations de rating inférieurs à AA est d’environ 7%. Pour des raisons similaires, les obligations d’entreprises sont aussi regroupées en trois classes. La première formée d’obligations de rating AAA et AA, la seconde uniquement des obligations de rating A et la dernière des obligations de rating BBB et BB.

Pour le choix des coefficients d’abattement, on se base sur l’étude de Longstaff et Al (2005)[23], qui ont estimé que la part du spread (différence entre le taux sans risque et le taux de rendement de marché) ne correspondant pas au défaut pour les obligations AAA/AA corporates est d’environ 50% et environ pour 30% pour les BBB. La méthode est alors appliquée au portefeuille de l’étude avec $\alpha = 50\%$ pour les obligations gouvernementales et $\beta = \frac{50\%+30\%}{2} = 40\%$ pour les obligations d’entreprises.

Les rendements de marché extraits de Bloomberg et utilisés pour la méthode sont présentés sur la figure 3.6 en Annexe 3.

Les courbes de taux d’actualisation construites avec cette méthode et sa variante sont représentées sur la figure 3.13 en Annexe 3. Comme avec les méthodes du K-spread, la courbe obtenue avec la variante de la méthode est très proche de la courbe obtenue avec ladite méthode.

Sensibilité de la méthode des rendements de marché aux différents paramètres

Comme les méthodes basées sur le K-spread, la méthode utilisant les données de marché prend en input des coefficients d'abattement α et β qui sont déterminés par son l'utilisateur. Différents choix de ces coefficients peuvent conduire à des courbes différentes. Une étude de sensibilité consistant à augmenter les valeurs α et β de 10% chacune, nous a permis de noter que pour le portefeuille de l'étude, l'écart entre les courbes de prime d'illiquidité varie de 1,27 bps à 3,22 bps au 31/12/2021 et ; de 0,6 bps à 5,65 bps au 30/06/2022 (cf Figure 3.10 et Figure 3.9 en Annexe 3).

Par ailleurs, pour différents choix de la courbe des taux sans risque et pour différentes méthodes d'extrapolations, les courbes construites avec la méthode des rendements de marché peuvent être assez disparates et plus ou moins éloignées de la courbe de l'EIOPA comme le suggèrent les figures 4.6 et 4.7 . Cette conclusion va dans le même sens que les remarques faites sur les courbes obtenues avec les méthodes du K-spread. Le choix de la méthode d'extrapolation et de la courbe des taux sans risque sont des éléments de pilotage pour un assureur.

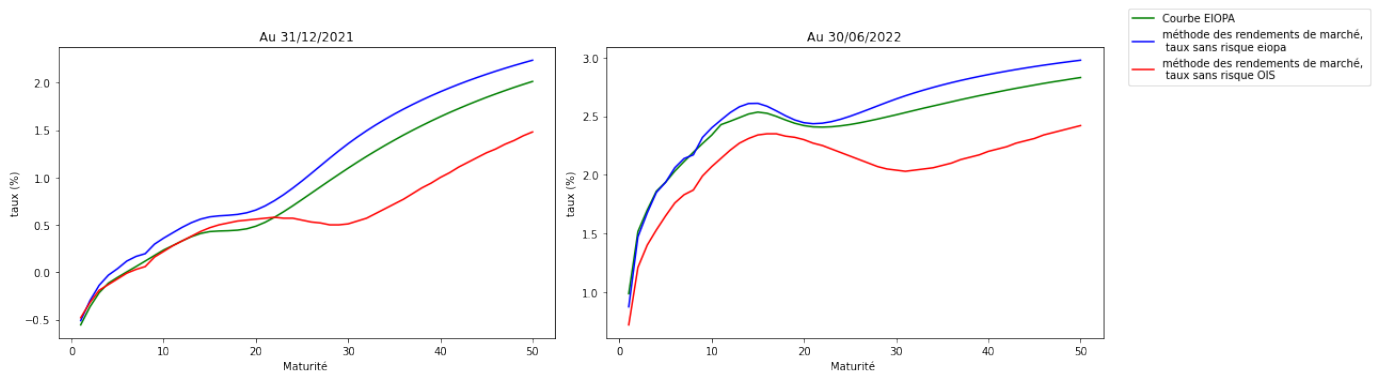


FIGURE 4.6 – Courbes avec la méthode des rendements de marché extrapolées avec la méthode de Smith Wilson.

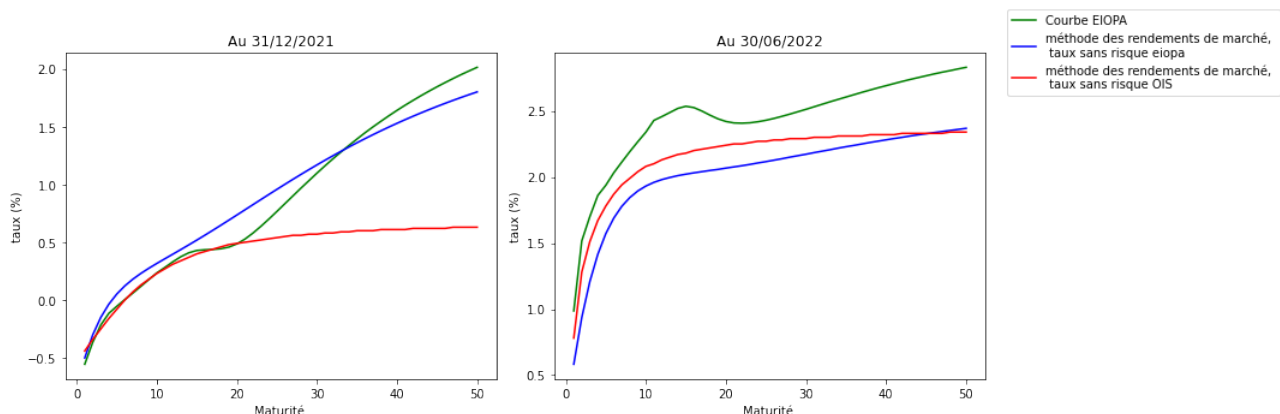


FIGURE 4.7 – Courbes avec la méthode des rendements de marché extrapolées avec la méthode de Nelson Sigel Svensson.

Que ce soit avec la méthode avec les rendements de marché ou du K-spread, le choix de la courbe des taux sans risque ou encore de la méthode d'extrapolation identiques à ceux de l'EIOPA permet une comparaison plus fine des courbes obtenues avec les méthodes proposées

à celle fournie par le régulateur. Par ailleurs, en utilisant la méthode de Smith Wilson avec les mêmes paramètres que l'EIOPA, le taux long vers lequel converge les courbes n'est plus volatile comme avec la méthode de Nelson Siegel Svensonn pour lequel l'écart entre les taux longs donnés par le modèle de Svensonn pour les deux dates n'est pas du tout négligeable. Ceci peut conduire à une volatilité des indicateurs du bilan.

Les courbes construites et présentées ci-dessus, proviennent de méthodes proposées (cf Chapitre 2) en approche *Bottom up* de la norme IFRS 17. L'originalité de ces méthodes vient du fait qu'elles sont *model free* et faciles à mettre sur pied. Ces méthodes reposent sur des hypothèses assez simples, et peuvent de fait être moins précises. Par ailleurs, nous avons noté que différents choix de la « courbe des taux sans risque », de la méthode d'estimation de la prime d'illiquidité du passif et de la méthode d'extrapolation peuvent conduire à obtenir différentes courbes, certaines plus hautes que d'autres. Il est donc important de quantifier l'impact de chacune de ces différences sur le bilan d'un assureur. Pour ce faire, à l'aide de chacune des courbes modélisées, des scénarios économiques seront générés à l'aide d'un GSE (Générateur de Scénarios Économiques) et les interactions entre l'actif et le passif (formant le bilan) seront modélisées avec un modèle ALM (Asset Liability Management).

4.3 Générateur de scénarios économiques

Pour un assureur, un générateur de scénarios économiques (GSE) est un outil permettant de projeter aléatoirement des scénarios d'évolution possibles de grandeurs économiques et financières (taux, actions, spreads de crédit, ...) d'intérêts qui ont une incidence sur la valeur et les performances de son actif. Chaque scénario ou trajectoire représentant un possible environnement économique futur.

En fonction de l'univers économique dans lequel sont projetés les variables d'intérêts, on distingue les GSE « risque neutre » et les GSE « monde réel » .

Dans un GSE « risque neutre », tous les actifs ont le même rendement qui correspond au taux sans risque et, ils ne diffèrent que par leurs volatilités. Un GSE « risque neutre », repose sur l'hypothèse principale d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA). Les agents sont donc considérés neutres au risque et les primes de risque nulles.

Dans un GSE « monde réel », les actifs ne rapportent pas toujours au taux sans risque. En effet, les rendements tiennent compte des primes de risque demandées par les investisseurs pour investir dans des actifs risqués. Dans le GSE dit « monde réel » les projections sont faites sur la base de l'historique des rendements observés pour les actifs dans le passé. Les scénarios simulés sont donc proche de la réalité observée sur les marchés financiers.

Dans l'environnement prudentiel Solvabilité II, les assureurs sont tenus d'utiliser les GSE « risque neutre » dans le calcul des provisions techniques. Comme paramètres d'entrée, les prix de certains actifs financiers (caps, floors, swaptions, actions, etc) sont utilisés pour calibrer les modèles de diffusions choisis pour les actifs et les taux afin de refléter la volatilité des marchés et la courbe de taux sans risque⁵. L'outil fourni en sortie des scénarios économiques qui une fois testés et validés sont passés en paramètres pour le modèle ALM.

5. Courbe passée en paramètre, elle sera l'une des courbes construite précédemment.

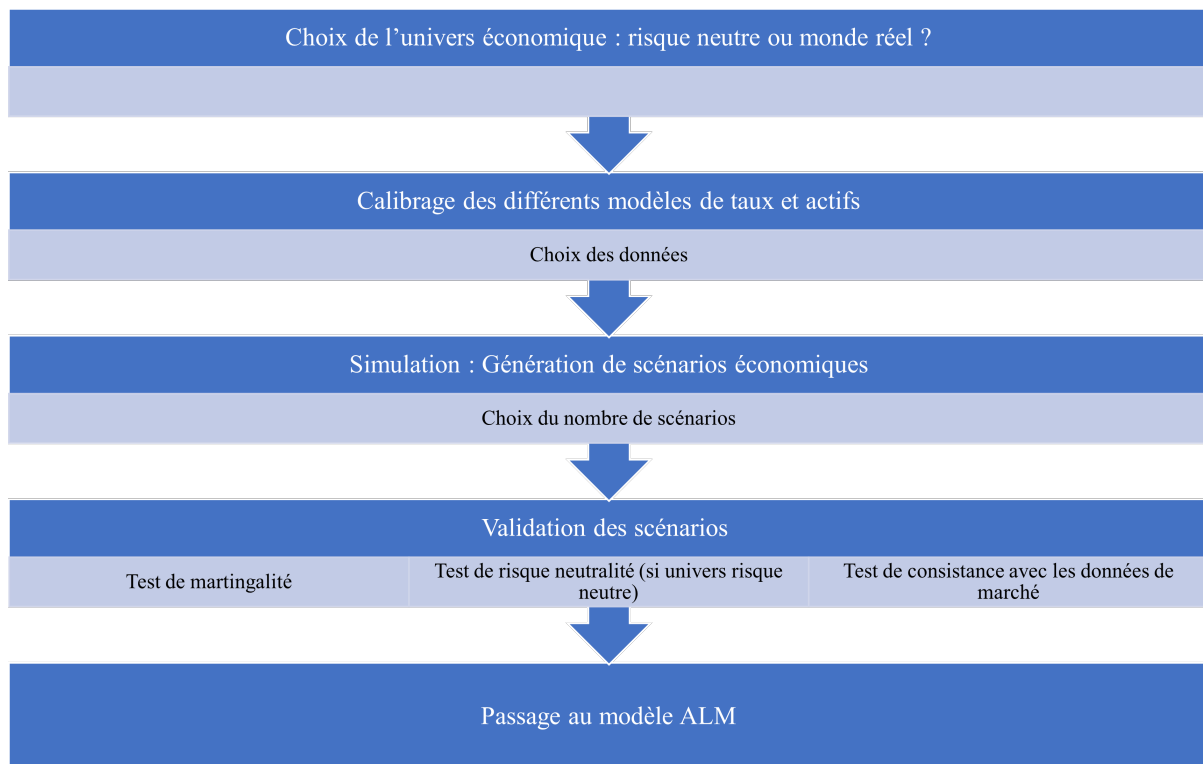


FIGURE 4.8 – Différentes étapes d'un GSE

Modèles dans le GSE de l'étude

Le GSE utilisé dans cette étude est celui de Mazars Actuariat, tous les modèles présentés dans cette section sont implémentés dans ce GSE.

Modèle de Black & Scholes

Pour la diffusion des trajectoires des prix de l'action et l'immobilier, le modèle de Black & Scholes est choisi. Dans ce modèle, on suppose que les rendements de l'action et de l'immobilier sont log-normaux ; c'est à dire que le prix de l'actif sous-jacent est donné par l'équation différentielle stochastique 4.1.

$$dS_t^j = S_t^j (r_t dt + \sigma_j dW_t^j) \quad (4.1)$$

Avec :

- r_t le taux sans risque à l'instant t ;
- σ_j la volatilité de l'actif sous-jacent j ;
- W_t^j le mouvement brownien standard associé à l'actif sous-jacent j ;
- $j = a$ pour action ou i pour immobilier.

Modèle de taux

Le modèle de taux d'intérêt utilisé est le modèle G2++ ou Hull & White à deux facteurs schifté. Ce modèle à l'avantage de prendre en compte les corrélations entre les taux observés à différentes maturités, il fournit en général des taux proches de la réalité empirique du marché

et reproduit mieux les surfaces de volatilités des taux forwards. Dans ce modèle, le taux court est donné comme la somme de deux diffusions et d'une fonction déterministe du temps comme le montre l'équation 4.2.

$$\begin{cases} r_t = x_t + y_t + \phi(t) \\ dx_t = -ax_t + \sigma dW_t^1; x_0 = 0 \\ dy_t = -by_t + \eta dW_t^2; y_0 = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

avec

$$\begin{cases} -\sigma, \eta \text{ les volatilités des processus } x_t, t \geq 0 \text{ et } y_t, t \geq 0; \\ -a, b \text{ deux réels positifs ;} \\ -W_t^1, W_t^2 \text{ deux mouvements browniens standards;} \\ -\rho \text{ la corrélation instantanée entre } W_t^1 \text{ et } W_t^2, dW_t^1 dW_t^2 = \rho dt; \\ -\phi(t) \text{ une fonction déterministe du temps.} \end{cases}$$

La fonction déterministe ϕ permet d'ajuster le modèle à la courbe de taux sans risque initiale donnée en paramètre au GSE. Pour ce faire, elle est donnée par 4.3.

$$\phi(t) = f(0, t) + \frac{(\sigma(1 - e^{-at}))^2}{2a^2} + \frac{(\eta(1 - e^{-bt}))^2}{2b^2} + \rho \frac{\sigma\eta(1 - e^{-at})(1 - e^{-bt})}{ab} \quad (4.3)$$

avec $f(0, t)$ le taux forward instantané donné par la courbe initiale.

Structure de dépendance entre les variables d'intérêts

Sur les marchés, on observe une dépendance entre les rendements des actifs financiers et le niveau des taux d'intérêts. Il est important qu'un GSE tienne compte de cette information dans la simulation des scénarios économiques. De manière pratique, cela revient à simuler les browniens W_t^a, W_t^i, W_t^1 , et W_t^2 des équations 4.2 et 4.1 de sorte qu'ils soient corrélés.

Cette dépendance est alors caractérisée par la matrice de corrélation Ω .

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho_{1,a} & \rho_{1,i} \\ \rho & 1 & \rho_{2,a} & \rho_{2,i} \\ \rho_{1,a} & \rho_{2,a} & 1 & \rho_{a,i} \\ \rho_{1,i} & \rho_{2,i} & \rho_{a,i} & 1 \end{bmatrix}$$

Calibration des paramètres

Les paramètres de ces modèles et les coefficients de corrélation sont calibrés par le pôle ingénierie financière de Mazars Actuariat qui possède un outil dédié à cette fin et incorporé dans le GSE. Cet outil s'appuie sur les prix de marché de produits de taux, d'options vanilles et des rendements d'indices afin que les scénarios simulés soient cohérents avec le marché.

4.4 Modèle ALM

4.4.1 Généralités

Pour être solvable à chaque instant, un assureur doit être en mesure d'avoir une vision globale sur son portefeuille des flux de prestations à verser aux assurés ou des flux qu'il percevra de ses investissements. Or pour la plupart, ces flux dépendent de l'environnement économique du moment. En effet d'une part, les flux générés par les actifs à un instant sont dépendants des rendements qu'offre le marché à cet instant pour ces actifs. D'autre part, pour des contrats avec des clauses de participation aux bénéfices par exemple, les prestations à verser aux assurés peuvent dépendre du résultat de l'assureur sur ses investissements tandis, que pour des contrats avec des options de rachats, les prestations à verser aux assurés en cas de rachats sont influencées par l'environnement économique. Dès lors, la valorisation des engagements de l'assureur pour le calcul de ses provisions doit se faire à l'aide d'un outil qui tienne à la fois compte des aléas économiques (scénarios économiques avec le GSE, rachats conjoncturels), viagers (utilisation des tables de mortalité), mais aussi des interactions entre son actif et son passif (participation au bénéfice).

Un modèle de gestion actif passif ou ALM est un outil qui permet le calcul des provisions (Best Estimate, Ajustement pour risque, marge sur services contractuels, etc) d'un assureur en tenant compte des spécificités de l'environnement économique, des contrats de l'assureur et de l'interaction entre son actif et son passif. Il prend en hypothèse des scénarios économiques générés avec un GSE, des hypothèses techniques ou actuarielles (table de mortalité, loi de rachats, etc) et des model points actif et passif. En sortie, il produit plusieurs indicateurs du bilan dont certains permettent le calcul du Best Estimate.

La figure 4.9 présente l'architecture générale d'un modèle ALM.

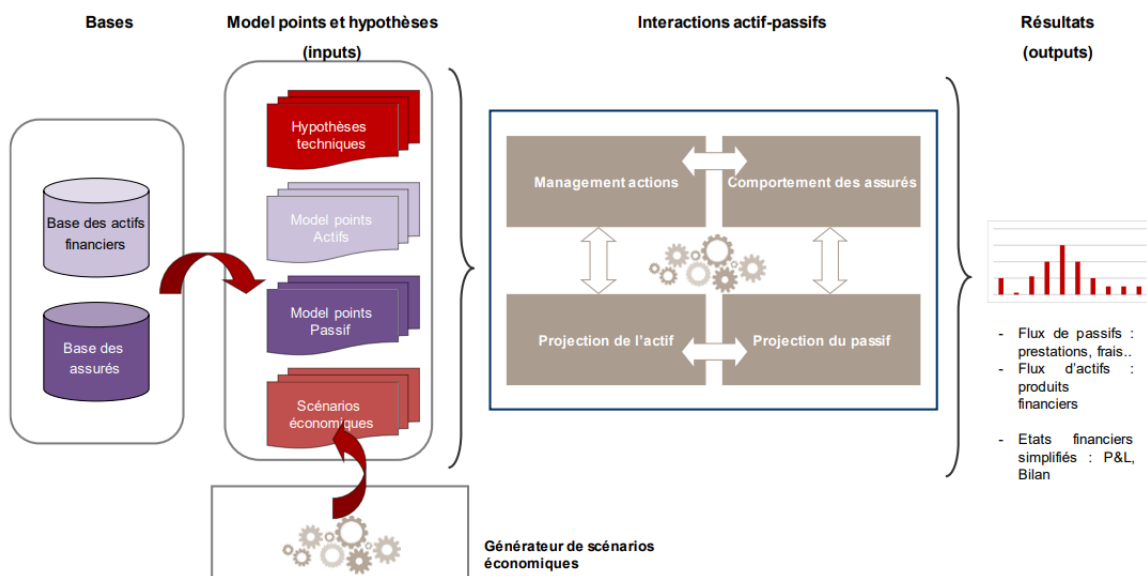


FIGURE 4.9 – Architecture d'un modèle ALM, *Source* [7], page 59.

