Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du Diplôme d'Actuaire EURIA et de l'admission à l'Institut des Actuaires

Le 25 Septembre 2019

Par : Raphaëlle LORENZO
Titre : Modèle et valorisation d'un portefeuille IARD dans le cadre d'une acquisition.

Confidentialité : Non
Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires :
Jérémie DEVUN
Khalil SAID
Anne BONTOUX
Bastien POTENTIER
Anthony NAHELOU
Signature :

Entreprise :
CHUBB
Signature :

Membre présent du jury de l'EURIA :
Marc QUINCAMPOIX

Directeur de mémoire en entreprise :
Laurent BERTHAUT
Signature :

Invité :
Thierry AÏDEKON
Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

EURIA
EURo Institut d'Actuariat

6, avenue le Gorgeu
CS 93837
29238 Brest Cedex 3

T +33 (0)2 98 01 66 55
euria@univ-brest.fr

Résumé

Dans le cadre d'opérations de fusions-acquisitions ou pour avoir une vision des risques encourus, la valorisation d'un portefeuille d'assurance IARD est un élément clef. En effet, le calcul de la valeur d'un portefeuille est partie intégrante des mesures de performances ou encore des prises de décisions. L'objectif de ce mémoire est donc de répondre à la question suivante : **quelle est la valeur de notre portefeuille aujourd'hui et quelle valeur réelle un acheteur pourrait en tirer ?**

Pour cela nous allons donc réaliser un panorama des différentes méthodes et concepts de valorisations couramment utilisés en finance. Compte tenu des spécificités de l'assurance, nous nous appliquerons à créer notre propre outil de valorisation.

La valeur est liée d'une part aux engagements passés tels que le transfert du best estimate et de la marge pour risque. D'autre part, elle est liée à la valeur future : adaptation de la valeur actuelle des profits futurs en fonction des contrats renouvelés, nouveaux contrat, de l'évolution de l'inflation ou encore de l'adéquation des taux et enfin, la prise en compte du coût du capital. La valeur future dépendant de la politique de l'acheteur, notre outil projettera la valeur actuelle des profits futurs de trois acheteurs aux profils différents.
Notre modèle de valorisation sera construit dans le respect des normes actuelles Solvabilité II.

Mots clefs: Valorisation, Assurance non-vie, Marge pour risque, Transfert, Fusion-acquisition, Valeur passée, Projection d'un portefeuille, Résultats futurs, Vision prospective, Nouveau business, Best estimate, Inflation.

Abstract

In the context of mergers and acquisitions or to gain an overview of the risks involved, the valuation of a property and casualty insurance portfolio is a key element. Indeed, the calculation of the value of a portfolio is an essential part of performance measures or decision-making. The objective of this presentation is therefore to answer the following question : **what is the value of our portfolio today and what real value could a buyer get from it ?**

For this purpose, we will therefore provide an overview of the different valuation methods and concepts commonly used in finance. Taking into account the specificities of insurance, we are working to create our own valuation tool.

The value is linked on the one hand to past commitments such as the transfer of the best estimate and the margin for risk. And on the other hand to the future value : adjustment of the present value of future profits according to renewed contracts, new contracts, inflation trends or even the adequacy of rates and finally, the consideration of the cost of capital. Since the future value depends on the buyer's policy, our tool will project the current value of the future profits of three buyers with different profiles.

Our valuation model will be built in accordance with current Solvency II standards.

Keywords: Valuation, Non-life Insurance, Risk Margin, Transfer, Mergers & Acquisitions, Past Value, Portfolio Projection, Prospective vision, Future results, New business, Best estimate, Inflation.

Synthèse

Depuis quelques années les fusions acquisitions dans le secteur des assurances sont reparties à la hausse. Elles sont moins nombreuses, mais les transactions réalisées sont plus importantes. En effet, d'après *Willis Tower Watson*, le nombre de transactions a chuté de 17.7% entre le premier semestre 2016 et le premier semestre 2017 mais, la valeur de ces transactions a quant à elle augmenté de 170%.
La croissance interne est toujours faible dans ce secteur et les réductions de coût ont des limites. Généralement les entreprises de grandes tailles ont recours à des sources de croissances externes, les bilans des grandes compagnies étant plus solides. C'est là qu'entrent en jeu les fusions acquisitions. De grands assureurs se sont construits des positions de leaders ainsi. On peut citer quelques opérations connues comme le rachat d'UAP par AXA ou encore le rachat par ACE de CHUBB pour 28 milliards de dollars.

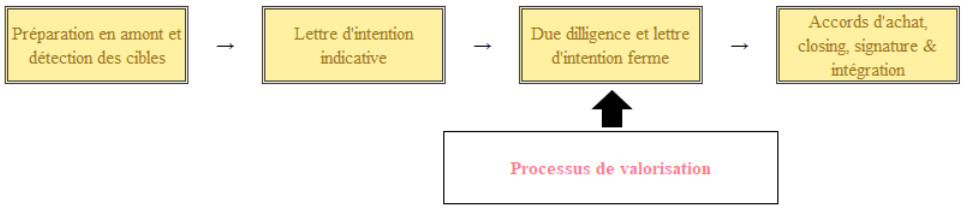


FIGURE 1 – Les principales étapes d'un processus de fusion acquisition

Le processus de fusion-acquisition se décompose en plusieurs étapes clés, allant de la préparation des données et leur analyse jusqu'à la signature. Ce processus s'étend sur plusieurs mois, la durée moyenne est de 10 mois. Nous nous intéresserons dans ce mémoire au processus de valorisation, étape nécessaire de la négociation qui permet ensuite à l'acheteur et au vendeur de convenir d'un prix, et conclure la transaction. Notre objectif est de répondre à la question suivante : **quelle est la valeur de notre portefeuille aujourd'hui et quelle valeur réelle un acheteur pourrait en tirer ?**

Compte tenue de l'importance de valoriser un portefeuille, il existe beaucoup de méthodes différentes. On évoque souvent trois familles de méthodes ;

- Les méthodes dites patrimoniales, fondées sur le solde comptable corrigé. Ce sont des méthodes descriptives et rétrospectives basées sur la valeur au moment présent, en évaluant les fonds propres et le bilan.
- Les méthodes analogiques ou comparatives, fondées sur la valeur de marché ou sur des multiples et par définition relatives à la valeur d'autres entreprises. Elles sont basées sur le moment présent, selon les cours de bourses actuels ou transactions récentes.
- Les méthodes dynamiques ou analytiques, quant à elles basées sur les flux financiers. Elles modélisent la valeur intrinsèque et se focalisent sur la valeur future comme les flux de dividendes par exemple.

Ces différents indicateurs ne sont pas forcément adaptés au secteur de l'assurance IARD. En effet, certaines spécificités telles que l'inversion du cycle de production, les liens avec l'environnement légal et macro-économique ou encore les exigences légales en terme de solvabilité nécessitent des adaptations. De plus, ces trois méthodes ne renvoient pas la même valeur temporelle dans leurs modèles.

Dans le but de palier à ces limites, nous avons construit un outil permettant d'être appliqué dans un contexte de management ou de suivi de performance, tout comme dans un contexte d'acquisition. Il est ainsi basé sur le peu d'informations disponibles en général lors d'une acquisition, et devra rester simple compte-tenu du temps limité pour établir le diagnostic du portefeuille. Notre modèle se décompose ainsi :

- Les engagements passés et présents (les provisions pour sinistres, les dettes, ... jusqu'à maintenant c'est-à-dire la date d'évaluation).
- Les engagements et profits futurs : en effet quand on acquiert une entreprise, au début, l'affaire va être dans la lancée précédente, on va donc chercher à valoriser cet élément. Puis la politique mise en place par le nouvel acquéreur va impacter les performances futures.

Notre outil est ensuite appliqué à un portefeuille CHUBB afin d'illustrer notre modèle. Nous le valorisons en date du 31 décembre 2018.

Valeur passée

Lorsqu'un portefeuille est vendu, le vendeur ne conserve pas les engagements qu'il a encore envers les assurés mais les transfère au nouvel acquéreur. La valeur de ces engagements correspond aux provisions techniques :

1. Le best estimate est la « meilleure estimation » de la valeur actuelle des versements futurs réalisés par l'assureur à l'assuré, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent. Laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque, nous utilisons celle fournie par l'EIOPA. On exprimera la formule mathématique, pour la $i^{ième}$ année de survenance ainsi :

$$\text{BE}_i = \sum_{t=0} \frac{CF_{i,t}}{(1+tx_t)^t}$$

   Où $CF_{i,t}$ représente le flux de trésorerie sortant lors de l'année de développement t pour l'année de survenance i. Afin d'estimer les flux futurs, nous estimons notre sinistralité ultime et ainsi les réserves associées. Nous présentons diverses méthodes de provisionnement déterministes ou stochastiques afin d'estimer au plus proche nos réserves.

2. La marge pour risque (ou *risk margin (RM)*), correspond au coût de portage des engagements. La formule associée est la suivante ;

$$\text{RM} = Coc \sum_{i \geq 0} \frac{SCR_{(i)}}{(1+tx_i)^i}$$

   Où le SCR représente le capital de solvabilité requis. Nous le projetons pour chaque année jusqu'à extinction totale des engagements en date d'évaluation.

Sur l'exemple du portefeuille CHUBB étudié, nous avons estimé nos réserves en différenciant les sinistres attritionnels et larges. Nous appliquons nos méthodes sur les triangles de paiements cumulés. La méthode de Mack nous permet d'obtenir l'erreur d'estimation et celle du bootstrap des intervalles de confiance. De plus les valeurs obtenues avec les différentes méthodes sont proches (l'écart maximum entre les montants ultimes est de -2.5 %).
Afin de modéliser au plus juste notre cadence de règlement, nous ajouterons un facteur de queue à l'aide de fonctions d'extrapolations. Nous obtenons ainsi un écart inférieur à 5% entre les montants ultimes du triangle de charges et celui de règlements effectués. Notre cadence de règlements s'étalera sur 16 ans.
Nous estimons nos SCR futurs à l'aide la méthode de proportionnalité aux best estimates futurs. La somme du best estimate et de la marge pour risque nous donne une valeur passée, appelée valeur de transfert.

Valeur future

La valeur future est représentée par les résultats futurs actualisés, en tenant compte du coût d'immobilisation du capital. Les éléments modélisés sont l'inflation, le rate change, l'adéquation des taux et l'évolution du nombre de contrats.

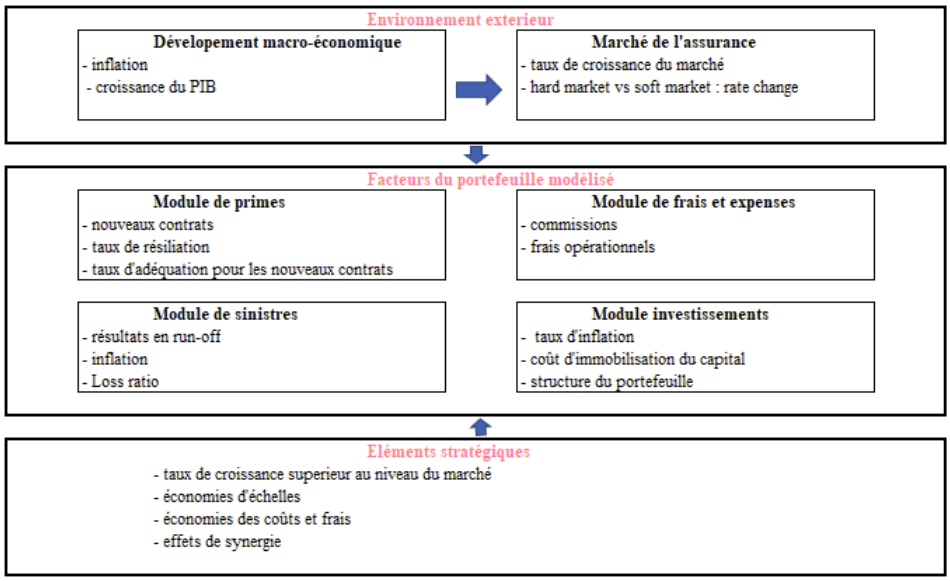


FIGURE 2 – Éléments intervenant dans la projection de l'activité future

1. On distingue différentes inflations ; la sévérité, la fréquence et l'exposition. Elle sont modélisées de différentes façons : indexée sur un indice dont la projection est fournie (c'est le cas pour l'exposition) ou nous la projetons directement. Nous la projetons une première fois à l'aide des données du portefeuille (une analyse portant sur la sévérité et une seconde portant sur la fréquence), puis à l'aide de données externes avec un modèle Vasicek, modèle de référence dans les générateurs de scénarios économiques.

2. L'adéquation des taux, définie comme le ratio de la prime réelle souscrite sur la prime technique tarifiée. Cette adéquation est propre à la politique de chaque compagnie et est définie pour tous les contrats mais nous la projetterons seulement pour les nouveaux contrats. Pour les contrats existants nous utiliserons le *rate change*.

3. Le *rate change*, correspond à la variation de l'adéquation des taux d'une année à l'autre pour les comptes renouvelés. Il est projeté à l'aide du modèle de lissage exponentiel de Holt-Winters :

$$L_t(h) = a_t h + b_t + s_{t+h}$$

Où a_t correspond à la pente de la projection, b_t est le niveau (lorsque on observe une tendance), et s_t la composante saisonnière.

4. La tendance historique est utilisée pour modéliser le nombre de contrats. On distingue le nombre de contrats renouvelés et les nouveaux contrats.
5. La tendance historique permet de projeter le taux de frais (que nous séparons entre frais de gestion et commissions). Ce dernier élément nous permet d'estimer les ratios combinés.
6. Tous les éléments précédents permettent de projeter les montants de primes et de sinistres futurs pour les prochaines années.

Afin d'illustrer l'impact des potentielles décisions managériales de l'acheteur, nous modélisions les résultats futurs selon trois acheteurs différents avec différentes politiques telles que ;

- **A - l'acheteur conservateur** : il s'agit de la stratégie la plus simple : nous allons simplement garder les hypothèses de renouvellement et de projection actuelles, comme si l'acheteur ne changeait rien. Ces hypothèses nous sont données avec l'analyse passée de notre portefeuille. C'est aussi la valeur que va estimer notre vendeur et qu'il va attendre.
- **B - l'acheteur dit agressif** : souhaite avoir à tout prix une part de marché importante. Il va racheter ce portefeuille, puis réduire les prix, réduire l'adéquation des taux et ainsi augmenter énormément le volume de primes et nombres de contrats. Il s'accroche en proposant un prix le plus faible possible. Avec cette stratégie, il faut être prudent afin que ça n'impacte pas trop la solvabilité de la compagnie ni son profit. Son but est, in fine, d'augmenter ses prix une fois qu'il a atteint la part de marché souhaitée.
- **C - l'acheteur dit nettoyeur** : souhaite quant à lui avoir un portefeuille qui performe très bien, quitte à diminuer le nombre de contrats. Son taux de renouvellement sera moins élevé et son adéquation des taux sera d'au moins 100%. Parmi les nouveaux contrats, il ne renouvellera que ceux avec un loss ratio faible et celui ci diminuera au fil des années.

	Taux d'adéquation	Rate change	Taux de résiliation	Taux de nouveaux contrats	Sinistre moyen *(hors effet de l'inflation)*
A - Conservateur	=	=	=	=	=
B - Agressif	-	-	-	+	+
C - Nettoyeur	+	+	+	-	-

Légende	
	impact négatif
	impact positif
+	augmente
-	diminue

FIGURE 3 – Synthèse des hypothèses des acheteurs potentiels

Ici, on peut lire par exemple sur ce tableau que l'acheteur conservateur gardera les mêmes hypothèses historiques. L'acheteur agressif diminuera le taux d'adéquation, ce qui aura un impact négatif sur son résultat, et inversement pour l'acheteur nettoyeur. On peut cependant distinguer l'effet sur le résultat et sur le volume. selon le profil de l'acheteur une augmentation du volume peut augmenter le ratio combiné si l'adéquation des taux est faible.

Chaque module de notre outil sera modélisé comme nous l'avons expliqué auparavant. Nous décidons de projeter nos résultats sur 5 ans.

	Total	2019	2020	2021	2022	2023
A - Conservateur	26,008	4,944	5,164	5,351	5,251	5,298
B - Agressif	15,715	3,564	3,822	3,806	2,933	1,591
C - Nettoyeur	33,358	7,290	6,177	6,544	6,608	6,740

FIGURE 4 – Résultats futurs actualisés des projections (en milliers d'euros)

Les résultats actualisés calculés pour l'acheteur conservateur sont de 26,008,000 euros sur 5 ans. On observe un écart de -40% pour l'acheteur agressif et +28% pour le nettoyeur. Basés sur ces projections, on peut supposer que l'acheteur C est celui qui pourrait le plus facilement trouver un accord avec le vendeur parmi ces trois acheteurs. Cependant, la politique de l'acheteur agressif est d'augmenter les prix une fois qu'il a conquis une part de marché conséquente et peut estimer la valeur sur un horizon plus grand.
La valeur passée sera la même selon chaque acheteur potentiel. Il convient cependant de se mettre d'accord sur les hypothèses utilisées entre acheteur et vendeur, mais cette valeur ne dépend pas du profil de l'acheteur.

Les résultats actualisés de ces trois acheteurs nous fournissent une échelle de valeur sur ce portefeuille. Il est important de calculer la marge pour risque associée car, selon l'acheteur et son entreprise, la diversification peut diminuer son SCR total et ainsi sa marge pour risque.

Pour conclure, notre outil nous a effectivement permis de modéliser dans un premier temps notre valeur passée puis notre valeur future. Nous n'obtenons pas un prix exact mais une fourchette de prix : une indication de valeur. Le prix proposé lors de l'acquisition doit satisfaire à la fois le vendeur comme l'acheteur. Lorsqu'un accord est trouvé, on a atteint un point d'équilibre. Dans notre application, on obtient une indication de prix, qui semble plus être en faveur de l'acheteur conservateur ou nettoyeur. C'est une partie du processus et cette fourchette de prix est l'un des éléments de départ des négociations.

