Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Master 2 Droit, Economie, Gestion, mention Actuariat et l'admission à l'Institut des Actuaires

le 13 janvier 2021

Par : Benjamin LAZIMY

Titre: Investissement financier des assureurs à long terme.
Proposition d'une méthode de détermination du SCR de marché des OPCVM dans la logique du pilier 2

Confidentialité : ☐ NON ☑ OUI (Durée : ☐ 1 an ☑ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

signatures

Présidente du Jury :
Sandrine LEMERY

Jury de l'Institut des actuaires :
Edith BOCQUAIRE
Sylvain CORIAT
Florence PICARD

Jury des représentants de la filière du CNAM :
Olivier DESMETTRE
David FAURE
François WEISS

Directeur de mémoire :
Frédéric PLANCHET

Invité :
Elie TOLEDANO

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable

Signature du candidat

CNAM – EFAB - 40 rue des Jeûneurs – 75002 Paris

Résumé

Ce mémoire traite du problème du choix des placements des actifs pour les assureurs, en particulier pour ceux dont l'activité nécessite des placements à long terme, comme les activités d'assurances sur la vie ou de retraite.

Il s'articule autour de deux parties :

- la première présente une méthode de détermination de la meilleure allocation stratégique en fonction des engagements techniques ;
- la deuxième expose, de manière originale, une méthode d'appréhension des risques financiers des fonds communs de placements dans le contexte du pilier 2 de la directive Solvabilité 2.

Cette dernière partie, qui finit par des exemples pratiques sur des cas d'OPCVM réels, montre comment cette méthode peut s'inscrire dans le cadre d'un pilotage des risques par la gouvernance de l'entreprise.

Abstract

This paper deals with the problem of the choosing an optimum asset investment strategy for insurers, particularly for those whose business requires long-term investments, such as life insurance or retirement activities.

It is organized around three parts:

- the first part presents a method for determining the best strategic allocation according to the technical provisions;
- the second part presents a method for coping with financial risks of mutual funds in the context of the second pillar of the Solvency 2 Directive.

This last part, which ends by some examples on real mutual funds, show how this method can be part of a risk management by the governance of the company.

Remerciements

À Yaël, Ethan, Raphaël et Elsa

Je remercie :

- *François Lusson, pour m'avoir fait confiance et permis de débuter dans l'actuariat*

- *Guillaume Leroy, pour son management et ses nombreux conseils amicaux*

- *Frédéric Planchet, pour avoir eu la gentillesse d'orienter mon mémoire et pour sa patience devant sa lente rédaction*

- *Elie Tolédano, pour sa relecture et ses conseils*

- *Christophe Lepitre, Nicolas Dubourg, Marc Pham-Trong, Marie Lemarié, Thomas Guyot, Jean-François Boulier pour leurs conseils avisés*

Résumé **3**

Abstract **4**

Remerciements **5**

Introduction **9**

Partie 1. Détermination d'une allocation d'actifs optimale **12**

1.1 L'investissement long en assurance : de l'intérêt de la diversification .. 12

1.1.1 Position du problème 12

1.1.2 Cas d'un engagement ponctuel 14

1.1.3 Généralisation à un échéancier d'engagements 29

1.2 Recherche d'un investissement diversifié optimisé 30

1.2.1 Caractéristiques rendement/risque des actifs de marché 30

1.2.2 Diversification optimale théorique 32

1.2.3 Critique sur le modèle d'allocation utilisé 37

1.2.4 Diversification optimale dans le contexte de la fin 2016 38

1.3 Cas particulier de la problématique des « contrats en Euro » dans le contexte d'une économie à taux bas 39

1.4 Aspects prudentiels de l'allocation d'actifs 42

1.4.1 Interactions actifs-passifs 42

1.4.2 Principe de précaution face à la complexité des produits financiers 43

Partie 2. Proposition d'une méthode d'évaluation du risque des actifs dans le contexte de la directive Solvency 2 ..... **44**

2.1 Principe d'évaluation dans le cadre prudentiel 44

2.1.1 Généralités : les piliers Solvabilité 2 44

2.1.2 Le pilotage des risques et la gouvernance Pilier 1 / Pilier 2 46

2.1.3 L'ORSA 48

2.1.4 La mesure du risque financier - le SCR de marché 49

2.2 Les types d'investissements des assureurs 56

2.2.1 Les logiques générales 56

2.2.2 Conjoncture financière et allocation d'actifs 57

2.2.3 La gestion alternative 58

2.3 Détermination des SCR de marché des OPCVM 58

2.3.1 Difficultés 58
2.3.2 Transparisation 59
2.3.3 Classification prudente 62
2.3.4 Data grouping 63
2.4 Proposition d'une méthode d'analyse des SCR des OPCVM dans le cadre du Pilier 2 65
2.4.1 Utilité de la méthode dans le cadre réglementaire et prudentiel 66
2.4.2 Objectifs de la méthode 66
2.4.3 Analyse théorique 70
2.4.4 Description de la méthode de la « série de régressions » 80
2.4.5 Cohérence de la méthode 89
2.4.6 Remarque sur les autres risques de marché non présents dans les sous-modules « Solvabilité 2 » 95
2.5 Application sur des exemples 95
2.5.1 1er exemple : fonds action 97
2.5.2 2ème exemple : fonds obligataire 103
2.5.3 3ème exemple : fonds diversifié 108
2.6 Impact sur la performance globale et sur le pilotage de l'actif par la gouvernance 114
2.7 Comparatif de la méthode par transparisation et de la méthode par régression multiple sur trois exemples 115
2.7.1 Hypothèses 115
2.7.2 Critères de comparaison 116
2.7.3 Résultats 116
2.8 Mise en perspective dans le cadre de l'investissement de l'assureur ... 119
2.8.1 Investissement et gouvernance sous Solvabilité 2 119
2.8.2 Risque opérationnel provenant du niveau de technicité des produits financiers en adéquation avec les ressources de l'organisme assureur 119
2.9 Axes de développement 120
Conclusion 122
Annexe : La gestion d'actifs 124
A 1. Les organismes de placement collectif en valeurs mobilières 124
A 2. Mesure de performance des OPCVM 136

Table des tableaux **142**
Table des figures **144**
Bibliographies **146**

Introduction

L'activité première de la compagnie d'assurance est d'atténuer voire d'effacer les risques au moyen de leurs mutualisations. Grâce aux lois de la statistique, lorsque des évènements aléatoires se produisent en grand nombre, la variance de l'ensemble, et donc son risque, diminue dans le même sens que le nombre d'évènements observés.

Par conséquent, en couvrant un grand nombre de risques indépendants et similaires, l'assureur peut prévoir de façon raisonnable la fréquence des sinistres qu'il devra couvrir et, ainsi, le montant qu'il devra dépenser en indemnités au cours de l'activité. Ce montant, frais déduits, servira de base pour déterminer les primes payées par l'ensemble des cotisants.

Le risque étant en partie éliminé de cette façon, l'argent des primes et cotisations encaissées par l'assureur sert de provision afin de payer les engagements futurs, qui seront presque certains, en vertu de leurs grands nombres comme mentionné précédemment.

Ces engagements étant échelonnés dans le futur, il conviendra alors, pour le responsable actif-passif, de faire correspondre les placements aux engagements, c'est-à-dire de placer l'argent, tirée des cotisations et primes versées, sur des actifs qui seront disponibles aux dates de dépenses prévues. Celles-ci dépendent de nombreux paramètres, notamment de l'activité de l'assureur. En IARD ou en santé, par exemple, les indemnités sont payées dans l'année suivant les souscriptions (les cotisants payent leurs primes en général une fois par an et les sinistres se produisent en continue) ; en assurance sur la vie, l'assureur verse le

capital aux cotisants dans des délais bien plus longs, de l'ordre de plusieurs dizaines d'années.

Dans ce dernier cas, le problème de placement de l'argent « mis en réserve » sous forme de provisions va être crucial. En effet, lorsque la date de dépense prévue est de l'ordre d'une année, l'assureur n'a pas le choix d'investissement s'il veut être à peu près certain de ne pas perdre d'argent et ne doit investir que dans de l'actif sans risque et liquide, comme les bons du trésor, au risque de ne pas pouvoir honorer son engagement en temps et en heure.

Lorsque l'horizon d'investissement est plus long, l'assureur peut accepter de réduire la liquidité de l'investissement, c'est-à-dire sa disponibilité, et augmenter la volatilité, au profit d'une espérance de rendement supérieur. Ainsi, il pourra délaisser les obligations d'Etat, sans risques, mais présentant des rendements faibles, pour investir sur des actions, de l'immobilier ou tout autre actif à rendement *a priori* plus élevé sur le long terme (GAUTRON, et al., 2005).

C'est ainsi que les actifs des assureurs « branches longues » contiennent une forte proportion d'actions, d'obligations d'entreprises mal notées par les agences de notation de crédit ou d'immobilier.

L'assureur fait en quelque sorte le pari que, pour ses placements à long terme, ces actifs s'apprécient de façon presque certaine mieux que les obligations d'état, et permettront à l'assureur de dégager un profit appréciable dans l'intérêt des cotisants ou des actionnaires le cas échéant.

Un autre point est conceptuellement plus ennuyant. En investissant sur des actifs risqués, non représentatifs de ses engagements, l'assureur joue le rôle d'un spéculateur. Les actions, l'immobilier ou les obligations d'entreprise ne sont plus regardées, de son point de vue, comme faisant partie d'une méthode d'atténuation des risques, comme l'est la mutualisation, mais comme une recherche de rendement financier, et deviennent donc une source de nouveaux risques.

S'il est admis aujourd'hui que les grandes compagnies d'assurance sont parmi les plus gros détenteurs d'immobilier ou d'actions, ceci ne fait pas des assureurs des experts en investissements financiers, si bien que l'investissement d'une forte proportion de leurs actifs est délégué à des sociétés spécialisées.

Dans ce contexte, ce mémoire s'articule autour de 2 parties : la première proposera une méthode pour déterminer une allocation d'actifs optimale pour les assureurs en fonction de leurs engagements et la seconde proposera une méthode d'évaluation du risque des actifs dans le contexte de la directive « Solvabilité 2 ».

Partie 1. Détermination d'une allocation d'actifs optimale

1.1 L'investissement long en assurance : de l'intérêt de la diversification

1.1.1 Position du problème

L'activité d'assurance, qu'elle soit vie ou non vie, est génératrice d'un flux financier inversé. Alors que dans la plupart des entreprises industrielles, l'entreprise investit, achète les matières premières, paye les fournisseurs, les salariés et les charges et ensuite vend ses produits, l'organisme assureur reçoit d'abord l'argent de ses clients et en cas de sinistre les indemnise, permettant à l'assureur de disposer d'un montant non négligeable de cash.

Le placement du cash ainsi transitant dans son bilan est donc une activité importante voire cruciale dans la recherche d'une optimisation du profit.

Ce placement sera bien entendu fonction des engagements probables que l'assureur doit honorer, et l'horizon de placement du cash sera directement lié au temps probable de survenance des sinistres de ses clients.

En santé ou en IARD, les sinistres surviennent généralement dans les trois ans qui suivent le paiement des primes, ne permettant donc pas de placer le cash à un horizon supérieur à trois ans.

L'étude de chaque client et du type de risque assuré permet une évaluation, très souvent effectué au moyen de probabilités, des engagements que ce client génère. Chaque contrat c ouvert implique le paiement du montant $p_{c,T}E_{c,T}$ à la date T, où $p_{c,T}$ est la probabilité que le contrat c génère un sinsitre à l'année T et $E_{c,T}$ est le montant que ce sinistre génère.

Dans le cas du paiement d'une rente viagère, le sinistre est que le client reste en vie.

Ainsi, l'étude de chaque contrat permet à l'assureur de déterminer le niveau de sa dette envers ses clients en sommant sur tous les contrats et toutes les années :

$$dette = \sum_{c} \sum_{T} p_{c,T} E_{c,T}$$

Regroupée année par année, cette somme de tous les engagements sur tous les dossiers permet d'obtenir un échéancier d'engagements.

Bien sûr, compte tenu du caractère probabiliste de la détermination, l'étude de la variance de l'échéancier est primordiale afin de faire face aux fluctuations liées à la variation entre l'échéance prévue et l'échéance réalisée ainsi qu'entre le montant prévu et le montant réalisé.

Grâce au traitement d'un grand nombre de dossiers, cette variance se réduit significativement, ceci découlant directement du principe de la loi des grands nombres, pourvu bien sûr que les probabilités aient été bien déterminées. Dans le cas des risques courants (mortalité, incendie, accidents auto, etc.), l'historique de la sinistralité nous permet d'obtenir ces probabilités avec peu d'incertitude. Il peut s'agir d'un réel risque pour des risques sur lesquels l'assureur ne dispose pas d'une grande base d'observations (risque industriel, catastrophes, piratage informatique, etc.).

Dans la suite de cette partie, nous ne prendrons pas en compte ce risque.

Par ailleurs, nous considérerons que les éventuelles participations aux bénéfices sont connues et, vues d'aujourd'hui, certaines.

Ainsi, face à cet échéancier, l'assureur doit se demander de quelle façon il peut placer son actif constitué par les primes payées par avance par les cotisants.

Ce placement doit répondre à deux objectifs pouvant sembler être opposés :

- obtenir le meilleur rendement financier,
- pouvoir honorer ses engagements.

L'objet de cette partie sera de déterminer l'allocation d'actif visant à réaliser ces deux objectifs.

1.1.2 Cas d'un engagement ponctuel

Dans un premier temps, nous considérons un cas simple qui nous aidera à construire notre allocation cible.

Nous supposons que l'ensemble des engagements que l'organisme assureur doit satisfaire est concentré sur une seule année future T fixée. Nous appelons E la valeur de cet engagement.

Placement sans risque

La façon la plus certaine d'honorer l'engagement E dans T années, et ainsi de remplir le premier objectif, consiste à utiliser le placement sans risque.

Comme son nom l'indique, le placement sans risque est un placement dans lequel l'investisseur est certain de récupérer une somme définie à un instant futur défini aussi.

La question de l'existence d'un placement sans risque se pose et sa réponse est loin d'être évidente.

Dans une situation théorique où la banque centrale d'un pays n'est pas indépendante de l'Etat, une émission obligataire souveraine en devise locale constitue un placement sans risque. En effet, l'Etat est dans ce cas libre d'émettre, si besoin, de la monnaie afin de rembourser sa dette.
C'est pourquoi, pour connaître la qualité de crédit d'un état, les analystes économiques étudient le niveau de sa dette en devise étrangère car il n'y aucun moyen pour ce pays d'émettre de la devise étrangère.

Néanmoins, même en devise locale, l'indépendance, au moins théorique, des banques centrales ne confère plus de garantie de remboursement. En effet, celles-ci ont le devoir de contrôler l'inflation par le biais du taux directeur. Nous avons pu le constater récemment avec les risques de défaut des états du sud de l'Europe. Nous le constatons également aux Etats-Unis, dont la dette en US Dollars n'est plus notée de façon maximale AAA par les agences de notations.

Malgré cela, l'indépendance des banques centrales est relative. Les politiques récentes de « *Quantitative Easing* » mises en place par la Fed, la BCE et la Banque d'Angleterre ont montré à quel point ces banques sont influencées par les décisions politiques et peuvent déroger au strict contrôle du niveau d'inflation par le taux directeur.

Il est donc tout à fait raisonnable, et c'est ce qui sera entrepris par la suite, de considérer qu'un placement sans risque existe (constitué par des émissions d'état allemand ou français en Euro par exemple).

En théorie et dans la suite, nous considérerons que des obligations sans risque à zéro coupon pour toute maturité T existent et sont disponibles.

Ainsi, placé sur un actif sans risque, le montant M à investir aujourd'hui est donné par la formule simple suivante :

$$M = \frac{E}{\left(1 + \tilde{R}\right)^T}$$

où $\tilde{R}$ est le taux zéro sans risque, exprimé en taux 1 an-composés, à T ans.

Dans la suite, nous préférerons utiliser des taux continûment composés, si bien que M s'exprimera comme :

$$M = Ee^{-RT}$$

Où R est le taux zéro sans risque à T ans exprimé en taux continûment composés.

Alternativement, un placement risqué pourrait nous permettre d'espérer un rendement supérieur et par conséquent, de mobiliser initialement un montant M plus faible, c'est ce que nous allons étudier maintenant.

Etude d'un placement risqué

La recherche de placement autre que le placement sans risque a pour but d'essayer d'obtenir un rendement R^* supérieur à R, ce qui permettra de mobiliser un montant plus faible aujourd'hui, ou bien d'obtenir à l'horizon T un montant plus élevé avec le même montant d'actif au départ.

Contrairement au placement sans risque, le placement risqué ne permet pas de connaître de façon certaine le montant qu'on obtiendra au bout de la période d'investissement. On peut néanmoins estimer un intervalle $[R^*_{min}; R^*_{max}]$ à l'intérieur duquel le rendement de l'investissement aura une forte probabilité de se situer. L'étude d'un placement risqué et la façon dont l'intervalle $[R^*_{min}; R^*_{max}]$ est déterminé fait l'objet de la prochaine partie.

A ce stade, pour savoir si un rendement risqué permet d'honorer l'engagement, il est nécessaire que le rendement minimal R^*_{min} qu'il est possible d'obtenir avec le placement risqué permette de dégager au moins le montant E à la date T.

C'est-à-dire que :

$$M^* e^{R^*_{\min} T} \geq E$$

Où M^* est le montant à détenir aujourd'hui dans le cas d'un investissement risqué. Bien sûr, il existe des actifs risqués qui ne permettent pas de dégager un rendement minimal vérifiant cette condition. En effet, certains types de placement peuvent entièrement diluer le capital initial (cas d'un rendement valant -100 %). Mais cette éventualité, n'arrivant principalement qu'avec l'utilisation de produits dérivés à effet de levier, est écartée dans la mesure où l'on exclue un investissement uniquement dans des actifs de ce type. De plus, une diversification des investissements permet d'écarter à coup sûr ce risque (comme nous le détaillerons partie 1.1.2).

Comportement d'un actif risqué

Afin de pouvoir déterminer les caractéristiques des actifs risqués pouvant satisfaire les conditions recherchées, une modélisation des rendements est nécessaire.

Pour ce faire, nous supposons, dans la suite de cette partie, que les valeurs S_t d'un actif au temps t futur suit un processus de Wiener (HULL, 2012), c'est-à-dire que le rendement instantané de S_t suit une distribution lognormale :

$$dS_t = S_t \mu dt + S_t \sigma dW_t$$

Où μ est le rendement instantané espéré de S_t, σ est sa volatilité instantanée et dW_t est un processus brownien. Ce modèle, développé dans les années 70, est largement utilisé aujourd'hui dans l'industrie financière, notamment dans le but d'évaluer la valeur des produits financiers à terme.

Dans ce modèle, le placement risqué se caractérise donc, contrairement au placement sans risque, par la volatilité du montant qu'il rendra disponible à son terme. Nous avons vu que dans le cas d'un placement à terme sans risque, le montant délivré à terme est connu, donc la volatilité est nulle.

Dans le cas du placement risqué, la volatilité instantanée est strictement positive et potentiellement variable au cours du temps.

Ceci étant, le placement risqué sera attractif car l'investisseur pense que malgré la volatilité, il aura beaucoup plus de chance d'obtenir un rendement R^* au bout de T années supérieur à R.

La différence $R^* - R$ est appelé prime de risque.

En terme probabiliste, R^* est la moyenne de tous les rendements que le placement risqué est susceptible de générer, ou dit autrement, c'est l'espérance mathématique du rendement.

La formule précédente nous permet de déduire, grâce à la formule d'Itô non présentée ici car allant au-delà des notions abordées dans ce mémoire, que $R^* = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$ suit la loi normale :

$$R^* = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) \sim N\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T\ ;\ \sigma^2 T\right)$$

Ce qui nous permet facilement de trouver l'intervalle de répartition de R^* en fonction d'un degré de précision désiré, suivant la loi de répartition de la loi normale (Figure 1).

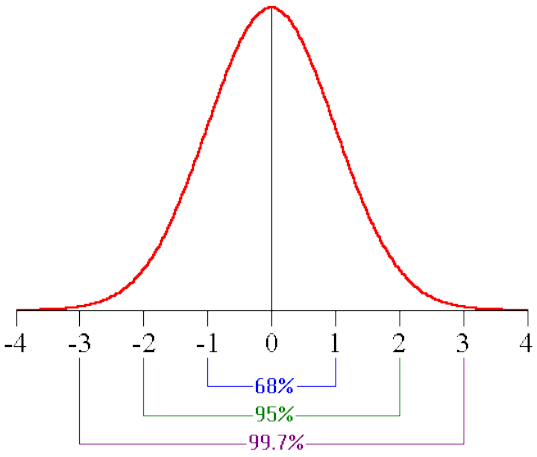


Figure 1 : Répartition de la loi normale

Ainsi, l'intervalle $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$ est directement dépendant de R^* et de la volatilité. Plus R^* est élevé, et plus l'intervalle se décale vers des grandes valeurs. Plus la volatilité est élevée, plus l'écart $R^*_{\max} - R^*_{min}$ est large.

Comme nous l'avons précisé, l'intervalle $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$ dépend de degré de précision que l'on souhaite connaître sur un résultat futur. On désignera donc $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$ comme l'intervalle de confiance à p, où p désigne la probabilité que le rendement réalisé se trouve dans l'intervalle $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$.

Ainsi si $p = 95\%$, le rendement du placement risqué aura 95 % de chance de se trouver dans l'intervalle $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$, dit intervalle de confiance à p. Si $p = 99\%$, ce rendement aura 99 % de se trouver dans un autre intervalle, plus large et contenant $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$.

Le tableau ci-dessous montre quelques volatilités et intervalles de confiance à 1 an, lorsque $R^* = 5\%$.

		Intervalle de confiance		
		à 95 %	à 99 %	à 99,5 %
volatilité	2 %	[1,70 % ; 8,62 %]	[0,33 % ; 10,11 %]	[-0,17 % ; 10,66 %]
	5 %	[-3,29 % ; 14,00 %]	[-6,53 % ; 17,95 %]	[-7,69 % ; 19,43 %]
	10 %	[-11,26 % ; 23,30 %]	[-17,11 % ; 32,00 %]	[-19,15 % ; 35,33 %]
	15 %	[-18,78 % ; 33,04 %]	[-26,67 % ; 47,36 %]	[-29,36 % ; 52,98 %]
	20 %	[-25,84 % ; 43,19 %]	[-35,29 % ; 64,09 %]	[-38,44 % ; 72,49 %]

Tableau 1 : intervalle de rendement à 1 an en fonction de la volatilité

En finance, la volatilité est une des mesures les plus importantes et les plus descriptives dans l'évaluation du risque d'un actif. En effet, l'actif risqué se caractérise en grande partie par le fait que les investisseurs ignorent sa valeur future. Plus cette ignorance est grande et plus il est difficile de donner une valeur actuelle à l'actif. En conséquence, chaque information nouvelle sur un titre va changer l'idée que les investisseurs se font de sa valeur future, aura donc une influence sur le cours futur et par conséquent sur la valeur actuelle. Ainsi plus l'actif est risqué, c'est-à-dire plus on ignore sa valeur future, et plus sa valeur présente aura tendance à bouger fortement. Ce mouvement se caractérise en mathématique par l'écart-type, ou volatilité (les 2 termes sont synonymes en finance), de la série de ses rendements journaliers.

Un placement obligataire, dont l'incertitude est de savoir si l'émetteur sera capable de payer ses coupons et de rembourser le principal à maturité, aura en moyenne une volatilité dont l'ordre de grandeur se situe aux alentours de 4 %, tandis qu'un placement en actions aura une volatilité d'environ 15 % (nous reviendrons sur ces chiffres en A 2.).

Dans le tableau précédent (Tableau 1), on remarque le décalage important, pour les volatilités grandes, de l'intervalle de confiance vers les valeurs positives. Intuitivement ce phénomène se comprend car la valeur d'un titre ne peut pas être négative mais n'est pas limitée dans les grandes valeurs, d'où une asymétrie de la distribution des valeurs possibles.

En pratique, la volatilité tend à diminuer lorsqu'un actif monte, et augmente lorsque la volatilité baisse, rendant plus symétrique ces intervalles (c'est le phénomène de *smile* de volatilité). Ce phénomène oblige les investisseurs spécialistes dans les produits dépendant de la volatilité à utiliser des nappes de

volatilités variables (en fonction de l'horizon d'investissement et de la *moneyness*) pour modéliser de façon précise les évolutions des rendements.

Bien sûr, plus l'horizon de placement est lointain, plus l'intervalle de confiance s'élargit. Le tableau ci-dessous reprend les mêmes données que le tableau précédent pour un horizon de 10 ans.

		Intervalle de confiance		
		à 95 %	à 98 %	à 99 %
volatilité	2 %	[48,29 % ; 82,58 %]	[42,03 % ; 90,62 %]	[39,81 % ; 93,66 %]
	5 %	[25,54 % ; 111,19 %]	[12,71 % ; 135,21 %]	[8,35 % ; 144,68 %]
	10 %	[-6,77 % ; 163,83 %]	[-24,85 % ; 227,28 %]	[-30,55 % ; 254,15 %]
	15 %	[-32,48 % ; 221,47 %]	[-51,13 % ; 344,15 %]	[-56,58 % ; 399,94 %]
	20 %	[-52,30 % ; 282,02 %]	[-69,00 % ; 487,86 %]	[-73,53 % ; 588,33 %]

Tableau 2 : intervalle de rendement à 1 an en fonction de la volatilité

L'investisseur s'attend donc à ce que son argent investi dans l'actif risqué lui procure un rendement dans T années compris entre R^*_{min} et R^*_{max}, et pas « trop éloigné » de R^*.

Lorsque la volatilité et le rendement espéré R^* sont donnés, on peut facilement construire un « cône de diffusion », c'est-à-dire un intervalle qui, à chaque horizon de temps donné, va donner les valeurs possibles de rendement du fonds avec une probabilité p fixée.

Pour cela, il faut déterminer les fonctions $V^*(T)$, $V^*_{min}(T)$ et $V^*_{max}(T)$ désignant respectivement les valeurs obtenues lorsqu'on place 100 Euros au temps $T = 0$, en moyenne, au pire des cas et au meilleur des cas. Compte tenu de l'hypothèse de distribution normale des rendements détaillée précédemment, on a :

$$V^*(T) = 100e^{R^*T}$$

$$V^*_{min}(T) = 100e^{(R^* - \frac{\sigma^2}{2})T - K\sigma\sqrt{T}}$$

$$V^*_{max}(T) = 100e^{(R^* - \frac{\sigma^2}{2})T + K\sigma\sqrt{T}}$$

Où K est le p-percentile de la loi normal. Si $p = 95\%$, alors $K \approx 2$.

Le graphique de la Figure 2 ci-dessous illustre le « cône » de diffusion.

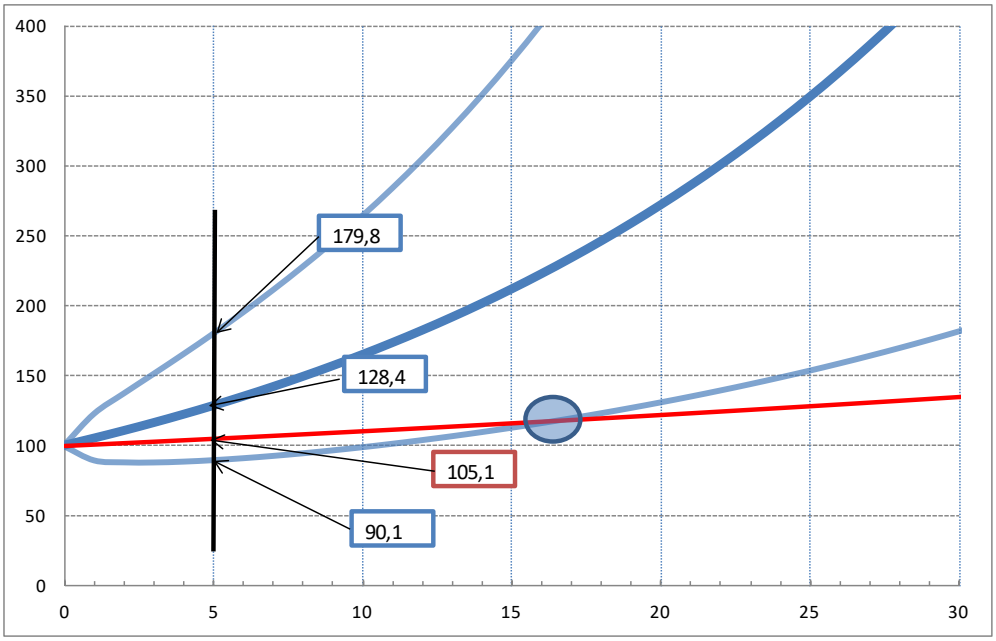


Figure 2 : illustration du cône de diffusion

En abscisse se situe le temps en années et en ordonnée la valeur de l'actif placé en euros.

L'évolution de l'actif, lorsque l'actif est placé au taux dans risque, exprimé en taux annuellement composés, est alors décrite par la formule :

$$S_T = S_0 e^{R.T}$$

C'est la courbe rouge sur la Figure 2.

La courbe bleu foncé du milieu représente la fonction $V^*(T)$.
La courbe bleu clair du bas représente la fonction $V^*_{min}(T)$ et celle du haut la fonction $V^*_{max}(T)$.

Au temps 0 (échelle des abscisses), on part d'un investissement d'un capital de 100 € (échelle des ordonnées). La courbe rouge représente l'accroissement de la valeur du capital investit dans le l'actif sans risque monétaire (1 % par an dans l'exemple en continument composé). La courbe bleu foncé donne l'accroissement du capital au taux R^* (à 5 % par an dans l'exemple) placé en actif risqué de

volatilité 6 % entourée des deux courbes bleues claires inférieure et supérieure donnant la valeur de l'actif aux taux respectifs de R^*_{min} et R^*_{max}.

Après 5 ans (trait vertical noir), le capital placé au taux sans risque vaut 105,1 €. Le capital placé sur l'actif risqué aura une espérance de 128,4 €, mais pourra prendre, dans 99 cas sur 100 ($p = 99\%$), des valeurs comprises entre 90,1 € et 179,8 € (délimités par les courbes bleu clair). On constate que, plus le temps passe, plus les intervalles de possibilité du rendement risqué s'élargissent autour de la courbe du rendement espérée.

Après 16 ans (gros point rond sur le graphique), que nous appellerons temps minimal de placement risqué, noté T^*, le rendement minimal R^*_{min} de l'actif risqué est supérieur au rendement sans risque. Cela signifie qu'après cette date, on est certain d'obtenir (avec une probabilité $\frac{p+1}{2}$) plus que l'actif sans risque en investissant dans l'actif risqué de volatilité 6 % et de rendement espéré 5 % par an.

Dans ce qui suit, nous étudions différents comportements des courbes $V^*(T)$, $V^*_{min}(T)$, $V^*_{max}(T)$ et du placement sans risque lorsque l'on fait varier les paramètres.

Un placement avec un rendement espéré fort et une faible volatilité présentera le graphique suivant :

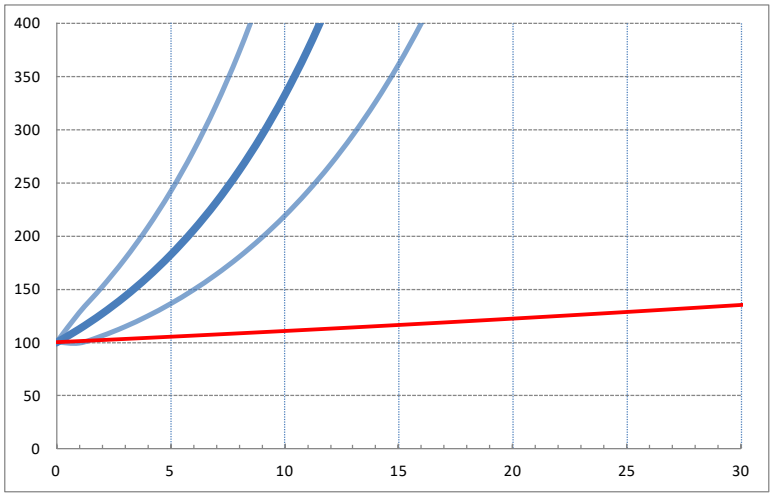


Figure 3 : cône de diffusion avec un fort rendement et une faible volatilité

La Figure 3 est réalisée avec un rendement espéré de 12 % et une volatilité de 5 %. On constate un temps minimal de placement risqué de 2 ans. On peut noter sur le graphique un rétrécissement du cône de diffusion, consécutif à la baisse de la volatilité par rapport au premier graphique.

Dans la pratique, il n'existe malheureusement pas d'investissement offrant une forte prime de risque avec si peu de volatilité et les placements affichant des primes de risques élevées présentent davantage de risque, comme dans le graphique ci-dessous :

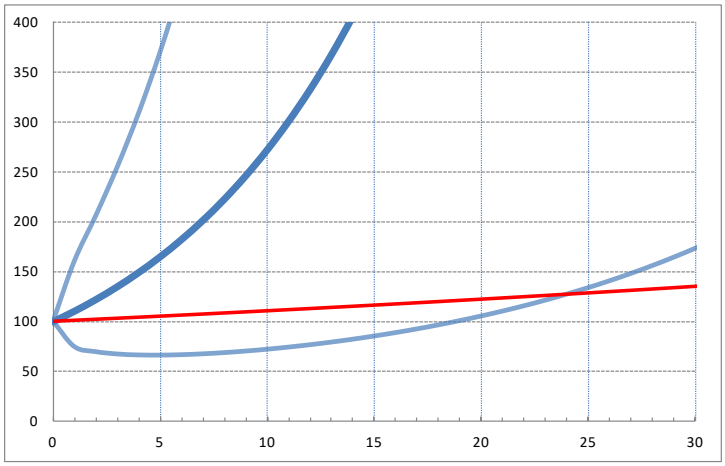


Figure 4 : cône de diffusion avec forte volatilité

La Figure 4 a été construite avec un rendement espéré 10 % et une volatilité 15 %. On trouve alors T^* qui vaut 24 ans.

Un placement présentant une espérance de rendement faible verra son cône de diffusion plus étroit :

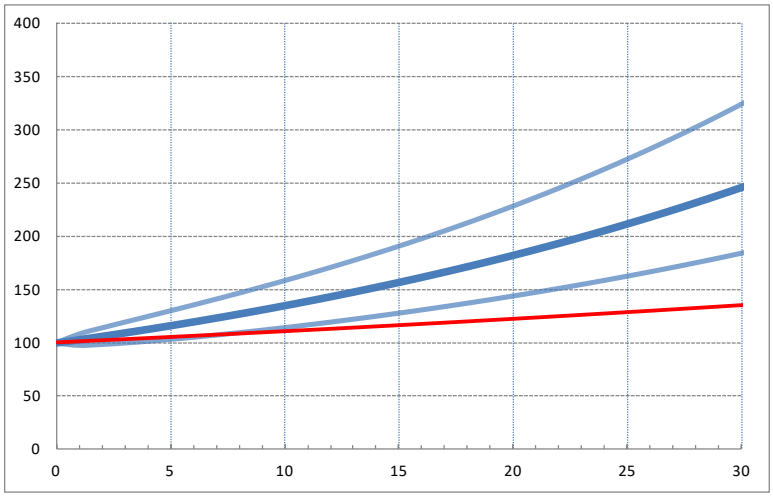


Figure 5 : cône de diffusion avec volatilité très faible

La Figure 5 est réalisée avec un rendement espéré de 3 %, une volatilité de 2 %, faisant apparaître T^*à 7 ans.