4.4.2 Model points passif

Les contrats d'assurance valorisés dans notre étude sont des contrats d'épargne regroupés en 10 groupes homogènes ou model point. Pour chaque model point, on dispose de l'âge moyen du groupe, de l'ancienneté moyenne, du taux minimum garanti (TMG), de la provision mathématique (PM) et du nombre de contrats (voir tableau 4.5). Ces contrats constituent un portefeuille fictif créé sur la base des informations fournies par l'assureur ayant fourni les model points actif de la section 4.1.

groupe ou model point	Type	Ancienneté (moyenne) du groupe (années)	âge moyen (années)	TMG	Nombre de contrats	PB	PM (en euros)
1	Mono-Support	14	65	2,50%	1755	85%	56000000
2	Mono-Support	10	55	1,25%	2194	85%	70000000
3	Multi-Support	8	50	0%	2302	85%	59818182
4	Multi-Support	7	48	0%	2281	85%	52340909
5	Multi-Support	5	47	0%	2260	85%	44863636
6	Multi-Support	4	45	0%	2260	85%	44863636
7	Multi-Support	3	42	0%	2239	85%	37386364
8	Multi-Support	2	40	0%	2239	85%	37386364
9	Multi-Support	1	35	0%	2218	85%	29909091
10	Multi-Support	1	33	0%	2197	85%	22431818

TABLEAU 4.5 – Model points passif du portefeuille fictif

Pour la valorisation de ces contrats, des hypothèses actuarielles sont faites principalement sur les taux de mortalité et les lois de rachats.

Hypothèses actuarielles :

Pour la valorisation de ces contrats, des hypothèses actuarielles suivantes sont faites :

1. **Loi de mortalité** : pour la projection de la mortalité dans le portefeuille, la table de mortalité utilisée est la table TH 00-02.
2. **Loi de Rachat** : deux types de rachats sont considérés ici, les rachats conjoncturels et les rachats structurels.

Les rachats structurels : ils sont fonction de l'ancienneté de l'assurée et exprimés en pourcentage de la provision mathématique du model point. L'assureur pour lequel l'étude est faite a mené une étude qui lui a permis de considérer le pourcentage ou taux de rachat structurel (RS) à appliquer en fonction de l'ancienneté a est donné par :

$$RS = \begin{cases} 3\% & \text{Si } a \neq 5 \text{ et } a \neq 8 \\ 4\% & \text{Si } a = 5 \\ 6\% & \text{Si } a = 8 \end{cases} \quad (4.4)$$

Les rachats conjoncturels : ce sont les rachats liés à l'environnement économique du moment. Leur modélisation suppose une réactivité des assurés à la conjoncture économique qui rachètent leurs contrats, s'ils estiment qu'ils peuvent obtenir sur le marché des rendements supérieurs que ceux servis par l'assureur. Pour cette étude, la modélisation

du taux de rachat conjoncturel RC est basée sur la modélisation de l'autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR). Il est fonction du taux servi par l'assureur TS , des taux de rachats conjoncturels minimum et maximum RC_{min}, RC_{max} et des paramètres de seuils α, β, δ et γ suivant l'équation

$$RC = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } TS - TA < \alpha \\ RC_{max} \times \frac{TS - TA - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha \leq TS - TA \leq \beta \\ 0 & \text{si } \beta \leq TS - TA \leq \gamma \\ RC_{min} \times \frac{TS - TA - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma \leq TS - TA \leq \delta \\ RC_{max} & \text{si } TS - TA \geq \delta \end{cases} \quad (4.5)$$

Les bornes des valeurs de cette modélisation sont présentées dans le tableau 4.6

Paramètres	Valeur min	Valeur Max	Valeur dans le modèle ALM
α	-6%	-4%	-5%
β	0%	-2%	-1%
γ	1%	1%	1%
δ	2%	4%	3%
RC_{min}	-6%	-4%	-5%
RC_{max}	20%	40%	30%

TABLEAU 4.6 – Paramètres du taux de rachat conjoncturel

Ouputs

En sortie, le modèle ALM fournit plusieurs données. Certaines d'entre elles sont utilisées pour le calcul du Best Estimate, de l'ajustement pour risque (RA), de la marge de service contractuelle (CSM) pour un bilan IFRS 17 par exemple.

Le Best Estimate (BE)

Pour le calcul du Best Estimate, les sorties du modèle ALM considérées sont principalement les flux de trésorerie projetés dans le temps jusqu'à extinction du portefeuille de l'assureur ou du moins jusqu'à un horizon où l'on estime que ses engagements au delà sont négligeables.

Si on désigne par N le nombre de scénarios générés avec le GSE et T l'horizon de projection, alors le BE est calculé avec la formule 4.6.

$$BE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^T \delta_{i,j} Flux_{i,j} \quad (4.6)$$

avec

$$\begin{cases} -\delta_{i,j} & \text{le déflateur pour l'horizon } j \text{ dans le scénario } i \\ -Flux_{i,j} & \text{les flux de trésorerie attendus pour l'horizon } i \text{ dans le scénario } j \end{cases}$$

L'ajustement pour risque (RA)

Dans notre étude, par soucis de simplification, le calcul du RA n'est pas implémenté. Cependant, il sera considéré que le RA correspond à une fraction du BE . Pour la suite, il est convenu que $RA = 1\%BE$.

La marge de service contractuelle (CSM)

Avec les valeurs du BE , du RA et la valeur de marché des actifs VM_{actifs} sur lesquelles les primes sont investies à la date d'initialisation, la CSM est calculée de manière à respecter l'équilibre du bilan IFRS 17. Autrement, on a :

$$CSM_0 = VM_{actifs} - RA - BE$$

Pour chaque méthode proposée, diverses courbes ont été construites. On a noté que pour différents choix des inputs (courbe de taux sans risque, méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif, méthode d'extrapolation), la courbe de taux d'actualisation obtenue peut-être assez éloignée de la courbe fournie par l'EIOPA. La section suivante s'intéresse aux impacts de chaque input sur les engagements d'un assureur vie dont les engagements correspondraient à ceux du portefeuille fictif.

4.5 Analyse de sensibilités sur le bilan d'un assureur vie

Pour quantifier l'impact de chaque courbe sur les engagements de notre portefeuille, $N = 1000$ scénarios économiques seront générés et passés au modèle ALM décrit ci-dessus. L'horizon de projection pour chaque courbe est fixé à 40 ans. Les impacts seront évalués sur les provisions notamment le BE et la CSM , l'impact sur le RA n'est pas évalué car il est égal à l'impact sur le BE par hypothèse de travail. Pour chaque sensibilité, une courbe de référence est choisie et les impacts calculés avec les formules 4.7.

$$\begin{cases} impact_{BE} = \frac{BE - BE_{courbe\ de\ référence}}{BE_{courbe\ de\ référence}} \\ impact_{CSM} = \frac{CSM - CSM_{courbe\ de\ référence}}{CSM_{courbe\ de\ référence}} \end{cases} \quad (4.7)$$

Les impacts calculés avec les formules 4.7 sont faites pour chaque méthode dans deux environnements économiques différents. Le premier dans un contexte de taux bas correspondant à la date du 31/12/2021 et le second dans un contexte de remontée des taux qui correspond à la date du 30/06/2022. Cette distinction permettra de comparer la robustesse des méthodes utilisées à l'environnement économique, mais permettront aussi de voir l'effet d'une remontée de taux sur les engagements d'un assureur vie.

Pour une meilleure comparaison des méthodes, nous partons du fait qu'elles sont toutes de l'approche *bottom up*. Chaque courbe construite suivant cette approche requiert de partir de trois briques de base : une courbe de taux sans risque, un ajustement reflétant les caractéristiques des contrats d'assurance (prime d'illiquidité du passif) et une méthode d'extrapolation

pour obtenir les taux pour les maturités non liquides. L'analyse des impacts de différentes méthodes sur le passif du portefeuille de l'étude se feront sur différents choix de ces briques de base.

Impact de la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif

Le but de cette analyse est de mesurer l'impact de chaque méthode de calcul de la prime d'illiquidité sur les provisions correspondantes au portefeuille de l'étude. La méthode choisie comme méthode de référence est celle de l'EIOPA. Pour ce faire, pour toutes les méthodes, la courbe de taux sans risque et la méthode d'extrapolation sont les mêmes que ceux de l'EIOPA. La prime d'illiquidité du passif est déterminée successivement avec les méthodes du K-spread et la méthode des rendements de marché. Cette analyse permet de comparer les méthodes de calcul de la prime d'illiquidité présentées au chapitre 3 avec la méthode du VA de l'EIOPA.

	Courbe de référence	Courbes alternatives	
		Méthodes du K-spread	Méthode basée sur les rendements de marché
Courbe de taux sans risque	Fournie par l'EIOPA		
Prime d'illiquidité du passif	Calcul avec la méthode du VA sur le portefeuille de référence	Calcul avec le K-spread sur le portefeuille de l'entité	Calcul avec les rendements de marché sur le portefeuille de l'entité

TABLEAU 4.7 – Courbes considérées pour évaluer l'impact de la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif

La figure 4.10 représente d'une part pour chaque environnement économique les courbes de taux d'actualisation obtenues pour différentes méthodes de calcul de la prime d'illiquidité et d'autre part les impacts (relativement à la courbe fournie par l'EIOPA) de chaque courbe sur le *BE* et la *CSM*.

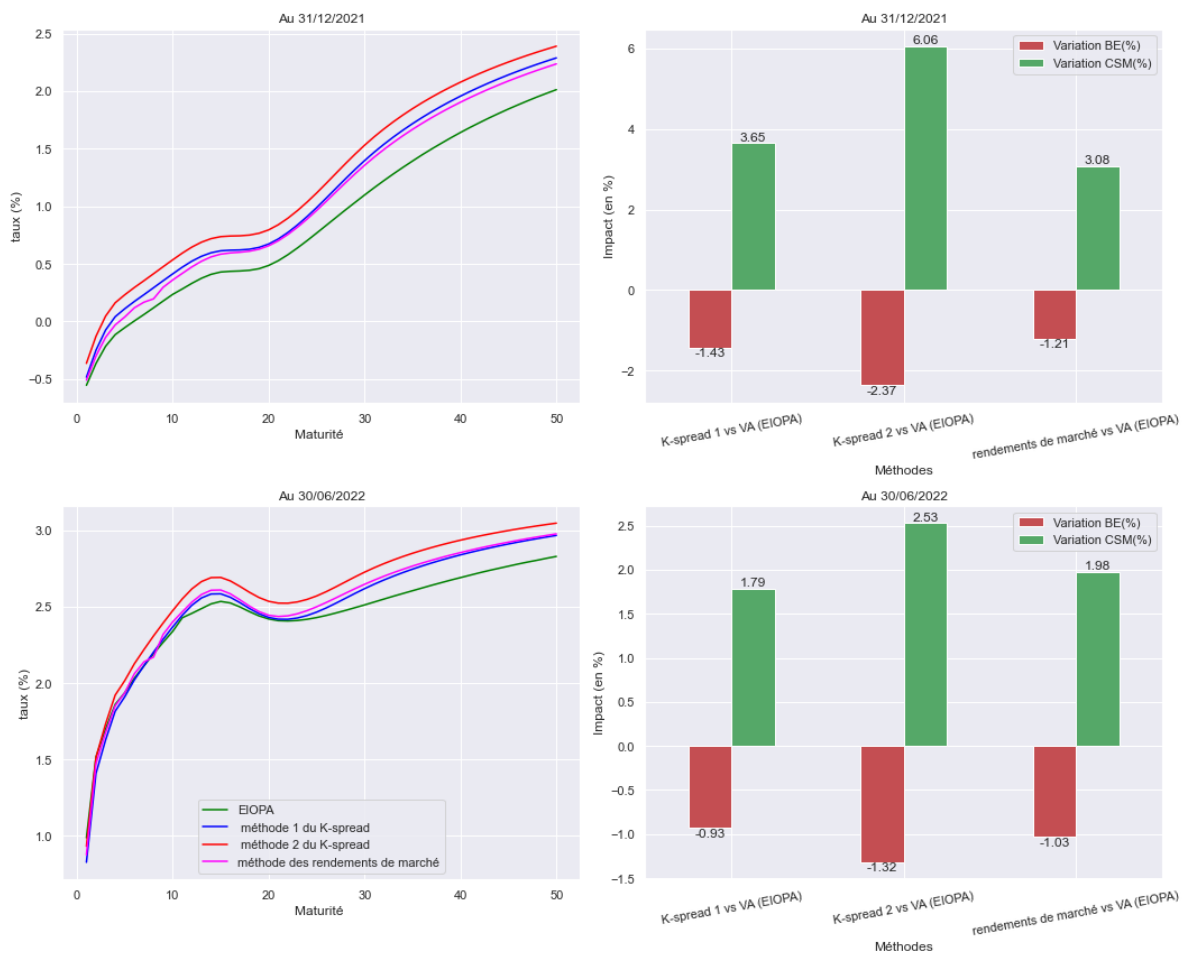


FIGURE 4.10 – Sensibilité des courbes, du *BE* et de la *CSM* à la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif.

Les bilans simplifiés pour chaque courbe sont présentés en Annexe 2. Pour chaque courbe, indépendamment de l'environnement économique, les effets sur le *BE* et la *CSM* sont opposés. Ce résultat était attendu, en effet, le *BE* correspond aux engagements futurs de l'assureur tandis que la *CSM* représente les profits futurs attendus par l'assureur à l'exécution de ses prestations. Il est donc normal, que si les engagements futurs de l'assureur sont impactés à la baisse, à l'opposé ses profits futurs doivent être impactés à la hausse.

L'analyse de la figure 4.10 montre que l'impact d'une courbe dépend de sa position par rapport à la courbe de référence. Autrement, plus une courbe est au dessus de la courbe de référence, plus son impact est prononcé sur le *BE* et la *CSM*. Pour les deux environnements économiques, la méthode 2 du K-spread est celle qui a le plus d'impact sur les indicateurs. Le choix de cette courbe par rapport à la courbe de l'EIOPA conduit à une baisse du *BE* de 2,37% et une augmentation de la *CSM* de 6,06% au 31/12/2021. Pour ces mêmes indicateurs, dans l'environnement économique du 30/06/2022, les impacts sont moins élevés; la baisse du *BE* est de 1,32% tandis que la hausse de la *CSM* n'est plus que de 2,53% pour la même courbe.

Par ailleurs, on observe que les ordres de grandeurs des impacts sur le *BE* et la *CSM* sont volatiles pour une méthode d'un environnement économique à un autre. Ceci peut s'expliquer d'une part par le niveau des taux qui diffère d'un environnement à un autre, mais aussi par

le niveau des primes d'illiquidité. Par exemple, la prime d'illiquidité fournie par l'EIOPA avec la méthode du VA sur son portefeuille de référence est de 3 bps au 31/12/2021 contre 25 bps au 30/06/2022, tandis que pour la méthode 2 du K-spread, cette prime varie entre 4,2 bps et 25,12 bps au 31/12/2021 et entre 14 bps et 36,12 bps en fonction de la maturité. La figure 4.11 présente les variations relatives du *BE* et de la *CSM* pour chaque méthode entre les deux environnements économiques⁶.

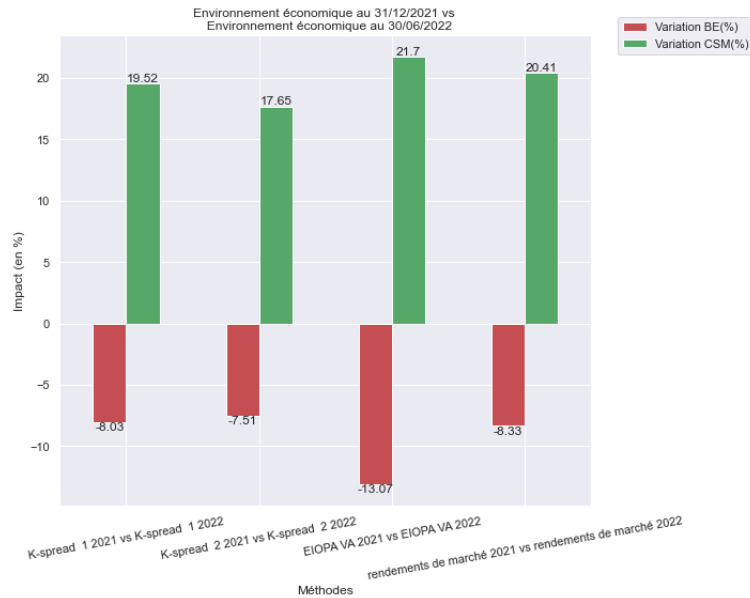


FIGURE 4.11 – Impact de l’environnement économique sur le BE et la CSM pour différentes méthodes de la prime d’illiquidité

On note que dans un contexte de taux élevés, suivant la méthode utilisée, les engagements de l’assureur peuvent baisser jusqu’à 13% et la *CSM* peut augmenter jusqu’à 20% environ.

Impact du choix de la courbe de taux sans risque

Dans cette analyse, pour chaque méthode proposée l’extrapolation de la courbe obtenue est faite à partir de la méthode de Smith Wilson avec les paramètres de l’EIOPA. Différents choix de la courbe de taux sans risque sont fait pour mesurer l’impact du choix d’une courbe par rapport à une autre.

6. Pour chaque méthode, l’impact est calculé en considérant comme courbe de référence la courbe obtenue au 31/12/2021.

		Courbe des taux sans risque	Prime d'illiquidité du passif	Méthode d'extrapolation
Méthode du K-spread	Courbe de référence	Fournie par l'EIOPA	Calculée à partir du K-spread (cf formule 3.6 ou 3.10)	Smith Wilson avec les paramètres de l'EIOPA
	Courbe alternative	Courbe des taux zéro coupons de l'Allemagne		
Méthode des rendements de marché	Courbe de référence	Fournie par l'EIOPA	Calculée à partir des rendements du marché (cf formule 3.14)	
	Courbe alternative	Courbe des taux zéro coupons OIS		

TABLEAU 4.8 – Courbes considérées pour évaluer l'impact du choix de la courbe des taux sans risque

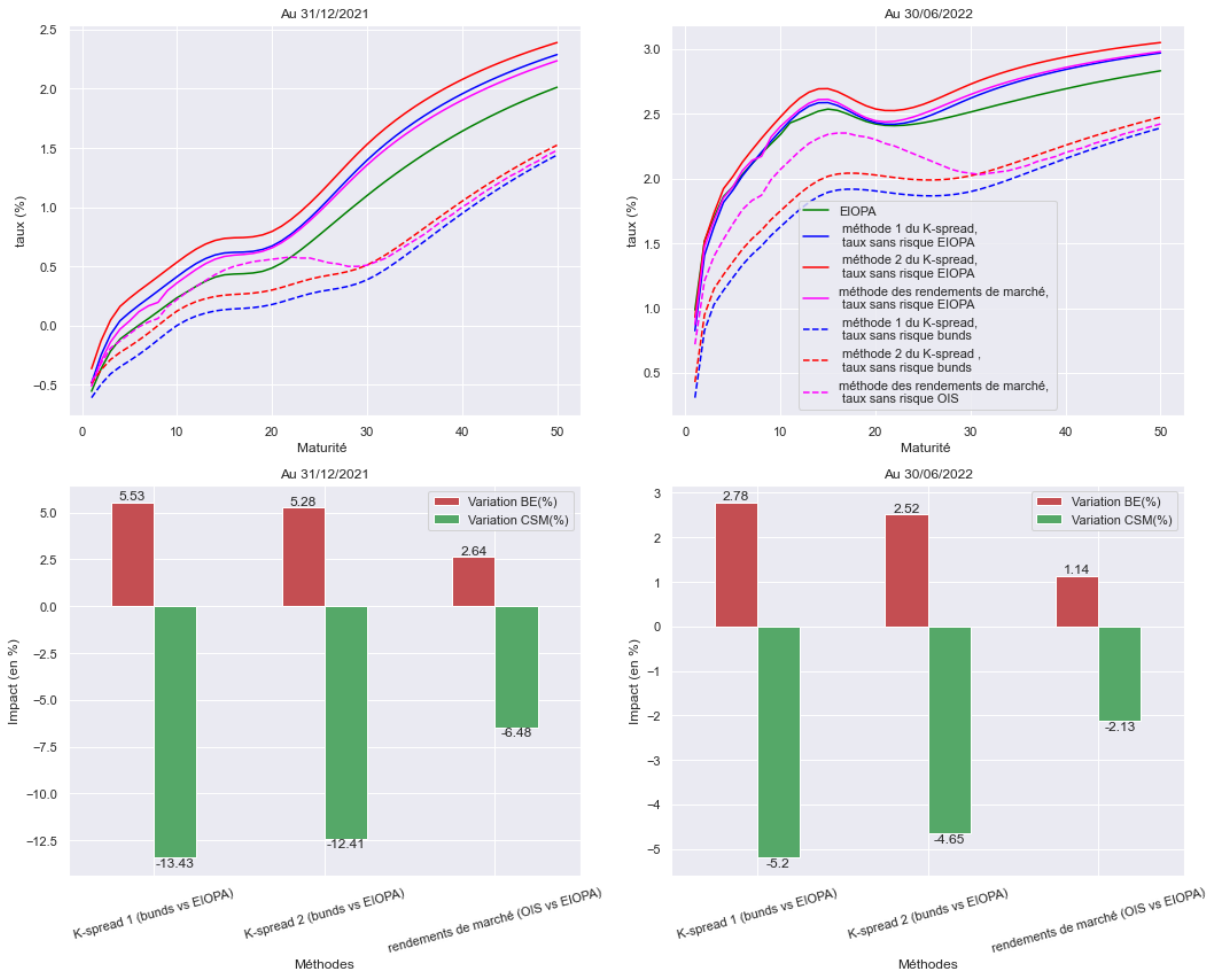


FIGURE 4.12 – Impact du choix de la courbe des taux sans risque sur le *BE* et la *CSM* pour différentes méthodes

Pour les méthodes du K-spread, la courbe de taux sans risque est la courbe des taux zéro coupons des obligations de l'Allemagne et pour la méthode des rendements de marché, la courbe des taux sans risque est la courbe des taux OIS.