Notre outil peut facilement être implémenté dans une autre compagnie IARD. Il permet d'interchanger certains modules ou la façon dont ils sont calculés. Il conviendrait d'ajouter certaines améliorations telles qu'une diversification possible au niveau du SCR, ou la prise en compte de la réassurance. Ce modèle nous permet de modéliser la valeur future des profits, en tenant compte du coût du capital. Nous n'en avons pas tenu compte ici car ce sont des caractéristiques propres aux acheteurs potentiels et il faudrait modéliser autant de scénarios que nous avons d'acheteurs.

Synthesis

In recent years, mergers and acquisitions in the insurance sector have picked up again. There are fewer of them, but the transactions carried out are more significant. Indeed, according to *Willis Tower Watson*, the number of transactions dropped by 17.7% from the first half of 2016 to the first half of 2017, but the value of these transactions increased by 170%. Internal growth is still low in this sector and cost reductions have limits. Generally, large companies use external growth sources, as the balance sheets of large companies are stronger. This is where mergers and acquisitions come into play. Major insurers have built up leadership positions as well. We can mention some known transactions such as the acquisition of UAP by AXA or the acquisition by ACE of CHUBB for 28 billion dollars.

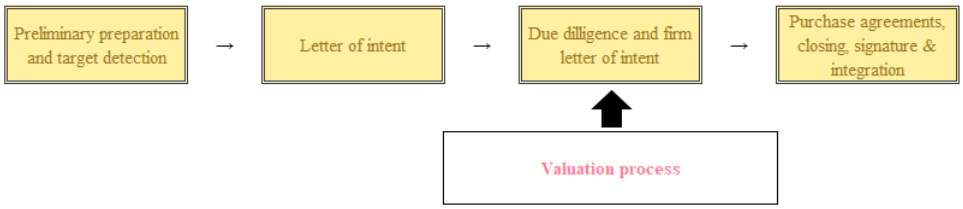


FIGURE 5 – The principal stages of a merger and acquisition process

The merger-acquisition process consists of a series of key steps, from data preparation and analysis to signature. This process takes several months, the average duration is 10 months. In this paper, we will focus on the valuation process. This is a necessary step in the negotiation process that then allows the buyer and seller to agree on a price and conclude the transaction. Our objective is to answer the following question : **what is the value of our portfolio today and what real value could a buyer get from it ?**

Given the importance of valuation, there are many different methods. Three families of methods are often mentioned ;

- The methods known as patrimonial methods, based on the adjusted accounting balance. These are descriptive and retrospective methods based on current value, by valuing capital and balance sheet.
- Analogue or comparative methods, based on market value or multiples and by definition related to the value of other companies. They are based on the present moment, according to current stock market prices or recent transactions.
- Dynamic or analytical methods, based on financial cash flows. They model the intrinsic value and focus on future value such as dividend cash flows for example.

These different indicators are not necessarily adapted to the property and casualty insurance sector. Indeed, certain specific characteristics such as the reversal of the production cycle, the links with the legal and macroeconomic environment or the legal requirements in terms of solvency require adaptations. In addition, these three methods do not return the same time value in their models.

In order to overcome these limitations, we have built a tool that can be applied in a management or performance monitoring context, as well as in an acquisition context. It is thus based on the limited information generally available at the time of an acquisition, and will have to remain simple given the limited time available to establish the diagnosis of the portfolio and to value it. Our model can be split up as follows :

- Past and present commitments (provisions for claims, debts, etc. up to now, i.e. the valuation date).
- Future commitments and profits : indeed, when you acquire a company, at the beginning, the business will be in the previous momentum, so we will try to enhance this element. Then the policy implemented by the new buyer will impact future performance.

Our tool is then applied to a CHUBB portfolio to illustrate our model. We will value it as of December 31, 2018.

Past Value

When a portfolio is sold, the seller does not hold the outstanding commitments to the policyholders but transfers them to the new buyer. The value of these commitments corresponds to the technical provisions :

1. The best estimate (or *meilleure estimation*) is the present value of future payments made by the insurer to the insured, taking into account the time value of money. Which is estimated on the basis of the relevant risk-free yield curve, we use the one provided by EIOPA. We will express his mathematical formula, for the ith year of occurrence as follows :

$$\text{BE}_i = \sum_{t=0} \frac{CF_{i,t}}{(1+tx_t)^t}$$

   Where $CF_{i,t}$ represents the outgoing cash flow in the development year t for the occurrence year i. In order to estimate future cash flows, we estimate our ultimate loss experience and thus the associated reserves. We present various deterministic or stochastic provisioning methods to estimate our reserves as accurately as possible.

2. The Risk Margin (or *marge pour risque (RM)*), corresponds to the cost of carrying the liabilities. The associated formula is as follows ;

$$\text{RM} = Coc \sum_{i \geq 0} \frac{SCR_{(i)}}{(1+tx_i)^i}$$

   Where SCR is the Solvency Capital Requirement. We project it for each year until the commitments on the valuation date have been completely settled.

Following the example of the CHUBB portfolio investigated, we estimated our reserves by differentiating between attritional and large claims. We apply our methods to the cumulative payment triangles. Mack's method allows us to obtain the estimation error and the bootstrap error a distribution of the provisions. Moreover, the values obtained with the different methods are close (the maximum difference between the final amounts is -2.5 %).
In order to model our settlement rate as accurately as possible, we will add a tail factor using an extrapolation function. This results in a difference of less than 5% between the ultimate amounts of the load triangle and the settlement triangle. Our payment rate will be spread over 16 years. We estimate our future SCRs using the proportionality method to future best estimates. The sum of the best estimate and the risk margin gives us a past value, called a transfer value.

Future value

The future value is represented by the discounted future results, taking into account the cost of capital investment. The elements modelled are inflation, the rate changes, the adequacy of rates and the evolution of the number of contracts.

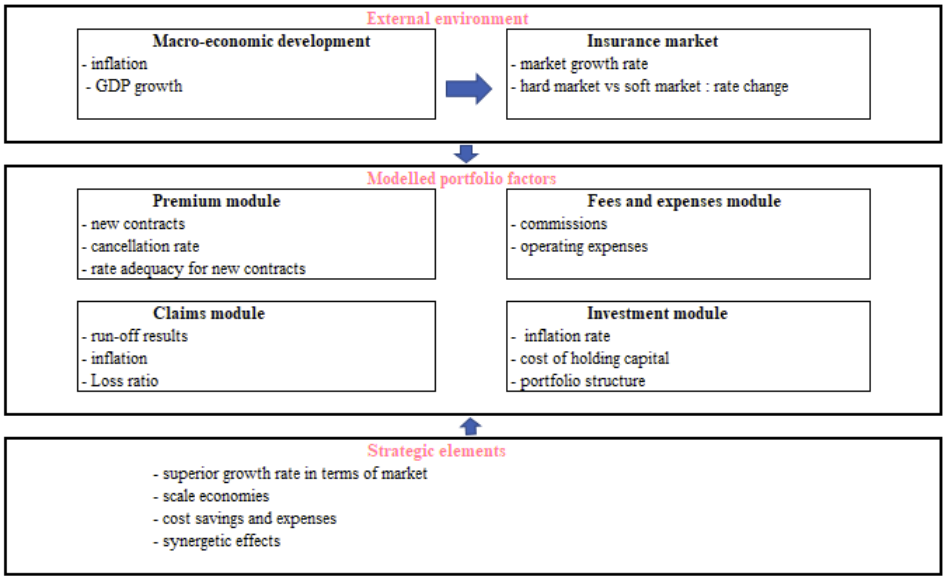


FIGURE 6 – Elements involved in the projection of future activity

1. There are several inflations; severity, frequency and exposure. They are modelled in different ways : indexed on an index whose projection is provided (this is the case for exposure) or we project it directly. We project it first using the portfolio data (a severity analysis and a frequency analysis), then using external data with a Vasicek model, the reference model in the economic scenario generators.

2. The rate adequacy, defined as the ratio of the actual written premium to the priced technical premium. This adequacy is specific to each company's policy and is defined for all contracts but we will only project it for new contracts. For existing contracts we will use the *rate change*.

3. The rate change, corresponding to the variation in the adequacy of rates from one year to the next for renewed accounts. It is projected using Holt-Winters' exponential smoothing model :

$$L_t(h) = a_t h + b_t + s_{t+h}$$

Where a_t is the slope of the projection, b_t is the level (when a trend is observed), and s_t the seasonal component.

4. The historical trend is used to model the number of contracts. A distinction is made between the number of contracts renewed and new contracts.
5. The historical trend allows us to project the expense ratio (which we separate between management fees and commissions). This last element allows us to estimate the combined ratios.
6. All the above elements are used to project future premiums and claims amounts for the upcoming years.

In order to illustrate the impact of the buyer's potential managerial decisions, we modelled future results according to three different buyers with different policies such as ;

- **A - the conservative buyer** : this is the simplest strategy : we will simply keep the current renewal and projection assumptions, as if the buyer was not changing anything. These assumptions are given to us with the past analysis of our portfolio. It is also the value that our seller will estimate and wait for.
- **B - the buyer says aggressive** : wishes to have a significant market share at all costs. It will buy back this portfolio, then reduce prices, reduce the adequacy of rates and thus greatly increase the volume of premiums and number of contracts. He clings by offering the lowest possible price. With this strategy, we must be careful so that it does not have too much impact on the company's solvency or profit. Its ultimate goal is to increase its prices once it has reached the desired market share.
- **C - the buyer says cleaner** : wishes to have a portfolio that performs very well, even if it means reducing the number of contracts. Its renewal rate will be lower and its adequacy of rates will be at least 100

	Rate adéquacy	Rate change	Cancellation rate	New business rate	Average loss *(excluding the effect of inflation)*
A - Conservative	=	=	=	=	=
B - Aggressive	-	-	-	+	+
C - Cleaner	+	+	+	-	-

Legend	
	negative effect
	positive effect
+	increases
-	decreases

FIGURE 7 – Summary of assumptions of potential buyers

Here, for example, it can be read on this table that the conservative buyer will keep the same historical assumptions. The aggressive buyer will decrease the adequacy rate, which will have a negative impact on his result, and vice-versa for the cleaner purchaser. Depending on the buyer's profile, an increase in volume may increase the combined ratio if the rate adequacy is low.

Each module of our tool will be modeled as explained above. We decide to project our results over 5 years.

	Overall	2019	2020	2021	2022	2023
A - Conservative	26,008	4,944	5,164	5,351	5,251	5,298
B - Aggressive	15,715	3,564	3,822	3,806	2,933	1,591
C - Cleaner	33,358	7,290	6,177	6,544	6,608	6,740

FIGURE 8 – Present results of our projections (in thousands of euros)

The discounted results calculated for the conservative buyer are 26,008,000 euros over 5 years. There is a difference of -40% for the aggressive buyer and +28% more for the cleaner. Based on these projections, it can be assumed that buyer C is the one who could most easily reach an agreement with the seller among these three buyers. However, the aggressive buyer's policy is to increase prices once he has gained a significant market share and can estimate the value over a longer horizon.
The past value will be the same for each potential buyer. However, it is important to agree on the assumptions used between buyer and seller, but this value does not depend on the buyer's profile.

The updated results of these three buyers provide us with a scale of value on this portfolio. It is important to calculate the associated risk margin as, according to the buyer and his company, diversification can reduce his total SCR and thus his risk margin.

To conclude, our tool has indeed made it possible for us to model our past value first and then our future value. We do not get an exact price but a price range : an indication of value. The price offered at the time of acquisition must satisfy both the seller and the buyer. When an agreement is reached, a point of balance is found. In our application, we get a price indication, which seems to be more in favour of the conservative buyer or cleaner. This is part of the process and this price range is one of the starting points for negotiations.

Our tool can easily be implemented in another P&C company. It allows you to exchange certain modules or the way they are calculated. Some improvements should be added, such as possible diversification at the SCR level, or the inclusion of reinsurance. This model allows us to model the future value of profits, taking into account the cost of capital. We have not taken this into account here because these are characteristics specific to potential buyers and we would have to model as many scenarios as we have buyers.

Remerciements

Ce mémoire s'inscrit dans la continuité de mon travail de fin d'études à l'EURIA. Ainsi, je tiens tout d'abord à remercier tout l'équipe pédagogique pour avoir assuré la partie théorique de ma formation.

Je remercie M. Laurent Berthaut, manager de l'équipe Actuariat Chubb Europe ainsi que M. Thierry Aïdekon actuaire, qui ont été mes tuteurs lors de mon stage de fin d'étude et m'ont accompagnée tout au long de la réalisation de ce mémoire. Ainsi que les membres de l'équipe d'actuariat, et toutes les personnes chez CHUBB, pour leur accueil et leurs échanges tout au long de ces 6 derniers mois.
Je souhaite aussi remercier M. Laurent Batisse pour son soutient et son accompagnement ces 6 derniers mois.

Ainsi que toutes les personnes qui m'ont permis d'avancer et qui m'ont soutenue pendant la rédaction de ce mémoire.

Table des matières

Résumé **i**

Abstract **iii**

Synthèse **v**

Remerciements **xvii**

Introduction **1**

1 Les fusions acquisitions **3**
1.1 Les fusions acquisitions . . . 3
1.1.1 Les objectifs de croissance des entreprises . . . 3
1.1.2 Les différentes modalités de fusions et acquisitions . . . 3
1.1.3 Pourquoi les sociétés cherchent-elles à réaliser ce type d'opérations ? . . . 4
1.1.4 Importance des fusions acquisitions pour les groupes d'assurances . . . 5
1.1.5 Les étapes d'un processus d'acquisition . . . 6
1.2 La Valorisation . . . 8
1.2.1 Pourquoi valoriser ? Qu'est ce que la valorisation ? . . . 8
1.2.2 Les méthodes financières de l'évaluation d'entreprise et leurs limites . . . 9
1.2.3 Spécificité du marché des assurances IARD . . . 14
1.3 La valeur de notre portefeuille . . . 15
1.3.1 La méthode préconisée . . . 15
1.3.2 Notre modèle . . . 16
1.3.3 Les hypothèses principales . . . 18

2 Valeur passée **19**
2.1 Focus sur les sinistres et l'évaluation des provisions . . . 19
2.1.1 Notations . . . 20
2.1.2 Méthodes de provisionnement déterministes . . . 21
2.1.3 Méthodes de provisionnement stochastiques . . . 23
2.1.4 Triangles de liquidation incomplets et notion de tail factor . . . 27
2.1.5 Variante pour les sinistres larges . . . 28

2.2 Le coût d'immobilisation du capital (CoC) et la valeur de notre portefeuille . . 30
2.2.1 Best estimate . . . 30
2.2.2 Taux d'actualisation . . . 32
2.2.3 La marge pour risque . . . 33
2.2.4 Le SCR . . . 35

3 Valeur future et projection de l'activité 39
3.1 La projection de l'activité . . . 39
3.1.1 Projection de l'inflation . . . 40
3.1.2 Projection de la prime future . . . 45
3.1.3 Projection du nombre de contrats futurs . . . 48
3.1.4 Projection des sinistres et ratios à l'ultime . . . 49
3.1.5 Projection des frais . . . 50

4 Application directe 53
4.1 Contexte . . . 53
4.1.1 Le portefeuille . . . 53
4.1.2 Les différents acheteurs et hypothèses de renouvellement . . . 54
4.2 Mise en place & résultats . . . 55
4.2.1 Modélisation de la valeur passée . . . 55
4.2.2 Modélisation des valeurs futures . . . 64
4.2.3 Étude de la sensibilité aux hypothèses . . . 74

Conclusion 77

Glossaire 79

Bibliographie 82

A Annexes 83
A.1 Méthode de Bornhuetter Ferguson et méthode du Burning Cost . . . 83
A.2 La courbe des taux sans risque au 31.12.2018 et les taux forwards projettés . . 85
A.3 Modules du SCR avec la formule standard . . . 86
A.4 Marge pour risque : simplification . . . 87
A.5 Modèle de séries temporelles pour le *rate change* . . . 88

Introduction

Depuis quelques années, les fusions acquisitions dans les assurances sont reparties à la hausse. En effet, la croissance est toujours faible dans ce secteur et les réductions de coûts ont des limites. Le bilan des grandes compagnies est quant à lui plus solide, les assureurs se tournent naturellement vers des opérations de croissance externe. C'est là qu'entrent en jeu les fusions acquisitions. On citera par exemple, le rachat récent de CHUBB par son concurrent ACE en 2015 pour 28 milliards de dollars.

La spécificité de ce marché est la durée des engagements qu'une entreprise a envers ses assurés, qui s'étendent de quelques mois à plusieurs dizaines d'années. Un acheteur acquiert une potentielle valeur future, mais s'engage aussi auprès des assurés en portefeuille. C'est pourquoi nous décomposerons notre modèle de valorisation en deux éléments : **la valeur passée** et **la valeur future**.

La valeur d'une entreprise d'assurance, et celle d'un portefeuille en particulier est au centre de toutes les préoccupations et a sa place au sein du management. Elle permet par exemple de savoir si l'achat d'une compagnie est susceptible de créer de la valeur, mais aussi de suivre son profil de risque ou la performance d'une ligne de business. Le prix proposé lors d'une acquisition doit satisfaire deux personnes : l'acquéreur et le vendeur. Le premier doit récupérer un montant supérieur à la valeur selon laquelle il estime son entreprise et l'acheteur qui souhaite rentabiliser l'argent investi, selon sa politique. Lorsqu'un accord est trouvé, on atteint un point d'équilibre.

Ce mémoire commencera donc par une introduction aux fusions acquisitions et à la valorisation dans le secteur de l'assurance. Nous aborderons ensuite la valeur passée, représentée comme la valeur de transfert des engagements d'un assureur à l'autre, puis la valeur future, associée à la valeur actuelle des résultats futurs selon le changement d'environnement ou de politique du nouvel assureur. Nous finirons par une application à un portefeuille CHUBB afin d'illustrer notre modèle.

Chapitre 1

Introduction et généralités

1.1 Les fusions acquisitions

1.1.1 Les objectifs de croissance des entreprises

Les entreprises ont pour but principal de maximiser la valeur de leurs actions. A ces fins-là, il existe différentes politiques de croissance. Celle-ci peut résulter d'un développement de l'activité suite à une **croissance interne** comme un investissement ou une levée de fonds ou une **croissance externe** telle qu'une opération de fusion acquisition. Généralement les entreprises de très grande taille utilisent des sources de croissances externes. Cela permet d'acquérir une entreprise (ou une part de celle-ci) qui existe déjà, la création de valeur est rapide avec un faible risque car on vise une entreprise dont le fonctionnement n'est plus à prouver.