De manière approximative, on peut considérer qu'un accroissement de 2 points de pourcentage de volatilité fait accroitre d'un point la prime de risque. Le rapport $\frac{prime\ de\ risque}{volatilité}$ est appelé Ratio de Sharpe.

<u>Solution proposée</u>

Grâce à la partie précédente, nous sommes en mesure de savoir s'il est possible d'investir dans un actif risqué donné afin de garantir la disponibilité de l'engagement E à l'horizon T, en fonction de la prime de risque et de la volatilité de cet actif.

En effet, considérons un actif risqué de prime de risque et de volatilité données, et donnons-nous une probabilité p^* d'honorer nos engagements. Alors nous pouvons déduire la valeur de R^*_{min} et le temps minimum de placement T^* garantissant un rendement supérieur au rendement de l'actif. Il suffit pour cela de considérer le temps T^* précédemment déduit dans le cas d'une probabilité de détermination de l'intervalle de confiance de $p = \frac{1+p^*}{2}$. En effet, il ne s'agit pas que notre rendement soit dans un intervalle $[R^*_{min}\ ;\ R^*_{max}]$ mais plutôt qu'il soit supérieur à R^*_{min} .

Dès lors, nous nous trouvons dans la situation suivante :

- Ou bien, T est inférieur à T^*: nous n'avons pas la possibilité d'investir dans le type d'actif risqué donné pour être assurer d'honorer l'engagement. Le montant à placer en actif sans risque d'horizon T sera de Ee^{-RT} .

- Ou bien, T est égal à T^*: l'investissement dans l'actif peut être envisagé, puisque le pire des rendements possibles (avec une probabilité p^*) est supérieur au rendement sans risque. Dès lors, la somme à investir sera de $Ee^{-R^*_{min}T}$ dans l'actif risqué car $R^*_{min} = R$. Dans le cas le plus défavorable, on obtiendra à la date T un montant de E ; dans le cas le plus favorable, un montant de $Ee^{R^*_{max}T}$; et en moyenne, on obtiendra un montant de Ee^{R^*T} . Notons néanmoins que, T et T^* étant des variables réelles, l'événement $T = T^*$ a une probabilité nulle de se produire.

- Enfin, dans le cas où T est supérieur à T^*: il faudra investir $Ee^{-R^*_{min}T}$, ce qui est inférieur à Ee^{-RT} qu'il faut investir quand on investit dans l'actif sans risque.

Un paramètre important rentrant dans le calcul de T^* est le ratio de Sharpe. Dans le deuxième exemple d'actif risqué, nous avions une prime de risque de 10 % et une volatilité de 5 %, ce qui faisait un ratio de Sharpe à 2, diminuant drastiquement T^* à 2 ans.

Le tableau ci-dessous donne $T^*(s)$ pour différentes valeurs du ratio de Sharpe s, avec une volatilité fixe de 10 % :

s	T^*
0,3	106,2
0,4	54,2
0,5	32,8
0,6	21,9
0,7	15,7
0,8	11,8
0,9	9,2
1	7,4
1,2	5,0

Tableau 3 : temps minimum de placement en fonction du Ratio de Sharpe

Un bon ratio de Sharpe permet de réduire sensiblement le temps minimal disponible. Par la suite (paragraphe 1.2), nous étudierons comment rendre plus élevé le ratio de Sharpe.

Contrainte de solvabilité

Une entreprise d'assurance est solvable si elle est capable de couvrir ses engagements futurs au moyen de ses actifs, quels que soient les scénarios favorables ou défavorables envisagés.

La solvabilité doit bien sûr être réalisée à chaque instant et ne doit pas prendre en compte d'éventuels bénéfices liés aux affaires estimées mais non encore réalisées. C'est ce qu'on appelle le régime « run-off ».

La solvabilité des entreprises, aussi bien d'un point de vue réglementaire que prudentielle, s'apprécie donc en run-off.
D'après le modèle étudié plus haut, et toujours dans le cas d'un engagement ponctuel dans le temps et certain, l'entreprise sera solvable à la condition que :

- si T est inférieur à T^*: l'entreprise dispose d'un actif supérieur à Ee^{-RT} ;
- si T est supérieur à T^*: l'entreprise dispose d'un actif supérieur à $Ee^{-R^*_{min}T}$.

Couverture du risque de taux

Le choix ayant été réalisé entre l'actif sans risque et l'actif risqué, la variation de la courbe des taux d'intérêt est susceptible de modifier la valeur actualisée de l'engagement à honorer.

En effet, dans le cas où T est inférieur à T^* :

$$\frac{\partial}{\partial R} Ee^{-RT} = -TEe^{-RT}$$

Ainsi, si le taux sans risque R diminue, l'engagement actualisé augmente.

Or, comme il a été vu, l'actif adossé à cet engagement est placé dans l'actif sans risque jusqu'à la date de paiement de l'engagement, c'est-à-dire dans une obligation zéro-coupon. Cette obligation voit son prix varier de la même façon que

l'engagement lorsque le taux zéro R à T varie. L'actif et le passif variant de la même façon en fonction du taux, le risque de taux est éliminé.

En revanche, lorsque T est supérieur à T^*, les titres risqués dans lesquels est investi l'actif n'ont pas *a priori* une élasticité par rapport aux taux équivalente à celle d'une obligation zéro-coupon.

Il est ainsi possible que :

$$Ee^{-R^*_{min}T} + \frac{\partial}{\partial R^*_{min}} Ee^{-R^*_{min}T} < Ee^{-RT} + \frac{\partial}{\partial R} Ee^{-RT}$$

c'est-à-dire que l'actif risqué ne permette plus d'obtenir un montant supérieur aux engagements après variation des taux.

La société peut ainsi se retrouver en état d'insolvabilité. Il est donc nécessaire de couvrir le risque de variation de R, c'est-à-dire le risque de taux à T ans.

Pour cela, il faut étudier la sensibilité aux taux d'intérêts de l'engagement actualisé et de l'actif.

En pratique, il est commode d'utiliser une décomposition en « *buckets* » : le *bucket* est un intervalle de temps à l'intérieur duquel la courbe des taux sans risque bouge de manière parallèle. Ainsi, pour chaque *bucket*, nous déterminons les sensibilités de l'engagement et de l'actif adossé pour un déplacement de 0,01 % des taux compris dans le *bucket*.

La détermination des *buckets* est arbitraire. Sans qu'il ne soit besoin de faire une étude statistique approfondie, les intervalles suivants sont souvent utilisés comme *bucket* car les taux à l'intérieur de ces intervalles évoluent de façon similaire.

0 – 3 ans
3 – 7 ans
7 – 13 ans
13 – 20 ans
> 20 ans

Un engagement de maturité *T* aura une sensibilité aux taux dans le bucket contenant *T* (l'engagement est comme une obligation à zéro coupon).

L'actif adossé, suivant sa nature, peut avoir toute sorte de sensibilités réparties sur les différents *buckets*. Une obligation à taux fixe par exemple aura une forte sensibilité aux taux dans le *bucket* contenant sa maturité et des petites sensibilités souvent négligeables dans les *buckets* où « tombent » les coupons.

L'addition, *bucket* par *bucket*, des sensibilités taux de l'engagement et de l'actif adossé est possible, ce qui donne la sensibilité de l'ensemble Actif-Engagement à la courbe des taux, comme dans l'exemple :

Bucket	Engagement	Actif	Total
0 – 3 ans	0	Y1	Y1
3 – 7 ans	0	Y2	Y2
7 – 13 ans	X	Y3	X+Y3
13 – 20 ans	0	Y4	Y4
> 20 ans	0	0	0

Tableau 4 : Exemple de répartition des sensibilités taux en termes de buckets des actifs et des engagements de l'assureur

Dans l'exemple du Tableau 4, l'ensemble Actif-Engagement présente un risque de taux qui n'est pas nul si Y1, Y2, X+Y3 ou Y4 ne sont pas nuls. Il s'agit donc de couvrir le risque de taux au sein de chaque bucket.

Il existe plusieurs moyens permettant de se prémunir des variations de taux sans nécessairement engager d'argent. Les produits dérivés permettent notamment de résoudre ce type de problématique.

On peut citer, comme produits dérivés répondant à ce besoin, les swaps de taux ou bien les achats d'obligations à terme (les contrats futures).

<u>Risque de la volatilité</u>

Il est à noter que les risques de volatilité n'ont pas été présentés ici. Ces risques naissent dès que des profils optionnels sont liés aux engagements. Par exemple, lorsqu'un contrat d'épargne assurance garantit un taux de rendement minimal (garantie plancher sur les contrats en unité de compte par exemple) (NTEUKAM & PLANCHET, 2010), l'assureur se retrouve comme disposant d'une position

courte sur un put sur les taux dont le strike est en dehors de la monnaie, créant dès lors une sensibilité négative à la volatilité des taux d'intérêt.

Cette couverture des taux par l'actif se réalise au moyen de contrats à profils « convexe », comme notamment les swaptions (HULL, 2012), permettant ainsi de neutraliser, au moins en partie, ce risque.

Résultant en partie de l'interaction actif-passif, ce risque sera de nouveau évoqué en 1.4.1.

1.1.3 Généralisation à un échéancier d'engagements

Considérons maintenant le cas plus général où l'assureur fait face à un échéancier d'engagements à payer. Cet échéancier peut se voir naturellement comme un ensemble d'échéances ponctuelles comme évoquées en partie 1.1.1.

Ainsi, l'allocation d'actif, à savoir le recours ou non à un actif risqué s'effectue en décomposant les engagements année par année.

Il est à remarque que l'actif risqué servant de référence dépend de l'année considérée. En effet, un grand nombre d'investissements, du fait de leurs faibles liquidités, ne peuvent être détenus que pour une période minimale. C'est le cas par exemple de l'immobilier ou de l'investissement dans des fonds risqués (type *Private equity* ou gestion alternative).

Plus l'horizon d'investissement est loin, et plus le périmètre d'investissement est large, permettant de trouver des actifs à ratio de Sharpe plus élevé, comme nous le verrons partie 1.2.2. Dès lors, la nature de l'actif risqué va différer en fonction des horizons d'investissement.

L'allocation d'actif se fera donc en trois étapes successives :

1. Déterminer pour chaque année future, la composition d'actif risqué dont on déduira la prime de risque et la volatilité prévue ;
2. Ramené en situation de l'engagement ponctuel du paragraphe 1.1.2, conclure si l'investissement dans l'actif risqué pour chaque horizon donné est possible ;

3. En déduire si l'entreprise est solvable, c'est-à-dire si elle possède suffisamment d'actifs pour honorer la somme des engagements.

De là, l'actif sera naturellement divisé en trois parties :
- L'actif sans risque, dit d'adossement
- L'actif risqué
- L'actif en surplus

L'actif en surplus n'a pas de contrainte spéciale à subir puisque son existence signifie que les engagements sont déjà couverts par les actifs d'adossement.

1.2 Recherche d'un investissement diversifié optimisé

1.2.1 Caractéristiques rendement/risque des actifs de marché

Comme brièvement évoqué précédemment, les actifs financiers ont des primes de risques, des volatilités et des liquidités différentes.

Les volatilités et les primes de risques des actifs sont des paramètres difficiles à anticiper.

Les banques spécialistes dans les marchés financiers utilisent des techniques complexes et variées pour tenter de les estimer.
Certains actifs, comme certaines options à terme sur taux ou sur actions, permettent, par des techniques mathématiques, de déduire la valeur de la volatilité induite par le prix que les investisseurs donnent à ces produits. Il s'agit alors de volatilités implicites.

Néanmoins, même lorsque la volatilité implicite existe, elle n'est qu'une estimation de la volatilité réalisée future.

Lorsque la volatilité implicite n'est pas disponible, il est parfois possible de déduire la volatilité implicite d'un actif à partir des volatilités implicites connues d'actifs similaires ou corrélés.

Mais la valeur implicite n'est qu'une estimation de la valeur future. L'étude des séries historiques est une méthode alternative pour estimer les valeurs futures.

Elle n'est pas sans soulever des problèmes de mise en œuvre. Il faudrait savoir quel intervalle d'historicité doit être étudié : un rendement moyen sur 10 ans n'est pas souvent semblable à la moyenne des rendements sur les 5 premières années et sur les 5 suivantes. Il en est de même pour les volatilités.

Ensuite, elles varient au cours du temps, la volatilité des 10 ans passés n'est pas la même au 31/12/2014 qu'au 31/12/2013. Le tableau ci-dessous montre la prime de risque et la volatilité sur 10 ans d'historique de l'investissement en actions mondiales, représenté par l'indice MSCI World Total Return en euro :

	performance actions	rendement sans risque	prime de risque	volatilité	ratio de Sharpe
de 2004 à 2014	11,2 %	1,5 %	9,7 %	12,5 %	0,78
de 2003 à 2013	8,9 %	1,7 %	7,1 %	12,4 %	0,57
de 2002 à 2012	7,3 %	2,0 %	5,3 %	13,4 %	0,40
de 2001 à 2011	0,3 %	2,4 %	-2,1 %	14,9 %	-0,14
de 2000 à 2010	-0,7 %	2,8 %	-3,5 %	15,7 %	-0,22
de 1999 à 2009	-2,8 %	3,3 %	-6,1 %	16,4 %	-0,37
de 1998 à 2008	-1,8 %	3,5 %	-5,3 %	16,1 %	-0,33
de 1997 à 2007	5,5 %	3,5 %	2,0 %	15,9 %	0,12
de 1996 à 2006	10,5 %	3,4 %	7,1 %	16,8 %	0,42
de 1995 à 2005	12,2 %	3,6 %	8,6 %	17,1 %	0,50
de 1994 à 2004	10,5 %	4,1 %	6,4 %	17,1 %	0,37
de 1993 à 2003	8,4 %	4,6 %	3,8 %	17,4 %	0,22
de 1992 à 2002	12,0 %	5,5 %	6,5 %	17,4 %	0,38
de 1991 à 2001	24,0 %	6,5 %	17,5 %	16,0 %	1,10
de 1990 à 2000	37,0 %	7,3 %	29,7 %	15,5 %	1,91
de 1989 à 1999	26,7 %	8,2 %	18,5 %	16,4 %	1,13

Tableau 5 : illustration de variations des moyennes des performances, rendements, primes, volatilité, ratio de Sharpe en fonction de la fenêtre d'observation

Pour les actions, illustrées par l'exemple du Tableau 5, on constate facilement qu'il est difficile d'assigner une volatilité et une prime de risque historiques précises. La période 1999-2009 a été particulièrement mauvaise, avec les crises de 2001 et de 2008.

Il est d'autant plus difficile de prévoir ces grandeurs pour les 5, 10 ou 20 ans à venir.

Le Tableau 6 ci-dessous donne les primes de risques et les volatilités des principales classes d'actifs converties en euro, sur une période allant de 01/1999 à aujourd'hui :

type	ticker	prime	volatilité	description
immobilier	IMMO	5,2 %	2,8 %	INSEE prix logements anciens France métropolitaine
obligation souverain	QW2A	4,9 %	4,0 %	indice IBOXX obligations Etat Français TR
alternatif	HEDGNAV	8,0 %	9,3 %	Credit Suisse Hedge Fund Index
obligation entreprise	QW7A	4,8 %	3,3 %	indice IBOXX overall TR
actions	GDDUWI	6,7 %	14,6 %	MSCI World TR Euro

Tableau 6 : primes et volatilités des principales classes d'actif

Nous aborderons partie 1.2.3 les réserves qu'il est tenu d'avoir à l'esprit concernant les chiffres mentionnés dans ce tableau.

1.2.2 Diversification optimale théorique

<u>Méthode mathématique</u>

La possibilité d'investir dans différents types d'actifs peut servir à optimiser le rendement à volatilité donnée.

En effet, la diversification du portefeuille, grâce à un système de compensation (lorsque certains actifs baissent, d'autres montent), augmente l'espérance de rendement : il s'agit de l'application de la théorie moderne du portefeuille (AMENC & LE SOURD, 2003) de Markowitz.

Ainsi, prenons l'exemple de 2 classes d'actifs différentes A et B, présentant respectivement des rendements espérés respectifs de 5 % et 4 % et des volatilités respectives de 10 % et 7 %.

Supposons dans notre exemple que l'actif sans risque ait un rendement nul. Les actifs A et B ont donc des ratios de Sharpe respectifs de 0,5 et de 0,57.

Ajoutons que ces classes d'actifs ne sont pas indépendantes, c'est-à-dire qu'elles sont liées par un coefficient de corrélation différent de zéro.

Le coefficient de corrélation ρ est un nombre compris entre -1 et 1. Il s'exprime comme :

$$\rho = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Où σ_{XY} désigne la covariance des variables X et Y, σ_X et σ_Y désignant leurs volatilités.

Lorsque ρ vaut 1, les deux classes d'actifs sont totalement liées : lorsque l'une monte, l'autre monte également à coup sûr et inversement.
Lorsqu'il vaut -1, elles sont inversement corrélées.
Lorsqu'il vaut entre 0 et 1, les classes d'actifs ont tendance à bouger, *en moyenne*, dans le même sens (lorsque l'un monte, l'autre monte aussi).

Supposons donc que les classes d'actifs A et B aient un coefficient de corrélation de 0,25.

Alors l'investissement dans 50 % de A et 50 % pour B présentera un rendement espéré de 4,5 % (moyenne des 2 rendements) et une volatilité de 6,8 %, soit un ratio de Sharpe de 0,66, donc supérieur aux deux ratios de Sharpe des classes d'actifs initiales.

Dans ce cas simple, la théorie moderne du portefeuille donne une pondération optimale.
En investissant 35,8 % dans l'actif A et 64,1 % dans l'actif B, le rendement espéré sera de 4,36 %, la volatilité de 6,4 % et le ratio de Sharpe de 0,68.

Ainsi, on est passé de ratios de Sharpe de 0,5 et 0,57 à un ratio de Sharpe de 0,68 grâce uniquement à de la diversification.

La diversification améliore donc le couple rendement/risque.

Le Tableau 7 ci-dessous donne les couples rendement/risque pour les classes d'actif A et B de notre exemple avec des coefficients de corrélation différents :

corrélation	poids A	poids B	rendement espéré	volatilité	Sharpe
-0,99	41,2 %	58,8 %	4,4 %	0,6 %	7,58
-0,75	40,7 %	59,3 %	4,4 %	2,9 %	1,52
-0,5	40,1 %	59,9 %	4,4 %	4,1 %	1,07
-0,25	39,3 %	60,7 %	4,4 %	5,0 %	0,88
0	38,0 %	62,0 %	4,4 %	5,8 %	0,76
0,25	35,9 %	64,1 %	4,4 %	6,4 %	0,68
0,5	31,8 %	68,2 %	4,3 %	6,9 %	0,62
0,75	20,3 %	79,7 %	4,2 %	7,2 %	0,58

Tableau 7 : illustration de l'impact de la corrélation sur la volatilité

Moins les actifs sont corrélés, plus les bénéfices de la diversification sont importants. Le cas le plus avantageux est lorsque les actifs sont inversement corrélés.

Application sur un exemple

Appliquons la diversification aux classes d'actif principales mentionnées précédemment.

Les corrélations calculées sur la même période que les primes de risques et les volatilités sont les suivantes :

ticker	IMMO	QW2A	HEDGNAV	QW7A	GDDUWI
IMMO	1,00	0,16	0,00	0,07	-0,07
QW2A	0,16	1,00	-0,17	0,93	-0,37
HEDGNAV	0,00	-0,17	1,00	-0,20	0,63
QW7A	0,07	0,93	-0,20	1,00	-0,23
GDDUWI	-0,07	-0,37	0,63	-0,23	1,00

Tableau 8 : corrélations des principales classes d'actif

Un algorithme[1] de maximisation du ratio de Sharpe, sous la contrainte des pondérations limites donne le résultat suivant :

ticker	limite basse	limite haute	résultat
IMMO	0 %	100 %	**50,3 %**
QW2A	0 %	100 %	**0,0 %**
HEDGNAV	0 %	100 %	**8,5 %**
QW7A	0 %	100 %	**39,4 %**
GDDUWI	0 %	100 %	**1,8 %**

Tableau 9 : résultat de l'algorithme de maximisation du ratio de Sharpe

prime de risque total	5,3 %
volatilité totale	2,1 %
sharpe ratio	2,55

Cet algorithme se réalise par un processus d'optimisation sous contrainte, les variables d'ajustement étant les pondérations dans les classes d'actifs.

Sans surprise, l'algorithme donne une forte pondération en immobilier, en raison de sa prime de risque importante (5,2 %) au regarde de sa volatilité (2,8 %).

Il est sans doute nécessaire d'imposer certaines limites, car la pondération en immobilier semble trop élevée, surtout en l'état conjoncturel actuel.

La pondération en immobilier limitée à 20 %, la pondération optimale est la suivante :

[1] Cet algorithme, non détaillé dans le présent mémoire, se réalise facilement sous Excel en remarquant que la variance d'un portefeuille à n actifs de poids w_i s'écrit $\sigma^2 = \sum_{i,j\epsilon[1;n]} \rho_{ij} w_i \sigma_i \sigma_j$.

ticker	limite basse	limite haute	résultat
IMMO	0 %	20 %	**20,0 %**
QW2A	0 %	100 %	**0,0 %**
HEDGNAV	0 %	100 %	**13,7 %**
QW7A	0 %	100 %	**64,5 %**
GDDUWI	0 %	100 %	**1,8 %**

Tableau 10 : résultat de l'algorithme de maximisation du ratio de Sharpe sous la contrainte de la pondération en immobilier

prime de risque total	5,3 %
volatilité totale	2,4 %
sharpe ratio	2,22

Bien sûr, en pratique, les limites maximales qu'on investit dans chaque classe d'actif sont à déterminer de façon collégiale au sein de la direction financière. Il est clair que des impératifs autres que purement financier rentrent en compte dans le choix des pondérations maximales.

Par ailleurs, le modèle donne une forte pondération dans l'investissement obligataire, ce qui n'est pas étonnant puisque les 7 dernières années ont vu les resserrements des taux d'intérêt et des spreads de crédit. Néanmoins, il semble peu probable que ce phénomène continue, à tout le moins de la même ampleur, sur les 10 années qui viennent.

Il est remarquable d'obtenir, par le jeu de la diversification, un ratio de Sharpe d'actif risqué supérieur à 2.

Un autre jeu de pondération, sans doute plus en adéquation avec la situation actuelle est le suivant :

ticker	limite basse	limite haute	résultat
IMMO	0 %	20 %	**20,0 %**
QW2A	0 %	100 %	**37,9 %**
HEDGNAV	0 %	10 %	**10,0 %**
QW7A	0 %	100 %	**0,0 %**
GDDUWI	0 %	100 %	**32,1 %**

Tableau 11 : résultat de l'algorithme de maximisation du ratio de Sharpe sous la contrainte de la pondération en immobilier et en gestion alternative

prime de risque total	5,8 %
volatilité totale	5,0 %
sharpe ratio	1,17

Dans cet exemple, nous avons imposé une volatilité totale égale à 5 % afin de bénéficier d'une prime de risque plus élevée.

1.2.3 Critique sur le modèle d'allocation utilisé

Le modèle d'allocation précédemment présenté s'est fondé sur quelques hypothèses simplificatrices sur lesquelles il convient de revenir.

La log-normalité des prix des actifs :

La log normalité des actifs, ou bien la normalité des rendements, est un préalable essentiel à l'étude qui précède. Or, il va sans dire que les actifs financiers ne suivent pas des distributions log-normales. Pour, malgré tout, pouvoir mettre en application le modèle proposé, deux stratégies peuvent être mises en place :

- La première serait de trouver un modèle de distribution aléatoire qui serait mieux adapté à définir les processus temporels des prix, incluant notamment les phénomènes de « sauts » et de « *black swans* » ;
- La deuxième serait d'ajuster les paramètres volatilités et corrélations, au besoin en les faisant varier en fonction des horizons d'étude, générant ainsi des surfaces de volatilités et de corrélations implicites. C'est cette deuxième stratégie qui est privilégiée ici car elle offre l'avantage d'offrir une vision intuitive des comportements des actifs et d'être très utilisé dans l'industrie financière. Il convient alors de compenser les « queues de distribution épaisses » par la simple augmentation de la volatilité et des corrélations lors de scénarios de chocs.

Le biais haussier des indices actions :

Les indices actions et alternatifs choisis offrent un biais haussier non négligeables. En effet, les indices, de par leurs constructions, excluent les actions des sociétés faisant faillite ou qui voient leurs cours de bourses chuter fortement pour les remplacer par des actions au cours plus stable. Ainsi ne sont gardées dans un indice que les bons éléments.

1.2.4 Diversification optimale dans le contexte de la fin 2016

Valeur de R et de R_{min} au 30/09/2016

Le tableau suivant donne, suivant la courbe des taux sans risque (emprunts d'état français capés à 0 %) au 30/09/2016 et un actif risqué de volatilité 5 % et de ratio de Sharpe 1, les différentes valeurs de R et R_{min} sur les 25 prochaines années.

T	R	$Rmin$
0		
1	0,00 %	
2	0,00 %	
3	0,00 %	
4	0,09 %	
5	0,24 %	
6	0,42 %	
7	0,59 %	
8	0,77 %	1,10 %
9	0,95 %	1,54 %
10	1,11 %	1,93 %
11	1,23 %	2,25 %
12	1,36 %	2,55 %
13	1,48 %	2,82 %
14	1,61 %	3,08 %
15	1,73 %	3,33 %
16	1,78 %	3,50 %
17	1,84 %	3,66 %
18	1,89 %	3,80 %
19	1,95 %	3,95 %
20	2,01 %	4,08 %
21	2,03 %	4,18 %
22	2,05 %	4,27 %
23	2,07 %	4,36 %
24	2,10 %	4,44 %
25	2,12 %	4,52 %

Tableau 12 : valeurs de R et Rmin en fonction de l'horizon de détention

Comme nous le constatons dans le Tableau 12, compte tenu des paramètres de volatilités, de ratio de Sharpe et de taux sans risque, le placement dans de l'actif risqué n'est possible que pour un horizon d'investissement supérieur 8 ans.

Ainsi, dans cet exemple, les engagements de l'assureurs inférieurs à 8 ans devront être adossés à des obligations sans risque de maturité correspondantes, les engagements supérieurs à 8 ans seront investis dans l'actif risqué dont les caractéristiques ont été précisées.

1.3 Cas particulier de la problématique des « contrats en Euro » dans le contexte d'une économie à taux bas

Un point particulier est ici fait sur le cas des « contrats en Euro » offerts par les assureurs-vie, dans le contexte économique de taux d'intérêts bas.

Les contrats en euro sont des placements sans risque offrant au souscripteur une épargne constamment disponible assortie d'une appréciation du capital investit.

De ce fait, l'assureur-vie est, pour pouvoir à chaque instant retourner au souscripteur son capital sans être pris en défaut, contraint de placer l'argent sur des supports sans risque, c'est-à-dire des obligations d'Etat.

Dès lors, le rendement du contrat en euro proposé aux souscripteurs varie comme le taux court sans risque des marchés financiers diminué des différents chargements.

Or, lorsque les taux sont bas, le contrat en euro présente un *business model* peu attractif, voire défavorable.

En effet, dans ce cas, il y a peu de marge pour les divers chargements, sachant qu'on ne peut donner un rendement négatif aux clients, car cela rendrait le produit totalement non attractif (FLEURIET, 2005), (LAMAZURE, 2010).

Cette situation de taux bas au sein de la zone Euro, a démarré depuis la crise financière de 2008 et semble durer aujourd'hui.

En effet, à la suite de la crise financière des années 2008-2009 et de la crise des états souverains qui a suivi dans les années 2010-2011, les taux d'intérêt ont considérément baissé, aussi bien :

- les taux courts sous l'effet de la politique monétaire accommodante mise en place par la BCE afin de réduire les coûts d'emprunt et ainsi relancer l'investissement productif ;

- que les taux longs sous l'effet d'un sentiment d'une reprise lente de la croissance de la zone euro, une défiance des signatures souveraines non allemandes et peu de perspectives inflationnistes encouragées par une baisse du prix des matières premières et un ralentissement de la croissance mondiale (Figure 6).

Figure 6 : évolution du taux 10 ans Etat allemand

Dans le sillage de la baisse des taux, on a constaté une baisse des spreads obligataires (Figure 7), c'est-à-dire de l'écart de rendement existant entre les obligations sans risques (à savoir les obligations d'état allemand) et les obligations risquées, car émise par des entreprises ou des états susceptibles de faire défaut (comme nous l'avons vu pour la Grèce mais aussi l'Espagne, l'Italie, l'Irlande et le Portugal).

En effet, devant un univers d'investissement risqué et une réglementation plus stricte, incitant à augmenter le contrôle des risques, les investisseurs institutionnels se sont massivement repliés vers des actifs sans risques ou peu

risqués, expliquant la baisse conjuguée des taux et des spreads. C'est le phénomène de « *fly to quality* » que l'on constate au sortir de chaque crise.

Figure 7: indice Itraxx représentant le niveau d'un panier moyen de CDS 5 ans, servant ainsi d'évaluation du niveau général des spreads

Ce contexte a, certes, permis aux investisseurs obligataires de dégager des plus-values car la baisse des taux actuariels (*yield-to-maturity*) et, en parallèle, la baisse des spreads, même en l'absence parfois de meilleures perspectives des émetteurs, ont provoqué une augmentation de la valeur de marché des obligations d'entreprise.

Ceci a contribué à l'augmentation de la participation aux bénéfices au profit des cotisants permettant de servir des taux assez bons aux détenteurs de contrats en euro. Mais les taux ne peuvent pas continuer à baisser sans cesse, limitant donc drastiquement cette possibilité de rémunération dans le future (OCDE, 2015).

Dans ce contexte, l'assureur des contrats en euro va devoir :

- soit renoncer à continuer cette activité,
- soit s'efforcer à trouver des classes d'actifs alternatives aux obligations d'Etat qui offrent des caractéristiques en adéquation avec les contraintes des contrats en euro.

Cette dernière possibilité implique un certain nombre de précautions opérationnelles ou règlementaires qui seront abordées par la suite.

1.4 Aspects prudentiels de l'allocation d'actifs

1.4.1 Interactions actifs-passifs

Il n'est pas précisé en 1.1 comment faire face à une interaction actif-passif dynamique, c'est-à-dire dans le cas où des changements des engagements peuvent se produire si les actifs devaient avoir de performances supérieures ou inférieures à celles prévues par le modèle de projection.

En réalité, il est souvent fréquent que les engagements des assureurs dépendent des performances des actifs sous forme de participations aux bénéfices. Dans ce mécanisme, lorsque les actifs s'adjugent de bonnes performances, une partie du surplus de performance par rapport à la performance escomptée est donnée aux adhérents. Dans le cas contraire où les actifs connaissent une mauvaise performance, les engagements de l'assureur envers les adhérents peuvent ne pas baisser.

D'un point de vue financier, tout se passe comme si les adhérents étaient, collectivement ou individuellement, détenteurs d'une option d'achat (call). A l'inverse, l'assureur a une position courte dans ce même call. Les techniques de prise en compte de ce call fictif sont variées. Il peut être notamment décidé d'utiliser des générateurs de scénarios économiques stochastiques afin d'en évaluer le prix et de l'inclure dans les provisions techniques.

Dans une telle situation, l'allocation d'actifs doit être en mesure de couvrir le risque induit par cette position courte. En effet, comme décrit dans la théorie de *pricing* des options financières (HULL, 2012), la position courte d'un call crée indubitablement une position courte dans la volatilité implicite des actifs sous-jacents. Ainsi, la détention de l'actif S_t au temps t dans le portefeuille de l'assureur peut s'assimiler à la création d'une position courte supplémentaire dans le call c_t, de maturité au 31/12 de l'année d'exercice et de strike valant la valeur de l'actif garantie à l'assuré. Il ressort que la valeur implicite du portefeuille de l'actif peut s'assimiler à $S_t - c_t$.

La couverture de ce risque consiste à couvrir le $-c_t$, c'est-à-dire prendre une position inverse, comme par exemple une position longue sur la volatilité des actifs en portefeuille. Il n'est pas facile en pratique d'acheter, auprès d'une

institution financière, un call sur le panier constitué de l'ensemble de l'actif du portefeuille.

En conséquence, une autre manière de procéder est d'acheter un ensemble de positions longues sur les volatilités des différents actifs du portefeuille ; ces positions peuvent notamment se créer par l'investissement dans des calls, swaptions, varswaps, etc.. Dans ce cas, le risque de corrélation doit être couvert séparément, ce qui nécessite l'utilisation de produits dérivés complexes.

De façon certainement plus à la portée des organismes assureurs, il peut être intéressant de substituer l'achat d'un call par sa réplication. La réplication synthétique d'une option, ou réplication « delta-neutre », consiste à éviter la souscription d'un contrat à terme en ajustant continuellement, ou à fréquences régulières, son exposition dans le sous-jacent. Dans le cas présent, cet ajustement consisterait à acheter plus d'actif risqué lorsque le marché monte, et à réduire son exposition dans l'actif risqué, au profit de l'actif sans risque, lorsque l'actif risqué perd de sa valeur.

1.4.2 Principe de précaution face à la complexité des produits financiers

Il est important d'insister à ce stade sur le fait que l'allocation d'actif basée sur les risques statistiques, à savoir la volatilité et la corrélation, n'est pas le seul critère permettant de juger de la pertinence d'un investissement. En effet, des produits financiers complexes, c'est-à-dire mettant en jeu des stratégies d'arbitrage ou investissant sur des instruments peu liquides et peu volatiles peuvent, sous les seules perspectives des volatilités et corrélations, induire en erreur et largement sous-estimer le risque, négligeant de ce fait tous les autres risques inhérents aux produits financiers.

Il est par conséquent indispensable, pour ne pas dire de bon sens, de suivre un « principe de précaution » en évitant, autant que faire se peut, les produits financiers dont l'entreprise n'a pas la connaissance et la maîtrise totale des enjeux. Ces aspects seront davantage développés en 2.8.

Partie 2. Proposition d'une méthode d'évaluation du risque des actifs dans le contexte de la directive Solvency 2

La précédente partie ayant présenté les principes d'une allocation d'actifs pour un assureur devant faire face à un échéancier d'engagements, la présente partie va tenter d'exposer comment les actifs, et en particulier ceux logés au sein des Organismes de Placements Collectifs en Valeur Mobilière (OPCVM) et intervenant sur des classes non traditionnelles, peuvent être appréhendés dans le cadre de la directive « Solvabilité 2 ».

2.1 Principe d'évaluation dans le cadre prudentiel

2.1.1 Généralités : les piliers Solvabilité 2

Comme évoqué en introduction, les assureurs réduisent les risques provenant des contrats d'assurance émis par mutualisation. Mais, réinjectant l'argent des primes perçues sur les marchés financiers et dans l'économie, ils vont au-devant de risques avec lesquels ils ne sont pas nécessairement familiers ou préparés.

La crise financière de 2008-2009 a montré que ce risque était pas ou peu encadré par les assureurs, ce qui a causé de lourdes pertes non prévues.

Dans ce contexte, les états membre de l'Union Européenne ont mis en place la Directive Solvabilité 2, dont l'objectif principal était de contraindre les

organismes assureurs d'atteindre certains niveaux de solvabilité afin qu'ils puissent faire face à leurs engagements à tout instant.

Pour ce faire, la directive Solvabilité 2 vise notamment à réformer en profondeur les règles de solvabilité auxquelles étaient soumises les entreprises d'assurance en créant un système plus harmonisé, avec une meilleure prise en compte des risques assumés par les organismes d'assurance, et plus cohérent avec le système prudentiel bancaire.