Pour calculer les impacts avec chaque méthode, la courbe de référence est celle obtenue avec la même méthode, mais pour laquelle la courbe de taux sans risque est celle de l'EIOPA.

L'analyse de la figure 4.12 montre que le choix d'une courbe comme courbe de référence pour les taux sans risque a des conséquences non négligeables sur les provisions d'un assureur.

En effet, selon le choix de la courbe de taux sans risque, chaque méthode fournit une courbe qui peut-être soit au dessus de la courbe de l'EIOPA soit en dessous de celle-ci. Contrairement à la première analyse faite sur la manière dont est calculée la prime d'illiquidité du passif, le changement de la courbe des taux sans risque impacte le *BE* à la hausse et la *CSM* à la baisse pour chacune des méthodes.

Cette figure montre que la méthode basée sur les rendements de marché est plus robuste au changement la courbe des taux sans risque que les méthodes du K-spread pour le portefeuille de l'étude. On note en effet que les variations du *BE* et de la *CSM* sont plus petites avec cette méthode qu'avec les méthodes du K-spread avec des ordres de grandeurs plus petits. Cette remarque est importante, car elle est en opposition avec les analyses faites sur la figure 4.10 où les variations du *BE* et de la *CSM* étaient assez similaires entre cette méthode et la méthode 1 du K-spread. Ce résultat permet de soutenir l'idée selon laquelle le choix de la courbe de taux sans risque peut-être un élément de pilotage pour les assureurs.

Impact du choix de la méthode d'extrapolation

Pour chaque méthode, les méthodes d'extrapolations de Smith Wilson (SW) avec les paramètres de l'EIOPA et de Nelson Siegel Svensonn (NSS) sont comparées. Pour le calcul de l'impact, la courbe de référence est celle dont la méthode d'extrapolation est celle de Smith Wilson avec les paramètres de l'EIOPA. L'impact du choix de la courbe des taux sans risque étant non négligeable comme montré précédemment, deux cas de figures seront considérés comme le montre le tableau 4.9.

		Courbe des taux sans risque	Prime d'illiquidité du passif	méthode d'extrapolation
Méthode du K-spread	Courbe de référence	cas 1 : Fournie par l'EIOPA cas 2 : Courbe des taux zéro coupons de l'Allemagne	Calculée à partir du K-spread (cf formule 3.6 ou 3.10)	Smith Wilson avec les paramètres de l'EIOPA
	Courbe alternative	Courbe des taux zéro coupons de l'Allemagne		Méthode de Nelson Siegel Svensonn
Méthode des rendements de marché	Courbe de référence	cas 1 : Fournie par l'EIOPA cas 2 : Courbe des taux zéro coupons OIS	Calculée à partir des rendements du marché (cf formule 3.14)	Smith Wilson avec les paramètres de l'EIOPA
	Courbe alternative	Courbe des taux zéro coupons OIS		Méthode de Nelson Siegel Svensonn

TABLEAU 4.9 – Courbes considérées pour évaluer l'impact du choix de méthode d'extrapolation

L'analyse des figures⁷ 4.13 et 4.14 montre que la méthode d'extrapolation a un impact relatif assez faible sur les provisions. Les variations relatives sont en général en dessous de 1% pour chaque méthode excepté la méthode des rendements de marché pour le cas 1 au 30/06/2022. Le faible impact observé pour chaque méthode peut s'expliquer avec la proximité entre la courbe extrapolée avec la méthode de Smith Wilson d'une part et la méthode de Nelson Siegel Svensonn d'autre part pour les maturités inférieures ou égales à 30 ans. L'écart entre les courbes est beaucoup plus considérable au delà de cette maturité, les engagements de l'assureur sont donc plus concentrés sur la période couverte par les maturités en dessous de 30 ans.

7. Attention de tenir compte de la différence d'échelle sur les figures montrant les impacts entre les dates considérées.

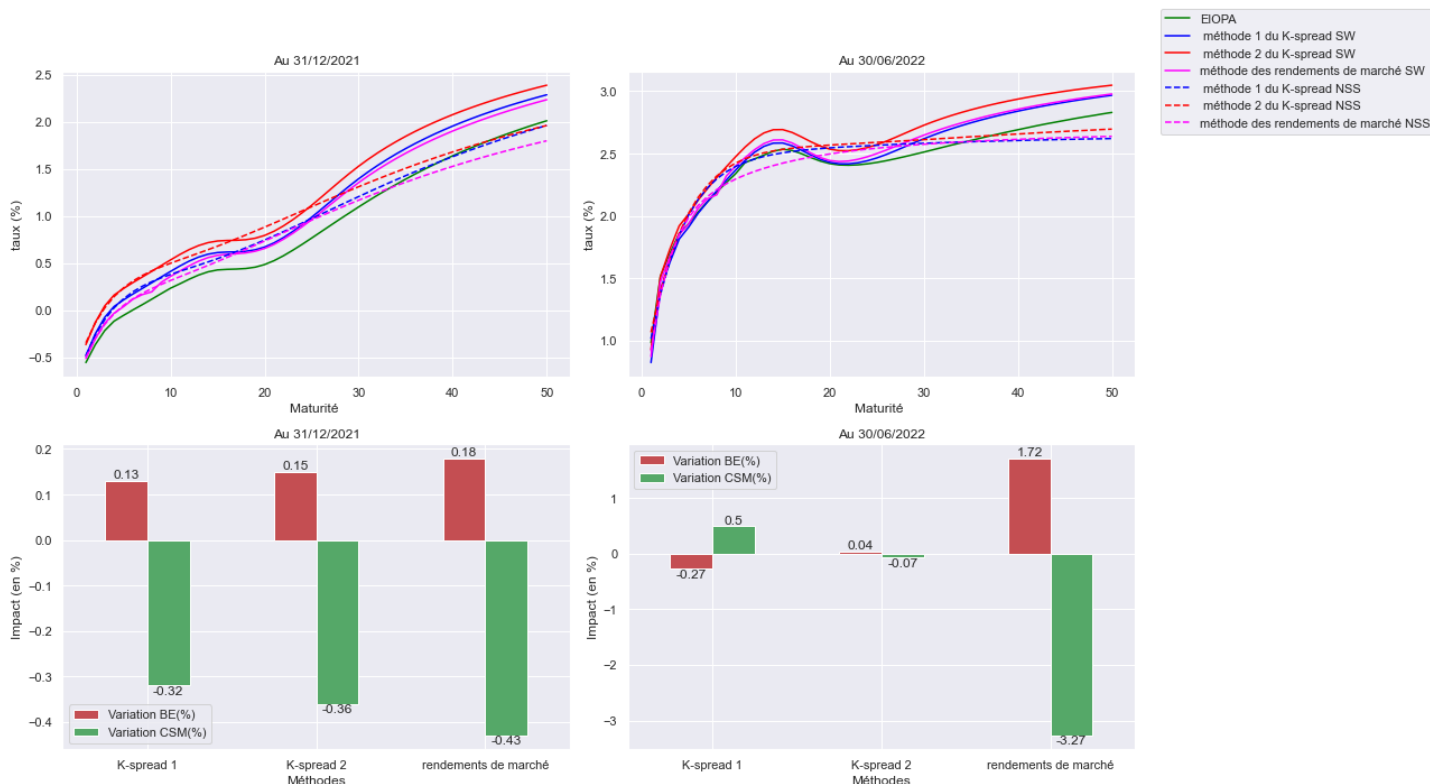


FIGURE 4.13 – Impact du choix de méthode d’extrapolation sur le *BE* et la *CSM* pour différentes méthodes (cas 1)

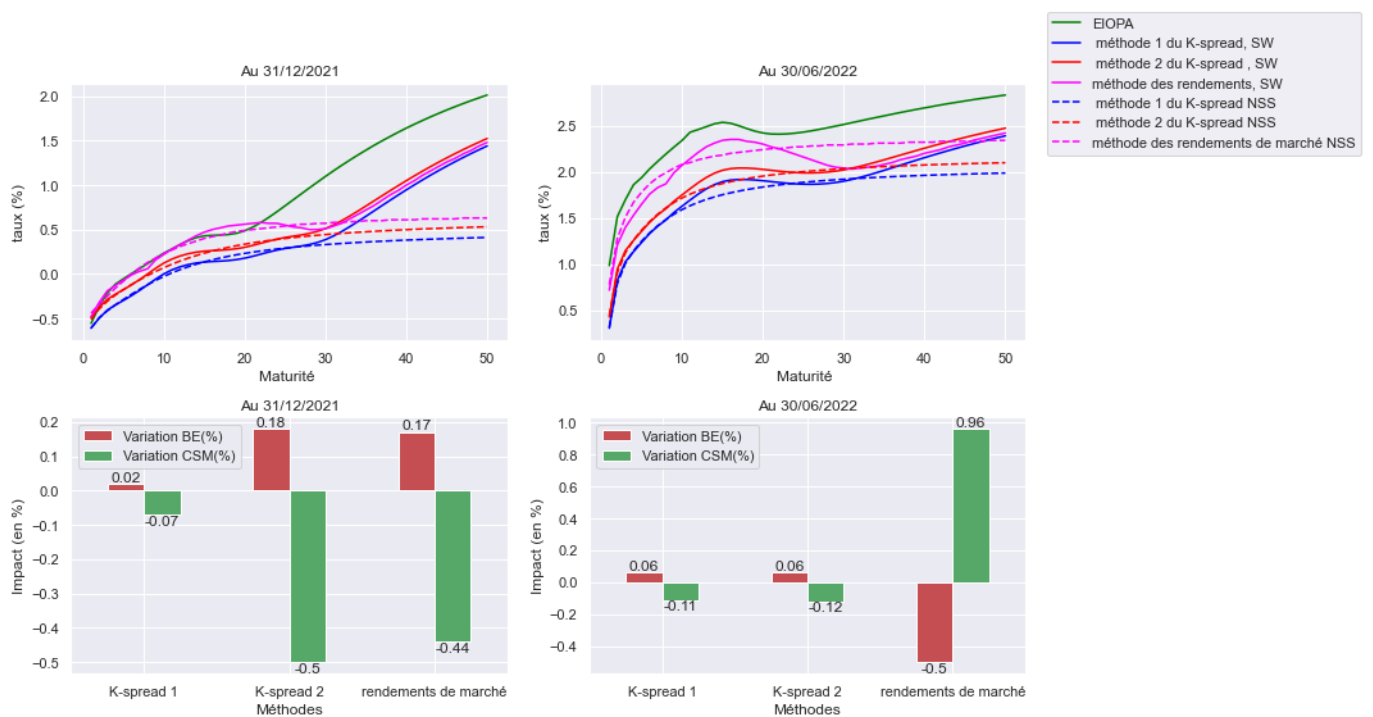


FIGURE 4.14 – Impact du choix de méthode d’extrapolation sur le *BE* et la *CSM* pour différentes méthodes (cas 2)

Les écarts étant plus importants pour la méthode de rendements de marché sur les deux figures indépendamment de l’environnement économique, cette méthode est moins robuste que les méthodes du K-spread au choix de la méthode d’extrapolation pour le portefeuille de l’étude et les dates considérées. Ce résultat est important, car pour le même portefeuille et les mêmes dates la méthode la plus robuste au choix de la courbe des taux sans risque comme le soutenait l’analyse de la figure 4.12, l’est le moins au choix de la méthode d’extrapolation.

Impact du choix de la méthode d’extrapolation pour les courbes de l’EIOPA

Pour les méthodes du régulateur, comme présentées sur la figure 3.1 du chapitre 3, les courbes obtenues avec les méthodes du FSP et de SW sont presque identiques au 30/06/2022. Mais la différence est beaucoup plus visible entre ces courbes au 31/12/2021. Pour cette raison, la comparaison entre les deux méthodes d’extrapolation est faite juste à la date du 31/12/2021 pour la méthode du VA de l’EIOPA. La courbe de référence choisie ici est celle extrapolée avec la méthode de Smith Wilson. Pour le BE, le choix de la méthode du FSP conduit à une augmentation relative de 0,56% par rapport au BE obtenu en extrapolant la courbe avec la méthode de Smith Wilson. L’impact est beaucoup plus important pour la CSM le choix de la méthode du FSP conduit à une baisse relative de 1,42% comme le montre la figure 4.15

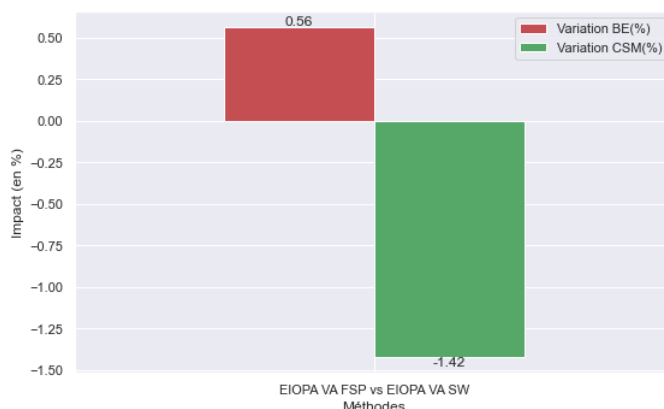


FIGURE 4.15 – Impact du choix de la méthode d’extrapolation sur le BE et la CSM avec les courbes de l’EIOPA.

Comparaison qualitative des méthodes proposées

Dans la section précédente, pour chaque méthode proposée, une étude de sensibilité a montré que différents choix de la courbe de taux sans risque ou de la méthode d’extrapolation conduisent à des variations importantes des provisions de l’assureur. Or le choix d’une méthode de construction d’une courbe des taux d’actualisation, ne se limite pas aux impacts quantitatifs de celle-ci sur les provisions de l’assureur, il faut aussi considérer son coût opérationnel pour l’assureur.

Il serait préférable que pour la méthode retenue, que les données soient facilement accessibles d’une part, que les hypothèses sur lesquels elle s’appuie soient assez générales en plus d’être

réalistes, et que la méthode soit facile à mettre en oeuvre. Parmi les différentes méthodes exposées, une comparaison doit aussi être faite sur la base des critères évoqués.

a) **Méthodes du K-spread**

Que ce soit pour le choix de la courbe des taux sans risque ou pour le calcul de la prime d'illiquidité du passif, les données nécessaires à la mise en place des méthodes du K-spread sont accessibles. Les hypothèses faites pour le calcul de la prime d'illiquidité du passif sont assez simples, si pour la méthode 1 le K-spread est vue comme une bonne mesure de la prime de liquidité sur le marché des obligations souveraines de la zone Euro, la méthode 2 en limitant le K-spread aux obligations dont l'émetteur bénéficie d'un rating AAA palie à cette limite et est plus proche de la réalité. Cependant, la prise en compte des différents ratings des obligations au travers des coefficients de majoration du K-spread est limitée. La complexité de la méthode peut être augmentée en fonction des retraitements faits sur le K-spread par l'utilisateur. Toutefois, avec le retraitement proposé dans cette étude, sa mise en oeuvre reste très accessible et même moins calculatoire que la méthode du VA. Pour finir, les méthodes du K-spread sont flexibles et peuvent être utilisées par n'importe quel assureur avec les données de son portefeuille.

b) **Méthode basée sur les rendements des marchés**

L'accessibilité des données pour cette méthode est aussi garantie comme avec les méthodes du K-spread. Cette méthode est très facile à mettre en oeuvre, elle tient compte des rendements donnés par le marché pour chaque type d'obligation en fonction de son rating. La prime de liquidité obtenue avec cette méthode est donc beaucoup plus proche de la réalité. En plus comparée à la méthode du K-spread, la prise en compte des ratings des obligations du portefeuille de l'assureur est meilleure. Seuls les choix des coefficients d'abattement peuvent alourdir sa complexité. Or comme montré dans cette étude, différents choix de ces paramètres influent peu la prime d'illiquidité du passif. De plus, cette méthode est utilisable par n'importe quel assureur en s'appuyant sur son portefeuille d'actifs.

c) **Méthode du VA appliquée au portefeuille de l'assureur**

Bien que très calculatoire, la méthode du VA reste accessible et facile à mettre en oeuvre car la plupart des données nécessaires sont fournies par le régulateur. Si sous Solvabilité II, l'utilisation de certains coefficients (calcul du CRA, calcul de la Risk Correction RC,...) ne nécessite pas de justification auprès d'un commissaire au compte, une justification peut-être requise au même titre que les paramètres libres des méthodes du K-spread et des rendements de marché sous IFRS 17.

L'étude de sensibilité faite à la section 4.5 et les analyses de variation présentées en Annexe 4 ont montré que c'est le choix de la courbe des taux sans risque qui impacte le plus les provisions de l'assureur. Il est donc fort probable qu'un assureur choisisse de ne pas construire lui-même sa courbe de taux sans risque peu importe la méthode qu'il utilise. Par ailleurs, si ces analyses ont montré que le choix de la méthode d'extrapolation n'a pas trop d'impact sur les provisions, il n'en demeure pas moins que la méthode d'extrapolation de Nelson Siegel Svensonn n'est pas évidente à mettre en oeuvre ; elle peut conduire à la résolution de problèmes d'optimisation non linéaire ce qui peut nécessiter l'utilisation d'algorithmes non triviaux comme les algorithmes génétiques.

Compte tenu de ces remarques, et des critères de choix évoqués, nous préconisons à une

entité l'utilisation de la méthode basée sur les rendements de marché, avec comme courbe de taux sans risque la courbe de taux sans risque fournie par l'EIOPA et comme méthode d'extrapolation la méthode de Smith Wilson ou du *First smoothing point*.

Conclusion

Dès Janvier 2023, les entreprises d'assurance cotées ou émettant de la dette sur le marché seront tenues de publier leurs états financiers en suivant les recommandations de la nouvelle norme dédiée aux contrats d'assurance, la norme IFRS 17.

Au centre de la valorisation des engagements des assureurs, la construction des courbes des taux d'actualisation occupe une place de choix au sein de la nouvelle norme. Deux approches y sont préconisées, une dite ascendante ou *Bottom-Up* et l'autre approche dite descendante ou *Top down*.

Dans l'approche *Top down*, il est demandé à l'entité d'estimer la courbe de rendements d'un portefeuille d'actifs de référence et d'y soustraire les facteurs non pertinents qui ne sont pas inhérents aux contrats d'assurance pour obtenir sa courbe de taux d'actualisation. L'approche *Bottom up* quant à elle est basée sur l'estimation d'une prime reflétant les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance qui est ensuite ajoutée à la courbe des taux sans risque pour obtenir le taux d'actualisation. Cette étude s'est focalisée sur la seconde approche, la principale difficulté étant de définir la liquidité des contrats d'assurance et de quantifier la prime qui lui est associée.

Nos recherches nous ont permis de proposer deux méthodes permettant de construire une courbe d'actualisation en approche *bottom up*. L'originalité de ces méthodes étant qu'elles sont *model free* et faciles à mettre en oeuvre. Ces méthodes reposant sur des hypothèses assez simples, peuvent de fait être moins précises. Par ailleurs, nous avons noté que différents choix de la « courbe des taux sans risque », de la méthode d'estimation de la prime d'illiquidité du passif et de la méthode d'extrapolation pouvaient conduire à obtenir différentes courbes, certaines plus hautes que d'autres. Une étude de sensibilité a été faite par la suite pour quantifier l'impact de chacune de ces différences sur le bilan d'un assureur. Il en est ressorti que le choix de la courbe des taux sans risque a beaucoup d'impact sur les engagements d'un assureur, pour le portefeuille considéré nous avons noté des écarts pouvant aller en valeur absolue jusqu'à 13,43% pour la *CSM* et 5,28% sur le *BE*. Ces résultats confortent l'idée selon laquelle la courbe des taux d'actualisation peut être un élément clé de la stratégie de pilotage des assureurs, encore plus sous le cadre normatif IFRS 17 qui exige une reconnaissance des contrats par groupe de profitabilité.

En tenant compte des hypothèses et de la complexité de chacune des méthodes proposées, la méthode des rendements de marché s'avère être la plus simple à mettre en oeuvre en plus de sa proximité avec la réalité observée sur le marché. Elle est donc recommandée aux entités, mais d'autres études plus quantitatives telles que l'application des chocs et des stress-tests sur les spreads comme sous Solvabilité II pourraient conduire au choix d'une autre méthode.