1.1.2 Les différentes modalités de fusions et acquisitions

Au niveau juridique, on distingue les fusions, les scissions et les apports partiels d'actifs. Les fusions peuvent s'effectuer selon deux modes :

- **Fusion par absorption :** une ou plusieurs sociétés existantes disparaissent et sont absorbées par une autre société préexistante. Cette opération se traduit sur le plan comptable par une augmentation du capital pour la société absorbante et une dissolution de la ou des sociétés absorbantes.
- **Fusion par création d'une société nouvelle :** la fusion par constitution d'une société nouvelle consiste en la réunion de plusieurs sociétés qui disparaissent toutes pour donner naissance à une entité morale nouvelle, spécialement constituée à cet effet, et au sein de laquelle elles sont toutes absorbées.

1.1.3 Pourquoi les sociétés cherchent-elles à réaliser ce type d'opérations ?

1.1.3.1 Point de vue de l'acquéreur

Nous allons voir dans cette partie différents scénarios qui poussent les acheteurs à acquérir une société. En effet lorsqu'une compagnie cherche à en acquérir une autre, elle est déjà stable et pourrait facilement augmenter ses revenus par croissance interne. Mais plusieurs milliers de fusions se déroulent tous les ans, voici les principales raisons :

- On peut être face à une stratégie d'achat **offensive** avec les intentions suivantes :
  - Accroître son pouvoir de domination et d'influence pour acquérir une plus grosse part de marché ;
  - Capter des ressources spécifiques et avoir des équipes porteuses du savoir-faire qui permettront à l'entreprise de rester concurrentielle. Comme par exemple acquérir une nouvelle expertise, de nouvelles offres ou opportunités ;
  - Se développer et prendre position sur un nouveau marché.
- A l'opposé, on rencontrera des stratégies d'achat plutôt d'ordre **défensif** :
  - Consolider sa position dans un secteur et limiter les entrées sur le marché de potentiels concurrents ;
  - Entraver les actions d'un concurrent gênant ;
  - S'adapter aux évolutions technologiques et adjoindre aux avantages de l'innovation des avantages supplémentaires, liés notamment aux effets de taille ou à l'exploitation de synergies. Il est aussi possible de mettre en commun les capacités de R&D, en partageant ainsi les coûts élevés.

1.1.3.2 Point de vue du vendeur

Finalement, pour un acquéreur, la question de pourquoi le cédant veut vendre est très importante. Si quelqu'un veut vendre ou se débarrasser de sa compagnie, pourquoi vouloir l'acheter ? Les raisons qui poussent un cédant à vendre sont elles aussi très diverses, voici quelques exemples :

- Le départ en retraite du dirigeant est l'une des plus importantes, si personne de sa famille ne souhaite reprendre l'affaire à son tour, elle est vendue. De plus, quand le propriétaire meurt, les taxes à payer sont parfois tellement élevées qu'il est plus simple de vendre l'entreprise, d'autant plus si les héritiers ne souhaitent pas la reprendre derrière.
- Pour certains, ce peut être l'envie de changement. Loin du contexte des entreprises qui se transmettent de générations en générations, certains achètent des entreprises puis les revendent dans le but de faire une plus-value.

- En cas de forte croissance, on peut atteindre une taille ou une complexité élevée, le chef d'entreprise peut préférer laisser son entreprise croître et refuser d'être un frein, en la cédant.
- Le vendeur peut estimer que dans quelques années, l'affaire ne sera pas aussi rentable, et désire le vendre au moment où il peut maximiser son profit. C'est aussi le cas si un chef d'entreprise est averse au risque et souhaite vendre avant que son entreprise ne soit plus rentable.
- L'attrait d'une bonne offre, tout simplement.

1.1.4 Importance des fusions acquisitions pour les groupes d'assurances

1.1.4.1 Historiquement dans le monde des assurances

Tous les ans, des centaines de projets de fusions acquisitions sont étudiés. Même si certaines sont finalement des échecs, on peut citer de grosses opérations qui ont marqué l'histoire ;

- **AXA & UAP ;** En 1994, l'UAP (Union des Assurances de Paris) est privatisée. Le mardi 12 novembre 1996, AXA lance une offre publique d'achat sur l'UAP. Cette acquisition donne naissance à la première entreprise française par le chiffre d'affaires (313 milliards de francs) et au n° 1 mondial de l'assurance, particulièrement loin devant les AGF (Assurances Générales de France), classés à l'époque au 27e rang mondial. En 1999, les deux holdings UAP et AXA fusionnent : AXA-UAP devient AXA.
- **AGF & Allianz ;** Cette fusion a été un petit peu plus longue que celle d'AXA et UAP. Il y a eu dès 1997, un rapprochement des deux entreprises. En 2007, Allianz rachète les actions, possedant déjà plus de 58 % de celles-ci, ça change totalement les données boursières des AGF. Les AGF deviennent une filiale d'Allianz, ayant statut de SE, "Société Européenne". En 2009, AGF fusionne totalement avec Allianz sous le nom d'Allianz France.

1.1.4.2 La croissance de Chubb

Le groupe ACE, qui a pris aujourd'hui le nom de CHUBB est devenu un leader mondial de l'assurance grâce à des rachats. C'est un groupe qui utilise les fusions acquisitions pour croître, diversifier son activité et conquérir de nouveaux marchés (comme lors de sa dernière acquisition de CHUBB en 2016).

En 1985, le groupe ACE ne comptait que 6 employés dans ses bureaux aux Bermudes à Hamilton lors de la souscription de sa première police. Puis tout s'est enchaîné avec différentes acquisitions. La croissance du groupe est marquée par :

- Son entrée en bourse de NY en 1993 & Achat de Corporate Officers & Directors Assurance (CODA) ;

- En 1997, ACE débute ses activités en Europe et plus précisément en Irlande ;
- En 2002, le siège d'ACE European Group est établi à Londres puis en 2008, il est transféré à Zurich ;
- Lors de sa dernière opération en 2015, ACE acquiert CHUBB pour 28 milliards de dollars. Le groupe devient un des leaders de l'assurance de biens et de responsabilité civile pour les entreprises et pour les particuliers. Déjà présent dans 54 pays, ACE acquiert avec CHUBB une position d'autant plus importante aux USA, où ce dernier souscrit 76% du volume de ses primes, et est numéro 1 pour les risques dommages de particuliers aux USA.

Et maintenant ?

On ne sait pas encore quelle sera la prochaine opération de fusion acquisition mais chez CHUBB, une équipe de 5 personnes s'occupe d'analyser les différentes opportunités qui se présentent.
En moyenne, le nombre de transactions étudiées par année est légèrement en baisse. Il y a environ une opportunité qui se présente toutes les semaines, ce qui amène à survoler environ 50 opérations potentielles par an. Il s'avère que seulement une vingtaine sont réellement intéressants pour la compagnie puis finalement une dizaine arrive à l'étape de l'analyse plus précise, appelée Due Diligence que l'on verra plus tard. Seulement 2 sur 50 en moyenne par an aboutissent sur tous les dossiers qui auront pu être étudiés.

1.1.5 Les étapes d'un processus d'acquisition

La réalisation d'un processus de fusion-acquisition est composée de plusieurs étapes clés, allant de la préparation des données ou de l'analyse jusqu'à la signature. Ce processus s'étend sur plusieurs mois, la durée moyenne est de 10 mois. Nous allons donc revenir sur les principales étapes, qui sont les mêmes, vues de la position de vendeur ou d'acquéreur.

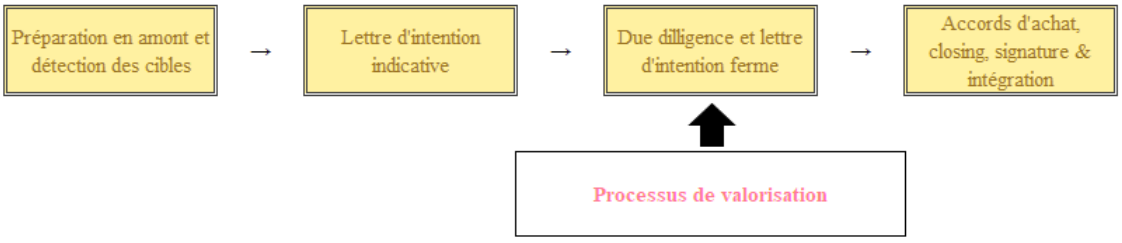


FIGURE 1.1 – Les principales étapes d'un processus de fusion acquisition

1.1.5.1 La préparation en amont et la détection des cibles

Avant tout, on a une étape de préparation, autant du côté de l'acheteur que du vendeur. Le vendeur va rendre son bilan visible et évaluer son entreprise. De son côté, l'acheteur va définir ses objectifs et identifier sa cible, c'est un choix qui découle directement des stratégies de fusions que l'entreprise aura choisi de développer. C'est **la détection des cibles et la mise en place d'objectifs financiers**.
L'entreprise va analyser « l'état de santé » de la cible, ses paramètres de localisation géographique, les contreparties possibles, etc. Il vient ensuite une **approche et entrée en discussion des deux dirigeants** afin de voir si une éventuelle transaction serait possible entre eux. C'est généralement l'acheteur qui va contacter sa cible en premier. S'il ne souhaite pas révéler son identité, il utilisera les services d'un banquier d'investissement, d'un consultant ou d'un avocat.

Si les deux parties sont d'accord pour échanger des informations, alors elles signent un **accord de non divulgation** (en anglais, *NDA, non disclosure agreement*). Elles doivent ensuite traiter toutes les informations et tous les échanges de façon confidentielle. En général la cible a plus de pouvoir de négociation au début de l'échange alors que l'acheteur, quant à lui, a un pouvoir plus important vers la fin. Généralement, on propose un prix « plus haut » qui est réduit au fur et à mesure des négociations, calculs de valorisations et des ajustements.

1.1.5.2 Lettres d'intentions et la Due Diligence

Une fois que les deux parties ont discuté et sont arrivées à un accord sur les termes généraux de la transaction, l'acheteur potentiel émet alors une **« lettre d'intention »**, *« non binging offer »* ou *« term sheet »* en anglais. Cette lettre est un résumé non contractuel des termes et qui peut éventuellement devenir un accord officiel ou une convention d'achat. La remise de cette lettre est aussi une façon pour l'acheteur d'obtenir l'exclusivité pendant la durée des négociations qui suivent. Même si cette lettre n'est pas un contrat, elle est souvent perçue comme un engagement moral, de plus le cédant est alors plus à même de fournir des informations. Il va de soi que la durée d'engagement de cette lettre est limitée.

L'étape d'après est la **due diligence**, jusque-là l'acheteur a développé une évaluation basée sur certaines informations fournies par le vendeur. La due diligence est le moment où l'acheteur potentiel peut analyser plus en détail cette acquisition et en évaluer le gain potentiel. C'est un processus très important et long qui se compose d'une liste de contrôles étendus. Cette étape peut être performé à différents moments de l'opération mais a souvent lieu avant une quelconque négociation de prix et avant une lettre d'intention ou un accord final. Tout le processus de valorisation a lieu à ce moment-là.

Si l'acquéreur potentiel, après le processus de due diligence et toutes les analyses de valorisation est toujours intéressé, on en arrive à la **remise d'une offre ferme**, ou *« binging offer »* en anglais.

1.1.5.3 L'accord d'achat, la signature, le closing et l'intégration

S'ils décident de continuer dans cette direction, on entame la phase de négociations d'accords finaux. La conclusion de cette phase est **« l'accord d'achat »**. Ce document décrira le prix, le processus d'acquisition, les conclusions sur les conditions suspensives et tout ce qui s'ensuit. L'accord d'achat définitif est ensuite rédigé par l'acquéreur (ou son mandataire) afin de tenir compte de tous les points retenus lors de la due diligence et qui peuvent inclure des garanties.

Une fois les accords trouvés, les deux acteurs de l'opération vont signer la transaction, c'est donc **la signature** ou *signing*. Vient ensuite **l'annonce** de la nouvelle fusion, et pour finir, **l'intégration** des deux compagnies. Ce dernier pas est une opération tout aussi longue, qui nécessite de mettre en place des équipe dédiées.

1.2 La Valorisation

1.2.1 Pourquoi valoriser ? Qu'est ce que la valorisation ?

La valorisation d'un élément est définie comme la détermination objective de sa valeur, ce qui signifie qu'elle ne tient pas compte des considérations subjectives ou encore affectives. Selon le cadre, on retrouve des définitions diverses, en économie cela correspond à la détermination d'un prix, en finance à la valeur d'un actif et en bourse à la détermination d'une cotation d'une action. Dans le secteur de l'assurance, la valorisation économique a désormais sa place au sein du management. Elle permet par exemple de savoir si l'achat d'une compagnie est susceptible de créer de la valeur, mais aussi de suivre son profil de risque ou la performance d'une ligne de business. Elle permet aussi d'optimiser les changements de stratégie de réassurance ou encore d'allocation du capital sur la valeur ou la rentabilité de cette ligne de business ou d'un portefeuille.

Évaluer n'est pas une science exacte, ce n'est pas une mesure quantitative. C'est un exercice complexe où il n'y a pas d'indicateur meilleur que d'autres à l'unanimité. Tout dépend de la situation, il est donc plus approprié de parler d'approximation financière de la valeur d'une entreprise, prenant en compte le résultat de différentes méthodes de valorisation. Les sources des données sont multiples et diverses (sectorielles, sociales, juridiques, technologiques ou comptables relatives à l'entreprise), autant que le nombre d'indicateurs existants.

1.2.2 Les méthodes financières de l'évaluation d'entreprise et leurs limites

Il existe des dizaines de façons de calculer la valeur d'une entreprise sur les marchés financiers, mais elles peuvent être classées selon trois approches ;

- Les méthodes dites patrimoniales : elles centrent l'évaluation sur l'évaluation des actifs. Cette méthode diffère des deux autres qui sont tournées vers les revenus de l'entreprise.
- La valeur immédiate des titres en vue de l'état actuel du marché. Ces méthodes sont dites analogiques ou comparatives (à d'autres entreprises similaires).
- La valeur actuelle des revenus que vont générer ces actifs à l'avenir. Ce sont des méthodes dynamiques ou analytiques ; elles font référence à l'avenir de l'entreprise à travers ses prévisions de croissance.

1.2.2.1 Les méthodes patrimoniales, basées sur le passé

Tout d'abord, le bilan comptable d'une entreprise dans sa définition est à lui seul une réponse à la question de la valeur de l'entreprise. Un bilan comptable est un document synthétisant l'actif, c'est-à-dire ce qui est possédé par l'entreprise, et le passif, les ressources de cette même entreprise. L'approche patrimoniale date des années 1950. Elle commence par une réévaluation des actifs incorporels, corporels et financiers. Cette réévaluation permet d'apprécier les actifs en valeur de marché.

Parmi ces méthodes on retrouve celle de l'Actif Net Réévalué : l'ANR. C'est un retraitement de l'information qui se traduit par la totalité des actifs réévalués après déduction du total des dettes.

Capitaux propres comptables
+/- retraitement des actifs
+/- retraitement des passifs
+/- incidence de la fiscalité latente
= Actif Net réévalué

Par ce processus, on aura substitué une valeur économique aux chiffres comptables. Certains éléments ne nécessitent pas de lissage de résultat, pour les autres, les différents retraitements possibles se séparent en plusieurs familles : les actifs incorporels ou corporels, les actifs financiers, les stocks et les passifs.

Intérêts et limites ;
Il y a certains avantages à cette méthode, elle est simple et transparente et on ne tient pas compte seulement du côté technique car on intègre les frais et dépenses associés à l'entreprise. Cependant, elle amène à réduire la valeur d'une entreprise à celle de son patrimoine. Elle est totalement tournée vers le passé et présente l'inconvénient d'ignorer la production de bénéfice(s), ni le potentiel d'avenir et donc de valeur future. Elle ne valorise pas non plus les actifs incorporels du bilan. Cette méthode nous semble donc bien limitée.

Par sa définition, c'est une vision statique, une photo et de l'entreprise à l'instant t, et non dynamique. Elle est totalement inadaptée aux entreprises avec une faible valeur patrimoniale mais avec une forte croissance car on obtiendra une faible valeur. Elle est plus adaptée aux les sociétés holding ou les sociétés foncières. On aura beau corriger les éléments du bilan autant que l'on veut, on aura toujours cet inconvénient.

1.2.2.2 Les méthodes analogiques et boursières, basées sur le présent

Ces méthodes, contrairement aux méthodes patrimoniales sont axées sur le résultat de l'entreprise et le rendement.

Approche boursière
Cette méthode est la plus simple ; la valeur d'une entreprise est déterminée par le prix auquel ses actions sont négociées.

$$Valeur \ = \ Nombre\, d'actions \times \ cours\, de\, l'action$$

Le nombre de parts se trouve facilement, il faut ensuite définir si l'on préfère prendre en compte une valeur unique ou une moyenne Sur plusieurs mois pour le cours de l'action. Tous les éléments nécessaires sont disponibles publiquement. Cependant, nous n'avons aucune idée de l'évolution de cette estimation à plus long terme qu'au moment présent et elle repose sur l'hypothèse que les marchés sont efficients et que le prix du marché représente une estimation non biaisée de la valeur réelle. On est ramené à un problème de valorisation car la valeur boursière est censée traduire la valeur de l'entreprise (et un calcul est ainsi réalisé par les analystes acheteurs/vendeurs de ces mêmes actions).