Solvabilité 2 retient une architecture à trois piliers comparable à celle définie pour le secteur bancaire par le Comité de Bâle : exigences quantitatives, activités de surveillance, information et publicité.

Pilier 1 : les règles quantitatives

Le pilier 1 vise à définir les règles quantitatives dans trois domaines :

- Les provisions techniques.
- L'exigence de capital pour lequel deux niveaux de capital sont déterminés :
    - le minimum de capital requis ou MCR (*Minimum Capital Requirement*) déterminé suivant un calcul simplifié et identique pour toutes les compagnies ;
    - le capital de solvabilité requis ou SCR (*Solvabilité Capital Requirement*), dont le calcul repose soit sur l'utilisation d'une formule standard (basée sur des facteurs et des modules de risque) soit sur l'utilisation d'un modèle interne capable de retracer la situation propre de la compagnie.
- La définition et les règles d'éligibilité des éléments de capital.

Ce premier pilier s'attache donc à établir des outils de mesure des provisions techniques, à déterminer comment l'actif a la capacité d'y faire face, et à formuler une harmonisation des principes de calcul entre les différentes compagnies européennes.

Pilier 2 : le processus de contrôle prudentiel

L'objectif poursuivi par le pilier 2 est de définir les activités de surveillance aussi bien au niveau des entreprises d'assurance elles-mêmes qu'à l'échelon des superviseurs.

Au sein des organismes d'assurance, le pilier 2 s'assure de l'adéquation des mécanismes de contrôle interne et d'organisation ainsi que des principes applicables en matière de gestion des risques afin que les compagnies puissent se contrôler elles-mêmes et régulièrement à travers des procédures écrites ou encore par le biais des systèmes de contrôle et d'audit interne.

Parallèlement, les autorités de contrôle doivent avoir les moyens d'identifier les compagnies représentant un risque financier ou organisationnel important. Dans de tels cas, elles ont la possibilité d'augmenter l'exigence de capital ou d'appliquer des mesures ciblées pour réduire les risques. Grâce au pilier 2, les autorités de contrôle auront donc un droit de regard sur l'ensemble de la gestion et du fonctionnement d'un organisme assureur, examinant l'ensemble des risques, y compris le risque opérationnel.

Pilier 3 : information et discipline de marché

Le pilier 3 étudie les éléments d'information qui doivent être publiés par les entreprises d'assurance :

- information publique dans le cadre de la discipline de marché,
- information à l'usage des superviseurs,
- règles d'information des assurés.

Ces éléments d'informations sont publiés à des fréquences définies et dans des formats relativement standardisés.

2.1.2 Le pilotage des risques et la gouvernance Pilier 1 / Pilier 2

La directive Solvabilité 2 préconise la mise en place d'un système de gouvernance structuré. Les rôles et les responsabilités de chaque équipe technique et administrative doivent être établis de manière transparente, appropriée et standardisée. Des mécanismes de transmission et de formalisation de

l'information (reportings, rédaction de politiques, chartes, etc.) sont à prévoir pour éviter le plus possible les conflits d'intérêts entre les différentes fonctions mises en place.

Concrètement, le système de gouvernance comprend deux entités : le système de gestion des risques dont le dispositif ORSA fait partie (paragraphe 2.1.3), et le système de contrôle interne articulé autour de quatre fonctions clés :

- La fonction actuarielle : elle coordonne l'évaluation des provisions techniques, valide et contrôle les méthodes et les hypothèses utilisées pour ce calcul.
- La fonction de gestion des risques : en collaboration avec l'ensemble des lignes de métiers de l'entreprise, elle est chargée d'identifier, de mesurer, de contrôler et de gérer les risques. Cela se traduit par le pilotage du processus ORSA par exemple. Par ailleurs, elle fournit une vision claire, exhaustive et globale des risques encourus par l'entreprise aux preneurs de décision (dont l'AMSB, décrit ci-dessous).
- La fonction de vérification de la conformité : elle vérifie le respect des dispositions législatives, réglementaires et administratives et a bien sûr un rôle de conseil auprès des preneurs de décision sur les aspects législatifs. Également, elle doit veiller aux risques de fraude, de blanchiment d'argent, etc.
- La fonction d'audit interne : indépendante des fonctions opérationnelles, elle doit évaluer la fiabilité du système de conformité mis en place par la fonction de conformité et de tous les autres aspects de la gouvernance.

Par ailleurs, une déclinaison en équipes opérationnelles de chaque fonction clé doit être envisagée.

L'organe d'administration, de gestion ou de contrôle, ou AMSB (*Administrative, Management or Supervisory Body*), a un rôle de décision mais également une responsabilité quant au respect des dispositions législatives et administratives. Armé de l'évaluation pilier 1 et en collaboration constante avec les fonctions clés mises en place dans le cadre du pilier 2, il est en mesure de décider des orientations stratégiques à moyen et long terme.

2.1.3 L'ORSA

Dans le cadre du pilier 2, les organismes assureurs doivent mettre en place un ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment* ou Évaluation interne des risques et de la solvabilité).

Via l'élaboration d'une allocation de capital par preneur de risque, le dispositif ORSA définit les rôles et les responsabilités de chaque fonction, rendant dès lors perceptibles tous les risques sous-jacents.

Une allocation du capital par propriétaire de risque permet aux équipes opérationnelles de mieux comprendre et analyser les risques dont elles sont en charge. L'intégration du « risque » dans la gestion des activités se fait alors depuis la déclinaison la plus fine dans la hiérarchie de l'entreprise pour remonter jusqu'aux preneurs de décision (approche *Bottom Up*).

Une cartographie des risques est alors établie par différents échanges entre les équipes opérationnelles et la fonction gestion des risques en charge du projet, ce qui permet à la société de mettre en place son appétence aux risques.

Cette déclinaison de l'appétence au risque permet de définir un Besoin Global de solvabilité (BGS) qui, contrairement au SCR du pilier 1, est construit en interne par l'entreprise en prenant en compte toutes les spécificités mises en relief par la cartographie des risques.

Ainsi, l'entreprise doit pouvoir :

- déterminer les catégories de risques et les méthodes visant à mesurer les risques
- décrire la manière dont chaque catégorie de risques est gérée,
- décrire le lien entre l'évaluation du BGS, les exigences réglementaires de capital et les limites de tolérance au risque de l'entreprise,
- préciser les limites de tolérance au risque au sein de toutes les catégories pertinentes de risques conformément à l'appétence au risque de l'organisme assureur,
- décrire la fréquence et le contenu des simulations de crise régulières, ainsi que les situations qui justifieraient des simulation de crise ad hoc.

L'AMSB approuve la cartographie et les techniques mises en place d'évaluation des risques et doit s'assurer que les stratégies commerciales et opérationnelles en

termes de réassurance ou d'investissements par exemple ont bien été prises en compte dans le processus.

2.1.4 La mesure du risque financier - le SCR de marché

Contrairement à la démarche pilier 2 qui confère à l'entreprise une certaine liberté de cartographie des risques, le pilier 1, plus quantitatif, définit une méthodologie complète afin d'imposer aux assureurs de disposer de fonds propres suffisamment importants dans le but de maintenir la solvabilité de l'entreprise quels que soient les aléas de la sinistralité de leurs engagements ou des fluctuations de la valeur des actifs investis.

La directive précise également que les entreprises d'assurance ont le devoir de calculer elles-mêmes leur SCR et que les calculs et les méthodes doivent être vérifiés et approuvés par une autorité de contrôle locale (l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution, ACPR, en France).

La directive ajoute que le SCR correspond à la valeur en risque avec une probabilité de 99.50 % (*Value at Risk* ou VaR à 99.5 %) sur 1 an (article 101).

Pour savoir comme déterminer la VaR et déduire le capital de solvabilité requis (SCR) de chaque organisme assureur, l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*), entité qui regroupe l'ensemble des autorités de contrôle des états participants dans le cadre de la réforme Solvabilité 2, a développé un modèle simplificateur visant à décrire et mesurer les risques des bilans des assureurs : le modèle standard (EIOPA, 2014). Le principe du modèle standard est succinctement expliqué dans l'article liminaire 65 de le directive 2009/138/CE :

« *Il convient d'élaborer une formule standard pour le calcul du capital de solvabilité requis, afin de permettre à toutes les entreprises d'assurance et de réassurance d'évaluer leur capital économique. La structure de cette formule devrait être modulaire, c'est-à-dire que l'exposition séparée à chaque catégorie de risque devrait être évaluée dans un premier temps, avant d'agréger toutes ces expositions. Lorsqu'elle permet de mieux refléter son véritable profil de risque de souscription, l'utilisation de paramètres propres à l'entreprise devrait être autorisée, à condition que ces paramètres résultent d'une méthodologie standardisée.* »

Le modèle standard a notamment pour but de faciliter :

- La mise en place de calcul de SCR en simplifiant les méthodes,
- Le contrôle par les autorités,
- L'harmonisation des méthodes au niveau des branches d'assurance et des pays.

Ce modèle réalise un certain nombre de simplifications théoriques et considère la volatilité comme agrégation des volatilités liées à différents modules de risques liées entre elles par des coefficients de corrélation et permettant ainsi de déterminer le SCR de l'entreprise en fonction de SCR intermédiaires.

L'ensemble des modules et sous-modules de risques agrégés les uns aux autres forment le SCR de l'entreprise. Ils sont représentés dans le schéma ci-dessous :

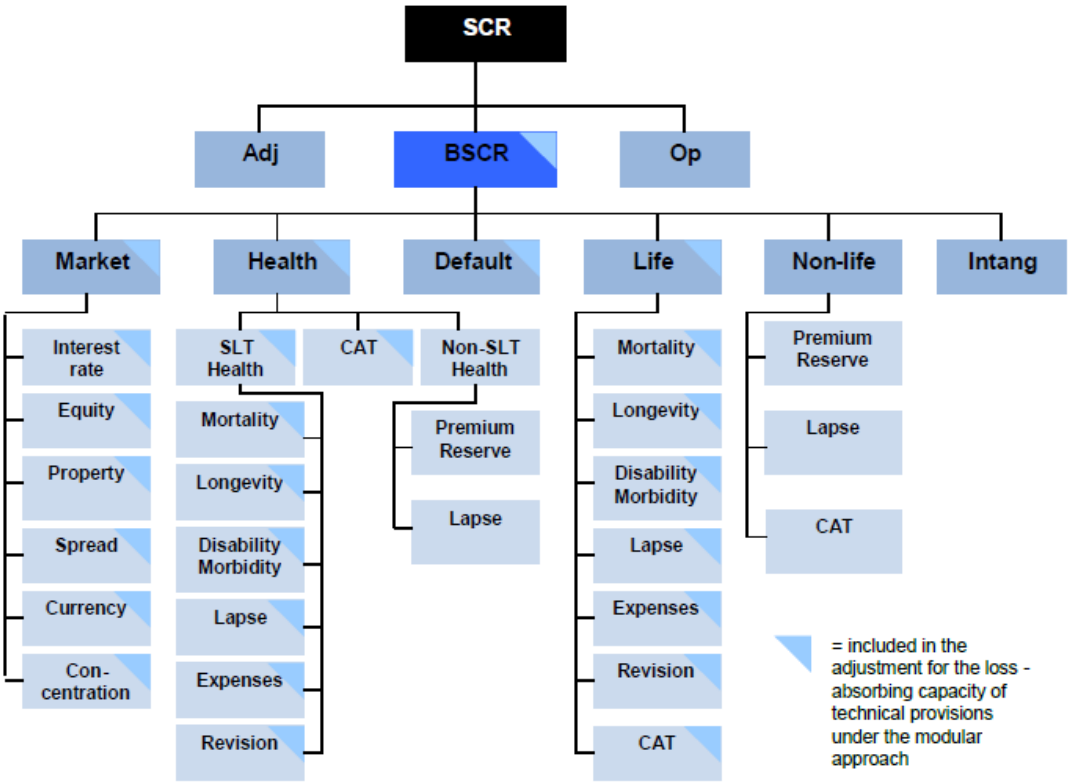


Figure 8 : arborescences des risques du modèle standard

La suite se focalisera sur le SCR de marché.

Nous présentons donc brièvement comment le modèle standard traite le risque de marché et comment sont établis et calculés les sous-modules de risque de marché.

Le modèle standard considère le risque de marché comme provenant de six types de risques répartis en sous-modules, pour lesquels six SCR de marché intermédiaires devront être déterminés. Ces six sous-modules sont :

- Le risque action : SCR action
- Le risque taux : SCR taux
- Le risque de spread : SCR spread
- Le risque de change : SCR change
- Le risque immobilier : SCR immobilier
- Le risque de concentration : SCR concentration

Ils sont représentés dans la branche de gauche du schéma de structure du SCR (Figure 8) dans le modèle standard.

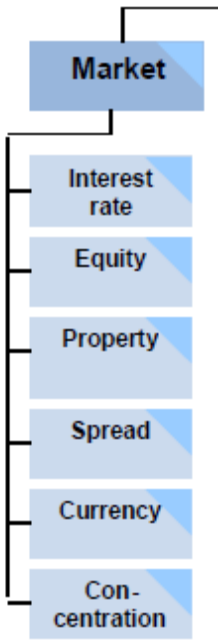


Figure 9 : sous-modules des risques de marché

Le risque de concentration est relativement à part par rapport aux autres risque évoqués plus haut. En effet, ce risque reflète le danger lié à posséder un grand nombre d'actifs placés émis par la même entité, entraînant une perte importante

en cas de défaut de cette dernière. Il va de soi qu'une gestion raisonnable de l'investissement supprime définitivement ce risque sans que cela ne représente une contrainte bloquant le choix de l'investissement.

Pour les autres sous-modules, les risques sont évalués au moyen de chocs (stress en anglais) à appliquer aux actifs afin de mesurer la variation de leurs valeurs consécutivement à ces chocs.

Chaque SCR de marché (taux, action, spread, change, immobilier) est calculé actif par actif, à partir de sa valeur de marché au jour de la détermination du SCR.

Il convient de noter l'importance de la valeur de marché comme base d'évaluation des actifs (*marked to market*) contrairement à l'évaluation en valeur historique en vigueur dans les normes comptables publiées par l'autorité des normes comptables (ANC). En effet, auparavant, les actifs étaient évalués à leurs valeurs d'achat. Si la valeur de marché s'en éloignait trop, l'organisme devait doter une provision spéciale. Cette méthode avait l'avantage de réduire fortement la volatilité du bilan mais les actifs ainsi valorisés ne reflétaient plus leurs risques intrinsèques. Par ailleurs, il devenait difficile de mettre en place une gestion sereine de l'actif puisqu'il fallait, avant chaque opération d'achat ou de vente, être en mesure d'évaluer l'impact en termes de plus-values latentes ou réalisées.

Les sous-SCR de marché se déduisent alors de ces valeurs de marché des actifs, en appliquant un choc sur les paramètres dont dépendent les risques et en évaluant la perte consécutive à ces chocs. Ainsi, pour évaluer le SCR taux, toutes les courbes de taux, dans toutes les devises, sont décalées à la baisse ou à la hausse. Pour évaluer le SCR action, on simule un choc de l'ensemble des marchés actions d'un certain pourcentage.

La calibration des chocs des différents paramètres de risque est l'objet d'études.

Par exemple, la calibration de ce pourcentage pour le risque action repose, conformément à l'article 101 de la directive, sur la VaR à 99.50 % sur un an d'un portefeuille investit en actions bien diversifiées, c'est-à-dire dans lequel le risque idiosyncratique est éliminé car dilué dans l'ensemble des actions achetées pour ne laisser subsister que le risque systémique.

Pour ce faire, les régulateurs ont étudié les caractéristiques, en terme statistique, d'un tel investissement en actions, en vue de réaliser un modèle de distribution stochastique.

Il a notamment été retenu que le rendement de cet investissement est représenté par les rendements de l'indice MSCI World car ce dernier contient, dans sa composition, un large panel des actions cotées des pays développés (Europe de l'ouest, Amérique du Nord, Japon, Hong Kong, Australie).

En conclusion de cette étude, les chocs fictifs à appliquer s'élèvent à 39 % ou 49 % suivant la catégorie des actions (type 1, pour les actions des entreprises des pays de l'OCDE, ou type 2 pour les actions des entreprises des autres pays ou pour les actions non cotées sur un marché réglementé) auxquels s'ajoutent ou se retranchent un certain nombre de points (appelés « *dampener* ») pour tenir compte de l'effet statistique de retour à la moyenne des distributions des rendements des actions.

Il est à noter que ces chocs, par soucis simplificateur et bien que calibrés au moyen de l'indice MSCI World, sont également applicables pour des investissements en actions restreints à certaines zones géographiques ou sectorielles.

Les SCR de marché sont ainsi évalués suivant les types d'actifs détenus.

Le tableau ci-dessous présente les risques engendrés par chacun des actifs financiers les plus fréquents :

	risque				
type d'actif	taux	action	change	spread	immobilier
action		x	x		
obligation d'entreprise	x		x		
obligation d'état	x		x		
obligation convertible	x	x	x	x	
propriété immobilière			x		x
produits dérivés (swaps, options, futures, etc.)	x	x	x	x	

Tableau 13 : risques engendrés par les actifs les plus fréquents

Un tableau simplifié ci-dessous donne les chocs importants pour chaque type de risque :

Type de risque	Choc à appliquer
Actions OCDE	39 %
Actions hors OCDE	49 %
Taux	décalage à la hausse ou à la baisse des courbes de taux
Spread	indice rating x duration spread
Change	+/- 22 %
Immobilier	25 %

Tableau 14 : chocs à faire subir aux actifs

Il est dès lors simple pour l'assureur de calculer les SCR de marché, et partant, le SCR global.

Chacun des SCR intermédiaires de marché sont agrégés pour aboutir au SCR de marché global, suivant dans la formule :

$$SCR_{marché} = \sqrt{\sum_{i} SCR_i^2 + \sum_{i \neq j} \rho_{ij} SCR_i SCR_j}$$

Où les SCR_i sont les SCR de marché intermédiaires (taux, action, spread, change, immobilier, concentration) et les ρ_{ij} sont les coefficients de corrélation des SCR intermédiaires. Ces coefficients sont donnés par le modèle standard, également à partir d'études statistiques (Tableau 15).

	Interest	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration
Interest	100%	50%	50%	50%	25%	0%
Equity	0%	100%	75%	75%	25%	0%
Property	0%	75%	100%	50%	25%	0%
Spread	0%	75%	50%	100%	25%	0%
Currency	25%	25%	25%	25%	100%	0%
Concentration	0%	0%	0%	0%	0%	100%

Tableau 15 : matrice des corrélations ses chocs de marché

Le SCR_{action} présente une légère subtilité non négligeable car les actions sont divisées en 2 catégories, comme expliqué précédemment : type 1 (actions pays développés et large ou moyenne capitalisations et cotées sur un marché réglementé) et type 2 (autres actions). Les chocs actions ne sont pas les mêmes sur ces deux types.

En obtenant les $SCR_{action\ type\ 1}$ et $SCR_{action\ type\ 2}$, on obtient le SCR action par la formule :

$$SCR_{action} = \sqrt{SCR^2_{action\ type\ 1} + SCR^2_{action\ type\ 2} + \rho SCR_{action\ type\ 1} SCR_{action\ type\ 2}}$$

Où ρ est le coefficient de corrélation fourni par le modèle standard.

Ainsi, l'assureur devra obtenir, partant des titres de son actif, un tableau de ce type :

	Valeur de marché (VM)	chocs					
		taux up	taux down	action t1	action t2	change	spread
Titre1	100	10	-5				
Titre2	200	-15	22				10
Titre3	150			30			
Ttire4	100				49	22	
Total	**550**	**-5**	**17**	**30**	**49**	**22**	**10**

Tableau 16 : variation de la valeur de chaque titre en portefeuille après les chocs de chacun des sous-modules de risque

Les totaux dans la ligne du bas de Tableau 16 représenteront les SCR de marché intermédiaires.

Pour chaque titre, l'assureur sait quel type de choc il sera nécessaire d'appliquer, eu égard à ses caractéristiques.

Par exemple, les chocs actions ne sont pas les mêmes suivant les types d'action du titre ; les chocs taux et spread dépendent de la caractéristique de l'obligation ; le choc de change n'est appliqué que pour les titres exposés dans des devises différentes de la devise du bilan de l'assureur.

2.2 Les types d'investissements des assureurs

2.2.1 Les logiques générales

Comme il a été précisé en introduction et en 2.1, le cœur de métier de l'assureur est de diminuer les risques de ses engagements en les mutualisant, c'est-à-dire en réduisant l'écart-type de la sinistralité en augmentant le nombre de dossiers.

Lorsque le passif du bilan de l'assureur présente un échéancier des engagements de duration élevée, comme c'est typiquement le cas pour les assureurs sur la vie, le placement des primes constituant l'actif du bilan est une activité fondamentale et constitue un autre pôle de compétence au sein de l'organisme assureur, confiée au pôle de gestion Actif – Passif (*Asset Liability Management* ou ALM).

Par ailleurs, lorsque les primes ou cotisations sont encaissées, et l'allocation stratégique en classes d'actifs réalisée comme vue en Partie 1. , il est nécessaire de savoir où et comment investir en pratique. Il s'agit de l'activité de gestion d'actif, dont le but est d'acheter ou vendre des instruments financiers ou immobiliers sur les marchés financiers mondiaux dans le but de dégager une plus-value.

Face à ce besoin, un certain nombre d'assureurs ont décidé d'internaliser la fonction de gestion d'actifs. Ainsi, parmi les plus grands gérants d'actifs (ou Asset Managers), on compte des filiales d'assurances, parmi lesquelles on peut citer AXA Investment Managers (filiale d'AXA), Aviva Investors (filiale d'Aviva), Covea Finance (filiale de Covea), Allianz Global Investors (filiale de Allianz), etc.

L'activité d'asset management n'étant d'ailleurs pas spécifique à l'activité d'assurance, mais est également utilisée par les banques, les entreprises ou les administrations, ces sociétés d'asset management se sont ouvertes à tous types de clients, leurs maisons mères n'étant pour certaines qu'un client parmi d'autres.

D'autres assureurs ont fait le choix d'externaliser la gestion d'actifs. N'ayant alors pas la capacité et la technicité en interne de réaliser la gestion, ils confient leurs placements à des sociétés d'asset management qu'ils ne détiennent pas ou dont ils possèdent une participation minoritaire.

Dans ce cas, le mandat donné à une ou plusieurs sociétés d'asset management n'englobe généralement pas l'ensemble de l'actif de l'assureur et une partie de ses actifs à gérer peut être gardée et gérée « en direct » par l'assureur pour une gestion mixte interne/externe.

Les actifs gérés en interne sont principalement des actifs « simples », comme l'immobilier ou les obligations souveraines ; mais se pratique également en interne l'activité d'overlay, c'est-à-dire piloter finement, au niveau de la gestion Actif-Passif, l'exposition action (par l'emploi de futures sur actions par exemple), l'exposition en devises étrangères (par l'emploi de change à terme) ou l'exposition sur la courbe des taux (par l'utilisation de futures de taux ou de swaps pour ne citer que les principaux instruments financiers à terme).

Lorsqu'un asset manager gère l'investissement pour le compte de son client assureur, il existe principalement deux façons de gérer la relation contractuelle.
L'asset manager peut réaliser une gestion sous mandat. Dans ce cas, une stratégie d'investissement est définie entre le client et l'asset manager et les décisions d'investissement et de gestion sont prises par le gérant en conformité avec les clauses du mandat.

L'asset manager peut également gérer collectivement les placements de l'assureur au moyen d'un véhicule appelé organisme de placement collectif en valeurs mobilières (OPCVM).

2.2.2 Conjoncture financière et allocation d'actifs

La décision d'investissement ne doit pas se baser uniquement sur les performances passées. Une mauvaise conjoncture économique liée à des données macro-économiques défavorables sont souvent de mauvais augure sans pour autant se refléter immédiatement dans les prix ou les volatilités des actifs.

Il s'avère donc essentiel de mettre en perspective les résultats d'une analyse statistique avec une anticipation macro-économique reposant davantage sur des données qualitatives afin de parachever l'allocation stratégique résultante de la méthodologie précédemment décrite.

2.2.3 La gestion alternative

Au cours du paragraphe 1.1.2 fut évoquée une classe d'actif dite « alternative », différente des classes d'actifs dites traditionnelles (actions, obligations ou immobilier). Cette classe d'actif est essentiellement accessible par l'investissement d'OPCVM appelés « hedge funds » ou fonds alternatifs.

Les hedge funds présentent des volatilités faibles et des primes de risques souvent élevées, et ont également l'avantage d'être souvent décorrélées des classes d'actifs traditionnelles. Pour ces raisons, ils représentent un intérêt grandissant depuis quelques années auprès des investisseurs institutionnels.

De manière générale, le hedge fund se caractérise :

- par un investissement sur des classes d'actifs différentes, comme les matières premières ou le Private Equity, la volatilité des instruments financiers, la corrélation, etc.
- ou par des expositions sur les actifs classiques au moyen d'instruments financiers à terme, conférant au fonds une exposition plus large que son investissement (effet de levier) et/ou des positions courtes, c'est-à-dire générant un gain en rendement lorsque l'actif sous-jacent voit sa valeur diminuer.

En termes d'actifs, l'industrie des hedge funds représente environ 3 000 milliards de USD. C'est relativement faible par rapport à l'industrie des OPCVM classiques mais loin d'être négligeable (En annexe sont présentés les types de hedge funds existant.)

2.3 Détermination des SCR de marché des OPCVM

2.3.1 Difficultés

La détermination du SCR de marché lié à un OPCVM n'est pas sans poser certaines difficultés. En effet, un OPCVM a un actif composé d'un ensemble souvent important d'actifs financiers. Le modèle standard prévoit (paragraphe SCR 5.3. du règlement délégué Sovabilité 2) plusieurs méthodes pour trouver les SCR de marché qui conviennent à l'investissement dans un OPCVM.

Quelle que soit la méthode utilisée par l'assureur (détaillées ci-après), l'assureur reste responsable des choix et des hypothèses retenues afin de déterminer un SCR de marché en adéquation avec le risque auquel il est exposé.

Dans ce qui suit seront détaillées brièvement les trois méthodes décrites par le modèle standard afin de retirer les SCR intermédiaires d'un OPCVM : la transparisation (partie 2.3.2), ce que nous appellerons la classification prudente (partie 2.3.3) et la méthode de *data grouping* (partie 2.3.4). Pour chacune de ces méthodes nous présenterons le principe général et les réserves qu'elle suscite quant à l'évaluation des risques de l'OPCVM.

2.3.2 Transparisation

Principe général

Cette méthode semble être la plus juste et la plus simple, du moins théoriquement. Il s'agit de ventiler l'investissement dans un OPCVM dans l'ensemble des composants de son actif. La détermination du SCR se transforme dès lors dans la détermination des SCR relatif à chaque ligne d'investissement de l'OPCVM, comme si chaque titre était détenu à hauteur de sa pondération dans l'actif de l'OPCVM.

Cette méthode peut sembler être la plus juste en ce sens qu'elle prolonge naturellement le modèle standard appliqué aux investissements directs. Les actifs de l'OPCVM sont alors considérés comme investissement directs, pour lesquels la formule standard est facilement applicable.

Réserves

Il existe des problèmes théoriques et pratiques à la mise en place de la transparisation chez les assureurs.

La transparisation, de par sa caractéristique, fait remonter l'ensemble des actifs présents dans le fonds. Lorsque ces actifs sont « classiques », c'est-à-dire des actions, obligations, changes à terme, il est relativement facile et industrialisable d'en déterminer les sous-SCR, de la même manière que les actifs détenus en direct.

Or, de nombreux fonds mettent en place des stratégies de couverture totale ou partielle au moyen de produits dérivés (options, swaps, etc.). Cette pratique est d'ailleurs en forte croissance depuis une dizaine d'année, dans le sillage des stratégies algorithmique, quantitative ou d'arbitrage. Les produits dérivés, bien qu'un grand nombre soit standardisé (appelés produits vanilles dans le jargon financier), sont difficilement analysables, et, pour en déduire les sous-SCR, il est souvent nécessaire de mener une étude approfondie des termes et conditions générales, étude très chronophage et à répéter pour chaque ligne de produit dérivé. Concrètement, il s'avère difficile voire impossible de réclamer, à chaque société de gestion d'OPCVM, l'ensemble des contrats dérivés qu'elle détient.

Il faut d'ailleurs noter que l'utilisation de produits dérivés n'est pas l'exclusivité des fonds alternatifs et non corrélés. Prenons l'exemple de simples ETF, ou trackers. Ces fonds, à gestion passive, reproduisent exactement les performances d'un indice de référence, ou benchmark (on trouve toutes sortes de trackers, reproduisant par exemple l'indice CAC40, l'indice obligataire IBoxx, le cours du brut, etc.). Ils présentent le double avantage, extrêmement appréciable, d'offrir une diversification de placements (les indices représentent l'ensemble de leurs marchés), réduisant ainsi les risques, conformément à la théorie moderne du portefeuille (AMENC & LE SOURD, 2003), et de retenir des frais de gestion, à la charge de l'assureur, très faibles, de l'ordre de 20 bp contre 50 à 150 bp pour un fonds géré activement. Ces produits, dont le rendement est simple, présentent une transparisation pouvant être très difficile à appréhender. En effet, un grand nombre d'ETF aujourd'hui sont des ETF synthétique. Il s'agit de fonds dont l'ensemble du cash investit par les détenteurs de parts est placé en actif sans risque (des bons du trésor d'Etat par exemple) et qui détient un Total Return Swap (TRS) signé avec une banque (très généralement la maison mère de la société de gestion) lui garantissant la performance du benchmark. Les ETF synthétiques sont généralisés par exemple chez Lyxor et BNP Theam, les plus gros acteurs français d'ETF. Nous voyons bien que la transparisation des ETF synthétiques est problématique. En effet elle fait apparaître un ensemble d'actifs sans risque de type obligataire à court terme, et un produit dérivé complexe, dont le nominal est ajusté tous les jours pour être en ligne avec la valeur d'actif nette de l'ETF.

Bien sûr, une analyse sérieuse pourra déterminer l'ensemble des SCR applicable à ce TRS, et finalement les SCR de marché de l'ETF synthétique seront équivalents aux SCR d'un fonds classique, dépourvu de produits dérivés, et investissant dans le même benchmark. Mais cet exemple simple montre néanmoins un aperçu des difficultés que la transparisation amène à l'assureur, dès qu'un ou plusieurs produits dérivés sont présents dans l'actif de l'OPCVM, ce qui est monnaie courante aujourd'hui.

Il y a un autre effet (sans doute plus théorique) pouvant induire une méconnaissance du risque d'un OPCVM lorsque l'on applique la transparisation sur les OPCVM diversifiés, c'est-à-dire dont l'allocation d'actif est dynamique et dont l'univers d'investissement est composé de plusieurs classes d'actifs. Le plus souvent ces dernières sont des classes d'actifs conventionnels comme les actions ou les obligations et les pondérations sont souvent de 30 % actions et 70 % obligations, ratio qui est souvent considéré comme optimum d'un point de vue risque-rendement sur le long terme. Lorsque l'allocation d'un fonds diversifié est dynamique, le gérant s'écarte, parfois de façon importante, de son allocation cible, en fonction de son appréciation de la conjoncture macro-économique, et de ses répercutions en termes de performance sur les classes d'actif investis. Les méthodes d'allocations dynamiques des gérants sont presque aussi diversifiées qu'il existe de sociétés de gestion. Certaines ont des allocations fondées uniquement sur des algorithmes quantitatifs, d'autres se fondent sur les teneurs des discours des politiciens et des banques centrales. Ainsi, un fonds diversifié peut se trouver à 90 % obligations – 10 % actions le 31 décembre et à 50 % obligations – 50 % actions le 15 janvier de l'année suivante. On mesure dès lors que, dans l'exemple ainsi choisi, la transparisation au 31 décembre fera apparaître un SCR taux important et un SCR action relativement faible qui ne seront plus du tout en adéquation avec le fonds quinze jours plus tard. Le SCR déterminé au 31 décembre fera ainsi courir un risque dû à la méconnaissance de l'allocation.

Il est vrai qu'en théorie l'assureur doit connaitre son SCR tous les jours (c'est ce que demande la directive Solvabilité 2) afin de le couvrir tous les jours également, mais en pratique, il n'est calculé que périodiquement tous les trimestres.

Enfin, une dernière problématique de la mise en place de la transparisation est sa difficulté opérationnelle. En effet, il n'est pas rare

qu'un fonds détienne dans son portefeuille une centaine de lignes. Quand on sait également que beaucoup de fonds investissent dans d'autres fonds, le nombre de lignes ainsi transparisées augmente de façon exponentielle, générant ainsi un grand nombre de données à être intégrées dans les livres de l'assureur. Ce dernier doit prévoir des ressources informatiques suffisamment puissantes et consacrer des moyens humains à vérifier et corriger les erreurs de toutes sortes.

2.3.3 Classification prudente

Principe général

Cette méthode de détermination du SCR est certainement la plus prudente. Il s'agit de considérer que, n'ayant pas accès à la composition de l'OPCVM, l'assureur décide de le classer dans la catégorie la plus risquée, c'est-à-dire en actions « type 2 » (actions de petite capitalisation boursière ou des pays émergents).

Réserves

Cette méthode présente un défaut évident, qui est celui de « surclasser » un fonds dont le risque est limité. Mais cette méthode en présente un autre : bien que méthode « prudente », elle peut avoir tendance à sous-estimer certains risques.

Effectivement, il apparaît évidemment dommageable pour l'assureur de sur-estimer un SCR, consommateur de capital. Ainsi, si la prudence dans les placements et la détermination des SCR de marché assure une bonne solvabilité, une prudence excessive fera peser un coût lié à la mobilisation de capital qui jouera *in fine* sur la rentabilité de la société d'assurance. Par conséquent, cette méthode – sauf dans le cas de fonds dont la stratégie est l'investissement dans des actions émergentes, et qui donc, par conséquence, ne donnerait pas par transparisation un SCR inférieur à celui appliqué par cette méthode – est à éviter, autant que faire se peut.

Mais il serait erroné de penser que cette méthode traduise une prudence excessive. En effet, mal appliquée, elle peut être à l'origine d'une mauvaise

évaluation du SCR de marché de l'assureur et, partant, d'un mauvais calcul de SCR global. En effet, cette méthode fait correspondre une importante partie de l'investissement (49 % environ) à un SCR actions type 2. Or, dans le cas, qui n'est pas un cas que théorique, où le fonds investit présente par exemple une importante exposition aux taux d'intérêts, celle-ci se trouve inéluctablement ignorée et masquée dans le SCR actions type 2 affecté.

Par conséquent, une variation des taux d'intérêt, toutes autres classes d'actifs inchangées par ailleurs, peut être à l'origine d'un important écart entre l'actif et le passif qui n'aurait pas été prévu et qui peut faire baisser dangereusement la solvabilité de l'entreprise.

2.3.4 Data grouping

Principe général

Cette méthode est prévue dans le paragraphe SCR 5.13 (article 84) des spécifications techniques (Règlement délégué 2015/35 du 10/10/2014).

Ce paragraphe mentionne :
« Lorsque l'approche par transparence ne peut pas être appliquée aux organismes de placement collectif ou aux investissements sous forme de fonds, le capital de solvabilité requis peut être calculé sur la base de l'allocation cible des actifs sous-jacents de l'organisme de placement collectif ou du fonds, sous réserve que l'entreprise dispose de cette allocation cible avec le niveau de détail nécessaire au calcul de tous les sous-modules et scénarios pertinents de la formule standard et que les actifs sous-jacents soient gérés strictement conformément à cette allocation cible. Aux fins de ce calcul, des groupements de données peuvent être utilisés, sous réserve qu'ils soient appliqués de manière prudente et qu'ils ne soient appliqués à plus de 20 % de la valeur totale des actifs de l'entreprise d'assurance ou de réassurance. »

Ainsi, cette méthode consiste à « schématiser » le fonds, c'est-à-dire à le réduire à un actif fictif se comportant comme un seul actif simple. Précisément, l'assureur a la possibilité de remplacer virtuellement l'OPCVM investi à son actif par un titre équivalent, par exemple une

action type 1 ou bien une obligation d'entreprise de duration 5 ans et de notation BBB.

