



**Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaire**

Par : Madame Marine OCTAVIA

***Titre du mémoire : Modélisation d'un produit retraite supplémentaire
individuel loi PACTE***

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membres présents du jury de
l'Institut des Actuaire*

signature

Entreprise :

Nom :

Signature :

*Directeur de mémoire en
entreprise :*

Nom :

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

*Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable
entreprise

Signature du candidat

*Membres présents du jury de la
filère*

Résumé

La Loi PACTE, prévue par la loi du 22 Mai 2019, a pour but de redynamiser l'économie à travers le financement des entreprises. Cette loi optimise le système de retraite supplémentaire français. Il réduit le nombre de plans retraite supplémentaires à trois compartiments et le simplifie de façon à inciter d'éventuels assurés à se tourner vers la retraite pour placer leur épargne, plutôt que vers d'autres produits classiques tels que l'assurance vie.

Comment modéliser un produit de retraite supplémentaire répondant aux spécificités d'un produit retraite supplémentaire loi PACTE (PER) ? Comment la modélisation de ces nouveaux produits se traduit-elle sur la solvabilité d'un assureur ? Comment bien définir les hypothèses afin d'optimiser la rentabilité des nouveaux PER ?

La rentabilité et la solvabilité d'un produit retraite, du fait de l'interaction actif passif, se calculent par le biais d'un modèle ALM. Cependant, parce que les nouveaux produits retraite doivent suivre les fondements de la loi PACTE, des modifications doivent être apportées à ce dernier.

Dans ce cadre, les changements apportés par la loi PACTE sont mis en avant. Puis, un outil de projection actif-passif a été modifié de façon à ce qu'il réponde aux hypothèses d'un produit loi PACTE. A la suite de cela, des projections ont été simulées autour d'un scénario central sur une durée de 50 ans sur un produit retraite supplémentaire individuel afin de déterminer celles qui optimiseront la rentabilité et la solvabilité d'un tel produit.

Mots clés : retraite supplémentaire individuelle, loi PACTE, modèle ALM, rentabilité, solvabilité, Solvency Capital Requirement (SCR), Best Estimate, gestion pilotée

Abstract

The PACTE Law was provided for under the 22th of May 2019. It aims to galvanize the economy through corporate financing. This law optimizes the French supplementary pension system. It reduces the number of additional retirement plans to three compartments and simplifies it. That way it may encourage potential policyholders to invest their savings into a retirement plan rather than more conventional products such as life insurance.

How to model an additional retirement product that meets the specifics of an additional retirement product under the PACTE law ? How would the modelling of these new products impact the solvency of an insurer? How to define the hypotheses in order to optimize the profitability of new PER?

Given that a retirement product implies interactions between assets and liabilities, its profitability and solvency must be computed with an ALM model. However, such a model will need to be adapted in order to fit the requirements of the PACTE law.

In this context, the changes made by the PACTE law are highlighted. Then, an asset-liability projection tool was modified to meet the assumptions of a PACTE product. As a result, projections were simulated around a central scenario over a period of 50 years on an individual supplementary retirement product in order to determine which ones will optimize the profitability and solvency of such a product.

Keywords: individual supplementary retirement, PACTE law, ALM model, profitability, solvency, Solvency Capital Requirement (SCR), Best Estimate, steered management

Remerciements

Je remercie les associés de Mazars Actuariat Alexandre GUCHET, Grégory BOUTIER et Alice THOU pour m'avoir permis de réaliser mon mémoire au sein du cabinet, ainsi que toute l'équipe de Mazars Actuariat pour leur accueil et leur soutien tout au long de ce mémoire.

En particulier, je remercie Alexandra MAAREK et Gaëtan LE GALL pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce sujet. J'aimerais les remercier pour leur encadrement et pour leurs conseils qui ont fait de ce mémoire une expérience intéressante.

Enfin, je remercie également Olivier LOPEZ, directeur de l'ISUP et tuteur académique pour son accompagnement.

Sommaire

INTRODUCTION - 1 -

PREMIERE PARTIE : VERS UNE SIMPLIFICATION DU SYSTEME DE RETRAITE SUPPLEMENTAIRE - 3 -

1	Etat des lieux de la retraite en France	- 4 -
1.1	Focus sur la retraite supplémentaire	- 7 -
1.2	Synthèses des principaux PER	- 10 -
1.3	Limites du système actuel de retraite supplémentaire	- 12 -
2	Entrée en vigueur de la Loi Pacte	- 15 -
2.1	Calendrier de mise en œuvre de la réforme	- 16 -
2.2	Changements apportés par la Loi PACTE	- 17 -
2.2.1	Phase de constitution de l'épargne	- 17 -
2.2.2	Phase de restitution de l'épargne	- 22 -
2.2.3	Comparaison des principaux anciens contrats retraite et du nouveau PER Loi PACTE	- 24 -

DEUXIEME PARTIE : MODELISATION D'UN PRODUIT EPARGNE RETRAITE SUPPLEMENTAIRE INDIVIDUEL DE TYPE LOI PACTE - 26 -

3	Construction du modèle de retraite	- 27 -
3.1	Hypothèses sur l'actif et le passif	- 29 -
3.2	Déroulement du modèle	- 32 -
3.2.1	Flux du passif	- 32 -
3.2.2	Réallocation de l'actif	- 40 -
3.2.3	Politique de revalorisation et algorithme de taux servi	- 41 -
4	Module de rente	- 48 -
4.1	Rente viagère simple	- 48 -
4.2	Autres options sur rente	- 49 -

4.3	Loi de sortie en rente des Model Points	- 50 -
4.3.1	Détermination du premier arrérage	- 51 -
4.3.2	Revalorisation de la rente	- 52 -
5	GSE : Générateur de Scénarios Economiques	- 54 -
5.1	Calibrage et simulation du support obligataire	- 56 -
5.2	Calibrage et simulation du support action et immobilier	- 58 -
5.3	Calibrage et simulation de l'inflation	- 61 -
5.3.1	Simulation des taux nominaux	- 62 -
5.3.2	Simulation des taux réels	- 63 -
5.3.3	Construction de la courbe d'inflation	- 65 -
6	Démarche et définitions des indicateurs de rentabilité et de solvabilité	- 67 -
6.1	Calcul de la rentabilité et de la solvabilité d'un produit	- 67 -
6.1.1	Présentation de la formule standard	- 67 -
6.1.2	Autres indicateurs de rentabilité et de solvabilité	- 76 -
	TROISIEME PARTIE : RESULTATS	- 79 -
7	Leviers de rentabilité et de solvabilité du produit	- 80 -
7.1	Détermination du Scénario Central	- 80 -
7.1.1	Rentabilité et solvabilité du <i>Base Case</i>	- 80 -
8	Sensibilités sur paramètres et tables d'allocation	- 85 -
8.1	Les paramètres du contrat	- 85 -
8.1.1	Augmentation de 30% du montant de prime minimal	- 85 -
8.1.2	Variation du taux de chargement sur encours	- 87 -
8.2	La politique de revalorisation en phase de restitution	- 91 -
8.3	La gestion d'actifs	- 93 -
8.3.1	Modification de la répartition des actifs risqués	- 94 -
8.3.2	Sensibilité sur les tables de gestion pilotée	- 97 -
8.4	Conclusion	- 106 -
9	Conclusion générale	- 109 -
10	Bibliographie/Webographie	- 111 -
11	ANNEXE A – LEMME D'ITÔ	- 112 -
12	ANNEXE B – THEOREME DE GIRSANOV	- 113 -
13	ANNEXE C – PRICING DES SWAPTIONS	- 114 -
14	ANNEXE D – RESOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE STOCHASTIQUE DE BLACK-SCHOLES	- 116 -
15	ANNEXE E – PRICING DU CAP	- 118 -

16	ANNEXE F – MODELE JARROW-YILDIRIM	- 120 -
17	ANNEXE G – PRINCIPE D'ANALOGIE DE LA MONNAIE ETRANGERE	- 121 -
18	ANNEXE H –PRICING DES ZCIS	- 123 -

Table des figures et des tableaux

Figure 1 : Pyramide du système de retraite français (Source : Mazars)	- 4 -
Figure 2 : Ventilation des régimes de retraite complémentaire obligatoires	- 6 -
Figure 3 : Ventilation des principaux plans de retraite supplémentaire	- 11 -
Figure 4 : Objectifs de la loi PACTE	- 16 -
Figure 5 : Calendrier de mise en œuvre de la Loi PACTE sur la retraite supplémentaire	- 17 -
Figure 6 : Schéma des compartiments	- 18 -
Figure 7 : Ventilation des niveaux de SRRI (Source : European Securities and Market Authority)	- 19 -
Figure 8 : Exemple de tables de gestion pilotée dynamique/équilibrée/prudente	- 20 -
Figure 9 : Modes de sortie possibles selon le compartiment de sortie.....	- 23 -
Figure 10 : Tableau comparatif des produits d'épargne retraite en France.....	- 24 -
Figure 11 : Analogie entre les anciens plans retraite et les nouveaux PER.....	- 25 -
Figure 12 : Modèle ALM	- 27 -
Figure 13 : Schéma de réallocation des actifs	- 40 -
Figure 14 : Algorithme de versements de la PB contractuelle.....	- 43 -
Figure 15 : Algorithme de versements de la PB cible.....	- 44 -
Figure 16 : Déroulement de l'outil ALM sur une année de projection.....	- 45 -
Figure 17 : Vie d'un contrat épargne retraite.....	- 28 -
Figure 18 : Compartiments d'un produit PER	- 35 -
Figure 19 : Tableau des frais et chargements	- 33 -
Figure 20 : Limites des paramètres pour la loi de rachat conjoncturel de l'ACPR	- 39 -
Figure 21 : Exemple de subdivision des MP en phase de restitution.....	- 51 -
Figure 22 : Exemple de GSE	- 55 -
Figure 23 : Tableau des paramètres du modèle Hull & White	- 57 -
Figure 24 : Echantillons des données actions utilisées pour le calibrage.....	- 60 -
Figure 25 : Tableau de paramètres du modèle Black-Scholes.....	- 60 -
Figure 26 : Echantillon des caps d'inflation utilisés.....	- 62 -
Figure 27 : Paramètres du modèle Hull & White sur caps d'inflation.....	- 63 -
Figure 28 : Echantillon des ZCIIS	- 64 -
Figure 29 : Agrégation du SCR.....	- 67 -
Figure 30 : Bilan économique simplifié.....	- 69 -
Figure 31 : Passif du bilan économique	- 71 -
Figure 32 : Coefficient de corrélation du BSCR	- 72 -

Figure 33 : Coefficient de corrélation du SCR Marché.....	- 73 -
Figure 34 : Tableau de valeurs des paramètres pour le SCR Bonds.....	- 74 -
Figure 35 : Coefficient de corrélation du SCR Vie	- 75 -
Figure 36 : Table de gestion pilotée "équilibrée horizon retraite"	- 81 -
Figure 37 : Valeur des modules du SCR Marché.....	- 82 -
Figure 38 : Valeur des modules du SCR Vie	- 82 -
Figure 39 : Valeur des modules du SCR total	- 82 -

Introduction

Le système de retraite français, tel qu'il existe aujourd'hui, s'est progressivement mis en place depuis 1945. Auparavant, à l'exception des fonctionnaires et des salariés de certaines grandes entreprises publiques, la population n'était pas couverte pour la retraite. Le but était donc de généraliser les plans de retraite à toute la population en créant une retraite commune à tous. Cependant, ceux possédant déjà un régime de retraite, comme les régimes spéciaux, préférèrent garder leur autonomie. Encore aujourd'hui, ces régimes correspondent à la retraite de base, soit le premier pilier du système de retraite français.

À partir de 1947, pour pallier l'insuffisance des pensions servies par le régime général, des régimes complémentaires, correspondant au second pilier du système de retraite, sont mis en place pour certaines catégories professionnelles. Facultatifs au départ, ils deviennent progressivement obligatoires.

En complément de ces régimes obligatoires de retraite par répartition, des régimes de retraite supplémentaire facultatifs, fonctionnant par capitalisation, permettent à certains retraités de compléter leurs revenus. Avec la multitude de produits et d'organismes proposant un plan de retraite supplémentaire, l'offre créée par cette dernière est complexe et peu lisible. De plus, les modalités de sortie limitées et l'épargne plus ou moins liquide selon les plans rebutent de potentiels assurés et les découragent à verser des montants importants.

Actuellement, la retraite supplémentaire ne touche qu'une partie restreinte de la population. En 2018, selon la Direction de la Recherche, des Etudes, de l'Evaluation et des Statistiques (DRESS), les encours des produits d'épargne retraite ne représentaient que 10% de l'encours total des produits d'épargne contre 73% pour l'assurance vie et 17% pour les autres livrets règlementaires. Plus liquides que des plans d'épargne retraite classiques, ces derniers ne servent, cependant, que des taux peu élevés à cause de la conjoncture économique actuelle. En effet, ils étaient principalement adossés à des supports obligataires. Or, ces dernières années, les taux en baisse ont fortement impacté leurs rendements qui sont devenus nuls voire négatifs.

Le Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises, encore appelé loi PACTE, est votée le 11 Avril 2019 au Parlement. Nous nous intéresserons à l'article 71 de cette dernière loi concernant l'assurance, son objectif étant de réformer l'épargne retraite et l'assurance-vie. Les objectifs sont les suivants :

- Redynamiser l'économie et relancer la croissance à travers le financement des entreprises ;
- Développer l'épargne retraite en simplifiant le système de retraite supplémentaire ;
- Encourager les assurés à se tourner vers l'épargne retraite plutôt que vers d'autres produits épargne classiques tout en la plaçant sur un support plus risqué ;
- Généraliser le système de gestion pilotée qui permet d'adapter l'allocation des actifs selon l'âge des assurés et qui offre de meilleures perspectives de rendements sur le long terme ;
- Assurer la portabilité des droits en facilitant les transferts ;
- Stimuler la concurrence en diversifiant l'offre.

En résumé, avec l'introduction de cette loi, le système de retraite supplémentaire est en pleine mutation. La loi PACTE ne cherche pas à révolutionner le marché de la retraite supplémentaire mais tente de le restructurer en le simplifiant en un plan épargne retraite unique à trois compartiments (PER) et en le rendant plus attractif.

Comment modéliser un produit de retraite supplémentaire répondant aux spécificités d'un produit retraite supplémentaire loi PACTE (PER) ? Comment la modélisation de ces nouveaux produits se traduit-elle sur la solvabilité d'un assureur ? Comment définir au mieux les hypothèses qui permettent d'optimiser la rentabilité des nouveaux PER ?

Notre étude sera consacrée à la modélisation d'un plan retraite supplémentaire individuel sur un portefeuille fictif de trois Model Points ayant un profil équilibré de gestion pilotée.

Dans un premier temps, pour comprendre les enjeux d'un produit loi PACTE sur le marché de la retraite supplémentaire, il est nécessaire de contextualiser le système de retraite français dans son ensemble. De cette manière, l'impact de l'entrée en vigueur de la loi PACTE sur les retraites supplémentaires pourra être étudié. Les principes de cette loi et les changements apportés seront présentés par le biais d'une comparaison entre les anciens produits retraite et les nouveaux.

Dans un deuxième temps, les changements apportés au modèle prospectif ALM afin qu'il réponde aux hypothèses d'un produit retraite supplémentaire loi PACTE seront décrits. En effet, un contrat d'épargne retraite suppose un lien étroit entre l'actif, le passif et les options et garanties incluses dans les contrats. Il est donc nécessaire d'utiliser un modèle de projection actif-passif proposant une approche stochastique afin de prendre en compte les risques financiers particuliers à cette activité. Nous insisterons donc aussi bien sur l'outil utilisé pour la projection de notre modèle, que sur la modélisation du passif et de l'actif utilisée.

Enfin, la dernière partie sera consacrée au calcul de la rentabilité et de la solvabilité du contrat ainsi qu'aux différentes études de sensibilités permettant de comprendre leur évolution par rapport aux hypothèses assureur, à partir d'un scénario stochastique central.

Première Partie :

Vers une simplification du système de retraite supplémentaire

1 Etat des lieux de la retraite en France

Le système de retraite français a été fondé en 1945. C'est un système de retraite par répartition où les actifs d'aujourd'hui cotisent pour les retraités d'aujourd'hui.

Par définition, un régime de retraite par répartition est un système de transfert d'une fraction non immédiatement consommée des revenus générés par la population des actifs vers la population des retraités. Il fonctionne de la manière suivante : les régimes de retraite redistribuent au cours d'une année, sous forme de pensions versées aux retraités, les cotisations encaissées cette même année auprès des actifs. Il se doit de respecter certaines caractéristiques et certains principes de base :

- Le principe d'équilibre instaure que les résultats du régime doivent être équilibrés à tout instant, d'un point de vue actuariel et comptable ;
- Le principe d'efficacité précise que la somme des prestations doit être au plus égale à la somme des cotisations ;
- Le principe d'équité impose que les différentes générations de cotisants et les différents groupes sociaux répondent à un traitement analogue ;
- Le principe de lisibilité et de solidarité permet de garder la confiance des bénéficiaires ;

Le système de retraite français repose sur trois piliers : le régime de base, le régime complémentaire et le régime supplémentaire. Ainsi, ce dernier prend la forme d'un système pyramidal à trois piliers qui peuvent être vus comme suit :

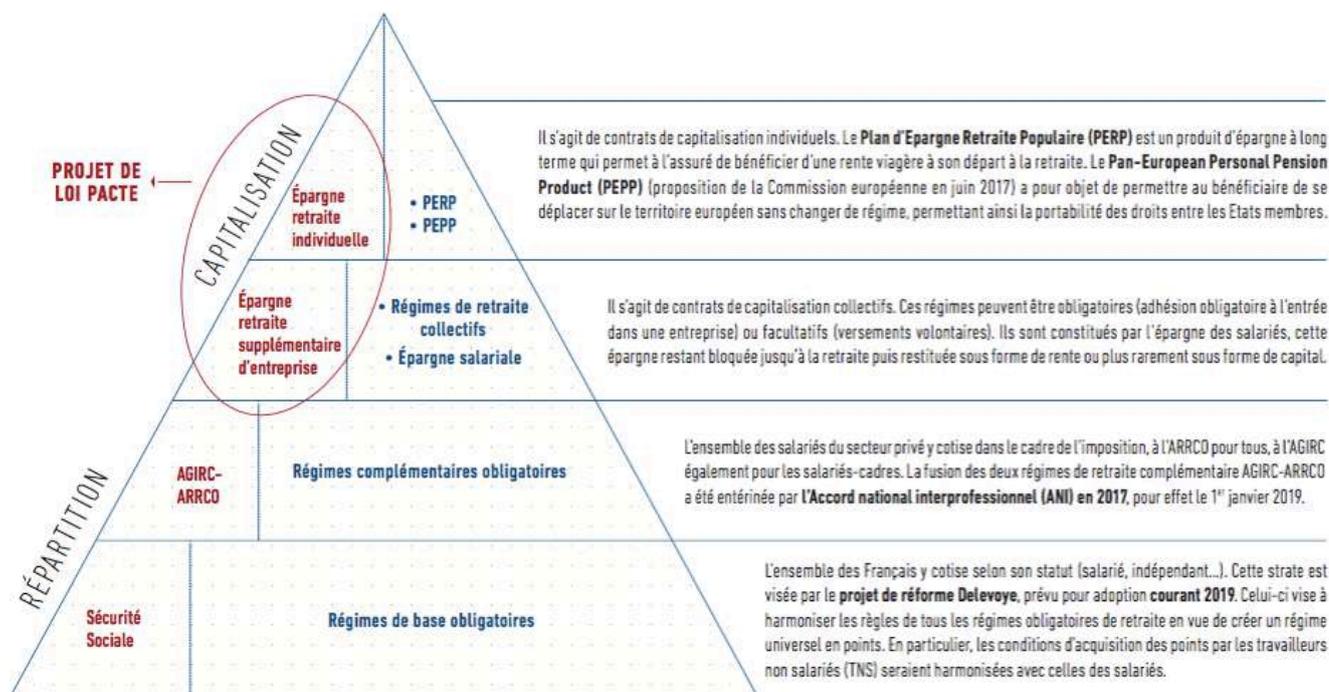
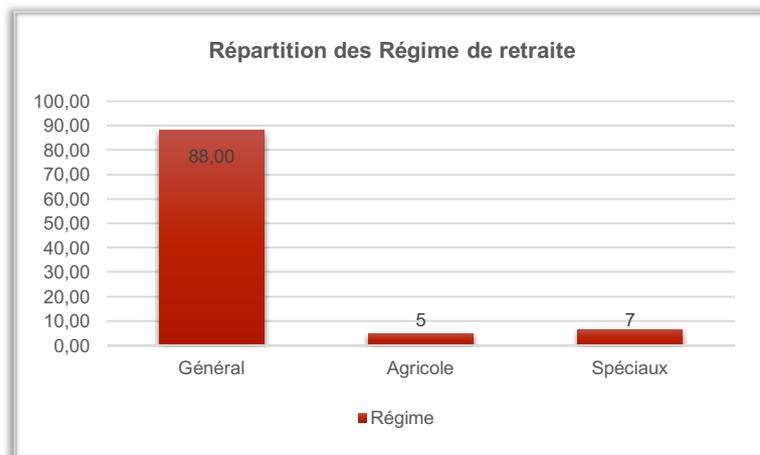


Figure 1 : Pyramide du système de retraite français (Source : Mazars)

Régime de retraite de base obligatoire

Dans un système de retraite obligatoire, tout le monde doit cotiser pour sa retraite. Ainsi, ce système permet-il de garantir que tout le monde se constitue une retraite. Il est constitué du régime de base et du régime complémentaire.

Le régime de base est géré par la Sécurité sociale. Il existe plusieurs régimes, chaque individu étant affilié à un régime en fonction de sa situation personnelle ou du secteur dans lequel il travaille :



- Le régime général concerne les salariés du secteur privé ainsi que les travailleurs indépendants. Il est géré à travers la Caisse Nationale d'assurance (CNAV) ;
- Le régime agricole concerne les exploitants, les salariés agricoles et les entreprises agricoles. Il est géré à travers la Caisse Centrale de la Mutualité Sociale Agricole (CCMSA) ;
- Les régimes spéciaux concernent les fonctionnaires, la SNCF, EDF-GDF, les employés et clercs de notaires, les mines, les cultes...

Il s'agit d'un régime de retraite financé par répartition et dont les montants de pensions de retraite sont calculés à partir de paramètres tels que les revenus, la durée et le montant de cotisation. Il fonctionne par annuités. Il s'agit donc d'un système de solidarité national intergénérationnel.

Régime de retraite complémentaire obligatoire

À l'instar du régime de base, la retraite complémentaire est obligatoire, cependant, son système de financement diffère. Tous les mois, l'employeur prélève une cotisation sur le salaire brut, l'ajoute à sa cotisation patronale et la verse à une caisse de retraite complémentaire afin d'accumuler des points de retraite. Le nombre de points correspond au rapport entre le montant des cotisations contractuelles et la valeur d'achat du point. A la liquidation, les points sont convertis en euros en les multipliant par la valeur de service du point à cette date. Une décote est appliquée à ce montant si les conditions du taux plein ne sont pas remplies, c'est-à-dire si le

futur retraité n'a pas cotisé suffisamment longtemps. La pension obtenue correspond au revenu complémentaire.

Le régime complémentaire s'ajoute au régime de base. Cette deuxième pension est gérée par des caisses de retraite dites complémentaires, propres à chaque catégorie socio-professionnelle. Elle est donc versée par la caisse de retraite dont dépend l'assuré :

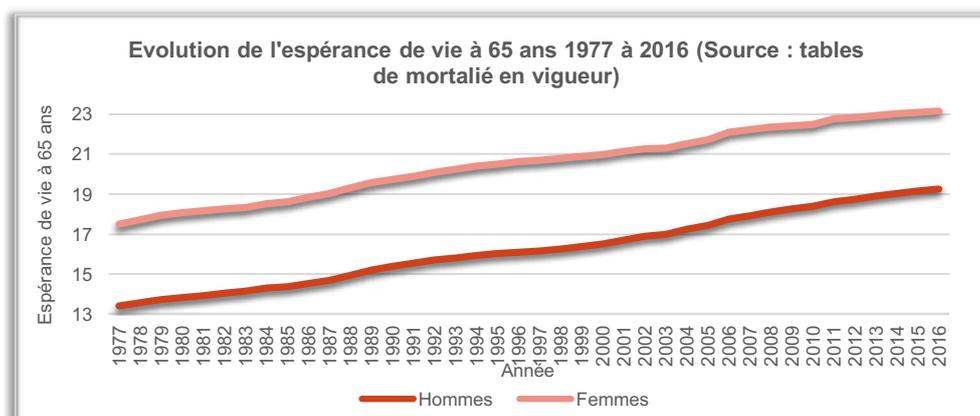
Catégories socio-professionnelles	Caisse de retraite complémentaire
Salariés du privé et salariés agricoles	Régime unifié de l'Association Générale des Institutions de Retraite Complémentaire des Cadres et de l'Association pour le Régime de Retraite Complémentaire des Salariés (AGIRC-ARRCO)
Agents non titulaires de l'Etat et des Collectivités publiques	Institution de Retraite Complémentaire des Agents Non Titulaires de l'Etat et des Collectivités publiques (IRCANTEC)
Exploitants agricoles non-salariés	Caisse de Retraite Complémentaire Obligatoire (RCO)
Artisans, commerçants et industriels indépendants	Caisses de retraite complémentaire obligatoire des travailleurs indépendants
Professions libérales	La Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse des Professions Libérales (CNAVPL) fédère les dix caisses de retraite complémentaires des professions libérales La Caisse Nationale des Barreaux Français (CNBF)
Fonctionnaires de l'Etat (civils et militaires) et Agents de la fonction publique territoriale et hospitalière	Retraite Additionnelle de la Fonction Publique (RAFP)
Fonctionnaires : Ouvriers de l'Etat	Fond Spécial des Pensions des Ouvriers des Etablissements Industriels de l'Etat (FSPOEIE)
Membres des cultes	Régime unifié AGIRC-ARRCO
Artistes, auteurs d'œuvres originales	Institution de Retraite Complémentaire de l'Enseignement et de la Création (IRCEC)
Salariés relevant d'entreprises ou de professions à statut particulier	Banque de France, Retraite des Mines, CNIIEG (Industries du Gaz et de l'électricité), CRPCF (Comédie Française), CRPCEN (Clercs et employés de notaires), ENIM (Marins), Caisse de retraites des personnels de l'Opéra de Paris (CROPERA), CRP-RATP , CPRPSNCF

Figure 2 : Ventilation des régimes de retraite complémentaire obligatoires

Cependant, le principe de solidarité est de plus en plus mis à mal, le principal facteur de ce problème étant l'espérance de vie des retraités. En effet, cela a pour effet d'allonger la durée de retraite pour une durée de cotisation similaire. En effet, au 1^{er} Janvier 2020, l'INSEE² a recensé environ 20,7% des Français de plus de 65 ans dont 20 944 centenaires. La même année, l'Institut prévoyait qu'en 2040, plus de 25% des Français seraient âgés de plus de 65 ans. Comparativement, pour une table de mortalité INSEE en 1977, l'espérance de vie à 65 ans d'un homme et d'une femme étaient respectivement d'environ 13,41 et 17,5 ans. Cette espérance est passée à 16,9 ans pour les hommes et 21,42 ans pour les femmes avec les tables de mortalité réglementaires actuelles TH00-02 et TF00-02. Cela se traduit par une augmentation de près de 22,4% d'espérance de vie chez les femmes contre 26% pour les hommes.

¹ CARCDSF, CARMF, CARPIMKO, CARPV, CAVAMAC, CAVEC, CAVOM, CAVP, CIPAV, CPRN

² Institut national de la statistique et des études économiques collecte



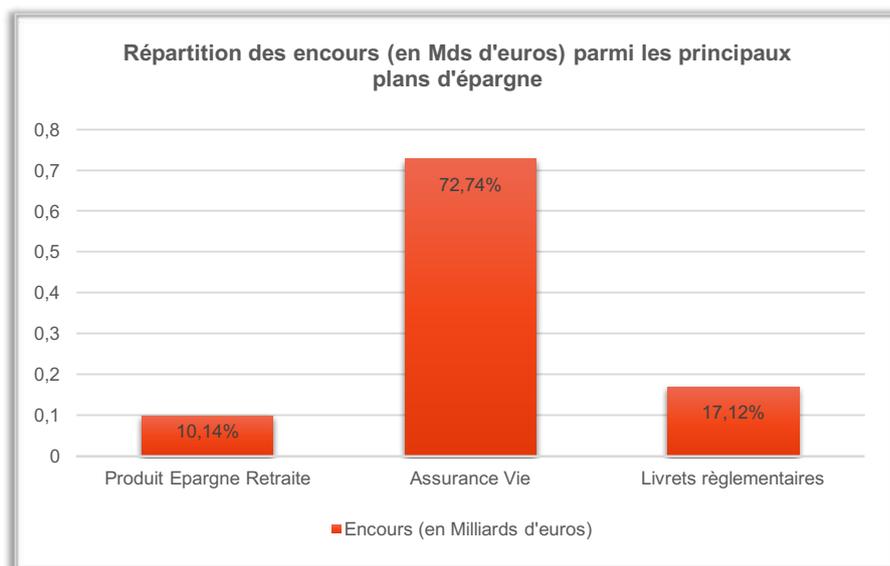
Ainsi, si l'on tient compte du fait que les personnes âgées vivent plus longtemps, que la natalité recule légèrement et que l'entrée dans la vie active se fait de plus en plus tardivement, la part des retraités par rapport aux actifs explose et continuera à le faire, ce qui compromet l'un des piliers du système de retraite français : l'équilibre financier du système à répartition. Il n'est donc pas certain que le niveau des pensions connu aujourd'hui puisse se maintenir à l'avenir. Dans le même temps, les dépenses de santé, de logement et les charges de la vie courante ne cessent d'augmenter et engendrent des conséquences sur le pouvoir d'achat des futurs retraités. De plus, la pension reversée aux retraités se révèle bien souvent trop faible par rapport aux revenus qu'ils détenaient durant leur période d'activité.

La solution pour pallier ce problème est l'épargne retraite fonctionnant par capitalisation. Le recours à une épargne retraite facultative, individuelle ou collective, devient nécessaire pour permettre, à ceux qui le peuvent, de se constituer une meilleure retraite. La retraite supplémentaire permet donc aux salariés de se constituer une épargne additionnelle aux pensions de retraite versées par les régimes de retraite obligatoires.

1.1 Focus sur la retraite supplémentaire

Selon les chiffres de la DREES³, à fin 2018, les encours des produits d'épargne retraite représentaient 237 milliards d'euros pour environ 13,15 millions de contrats contre 1 700 milliards d'euros pour l'assurance vie et 400 milliards d'euros pour les livrets réglementaires (Livret A, LDD...).

³ Direction de la Recherche, des Etudes, de l'Evaluation et des Statistiques



Bien qu'un peu moins de 20% de la population française possède un contrat de retraite supplémentaire en France à fin 2018, ils ne représentent que 10% des encours. Le poids relativement faible de l'épargne retraite supplémentaire est dû à la préférence des Français pour d'autres produits d'épargne tels que l'assurance vie et à l'existence des produits retraite obligatoires. En effet, leur présence rassure les assurés qui pensent que les pensions obligatoires suffiront à leur retraite.

Pour comprendre pourquoi les régimes supplémentaires attirent si peu, il faut comprendre leur fonctionnement. Les dispositifs de retraite supplémentaire sont des contrats par capitalisation, ce qui génère une incertitude sur le montant de la rente versée au départ à la retraite (hors cas particulier des contrats d'épargne retraite à prestations définies), notamment dans le cas de contrats en unités de compte ou en cas d'absence de garanties. Cependant, de plus en plus de Français prennent conscience de la baisse des pensions offertes par les régimes obligatoires et préfèrent s'assurer une retraite plus confortable. Ils se tournent de plus en plus vers l'épargne de longue durée telle que l'assurance vie ou encore l'épargne retraite, en plus faible proportion cependant.

La retraite supplémentaire, basée sur un système de capitalisation, peut être mise en place par une entreprise par le biais de plans collectifs ou individuels, ou de manière individuelle par le biais de produits d'épargne contractés auprès de sociétés d'assurance, de prévoyance ou d'établissements bancaires. Elle ne dépend d'aucun organisme étatique ou de syndicats et s'ajoute en complément des précédents niveaux du système de retraite. Facultative et à prestations ou cotisations définies, c'est une forme de retraite que l'assuré perçoit en plus de sa retraite de base et de sa retraite complémentaire. Elle lui permet de se constituer un capital. Ce capital peut être liquidé à la date d'entrée à la retraite sous la forme d'une rente viagère ou d'un capital. Elle est aussi appelée retraite sur-complémentaire.

La mise en œuvre du contrat de retraite supplémentaire se fait en deux phases :

- **La phase de constitution de l'épargne appelée aussi phase d'épargne** : Au cours de son activité professionnelle, l'assuré se constitue une épargne retraite à partir de primes versées régulièrement, de versements libres, de l'épargne salariale ou encore des cotisations obligatoires, les deux derniers types de versement étant strictement réservés aux contrats conclus dans le cadre de l'entreprise ;

- **La phase de restitution ou encore phase de liquidation** : L'assuré bénéficie d'une rente viagère ou d'un capital versé par l'organisme choisi lorsqu'il met fin à son activité professionnelle. La liquidation de la retraite supplémentaire a lieu à la date de liquidation des régimes obligatoires de retraite ou à l'âge légal du départ à la retraite.

Lors de la phase de constitution, l'assuré verse donc une épargne qui lui sera rendue à la retraite. Cependant, deux types d'obligations existent pour un assureur :

- L'obligation de moyen, dans le cadre d'une retraite supplémentaire à cotisations définies ;
- L'obligation de résultat, dans le cadre d'une retraite supplémentaire à prestations définies.

Retraite supplémentaire à cotisations définies

Dans le cadre d'une retraite supplémentaire à cotisations définies, l'entreprise est soumise à une obligation de moyen. Elle doit revaloriser du mieux que possible l'épargne de l'assuré. Le financement d'un régime de retraite à cotisations définies est déterminé par les cotisations versées. Ces fonds permettent de transformer une épargne versée pendant la période d'activité en rente viagère à partir de l'âge de la retraite. Le montant des cotisations, aussi bien la part employeur que la part salariale, est fixé lors de la mise en place du régime.

Si le plan est contracté dans le cadre d'une entreprise, l'adhésion est obligatoire pour tous les salariés ou par catégorie objectivement définie. L'entreprise verse, seule ou conjointement avec le salarié, une cotisation dont le montant est déterminé via le contrat collectif. Dans ce système, l'obligation de l'entreprise porte exclusivement sur le paiement de la cotisation et non sur le montant de la retraite. Les droits des salariés dépendent des seules cotisations versées. L'entreprise est dégagée de tout engagement car les prestations dépendent de l'ensemble des cotisations. Dès que le financement de l'exercice est réalisé, l'employeur n'a plus aucun engagement.

Retraite supplémentaire à prestations définies

Dans le cadre d'une retraite supplémentaire à prestations définies, l'entreprise est soumise à une obligation de résultat. Elle doit verser à l'assuré un montant de prestations préalablement définies. Les régimes de retraite à prestations définies garantissent au moment du départ en retraite, une pension dont le montant est prédéterminé. Ces régimes peuvent être additifs, différentiels ou mixtes :

- **Le régime à prestations définies additif** garantit une prestation qui s'ajoute aux prestations d'un ou plusieurs autres régimes comme ceux de la Sécurité Sociale, AGIRC-ARRCO ou des régimes à cotisations définies sous forme de pourcentage du salaire ou tout autre formule, ect. ;
- **Le régime à prestations définies différentiel**, ou régime chapeau, garantit une prestation globale, sous déduction des prestations d'autres régimes ;
- **Le régime à prestations définies mixte** garantit une prestation qui s'ajoute aux prestations des autres régimes, mais avec un plafond total de ressources.

Ce régime est dit « aléatoire » car le versement de la retraite était subordonné à la présence du bénéficiaire dans l'entreprise lors de son départ à la retraite, l'aléa conditionnant le

bénéfice d'un régime social spécifique. La loi PACTE transforme ce type de régime en un régime dit « à droits certains ». Ils permettent le maintien des droits acquis à la retraite supplémentaire même en cas de départ de l'entreprise du bénéficiaire.

Les contrats de retraite supplémentaire sont des contrats d'épargne bloquée, en points ou en rentes viagères différées. Dans le cas des contrats d'épargne bloquée, la gestion financière se fait par capitalisation sur des supports euros ou UC. Ce sont majoritairement des contrats avec « contre assurance », c'est-à-dire qu'en cas de décès de l'assuré avant la liquidation de son épargne, le capital accumulé reviendra à un bénéficiaire désigné.

Ce type de contrat peut toujours être ouvert à des garanties supplémentaires telles que la garantie plancher qui permet au bénéficiaire de recevoir un capital au moins égal à l'ensemble des cotisations versées quelles que soient les fluctuations du marché à la mort de l'assuré, ou encore la garantie incapacité/invalidité qui exonère l'assuré de cotisations en cas d'entrée en incapacité/invalidité et pour lequel le compte reste alimenté de toutes les cotisations qu'il aurait pu avoir.

Lors de la liquidation, l'épargne peut être convertie en capital ou en rente viagère immédiate avec garantie de niveau voire avec garantie de revalorisation minimale. Une garantie de réversion est le plus souvent comprise dans le contrat. Elle permet au conjoint, en cas de décès de l'assuré lors de la phase de liquidation, de continuer à percevoir une rente afin de compenser la perte de revenu engendrée par ce décès. Cette garantie entraîne notamment une correction de la rente d'un facteur actuariel en fonction de l'âge du conjoint. L'épargne peut aussi être convertie en rente viagère différée en euros cependant, seule la rente immédiate sera étudiée dans le cadre de ce mémoire.

De nombreux plans de retraite supplémentaire existent. Parmi les plus connus, peuvent être cités : l'article 39, l'article 83, le PERP (Plan Epargne Retraite Populaire), le Madelin ou encore le PERCO.

1.2 Synthèses des principaux PER

Avant la loi PACTE, le système de retraite supplémentaire pouvait se révéler complexe et difficile à lire tant les contrats étaient nombreux :

Nom	Public	Caractéristiques et versement	Fiscalité ^{4,5,6}	Modalités de sortie
PERP (Pour tous et pour professions spécifiques)	Tous Individuel	A cotisations définies Montant libre Différents PERP existent pour des professions spécifiques	Cotisations déductibles du revenu déclaré Rente soumise à IRg	Rente ou 20% en capital
Contrat Madelin	Indépendants Individuel	A cotisations définies Choix d'un montant minimal	Cotisations/primes versées à titre facultatif déductibles du BIC ou BNC avant impôt Rente soumise à IRg	Rente ou 20% en capital
Contrat « Exploitants Agricoles »	Indépendants agricoles Individuel	A cotisations définies Montant minimal et plafonné	Cotisations/primes versées à titre facultatif déductibles du bénéfice imposable Rente soumise à IRg	Rente
Article 39	Salariés Cadre collectif	A prestations définies Cotisation de l'entreprise	Cotisations déductibles de l'impôt sur les sociétés de l'entreprise Rente soumise à IR	Rente
Article 82	Salariés Cadre collectif	A cotisations définies Cotisation de l'entreprise, % du salaire	Cotisations imposables au titre de l'IR du salarié, et déductibles du résultat imposable pour l'entreprise Rente soumise à IRo Capital soumis au régime fiscal des contrats d'assurance-vie	Rente ou Capital
Article 83	Salariés Cadre collectif	A cotisations définies % du salaire	Cotisations déductibles du salaire brut pour le salarié, du résultat imposable pour l'entreprise Versements volontaires déductibles du revenu imposable du foyer fiscal Rente soumise à IR	Rente
PERE	Salariés Cadre collectif	A cotisations définies % du salaire	Cotisations versées par le salarié à titre facultatif déductibles de l'IR Cotisations versées par l'entreprise déductibles du bénéfice imposable Rente soumise à IR	Rente
PERCO	Salariés Cadre collectif Gestion pilotée	Epargne salariale Versements plafonnés	Cotisations versées par le salarié soumis à l'IR Rente soumise à IRo Capital est exonéré d'IR	Rente ou Capital

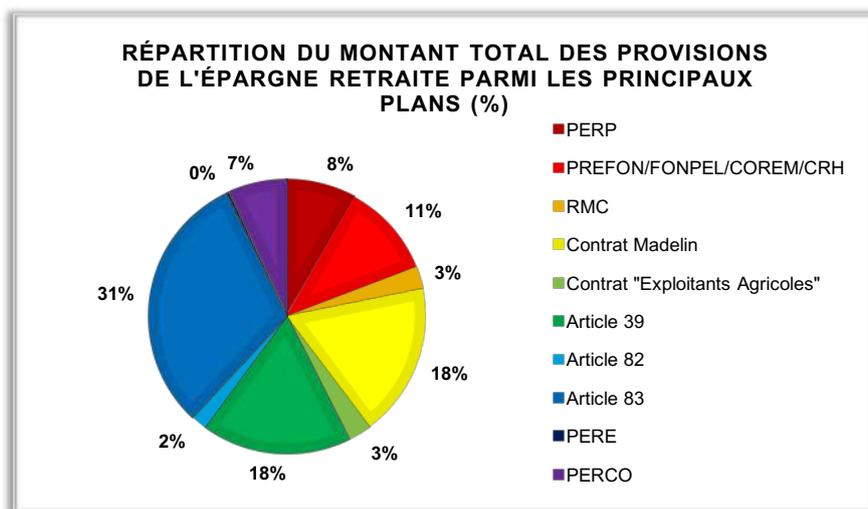
Figure 3 : Ventilation des principaux plans de retraite supplémentaire

- Les produits de retraite supplémentaires pouvaient être souscrits à **titre privé**. C'était le cas du PERP (Plan d'Epargne Retraite Populaire), du PREFON (Caisse Nationale de Prévoyance de la Fonction Publique), du FONPEL (Fonds de Pension des Elus Locaux), du COREM (Complément de Retraite Mutualiste), du CRH (Complémentaire Retraite des Hospitaliers), du RMC (Retraite Mutualiste du Combattant) ;
- Les produits de retraite supplémentaires pouvaient être souscrits à **titre professionnel**. C'était le cas du Contrat Madelin, du Contrat « Exploitants Agricoles », de l'article 39 à prestations définies, de l'article 82, de l'article 83 à adhésion obligatoire, du PERE (Plan d'Epargne Retraite Entreprise) ou encore du PERCO ;
- Il existait aussi **d'autres contrats** propres à certaines sociétés.

⁴ Cotisations déductibles/non déductibles du revenu déclaré

⁵ IRg = Rente viagère soumise à l'impôt sur le revenu (régime d'imposition des rentes viagères à titre gratuit)

⁶ IRo = Rente viagère soumise à l'impôt sur le revenu (régime d'imposition des rentes viagères à titre onéreux)



Une grande proportion du montant des provisions est portée par l'article 83. En effet, le plan retraite Article 83 est un contrat souscrit dans le cadre collectif de l'entreprise recevant les cotisations obligatoires. Cela met en avant la faible attractivité des contrats retraite supplémentaire facultatifs.

En plus d'une multiplicité qui empêche une lisibilité correcte du système de retraite supplémentaire, l'épargne accumulée n'est que peu portable. En effet, les transferts sont impossibles entre des produits qui ne dépendent pas de la même législation fiscale mais sont autorisés sinon. Ainsi, les épargnants doivent-ils parfois cumuler plusieurs produits sans possibilité de regroupement ou de transfert de leur épargne, ce qui a pour conséquence de limiter la concurrence et d'augmenter les frais.

L'un des objectifs de la loi PACTE est de réduire la complexité du système de retraite supplémentaire afin d'attirer de nouveaux assurés en corrigeant les limites du système actuel.

1.3 Limites du système actuel de retraite supplémentaire

De nombreux éléments viennent étayer la nécessité d'un recours à une réforme telle que la Loi PACTE sur le système de retraite supplémentaire actuel :

- L'épargne accumulée est, comme dit précédemment, **peu portable** : les épargnants doivent parfois cumuler plusieurs produits sans possibilité de regroupement ou de transfert de leur épargne ;
- L'offre est **peu lisible** et mal comprise car chaque produit d'épargne retraite est régi par des règles et des fiscalités différentes ;
- Les **modalités de sortie sont rigides** : la plupart des produits d'épargne retraite proposent uniquement une sortie en rente viagère.
- La clientèle de l'épargne retraite est confrontée aux difficultés que suscite un **environnement faiblement concurrentiel** : frais élevés et offres parfois pas assez en adéquation avec les attentes, avec l'impossibilité de changer de prestataire en cours de vie du produit.

Cette situation est aussi défavorable aux entreprises :

- L'épargne retraite est insuffisamment développée et **peu investie en actions**, alors que les entreprises ont besoin de fonds propres pour financer leur croissance et leurs innovations ;
- Vis-à-vis de leurs salariés, les entreprises peinent à proposer des produits d'épargne retraite attractifs et adaptés aux besoins d'une épargne longue.