Approche comparative
En réalité, le prix de la plupart des actifs sont déterminés sur le marché par comparaison aux prix d'actifs similaires. Lors d'une évaluation rapide, la plupart des analystes utiliseront probablement les principes de l'évaluation relative. La valeur de la société A est déduite de la valeur d'une société comparable B ou d'un ensemble de sociétés comparables, un groupe de comparaison :

(Valeur de la compagnie A / Variable standardisée de la compagnie A) = (Valeur de la compagnie B / Variable standardisée de la compagnie B) = Mesure relative (Multiple)

La condition principale reste de trouver des entreprises comparables sur plusieurs plans tels que : le secteur d'activité, la zone géographique, la taille et croissance. En soi, il n'y a là aucune raison qu'une société ait une valeur très éloignée d'une similaire. Ces comparaisons peuvent être de deux types ;

- Les sociétés cotées, en effet une table de multiples boursiers est facilement accessible,
- Les sociétés cédées, avec la valeur de la cession d'une société similaire. Ce multiple est d'autant plus utile lorsque la société n'est pas cotée, ou lors de changements de contrôle avec synergies.

Il existe un très grand nombre de multiples, dont certains propres à un type de métier ou d'autres plus généraux, on en citera deux.

Les multiples de capitaux propres : la valeur d'un actif est liée aux flux de trésorerie qu'il génère. Le plus connu est le **PER** (Price Earnings Ratio) :

$$PER = \frac{Prix\ du\ marché\ de\ l'action}{Bénéfice\ net\ par\ action} = \frac{cours\ de\ l'action \times nombre\ d'actions}{Résultat\ net}$$

Il est communément utilisé pour estimer une durée de remboursement, le *payback ratio*. En effet, il exprime combien de bénéfices net sont nécessaire pour arriver au niveau de capitaux propres de l'entreprise.

Les multiples de l'actif économique
Les principaux multiples de l'actif économique sont :

- Le multiple du **résultat d'exploitation** = résultat d'exploitation (*EBIT = Earnings Before Interests and Taxes*) = Valeur de l'actif économique / résultat d'exploitation.
- Le multiple de **l'excédent brut d'exploitation** = excédent brut d'exploitation (*EBITDA = Earnings Before Interests, Taxes, Depreciation and Amortization*) = valeur de l'activité / excédent brut d'exploitation.

Intérêts et limites ;
Ces méthodes sont intuitives car résultent du marché actuel. Ces méthodes posent la question de l'horizon temporel utilisé et du choix des multiples employés. En effet, pour obtenir des multiples pertinents et valorisables, il faut trouver des entreprises effectivement comparables, et on se pose la question de la fiabilité de l'information. La méthode de valorisation par des transactions similaires ne permet pas de valoriser notre portefeuille quand il n'y a pas de sociétés comparables en bourse, ou dans les pays en développement par exemple.
Il y a beaucoup de situations particulières pour lesquelles il est difficile de trouver des sociétés comparables car chaque transaction a sa propre spécificité. Si on n'en trouve pas de comparable, il faut d'ores et déjà changer de méthode.

1.2.2.3 Les méthodes axées sur le futur

Le dernier type de méthode, arrivé dans les années 1970 est basé sur le résultat prévisionnel et donc sur l'avenir. Elle impose donc une analyse approfondie du développement futur de la société à valoriser. Une des raisons possibles pour acheter une compagnie peut être les cash flows qu'elle génère, ou encore ses dividendes. Le modèle *Discounted cash-Flow (DCF)* modélise les dividendes qui seront disponibles pour l'investisseur à la fin de chaque année. Cette formule a deux caractéristiques principales :

– La durée n ; on ne peut pas modéliser les dividendes reçus par l'actionnaire indéfiniment. On les calcule sur une durée donnée, en général entre 4 et 6 ans.

– Le taux d'actualisation K ; il tient compte à la fois de l'inflation et du risque. En effet, plus l'entreprise est stable, plus le taux est bas. K se situe généralement entre 15 et 20% pour des entreprises existantes rentables, en évolution lente ou modérée.

On calcule la valeur à l'aide de la formule suivante ;

$$\text{Valeur DCF} = \frac{C_1}{(1+K)} + \frac{C_2}{(1+K)^2} + ... + \frac{C_n}{(1+K)^n} + \frac{VF}{(1+K)^n}$$

On précisera que $C_1, ..., C_n$ représentent les cashflows des années 1 à n. On ajoutera à la fin notre valeur finale VF, calculée à l'aide de la méthode de Gordon Shapiro :

$$VF = \frac{C_{n+1}}{(K-g)}$$

où C_{n+1} est le cash-flow net et g la croissance annuelle de ce cash-flow après $(n+1)$ années, supposée constante.

Intérêts et limites ;
Cette méthode est bien plus utilisée que les autres qui permettent de vérifier que les résultats ne sont pas aberrants. Un des inconvénients de cette méthode est qu'il nous reste à estimer la valeur finale de l'entreprise et il faut aussi choisir un taux d'actualisation (un des termes négociés). Cette méthode est donc fortement dépendante des hypothèses choisies. Mais le problème de cette méthode est qu'elle n'est basée que sur les futurs estimés.

1.2.2.4 Synthèse, intérêts et limites de ces trois méthodes

Jusqu'à récemment, les assureurs se sont appuyés sur des méthodes telles que celles que nous avons présentées pour déterminer les valeurs des actifs et des engagements. Il est de plus en plus reconnu qu'elles ne prennent pas en compte certains éléments propres aux assurances.

On peut synthétiser nos trois méthodes à l'aide du tableau suivant ;

	Approche Patrimoniale	Approche des multiples	Approche DCF
Principe	- Approche rétrospective basée sur la valeur nette comptable	- Méthode basée sur les multiples utilisées sur des activités similaires	- Détermination prospective de la valeur en projetant ses futurs dividendes remontés aux actionnaires
Avantages	- Simple et transparente	- Peu d'hypothèse et rapide et simple	- Consideration des profits futurs - justification théorique telle que la valeur d'un actif est déterminée par la valeur actuelle des flux attendus
Inconvénients	- non prise en compte de la nature long-terme de certains risques - ne considère pas les profits futurs	- Difficulté à trouver suffisamment de cas comparables	- Forte dépendances aux hypothèses formulées

FIGURE 1.2 – Tableau récapitulatif des méthodes de valorisation usuelles

La prise en compte du temps :

Ces trois méthodes ne renvoient pas à la même valeur temporelle dans leurs modèles de valorisation. Cette différence peut expliquer les différences de résultats. Dans le cadre de notre valorisation, nous cherchons à obtenir une méthode qui tient compte du passé comme du futur et non seulement un horizon temporel.

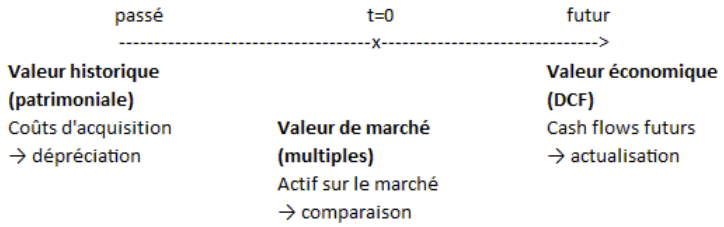


FIGURE 1.3 – Valeur et temps

Cependant, bien qu'insuffisante pour notre valorisation, ces méthodes fournissent de bons indicateurs et estimations à prendre en compte dans une négociation en complément de notre valorisation.

1.2.3 Spécificité du marché des assurances IARD

Les différents indicateurs abordés dans la partie précédente ne sont pas forcément adaptés à l'assurance, qui comporte quelques spécificités, nous allons en expliciter quelques unes.

1.2.3.1 Le cycle inversé de production et les engagements à très long terme des assureurs

Le plus connu, et le plus important reste le cycle inversé de production. Dans un système de transaction classique, le prix d'achat est connu et payé avant le prix de vente. Les entreprises fixent le prix de vente au regard de son prix de revient.
Pour les assurances, l'inversion du cycle économique entraîne l'encaissement des primes (prix de vente) avant de savoir combien on va devoir payer pour le « service rendu » (le prix d'achat). Il existe aussi un décalage entre la survenance du sinistre, générateur du paiement et le règlement effectif. Il peut y avoir quelques mois ou quelques années avant qu'un sinistre soit clos.

1.2.3.2 Les imperfections du marché

Les imperfections du marché entraînent des asymétries d'information, l'existence d'aléa moral, de sélection adverse,.. tous ces éléments justifient l'existence de régulations aux échelles nationales et même continentales.

1.2.3.3 La dépendance à l'environnement légal et macro-économique

Outre les aspects économiques du transfert de risque, tout contrat d'assurance comporte également des aspects juridiques. La nature "long terme" de l'assurance dépend surtout de certains passifs.
Pour les mêmes raisons, plus le délai de ce processus est long plus les résultats vont dépendre de variables macro-économiques tels que l'inflation, les taux d'intérêts ou encore les marchés boursiers. Il faut donc pouvoir tenir compte des potentielles décisions judiciaires futures ou évolutions du marché.

1.2.3.4 Les exigences légales en terme de solvabilité et Solvabilité II

Suite à tous ces éléments, les exigences légales en matière de solvabilité doivent être pleinement prises en compte dans le processus d'évaluation. Ainsi, la directive Européenne Solvabilité II (surnom de la Directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil du 25 novembre 2009) est une réforme réglementaire Européenne du monde de l'assurance. Elle est en action depuis le 1er janvier 2016.

Les grands objectifs de ce régime prudentiel :

- renforcer l'intégration du marché européen de l'assurance ;
- améliorer la protection des preneurs d'assurance et ayants droits ;
- renforcer la compétitivité des assureurs et réassureurs européens au niveau international ;
- promouvoir une meilleure réglementation.

Ne pas tenir compte de l'un ou l'autre de ces points dans une valorisation ou une projection peut donner lieu à des hypothèses trompeuses ou fausser complètement notre processus décisionnel.

1.3 La valeur de notre portefeuille

1.3.1 La méthode préconisée

De la partie précédente, on a pu observer que les méthodes traditionnelles de mesure de rentabilité et les estimateurs classiques sont en réalité insuffisants afin d'estimer la valeur réelle d'un portefeuille d'assurance IARD. **Nous souhaitons valoriser notre portefeuille et chercher quelle est la valeur réelle qu'un acheteur pourrait en tirer ?**

Pour pallier les différentes limites abordées plus haut, le modèle que nous allons proposer se décompose ainsi :

- Les engagements passés et présents (les provisions pour sinistres, les dettes ...jusqu'à maintenant c'est-à-dire la date d'évaluation).
- Les engagements et profits futurs : en effet quand on acquiert une entreprise, au début, l'affaire va être dans la lancée précédente, on va donc chercher à valoriser cet élément. Puis la politique mise en place par le nouvel acquéreur va impacter les performances futures.

De plus, on cherche à mettre en place un indicateur qu'on va pouvoir mettre en place sur un portefeuille seulement et non sur toute mon entreprise. Si demain on souhaite acquérir un portefeuille d'une entreprise, ou si on veut connaître la valeur de notre portefeuille, on doit pouvoir le valoriser facilement. On peut aussi mettre en parallèle la valeur de notre portefeuille cette année par rapport à notre investissement ou on peut s'en servir comme outil de management avec l'évolution de cette valeur d'une année à l'autre.

1.3.2 Notre modèle

Les engagements passés

Lors de la cession d'un portefeuille d'assurance, le cédant a encore beaucoup d'engagements, liés à l'inversion du cycle de production et ainsi l'acquéreur devra payer des sinistres aux assurés. Les provisions du vendeur à cet effet, seront donc transférées à l'acheteur. Supposons qu'un assureur **A** transfère un portefeuille de contrat à **B**, **B** devra donc payer un certain montant aux assurés dans le futur. Quel montant doit donc fournir **A** pour que **B** accepte de reprendre les engagements liés au portefeuille ?

Nous décidons de nous placer dans le référentiel de Solvabilité II puisque nous nous plaçons en Europe. Ainsi **B** devra, en espérance verser un certain montant aux assurés, c'est le *best estimate* (la meilleure estimation de la valeur actuelle des versements futurs réalisés par l'assureur à l'assuré). Mais **B** devra également immobiliser des capitaux (qui correspondent aux engagements) afin de respecter les règles du régulateur. C'est une sécurité qui lui permettra d'absorber les chocs. Cette immobilisation a un coût, c'est ce qu'on appelle la marge pour risque (RM). Ainsi, **A** devra reverser à **B** ses provisions techniques, qui correspondent à la somme de notre best estimate et de notre marge pour risque. C'est donc la valeur de nos engagements passés.
Afin de ne prendre en compte que les engagements passés, nous modéliserons notre portefeuille en run-off.

Qu'est ce que le run-off ?

Le run-off ou liquidation de portefeuille consiste à gérer les sinistres survenus et potentiels de compagnies d'assurance ayant cessé de souscrire des polices dans une ou plusieurs branches.
L'arrêt de toute souscription d'affaires nouvelles sur un portefeuille de risques entraîne le traitement dans le temps, du stock des provisions techniques jusqu'à leur épuisement complet. En fonction de la branche, l'opération de run-off peut prendre plusieurs dizaines d'années. Pour les compagnies, l'objectif est de mener à terme leurs engagements à l'égard des assurés soit en les gérant eux-mêmes, soit en les confiant partiellement ou totalement à des tiers moyennant rémunération.

Les résultats futurs

Il n'y a pas trop de paramètres variables dans le cadre de la valeur passée, il est surtout question d'estimer au plus juste nos engagements avec diverses méthodes de provisionnement. Pour la valeur future, il faut tenir compte de beaucoup d'hypothèses pour modéliser et estimer le futur.

La politique mise en place par l'acquéreur va impacter les résultats, ainsi selon les hypothèses choisies, la valeur sera différente et ça nous permettra d'observer la sensibilité aux hypothèses.
Tout comme pour notre valeur passée, on aura de longs engagements, et un capital immobilisé

en prévision ce qui a donc un coût. On représentera notre valeur future ainsi :

$$Valeur = Résultat\ futurs – RM$$

Nous allons chercher à calculer les résultats futurs de notre portefeuille comprenant notre portefeuille actuel et l'évolution que celui-ci peut avoir, tout en tenant compte de nouveaux contrats entrants. Cette mesure s'inspire de mesures utilisées en assurance Vie, telle que la *Value In Force (VIF)*, qui représente la valeur de notre portefeuille actuel, sans nouveau contrats et la *New business Value (NBV)*, qui correspondrait à la *VIF* des nouveaux entrants. On combinera les deux pour projeter notre portefeuille en un seul élément qui sera notre valeur future. Nous nous inspirons de ces concepts mais ils ne s'appliquent pas aussi facilement que dans le cadre de l'assurance vie. En effet, certains éléments diffèrent comme la duration par exemple.

Ce modèle est une projection intéressante car elle capture la rentabilité réelle de l'activité du portefeuille, diminuée des coûts nécessaires à l'exercice de l'activité d'assurance. On représente nos résultats ainsi ;

$$\text{Résultats futurs} = \sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1 + taux_t)^t}$$

où on aura ;

- T= notre horizon de projection
- R_t = notre résultat lors de l'année t

Le résultat de l'année t étant défini par :

$$R_t = primes_t - prestations_t - frais_t - Marge\ pour\ risque_t$$

$$R_t = Nombres\ de\ contrats_t \times (prime\ moyenne - prestations_t - frais_t) - RM_t$$

Où $prestations_t$ représente les sinistres payés à l'ultime pour l'année de souscription t et non seulement ceux payés lors de cette année. On calcule ensuite la valeur actuelle à l'aide d'un taux d'actualisation $taux_t$. Celui ci doit refléter le risque intrinsèque au portefeuille.

Remarque ; nous avons décidé de simplifier notre modèle en ne tenant pas compte du taux d'imposition ou des produits financiers que nous ne modéliserons pas dans le cadre de la valeur d'un portefeuille de contrats (contrairement à la valeur d'une entreprise). Nous projetons nos sinistres à l'ultime directement et nous ne tiendrons pas compte des boni-mali sur les variations de provisions techniques.

1.3.3 Les hypothèses principales

Afin de mettre en place notre modèle de projection, nous posons quelques hypothèses :

- Le déroulement de la cadence des sinistres déduit de nos méthode reste la même tout au long de la projection ;
- On estime que les réglementations en matière de solvabilité ne varient pas dans le temps, sur notre horizon ;
- Les primes sont toutes acquises au 1^{ier} janvier de chaque année. Nous n'aurons pas de prime pour provisions non acquise ou prime future à prendre en compte pour chaque année n.
- Nous ne tiendrons pas compte de la réassurance, cependant c'est un paramètre très important qui pourra être une piste d'amélioration dans l'avenir.

Notre horizon de projection ?
En théorie, on voudrait projeter nos résultats à l'infini pour avoir la valeur réelle de notre portefeuille. Cependant, on se basera sur un horizon de **5 ans**, car nos hypothèses auront peut être changé après cet horizon-là et ça n'aurait donc plus de sens de le projeter trop longtemps. On peut aussi imaginer qu'un investisseur achète notre portefeuille puis le revende quelques années après.

Remarque ; un entretien avec l'équipe de fusions acquisitions de CHUBB a permis d'échanger sur les principales difficultés auxquelles ils sont confrontés lors de valorisations ; l'estimation des réserves ainsi que la modélisation de la croissance du portefeuille et de la prime. Ces deux éléments sont pris en compte et détaillés dans notre modèle que nous présentons dès la page suivante ;

Chapitre 2

L'analyse des performances passées

2.1 Focus sur les sinistres et l'évaluation des provisions

Au bilan des assureurs non-vie, les provisions techniques représentent une part très importante, elles représentent 2/3 des passifs et les provisions de sinistres à elles mêmes représentent 50%. Les sinistres peuvent être à développement très long, ainsi la date de règlement et de clôture de sinistres peut varier, selon la date de déclaration du sinistre, son règlement ou la réouverture potentielle de celui-ci.

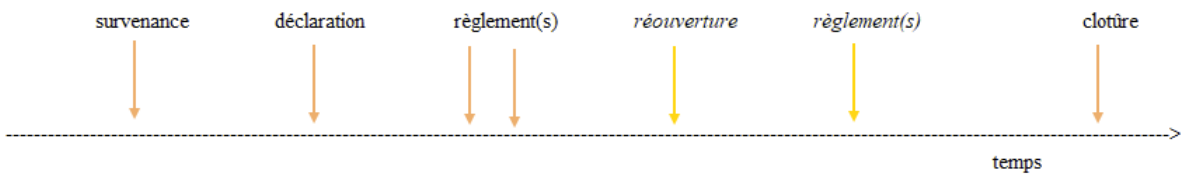


FIGURE 2.1 – Déroulement du règlement des sinistres

Remarque ; on distingue les "branches courtes" des "branches longues". Dans les branches à développement long, l'assureur peut voir des sinistres se déclarer longtemps après et le règlement est lui aussi long (comme les lignes de business "responsabilité civile" ou "construction"). Le terme de branche longue ou courte dépend donc de la nature du risque.