Dès lors, la détermination des SCR de marché de cet actif fictif se fait aisément, l'assureur étant ramené au cas d'un investissement direct classique.

Cette méthode permet donc à l'assureur de faire l'économie d'analyser les composants de l'actif de l'OPCVM, cette tâche pouvant être fastidieuse voire impossible, notamment pour les raisons suivantes :

- un certain nombre de fonds, par soucis de « propriété industrielle », refusent de communiquer la composition des titres qu'ils détiennent, ou bien le font avec plusieurs mois de décalage, créant ainsi un accès à l'information impossible ;
- comme vu précédemment dans le cas de l'ETF synthétique, la composition du portefeuille ne permet pas l'analyse simple des données.

L'économie de la transparisation a, dans cette méthode, l'avantage indéniable de ne pas classer par défaut le fonds en catégorie « actions type 2 », comme dans la méthode de classification prudente, mais de déterminer son SCR conformément à la stratégie et à l'univers d'investissement du fonds.

Comment l'assureur peut-il procéder pour réaliser le data grouping ? L'EIOPA ne donne pas de précision formelle au-delà de la nécessité pour l'assureur de justifier de façon prudente et raisonnable son approximation.

Il n'en reste pas moins que ce travail peut s'avérer compliqué et passe notamment par un examen approfondi notamment du DICI, de la notice d'information, des rapports de gestion et de l'historique de la valeur liquidative.

Réserves

Cette méthode confère beaucoup de marge de manœuvre à l'assureur. Comme évoqué précédemment, la mise en place de cette méthode nécessite

un vrai travail d'analyse financière des fonds. Ce travail, tout comme celui de l'investissement, nécessite pour l'assureur de disposer en interne de fortes capacités d'analyse.

Se pose dès lors la problématique du même OPCVM investit chez plusieurs assureurs :

- d'une part, les assureurs importants, ayant les moyens matériels et humains d'internaliser l'analyse financière, seront capable de réaliser convenablement la méthode de data grouping ; les autres seront contraints soit de ne pas investir, soit de les traiter par la méthode de transparisation si c'est possible, soit de les classer selon la classification prudente, créant ainsi un biais en défaveur des assureurs plus modestes ;

- d'autre part, si tant est que cet OPCVM est bien traité par le datagrouping par différents assureurs, il sera traité presque à coup sûr de façons différentes par chaque assureur. Trouver par exemple une duration moyenne d'un portefeuille, ou un rating moyen, est loin d'être évident et aucune méthode ne semble figurer un standard de la place. Ainsi, s'il n'y aucune différence de détermination des SCR pour les actifs détenus en direct (puisque la formule standard donne un modèle complet de détermination des SCR) qu'un actif soit détenu par un assureur ou un autre, l'uniformisation des SCR d'un même titre se trouve, dans le cas des OPCVM, battue en brèche.

2.4 Proposition d'une méthode d'analyse des SCR des OPCVM dans le cadre du Pilier 2

Devant les problématiques de calcul de SCR sur les OPCVM évoquées précédemment, l'objet de ce qui suit sera de proposer une méthode d'analyse de type *data grouping* des OPCVM.

2.4.1 Utilité de la méthode dans le cadre réglementaire et prudentiel

La démarche d'une détermination d'une méthode alternative s'inscrit dans le cadre d'une réflexion englobante la prise en compte de risques susceptibles de ne pas toujours être mis en relief lors de la transparisation comme évoqué au paragraphe 2.3.1.

Elle peut notamment contribuer :

- Au développement possible d'un modèle propre pour l'ORSA, contribuant ainsi à définir en interne une appétence au risque et déterminer un BGS,

- A élaborer, en collaboration avec la gouvernance, des indicateurs pertinents de suivi des risques et de performance adaptés aux spécificités et à l'activité de l'organisme assureur,

- A aider à calculer le SCR dans le cadre du pilier 1, notamment pour déterminer les sous-SCR de marché des OPCVM non transparisés.

2.4.2 Objectifs de la méthode

Résultat souhaité

La méthode proposée ici vise à servir de cadre théorique et pratique à la détermination des SCR de marchés des OPCVM. Il est employé ici la notion SCR de marché sans pour autant que cette notion se substitue nécessairement au SCR de marché du modèle standard dans le cadre du pilier 1. Ainsi, le SCR de marché évoqué de cette partie peut tout aussi bien être vu comme un BGS de marché dans le cadre du pilier 2.

Cette méthode doit pouvoir s'appliquer à n'importe quel type de fonds et n'importe quel type de stratégie (actions, obligation, monétaires, non corrélée, diversifiée, etc.)

Pour chaque fonds, elle doit déterminer de façon univoque les SCR de marché qu'un assureur doit déterminer s'il investit dans ce fonds.

De par le principe d'égalité de traitement des porteurs de parts des OPCVM, il est évident que les risques encourus par l'investisseur sont directement

proportionnels aux montants investis. Par conséquent, les SCR de marché d'un fonds devront être donné :

- Soit en pourcentage de l'investissement,
- Soit en montant par part.

Dans ce qui suit, nous menons une analyse sur le fonds commun de placement appelée « Fonds Exemple ».

Afin de permettre à l'assureur un traitement équivalent aux restes des actifs détenus directement, il est souhaitable de pouvoir obtenir la transformation schématique suivante :

taux	1	%VM	40 %
		duration	5
	2	%VM	10 %
		duration	10
spread	3	%VM	30 %
		duration spread	5
		rating	AA
	4	%VM	40 %
		duration spread	5
		rating	BBB
action T1	5	%VM	20 %
action T2	6	%VM	10 %
change	7	%VM EUR	90 %
	8	%VM USD	10 %
	9	%VM GBP	0 %

Tableau 17 : équivalence d'un portefeuille d'actifs

Dans l'exemple du Tableau 17, on a décomposé le Fonds Exemple en 9 titres fictifs qui seraient équivalents au fonds. %VM désigne le pourcentage de la valeur de marché du fonds à assigner au titre fictif en question ; l'assureur les traitera ainsi comme des détentions directes.

La ligne 1 se lit en considérant, par exemple, que détenir 5000 € du Fonds Exemple implique la détention de 2000 € (40 % x 5000) d'obligation de duration 5. Il sera dès lors facile d'effectuer les différents chocs de marché.

Les décompositions en taux, spread et change ne sont pas limitées a priori. Pour le taux et le spread, il n'est raisonnablement pas nécessaire de faire figurer un grand nombre de duration. Seules quelques durations (2 ans, 5 ans, 10 ans, 20 ans, 30 ans) seront certainement nécessaires compte tenu de la forte corrélation entre différents piliers de maturité.

Pour le change, il sera nécessaire de décomposer en autant d'actifs qu'il y a d'exposition en devises détectées, le risque de change ne présentant pas forcément un risque difficile à évaluer.

Il est à remarquer que, les risques pouvant se cumuler au sein d'un même fonds, il n'y a aucune raison que la somme des pondérations des %VM représente 100 % de la valeur de marché du fonds.

Requis

La méthode d'analyse des OPCVM doit suivre un certain nombre de prérequis, lui permettant :

- d'être mise en place à grande échelle (simplicité)
- de cohabiter avec le modèle standard d'évaluation du SCR (cohérence)
- de comporter le même niveau minimum de prudence requis par la directive Solvency 2 et les différentes recommandations techniques émises par EIOPA ou les autorités de contrôle et de réglementation locales (prudence)
- de laisser peu de marge de manœuvre à une interprétation subjective des résultats (précision).

Ces éléments sont développés ci-dessous :

Simplicité

L'article 101 de la directive Solvency 2, qui prévoit que les organismes puissent à tout instant déterminer leurs Value At Risk 1 an à 99,5 %, est très difficile à mettre en pratique.

Une Value at Risk est difficile à calculer, y compris pour un actif simple telle une obligation et de nombreux ouvrages financiers sont consacrés à la question.

Le modèle standard vise donc à donner une approximation de la VaR à 99,5 %. Bien sûr, une approximation étant de par sa nature non exacte, la formule standard va donner des résultats plus élevés ou plus faibles que la VaR théorique, entraînant donc des SCR plus élevés ou plus faibles que ceux qu'il faudrait en théorie.

Néanmoins, et c'est l'essentiel, elle permet une implémentation rapide chez tous les organismes assureurs et, d'autre part, elle limite la multiplication des « arrangements » internes, et ainsi facilite le processus de contrôle par les autorités.

Par conséquent, et pour rester dans l'esprit simplificateur du modèle standard, la méthode proposée doit être le plus simple possible tout en préservant un niveau d'approximation acceptable. Il faudra tester, sur des exemples pratiques, le niveau d'acceptabilité.

Prudence

En cas de doute lié à un manque d'informations ou à une stratégie évoluant dans le temps, la prudence doit être de mise. L'enjeu étant d'éviter la faillite de l'assureur et maintenir sa solvabilité, il vaut mieux évaluer un SCR trop élevé que trop faible. Concrètement, lorsqu'un doute sur une évaluation d'un SCR (action, taux ou autre) existera, il s'agira de faire systématiquement le choix augmentant les SCR, même si cette situation est à éviter au maximum.

Précision

La méthode développée doit pouvoir faire ressortir des informations importantes quant aux coûts de détention d'un OPCVM et son traitement en termes de risques financiers. Il est essentiel qu'elle puisse fournir une précision forte afin de laisser peu de places aux approximations et puisse être auditée aisément par les différentes équipes de contrôles et par le régulateur.

Cohérence

La méthode que nous allons proposer doit être cohérente avec le modèle standard afin de le prolonger aux OPCVM. Ainsi, lorsqu'elle s'applique à un OPCVM qui investit l'ensemble de son actif dans des actions type 1 et dans une seule devise, la méthode doit afficher un SCR actions type 1 de 100 % et des autres SCR de marché à 0 %. C'est en quelque sorte les « conditions aux limites »

Ces contraintes représentent en quelque sorte des conditions aux limites qu'il faudra veiller à respecter.

2.4.3 Analyse théorique

Position du problème

Nous étudions un fonds commun de placement de valeur liquidative (valeur de sa part) VL.

L'objet du problème qui nous préoccupe est d'exprimer les variations de VL en fonction de certains critères de marché.

Ainsi considérons un ensemble d'indices financiers $(I_i)_{1<i<N}$, où N est un entier strictement positif et où les indices (I_i) sont supposés représenter l'ensemble de tous les risques financiers possibles (à ce stade nous supposons ces indices existants). Ainsi, l'ensemble (I_i), appelé le panel d'indices, contient notamment un indice représentant les actions type 1, les taux Euro 3 ans, les taux USD 10 ans, le taux de change EUR/USD, et ainsi de suite.

Nous les considérons comme des variables aléatoires.

Nous intéressant aux rendements de la valeur liquidative du fonds OPC, on va chercher une fonction g telle que :

$$\ln(VL) = g(\ln(I_1), \ln(I_2), \dots, \ln(I_N)) + \varepsilon$$

où ε est une fonction aléatoire indépendante des $\ln(I_i)$, et étant entendu que les taux de rendements sont continûment composés.

La forme de la fonction g est cruciale afin de pouvoir la déterminer. Le développement en série de Taylor nous permet d'affirmer que, localement, la fonction g peut s'écrire (il conviendra plus loin de définir le terme « localement ») :

$$g(\ln(VL)) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{\propto_1+\propto_2+\cdots+\propto_N=n} K_{\propto_1,\propto_2,\ldots,\propto_N} \prod_{k=1}^{N} (\ln(I_k))^{\propto_k}$$

Ou les $K_{\propto_1,\propto_2,\ldots,\propto_N}$ sont des constantes dépendantes des dérivées partielles de g. Nous avons bien sûr fait l'hypothèse que la fonction g est infiniment différentiable, ce qui, *a priori* dans le domaine étudié, est une hypothèse vraisemblable.

Si l'on s'en tient à l'ordre 1, on obtient :

$$g(\ln(VL)) \sim K + \beta_1 \ln(I_1) + \cdots + \beta_N \ln(I_N)$$

Si l'on admet encore que l'on peut approximer g à l'ordre 1, le problème de détermination de la fonction g revient à trouver les facteurs $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_N$ et K. On est dès lors ramené à un problème de régression linéaire multiple. Outre la difficulté de trouver les facteurs, il faudra s'assurer *a posteriori* de la validité de nos approximations.

<u>Description théorique de la régression linéaire</u>

Avant de présenter la régression linéaire à plusieurs variables (multiple), la régression linéaire simple est présentée de façon théorique. Nous suivons dans cette partie l'articulation présentée par Saporta (SAPORTA, 2006).

Cas de la régression linéaire simple

Etant données deux variables aléatoires X, dite variable prédictive et Y, dite variable expliquée, l'objet de la régression linéaire simple est de prédire Y connaissant la réalisation de X.

Si X et Y ne sont pas indépendantes, la valeur prise par X diminue notre incertitude sur Y, ce qui s'exprime par la formule :

$$E(Var(Y/X)) \leq Var(Y)$$

Le problème sera donc de déterminer une nouvelle variable aléatoire $\hat{Y}$ fonction de X :

$$\hat{Y} = f(X)$$

sans biais, c'est-à-dire telle que :

$$E\left(\hat{Y} - Y\right) = 0$$

et telle qu'on puisse minimiser l'erreur de prédiction, c'est-à-dire réduire la variance de $\epsilon = \hat{Y} - Y$, que l'on notera σ^2.

Il est clair que la fonction f ainsi cherchée n'est autre que :

$$f(X) = E(Y/X)$$

car c'est elle qui réalise le minimum de $E(\left(Y - f(X)\right)^2)$, l'espérance conditionnelle pouvant être vue comme une projection orthogonale sur la droite engendrée par X et est bien sûr sans biais puisque $E\left(E(Y/X)\right) = E(Y)$.

La qualité de l'approximation est d'autant meilleure que la variance du résidu ε est faible, c'est-à-dire que le rapport :

$$\frac{V(E(Y/X))}{V(Y)} = \frac{variance\ expliquée}{variance\ totale}$$

est maximal.

La régression sera dite linéaire lorsque la fonction $f(X)$ est une fonction linéaire de X.
On a alors :

$$f(X) = E(Y/X) = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

α et β étant des constantes réelles.

On s'aperçoit facilement que lorsque X et Y suivent des lois normales, la régression est linaire, ce qui, comme nous le développerons plus tard, correspond au cadre de nos hypothèses.

Le coefficient β, abondamment utilisé en finance, s'exprime facilement. En effet, on a :

$$E(Y) = \alpha + \beta E(X)$$

D'où :

$$Y - E(Y) = \beta\big(X - E(X)\big) + \varepsilon$$

Et :

$$E(\big(X - E(X)\big)\big(Y - E(Y)\big)) = \beta E(\big(X - E(X)\big)^2) + \varepsilon E\big(X - E(X)\big)$$

$$cov(X, Y) = \beta Var(X) + \ cov(\varepsilon, X)$$

car ε est d'espérance nulle.

Mais comme de plus, ε n'est pas corrélé avec X, il vient :

$$cov(X, Y) = \beta Var(X)$$

Soit, en écriture financière :

$$\beta = \frac{\rho\sigma_Y}{\sigma_X}$$

Où ρ est le coefficient de corrélation de X et Y, σ_X et σ_Y sont leurs volatilités, si l'on assimile les variables X et Y comme les rendements de titres financiers.

La prédiction de Y s'écrit alors :

$$\hat{Y} = E(Y) + \beta(X - E(X))$$

D'où :

$$\alpha = E(Y) - \beta E(X)$$

On a, de plus :

$$Y = E(Y) + \beta\big(X - E(X)\big) + \varepsilon$$

Soit

$$Var(Y) = \beta^2 Var(X) + Var(\varepsilon) = \frac{\rho^2\sigma_Y^2}{\sigma_X^2} Var(X) + \ Var(\varepsilon)$$

$$Var(Y) = \rho^2 Var(Y) + Var(\varepsilon)$$

$$Var(\varepsilon) = (1 - \rho^2) Var(Y)$$

On remarque ainsi que la régression sera de meilleure qualité, c'est-à-dire $Var(\varepsilon)$ minimum, si X et Y sont très corrélées.

L'estimation de α et β se fait de la façon suivante.

Supposons que nous disposons d'un échantillon de n observations $x_1, x_2, \dots x_n$ et $y_1, y_2, \dots y_n$ respectivement de X et Y.
Notons a et b les meilleurs estimateurs de α et β. La détermination de a et b se fait en minimisant la fonction $F(a, b)$ définie par :

$$F(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (bx_i + a))^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i^*)^2$$

où $y_i^* = bx_i + a$.

Le minimum de F s'obtient en résolvant les équations :

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \frac{\partial F}{\partial b} = 0$$

La dérivée nulle par rapport à a donne :

$$\sum_{i=1}^{n} y_i - bx_i - a = 0$$

soit :

$$\bar{y} = b\bar{x} + a$$

où $\bar{y}$ et $\bar{x}$ désignent les moyenne des y_i et des x_i.

Et la dérivée nulle par rapport à b donne :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(y_i - bx_i - a) = 0$$

D'où

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})((y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x})) = 0$$

Donc

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{cov(x,y)}{s_x^2}$$

en notant $cov(x,y)$ et s_x^2 les estimateurs classiques de la covariance de X et Y et de la variance de X.

De plus, si nous notons A, B et Y^* les variables aléatoires suivantes :

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

$$A = \bar{Y} - B\bar{X}$$

$$Y^* = A + BX$$

Alors, A, B et Y^* sont des estimateurs sans biais de α, β et de $E(Y/X = x)$, et A et B sont, parmi les estimateurs sans biais de α et β, ceux de variances minimales.

De plus, on a les résultats importants suivant :

$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_i^*)^2}{n-2}$ est un estimateur sans biais de σ^2
Et $\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_i^*)^2}{\sigma^2}$ suit une loi de Student T_{n-2} à $n-2$ degrés de libertés.

Ceci sera nécessaire pour pouvoir trouver un intervalle de confiance de la volatilité estimée.

Plaçons-nous dans le cas où ε suit une loi normale centrée $N(0;\sigma)$.

Dès lors, A, B et Y^* sont également des lois normales, et :

$$B = N\left(\beta; \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$A = N\left(\alpha; \sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$Y^* = N\left(\alpha + \beta x; \sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Et $\frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_i^*)^2}{\sigma^2} = \frac{n s_{y/x}^2}{\sigma^2}$ suit une loi χ_{n-2}^2, où $s_{x/y}^2$ est la variance observée des résidus.

Par conséquent, on a le résultat remarquable suivant :

$$\frac{(B-\beta)s_x}{s_{x/y}^2}\sqrt{n-2}$$

suit une loi de Student T_{n-2} à $n-2$ degrés de libertés.

Ceci permet de donner un intervalle de confiance pour l'estimation de β.

Egalement :

$$\frac{A-a}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}}}$$

suit une loi de Student T_{n-2} à $n-2$ degrés de libertés et permettra de donner un intervalle de confiance pour α.

Enfin, si on fait l'hypothèse que X et Y sont non corrélés, $\rho = \beta = 0$, et que l'on appelle R la variable aléatoire d'observation du coefficient de corrélation, alors la variable suivante :

$$\frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$$

suit une loi de Student T_{n-2} à $n-2$ degrés de libertés, ce qui permettra de tester la non corrélation des variables.

On remarque également que la variable :

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i^* - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i^* - Y_i)^2}(n-2)$$

suit une loi de Fisher $F(1, n-2)$, ce qui permet également de tester la non corrélation des variables.

Cas de la régression linéaire multiple

La régression linéaire multiple généralise la régression linéaire simple. Elle sert, ayant mesuré n individus décrits par p variables aléatoires $X_1, X_2, \dots, X_p$, d'expliquer une variable Y, en supposant, comme dans la régression linéaire simple, que l'on puisse expliquer Y par une combinaison linéaire des X_j.

Les variables X_j sont appelées les variables prédictives, Y est appelée la variable à expliquer.

L'hypothèse de régression linéaire multiple s'écrit donc :

$$Y^* = E(Y \big/ X_1, X_2, .. X_p) = \alpha + \sum_{j=1}^{p} \beta_j X_j$$

et le problème sera d'évaluer de la meilleure façon les réels $\beta_0, \beta_1, \dots \beta_p$ pour que Y^* soit le plus proche possible de Y, c'est-à-dire pour que l'écart $\varepsilon = Y^* - Y$ soit de variance, notée σ^2 , minimale.

Ainsi, pour toute réalisation $y_i, x_{i1}, \dots, x_{ip}, e_i$ de $Y, X_1, X_2, \dots, X_p, \varepsilon$, où i est compris entre 1 et n, c'est-à-dire qu'on considère n réalisations (avec $n > p$) on peut écrire, d'après l'hypothèse de régression linéaire multiple :

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij} + e_i$$

Ce qui, sous forme de vecteur de $\mathbb{R}^n$, s'écrit :

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{e}$$

Où $\boldsymbol{X}$ est la matrice définie par :

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix}$$

et où $\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}$ et $\boldsymbol{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$. On note $\beta_0 = \alpha$ pour les commodités des formules.

$\boldsymbol{e}$ est appelé le vecteur des résidus.

Appelons alors $\boldsymbol{y}^*$ la projection orthogonale de $\boldsymbol{y}$ sur l'espace engendré par les vecteurs $\boldsymbol{1}, \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_p}$.

$\boldsymbol{y}^*$ est le vecteur de l'espace engendré par $(\boldsymbol{1}, \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_p})$ qui minimise la distance $\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^*\|^2$. C'est donc le meilleur estimateur de $\boldsymbol{y}$ pour le critère des moindres carrés.

Dès lors, le vecteur $\boldsymbol{b}$ tel que

$$\boldsymbol{y}^* = \boldsymbol{X}\boldsymbol{b}$$

est le vecteur qui estime le mieux $\boldsymbol{\beta}$.

La meilleure estimation sans biais de σ est :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^*\|^2}{n - p - 1}$$

Dans le modèle de la régression linéaire multiple, nous supposons que la matrice de variance-covariance de $\boldsymbol{e}$ est de la forme $\sigma^2 \boldsymbol{I_n}$, où $\boldsymbol{I_n}$ est la matrice identité de $\mathbb{R}^n$, c'est-à-dire que nous considérons les réalisations des variables prédictives indépendantes et de variance constante (homoscédasticité).

Le vecteur $\boldsymbol{b}$ s'obtient par la formule :

$$\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$$

où $\boldsymbol{X}'$ désigne la matrice transposée de $\boldsymbol{X}$.

On vérifie facilement que $E(\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{\beta}$, donc que $\boldsymbol{b}$ est un estimateur sans biais de $\boldsymbol{\beta}$, et qu'il est de plus celui de variance minimale.

Une propriété intéressante est que comme $\boldsymbol{y}^*$ est le projeté orthogonal de $\boldsymbol{y}$, on déduit grâce au théorème de Pythagore :

$$\|\boldsymbol{e}\|^2 = \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^*\|^2 + \|\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}\|^2$$

Supposons maintenant que $\boldsymbol{e}$ soit un vecteur gaussien de matrice de variance-covariance $\sigma^2 \boldsymbol{I_n}$, on a alors :

$$\frac{\|\boldsymbol{e}\|^2}{\sigma^2} = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \frac{e_i^2}{\sigma^2}$$

qui suit une loi χ_n^2.

Et par conséquent, d'après le théorème de Cochran :

$$\frac{\|\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{Xb}\|^2}{\sigma^2} = \frac{\|\boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{Xb}\|^2}{\sigma^2}$$

suit un χ^2_{p+1} et

$$\frac{\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^*\|^2}{\sigma^2} = \frac{\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{Xb}\|^2}{\sigma^2}$$

suit un χ^2_{n-p-1}

tout ceci permet d'obtenir un intervalle de confiance pour σ^2.

On définit R comme le coefficient de corrélation des séries $y_1, y_2, \dots, y_n$ et $y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*$.
Ce coefficient, comme en régression linéaire simple, se calcule et s'interprète comme :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{variance\ expliquée\ par\ la\ régression}{variance\ des\ y}$$

Plus R^2 est proche de 1 et plus l'estimation de Y par Y^* est bonne.

Supposons maintenant que $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$ avec β_0 quelconque.

Dès lors :

$$\frac{R^2}{1 - R^2} \frac{n - p - 1}{p}$$

suit une loi de Fisher $F(p; n - p - 1)$, ce qui servira à tester l'hypothèse :

$$H = \{\, \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_N = 0\}$$

Par ailleurs, comme $\frac{\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}^*\|^2}{\sigma^2} = \frac{\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{Xb}\|^2}{\sigma^2}$ suit un χ^2_{n-p-1}, alors pour un j fixé donné :

$$\frac{(b_j - \beta_j)\sqrt{n - p - 1}}{\sqrt{\sum_i (y_i - \ y_i^*)^2 (X'X)^{-1}_{j,j}}}$$

suit une loi de Student à $n - p - 1$ degrés de liberté, ce qui permet de tester l'hypothèse :

$$H = \{ \beta_j = 0 \}$$

2.4.4 Description de la méthode de la « série de régressions »

Principe et notations

Comme il a été indiqué précédemment, un fonds, surtout lorsqu'il est diversifié ou alternatif, est amené à changer de stratégie, c'est-à-dire à modifier son allocation d'actifs. Si la régression est uniquement faite sur les T derniers jours, les stratégies en place avant ces jours, ou qui se sont terminées peu de jours après le T-ième jour le plus ancien, n'auront pas d'impact sur les résultats de la régression.

Pour écarter cette problématique et mettre en relief la régularité des résultats de la régression, la méthode proposée consiste en la réalisation d'une **série de régressions**.

Notons N le nombre de jours historisés, c'est-à-dire le nombre de jours pour lesquels des valeurs liquidatives du fonds étudié et des indices du panel sont disponibles (avec bien sûr $N > T$).

Notons $(i)_{0 \leq i \leq N}$ la série chronologique des jours historisés où nous convenons que $i = 0$ désigne le jour le plus récent de l'historique de valeurs disponibles.

La première régression, notée $\mathcal{R}_0$, portera sur les données temporelles entre le jour $i = 0$ et le jour $i = T$. La deuxième régression, notée $\mathcal{R}_1$ s'étendra entre la veille du dernier jour observé et T jours en arrière avant ce même jour, c'est-à-dire entre les jours $i = 1$ et $i = T + 1$. Pour i quelconque compris entre 0 et $N - T$, la régression $\mathcal{R}_i$ s'étendra entre les jours et i et $T + i$.

Il sera ainsi effectué une série $(\mathcal{R}_i)_{0 \leq i \leq N-T}$ de régressions et T peut être vue comme la « fenêtre d'observation » de cet ensemble des régressions.

Pour chaque régression $\mathcal{R}_i$, un poids P_i, compris entre 0 et 1, est attribué. La forme de la suite $(P_i)_{0 \leq i \leq N-T}$ sera discutée en 0. Par ailleurs, on note R_i^2 son coefficient R^2, et, pour chaque indice explicatif j on notera $\beta_{i,j}$ son beta dans cette régression.

Dans la régression linéaire, le coefficient R^2 correspond à la part de volatilité (en pourcentage) expliquée par les variables de régression. Un R^2 proche de 100 % signifie que les variables expliquent convenablement les variations du fonds. En revanche, un R^2 trop petit implique qu'il existe une part importante du fonds non expliquée par les variables.

Dans le cas de la série de régression, nous définissons un coefficient R^2 moyen, noté $\overline{R^2}$, en fonction des coefficient R_i^2 de chaque régression $\mathcal{R}_i$ par :

$$\overline{R^2} = \frac{\sum P_i R_i^2}{\sum P_i}$$

Il sera attaché beaucoup d'importance à ce coefficient $\overline{R^2}$. Lorsqu'il sera inférieur à une certaine valeur, notée $SeuilR^2$, nous considérerons que les indices explicatifs ne suffisent pas à expliquer convenablement la variance de l'OPCVM et il s'agira dès lors de trouver, si possible, d'autres indices explicatifs rendant le coefficient $\overline{R^2}$ supérieur à $SeuilR^2$.

Par ailleurs, pour chaque régression $\mathcal{R}_i$, on note F_i la valeur du test de Fisher, valant :

$$F_i = P(H_i^F\ vraie)$$

où H_i^F est l'hypothèse $H_i^{\mathrm{F}} = \{\ \forall j, \beta_{\mathrm{i,j}} = 0\}$.

On peut alors définir le poids des nombres de jours où le test de Fisher est inférieur à un certain seuil, noté $SeuilF$ par :

$$\bar{F} = \frac{1}{\sum P_i} \sum_i P_i \mathbb{1}_{F_i < SeuilF}$$

Le test de Fisher va nous assurer que, pour chaque régression, le nombre des indices utilisées, l'historique de valeurs de VL de la fenêtre d'observation, suffisent à nous assurer que les résultats obtenus ne sont pas le fruit du hasard.

Les résultats exigeant une forte régularité, il conviendra de rejeter la série de régressions si le « poids moyen » $\bar{F}$ est supérieur à un seuil noté $Seuil\bar{F}$.

Le deuxième test réalisé pour chaque régression et pour chaque indice explicatif est le test de Student ou T-test. Il sert à rejeter l'hypothèse nulle, à savoir, pour toute régression $\mathcal{R}_i$ et tout indice explicatif j :

$$H_{i,j}^T = \{\beta_{i,j} = 0\}$$

Le test va donner la probabilité $T_{i,j} = P(H_{i,j}^T\ vraie)$ pour laquelle $H_{i,j}^T$ doit être acceptée. Comme nous avons fixé un seuil d'acceptabilité pour le test de Fisher, nous considérons dans les exemples qu'une telle probabilité supérieure à un autre seuil, noté $SeuilT$, rejette l'indice j pour la régression i.

On définit dès lors, pour chaque indice j, son « poids moyen » p_j, valant :

$$p_j = \sum_i P_i \mathbb{1}_{T_{i,j} < SeuilT}$$

Le poids moyen normalisé est défini comme :

$$\pi_j = \frac{p_j}{\sum P_i}$$

π_j vaut 1 lorsque l'indice j s'adjuge un test de Student concluant pour toutes les régressions $\mathcal{R}_i$ effectuées.

Enfin, le « beta moyen », noté β_j, de l'indice j, est défini comme :

$$\beta_j = \frac{\sum \beta_{i,j} P_i \mathbb{1}_{T_{i,j} < SeuilT}}{p_j}$$

<u>Traitement des résultats</u>

La série de régressions linéaires multiples réalisée, il convient de déterminer si les résultats permettent de générer les SCR de marché.

Il sera attaché une grande importance à la régularité des corrélations. C'est pourquoi le coefficient $\overline{R^2}$ ainsi que les betas moyens et les poids moyens normalisés sont utilisés.

Il sera alors retenu, pour chaque indice j, un coefficient de contribution $\gamma_j = \beta_j.\pi_j$ qui sera le produit du beta moyen β_j et du poids normalisé π_j, afin de prendre à la fois en considération la prédominance des données récentes et des régressions sur lesquelles l'indice j est explicatif.

Il devient dès lors facile d'obtenir les chocs SCR en obtenant, pour chaque indice j explicatif, l'inventaire des chocs qu'il générerait s'il était investi, et de multiplier ces chocs par γ_j.

<u>Traitement des résidus</u>

Afin de traiter convenablement la part de volatilité, à savoir $\sigma\sqrt{1-\overline{R^2}}$ où σ représente la volatilité du fonds, non expliquée par les indices explicatifs, nous proposons deux méthodes qui nous semblent être dans l'esprit des instructions de l'EIOPA, la deuxième ayant notre préférence comme nous l'expliquerons.

1ère méthode : Conversion du $\boldsymbol{\varepsilon}$ en « actions type 2 »

Cette première méthode consiste à considérer que ce qui n'est pas expliqué par la régression appartient à la catégorie « actions type 2 ». Cette démarche est en quelque sorte motivée par l'esprit du modèle standard (même si tout le monde ne partage pas nécessairement cette vue). En effet, lorsqu'on ne sait pas de quoi un OPCVM est fait, le modèle standard nous recommande de le considérer comme « actions type 2 ».

En conséquence, et puisque la partie $(1-\overline{R^2})$ de la variance moyenne n'est pas expliquée, nous allons considérer que cette proportion du fonds est constituée d'actions type 2, et devra donc être choquée en conséquence.

Cette méthode peut sembler prudente et dans l'esprit d'EIOPA puisqu'il prolonge le principe « tout ce qui est inconnu est actions type 2 ». En revanche, de la même manière qu'il est étrange de considérer tout fonds non transparisable « action type 2 » pour les raisons déjà évoquées en partie 2.3.3, il sera également étrange d'imputer un risque action à un fonds qui *a priori* n'investit jamais dans des actions.

2ème méthode : Equi-répartition des betas

Cette deuxième méthode considère que la partie de variance moyenne $\sigma^2\overline{R^2}$ expliquée par les indices de régression peut s'extrapoler à l'OPCVM pris dans son ensemble, comme si le $\overline{R^2}$ valait 100 %. Conceptuellement, cela revient à considérer que les betas servent à déterminer la nature du fonds ainsi que les proportions des actifs conventionnels dans lesquels il investit et que la partie $\sigma^2(1-\overline{R^2})$ de variance non expliquée ne provient que de la gestion active du gérant qui s'écarte de la gestion indicielle passive.

Choix de la méthode pour les résidus

Comme évoqué précédemment, la méthode proposée doit être en cohérence avec le modèle standard. En effet, on espère pouvoir trouver un beta action de 100 % lorsqu'on analyse un fonds actions, un beta taux de 100 % lorsqu'on analyse un fonds obligataire, et ainsi de suite.

Dans la réalité, nous n'obtiendrons pas de résultat aussi clair. En effet, même pour un fonds action, il est rare que son beta soit de 100 % et que l'ensemble de sa volatilité soit expliquée par uniquement les indices actions (cas ou le R^2 serait de 100 %), sauf dans le cas d'un tracker d'indice actions. Il convient de comprendre comment traiter, c'est-à-dire en termes de SCR, la part de volatilité (1-R^2) non expliquée par les indices conventionnels.

Par ailleurs, il est fort possible qu'un fonds action maintienne, sur une certaine période, un certain montant en liquidités, lorsque par exemple le gérant n'est pas convaincu par la montée des marchés à court terme. Dans ce cas, il sera logique de trouver un beta actions réduit.

A ces problématiques, la 2ème méthode de traitement du risque non expliqué semble donner une réponse satisfaisante.

En effet, lorsqu'un fonds possédera une certaine poche de liquidité, celle-ci n'aura pas d'influence sur les R^2 et donc ne sera pas pris en compte dans l'extrapolation mise en œuvre par cette méthode. On s'approchera, autant que possible, d'un traitement par transparisation, au cours duquel les liquidités n'ont pas d'impact dans l'évaluation des SCR de marché.

Ainsi, la 2ème méthode retient notre préférence car elle semble cohérente avec les types de gestions du fonds sans le dénaturer, et c'est elle que nous implémentons dans les exemples qui vont suivre.

Le choix des indices explicatifs

Le choix des indices qui serviront à expliquer, au sens des risque, le fonds, n'est pas évident. Dans la théorie, paragraphe 2.4.3, nous avons supposé qu'un panel d'indices représentant tous les risques de marché était disponible.