L'un des objectifs de la loi PACTE sur les retraites supplémentaires est le lissage du système de retraite supplémentaire français afin de le rendre plus attractif et plus lisible :

- Tous les plans retraite seront compressés en trois compartiments distincts, chacun des compartiments pouvant recevoir un certain type de versements ;
- La gestion pilotée sera vulgarisée afin de redynamiser l'économie ;
- Les modalités de sortie de l'épargne en début de retraite et de sorties anticipées seront généralisées ;
- La sécurité des droits sera garantie par les cantonnements des actifs ;
- La fiscalité sera harmonisée ;
- La portabilité des droits ne sera plus restreinte ;
- La concurrence sera diversifiée.



- Faible portabilité des produits
- Dispositifs complexes et offre peu lisible
- Manque d'harmonisation au niveau des débloqués anticipés et du traitement fiscal
- Environnement faiblement concurrentiel

La loi PACTE cherche à redynamiser l'économie en tournant l'épargne vers un support plus risqué et en incitant les assurés à tourner leur épargne vers de la retraite plutôt que vers l'assurance vie. En effet, étant donné le contexte économique actuel, il est de plus en plus difficile

pour un assureur de garantir ses engagements envers ses assurés lorsque l'épargne de ces derniers est placée strictement sur des fonds euros.

Nous chercherons donc à comprendre dans la prochaine partie l'impact de l'introduction des produits de retraite supplémentaire loi PACTE sur le marché de la retraite supplémentaire.

2 Entrée en vigueur de la Loi Pacte

Le développement limité de l'épargne retraite tient notamment à une offre de produits complexe et éclatée (PERP, PERCO, article 83, Madelin, etc.). Ces produits répondent à des règles hétérogènes et sont peu orientés vers le financement des entreprises.

Le Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises (loi PACTE) est un texte de loi qui ambitionne de donner aux entreprises les moyens d'innover, de se transformer, de grandir et de créer des emplois. Cette loi a été pensée pour renforcer la croissance de l'économie réelle et lever les obstacles à la création d'entreprises et au financement de projets innovants.

Le projet de loi Pacte comporte 74 articles concernant la création et la transmission d'entreprise en France (simplification des seuils, suppression du forfait social sur l'intéressement et la participation, etc.) et les opportunités de financement et d'investissement (innovation, formation, conquête des marchés étrangers, etc.). Cependant, c'est l'article 71 du projet de loi, qui cible l'épargne retraite et qui nous intéresse dans le cadre de ce mémoire.

L'un des rôles de la Loi PACTE porte sur la retraite supplémentaire et cherche à simplifier ces régimes en les rendant plus attractifs. La loi PACTE répond à divers objectifs afin de réformer ce système :

- Redynamiser l'économie et relancer la croissance à travers le financement des entreprises ;
- Encourager les assurés à se tourner l'épargne retraite plutôt que vers d'autres produits épargne classique tout en la plaçant sur un support plus risqué ;
- Renforcer l'attractivité des produits d'épargne retraite en homogénéisant les caractéristiques des produits telles que le mode de gestion (gestion pilotée ou libre), les conditions de sortie (rente ou capital) et de sorties anticipées (conditions de déblocage) dans le but de simplifier le paysage des produits d'épargne retraite supplémentaire afin de les rendre plus compréhensifs ;
- Généraliser le système de gestion pilotée qui permet d'adapter l'allocation des actifs selon l'âge des assurés et son profil de risque et qui maximise les perspectives de rendements sur le long terme en permettant un financement accru de l'économie réelle ;
- Protéger les droits des assurés avec la mise en place du cantonnement des actifs ;
- Assurer un devoir de communication envers les assurés ;
- Assurer la portabilité des droits en facilitant les transferts. Cette portabilité va permettre de stimuler la concurrence en diversifiant l'offre. Ainsi, les contrats d'épargne retraite deviendront transférables à tout moment, sur demande de l'assuré qui devra être dûment informé des contrats dont il dispose.

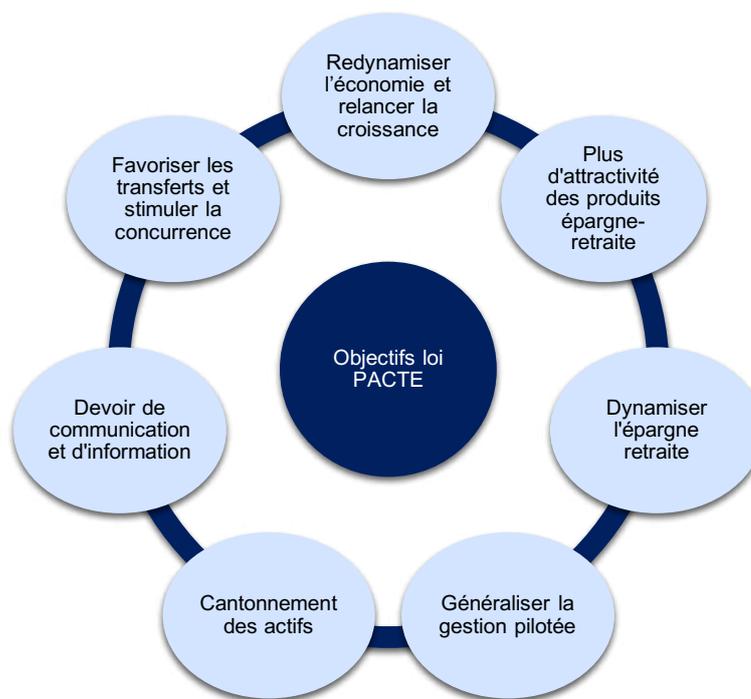


Figure 4 : Objectifs de la loi PACTE

Un tel produit, bien qu'il ne révolutionne pas le système de retraite supplémentaire, impacte fortement le marché français de l'épargne retraite supplémentaire. En effet, les produits retraite devront être construits et tarifés autrement afin de se montrer compétitifs et attractifs pour faire face à l'ouverture à la concurrence avec les gestionnaires d'actifs. Cette intensification de la concurrence va aussi redéfinir la notion de relation client, le devoir de communication et d'information étant l'un des points clés de la réforme. Il s'agira de faire preuve de transparence et de développer l'information depuis la phase de constitution de l'épargne jusqu'à la phase de restitution. Avec une offre plus diverse et des droits plus portables, la rétention du client sera un enjeu supplémentaire à développer. Pour se démarquer, la stratégie pourra être d'améliorer les services additionnels et la qualité du service client tout au long de la vie du contrat afin d'offrir à l'assuré plus de visibilité sur son épargne et ses prestations.

La loi PACTE a donc pour objectif de relancer la croissance en France, d'orienter l'épargne vers le financement des entreprises et notamment des PME, de faciliter le financement de l'économie réelle en dirigeant l'épargne vers de nouveaux produits et de mieux financer l'économie productive en incitant les assurés à investir indirectement sur des actions.

2.1 Calendrier de mise en œuvre de la réforme

Les nouveaux produits d'épargne retraite **sont** disponibles depuis le 1^{er} octobre 2019, en application de la réforme de l'épargne retraite prévue par la loi du 22 Mai 2019 relative à la Croissance et à la Transformation des Entreprises, la Loi PACTE, et ses textes d'application, l'ordonnance du 24 Juillet 2019 portant la réforme de l'épargne retraite supplémentaire et le décret du 30 Juillet 2019.



Figure 5 : Calendrier de mise en œuvre de la Loi PACTE sur la retraite supplémentaire

2.2 Changements apportés par la Loi PACTE

La Loi PACTE agit sur le système de retraite supplémentaire et tente de régler les problèmes des anciens plans. Cet objectif passe par la réduction du nombre de plans épargne retraite en trois compartiments, par la généralisation du système de gestion pilotée et des sorties anticipées, par la diversification du mode de sortie (en rente ou capital) et par une portabilité facilitée.

2.2.1 Phase de constitution de l'épargne

Compartiments

Les produits Loi PACTE sont constitués de trois compartiments. Chacun de ces compartiments possède des règles spécifiques de fiscalité et de modalités d'entrée et de sortie :

- Le premier compartiment est destiné à recevoir les versements volontaires des produits collectifs et l'épargne retraite individuelle des produits individuels : c'est le compartiment « **Individuel** ». La sortie peut être en rente viagère ou en capital ;
- Le deuxième compartiment est destiné à recevoir l'épargne salariale des contrats collectifs : c'est le compartiment « **Collectif** ». La sortie peut être en rente viagère ou en capital ;
- Le troisième compartiment est destiné à recevoir l'épargne retraite collective catégorielle à adhésion obligatoire : c'est le compartiment « **Collectif catégoriel** ». La sortie est obligatoirement sous forme de rente viagère.

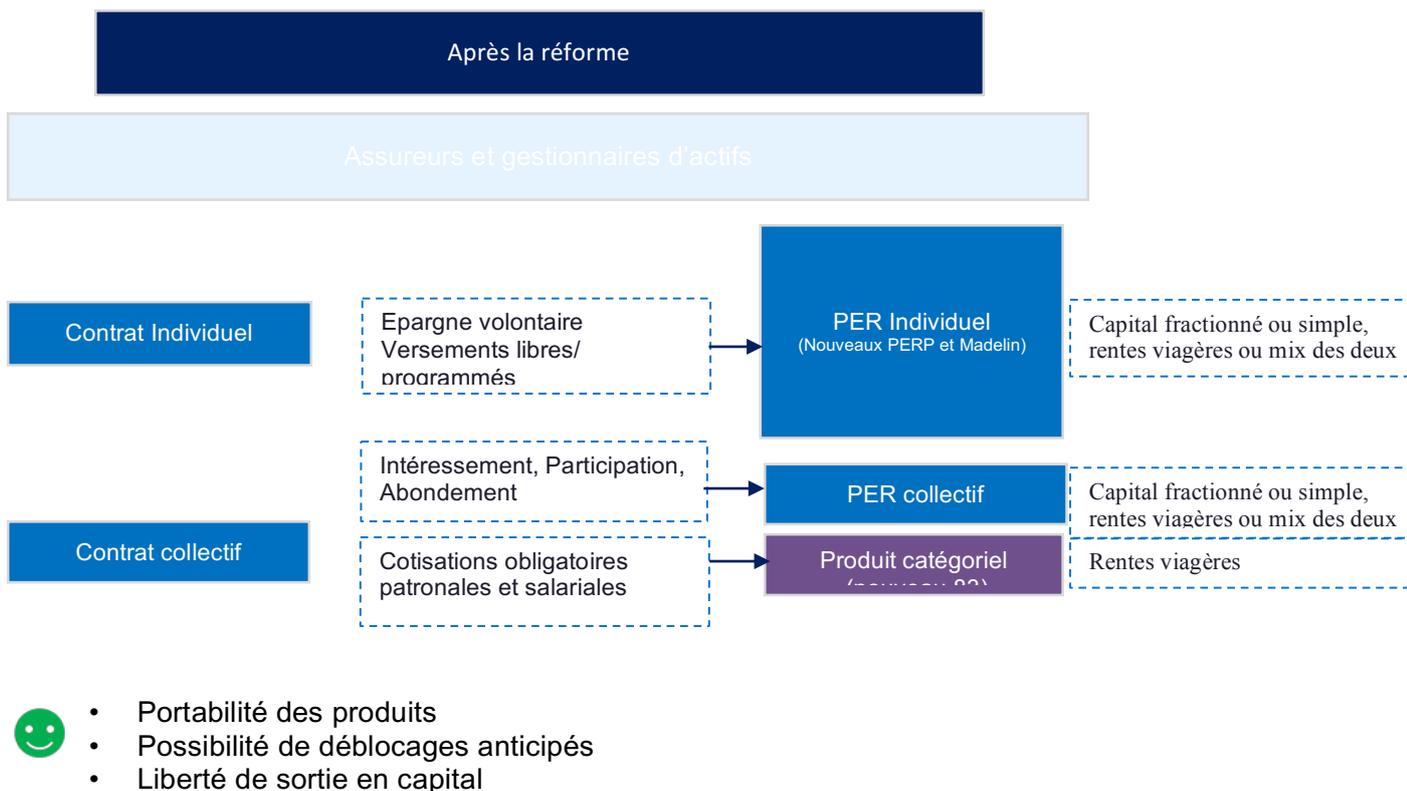


Figure 6 : Schéma des compartiments

Gestion pilotée

La gestion par défaut de l'épargne est une gestion dite pilotée, ou gestion à horizon, qui permet d'adapter automatiquement les investissements, c'est-à-dire l'allocation des actifs risqués et non risqués, au sein de chaque plan en fonction de la date de départ estimée à la retraite. Elle permet d'investir l'épargne sur des supports risqués à horizon très long terme par rapport à l'âge de départ à la retraite estimé et de la sécuriser à mesure que l'assuré se rapproche du moment de la liquidation présumée de son épargne. Cela permet un meilleur rendement moyen que dans un contrat d'assurance vie. En effet, la gestion pilotée permet d'augmenter le niveau de rendement attendu par rapport aux anciens plans de retraite et même par rapport à l'assurance vie qui offrait des rendements de 1,8% en 2018 selon la FFA⁷.

La loi PACTE impose que le support des actifs non-risqués respecte un niveau de SRRI inférieur à 3. SRRI est l'acronyme de *Synthetic Risk and Reward Indicator*, ou Indicateur Synthétique de Risque et de Performance. C'est un chiffre entier compris entre 1 et 7, 1 correspondant aux fonds les moins risqués et 7, aux plus volatils. Il se base sur un calcul de volatilité sur cinq ans glissants reposant sur des performances hebdomadaires, puis ramené à une base annualisée. Il est utile pour comparer des produits entre eux, sur une même échelle de risque, quel que soit le pays d'origine du fonds. Plus le SRRI est élevé, plus le risque associé au fonds est important. En contrepartie, la performance possible du fonds est alors plus importante.

⁷ Fédération Française de l'Assurance

Sept niveaux de risque pour le SRRI*		
Niveau de risque	Intervalle de volatilité	
	Supérieur ou égal à	Inférieur à
1	0 %	0,5 %
2	0,5 %	2 %
3	2 %	5 %
4	5 %	10 %
5	10 %	15 %
6	15 %	25 %
7	25 %	

*Indicateur synthétique de risque et de performance

Source : European Securities and Market Authority (Esmat)

Figure 7 : Ventilation des niveaux de SRRI (Source : European Securities and Market Authority)

Au moins deux types de gestion pilotée doivent être proposés à l'assuré parmi les trois réglementaires. Ces grilles d'allocation, ou grilles de désensibilisation, sont calibrées à partir de profils qui ont été définis par décret et qui déterminent à des horizons de temps la part minimum des actifs à faible risque, selon le niveau de risque que le client est prêt à prendre :

- Prudente ;
- Équilibrée ;
- Dynamique

Ainsi, l'assureur doit-t-il proposer au potentiel assuré un profil type « **équilibré horizon retraite** », le profil par défaut, et au moins un profil supplémentaire parmi un type « **prudent horizon retraite** » ou un type « **dynamique horizon retraite** ». L'épargnant pourra faire son choix en fonction de son aversion au risque.

Sauf demande « expresse » de la part du titulaire du plan, le gestionnaire doit appliquer la gestion pilotée par défaut avec une sécurisation progressive des avoirs à l'approche de la retraite. Si le titulaire informe *expressément et irrévocablement* son souhait de retirer son épargne en rente viagère, il lui sera impossible de changer d'avis en cours de route afin de sortir son épargne en capital. Dans le cas contraire, l'assuré a jusqu'à la fin de la phase d'épargne pour choisir son mode de sortie. De plus, si son épargne cumulée l'empêche de recevoir une rente de 80 euros par mois, il pourra la liquider en capital, bien que son choix de rente viagère ait été inscrit comme expresse et irrévocable.

Peuvent être qualifiés de « **prudent horizon retraite** », les profils d'investissement dont la part des actifs présentant un profil d'investissement à faible risque est au minimum égale à :

- 30 % de l'encours du plan, jusqu'à 10 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 60 % de l'encours du plan, de 10 à 5 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 80 % de l'encours du plan, de 5 à 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;

- 90 % de l'encours du plan, à partir de 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire.

Peuvent être qualifiés d'« **équilibré horizon retraite** », les profils d'investissement dont la part des actifs présentant un profil d'investissement à faible risque est au minimum égale à :

- 20 % de l'encours du plan, de 10 à 5 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 50 % de l'encours du plan, de 5 à 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 70 % de l'encours du plan, à partir de 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- Avant 10 ans : aucun investissement minimum à faible risque.

Peuvent être qualifiés de « **dynamique horizon retraite** », les profils d'investissement dont la part des actifs présentant un profil d'investissement à faible risque est au minimum égale à :

- 30 % de l'encours du plan, de 5 à 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 50 % de l'encours du plan, à partir de 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- Avant 5 ans : aucun investissement minimum à faible risque.

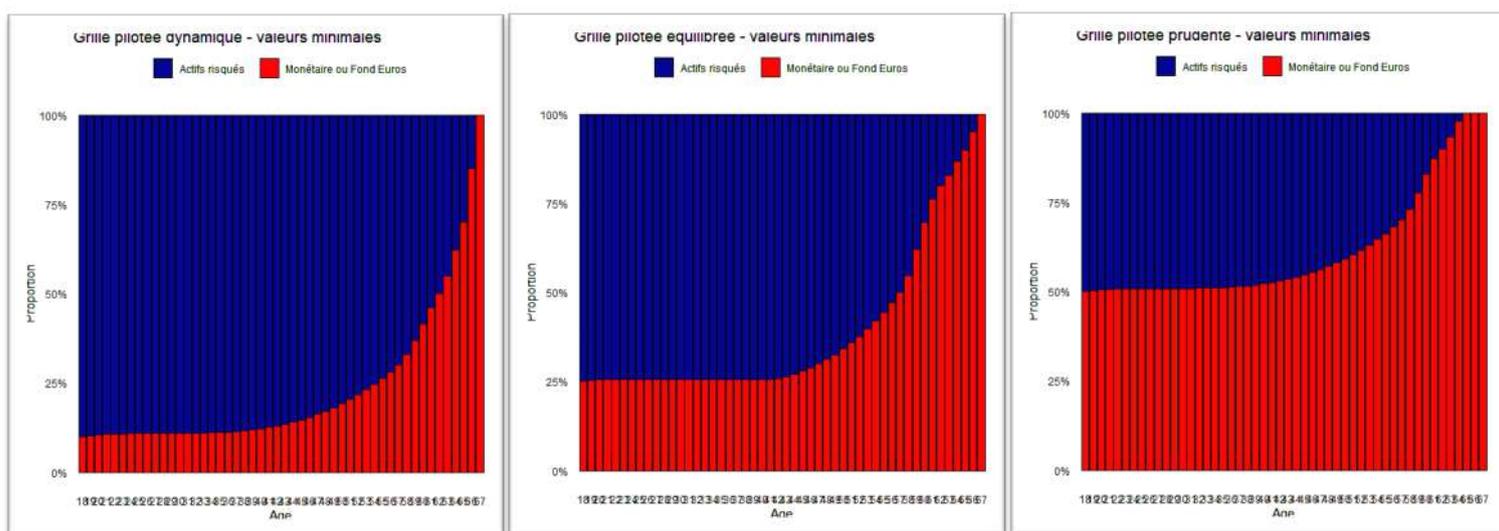


Figure 8 : Exemple de tables de gestion pilotée dynamique/équilibrée/prudente

La gestion pilotée permet de contrer l'aversion au risque de l'assuré tout en lui offrant des perspectives de rendement optimales. En effet, beaucoup d'assurés souhaitent souscrire à des plans ou à des investissements leur rapportant un rendement élevé mais sur une courte période. Ces derniers cherchent alors à investir sur des titres à haut rendement mais qui s'accompagnent généralement d'une volatilité très élevée. Leur aversion au risque prend alors le dessus. De ce fait,

les assurés finissent par se diriger vers des actifs moins risqués pour longtemps ou se tournent vers les livrets moins contraignants (garantie du capital et disponibilité totale et à tout moment tout en étant exonéré de toute charge) alors qu'une action détenue sur une longue période pourrait rapporter plus en termes de rendement moyen.

C'est pour cela que la gestion pilotée sur un compte épargne bloqué est un moyen de contrer l'aversion aux risques des assurés tout en leur assurant un rendement moyen plus élevé que sur un compte épargne classique comme l'assurance vie, les livrets ou encore la majorité des produits retraite actuels. En effet, il est opportun de rappeler que, dans le contexte économique de taux bas actuel, le placement préféré des Français, l'assurance vie, offre des perspectives de rendement très faibles, voire nulles si cette dernière est placée sur des fonds euros.

La gestion pilotée permet à l'assuré de placer son épargne sur des fonds en UC qui permettront de maximiser son rendement tout en la sécurisant lorsque l'assuré se rapproche de l'âge de départ à la retraite.

Portabilité

La Loi PACTE facilite les transferts entre les assureurs de PER mais aussi depuis les anciens plans retraite, mis en run-off dès le 1^{er} Octobre 2020, et ceux effectués depuis un contrat d'assurance vie, ces derniers transferts bénéficiant d'avantages fiscaux.

Lorsque le transfert individuel provient d'un ancien contrat retraite comme le PERP ou le Madelin vers un nouveau PER, les frais de transfert ne peuvent excéder 5 % de la provision mathématique du contrat. Ils sont nuls à l'issue d'une période de dix ans à compter de la date d'effet du contrat.

La loi PACTE vise aussi à harmoniser les encours entre les produits retraite et les produits d'assurance vie, cette dernière n'étant plus aussi rentable qu'à l'accoutumée étant donné le contexte de taux bas actuel. En effet, les assurances vie, principalement investies dans des fonds euros, n'ont qu'une faible rentabilité. Pour inciter les épargnants à transférer leur épargne de l'assurance vie vers l'épargne retraite, la Loi PACTE autorise, pour tout contrat d'assurance vie de plus de 8 ans, un transfert accompagné d'un abattement fiscal doublé par rapport aux règles habituelles soit 9 200 € d'exonération sur les plus-values pour une personne seule et 18 400 € pour un couple, les prélèvements sociaux de 17,2% restant dus, jusqu'au 1^{er} Janvier 2023.

Dans le cadre d'un transfert individuel d'un PER vers un autre PER, les frais de transfert ne peuvent excéder 1 % des droits acquis. Ils sont nuls à l'issue d'une période de cinq ans à compter du premier versement dans le plan.

La portabilité engendrée par la Loi PACTE va permettre de favoriser la compétitivité commerciale donc d'abaisser les frais.

Information et communication

La Loi PACTE garantit plus de transparence et de communication entre l'assuré et son gestionnaire de contrat. Les assureurs devront prévoir une reconfiguration de leurs systèmes

d'information afin que ces derniers reflètent les nouvelles caractéristiques produit, et la nouvelle structure des frais tout en conservant la traçabilité des différents flux. Ainsi, annuellement, le titulaire doit recevoir des informations sur son épargne accumulée.

De plus, cinq ans avant le départ à la retraite, le gestionnaire informe le titulaire des différentes possibilités de sorties, en supposant que l'assuré n'ait pas choisi de sortir son épargne en rente de manière expresse et irrévocable.

2.2.2 Phase de restitution de l'épargne

Sorties anticipées

L'épargne cumulée dans un PER peut être débloquée en cas de sorties anticipées parmi lesquelles on retrouve :

- Les accidents de la vie :
 - o Décès conjoint ou partenaire PACS ;
 - o Invalidité 2^{ème} et 3^{ème} catégorie du titulaire, du conjoint/PACS ou de leurs enfants ;
 - o Surendettement titulaire ;
 - o Expiration droits allocation chômage titulaire ;
 - o Cessation d'activité non salariée à la suite d'une liquidation financière.
- L'achat de la résidence principale, uniquement les compartiments 1 et 2.

Remarque : En cas de décès de l'assuré au cours de la phase de constitution, l'épargne cumulée sera versée au bénéficiaire désigné.

Modalités de sortie

La Loi PACTE révisé le mode de sortie lors de la liquidation de l'épargne accumulée pour les produits retraite. En effet, la rente viagère obligatoire pour la majorité des anciens plans de retraite, avec cependant une possibilité de 20% de sortie en capital pour le PERP et pour un contrat Madelin, rebute de nombreux potentiels assurés qui ont peur de ne pas pouvoir vivre assez longtemps pour récupérer toute leur épargne ou encore qui craignent de se retrouver avec une épargne trop faible pour recevoir une rente convenable.

Grâce à la Loi PACTE, la sortie peut se faire en rente viagère, en capital, en capital fractionné avec cependant une limite quant au fractionnement pour ne pas tendre vers une rente ou en mixte avec un pourcentage de l'épargne sorti en capital et le reste en rente viagère. Dans le cas de la rente viagère, une garantie de réversion (niveau de réversion) sera proposée au titulaire. D'autres garanties sur les rentes peuvent être proposées. Les modalités de sortie diffèrent selon le compartiment. En effet, l'épargne concentrée dans le compartiment 3 ne peut être liquidée qu'en rente viagère.

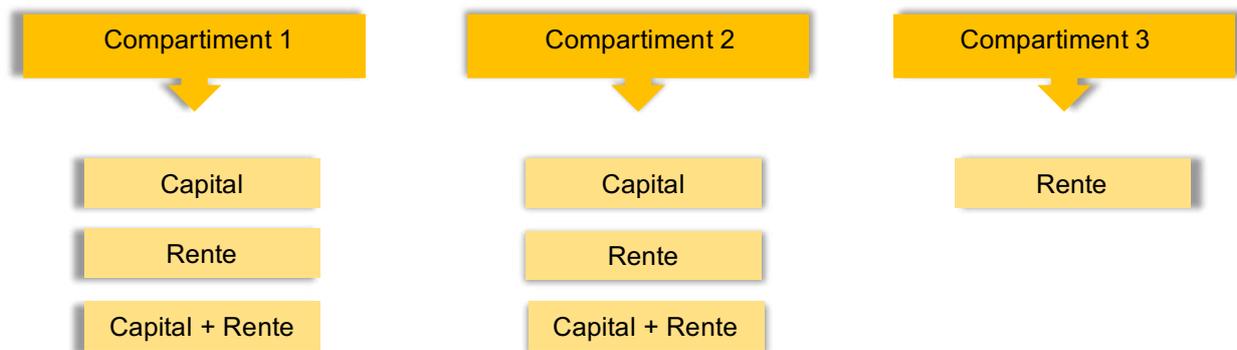


Figure 9 : Modes de sortie possibles selon le compartiment de sortie

Du fait de la possibilité du choix de sortie pour les compartiments 1 et 2, une incertitude portant sur le comportement des assurés devra être considérée dans l'évaluation des risques associés aux produits d'épargne retraite. Cette incertitude est accrue par l'absence de loi d'historique pour une loi de sortie sur un produit loi PACTE. Le risque principal associé à ce type de produit est la longévité du fait des engagements de rente.

La liquidation de l'épargne peut donc se faire soit en capital, soit en rente, soit un mix des deux. A supposer que l'assuré soit encore vivant au début de la phase de liquidation et qu'il n'ait pas choisi de sortie 100% capital, auquel cas l'assureur serait déchargé de tout engagement envers l'assuré. Les conditions de versement de l'épargne dépendent des éventuelles options de rente retenues par l'adhérent, telles que l'option de réversion. En l'absence de garantie, la rente servie au défunt de son vivant sera définitivement perdue.

Remarque : bien que la liquidation soit généralement faite au moment du départ à la retraite, elle peut aussi être effectuée au plus tôt à l'âge légal de départ à la retraite, l'âge limite étant de 70 ans. Concrètement, la date de liquidation du PER est l'âge théorique de départ à la retraite, mais l'arrêté précise que le titulaire du plan peut modifier « à tout moment » la date de liquidation envisagée.

Fiscalité

Pour l'ensemble des nouveaux PER, les versements volontaires peuvent, dans la limite d'un plafond imposé, être déduits de l'assiette de l'impôt sur le revenu. Au moment de la liquidation, les droits qui en sont issus sont fiscalisés.

Les sommes issues de l'intéressement, de la participation et des abondements employeurs versées dans un PER d'entreprise sont exonérées d'impôt sur le revenu soit à l'entrée soit à la sortie.

Le forfait social peut-être supprimé ou abaissé selon la taille de l'entreprise :

- Pour les entreprises de moins de 50 salariés, il est exonéré sur les sommes versées au titre de l'épargne salariale (abondement, intéressement et participation) ;
- Pour les entreprises entre 50 et 250 salariés, il est exonéré sur les sommes versées au titre de l'intéressement ;

- Pour les entreprises de plus de 250 salariés, il passe de 20% à 16% si les contrats sont gérés par gestion pilotée et s'il y a investissement de minimum 10% sur les titres éligibles PME/PEA.

2.2.3 Comparaison des principaux anciens contrats retraite et du nouveau PER Loi PACTE

Les nouveaux produits PER (Plan Epargne Retraite désignant les produits loi PACTE) se veulent la synthèse des meilleurs aspects des plans de retraite déjà existants. De nombreux produits de retraite supplémentaire existent en France depuis le lancement officiel de la loi PACTE. Ces contrats possèdent de nombreuses variables communes. Ce sont ces mêmes variables qui seront utilisées dans la modélisation de notre produit. Parmi ces dernières, peuvent être relevées :

- Les frais de gestion, d'acquisition, de placement et de rente compris entre 0,5 et 5% ;
- Les tables de gestion pilotée dites « équilibrée », « prudente » ou « dynamique », la seule table obligatoire étant la table « équilibrée » ;
- Les sorties en capital, en rente ou des sorties mixtes. Les rentes peuvent être accompagnées d'options et garanties. Elles peuvent être viagères simples, viagères à réversion entre 60 et 150% de niveau de réversion, viagères à annuités garanties, viagères indexées, viagères par palier ou encore viagères à multiples garanties.

	PER	PERP	Madelin	Art. 83	PERCO
Type d'épargne	Volontaire Salariale Obligatoires	Volontaire	Volontaire	Volontaire Obligatoires	Volontaire Salariale Obligatoires
Portabilité	Totale 3 compartiments	Limitée	Limitée	Limitée	Uniquement vers un autre PERCO
Sortie anticipée	Accidents de la vie Achat résidence principale	Accidents de la vie Achat résidence principale	Accidents de la vie	Accidents de la vie	Accidents de la vie hors liquidation judiciaire Achat résidence principale
Modalités de sortie⁸	Rente Capital Capital fractionné Mixte	Rente Rente + 20% Capital	Rente Rente + 20% Capital	Rente	Rente Capital

Figure 10 : Tableau comparatif des produits d'épargne retraite en France

Comme constaté dans le tableau précédent, la gestion pilotée devient la norme. Toutes les modalités de sortie sont possibles, que ce soit en rente, en capital ou en mix des deux. Toutes les sorties anticipées sont autorisées. Les transferts sont facilités entre les PER.

Avec un PER Loi PACTE, l'offre n'est plus éclatée en une multitude de plans de retraite pour lesquels l'assuré est souvent contraint de subdiviser son épargne. Elle sera simplement répartie entre trois compartiments.

⁸ Pour les sommes issues des versements volontaires et de l'épargne salariale sur le PER. Les sommes issues d'éventuels versements obligatoires en entreprise sont uniquement liquidables en rente.

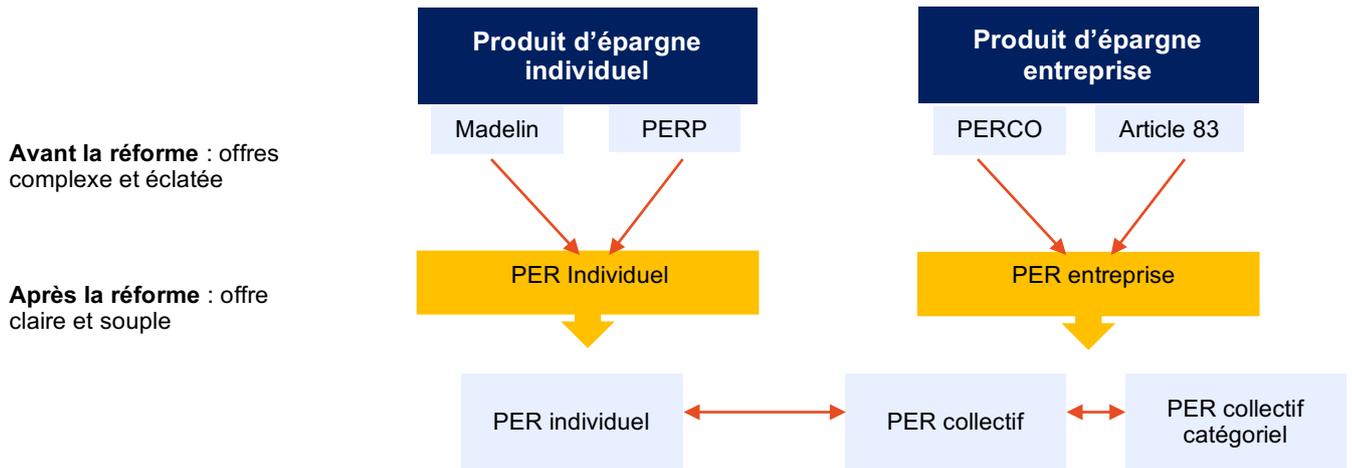


Figure 11 : Analogie entre les anciens plans retraite et les nouveaux PER

Dans cette partie, un état des lieux de la retraite en France et des différents produits existants avant la loi PACTE a été fait. L'objectif est maintenant de considérer un nouveau produit PER qu'un assureur pourrait lancer. Dans la suite de ce mémoire, sera abordé l'impact de l'application des préceptes de la loi PACTE sur un produit retraite. Pour ce faire, le fonctionnement d'un modèle ALM sera décrit puis les modifications apportées à ce dernier de façon à ce qu'il réponde aux hypothèses d'un produit retraite individuel « loi PACTE » (PER) le seront aussi. Une fois la modélisation du produit retraite individuel effectuée, leur impact sur la solvabilité et la rentabilité de l'assureur sera étudié.

Deuxième partie :

Modélisation d'un produit épargne retraite supplémentaire individuel de type loi PACTE

3 Construction du modèle de retraite

Cette partie a pour objectif de préciser le fonctionnement et les différentes hypothèses inhérentes à un modèle actif-passif, encore appelé modèle ALM (*Asset Liabilities Management*). Nous commencerons donc, dans cette section, par expliquer le fonctionnement du modèle ALM de Mazars dans son ensemble, afin d'aborder les changements entrepris dans l'optique de modéliser un PER répondant aux spécificités de la loi PACTE dans la section suivante.

Un contrat retraite met en relation l'actif et le passif. Il est donc aussi important de modéliser l'actif et le passif que leur interaction par le biais d'un modèle de projection actif-passif. La réalisation de ce mémoire a nécessité une maîtrise du modèle. En effet, avant de construire un modèle répondant aux hypothèses de la loi PACTE, il est nécessaire de comprendre comment fonctionne un modèle retraite standard ALM. Le modèle utilisé est un outil proposé par Mazars. Afin qu'il réponde aux caractéristiques d'un PER, il sera, par la suite, modifié.

A noter que les hypothèses utilisées, notamment dans la construction du bilan et des Model Points, sont réductrices et ne représentent pas la réalité du marché.

Modéliser le passif consiste à déterminer les lois de décès, de transfert, appelées aussi lois de rachat, les frais et chargements, la loi de sortie en capital et en rente, à créer des Model Points, les provisions mathématiques de début d'année et un bilan passif cohérent avec la réalité. Alors que modéliser l'actif revient à modéliser la valeur de marché des actifs financiers, le rendement monétaire et celui des produits financiers, à modéliser la réallocation des actifs et l'algorithme de politique de taux servi avec les revalorisations contractuelle et cible.

Les hypothèses de modélisation sont détaillées par la suite. Le but de cette partie est donc de décrire les hypothèses sur l'actif et sur le passif et le déroulement d'un tel modèle.

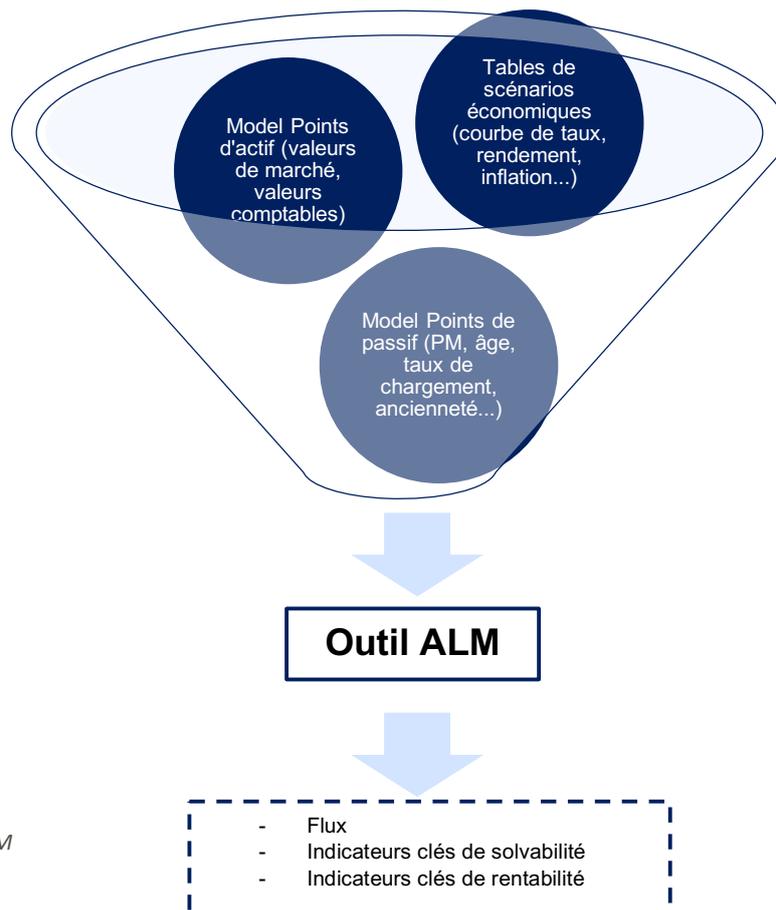


Figure 12 : Modèle ALM

Un modèle ALM fait donc intervenir des hypothèses sur le passif, des hypothèses sur l'actif ainsi que leur Model Points, des tables de scénarios économiques, une stratégie financière et une politique de participation aux bénéfices afin d'obtenir des flux et les résultats d'indicateurs clés de solvabilité ou de rentabilité.

A noter que, pour modéliser un plan épargne retraite loi PACTE, un modèle ALM doit être utilisé notamment à cause des interactions entre l'actif et le passif, mais il doit aussi être transformé. En effet, la loi PACTE entraîne certaines modifications liées, par exemple, à la présence d'un module de rentes, ou encore à la politique de revalorisation en phase de restitution et en phase de constitution à la stratégie de gestion pilotée et à la modification des lois de rachats du fait d'une portabilité accrue et de modalités de sorties anticipées généralisées.

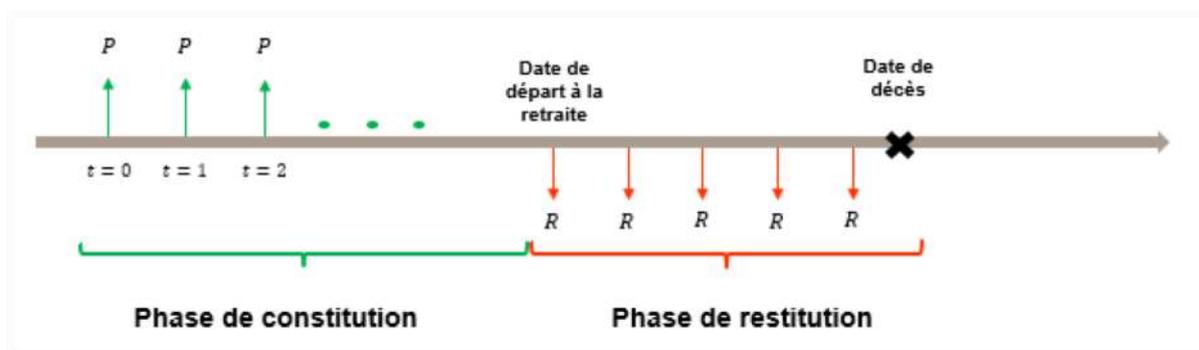


Figure 13 : Vie d'un contrat épargne retraite

Dans un produit PER, les versements sont répartis dans trois compartiments :

- Un compartiment recevant les versements libres et programmés ;
- Un compartiment recevant l'épargne salariale ;
- Un compartiment recevant les cotisations obligatoires.

Dans le cadre de notre modélisation, les différents compartiments seront négligés par simplification. Cependant, il est important de rappeler que le dernier compartiment ne peut être liquidé qu'en rente viagère.

La fiscalité sera aussi simplifiée.

Le plan retraite loi PACTE modélisé est un contrat de retraite individuel fictif en euros standard avec comme possibilités de sorties pour notre contrat :

- Une sortie en capital ;
- Une sortie en rente viagère revalorisée par la clause de PB et indexée par l'inflation au taux technique 0% ;
- Une sortie mixte en capital et rente viagère. La sortie en capital correspond à un pourcentage de PM compris entre 5% et 50% par pas de 5%.

Notre produit retraite modélisé est un PER individuel. L'âge de départ à la retraite est de 67 ans. Pour mieux capter le risque porté par un Model Point, les projections sont réalisées

sur un horizon de 50 ans avec inclusion de primes futures programmées pour les contrats d'épargne retraite.

3.1 Hypothèses sur l'actif et le passif

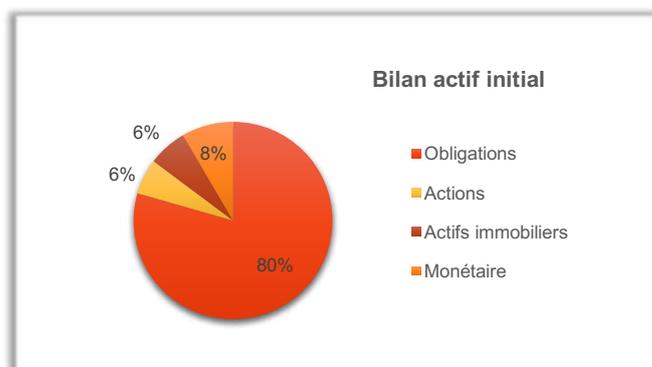
Cette section a pour objectif de déterminer les changements apportés sur l'actif et le passif sur le modèle ALM afin qu'il réponde aux préceptes de la loi PACTE afin de modéliser un produit épargne retraite supplémentaire individuel.

Hypothèses sur l'actif

Dans le modèle ALM classique proposé par Mazars, le portefeuille d'actif est constitué d'actions et d'obligations d'Etat et d'entreprise. Les obligations sont de maturité 10 ans. Les obligations d'Etat dégagent un coupon égal au TME à leur date d'achat. Ce rendement est majoré d'un spread pour les obligations *Corporate*. La valeur de ce spread dépend du rating accordé à l'entreprise. Le modèle se cantonne aux obligations de rating AAA. Lorsqu'une obligation arrive à échéance, le capital est réinvesti dans une obligation ayant les mêmes caractéristiques.

Bien que ces hypothèses soient réductrices et ne représentent pas la réalité d'un bilan actif, elles seront inchangés. De ce fait, l'actif du bilan sera construit et simplifié. En effet, ce dernier ne comportera que des obligations, des actions, de l'immobilier et du monétaire. Par simplification, les proportions de chacun des actifs en valeur comptable (VC) seront les suivantes :

- 79,85% d'obligations ;
- 5,85% d'actions ;
- 6,36% d'immobilier ;
- 8,44% de monétaire, le monétaire restant fixe tout au long de la projection.



Pour obtenir le bilan en valeur de marché (VM), il est nécessaire de récupérer le pourcentage de plus ou moins values latentes initial (PMVL) de l'année pour l'action et l'immobilier. Il peut être récupéré de la même manière à partir des données clients. Les données suivantes sont obtenues :

- 9,47% pour l'action ;
- 10,36% pour l'immo.

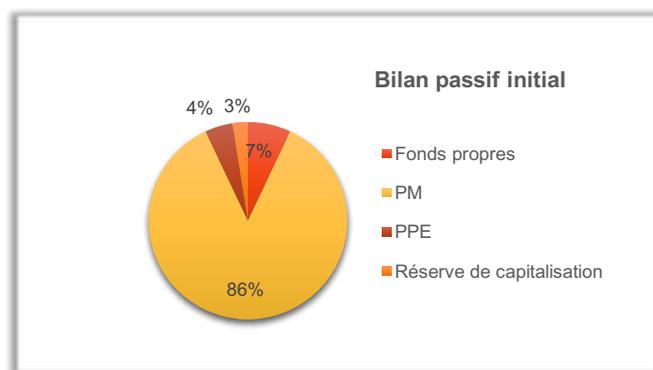
Ici, nous supposons que toutes les tables d'allocation testées possèdent le même bilan initial.

Hypothèses sur le passif

En ce qui concerne le passif, le montant de la Provision Mathématique (PM), des Fonds Propres, de la réserve de capitalisation et de la Provision pour Participation aux Excédents (PPE) existantes en début de simulation sont des hypothèses du modèle, et ont été simulées à partir des données d'un portefeuille d'assurance retraite client existant.