Nous allons présenter ici quelques méthodes statistiques pour le calcul des provisions, basées sur l'historique de sinistralité. Elles sont d'autant plus performantes que :

1. le passé était régulier ;
2. le présent et le futur sont structurellement peu différents du passé ;
3. la ligne de business considérée est peu volatile ;
4. les données sont nombreuses et fiables.

Dans le but d'évaluer nos provisions, nous passerons en revue les principales méthodes qui se divisent en deux types ; les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

2.1.1 Notations

Nous allons tout d'abord introduire quelques notations, on considère une branche dont les sinistres se dérouleront sur $(n+1)$ années,

- $X_{i,j}$: c'est le montant payé l'année j pour la $i^{ième}$ année de survenance.
- $C_{i,j}$: les paiements cumulés. Ainsi, on aura $C_{i,n}$, le paiement cumulé "final" après $(n+1)$ années de développement.

i,j	1	2	…	j	…	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	…	$C_{1,j}$	…	$C_{1,n}$
⋮	⋮		⋮			
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	…	$C_{i,j}$		
⋮	⋮					
n	$C_{n,1}$					

TABLE 2.1 – Triangle de liquidation des charges cumulées

Ainsi on peut lire ces triangles ainsi :

➥ les lignes correspondent aux années de survenance i ;

➥ les colonnes aux années de développement j ;

➥ les diagonales aux années calendaires $i+j-1$;

2.1.2 Méthodes de provisionnement déterministes

2.1.2.1 Méthode Chain-Ladder

La méthode Chain-Ladder, par sa simplicité et son intuitivité est certainement la méthode de provisionnement la plus simple et la plus utilisée par les compagnies d'assurance. Elle s'applique aux triangles des montants cumulés $C_{i,j}$, et suppose que les cadences de paiements dépendent de l'année de développement des sinistres. On peut l'écrire ainsi ;

$$C_{i,j+1} = f_j.C_{i,j} \text{ pour } j = (1, \ldots, n) \tag{2.1}$$

où f_j est le facteur de développement de j à $(j+1)$. La somme des montants futurs encore à effectuer correspond au montant total des provisions.

Cette méthode repose sur deux hypothèses fondamentales ;

- Pour $j = (1, ..., n)$ les facteurs de développement sont indépendants de l'année de survenance du sinistre. Sous cette hypothèse, on a :

$$\frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} = \frac{C_{2,j+1}}{C_{2,j}} = ... = \frac{C_{n-j-1,j+1}}{C_{n-j-1,j}}$$

- Les années de développement sont des variables explicatives du comportement des paiements futurs.

Ces deux hypothèses sont des hypothèses fortes dont nous présenterons les tests un peu plus tard. Dans la pratique, on estime les facteurs de développement f_j par la formule suivante ;

$$f_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \tag{2.2}$$

tel que $C_{i,j}$ comprend toute la charge qui se rapporte à l'année de survenance i et qui a été connu avant l'année de développement j.

On en déduit les évaluations des charges ultimes :

$$S_i = C_{i,n} = C_{i,n-i} f_{n-i} ... f_{n-1} = C_{i,n-i} \prod_{h=n-i}^{n-1} f_h \tag{2.3}$$

qui conduisent ensuite aux montants de provisions $R_i = S_i - C_{i,n-i}$, $(i = 1, ..., n)$ par exercice de survenance puis à la provision globale

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Validation du modèle Chain Ladder

Les hypothèses sous-jacentes à ce modèle doivent naturellement être validées. On peut noter que, hors toute modélisation stochastique, cette validation reste empirique.
Si, pour j fixé, il existe un paramètre f_j tel que $C_{i,j+1} = f_j.C_{i,j}$ pour $i = (0, ..., n-j-1)$, les $(n-j)$ couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=(0,...,n-j-1)}$ doivent être sensiblement alignés sur une droite passant par l'origine. La représentation graphique correspondante prend la dénomination de C-C plot.

Cependant la validation essentielle repose sur le triangle de développement, dit **d-triangle**, formé des facteurs individuels $F_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ pour $i + j \leq n - 1$.

L'hypothèse principale de ce modèle n'est acceptable que si, pour $j = (0, .., n-1)$, les éléments de la $j^{ème}$ colonne du d-triangle sont sensiblement constants. Si tel n'est pas le cas, son examen permet de faire des choix alternatifs de facteurs. L'examen du d-triangle permet de cibler en particulier des colonnes où apparaissent des valeurs extrêmes ou des structures non aléatoires (comme des tendances, ou *trends*, essentiellement ou des effets saisonniers pour des périodes mensuelles ou trimestrielles).

2.1.2.2 Variantes possibles de Chain Ladder

Il existe plusieurs variantes à cette méthode, toujours basées sur les triangles cumulés, on pourra en citer quelques unes ;

- **Méthode du d-triangle** ; en calculant les facteurs individuels, on évitera ainsi de donner trop de poids à une année avec une sinistralité atypique. De plus cette méthode peut nous permettre de lisser un facteur. Nous appliquerons cette méthode plus tard.
- **Méthodes Chain-ladder pondérées** ; on peut choisir de ne pas prendre le même facteur de développement de délai j, on pourrait les choisir comme une fonction des facteurs individuels $(f_{0,j}, \ldots, f_{n-j-1,j})$ de la $j^{ième}$ colonne du triangle. La plus simple serait une moyenne pondérée

  $$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{i,j} f_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{i,j}}$$

  où les pondérations $(w_{i,j})_{i=(0,...,n-j-1)}$ sont choisies par l'actuaire, selon les délais du triangle. Les choix standard sont les suivants :
  - moyenne : $f_j = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} f_{i,j}$,
  - moyenne des k derniers facteurs,
  - le dernier facteur : $f_j = f_{n-j-1,j}$,

- une pondération est possible pour faire jouer un rôle plus important aux années récentes, on prendra $w_{i,j} = i + j + 1$. Dans le cas où une colonne du d-triangle présente une tendance, croissante ou décroissante, il peut être utile d'intégrer cette tendance dans le modèle de régression.

◦ **Méthode London Chain** ; introduite en 1986, cette méthode suppose l'existence, pour j fixé, de paramètres f_j, a_j tels que :

$$C_{i,j+1} = f_j Ci, j + a_j \text{ pour } i = (0, \dots, n-j-1)$$

Ainsi, les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=(0,\dots,n-j-1)}$ sont sensiblement alignés. Le couple de paramètres (f_j, a_j) est déterminé par la méthode des moindres carrés ; en minimisant

$$\Delta_j = \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - a_j - f_j C_{i,j})^2$$

◦ **Méthode London Pivot** ; cette méthode est un intermédiaire entre la méthode London Chain et celle de Chain-Ladder standard. Elle permet de réduire le paramétrage de la modélisation London Chain et suppose l'existence d'un paramètre a tel que, pour $j = (0, \dots, n-1)$:

$$C_{i,j+1} + a = f_j.(C_{i,j} + a) \text{ pour } i = (0, \dots, n-j-1)$$

Le paramètre a est indépendant de j

D'autres méthodes déterministes basées sur les ratios (sur l'exposition, ou le loss ratio classique) et bien d'autres nous permettent de modéliser notre sinistralité ultime. Ces méthodes permettent d'estimer les réserves sinistres d'une façon relativement simple. Cependant elles sont sensibles aux variations des données observées, afin de mesurer cette incertitude, nous allons utiliser des méthodes de provisionnement stochastiques.

Remarque ; Le loss ratio est très répandu en assurance. Il se définit comme la charge sinistre que supporte l'assureur divisé par les cotisations qu'il perçoit de l'assuré. Il est aussi appelé "rapport S/P" pour "Sinistres/ Primes".

2.1.3 Méthodes de provisionnement stochastiques

Tout comme les méthodes déterministes, il existe beaucoup de méthodes de provisionnement stochastiques. Nous ne les détaillerons pas toutes mais nous en présenterons deux puis nous comparerons leurs résultats. Ces deux méthodes sont la méthode de Mack et la méthode Bootstrap.

2.1.3.1 Méthode de Mack

Le modèle de Mack consiste en une variante stochastique de la méthode de Chain-Ladder. Ce modèle a été énoncé en 1993 puis généralisé en 1999. On retrouve les mêmes estimations de facteurs de développement mais il permet d'y ajouter des indicateurs de risque de prédiction déduit d'une hypothèse de volatilité au sein du triangle.

On suppose vérifiées les deux hypothèses suivantes ;

1. l'indépendance des exercices d'origine, tout comme dans le Chain Ladder classique
2. pour $j = (1, \ldots, n-1)$, il existe deux paramètres f_j et σ_j tel que pour $i = (1, \ldots, n)$ on ait conditionnellement :

$$E(C_{i,j+1}|C_{i,1}) = f_j.C_{i,j}$$

Ce qui signifie que notre espérance conditionnelle est liée à notre observation à un facteur explicatif près. Ainsi que :

$$Var(C_{i,j+1}|C_{i,1}) = \sigma_j.C_{i,j}$$

Sous ces deux hypothèses on a le modèle suivant ; pour tout $(i, j) = (1, \ldots, n)$

$$E(C_{i,j+1}) = f_j.E(C_{i,j})$$

Comment estime t-on nos paramètres et quel est notre intervalle de confiance ?

Les estimations des facteurs $\widehat{f_j}$ sont sans biais et non correlés. L'absence de biais se transmet aux facteurs calculés, ainsi notre estimation de provision $\widehat{R}_i$ est sans biais. Puisque $\widehat{R}_i = \widehat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}$ et $R_i = C_{i,n} - C_{i,n-i}$.

On calcule l'estimation de notre erreur de prédiction à l'aide de l'erreur quadratique moyenne ; MSEP (*Mean Squared Error of Prediction*), conditionnellement au triangle $T = \{C_{i,j} : i + j \leq n + 1\}$,

$$MSEP(R_i) = MSEP(C_i) = E[(R_i - \widehat{R}_i)^2|T] = E[(C_{i,n} - \widehat{C}_{i,n})^2|T]$$

Ici, seule $C_{i,n}$ est aléatoire. On en déduit deux éléments ; notre erreur de processus, qui représente la variabilité autour de la moyenne, due au processus stochastique et qui ne peut être supprimée. Notre seconde erreur est notre erreur d'estimation qui provient de l'incertitude que l'on fait des paramètres qui nous servent à estimer $\widehat{C}_{i,n}$

$$MSEP(\widehat{C}_{i,n}) = Var(C_{i,n}|T) + [E(C_{i,n}|T) - \widehat{C}_{i,n}]^2$$

Sous les hypothèses précédentes, Mack propose les estimations suivantes :

$$\widehat{MSEP}(\widehat{R}_i) = \widehat{C}_{i,n}^2 \sum_{n-i+1}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\widehat{f}_j^2} \left[\frac{1}{\widehat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right]$$

ainsi que l'estimation de $MSEP(\widehat{R})$

$$\widehat{MSEP}(\widehat{R}) = \sum_{i=2}^{n} \left[\widehat{MSEP}(\widehat{R}_i) + \widehat{C}_{i,n} \left(\sum_{k=i+1}^{n} \widehat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{2\widehat{\sigma}_j^2}{\widehat{f}_j^2 \sum_{h=1}^{n-j} C_{h,j}} \right]$$

Où $\widehat{\sigma}_j^2$ est un estimateur sans biais de σ_j^2. Cet estimateur compare les facteurs $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ du d-triangle aux facteurs communs $\widehat{f}_j$ donnés par la méthode chain ladder.

$$\begin{cases} \widehat{\sigma}_j^2 = \dfrac{1}{n-j-1} \displaystyle\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \widehat{f}_j \right)^2 \text{ pour } j \leqslant n-2 \\ \widehat{\sigma}_{n-1}^2 = min \left(\dfrac{\widehat{\sigma}_{n-2}^4}{\widehat{\sigma}_{n-3}^2}, \widehat{\sigma}_{n-2}^2, \widehat{\sigma}_{n-3}^2 \right) \text{ pour } j = n-1 \end{cases} \tag{2.4}$$

2.1.3.2 Le bootstrap

La méthode boostrap est une méthode de simulation basée sur le réechantillonage des données, avec un tirage aléatoire avec remise qui consiste à simuler de nombreux échantillons de même taille. Contrairement à la méthode de Mack, elle nous permet de calculer nos quantiles, et la distribution des provisions.

L'utilisation de cette méthode repose sur l'hypothèse que les éléments composant l'échantillon soient indépendants et identiquement distribués *(iid)*. En réalité, ce n'est généralement pas le cas. Nous allons donc avoir recours aux résidus du modèle, nous utiliserons les résidus de Pearson, car ils sont normalisés et plus simples à calculer.

Les différentes étapes de cette procédure sont :

1. Par la méthode de Chain-Ladder, on estime nos facteurs de développement f_j,
2. On complète le triangle inférieur à partir de ces facteurs,
3. On calcule notre triangle incrémental : $X_{i,0} = C_{i,0}$ et pour $j = (1, ..., n)$, $X_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1}$,
4. On recalcule le triangle supérieur "théorique", à partir des développements en partant de notre dernière observation. On obtient nos paiements cumulés estimés $\widehat{C}_{i,j}$ du triangle superieur, puis nos incréments estimés pour la partie supérieure $\widehat{X}_{i,j}$,
5. On calcule nos résidus de Pearson de la partie supérieure, qui correspondent à

$$r_{i,j} = \frac{X_{i,j} - \mu_{i,j}}{\sqrt{Var(\mu_{i,j})}}$$

Ici $Var(\mu_{i,j})$ est la variance de la distribution. Cette distribution est habituellement une distribution de poisson. Pour pouvoir comparer les résultats avec d'autres méthodes analytiques, il est nécessaire d'ajuster nos résidus afin de corriger le biais ; $r_{i,j} = \sqrt{\frac{N}{N-P}} r_{i,j}$ avec $N = \frac{n(n+1)}{2}$ le nombre de données et $P = 2n - 1$.

On réitère B fois les étapes suivantes ; *Il est conseillé de choisir un B supérieur à 2000 ou 3000.*

6. On procède à un ré-échantillonage avec remise des résidus : ainsi on obtient un nouveau triangle de résidus après ré-échantillonnage ; $r^*_{i,j}$
7. On reconstitue le triangle des incréments avec la formule suivante :

$$X^*_{i,j} = r^*_{i,j} \sqrt{Var(\mu_{i,j})} + \mu_{i,j}$$

On détermine alors un triangle des règlements issus du bootstrap et un montant des provisions issus de ce bootstrap (via la méthode de Chain-Ladder initialement)

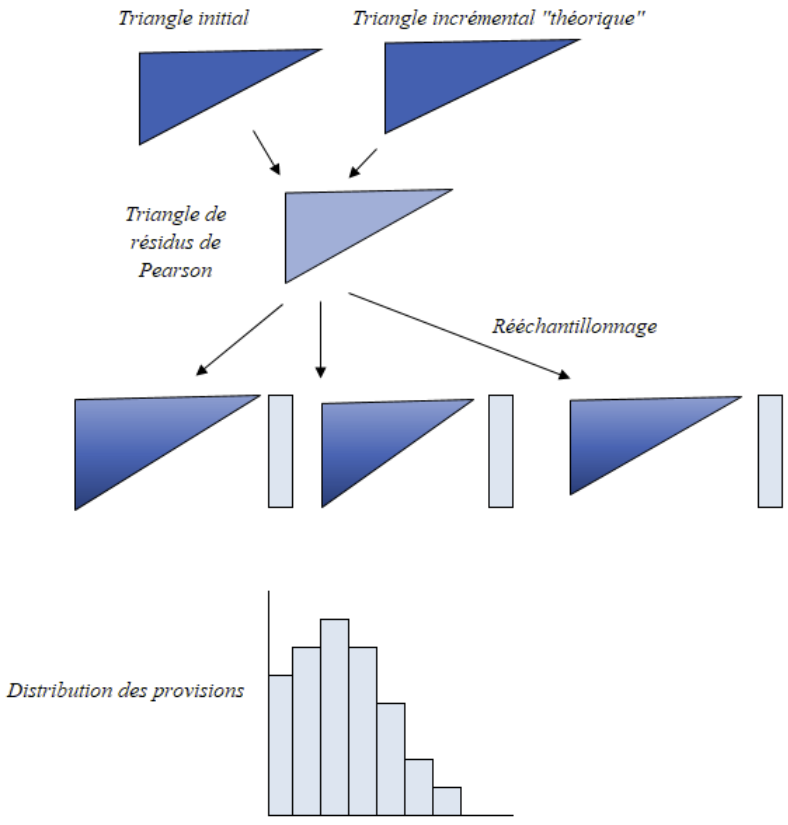


FIGURE 2.2 – Schéma des différentes étapes de la procédure Bootstrap

Cette méthode nous permet de calculer l'écart type de prédiction suivant, ainsi que des intervalles de confiances tels que :

$$SE(\hat{\mu}) = \sqrt{\frac{1}{B}\sum_{k=1}^{B}(\mu_k^* - \hat{\mu})^2}$$

où $\hat{\mu}$ désigne le montant de provisions et μ_k^* est la $k^{ième}$ estimation de μ.

Une intervalle de confiance $[a, b]$, du montant de réserve prédit est calculé tel que $P(a \leq$ Réserve $< b) = 1 - \alpha$, où α est le niveau de seuil d'erreur.
On utilise le théorème central limite pour approcher la loi des réserves par une loi normale. L'intervalle de confiance des réserves est :

$$IC = [\hat{\mu} - Z \times SE(\hat{\mu}); \hat{\mu} + Z \times SE(\hat{\mu})]$$

où $Z = 1,645$ pour $\alpha = 10\%$ soit un niveau de confiance de 90% et $Z = 1.96$ pour $\alpha = 5\%$.