Or d'une part, en pratique, il n'est pas évident de prouver qu'un panel aussi large puisse exister. D'autre part, un ensemble d'indices trop large peut nuire à la régression, en mettant en avant des indices qui se retrouvent, pour une certaine période, fortuitement corrélés avec le fonds mais qui ne méritent pas d'en caractériser le risque.

C'est pourquoi une approche en deux temps est réalisée :

- Dans un premier temps, nous réalisons la série de régressions linéaires multiples en utilisant la totalité des indices disponibles du panel.
- Dans un second temps, une série de régressions est de nouveau réalisée, mais en n'utilisant que les indices ayant donné les meilleurs résultats lors de la première régression ; ce qui permet, au final, de ne travailler qu'avec des indices ayant un fort pouvoir explicatif. L'ensemble des indices explicatifs retenus sera celui qui induit un coefficient $\overline{R^2}$ maximal et au moins au-dessus de $SeuilR^2$ tout en étant de cardinal minimal.

Paramétrage

Un certain nombre de paramètres sont à fixer. Le présent paragraphe présente les valeurs ayant été retenues dans les exemples montrés en 2.5.

Sur l'historique N des valeurs utilisées et sur la fenêtre d'observation T

Les valeur de T, c'est-à-dire la longueur de la fenêtre d'observation, et de N, c'est-à-dire l'historique de valeurs retenues, ont une importance significative

directement liée au résultat de la régression, car il peut arriver que des titres soient corrélés si l'on prend un historique d'un an, mais qu'ils ne le soient plus si l'on fait remonter l'historique à 2 ou 3 ans.

Ce problème de détermination de la longueur de l'historique est un problème très courant en finance de marché, notamment parmi les spécialistes de volatilités et corrélations, et en économétrie en général.

Voyons comment les opérateurs y font face en prenant l'exemple de l'évaluation de la volatilité implicite du cours d'une action.

Lorsqu'il s'agit d'évaluer la volatilité implicite d'une action pour une période de J jours futurs, une règle « de doigt mouillé » des négociateurs d'option est, lorsque aucune option ne côte, et à condition qu'aucun évènement perturbateur ne soit prévu à court terme, d'utiliser l'ensemble des volatilités historiques sur le même nombre de jours passés J afin de déduire une sorte d'intervalle de variation possible de la volatilité implicite estimée.

Sur la Figure 10 ci-dessous sont représentés les historiques de volatilités 50 jours (en bleu) et 200 jours (en rouge) pour une action donnée dont on suppose qu'aucune option cotée n'existe. L'historique de valeurs est ici 14 ans.

On peut constater que la volatilité 200 jours est relativement stable dans un intervalle compris entre 18 % et 30 %, ayant monté jusqu'à 55 % au moment de la crise financière de 2008.

La volatilité 50 jours quant à elle, varie dans un intervalle compris entre 12 % et 32 %, un pic ayant atteint 90 % en 2008 et 50 % en 2002, consécutifs aux crises financières passées.

Ainsi, un *market maker* d'option, c'est-à-dire un opérateur de marché chargé de donner à tout instant des prix d'achat ou de vente d'une option (un call ou un put) sur le sous-jacent en question et dont le prix est directement lié à la volatilité implicite, estimera souvent une volatilité implicite 200 jours à 26 % offert et à 20 % demandé et une volatilité implicite 50 jours à 28 % offert et à 18 % demandé, ceci évidemment s'il n'envisage pas une crise économique ou tout autre évènement exceptionnel à court terme.

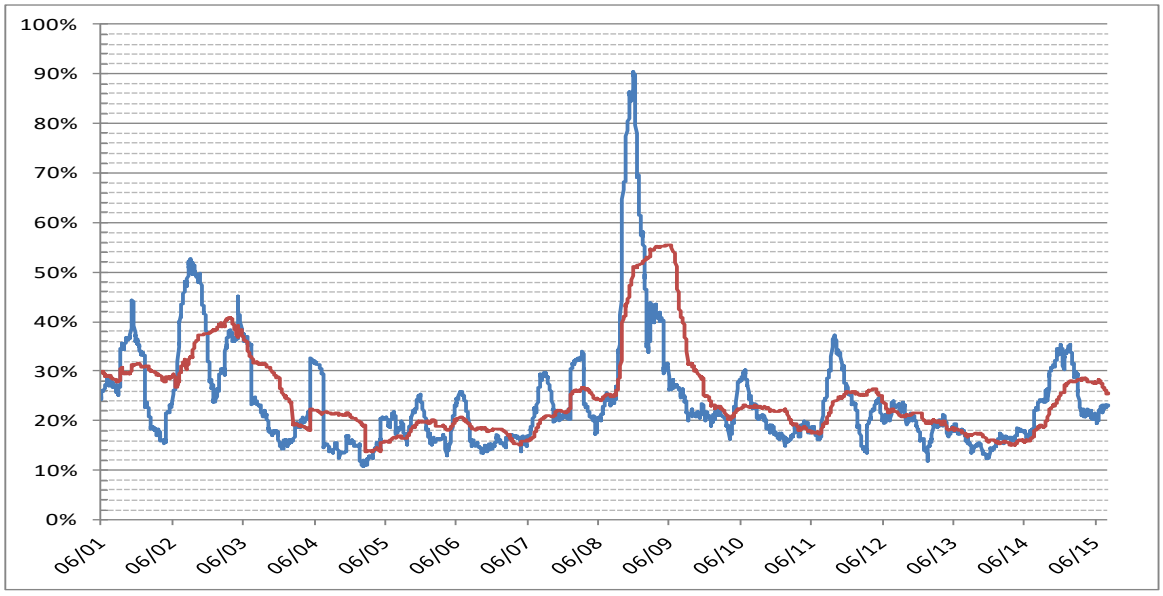


Figure 10 : évolution de la volatilité 50 jours et de la volatilité 200 jours de la même action

Evidemment, cette « méthode » n'est plus valable dès que l'horizon devient trop petit (en dessous de 20 jours), où l'historique de l'estimation statistique devient alors trop aléatoire.

Dans ce cas, le *market maker* élargit sa fourchette de cotation (c'est-à-dire l'écart entre le prix demandé et le prix offert) afin de compenser le risque couru.

Revenons au cas de série de régressions multiples. Notre méthode d'analyse des OPCVM va procéder de la même façon que le *market maker* d'options pour évaluer les coefficients implicites de corrélations.

Estimer les paramètres de régression est relativement similaire à estimer une volatilité. Il est dès lors naturel de voir la fenêtre d'observation T comme l'intervalle de volatilité (50 ou 200 jours) de l'exemple de la Figure 10 et le nombre de jours utilisés N comme le nombre de jours compris dans les 14 ans de l'exemple de la même figure.

Les SCR de marché que l'on souhaite obtenir doivent anticiper les variations de marché des placements pendant une période d'un an. En conséquence, il pourra sembler opportun de considérer des valeurs de T correspondant à12 mois, soit 250 jours et des valeurs de N correspondant à au moins 10 ans.

Il sera discuté davantage de la fixation de ce paramètre et des autres en paragraphe 2.9.

Sur la suite (P_i)

La suite des P_i vise un donner un poids entre 0 et 1 à chaque régression $\mathcal{R}_i$. Il n'est pas évident de savoir s'il faut accorder plus d'importance aux données récentes. Toujours est-il qu'il semble très probable que la dernière allocation stratégique d'un fonds mise en place se prolonge à court terme. C'est pourquoi, dans les exemples qui suivent, il a été choisi (P_i) linéairement décroissant, avec $P_0 = 1$ et $P_{N-T} = 0$.

Seuil de signification du test de Fisher

Le seuil $SeuilF$ vu en 2.4.4 sert à rejeter une régression en considérant que si la probabilité que l'hypothèse $H_i^{\mathrm{F}} = \{\forall j, \beta_{\mathrm{i,j}} = 0\}$ se produise est trop forte, cela signifie que le résultat de la régression $\mathcal{R}_i$ n'est pas convenable.

Inversement, si cette même probabilité est très faible, l'hypothèse nulle peut être rejetée, signifiant dès lors qu'au moins un des betas est non nul.

La valeur critique du test de Fisher $SeuilF$ que nous avons adopté dans les exemples est 5 %. Bien que cette valeur n'ait pas de signification empirique, elle est retenue car elle est souvent employée par les statisticiens.

Seuil de signification du test de Student

Le deuxième test réalisé pour chaque régression est le test de Student ou T-test. Il sert à rejeter ou pas l'hypothèse nulle, à savoir, pour tout i et tout j :

$$H_{i,j}^{T} = \{\beta_{i,j} = 0\}$$

La valeur $SeuilT$ est la valeur au-dessus de laquelle la probabilité que l'hypothèse nulle soit vraie est considérée non nulle. Dans les exemples, ce seuil a été fixé à 1 %.

Sur la valeur de $SeuilR^2$

Cette variable sert à garder ou à rejeter les indices explicatifs de la régression suivant que le R^2 moyen de la série de régression soit ou non au dessus de ce seuil. Dans les exemples, il a été fixé arbitrairement à 85 %. Ce nombre, assez proche de 1, semble raisonnable pour affirmer qu'une partie significative de la variance de l'OPCVM est expliquée par les indices.

2.4.5 Cohérence de la méthode

La méthode proposée, si elle demande qu'un certain nombre d'hypothèses ou d'approximations soient vérifiées, peut néanmoins donner des résultats acceptables.

Sur l'utilisation de la régression linéaire

Il peut paraître relativement approximatif d'utiliser la régression linaire, car c'est, comme nous l'avons vu précédemment, réduire le développement en série de Taylor au premier ordre.

Si, par exemple, un OPCVM a, au voisinage de rendements nuls, une dépendance linéaire par rapport à une classe d'actif, mais que, au moyen de produits structurés notamment, il existe une convexité faisant apparaître une exposition supérieure à cette classe d'actif au fur et à mesure que son rendement augmente ou diminue, la régression linéaire ne pourra pas traduire un tel phénomène.

Néanmoins, le problème des dépendances convexes est en partie résolu par l'étude de l'historique des coefficients. Si, par exemple, un gérant est vendeur de puts en dehors de la monnaie, créant ainsi les conditions d'une variation des rendements non linéaire, les coefficients augmenteront en valeur absolue de façon non proportionnelle lorsque les actifs verront leurs cours chuter. En conséquence, une étude du comportement historique des coefficients fera ressortir cette augmentation. Ainsi, au-delà de l'estimation, la stabilité des coefficients sera importante.

Ce phénomène est également pris en compte dans l'estimation des volatilités implicites par les traders d'options puisque la volatilité a également, dans une certaine mesure, une convexité négative traduit par un « *skew* » important dans les valeurs basses de la valeur spot du cours, c'est-à-dire que les options dont le strike est faible par rapport au cours de l'action ont des volatilités implicites plus fortes que les options à la monnaie. Ainsi, la valeur liquidative de l'OPCVM contenant des produits convexes sera impactée par les variations de volatilité implicite, incluant les déformations de la surface de volatilité implicite.

Sur la cohérence avec le modèle standard

Dans le modèle standard proposé par l'EIOPA, comme il a été vu, les actions sont choquées de 39 % lorsqu'elles appartiennent à des pays membres de l'OCDE (pays développés dans le langage des financiers), et à 49 % lorsqu'elles n'appartiennent pas à ces pays (pays émergents).

Ces chocs à faire subir aux actions sont censés faire ressortir une VaR 99.5 % sur 1 an comme l'exige la directive Solvabilité 2.

Déterminons à quel niveau de volatilité ces chocs correspondent.

En supposant que les rendements des indices suivent des lois normales (hypothèse largement admise dans les études de risque), et en notant R le rendement d'un indice, la VaR sera obtenue en trouvant R tel que :

$$P(R < C) = 0{,}5\ \%$$

Où C vaut -39 % ou -49 % suivant l'indice que l'on étudie (pays développés ou émergents). R suivant une loi normale de variance σ, et d'espérance μ, on aura :

$$R < \mu + \sigma . N^{-1}(0{,}5\ \%)$$

avec une probabilité de 0,5 %, où N^{-1} désigne la fonction de répartition inverse de la loi normale.

Trouver σ revient à résoudre :

$$\mu + \sigma . N^{-1}(0{,}5\ \%) = C$$

D'où

$$\sigma = \frac{C - \mu}{N^{-1}(0{,}5\ \%)}$$

μ étant le rendement sans risque à un an, il vaut aux alentours de 0,5 %.
Sachant que $N^{-1}(0{,}5\ \%) = -2{,}58$, ceci donne :

$\sigma =$ 15,3 % dans le cas où C vaut 39 %
$\sigma =$ 19,2 % dans le cas où C vaut 49 %

Est-ce que ces volatilités, correspondant aux chocs donnés par le modèle standard, sont en cohérence avec les volatilités observées ?

Pour les pays développés, on aurait tendance à trouver la valeur de 15,3 % en deçà de la réalité si l'on regarde l'historique de volatilité 200 jours (courbe rouge) de l'indice Eurostoxx 50 (voir Figure 11). En effet, on pourrait, au regard de cet historique, estimer une volatilité plutôt aux alentours de 20 %, et ceci même sans considérer la période de crise financière au cours des années 2008-2009.

La volatilité de l'indice S&P 500 est sans doute plus en conformité avec cette valeur (Figure 12). Mais, comme pour l'Eurostoxx 50, il faut exclure la période de crise financière.

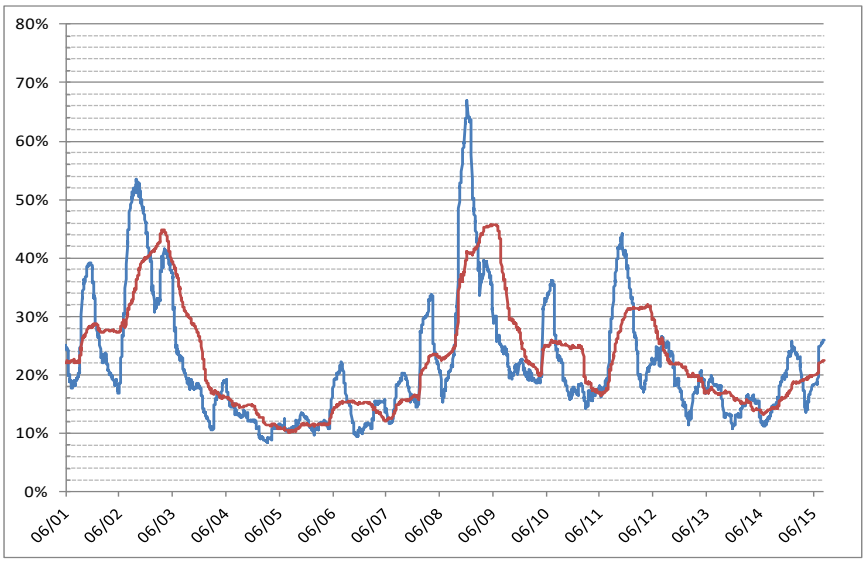


Figure 11 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice Eurostoxx 50

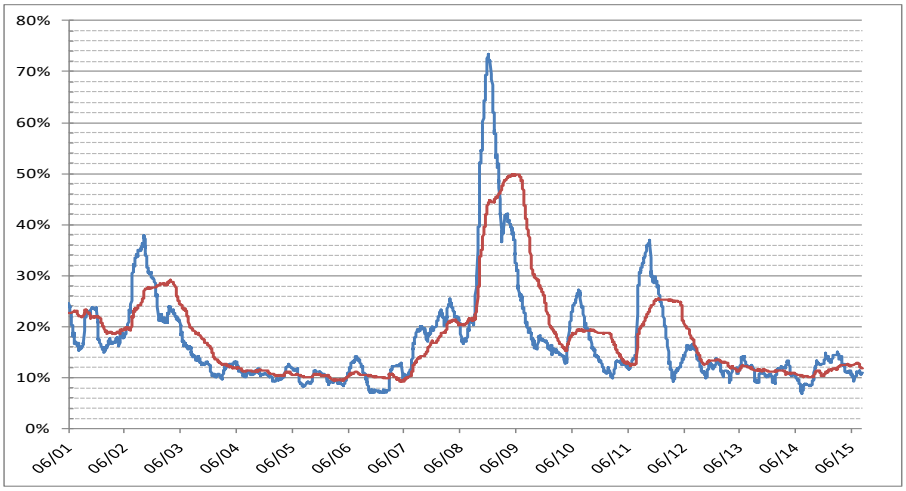


Figure 12 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice S&P500

Du côté des indices émergents, la valeur de 19,2 % peut sembler cohérente au regard de l'indice MSCI Emerging, regroupant l'ensemble des valeurs des pays émergents (Figure 13). En revanche, elle est bien en dessous de la volatilité réalisée lorsqu'on regarde en particulier un indice de pays (l'indice argentin Merval dans l'exemple de la Figure 14, où la volatilité est largement au-dessus des 30 %).

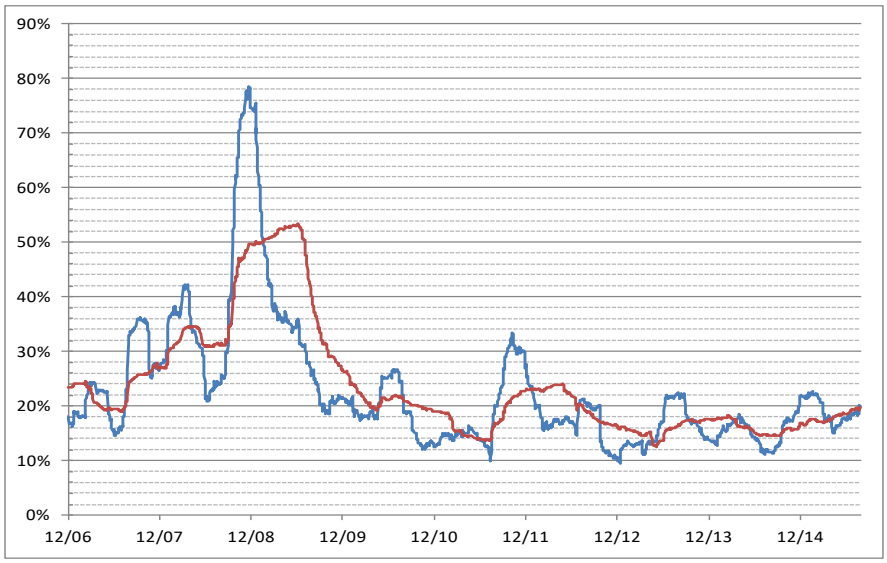


Figure 13 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice MSCI Emerging

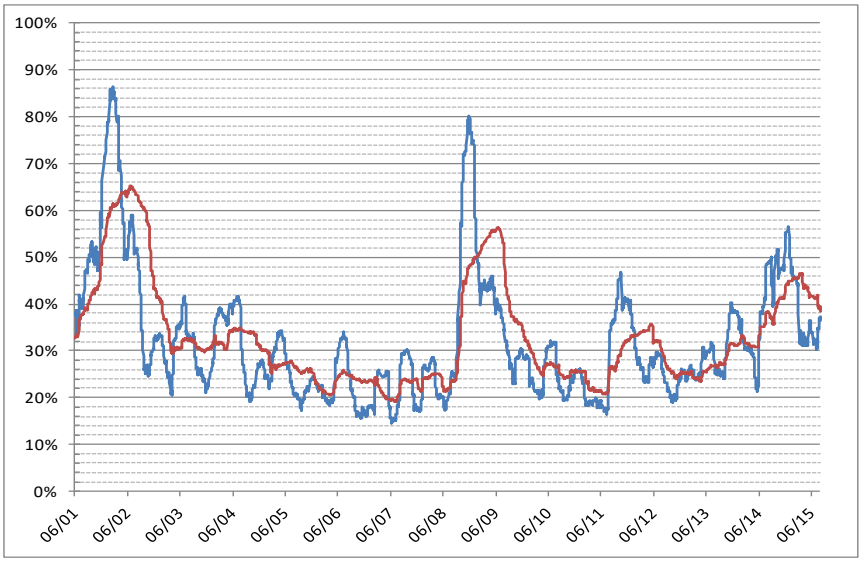


Figure 14 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice MERVAL Buenos Aires

Le modèle standard semble donc adapté à un investissement très diversifiée, où la multitude d'actions peut faire baisser la volatilité. Dès que l'investissement ne l'est pas assez, il aura tendance à sous-estimer la VaR. Il est ainsi sous-entendu dans la simplification du modèle standard que les chocs proposés ne sont adaptés que si l'assureur est en mesure de montrer que son investissement en actions est bien diversifié afin d'en exclure les risques idiosyncratiques, comme nous l'avons expliqué au paragraphe 2.1.4, ce qui n'est en pratique quasiment jamais le cas.

Par ailleurs, l'hypothèse de rendements suivant une loi normale n'est pas vérifiée en pratique. Les phénomènes de « *Black Swan* », c'est-à-dire des phénomènes peu probables entraînant des chutes de marchés plus fortes que prévues, rendent les queues de distribution « épaisses ». Comme nous l'avons évoqué en Partie 1. , c'est ce qui génère des *skews* sur les volatilités et les corrélations. Il serait donc nécessaire de prendre en compte ce phénomène en ajoutant un choc de l'ordre de 5 points de pourcentage.

Ainsi, nous voyons bien que le modèle standard rend compte de façon sans doute moins prudente que nécessaire la valeur de la VaR demandée par la directive concernant les risques action.

Sur les taux, la cohérence du modèle standard avec la VaR à 99.5 % peut ouvrir également à débat tant elle semble faible au regard des mouvements récents des taux d'intérêts.

En effet, le choc à la hausse sur la courbe des taux en euro correspond à une hausse de 1 % sur tous les points de la courbe[2]. Or là aussi, ce choc peut sembler faible pour estimer la VaR.

En effet, les taux des obligations d'état allemand (les Bunds) se sont adjugés plus de 110 bp (ou 1.1 %) au cours du premier semestre 2015, sans pour autant que ce phénomène ne soit rare au point de ne se produire qu'une fois tous les 200 ans ! Nous pourrions citer bien d'autres exemples de ce type au cours des dernières décennies. D'ailleurs, il existe plusieurs travaux visant à modéliser un choc taux plus « vraisemblable » (LANGSTROTH & GERBEAU, 2013).

Enfin, il est important de noter que l'évaluation par transparisation traduit un portefeuille à l'instant où il est inventorié. Le résultat et l'analyse du SCR qui s'en suit ne tient pas compte, dans le modèle standard, des évolutions ayant pu se produire avant la date d'évaluation ou après celle-ci, menant l'assureur à mal évaluer ses risques en cours (DERIEN, 2010).

La méthode proposée, même si elle ne résout pas le problème d'une évaluation du risque en « temps réel », prend néanmoins en compte la dimension dynamique du risque.

A titre de conclusion de ce paragraphe, il peut être affirmé que le modèle standard semble sous-estimer, probablement volontairement afin de ne pas pénaliser trop les organismes assureurs, la réelle VaR du placement en actifs financiers tant sur les risques action que sur les risques taux. Dans ce contexte, l'approximation par régressions linéaires multiples ne semble pas faire preuve de moins de prudences que le modèle standard, loin s'en faut.

Sur l'utilisation d'une série de régressions

Le modèle standard appliqué aux OPCVM, a, dans sa méthode par transparisation, une vision court terme, puisque le SCR marché sera uniquement

[2] Le choc est de 1% lorsque les valeurs des taux sont « bas », ce qui est le cas pour les courbes de taux dans les devises des pays développées (par exemple pour les devises USD, EUR, GBP, CHF). Le choc est supérieur à 1% lorsque les taux sont « élevés », ce qui est principalement le cas pour les courbes des devises des pays émergents.

évalué en fonction de la composition du portefeuille au jour de l'évaluation. Ce biais « court-termiste » est expliqué par (PLANCHET & LEROY, 2012).

L'utilisation de la série de régression, en captant autant que possible les comportements du fonds dans des situations de marché différentes, a l'avantage de mettre en relief tous les types de risques que suscite l'investisseme et est davantage adapté à l'utilisation long-terme des compagnies d'assurance.

2.4.6 Remarque sur les autres risques de marché non présents dans les sous-modules « Solvabilité 2 »

Un certain nombre de risques de marché pouvant sensiblement affecter la VaR ne sont pas pris en compte dans le modèle standard. Il s'agit notamment des risques suivants :

- Inflation
- Matières premières
- Volatilité

Cette liste n'est évidemment pas exhaustive, d'autres paramètres affectent les variations des cours des actifs financiers, auxquels s'ajoutent les corrélations de chaque paramètre entre eux.

La méthode de série de régressions linéaires multiples peut facilement permettre de quantifier l'impact de ces risques sur un OPCVM, en introduisant d'autres indices caractérisant ces risques. Ainsi, cette méthode peut facilement s'adapter à une évolution du modèle standard qui introduirait d'autres sous-modules de risque de marché.

2.5 Application sur des exemples

Dans l'outil développé, nous avons utilisé les dix-sept indices du Tableau 18 ci-dessous, que nous estimons représenter les différents risques de marché.

Numéro de l'indice	indices actions	
1	FTSE	FTSE 100
2	SPX	Standard&Poor's 500
3	SX5E	Eurostoxx 50
4	MXEF	MSCI Emerging
5	NDX	Nadsaq 100
6	NKY	Nikkei
7	HSI	Hang Seng
	indices taux	
8	USGG10	10 ans Etats-Unis
9	USGG5	5 ans Etats-Unis
10	IBOXHY	iBoxx USD Liquid High Yield Index
11	IBOXXMJA	Markit iBoxx EUR Liquid High Yield Index TRI
12	GDBR10	Taux 10 ans de l'état allemand
13	GDBR5	Taux 5 ans de l'état allemand
	change	
14	EURGBP	Taux de change EUR/GBP
15	EURUSD	Taux de change EUR/USD
	indices matières premières	
16	CL1	Light Crude Oil Generic
17	BCOM	Bloomberg Commodities

Tableau 18 : panel des indices de référence des risques de marché

Bien sûr, cet ensemble d'indices n'est pas exhaustif et seul des indices représentatifs ont été sélectionnées et tenant compte des capacités de calcul limitées.

Dans le présent mémoire trois fonds sont analysées à titre d'exemple.

Les deux premiers fonds sont des fonds mono-stratégiques (le premier est un fonds action et le deuxième est un fonds obligataire). L'analyse de ces fonds servira à vérifier que les résultats obtenus coïncident avec des résultats qui auraient été obtenus par transparisation.

Le troisième fonds est un fonds diversifié, permettant au gérant de changer de d'allocation d'actifs au cours du temps.

2.5.1 1er exemple : fonds action

Hypothèses

Le fonds étudié est le fonds AXA Europe Actions (FR0000170243). Il s'agit d'un fonds « classique » d'actions européennes principalement à larges capitalisations libellé en Euro, géré activement, et dont le benchmark est l'indice MSCI Europe. Bien qu'il soit orienté vers un investissement européen, jusqu'à 25 % de son actif peut être investi sur des actions de sociétés domiciliées hors de l'Espace Economique Européen, principalement aux Etats-Unis et au Canada.

Résultats

L'étude régressive sur les 17 indices donne un coefficient $\overline{R^2}$ de 0.96, donc très convenable.

Le test de Fisher est quant à lui constamment concluant.

Les évolutions du R^2 (échelle de droite) et du test de Fisher (échelle de gauche) sont données dans le graphique suivant :

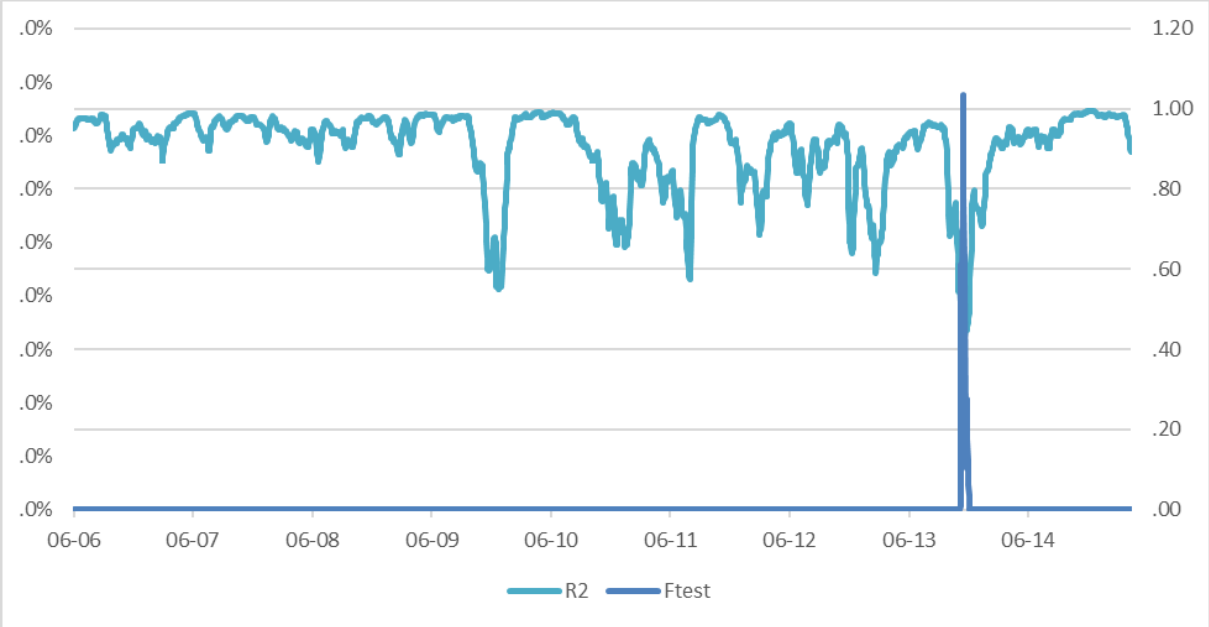


Figure 15 : 1er exemple : évolution du R^2 et du test de Fisher

Le tableau des betas et des poids est le suivant, dans lequel nous avons indiqué en couleur les indices explicatifs retenus, c'est-à-dire ayant le plus fort poids et qui, à eux seuls, maintiennent un coefficient $\overline{R^2}$ au dessus de 85 %.

j	β_j	p_j	π_j
indice 1	0,62	156,3	62,4 %
indice 2	-0,72	21,9	8,8 %
indice 3	0,60	227,7	90,9 %
indice 4	0,44	65,5	26,1 %
indice 5	0,04	3,2	1,3 %
indice 6	-0,04	65,7	26,2 %
indice 7	-0,34	69,3	27,7 %
indice 8	0,57	8,0	3,2 %
indice 9	-1,55	11,6	4,6 %
indice 10	0,43	54,8	21,9 %
indice 11	-0,07	27,7	11,0 %
indice 12	-1,15	13,8	5,5 %
indice 13	3,27	75,7	30,2 %
indice 14	0,23	25,7	10,2 %
indice 15	0,67	144,6	57,7 %
indice 16	0,19	64,2	25,6 %
indice 17	-0,42	59,3	23,7 %

Tableau 19 : 1er exemple : betas et poids moyens des indices du panel

L'évolution des betas et des tests de Student des quatre indices explicatifs est indiquée dans les graphiques suivants :