Dans le cadre de notre modélisation, ces hypothèses seront inchangées. De ce fait, le passif du bilan simplifié sera composé de :

- 7% de FP ;
- 86% de PM ;
- 4,5% de PPE ;
- 2,5% de Réserve de Capitalisation.



La Provision Pour Participation aux Excédents contient la participation aux bénéfices non versée immédiatement. Son rôle a été développé à la section Politique de revalorisation et algorithme de taux servi.

La Réserve de Capitalisation est une provision technique destinée à lisser les résultats financiers des placements obligataires à taux fixes en cas de variation de taux. L'article R331- 3 du Code des Assurances définit cette provision comme « une réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ». Les plus-values réalisées en cas de cession d'obligations sont dotées à cette provision. Si des moins-values sont réalisées une année, l'assureur prélèvera le montant correspondant sur cette provision. Lorsque le prix de vente est supérieur à la valeur actuelle, l'excédent est versé à la réserve de capitalisation alors que lorsqu'il est inférieur à la valeur actuelle, la différence est prélevée sur la réserve de capitalisation, dans la limite du montant de celle-ci. Lors du désinvestissement, du re-balancement ou lors de la gestion du portefeuille pour contrôler la maturité moyenne des obligations, la réserve de capitalisation est utilisée.

A côté de cela, le contrat peut comprendre plusieurs paramètres principaux en ce qui concerne la politique de revalorisation selon le type de contrat modélisé : un taux minimum garanti, un taux technique obligatoire, une garantie plancher ou encore un taux de participation aux bénéfices fixe contractuel tout au long de la projection.

Les décès et les rachats sont supposés avoir lieu en moyenne en début d'exercice.

Hypothèses sur les Model Points

De plus, la simulation s'intéresse à un ensemble d'assurés fictifs répartis en Model Points. L'ensemble des assurés d'un produit d'assurance forment son portefeuille. La simulation s'intéresse à un ensemble d'assurés fictifs. Un portefeuille de produits d'assurance peut contenir des milliers voire des millions d'individus et autant de lignes dans un programme. Pour faciliter les calculs, ces derniers sont agrégés dans des Model Points (MP). Un Model Point est donc une agrégation de plusieurs assurés possédant les mêmes caractéristiques pour un même contrat.

Dans notre modélisation, le portefeuille de contrats en entrée du modèle est un portefeuille fictif. Les caractéristiques retenues pour notre modélisation sont les suivantes : la présence dans le stock, l'âge, le chargement d'acquisition, le chargement sur encours, le nombre de police, la prime ainsi que la provision mathématique totale.

Afin de diversifier le spectre des assurés tout en limitant le temps de calcul, le choix a été fait de ne garder que trois Model Points d'âges différents :

- Un MP « jeune » d'âge moyen de 24 ans type New Business ;
- Un MP « vieux » d'âge moyen de 50 ans d'ancienneté 1 an ;
- Un MP « intermédiaire » d'âge moyen de 35 ans d'ancienneté 1 an.

A noter que les Model Points utilisés ne sont pas représentatifs de la réalité du marché. En effet, l'épargne retraite est portée par des Model Points plus âgés avec un âge actuariel moyen autour de 50 à 55 ans.

Ici, utiliser trois Model Points d'âge différents permet aussi d'avoir des résultats significatifs aussi bien en phase de constitution qu'en phase de restitution, tout en exploitant les avantages d'une gestion pilotée.

Hypothèses sur le modèle

De manière plus générale, les hypothèses sur lesquelles repose le modèle et qui sont à la base de l'étude sont les suivantes :

- Les flux futurs, relatifs aux engagements de la compagnie d'assurance sur le portefeuille étudié, sont composés des sorties (rachats et décès), des prélèvements sociaux, des frais qui comprennent les coûts de gestion, les coûts liés à la gestion financière et les coûts d'acquisition, ainsi que des éléments de fin de projection ;
- Les projections sont réalisées sur un horizon de 50 ans avec inclusion de primes futures pour les contrats d'épargne retraite ;
- Les projections sont faites sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de réassurance ;
- Le passif est modélisé à l'aide de Model Points ;
- La mortalité des assurés est supposée déterministe en fonction de l'âge de l'assuré ;
- Seuls les principaux éléments du bilan sont modélisés ;
- Le contrat prend fin en cas de rachat total ou de décès de l'assuré ;

Maintenant que les hypothèses de l'actif et du passif ont été décrites, le déroulement d'un tel modèle peut être expliqué.

3.2 Déroulement du modèle

La principale caractéristique d'un modèle ALM est son interaction entre l'actif et le passif. L'objectif de cette section est de comprendre les flux du passif, ceux de l'actif et la façon dont ils interagissent.

3.2.1 Flux du passif

Les flux du passif correspondent aux prestations versées dans le cadre du contrat et aux frais du contrat. Dans le cas du modèle ALM standard proposé par Mazars, ils concernent les primes, les décès et les rachats.

Dans notre modélisation, ils concernent les primes, les décès et les rachats. Le capital et les rentes versées en phase de restitution correspondent aussi aux flux de passifs mais ceux-ci seront abordés dans la section Module de Rente.

Modélisation des frais et des chargements

Un assureur peut piloter ses frais en appliquant une politique qui lui est propre. De nombreux frais peuvent exister. Parmi ces derniers, nous pouvons retrouver :

- Les frais des placements ;
- Les frais de gestion en cas de prestations (décès, transfert ou rente) ;
- Les frais d'acquisition.

Les frais sont calculés tels que : $Frais(t) = \text{taux}_{frais} * PM(t)$

Pour faire face à tous ces frais, l'assureur les adosse à divers chargements. En effet, lors de la tarification d'un produit, les chargements permettent d'appliquer un coefficient supplémentaire ou bien un montant forfaitaire lorsque la prime du contrat est calculée ou lors du prélèvement d'une partie ou de la totalité des provisions mathématiques. Il peut être intéressant cependant de garder ces niveaux de chargements relativement faibles car la portabilité, facilitée chez les produits loi PACTE, favorise la concurrence. De ce fait, afin de ne pas perdre de clients au profit de compagnies concurrentes, il est préférable de les maintenir à un niveau ni trop bas afin de faire du profit, ni trop élevé afin de faire de la rétention de clients. Cette affirmation se confirme à partir du benchmark des produits loi PACTE déjà existants :

- Les chargements d'acquisition sont généralement exprimés en pourcentage des primes versées brutes de chargements et sont souvent compris entre 0% et 3% ;
- Les chargements sur encours sont généralement compris entre 0,5 et 2% de l'encours du contrat ;
- Les chargements sur rentes sont compris entre 1% et 3% des arrérages et sont nécessaires lors de la phase de restitution du capital en cas de sortie en rente viagère ;

- Les pénalités de gestion en cas de transfert regroupent l'ensemble pénalités engagées pour le traitement d'un dossier de prestations transfert. Ces derniers sont encadrés réglementairement ;
 - o Prestation transfert d'un PER vers un autre PER : les pénalités sont limitées à 1% des droits acquis et sont nulles à l'issue d'une période de cinq ans à compter du premier versement ;
 - o Prestation transfert depuis un ancien contrat : les pénalités sont limitées à 5% de la provision mathématique du contrat et sont nuls à l'issue d'une période de dix ans à compter du premier versement ;
 - o Prestation transfert depuis une assurance-vie : pas de limitations de pénalités réglementaires. Ils sont ceux prévus contractuellement dans le contrat d'assurance-vie.

Dans notre modélisation, les taux de frais et de chargements utilisés pour le scénario central sont les suivants :

Frais de placement	Frais de gestion	Frais d'acquisition	Frais de rente	Chargement d'acquisition	Chargement sur encours	Chargement sur rente
0,5%	0,5%	1,5%	1%	1%	1%	1%

Figure 14 : Tableau des frais et chargements

Modélisation des décès en phase d'épargne

Dans un modèle ALM, les décès doivent être pris en compte. Ils sont calculés de manière déterministe à l'aide des tables de mortalité. La table de mortalité est une table qui associe à chaque âge la probabilité annuelle de décès d'un individu. Elle est établie selon des données statistiques.

Les tables réglementaires pour les contrats d'assurance vie, hors rentes viagères en phase de constitution de l'épargne, sont les tables TH00-02 et TF00-02. Elles sont construites à partir de la table INSEE 2000-2002 respectivement pour la population masculine et pour la population féminine.

L'article A335-1 du Code des Assurances, l'article A931-10-10 du Code de la Sécurité Sociale et l'article A212-10 du Code de la Mutualité, respectivement pour les organismes d'assurance, de sécurité sociale et de mutuelles, permettent également d'utiliser, dans certaines conditions, des tables d'expérience construites sur la base des données propres à leur portefeuille, ou de toute autre source, pour autant qu'elles permettent de mieux évaluer les engagements contractés, donc de mieux cerner le risque. Elles doivent être certifiées par un actuair indépendant agréé à cet effet.

Les prestations décès sont la somme des provisions mathématiques des contrats pour lesquels l'assuré est décédé sur l'exercice.

Cependant, un contrat retraite est un contrat d'assurance de personnes. Un contrat épargne retraite est divisé en deux phases. Chacune des deux phases est soumise à une table de mortalité particulière :

- Une table de mortalité pour la phase de constitution de l'épargne ;
- Une table de génération pour la phase de liquidation de l'épargne en cas de liquidation en rente viagère.

Les tables réglementaires pour les opérations de rente viagère sont les tables par génération TGH05 et TGF05. Elles comprennent autant de tables de mortalité qu'il y a d'années de naissance comprises entre 1886 et 2005.

Les individus des Model Points étant non genrés, les tables femmes seront utilisées. En effet, les femmes, vivant plus longtemps que les hommes, il est nécessaire de ne pas sous-estimer le risque.

Modélisation des primes

Pour modéliser les primes, de nouveaux éléments doivent être pris en compte. En effet, la loi PACTE facilite les transferts entre les assureurs de PER mais aussi depuis les anciens plans retraite et depuis les contrats d'assurance vie. De plus, en ce qui concerne les contrats d'assurance vie, les transferts peuvent être acceptés jusqu'au 1^{er} Janvier 2023, à condition que le contrat ait plus de huit ans d'ancienneté.

De ce fait, trois types de versements sont attendus dans des PER, notamment au moment du lancement du produit :

- Les transferts des anciens contrats de retraite vers un PER ;
- Les transferts depuis une assurance-vie ;
- Les nouveaux versements, libres ou programmés bien que, dans un souci de vision Solvabilité 2, seuls les versements programmés seront pris en compte.

Les nouveaux versements correspondent à tous les types de versements hors transfert. Chaque type de versement atterrit dans un compartiment particulier :

- Le premier compartiment est destiné à recevoir les versements volontaires pour les produits collectifs et l'épargne retraite individuelle pour les produits individuels ;
- Le deuxième compartiment est destiné à recevoir l'épargne salariale pour un contrat collectif ;
- Le troisième compartiment est destiné à recevoir les cotisations obligatoires et est à adhésion obligatoire salariale pour un contrat collectif.

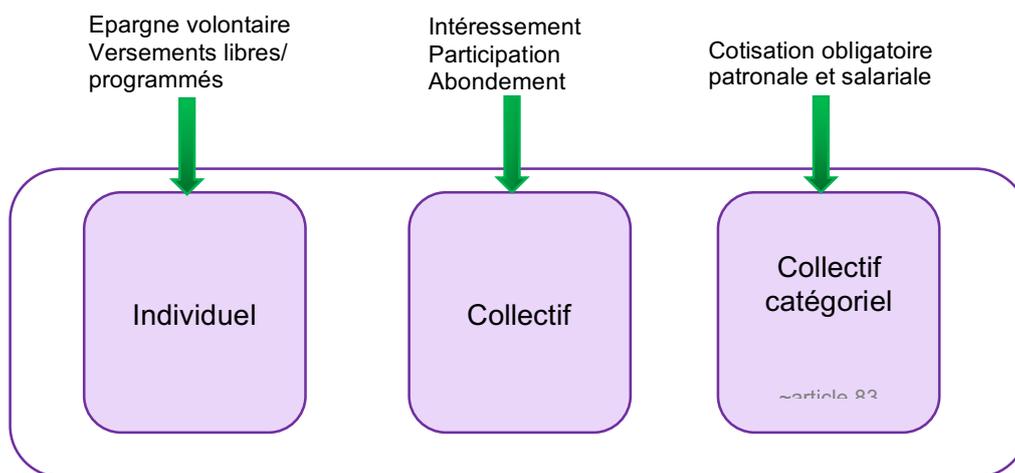


Figure 15 : Compartiments d'un produit PER

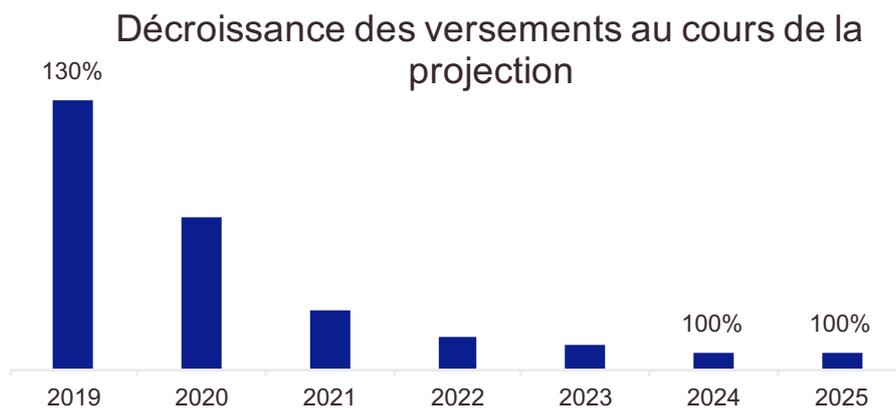
Notre modélisation ne fera pas de distinction entre les différents compartiments, bien que les sorties soient différentes pour chacun d'eux.

Dans le cadre d'une modélisation S2, la frontière des contrats telle qu'elle est définie dans l'environnement Solvabilité II implique de prendre en compte une plus large assiette de primes qu'en normes actuelles. De ce fait, seuls les versements prévus dans le cadre du contrat seront pris en compte. En effet, les versements libres ne peuvent être pris en compte du fait de leur incertitude. Les prendre en compte entre en conflit avec le caractère réaliste d'une modélisation Solvabilité 2. Cependant, une loi sur les versements programmés peut être mise en place. En effet, les versements peuvent être supposés constants, croissants ou décroissants en cours de projection. Cette loi peut être déterminée à l'aide d'historiques de versements de primes.

Dans le cadre de notre modélisation, ces versements seront supposés décroissants. La décomposition des différents types de versements possibles est la suivante :

- Les transferts depuis un ancien contrat seront supposés décroissants tout au long de la modélisation ;
- Les transferts depuis une assurance vie seront décroissants jusqu'au 1^{er} Janvier 2023, date à partir de laquelle les transferts seront de 0% ;
- Les versements programmés seront supposés constants et égaux au montant de primes minimal annuel déterminé contractuellement.

La courbe ci-dessous montre les différents coefficients appliqués à la prime moyenne K selon l'année.



Dans notre modélisation, le niveau de primes minimal sera fixé à 600 euros par an et par personne.

Modélisation des rachats

La notion de modélisation de loi de rachat n'est pas une notion très utilisée pour un contrat d'assurance retraite étant donné que l'épargne est bloquée. On parle de lois de transferts et de sorties anticipées. Cette loi peut s'apparenter au rachat.

Le rachat est une option permettant à l'assuré, lorsqu'il l'exerce, de retirer tout ou partie de son épargne à tout moment avant la date d'échéance prévue au contrat, on parle respectivement de rachat total et de rachat partiel. Cette option lui permet d'avoir accès à son épargne à tout moment et de disposer d'assez de liquidités au moment d'investir dans un projet ou en cas de difficultés.

Le Code des Assurances stipule que la valeur de rachat brute est égale à la provision mathématique (PM) de son contrat à la date de rachat. Dans un contrat d'épargne classique, ce montant de PM correspond à l'épargne atteinte.

On distingue deux types de rachat : les rachats structurels et les rachats conjoncturels :

- Les rachats structurels sont considérés comme anticipables car ils sont liés aux caractéristiques des assurés : la décision de rachat est prise indépendamment du niveau des taux de marché. Ils sont modélisés grâce aux historiques de comportement moyen des assurés en fonction de leur âge, de leur ancienneté de contrat, de leur sexe, de leur catégorie socio-professionnelle, de leur réseau de distribution, ect ;
- Les rachats conjoncturels, ou dynamiques, sont, quant à eux, liés à l'environnement concurrentiel, économique, financier ou à la réputation de la compagnie. Ils sont plus difficiles à modéliser car ils correspondent au comportement que les assurés pourraient avoir lorsque l'environnement économique change ou que la revalorisation de leur épargne ne répond plus à leurs exigences. Les compagnies d'assurance ne peuvent pas établir d'historiques. Pour y remédier, l'ACPR⁹ a proposé dans les orientations nationales complémentaires du QIS 5¹⁰, une loi de rachat conjoncturel en fonction du

⁹ ACPR = Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

¹⁰ QIS 5 = Fifth Quantitative Impact Study = Cinquième étude d'impact quantitative

spread de taux qu'il peut exister entre le taux servis par l'assureur et le taux attendu par l'assuré.

$$RC = \begin{cases} RC_{max} & si \quad TS - TA < \alpha \\ RC_{max} * \frac{TS - TA - \beta}{\alpha - \beta} & si \quad \alpha \leq TS - TA < \beta \\ 0 & si \quad \beta \leq TS - TA < \gamma \\ RC_{min} * \frac{TS - TA - \gamma}{\delta - \gamma} & si \quad \gamma \leq TS - TA < \delta \\ RC_{min} & si \quad TS - TA \geq \delta \end{cases}$$

Avec les définitions suivantes :

- α est le seuil en deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à RC_{max} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés ;
- β et γ sont respectivement les seuils d'indifférence à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces deux seuils, le comportement de l'assuré ne change pas ;
- δ est le seuil au-delà duquel la diminution du taux de rachats structurel est constante et fixée à RC_{min} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés ;
- TS est le taux servi ;
- TA est le taux attendu. Il peut correspondre par exemple à un taux concurrent. Cette formule traduit alors une fuite des contrats vers la concurrence en cas de mauvaise performance du fond ou au contraire, une baisse des taux de rachats en cas de sur-performance.

La loi de sortie anticipée est aussi une forme de rachat. Dans un PER, la liquidation ou le rachat anticipé des droits dans les cas énumérés ci-après et tirés de l'article L.224-4 du Code monétaire et financier intervient sous la forme d'un versement unique qui porte, au choix du titulaire, sur tout ou partie des droits susceptibles d'être liquidés ou rachetés. On les appelle les cas de sorties anticipées :

- Le décès du conjoint du titulaire ou de son partenaire lié par un pacte civil de solidarité ;
- L'invalidité du titulaire, de ses enfants, de son conjoint ou de son partenaire lié par un pacte civil de solidarité. Cette invalidité s'apprécie au sens des 2° et 3° de l'article L.341-4 du Code de la Sécurité Sociale ;
- La situation de surendettement du titulaire, au sens de l'article L.711-1 du Code de la Consommation ;
- L'expiration des droits à l'assurance chômage du titulaire ;
- La cessation d'activité non salariée du titulaire à la suite d'un jugement de liquidation ;
- L'acquisition de la résidence principale.

Ces sorties anticipées peuvent être associées au risque de rachats structurels.

Les rachats peuvent aussi être assimilés à des transferts partiels ou totaux de l'encours auprès d'un nouvel assureur. Les transferts sont des sorties de portefeuille vers la concurrence. Ces transferts peuvent être la conséquence d'un mécontentement des assurés par rapport aux choix d'allocation des actifs par exemple, et peuvent donc être considérés comme du rachat conjoncturels.

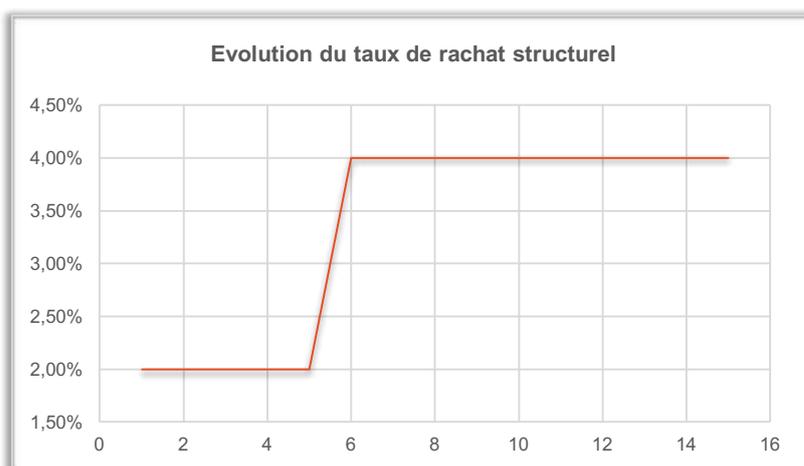
Les lois de transferts et de sorties anticipées sont directement liées aux rachats structurels et conjoncturels. Dans un modèle de retraite classique, seuls la courbe des rachats structurels est modélisée car l'épargne des contrats retraite est bloquée et peu transférable. Avec la loi PACTE, cet inconvénient est aboli et le taux de rachat d'une année dépend aussi bien du taux de rachat structurel que du taux de rachat conjoncturel

De ce fait, la loi PACTE ajoute une dimension économique à la loi de transfert et de sortie anticipée.

L'outil Actif/Passif doit donc tenir compte de ces spécificités. La modélisation des rachats comprend donc à la fois une modélisation structurelle et une modélisation conjoncturelle des rachats. La loi de rachat est donc constituée de deux parties : une partie déterministe qui s'apparente au rachat structurel et une partie dynamique qui s'apparente au rachat conjoncturel et qui dépend de la revalorisation versée par l'assureur par rapport au taux concurrent.

Les contrats de retraite PER, étant des contrats à épargne bloquée et les sorties anticipées étant limitées, les taux de rachats structurels ne doivent pas être élevés. Ils seront construits à partir d'un historique d'un ancien plan retraite que nous avons augmenté afin de prendre en compte tous les cas de transferts/sorties. Pour construire la partie déterministe de la loi de rachat, il est bon de rappeler que les transferts d'un PER vers un autre sont facilités au bout de cinq ans d'ancienneté par l'abaissement des pénalités de rachats à 0% alors qu'elles étaient de l'ordre de 1% de la provision mathématique avant cette période. En utilisant un historique client sur un produit retraite déjà existant comprenant les sorties anticipées présentes dans un PER loi PACTE, la loi obtenue est la suivante :

- Avant 5 ans, les taux de rachats sont de 2% ;
- Après 5 ans, les taux de rachats passent à 4%.



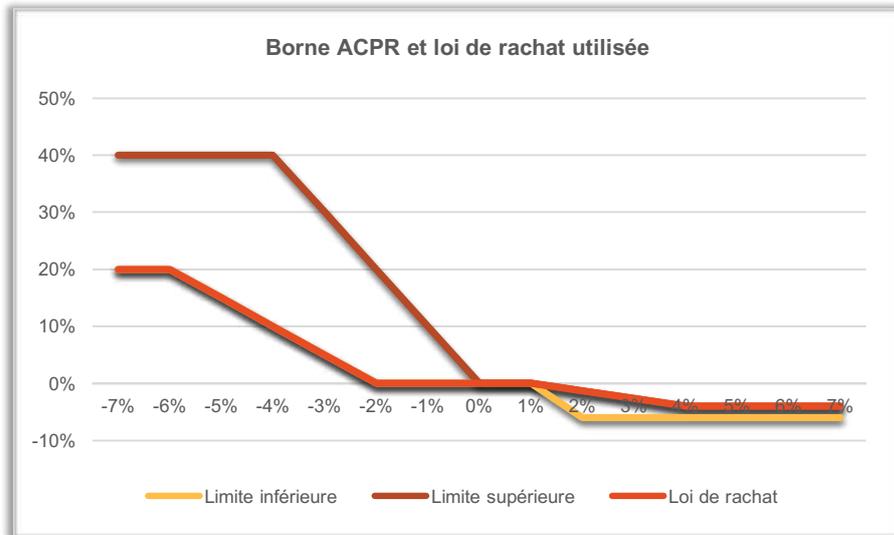
Une fois la loi de rachat structurelle déterminée, la partie variable de la loi peut être ajoutée. Elle correspond à la loi de rachat conjoncturelle de l'ACPR choisie faute de statistiques. En effet, classiquement, les compagnies d'assurance construisent leurs propres loi d'expérience.

Cependant, bien que les transferts et les sorties soient autorisées, elles n'en restent pas moins limitées. Il est donc opportun de réduire au maximum le champ d'action de la partie variable en utilisant les paramètres suivants :

Paramètres	Limite inférieure	Limite supérieure	Paramètre retenu
α	-6%	-4%	-6%
β	-2%	0%	-2%
γ	1%	1%	1%
δ	2%	4%	4%
RC_{min}	-6%	-4%	-4%
RC_{max}	20%	40%	20%

Figure 16 : Limites des paramètres pour la loi de rachat conjoncturelle de l'ACPR

Le graphe suivant est obtenu :



Le taux total de rachat sera donc le suivant :

$$RT = \min(1, \max(0, RS + RC))$$

Où :

- RT correspond au taux total de rachat ;
- RS correspond au taux de rachat structurel ;
- RC correspond au taux de rachat conjoncturel.

Les prestations rachats correspondent à la somme des provisions mathématiques des contrats pour lesquels l'assuré rachète son contrat sur l'exercice.

Maintenant que la modélisation du passif a été expliquée, nous pouvons étudier comment est intégré l'actif au modèle.

3.2.2 Réallocation de l'actif

Pour faire face aux flux monétaires liés aux versements de prestations, l'assureur doit désinvestir en actif risqués et non risqués. La valeur de marché des actifs vendus étant différente de la valeur comptable, l'assureur réalise des plus ou moins values prises en compte dans les produits financiers. Puis, l'assureur doit rebalancer son actif de façon à atteindre une allocation cible.

Le modèle proposé par Mazars possède comme contrainte une allocation cible qui lui est fixée en début de projection, celle-ci est définie de sorte que la structure initiale du portefeuille d'actif soit respectée. Pour atteindre cette allocation cible, l'assureur effectue un rebalancement annuel du portefeuille afin de la conserver en valeur de marché. Les actifs dépassant l'allocation cible sont vendus et ceux dont l'allocation est inférieure à la cible sont achetés.

En d'autres termes, l'allocation de l'actif est définie par une allocation cible en actif risqué et non risqué. Chaque année, l'assureur vérifie que cette allocation est respectée en valeur de marché. Si ce n'est pas le cas, il procède à des investissements et désinvestissements entre les actifs du fonds pour se rapprocher de cette allocation cible. Pour cela, après avoir fait vieillir l'actif, le modèle calcule la valeur de marché de chaque support d'actifs présents en portefeuille.

Par exemple, si la part d'obligations en valeur de marché du portefeuille est supérieure à l'allocation cible, l'assureur désinvestit en obligations. Inversement, si la part d'obligations en valeur de marché du portefeuille est inférieure à l'allocation cible, l'assureur investit en obligations. C'est avec cette même logique que l'assureur investit et désinvestit sur ses autres supports d'actifs.

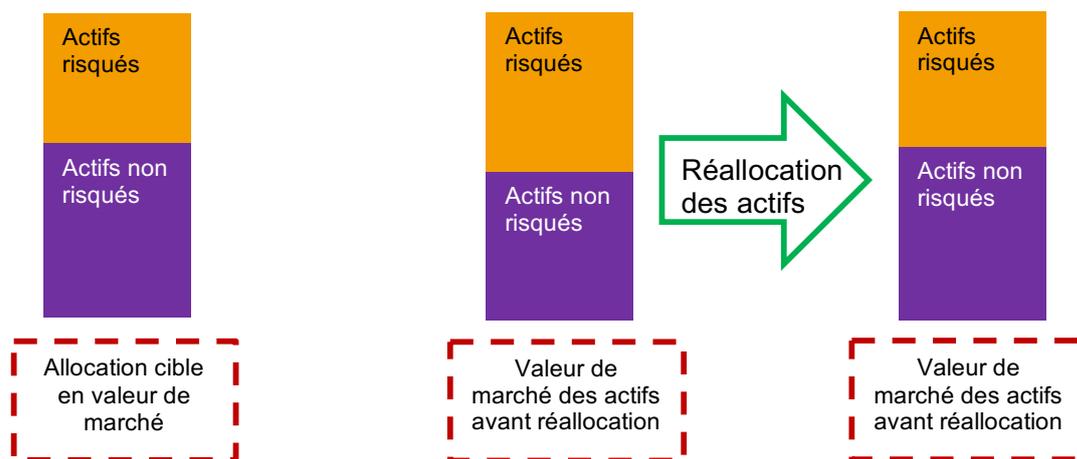


Figure 17 : Schéma de réallocation des actifs

Ainsi, alors qu'avant la réforme, l'allocation cible pouvait être fixe ou variable, la loi PACTE impose une allocation variable dans le temps suivant l'âge de l'assuré avec la gestion pilotée. La loi PACTE a prévu 3 profils d'investissement en fonction de l'aversion aux risques des assurés :

- Le profil « prudent horizon retraite » ;

- Le profil « équilibré horizon retraite » ;
- Le profil « dynamique horizon retraite »

	Part minimum investie dans des actifs à faible risque		
	Prudent horizon retraite	Équilibré horizon retraite	Dynamique horizon retraite
A plus de 10 ans de la retraite	30 %	Pas de minimum	Pas de minimum
De 10 à 5 ans de la retraite	60 %	20 %	Pas de minimum
De 5 à 2 ans de la retraite	80 %	50 %	30 %
A moins de 2 ans de la retraite	90 %	70 %	50 %

En fonction du profil choisi, la proportion d'actifs risqués est plus ou moins forte. À défaut de choix de la part de l'assuré, le profil « équilibré horizon retraite » s'applique.

Ainsi, dans le cadre de la gestion pilotée, l'allocation cible correspond à l'agrégation de quantité d'actifs que devraient détenir les assurés. Puis, suivant les investissements et les désinvestissements produits, l'assureur verse un bénéfice financier. Ce bénéfice est versé par canton. En effet, étant donné que chaque âge possède sa propre allocation cible, chaque âge possède aussi son propre bénéfice financier. De ce fait, l'actif est divisé en canton par âge. Les cantons correspondent à des contrats pour lesquels l'assureur s'est engagé à réaliser une gestion financière sur mesure. En d'autres termes, les sommes versées sur ces contrats serviront à acquérir certains types d'actifs et chaque Model Point possède sa propre revalorisation versée par le biais de la participation aux bénéfices.

3.2.3 Politique de revalorisation et algorithme de taux servi

L'enjeu principal de l'interaction actif/passif dans un contrat est sa revalorisation par le biais de la participation aux bénéfices.

La clause de participation aux bénéfices est à prendre en compte tout au long de la projection. Les règles de participation aux bénéfices telles qu'elles sont stipulées dans les articles L.331-3, A.331-3 et A. 31-4 du Code des assurances sont les suivantes :

- L'assureur doit verser au moins 90% de ses bénéfices techniques liées à la différence de résultats entre chargements et frais et entre sinistralité attendue et réelle ;
- L'assureur doit en plus verser au moins 85% de ses bénéfices financiers, c'est-à-dire les gains qui ont été réalisés après placement de l'épargne des souscripteurs.

Tout au long de la projection, les assurés possèdent une épargne, aussi appelée Provision Mathématique et notée PM. Cette PM est alimentée par l'assuré au cours de la phase d'épargne pour être versée à ce dernier lors de la liquidation. Cependant, tant que cette épargne est à la main de l'assureur, elle est placée sur les marchés financiers et est donc revalorisée selon la clause de participation aux bénéfices (PB).

Le calcul de la PB se fait à partir du résultat technique et du résultat financier. Les intérêts techniques engendrés par la fixation du taux minimal garanti sont d'abord versés et le reliquat sert à financer la PB. Cette PB peut être immédiate, dans ce cas elle est versée directement aux assurés, ou peut être différée, cas pour lequel elle est affectée à la provision pour participation aux excédents (PPE).

La PPE correspond au montant des participations aux bénéfices attribués aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas versés immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits. Elle ne peut être détenue que pour 8 ans au maximum dans les compagnies d'assurance, à l'issue de cette période, elle doit être versée aux assurés. Elle permet de lisser les résultats ou d'atteindre un certain niveau de résultat en cas d'année défavorable.

Il existe trois niveaux de PB :

- La PB obligatoire : c'est le montant minimal à verser à un assuré. Elle est définie réglementairement. Elle est calculée sur le résultat technique correspondant au solde de souscription diminué des charges d'acquisition et de gestion, et sur le résultat financier à hauteur de 85% ;
- La PB contractuelle : c'est le montant de PB que l'assureur s'engage à verser à l'assuré. Elle est indiquée sur le contrat. Dans notre cas, elle sera de 90% du résultat financier ;
- La PB cible : c'est le montant de PB que l'assureur cherche à verser pour minimiser les rachats. Elle s'ajoute à la PB contractuelle et est calculée par le biais d'un taux concurrent. Par exemple, si l'assureur ne parvient pas à atteindre ce taux concurrent malgré la reprise de la PPE et la vente des actifs en plus values, les transferts modélisés par les rachats conjoncturels, seront supérieurs à ceux initialement prévus par la loi. Le taux servi cible est le taux que l'assureur va tenter de servir une année donnée pour éviter les rachats conjoncturels l'année suivante.

Ainsi, pour calculer le taux servi réel, le modèle part-il du principe que l'assureur s'attache à minimiser les rachats, et pour cela il va piloter son taux servi cible.

En clair, la première étape est de vérifier que les produits financiers dégagés par le placement des encours suffisent à verser la PB contractuelle. Si ce n'est pas le cas, les actifs risqués sont vendus et les plus values réalisées sont utiles au versement de la PB contractuelle. Si cela ne suffit pas, l'assureur abandonne sa marge financière. Si cela ne suffit toujours pas, l'assureur enregistre des pertes. L'algorithme de revalorisation contractuelle se résume dans le schéma ci-dessous :

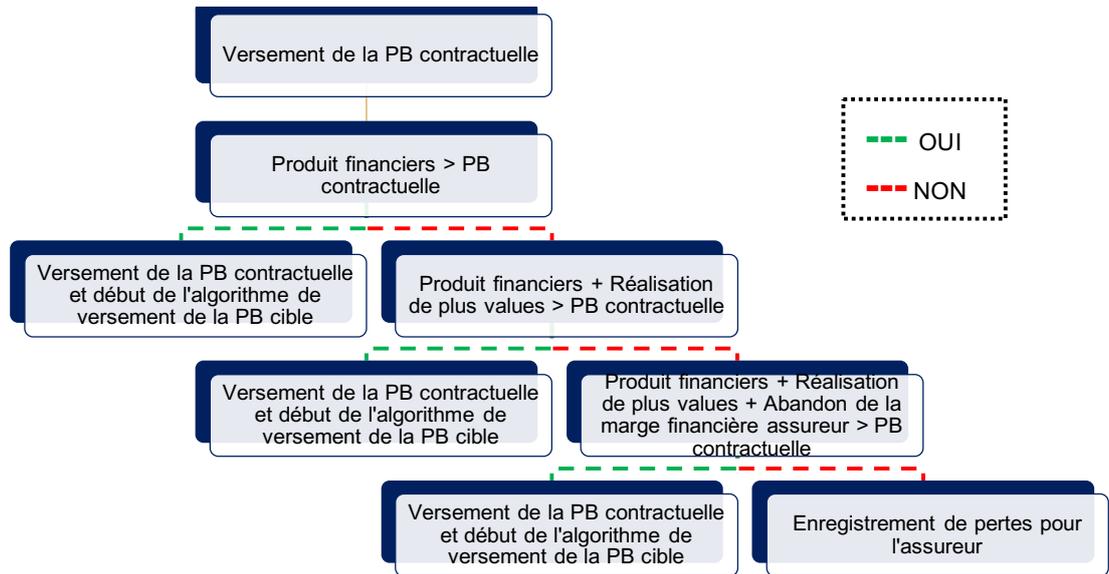


Figure 18 : Algorithme de versements de la PB contractuelle

Une fois l'algorithme de revalorisation contractuelle terminé, l'objectif est de servir une revalorisation cible. La première étape consiste à faire une reprise de la PPE à hauteur de 15% afin d'honorer les engagements de redistribution de la PPE sous 8 ans. Si la reprise de 15% est insuffisante, l'assureur peut piocher dans les produits financiers dans la limite de 85%. Si cela ne suffit pas, l'assureur peut faire une reprise de la PPE restante. Si cela ne suffit pas, l'assureur fait une reprise des produits financiers restants. En dernier recours, il peut vendre les actifs risqués afin de récupérer les plus values. Si cela ne suffit pas, il y a déclenchement de rachats conjecturels l'année suivante dont l'intensité dépend de l'écart entre le taux servi et le taux concurrent. L'algorithme de revalorisation cible se résume dans le schéma ci-dessous :

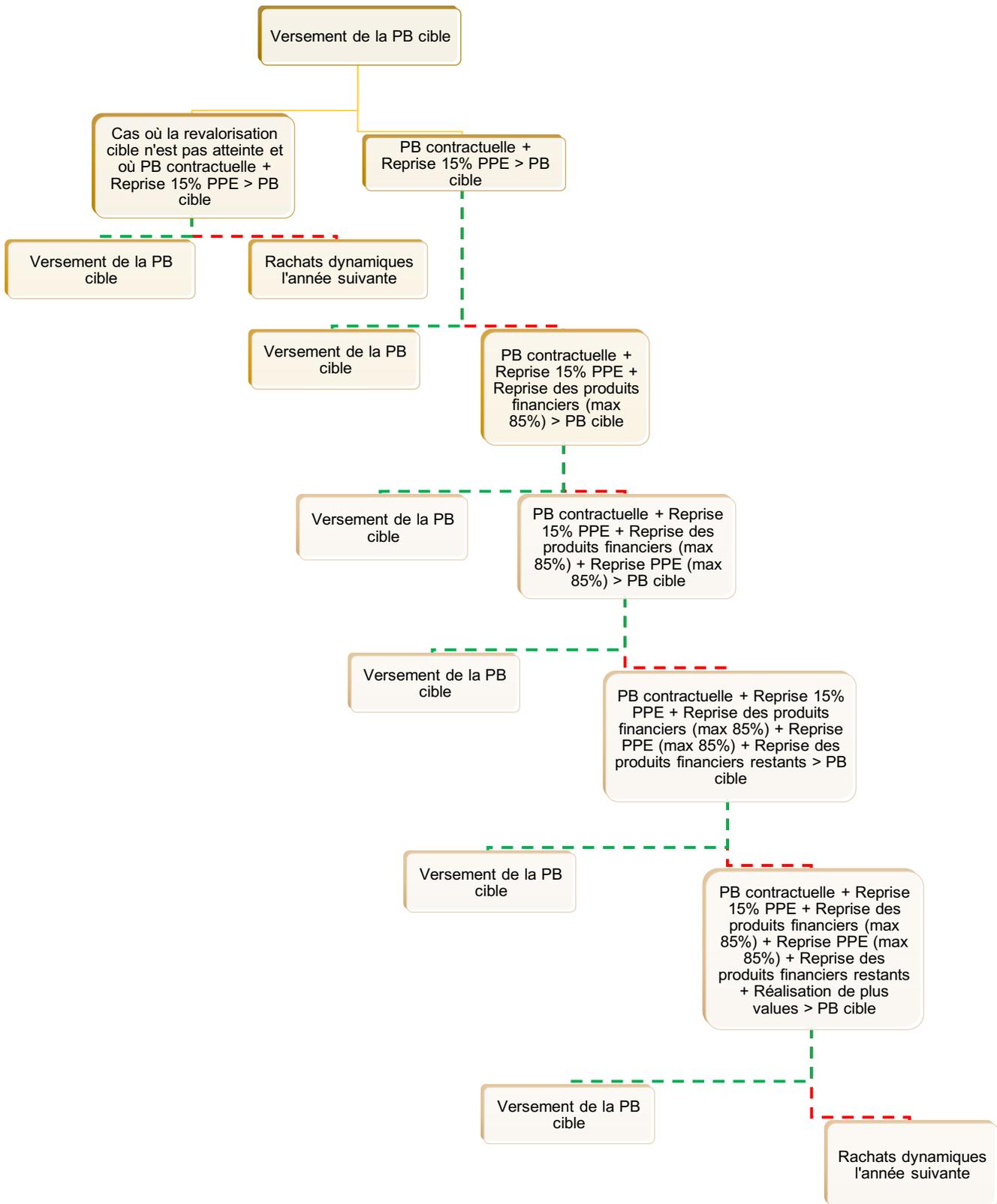


Figure 19 : Algorithme de versements de la PB cible

Dans le cas où la PB cible est atteinte, les bénéfices financiers restants sont dotés à la PPB.

Avant la réforme, toute cette gestion était généralisée. Cependant, étant donné qu'avec la gestion pilotée imposée par la loi PACTE, chaque âge possède son propre bénéfice financier, alors chaque âge possède sa propre revalorisation. Toute la politique de revalorisation se fait donc en canton par âge.

Pour résumer, le modèle implémenté est composé de deux boucles principales : une boucle sur le nombre de simulations et une boucle sur le nombre d'années de projection. La simulation est réalisée sur 30 ans dans le modèle ALM proposé par Mazars.

Le schéma de simulation sur une année peut être représenté de la manière suivante (il peut être généralisé à l'ensemble de la projection) :

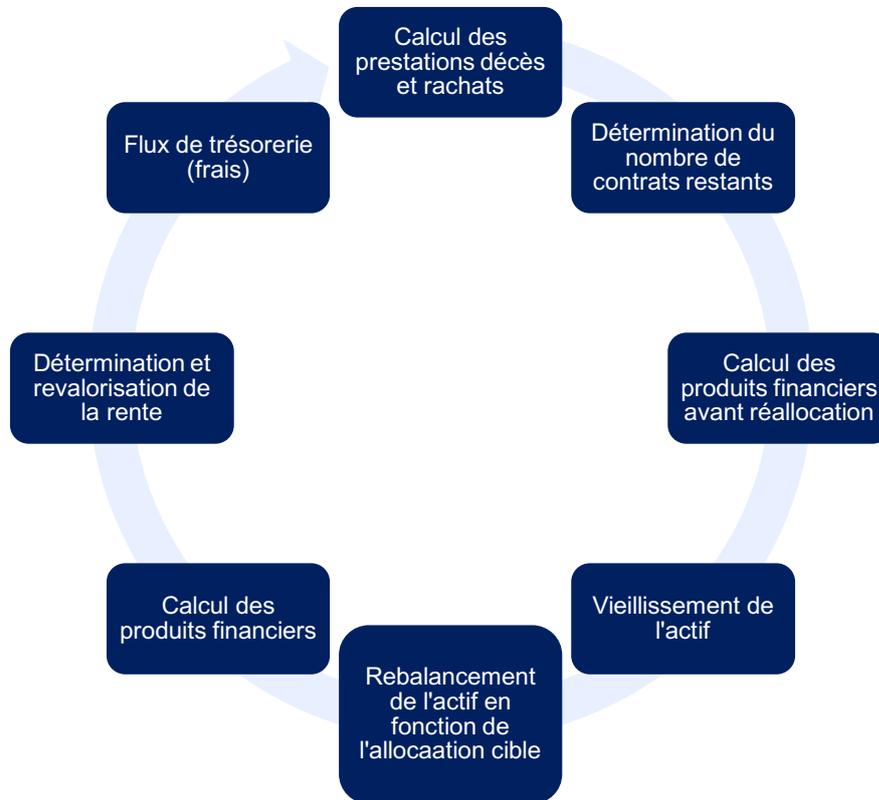


Figure 20 : Déroulement de l'outil ALM sur une année de projection

La provision mathématique en fin d'année est obtenue à partir de la formule suivante :

$$PM_{fin}(t) = (PM_{fin}(t-1) + Prime(t) - Prestation_{rachat}(t) - Prestation_{DC}(t) - Prestation_{Rente}(t)) * (1 + taux_{servi_{net}}(t))$$

A noter qu'un contrat retraite est divisé en deux phases : une phase de constitution et une phase de restitution. Le contrat est revalorisé au cours des deux phases. Dans le contrat PER, le taux minimal garanti (TMG) est de 0%, tout comme le taux technique pour la revalorisation des rentes.

Le taux technique

Le taux technique joue un rôle essentiel dans un contrat de retraite. C'est le rendement financier minimum sur lequel s'engage un assureur pour un contrat d'assurance. Ce taux est pris en compte dans le calcul des provisions mathématiques via une actualisation des flux financiers futurs. Il est utile notamment en ce qui concerne la détermination du montant de la première rente.

Par exemple, une femme née en 1956 et âgée de 64 ans, disposant d'un capital de 100000€, pourrait obtenir une rente d'environ 3583€ avec un taux technique de 0% alors qu'avec un taux technique de 2%, elle pourrait obtenir une rente d'environ 4827€.