2.1.4 Triangles de liquidation incomplets et notion de tail factor

Il est possible que les données contenues dans le triangle ne caractérisent pas le développement complet des sinistres, en effet supposer que la première ligne de notre triangle est close peut être une hypothèse un peu trop forte pour les branches à développement long. Ce qui signifie que nos sinistres ne sont pas totalement développés après la dernière année de développement n. Il est nécessaire d'estimer une queue de développement du triangle, appelée *"tail factor"*. Il existe plusieurs méthodes dans ce cas, en voici quelques-unes :

- **La méthode de Bondy**, a l'avantage d'être très simple car elle consiste à répéter le dernier facteur connu en le diminuant de 50% à chaque fois. Cependant, cette méthode a tendance à sous-estimer le développement et à générer des facteurs de queue plus courts que d'autres méthodes.
- **L'utilisation de données de marché**, si on manque de données, on peut se créer un *benchmark* avec les données de marché disponibles. Quand de bonnes données sont disponibles, c'est une méthode très simple et très pratique. Cependant, il faut pouvoir être sûrs que nos données de marché sont en parfaite adéquation avec notre portefeuille, et trouver des données historiques avec plus de développement que les nôtres.
- **La méthode d'extrapolation par un modèle paramétrique**, que nous allons détailler puis appliquer ;

Les facteurs $\widehat{f_j}$ sont directement extrapolés par l'utilisation de lois à deux paramètres qui permettent l'ajustement de facteurs de développement et donc ainsi l'estimation des facteurs pour les années allant au-delà de n. Les plus utilisées sont les fonctions exponentielles, weibull et la fonction puissance. On estimera nos paramètres a et b par une régression linéaire : On minimise les carrés des écarts aux facteurs empiriques. La plupart du temps, ce problème est du type moindres carrés non linéaire. Dans ce cas, le passage au log conduit souvent à la résolution

par moindres carrés ordinaires et a une solution explicite.

Fonctions	Définition	Régression
Exponentielle	$f(j) = 1 + a.exp(b.j)$	ln(f_j-1) vs. j
Weibull	$f(j) = \frac{1}{(1-exp(-a.j^b))}$	ln(-ln(1-$\frac{1}{f_j}$)) vs. ln(j)
Puissance	$f(j) = a^{b^j}$	ln(ln(f(j))) vs. j

TABLE 2.2 – Fonctions de développement usuelles

La qualité de l'ajustement de notre modèle s'évalue par notre coefficient de détermination R^2 ;

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{n}(\widehat{f}_j - f(j))^2}{\sum_{j=1}^{n}(\widehat{f}_j - \overline{f})^2}$$

Dans cette formule, $\overline{f}$ est la moyenne des facteurs $\widehat{f}_j$. Ce coefficient de détermination mesure à quel point le modèle colle à nos points réels, et donc la part expliquée par le modèle. Plus il est proche de 1, plus il est adéquat.

Le facteur de queue de développement $\widehat{f}_{ult}$ >1 est estimé par :

$$\widehat{f}_{ult} = \prod_{j \geq n} \widehat{f}_j$$

La charge ultime avec notre facteur de queue pour l'année i est alors estimée ainsi ;

$$\widehat{C}_{ult} = \widehat{C}_{i,n} \times \widehat{f}_{ult}$$

Aussi, si on souhaite atténuer les irrégularités de développement de notre triangle (que l'on soit en développement long ou court) on peut utiliser directement les paramètres estimés par notre fonction, pour la totalité du développement et non juste le facteur de queue.

Une **critique** faite à cette méthode est que les facteurs de développement vont tendre très rapidement vers 1. Alors qu'on va en réalité encore payer quelques sinistres dans une dizaine d'années, mais les montants seront négligeables. Il faut aussi noter que notre facteur de queue doit être concordant et reste le choix de l'actuaire, le jugement d'expert a donc une part importante dans l'estimation de nos sinistres.

2.1.5 Variante pour les sinistres larges

Afin d'améliorer la précision de notre estimation de nos montants ultimes et dans un souci de stabilité, nous choisissons de traiter séparément les sinistres récurrents, dit attritionels des sinistres larges. En effet, les sinistres larges sont moins fréquents, et peuvent avoir un impact

important sur nos facteurs de développements.
Notre seuil délimitant les sinistres larges sera de 500,000 euros. En effet, à partir de ce seuil les sinistres ont un développement différents et sont modélisés de façon spécifique, nous les traiterons à part.

On pourrait utiliser des données externes pour avoir une table de développement de référence pour nos sinistres larges puis l'appliquer à notre portefeuille. Nous choisirons plutôt de coupler notre approche Chain Ladder avec une méthode se rapprochant de la méthode de burning cost et de bornhuetter ferguson. Nous retrouverons le détail de ces deux méthodes en annexe.

Les étapes de notre méthode sont les suivantes :

1. Tout d'abord, nous calculons les facteurs de développement associés à nos triangles de sinistres larges à l'aide de la méthode de Chain Ladder.
2. Puis nous calculons notre taux de sinistralité estimé (en moyenne sur toutes les années, qui sera donc notre taux burning cost) à l'aide de la formule suivante :

$$Taux\ de\ sinistralité\ attendue = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i \times primes\ as\ if_i}{\sum_{i=1}^{n} primes\ as\ if_i}$$

   où

   - T_i est le taux pour l'année i,
   - $primes\ as\ if_i$ représente l'assiette de prime pour l'année i en base *as-if*. Cela permet d'avoir l'estimation d'un montant (de prime ou de sinistre), "comme si" c'était aujourd'hui.

3. On estime ensuite nos montants annuels à l'ultime, en utilisant à la fois notre taux de sinistralité attendue, notre montant annuel as-if, notre assiette de prime as-if et notre facteur de développement chain ladder :

$$Ult\ Large_i = sinistralité\ as\ if_i + Tx \times\ assiette\ de\ prime\ as\ if_i \times \left(1 - \frac{1}{FTU_i}\right)$$

   où

   - Tx est le taux de sinistralité attendue ;
   - FTU_i est le facteur de développement à l'ultime obtenu avec la méthode chain ladder pour l'année de survenance i.

4. On obtient ainsi deux montants de sinistralité annuelle. L'un calculé à l'aide de la méthode chain ladder et l'autre à l'aide de notre méthode explicitée ci-dessus. L'actuaire peut ainsi sélectionner selon les années les montants ultimes parmi les montants chain ladder, les montant de notre dernière méthode ou une moyenne des deux. En pratique, on utilisera les montants chain ladder pour les années les plus anciennes, puis une moyenne de nos deux méthodes et enfin les montants estimés avec notre méthode pour les années les plus récentes.

Cette méthode permet de ne pas donner trop de poids au développement de chain ladder pour les dernières années tout en laissant l'actuaire faire ses sélections selon sa connaissance du marché ou du portefeuille.

2.2 Le coût d'immobilisation du capital (CoC) et la valeur de notre portefeuille

Au cours de la partie précédente, nous avons estimé au plus juste les montants de sinistres que l'assureur est susceptible de payer sur la durée de ses engagements. La décomposition de notre sinistralité selon le type de sinistre nous a permis d'estimer au plus juste ces montants. Comme nous avons vu précédemment, la valeur de marché de ces engagements correspond à la valeur de ces flux de paiement actualisés (le best estimate) et le coût d'immobilisation de ce capital nécessaire (la marge pour risque).

2.2.1 Best estimate

La meilleure estimation, ou encore appelée *best estimate liabilities*, représente les flux de trésorerie futur actualisés et probabilisés de l'assureur, en valeur réelle.
La définition officielle fournie par l'autorité de contrôle est la suivante ; *"c'est la moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des flux futurs de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente"*.

On exprimera sa formule mathématique, pour la $i^{ième}$ année de survenance ainsi :

$$\text{BE}_i = \sum_{t=0} \frac{CF_{i,t}}{(1+tx_t)^t}$$

Où

$$CF_{i,t} = \text{Prestations}_{i,t} + \text{Frais généraux}_t - \text{Primes futures}_t$$

On rappelle que les prestations correspondent à nos montants de sinistres survenus l'année i et payé lors de l'année t. Les primes futures sont les primes non encaissées pour l'année i. On décomposera par la suite la partie afférente à la prime ainsi que celle afférente aux sinistres.

Les étapes d'évaluation du Best Estimate sont les suivantes ;

1. Estimer les charges ultimes par une méthode actuarielle ;
2. Déduire les cash flows par année future ;
3. Actualiser les cash flows futurs en utilisant la courbe de taux fournie (on détaillera cette étape dans la partie suivante) ;
4. Déduire le best estimate.

Nous n'intégrons pas de marge de prudence dans le calcul de notre best estimate, notre estimation doit être au plus juste possible.

2.2.1.1 Best estimate pour prime

Le best estimate pour prime concerne les engagements des sinistres parvenus après la date d'observation (ici le 31 décembre de l'année n), soit les sinistres qui résulteront de primes non acquises. Dans notre cas toutes les primes sont versées en début d'année, et sont déjà à la fois émises et acquises. Notre best estimate pour prime sera donc nul.

2.2.1.2 Best estimate pour sinistres

Dans notre cas, le best estimate reflète la valeur actuelle des flux probabales à notre date d'évaluation lors de l'année n. Ces flux probables sont les paiements en rapport aux engagements souscrits avant la fin de l'année n. Nous sommes dans une optique de run-off approché et la seule composante sera les flux sortants. Le run-off consiste en l'arrêt total de soucription sur un portefeuille et à la gestion de ses provisions techniques jusqu'à extinction des engagements. Nous définissons un run-off approché comme une modélisation "comme si" nous n'allions plus souscrire de contrats, ce qui n'est pas notre cas mais il est nécessaire de le modéliser ainsi pour obtenir la valeur et les engagements en t ou au moment d'un transfert.

On déduit le best estimate des règlements de charges futurs à l'aide de notre sinistralité ultime estimée précédemment et de notre cadence de règlements (déduit aussi des triangles). Comme pour notre estimation de montants ultime, nous avons deux cadences de règlements, une pour les sinistres attritionnels et une pour les larges, la somme de nos deux flux constitue notre best estimate.

Il convient de faire la distinction entre le best estimate brut et net de réassurance. Dans notre modèle, nous projetons nos performances sans réassurance. Nous ne distinguerons pas ces deux best estimates. La différence entre le best estimate brut et net correspond à la part des réassureurs dans les provisions techniques.Le calcul d'un BE à une date future nécessite la connaissance de la courbe des taux sans risque au moment du calcul. Nous avons notre courbe des taux sans risque au 31 décembre de l'année n, l'estimation de cette courbe pour les années à

partir de $n+1$ sera explicitée dans la partie suivante.

2.2.2 Taux d'actualisation

L'ensemble de nos flux entrants et sortants sont à actualiser à un taux sans risque afin de refléter la valeur du temps. Ils sont utilisés pour déprécier les flux futurs et en donner la valeur actuelle. L'actualisation de ces flux futurs se fait à partir de la courbe des taux sans risques fournie par l'EIOPA (*Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles*), nous utiliserons celle fournie au 31 décembre 2018 dont le détail est en annexe. L'actualisation des flux futurs doit être faite à la date de versement des flux. Il faudrait pour ça connaître la date annuelle moyenne et l'actualiser ainsi. Tous les paiements sont faits à des dates différentes. Tout comme les primes versées en début d'année, on émet l'hypothèse que nos sinistres sont réglés en milieu d'année et nous actualiserons à cette date. Une actualisation en fin d'année réduirait notre valeur du best estimate.

Cette courbe est construite par devise à partir des swaps de taux ajustés du risque de crédit. Ces points sont ensuite interpolés pour former la courbe des taux. La courbe de taux zéro-coupon, appelée taux spot contient beaucoup d'informations et nous permet de déduire de celle ci les taux d'intérêts de différentes échéances futures, appelés taux forwards.
Nous calculons nos taux forwards à l'aide de la formule suivante :

$$F(t_1,t_2) = \left(\frac{(1+r_2)^{d_2}}{(1+r_1)^{d_1}}\right)^{\frac{1}{d_2-d_1}} - 1$$

Avec

- $F(t_1,t_2)$: le taux forward sans risque entre t_1 et t_2
- r_1 : taux zéro coupon d'échéance t_1
- r_2 : taux zéro coupon d'échéance t_2
- d_1 : le nombre d'années entre la date initiale et l'échéance t_1
- d_2 : le nombre d'années entre la date initiale et l'échéance t_2

Pour construire la courbe de taux sans risque pour une année t_1 à partir d'une courbe sans risque donnée par l'EIOPA, on fixe t_1 et on fait varier t_2 entre (t_1+1) et la dernière année de notre courbe initiale.

Dans notre cas, afin de calculer nos best estimates futurs, nous souhaitons créer la courbe des taux forward au 31 décembre 2019, jusqu'à celle au 31 décembre 2023. Voici un graphique qui permet de comparer notre courbe de taux sans risques initiale au 31 décembre 2018 à nos courbes obtenues par cette méthode :

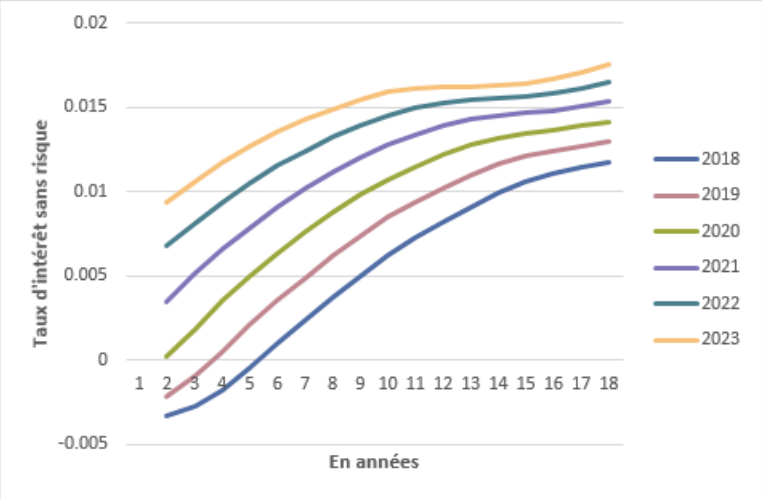


FIGURE 2.3 – Comparaison des courbes de taux sans risque

Avec cette méthode pour l'actualisation, on suppose que les taux zéro coupon estimés se réalisent. C'est une hypothèse très forte et la création d'un modèle de taux est une amélioration possible. Nous choisissons de ne pas développer plus cette idée ici et nous nous tiendrons à la courbe de l'EIOPA, ce qui est une recommandation de l'Institut des Actuaires, que l'on peut retrouver dans le *Manuel BEL Non vie*, publié en Avril 2016 par l'Institut des Actuaires.

2.2.3 La marge pour risque

2.2.3.1 Présentation

La marge pour risque (RM), appelé *Market Value Margin (MVM)* correspond au coût de portage des engagements. En effet, le régulateur exige que l'assureur détienne un certain montant de fonds propres parce qu'il porte des engagements dans le cadre de son activité. L'immobilisation de ce capital a un coût, c'est **la marge pour risque**. Pour ces raisons, un passif ne trouverait pas preneur au prix du best estimate seulement.
Le coût du capital (CoC) et la *Value at Risk* (*VaR*) sont les deux méthodes principales utilisées pour calculer la marge pour risque. Ici, son évaluation sera basée sur une approche coût du capital. Cette approche signifie que notre marge pour risque correspond, en d'autres mots au coût d'immobilisation des SCR futurs sur toute la durée de liquidation des engagements actuels, en modélisant en run-off pour chaque année.

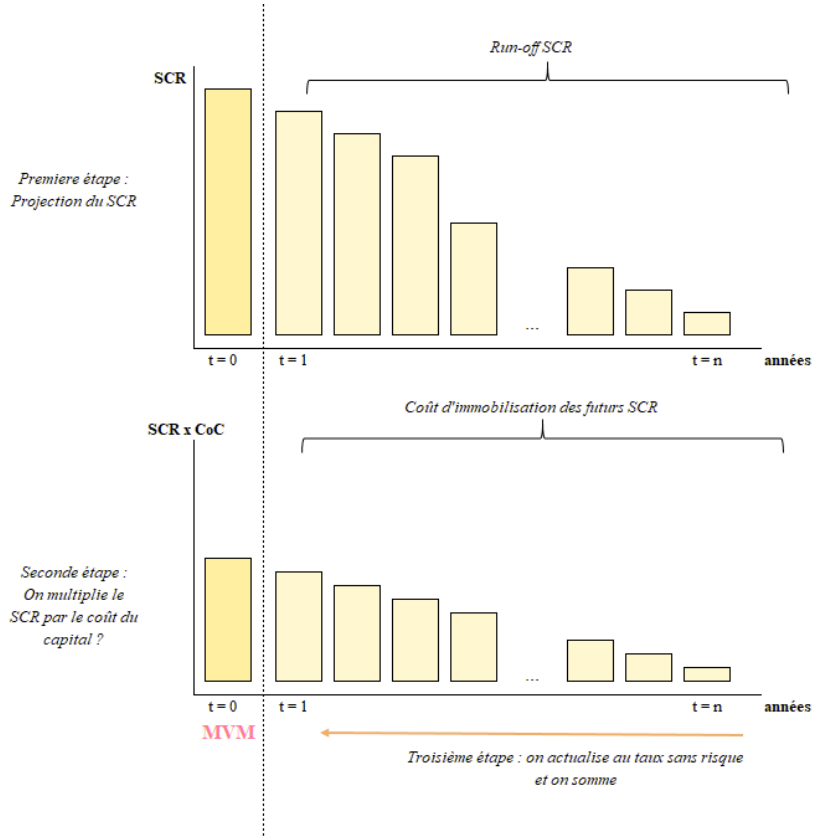


FIGURE 2.4 – Méthode de calcul de la marge pour risque sous Solvabilité II

Le calcul de cette marge est fondé sur la projection du capital de solvabilité requis sur chaque période, toujours dans le cas de notre portefeuille run-off. On va donc avoir une atténuation du risque au fil des années. La formule est donc la suivante :

$$\text{RM} = Coc \sum_{i \geq 0} \frac{SCR_{(i)}}{(1 + tx_i)^i}$$

Où ;

- $SCR_{(i)}$ représente le capital de solvabilité requis
- Pour le Coc, le but du régulateur est d'avoir un calcul de marge pour risque plutôt conservatrice et donc d'appliquer un coût du capital assez élevé tandis que les assureurs cherchent à obtenir le contraire afin de ne pas être trop pénalisés. On appliquera le taux fixé par le CEIOPS qui est de 6%

2.2.3.2 Méthodes de calcul

La principale difficulté de cette formule réside dans le calcul des SCR futurs. Le CEIOPS a proposé un ensemble de proxies applicables pour le calcul de la marge pour risque.
Il y en a 5, allant du plus complexe au plus simple :

1. Faire un calcul complet de tous les SCRs.
2. Approximer les sous-risques dans les sous-modules à considérer pour les calculs des SCRs futurs.
3. Approximer le SCR total par proportionnalité aux best estimates futurs. Nous détaillerons cette méthode ci-dessous.
4. Estimer les SCRs futurs "immédiatement" avec l'approche de la duration.
5. Approximer la marge pour risque en la définissant comme un pourcentage du best estimate.