Bien que les résultats obtenus dans le cadre de cette étude soient satisfaisants, elle présente tout de même des limites. La principale limite est liée à la définition de l'illiquidité du passif. En effet, la norme IFRS 17 ne proposant pas de définition claire et précise de la liquidité des contrats d'assurance dans ses paragraphes, la définition adoptée dans cette étude est celle de l'EIOPA sous un cadre normatif autre qui est Solvabilité II. Le choix de cette définition ne va pas sans conséquence sur la quantification de la prime qui lui est associée. Pour palier à cette limite liée au biais de la définition de l'illiquidité du passif adoptée dans cette étude, une des perspectives à ce travail serait de calculer cette prime en se servant du peu de données existantes des transactions ayant été observées où certains assureurs ont cédé à d'autres acteurs (assureurs et réassureurs) leurs engagements. Une piste a été envisagée en ce sens dans cette étude, elle n'a pas été présentée dans ce document car bien les résultats obtenus ont été jugés trop volatiles.

Une autre limite de l'étude vient des limites des méthodes proposées. Elles ne mesurent pas proprement la prime de liquidité des actifs non obligataires du portefeuille de l'assureur. Malheureusement, la méthode envisagée pour palier à cette limite n'a pas pu être appliquée faute d'accessibilité aux indices non cotés.

Enfin, les méthodes proposées sont toutes de l'approche *Bottom up*, il serait intéressant d'en proposer quelques unes en approche *Top down*, les entités ou les lecteurs intéressés pourraient à cet effet consulter les travaux de T. PINTO (2020) [21], V. SALMON (2019) [31] ou encore H. E. BEKRI [5].

Bibliographie

- [1] Mario Wüthrich, An academic view on the illiquidity premium and market-consistent valuation in insurance. Lien document pdf.
- [2] J. Huston McCulloch, An Estimate of the Liquidity Premium, Boston College and Harvard University. Lien document pdf.
- [3] Asif Lakhany, Andrej Pintar and Amber Zhang, CALIBRATING THE NELSON-SIEGEL-SVENSSON MODEL BY GENETIC ALGORITHM, August 5, 2021. Lien vers le document pdf.
- [4] Institut Canadien des Actuaires, Ébauche de note éducative : Application de la norme IFRS 17, Contrats d'assurance, Février 2019
- [5] Hamza EL BEKRI, Calibration de la courbe de taux en normes IFRS 17. Mémoire d'actuariat, DUAS.
- [6] Standard & Poor's Global Rating ; Default, Transition, and Recovery : 2020 Annual Sovereign Default And Rating Transition Study, 2021. Lien page web.
- [7] Cecile PELTIER, Alice Thou, IFRS 17 : Etude d'impact sur un produit d'épargne Euro, Mémoire d'actuariat, IRM.
- [8] LAURENT LANZINI, IFRS 17 LES DÉFIS D'UNE RÉVOLUTION COMPTABLE POUR LES ENTREPRISES D'ASSURANCES, Square, Mars 2020.
- [9] Pierre-E. Thérond, IFRS 17 : le niveau d'agrégation dans la représentation comptable de l'assurance.
- [10] SeaBird, IFRS 17 vous donne du fil à retordre ? Juin 2020.
- [11] Optimind, IFRS 17 Transition : une appropriation des différents enjeux pour une meilleure maîtrise de la communication financière, Dec 2020.
- [12] KfW Bonds - Rely on the safe haven, August 2022. Lien vers le document pdf.
- [13] L'ARGUS de l'assurance, L'évaluation du passif : un modèle général proche de la directive Solvabilité 2, Lien page web.
- [14] L'ARGUS de l'assurance, Les adaptations du modèle général, Lien page web.
- [15] Jacob Ejsing, Magdalena Grothe and Oliver Grothe, LIQUIDITY AND CREDIT RISK PREMIA IN GOVERNMENT BOND YIELDS, June 2012. Lien document pdf.
- [16] Frank de Jong, Liquidity Risk Premia in Corporate Bond Markets, November 2005.
- [17] Aswath Damodaran, Marketability and Value : Measuring the Illiquidity Discount, July 2005.

- [18] Krista Schwarz, Mind the Gap : Disentangling Credit and Liquidity in Risk Spreads, November 2018.
- [19] Paul R.F. van Loon¹ , Andrew J.G. Cairns , Alexander J. McNeil and Alex Veys, Modelling the Liquidity Premium on Corporate Bonds, Actuarial Research Centre, Heriot-Watt University ; November 2014.
- [20] Périclès Actuarial, Quelques rappels concernant la MCEV ; Juin 2016.
- [21] Pinto Thomas (2020). Modélisation de la courbe des taux dans un environnement IFRS 17 et Solvabilité II. Mémoire d'actuariat, Université Paris Dauphine.
- [22] Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt, Practical Genetic Algorithms, Second Edition.
- [23] Hui Chen and Al, Quantifying Liquidity and Default Risks of Corporate Bonds over the Business Cycle, May 2014.
- [24] Optimind, RÉVISION SOLVABILITÉ 2 Avis EIOPA, Janvier 2021.
- [25] Amundi, Solvabilité 2, Revision 2020 : Préconisations de l'EIOPA, Janvier 2021.
- [26] Philipp Keller, Some comments on the illiquidity premium. Swiss Actuarial Association, March 2010.
- [27] Milliman, The alternative design of the Volatility Adjustment : Is EIOPA successful in removing the overshooting effect ? 2020.
- [28] Jeremy Kent, Ed Morgan, Milliman, Shining new light on European insurance M&A ; March 2019.
- [29] Clara Galliani, Giovanni Petrella and Andrea Resti, The liquidity of corporate and government bonds : drivers and sensitivity to different market conditions, 2014.
- [30] Scott Joslin, Wenhao Li, and Yang Song, The Term Structure of Liquidity Premium, March 2021.
- [31] Virgile SALMON (2019). Méthodes de détermination du taux d'actualisation dans le cadre de la norme IFRS 17. Mémoire d'actuariat, ISFA.
- [32] Deloitte, Volatility adjustment under the loop, Fevrier 2018. Lien document pdf.

Annexe 1

Algorithme génétique

Les algorithmes génétiques ont été développés par John Holland en 1975. Ce sont des algorithmes d'optimisation stochastique fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et la génétique. Les termes utilisés dans ces algorithmes sont familiers avec certains termes génétiques. Nous commençons par une présentation de ce vocabulaire, et pour être explicite on va illustrer en supposant que l'on veuille résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{(x,y) \in [a,b] \times [c,d]} f(x,y) \quad (1.1)$$

avec f une fonction positive.

Vocabulaire

Chromosome : un chromosome désigne une variable du problème d'optimisation qu'on l'on veut résoudre. Pour le problème 1.1, on a deux chromosomes, x et y . On notera par N_{var} le nombre de variables ou de chromosomes.

Individu : Un individu est un point candidat pour être la solution du problème. Il est formé de chromosomes. Pour le problème 1.1, un individu serait tout point $P = (x, y)$ dont les coordonnées x et y satisfont les contraintes du problème, c'est à dire $x \in [a, b]$ et $y \in [c, d]$.

Population : La population désigne un ensemble d'individus candidats pour être solution(s) au problème. Par exemple, $\mathcal{P} = \{(x_1, y_1); \dots; (x_n, y_n)\}$ est une population à n individus pour le problème 1.1.

Le principe d'un algorithme génétique est de faire évoluer la population initiale dans le temps, ne garder que les individus les « plus forts », les croiser entre eux pour créer de nouveaux individus « plus forts » jusqu'à obtention de la solution au problème. Ce processus se fait à l'aide de plusieurs opérateurs « génétiques ».

L'opération de sélection : Elle permet de sélectionner les individus les « plus forts » dans une population initiale qui auront le droit de se reproduire pour créer de nouveaux individus pour la prochaine génération.

Pour ce faire, on commence par évaluer la fonction que l'on veut optimiser sur la population initiale \mathcal{P}_0 . Puis on ordonne les individus en fonction de leurs coûts (valeurs prises la fonction en ces points). Pour le problème 1.1 par exemple avec une population initiale $\mathcal{P}_0 = \{(x_1, y_1); \dots; (x_n, y_n)\}$, on calcule $f(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$ et on ordonne les points dans

un ordre croissant, c'est à dire de la plus petite valeur prise par la fonction à la plus grande. On ne garde ensuite que les $N_1 = \mu \times n$ premiers individus où $\mu \in]0, 1[$ est le taux de sélection. Ce sont des N_1 individus sélectionnés que sont ensuite tirés aléatoirement les parents qui devront se croiser pour former de nouveaux individus. Il existe plusieurs méthodes pour tirer les individus parents parmi les N_1 préalablement choisis¹. On peut utiliser un tirage uniforme pour lequel tous les individus ont la même probabilité d'être tiré, on peut attribuer à un individu dont le rang est i après classement la probabilité $p_i = \frac{N_1 - i + 1}{\sum_{i=1}^{N_1} i}$, c'est cette méthode qui est utilisée dans ce document.

L'opération de croisement : cette opération permet de créer de nouveaux individus avec les individus parents sélectionnés précédemment. Pour croiser deux individus parents, on choisit au préalable de manière aléatoire un ou plusieurs chromosomes suivant la dimension du problème comme site de croisement. Supposons par exemple que pour le problème 1.1, on ait deux individus parents $m_a = (x_m, y_m)$ et $p_a = (x_p, y_p)$ et que le chromosome de croisement soit la variable x , alors on obtient deux nouveaux individus $I_1 = (x_m, y_p + (1 - \beta)(y_m - y_p))$ et $I_2 = (x_p, y_m + (1 - \beta)(y_p - y_m))$, avec β choisit aléatoirement dans $[0, 1]$ tout en s'assurant que les contraintes soit respectées

L'opération de mutation : A cette étape, on mute pour une partie ou la totalité des individus certains de leurs chromosomes, les nouveaux chromosomes mutés doivent respecter les contraintes du problème. Pour le problème 1.1, si l'individu $P_i = (x_i, y_i)$ a été choisi pour être muter sur le chromosome x , alors le chromosome x est remplacé par une valeur générée aléatoirement dans l'intervalle $[a, b]$.

Après la mutation, la nouvelle génération est obtenue. On peut reprendre le processus de manière itérative jusqu'à l'obtention de la solution optimale ou du moins après un nombre maximal d'itérations.

La figure 1.1 illustre le principe d'un algorithme génétique.

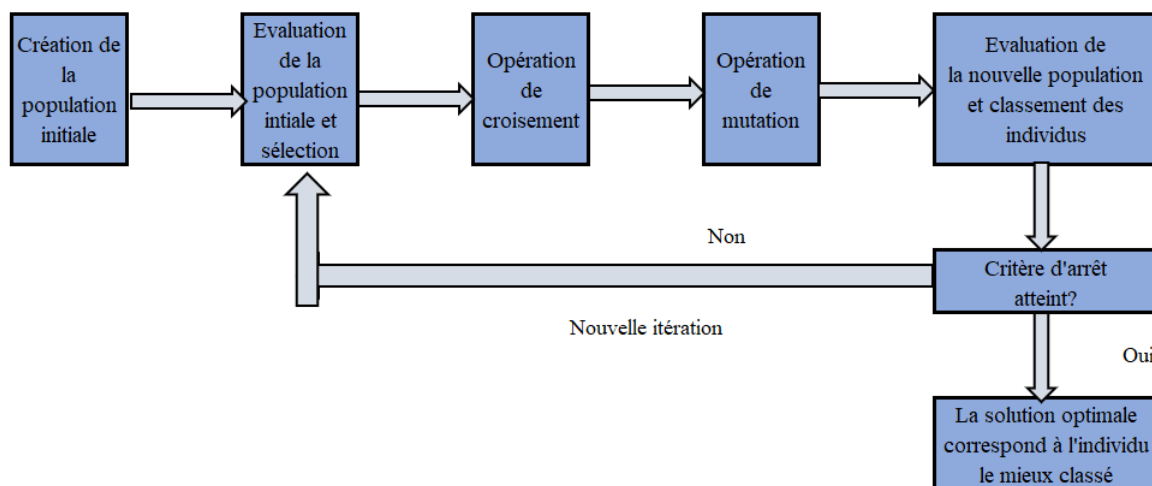


FIGURE 1.1 – Principe de fonctionnement de l'algorithme génétique

Les différentes opérations mentionnées ci-dessus sont toutes importantes dans l'algorithme génétique. Grâce à ces propriétés, tous les points de l'espace de recherche peuvent être atteints,

1. Le lecteur intéressé pourra consulter [22] pour plus de détails.

ce qui rend cet algorithme moins sensibles aux optimums locaux. De plus, cet algorithme s'adapte facilement à plusieurs problèmes et ne requiert pas de propriétés analytique sur la fonction qu'on veut optimiser.

Par contre, rien ne garantit l'obtention de la solution optimale en un temps ou nombre d'itérations finis. Il existe par ailleurs, un risque de converger vers un optimum local malgré les opérations de croisement et de mutation, surtout s'ils existent plusieurs individus équivalents dans la population à une itération donnée. Le temps de calcul pour certain problème peut s'avérer énorme malgré la parallélisation de calcul. Pour ces raisons quand c'est possible, il est recommandé de lancer plusieurs runs successifs pour s'assurer de la convergence de l'algorithme lorsque le critère d'arrêt est l'atteinte d'un nombre maximal d'itérations.

Pour la résolution de nos problèmes d'optimisation avec cet algorithme, le critère d'arrêt est celui du nombre d'itérations maximal et les paramètres qui utilisés sont :

- $N = 10000$ pour le nombre d'individus dans une génération ;
- $\mu = 0.25$ pour le taux de sélection ;
- $p_{mu} = 0.002$ pour le taux de mutation ;
- $iter_{max} = 1000$ pour le nombre d'itération maximal.

Calibration des paramètres

Nous rappelons que dans les modèles NS et NSS, les expressions du taux zéro coupon sont respectivement données par

$$\begin{aligned} R(0, t) &= r(t) \\ &= \beta_0 + \beta_1 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha)}{t/\alpha} \right) + \beta_2 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha)}{t/\alpha} - \exp(-t/\alpha) \right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} R(0, t) &= r(t) \\ &= \beta_0 + \beta_1 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha_1)}{t/\alpha_1} \right) + \beta_2 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha_1)}{t/\alpha_1} - \exp(-t/\alpha_1) \right) + \beta_3 \times \left(\frac{1 - \exp(-t/\alpha_2)}{t/\alpha_2} - \exp(-t/\alpha_2) \right) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Pour calibrer le vecteur de paramètres β pour chacun de ces modèles, un algorithme génétique² est utilisé en suivant les recommandations du chapitre 5 de [22]. Les raisons du choix de cet algorithme au détriment des algorithmes classiques d'optimisation sont les mêmes que celles avancées par les auteurs de [3]. Entre autres nous pouvons citer :

- sa capacité à traiter des fonctions objectives non différentiables, non linéaires et multimodales ;
- sa capacité d'échapper aux optima locaux ;
- bonnes propriétés de convergence ;
- la parallélisation des tâches pour réduire le temps de calcul.

Pour mesurer la qualité de l'ajustement du modèle, le critère de l'erreur quadratique moyen « Mean Square Error » (MSE) est utilisé. Le vecteur de paramètres retenu sera donc celui qui minimisera l'écart quadratique entre les taux observés et les taux théoriques, c'est à dire la solution au problème de minimisation 1.4.

2. Pour plus de détails que la présentation faite sur ces algorithmes consulter [22]

$$\min_{\beta} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (R^{obs}(0, m) - R^{theo}(0, m))^2 \quad (1.4)$$

Les tableaux ci-dessous présentent les tests effectués pour vérifier la stabilité et la convergence de l'algorithme pour quelques courbes construites.

β_0	β_1	β_2	β_3	α_1	α_2	MSE	Run
0.77930206	-1.35725022	-1.56375886	0.69649223	2.41208538	1.59117362	0.0018047	1
0.77467548	-1.34324998	-1.25243716	0.42424587	2.51792806	1.52713747	0.0018248	2
0.77837039	-1.3510357	-1.20311263	0.40157104	2.56444608	1.49448012	0.0018222	3
0.77687743	-1.34722197	-1.16592728	0.36729644	2.57695046	1.48567066	0.0018267	4
0.77328398	-1.34465529	-1.46717829	0.59683759	2.41394075	1.5725208	0.0018152	5

TABLEAU 1.1 – Test de stabilité des paramètres de la courbe de taux d'actualisation au 31/12/2021 pour la méthode des rendements de marché

β_0	β_1	β_2	β_3	α_1	α_2	MSE	Run
2.0879804	-3.01240511	0.74139225	-2.28894482	0.93258419	1.87779953	0.0012955	1
2.08549613	-2.99323588	0.79356941	-2.07892376	0.99782486	1.89836662	0.0014189	2
2.08680887	-2.99283018	0.77952522	-1.55825163	0.96968952	1.81786808	0.0014831	3
2.09012419	-3.02898772	0.77275473	-1.71539683	0.96007222	1.80009941	0.0013938	4
2.07144095	-2.9936264	0.76231164	-1.54961395	0.9276294	1.87700041	0.0014616	5

TABLEAU 1.2 – Test de stabilité des paramètres de la courbe de taux d'actualisation au 30/06/2022 pour la méthode 2 du K-spread

Preuve des formules de l'équation 3.19 du chapitre 3

On a :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t + \lambda)dt + \sigma dW_t$$

Donc pour $t_{i-1} < t_i$, on a :

$$\begin{aligned} S_{t_i} &= S_{t_{i-1}} \exp\left(-\int_{t_{i-1}}^{t_i} (r_s + \lambda - \frac{1}{2}\sigma^2)ds + \sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}})\right) \\ &= S_{t_{i-1}} \exp\left(-\int_{t_{i-1}}^{t_i} r_s ds - (\lambda - \frac{1}{2}\sigma^2)\delta + \sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}})\right) \\ &= S_{t_{i-1}} \exp\left(-\int_{t_{i-1}}^{t_i} r_s ds\right) \exp\left(-(\lambda - \frac{1}{2}\sigma^2)\delta + \sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}})\right) \end{aligned}$$

Or $\exp(\int_{t_{i-1}}^{t_i} r_s ds) = B(t_{i-1}, t_i) \approx \frac{1}{(1+r_{t_{i-1}})\delta}$ Donc

$$\frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}} \frac{1}{(1+r_{t_{i-1}})\delta} \approx \exp\left(-(\lambda - \frac{1}{2}\sigma^2)\delta + \sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}})\right)$$

donc

$$\ln\left(\frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}} \frac{1}{(1+r_{t_{i-1}})^\delta}\right) \approx \sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}}) - \left(\lambda - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\delta$$

Comme $\sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}}) \equiv \mathcal{N}(0, \sigma^2\delta)$, alors $\sigma(W_{t_i} - W_{t_{i-1}}) - (\lambda - \frac{1}{2}\sigma^2)\delta \equiv \mathcal{N}((\frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda)\delta, \sigma^2\delta)$
 En posant alors $X_{t_i} = \ln\left(\frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}} \frac{1}{(1+r_{t_{i-1}})^\delta}\right)$, $\mu = (\frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda)\delta$ et $\sigma'^2 = \sigma^2\delta$, on a :

$$X_{t_i} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma'^2)$$

On estime alors μ et σ'^2 avec la méthode du maximum de vraisemblance par

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{t_i} \text{ et } \hat{\sigma}' = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_{t_i} - \hat{\mu})^2}$$

On retrouve ensuite aisement les formules de l'équation 3.19.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\delta(N-1)} \sum_{i=1}^N (X_{t_i} - \hat{\mu})^2} \text{ et } \hat{\lambda} = \frac{\hat{\mu}}{\delta} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2$$

Annexe 2

Tableaux

Moody's	Standard & Poor's	Fitch	Appréciation de la note
Aaa	AAA	AAA	Qualité supérieure
Aa1	AA+	AA+	Qualité moyenne supérieure
Aa2	AA	AA	
Aa3	AA-	AA-	
A1	A+	A+	Qualité moyenne
A2	A	A	
A3	A-	A-	
Baa1	BBB+	BBB+	Qualité moyenne inférieure
Baa2	BBB	BBB	
Baa3	BBB-	BBB-	
Ba1	BB+	BB+	Spéculatif
Ba2	BB	BB	
Ba3	BB-	BB-	
B1	B+	B+	Très spéculatif
B2	B	B	
B3	B-	B-	
Caa1	CCC+	CCC+	Risque considérable
Caa2	CCC	CCC	Faible probabilité d'atteindre ses objectifs
Caa3	CCC-	CCC-	
Ca	CC	CC	Obligation très spéculative et très risquée
C	C	C	Proche de la faillite
	SD/D	RD/D	En défaut

TABLEAU 2.1 – Grille de rating des principales agences de notation

Groupe	Critères	Poids w_i
1 - très illiquide	Contrats sans option de rachat ou de résiliation; Contrats parmi lesquels l'option de résiliation ou de rachat n'amène pas à une baisse des fonds propres; Faible impact du risque de mortalité sur Best-estimate.	100%
2 - Moyennement illiquide	Faible impact de l'augmentation permanente du taux de rachats sur le Best-estimate; Faible impact du risque de mortalité sur Best-estimate.	75%
3 - Peu illiquide	Les autres contrats qui ne sont ni de catégorie 1, ni de catégorie 2.	60%

TABLEAU 2.2 – Groupe de d'illiquidité du passif, Mazars 2021

Date	Modèle	β_0	β_1	β_2	β_3	α_1	α_2	MSE
31/12/2021	NSS	0.3319	-1.1610	1.8308	-3.13989	1.7819	2.3202	0.00047
31/12/2021	Nelson Siegel	0.4084	-1.2048	-0.4886	4.7614			0.00046
30/06/2022	NSS	1.8417	-2.7853	3.8715	-3.7492	1.0997	1.6575	0.00041

TABLEAU 2.3 – Paramètres courbes des taux zéros coupons des bunds aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022.