Dans un contrat d'assurance-vie ou un contrat retraite classique, afin d'éviter une promesse de rente trop élevée qui pourrait mettre l'assureur en difficulté, le taux technique est encadré par la réglementation. Il est plafonné et dépend indirectement du cours des TME¹¹. Ce taux de rendement est celui présent sur le marché secondaire des emprunts d'Etat à taux fixe supérieurs à 7 ans. Selon l'article A132-1-1 du Code des Assurances, dans les cas d'opération d'assurance vie, le taux technique maximal est fonction du Taux de Référence Mensuel, TRM, soit 60% du TME moyen des 6 derniers mois et ne peut dépasser 3,5%.

Plus précisément, le taux technique maximal applicable est fixé sur une échelle de taux d'origine 0 et de pas de 0,25 points. Il évolue selon la position du TRM par rapport au dernier taux technique maximal en vigueur :

- Si le TRM diminue de 0,1 point, le taux technique devient le taux immédiatement inférieur au taux de référence mensuel sur une échelle de pas de 0,25 point ;
- Si le TRM augmente de 0,35 point, le taux technique devient le taux immédiatement supérieur au taux de référence mensuel sur une échelle de pas de 0,25 point ;
- Sinon, le taux technique reste inchangé.

Lorsqu'un nouveau taux technique est applicable, les entreprises d'assurance disposent de trois mois pour faire leurs modifications.

La figure ci-dessous représente l'historique des taux techniques observés de Mars 2006 à Mars 2020 ainsi que l'évolution du TRM et du taux technique.

¹¹ Taux Moyen des Emprunts d'Etat

4 Module de rente

L'objectif de cette partie est de décrire le fonctionnement du module de rentes. En effet, un produit de retraite classique comprend une phase de constitution de l'épargne durant laquelle l'assuré verse des primes que l'assureur investit sur les marchés financiers et une phase de restitution au cours de laquelle l'assureur verse à l'assuré le capital constitué.

Dans un PER, cette liquidation peut prendre la forme d'un capital, d'une rente viagère, d'un capital fractionné un nombre limité de fois ou d'un mix entre le capital et la rente viagère. C'est à l'assuré de choisir et, à moins qu'il n'ait décidé de manière expresse et irrévocable de liquider son épargne en rente viagère, il peut choisir ses modalités de sortie à tout moment. L'assureur doit donc calculer les arrérages qu'il devra probablement verser à l'assuré jusqu'à sa mort. Il est donc nécessaire de mettre en place un module de rentes mais aussi de l'adapter à toutes les sorties possibles liées au PER. Derrière cette idée se cache la notion d'engagement de l'assureur. L'engagement de l'assureur correspond au versement de la rente viagère (ou du capital), en prenant en compte toutes les options choisies par l'assuré et les frais de gestion de cette rente.

De nombreuses modalités de sortie existent et parmi elles, la possibilité de sortir l'épargne d'un assuré en rente. Cependant, la rente d'un retraité, parce qu'elle fonctionne comme source de revenus, doit s'adapter au marché afin que ce dernier ne subisse pas les effets de l'évolution des prix. Une des solutions proposées pour pallier ce problème consiste à revaloriser les rentes selon l'inflation.

De plus, étant donné que l'épargne restante est placée sur les marchés financiers, l'assureur peut revaloriser sa rente par la participation aux bénéfices.

4.1 Rente viagère simple

A la fin de la phase de constitution de l'épargne, l'assuré se retrouve avec un certain montant de capital accumulé. La détermination du montant de rente viagère se fait à partir du pourcentage alloué à la rente viagère dans son capital accumulé et récupéré à l'aide de la loi de sortie en rente. Ce pourcentage peut être de 0% ou compris entre 50 et 100%. Par exemple, un pourcentage de 0% de rente viagère correspond à une sortie en capital. Il n'y a donc pas de détermination du montant de rente viagère. La provision mathématique est liquidée à l'âge de départ à la retraite.

Seuls les cas où une rente viagère simple est liquidée seront expliqués. Ces résultats pourront s'étendre à toute rente à options. Les calculs sont basés sur l'âge de départ légal à la retraite, cependant, un PER peut être liquidé dès le départ à la retraite donc avant ou après l'âge légal, dans la limite de 70 ans. Les rentes viagères calculées sont à terme échu.

La conversion d'un capital en rente viagère annuelle passe par la notion de taux de conversion. Un taux de conversion est un pourcentage appliqué au capital afin d'obtenir le montant de rente annuel associé. Il est déterminé à partir du taux technique, de l'âge de l'assuré et de la table de génération utilisée. Par exemple, avec la table règlementaire TGF05 et un taux technique de 0%, un assuré ayant 65 ans en 2020 né en 1955 aura un taux de conversion de

3,60%. Cela signifie que si ce dernier possède un capital de 100 000 euros, sa première rente annuelle sera de 3 600 euros.

En France, les tables de référence pour le calcul des rentes viagères sont les tables générationnelles TGH05 et TGF05 si l'assureur ne possède pas ses propres tables d'expérience certifiées par un actuaire indépendant agréé. Ces tables sont imposées par la réglementation depuis le 1^{er} Janvier 2007 et ont été introduites par l'arrêté du 1^{er} Août 2006 portant homologation des tables de mortalité pour les rentes viagères.

Dans notre modélisation, le versement de rentes viagères sera supposé indexé à l'inflation. Cela signifie que la revalorisation des rentes doit au moins suivre celle de l'inflation. Cependant, d'autres options peuvent être proposées contractuellement par l'assureur en ce qui concerne la revalorisation de la rente.

4.2 Autres options sur rente

De nombreuses options contractuelles de revalorisation de rentes viagères peuvent être proposées par l'assureur, en plus du taux technique de 0% obligatoire. En plus d'être viagères, elles peuvent être :

- Réversibles : une rente viagère de réversion est une rente qui sera versée à un bénéficiaire au décès de l'assuré. L'objectif d'une telle rente est de pallier le manque de revenu lié au décès de l'assuré. L'assureur verse une rente viagère à l'assuré jusqu'au décès de celui-ci puis au bénéficiaire jusqu'à son propre décès. Le niveau de rente versée au conjoint dépend du taux de réversion. Ce taux varie généralement entre 60% et 100% selon la garantie proposée, mais peut atteindre pour certaines assurances 150%. Un taux de réversion de 60% signifie que si l'assuré reçoit une rente de 1000 euros, son conjoint recevra une rente de 600 euros.
- A annuités garanties : 100% de la rente sera reversée aux bénéficiaires ou à leurs héritiers si l'assuré décède pendant la durée de vie de la garantie. A son terme, la rente devient viagère ;
- Par palier : la rente peut être croissante ou décroissante ;
- Indexée à un indice : l'assureur peut se fixer comme objectif de revaloriser chaque année sa rente selon un indice, dans la limite des fonds disponibles dans le PPE, de façon non contractuelle.

Toutes ces options peuvent être combinées. De cette manière, il est possible de retrouver des rentes viagères réversibles par palier.

Dans le cadre de notre modèle, les rentes, en plus d'être soumises au taux technique réglementaire de 0% qui interdit une diminution de l'arrérage, net dans notre cas, seront revalorisées par la politique de participation aux bénéfices qui répond aux mêmes normes que celles en phase de constitution. Cependant, l'assureur va aussi tenter de les faire évoluer selon l'indice d'inflation de façon non contractuelles de manière à accompagner les assurés dans leur pouvoir d'achat. Ces rentes seront donc revalorisées au moins à hauteur de l'inflation, selon les fonds disponibles. Les autres garanties ne seront pas prises en compte dans le cadre de la modélisation. Cependant la majorité des contrats rente viagère propose au moins l'option de réversion, rendant ainsi leur plan plus attractif.

4.3 Loi de sortie en rente des Model Points

Un produit PER, contrairement à un plan retraite classique, autorise plusieurs modalités de sorties. Ce sont donc des hypothèses à ajouter dans le module de rente. L'ensemble des produits de retraite classiques actuels n'autorise que des modalités de sorties parmi les suivantes :

- Une sortie en rente viagère uniquement ;
- Une sortie en capital uniquement ;
- 80% de sortie en rente viagère et 20% en capital.

Un produit PER cherche à généraliser et à diversifier les modalités de sortie pour l'épargne dans les compartiments 1 et 2, le compartiment 3 étant exclusivement liquidé sous forme de rente viagère, afin d'attirer les assurés. Parmi ces modalités de sorties sont proposées :

- Une sortie en rente viagère uniquement ;
- Une sortie en capital uniquement ;
- Une sortie en capital fractionné ;
- Une sortie mixte avec un pourcentage en capital et le reste en rente viagère.

Dans notre modèle, seuls trois types de sorties seront couvertes : la sortie en capital, la sortie en rente viagère et la sortie mixte.

Pour modéliser la sortie en capital, l'assureur reverse directement à l'assuré le capital accumulé durant la phase de constitution. Le module de rente s'arrête à la première année, la provision mathématique est liquidée. L'engagement de l'assureur s'arrête.

Pour modéliser la sortie mixte, plusieurs fractionnements seront utilisés. Une sortie mixte correspond à l'association d'un pourcentage de l'épargne versé sous forme de capital, le reste étant versé sous forme de rente viagère. La décision a été prise de se limiter à des pourcentages de sortie en capital compris entre 5% et 50% par pas de 5%, le but étant de se retrouver avec une rente viagère annuelle correcte tout en ayant un nombre de cas suffisamment diversifié. De manière équivalente, une sortie en rente viagère uniquement correspond à une sortie en capital de 0% et une sortie en capital uniquement correspond à une sortie de 100% en capital.

Ces nouvelles hypothèses sont à prendre en compte dans le module de rente. Ceci s'accompagne donc d'une subdivision des *Model Points* en autant de cas de sorties possibles, c'est-à-dire qu'un MP se subdivise en 12 parties, une partie pour chaque sortie.

Prenons l'exemple d'un *Model Point* composé de 1000 contrats à la date de départ à la retraite. Avant la subdivision, ces 1000 contrats répondaient à une unique hypothèse de sortie. Par exemple, pour un contrat retraite « Article 83 », ces 1000 contrats sont liquidés en rente viagère. Avec un PER, il est nécessaire de subdiviser ces 1000 contrats en 12 hypothèses de sortie. Il sera donc possible de reprendre la répartition proposée dans le tableau suivant par exemple. De cette manière, le nombre de contrats reste le même mais il est réparti différemment.

Bien que des historiques existent pour déterminer une loi de sortie en capital ou en rente, il n'en existe pas encore pour des sorties mixtes. Pour déterminer la loi de sortie en capital, les historiques de sortie en capital et de rente seront récupérés puis subdivisés de manière proportionnelle :

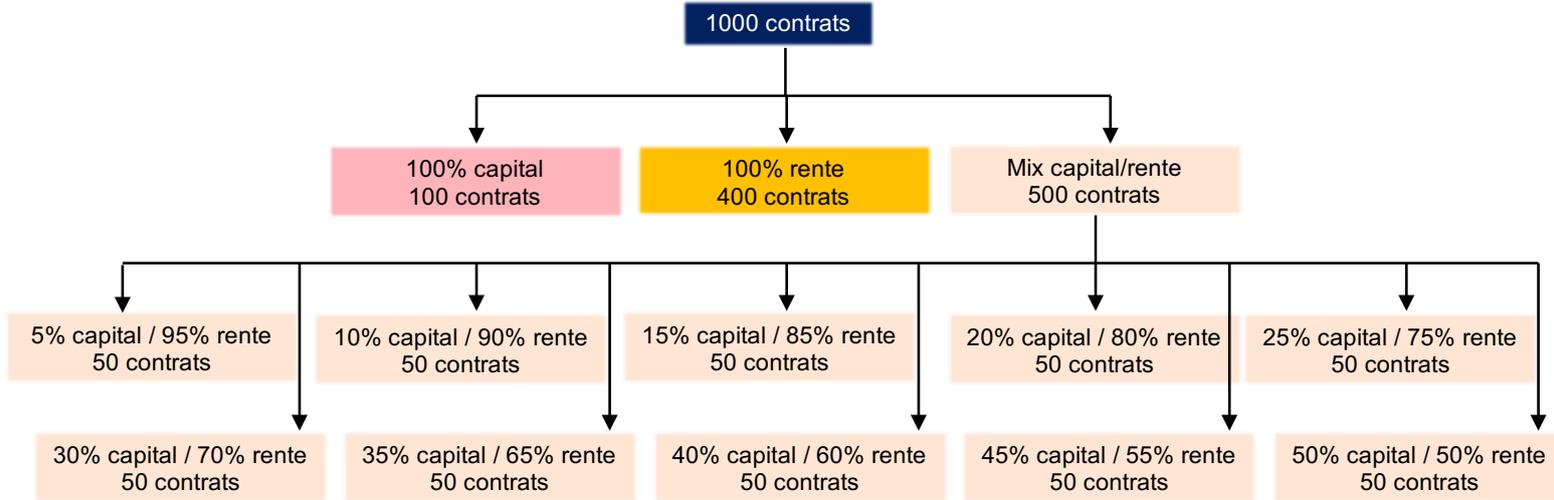


Figure 21 : Exemple de subdivision des MP en phase de restitution

Maintenant que la loi de sortie en rente est spécifiée, nous étudierons comment sont revalorisées les rentes en cours de projection et comment se déroule le module.

L'objectif est tout d'abord de décrire le module de rente en termes actuariels. Pour rappel, le taux technique pour un PER est de maximum 0%, la rente est revalorisée par la clause de participation aux bénéfices et au moins à l'inflation.

4.3.1 Détermination du premier arrérage

Pour calculer de manière classique une rente, la première étape est de déterminer le coefficient de conversion de rente à terme échu a_x . Ce coefficient est l'inverse du taux de conversion du capital en rente viagère. La rente s'obtient en multipliant ce coefficient avec le capital cumulé lors de la phase de constitution tel que :

$$R_0 = \frac{PM}{a_x}$$

Où :

- R_0 est le montant de la première rente ;
- PM est le montant de la provision mathématique restant après versement du capital ;
- La valeur actuelle probable d'une rente viagère à terme échu pour un assuré d'âge x , ou encore a_x , se calcule de la manière suivante :

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} = \sum_{k=1}^{\omega} v^x * {}_k p_x$$

Où :

- ω est l'âge limite pour une table donnée ;
- $N_x = \sum_{k=1}^{\omega} D_k$ et $D_x = v^x * l_x$ sont des commutations communes ;
- l_x est le nombre de personnes survivantes à l'âge x sur un échantillon de 100 000 personnes ;
- $v = \frac{1}{1+i}$ est le facteur d'escompte technique ;
- i est le taux d'intérêt technique. Dans un PER, le taux d'intérêt technique est de 0% ;
- ${}_k p_x$ représente la probabilité que l'assuré vive k années sachant que son âge au moment du calcul de l'arrérage est x .

4.3.2 Revalorisation de la rente

La rente d'un retraité, parce qu'elle fonctionne comme source de revenus, doit s'adapter au marché afin que ce dernier ne subisse pas les effets de l'évolution des prix. Une des solutions proposées pour pallier ce problème consiste à revaloriser les rentes selon l'inflation. En effet, l'inflation est une augmentation du niveau général des prix pour les biens et services. Lorsque l'inflation augmente, le pouvoir d'achat de chaque euro diminue. Ainsi, si la rente n'est pas indexée à l'inflation, le niveau de vie du retraité s'en retrouvera diminué. Par exemple, si le taux d'inflation est de 2% par an, théoriquement, un produit de 1 euro coûtera 1,02 euros au bout d'un an et si cette inflation stagne à 2%, au bout de 10 ans, ce produit coûtera 1,22 euros. A long terme, la mise en place d'un dispositif de revalorisation à l'inflation se révèle nécessaire, pour autant que la croissance économique perdure.

De cette manière, le taux de revalorisation de la rente d'un retraité sera le maximum entre le taux de revalorisation net de chargements sur encours et de prélèvements sociaux de la PM par le biais de la politique de PB et le taux réglementaire de 0%. L'assureur se fixera aussi comme objectif de revaloriser ses rentes selon le taux d'inflation forward. Cette phrase peut se traduire de la manière suivante :

$$t_{Rr} = \max(\text{infl}_{forward}; Rev_{PB}; 0)$$

La première étape est de déterminer la courbe d'inflation forward. Cette dernière est obtenue par l'équation suivante :

$$F(t_1, t_2) = \left[\frac{(1+r_2)^{d_2}}{(1+r_1)^{d_1}} \right]^{\frac{1}{d_2-d_1}} - 1$$

Où :

- $F(t_1, t_2)$ est le taux d'inflation forward entre t_1 et t_2 ;

- r_1 est le taux d'inflation d'échéance t_1 ;
- r_2 taux d'inflation d'échéance t_2 ;
- d_1 est le nombre d'années entre la date initiale et l'échéance t_1 ;
- d_2 est le nombre d'années entre la date initiale et l'échéance t_2 .

Notre modèle de rentes est un modèle récursif. Cela signifie que chaque année, la PM est diminuée des prestations de manière à obtenir la PM de fin d'année. Ainsi, la modélisation répond à l'équation de récurrence suivante :

$$\begin{cases} R_0^i = \frac{PM_r^i}{a_r^i} \\ R_j^i = R_{j-1}^i * (1 + t_{Rr}^i) * (1 - q_j^i) \quad \forall j \in [[2; \omega_i]] \\ PM_j^i = PM_{j'}^i - R_j^i \end{cases}$$

Où :

- R_0^i correspond à l'arrérage initial pour l'assuré né l'année i ;
- PM_r^i correspond au montant de PM après la liquidation en capital pour l'assuré né l'année i ;
- a_r^i correspond au montant actualisé d'un euro de rente pour l'assuré né l'année i ;
- t_{Rr}^i correspond au montant de revalorisation de la rente pour l'assuré né l'année i ;
- q_j^i correspond au taux de mortalité de l'année j pour l'assuré né l'année i ;
- R_j^i correspond à l'arrérage de l'année j pour l'assuré né l'année i ;
- PM_j^i correspond au capital restant l'année j pour l'assuré né l'année i .
- $PM_{j'}^i$ correspond au capital restant l'année j pour l'assuré né l'année i avant d'entrer dans le module de rente. Il correspond à la PM de fin d'année $j - 1$ revalorisée et diminuée des décès

Nous avons donc vu le déroulement du module de rente incorporé au modèle ALM et qui conclut les diverses modifications apportées à ce dernier de sorte qu'il réponde aux normes soumises par la loi PACTE.

Ce chapitre conclut donc la démarche suivie afin de transformer un modèle ALM classique en un modèle de retraite supplémentaire individuel répondant aux hypothèses de la loi PACTE. Les modifications apportées à un tel modèle portent principalement sur une loi de rachat étoffée, sur une stratégie de gestion pilotée donnant lieu à un cantonnement des actifs par âge et sur la mise en place d'un module de rente. Cependant, un modèle ALM, parce qu'il met en relation actif et passif, voit évoluer l'actif sur les marchés financiers. Il est donc nécessaire de comprendre comment évoluent ces derniers avec la mise en place d'un Générateur de Scénarios Economiques (GSE).

5 GSE : Générateur de Scénarios Economiques

Dans le cadre d'un produit loi PACTE, appelé PER, l'assuré a la possibilité d'effectuer plusieurs versements dans son plan et peut, à tout moment, transférer son capital vers un autre assureur ou le récupérer dans le cas de sorties anticipées. Pour un assureur, ces prestations sont considérées comme des rachats. Autrement, tant que cette épargne est aux mains de l'assureur, celle-ci est placée sur les marchés financiers dans différents actifs afin qu'elle soit revalorisée. Cette revalorisation du capital est fonction des performances réalisées sur les marchés par l'assureur :

- Dans le cas où l'assureur est en perte et n'a pas su tirer profit de ses placements, le capital de l'assuré placé sur des fonds euros est garanti. L'assureur supporte seul le risque et devra donc utiliser ses fonds propres pour pallier les pertes ;
- Dans le cas où l'assureur a réalisé des bénéfices, le Code des Assurances lui impose de reverser un minimum de 85% des bénéfices financiers et 90% du résultat technique aux assurés par le biais la participation aux bénéfices. Ce minimum peut être rehaussé contractuellement. L'assureur a la possibilité de les redistribuer soit dans l'immédiat, soit de manière différée en constituant une provision pour participation aux bénéfices. Mise sous réserve pour une durée maximale de huit ans, la participation aux bénéfices profite principalement au lissage de la rémunération des contrats.

La revalorisation de l'épargne dépend donc directement de l'évolution du marché. Il est donc nécessaire de simuler les taux des différents supports utilisés dans le cadre de la modélisation. Cette simulation peut se faire à partir d'un GSE, Générateur de Scénarios Economiques. L'objectif de cette section est de modéliser l'évolution des actifs sur les marchés financiers.

Le Générateur de Scénarios Economiques, ou GSE, est un outil utilisé pour effectuer des simulations stochastiques sur un horizon donné. Il permet, via la projection stochastique des variables financières, de générer la distribution en probabilité du rendement financier d'une compagnie d'assurance sur un horizon donné.

Un GSE se compose de plusieurs étapes :

- **Etape 1 : Détermination de l'environnement de modélisation** : il s'agit de choisir les variables économiques, appelées variables d'intérêt, à modéliser dans un univers probabilisé. Dans notre cas, les instruments modélisés sont des taux, des actifs immobiliers et des actions. Classiquement, la mesure retenue est la probabilité risque neutre afin d'adopter une approche *market-consistent* ;
- **Etape 2 : Choix des modèles** : il s'agit de construire les modèles mathématiques des variables d'intérêt. Cela consiste à choisir les modèles qui représentent la dynamique marginale de ces variables et leur structure de dépendance. Il est nécessaire que le modèle envisage tous les cas de scénarios possibles, même les scénarios les plus extrêmes ;
- **Etape 3. Les paramètres et le calibrage** : il s'agit de choisir les produits financiers dérivés pour les calibrages, les données, les méthodes d'estimation statistique des paramètres des modèles et des méthodes de validation.

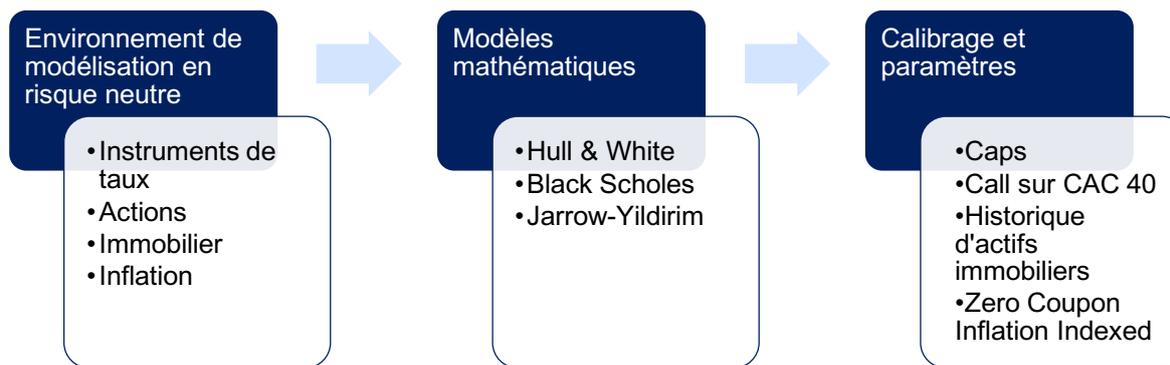


Figure 22 : Exemple de GSE

Le GSE doit être capable de capturer de façon réaliste les risques économiques auxquels l'assureur est exposé. Pour ce faire, il produit un ensemble de scénarios économiques correspondant à chaque facteur de risque considéré : structure par terme des taux d'intérêt, inflation, rendement des actions, rendements obligataires, rendement immobilier, ect. Le modèle doit reposer sur une théorie économique robuste, être calibré sur des données fiables et récentes, et doit être adapté au profil de risque de l'assureur.

Le GSE, couplé à un modèle assurantiel prospectif, permet de projeter l'univers économique de l'assureur. Il permet finalement de quantifier et d'analyser l'impact sur son activité d'une variation imprévue de l'environnement financier, comme l'exige aujourd'hui la réglementation européenne. Le générateur de scénarios économiques doit respecter les propriétés suivantes :

- Le marché est parfait, les actifs sont supposés infiniment divisibles, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de coûts de transaction, ni de taxes pour les dividendes et les gains en capitaux ;
- Le marché est supposé liquide, c'est à dire qu'il est possible d'acheter ou de vendre des actifs à tout instant ;
- L'assureur achète ses actifs sans coût de transaction ;
- Les simulations doivent être effectuées en univers risque-neutre. Chaque simulation générée par le générateur de scénarios économiques est une réalisation de l'évolution, jusqu'à l'horizon de projection, de l'ensemble des actifs de ce monde ;
- L'approche doit être de type « *market-consistent* ».

Pour éviter de calculer les primes de risque des actifs financiers lors de l'actualisation de leurs flux futurs, il est possible de passer en univers Risque Neutre. C'est cette approche qui est préconisée pour l'évaluation des engagements de l'assureur sous le Pilier I de Solvabilité 2. Les primes de risque incertaines sont alors nulles. Les flux futurs générés par un actif sont actualisés au taux sans risque. L'univers Risque Neutre s'appuie sur des données à une date fixée. Les calculs se font sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} .

Dans cet univers théorique, les agents économiques sont considérés comme neutre face au risque donc le rendement espéré des actifs est égal au taux sans risque, les prix zéros-coupons actualisés $\frac{P(t,T)}{S_t^0} \quad \forall 0 \leq t \leq T$ suivent une martingale.

Classiquement, $S_t^0 = \exp\left(-\int_t^T r_s ds\right) \forall t \leq T$. En utilisant le fait que $P(T, T) = 1$ et la propriété de martingale $\frac{P(t, T)}{S_t^0} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{P(T, T)}{S_T^0} \middle| \mathcal{F}_t\right]$, on obtient que :

$$P(t, T) = S_t^0 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{P(T, T)}{S_T^0} \middle| \mathcal{F}_t\right] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{S_t^0}{S_T^0} \middle| \mathcal{F}_t\right] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\exp\left(-\int_t^T r_s ds\right) \middle| \mathcal{F}_t\right]$$

Dans la suite de ce chapitre, seront présentés les différents modèles utilisés pour la modélisation des actions, de l'immobilier, des obligations et de l'inflation afin de les calibrer et d'en simuler les prix et taux engendrés.

A noter que tous les actifs évoluent conjointement selon une table de corrélation définie par l'équipe ingénierie financière de Mazars.

5.1 Calibrage et simulation du support obligataire

La modélisation des taux est une étape nécessaire dans un GSE si de tels actifs sont présents dans le portefeuille. De nombreux modèles existent pour simuler les taux. Les modèles de taux peuvent être aussi bien mono-factoriels que multi-factoriels. On appelle généralement les modèles à un facteur les modèles de taux définis par une unique équation stochastique.

De nombreux modèles existent pour simuler leur taux cependant, seul le modèle Hull & White sera explicité dans cette section car c'est lui qui sera utilisé pour la simulation. Cet algorithme a été fourni par l'équipe ingénierie financière de Mazars.

Le modèle de Hull & White, créé en 1990, est une extension et une généralisation du modèle de Vasicek décrit en section Simulation des taux réels. En effet, la différence réside au niveau du paramètre de moyenne à long terme θ , constant dans le modèle de Vasicek mais qui varie en fonction du temps dans le modèle de Hull & White. Il permet au modèle de reproduire la courbe des taux d'intérêt par terme anticipée par le marché. Cette fonction peut être exprimée en fonction de valeurs présentes sur le marché afin d'avoir une cohérence avec les prix du marché : c'est un modèle avec absence d'opportunité d'arbitrage. Sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} , l'évolution du taux d'intérêt court suit la dynamique suivante :

$$dr_t = \lambda(\theta_t - r_t)dt + \sigma dW_t$$

Où :

- λ et σ sont des constantes positives ;
- r_t est la valeur du taux au temps t ;
- θ_t est une fonction positive dépendant du temps ;
- W_t est un mouvement brownien standard.

Afin d'éviter la complexité qu'engendre le calibrage d'une surface de volatilité implicite au modèle ci-dessus, le choix a été fait de retenir le modèle suivant présenté par Hull et White en 1994 :

$$dr_t = (b_t - ar_t)dt + \sigma dW_t$$

Où :

- a est une constante positive représentant la vitesse de retour à la moyenne et contrôlant la vitesse de l'ajustement de retour à la moyenne défini par b_t ;
- σ est une constante positive représentant la volatilité du taux ;
- b_t est une fonction positive déterministe du temps. Il contrôle la moyenne à long terme.

La solution de l'équation différentielle présentée par Hull & White existe de manière explicite et s'écrit :

$$r_t = r_s e^{-a(t-s)} + \alpha_t - \alpha_s e^{-a(t-s)} + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_u$$

Ce nouveau modèle permet d'incorporer comme contrainte initiale toute la courbe des taux zéro-coupon donnée par le marché par le biais de α_t . En effet :

$$\alpha_t = f^M(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a^2} (1 - e^{-at})^2$$

Où $f^M(0, T)$ représente le taux forward instantané du marché observé à la date $t = 0$ pour la maturité T et tel que :

$$f^M(0, T) = -\frac{\partial \ln(P^M(0, T))}{\partial T} = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\ln(P^M(0, T + \Delta t)) - \ln(P^M(0, T))}{\Delta t}$$

Où $P^M(0, T)$ représente le prix d'une obligation zéro-coupon observée à la date $t = 0$ de maturité T .

Un modèle comme celui-ci présente de nombreux avantages :

- Il permet d'avoir une moyenne de long terme non figée dans le temps ;
- Le modèle est cohérent avec le marché puisqu'il s'adosse à la courbe des taux zéro-coupon du marché ;
- Il existe des formules fermées pour le calibrage à partir des caps ou des swaptions et pour la simulation des taux courts ;
- Le taux court instantané peut prendre des valeurs négatives.

Le calibrage de notre modèle Hull & White peut se faire sur des caps ou sur des swaptions. Pour la simulation des taux d'intérêt, le calibrage se fera sur les swaptions. Le *pricing* des swaptions est développé dans ANNEXE C – PRICING DES SWAPTIONS

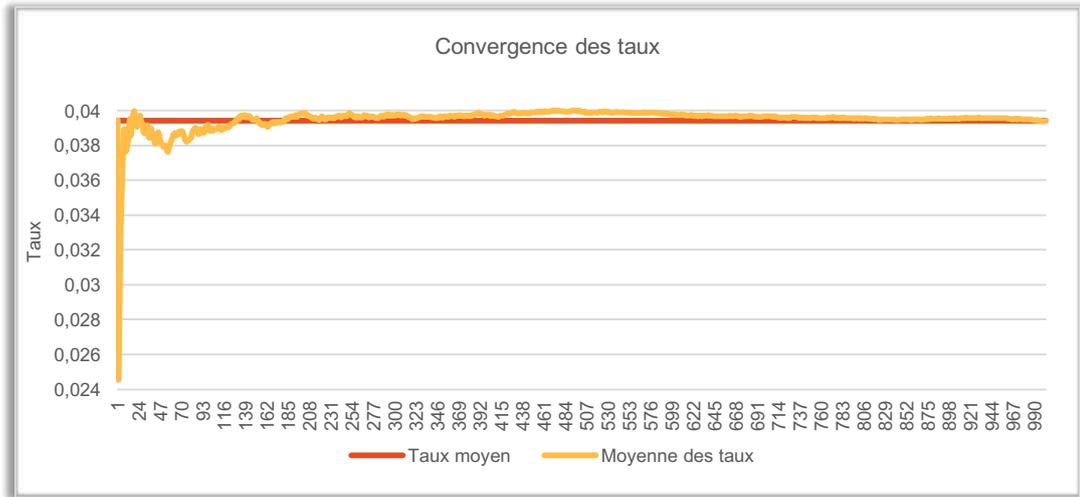
Le calibrage consiste à déterminer les paramètres qui vont permettre de se rapprocher au maximum des taux du marché afin de prédire les taux courts. Le résultat obtenu à la suite de ce calibrage est le suivant :

σ^*	0,23%
a^*	0,025
r_0	-0,335%

Figure 23 : Tableau des paramètres du modèle Hull & White

Remarque : r_0 correspond au taux zéro coupon à la date $t = 1$.

Les paramètres déterminés, les taux peuvent être simulés grâce à la formule de diffusion. Il sera possible de tirer un grand nombre de trajectoires afin de les moyenner et d'obtenir une convergence.



Bien qu'une bonne convergence apparaisse dès le scénario 600, le nombre de simulations sera fixé à 1000. Maintenant que la modélisation des taux courts est terminée, nous pouvons modéliser les prix des actifs actions et immobilier.

5.2 Calibrage et simulation du support action et immobilier

La modélisation des indices action et immobilier est une étape nécessaire dans un GSE si de tels actifs sont présents dans le portefeuille. De nombreux modèles existent pour simuler leur prix cependant, seul le modèle Black-Scholes sera explicité dans cette section car c'est lui qui sera utilisé pour leur simulation.

En 1973, Fisher Black et Myron Scholes ont développé la théorie permettant d'évaluer le prix d'une option. Il s'agit du modèle Black-Scholes. Il est très utilisé pour modéliser les trajectoires des options sur actions et immobilier. Il est souvent utilisé en finance comme le plus simple modèle d'évolution de cours de bourse. Le modèle, dans sa formulation classique, suppose que le prix de l'actif financier est un processus stochastique en temps continu. Les rendements sont supposés gaussiens.

Le prix du sous-jacent S_t est régi par l'équation différentielle stochastique suivante en risque neutre :

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t \quad \forall t \geq 0$$

Où :

- S_t est le prix du sous-jacent ;

- r correspond au taux sans risque
- σ , constante positive, est la volatilité du sous-jacent ;
- $W = (W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q} .

Cette équation décrit l'évolution infinitésimale de S_t , c'est-à-dire l'écart entre S_t et S_{t+h} quand h tend vers 0. Elle régit la dynamique du sous-jacent sous la probabilité historique, c'est-à-dire dans une approche Monde Réel. En univers risque-neutre, les rendements doivent avoir une espérance égale au taux sans risque.

Par application du lemme d'Itô à la fonction $f(S_t, t) = \ln(S_t)$, on obtient la formule de diffusion du sous-jacent S_t , solution de la formule $dS_t = rS_t dt + \sigma d\tilde{W}_t$:

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \tilde{W}_t \right)$$

C'est cette formule qui sera utilisée pour simuler les sous-jacents à partir du paramètre σ déterminé lors du calibrage. σ est la volatilité implicite du modèle. La volatilité historique correspond au niveau de volatilité atteint dans le passé. La volatilité implicite reflète le prix du risque attaché à une option. Sa valeur est estimée par le marché. Elle est déduite via la formule des prix observables sur le marché.

Pour calibrer les modèles, l'optimisation sera basée sur les formules fermées du *call* tel que :

$$\begin{aligned} \text{Call}_{\text{BS}}(S_t, K, r, \sigma, T) &= \mathbb{E} [\text{Payoff} * e^{-r(T-t)}] \\ \text{Call}_{\text{BS}}(S_t, K, r, \sigma, T) &= S_t * \mathcal{N}(d_1) - K * e^{-r(T-t)} * \mathcal{N}(d_2) \end{aligned}$$

Où $\mathcal{N}(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$ et :

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right] \text{ et } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Un *call* est un produit dérivé dont la valeur fluctue suivant l'évolution du taux ou du prix du sous-jacent. C'est une option d'achat, un contrat grâce auquel le porteur a le droit, et non l'obligation, d'acheter ou de vendre un actif sous-jacent à un prix d'exercice fixé à l'avance, appelé *strike* K , à une date donnée. Il permet de se couvrir contre la hausse du prix de l'actif. Ce droit peut être exercé à tout moment jusqu'à la date d'échéance de l'option pour une option « américaine » alors qu'elle ne peut être exercé qu'à l'échéance pour une option « européenne ». Pour la modélisation des actions, l'actif sous-jacent utilisé peut être l'indice CAC40.

Les données ont été extraites à la date du 29 Mai 2020. Elles se présentent de la manière suivante :

Action					
Cours	Strike	Prix	Date d'échéance	Jours avant échéance	Fraction d'années avant échéance
4695,44	4400	347,80	19/06/2020	21	0,0583
4695,44	4425	326,60	19/06/2020	21	0,0583
4695,44	4450	305,70	19/06/2020	21	0,0583
4695,44	4475	278,20	19/06/2020	21	0,0583
4695,44	4500	258,30	19/06/2020	21	0,0583

Figure 24 : Echantillons des données actions utilisées pour le calibrage

Ici, seul un échantillon action d'une maturité est présenté, l'immobilier se présentant sous la même forme. D'autres *call* ayant des maturités différentes ont été utilisés pour le calibrage des actions et de l'immobilier.

Le but est maintenant de minimiser l'écart entre les prix de marché et les prix de notre modèle déterminé par $Call_{BS}$ qui dépend de σ . Il convient de trouver ce paramètre tel que :

$$\sigma^* = \operatorname{argmin}(d(\operatorname{Call}_{\text{market}}, \operatorname{Call}_{BS}))$$

Où :

- d est une distance et correspond ici au *Mean Square Error* (ou moyenne du carré des erreurs). C'est la moyenne arithmétique des carrés des écarts entre prévisions du modèle et observations ;
- $Call_{\text{market}}$ est le prix du call donné par le marché ;
- $Call_{BS}$ est le prix du call donné par le modèle ;
- σ^* est le paramètre à déterminer.

Les résultats obtenus à la suite des calibrages sont les suivants :

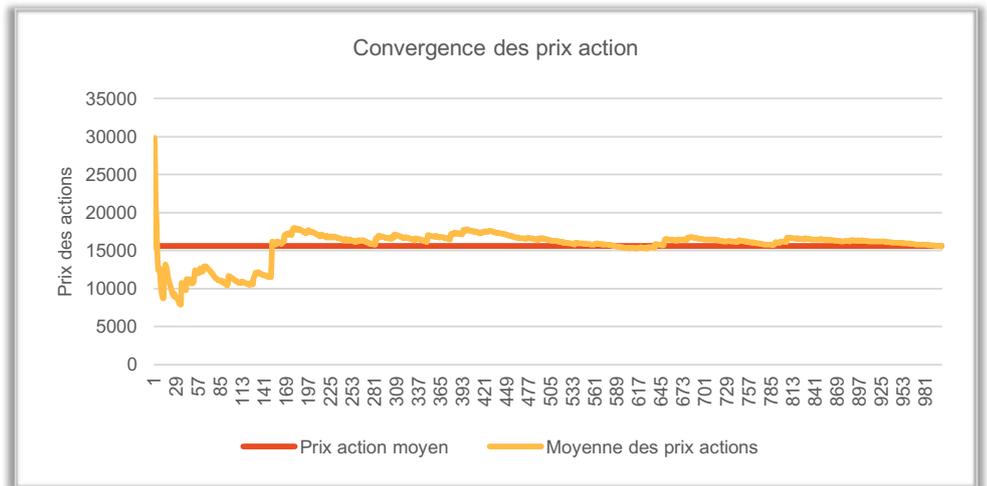
	Action	Immo
σ^*	21,18%	12,59%
Moyenne	310,77	21,94
RMSE	34,90	2,73
% du RMSE dans moyenne	11,23%	12,44%
R^2	97,29%	98,80%

Figure 25 : Tableau de paramètres du modèle Black-Scholes

Le coefficient R^2 mesure l'adéquation d'un modèle. Plus il se rapproche de 100%, plus la modélisation est conforme à la réalité. Ici, les modèles sont bien calibrés, selon un seuil déterministe de 85%. Le RMSE est un indicateur intéressant car il permet de mesurer l'amplitude des écarts. Cet indice fournit une indication par rapport à la dispersion ou la variabilité de la qualité de la prédiction. Cependant, les valeurs de RMSE peuvent être difficiles à interpréter car il peut être difficile d'affirmer qu'une valeur de variance est plus ou moins fort. Il est donc plus intéressant de normaliser le RMSE pour que cet indicateur soit exprimé comme un pourcentage de la valeur moyenne des observations. Il est donc intéressant de constater que les RMSE des deux modèles sont relativement faible. Ce résultat confirme la valeur de R^2 précédente.

L'indice immobilier a été délibérément choisi de sorte qu'il soit de faible volatilité pour palier à l'indice action.

Les paramètres déterminés, les prix peuvent être simulés grâce à la formule de diffusion. Il sera possible de tirer un grand nombre de trajectoires afin de les moyenner et d'obtenir une convergence.



Bien qu'une bonne convergence apparaisse dès le scénario 800, le nombre de simulations sera fixé à 1000. Un graphe similaire est obtenu pour la simulation des prix immobiliers.

Maintenant que les modélisations des prix des actions et immobilier sont terminées, il s'agit de les transformer en taux afin de les réinjecter dans le modèle ALM.

5.3 Calibrage et simulation de l'inflation

Pour un assureur ayant des engagements dans des branches à développement long tel que les assureurs en vie, ou dans notre cas, en assurance retraite, il peut être opportun de prendre en compte l'inflation parmi les facteurs de risque. Par exemple, dans le cadre du versement de rentes, les assureurs peuvent se fixer comme objectif non contractuel de servir une revalorisation au niveau de l'inflation.

En effet, l'inflation représente la perte du pouvoir d'achat d'une monnaie et se traduit concrètement par la hausse globale des prix dans cette monnaie. L'inflation correspond à l'augmentation généralisée des prix au sein d'une économie. Une mesure de l'inflation souvent utilisée est la variation annuelle de l'Indice des Prix à la Consommation (IPC). L'IPC est un indicateur publié mensuellement par l'INSEE en France et par Eurostat en Europe. Ces indices donnent l'évolution de la valeur d'un panier de biens représentatif de la consommation du pays.

Irving Fisher a proposé une manière de calculer l'inflation à partir du taux d'intérêt nominal et du taux d'intérêt réel. C'est l'équation de Fisher :

$$f_n = f_r + \pi^e$$

Où :

- f_n est le taux d'intérêt nominal ;
- f_r est le taux d'intérêt réel ;
- π^e est le taux d'inflation espéré.

Le taux d'intérêt nominal est le taux convenu et payé. C'est le pouvoir d'achat de l'argent. Or, celui-ci diminue généralement avec l'inflation. C'est en déduisant cette perte de pouvoir d'achat de l'intérêt que l'on obtient le taux d'intérêt réel.

Pour calculer les taux d'inflation doivent donc d'abord être simulés :

- Les taux nominaux par le biais du modèle Hull & White sur caps d'inflation ;
- Les taux réels par le biais du modèle Vasicek sur ZCIIS. Le ZCIIS (*Zero Coupon Inflation Indexed Swap*) est un contrat caractérisé par un unique échange de flux financier fondé sur le taux d'inflation.

5.3.1 Simulation des taux nominaux

Le cap d'inflation (Inflation Indexed Cap – IIC) est présent sur le marché des dérivés d'inflation. Tout comme le cap, il permet de se protéger contre une éventuelle hausse d'inflation.

Le cap est un swap payeur pour lequel seuls les flux positifs pour l'acheteur du contrat sont échangés. Il garantit à son détenteur une protection contre la hausse des taux d'intérêts. C'est l'équivalent du *call* ayant pour sous-jacent est le taux d'intérêt.

Le cap d'inflation est une option d'achat sur taux, ici sur inflation, et se traduit par un contrat gré à gré entre deux contreparties permettant à son acheteur de se couvrir contre la hausse des taux d'intérêt, ici de l'inflation, au-delà d'un niveau prédéterminé, le *strike*. Le *payoff* de cet instrument créé en t pour une maturité en T pour un nominal N et un strike K est :

$$N[L(t, T) - K]^+$$

Où $L(t, T)$ correspond au taux d'inflation annuel moyen de l'IPC, noté $\pi(t, T)$ entre t et T .

Modèle de Hull & White et simulation des taux

Le modèle de Hull & White offre la possibilité de valoriser les caps par des formules fermées (voir ANNEXE E – PRICING DU CAP).

Le but est alors de minimiser l'écart entre les taux du marché et les taux de notre modèle déterminé par Cap_{HW} qui dépend de (α, σ) . Il convient de trouver ces paramètres tels que :

$$(\alpha^*, \sigma^*) = \operatorname{argmin}(d(Cap_{\text{market}}, Cap_{HW}))$$

Les données suivantes ont été extraites le 29 Mai 2020 :

Maturité	K	Prix à date d'extraction
2	1%	0,139%
5	1%	1,055%
7	1%	2,036%
10	1%	3,628%
12	1%	4,807%
15	1%	6,822%
20	1%	10,796%

Figure 26 : Echantillon des caps d'inflation utilisés

Le résultat obtenu à la suite de ce calibrage est le suivant :

	IIC
σ^*	3,07%
α^*	15,77%
r_0	-0,335%
RMSE	0,992%
Moyenne	0,019
% du RMSE dans moyenne	51,19%
R^2	82,23%

La valeur du RMSE est relativement élevée après normalisation. Cela signifie que le calibrage n'est pas optimal. Ce résultat est confirmé par la valeur du coefficient R^2 . Cependant, ce dernier reste relativement acceptable car supérieur à 80%, c'est pour cela que le calibrage sera conservé. Cependant, il est bon de relever qu'un autre calibrage pourrait être plus optimal.