Nous n'en utiliserons que un, la méthode 3 : **simplification par proportionnalité aux best estimates futurs**. Nous détaillerons les méthodes 4 et 5 en annexe.

Sous cette hypothèse, on suppose que les SCR futurs sont proportionnels aux *best estimate* futurs. Les SCR futurs sont calculés à l'aide de la formule suivante ;

$$SCR_t = \frac{SCR_0}{BE_0} \times BE_t$$

2.2.4 Le SCR

Le **Capital de Solvabilité Requis** (ou *Solvency capital required*) correspond au capital économique dont a besoin une entreprise d'asurance ou de réassurance pour limiter la probabilité de ruine à 0,5%, ce qui correspond à une occurence tous les 200 ans. C'est le capital qui permet d'absorber les pertes en cas d'imprévu et garantir aux assurés les versements prévus. Le SCR doit être calculé sur un horizon de 1 an, et doit donc être recalculé tous les ans ou dès que le profil de risque de la compagnie change. Le SCR peut être calculé de plusieurs méthodes ; soit par un modèle interne développé par l'assureur, soit par une formule standard calibrée uniformément sur le marché ou encore par une combinaison des deux.

2.2.4.1 Le modèle Interne

Le modèle interne peut être mis en place par toutes les sociétés d'assurances. Il doit être validé par les autorités de contrôle avant de pouvoir être utilisé. L'avantage qu'il présente est qu'il mesure au mieux les risques auxquels l'assureur fait face. L'inconvénient principal est qu'il représente des coûts supplémentaires importants, lors des étapes de recherche et développement du modèle et lors de la validation du modèle.

On peut résumer les avantages et inconvénients des deux modèles :

	Formule standard	Modèle interne
Faiblesses	Une perte en terme de fond propre et de compréhension de la dynamique d'évolution du profil de risque de la société	Coûts de développement et de maintenance élevés
Forces	Faibles investissements initiaux	Un profil de risque en adéquation avec le portefeuille, autorisant une économie en terme de fond propre significative et un pilotage de ces risques

FIGURE 2.5 – Modèle interne vs. Formule standard

2.2.4.2 La formule Standard

Dans le cadre de la formule standard, les paramètres et hypothèses pris en compte dans le cadre du calcul du SCR sont paramétrés afin de représenter la VaR à un horizon temporel d'un an avec un niveau de confiance de 99,5%.

La formule standard calcule le SCR à l'aide d'une approche modulaire. En théorie, l'organisme doit calculer la perte probable en cas d'évènements défavorables liés à une trentaine de facteur de risque.

On retrouvera les modules au complet en annexe, elle intègre les risque inévitables tels que ;

- **Le risque de souscription** ; on retrouve dans cette partie trois risques de souscription, vie, non-vie et santé. Nous détaillerons seulement la partie non-vie car les autres n'ont pas lieu d'être dans le cadre de la valorisation de notre portefeuille non vie. Il se décompose des sous modules suivants ;
  - Risque de tarification qui provient de l'impossibilité de prévoir avec exactitude le montant des sinistres futurs, les dépenses et volumes de pertes encourus peuvent être supérieurs aux primes perçues. Le risque de provisionnement résulte simplement de la sous-estimation potentielle lors du provisionnement pour sinistres.
  - Risque de rachat ou résiliation : ce sont les passifs sensibles à une variation du niveau ou de la volatilité des taux de résiliation.
  - Risque catastrophe : provenant d'évènements rares ou extrêmes insuffisamment couverts par le chargement (couvert par le risque de tarification et provisionnement).

- **Le risque de contrepartie** est un risque de défaut d'une contrepartie dans le cadre de réassurance, produits dérivés financier, intermédiaire ou tout autre exposition.
- **Le risque de marché** est composé des sous-modules suivants : taux d'intérêts, actions, immobilier, change, spread et concentration. Il est donc lié à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers.
- **Le risque opérationnel** résulte de procédures internes. Ce module permet de traiter les risques qui ne sont pas traités dans les autres modules. Il concerne toutes les activités.
- **Le risque actifs incorporels** ne concerne que les actifs incorporels exposés à deux types de risques : le risque de marché et le risque interne inhérent à la nature même de ces élément. Ils doivent être valorisés en valeur de marché.

Dans le cadre de notre portefeuille de contrats IARD, le risque le plus important est le risque de souscription. Le risque de rachat est quant à lui extrêmement faible, en effet en non-vie, il n'y a pas de rachats possibles mais plutôt de la résiliation et cela se joue au niveau annuel plutôt que pluri-annuel. Nous choisissons de nous concentrer sur le risque de souscription et son évaluation. Le calcul du SCR dans sa totalité pouvant constituer un sujet de mémoire, nous ne détaillerons pas tout le calcul et nous nous concentrerons sur le module de prime et de réserves.

2.2.4.3 Sous-module «risque de primes et de réserve en non-vie»

A l'échelle d'un portefeuille simplement, il est cependant plus approprié d'utiliser la formule standard que nous utiliserons. La mise en place d'un modèle interne est la méthode la plus approprié et est une amélioration qui pourra être apportée sur ce modèle et que chaque acheteur peut mettre en place et ainsi modéliser un montant de capital requis en adéquation avec le portefeuille (et les spécificités de chacun) et ne pas avoir de perte de fonds propres inutiles.
La formule liée au risque de souscription est fournie par la réglementation. L'exigence en capital associée à ce risque est simple et ne nécessite pas de simulations. Il est noté $SCR_{nl\ pr}$.

$$SCR_{nl\ pr} = 3.\sigma^{nl\ pr}.V^{nl\ pr}$$

où

- $\sigma^{nl\ pr}$ est l'écart type du risque de prime et de réserve ;
- $V^{nl\ pr}$ est la mesure du volume pour le risque de prime et de réserve.

Il est recommandé de faire ces calculs en regroupant les lignes d'activités par segment. Une table de correspondance est disponible, cependant dans notre cas nous valorisons un portefeuille d'un seul segment.

Mesure du volume pour le risque de primes et de réserves
Cette mesure tient compte du volume pour risque de prime V_{prem}, du volume pour risque de réserve V_{res} ainsi que le facteur de diversification géographique DIV.

$$V^{nl\ pr} = ((V_{prem} + V_{res}).(0,75 + 0,25.DIV))$$

Le volume pour risque de réserve V_{res} correspond simplement à notre best estimate des provisions pour sinistres à payer, et ce montant ne peut pas être négatif. Le volume pour risque de prime V_{prem} quant à lui dépend de plusieurs éléments :

$$V_{prem} = max[P, P_{passé}] + FP_{existantes} + FP_{futures}$$

Où P est une estimation des primes à acquérir dans les 12 mois à venir, $P_{passé}$ correspond aux primes acquises lors des 12 derniers mois, $FP_{existantes}$ représente la valeur actuelle des primes à acquérir après les 12 mois à venir pour les contrats existants et $FP_{futures}$ la valeur actuelle des primes à acquérir dont la date de comptabilisation initiale survient dans les 12 mois à venir.

Le facteur de diversification géographique se calcule ainsi ;

$$DIV = \frac{\sum_r (V_{res,r} + V_{prem,r})^2}{(\sum_r (V_{res,r} + V_{prem,r}))^2}$$

Où r représente la région et chacune des sommes couvre l'ensemble des régions géographiques. Dans notre cas, notre portefeuille est regroupé dans un seul pays, ce facteur sera donc égal à 1.

Remarque ; Cependant, le SCR se calcule généralement à l'échelle d'une compagnie et non d'un portefeuille. Ainsi, à l'échelle de la compagnie, si celle si a un portefeuille répartit géographiquement, notre SCR sera plus faible. Ainsi si notre acheteur a un portefeuille divers et varié, son SCR sera plus faible que celui que nous modélisons dans notre cas avec une seule région r et un seul segment s.

Écart type du risque de primes et de réserves ;
Cette mesure dépend du volume du risque de prime V_{prem}, du volume du risque de réserve V_{res}, du volume des deux combinés $V^{nl\ pr}$, de l'écart type du risque de réserve σ_{res} et de celui du risque de prime σ_{prem}.

$$\sigma^{nl\ pr} = \frac{1}{V^{nl\ pr}} \sqrt{\sum_{s,t} Corr_{s,t}.\sigma_s.V_s.\sigma_t.V_t}$$

L'écart type pour un segment donné s se calcule ainsi :

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma^2_{prem,s}.V^2_{prem,s} + \sigma_{prem,s}.V_{prem,s}.\sigma_{res,s}.V_{res,s} + \sigma^2_{res,s}.V^2_{res,s}}}{V_{res,s} + V_{prem,s}}$$

Les écarts-types pour le risque de prime et de réserves sont donnés par L'EIOPA, selon une approche par les risques. Ils dépendent eux aussi du segment d'activité.

Chapitre 3

Projection des performances futures

3.1 La projection de l'activité

Nous avons choisi d'estimer notre prime future et notre sinistralité future en fonction du nombre de contrats. Nous analyserons et projetterons ensuite la croissance des primes. Cette croissance peut venir de plusieurs effets. Le premier effet est la croissance générale due à l'inflation, une sur-croissance peut être due à des augmentations tarifaires de la compagnie. Ainsi, une analyse de la politique tarifaire passée et future de la compagnie permet de comprendre et prévoir les perspectives futures au sein du marché dans lequel elle évolue. L'analyse de la compagnie n'est pas indépendante de celle du marché et les deux doivent ainsi être analysés conjointement.

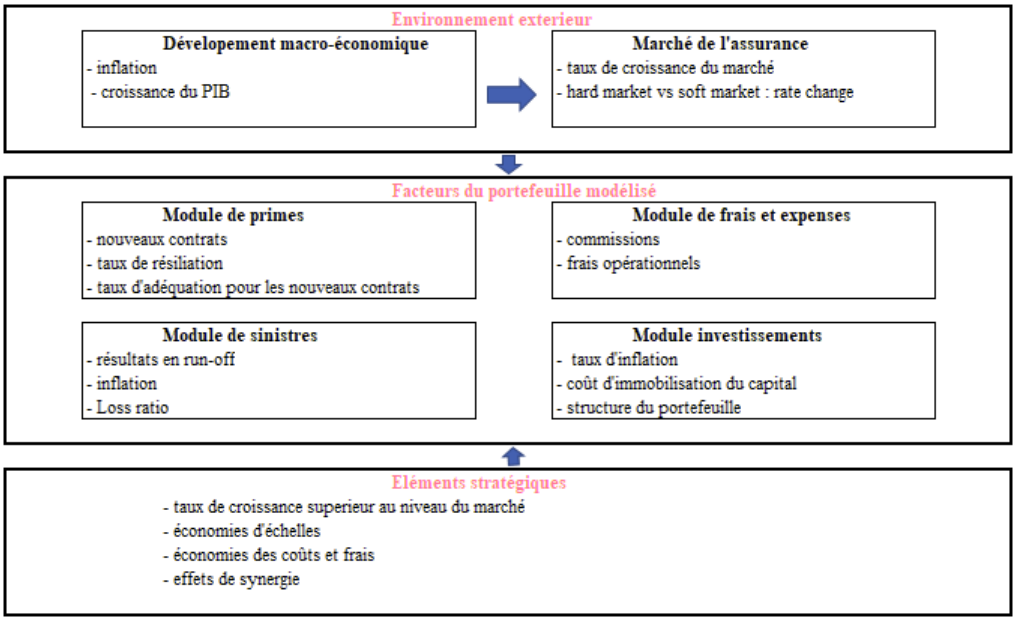


FIGURE 3.1 – Eléments intervenant dans la projection de l'activité future

Ainsi, les inputs du modèle seront l'inflation, le rate change, l'adéquation des taux et l'évolution du nombre de contrats. Nous allons les définir et les détailler dans la partie suivante.

3.1.1 Projection de l'inflation

Définition économique simplifiée ; l'inflation désigne une augmentation durable, générale, et auto-entretenue des prix des biens et des services. Cette variation peut aussi être négative et traduire une baisse durable des prix, c'est ce qu'on appelle la déflation.

Le CFO forum préconise la prise en compte de l'inflation dans les projections, dans notre cas nous avons placé l'inflation comme l'un des facteurs les plus importants dans notre modélisation. Cette modélisation doit être cohérente sur le long terme. En effet, une compagnie d'assurance établit ses engagements sur plusieurs années, et nous avons pris un horizon de projection de 5 ans (mais nous devons être capables de modéliser cette projection sur un horizon plus long).

Ici, nos primes ainsi que nos engagements seront valorisés avec l'inflation. Il est donc primordial de la mesurer le plus précisément possible. On distingue trois types d'inflation qui impactent notre portefeuille futur :

- **La sévérité** ; représente une augmentation du coût suite à une augmentation des montants des indemnisations.
- **La fréquence** ; on est ici face à une augmentation du nombre d'incidence de sinistres.

- **L'exposition au risque** ; au gré de la croissance des entreprises assurées, la valeur assurée de leurs biens fluctue, leur exposition au risque varie avec.

La combinaison de l'inflation sur la fréquence et la sévérité va directement impacter le montant total de sinistres que l'on va projeter, nous décidons de les modéliser séparément car les facteurs les influençant sont différents. L'inflation sur l'exposition va quant à elle impacter le montant de nos primes. La prime est indexée sur la valeur assurée ou sur la base d'exposition, on prendra par exemple le chiffre d'affaire, la masse salariale, la valeur des marchandises ou des bâtiments assurés. Il est donc nécessaire dans le cadre de notre projection de pouvoir à la fois les estimer pour la période passée mais aussi de les projeter sur notre période future.

Focus sur l'inflation sur l'exposition ; afin de modéliser notre inflation sur l'exposition, nous pouvons prendre comme référence la croissance de l'indice du **Produit Intérieur Brut (PIB)**, disponible sur le site de l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques). Il est aussi connu sous le nom de *Gross Domestic Product* en anglais. C'est l'indicateur le plus important pour capturer l'activité économique. En effet, il est la mesure standard de la valeur ajoutée créée grâce à la production de biens et de services dans un pays pendant une période donnée. Il mesure également le revenu généré par cette production. Nous pouvons le mesurer à l'échelle d'une zone géographique, ou même à l'échelle d'un pays.
L'OCDE fournit la tendance du PIB, et même à long terme. Par souci de cohérence, nous ne chercherons pas à modéliser les projections de cet indice mais nous utiliserons directement les projections disponibles.

FIGURE 3.2 – Projections de la variation de l'indice du PIB à l'échelle Européenne

De façon similaire, nous pouvons nous baser sur **le marché des matières premières** ou *World Bank Commodity price index* dont la projection est disponible sur le site *World Bank Group*. Cet indice est publié régulièrement et fournit une analyse du marché et des prix pour plusieurs groupes de matières premières. Avec la projection, il est ensuite aisé de modéliser la croissance.

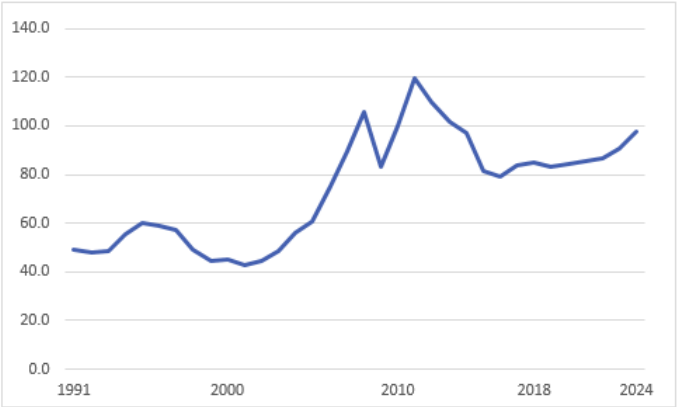


FIGURE 3.3 – Projections de l'évolution du marché des matières premières

Un autre indice connu et régulièrement utilisé est **la rémunération par employé** et sa projection, aussi connue sous le terme *Compensation per employee index*. Sa croissance est pour le moment linéaire et disponible sur le site de l'OCDE. Tout comme précédemment, il suffit de modéliser le pourcentage de variation depuis la dernière période pour modéliser l'évolution de la fréquence.

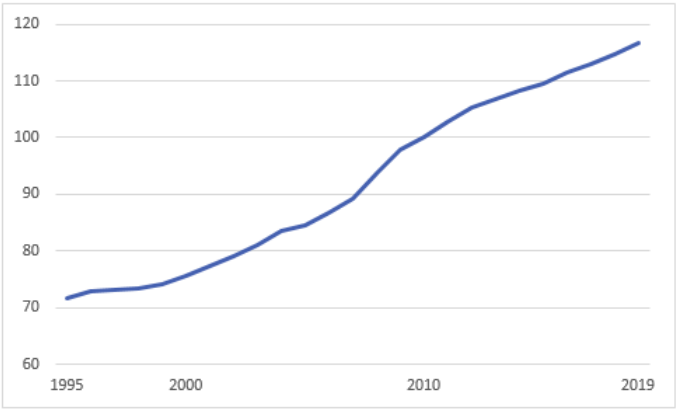


FIGURE 3.4 – Évolution de l'indice de rémunération par employé

Nous allons désormais projeter nos inflations sur la fréquence et sur la sévérité à l'aide de différentes méthodes.