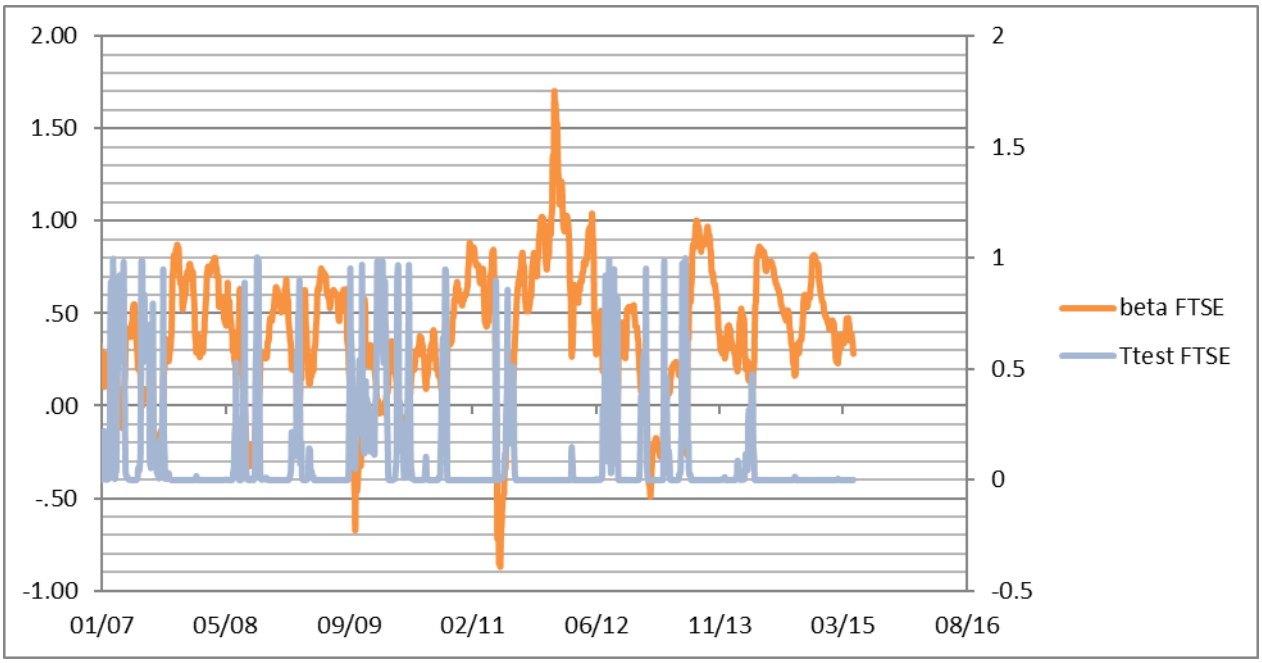


Figure 16 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de FTSE

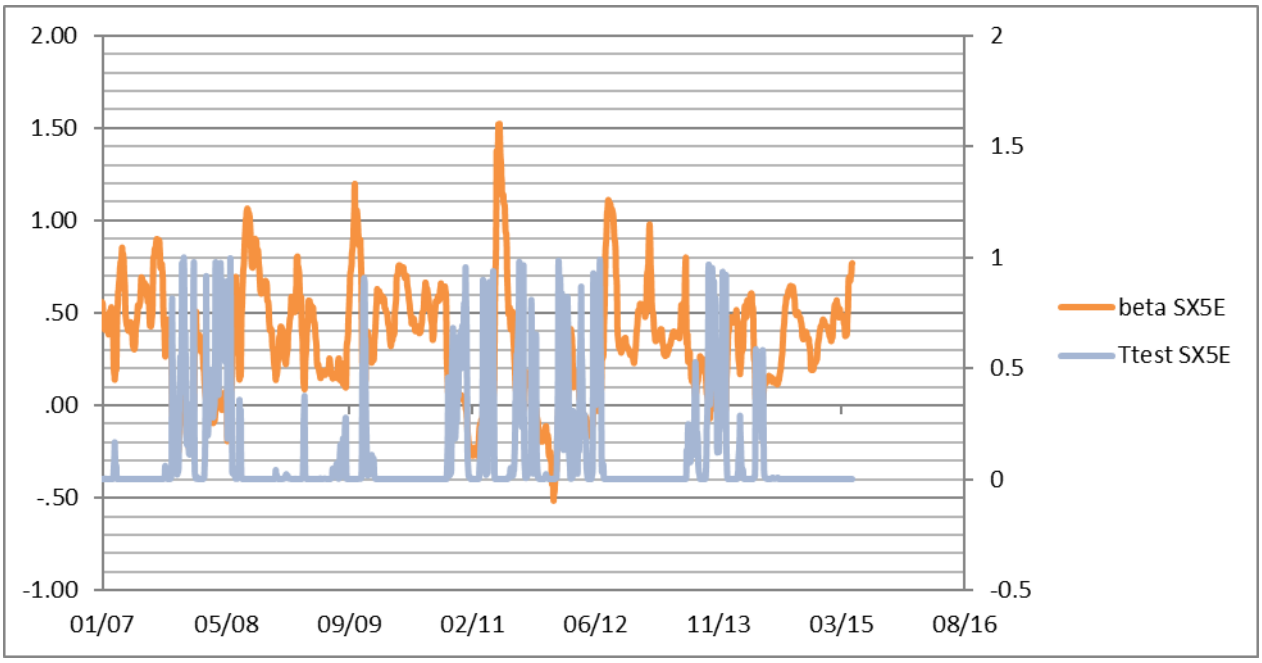


Figure 17 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de SX5E

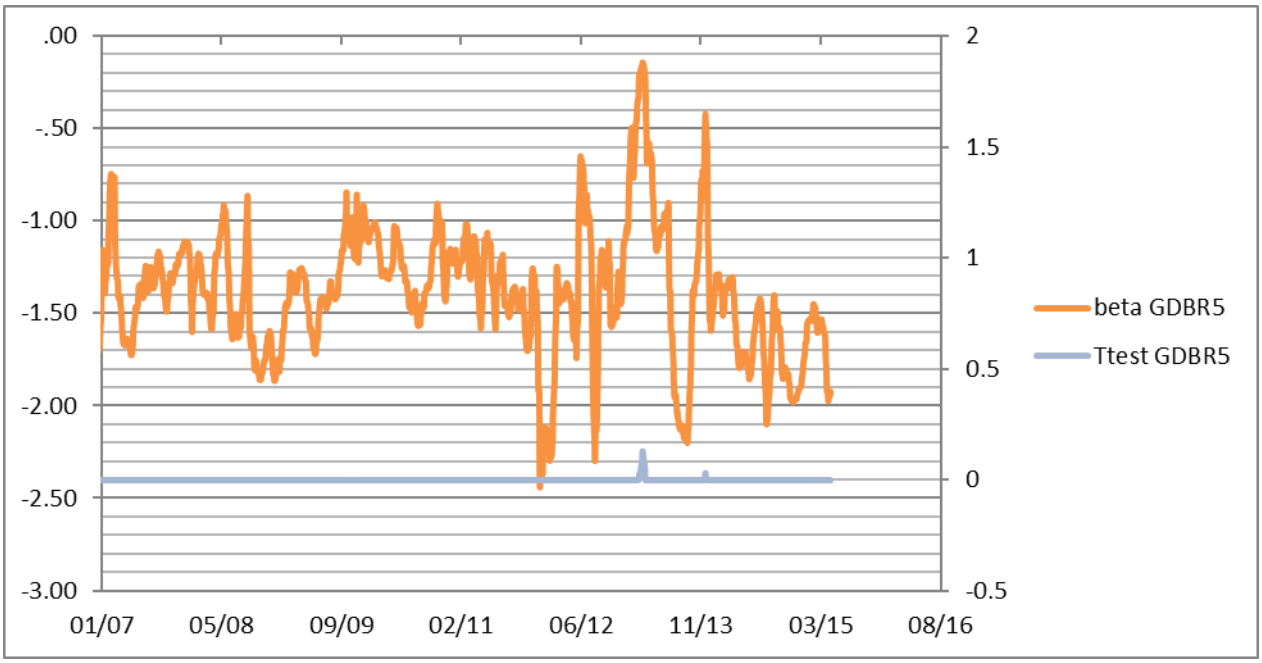


Figure 18 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de GDBR5

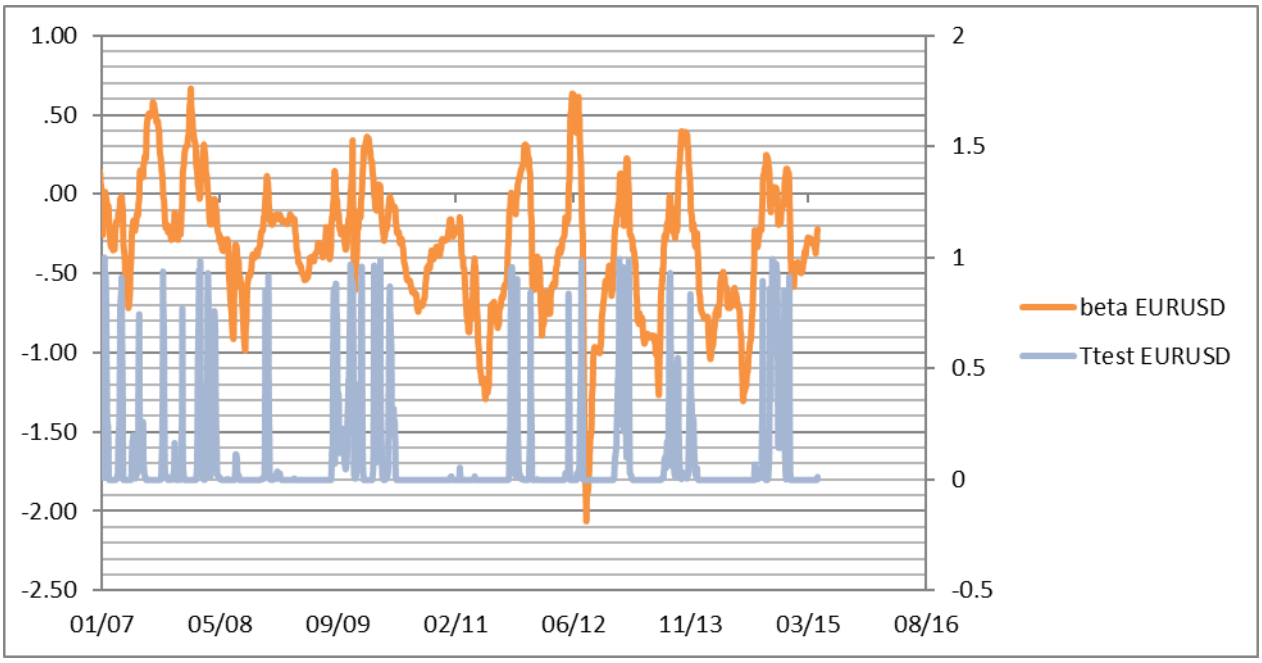


Figure 19 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de EUR/USD

Ci-dessous est représentée l'évolution des tests de Student pour les 3 indices prépondérants :

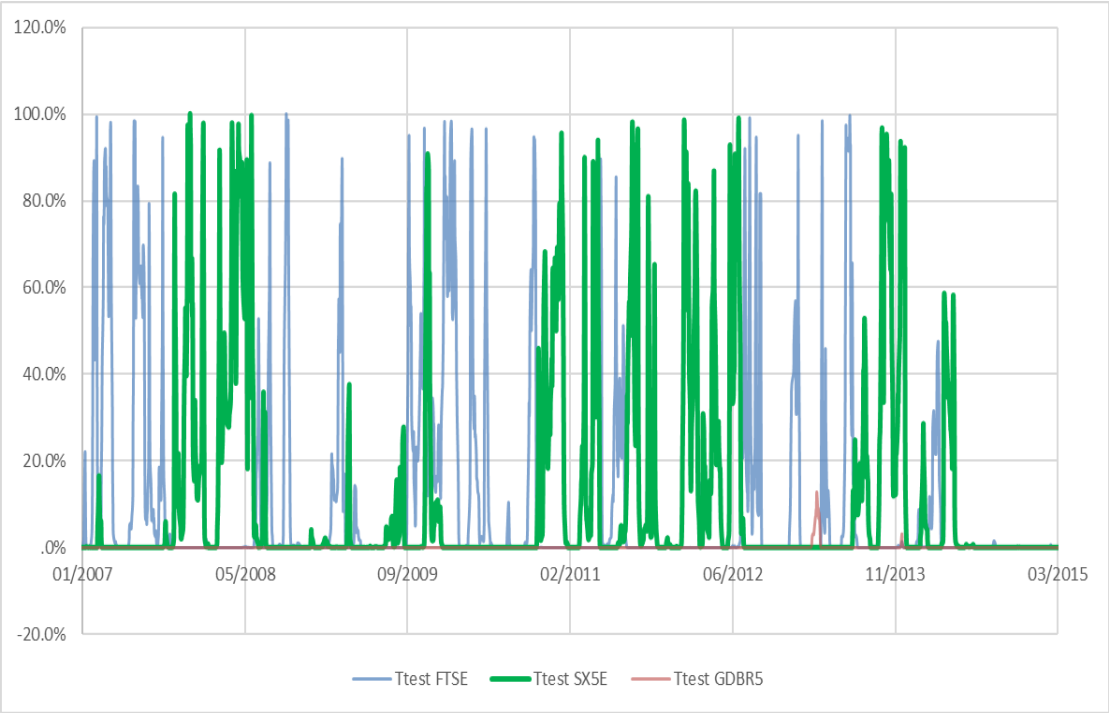


Figure 20 : 1er exemple, évolution des T-tests

Les betas moyens et poids des quatre indices explicatifs retenus sont indiqués dans le tableau suivant :

j	β_j	p_j	π_j
indice 1	0,52	230,0	91,8 %
indice 3	0,42	210,8	84,2 %
indice 13	-1,65	249,9	99,8 %
indice 15	-0,53	168,7	67,3 %

Tableau 20 : 1er exemple : betas et poids moyens des indices explicatifs

Interprétation

On peut remarquer que les tests de Student sont plutôt régulièrement bons (Figure 20) et que, lorsqu'ils ne sont pas bons pour certains indices, ils le sont pour d'autres. Cela traduit des changements de comportements lors de certaines phases de marchés. On sait par exemple que lorsqu'une obligation a une forte probabilité de défaut, son cours se comporte comme l'action de l'entreprise émettrice, puisque le taux de recouvrement est proportionnel au capital de l'entreprise. Il y a ainsi certaines phases qui participent à générer des

comportements plus ou moins corrélés des actifs, et ceci se traduit bien dans les graphiques précédents.

Comme nous nous en rendons comptes, les deux indices prépondérants sont l'indice 3, Eurostoxx 50, indice des actions des pays de la zone Euro et l'indice 1, Footsie, indice des actions britanniques. Le fonds investissant essentiellement dans les valeurs européennes, ce résultat ne nous surprend pas.

Les deux indices prépondérants suivants sont l'indice des taux d'intérêt allemands à 5 ans et le taux de change Euro/US Dollar.

On peut y trouver un certain fondement intuitif. En effet, les taux d'intérêt ont très souvent tendance à évoluer de façon inverse aux marchés actions car le prix d'une action reflète l'actualisation à l'infini des futurs dividendes.

Concernant la corrélation non négligeable au taux de change Euro-US Dollar, il vient de l'exposition du fonds sur les actions libellées en dollar.

De là, on peut déduire les chocs « modèle standard » à appliquer à ce fonds.

- L'indice 3 va uniquement générer un choc « Action type 1 », et un choc change si l'organisme assureur a son bilan libellé en devise différente de l'Euro.
  Son exposition « Action type 1 » est de 0,42 × 84,2 % = 35 % de la VM.
  Son exposition « Change EUR » est de 35 % de la VM

- L'indice 1 va également générer un choc « Action type 1 » et un choc change pour les organismes assureurs ayant des bilans non libellés en livre sterling.
  Son exposition « Action type 1 » est de 0,52 × 91,8 % = 48 % de la VM.
  Son exposition « Change GBP » est de 48 % de la VM.

- L'indice 13 va générer un choc taux en Euro de duration 5 ans et pour −1,65 × 99,8 % = −165 % de la VM et un choc « Change EUR » pour une amplitude identique.

- Enfin l'indice 15 engendre uniquement un choc « Change USD » pour −0,53 × 67,3 = −36 % de la VM.

Ces résultats sont synthétisés dans le tableau suivant :

taux EUR	%VM	-165 %
	duration	5
action T1	%VM	83 %
change	%VM EUR	-130 %
	%VM USD	-36 %
	%VM GBP	48 %

Le lien avec la solution « modèle standard » obtenue par transparisation n'est clairement pas obtenue car on observe un fort risque taux, alors que la transparisation n'en aurait pas fait apparaître.

Comme indiqué précédemment, ceci provient de la forte corrélation inverse des obligations avec les marchés actions.

Une deuxième série de régressions a été réalisée en ôtant du panel d'indices les indices obligataires. Il s'avère que 6 indices actions et les 2 indices de taux de change ont permis d'obtenir un $\overline{R^2}$ supérieur à 0,85. Ces indices explicatifs auraient dès lors introduit des risque action type 1 et action type 2 et auraient supprimé tout risque de taux, faisant alors coïncider la régression linéaire avec la méthode par transparisation

Néanmoins, il est difficile de retirer des indices *a priori* pour tous types de fonds, dont on ne connait pas la nature avant l'analyse. Ce point sera discuté en paragraphe 2.9.

2.5.2 2ème exemple : fonds obligataire

Hypothèse

Notre deuxième exemple porte sur le fonds AXA World Funds - Euro 5-7 A Capitalisation EUR (LU0251659776). Il s'agit d'un fonds obligataire dont le benchmark est un indice obligataire (Citi EuroBIG 5-7 Yr EUR) de maturité entre 5 et 7 ans.

L'analyse sur les 17 indices de notre panel donne un $\overline{R^2}$ de 0,94, donc là aussi très satisfaisant.

Le tableau des betas et des poids moyens sur les 17 indices est le suivant, où sont indiqués en jaune, comme dans l'exemple précédent, les sept indices explicatifs maintenant à eux seuls un $\overline{R^2}$ supérieur à 85 % :

j	β_j	p_j	π_j
indice 1	-0,01	7,5	3,0 %
indice 2	0,12	9,5	3,8 %
indice 3	0,07	84,4	33,7 %
indice 4	0,05	34,2	13,6 %
indice 5	-0,08	20,9	8,3 %
indice 6	0,00	13,7	5,4 %
indice 7	-0,05	30,5	12,2 %
indice 8	0,34	17,7	7,0 %
indice 9	-0,84	13,7	5,5 %
indice 10	0,09	18,5	7,4 %
indice 11	0,53	208,5	83,2 %
indice 12	0,26	79,1	31,6 %
indice 13	0,65	103,7	41,4 %
indice 14	0,10	6,7	2,7 %
indice 15	-0,08	37,8	15,1 %
indice 16	0,02	12,6	5,0 %
indice 17	-0,06	28,2	11,3 %

Tableau 21 : 2e exemple : betas et poids moyens des indices du panel

La restriction de la régression aux sept indices prépondérants donne un $\overline{R^2}$ de 0.86.

L'évolution des betas et des tests de Student s'observe dans les tableaux suivants :

Figure 21 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de GDBR5

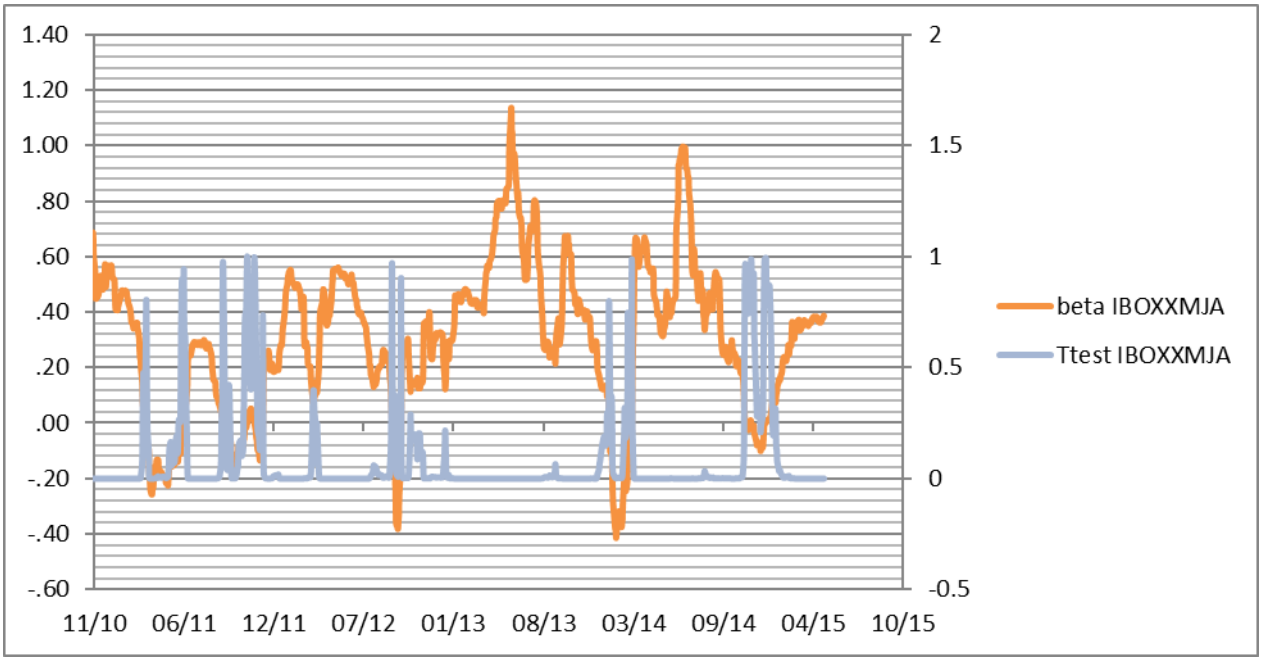


Figure 22 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de IBOXXMJA

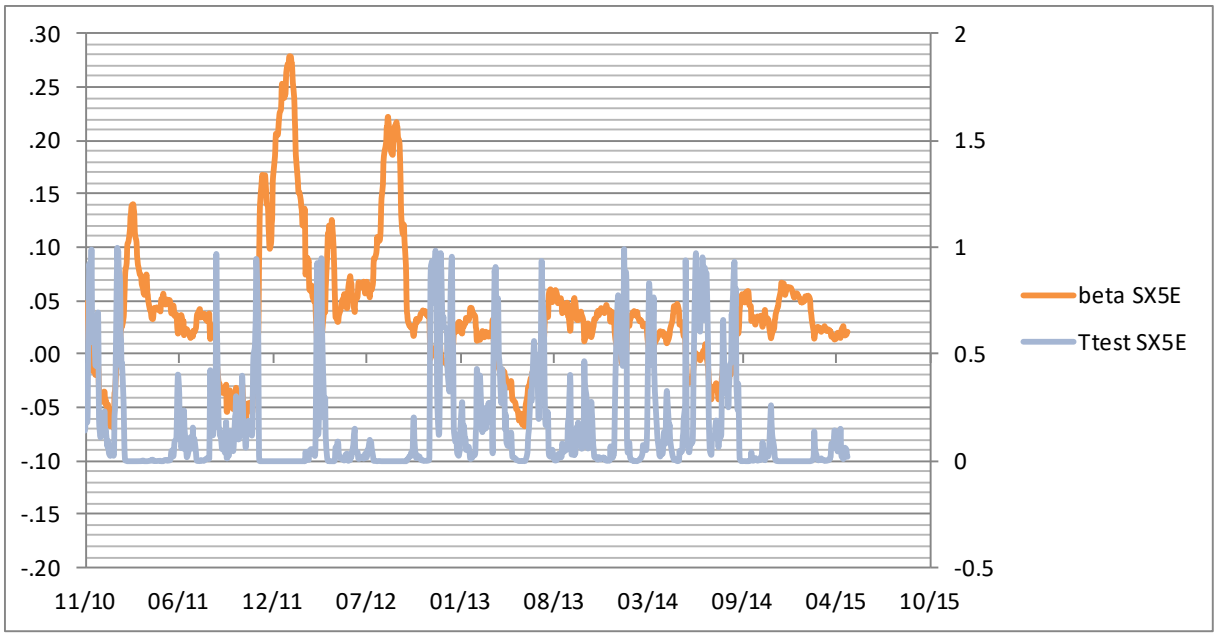


Figure 23 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de SX5E

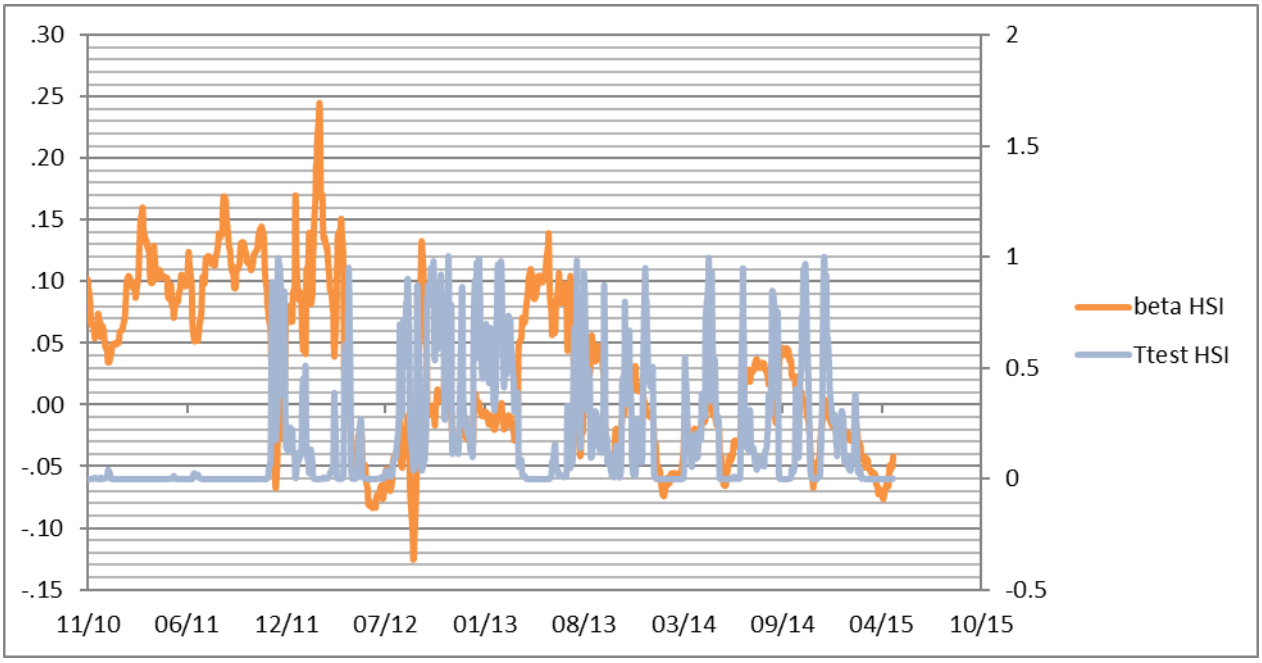


Figure 24 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de HSI

Le tableau des betas et poids de la régression restreinte aux indices prépondérants donne le résultat suivant :

j	β_j	p_j	π_j
indice 3	0,04	94,7	37,8 %
indice 4	0,06	85,0	33,9 %
indice 7	-0,04	96,2	38,4 %
indice 11	0,41	182,0	72,6 %
indice 13	0,82	232,3	92,7 %
indice 15	-0,05	64,1	25,6 %
indice 17	-0,05	132,3	52,8 %

Tableau 22 : 2e exemple : betas et poids moyens des indices explicatifs

Interprétation

Comme on pouvait s'y attendre, on observe un fort poids de l'indice 11 (IBOXXMJA, indice des obligations à hauts rendements) et de l'indice 13 (GDBR5, taux d'état allemand à 5 ans).

Par ailleurs, ces deux indices (les 11 et 13) montrent une forte régularité (Figure 21 et Figure 22).

Les indices autres que prépondérants, bien que contribuant à augmenter le $\overline{R^2}$, affichent des betas moyennes proches de 0, montrant finalement peu d'influence régulière.

De là, et comme pour le 1er exemple, on peut déduire les chocs « modèle standard » à appliquer à ce fonds :

- L'indice 11 représente un risque de crédit et va donc contribuer au risque de spread. Cet indice présente une duration liée au spread de 5 ans et un rating moyen de BBB.
  Son exposition « Spread » sera de 0,41 × 72,6 % = 30 % de la VM.

- L'indice 13 va présenter un risque « Taux 5 ans en Euro ».
  Ainsi, son exposition « Taux 5 ans en Euro » sera de 0,82 × 92,7 % = 76 % de la VM
  Son exposition « Action type 1 » est de 76 % de la VM.
  Et bien sûr, on a une exposition « Change Euro » de 76 % de la VM.

Les indices affichant un beta moyen faible (les 3, 4, 15 et 17) auront un impact minime en termes de risques et ne sont pas mentionnés volontairement.

Ce qui donne le tableau des sous-modules de risque suivant :

taux EUR	%VM	76 %
	duration	5
spread	%VM	30 %
	duration spread	5
	rating	BBB
change	%VM EUR	76 %

Ce résultat correspond exactement à ce que notre intuition pouvait nous laisser penser : les risques principaux du fonds se réduisent à du risque de taux 5 ans et à du risque de crédit sur 30 % de l'actif.

2.5.3 3ème exemple : fonds diversifié

Hypothèse

Notre étude porte finalement sur le fonds diversifié AXA WF Global Flex 50 (LU0094159042, géré par la société AXA IM). Ce fonds investit dans les actifs obligataires, actions ou matières premières, ce qui nous permettra de tester notre algorithme sur un fonds susceptible de changer de stratégie d'investissement au cours du temps.

L'analyse première portant sur les 17 indices du panel montre l'évolution du coefficient R^2 et du test de Fisher suivante :

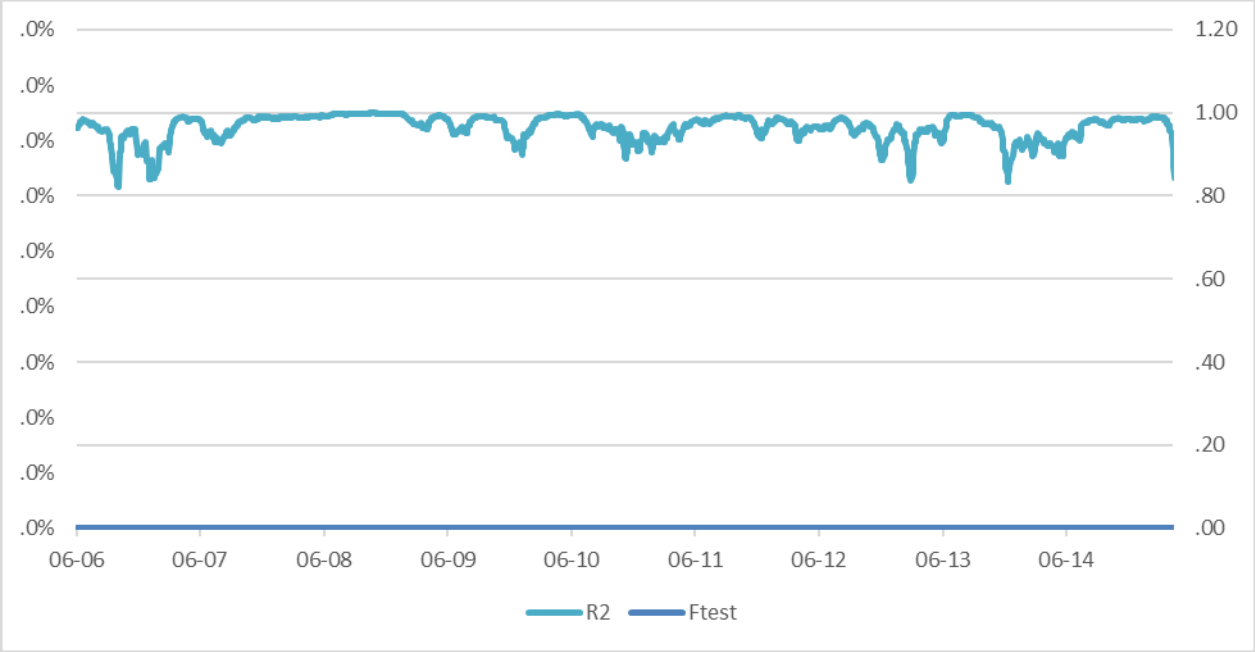


Figure 25 : 3e exemple : évolution du R^2 et du test de Fisher

Le tableau des betas et des poids moyens sur les 17 indices est le suivant, avec toujours en jaune les indices qui permettent à eux seuls de maintenir un $\overline{R^2}$ supérieur à 85 % :

j	β_j	p_j	π_j
indice 1	0,15	30,3	12,1 %
indice 2	0,28	22,0	8,8 %
indice 3	0,16	181,9	72,6 %
indice 4	0,16	105,2	42,0 %
indice 5	-0,20	7,2	2,9 %
indice 6	0,03	37,8	15,1 %
indice 7	-0,13	74,6	29,8 %
indice 8	0,37	20,9	8,4 %
indice 9	-0,66	20,8	8,3 %
indice 10	0,28	76,8	30,7 %
indice 11	0,93	26,8	10,7 %
indice 12	-0,36	12,2	4,9 %
indice 13	1,31	128,6	51,3 %
indice 14	0,24	145,7	58,2 %
indice 15	-0,26	98,9	39,5 %
indice 16	0,09	77,5	30,9 %
indice 17	-0,11	23,5	9,4 %

Tableau 23 : 3e exemple : betas et poids moyens des indices du panel

Les indices prépondérants sont les 3 (SX5E Eurostoxx 50), 4 (MXEF MSCI Emerging), 13 (GDBR5 5 ans d'état allemand) et 14 (EUR/GBP taux de change Euro/Livre sterling).

L'analyse restreinte aux 7 meilleurs indices (en jaune) donne un indicateur $\overline{R^2}$ de 0,86.

L'évolution des betas et des tests de Student de cinq de ces indices s'observe dans les tableaux suivants :