Figure 27 : Paramètres du modèle Hull & White sur caps d'inflation

Il sera possible de tirer un grand nombre de trajectoires afin de les moyenner et d'obtenir une convergence. Le nombre de simulations sera fixé à 1000.

Maintenant que la modélisation des taux nominaux est terminée, il s'agit de déterminer les taux réels en utilisant les ZCIIS.

5.3.2 Simulation des taux réels

Le modèle utilisé pour simuler les taux réels est le modèle d'équilibre classique de Vasicek. C'est l'un des premiers modèles de la structure par terme des taux d'intérêts. Ce modèle a été proposé par Vasicek en 1977. On suppose que sous une probabilité risque-neutre \mathbb{Q} , le taux court instantané r suit un processus d'Ornstein-Uhlenbeck à coefficients constants. Sa dynamique est représentée par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t$$

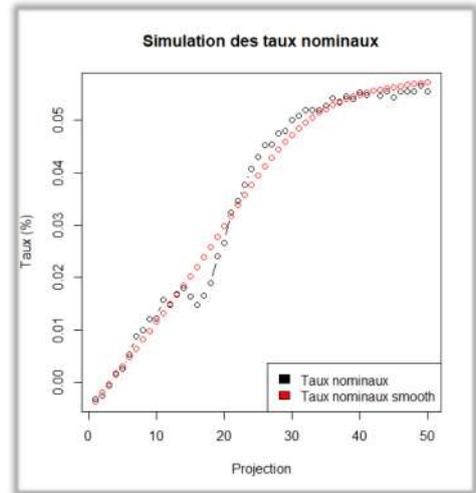
Où :

- r_t est le taux court au temps t ;
- k , constante positive, correspond à la vitesse (ou encore la force) de retour à la moyenne de long terme ;
- θ , constante positive, correspond à la moyenne de long terme du taux autour de laquelle évolue le taux court instantané. C'est une valeur d'équilibre ;
- σ , constante positive, correspond à la volatilité du taux court terme ;
- W_t est un mouvement brownien standard.

Ce processus a la caractéristique d'être *mean-reverting*. En d'autres termes, il oscille autour de sa valeur moyenne. C'est la constante k qui donne plus ou moins d'importance au drift $\theta - r_t$. Plus il sera élevé, plus la convergence se fera rapidement et réciproquement. Ce phénomène de retour à la moyenne, que Vasicek met en évidence, peut être justifié. En effet, les valeurs élevées des taux ont tendance à être suivies plus fréquemment par des baisses que par des hausses, l'effet inverse est également constaté pour les niveaux de taux bas. Lorsque les taux sont élevés, les emprunts sont moins nombreux et l'économie a tendance à ralentir, faisant ainsi baisser les taux. Au contraire, lorsque les taux sont élevés, les emprunts sont moins nombreux et l'économie a tendance à augmenter, faisant ainsi monter les taux.

La formule de diffusion du taux est une formule explicite qui peut être obtenue par application du lemme d'Itô. On obtient la formule suivante :

$$r_t = r_s e^{-k(t-s)} + \theta(1 - e^{-k(t-s)}) + \sigma \int_s^t e^{-k(t-u)} dW_u$$



Il est possible de s'intéresser au calibrage. Pour le modèle de Vasicek, les paramètres à déterminer sont $\Theta = (k, \theta, \sigma, r_0)$.

Simulation des taux

Le calibrage sur ZCIIS a pour avantage d'être *market consistent*. En effet, de cette manière, le calibrage ne s'effectue pas à l'aide de prix d'options.

Avant de décrire la méthode de *pricing* ZCIIS, il est nécessaire d'expliquer le principe analogie de la monnaie étrangère en ANNEXE G – PRINCIPE D'ANALOGIE DE LA MONNAIE ETRANGERE. Cette analogie, ainsi que le *pricing* des ZCIIS, sont présentés en ANNEXE H –PRICING DES ZCIIS.

Le calibrage des ZCIIS, calculée à partir des taux nominaux déterminés par le biais du modèle Hull & White, fournira une courbe de taux réels utilisée par le calibrage des taux réels par le modèle de Vasicek.

Les données suivantes ont été extraites le 29 Mai 2020 :

Maturité	K	Prix à date d'extraction
1	0,0925%	-0,1813%
2	0,25%	0,0838%
3	0,345%	0,2245%
4	0,457%	0,3374%
5	0,515%	0,4403%
6	0,5788%	0,5163%
7	0,6463%	0,5713%

Figure 28 : Echantillon des ZCIIS

Il ne sera pas forcément possible d'obtenir autant d'années successives que d'années nécessaires à la projection. De ce fait, une courbe en escalier sera d'abord utilisée pour déterminer les taux réels successifs puis elle sera lissée. Deux méthodes seront utilisées pour lisser la courbe : la méthode des splines cubiques qui donnent une courbe polynomiale et la régression loess qui ajuste la courbe localement. Ce sont ces courbes qui seront utilisées pour comparer à la courbe des taux réels modélisée par Vasicek.

Il est alors possible de déterminer par optimisation la valeur des paramètres $\Theta = (k, \theta, \sigma, r_t)$.

Le calibrage est effectué au temps $t = 0$ donc pour mener à bien le calibrage, nous avons besoin de la valeur de r_0 . Ce paramètre est fixé de manière à être cohérent avec la courbe des taux réels approximée. Ainsi, $r_0 = -0,335\%$ et :

$$ZCIIS(0, T) = - \frac{\ln(A(0, T)e^{B(0, T)r_0})}{T}$$

Pour effectuer le calibrage, nous procéderons de la même manière que pour les précédents modèles. Il convient de trouver ces paramètres tels que :

$$\Theta^* = (k^*, \theta^*, \sigma^*) = \operatorname{argmin}(f_{r_{\text{market}}}, f_{r_{\text{Vas}}})$$

Où :

- $f_{r_{\text{market}}}$ correspond au taux réel obtenu après le lissage de la courbe des taux réels ;
- $f_{r_{\text{Vas}}}$ est le taux réel obtenu par le modèle.

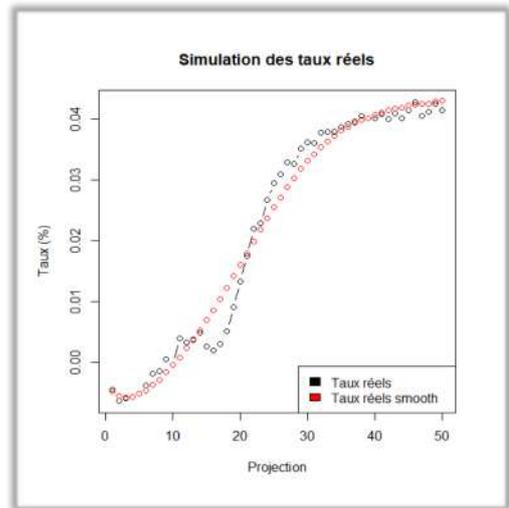
Le résultat obtenu à la suite au calibrage des deux méthodes est le suivant :

	ZCIS
k^*	0,2
θ^*	0,014
σ^*	0,04089%
r_0	-0,335%
RMSE	$3,95 \cdot 10^{-4}$
Moyenne	$7,31 \cdot 10^{-3}$
% du RMSE dans la moyenne	5,4%
R^2	99,01%

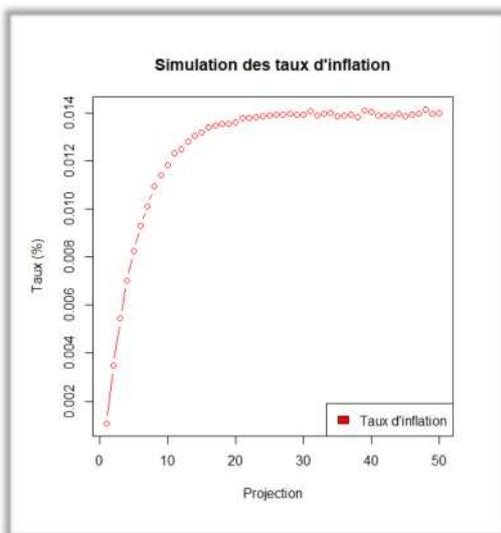
Le RMSE est relativement très faible et le coefficient R^2 confirme que le modèle est correctement calibré.

Les paramètres déterminés, les taux réels peuvent être déterminés en suivant la formule vu précédemment $P_r(0, T) = (1 + K)^T P_n(0, T)$. Il est possible de tirer un grand nombre de trajectoires afin de les moyenner et d'obtenir une convergence. Le nombre de simulations sera fixé à 1000.

Maintenant que les modélisations des taux nominaux et réels sont terminées, il s'agit de déduire les taux d'inflation.



5.3.3 Construction de la courbe d'inflation



La simulation des taux d'inflation se fait à partir des taux nominaux et réels déterminés respectivement par les modèles Hull & White et Vasicek. Ces deux équations vont permettre de déterminer la courbe d'inflation par le biais de l'équation de Fisher : $\pi \approx R_n - R_r$

Bien que cette méthode ait l'avantage de diffuser de manière distinctes les taux nominaux et les taux réels et offre la possibilité de choisir parmi les différents modèles de taux existants la méthode de diffusion, cette dernière se fonde sur l'équation de Fisher suivante :

$$f_n = f_r + \mathbb{E}[\pi] \Rightarrow \mathbb{E}[\pi] = f_n - f_r$$

Cela signifie que cette relation n'est valable qu'en moyenne. Or notre modélisation utilise à chaque date l'approximation de Fisher : $\pi \approx f_n - f_r$, ce qui réduit la risque neutralité du modèle. C'est pour cela qu'il existe d'autres modèles pour mesurer directement l'inflation, sans avoir à passer par le calcul successif des taux nominaux et réels afin d'obtenir le taux d'inflation. Parmi ces modèles, l'on peut citer celui de Jarrow-Yildirim présenté ANNEXE F – MODELE JARROW-YILDIRIM.

6 Démarche et définitions des indicateurs de rentabilité et de solvabilité

Le second but de ce mémoire est d'étudier comment la modélisation de ces nouveaux produits se traduit sur la solvabilité d'un assureur. Pour cela, l'outil de modélisation modifié décrit précédemment sera utilisé. À partir de divers indicateurs de rentabilité et de solvabilité, l'influence de différents paramètres et hypothèses du produit sera testée afin de construire un produit capable de répondre à la fois aux attentes des assurés et aux besoins de l'assureur.

6.1 Calcul de la rentabilité et de la solvabilité d'un produit

Dans cette section, les leviers utilisés pour mesurer la rentabilité et la solvabilité du produit seront étudiés.

6.1.1 Présentation de la formule standard

Le SCR (*Solvency Capital Required*) se calcule à travers l'agrégation de sous-modules SCR souvent représentés par le graphique en forme de pieuvre ci-dessous :

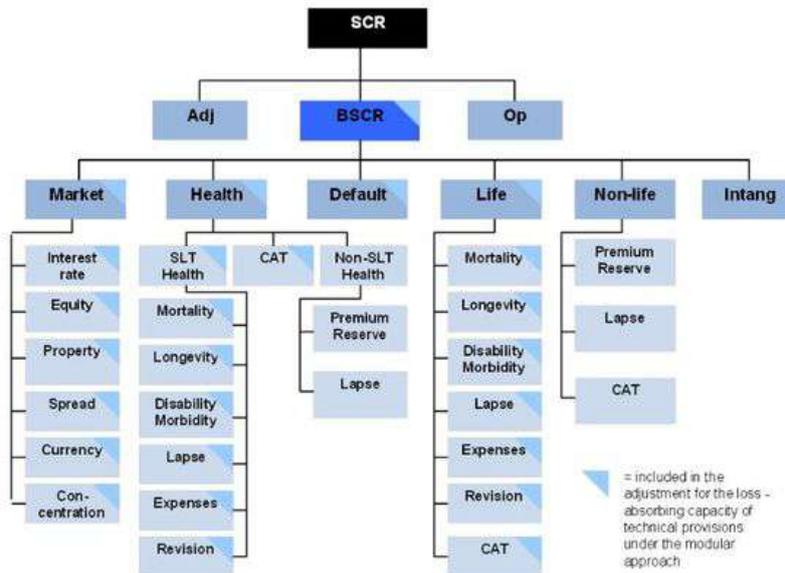


Figure 29 : Agrégation du SCR

Les sous modules retenus dépendent du produit à analyser. Dans le cas d'un produit retraite, les sous-modules à calculer sont le SCR Marché et le SCR Souscription Vie. Au sein de ces sous-modules, tous les risques n'auront pas besoin d'être pris en compte. Par exemple, le SCR Morbidité n'a pas lieu d'être dans le calcul du sous-module Souscription Vie car l'invalidité n'est pas prise en compte dans notre produit.

La formule standard est proposée par l'ACPR dans le cas où un assureur ne possède pas de modèle interne validé par l'organisme de contrôle. Elle offre une méthode alternative pour calculer le besoin en capital d'une société, bien qu'elle ne reflète pas parfaitement le risque et la

solvabilité de l'entreprise. Chaque SCR est calculé dans chaque sous-module de la manière suivante :

$$SCR_i = \Delta NAV_i = \max(0, NAV_{base_i} - NAV_{choc_i})$$

Où la NAV correspond à la *Net Asset Value*. Pour précision, la NAV est obtenue à partir de la formule suivante : $NAV_{base} = A_{base} - BE_{base}$ où :

- A_{base} correspond à la valeur de marché des actifs du scénario de base ;
- BE_{base} correspond à la valeur du Best Estimate du scénario de base ;

Focus sur la VIF...

La VIF, acronyme de *Value-In-Force*, représente une mesure de la richesse générée dans le futur à partir des contrats en cours au sein d'un portefeuille en *run-off* et revenant à l'assureur. Dans une vision MCEV, elle est calculée en soustrayant le coût des Options & Garanties (TVFOG), le coût des risques non couvrables (CNHR) et le coût d'immobilisation du capital (CReC) de la valeur actualisée des produits futurs (PVFP). Elle correspond à l'actualisation des profits futurs dégagés durant toute la durée de vie restante du contrat d'assurance. Une VIF positive signifie que le contrat crée de la valeur, une richesse aux actionnaires. On obtient alors la formule suivante :

$$VIF = PVFP - TVFOG - CNHR - CReC$$

Où :

- **CReC** correspond au coût d'immobilisation du capital. Il peut s'assimiler aux revenus que s'engage à verser la compagnie en plus des revenus financiers générés par l'investissement de ce capital sur les marchés ;
- **CNHR** permet de supporter les risques qui ne sont pas couverts par un produit financier, c'est-à-dire les risques qui ne sont pas de marché ;
- **PVFP** correspond à la valeur actuelle des résultats statutaires nets d'impôts ;
- **TVFOG** correspond au coût des options et garanties cachées dans les contrats.

Le coût des options et garanties permet de prendre en compte l'impact potentiel des flux futurs de toutes les options et garanties financières. En effet, les options et garanties financières présentes dans un portefeuille peuvent réduire les profits lorsque le rendement du portefeuille tombe en deçà du taux technique ou lorsque les conditions économiques sont défavorables par exemple. Il faut distinguer valeur intrinsèque et valeur temps d'un produit. La valeur intrinsèque des Options & Garanties est la valeur intégrée dans la modélisation déterministe alors que la valeur temps des Options & Garanties est la différence entre la valeur totale des options & garanties et la valeur intrinsèque des options et garanties. Elle est obtenue par différence de la PVFP déterministe intégrant la valeur intrinsèque des O&G et la PVFP moyenne obtenue à partir des scénarios stochastiques.

Le schéma suivant illustre le passage d'un bilan comptable établi selon les normes actuelles à un bilan économique prudentiel établi dans le référentiel Solvabilité 2.

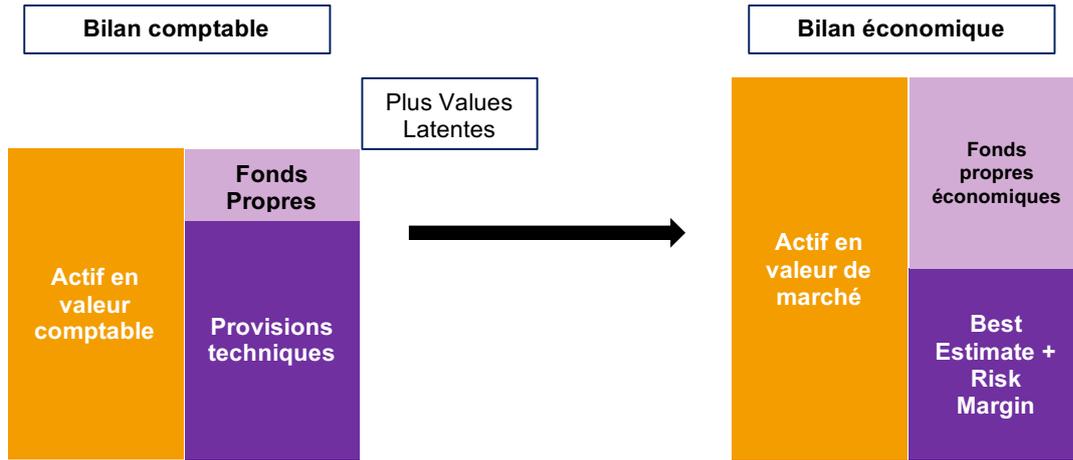


Figure 30 : Bilan économique simplifié

Cependant, dans notre modèle, elle est calculée en vision économique telle que les fonds propres se décomposent en deux quantités :

- La *Value of InForce* (VIF) représente la valeur actuelle des résultats futurs distribuables à l'actionnaire générés par le portefeuille de contrats de la société qui évolue en *run-off*. C'est un reflet de la performance financière de l'assureur puisqu'il traduit sa capacité à dégager de la marge avec les actifs en représentation des engagements ;
- L'actif net réévalué (ANR ou ANAV pour *Adjusted Net Asset Value*) correspond à la valeur de marché des actifs en représentation des fonds propres et de certaines réserves revenant aux actionnaires. Il représente la richesse immédiatement distribuable d'un organisme en cas de cession de l'activité.

Les fonds propres économiques (VIF+ANAV) représentent donc la valeur actuelle probable des montants distribuables aux actionnaires. En univers risque neutre, les actifs évoluent en espérance au taux sans risque. Par conséquent, en moyenne, la somme des flux actualisés devraient être égale de la valeur de marché de l'actif à la date initiale. La somme du BE et de la VIF doit donc être égal au montant de l'actif en valeur de marché en début de projection.

Focus sur BE et SCR...

Le BE, acronyme de *Best Estimate*, correspond à la valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs. Il représente la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur. Le BE est obtenu en actualisant la différence entre les flux sortants et les flux entrants de telle sorte que la formule suivante soit obtenue :

$$BE = \mathbb{E} \left[\frac{Flux_{sortants} - Flux_{entrants}}{actualisation} \right]$$

Le calcul du *Best Estimate* s'effectue en *run-off*, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de nouvelle souscription pendant la simulation. La dernière année, l'épargne accumulée est supposée

intégralement rachetée par les assurés ou versée, et le solde de la provision pour participation aux bénéficiaires présente à cette date est incorporé à ces rachats. De plus, la part des plus-values latentes réalisées du fait des rachats à la fin de la simulation et qui revient aux assurés doit aussi être intégrée au calcul du BE.

- Les flux sont actualisés au taux d'actualisation sans risque. Les flux sortants en jeu dans le calcul du *Best Estimate* peuvent se diviser en deux grandes catégories :
 - o Les prestations comme les décès, les rachats structurels ou conjoncturels et les sorties en rente et en capital ;
 - o Les frais.

Pour le calcul du *Best Estimate*, des difficultés peuvent survenir dans la modélisation des contrats à cause de la présence des options et des garanties comme le taux minimum garanti ou de revalorisation minimale à l'inflation. Pour y remédier, des modélisations stochastiques doivent être effectuées en plus de la modélisation déterministe.

Une modélisation stochastique est construite comme une moyenne de plusieurs simulations, représentatives de l'ensemble des possibles tandis que la modélisation déterministe est construite à partir d'un unique scénario et dont les inputs économiques ont les moyennes des différents scénarios. Une modélisation stochastique permet une vision complète du produit en adoptant une vision moyenne, une vision en profondeur et une vision des extrêmes.

En vision stochastique, la provision *Best Estimate* est la moyenne de flux futurs actualisés dans différents scénarios économiques représentant chacun un caractère aléatoire de l'évolution de l'actif et du passif. On obtient donc la formule suivante :

$$\text{Best Estimate} = \frac{1}{\text{nb}_{\text{simu}}} * \sum_{k=1}^{\text{nb}_{\text{simu}}} \sum_{t=1}^T \frac{\text{Flux}_{\text{sortant}_t}^k - \text{Flux}_{\text{entrant}_t}^k}{(1 + r_t)^t}$$

Ces simulations stochastiques permettent de mesurer la valeur temps des options que sont le taux minimum garanti, le taux technique, la participation aux bénéficiaires et la revalorisation des rentes à l'inflation.

Pour le calcul du SCR, la méthode retenue est celle proposée par le QIS 5, soit la méthode standard. Dans notre modèle, seuls deux SCR seront calculés : le SCR Vie et le SCR Marché. De façon rigoureuse, le SCR correspond à la différence entre la NAV de base et la NAV choquée. Il peut aussi être calculé comme la différence entre la VIF de base et la VIF choquée et suit l'algorithme suivant :

- Si la VIF de base est plus importante que la VIF choquée, il y a une baisse de résultats. Il sera nécessaire de mobiliser du capital pour faire face à ce choc. La valeur obtenue correspond au SCR
- Si la VIF de base est moins importante que la VIF choquée, la situation est favorable à l'assureur. Le choc calculé ne modifie pas le besoin en capital donc le SCR est nul.

Ceci est résumé par la formule suivante :

$$\text{SCR} = \max(0, \text{NAV}_{\text{base}} - \text{NAV}_{\text{choc}})$$

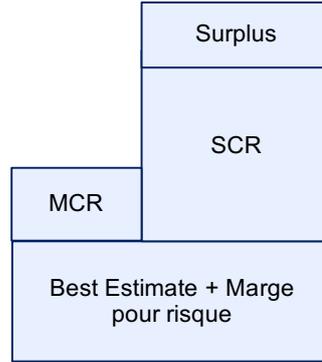


Figure 31 : Passif du bilan économique

Remarque : le Capital Minimum Requis (*Minimal Capital Requirement* ou MCR) est le niveau de fonds propres minimal en dessous duquel les intérêts des assurés se verraient sérieusement menacés si l'entreprise était autorisée à poursuivre son activité. Ainsi, si les capitaux propres d'une entreprise deviennent inférieurs au MCR, le régulateur interviendra automatiquement pour mettre en place un plan de redressement.

Les SCR sont agrégés de manière intra-modulaire et inter-modulaire par le biais de la formule suivante :

$$SCR_{module} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} * SCR_i * SCR_j}$$

Où :

- SCR_{module} correspond au SCR du sous module Vie ou Marché ;
- SCR_i correspond au SCR du choc i calculé pour un choc intra-modulaire ou au SCR du module pour un choc inter-modulaire ;
- SCR_j correspond au SCR du choc j calculé pour un choc intra-modulaire ou au SCR du module pour un choc inter-modulaire ;
- $\rho_{i,j}$ correspond au coefficient de corrélation entre les chocs i et j .

Le SCR global s'obtient dans la formule standard de la façon suivante :

$$SCR = BSCR - \text{Ajustement} + SCR_{op}$$

Où :

- Le BSCR (*Basic Solvency Capital Requirement*) est le capital de solvabilité requis de base. Il est composé des risques de souscription (vie, non-vie et santé, noté life, nl et health), du risque de marché (*mkt*), du risque de contrepartie (*def*) et du risque lié aux actifs incorporels, en représentation des risques du produit ;
- SCR_{op} représente la charge de capital pour le risque restant, le risque opérationnel. Il n'est pas pris en compte dans notre modélisation ;

- *Ajustement* correspond à l'ajustement de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques par la participation aux bénéficiaires et des impôts différés. Il n'est pas pris en compte dans notre modélisation.

La valeur du SCR total s'apparente donc à celle du BSCR pour notre modèle.

Le BSCR se fait par agrégation des différents sous-modules de SCR retenus pour un produit. Il se calcule comme suit :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i*j} \rho_{i,j} * SCR_i * SCR_j} + SCR_{intangibles}$$

Où :

- $\rho_{i,j}$ représente la corrélation entre les risques i et j ;
- SCR_i représente le capital requis pour le risque i et où i correspond à l'un des risque de la formule SCR (Marché, Souscription Vie, Santé ou Non-Vie et Défaut) ;
- $SCR_{intangibles}$ représente le capital requis pour le risque lié aux actifs incorporels. Il est supposé nul dans notre modèle.

Les coefficients de corrélation $\rho_{i,j}$ peuvent être récupérés à partir de la matrice suivante fournie par le QIS 5 :

ρ	$SCR_{Marché}$	$SCR_{Défaut}$	SCR_{Vie}	$SCR_{Santé}$	$SCR_{Non Vie}$
$SCR_{marché}$	1				
$SCR_{Défaut}$	0,25	1			
SCR_{Vie}	0,25	0,25	1		
$SCR_{Santé}$	0,25	0,25	0,25	1	
$SCR_{Non Vie}$	0,25	0,5	0	0	1

Figure 32 : Coefficient de corrélation du BSCR

Pour calculer les capitaux requis, des chocs sont prédéfinis pour chaque risque et pour chaque sous-module. Il faut alors utiliser les matrices de corrélations adéquates pour obtenir le SCR d'un sous-module. Ces SCR seront alors agrégés à partir de la formule explicitée ci-dessus.

6.1.1.1 SCR Marché

Le SCR Marché a la même logique de calcul que le BSCR. Les différents risques du SCR Marché sont les suivants :

- Risque de taux ;
- Risque sur actions ;
- Risque sur actifs immobiliers ;
- Risque de spread ;
- Risque de change ;
- Risque de concentration ;
- Risque d'illiquidité.

Ils sont agrégés à partir de la matrice suivante :

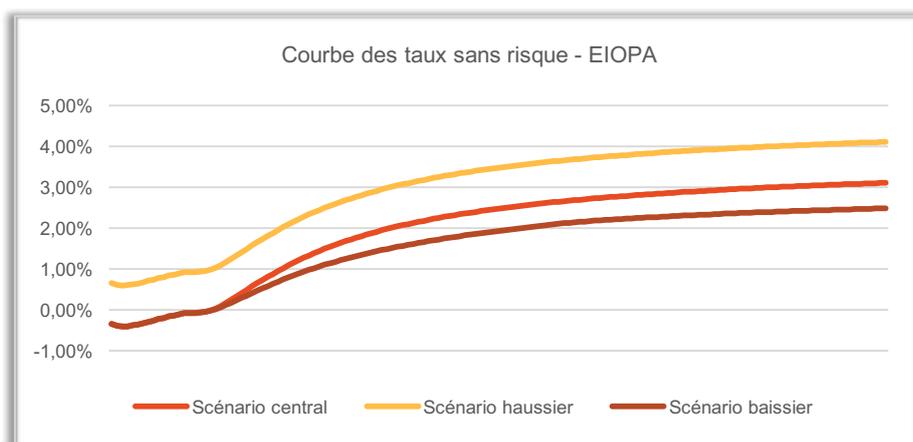
ρ	SCR_{Taux}	$SCR_{Actions}$	SCR_{Immo}	SCR_{Spread}	SCR_{Change}	SCR_{conc}
SCR_{Taux}	1					
$SCR_{Actions}$	A	1				
SCR_{Immo}	A	0,75	1			
SCR_{Spread}	A	0,75	0,5	1		
SCR_{Change}	0,25	0,25	0,25	0,25	1	
SCR_{conc}	0	0	0	0	0	1

Figure 33 : Coefficient de corrélation du SCR Marché

Où $A = 0,5$ si le produit est plus sensible à une baisse des taux et $A = 0$ si le produit est plus sensible à une hausse des taux.

Afin de mieux comprendre les enjeux lors d'un calcul de SCR Marché, les risques présents dans ce module sont décrits ci-après :

- Le **risque de taux d'intérêt** impacte les passifs et actifs sensibles aux variations de la courbe des taux d'intérêt. Il vise à quantifier le besoin en capital nécessaire pour faire face à l'impact d'une évolution de la structure de la courbe des taux (à la hausse ou la baisse) sur la valeur du bilan. Il existe pour tous les actifs dont la valeur est sensible aux variations de la structure de la courbe de taux d'intérêt ou de la volatilité des taux d'intérêts : produits de taux simples, dérivés, produits structurés... Le besoin en capital est obtenu par le calcul des variations de la NAV après application de deux scénarios (haussier et baissier) de choc instantané sur la courbe des taux. Il est égal à la perte maximale générée par une hausse de la courbe de taux ou une baisse de la courbe de taux selon les scénarios EIOPA :



- Le module de **risque sur actions** vise à quantifier l'impact d'une baisse soudaine des marchés actions sur la valeur du bilan de l'assureur. Il est décomposé en deux catégories : Actions Globales et Autres Actions. Les actions globales correspondent aux actions listées sur un marché réglementé ou échangés sur une plateforme multilatérale de négociation dans un pays membre de l'Union Européenne ou de l'OCDE alors que les autres correspondent aux actions listées hors OCDE. Le choc appliqué sur le premier type de de -39% alors qu'il est de -49% sur le deuxième. A ce choc s'ajoute un facteur de correction contra-cyclique compris entre +10% et -10% appelé ajustement symétrique. Il est publié mensuellement et est calculé sur la base de la moyenne mobile d'un indice composite propre à l'EIOPA selon la formule :

$$SA = 0,5 * \left(\frac{\text{cours}_{\text{indice}} - \text{moy}_{3A}}{\text{moy}_{3A}} - 8\% \right)$$

- Le module de **risque sur actifs immobilier** vise à quantifier l'impact de la baisse des marchés immobiliers sur la valeur des actifs. Ce module consiste à faire diminuer instantanément de 25% la valeur des actifs immobiliers ;
- Le module de **risque de change** vise à quantifier le besoin en capital correspondant à la perte générée par l'effet de change sur la valeur des actifs. Ce module ne sera pas pris en compte dans notre modélisation car le portefeuille ne comporte pas de titres en devises étrangères ;
- Le module de **risque de spread** vise à quantifier la sensibilité de la valeur des actifs, passifs, et instruments financiers aux variations du niveau ou de la volatilité des spreads de crédit par rapport à la courbe des taux sans risque (écart entre le taux actuariel d'un produit de taux et le taux sans risque de la devise du titre) et est calculé tel que :

$$SCR_{spread} = SCR_{bonds} + SCR_{securisation} + SCR_{cd}$$

Où :

- SCR_{bonds} concerne les obligations, les prêts et les comptes et dépôts à termes ;
- $SCR_{securisation}$ concerne les titres issus de titrisations ;
- SCR_{cd} concerne les dérivés de crédit.

Dans notre modélisation, seul le SCR_{bonds} sera pris en compte. Le SCR Spread est déterminé en un choc en fonction de la sensibilité et de la qualité de crédit :

$$SCR_{spread} = \sum VM * F(\text{sensibilité, qualité de crédit, duration})$$

Où :

- VM est la valeur de marché ;
- $F(.)$ est la fonction choc de la qualité de crédit et de la duration. Ici :

$$F(.) = F(a, b) = (1 - a + b * (duration - c))$$

Les valeurs de a et de b dépendent de la qualité de crédit et peuvent être lues dans le tableau suivant, sachant que dur correspond à la borne supérieure de duration :

Echelon de crédit	0	1	2	3	4	5 et 6	NR
Duration							
De 0 à 5	0,9%*dur	1,1%* dur	1,4%* dur	2,5%* dur	4,5%* dur	7,5%* dur	3,0%* dur
De 5 à 10	4,5%+0,5%*(dur-5)	5,5%+0,6%*(dur-5)	7,0%+0,7%*(dur-5)	12,5%+1,5%*(dur-5)	22,5%+2,5%*(dur-5)	37,5%+4,2%*(dur-5)	15%+1,7%*(dur-5)
De 10 à 15	7%+0,5%*(dur-10)	8,5%+0,5%*(dur-10)	10,5%+0,5%*(dur-10)	20,0%+1,0%*(dur-10)	35,0%+1,8%*(dur-10)	58,5%+0,5%*(dur-10)	23,5%+1,2%*(dur-10)
De 15 à 20	9,5%+0,5%*(dur-15)	11,0%+0,5%*(dur-15)	13,0%+0,5%*(dur-15)	25,0%+1,0%*(dur-15)	44,0%+0,5%*(dur-15)	61,0%+0,5%*(dur-15)	23,5%+1,2%*(dur-15)
Supérieur à 20	12%+0,5%*(dur-20)	13,5%+0,5%*(dur-20)	15,5%+0,5%*(dur-20)	30,0%+0,5%*(dur-20)	46,5%+0,5%*(dur-20)	63,5%+0,5%*(dur-20)	Min(35,5%+0,5%*(dur-20);1)

Figure 34 : Tableau de valeurs des paramètres pour le SCR Bonds

- Le module de **risque de concentration** vise à quantifier le besoin en capital correspondant à un manque de diversification ou à une surexposition au risque de défaut d'un même émetteur. Il concerne les titres relevant des sous modules actions, crédit et immobilier.

Les sous-modules de risques de change et de concentration ne sont pas à traiter dans cette étude au regard des hypothèses retenues concernant l'actif dans la modélisation.

6.1.1.2 SCR Vie

Le SCR Vie a la même logique de calcul que le BSCR. Les différents risques du SCR Vie sont les suivants :

- Risque de mortalité ;
- Risque de longévité ;
- Risque de morbidité/invalidité ;
- Risque de dépenses ;
- Risque de révision ;
- Risque de rachat ;
- Risque de catastrophe en vie.

Ils sont agrégés à partir de la matrice suivante :

ρ	SCR_{mort}	SCR_{long}	SCR_{inval}	SCR_{dep}	SCR_{rev}	SCR_{rachat}	SCR_{CAT}
SCR_{mort}	1						
SCR_{long}	-0,25	1					
SCR_{inval}	0,25	0	1				
SCR_{dep}	0,25	0,25	0,5	1			
SCR_{rev}	0	0,25	0	0,5	1		
SCR_{rachat}	0	0,25	0	0,5	0	1	
SCR_{CAT}	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	1

Figure 35 : Coefficient de corrélation du SCR Vie

Afin de mieux comprendre les enjeux lors d'un calcul de SCR Vie, les risques présents dans ce module sont décrits ci-après :

- Le **risque de mortalité** : il couvre les pertes éventuelles dues à un changement des taux de mortalité, lorsqu'une hausse de ces taux entraîne une augmentation des provisions. Une hausse de 15% est appliquée aux taux de mortalité de la table utilisée ;
- Le **risque de longévité** : il couvre les pertes éventuelles dues à un changement des taux de mortalité, lorsqu'une baisse de ces taux entraîne une augmentation des provisions. Une baisse de 20% est appliquée aux taux de mortalité de la table utilisée ;
- Le **risque d'invalidité - de morbidité** : il couvre les pertes inhérentes à une fluctuation des taux d'invalidité et de morbidité. Plusieurs chocs sont appliqués simultanément : une hausse de 35% des taux d'entrée en incapacité la première année, de 25% les années suivantes, et une baisse des taux de recouvrement de 20%. Il n'est pas pris en compte dans le cadre de notre modélisation ;

- Le **risque de rachat** : c'est le risque de perte lié à une variation des taux de résiliation. Le capital requis relatif à ce sous-module est égal à la déviation maximale engendrée par les chocs suivants : une augmentation de 50% des taux de rachat, une baisse de 50% des taux de rachat, une baisse de 30% du nombre de contrats du portefeuille la première année (rachat massif) ;
- Le **risque de frais** : il couvre les pertes éventuelles dues à une augmentation des frais liés à la gestion des contrats. Le choc à effectuer est une combinaison de deux effets : une augmentation de 10% des frais, et une augmentation d'un point de pourcentage du taux d'inflation utilisé pour le calcul des provisions techniques ;
- Le **risque de révision** : il couvre les pertes inhérentes à un changement de la valeur des taux de révision applicables aux rentes, sous l'effet d'une évolution de l'environnement juridique ou de l'état de santé de la personne assurée. Le choc à appliquer est une augmentation de la rente de 3% ;
- Le **risque CAT** : c'est le risque qu'un évènement extrême affecte une population nombreuse se trouvant au même endroit et au même moment, causant des morts accidentelles de masse et des invalidités. Le choc à appliquer est une hausse des taux de mortalité de 0,15% la première année.

Le module de risque de morbidité ne sera pas calculé car l'invalidité n'est pas prise en compte dans notre modèle.

Remarque : dans la suite de ce mémoire, $SCR = BSCR$

6.1.2 Autres indicateurs de rentabilité et de solvabilité

Contrairement aux autres activités commerciales, l'assurance est le seul secteur économique se caractérisant par une inversion du cycle de production. La société d'assurance fixe a priori sa prime et vend ses contrats, le prix de revient ne pourra être connu qu'a posteriori. La perte ou le gain généré par un contrat n'est donc pas connu au moment de la vente du contrat, d'où l'importance de simuler l'évolution du contrat pour connaître le résultat de celui-ci.

La rentabilité est ainsi primordiale pour une compagnie d'assurance pendant toute la durée de vie des produits. Celle-ci sera mesurée par des indicateurs prospectifs. En effet, il est nécessaire de réaliser une projection des résultats futurs probables ainsi qu'une projection des exigences en fonds propres jusqu'à l'extinction des engagements de l'assureur.

Des indicateurs de rentabilité et de solvabilité seront étudiés dans le cadre de ce mémoire afin de déterminer les hypothèses optimales permettant un pilotage de l'activité adapté à l'entreprise :

- Des indicateurs de solvabilité : BE, SCR, ratio de solvabilité, besoin en capital S2 (%PM) ;
- Des indicateurs de rentabilité assureur : RoRAC, VIF ;
- Des indicateurs de rentabilité assuré : taux servis en phase de constitution de l'épargne ;

La VIF, le BE et le SCR ont déjà été explicités précédemment. Nous allons donc nous concentrer sur les indicateurs tels que le RoRAC, les taux de revalorisation en phase de constitution de l'épargne ou le besoin en capital S2 (%PM).

6.1.2.1 Le RoRAC

Le RoRAC est un indicateur intéressant car il permet de prendre en compte le risque de l'assureur. Le *Return on Risk capital Adjustment* (RoRAC) mesure le rendement des profits en termes de risque, c'est-à-dire la part de profits générés à chaque nouvelle prise de risque. Cet indicateur peut être très utile dans une optique de maximisation de résultat et de minimisation du risque car il permet de définir le niveau de risque à partir duquel l'entreprise perd en rentabilité. Cet indicateur concilie les attentes des agents inquiets par la capacité de couverture de risque de l'entreprise (superviseur, assurés, réassureurs) et les attentes de agents demandeurs de résultat (souscripteurs, actionnaires, intermédiaires). Il se définit par le ratio suivant :

$$\text{RoRAC}_t = \frac{\text{RN}_t}{\text{Capital économique}_t}$$

Où RN correspond au résultat net du bilan de l'assureur à horizon t.

Ce ratio permet l'incorporation des risques par le biais du SCR et est généralement calculé sur toute la projection. Cependant, étant donné que le SCR sera calculé à horizon 1 an, RORAC sera, lui aussi, calculé à horizon 1 an, avec donc un résultat net calculé à horizon 1 an. Dans la suite de ce mémoire, le RoRAC sera donc calculé uniquement à horizon 1 an et le résultat net à partir duquel est calculé cet indicateur est aussi à horizon 1 an. Ce résultat net horizon 1 an correspond au résultat du bilan assureur lors de la première année de projection.

6.1.2.2 Taux de revalorisation servi en phase de restitution

Le taux de revalorisation servi en phase de restitution, ou encore taux servi, est un indicateur de rentabilité assuré. En effet, l'assuré cherche à obtenir la meilleure revalorisation possible pour son épargne. De ce fait, plus les taux servis seront élevés, plus le produit sera rentable du point de vue de l'assuré.

6.1.2.3 Le besoin en capital S2 (%PM)

La mise en place de la nouvelle réglementation Solvabilité II oblige les compagnies d'assurance à introduire des indicateurs en adéquation avec celle-ci. Ainsi, on définit le besoin en capital S2 (%PM) de la manière suivante :

$$\text{Besoin en capital} = \frac{\text{SCR} - \text{VIF}_{S2}}{\text{PM}}$$

Le calcul du capital à immobiliser en Solvabilité 2 passe par la détermination des indicateurs SCR, PM et VIF. A ce titre, il est nécessaire de les projeter chaque année à partir de la date de début de projection. Dans notre cas, le capital à immobiliser est calculé uniquement en $t = 1$.

Le SCR se calcule exactement de la même manière que dans le chapitre précédent, tandis que la VIF S2 se calcule de la manière suivante : $\text{VIF}_{S2} = \text{VM}_{\text{actif}} - \text{BE} - \text{RM} - \text{DT}$ avec VM_{actif} la valeur de marché des actifs, BE le Best Estimate, RM la marge pour risque et DT la valeur des impôts différés.

Le besoin en capital permet donc d'étudier le besoin induit par un produit de manière intrinsèque et permet de voir la vitesse de convergence de la VIF par rapport au SCR. En effet, si le SCR augmente plus vite que la VIF, le besoin en capital sera plus élevé.

Maintenant que le modèle dans son ensemble a été expliqué et modélisé (calibrage et simulation des actifs, évolution du passif, modélisation du produit épargne retraite individuel loi PACTE), les résultats sur le scénario central et sur les sensibilités peuvent être analysés afin de déterminer les paramètres optimaux pour maximiser le résultat tout en minimisant le SCR.

Troisième partie :

Résultats

7 Leviers de rentabilité et de solvabilité du produit

Le but de cette section est de présenter les résultats obtenus en scénario central dans les conditions présentés à la section **Erreur ! Nous n'avons pas trouvé la source du renvoi.** Ces résultats constituent la base de notre étude. En effet, le scénario central sert de point de départ pour le calcul des sensibilités réalisé dans la section suivante.

Pour chaque produit PER étudié, le modèle permettant le calcul du *Best Estimate* et du capital réglementaire est celui étudié dans les chapitres précédents. Dans le cadre de notre modélisation, différents indicateurs seront pris en compte :

- Indicateurs de solvabilité : BE, SCR, ratio de solvabilité, besoin en capital S2 ;
- Indicateurs de rentabilité pour l'assureur : RoRAC à horizon 1 an (appelé RoRAC 1 an), Résultat 1 an, VIF ;
- Indicateur de rentabilité pour l'assuré : taux servi par MP en phase de constitution.

Leurs définitions ont été explicitées dans la section Démarche et définitions des indicateurs de rentabilité et de solvabilité. Le but sera alors de déterminer les hypothèses optimales qui assureront au mieux la solvabilité et la rentabilité du produit, aussi bien du point de vue de l'assuré que du point de vue de l'assureur. Pour cela, l'assureur peut trouver un intérêt à revoir certaines caractéristiques de son contrat. De ce fait, trois grandes catégories de sensibilités seront effectuées :

- Des sensibilités sur les paramètres du contrat ;
- Une sensibilité sur la revalorisation en phase de restitution ;
- Des sensibilités sur la gestion d'actifs.

7.1 Détermination du Scénario Central

Le modèle qui servira de base au calcul des indicateurs est le modèle ALM décrit précédemment. Ce dernier a été modifié de façon à obtenir un modèle répondant aux hypothèses d'un produit retraite épargne de type loi PACTE. Ce modèle est basé sur des simulations stochastiques afin de capter au mieux les résultats de rentabilité et de solvabilité d'un tel produit.

Dans le cadre de notre modélisation, la totalité de l'épargne sera placée sur des fonds euros. Cette hypothèse est contre-intuitive étant donné que la loi PACTE permet de placer les encours majoritairement sur des fonds UC. Cependant, pour prendre en compte la garantie de capital de notre contrat, nous nous placerons sur des fonds euros.

L'outil prend en entrée 1000 scénarios économiques risque neutre indépendants générés par le GSE. Pour chaque scénario, le modèle projette l'actif et le passif de la compagnie sur 50 ans, tout en effectuant les interactions entre eux.

7.1.1 Rentabilité et solvabilité du *Base Case*

Les hypothèses pour notre étude sont les suivantes :

Scénario central

PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
			Table de gestion pilotée : Equilibrée

Remarque : Une telle quantité d'actifs immobilier est aberrante dans une gestion fortement placée sur des actifs risqués, étant donné qu'ils sont peu liquides, mais trouve son sens lorsque la quantité d'actifs risqués est diminuée.