Date	Modèle	β_0	β_1	β_2	β_3	α_1	α_2	MSE
31/12/2021	NSS	0.25465	-0.85485	1.99716	-0.678943	8.616993	4.723327	0.00048
30/06/2022	NSS	1.26860	-2.09490	4.77757	3.682573	6.912090	0.911295	0.00045

TABLEAU 2.4 – Paramètres courbes des taux zéros coupons des OIS aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022.

Méthode du VA

31/12/2021		30/06/2022	
Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)	Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)
1 184 660 750	CSM 333 274 627,6	1 184 660 750	CSM 405 596 009,7
	RA 77 398 73,84		RA 70 824 06,73
	BE 773 987 384		BE 708 240 673

Méthode 1 du K-spread

31/12/2021		30/06/2022	
Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)	Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)
1 184 660 750	CSM 345 447 739,1	1 184 660 750	CSM 412 871 619,8
	RA 76 292 09,19		RA 70 162 64,82
	BE 762 920 919		BE 701 626 482

TABLEAU 2.5 – Bilans simplifiés avec la méthode du VA et la méthode 1 du K-spread.

Méthode 2 du K-spread

31/12/2021		30/06/2022	
Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)	Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)
1 184 660 750	CSM 353 461 420,6	1 184 660 750	CSM 415 843 144,4
	RA 75 563 57,54		RA 69 892 50,96
	BE 755 635 754		BE 698 925 096

Méthode des rendements de marché

31/12/2021		30/06/2022	
Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)	Actif (en valeur de marché)	Passif (en juste valeur)
1 184 660 750	CSM 343 538 894,8	1 184 660 750	CSM 413 642 961,8
	RA 76 465 62,32		RA 70 092 52,62
	BE 764 656 232		BE 700 925 262

TABLEAU 2.6 – Bilans simplifiés avec la méthode 2 du K-spread et la méthode des rendements de marché.

Annexe 3

Figures

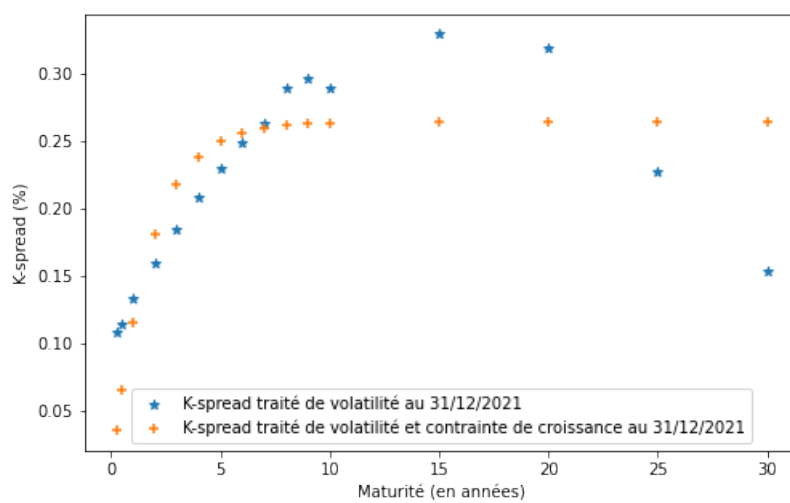


FIGURE 3.1 – Retraitement de la courbe du K-spread au 31/12/2021

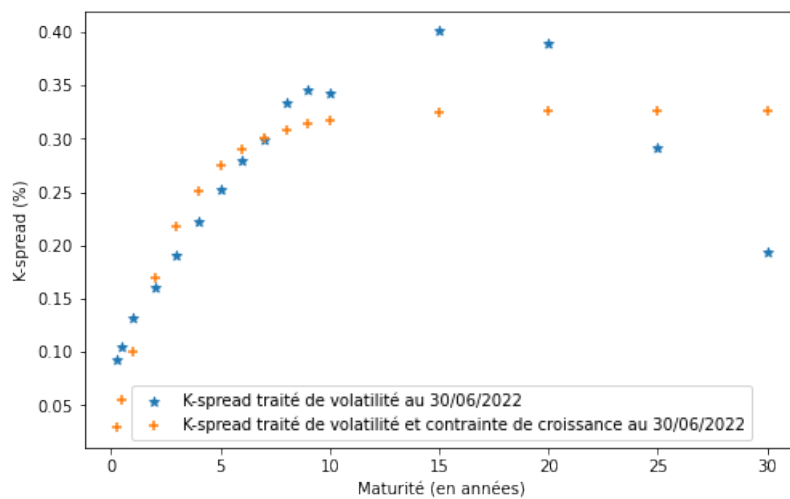


FIGURE 3.2 – Retraitement de la courbe du K-spread au 30/06/2022

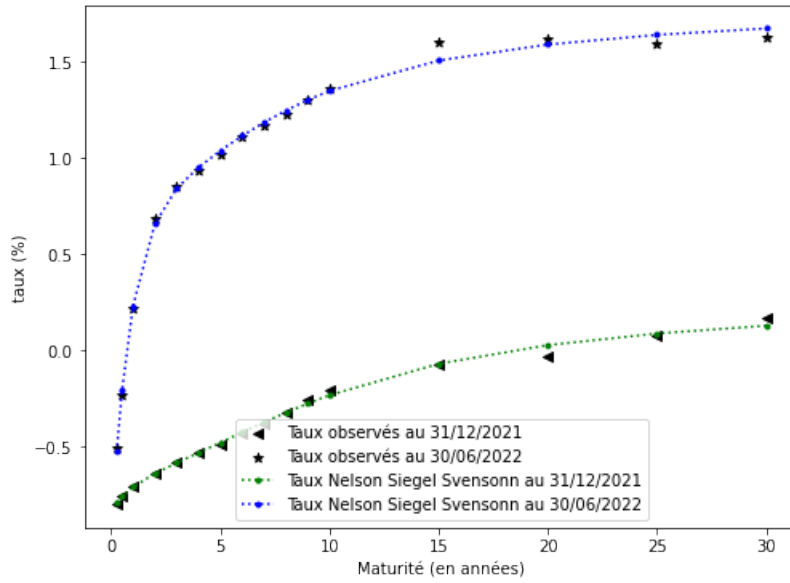


FIGURE 3.3 – Courbes sans risque observées et courbes sans risques extrapolées pour les bunds.

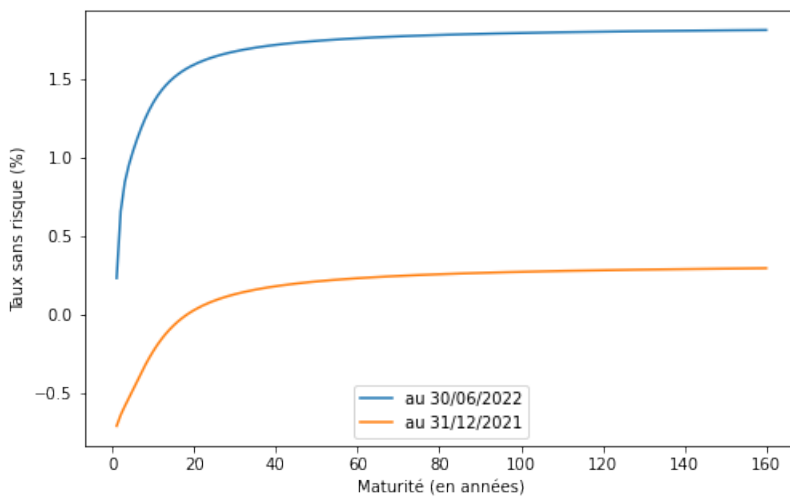


FIGURE 3.4 – Courbes des taux sans risque avec les bunds

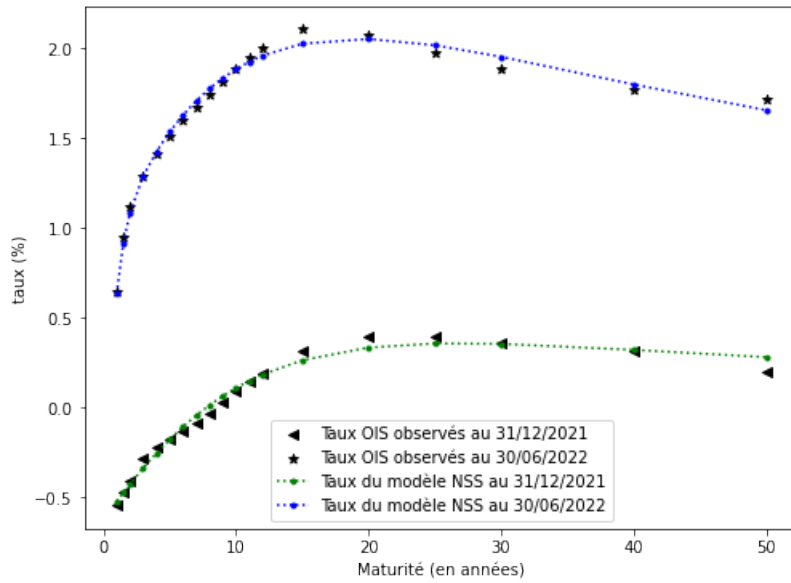


FIGURE 3.5 – Courbes sans risque observées et courbes sans risques extrapolées pour l’OIS.

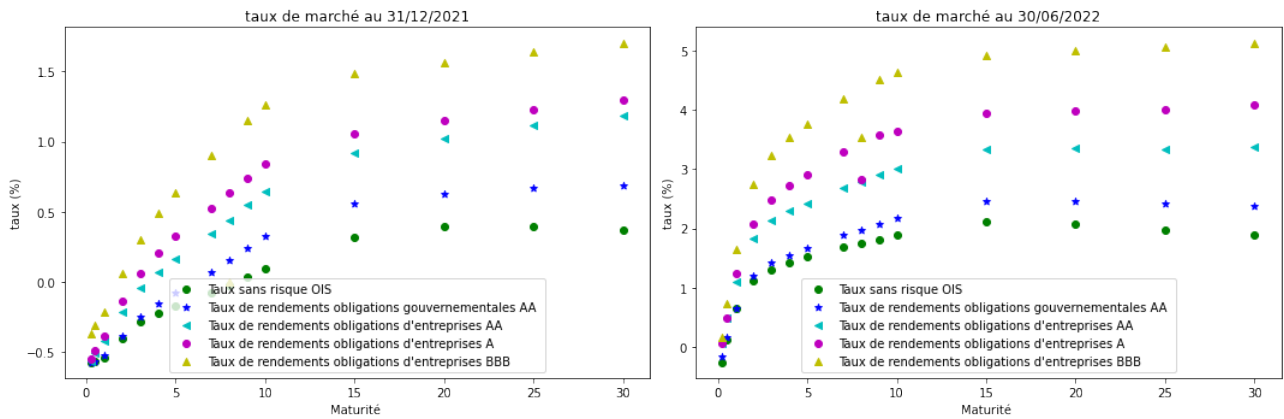


FIGURE 3.6 – Taux de rendements de marchés aux dates du 31/12/2021 et du 30/06/2022

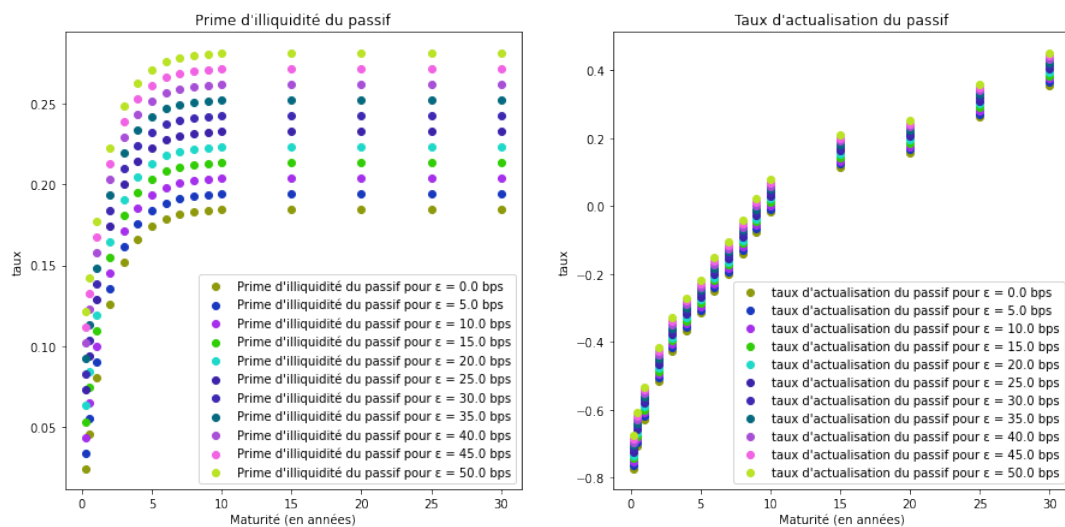


FIGURE 3.7 – Sensibilité de la méthode 1 du K-spread au paramètre ϵ

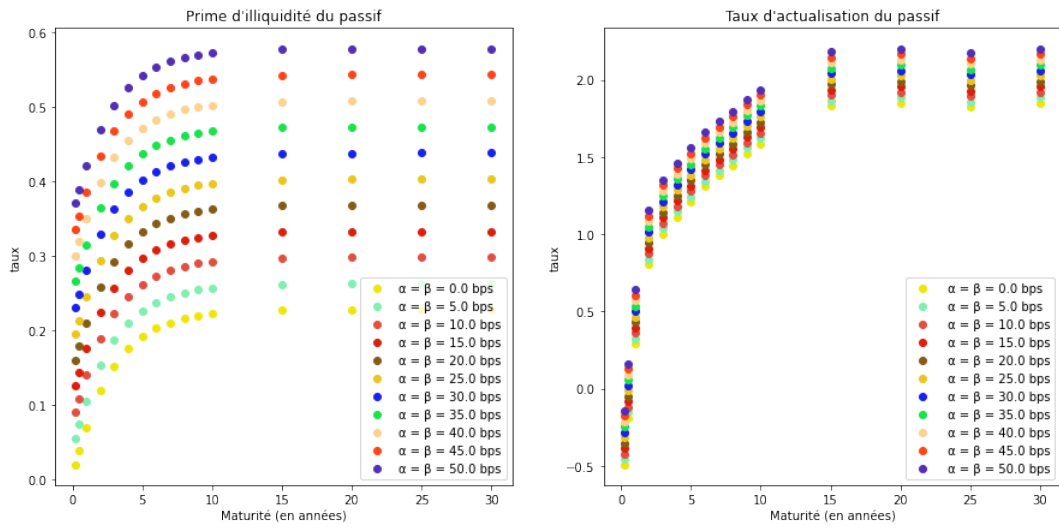


FIGURE 3.8 – Sensibilité de la méthode 2 du K-spread aux paramètres α et β

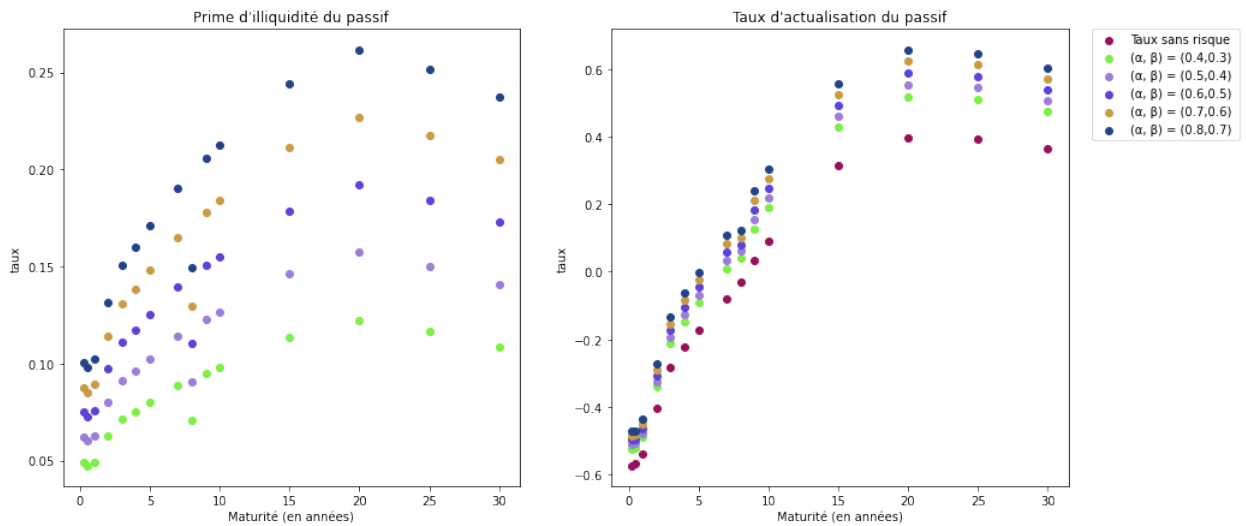


FIGURE 3.9 – Sensibilité de la méthode des rendements de marché au 31/12/2021

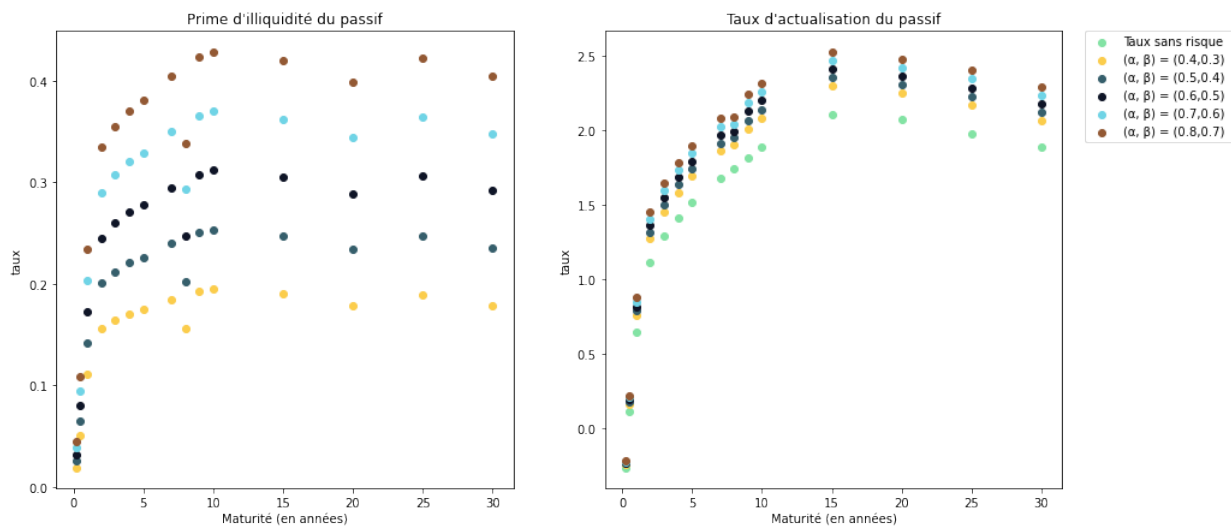


FIGURE 3.10 – Sensibilité de la méthode de la méthode avec les rendements de marché au 30/06/2022