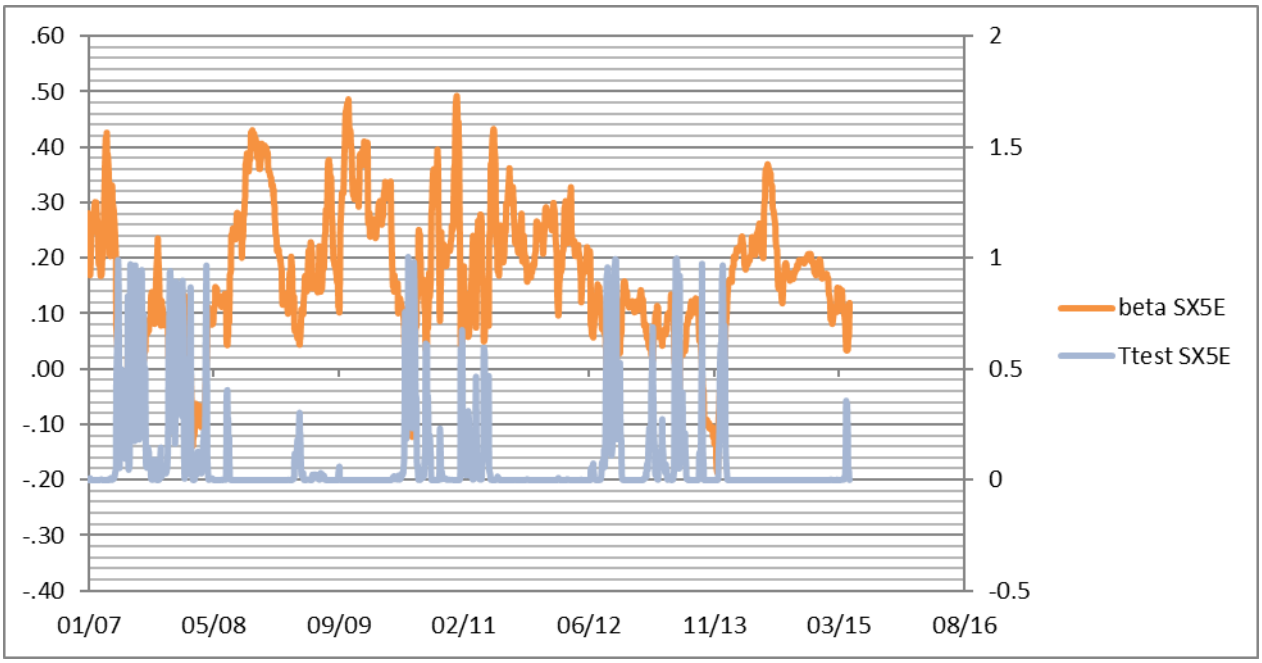


Figure 26 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de SX5E

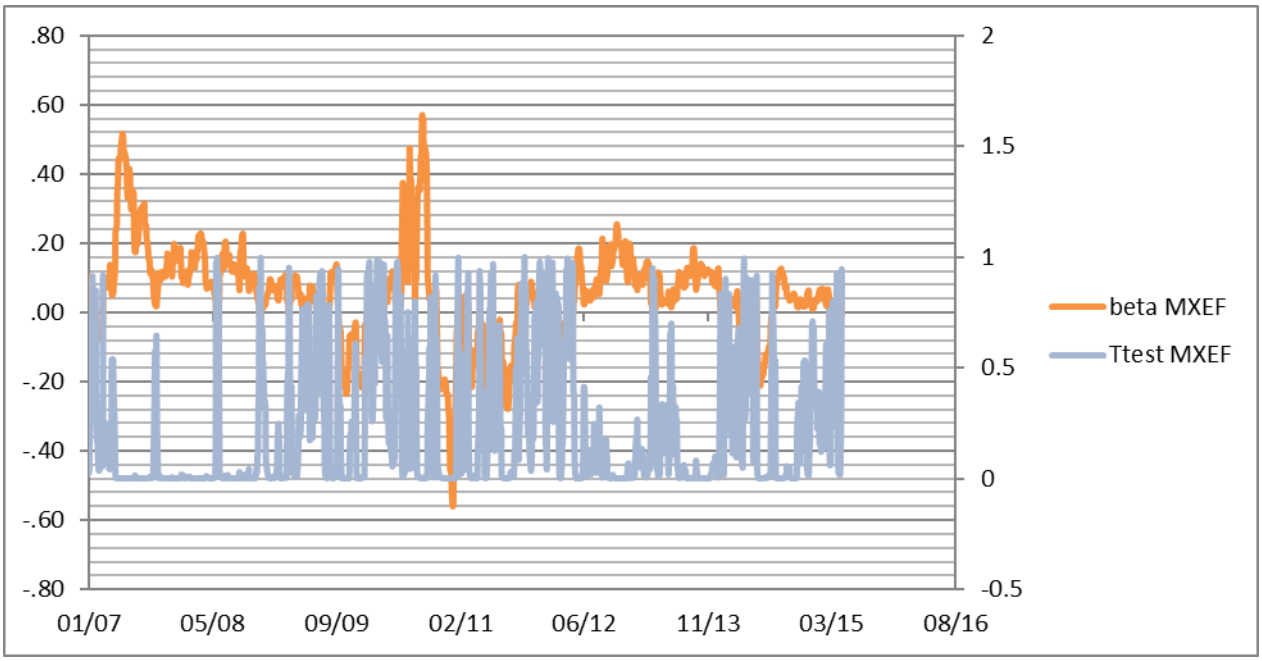


Figure 27 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de MXEF

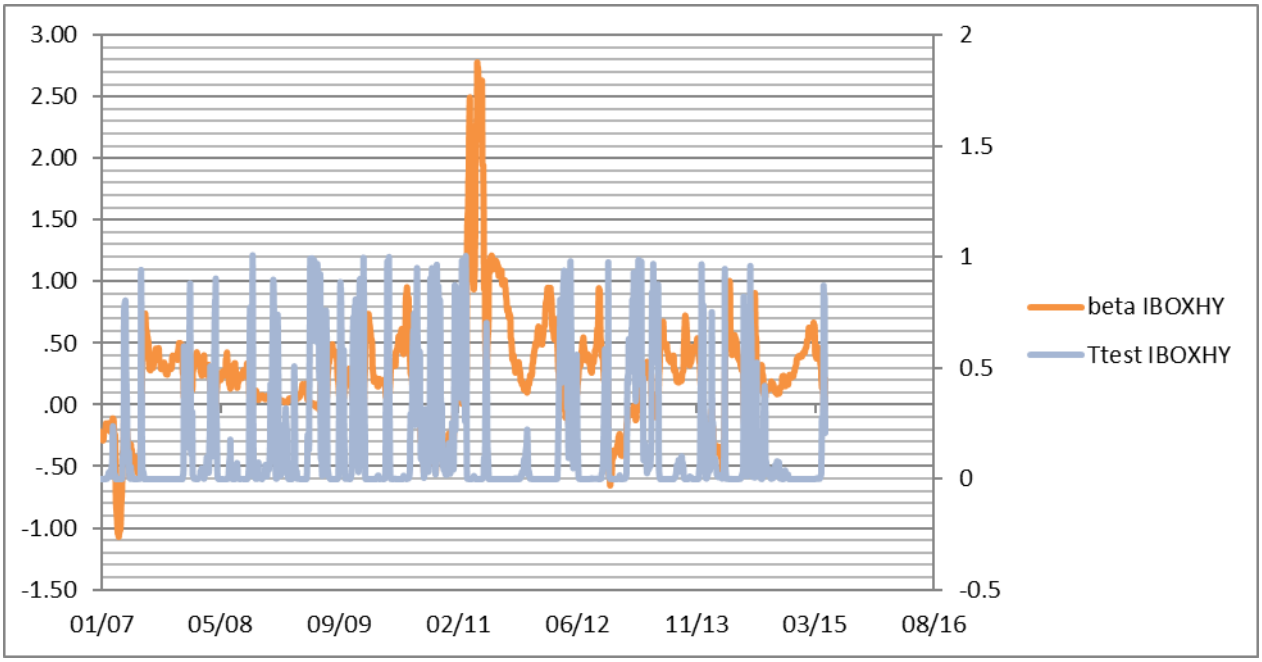


Figure 28 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de IBOXHY

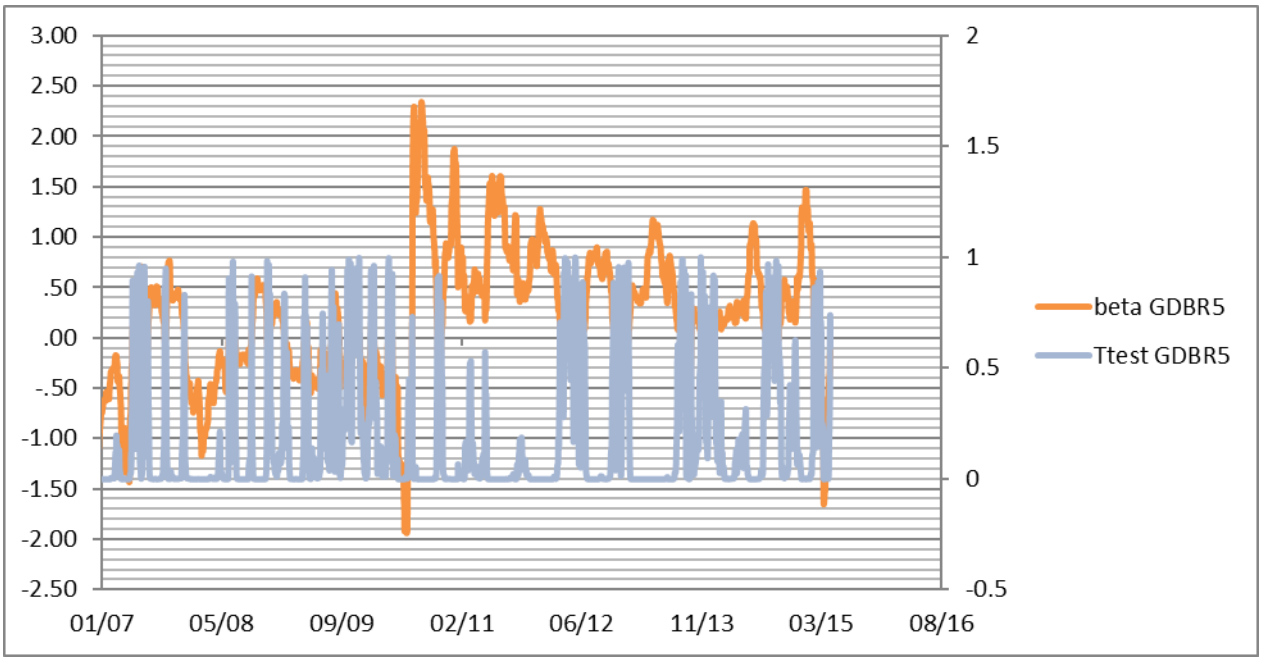


Figure 29 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de GDBR5

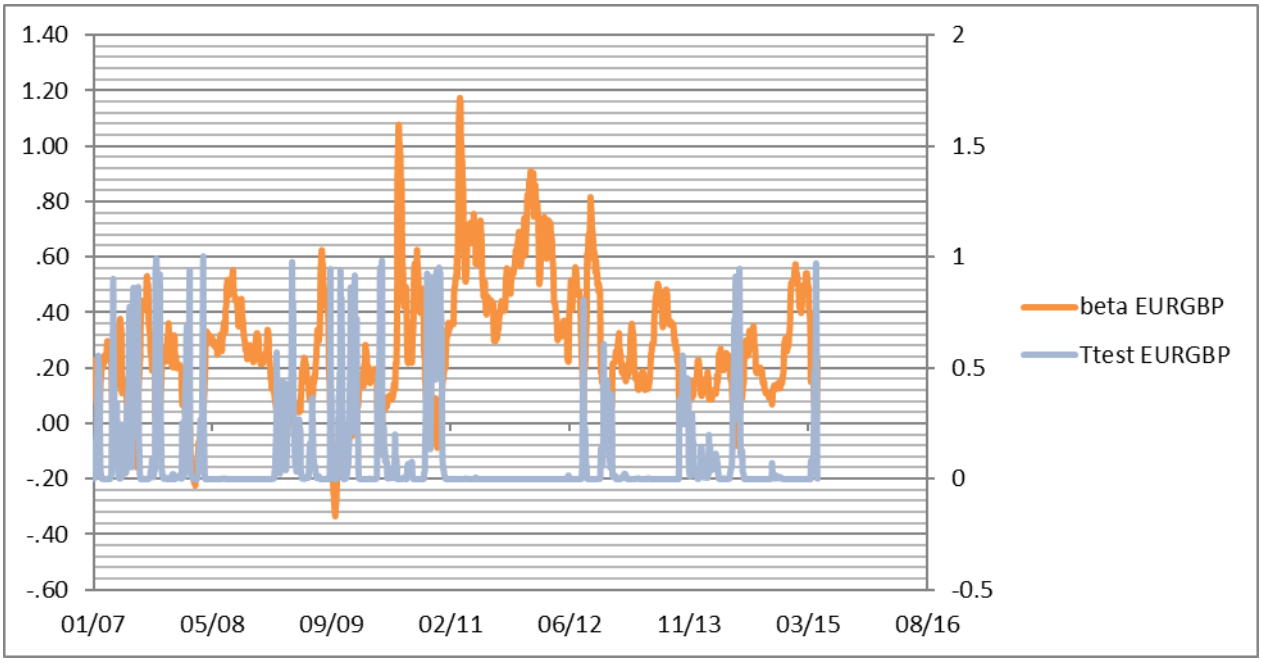


Figure 30 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de EURGBP

Le tableau des betas moyens et poids moyens des indices prépondérants est le suivant :

j	β_j	p_j	π_j
indice 3	0,17	221,7	88,5 %
indice 4	0,03	62,9	25,1 %
indice 10	0,38	143,3	57,2 %
indice 13	0,49	73,3	29,3 %
indice 14	0,30	176,4	70,4 %
indice 15	-0,21	89,2	35,6 %
indice 16	0,06	85,6	34,2 %

Tableau 24 : 3e exemple : betas et poids moyens des indices explicatifs

Interprétations

On constate tout d'abord que le coefficient R^2 et le test de Fisher sont continuellement bons (Figure 25), prouvant que le panel d'indices utilisés est suffisant.

Par ailleurs, il est intéressant de constater, dans les graphiques d'évolutions des betas (Figure 26, Figure 27, Figure 28, Figure 29, Figure 30), que certains indices sont corrélés par période. Par exemple, pendant la période 2008 à 2010, ce fonds était très corrélé à l'indice SX5E, alors qu'il était lié davantage à l'indice IBOXHY (spreads de crédit) pendant la période 2011 à 2013.

Résultat

De là, et comme pour les deux exemples précédents, on peut déduire les chocs « modèle standard » à appliquer à ce fonds, en excluant les indices 4 et 16 qui, compte tenu de leurs betas respectifs, n'auront pas d'impact :

- L'indice 3 (indice Eurostoxx 50) va générer le choc « Action type 1 », et un choc change si l'organisme assureur a son bilan libellé en devise différente de l'Euro :
  Une exposition « Action type 1 » de 0,17 × 88,5 % = 15 % de la VM.
  Une exposition « Change EUR » de 15 % de la VM

- L'indice 10 (Iboxx High Yield, spreads de crédit à haut rendement) va générer :
  Une exposition « Crédit » de duration 5 ans et de notation B (notation moyenne de l'indice) de 0,38 × 57,2 % = 22 % de la VM.

- L'indice 13 (Taux 5 ans) va générer :
  Une exposition « Taux 5 ans » de 0,49 × 29,3 % = 14 % de la VM.
  Une exposition « Change Euro » de 14 % de la VM

- L'indice 14 (change EUR/GBP) va générer :
  Une exposition « Change EUR » pour 0,30 × 70,4 % = 21 % de la VM.
  Et une exposition « Change GBP » pour la quantité opposée.

- L'indice 15 (change EUR/USD) va générer :
  Une exposition « Change EUR » pour -0,21 × 35,6 % = -7 % de la VM.
  Et une exposition « Change USD » pour la quantité opposée.

Ce qui donne le tableau des sous-modules de risque suivant :

taux EUR	%VM	14 %
	duration	5
action T1	%VM	15 %
spread	%VM	22 %
	duration spread	5
	rating	B
change	%VM EUR	29 %
	%VM GBP	-21 %
	%VM USD	7 %

Ce résultat semble cohérant avec la nature du fonds. Il montre que les risques prépondérants sont le taux, les actions et le spread de crédit des obligations à haut rendement.

2.6 Impact sur la performance globale et sur le pilotage de l'actif par la gouvernance

Comme évoqué au paragraphe 2.1.2, dans le cadre du pilotage des risques, la gouvernance de l'entreprise doit mesurer les impacts des différents scénarios et prévoir les *management actions* en réaction.

En complément de l'analyse quantitative du pilier 1, l'analyse par régression linéaire offre une vision différente permettant de mettre en relief la sensibilité du

bilan (c'est-à-dire la variation de son actif et de son passif inter-agissants) à toutes sortes de risques financiers.

En effet, comme il a été vu en 2.1.4, le modèle standard, dans le cadre du pilier 1, ne prévoit des chocs que sur 6 types de risques financiers. Or, supposons que la société d'assurance, à la suite de l'élaboration de sa cartographie des risques, ait un risque sur une zone géographique spécifique. Il pourrait dès lors être intéressant de simuler les chocs d'un ou de plusieurs indices financiers relatifs à cette zone géographique en utilisant les paramètres issus de l'analyse par régression.

Plus généralement, et toujours dans la perspective d'une élaboration de *management actions*, l'analyse par régression pourrait servir à mettre en place un générateur de scénarios économiques afin de réaliser une projection stochastique du bilan.

2.7 Comparatif de la méthode par transparisation et de la méthode par régression multiple sur trois exemples

2.7.1 Hypothèses

A titre d'illustration, il nous a semblé opportun de réaliser un comparatif sur un exemple de trois OPCVM dont on connait à la fois l'inventaire par transparisation et un historique de valeurs liquidative relativement large pour pouvoir réaliser l'analyse par régression multiple.

En préambule à une telle analyse, il convient de préciser que ce comparatif, afin d'affiner et de paramétrer la méthode d'analyse par régressions multiples pour qu'elle satisfasse au mieux les conditions aux limites, devrait être testée sur un grand nombre d'OPCVM, comme précisé par la suite dans les axes de développement (paragraphe 2.9).

Cette opération représente un travail de recherche important et coûteux car les sociétés de gestion ne diffusent pas, ou rarement, les inventaires des OPCVM, se contentant au mieux d'afficher les cinq ou dix plus grandes positions.

Ici, nous avons pu obtenir l'inventaire transparisé de trois fonds dont on ne peut citer les noms pour des raisons de confidentialité. Nous les appellerons dans la suite les fonds A, B et C.

Ces trois fonds sont des fonds diversifiés, des fonds mono-classe auraient été moins significatifs au vu de l'objet de la présente étude.

L'étude comparative porte sur la valeur des chocs du modèle standard, en pourcentage de la valeur liquidative, que donne la méthode par transparisation et la méthode par régression linéaire multiple.

2.7.2 Critères de comparaison

Les critères de comparaison des méthodes ont été adaptés aux fonds étudiés et à la date d'étude.

- Les fonds étudiés n'investissant que sur les marchés des pays développés, les indices « actions émergentes » ont été exclus du panel.
- Le choc « actions Type 1 » est évalué hors mesures transitoires. A la date d'étude, au 31/12/2019, il vaut 31,6 %.
- A la date d'étude, la partie courte de la courbe des taux en Euro se situe en territoire négatif et ne subit aucun choc à la baisse. Ainsi, sur les maturités inférieures ou égales à huit ans, la courbe choquée est identique à la courbe originale. Par ailleurs, compte tenu des niveaux bas des taux, le choc à la hausse est constant et égal à 100 bp. Afin d'obtenir des résultats plus « parlant », il ne sera donc étudié ici que les sensibilités à la hausse des taux.

2.7.3 Résultats

Les tableaux suivants donnent les résultats des chocs, en pourcentage de la valeur liquidative, pour les trois fonds :

Fonds A

Choc	Transparisation	Régression multiple
Choc taux	-1,0 %	3,5 %
Choc spread	-1,2 %	0,0 %
Choc action T1	-15,4 %	-13,9 %
Choc change	0,0 %	0,1 %
R2		**96,8 %**

indices retenus	beta	poids
SPX	10,5 %	65,3 %
SX5E	37,1 %	100,0 %
GDBR10	6,5 %	54,2 %
GDBR5	-85,4 %	99,2 %
EURUSD	-2,3 %	25,3 %

On constate un résultat assez proche concernant le choc action. En revanche, la méthode par régression ne reproduit pas la sensibilité en taux et en spread. Ceci peut être dû, comme dit plus haut, à la corrélation inverse des marchés taux et action. Ainsi, la sensibilité réelle aux actions a pu, par la méthode de régression, être « répartie » entre une sensibilité action et une sensibilité inverse aux taux.

Fonds B

Choc	Transparisation	Régression multiple
Choc taux	-3,7 %	2,0 %
Choc spread	-7,1 %	0,0 %
Choc action T1	-10,2 %	-9,2 %
Choc change	0,0 %	2,0 %
R2		**93,7 %**

indices retenus	beta	poids
SPX	13,6 %	65,7 %
SX5E	24,8 %	80,6 %
GDBR10	27,9 %	45,2 %
GDBR5	-69,4 %	95,2 %
EURUSD	-15,2 %	53,1 %

Comme pour le fonds A, on retrouve un rapprochement proche sur la sensibilité action, elle aussi étant « répartie » légèrement vers une sensibilité inverse sur les taux. En revanche, la sensibilité aux spreads n'est pas trouvée dans la régression multiple (l'indice de spread était exclu du panel à cause d'une trop faible corrélation). Il serait sans doute utile, sur ce point, d'envisager un autre type d'approche via l'utilisation d'un autre indice de spreads.

Il est toutefois important de remarquer que, sur la période d'étude, l'indice de spread a très peu varié. La méthode par régression multiple n'a donc naturellement pas été en mesure de trouver une corrélation puisqu'il n'y avait pas ou peu de variations.

Fonds C

Choc	Transparisation	Régression multiple
Choc taux	-0,4 %	8,1 %
Choc spread	-0,1 %	-1,2 %
Choc action T1	-26,1 %	-29,0 %
Choc change	-1,3 %	-1,7 %
R2		**95,1 %**

indices retenus	beta	poids
SX5E	91,5 %	100,0 %
IBOXXMJA	27,0 %	34,6 %
GDBR5	-181,9 %	98,7 %
EURUSD	20,2 %	34,1 %

Là encore, on trouve des résultats proches concernant les chocs actions, et un reliquat non négligeable en taux, non présent par transparisation.

Commentaire

A la lumière de ces trois exemples, on peut noter que le risque action est apprécié de façon proche du modèle standard.
En revanche, le choque taux, certes peu significatif dans les trois exemples, n'est pas exactement conforme au modèle standard.

Cette différence sur les taux est, comme souligné précédemment, probablement due à la corrélation négative des marchés action et taux (lorsque les actions baissent, les investisseurs se replient sur les obligations, et inversement). De fait, cette différence n'est donc, d'un point de vue purement statistique, pas une anomalie.

Afin de s'approcher mieux du modèle standard et de se conformer aux conditions aux limites de la méthode par régressions multiples, il pourrait être envisagé de mettre en place une « correction taux ».

Il pourrait également être envisagé de ne travailler dans le panel qu'avec des indices composites indépendants. Néanmoins, une telle approche, priverait l'analyste d'une compréhension financière du comportement de l'OPCVM étudié.

2.8 Mise en perspective dans le cadre de l'investissement de l'assureur

2.8.1 Investissement et gouvernance sous Solvabilité 2

Comme évoqué en 1.4, l'assureur doit intégrer le « principe de précaution » et ne peut ignorer les risques liés aux produits financiers.

En matière d'investissements, le régulateur impose (ACPR, 2015) que l'entreprise ne doit pas uniquement dépendre des informations fournies par les tierces parties, notamment les sociétés de gestions ou les agences de notations mais doit développer son propre ensemble d'indicateurs de risques clés adaptés à sa politique de gestion des risques d'investissement et à sa stratégie économique.

Dans cette perspective, la présente méthode de décomposition de risque des OPCVM peut s'avérer être un outil utile.

2.8.2 Risque opérationnel provenant du niveau de technicité des produits financiers en adéquation avec les ressources de l'organisme assureur

La présente analyse, fondée sur les caractéristiques statistiques de l'historique des VM des OPCVM ne doit en aucun cas dispenser l'organisme assureur de la prise en compte des risques opérationnels liés aux actifs financiers en général et particulièrement aux investissements « inhabituels » dont fait partie la gestion alternative.

Ainsi, l'entreprise assureur dont procéder à une évaluation :

- de sa capacité à gérer l'investissement ou l'activité d'investissement,
- des risques spécifiquement liés çà l'investissement, et de l'impact de l'investissement sur son profil de risque,
- de la cohérence de l'investissement par rapport à l'intérêt des assurés et bénéficiaires, aux contraintes en matière d'engagement fixées par l'entreprise et à une gestion efficace du portefeuille
- de l'impact de cet investissement sur la qualité, la sécurité, la liquidité, la rentabilité et la disponibilité des actifs de l'ensemble du portefeuille.

L'entreprise doit disposer de procédures exigeant que, lorsque l'investissement comporte un risque significatif, la fonction de gestion des risques de l'entreprise communique ce risque au conseil d'administration ou au conseil de surveillance.

Ces risques incluent évidemment les risques financiers, mais également les risques opérationnels intrinsèques aux actifs non admis à la négociation sur un marché réglementé ou aux instruments financiers à terme.

La présente méthode, dans la perspective de l'aide à la gouvernance dans le cadre des piliers 1 et 2, ne peut s'adresser qu'à des entreprises équipées en interne des outils adéquats, ce qui exclut *de facto* les petites entreprises.

2.9 Axes de développement

Conditions aux limites

Le prérequis des « conditions aux limites », souhaité en paragraphe 2.4.2, n'est pas vérifié dans le cas de l'exemple 1, à moins que, comme précisé dans nos commentaires, ne soient utilisées pour la régression plus d'indices que le minimum nécessaire. Elle a également été faiblement constatée dans les trois exemples du paragraphe 2.7.

Bien que cette non-équivalence entre la méthode par régression et la méthode par transparisation soit justifiée (dans ce cas, par la corrélation qu'il existe entre les marchés obligataires et les marché actions), il peut être intéressant d'imposer certaines restrictions systématiques à la méthode par régression pour que soient exclus des indices explicatifs ceux dont on sait, *a priori*, qu'ils ne doivent pas intervenir dans le résultat de la régression.

Dans cette perspective, il pourrait être ajoutée une étape préliminaire visant à caractériser la classe d'actifs d'un fonds donné et, au cas où ce fonds serait mono-stratégique, retirer du panel les indices sortant de cette classe d'actifs.

Ajustement des paramètres

Il a été vu qu'un certain nombre de paramètres ont été arbitrairement choisis à des valeurs qui semblent cohérentes avec la pratique de la finance quantitative appliquée aux instruments financiers à terme.

Il serait sans doute plus juste que ces valeurs résultent d'une étude plus précise.

L'idée de développement proposée ici serait de trouver les valeurs des paramètres en sorte que ces valeurs donnent des résultats par la méthode de série de régressions très proches des résultats par la méthode par transparisation pour les OPCVM transparisables.

Pour atteindre cet objectif, il pourrait être intéressant de, considérant un grand nombre d'OPCVM, mener parallèlement la transparisation et de nombreuses séries de régressions en faisant varier les valeurs de paramètres. Une ébauche de cette entreprise a été faite dans les trois exemples du paragraphe 2.7.

Conclusion

Le maintien, probablement à long terme, des taux d'intérêts à des niveaux négatifs change considérablement le business plan des entreprises d'assurance sur l'épargne, menant probablement à des transformations majeures au sein des sociétés financières et assurantielles. Des activités comme les fonds en euro, autrefois rentables, sont sur la voie d'être abandonnées et des nouvelles sources de profit sont recherchées.

Dans ce contexte la problématique de l'allocation d'actifs optimale et de la recherche d'actifs de forts rendements, de faibles volatilités et décorrélés est fondamentale, comme il a été montré.

Cette recherche mène potentiellement à investir dans des fonds communs de placements non traditionnels afin de diversifier les risques, d'augmenter les performances financières et d'être moins vulnérable aux aléas des marchés.

Mais le traitement des actifs ainsi sélectionnés n'est pas sans poser des problèmes au regard des risques qu'ils engendrent. Dans le cadre du pilier 1, le calcul du SCR de marché peut s'avérer compliquée à mettre en place et donner des résultats erronés. Par ailleurs, dans le cadre du pilier 2, il devient difficile d'être en mesure de prendre en compte ou d'évaluer les risques liés à certains titres financiers et de construire une cartographie des risques adéquate.

Ce point est important à double titre :

- D'une part, car le SCR de marché est le principal contributif au BSCR (88 % du BSCR provenait en 2018 du SCR de marché parmi les organismes assureurs sur la vie (ACPR, 2018)). Un calcul le plus juste possible du SCR de marché est donc primordial.

- D'autre part, car la maîtrise, l'encadrement et la connaissance des risques, de toutes sortes, est un point fondamental incombant à la gouvernance, comme l'a rappelé récemment le régulateur (ACPR, Juillet 2020).

Ce mémoire, proposant une méthode originale pour appréhender les risques de marché et pouvant être implémentée relativement facilement au sein même de l'entreprise, sans recours à l'externalisation, peut aider l'entreprise à élaborer, dans le cadre du pilier 2, un BGS qui serait sensiblement moins élevé que le SCR calculé par le modèle standard dans le cadre du pilier 1.

Au-delà du simple calcul de besoin de solvabilité, le modèle standard ne peut pas toujours, à lui seul, décrire suffisamment l'éventail des risques de marché auxquels peut faire face l'entreprise d'assurance, car seuls sont mesurés, au sein du risque de marché, les risques de taux, d'action, de change, de spread, de contrepartie, immobilier et le risque lié à une faible diversification. Pourtant, comme il a été expliqué dans ce mémoire, la complexité des marchés financiers expose chaque investisseur à un éventail de risques très large, dont certains sont insoupçonnés (parmi lesquels on peut citer la dynamique de corrélation – celle qui a causé les faillites à répétition lors de la crise des *subprimes* de 2008 – ou les risques liés aux matières premières).

C'est dans la perspective de mettre à jour ces risques ignorés ou minimisés, et de les quantifier, que l'approche par régressions multiples développée dans ce mémoire peut s'avérer précieuse. Au moyen d'une régression statistique avec un large panel d'indices, aussi vaste que l'on souhaite, elle étoffe la cartographie des risques potentielles en incluant des risques inconnus du modèle standard. De plus, puisque cette méthode est quantitative, elle permet aussitôt de mettre en place des niveaux d'appétence supportables par l'entreprise.

Il pourrait également s'avérer intéressant que les points développés dans ce mémoire alimentent les réflexions des régulateurs visant à trouver une solution alternative à la transparisation des fonds communs de placement, dans la perspective de l'évolution du modèle standard.

Annexe : La gestion d'actifs

La présente annexe présente la gestion d'actifs et comment elle joue un rôle essentiel pour les investisseurs institutionnels.

Un premier paragraphe (A 1.) présentera, à titre liminaire, les types d'investissements qui s'offrent à l'organisme assureur.

Comme il a été vu en Partie 1. , la prime de risque, la volatilité, le ratio de Sharpe et la décorrélation sont des critères statistiques éminemment importants dans le choix d'un investissement. Dans cette perspective, le deuxième paragraphe (A 2.) montrera comment les performances et risques d'une gestion d'actifs sont mesurés, permettant dès lors de comparer les gestions entre elles.

A 1. Les organismes de placement collectif en valeurs mobilières

Généralités

Les organismes de placement collectif en valeurs mobilières (OPCVM) sont massivement utilisés en finance. A l'intérieur des OPCVM sont logés plus de 50 000 milliards de dollars à fin 2016. Environ 75 % de ce montant appartient à des entreprises institutionnelles, principalement des organismes assureurs, se divisant en :

- 33 % de fonds de pensions
- 42 % en compagnie d'assurance
- 3 % en banques
- 22 % en autres institutionnels.

Ainsi, les organismes assureurs représentent à eux seuls près de 56 % des clients des gérants d'OPCVM.

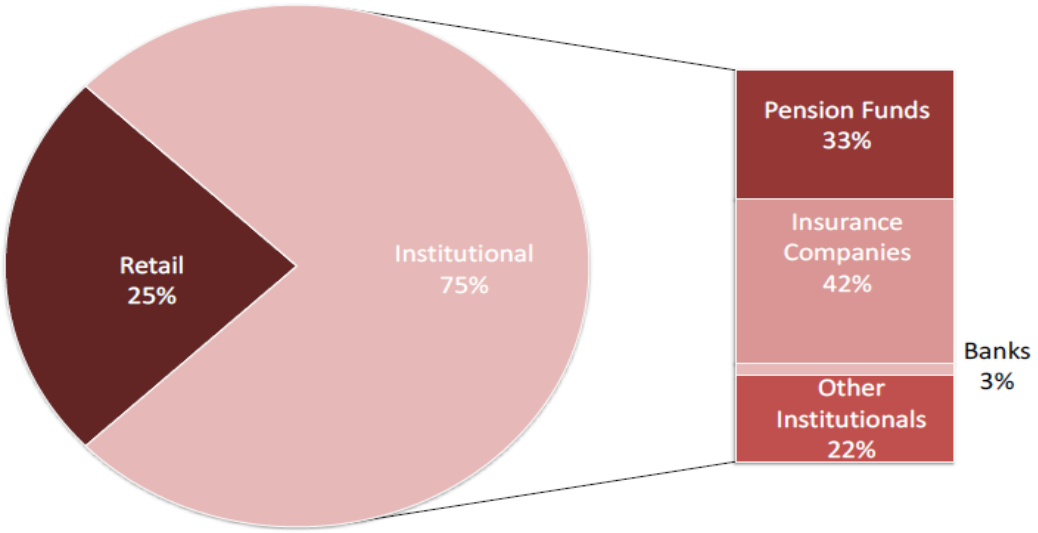


Figure 31 : répartition des types d'investisseurs des OPCVM

Les principales sociétés de gestions d'OPCVM (ou gérants de fonds) sont détaillées dans le Tableau 25 ci-dessous, en ordre décroissants des actifs sous gestion (ou AUM, *assets under management*), fin 2015 (source IPE) :

Nom	Pays	AUM (en m$)
BlackRock	US/UK	4 398 439
Vanguard Asset Management	US/UK	3 091 979
State Street Global Advisors	US/UK	2 066 479
Fidelity Investments	US	1 830 330
BNY Mellon Investment Management	US/UK	1 492 895
J.P. Morgan Asset Management	US/UK	1 361 178
PIMCO	US/Germany	1 321 158
Capital Group	US	1 272 080
Prudential Financial	US	1 089 737
Legal & General Investment Mngt.	UK	1 012 389
Goldman Sachs Asset Management Int.	US/UK	996 651
Amundi	France	985 028
Wellington Management	US	853 274
Northern Trust Asset Management	US/UK	805 763
Natixis Global Asset Management	France/US	801 128
TIAA Global Asset Management	US	786 479
Deutsche Asset Management	Germany	777 091
Invesco	US/UK	714 070
Franklin Templeton Investments	US/UK	703 220
T. Rowe Price	UK	702 479
AXA Investment Managers	France	669 436
Legg Mason	US	618 397
Sumitomo Mitsui Trust Bank	Japan	614 762
UBS Asset Management	Switzerland/UK	597 234
Affiliated Managers Group	US	578 310

Tableau 25 : principales sociétés de gestion

Comme souvent dans le secteur financier, on constate la prédominance des entreprises anglo-saxonnes. Les principales sociétés françaises, représentées par Amundi, Natixis et Axa Investment Managers (Axa IM) occupent néanmoins une position importante, confirmant le dynamisme du secteur financier en France, bien que loin derrière les Etats Unis et la Grande Bretagne.

Principe et fonctionnement

Un OPCVM peut se définir comme la mise en commun d'argent dont la gestion et le placement sont confiés à un gérant.

Derrière le terme OPCVM, se trouvent deux grandes familles de produits :

- Les SICAV (Sociétés d'Investissement à Capital Variable). Ce sont des sociétés anonymes, gérées par un conseil d'administration et des assemblées générales et dont l'investisseur est actionnaire.

- Les FCP (Fonds Communs de Placement) et leurs déclinaisons spécialisées : FCPI, FCPR, FCPE, FCIMT, etc. Ces FCP, contrairement aux SICAV, n'ont pas de personnalité morale. Ils sont créés à l'initiative d'une société de gestion et d'une banque dépositaire. L'investisseur en achetant des parts devient membre d'une copropriété de valeurs mobilières mais ne dispose d'aucun droit de vote.

D'un point de vue financier, c'est-à-dire en termes de rendement ou de risque, les FCP ou les SICAV sont identiques et nous emploieront indifféremment le terme de FCP ou d'OPCVM dans la suite.

Le rôle du gérant de l'OPCVM est alors de prendre les décisions d'investissement lui permettant, dans le cadre de ses possibilités, d'augmenter le retour sur investissement ou performance de l'OPCVM.

Pour ce faire, il applique une politique de gestion qui lui est propre, stable et dont l'investisseur est dûment informé. Ainsi, chaque OPCVM dispose d'un règlement (notice d'investissement) stipulant la politique d'investissement que le gérant doit appliquer. Depuis quelques années, le règlement et les documents pour l'investisseur doivent répondre à des normes réglementaires.

L'OPCVM est de plus régie par la règlementation du pays dans lequel il est situé, impliquant des contraintes en termes d'univers d'investissement, d'information et de diversification.

Certaines règlementations visent notamment à « standardiser » la gestion ou impose des règles de prudence dans un souci d'information ou dans l'intérêt des porteurs de part. Parmi celles-ci, on peut citer la norme européenne UCITS (*Undertakings for Collective Investment in Transferable Securities Directives*) encadrant la gestion traditionnelle au niveau européen ou bien la norme AIFMD (*Alternative Investment Fund Managers Directive*) pour la gestion alternative européenne.

Du point de vue du fonctionnement, l'OPCVM est divisé en parts qui s'achètent ou se vendent auprès d'un distributeur (souvent la même institution que le gérant). Ainsi, détenir une part d'OPCVM est, pour le porteur, similaire, en terme opératoire, que la détention d'une action ou de n'importe quel titre financier.

L'achat ou la vente peuvent s'effectuer généralement sur une base quotidienne ou hebdomadaire.

Le prix d'achat et le prix de vente sont identiques et constituent la valeur liquidative du fonds. Ainsi, la valeur liquidative s'obtient comme l'évaluation de l'actif en valeur de marché, éventuellement majorée ou minorée par les dettes (en général marginales) que l'OPCVM a contractées, et divisé par le nombre de parts. Des frais de gestion à la charge du porteur de part sont très généralement imputés à la valeur liquidative.

La valeur liquidative est publiée et offre au porteur une garantie de liquidité.

Le risque, pour le gérant, lié à la faible liquidité des actifs composant le fonds, pouvant avoir un impact important en cas de vente massive des parts, est compensé par des potentiels frais d'entrée et frais de sortie au bénéfice du gérant.

Trois caractéristiques de l'OPCVM sont particulièrement importantes : sa classe d'actif, son benchmark et son mode de gestion.

Classes d'actifs des OPCVM

Nous avons évoqué les différentes classes d'actifs financiers dans la Partie 1. , nous les présentons de nouveau ici d'un point de vue financier et non plus statistique.

La classe d'actif correspond au type d'instrument financier dans lequel l'OPCVM investit.

Les OPCVM « traditionnels » (nous reviendrons plus loin à ce que nous désignons par ce terme) investissent dans les actifs suivants :

- Actions : il s'agit des parts du capital des sociétés, très généralement échangées par l'intermédiaire des bourses (*stock exchange*)
- Obligations : il s'agit de prêts à des entreprises ou à des états
- Monétaire : il s'agit généralement de prêts à courte échéance (mises en pensions, billets de trésorerie, *commercial papers*). Cette classe d'actif, à risque très limité, est destinée à recevoir l'investissement à court terme (en général pour des échéances inférieures à 6 mois), immédiatement disponible en cas de besoin (la trésorerie des entreprises par exemple).

Parmi ces classes génériques, il existe des sous-classes d'actifs :

- Pour les actions, il y a notamment les actions des entreprises à forte capitalisation ou bien celles à faible capitalisation, les actions des entreprises appartenant à un même secteur d'activité et/ou secteur géographique, etc.
- Pour les obligations, on peut distinguer les obligations à haut rendement (*high yield*), c'est-à-dire dont l'entreprise est mal notée par les agences de notations de risque de crédit, et les obligations investissables (*investment grades*), pour celles qui ont des notes de crédit convenables.

Chaque part de l'OPCVM est libellée dans une devise déterminée dans la notice du fonds. L'exposition dans des devises étrangères est également une possibilité qui peut être donnée au gérant.

Les OPCVM qui investissent dans des classes d'actifs différents sont dits diversifiés. La pondération de l'investissement dans chaque classe d'actif est fixe, ou bien peut faire l'objet d'un ajustement suivant l'appréciation du gérant, conformément, bien sûr, à la notice de l'OPCVM. Dans ce cas, le pourcentage de l'actif que le OPCVM détient en une classe d'actif est variable, le gérant le fixant en fonction de sa vision de marché. Par exemple, en période de ralentissement économique, les taux d'intérêt ont tendance à baisser, et le gérant augmentera la pondération du fonds en actifs obligataires. En période de croissance économique, l'investissement sera davantage focalisé sur les actions.