La table utilisée pour la gestion pilotée « équilibrée horizon retraite » est la suivante :

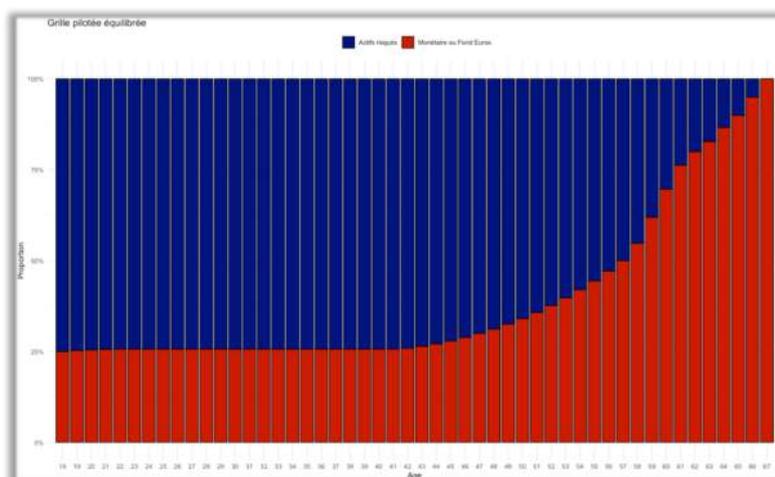
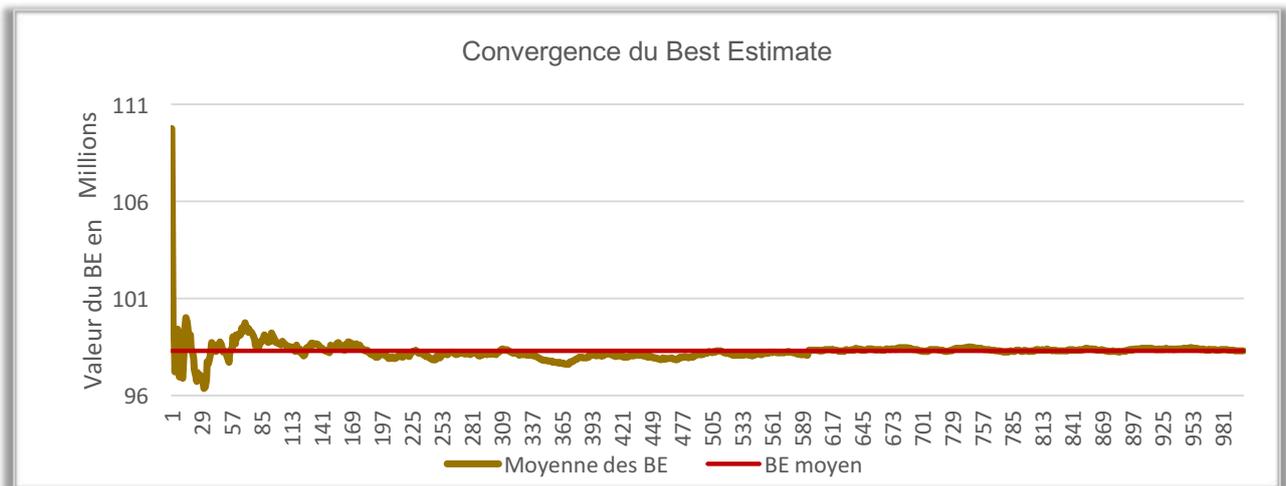


Figure 36 : Table de gestion pilotée "équilibrée horizon retraite"

Cette table est un exemple de table de gestion pilotée par défaut, aussi appelée « équilibrée horizon retraite ».

Remarque : Pour l'ensemble des graphes de gestion pilotée, les barres rouges représentent la part d'actifs non risqués pour un âge donné tandis que les barres bleues représentent la part d'actifs risqués pour un âge donné.

Pour déterminer le nombre de simulations nécessaire pour obtenir une bonne approximation du BE, il faut s'intéresser à la convergence des approximations en fonction du nombre de simulations. Voici le schéma de convergence du BE pour 1000 simulations :



Graphiquement, il semblerait que dès 600 simulations, la valeur du BE converge. Nous avons cependant décidé de maintenir le nombre de simulations à 1000 dans le cadre de notre étude. Les résultats restitués correspondent donc aux espérances calculées sur les 1000 simulations.

Les tableaux ci-dessous regroupent les différentes valeurs de SCR calculées après les chocs en euros en millions d'euros :

SCR Taux	SCR Actions	SCR Immo	SCR Spread	SCR Marché
1,17	1,04	0,906	2,11	4,37

Figure 37 : Valeur des modules du SCR Marché

SCR Longévité	SCR Rachats	SCR Frais	SCR Révision	SCR CAT	SCR Vie
0,469	1,52	0,640	0,188	0,04	2,16

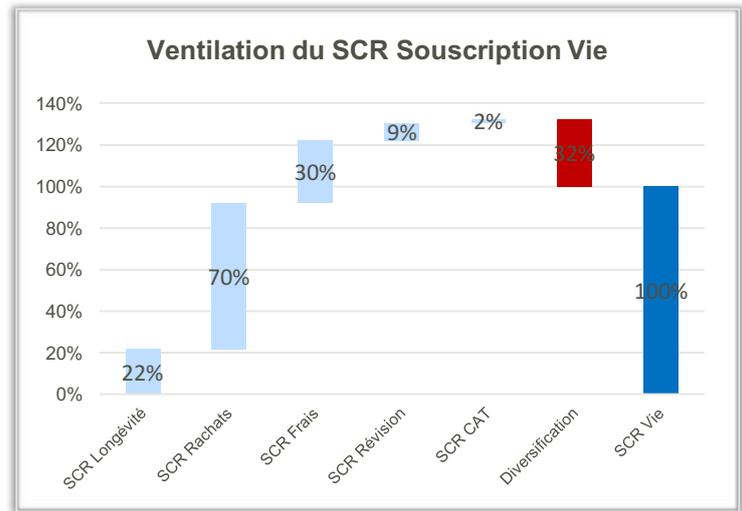
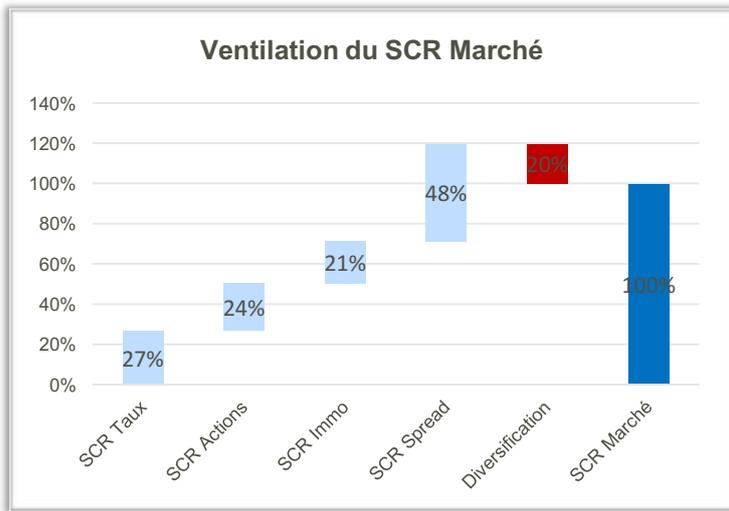
Figure 38 : Valeur des modules du SCR Vie

Il convient ensuite de prendre en compte la corrélation à l'intérieur des modules Marché et souscription Vie puis la corrélation des deux modules eux-mêmes afin d'obtenir le BSCR. Sont obtenus les SCR suivants pour notre table équilibrée :

SCR Marché	SCR Souscription Vie	BSCR
4,37	2,16	5,33

Figure 39 : Valeur des modules du SCR total

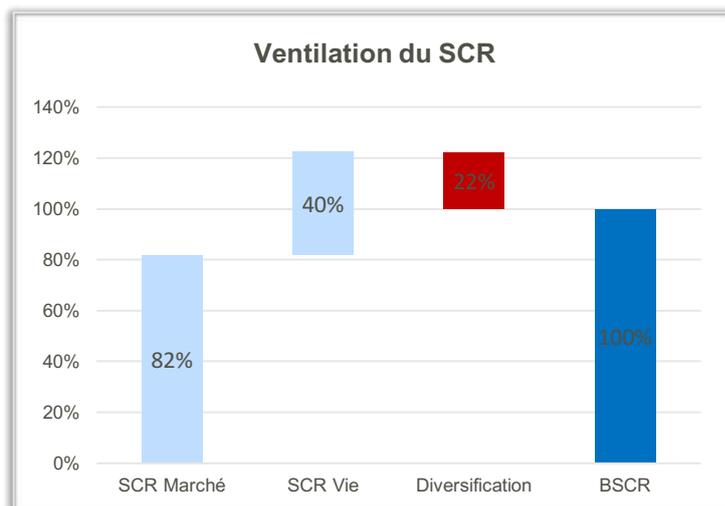
Pour plus de visibilité, voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total. Cette ventilation permettra de mieux appréhender l'interprétation des résultats lors du changement de tables et lors du calcul de sensibilités.



Nous pouvons constater que le SCR Spread est important malgré la proportion d'actifs risqués dans notre modèle. Cela est lié au contexte de taux bas et au fait qu'une grande partie de la modélisation se déroule au cours de la phase de restitution. En effet, en phase de restitution, le choix a été fait de verser à l'assuré une rente revalorisée au minimum à l'inflation. Cependant, en cas de choc sur la valeur de marché des obligations, il est plus difficile pour l'assureur de tenir ses engagements de revalorisation minimale, l'épargne étant placée à 100% sur des supports obligataires durant la phase de rente.

Cela explique aussi la valeur du SCR Taux. En effet, l'on pourrait s'attendre à ce que le SCR Taux soit relativement faible cependant, il est de 27%. En effet, lorsque l'assureur se donne pour objectif d'indexer l'arrérage au niveau des taux d'inflation et selon la politique de participation aux bénéficiaires, le portefeuille est d'autant plus sensible à une baisse des taux d'intérêt. Or, sachant que la valeur du premier arrérage est élevée à cause des revalorisations obtenues lors de la phase de constitution de l'épargne, il est normal que le SCR Taux soit élevé. Cette hypothèse est vérifiée lorsque l'assureur n'indexe plus sa rente à l'inflation. Ces sensibilités sont traitées dans la suite de ce mémoire.

Remarque : Pour l'ensemble des scénarios lancés, notre produit est plus sensible à une baisse des taux.



Nous pouvons constater que le SCR Marché représente la grande majorité du SCR.

Le tableau récapitulatif suivant montre les valeurs des indicateurs retenus pour l'analyse de la rentabilité de notre produit :

Ratio de Solvabilité	RORAC 1 an
142,10%	27,50%

Notre produit est donc solvable, le ratio étant supérieur à 100%. Dans la suite de ce mémoire, nous chercherons à déterminer les hypothèses techniques qui optimiseront la rentabilité et la solvabilité des nouveaux PER. Nous tacherons aussi de suivre l'évolution des taux de revalorisation moyens lors du calcul des sensibilités.

Dans le cas d'une table de gestion pilotée équilibrée, les taux servis suivants sont obtenus :

Taux servi MP « vieux »	Taux servi MP « intermédiaire »	Taux servi MP « jeune »
2,52%	3,91%	4,21%

Ces taux sont supérieurs à ceux d'un plan retraite classique ou encore à ceux servis pour des assurances vie. En effet, l'assurance vie offrait un taux de 1,8% en 2018 selon la FFA. Il est intéressant de remarquer que le taux moyen servi lors de la phase de constitution est plus important pour un profil jeune que pour un profil vieux. En effet, le MP jeune, ayant cotisé plus tôt et sur des actifs plus risqués, obtient une revalorisation plus importante.

Notre projection du nouveau produit PER en scénario central permet d'atteindre une espérance de rendement annualisée pour les assurés, supérieure à celle proposée par des assurances vie. Côté assuré, il y a donc un gain en rentabilité. Côté assureur, le produit est rentable.

Cependant, afin d'améliorer la rentabilité et la solvabilité du produit, l'assureur peut trouver un intérêt à revoir certaines caractéristiques de son contrat. De ce fait, trois grandes catégories de sensibilités seront effectuées :

- Des sensibilités sur les paramètres du contrat ;
- Une sensibilité sur la revalorisation en phase de restitution ;
- Des sensibilités sur la gestion d'actifs.

8 Sensibilités sur paramètres et tables d'allocation

Le but de cette section est de comprendre les variations sur les indicateurs de rentabilité et de solvabilité choisis afin de piloter les décisions de l'assureur quant aux caractéristiques de son contrat.

Nous nous intéresserons dans un premier temps aux caractéristiques contractuelles du produit. Puis nous enchaînerons sur le calcul d'une revalorisation alternative en phase de restitution. Enfin, nous testerons différentes formes d'allocations d'actifs. À l'issue de ces étapes, nous pourrions proposer un ensemble de paramètres à retenir pour construire un produit optimisé.

8.1 Les paramètres du contrat

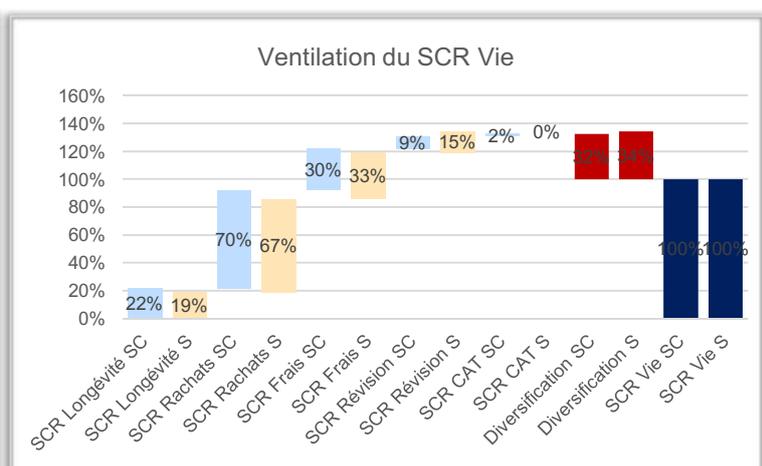
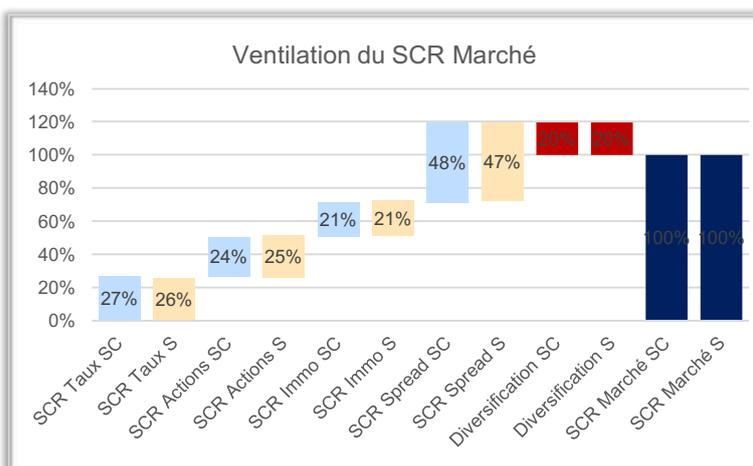
Nous nous intéressons ici à l'impact d'une augmentation du montant de primes minimal et de la variation du taux de chargement sur encours afin de déterminer les caractéristiques du produit les plus favorables à retenir.

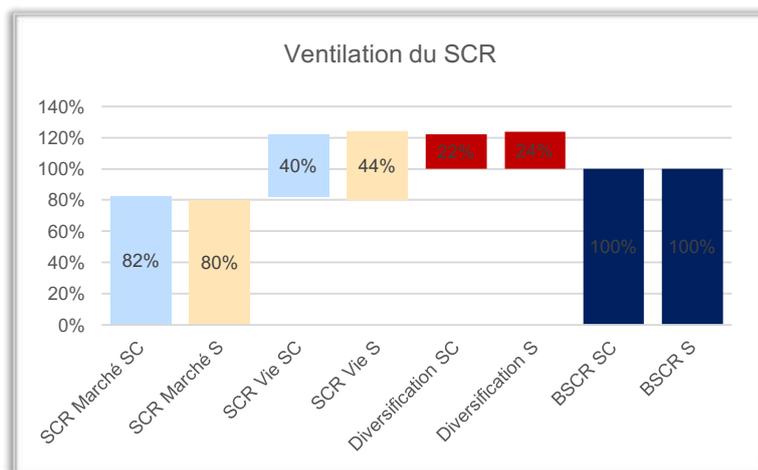
8.1.1 Augmentation de 30% du montant de prime minimal

Rappelons que le montant de primes minimal est de 600 euros en scénario central. Nous effectuerons une augmentation de 30% sur ce montant.

Sensibilité sur le niveau de prime minimal			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 780 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
			Table de gestion pilotée : Equilibrée

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :





Remarque : SC = scénario central et S = scénario choc de sensibilité

Une modification du niveau de primes ne modifie pas de façon significative la répartition du SCR Marché. Cependant, nous devons relever une hausse de 3% dans la répartition du SCR Vie et du SCR Frais ainsi qu'une hausse de 6% du SCR Révision. Cela signifie qu'une hausse des primes, parce qu'elle entraîne une hausse de la provision mathématique pour les assurés, fait aussi augmenter les frais. De plus, une hausse de la PM signifie une hausse du montant de rente dès le premier versement, ce qui entraîne une hausse du SCR Révision.

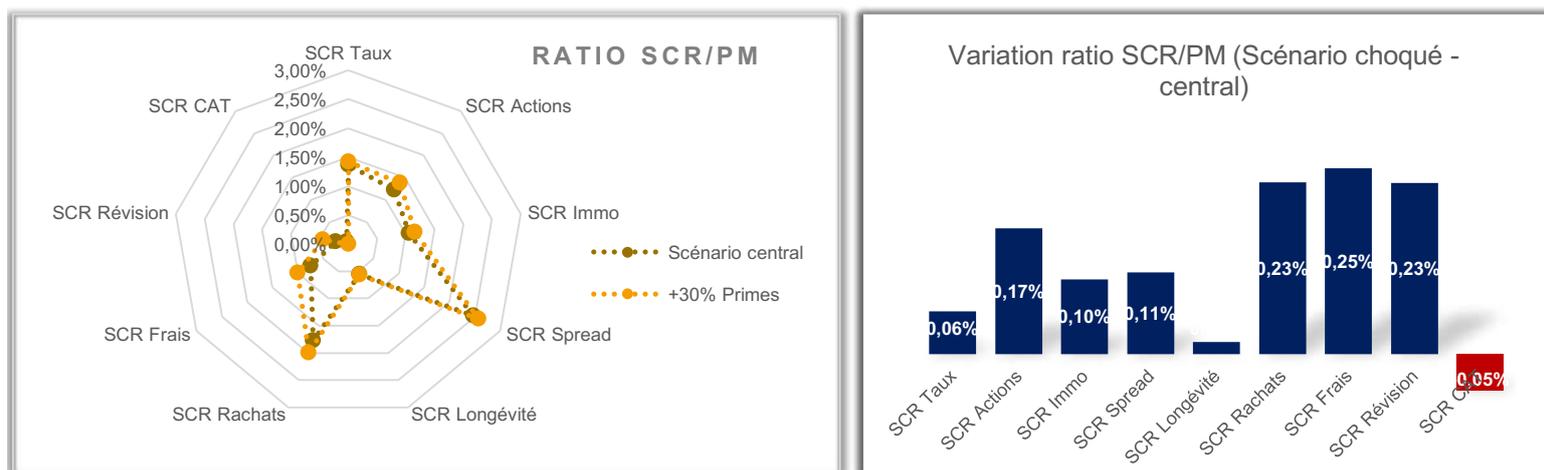
De ce fait, parce qu'une augmentation des primes modifie le SCR Vie, aussi bien en répartition qu'en montant, il est plus important dans le poids du SCR.

		Equilibré	Primes +30%
Rentabilité assureur	VIF/SCR	20,17%	21,99%
	Résultat horizon 1 an (en Millions d'euros)	1,47	1,49
	RoRAC horizon 1 an	27,50%	26,98%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	2,52%	2,54%
	Taux MP « intermédiaire »	3,91%	3,95%
	Taux MP « jeune »	4,21%	4,32%
Solvabilité	SCR (en Millions d'euros)	5,33	5,87
	BE (en Millions d'euros)	98,29	98,58
	Ratio de solvabilité	142,10%	132,81%
	Besoin en capital S2 (%PM)	-2,62%	-2,25%

Une augmentation des primes augmente le BE car l'assureur a plus d'engagements envers ses assurés. Le SCR augmente aussi, ceci s'explique par l'augmentation générale du SCR Marché et Vie. L'augmentation du SCR Marché s'explique car plus d'encours sont placés sur les marchés financiers tandis que l'augmentation du SCR Vie s'explique car, en cas de rachat ou en phase de restitution par exemple, l'assureur doit verser plus que par rapport au scénario central.

Cette augmentation du SCR entraîne indubitablement une baisse du RoRAC 1 an, malgré la hausse du résultat horizon 1 an. Cependant, le ratio VIF/SCR augmente. Cela prouve que la VIF augmente aussi, bien qu'elle augmente moins vite que le SCR. C'est d'ailleurs pour cette raison que le besoin en capital S2 augmente.

Côté assuré, les taux sont plus élevés lorsque les primes augmentent de 30%. Cela traduit une meilleure rentabilité pour l'assuré.



Aussi bien en scénario central qu'en scénario « +30% de primes », ce sont les SCR Spread et les SCR Rachats qui sont les plus lourds en terme de solvabilité. Les principales variations sont sur les SCR Frais, Rachats et Révision. Cependant, nous pouvons négliger les SCR Révision et Frais étant donné que leur poids est relativement faible par rapport aux autres. Le ratio SCR Rachats/PM du scénario « +30% de primes », est à prendre en compte. C'est notamment pour cela que le SCR est plus élevé en scénario « +30% de primes », qu'en scénario central. En effet, une hausse des taux de rachats, alors que les PM sont plus importantes, entraînent une hausse du SCR.

Du côté de l'assureur, un tel produit est moins solvable car le SCR est plus élevé. Il reste cependant rentable car la VIF augmente aussi. En effet, ajouter des primes fait augmenter le chiffre d'affaire donc la VIF augmente, de même que les produits futurs. D'un autre côté, nous pouvons constater que les taux versés en phase de constitution sont plus élevés qu'en scénario central. Cela signifie que le produit est aussi plus rentable du côté assuré.

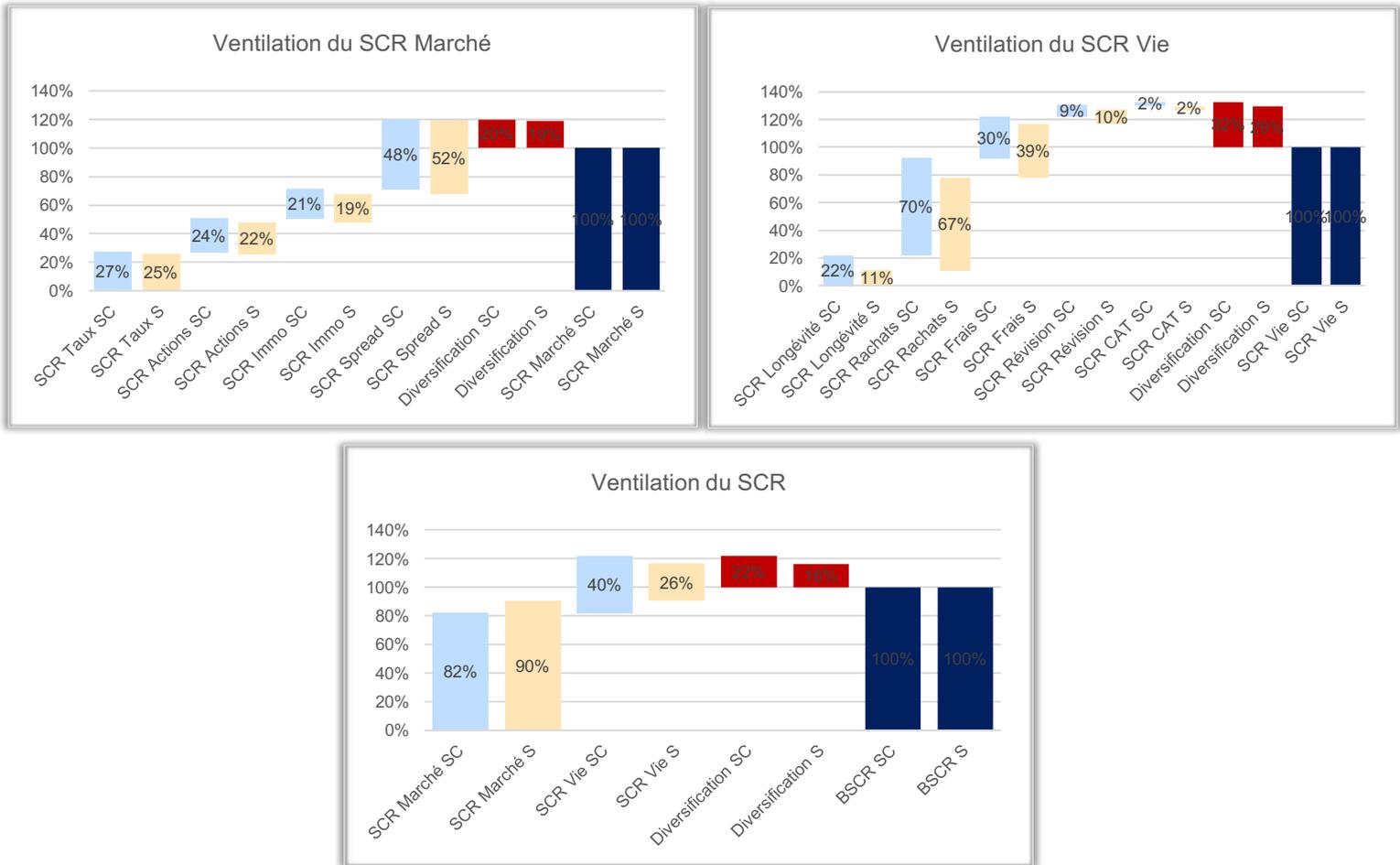
De ce fait, augmenter le niveau de primes minimal permet d'améliorer la rentabilité du produit mais pas systématiquement sa solvabilité. De plus, trop augmenter le niveau minimal de primes peut exclure une partie de la population et transformer le produit en un produit haut de gamme. Ainsi, dans la quête du montant minimal de prime optimal, il sera opportun de connaître les ressources de la population cible et leur capacité d'épargne afin d'adapter son niveau. Pour savoir de combien augmenter sa prime, un assureur peut choisir d'aligner son montant minimum de primes au maximum proposé sur le marché du PER pour un produit similaire. Le montant de primes annuel plafond du benchmark est de 1200 euros, pour une moyenne de 800 euros sur l'ensemble des plans proposés. Cependant, cette somme de 1200 euros imposée risque de rebuter certains potentiels assurés. Il serait donc judicieux de s'aligner sur la moyenne du marché en proposant un minimum de 800 euros de primes par an et en proposant d'adapter selon le profil de risque de l'assuré.

8.1.2 Variation du taux de chargement sur encours

Rappelons que le taux de chargement sur encours est de 1% en scénario central. Nous effectuerons une variation de -0.5% sur ce taux.

Sensibilité sur le taux de chargement sur encours			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 0,5%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
Table de gestion pilotée : Equilibrée			

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



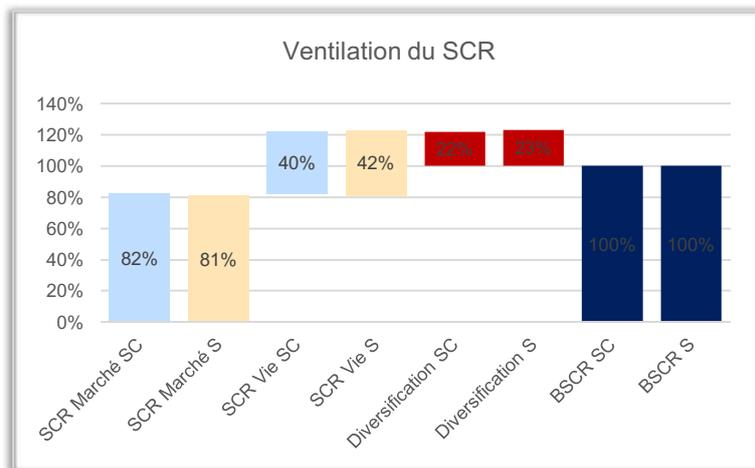
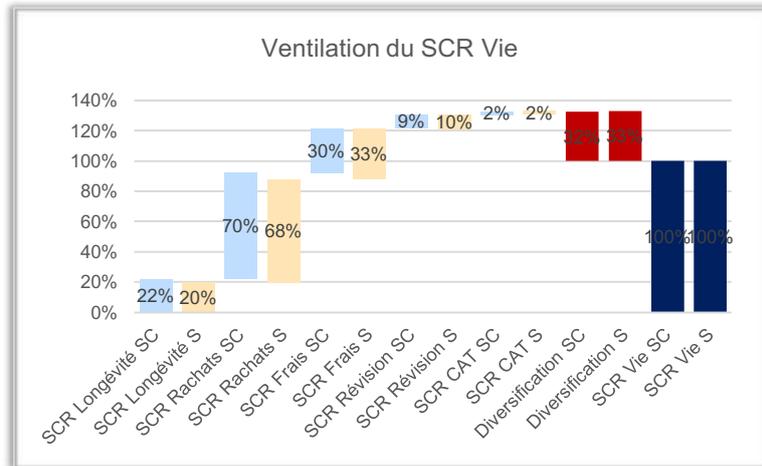
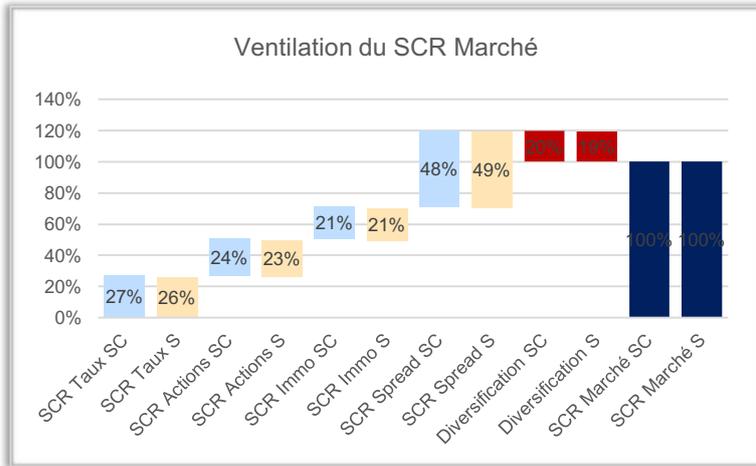
Une diminution du taux de chargement sur encours donne un poids plus important au SCR Marché dans le SCR. En effet, plus d'encours sont sur le marché. Ceci explique aussi l'augmentation du poids du SCR Frais et Révision dans le SCR Vie.

Après cette brève première analyse d'impact suite à une diminution du taux de chargement sur encours, nous enchaînons avec l'analyse d'une hausse de même taux.

Rappelons que le taux de chargement sur encours est de 1% en scénario central. Nous effectuerons une variation de +0.5% sur ce taux.

Sensibilité sur le taux de chargement sur encours			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1,5%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
Table de gestion pilotée : Equilibrée			

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



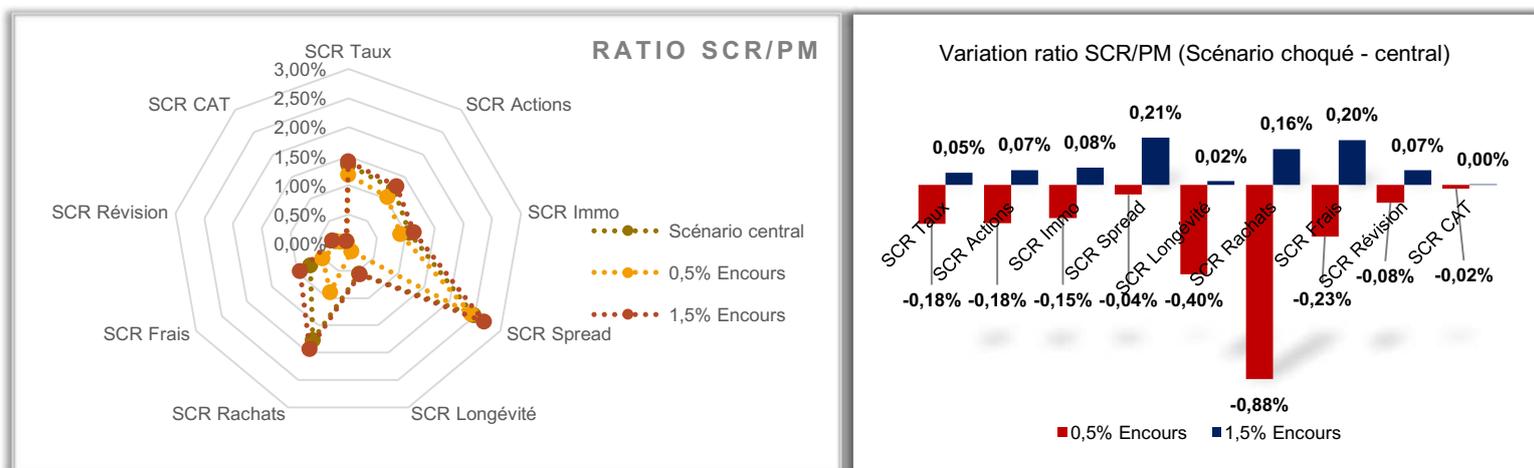
Contrairement à précédemment, une augmentation du chargement sur encours de 0,5% ne modifie pas significativement la répartition des poids dans les SCR Vie et Marché. Il sera donc opportun de poursuivre l'analyse avec les différents indicateurs de solvabilité et de rentabilité.

		Chargement encours -0,5%	Equilibré	Chargement encours +0,5%
Rentabilité assureur	VIF/SCR	-33,93%	20,17%	35,67%
	Résultat horizon 1 an (en Millions d'euros)	1,25	1,47	1,58
	RoRAC horizon 1 an	28,33%	27,50%	27,38%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	2,94%	2,52%	2,48%
	Taux MP « intermédiaire »	4,45%	3,91%	3,85%
	Taux MP « jeune »	4,67%	4,21%	4,13%
Solvabilité	SCR (en Millions d'euros)	4,42	5,33	5,78
	BE (en Millions d'euros)	100,87	98,29	98,11
	Ratio de solvabilité	113,37%	142,10%	148,15%
	Besoin en capital S2 (% PM)	-0,69%	-2,62%	-3,25%

Une variation à la baisse du taux de chargement sur encours diminue la rentabilité du produit, ainsi que sa solvabilité. Baisser le taux de chargement sur encours permet de minimiser le SCR cependant, cela n'empêche pas le ratio de solvabilité d'être faible. Cette diminution du SCR entraîne une augmentation du RoRAC horizon 1 an et biaise son interprétation. En effet, le ratio VIF/SCR met en avant une VIF négative face à un engagement assureur trop important : la rentabilité d'un tel produit pour un assureur est inexistante. De plus, elle entraîne une augmentation du besoin en capital S2, la VIF diminuant plus vite que le SCR.

Au contraire, l'augmentation du taux de chargement sur encours entraîne une augmentation du SCR, mais aussi une augmentation de la rentabilité. Cette augmentation du SCR entraîne une baisse du RoRAC 1 an, malgré la hausse des résultats, et du ratio VIF/SCR. Cependant, la VIF augmente plus vite que le SCR. En effet, nous relevons une baisse du besoin en capital S2. Un tel produit est donc plus rentable et plus solvable.

Les taux sont plus élevés lorsque les taux de chargement augmentent. Cela traduit une meilleure rentabilité pour l'assuré. Cependant, nous pouvons constater que plus les taux de chargement sur encours augmentent, moins l'impact sur la rentabilité de l'assuré est important.



Chargement sur encours 0,5%

Les ratios SCR/PM sont moins élevés que ceux du scénario central, ce qui traduit un SCR plus faible. En scénario central, notre produit est sensible aux SCR Spread, Rachats et

Taux. Dans ce scénario « 0,5% de chargement sur encours », le produit est plus sensible aux SCR Spread, Taux et Actions. Le produit obtenu n'est donc que peu sensible aux rachats. En effet, la revalorisation versée nette de chargement se rapproche de la revalorisation cible, il y a donc moins de rachats.

Chargement sur encours 1,5%

Les ratios SCR/PM sont plus élevés que ceux du scénario central, ce qui traduit un SCR plus élevé. Les plus fortes variations de ratios sont liées aux calculs des SCR Frais, Spread et Rachats. Le SCR Frais, relativement faible, est négligeable. Si le SCR Rachats augmente, c'est dû la diminution de revalorisation versée. Le taux versé net de chargement s'éloigne du taux cible, il y a donc plus de rachats.

Ainsi, augmenter le taux de chargement sur encours entraîne une hausse de la rentabilité et de la solvabilité du produit. Cependant, trop augmenter ce chargement modifie les taux versés aux assurés et augmente le SCR Rachat, donc le SCR global. Il est donc nécessaire d'optimiser le taux de chargement sur encours. En effet, plus il est élevé, plus la rentabilité et la solvabilité du produit augmentent.

En d'autres termes, du côté de l'assureur, augmenter le taux de chargement est rentable pour l'assureur et offre un produit plus solvable, tandis que le diminuer entraîne une baisse de la rentabilité et de la solvabilité pour l'assureur. A contrario, du côté de l'assuré, augmenter les taux de chargement sur encours entraîne une baisse de la revalorisation nette de chargement donc un tel produit est moins rentable. Pour choisir un taux de chargement optimal, il est préférable pour l'assureur de choisir un taux élevé, sans pour autant être dans le haut de la fourchette (2%) afin de limiter les effets de la concurrence. Il peut statuer par exemple sur un taux compris entre 1,25% et 1,75%.

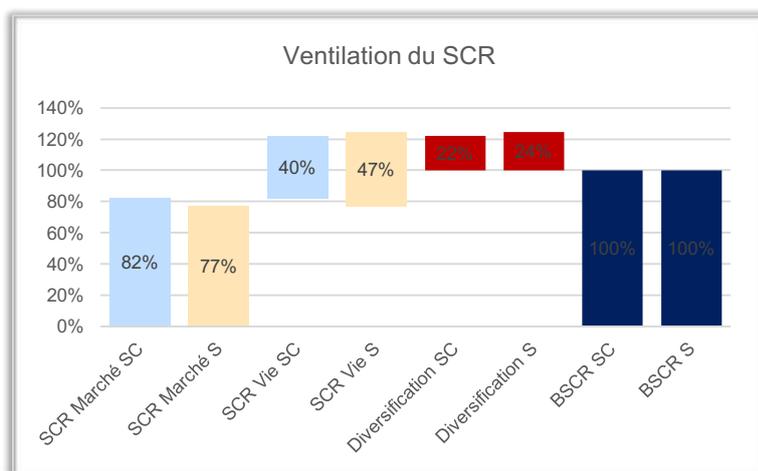
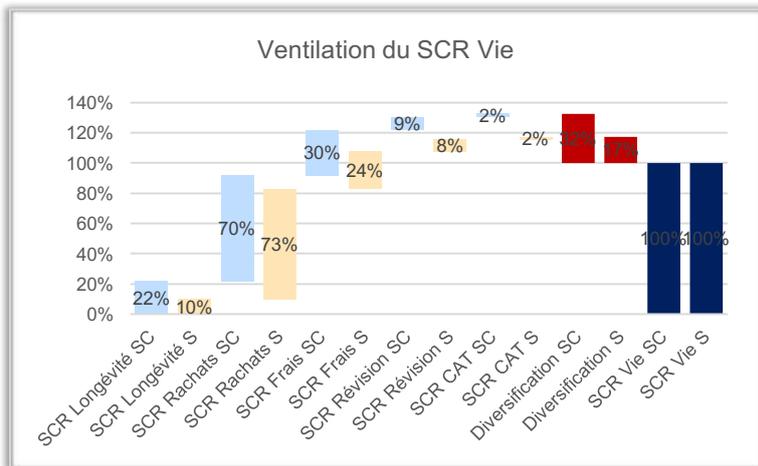
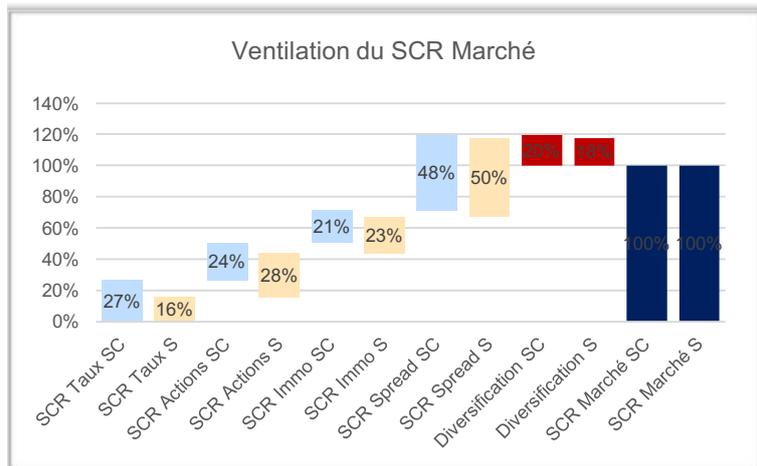
8.2 La politique de revalorisation en phase de restitution

Nous nous intéressons ici à l'impact de la suppression de l'objectif d'indexation des rentes à l'inflation lors de la phase de restitution. Rappelons qu'en scénario central, les rentes sont revalorisées au maximum par le taux technique de 0% et le taux de PB, avec un objectif de revalorisation au niveau des taux d'inflation.

Dans notre scénario « sans inflation », elles ne seront revalorisées que par la politique de PB au taux technique de 0%.

Sensibilité sur la politique de revalorisation en phase de restitution			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères
			Table de gestion pilotée : Equilibrée

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



Le résultat important à relever ici est celui du SCR Taux. En effet, il est significativement inférieur à celui du scénario central. Cela s'explique car, l'assureur n'étant plus tenu d'atteindre un niveau de revalorisation élevé lié à l'indexation à l'inflation, l'engagement pour l'assureur est moindre, tout comme son capital à mobiliser pour un choc sur les taux. En effet, ne pas revaloriser les rentes à l'inflation entraîne un engagement inférieur de la part de l'assureur. Si les autres SCR augmentent en répartition dans le SCR Marché, c'est parce que le SCR Taux diminue.

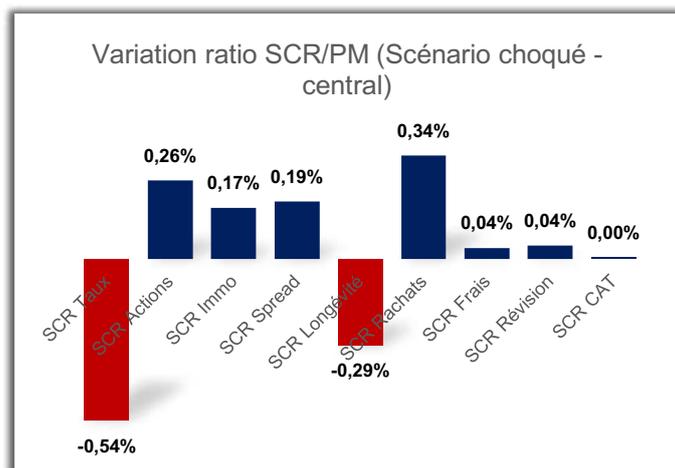
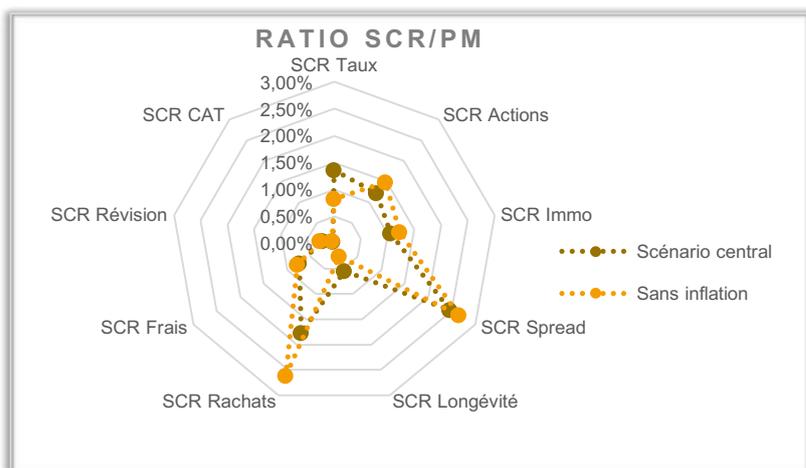
De plus, nous pouvons constater une forte variation du SCR Rachats. Cette variation est liée à la diminution de la part du SCR Longévité dans la répartition du SCR Vie. En effet, supprimer la revalorisation à l'inflation influe sur le SCR Longévité car le montant de rentes versées diminue.

		Equilibré	Sans inflation
Rentabilité assureur	VIF/SCR	20,17%	45,53%
	RoRAC horizon 1 an	27,50%	25,10%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	1,86%	1,45%
Solvabilité	SCR (en Millions d'euros)	5,33	5,84
	BE (en Millions d'euros)	98,29	96,71
	Ratio de solvabilité	142,10%	156,82%
	Besoin en capital S2 (% PM)	-2,62%	-3,88%

Ne pas indexer les rentes à l'inflation fait augmenter la rentabilité et la solvabilité du produit. En effet, le ratio VIF/SCR est plus élevé qu'en scénario central, de même que son ratio de solvabilité, malgré l'augmentation du SCR. C'est d'ailleurs pour cela que le RoRAC 1 an augmente pour un même résultat assureur.