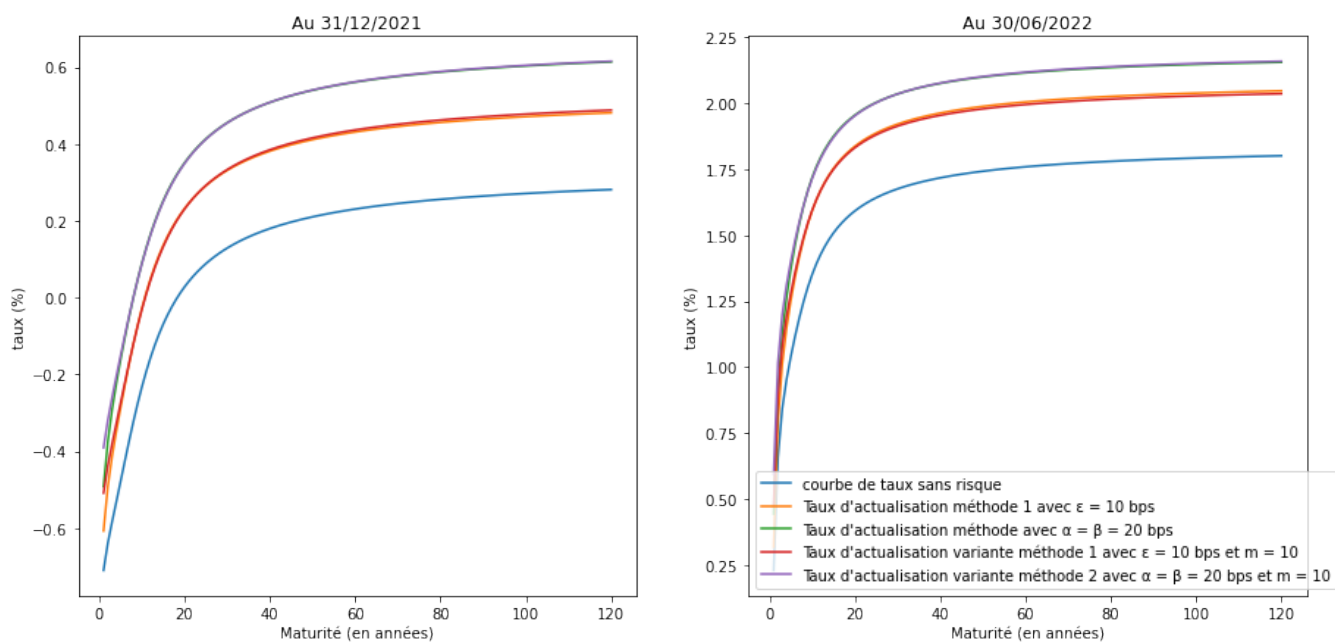


FIGURE 3.11 – Courbe de taux d'actualisation avec les méthodes du K-spread et leurs variantes

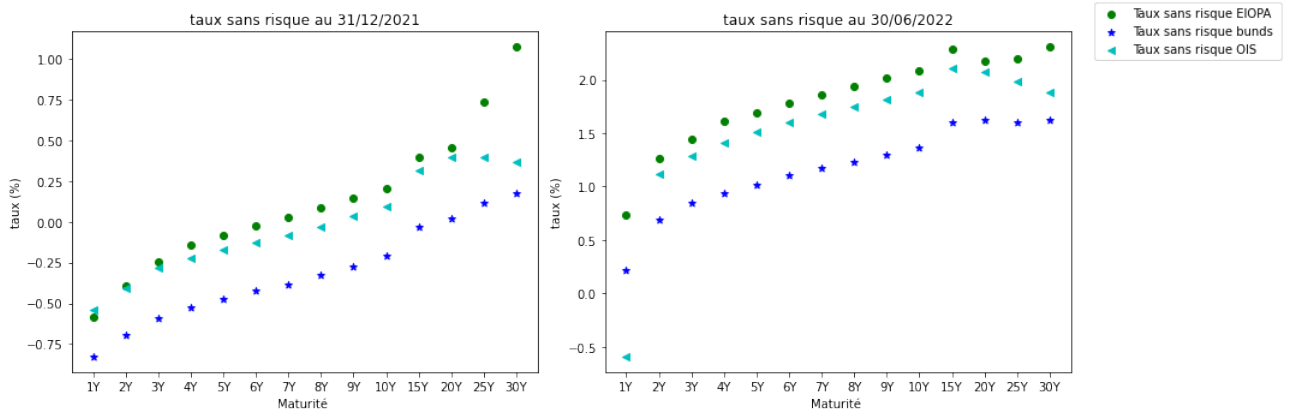


FIGURE 3.12 – Courbes des taux sans risque

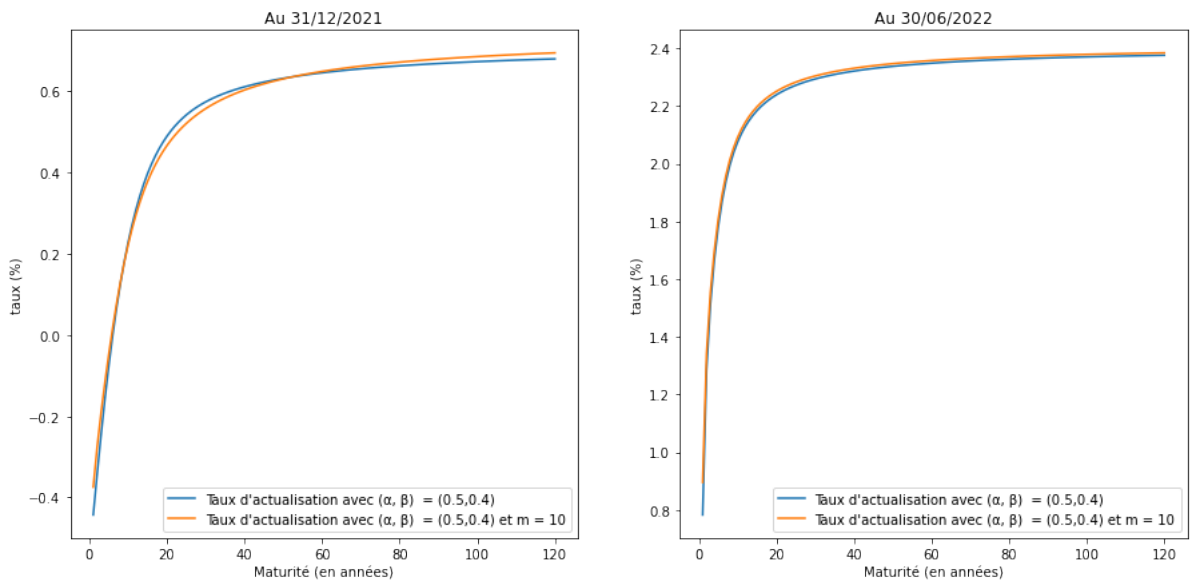


FIGURE 3.13 – Courbes de taux d'actualisation avec les rendements de marché

Appendix: Transactions included

The following table lists the transactions included in this analysis:

ENTITY	YEAR	COUNTRY	TYPE	TRANSACTION PRICE (EUR M)
Abbey Life Assurance Company Ltd	2016	UK	Life	1,085
Adriatic Slovenica d.d.	2018	Slovenia	Composite	245
Aegon Ireland plc	2018	Ireland	Life	194
Aegon Pojistovna, a.s.; Aegon Slovensko	2018	Slovakia and Czech	Health	155
Antarius SA (50% Stake)	2017	France	Life	502
Avipop Assicurazioni SpA (50% Stake)	2018	Italy	Health	252
BPCE Assurances SA (40% Stake)	2017	France	Non-life	272
CIS General Insurance Limited	2019	UK	Non-life	209
Compagnia Assicuratrice Linear S.p.A.	2017	Italy	Non-life	160
Ethniki Hellenic General Insurance S.A. (75% Stake)	2017	Greece	Composite	718
Folksam Non-Life Insurance Limited	2018	Finland	Non-life	103
Friends First Life Assurance Company Limited	2018	Ireland	Composite	220
Generali Belgium SA	2018	Belgium	Composite	540
Generali PanEurope	2018	Ireland	Life	286
Net Insurance SpA (30% Stake)	2018	Italy	Non-life	9
Nordea Liv & Pension, livsforsikringselskab A/S (25% Stake)	2017	Denmark	Life	292
Nordea Liv & Pension, livsforsikringselskab A/S (45% Stake)	2018	Denmark	Life	475
Old Mutual Wealth Italy S.p.A	2017	Italy	Life	278
Popolare Vita SpA (50% Stake)	2017	Italy	Life	536
Pramerica Life SpA	2018	Italy	Life	80
Sara Assicurazioni S.p.A.	2018	Italy	Non-life	135
UBB Life Insurance EAD (40% Stake)	2018	Bulgaria	Composite	6
Unisalute S.p.A. (98.53% Stake)	2017	Italy	Health	715
Vittoria Assicurazioni SpA (40.76% Stake)	2018	Italy	Non-life	384

FIGURE 3.14 – Transactions observées sur le marché de l'assurance européen. *Source* [28], Page 5.

Annexe 4

Analyses de variation

Comparaison des méthodes proposées avec la méthode du VA de l'EIOPA

Le but de cette analyse est de montrer l'impact de chacune des méthodes proposées sur les provisions d'un assureur vie notamment le BE et la CSM relativement à la méthode de l'EIOPA. Pour ce faire, on analyse la variation du BE ou de la CSM en suivant les différentes étapes suivantes :

- On commence par calculer le BE et la CSM avec la courbe de taux d'actualisation fournie par l'EIOPA ;
- On conserve la courbe de taux sans risque et la méthode d'extrapolation de Smith Wilson de l'EIOPA. Seule la méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif est mise à jour en fonction de la méthode ;
- Par rapport à l'étape précédente, on conserve uniquement la méthode d'extrapolation de Smith Wilson de l'EIOPA. La méthode de calcul de la prime d'illiquidité du passif de l'étape précédente est maintenue mais la courbe des taux sans risque est désormais celle des bunds ou celle des taux OIS selon la méthode ;
- La méthode d'extrapolation est maintenant celle de Nelson Siegel Svensonn, les autres paramètres (courbe de taux sans risque, calcul de la prime d'illiquidité du passif) restent inchangés par rapport à la dernière étape.

Pour chacune de ces étapes, les variations relatives du BE et de la CSM sont calculées à partir de leurs valeurs de l'étape précédente. Seuls les résultats pour la date du 30/06/2022 sont présentés

Les résultats de cette analyse de variations pour le BE sont présentées sur les figures 4.1, 4.2 et 4.3 ; les résultats pour la CSM sur les figures 4.4, 4.5 et 4.6. Ces résultats sont en accord avec les analyses faites à la section 4.5 du chapitre 4, le choix de la courbe des taux sans risque est crucial pour les assureurs et peut-être un outil de pilotage. Le choix d'une courbe à une autre conduit à des variations non négligeables du BE ou de la CSM .

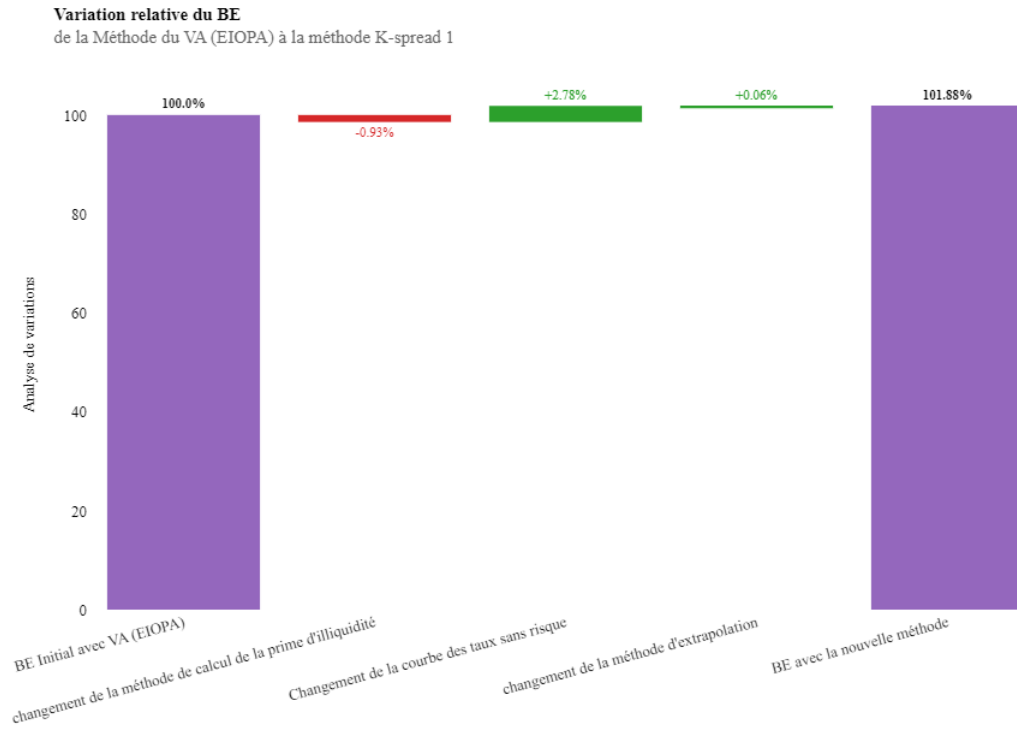


FIGURE 4.1 – Variation du BE de la méthode EIOPA à la méthode 1 du K-spread

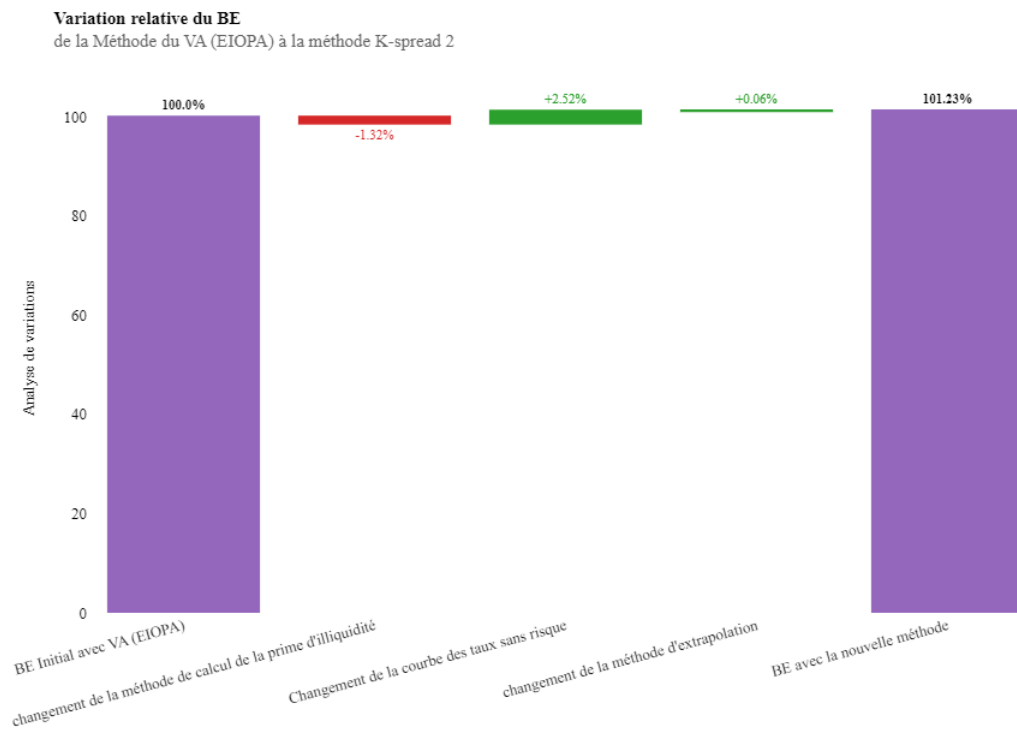


FIGURE 4.2 – Variation du BE de la méthode EIOPA à la méthode 2 du K-spread

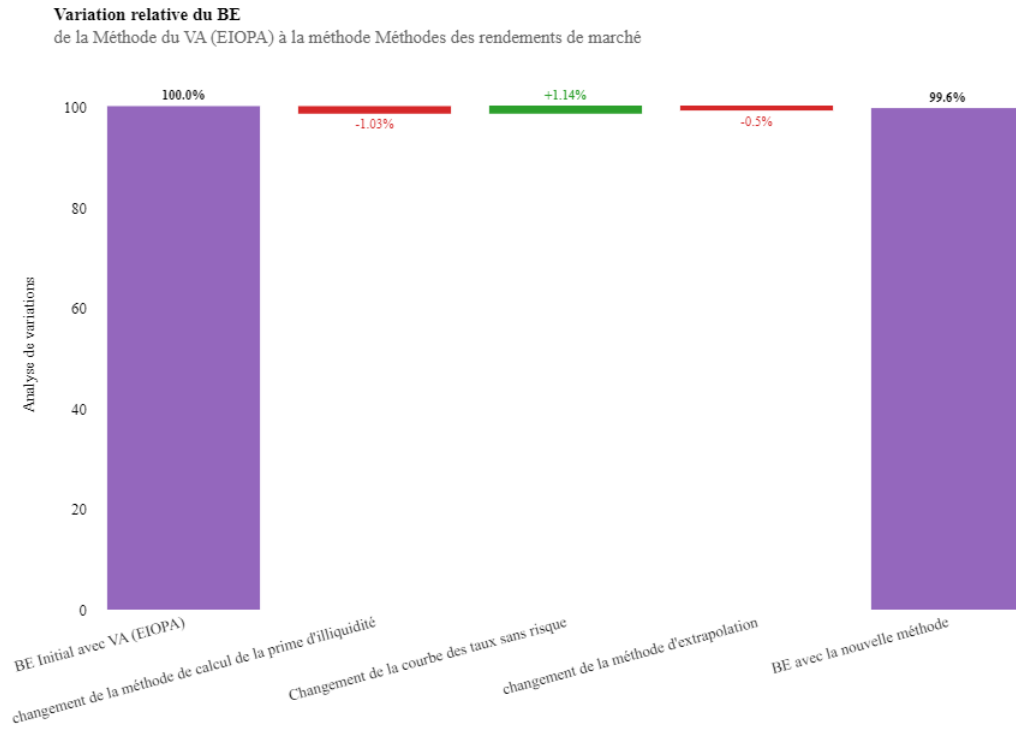


FIGURE 4.3 – Variation du BE de la méthode EIOPA à la méthode des rendements de marché