Le benchmark

Le benchmark (ou référence en français, mais le terme français n'est jamais employé) est un indice auquel un OPCVM se réfère.

Un indice boursier est une série temporelle représentant le rendement financier d'un certain type d'investissement. Par exemple, l'indice CAC40, représente l'investissement dans les 40 plus importantes sociétés françaises cotées en termes de capitalisation boursière. Cet indice est pondéré par la capitalisation boursière, c'est-à-dire que les plus grosses sociétés ont le plus gros poids dans l'indice. Un investisseur plaçant ainsi son argent sur les 40 plus grosses sociétés pour une période donnée, obtiendra un rendement égal à la variation de l'indice CAC40 sur cette période.

Tout comme il existe un grand nombre de sous classes d'actifs, il existe également un grand nombre d'indices, dont la publication et le maintien représente l'activité de nombreuses sociétés (par exemple MSCI, Dow Jones, Russell, Bloomberg, Standard & Poor's, etc.).

Parmi les benchmarks les plus utilisés, on peut citer :
Pour les actions :

- Le CAC40, regroupant les 40 sociétés côtés à la bourse de Paris ayant la plus grosse capitalisation boursière, pondérées par leurs capitalisations boursières. Bien que très utilisé en France, il est peu suivi dans le reste du monde ;
- L'Eurostoxx 50, regroupant les 50 plus grosses sociétés de la zone Euro, pondérées par leurs capitalisations boursières. Cet indice est l'indice de référence de la zone Euro ;
- Le Dow Jones Industrial Average est le plus vieil indice des bourses de New York et le plus vieil indice boursier du monde, regroupant 1 action des 30 plus grosses sociétés américaines ;
- Le S&P 500, regroupant les 500 plus grosses sociétés américaines, pondérées par leurs capitalisations boursières.

Pour les obligations :

- Les indices EFFAS
- Les indices MSCI

Pour le monétaire :

- L'indice Eonia capitalisé, qui représente un investissement rémunéré tous les jours au taux « *overnight* » Eonia.

Ainsi, lorsqu'un OPCVM a un benchmark, c'est le cas de la totalité des FCP traditionnels (les FCP non traditionnels sont différents et seront étudiés plus bas), ses performances seront comparées aux rendements du benchmark. Ceci dans le but de :

- juger la performance d'un gérant, afin de savoir si ses choix d'investissement ont eu un impact bénéfique comparé à l'investissement automatique dans toutes les valeurs qui composent le benchmark ;
- de comparer les fonds entre eux, afin de savoir s'ils se réfèrent à la même classe d'actif, et, le cas échéant, de comparer leurs écarts et la volatilité de leurs écarts au benchmark (ce point sera approfondi).

Le mode de gestion

Lorsque l'objectif d'un fonds est de fournir un rendement égal au rendement de son benchmark en investissant dans les valeurs du benchmark, la gestion est dite passive ou indicielle. Dès lors, tout se passe comme si un investisseur achetant une part de ce fonds investissait directement dans l'ensemble des valeurs qui composent le benchmark.

Lorsque le fonds est géré activement, son objectif est d'obtenir une performance supérieure à celle de son benchmark. Contrairement à la gestion passive, le gérant actif choisit précisément les actifs financiers dans lesquels il investit l'argent du fonds en fonction de ses anticipations sur l'évolution de son cours.

Lorsqu'un fonds actif a un rendement supérieur au rendement de son benchmark, le gérant a obtenu une bonne performance, puisque ses choix ont permis d'améliorer le rendement qu'aurait obtenu un investissement passif. On dit alors que le gérant « sur-performe » son benchmark. Inversement, lorsque la performance du fonds est plus faible que le benchmark, le gérant a « sous-performé » son benchmark.

Ainsi, la notion de sur ou sous performance est relative au benchmark. Un fonds peut parfaitement sur-performer son benchmark et avoir une performance (dite alors absolue) négative.

Les fonds diversifiés ont des benchmarks composites, c'est-à-dire que leurs benchmarks sont composés d'indices boursiers pondérés.

Par exemple, le benchmark d'un fonds diversifié action-obligation peut être :

- 60 % EFFAS 5-7 (obligations européennes de duration comprise en 5 et 7 ans)
- 40 % Eurostoxx 50 (50 actions des entreprises avec les plus fortes capitalisations dans la zone Euro).

Dès lors, l'investisseur saura que ce fonds sera comparé à un investissement à 60 % en obligations européennes et à 40 % en actions européennes.

Dans le cas d'un benchmark composite, la fréquence de rebalancement doit être précisée. En effet, lorsque les performances des indices qui composent le benchmark sont différentes, ce qui est quasiment toujours le cas, les poids des

indices dans le benchmark évoluent, les indices ayant les meilleures performances devenant sur-représentés. Par conséquent, le benchmark doit être à fréquence régulière, rebalancé, c'est-à-dire que les poids des indices doivent être réajustés à leurs valeurs initiales.

Lorsqu'un fonds cherche un rendement positif quelle que soit la conjoncture économique, il est dit à « rendement absolu ». Dans ce cas, il est géré activement et n'a pas de benchmark. On compare sa performance au rendement qu'aurait un investissement sans risque, c'est-à-dire le rendement monétaire (Eonia capitalisé par exemple pour un investissement en Euro).

La gestion alternative

Par ailleurs, l'évolution est croissante, même si l'AUM a particulièrement été impacté par la crise financière des années 2008-2010, comme le montre le graphique ci-dessous :

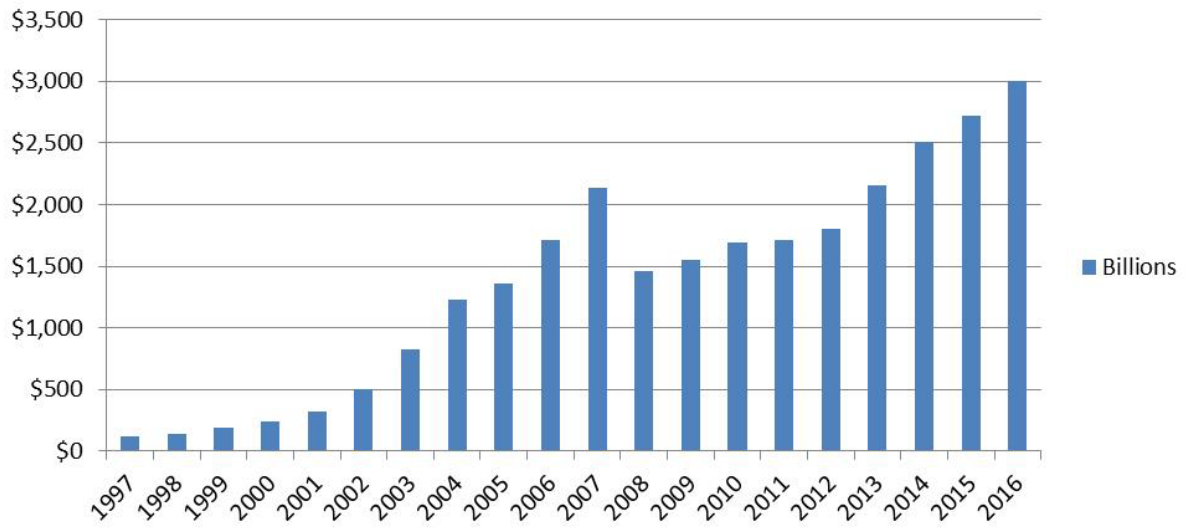


Figure 32 : encours des hedge funds

La définition des hedge funds par la négative, c'est-à-dire par opposition à ce qui n'est pas la gestion traditionnelle, tend à y englober un grand nombre de fonds à stratégies diverses. Cela étant, certaines grandes stratégies se dégagent et permettent de pouvoir les classer dans certaines catégories.

Parmi ces catégories, les principales sont :

- **Global macro** : le gérant intervient sur des marchés diversifiés : en types d'actifs (change, taux, actions, matières premières), en zones géographiques ; il cherche à anticiper les mouvements d'un marché pour pouvoir tirer profit des grands déséquilibres macro-économiques. Pour cela, il analyse et interprète les données macro-économiques : inflation, croissance, balance commerciale, chômage, confiance des ménages, des industriels, etc.

- **Long Short Equity** : Investissement sur les marchés action, partant d'une analyse « *bottom-up* ». Le gérant achète de titres sous-évalués, vend des titres sur-évalués. La différence entre l'ensemble des longs et l'ensemble des shorts s'appelle le biais.

- **CTA (*commodities traders advisors*)** : le gérant cherche une tendance de marché puis prennent des positions longues ou courtes sur des futures, d'où l'appellation « *managed futures* », ou « *trend followers* ». Autrefois, l'investissement se faisait uniquement sur les matières premières, d'où le nom.

- **Capital Structure Arbitrage :** Investissement sur de la dette et sur l'action d'une même entreprise en arbitrant le Credit Default Swap (CDS) – contre la volatilité. Cette technique met en application la valorisation de la dette de de la volatilité par la théorie de Merton (HULL, 2012), affirmant que la dette et le capital sont mathématiquement liés. L'arbitrage est alors possible lorsque les prix des actions, de la volatilité et des CDS ne sont pas cohérents au sens de la théorie.

Contrairement à ce leurs réputations peuvent parfois laisser entendre, les hedge funds ne sont pas toujours des fonds présentant un risque élevé, au sens de la volatilité ou de probabilité de perte. D'ailleurs, certains types de hedge funds sont très similaires aux OPCVM monétaires, dont l'objectif de rendement est d'une trentaine de bp (points de base, ou 0.01 points de pourcentage) au-dessus du taux monétaire, mais qui, pour atteindre ce but, vont mettre en place des stratégies utilisant des instruments financiers à terme. C'est par exemple le cas des fonds « global macro ». Au-delà de la stratégie, l'utilisation fine des produits dérivés disponibles à la négociation permet au gérant d'atteindre précisément un objectif de volatilité déterminé.

La Figure 33 ci-dessous, provenant du site « les-hedge-funds.com » opère un classement des types de hedge funds. Il n'est pas présenté en détail le fonctionnement de chaque sous-catégorie.

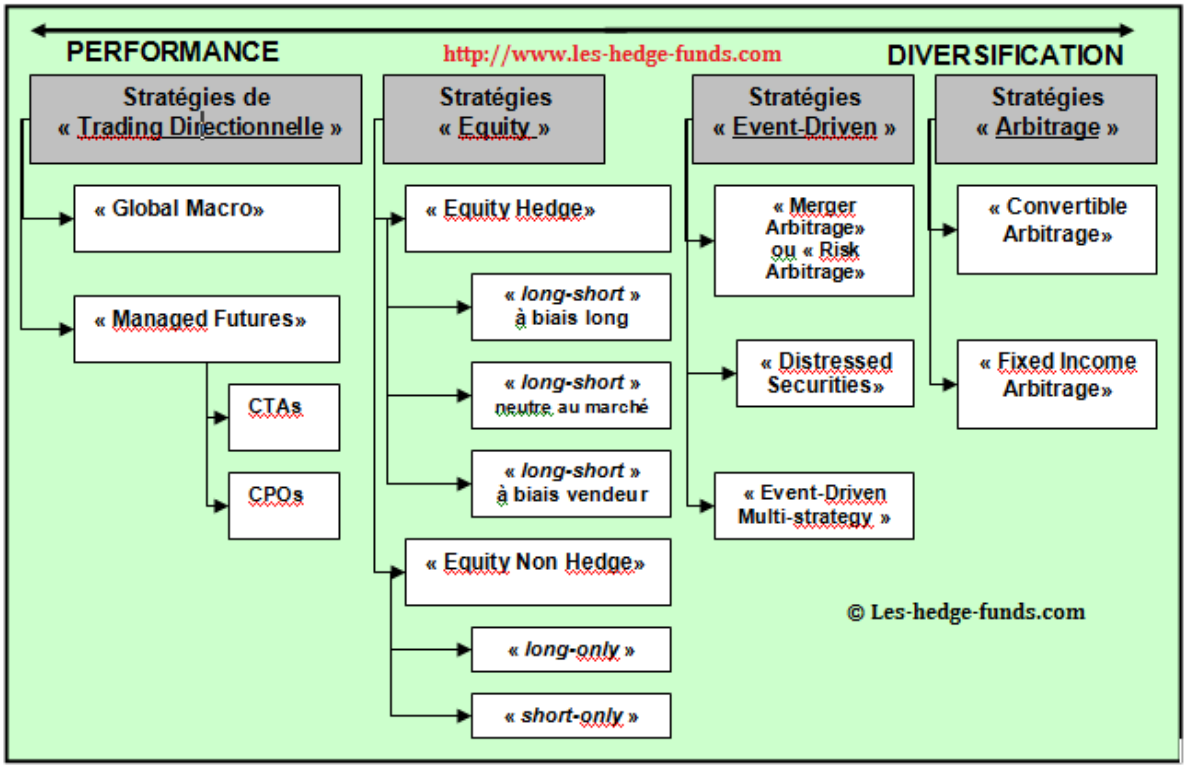


Figure 33 : stratégies des hedge funds

En terme quantitatif, les stratégies sont réparties selon le graphique présenté ci-dessous :

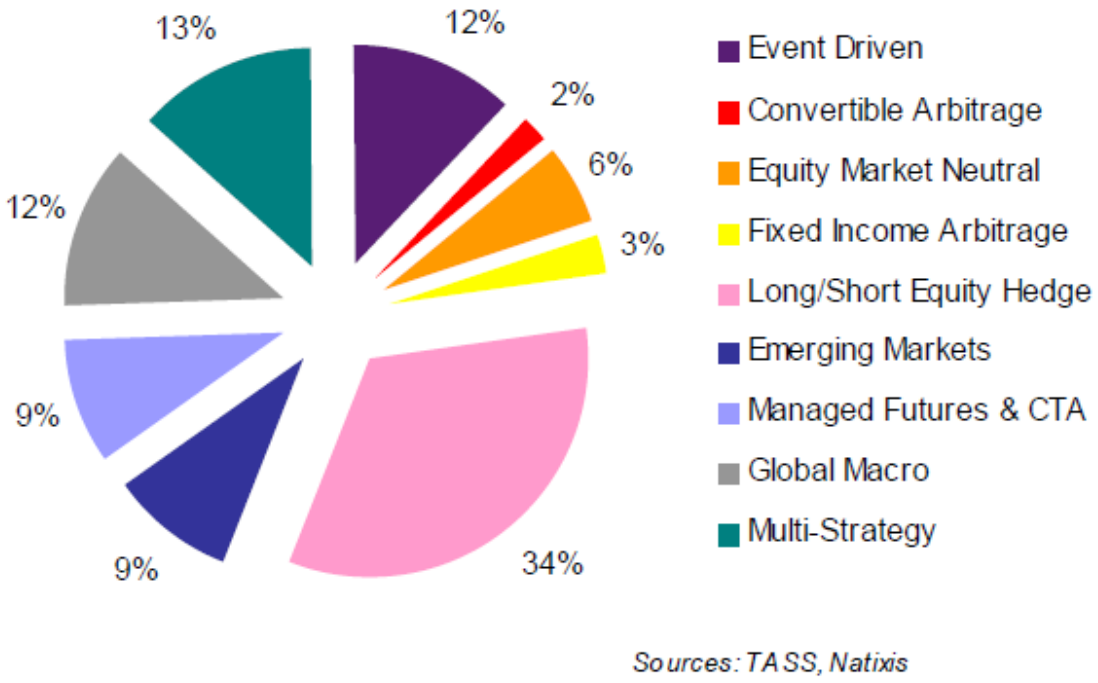


Figure 34 : répartition des stratégies des hedge funds

Il est à noter la forte pondération de la stratégie Long/Short Equity.

Les asset managers gérant les hedge funds sont parfois des sociétés indépendantes ultra spécialisées et à très petits effectifs, même si les grands groupes très présents dans la gestion des OPCVM classiques y sont également très représentés.

Les 7 plus gros hedge funds en terme d'AUM sont les suivants :

Nom	AUM (en m$)
Bridgewater Associates	87 100
JP Morgan Asset Management	59 000
Brevan Howard Asset Management	40 000
Och-Ziff Capital Management	36 100
Blue Crest Capital Management	32 600
BlackRock	31 200
AQR Capital Management	29 900

Tableau 26 : principaux hedge funds (source Hedge Think, mars 2015)

Il est à noter toutefois que les hedge funds communiquent peu sur leurs actifs sous gestion et il est courant que d'autres sources donnent des classements différents.

A 2. Mesure de performance des OPCVM

Cas général

Le risque d'un OPCVM, au même titre que tout instrument financier, se caractérise par sa volatilité et sa liquidité.

La volatilité est la mesure de sa variation. En terme mathématique, il s'agit de l'écart type des rendements journaliers annualisés.

Contrairement à la volatilité intervenant dans le pricing des instruments financiers à terme, où on utilise la volatilité implicite des instruments financiers, la volatilité d'un fonds est sa volatilité historique, à savoir l'écart type des rendements passés.

Ainsi, si l'on nomme VL_n la valeur liquidative du fonds au jour n et $R_n = \ln\left(\frac{VL_n}{VL_{n-1}}\right)$ son rendement journalier exprimé en taux continûment composés au jour n, alors la volatilité sur la période passée courant du jour 0 au jour n est l'estimation de volatilité au sens stochastique, exprimée par :

$$s = \sqrt{\frac{252}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2}$$

Où $\bar{R}$ est la moyenne des rendements. Le chiffre de normalisation 252 est destiné à convertir la volatilité journalière obtenue pas les rendements journaliers en une volatilité annuelle qu'on obtiendrait avec des rendements annuels. Le nombre 252 un standard de l'industrie financière et représente environ le nombre de jours ouvrés dans une année.

Plus un fonds est volatile, plus l'amplitude de rendement probable à un horizon d'investissement donné sera large, comme nous l'avons vu en termes probabilistes en Partie 1. . Ainsi, l'investisseur s'expose à une plus forte probabilité de perte en capital. Par conséquent, on attend d'un fonds volatile une meilleure espérance de rendement. L'écart entre l'espérance de rendement d'un fonds et du rendement sans risque est, comme nous l'avons également vu en Partie 1. , la « prime de risque ».

La mesure de volatilité pose évidemment le problème de la plage d'historicité qui est considérée.

Afin de juger de la performance d'un fonds, les investisseurs prêtent une grande attention aux valeurs suivantes :

Le **ratio de Sharpe**, comme abordé en Partie 1. , est défini par la formule :

$$Sharpe\ ratio = \frac{R_F - R_{SR}}{s}$$

Où R_F est le rendement du fonds, R_{SR} est le rendement monétaire, $R_F - R_{SR}$ étant donc la prime de risque, et s la volatilité du fonds, toutes ces valeurs étant calculées sur le même historique de jours qui doit être précisé.

Le **tracking error** est défini par :

$$Tracking\ Error = Volatilité(R_F - R_B)$$

Où R_B est la série journalière des rendements du benchmark du fonds. Le tracking error traduit en quelque sorte l'éloignement du fonds avec son benchmark ou la liberté que prend le gérant par rapport à sa référence.

Le **ratio d'information** est défini par :

$$ratio\ d'information = \frac{\overline{R_F} - \overline{R_B}}{tracking\ error}$$

Il est équivalent au ratio de Sharpe mais où le rendement monétaire est remplacé par le rendement du benchmark. Comme le ratio de Sharpe, il montre sur l'éloignement du benchmark par le gérant s'est révélé être une stratégie payante.

Le rapport mensuel suivant, établi par la société de gestion, fournit l'ensemble de ces données aux investisseurs :

CARMIGNAC **Portfolio Grande Europe A EUR acc**

Rapport mensuel - Février 2015 (Données au 27/02/2015)

M. YESILHARK

Date de la 1ère VL	01/07/1999
Forme juridique	SICAV
Indicateur de référence	Stoxx 600 (dividendes nets réinvestis)
Catégorie Morningstar	Europe Large-Cap Blend Equity
Devise de cotation	EUR
Affectation des résultats	Capitalisation

Depuis le 01/01/2013, les indicateurs « actions » sont calculés dividendes nets réinvestis.

ISIN	LU0099161993
Bloomberg code	CAREURC LX
Encours sous gestion	395 Millions €
VL	189.6 €
Échelle de risque	Risque plus faible — Risque plus élevé: 1 2 3 4 **5** 6 7

PERFORMANCES

	FONDS	INDICATEUR
Mois	7.16 %	6.98 %
Début d'année	9.36 %	14.74 %

Taux d'investissement : **95.95%** | Taux d'exposition : **76.05%**

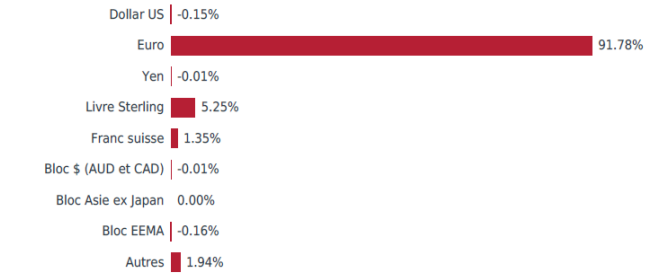
La stratégie globale de Carmignac Gestion

- Performances positives des marchés actions
- Programme de rachat d'actifs substantiel annoncé par la BCE
- Ralentissement du renforcement du billet vert face à l'euro
- Rebond des cours de l'or noir

Allocation d'actifs

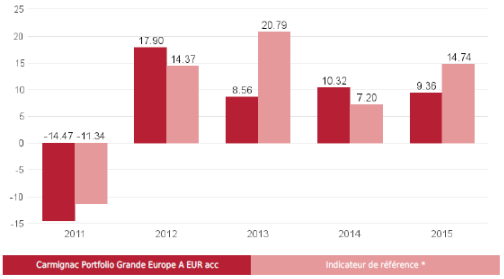
	Février 2015	Janvier 2015	Début d'année
Actions	95.95%	97.37%	96.55%
Union Européenne	76.06%	76.40%	79.22%
Allemagne	35.77%	37.61%	36.37%
Belgique	2.72%	5.18%	5.15%
Danemark	1.50%	0.25%	0.24%
Espagne	7.70%	2.08%	2.20%
Finlande	0.49%	0.52%	0.00%
France	10.53%	11.65%	13.91%
Pays-Bas	8.59%	8.30%	5.57%
Portugal	2.38%	2.38%	2.27%
Royaume-Uni	6.38%	8.42%	9.63%
Luxembourg	0.00%	0.00%	3.89%
Hors Union Européenne	19.88%	20.97%	17.34%
Canada	0.10%	0.13%	0.19%
Etats-Unis	12.10%	12.49%	9.12%
Norvège	0.46%	0.57%	0.56%
Suisse	0.89%	0.61%	0.43%
Russie	0.92%	0.74%	0.94%
Turquie	5.41%	6.42%	6.10%
Liquidités, emplois de Trésorerie et opérations sur dérivés	4.05%	2.63%	3.45%

Exposition nette par devise du fonds (%)



Evolution du fonds et de son indicateur depuis 10 ans

Performances annuelles (%)



	Performances cumulées (%)						Perf. annualisées (%)		
	1 mois	3 mois	1 an	3 ans	5 ans	10 ans	3 ans	5 ans	10 ans
Carmignac Portfolio Grande Europe A EUR acc	**7.16**	**10.21**	**17.39**	**40.61**	**53.14**	**79.85**	**12.04**	**8.89**	**6.04**
Indicateur de référence *	6.98	13.28	19.12	57.21	69.05	57.23	16.29	11.06	4.63
Moyenne de la catégorie	*6.43*	*13.13*	*16.98*	*55.40*	*72.95*	*72.58*	*15.83*	*11.58*	*5.61*
Classement (quartile)	1	4	3	4	4	2	4	4	2

Source : Morningstar pour la moyenne de la catégorie et les quartiles

Statistiques (%)

	1 an	3 ans
Volatilité du fonds	11.57	8.83
Volatilité de l'indicateur	15.36	10.27
Ratio de Sharpe	1.50	1.35
Bêta	0.67	0.71
Alpha	0.08	0.05

Contribution à la performance brute mensuelle

Portefeuille	7.29%
Dérivés Actions	0.02%
Dérivés devises	0.01%
Total	7.32%

Figure 35 : rapport mensuel d'un OPCVM action

Cas de la gestion alternative

Comme il a été vu précédemment, le ratio de Sharpe, rapport du rendement sur la volatilité d'un fonds, représente la force du gérant à générer du rendement en fonction d'un risque pris.

Dans cette perspective, les hedge funds offrent non seulement une décorrélation par rapport aux actifs classiques, un univers d'investissement nouveau, mais affichent également, dans la mesure où ils interviennent sur des classes d'actifs rares, donc présentant une inefficience des marchés favorisant les opportunités d'arbitrage, un ratio de Sharpe souvent plus élevé.

Le tableau ci-dessous donne le rendement moyen, la volatilité moyenne et le ratio de Sharpe des différentes stratégies des hedges funds et compare ces données à l'investissement classique (KHANNICHE, 2010) (1997-2007) :

Strategies	Average return	Standard deviation	Sharpe ratio
Convertible Arbitrage	9.04%	4.62%	1.09
Dedicated Short Bias	-2.39%	16.97%	-0.38
Emerging Markets	9.25%	16.00%	0.33
Equity Market Neutral	10.01%	2.88%	2.09
Event Driven	11.77%	5.54%	1.40
Fixed Income Arbitrage	6.46%	3.66%	0.67
Global Macro	13.54%	10.75%	0.89
Long/Short Equity	12.09%	10.05%	0.81
Managed Futures	6.50%	11.84%	0.21
Multi-Strategy	9.57%	4.29%	1.30
Stock Market Indices			
Dow Jones	9.18%	14.60%	0.35
Russel 2000	8.69%	18.56%	0.25
Nasdaq	8.87%	26.10%	0.19
S&P 500	8.66%	14.27%	0.33
DJ EUROSTOXX 50	10.77%	18.93%	0.36

Tableau 27 : rendements moyens des stratégies (Khanniche)

Une autre source (ELYASIANI, 2017) donne les résultats suivants sur la période 1993-2014 :

stratégie	rendement moyen	volatilité moyenne	ratio de Sharpe
Convertible Arbitrage	7,0 %	6,9 %	1,01
Equity Market Neutral	4,6 %	12,1 %	0,38
Fixed Income Arbitrage	5,8 %	5,9 %	0,99
Distressed	10,6 %	6,6 %	1,61
Event Driven	9,4 %	6,2 %	1,51
Event Driven Multi Strategy	8,2 %	6,6 %	1,25
Risk Arbitrage	5,8 %	3,8 %	1,53
Dedicated Short	-6,2 %	16,3 %	-0,38
Global Macro	10,6 %	9,4 %	1,14
Long Short Equity	9,4 %	9,4 %	1,01
Managed Futures	4,6 %	11,4 %	0,40
Multi Strategy	8,2 %	5,2 %	1,58
Emerging Markets	7,0 %	14,5 %	0,48
indice S&P500	7,0 %	15,2 %	0,46

Tableau 28 : rendements moyens des stratégies (Elyasiani)

On remarque que les investissements classiques en actions ont des ratios de Sharpe compris entre 0.19 et 0.46. Les investissements en obligations, non présentés ici, montreront environ le même ordre de grandeur.

Les stratégies alternatives, dû aux faits précédemment expliqués, présentent des ratios de Sharpe bien plus élevés (compris entre 0.21 et 2.09), conférant aux hedge funds des atouts importants dans notre recherche d'investissements à ratios de Sharpe élevés comme mentionnée en Partie 1. .

Bien sûr, il n'est pas tenu de la stratégie alternative « *Dedicated Short Bias* » qui ne fait que prendre une position courte sur le marché action, présentant donc des performances opposées aux performances des actifs classiques.

Ces résultats méritent cependant d'être mitigés. En effet, les indices des hedge funds, regroupant l'ensemble des fonds d'une même stratégie, excluent les fonds faisant faillite. Par conséquent, ne subsistent dans les indices que les « bons » fonds, créant automatiquement un biais positif, comme évoqué au paragraphe 1.2.3. Mais cette observation n'enlève rien à l'attrait des stratégies alternatives en termes statistiques.

Si donc, comme cela semble être le cas au regard des chiffres de mesure de performance, la gestion alternative semble être une piste sérieuse

d'investissement car présentant tous les pré-requis, à savoir une bonne prime de risque, une faible volatilité et une décorrélation des classes d'actifs traditionnels, le traitement de la gestion alternative en termes d'évaluation des risques dans le cadre de la directive Solvabilité 2 n'est pas aisé à mettre en place.

La prochaine partie a pour objet de présenter la directive Solvabilité 2 en termes de traitement du risque de marché et de proposer une méthode d'évaluation des SCR de marché des OPCVM, en particuliers des hedge funds.

Table des tableaux

Tableau 1 : intervalle de rendement à 1 an en fonction de la volatilité 19
Tableau 2 : intervalle de rendement à 1 an en fonction de la volatilité 20
Tableau 3 : temps minimum de placement en fonction du Ratio de Sharpe 25
Tableau 4 : Exemple de répartition des sensibilités taux en termes de buckets des actifs et des engagements de l'assureur 28
Tableau 5 : illustration de variations des moyennes des performances, rendements, primes, volatilité, ratio de Sharpe en fonction de la fenêtre d'observation 31
Tableau 6 : primes et volatilités des principales classes d'actif 32
Tableau 7 : illustration de l'impact de la corrélation sur la volatilité 34
Tableau 8 : corrélations des principales classes d'actif 34
Tableau 9 : résultat de l'algorithme de maximisation du ratio de Sharpe 35
Tableau 10 : résultat de l'algorithme de maximisation du ratio de Sharpe sous la contrainte de la pondération en immobilier 36
Tableau 11 : résultat de l'algorithme de maximisation du ratio de Sharpe sous la contrainte de la pondération en immobilier et en gestion alternative 36
Tableau 12 : valeurs de R et Rmin en fonction de l'horizon de détention 38
Tableau 13 : risques engendrés par les actifs les plus fréquents 53
Tableau 14 : chocs à faire subir aux actifs 54
Tableau 15 : matrice des corrélations ses chocs de marché 54
Tableau 16 : variation de la valeur de chaque titre en portefeuille après les chocs de chacun des sous-modules de risque 55
Tableau 17 : équivalence d'un portefeuille d'actifs 67
Tableau 18 : panel des indices de référence des risques de marché 96
Tableau 19 : 1er exemple : betas et poids moyens des indices du panel 98

Tableau 20 : 1er exemple : betas et poids moyens des indices explicatifs 101
Tableau 21 : 2e exemple : betas et poids moyens des indices du panel 104
Tableau 22 : 2e exemple : betas et poids moyens des indices explicatifs..... 107
Tableau 23 : 3e exemple : betas et poids moyens des indices du panel 109
Tableau 24 : 3e exemple : betas et poids moyens des indices explicatifs..... 113
Tableau 25 : principales sociétés de gestion 126
Tableau 26 : principaux hedge funds (source Hedge Think, mars 2015)..... 135
Tableau 27 : rendements moyens des stratégies (Khanniche)..... 139
Tableau 28 : rendements moyens des stratégies (Elyasiani) 140

Table des figures

Figure 1 : Répartition de la loi normale 18
Figure 2 : illustration du cône de diffusion 21
Figure 3 : cône de diffusion avec un fort rendement et une faible volatilité 22
Figure 4 : cône de diffusion avec forte volatilité 23
Figure 5 : cône de diffusion avec volatilité très faible 24
Figure 6 : évolution du taux 10 ans Etat allemand 40
Figure 7: indice Itraxx représentant le niveau d'un panier moyen de CDS 5 ans, servant ainsi d'évaluation du niveau général des spreads 41
Figure 8 : arborescences des risques du modèle standard 50
Figure 9 : sous-modules des risques de marché 51
Figure 10 : évolution de la volatilité 50 jours et de la volatilité 200 jours de la même action 87
Figure 11 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice Eurostoxx 50 91
Figure 12 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice S&P500 92
Figure 13 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice MSCI Emerging 92
Figure 14 : volatilités 50 jours et 200 jours de l'indice MERVAL Buenos Aires .. 93
Figure 15 : 1er exemple : évolution du $R2$ et du test de Fisher 97
Figure 16 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de FTSE 99
Figure 17 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de SX5E 99
Figure 18 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de GDBR5 100
Figure 19 : 1er exemple : évolution du beta et du T-test de EUR/USD 100
Figure 20 : 1er exemple, évolution des T-tests 101
Figure 21 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de GDBR5 105
Figure 22 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de IBOXXMJA 105
Figure 23 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de SX5E 106

Figure 24 : 2e exemple : évolution du beta et du T-test de HSI 106
Figure 25 : 3e exemple : évolution du $\boldsymbol{R2}$ et du test de Fisher 109
Figure 26 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de SX5E 110
Figure 27 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de MXEF 111
Figure 28 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de IBOXHY 111
Figure 29 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de GDBR5 112
Figure 30 : 3e exemple : évolution du beta et du T-test de EURGBP 112
Figure 31 : répartition des types d'investisseurs des OPCVM 125
Figure 32 : encours des hedge funds 132
Figure 33 : stratégies des hedge funds 134
Figure 34 : répartition des stratégies des hedge funds 135
Figure 35 : rapport mensuel d'un OPCVM action 138

Bibliographies

ACPR, 2015. Notice "Solvabilité II", Système de gouvernance.

ACPR, 2018. Les chiffres du marché français de la banque et de l'assurance 2018.

ACPR, Juillet 2020. *Mise en place des nouvelles règles de gouvernance dans le secteur de l'assurance : bilan et perspectives,* s.l.: s.n.

AMENC, N. & LE SOURD, V., 2003. *Théorie du Portefeuille et Analyse de sa performance.* Paris: Economica.

DERIEN, A., 2010. L'horizon temporel dans Solvabilité 2. pp. 43-62.

EIOPA, 2014. *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation,* Frankfurt: EIOPA.

ELYASIANI, E., 2017. Hedge fund return, volatility asymmetry, and systemic effects: A higher-moment factor-EGARCH model. Volume 28, pp. 49-65.

FLEURIET, V. L. C., 2005. La gestion du risque de taux par les sociétés d'assurance-vie et les fonds de pension. Issue 6, p. 101.

GAUTRON, N., PLANCHET, F. & THEROND, P., 2005. Méthodes financières et allocation d'actifs en assurance. *Les Cahiers de Recherche de l'ISFA.*

HULL, J., 2012. *Options, Futures and Other Derivatives 8th edition.* Prentice Hall éd. Boston: Pearson.

KHANNICHE, S., 2010. Les risques des hedge funds, Thèse de doctorat en Sciences économiques.

LAMAZURE, C., 2010. *Conséquences de la cinquième étude quantitative d'impact sur la provision Best Estimate et les exigences de capital d'un contrat d'épargne en euros,* Paris: Université Paris Dauphine.

LANGSTROTH, B. & GERBEAU, A., 2013. *Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt sans risque aux fins de l'évaluation selon la MCAB,* Ottawa: Institut canadien des actuaires.

NTEUKAM, O. & PLANCHET, F., 2010. Evaluation stochastique des contrats d'épargne : agrégation des trajectoires de l'actif & mesure de l'erreur liée à l'agrégation. *Université de Lyon, ISFA, Winter & Associés*, 10 03.

OCDE, 2015. *Perspectives 2015 de l'OCDE sur l'entreprise et la finance,* : Panorama.

PLANCHET, F. & LEROY, G., 2012. Comment adapter Solvabilité II à la crise ?. *La Tribune de l'Assurance n°172*, 09.

SAPORTA, G., 2006. *Probabilités, analyse des données et statistiques 2e édition.* Paris: TECHNIP.