De plus, bien que le SCR soit plus élevé qu'en scénario central, le besoin en capital S2 diminue aussi car la VIF augmente plus vite que le SCR. Un tel produit est donc plus rentable pour l'assureur.

Pour expliquer la différence de revalorisation, seul le taux servi en phase de restitution pour le MP « vieux » est donné. En effet, en phase de restitution, l'épargne restante est placée entièrement sur des obligations et c'est le MP « vieux » qui reste le plus longtemps en phase de restitution. Les taux sont plus élevés lorsque les revalorisations sont indexées à l'inflation. Cela traduit une meilleure rentabilité pour l'assuré.



Nous pouvons ici constater la forte variation sur le ratio SCR Taux/PM. Cela est lié à la suppression de la revalorisation à l'inflation lors de la phase de restitution sur les rentes. Comme expliqué précédemment, ce ratio diminue car l'assureur a pour objectif de revalorisation selon la politique de participations aux bénéfices et avec un taux technique de 0%. Il est donc moins contraint par les variations des taux.

Ainsi, du côté de l'assureur, retirer l'objectif d'indexation à l'inflation sur les rentes entraîne une hausse de la rentabilité et de la solvabilité du produit. Cependant, du côté de l'assuré, une telle action diminue sa rentabilité.

La revalorisation à l'inflation est un objectif que se propose d'atteindre l'assureur dans notre PER. Elle n'est pas nécessaire. D'ailleurs, l'assureur est déjà tenu de revaloriser la rente au moins au taux technique de 0%. De ce fait, l'assuré sera toujours assuré d'avoir un montant de rente au moins croissant.

8.3 La gestion d'actifs

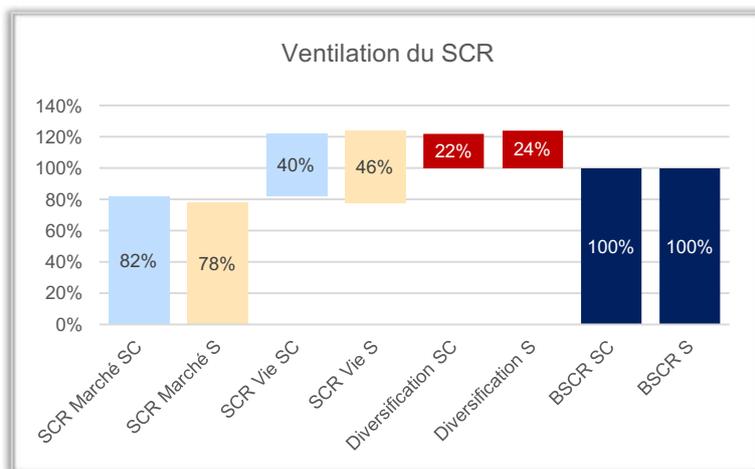
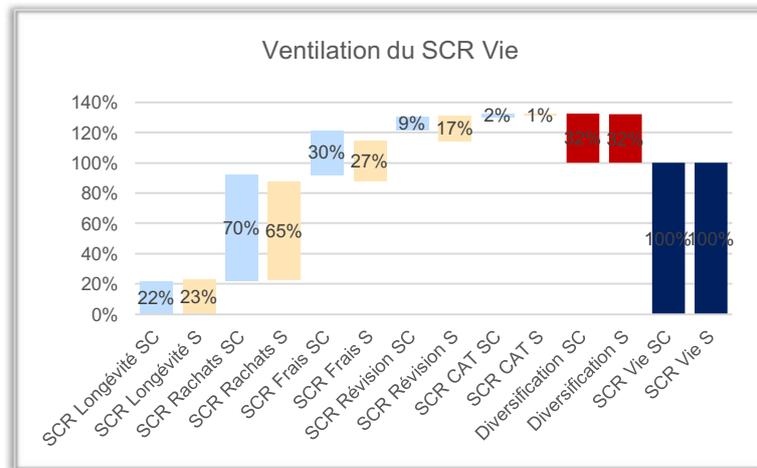
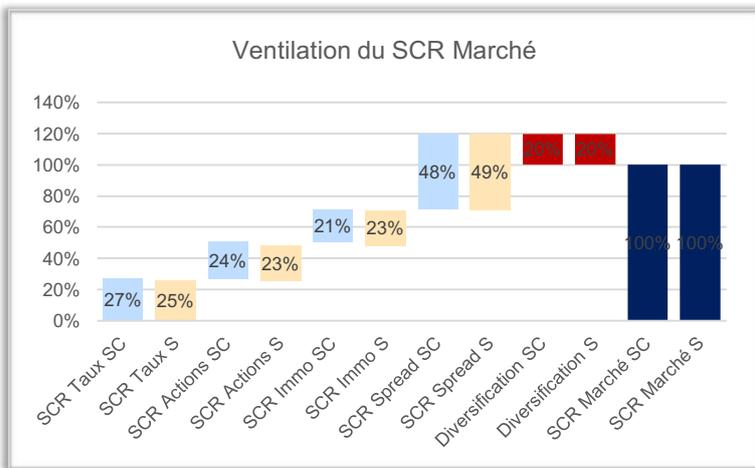
Nous nous intéressons ici à l'impact d'une modification de la répartition des actifs risqués au sein du bilan et du remplacement des tables de gestion pilotée par une table prudente, une table équilibrée alternative et une table dynamique.

8.3.1 Modification de la répartition des actifs risqués

Rappelons que la répartition initiale des actifs risqués est de 47,60% d'actions et de 52,10% d'immobilier en scénario central. Nous commencerons par appliquer une sensibilité de -15% sur la poche actions, qui se compense par une augmentation de 15% sur la poche immobilier.

Sensibilité sur la répartition des actifs risqués			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	<u>Actions</u>	<u>Immobilier</u>	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	32,90%	67,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
			Table de gestion pilotée : Equilibrée

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



Nous pouvons constater une faible augmentation du SCR Immo. En effet, celle-ci est directement liée à l'augmentation de la proportion d'actifs immobiliers dans le portefeuille.

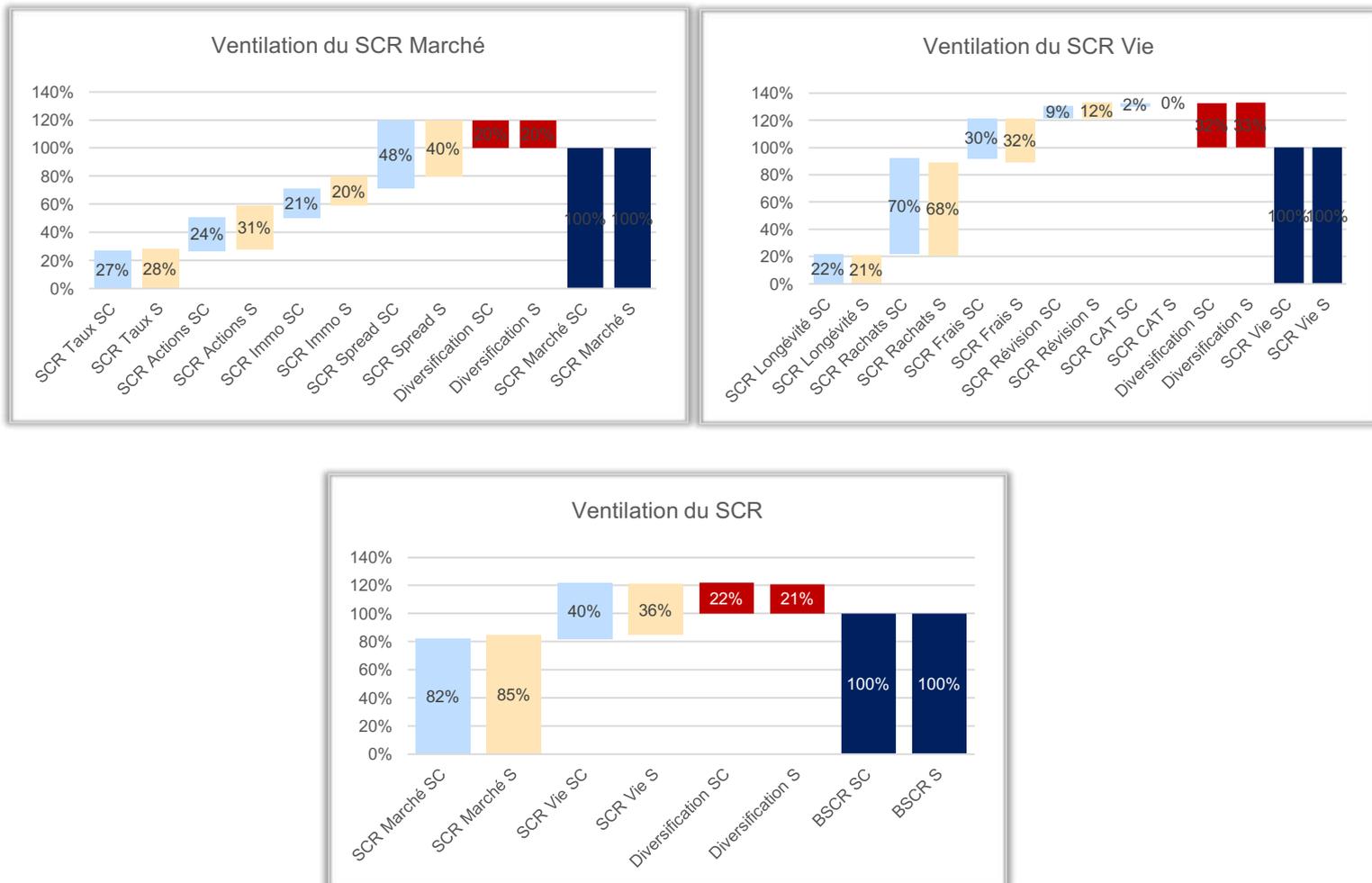
Cependant, cette augmentation reste contenue car ces derniers restent moins risqués que d'autres actifs comme les actions.

Le SCR Marché est moins important en poids dans le SCR qu'en scénario central, étant donné la diminution d'actifs actions dans le portefeuille.

Maintenant, nous appliquerons une sensibilité de +15% sur la poche actions, qui se compense par une diminution de 15% sur la poche immobilier.

Sensibilité sur la répartition des actifs risqués			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	62,90%	37,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
Table de gestion pilotée : Equilibrée			

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



Comme attendu, nous pouvons constater une augmentation du SCR Action. En effet, l'augmentation de SCR Action est directement liée à l'augmentation de la proportion d'actifs

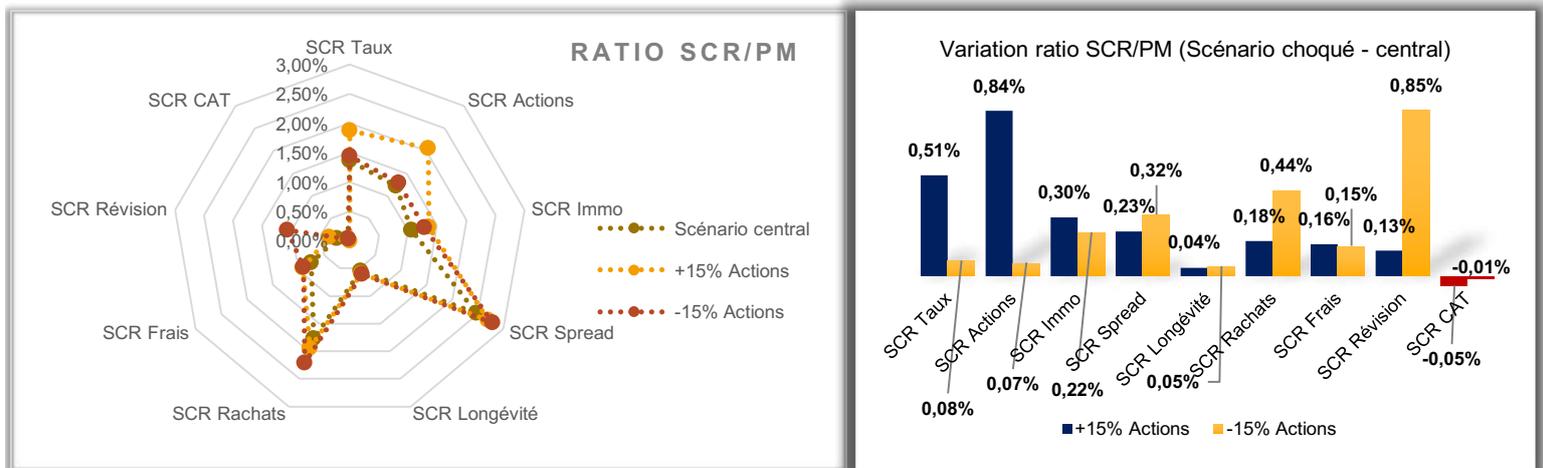
actions dans le portefeuille. De plus, celle-ci explose car les actions sont des actifs très risqués qui nécessitent une grande mobilisation de capital. Le SCR Marché est plus important en poids dans le SCR qu'en scénario central, étant donné l'augmentation d'actifs actions dans le portefeuille.

		Actions -15%	Equilibré	Actions +15%
Rentabilité	VIF/SCR	49,16%	20,17%	-7,16%
	RoRAC horizon 1 an	23,47%	27,50%	21,73%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	2,37%	2,52%	2,63%
	Taux MP « intermédiaire »	3,68%	3,91%	4,09%
	Taux MP « jeune »	3,96%	4,21%	4,40%
Solvabilité	SCR (en Millions d'euros)	6,24	5,33	6,75
	BE (en Millions d'euros)	96,30	98,29	99,85
	Ratio de solvabilité	153,23%	142,10%	89,20%
	Besoin en capital S2 (% PM)	-3,89%	-2,62%	0,85%

Moins il y a d'actions dans l'allocation, plus le ratio VIF/SCR sera élevé et plus l'engagement de l'assureur sera faible. Si le ratio VIF/SCR augmente lorsque la proportion d'actions diminue, c'est avant tout lié au fait que la VIF augmente plus vite que le SCR. D'ailleurs, si le RoRAC 1 an diminue, c'est parce que le SCR augmente. De plus, le BE diminuant avec la proportion d'actions, l'engagement assureur est moins élevé lorsque moins d'actions sont présentes en portefeuille. Cela est dû est à la revalorisation de l'épargne. En effet, l'actif immobilier, étant moins volatil et possédant un rendement plus faible que l'actif action, il est attendu que le rendement d'un tel produit soit moins élevé.

Diminuer la quantité d'actions améliore donc la rentabilité d'un tel produit. A contrario, augmenter sa quantité engendre un produit peu rentable pour l'assureur et non solvable.

Les taux sont plus élevés lorsque la proportion d'actifs actions est plus importante dans le portefeuille. Ce résultat est attendu étant donné que les actifs immobiliers sont moins rentables que les actions. De plus, les taux servis MP « jeune » sont toujours plus élevés car, grâce à la gestion pilotée, les taux servis en début de projection sont plus élevés car les encours sont en grande partie placés sur des supports risqués à forts rendements.



Actions -15% ; Immobilier +15%

Comme pour le scénario central, ce sont les SCR Spread et Rachats qui ont les poids les plus importants respectivement pour les modules Marché et Vie. Cependant, dans ce nouveau scénario, notre produit est plus sensible au SCR Immo étant donné qu'il possède plus d'actifs immobiliers.

Actions +15% ; Immobilier -15%

Comme pour le scénario central, ce sont les SCR Spread et Rachats qui ont les poids les plus importants respectivement pour les modules Marché et Vie. Le SCR Taux est d'autant plus élevé à cause de la revalorisation plus importante de l'épargne. Cependant, en scénario central, notre produit est plus sensible au SCR Action étant donné qu'il possède plus d'actifs actions.

Bien que les nouveaux scénarios soient construits en miroir, les impacts dans les variations des ratios ne le sont pas. Cela est lié à la volatilité plus grande des actions. Cela laisse supposer qu'une allocation optimale peut exister.

De ce fait, du côté de l'assureur, augmenter la quantité d'actions ne permet pas d'avoir un produit rentable et solvable alors que du côté de l'assuré, surtout si ce dernier est jeune en début de projection, il peut s'attendre à recevoir des taux de revalorisations importants. A contrario, diminuer la quantité d'actions dans le bilan d'un assureur au profit d'actifs immobilier, moins risqués que des actions, améliorent le résultat de solvabilité, mais aussi sa rentabilité pour l'assureur alors qu'elle diminue pour l'assuré.

Pour aller plus loin, améliorer la rentabilité et la solvabilité d'un tel produit tout en maximisant les taux versés afin de limiter d'éventuels rachats peut se faire en prenant le choix d'une allocation dynamique au sein du fonds d'actifs risqués.

8.3.2 Sensibilité sur les tables de gestion pilotée

Rappelons que toutes les sensibilités faites jusqu'à présent ont été faites à partir d'une table de gestion pilotée équilibrée par défaut. Cependant, un assureur est dans l'obligation de proposer au potentiel assuré, dans le cadre de la souscription d'un PER, au moins une autre table de gestion pilotée parmi les suivantes :

- Table de gestion pilotée « prudente horizon retraite » ;
- Table de gestion pilotée « dynamique horizon retraite ».

Pour rappel, peuvent être qualifiés de « **prudent horizon retraite** », les profils d'investissement dont la part des actifs présentant un profil d'investissement à faible risque est au minimum égale à :

- 30 % de l'encours du plan, jusqu'à 10 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 60 % de l'encours du plan, de 10 à 5 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 80 % de l'encours du plan, de 5 à 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;

- 90 % de l'encours du plan, à partir de 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire.

Peuvent être qualifiés d'« **équilibré horizon retraite** », les profils d'investissement dont la part des actifs présentant un profil d'investissement à faible risque est au minimum égale à :

- 20 % de l'encours du plan, de 10 à 5 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 50 % de l'encours du plan, de 5 à 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 70 % de l'encours du plan, à partir de 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- Avant 10 ans : aucun investissement minimum à faible risque.

Peuvent être qualifiés de « **dynamique horizon retraite** », les profils d'investissement dont la part des actifs présentant un profil d'investissement à faible risque est au minimum égale à :

- 30 % de l'encours du plan, de 5 à 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- 50 % de l'encours du plan, à partir de 2 ans avant la date de liquidation envisagée par le titulaire ;
- Avant 5 ans : aucun investissement minimum à faible risque.

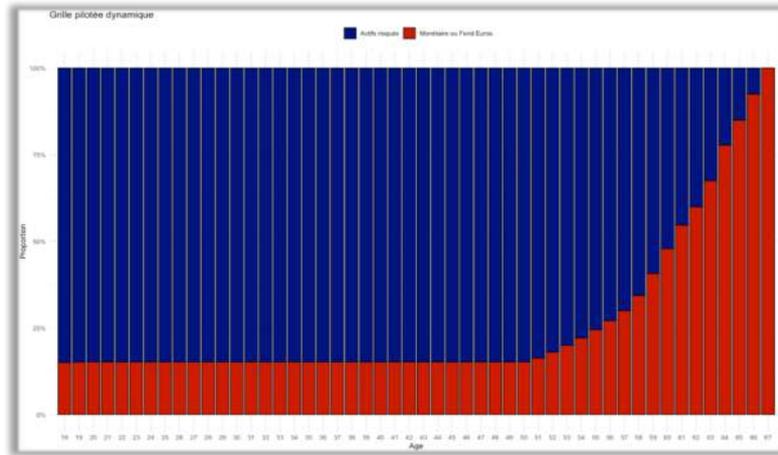
C'est pour cela que dans la suite de ce mémoire, nous proposerons de nouvelles tables, à savoir une table dynamique, une table prudente et une alternative à la table équilibrée. En effet, des nombreuses tables peuvent être créées à partir des directives gouvernementales encadrant les caractéristiques d'un PER.

8.3.2.1 Table de gestion pilotée « dynamique horizon retraite »

Rappelons que la table de gestion utilisée en scénario central est une table « équilibrée horizon retraite ». Nous remplacerons cette table par un exemple de table « dynamique horizon retraite ».

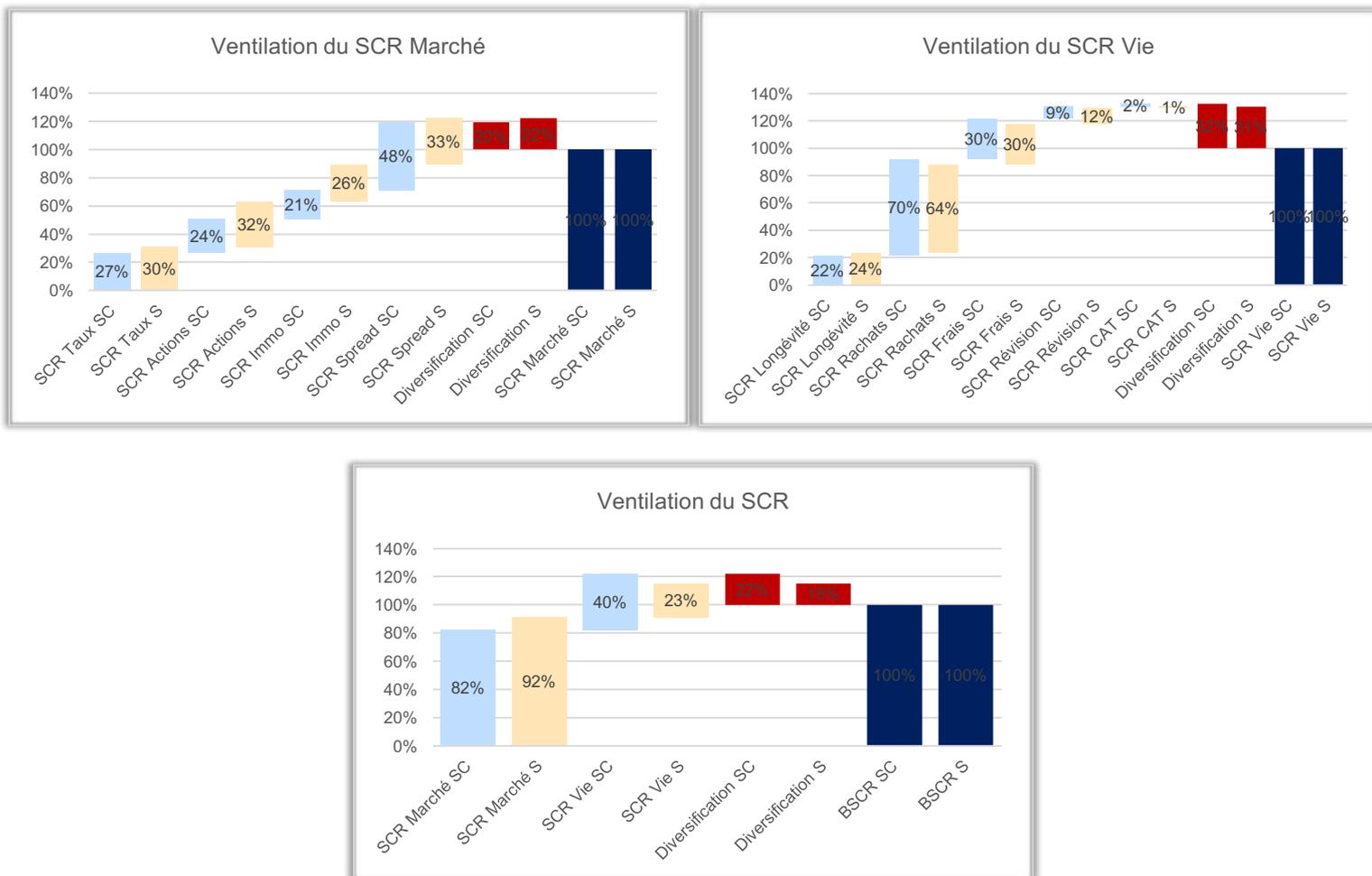
Sensibilité sur la table de gestion pilotée			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexée à l'inflation
Table de gestion pilotée : Dynamique			

Le graphique suivant décrit la table d'allocation dynamique utilisée :



Remarque : Pour l'ensemble des graphes de gestion pilotée, les barres rouges représentent la part d'actifs non risqués pour un âge donné tandis que les barres bleues représentent la part d'actifs risqués pour un âge donné.

Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



Nous constatons une augmentation du poids des SCR Actions et Immo dans le SCR Marché. En effet, les actifs risqués sont plus présents que dans la table équilibrée. De même, le poids du SCR Spread est plus faible qu'en scénario central. Cette diminution est liée à la quantité d'obligations, moindre pour une telle table. Elle reste néanmoins importante car une grande partie de la modélisation se passe lors de la phase de restitution de l'épargne où la part d'actifs risqués est de 0%.

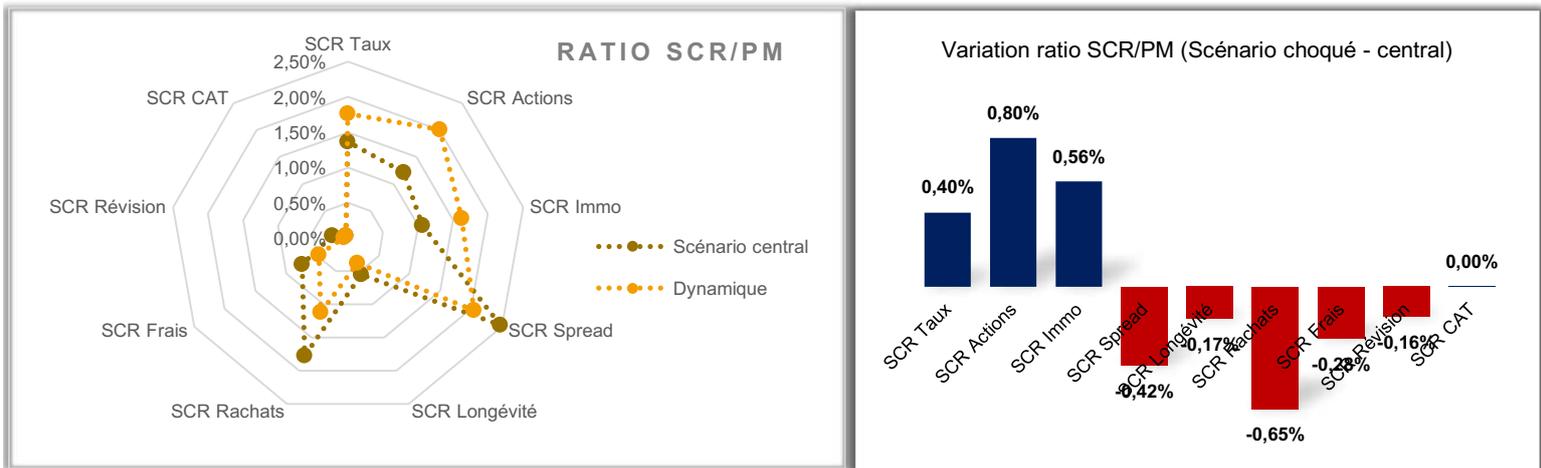
Le SCR Taux reste élevé, le portefeuille étant toujours sensible à une baisse des taux. Si le SCR augmente, c'est lié au fait que la revalorisation de l'épargne lors de la phase de constitution est importante, même lors d'un choc sur la courbe des taux. Cela signifie qu'une fois en phase de restitution de l'épargne et à cause des options sur la rente telles que l'indexation à l'inflation, l'assureur se retrouve avec un engagement plus important, d'où le niveau du SCR Taux.

Le SCR Marché est plus important dans la répartition du SCR qu'en scénario central. C'est lié au poids des SCR Actions et Immo dans le SCR Marché.

		Dynamique	Equilibré
Rentabilité	VIF/SCR	1,49%	20,17%
	Résultat horizon 1 an (en Millions d'euros)	1,85	1,47
	RoRAC horizon 1 an	28,59%	27,50%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	2,66%	2,52%
	Taux MP « intermédiaire »	4,12%	3,91%
	Taux MP « jeune »	4,44%	4,21%
Solvabilité	SCR (en Millions d'euros)	6,47	5,33
	BE (en Millions d'euros)	99,27	98,29
	Ratio de solvabilité	101,82%	142,10%
	Besoin en capital S2 (% PM)	-0,14%	-2,62%

Utiliser une table dynamique diminue la VIF et la solvabilité du produit. En effet, le SCR est plus élevé à cause de l'allocation plus importante sur les actifs risqués. De plus, le besoin de capital S2 est relativement élevé car la VIF diminue plus vite que le SCR. Un tel produit peut donc être moins rentable pour un assureur, malgré le fait que le résultat à horizon 1 an soit plus élevé. Remplacer la table de gestion pilotée par une table « dynamique horizon retraite » entraîne aussi une augmentation de l'engagement assureur à cause d'une revalorisation plus importante qu'en scénario central. Ce produit reste néanmoins solvable.

Les taux sont plus élevés avec une table « dynamique horizon retraite » qu'avec une table « équilibrée horizon retraite ». Ce résultat est attendu étant donné qu'une telle table investit fortement dans des actifs risqués plus rentables. De plus, les taux servis MP « jeune » sont toujours plus élevés car, grâce à la gestion pilotée, les taux servis en début de projection sont plus élevés car l'épargne est en grande partie placée sur des supports risqués à forts rendements.



Dans ce scénario dynamique, il est plus sensible aux SCR Actions, Immo et Spread, tout en relevant que l'influence du SCR Spread est relativement faible par rapport au scénario central. Ces variations sont liées à l'allocation des actifs.

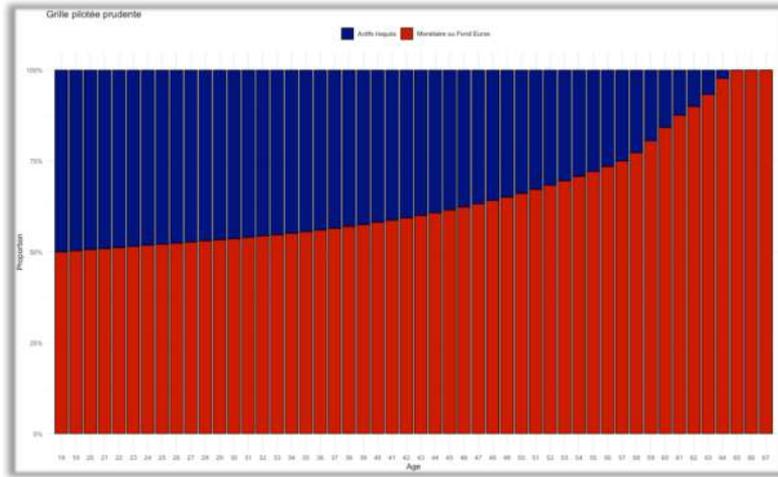
Du côté de l'assureur, un tel produit est moins solvable car le ratio de solvabilité est plus élevé, de même que le SCR. En effet, le risque accru fait aussi augmenter la quantité de capital à mobiliser donc fait augmenter le SCR. Il reste profitable car des profits sont réalisés, bien qu'il soit moins rentable qu'une table « équilibrée ». Du côté de l'assuré, nous pouvons constater une augmentation des taux servis. Cela signifie que le produit est plus rentable du côté assuré.

8.3.2.2 Table de gestion pilotée « prudente horizon retraite »

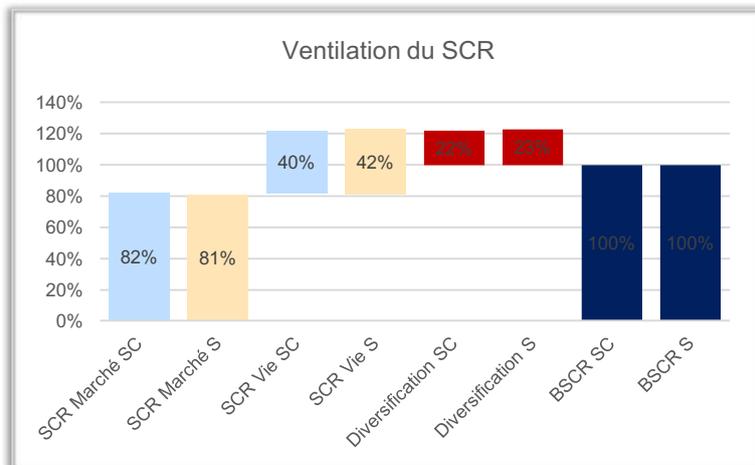
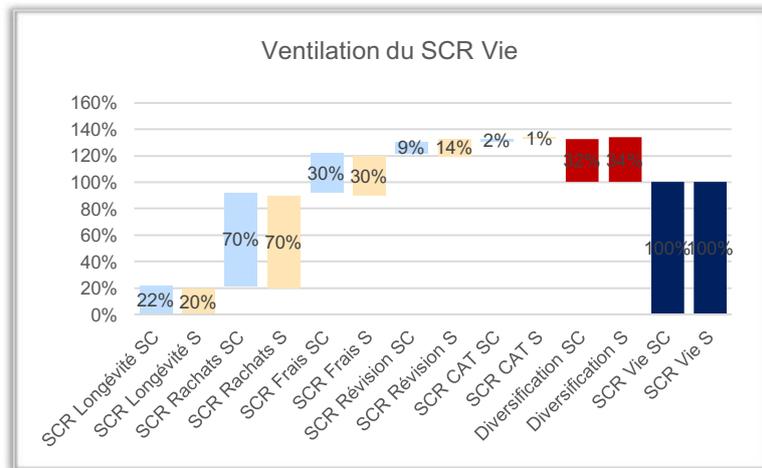
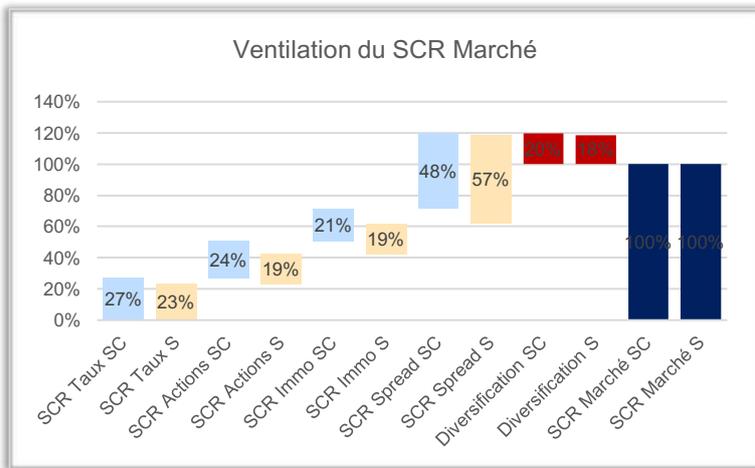
Rappelons que la table de gestion utilisée en scénario central est une table « équilibrée horizon retraite ». Nous remplacerons cette table par un exemple de table « prudente horizon retraite ».

Sensibilité sur la table de gestion pilotée						
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :	Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré				
Durée de projection : 50 ans		Chargement sur encours : 1%				
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Actions</th> <th>Immobilier</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>47,90%</td> <td>52,10%</td> </tr> </tbody> </table>	Actions	Immobilier	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
Actions	Immobilier					
47,90%	52,10%					
Table de gestion pilotée : Prudente						

Le graphique suivant décrit la table d'allocation prudente utilisée :



Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



Nous constatons une diminution du poids des SCR Actions et Immo dans le SCR Marché. En effet, les actifs risqués sont moins présents que dans la table équilibrée. De même, le poids du SCR Spread est plus élevé qu'en scénario central. Cette augmentation est liée à la quantité d'obligations, plus importante pour une telle table.

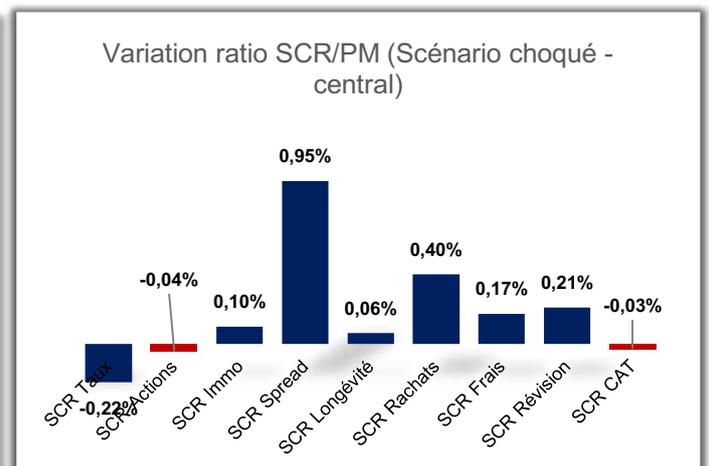
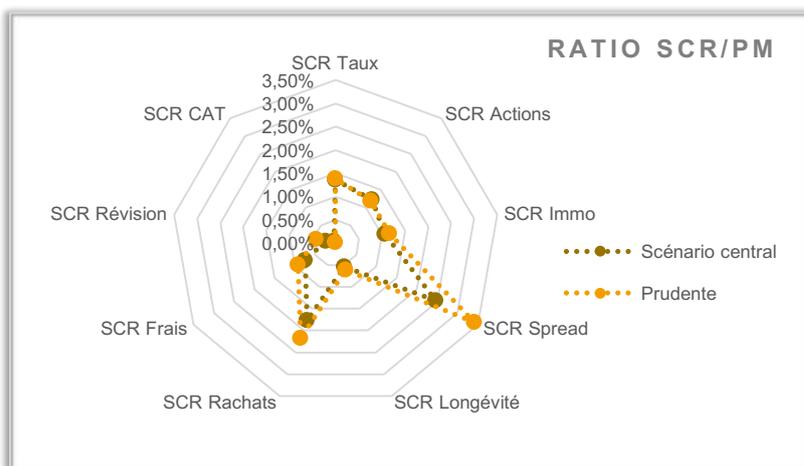
Le SCR Taux reste élevé, le portefeuille étant toujours sensible à une baisse des taux. Si le SCR diminue, c'est lié au fait que la revalorisation de l'épargne lors de la phase de constitution est moins importante. Cela signifie qu'une fois en phase de restitution de l'épargne et malgré les options sur la rente telles que l'indexation à l'inflation, l'assureur se retrouve avec un engagement moins important qu'en scénario central.

Le SCR Marché est plus important dans la répartition du SCR qu'en scénario central. C'est lié au poids des SCR Actions et Immo dans le SCR Marché.

		Equilibré	Prudent
	VIF/SCR	20,17%	60,26%
	Résultat horizon 1 an (en Millions d'euros)	1,47	1,34
	RoRAC horizon 1 an	27,50%	16,62%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	2,52%	1,81%
	Taux MP « intermédiaire »	3,91%	2,78%
	Taux MP « jeune »	4,21%	2,85%
Solvabilité	BSCR (en Millions d'euros)	5,33	8,06
	BE (en Millions d'euros)	98,29	94,51
	Ratio de solvabilité (en Millions d'euros)	142,10%	140,92%
	Besoin en capital S2 (% PM)	-2,62%	-3,86%

Le BE du scénario prudent est inférieur à celui du scénario central, ce qui traduit une baisse de l'engagement assureur pour une table « équilibrée horizon retraite ». Cela est dû à la baisse des revalorisations, étant donné que l'allocation se fait principalement sur des produits offrant un rendement moins élevé. De plus, le RoRAC 1 an est inférieur pour le scénario prudent. Ce résultat ne surprend pas étant donné le montant de SCR, supérieur à celui du scénario central tandis que le résultat à 1 an est inférieur. Si le ratio VIF/SCR est élevé, c'est parce que la VIF augmente. Cependant, étant donné l'augmentation significative du SCR et la baisse du ratio de solvabilité, nous pouvons conclure que la VIF augmente moins vite que le SCR.

Les taux sont moins élevés avec une table « prudente horizon retraite » qu'avec une table « équilibrée horizon retraite ». Ce résultat est attendu étant donné qu'une telle table investit fortement sur les actifs peu risqués et moins rentables. Cependant, les taux servis MP « jeune » sont toujours plus élevés car, grâce à la gestion pilotée, les taux servis en début de projection sont plus élevés car l'épargne est en grande partie placée sur des supports risqués à forts rendements.



Comme pour le scénario central, ce sont les SCR Spread et Rachats qui ont les poids les plus importants respectivement pour les modules Marché et Vie. De plus, comme en scénario central, notre produit est sensible aux SCR Spread, Rachats et Taux. Cependant, les plus fortes variations sont portées par les SCR Spread et Rachats. Si le SCR Spread est aussi élevé, c'est dû à la répartition des actifs. Si le SCR Rachats augmente, c'est lié au taux de participation aux bénéfices cible. En effet, il n'est pas forcément atteint car la revalorisation est relativement faible car portée par des actifs ayant un faible rendement. Ceci entraîne une hausse des rachats dynamiques.

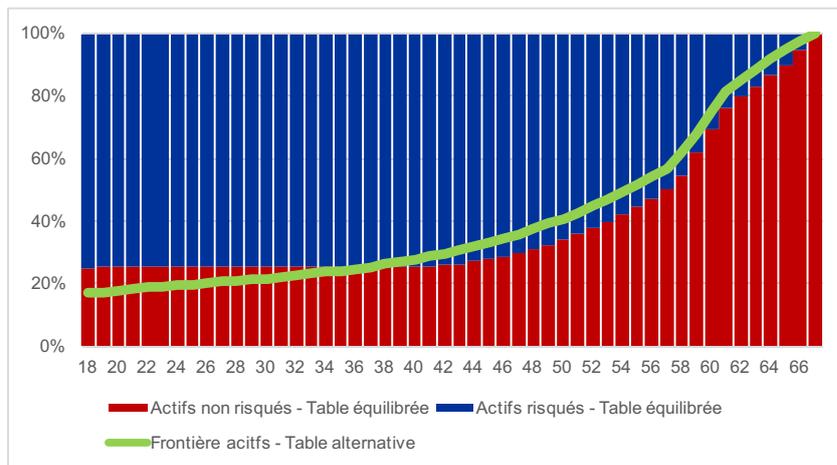
Du côté de l'assureur, un tel produit est moins solvable car le ratio de solvabilité est moins élevé. De plus, bien qu'il soit plus rentable, la VIF augmente moins vite que le SCR. D'un autre côté, nous pouvons constater que l'engagement assureur diminue. Cela signifie que le produit est moins rentable du côté assuré. Un tel produit peut donc être considéré comme moins rentable par rapport à un table « équilibrée » pour les deux parties.

8.3.2.3 Alternative à la table de gestion pilotée « équilibrée horizon retraite »

Rappelons que la table de gestion utilisée en scénario central est une table « équilibrée horizon retraite ». Cependant, il existe de nombreuses combinaisons de tables équilibrées. Nous nous proposerons d'étudier l'une d'entre elles dans cette section.

Sensibilité sur la table de gestion pilotée			
PB contractuelle : 90%	% dans la poche d'actifs risqués :		Niveau de primes minimal : 600 euros par assuré
Durée de projection : 50 ans	Actions	Immobilier	Chargement sur encours : 1%
MP de 3 âges (jeune, intermédiaire et vieux)	47,90%	52,10%	Caractéristiques des rentes : Viagères indexées à l'inflation
Table de gestion pilotée : Equilibrée alternative			

Le graphique suivant décrit une alternative à la table d'allocation équilibrée utilisée



Voici ci-après la ventilation des SCR Marché, Vie et Total :



Nous pouvons constater, pour cette nouvelle table équilibrée, une augmentation de la proportion du SCR Actions. Celle-ci est liée à une plus grande proportion d'actifs actions dans l'allocation d'actifs en début de projection. Les autres SCR du SCR Marché ne sont pas modifiés de manière significative en répartition. Le poids du SCR Marché est cependant moins élevé qu'en scénario central. Cela laisse supposer que, sur le long terme, le poids des actifs risqués dans l'allocation diminue plus vite que pour la table équilibrée par défaut.