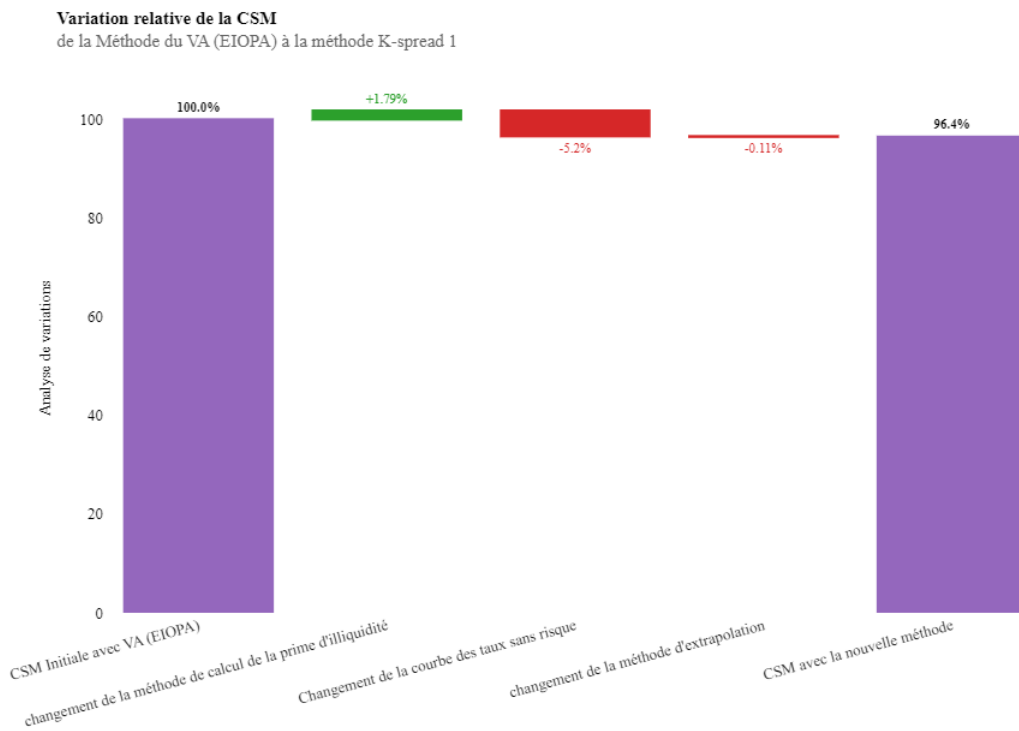


FIGURE 4.4 – Variation de la CSM de la méthode EIOPA à la méthode 1 du K-spread

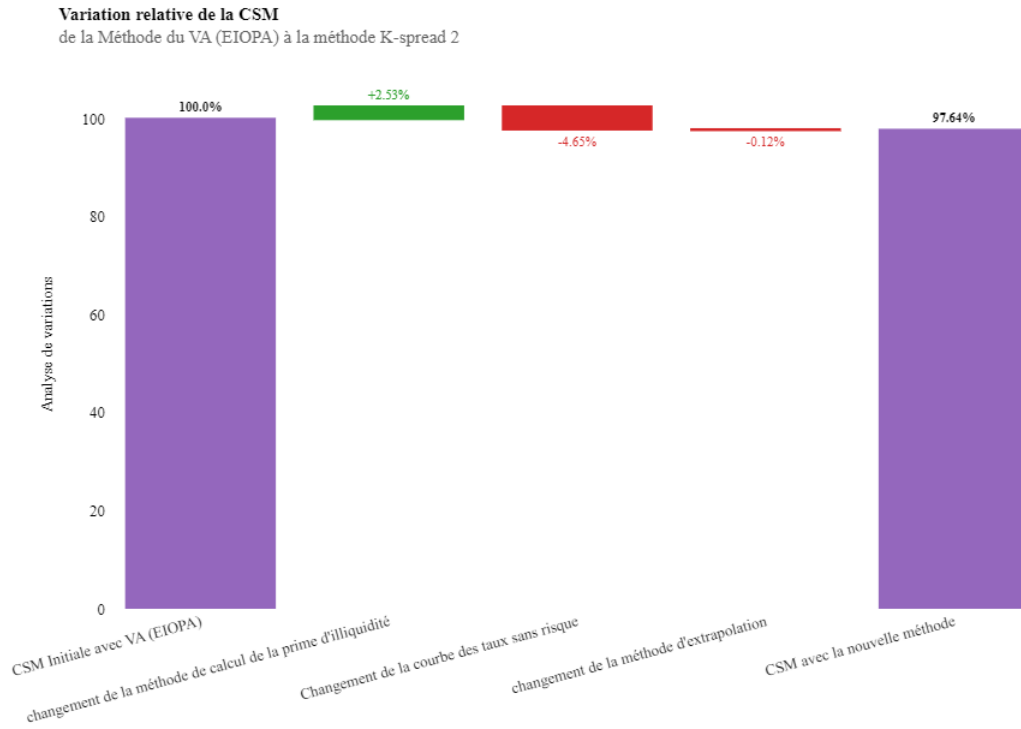


FIGURE 4.5 – Variation de la CSM de la méthode EIOPA à la méthode 2 du K-spread

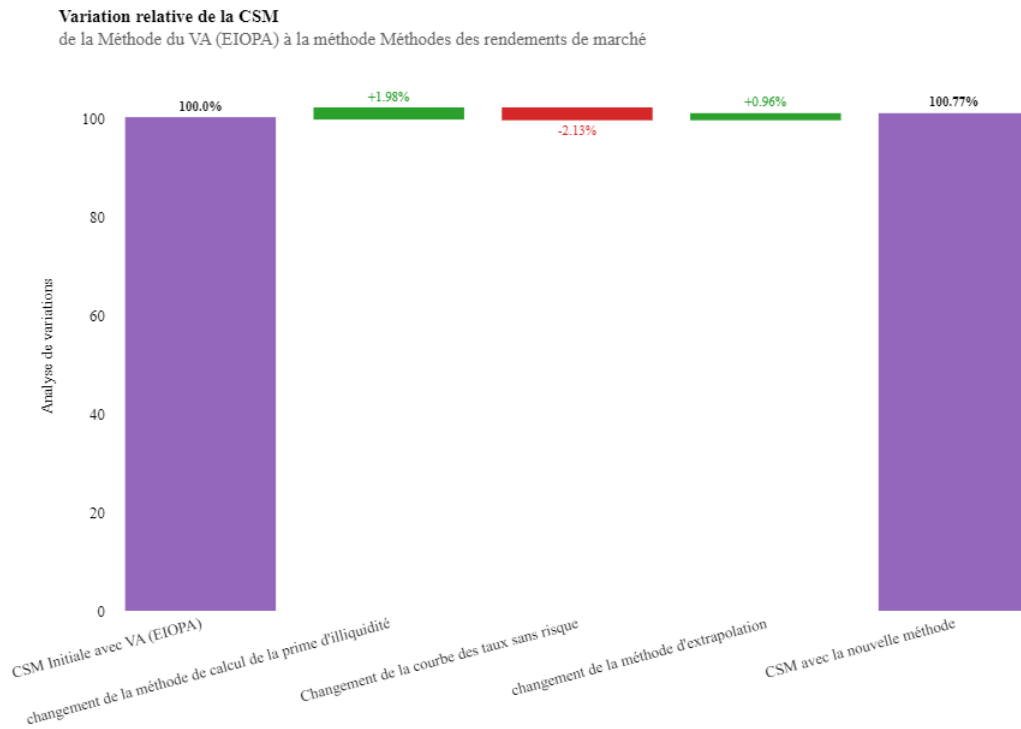


FIGURE 4.6 – Variation de la CSM de la méthode EIOPA à la méthode des rendements de marché

Note de synthèse

Introduction et contexte

À cause de l'inversion du cycle de production qui caractérise le secteur des assurances, l'évaluation des engagements des assureurs est faite en anticipant sur la survenance ou non dans le futur des risques couverts. La prise en compte de la valeur temps de l'argent dans le calcul des provisions est primordiale pour les assureurs. Dès lors, la méthode de construction de la courbe des taux d'actualisation occupe une place de choix dans les travaux des assureurs. Prévue pour entrer en vigueur dès janvier 2023, la nouvelle norme IFRS 17 contrats d'assurance prescrit aux assureurs deux approches de construction de la courbe des taux d'actualisation dont les exigences à respecter sont exposées au paragraphe 36 comme suit :

- refléter la valeur temps de l'argent, les caractéristiques des flux de trésorerie et les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance ;
- cadrer avec les prix de marché courants observables (s'il en existe) d'instruments financiers dont les flux de trésorerie ont des caractéristiques qui correspondent à celles des contrats d'assurance du point de vue, par exemple, de l'échéancier, de la monnaie ou de la liquidité ;
- exclure l'effet des facteurs qui influent sur ces prix de marché observables, mais pas sur les flux de trésorerie futurs des contrats d'assurance.

L'approche descendante ou *Top down* autorise l'assureur à estimer une courbe de rendements pour un portefeuille d'actifs de référence et d'y soustraire les facteurs non pertinents qui ne sont pas inhérents aux contrats d'assurance tels que le risque de crédit pour obtenir sa courbe de taux d'actualisation. Dans la seconde approche dite ascendante ou *Bottom-up*, la courbe des taux d'actualisation est obtenue en ajoutant à la courbe des taux sans risque, une composante qui reflète les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance de l'entité. Cette composante est appelée les acteurs du marché par « prime d'illiquidité du passif ». Les méthodes proposées dans cette étude se basent toutes sur la seconde approche, pour chaque méthode, un choix de la courbe des taux sans risque est fait, puis la prime d'illiquidité du passif calculée et la courbe obtenue est extrapolée pour obtenir les taux aux maturités non observables.

Courbe des taux sans risque

Une courbe de taux est dite « sans risque » lorsqu'elle est construite à partir d'instruments financiers pour lesquels il n'existe aucun risque sous-jacent. Or sur le marché, il n'existe pas d'instruments financiers qui soit sans risque. Une courbe de taux sans risque est donc généralement obtenue à partir d'instruments financiers retraités des risques sous-jacents. Plusieurs

sources de données peuvent être utilisées à cette fin à l’instar des swaps et des obligations.

Dans cette étude, en plus de la courbe des taux sans risque construite à partir des swaps sur l’euribor 6 mois et fournie par l’EIOPA, deux autres courbes de taux sans risque seront considérées :

- la courbe des taux zéros coupons de l’Allemagne en raison de leur rating AAA qui leur confère un risque de crédit très faible qu’on va considérer comme nul ;
- la courbe des taux swaps au jour le jour (Overnight Index Swaps pour OIS) en raison de leur risque de défaut et de liquidité négligeables (Krista Schwarz 2018, Brunnermeier 2009).

Prime d’illiquidité du passif

Pour définir et calculer la prime d’illiquidité du passif d’un assureur, on part de la définition que fourni l’EIOPA. Pour l’EIOPA, « les passifs d’assurance sont considérés comme illiquides sur une certaine période lorsqu’ils permettent à l’assureur de détenir ses actifs sur cette période avec un très faible risque d’être forcé à les vendre. Cette propriété dépend du moment et de la prévisibilité des flux de trésorerie du passif qui sont à leur tour influencés par les caractéristiques du produit telles que les options de rachat » (EIOPA, 2019).

De cette définition, les caractéristiques de liquidité varieraient d’un contrat d’assurance à un autre en fonction des différentes options et garanties qu’ils offrent aux assurés. Pour chaque contrat, il est donc d’autant plus facile de donner une appréciation qualitative de cette liquidité que d’en donner une mesure quantitative de la prime qui lui est associée. Par ailleurs, cette définition suggère que plus un passif est considéré comme illiquide pour une entité, moins elle est forcée de se séparer des actifs en face de ses engagements. Un passif illiquide rend donc l’entité moins sensible aux éventuelles décotes de liquidité dues aux conditions de marché à un moment donné. Par conséquent, dans une stratégie d’investissement « buy and hold until maturity » où l’assureur a l’intention de détenir ses actifs jusqu’à leurs maturités, l’assureur bénéficie alors d’une prime pour le risque de liquidité côté actif, qui est diminué voir annulé par l’illiquidité de son passif. Vu ainsi, la prime d’illiquidité du passif peut donc être déduite de la prime pour le risque de liquidité sur les actifs en face des engagements de l’assureur. C’est cette approche qui est utilisée dans cette étude pour le calcul de la prime d’illiquidité du passif dans chaque méthode proposée.

Méthode du Volatility Adjustment (VA) de l’EIOPA

Cette méthode est entièrement définie par l’EIOPA, le terme constant additif à ajouter à la courbe des taux sans risque est fourni par le régulateur après calcul sur un portefeuille obligataire de référence du spread S et de la correction du risque de crédit RC . La formule utilisée pour ce faire par le régulateur est

$$VA = 65\% \times (S - RC)$$

Cette méthode peut-être personnalisée par l’entité en remplaçant le portefeuille de référence par son propre portefeuille. En plus d’utiliser des paramètres dont la justification économique n’est pas donnée, cette méthode est très calculatoire pour l’obtention du spread S , du RC .

Les valeurs du VA fournies par l'EIOPA au 31/12/2021 et au 30/06/2022 avec son portefeuille sont respectivement de 3 bps et 25 bps, et ceux obtenus avec le portefeuille de l'assureur de l'étude sont respectivement de 10, 43 bps et 18, 96 bps pour ces dates.

Méthode du K-spread

Cette méthode se base sur l'estimation de la prime de liquidité sur les obligations du portefeuille de l'assureur. Pour ce faire, il est supposé que la qualité de crédit est spécifique à un émetteur, tandis que les caractéristiques de liquidité d'un titre qu'il émet sont spécifiques à ce titre. Il s'ensuit alors que la différence entre les rendements de deux titres émis par un même émetteur serait une bonne estimation de la prime de liquidité de ces titres.

Pour estimer la prime de liquidité K_t des obligations de rating AAA pour une maturité t ¹, on considère d'une part les obligations émises par l'État allemand, les « bunds », et d'autre part les obligations de la banque fédérale la *Kreditanstalt für Wiederaufbau* (KfW) qui sont explicitement garanties par la république fédérale d'Allemagne et qui bénéficient également du même traitement des taxes que les « bunds ». Leur risque de défaut est donc considéré comme identique et égal à celui de l'État allemand.

En plus des hypothèses suivantes sont considérées :

- Hypothèse 1 : à caractéristiques égales², les obligations gouvernementales sont plus liquides que les obligations d'entreprises. Par conséquent, la prime de liquidité est plus grande pour les obligations d'entreprises.
- Hypothèse 2 : la liquidité diminue lorsqu'on passe d'une classe de rating supérieure à une classe de rating inférieure.

Avec ces hypothèses, pour une maturité t la prime de liquidité LP_t sur les actifs en face des engagements de l'assureur et, la prime d'illiquidité du passif sont calculées comme suit :

$$LP_t = \frac{1}{w_{gov} + w_{corp}} (w_{gov} \times (K_t + \alpha) + w_{corp} \times (K_t + \beta)) \text{ et } IP_t = w_p \times LP_t$$

avec $0 < \alpha \leq \beta$ et

- w_{gov}, w_{corp} désignent respectivement les poids en valeur de marché des obligations gouvernementales et d'entreprises dans le portefeuille de l'assureur ;
- le coefficient $\frac{1}{w_{gov} + w_{corp}}$ permet de tenir compte de la présence d'autres actifs non obligataires dans le portefeuille de l'assureur, car $w_{gov} + w_{corp} \leq 1$;
- α, β permettent d'estimer les primes de liquidité sur l'ensemble des obligations du portefeuille en s'appuyant sur les hypothèses 1 et 2 ;
- $w_p \in]0, 1[$ est le coefficient qui permet de refléter les caractéristiques de liquidité des contrats d'assurance de l'assureur

Cette méthode à l'avantage d'être « model free », facile à mettre en oeuvre, malléable et produit une courbe de liquidité contrairement à la méthode du VA. Elle est tout de même très simple, mesure la prime de liquidité des obligations uniquement à partir des obligations émises par un seul émetteur et la justification des choix des coefficients α et β peut-être délicat.

1. maturité liquide, maturité pour laquelle on observe les taux sur le marché
2. rating, maturité, etc

Méthode des rendements de marché

Tout comme la méthode précédente, on commence par déterminer la prime de liquidité sur les obligations du portefeuille de l'assureur avant de déduire la prime d'illiquidité de son passif. L'idée de cette méthode est de supposer qu'à un instant donné, les changements du spread du à la liquidité du marché pour un titre représentent un pourcentage de l'écart entre son rendement et le taux sans risque.

Plus précisément, pour une obligation de rating r , la prime de liquidité pour une maturité liquide t est donnée par :

$$LP_t^r = \alpha^r \times (R_t^r - r_t), 0 < \alpha^r < 1$$

Avec :

- R_t^r le rendement donné par le marché pour les obligations de rating r pour la maturité t ,
- r_t le taux sans risque à la maturité t ,
- α^r le coefficient d'abattement qui représente la part de la prime de liquidité dans le spread entre le rendement et le taux sans risque.

En notant par w_{corp}^r et w_{gov}^r les poids en valeur de marché des obligations d'entreprises et gouvernementales dans le portefeuille de l'assureur de rating r , on calcule ensuite la prime de liquidité LP_t sur le portefeuille d'actifs de l'assureur et la prime d'illiquidité de son passif IP_t par :

$$\begin{cases} LP_t = \frac{1}{w_{gov}^r + w_{corp}^r} \times \sum_r \left(w_{gov}^r \times \alpha_{gov}^r \times (R_{gov,t}^r - r_t) + w_{corp}^r \times \alpha_{corp}^r \times (R_{corp,t}^r - r_t) \right) \\ IP_t = w_p \times LP_t \end{cases}$$

Dans cette étude, les applications sont faites avec $\alpha_{gov}^r = \alpha$ et $\alpha_{corp}^r = \beta$.

Cette méthode est aussi « model free », facile à implémenter, flexible, prend mieux en compte les différents ratings dans le portefeuille de l'assureur et produit aussi une courbe de liquidité. Cependant elle s'appuie aussi sur des hypothèses simples et la justification du choix des valeurs des paramètres d'abattements peuvent est requise auprès d'un commissaire au compte.

Taux d'actualisation

Pour les maturités t dont les taux sont observés sur le marché, les taux d'actualisation r_t^a sont obtenus en faisant la somme entre le taux sans risque r_t choisi et la prime d'illiquidité IP_t du passif déterminé suivant la méthode du VA, du K-spread ou avec les rendements donnés par le marché suivant la formule :

$$r_t^a = r_t + IP_t$$

Méthodes d'extrapolation

Une fois les taux d'actualisation déterminés pour les maturités observables, les courbes sont interpolées et extrapolées afin d'obtenir les taux pour les maturités non observées ou situées au delà de la dernière maturité observée en fonction du besoin. Dans cette étude, la priorité a

été accordée aux méthodes qui combinent les étapes d'interpolation et d'extrapolation. Il s'agit de :

- la méthode de Smith-Wilson (SW) : cette méthode est qualifiée de méthode macro-économique, car elle prend en paramètre un taux ultime vers lequel convergent les taux extrapolés pour les grandes maturités. Elle a l'avantage de conserver la partie de la courbe observée pour les maturités liquides, mais elle requiert de fournir la vitesse de convergence des taux vers le taux ultime. Cette méthode est celle utilisée par l'EIOPA avec la méthode du VA. Cette méthode est utilisée dans ce travail avec les mêmes paramètres que l'EIOPA.
- la méthode du *First Smoothing Point* (FSP) : cette méthode a été développée par l'EIOPA suite aux critiques faites sur la première approche de l'EIOPA dans sa construction de la courbe des taux. La méthode du FSP tient compte des taux observés au delà de la dernière maturité jugée liquide par l'EIOPA, elle permet ainsi d'éviter une surestimation des taux extrapolés au delà de ce point par rapport aux taux réellement observés. Elle requiert comme la méthode de Smith-Wilson de fournir un taux ultime et la vitesse de convergence. Cette méthode est reprise dans cette étude avec les paramètres fournis par l'EIOPA.
- la méthode de Nelson-Siegel Svensonn (NSS) : ce modèle suppose une forme fonctionnelle des taux zéros coupons et estime les paramètres de la fonctionnelle en minimisant l'écart quadratique moyen entre les taux observés et les taux théoriques. En plus des paramètres qui ont une interprétation économique, cette méthode a l'avantage de reproduire les courbes observées sur le marché, et est très populaire auprès des praticiens du marché. Cependant, la calibration des paramètres peut-s'avérer difficile. Cette méthode est utilisée dans ce travail et les paramètres calibrés à l'aide d'un algorithme génétique.

Courbes de taux construites

La figure ci-dessous présente quelques courbes construites avec les méthodes décrites ci-dessus. Pour chacune de ces méthodes, la courbe des taux sans risque est fournie par l'EIOPA. Les méthodes d'extrapolations sont celles-décrites ci-dessus.

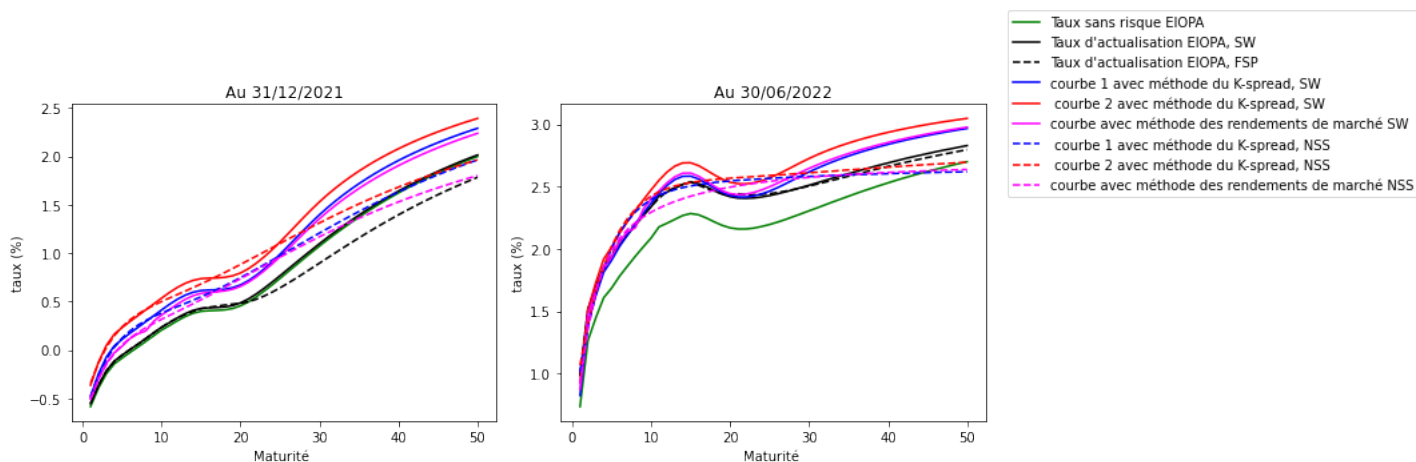


FIGURE 4.7 – Quelques courbes construites avec les méthodes de l'étude

Deux dates sont considérées pour mesurer l'impact de l'environnement économique sur les engagements d'un assureur. En effet les courbes au 31/12/2021 sont construites dans un

contexte de taux bas tandis que les courbes au 30/06/2022 sont construites dans un environnement de remontée des taux.

Analyse de sensibilité

Pour chaque courbe construite dans cette étude, 1000 scénarios économiques ont été générés à l'aide d'un générateur de scénarios économiques en monde risque neutre. Ces scénarios ont permis de calculer avec un modèle ALM la meilleure estimation des engagements (BE) et la marge de services contractuels (CSM) pour un portefeuille fictif représentatif des engagements d'un assureur vie de la place.