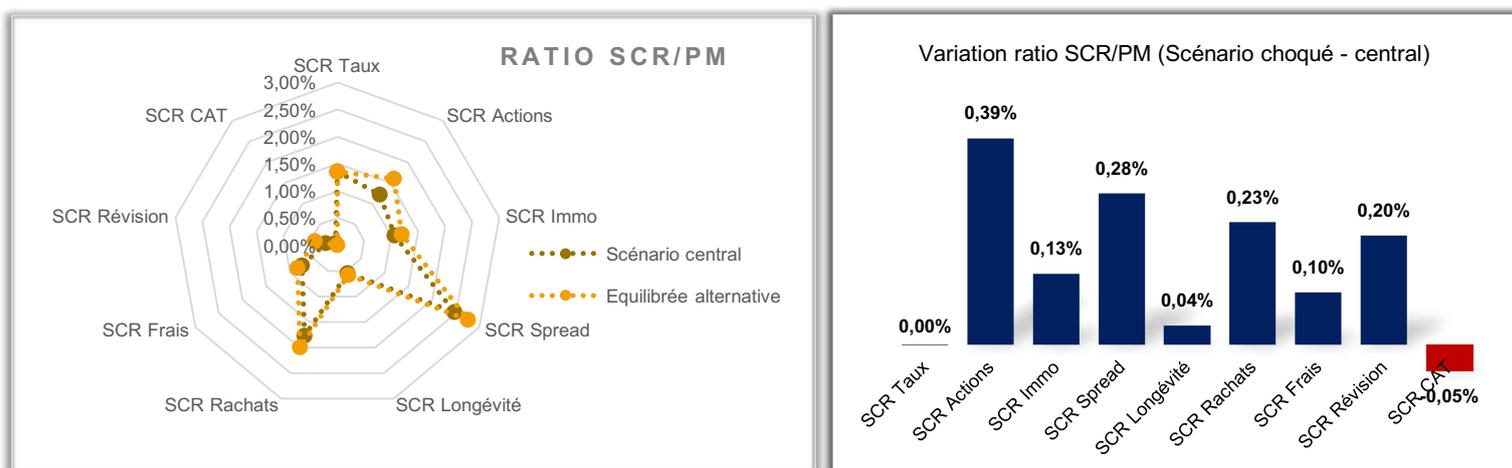
		Equilibré	Equilibré alternative
Rentabilité	VIF/SCR	20,17%	41,44%
	Résultat horizon 1 an	1,465	1,477
	RoRAC horizon 1 an	27,50%	24,37%
Rentabilité assuré	Taux MP « vieux »	2,52%	2,12%
	Taux MP « intermédiaire »	3,91%	3,64%
	Taux MP « jeune »	4,21%	4,15%
Solvabilité	BSCR (en Millions d'euros)	5,33	6,06
	BE (en Millions d'euros)	98,29	96,85
	Ratio de solvabilité	142,10%	148,63%
	Besoin en capital S2 (% PM)	-2,62%	-3,45%

Le BE du scénario équilibré alternatif est inférieur à celui du scénario central, ce qui traduit un engagement assureur moindre. Cela est dû au fait que les revalorisations soient moins

élevées. En effet, bien que la répartition d'actifs risqués soit plus élevée en début de table, elle converge plus rapidement vers des actifs non risqués qu'en scénario central. C'est pour cela qu'à terme, l'assureur a un engagement moindre envers son assuré.

La solvabilité d'un tel produit est plus élevée qu'en scénario central. En effet, bien que le SCR ne soit pas minimisé, le ratio de solvabilité augmente. De plus, le RoRAC 1 an est inférieur à celui scénario central. En effet, bien que le résultat 1 an soit supérieur, le SCR est lui aussi supérieur. La rentabilité d'un tel produit est aussi plus élevée, comme le montre le besoin en capital S2 et le ratio VIF/SCR : la VIF augmente plus vite que le SCR.

Les taux sont moins élevés avec cette table alternative « équilibrée horizon retraite ». En effet, une telle table investit fortement sur les actifs risqués plus rentables en début de période et désinvestit rapidement vers des actifs moins risqués et moins rentables. De plus, les taux servis MP « jeune » sont toujours plus élevés car, grâce à la gestion pilotée, les taux servis en début de projection sont plus élevés car les encours sont en grande partie placés sur des supports risqués à forts rendements.



Les variations les plus importantes sont portées par les ratios du SCR Actions/PM et du SCR Spread/PM tandis que les ratios les plus importants sont les ratios SCR Spread/PM et SCR Rachats/PM. Cela signifie qu'une telle table est plus sensible aux Actions, dû à sa forte allocation en actifs risqués en début de projection.

Du côté de l'assureur, un tel produit est plus solvable car le ratio de solvabilité est plus élevé. De plus, il est plus rentable car la VIF augmente plus vite que le SCR. Un tel produit est profitable et permet de mobiliser moins de capital. Du côté de l'assuré, nous pouvons constater que l'engagement assureur diminue. Cela signifie que, du côté assuré, un tel produit propose de moins bonnes perspectives de rendement et est donc moins rentable.

8.4 Conclusion

Pour conclure, à travers les différentes sensibilités mises en œuvre, nous pouvons constater que, dans de nombreuses situations, des valeurs optimales peuvent être trouvées pour améliorer la rentabilité et la solvabilité du produit. En effet, dans certains cas comme l'indexation à

l'inflation, le SCR n'est pas amélioré cependant en cas de non indexation, la rentabilité du produit pour l'assureur ainsi que son ratio de solvabilité augmentent. Dans le cas du chargement sur encours par exemple, diminuer le taux permet d'améliorer le SCR, cependant la rentabilité est dégradée pour l'assureur, de même que son ratio de solvabilité.

Il s'agit donc ici de choisir le meilleur compromis pour les assurés et l'assureur, sachant que celui-ci doit également répondre aux attentes des épargnants pour que le produit, en plus d'être compétitif, soit attractif.

Indicateurs/Sensibilités	Primes +30%	Chargement encours -0,5%	Chargement encours +0,5%	Sans inflation	Actions - 15%	Actions +15%	Equilibré alternatif
Rentabilité assureur	+	---	+	++	++	--	++
Rentabilité assuré	+	+++	-	-	+	--	-
Solvabilité	-	--	+	++	-	+	+

+++ : très sensible positivement

--- : très sensible négativement

++ : sensible positivement

-- : sensible négativement

+ : peu sensible positivement

- : peu sensible négativement

En termes de rendement du point de vue des assurés ou de l'assureur, la rentabilité du produit augmente lorsque le montant de primes versé est plus important. S'il semble donc naturel de privilégier un montant de prime minimal élevé, il est important qu'il corresponde aux ressources des assurés. Il revient à l'assureur de calibrer son offre selon la population cible et selon les offres concurrentes. Ainsi, selon la population et le type de contrat que souhaite créer l'assureur, ce dernier peut choisir un montant minimal de primes important. Cela augmentera à la fois la rentabilité et la solvabilité d'un tel contrat. Pour savoir de combien augmenter sa prime, un assureur peut choisir d'aligner son montant minimum de primes au maximum proposé sur le marché du PER pour un produit similaire. Le montant de primes annuel plafond du benchmark est de 1200 euros, pour une moyenne de 800 euros sur l'ensemble des plans proposés. Cependant, cette somme de 1200 euros imposée risque de rebuter certains potentiels assurés. Il serait donc judicieux de s'aligner sur la moyenne du marché en proposant un minimum de 800 euros de primes par an et en proposant d'adapter selon le profil de risque de l'assuré.

En parallèle, augmenter les taux de chargement sur encours augmente aussi la rentabilité et la solvabilité d'un tel produit du côté assureur. Cependant, du côté assuré, trop augmenter les chargements finit par faire diminuer les taux servis et augmenter les rachats dynamiques, ce qui fera à terme, augmenter le SCR pour un tel produit. De plus, la loi PACTE offrant un environnement concurrentiel au PER, il serait opportun de choisir un taux de chargement sur encours élevé, tout en challengeant les taux concurrents selon un *benchmark* des offres concurrentes préalablement établi. De ce fait, pour choisir un taux de chargement optimal, il est préférable pour l'assureur de choisir un taux élevé, sans pour autant être dans le haut de la fourchette (2%) afin de limiter les effets de la concurrence. Il peut statuer par exemple sur un taux compris entre 1% et 1,25%.

L'allocation d'actifs impacte directement le rendement financier du portefeuille d'investissements et aussi bien l'assureur que l'assuré y sont sensibles.

De ce fait, une allocation trop portée sur les actions est trop risquée pour l'assureur et dégrade la solvabilité du produit bien qu'elle augmente le rendement des assurés, comme nous le constatons en augmentant la proportion d'actions dans les actifs risqués. Une solution apportée

est d'accorder une plus grande place aux actifs immobiliers dans la répartition des actifs risqués. En effet, cela entraîne une diminution du SCR mais aussi une augmentation de la rentabilité assureur. Cependant, la poche immobilière étant moins rentable et moins liquide, il s'agit de limiter son usage. Un portefeuille composé de 33 à 50 % d'actions et 50 à 67 % d'actifs immobiliers semble un bon compromis entre performance et volatilité, et permet d'optimiser le rendement et le risque des acteurs.

Dans notre étude, trois tables ont été testées, en plus de celle du scénario central. La table « dynamique horizon retraite » ne permet pas d'améliorer la solvabilité d'un tel produit, le poids des actifs risqués étant trop important. Cependant, les perspectives de rendements offerts sont plus importantes que celles d'une table « équilibrée horizon retraite ». Une telle table est donc moins rentable et moins solvable pour l'assureur mais plus rentable pour l'assuré. Une solution pour améliorer le résultat d'une telle table est de la gérer sur des fonds UC et non sur des fonds euros. Du point de vue assureur, la solvabilité n'en sera qu'améliorée, cependant, cela apporte moins de sécurité du point de vue assuré, ce qui pourrait engendrer un effet négatif sur l'attractivité du produit.

La table « prudente horizon retraite » n'améliore pas la solvabilité d'un tel produit. De plus, il est moins rentable car la VIF augmente moins vite que le SCR. Un tel produit est donc moins profitable mais permet tout de même d'engendrer des profits. En effet, une allocation trop sécurisée, bien que moins risquée pour les deux parties, limite leur rendement et, en cas de garantie de revalorisation imposée, peut devenir risquée pour l'assureur car le montant de capital à mobiliser sera trop important. De même, les faibles taux proposés n'améliorent pas la rentabilité du point de vue assuré.

La table optimale est celle qui saura maximiser le rendement assureur et assuré, tout en proposant un produit solvable et sécurisé. C'est pour cela que la table alternative « équilibrée horizon retraite » apparaît comme une bonne possibilité car proposant des perspectives de rendement élevées, bien qu'inférieures à celle du scénario central, tout en préservant sa solvabilité.

Toutes ses sensibilités mettent donc en exergue la possibilité de trouver des hypothèses qui optimiseront à la fois la rentabilité et la solvabilité de l'assureur. Les résultats montrent qu'un produit optimal pourrait être utilisé :

- Pour augmenter la solvabilité du produit, nous pourrions :
 - o Augmenter le taux de chargement sur encours pour challenger les taux du marché (1,25%) ;
 - o Supprimer l'objectif d'indexation des rentes à l'inflation ;
 - o Utiliser la table équilibrée alternative.

Ces produits font cependant diminuer la rentabilité assuré. Ainsi, pour contrebalancer cet effet, nous pourrions augmenter le montant de primes minimum pour s'aligner à la moyenne de marché (800 euros).

La rentabilité assureur sera toujours garantie

9 Conclusion générale

La mise en œuvre du Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises (loi PACTE), promulguée le 22 Mai 2019, a contribué à lisser le système de retraite supplémentaire français.

En effet, l'article 71 de la loi PACTE a pour objectif de redynamiser l'économie et de relancer la croissance à travers le financement des entreprises. Elle encourage les assurés à se tourner vers l'épargne retraite plutôt que vers d'autres produits épargne classiques tout en la plaçant sur un support plus risqué. Elle ne cherche pas à révolutionner le marché de la retraite supplémentaire mais tente de le restructurer en le simplifiant en un plan épargne retraite unique à trois compartiments (PER). Chacun de ces compartiments est destiné à recevoir un certain type de versement. De ce fait, l'épargne individuelle correspondant aux versements libres et programmés, l'épargne salariale correspondant à l'abondement, la participation, ect. et les cotisations obligatoires sont toutes réunies dans un même produit mais chacune de ces épargnes est versée dans un compartiment déterminé. C'est la phase de constitution.

Par ailleurs, la loi PACTE généralise le système de gestion pilotée, facilite les transferts entre les différents PER en assurant la portabilité des droits et stimule la concurrence en ouvrant la vente de ce dernier aux gestionnaires d'actifs. Ces dispositions visent à le rendre plus attractif.

C'est dans ce contexte que s'inscrit ce mémoire. Il propose d'abord de modéliser un produit de retraite supplémentaire répondant aux spécificités d'un produit retraite supplémentaire loi PACTE puis d'en étudier la rentabilité et la solvabilité dans le but de définir les hypothèses permettant leur optimisation.

La modélisation du PER passe par l'adaptation d'un modèle de gestion actif/passif en un modèle retraite spécifique. En effet, un produit retraite possède un actif et un passif qu'il met en interaction. Cependant, un modèle ALM classique ne prend pas en compte les subtilités d'un produit retraite, et plus précisément, d'un produit retraite loi PACTE. Il est donc nécessaire de relever puis d'appliquer ces différences au modèle.

La modélisation porte sur trois Model Points d'âges différents afin de saisir toutes les implications de la gestion pilotée mise en place. En effet, l'un des éléments les plus importants de l'article 71 de la loi PACTE porte sur la généralisation de la gestion pilotée au PER. Elle permet la sécurisation de l'épargne lorsque l'assuré se rapproche de la retraite. Cependant, une telle gestion impose un cantonnement des actifs selon l'âge de l'assuré afin de lui verser sa propre revalorisation.

De plus, le PER généralise les modalités de sortie anticipée de l'épargne et facilite les transferts. Cela implique une modification de la loi de rachats. En effet, dans un contrat d'épargne retraite classique, seuls sont possibles, en termes actuariels, les rachats structurels, directement liés aux modalités de sortie anticipée. En effet, dans un contrat classique, l'épargne est bloquée et n'est que peu portable. Le PER, parce qu'il autorise les transferts de l'épargne vers un autre PER sans pénalité au bout de cinq ans, ajoute une dimension conjoncturelle à cette loi de rachats.

Enfin, l'adaptation d'un modèle ALM en un modèle PER passe par l'implémentation d'un module de rentes. A la retraite, l'assuré peut débloquer son épargne sous forme de capital, de rentes viagères, de capital fractionné ou d'un mix entre le capital et la rente viagère. Le modèle

doit donc prendre en compte toutes les modalités de sorties. Cette phase est appelée phase de restitution.

Le produit peut aussi proposer des options et garanties que le modèle doit mettre en place tout au long de la projection. Chaque phase possède sa propre politique de revalorisation. Durant la phase de constitution de l'épargne, cette dernière est revalorisée par le biais de la politique de participation aux bénéfices et un taux minimal garanti de 0%, le but étant d'atteindre une revalorisation cible afin de limiter les rachats conjoncturels. Durant la phase de restitution de l'épargne, la rente est revalorisée au maximum par la politique de participation aux bénéfices contractuels ou par l'inflation.

Par la suite, différentes sensibilités sur les hypothèses et sur les tables d'allocation d'actifs sont lancées afin de connaître leur impact sur la solvabilité et la rentabilité du produit. De ce fait, une décision telle que modifier la table de gestion pilotée, vers une table dynamique par exemple, permet d'augmenter la rentabilité tout en diminuant sa solvabilité alors que se tourner vers une table prudente peut faire augmenter la solvabilité mais diminuer la rentabilité du point de vue de l'assureur. Ou encore, des décisions telles qu'augmenter le taux de chargement sur encours ou encore diminuer l'allocation d'actions dans la part d'actifs risqués augmente la solvabilité mais diminue les taux servis, ce qui peut entraîner une fuite des assurés vers la concurrence.

Pour aller plus loin, il aurait été intéressant de séparer les versements selon les compartiments et de créer une loi de versement des primes pour chacun d'eux. En effet, les modalités de sortie étant différentes entre les compartiments 1 et 2 et le compartiment 3, il est opportun de les séparer lors de la modélisation.

Une perspective de développement pour cette étude serait d'effectuer plus de sensibilités sur les diverses hypothèses afin de déterminer la forme en cloche des indicateurs de rentabilité et de solvabilité tels que le BSCR mais aussi de projeter ces calculs afin d'avoir une vision globale du produit sur l'ensemble de la projection et non uniquement sur la première année. Nous pourrions aussi augmenter la durée de projection ou encore passer en les calculs en probabilité historique pour avoir une image nette des bénéfices réalisés par les assureurs pour les assurés. Une autre hypothèse est de sortir des fonds euros pour placer l'épargne sur des fonds UC. Une autre évolution serait de déterminer de façon dynamique les tables de gestion pilotée (équilibrée, dynamique et prudente) mais aussi l'allocation d'actifs risqués au sein de ces tables, permettant ainsi la minimisation du BSCR et la maximisation de la rentabilité tout en servant les meilleurs taux possibles aux assurés afin de limiter les fuites vers la concurrence.

10 Bibliographie/Webographie

- [1] **BRUNET Raphaëlle.** *Optimisation d'un Produit de Retraite Individuelle.* Institut des actuaires [En ligne]. 2013.
- [2] **RECORBET Lucas.** *Étude des grilles d'allocation d'actifs présentes dans un contrat de retraite supplémentaire « Article 83 » et « PERCO ».* Institut des actuaires [En ligne]. 2018.
- [3] **ETHUIN Terry.** *Etude quantitative d'un plan d'épargne retraite collectif piloté.* Institut des actuaires [En ligne]. 2013.
- [4] Benchmark des produits loi PACTE actuel
- [5] **GUIBERT Quentin.** *Analyse de la solvabilité d'un régime de retraite supplémentaire.* Institut des actuaires [En ligne]. 2010.
- [6] **CHELLALI Karim.** *Calcul et projection du capital de solvabilité requis pour la retraite supplémentaire.* Institut des actuaires [En ligne]. 2017.
- [7] **LOPEZ Thibaud.** *Modélisation risque neutre de l'inflation, appliquée aux régimes de retraite.* Institut des actuaires [En ligne]. 2017.
- [8] **KERVALLA Anne-Laure.** *Définition d'une allocation stratégique d'actifs ex-ante dans un cadre d'ALM avec contrainte de solvabilité et prise en compte du risque inflation.* Institut des actuaires [En ligne]. 2009.
- [9] **STAUDT Nicolas.** *Modélisation risque-neutre de l'inflation : Implémentation et critique.* Institut des actuaires [En ligne]. 2015.
- [10] **LORIN Nicolas.** *Le cantonnement des engagements de retraite au sein des Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire.* Institut des actuaires [En ligne]. 2018.
- [11] **DREES.** *Panorama Retraite Edition 2018,* 2018. Les dispositifs d'épargne retraite supplémentaire. P.182-188.
- [12] **GAUTRON Norbert, FREY Stéphane.** *Comprendre et conseiller la retraite supplémentaire.* L'Argus de l'Assurance, 2019. Les Essentiels Plus.
- [13] Article 71 LOI n° 2019-486 du 22 mai 2019 relative à la croissance et la transformation des entreprises. Legifrance.gouv. Disponible.
- [14] **Crédit Agricole Assurances, Galea&Associés.** *Journées d'études de l'institut des actuaires et du SACEI à Deauville.* Sacei [En ligne]. 20 Septembre 2018.
- [15] **JOLIVET Benoit, BELLANDO Jean-Louis, PESTRE Gilles.** *Faut-il cantonner les actifs des sociétés d'assurance-vie ?* Revue d'économie financière. 1989. p.285-304

11 ANNEXE A – LEMME D'ITÔ

Soit $(\Omega, \mathcal{F}_t, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, P)$ un espace de probabilité filtré et $B = (B_t, t \geq 0)$, un \mathcal{F}_t -mouvement brownien standard. On appelle processus d'Itô tout processus stochastique $(X_t, t \geq 0)$ tel que :

$$X_t = X_0 + \int_0^t V_s ds + \int_0^t H_s dB_s$$

Où X_0 est \mathcal{F}_0 -mesurable, H est un processus adapté tel que $\forall t, \int_0^t H_s^2 < \text{p.s.}$, et V un processus adapté tel que $\forall t, \int_0^t |V_s| ds < \text{p.s.}$

Théorème (Formule d'Itô)

Soit $X_t = X_0 + \int_0^t H_s dB_s + \int_0^t V_s ds$ un processus d'Itô, et soit $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow R$ une fonction de classe \mathfrak{C}^2 . Alors :

$$f(X_t) = f(X_0) + \int_0^t \frac{\delta f}{\delta x}(X_s) dX_s + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\delta^2 f}{\delta x^2}(X_s) d\langle X \rangle_s$$

Où :

$$\int_0^t \frac{\delta f}{\delta x}(X_s) dX_s := \int_0^t \frac{\delta f}{\delta x}(X_s) H_s dB_s + \int_0^t \frac{\delta f}{\delta x}(X_s) V_s ds$$

La formule d'Itô est souvent utilisée sous sa forme différentielle :

$$df(X_t) = \frac{\delta f}{\delta x}(X_t) dX_t + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 f}{\delta x^2}(X_t) d\langle X \rangle_t$$

Plus généralement, si $f(t, x) \in \mathbb{R}_+ * \mathbb{R} \rightarrow f(t, x) \in R$ est de classe $\mathfrak{C}^{1,2}$ (continûment différentiable en t et deux fois continûment différentiable en x), alors :

$$f(t, X_t) = f(0, X_0) + \int_0^t \frac{\delta f}{\delta s}(s, X_s) ds + \int_0^t \frac{\delta f}{\delta x}(s, X_s) dX_s + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\delta^2 f}{\delta x^2}(s, X_s) d\langle X \rangle_s$$

La formule d'Itô est souvent utilisée sous sa forme différentielle :

$$df(t, X_t) = \frac{\delta f}{\delta t}(t, X_t) dt + \frac{\delta f}{\delta x}(t, X_t) dX_t + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 f}{\delta x^2}(t, X_t) d\langle X \rangle_t$$

12 ANNEXE B – THEOREME DE GIRSANOV

Soient B_t un mouvement brownien pour un espace filtré $(\Omega, \mathcal{F}_t, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, P)$ et λ un processus adapté vérifiant la condition de Novikov $\mathbb{E} \left[\exp \left(\frac{1}{2} \int_0^T \lambda^2(u) du \right) \right] \leq \infty$.

Si l'on définit le processus \hat{B}_t et la mesure Q sur $[0, T]$ par :

$$\hat{B}_t = B_t + \int_0^t \lambda(s) ds$$

Et :

$$\frac{dQ}{dP} = \exp \left(- \int_0^T \lambda(u) dB_u - \frac{1}{2} \int_0^T \lambda^2(u) du \right)$$

Alors \hat{B}_t est un Q -mouvement brownien.

13 ANNEXE C – PRICING DES SWAPTIONS

Les swaptions introduisent un second niveau d'optionnalité de produits dérivés. Une swaption payeuse européenne est une option permettant d'entrer, à une date T appelée maturité de la swaption, dans un swap payeur pour la période $[\alpha, \beta]$, de nominal N et de strike K . Une swaption est une option de swap sur les taux d'intérêt. Elle donne le droit de mettre en place un swap à une échéance donnée suivant les conditions déterminées dans le contrat. La swaption peut porter sur des options d'achat ou de vente, que l'on nommera respectivement swaption payeuse et swaption receveuse.

Le swap de taux d'intérêt est un contrat de gré à gré d'échange de flux d'intérêts fixes contre variables dans une même devise entre deux contreparties et selon un échéancier prédéterminé. Seuls les flux sont échangés à une fréquence donnée, et non le notional aussi appelé nominal. Le swap est donc constitué de deux jambes : l'une est liée à ce que paie la contrepartie A à la contrepartie B, et l'autre est liée à ce que paie B à A.

Le *payoff* actualisé d'une swaption européenne payeuse de nominal K de date d'exercice T_α , de maturité T_β et évaluée à la date de début, ou encore date d'opération, $t = 0$ est égal à :

$$f_{\alpha,\beta}(a, \sigma) = K * D(t, T_\alpha) \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} P(T_\alpha, T_i) \tau_i (F(T_\alpha, T_{i-1}, T_i) - K)^+$$

Où :

- T_α représente la date à partir de laquelle le swap est effectif, c'est-à-dire, à partir de laquelle les intérêts sont calculés. On l'appelle aussi date de valeur ou date de valorisation ;
- T_β représente la date de fin du swap. On l'appelle aussi date d'échéance ;
- K est le taux d'exercice ;
- $D(t, T_\alpha)$ est le déflateur calculé à t pour l'échéance T_α tel que :

$$D(0, T) = \exp\left(\int_0^t r_u du\right)$$

- $P(T_\alpha, T_i)$ est le prix du zéro-coupon du modèle Hull & White déterminé selon la formule donnée précédemment pour le calibrage sur caps ;
- $F(T_\alpha, T_{i-1}, T_i)$ est le taux forward calculé à T_α pour la période entre T_{i-1} et T_i tel que :

$$F(T_\alpha, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \left(\frac{P(T_\alpha, T_{i-1})}{P(T_\alpha, T_i)} - 1 \right)$$

- τ_i est la différence entre T_{i-1} et T_i ;
- (a, σ) sont les paramètres à déterminer du modèle Hull & White.

Le but est alors de minimiser l'écart entre les taux du marché et les taux de notre modèle déterminé par $Swaptions_{HW}$ qui dépend de (a, σ) . Il convient de trouver ces paramètres tels que :

$$(a^*, \sigma^*) = \operatorname{argmin}(d(\text{Swaptions}_{\text{market}}, \text{Swaptions}_{\text{HW}}))$$

Où :

- d est une distance et correspond ici au *Mean Square Error* (ou moyenne du carré des erreurs). C'est la moyenne arithmétique des carrés des écarts entre prévisions du modèle et observations ;
- $\text{Swaptions}_{\text{market}}$ est le prix du call donné par le marché ;
- $\text{Swaptions}_{\text{HW}}$ est le prix du call donné par le modèle ;
- (a^*, σ^*) le paramètre à déterminer.

14 ANNEXE D – RESOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE STOCHASTIQUE DE BLACK-SCHOLES

Par définition, la diffusion de Black-Scholes en univers monde réel est :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

En posant $f(t, S_t) = \ln(S_t)$, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\delta f}{\delta t}(t, X_t) = 0 \\ \frac{\delta f}{\delta x}(t, X_t) = \frac{1}{X_t} \\ \frac{\delta^2 f}{\delta x^2}(t, X_t) = -\frac{1}{X_t^2} \end{cases}$$

Ainsi, en appliquant la formule d'Itô :

$$\begin{aligned} d(\ln(S_t)) &= \frac{1}{S_t} dS_t + \frac{1}{2} \frac{1}{S_t^2} (\sigma S_t)^2 dt \\ &= \frac{1}{S_t} \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t - \frac{1}{2} \sigma^2 dt \\ &= \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW_t \end{aligned}$$

Donc :

$$\ln(S_t) - \ln(S_0) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t$$

Cette dernière formule permet d'obtenir la formule de diffusion de Black-Scholes en univers monde réel :

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right)$$

De même, en univers risque neutre, on obtient la diffusion suivante :

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right)$$

Critique du modèle Black and Scholes

De nombreuses critiques peuvent cependant être soulevées à l'encontre d'un tel modèle. Certaines de ces critiques sont liées aux hypothèses du marché efficient. Ces critiques, bien que fondées, ne seront pas pertinentes par rapport au choix d'un modèle :

- L'action modélisée ne produit pas de dividende. En réalité, la plupart des entreprises verse des dividendes à leurs actionnaires. Le modèle initial de Black-Scholes a donc ensuite été ajusté en ce sens. Une version courante de l'ajustement du modèle consiste à soustraire la valeur actualisée des dividendes futurs au cours de l'action.
- Pas de frais relatifs à l'achat/vente de titres sur le marché. En réalité, les brokers touchent une prime indexée sur les spreads principalement.

Parmi les autres critiques liées directement au modèle Black-Scholes, l'on retrouve :

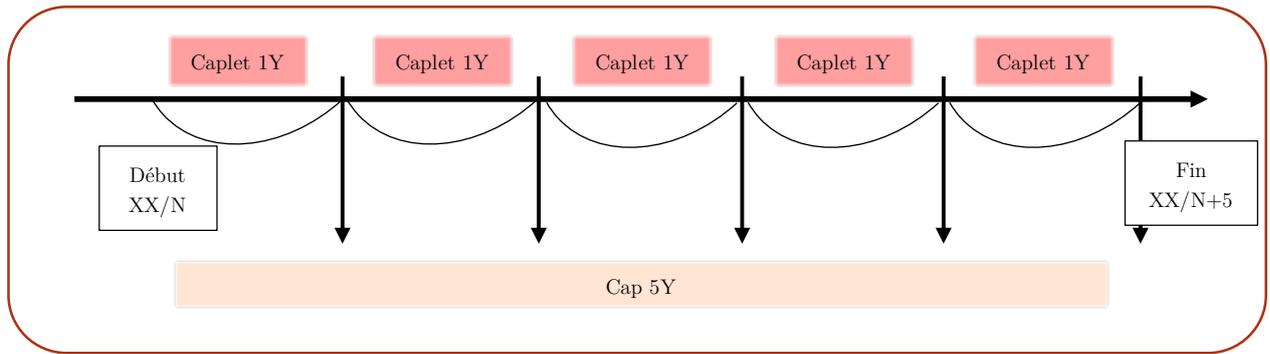
- La volatilité n'est pas forcément constante sur toute la durée de la projection. Bien que la volatilité puisse être relativement constante à très court terme, elle ne l'est jamais à horizon plus long. La remarque s'applique aussi sur le taux sans risque.
- Le prix d'une action à la date $t + 1$ est indépendant du prix à la date t , c'est la propriété de martingale du mouvement brownien. Cette marche aléatoire signifie qu'à un moment donné dans le temps, le prix de l'action sous-jacente peut monter ou descendre avec la même probabilité. Or, les mouvements de marché sont déterminés par divers facteurs économiques ayant des poids différents sur la manière dont ils affectent la tendance des prix des actifs. Il existe donc une corrélation entre les prix, donc entre les rendements.
- Les options considérées dans le modèle sont de type « Européennes », ce qui signifie qu'elles ne peuvent être exercées qu'à maturité. Or, les options de type « Américaines » peuvent être exercées à n'importe quel moment au cours de leur vie. Leur grande flexibilité leur donne plus de valeur. Le modèle ne permet pas de les valoriser précisément.
- Les rendements sont supposés gaussiens. Cependant, l'observation des taux de rendement historiques montre que leur distribution possède des queues plus épaisses que celles prédites par l'hypothèse de normalité. Cette dernière ne prend pas en compte les événements extrêmes. En considérant ces événements rares dans la modélisation, on peut alors montrer que le prix des options incluant ces chocs est supérieur aux prix des options évaluées par le modèle de Black & Scholes. Dans ce modèle, les actifs contingents sont donc sous évalués.

C'est ce modèle qui sera néanmoins utilisé pour la simulation des prix actions et immobilier car il est facilement interprétable et largement reconnu pour la simulation d'indice actions et immobilier.

15 ANNEXE E – PRICING DU CAP

Notons $T_i = t_0, t_1, \dots, t_n$, l'ensemble des maturités de paiements des caps et τ_i la différence entre t_{i-1} et t_i . On peut décomposer le *payoff* du cap en flux indépendants à chaque date de paiement T_i . Chacun de ces flux est appelé caplet. Un cap est donc une bandelette de caplets. Un caplet verse à l'instant $T_i + \tau_i$, la différence positive entre le taux à l'instant T_i et $T_i + \tau_i$ et le strike K .

Ainsi, le cap peut-il être aussi vu comme une somme de caplets de différentes maturités :



Le prix à l'instant $t < t_0$ du cap de prix d'exercice K , de valeur nominale N et défini sur l'ensemble $T = t_0, t_1, \dots, t_n$ est donné par la formule :

$$\begin{aligned} \text{Cap}(t, T, N, K, a, \sigma) &= N * \sum_{i=1}^n \text{Caplet}(t, T_{i-1}, T_i, K, a, \sigma) = \\ &= N * \sum_{i=1}^n P(t, t_{i-1}) \Phi \left(-h_i(a, \sigma) + \sigma_p^i(a, \sigma) \right) - (1 + K\tau_i) P(t, t_i) \Phi \left(-h_i(a, \sigma) \right) \end{aligned}$$

Où :

- Φ est la fonction de répartition gaussienne centrée réduite ;
- K est le taux d'exercice ;
- $P(T_\alpha, T_i)$ est le prix du zéro-coupon du modèle Hull & White calculé à T_α pour l'échéance T_i tel que :

$$P(t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r_t}$$

Où :

$$\begin{aligned} A(t, T) &= \frac{P^M(0, T)}{P^M(0, t)} \exp \left(B(t, T) f^M(0, t) - \frac{\sigma^2}{4a} (1 - e^{-2at}) B(t, T)^2 \right) \\ B(t, T) &= \frac{1}{a} (1 - e^{-a(T-t)}) \end{aligned}$$

Avec $P^M(0, t)$ le prix zéro coupon calculé à la date $t = 0$ et de maturité t et $f^M(0, t)$ le taux forward instantané calculé à la date $t = 0$ et de maturité t ;

- τ_i est la différence entre T_{i-1} et T_i ;

- $\sigma_p^i(a, \sigma)$ est donné selon la formule :

$$\sigma_p^i(a, \sigma) = \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a(t_{i-1}-t)}}{2a}} P(t_{i-1}, t_i)$$

- $h_i(a, \sigma)$ est donné selon la formule :

$$h_i(a, \sigma) = \frac{1}{\sigma_p^i(a, \sigma)} \ln \frac{P(t, t_i)(1 + K\tau_i)}{P(t, t_{i-1})} + \frac{\sigma_p^i(a, \sigma)}{2}$$

- (a, σ) sont les paramètres à déterminer du modèle Hull & White.

16 ANNEXE F – MODELE JARROW-YILDIRIM

Le modèle Jarrow-Yildirim permet de modéliser l'inflation, les taux réels et les taux nominaux. C'est un modèle multi-factoriel. Il appartient à la famille des modèles Heath, Jarrow et Morton, plus communément appelés modèles HJM.

Le modèle HJM est un modèle d'arbitrage de structure à terme des taux d'intérêt. En opposition aux modèles d'équilibre qui ne cherchent pas à s'ajuster automatiquement à la structure des taux d'intérêt, les modèles d'arbitrage ont l'avantage d'essayer de le faire. Les modèles d'équilibre requièrent de déterminer des paramètres mais l'ajustement n'est pas forcément parfait.

Le cadre de Heath-Jarrow-Morton (HJM), tente de construire une famille de processus stochastiques à temps continu pour la structure par termes, cohérente avec les observations initiales. Les modèles de taux d'intérêt HJM sont donc entièrement spécifiés par le sous-jacent et la volatilité.

Le modèle proposé par Jarrow et Yildirim en 2003 est basé sur le principe d'analogie de la monnaie étrangère développé dans l'annexe suivante. Ce principe permet de considérer les taux réels comme des taux d'intérêt dans l'économie réelle (monnaie étrangère) et l'Indice des Prix à la Consommation comme le taux de change entre les taux nominaux (monnaie locale) et les taux réels.

Sous la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} , le modèle de Jarrow-Yildirim propose les dynamiques suivantes :

$$\begin{aligned}df_n(t, T) &= \alpha_n(t, T)dt + \sigma_n(t, T)dW_n(t), \quad f_n(0, T) = f_n^M(0, T) \\df_r(t, T) &= \alpha_r(t, T)dt + \sigma_r(t, T)dW_r(t), \quad f_r(0, T) = f_r^M(0, T) \\dI(t) &= I(t)\mu(t)dt + \sigma_I(t)dW_I(t), \quad I(0) = I_0 > 0\end{aligned}$$

Où :

- $df_n(t, T)$, $df_r(t, T)$ et $dI(t)$ représentent respectivement les diffusions des taux nominaux, réels et de l'inflation ;
- $f_n^M(0, T)$ et $f_r^M(0, T)$ représentent respectivement les taux forward instantanés nominaux, réels à la date $t = 0$ et de maturité T ;
- α_n , α_r et $\mu(t)$ sont des processus adaptés ;
- σ_n et σ_r sont des fonctions déterministes ;
- σ_I est une constante positive ;
- $(W_n(t), W_r(t), W_I(t))$ sont des processus browniens standards corrélés entre eux par $\rho_{n,r}$, $\rho_{n,I}$ et $\rho_{I,r}$ tel que $dW_x \cdot dW_y = \rho_{x,y} \cdot dt$.

Ce modèle n'est pas utilisé en raison de sa grande complexité en termes d'interprétation. Cependant, le principe d'analogie de la monnaie étrangère sera un point important pour la simulation des taux nominaux.

17 ANNEXE G – PRINCIPE D'ANALOGIE DE LA MONNAIE ETRANGERE

On définit la monnaie réelle comme étant une monnaie étrangère dont le taux de change, ici l'IPC, permet sa conversion en monnaie nominale, ou encore monnaie locale. En d'autres termes, le prix nominal d'une obligation réelle zéro coupon est égal au prix nominal du contrat remboursant une unité de l'indice IPC à l'échéance de l'obligation. Cette monnaie étrangère correspond aux euros constants et la monnaie locale aux euros courants. Soit :

- $P_n(t, T)$, le facteur d'actualisation en euros courants. Il est soumis aux contraintes d'AOA ;
- $I(T)$, le taux de change réel/nominal en t . Il permet la conversion des euros constants en euros courants ;
- $P_r(T_0, T)$ le facteur d'actualisation en euros constants. Il est soumis aux contraintes d'AOA.

On suppose que cette monnaie étrangère possède son propre marché complet donc une probabilité risque neutre étrangère. Ainsi, on peut caractériser le zéro coupon réel avec la notion de déflateur en notant \mathbb{Q}^F la probabilité risque neutre étrangère :

$$P_r(T_0, T) = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}^F} \left[e^{-\int_{T_0}^T r(s) ds} \right]$$

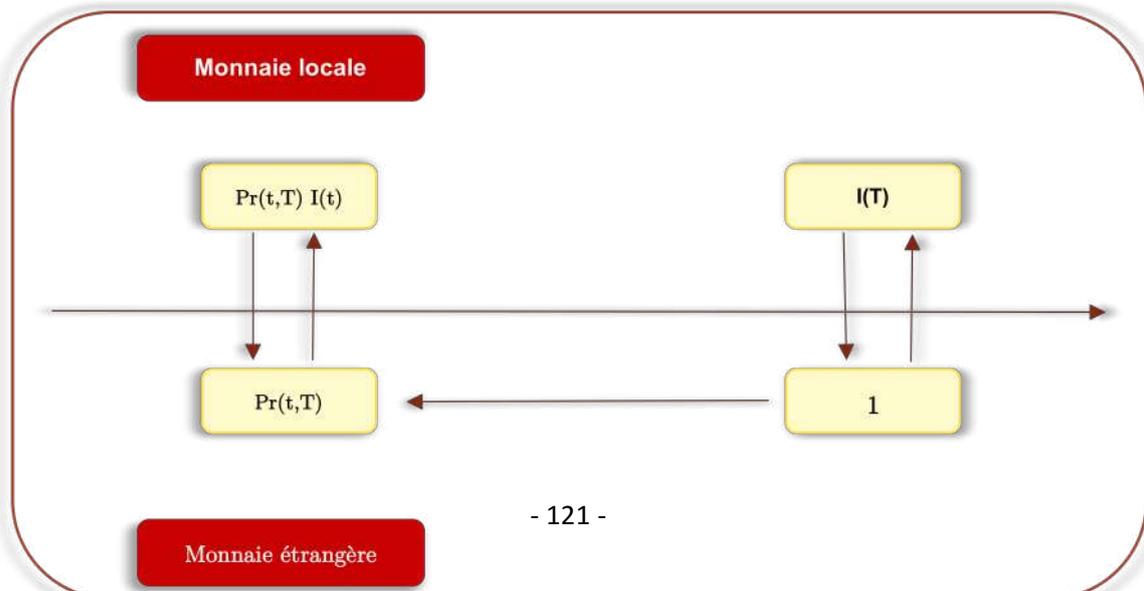
Où :

- $n(t) = f_n(t, t)$, le taux instantané en euros courants ;
- $r(t) = f_r(t, t)$, le taux instantané en euros constants.

Il est donc possible de valoriser un flux futur d'IPC avec l'analogie de la monnaie étrangère tel que :

- $I(T)$ unités en monnaie locale en T valent 1 unité en monnaie étrangère en T ;
- 1 unité en monnaie étrangère en T vaut $P_r(t, T)$ (coefficient d'actualisation) unités en monnaie étrangère en t ;

Donc $P_r(t, T)$ unités en monnaie étrangère en t valent $I(t)P_r(t, T)$ unités en monnaie locale en t . Ceci est résumé dans le schéma suivant :



On obtient donc l'égalité suivante :

$$I(T_0)P_r(T_0, T) = I(T_0)\mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}^F} \left[e^{-\int_{T_0}^T r(s)ds} \right] = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[I(T)e^{-\int_{T_0}^T n(s)ds} \right]$$

$$\Leftrightarrow P_r(T_0, T) = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{I(T)}{I(T_0)} e^{-\int_{T_0}^T n(s)ds} \right]$$

Où \mathbb{Q} représente la mesure risque neutre en monnaie locale.

18 ANNEXE H –PRICING DES ZCIIS

Le swap zéro-coupon sur inflation (*Zero-Coupon Inflation Indexed Swap - ZCIIS*) de maturité T et de nominal N est un swap où la jambe fixe paie un taux d'intérêt fixé, le strike K et reçoit le taux d'inflation de la jambe variable sur la période $[0, T]$. La jambe fixe correspond donc au paiement d'un taux K par unité de nominal en T . En d'autres termes, à la date T , un swap payeur verse un flux fixe $(1 + K)^{T-T_0} - 1$ et reçoit un flux variable $\frac{I(T)}{I(T_0)} - 1$ où $I(T)$ est l'indice d'inflation sous-jacent. Un assureur peut contracter ce type de contrat afin de se protéger contre une hausse de l'inflation sur une période donnée. Le prix du swap « payeur » sous la mesure risque neutre \mathbb{Q} au temps t est :

$$ZCIIS(T_0, T, K) = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} [D(T_0, T) \hat{\Pi}(T)]$$

Où :

- $D(t, T)$ est le déflateur stochastique ;
- $\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[\cdot]$ représente l'espérance conditionnelle $\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[\cdot | \mathcal{F}_t]$ où \mathcal{F}_t est la filtration générée par le processus stochastique au temps t ;
- $\hat{\Pi}(T)$ est le *payoff* du swap payeur tel que :

$$\hat{\Pi}(T) = \left(\frac{I(T)}{I(T_0)} - (1 + K)^{T-T_0} \right)$$

Ainsi, sachant que selon la théorie de non-arbitrage, $P_n(T_0, T) = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} \right]$, où $P_n(t, T)$ est le facteur d'actualisation en euros courants, la valeur de la jambe variable du swap est la suivante :

$$JV = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} \left(\frac{I(T)}{I(T_0)} - 1 \right) \right]$$

Donc :

$$JV = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} \left(\frac{I(T)}{I(T_0)} - 1 \right) \right] = \frac{I(T_0)}{I(T_0)} P_r(T_0, T) - \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} \right] = P_r(T_0, T) - P_n(T_0, T)$$

De la même manière, la valeur de la jambe fixe du swap est la suivante, avec K , le taux swap côté :

$$\begin{aligned} JF &= \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} ((1 + K)^{T-T_0} - 1) \right] = \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} (1 + K)^{T-T_0} \right] - \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} \right] \\ &= (1 + K)^{T-T_0} \mathbb{E}_{T_0}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-\int_{T_0}^T n(s) ds} \right] - P_n(T_0, T) = (1 + K)^{T-T_0} P_n(T_0, T) - P_n(T_0, T) \end{aligned}$$

Or, le taux swap K du ZCIIS est choisi à la création du swap de façon à ce que le contrat ne soit profitable à aucune des parties donc :

$$\begin{aligned} JV = JF &\Leftrightarrow P_r(T_0, T) - P_n(T_0, T) = (1 + K)^{T-T_0} P_n(T_0, T) - P_n(T_0, T) \\ &\Leftrightarrow P_r(T_0, T) = (1 + K)^{T-T_0} P_n(T_0, T) \end{aligned}$$

A la date, $T_0 = 0$, on obtient :

$$P_r(0, T) = (1 + K)^T P_n(0, T)$$

Où :

- K est le taux pour lequel la valeur du swap à l'émission est nulle ;
- $P_r(0, T)$ représente les prix zéro-coupon réels de maturité T ;
- $P_n(0, T)$ représente les prix zéro-coupon nominaux de maturité T ;

En supposant que les prix suivent la formule suivante : $P_r(0, T) = e^{-f_r T}$ et $P_n(0, T) = e^{-f_n T}$, nous pouvons en déduire la valeur des taux réels f_r .

Le calibrage consiste à déterminer les paramètres qui vont permettre de se rapprocher au maximum des taux du marché afin de prédire les taux courts. Les paramètres à calibrer sur un modèle Vasicek sont les suivants : $\Theta = (k, \theta, \sigma, r_0)$. Pour rappel, la formule de diffusion du sous-jacent est la suivante :

$$r_t = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2kt}}{2k}} Z$$

Le calibrage du modèle de Vasicek se fait à partir de la formule des prix zéro-coupon de ce modèle. La formule des taux zéro-coupons proposée par Vasicek est la suivante :

$$P(t, T) = A(t, T) e^{B(t, T) r_t}$$

Avec r_t donné et où :

$$A(t, T) = \exp\left(\left(\theta - \frac{\sigma^2}{2k^2}\right)(B(t, T) - (T - t)) - \frac{\sigma^2}{4k} B(t, T)^2\right)$$

$$B(t, T) = \frac{1}{k}(1 - e^{-k(T-t)})$$

Or, selon la théorie du non-arbitrage, $P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)}$, avec $R(t, T)$ le taux zéro coupon, ou dans notre cas les taux réels, à déterminer. Donc :

$$A(t, T) e^{B(t, T) r_t} = e^{-R(t, T)(T-t)} \Rightarrow R(t, T) = -\frac{\ln(A(t, T) e^{B(t, T) r_t})}{T - t}$$