Pour chaque sensibilité de ces indicateurs aux courbes construites avec les méthodes proposées, une courbe de référence est choisie et les impacts sont comme suit :

$$\begin{cases} impact_{BE} = \frac{BE - BE_{courbe\ de\ référence}}{BE_{courbe\ de\ référence}} \\ impact_{CSM} = \frac{CSM - CSM_{courbe\ de\ référence}}{CSM_{courbe\ de\ référence}} \end{cases}$$

- 1. sensibilité à l'environnement économique** : pour étudier la sensibilité du BE et de la CSM d'un assureur à l'environnement économique avec nos méthodes, pour chaque courbe présentée à la figure ci-dessus, le BE et la CSM ont été calculés pour différentes dates. Les impacts sont calculés pour chaque méthode en considérant comme courbe de référence la courbe au 31/12/2021. Nous avons trouvé que les engagements d'un assureurs vie sont très sensibles à l'environnement économique (niveau des taux observés). En effet, pour le portefeuille de l'étude, l'utilisation d'une courbe d'actualisation obtenue à la date du 30/06/2022 permettrait de faire baisser les engagements (BE) jusqu'à 20% avec une augmentation jusqu'à 13% des profits futurs attendus (CSM) par rapport à la courbe obtenue au 31/12/2021 avec la même méthode.
- 2. sensibilité au choix de la méthode** : pour le portefeuille de l'étude, nous avons trouvé que le choix d'une courbe obtenue avec la méthode du K-spread dans un contexte de taux bas comme au 31/12/2021 pouvait conduire à une baisse du BE allant jusqu'à 2,37% et une augmentation de la CSM jusqu'à 6,06% par rapport à la courbe de l'EIOPA. Dans un contexte de taux élevés comme au 30/06/2022, pour la méthode du K-spread, nous avons trouvé une baisse du BE jusqu'à 1,32% contre une augmentation de la CSM de 2,53%. Avec la méthode des rendements de marché, nous avons trouvé des variations à la baisse du BE de 1,21% au 31/12/2021 à 1,03% au 30/06/2022. Pour cette méthode, la CSM quant à elle augmente de 3,08% au 31/12/2021 contre 1,98% au 30/06/2022.
- 3. sensibilité au choix de la courbe des taux sans risque** : pour la méthode du K-spread, nous avons trouvé que le choix de la courbe obligataire de l'Allemagne comme courbe de taux sans risque au détriment de la courbe des taux sans risque de l'EIOPA conduisait à une hausse du BE allant de 2,52% à 5,53% et à une baisse de la CSM de 5,2% à 13,43%. Pour la méthode des rendements de marché, le choix de la courbe des taux OIS comme courbe de taux sans risque conduit à une hausse du BE jusqu'à 2,24% et une baisse de la CSM jusqu'à 6,48%.
- 4. sensibilité à la méthode d'extrapolation** : nous avons trouvé que le choix d'une méthode d'extrapolation autre que la méthode de Smith-Wilson avait un impact de moins de 1% sur le BE aussi bien que sur la CSM pour toutes les méthodes proposées.

Choix d'une méthode

Les méthodes du K-spread et des rendements des marchés sont toutes les deux faciles à mettre en oeuvre, chacune d'elle avec ses particularités. La méthode du K-spread estime la prime de liquidité sur les actifs en face des engagements de l'assureur à partir des titres émis par l'État Allemand, elle est spécifique à l'entité dans la considération des poids des actifs obligataires de l'entité. La méthode des rendements des marchés quant à elle exploite les obligations du portefeuille de l'entité en fonction de leurs ratings et considère les rendements fournis par le marché. Elle est donc plus représentative de la réalité observée sur le marché et s'adapte à toute entité. La méthode des rendements du marché est celle qui est recommandée aux entités. Pour celles ne désirant pas construire elles même leurs courbes des taux sans risque, la courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA est une bonne alternative. La méthode d'extrapolation conseillée est celle de Smith Wilson, car elle ne nécessite d'estimer aucun paramètre par rapport à la méthode de Nelson Siegel Svensonn.

Conclusion

Sous la nouvelle norme comptable IFRS 17 la construction de la courbe des taux d'actualisation est un point d'attention. Si la norme énonce des principes tout en proposant des approches pour en construire une, aucune méthodologie n'est clairement définie. Dans cette étude, nous avons proposé quelques méthodes qui pourraient être utilisées par les entités pour construire leurs courbes en approche ascendante. Si les méthodes proposées sont faciles à mettre en oeuvre, en raison du faible nombre d'hypothèses sur lesquelles elles se fondent, elles sont quand même limitées dans la mesure où elles n'estiment pas la prime de liquidité sur les actifs non obligataires. L'une des principales limites de ce travail est que la définition de l'illiquidité du passif est celle de l'EIOPA sous le cadre prudentiel Solvabilité II. Cette limite n'est pas sans biais sur le calcul de la prime d'illiquidité du passif. Une des perspectives de ce travail serait de calculer cette prime en se servant du peu de données existantes des transactions ayant été observées où certains assureurs ont cédé à d'autres acteurs (assureurs et réassureurs) leurs engagements. Une autre perspective serait de proposer des méthodes de construction approche descendante ou Top-down qui n'a pas été considérée dans ce travail.

Executive Summary

Introduction and context

Due to the inversion of the production cycle that characterizes the insurance sector, the evaluation of insurers' commitments is made by anticipating the occurrence or non-occurrence in the future of the risks covered. Taking into account the time value of money in the calculation of reserves is therefore essential for insurers. Consequently, the method of constructing the discount rate curve has a prominent place in the work of insurers. Expected to come into effect in January 2023, the new IFRS 17 Insurance Contracts prescribes two approaches to the construction of the discount rate curve for insurers, the requirements of which are set out in paragraph 36 as follows :

- Reflect the time value of money, cash flow characteristics and liquidity characteristics of insurance contracts ;
- Be consistent with observable current market prices (if any) of financial instruments whose cash flows have characteristics that match those of the insurance contracts in terms of, for example, timing, currency or liquidity ;
- Exclude the effect of factors that affect these observable market prices but not the future cash flows of the insurance contracts.

The top-down approach allows the insurer to estimate a yield curve for a portfolio of reference assets and subtract irrelevant factors that are not inherent to insurance contracts, such as credit risk, to obtain its discount rate curve. In the second approach, called bottom-up, the discount rate curve is obtained by adding to the risk-free rate curve a component that reflects the liquidity characteristics of the entity's insurance contracts. This component is referred to by market participants as the liability illiquidity premium. The methods proposed in this study are all based on the second approach, for each method, a choice of the risk-free rate curve is made, then the liability illiquidity premium is calculated and the curve obtained is extrapolated to obtain the rates at non observables maturities.

Risk-free rate curve

A rate curve is said to be "risk-free" when it is constructed from financial instruments for which there is no underlying risk. On the market, there are no financial instruments that are risk-free. A risk-free yield curve is therefore generally obtained from financial instruments that have been restated with underlying risks. Several data sources can be used for this purpose, such as swaps and bonds.

In this study, in addition to the risk-free rate curve constructed from 6 months euribor swaps and provided by EIOPA, two other risk-free rate curves will be considered :

- the German zero coupon yield curve due to their AAA rating which gives them a very low credit risk that we will consider as null;
- the Overnight Index Swaps (OIS) curve because of their negligible default and liquidity risk (Krista Schwarz 2018, Brunnermeier 2009).

Liability illiquidity premium

To define and calculate the illiquidity premium of an insurer's liabilities, we start with the definition provided by EIOPA. For EIOPA, insurance liabilities are considered illiquid over a certain period when they allow the insurer to hold its assets over that period with a very low risk of being forced to sell them. This property depends on the timing and predictability of the liability's cash flows, which in turn are influenced by product characteristics such as buyback options (EIOPA, 2019).

From this definition, the liquidity characteristics would therefore vary from one insurance contract to another according to the different options and guarantees they offer to policyholders. For each contract, it is therefore all the easier to give a qualitative assessment of this liquidity than to give a quantitative measure of the premium associated with it. Moreover, this definition suggests that the more illiquid a liability is considered to be for an entity, the less it is forced to part with assets to meet its commitments. An illiquid liability therefore makes the entity less sensitive to potential liquidity discounts due to market conditions at a given time. Consequently, in a "buy and hold until maturity" investment strategy where the insurer intends to hold its assets until their maturity, the insurer benefits from a premium for liquidity risk on the asset side, which is reduced or even cancelled out by the market conditions. liquidity risk on the asset side, which is reduced or cancelled out by the illiquidity of its liabilities. Seen in this way, the premium for the illiquidity of the liabilities can therefore be deducted from the premium for the liquidity risk on the assets side of the insurer's commitments. This is the approach used in this study to calculate the liability liquidity premium in each proposed method.

Method of Volatility Adjustment (VA) from EIOPA

This method is entirely defined by EIOPA, the additive constant term to be added to the risk-free rate curve is provided by the regulator after calculating the spread S and the credit risk correction RC on a reference bond portfolio. The formula used by the regulator is

$$VA = 65\% \times (S - RC)$$

This method can be customized by the entity by replacing the reference portfolio with its own portfolio. In addition to using parameters for which no economic justification is given, this method is very computational for obtaining the spread S , the RC .

The VA values provided by EIOPA as of 12/31/2021 and 6/30/2022 with its portfolio are 3 bps and 25 bps, respectively, and those obtained with the study insurer's portfolio are 10.43 bps and 18.96 bps for these dates, respectively.

K-spread method

This method is based on the estimation of the liquidity premium on the bonds in the insurer's portfolio. To do so, it is assumed that the credit quality is specific to an issuer, while the liquidity characteristics of a security it issues are specific to that security. It follows that the difference between the yields of two securities issued by the same issuer would be a good estimate of the liquidity premium of these securities.

To estimate the liquidity premium K_t of AAA-rated bonds for a maturity t ³, we consider, on the one hand, bonds issued by the German government, the « bunds », and on the other hand the bonds of the federal bank, the Kreditanstalt für Wiederaufbau (KfW), which are explicitly guaranteed by the Federal Republic of Germany and which also benefit from the same tax treatment as the « bunds ». Their default risk is therefore considered to be identical and equal to that of the German government.

In addition the following assumptions are considered :

- Hypothesis 1 : With equal characteristics⁴, government bonds are more liquid than corporate bonds. As a result, the liquidity premium is greater for corporate bonds.
- Hypothesis 2 : Liquidity decreases as one moves from a higher to a lower rating class.

With these assumptions, for a maturity t the liquidity premium LP_t on the assets in front of the insurer's liabilities and the illiquidity premium on the liabilities are calculated as follows :

$$LP_t = \frac{1}{w_{gov} + w_{corp}} (w_{gov} \times (K_t + \alpha) + w_{corp} \times (K_t + \beta)) \text{ et } IP_t = w_p \times LP_t$$

with $0 < \alpha \leq \beta$ and

- w_{gov}, w_{corp} are respectively the market value weights of government and corporate bonds in the insurer's
- the coefficient $\frac{1}{w_{gov} + w_{corp}}$ allows for the presence of other non-bond assets in the insurer's portfolio as $w_{gov} + w_{corp} \leq 1$;
- α, β allow us to estimate the liquidity premiums on all the bonds in the portfolio based on assumptions 1 and 2;
- $w_p \in]0, 1[$ is the coefficient that reflects the liquidity characteristics of the of the insurer's insurance contracts

This method has the advantage of being a free model, easy to implement, malleable and produces a liquidity curve unlike the VA method. It is nevertheless very simple, measures the liquidity premium of bonds only from bonds issued by a single issuer and the justification of the choice of coefficients α et β can be tricky.

Market Returns Method

Like the previous method, we first determine the liquidity premium on the bonds in the insurer's portfolio before deducting the illiquidity premium from its liabilities. The idea of this

3. liquid maturity, maturity for which market rates are observed

4. rating, maturity, etc

method is to assume that at a given point in time, changes in the spread due to market liquidity for a security represent a percentage of the difference between its yield and the risk-free rate.

More precisely, for a bond of rating r , the liquidity premium for a liquid maturity t is given by :

$$LP_t^r = \alpha^r \times (R_t^r - r_t), 0 < \alpha^r < 1$$

With :

- R_t^r the yield given by the market for bonds rated r for maturity t ,
- r_t the risk-free rate at maturity t ,
- α^r the coefficient factor, which represents the share of the liquidity premium in the spread between the yield and the risk-free rate.

Noting by w_{corp}^r et w_{gov}^r the market value weights of corporate and government bonds in the insurer's portfolio of rating r , we then calculate the liquidity premium LP_t on the insurer's asset portfolio and the illiquidity premium of its liabilities IP_t by :

$$\begin{cases} LP_t = \frac{1}{w_{gov} + w_{corp}} \times \sum_r \left(w_{gov}^r \times \alpha_{gov}^r \times (R_{gov,t}^r - r_t) + w_{corp}^r \times \alpha_{corp}^r \times (R_{corp,t}^r - r_t) \right) \\ IP_t = w_p \times LP_t \end{cases}$$

In this study, applications are made with $\alpha_{gov}^r = \alpha$ et $\alpha_{corp}^r = \beta$.

This method is also model free, easy to implement, flexible, takes better into account the different ratings in the insurer's portfolio and produces a liquidity curve. However, it also relies on simple assumptions and the justification of the choice of values The justification of the choice of the values of the abatement parameters can be requested from an auditor

Actualisation discount rate

For maturities t with market observed rates, the discount rates r_t^a are obtained by adding the chosen risk-free rate r_t and the illiquidity premium IP_t of the liability determined according to the PV method, the K-spread method or with the yields given by the market the market according to the formula :

$$r_t^a = r_t + IP_t$$

Extrapolation methods

Once the discount rates are determined for the observable maturities, the curves are interpolated and extrapolated to obtain the rates for the unobserved maturities or beyond the last observed maturity as needed. In this study, priority was given to methods that combine the interpolation and extrapolation steps. These are :

- The Smith-Wilson (SW) method : this method is described as a macroeconomic method, because it takes as a parameter an ultimate rate towards which the extrapolated rates for large maturities converge. It has the advantage of preserving the part of the curve observed for liquid maturities, but it requires providing the speed of convergence of rates towards the ultimate rate. This method is the one used by EIOPA with the VA method. This method is used in this work with the same parameters as EIOPA.

- the First Smoothing Point (FSP) method : this method was developed by EIOPA following criticism of EIOPA’s first approach to constructing the yield curve. The FSP method takes into account the rates observed beyond the last maturity deemed liquid by EIOPA, thus avoiding an overestimation of the extrapolated rates beyond this point compared to the rates actually observed. Like the Smith-Wilson method, it requires that an ultimate rate and the speed of convergence be provided. This method is used in this study with the parameters provided by EIOPA.
- the Nelson-Siegel Svensonn (NSS) method : this model assumes a functional form of zero-coupon rates and estimates the parameters of the functional by minimizing the mean square deviation between observed rates and theoretical rates. In addition to the parameters having an economic interpretation, this method has the advantage of reproducing the curves observed in the market, and is very popular with market practitioners. However, the calibration of the parameters can be difficult. This method is used in this study and the parameters calibrated using a genetic algorithm.

Curves constructed

The figure below shows some curves constructed with the methods described above. For each of these methods, the risk-free rate curve is provided by EIOPA. The extrapolation methods are those described above.

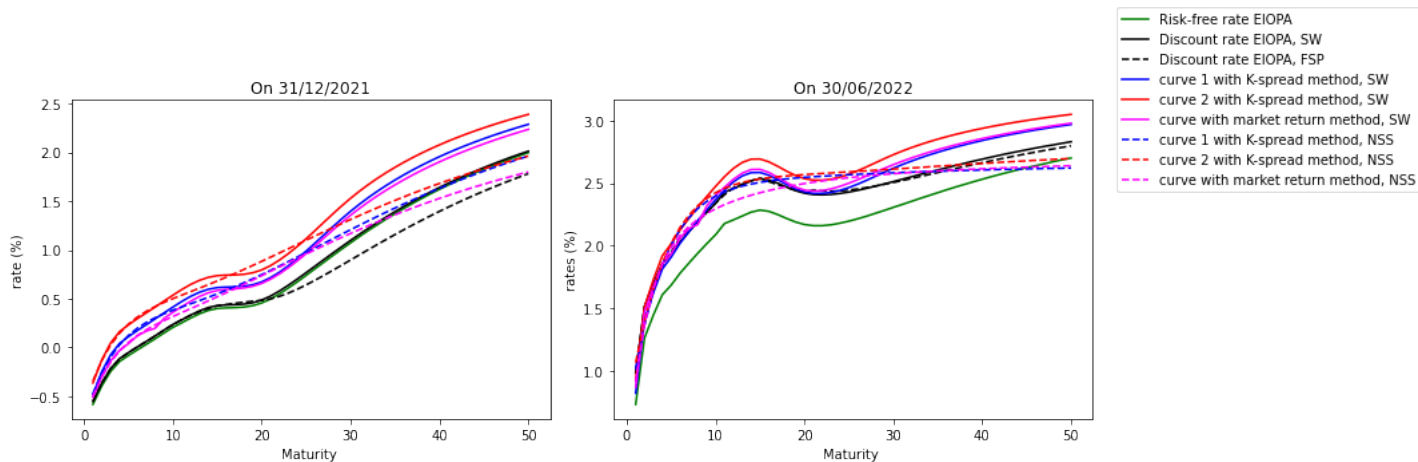


FIGURE 4.8 – Some curves constructed with the methods of the study

Two dates are considered to measure the impact of the economic environment on the commitments of an insurer. Indeed, the curves at 31/12/2021 are constructed in a context of low rates while the curves at 30/06/2022 are constructed in an environment of rising rates.

Sensitivity analysis

For each curve constructed in this study, 1000 economic scenarios were generated using a risk-neutral economic scenario generator. These scenarios were used to calculate, with an ALM model, the best estimate of the liabilities (BE) and the contractual service margin (CSM) for a fictitious portfolio representative of the liabilities of a life insurer in the market.

For each sensitivity of these indicators to the curves constructed with the proposed methods, a reference curve is chosen and the impacts are as follows :

$$\begin{cases} impact_{BE} = \frac{BE - BE_{reference\ curve}}{BE_{reference\ curve}} \\ impact_{CSM} = \frac{CSM - CSM_{reference\ curve}}{CSM_{reference\ curve}} \end{cases}$$

1. sensitivity to the economic environment :

To study the sensitivity of an insurer's liabilities to the economic environment with our methods, for each curve presented in the figure above, the *BE* and the *CSM* have been calculated for different dates. The impacts are calculated for each method by considering the curve at 31/12/2021 as the reference curve. We found that the liabilities of a life insurer are very sensitive to the economic environment (level of observed rates). Indeed, for the portfolio of the study, the use of a discounting curve obtained at the date of 30/06/2022 would make it possible to decrease the liabilities (*BE*) up to 20% with an increase up to 13% of the expected future profits (*CSM*) compared to the curve obtained at 31/12/2021 with the same method.

2. sensitivity to the choice of method :

For the portfolio of the study, we found that the choice of a curve obtained with the K-spread method in a low-rate context as at 12/31/2021 could lead to a decrease in the *BE* up to 2.37% and an increase in the *CSM* up to 6.06% compared to the EIOPA curve. In a high interest rate environment such as 06/30/2022, for the K-spread method, we found a decrease in the *BE* to 1.32% versus an increase in the *CSM* of 2.53%. With the market returns method, we found downward changes in the *BE* from 1.21% at 12/31/2021 to 1.03% at 06/30/2022. For this method, the *CSM* increases from 3.08% on 12/31/2021 to 1.98% on 06/30/2022.

3. sensitivity to the choice of the risk-free rate curve : For the K-spread method, we found that choosing the German bond curve as the risk-free rate curve over the EIOPA risk-free rate curve led to an increase in the *BE* from 2.52% to 5.53% and a decrease in the *CSM* from 5.2% to 13.43%. For the market yield method, choosing the OIS yield curve as the risk-free yield curve leads to an increase in the *BE* up to 2.24% and a decrease in the *CSM* up to 6.48%.

4. sensitivity to the extrapolation method : We found that choosing an extrapolation method other than the Smith-Wilson method had an impact of less than 1% on the *BE* as well as on the *CSM* for all proposed methods.

Choice of a method

Both the K-spread and market yield methods are easy to implement, each with its own particularities. The K-spread method estimates the liquidity premium on the assets in front of the insurer's liabilities based on the securities issued by the German State, it is specific to the entity in the consideration of the weights of the entity's bond assets. The market yield method, on the other hand, evaluates the bonds in the entity's portfolio according to their ratings and considers the yields provided by the market. It is therefore more representative of the reality observed on the markets and is also adaptable to any entity. The method of market returns is the one recommended to entities. For those who do not wish to construct their own risk-free

rate curves, the risk-free rate curve provided by EIOPA is a good alternative. The recommended method of extrapolation is the Smith Wilson method, as it does not require the estimation of any parameters compared to the Nelson Siegel Svensonn method.

Conclusion

Under the new accounting standard IFRS 17, the construction of the discount rate curve is a point of attention. If the standard states principles while proposing approaches to build one, no methodology is clearly defined. In this study, we have proposed some methods that could be used by entities to construct their curves in a bottom-up approach. While the proposed methods are easy to implement, due to the small number of assumptions on which they are based, they are still limited in that they do not estimate the liquidity premium on non-bond assets. One of the main limitations of this work is that the definition of liability illiquidity is that of EIOPA under the Solvency 2 prudential framework. This limitation is not without bias on the calculation of the liability liquidity premium. One perspective would be to calculate this premium using the limited existing data on transactions where some insurers have ceded their liabilities to others (insurers and reinsurers). Another perspective would be to propose top-down construction methods that have not been considered in this work.