3.1.1.1 L'inflation à l'aide de données internes

Mesurer avec précision l'inflation est une tâche complexe, dans cette première partie, nous présenterons la méthode que nous avons utilisée pour mesurer l'inflation à partir des données

collectées à partir de notre portefeuille. Ce sont les meilleures données à disposition pour projeter ce même portefeuille car elles sont comparables au fil des années. Ce choix représente tout de même une hypothèse forte liée au volume de données. En effet, si ce volume n'est pas suffisant on aura un manque de représentativité des indices construits et on ne captera pas l'inflation réelle. De plus, un portefeuille trop petit entraîne une instabilité des indices, les rendant inutilisables et non pertinents.
L'inflation est captée par deux indices sur notre portefeuille, un pour les sinistres attritionnels et un pour les sinistres larges. Il faudrait idéalement obtenir une mesure pour chaque type, mais nos données ne sont pas suffisantes, spécialement pour les sinistres larges. Notre analyse portera donc sur les sinistres attritionnels. Nous excluons aussi de notre analyse les sinistres nuls, qui pourraient fausser le montant de notre sinistre moyen.

Inflation sur la sévérité ;

Afin de mesurer l'inflation sur la sévérité, nous cherchons à obtenir le montant du sinistre moyen par année de survenance. Nous utiliserons les mesures suivantes :

- la moyenne, la médiane et les centiles d'une part.
- la moyenne tronquée, afin de ne pas prendre en compte les sinistres exceptionnels mais seulement les sinistres moyens. La moyenne tronquée est une mesure similaire à une moyenne arithmétique en éliminant les valeurs extrêmes.

Notre inflation sera supposée constante dans le temps, nous la mesurerons à l'aide d'une régression linéaire simple. L'avantage de cette méthode est qu'il est simple d'en mesurer la sensibilité.

Inflation sur la fréquence ;

Dans un second temps, nous allons modéliser l'inflation sur la fréquence avec un processus similaire. La fréquence mesure le nombre de sinistres déclarés sur un contrat (ou un ensemble de contrat) pour une durée égale à la durée d'observation. La fréquence annuelle se mesure donc ainsi ;

$$Fréquence = \frac{Nombre\ de\ sinistres\ observés\ sur\ la\ période}{Exposition\ au\ risque}$$

Ici notre exposition au risque correspond à notre prime annuelle, plus on a une assiette de prime élevée, plus on s'attend à de sinistres. En ramenant notre fréquence à notre exposition, on obtient un taux annuel qui pourra ensuite être appliqué à notre assiette de prime.
Tout comme la mesure sur la sévérité, il est simple d'en obtenir une inflation moyenne annuelle puis d'en mesurer la sensibilité.

Remarque ; On parle généralement de *fréquence* pour les risques attritionnels, mais plutôt de *période de retour* pour les risques atypiques. La période de retour se mesure ainsi : $\frac{1}{Fréquence}$

3.1.1.2 L'inflation à l'aide de données externes et le modèle de Vasicek

Les données utilisées ;
L'étude de l'inflation précédemment réalisé est basée sur un volume de données relativement petite étant donné que l'on considère une ligne de business en particulier. Afin d'avoir une base de comparaison, nous effectuons une deuxième étude d'inflation, mais en utilisons cette fois-ci des données externes.

Nous utiliserons cette fois encore des indices de références officiels. Selon la ligne de business valorisée, nous utiliserons une combinaisons de plusieurs indices tels que le **PIB**, l'indice FFB du coût de la construction calculé à partir du prix de revient d'un immeuble à Paris : **ICC FFB**, l'indice mesurant la variation entre chaque période de la rémunération par tête (***Compensation per employee***), ou encore la référence du prix des marchandises (***Commodity Price***). Toutes ces données sont disponibles par pays sur les sites de l'OCDE ou de la banque mondiale par exemple.

Le modèle de Vasicek ;
Afin de modéliser nos taux d'inflation futurs, nous allons utiliser un modèle de générateur de scénarios économiques. Le modèle d'*Ahlgrim* est un modèle de référence très populaire soutenu par deux grandes associations professionnelles d'actuariat. Ce modèle est un modèle général de projections de variables macro-économiques qui modélise en temps continue des variables telles que les taux d'inflation, les taux d'intérêts, les rendements des actions, les revenus de l'immobilier et bien d'autres.
Nous utiliserons ce modèle de référence afin de projeter notre inflation. Ainsi, la mesure de l'inflation en temps continu, notée q à la date t est supposée suivre un processus d'Ornstein-Uhlenbeck, appelé modèle de Vasicek :

$$dq_t = k_q(\mu_q - q_t)dt + \sigma_q dB_{q,t} \tag{3.1}$$

Soit après discrétisation on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta q_t = q_{t+1} - q_t &= k_q(\mu_q - q_t)\Delta_t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta_q} \\ q_{t+1} &= q_t + k_q(\mu_q - q_t)\Delta_t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta_q} \\ &= k_q \Delta_t . \mu_q + (1 - k_q \Delta_t).q_t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta_q} \end{aligned} \tag{3.2}$$

L'inflation pouvant être négative, ce modèle est donc approprié.

Avec cette dernière équation, on peut voir que le niveau attendu de l'inflation est une moyenne entre la valeur la plus récente de l'inflation q_t et la moyenne de l'inflation à long terme μ_q. La vitesse de retour à la moyenne est déterminé par le paramètre k_q. Nous utiliserons ce modèle sur un pas de un an, il est généralement utilisé avec un pas de temps plus petit, comme un mois mais en vue de des données disponibles, nous ferons notre projection avec un pas de

un an.
Dans le modèle continu, le premier terme à droite dans la formule (3.1) représente le temps de retour à la moyenne. Si le niveau d'inflation actuel q_t est supérieur à la moyenne à long terme μ_q, alors le premier terme est négatif. Donc la formule (3.1) prédit que le changement attendu dans l'inflation est négatif, c'est à dire qu'on s'attend à ce que l'inflation chute. Le second terme à droite de la formule représente l'incertitude du processus. Quant aux variations pour le mouvement brownien, est assimilé à un tirage d'une variable aléatoire normale normalisée représentée par ε_q dans notre formule (3.2). On peut estimer les paramètres de notre inflation en utilisant la régression suivante :

$$q_{t+1} = \alpha + \beta q_t + \varepsilon'_{q_t} \tag{3.3}$$

Puis on transforme les paramètres de notre régression :

$$\beta = 1 - k_q \Delta_t, \quad k_q = \frac{1-\beta}{\Delta_t}, \quad \alpha = k_q \mu_q \Delta_t, \text{ et } \mu_q = \frac{\alpha}{1-\beta} \tag{3.4}$$

3.1.2 Projection de la prime future

Les facteurs ayant un impact sur la prime modélisée sont divers. Comme mentionné plus tôt, nous retenons l'inflation comme premier facteur. L'inflation sur l'exposition étant la principale, nous utiliserons les projections fournies par l'OCDE. Les deux autres facteurs dont nous allons tenir compte sont le rate change et l'adéquation des taux.

3.1.2.1 L'adéquation des taux

L'adéquation des taux, ou *rate adequacy* en anglais, se définit par la formule suivante :

$$\text{Adéquation}_t = \frac{\text{prime réelle souscrite}}{\text{prime technique}}$$

La prime technique correspond à la prime calculée par l'actuaire tarification ou tout simplement la prime de référence la plus adéquate sur un compte, et la prime souscrite peut varier pour différentes raisons. Cette adéquation peut être mesurée par risque, par contrat ou même au niveau d'un portefeuille.
Pour des raisons commerciale, lorsque l'on souscrit un nouveau compte, on observe une adéquation des taux un peu plus faible. On considère que pour souscrire un compte le souscripteur baisse un peu le prix, pour des raisons commerciales, selon la tendance du marché et son jugement personnel. On estime donc qu'on a une adéquation du prix de 90% pour les nouveaux contrats par rapport aux renouvellement, ce qui entraîne un loss ratio plus important pour les nouveaux contrats.

Remarque; l'adéquation des taux est aussi utilisée à plusieurs niveaux; pour des décisions stratégiques, au niveau du management ou lors des choix par rapport au taux pour les souscripteurs.

3.1.2.2 Le *rate change*

Le *rate change* ne s'applique que pour les contrats déjà en portefeuille. En effet, il modélise la variation d'adéquation des taux d'une année sur l'autre tel que :

$$\text{Rate change}_t = \frac{\text{adéquation}_t}{\text{adéquation}_{t-1}} - 1$$

Ce taux nous permet de nous situer par rapport au cycle de souscription des assurances. Ce cycle est une fluctuation récurrente des primes et des profits d'assurance dans le temps. C'est une alternance entre le *soft market* définit comme une offre d'assurance abondante, avec des couvertures élargies et des primes à la baisse avec le *hard market* qui au contraire se caractérise par une offre restreinte, une couverture minimale et des primes à la hausse.

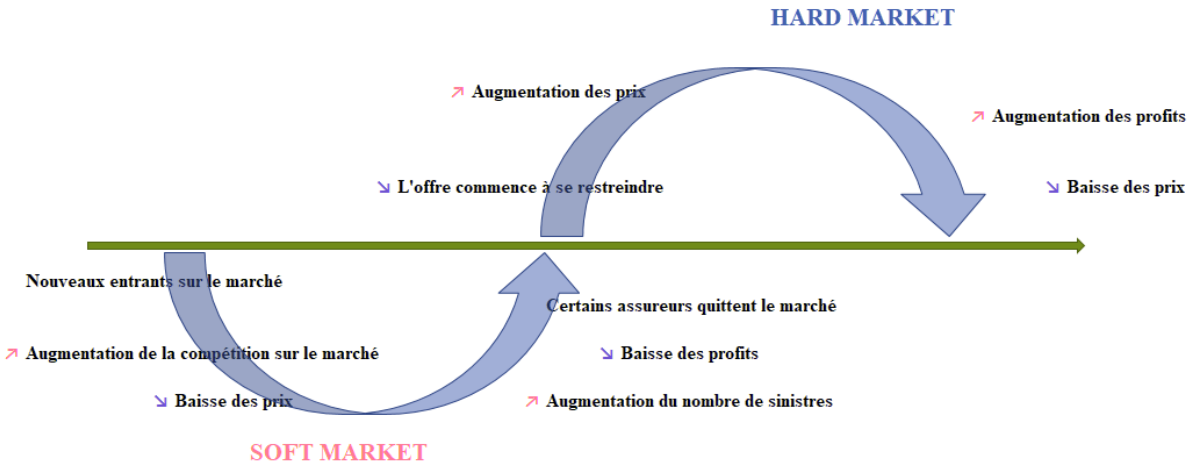


FIGURE 3.5 – Évolution du cycle de souscription dans le temps

En phase profitable, les assureurs sont optimistes et cherchent à avoir la plus grande part de marché. A l'opposé, lorsque les résultats se dégradent ils sont contraints de remonter les prix afin de garder un niveau de profitabilité acceptable. Un cycle commence lorsque les assureurs resserrent leurs critères de souscription et augmentent les primes après une période de pertes sévères. L'enjeu pour les assureurs est de détecter le plus tôt possible le changement de cycle afin d'en tirer profit.
L'évolution de l'adéquation des taux, le *rate change* nous permet de modéliser notre position par rapport à ce cycle. Les modèles de cycles de marchés sont très utilisés pour estimer le prix du marché attendu de l'année prochaine. Chaque assureur va ensuite se positionner par rapport au prix du marché attendu selon sa politique de souscription.

De nombreux auteurs ont étudiés la présence de cycle de souscription ainsi que leurs durées. On prendra comme exemple *Cummins et Outreville* qui en 1987 utilisent un modèle classique de séries temporelles. Ils utilisent un processus autorégressif d'ordre 2 et ont modélisé le cycle de marché en utilisant comme variable le résultat de souscription de l'année t. Les périodes des cycles varient entre 6 et 10 ans. De même, *C. Bruneau et N. Sghaier* (2008) estiment un processus autorégressif d'ordre 2 du taux de croissance de primes réelles et concluent aussi à la présence d'un cycle sur la période 1982-2005, d'une durée estimée à 7.27 années. Nous nous tiendrons à l'hypothèse que le cycle a une durée moyenne de 7.5 années. *Le détail du modèle de séries temporelle pourra être retrouvé en annexe.*

Remarque ; c'est aussi un élément clef de la gestion d'un portefeuille, cela nous permet de savoir si l'on exécute correctement notre stratégie. C'est une métrique pour le management pour comprendre l'état du marché actuel.

Afin de projeter l'évolution de notre cycle, nous utilisons le lissage exponentiel de Holt-Winters. L'idée du lissage exponentiel est de supposer que $X_t = L_t + U_t$ où U_t est un bruit indépendant et imprévisible. On suppose alors que $L_t = \alpha X_t + (1-\alpha)L_{t-1}$ où $\alpha \in (0,1)$ représente une constante de lissage. Cette variable permet de donner plus ou moins d'importance aux dernières réalisations par rapport à l'ensemble de la série. On parle de lissage pour moyenne mobile à poids exponentiel, en effet :

$$L_t = \alpha X_t + (1-\alpha)L_{t-1} = \alpha X_t + (1-\alpha)[\alpha X_{t-1} + (1-\alpha)L_{t-2}] = \dots$$

Lorsque l'on observe une tendance, on passe au lissage exponentiel double (lissage de Holt) ; l'extrapolation n'est plus horizontale mais poursuit une droite représentative. La prévision est établie ainsi pour un horizon h : $L_t(h) = a_t h + b_t$ où

- Le niveau est tel que $b_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(b_{t-1} + a_{t-1})$. C'est la moyenne pondérée (à l'aide du paramètre α) entre deux estimations de constante.
- La pente est elle aussi une moyenne pondérée entre deux estimations : $a_t = \gamma(b_t - b_{t-1}) + (1-\gamma)a_{t-1}$.

Et enfin dans notre cas, le lissage de Holt-Winters, nous intégrons un coefficient saisonnier δ. Nous approchons notre série ainsi : $L_t(h) = a_t h + b_t + s_{t+h}$ où s_t est la composante periodique de periode T. La pente et le niveau sont calculés comme précédemment dans la méthode Holt et on a $s_t = \delta(X_t - b_t) + (1 - \delta)s_{t-T}$.

On obtient donc une prime moyenne par contrat renouvelé et pour les nouveaux contrats. Nous allons désormais modéliser le nombre de contrats en portefeuille pour ensuite obtenir la prime annuelle.

3.1.3 Projection du nombre de contrats futurs

Dans certaines lignes de business, certains contrats peuvent se renouveler par *tacite reconduction*. C'est un mécanisme qui permet le renouvellement automatique d'un contrat à l'issu de son terme sans formalité particulière en l'absence de décision contraire des parties. Nous supposons qu'une partie de nos contrats est renouvelée par tacite reconduction, mais dans le cadre de l'assurance de grands comptes, ce n'est pas toujours le cas. On peut décomposer notre portefeuille ainsi :

- les assurés qui renouvellent leurs contrats, et restent en portefeuille. Cela signifie qu'une partie d'eux ne reste pas en portefeuille, ce qui induit un **taux de résiliation annuel** ;
- les assurés qui n'étaient pas dans notre portefeuille l'année précédente, ce qui induit un **taux de nouveaux entrants**.

Notre nombre de contrats par année t sera donc calculé ainsi ;

$$\text{Nombre de contrats } (t) = \text{Contrats renouvelés } (t) + \text{Nouveaux contrats}(t))$$

3.1.3.1 Taux de résiliation

Les raisons entrainant une résiliation peuvent être diverses, elles peuvent être à l'initiative de l'assureur, ou de l'assuré (meilleure offre de la concurrence, mécontentement, indexation tarifaire par l'assureur..) Le taux de résiliation annuel représente la proportion de contrats résiliés sur l'ensemble du portefeuille à la fin de l'année. Ce taux peut être assimilé à la probabilité que l'assureur perde le contrat. On le calculera de la façon suivante, pour toute année t ;

$$\text{Taux de résiliation } (t) = \frac{\text{Nombre de contrats résiliés } (t)}{\text{Nombres de contrats en portefeuille } (t-1)}$$

où

- le nombre de contrats résiliés correspond aux contrats résiliés lors de l'année t
- le nombre de contrats en portefeuille lors de l'année $t-1$, comprenant les résiliés (de l'année $(t-1)$)

On évaluera ce taux par année, sur nos années disponibles. Nous effectuerons une regression par la méthode des moindres carrés afin d'observer s'il existe une tendance dans notre échantillon, dont on tiendrait compte dans la projection du nombre futur de contrats. Afin de valider notre régression, on utilisera notre coefficient de détermination R^2 pour valider ou non la présence d'une tendance.

On calculera le nombre de contrats toujours en portefeuille grâçe à la formule suivante ;

$$\text{Nombre de contrats renouvelés}(t) = \text{Nombre de contrats}(t-1) \times (1 - \text{Taux de résiliation}(t))$$

Pistes d'améliorations...
Afin d'améliorer notre modèle, on pourrait s'interroger sur la possibilité d'inclure un modèle biométrique, comme un modèle de durée ou du machine learning comme les GLM ou randoms forest afin de modéliser un taux de résiliation. Les modèles courant tiennent compte des caractéristiques de l'assuré tels que l'âge, le sexe ou des données beaucoup plus précises que ce que nous avons à notre disposition.

3.1.3.2 Taux de nouveaux entrants

Le taux de nouveaux entrants annuel correspond au nombre de nouveaux contrats intégrants le portefeuille lors de l'année au regard du nombre de contrats composant le portefeuille.

$$\text{Taux de nouveaux entrants } (t) = \frac{\text{Nombre de nouveaux contrats } (t)}{\text{Nombres de contrats en portefeuille } (t)}$$

Tout comme le taux de nouveaux entrants, on regardera si on retrouve une tendance significative tout au long des années pour ce taux, ou si au contraire nous utiliserons un taux moyen. On appliquera notre taux dans notre projection de nouveaux contrats grâce à la formule suivante ;

$$\text{Nombre de nouveaux contrats}(t) =$$
$$\text{Nombre de contrats renouvelés}(t) \times \frac{\text{Taux de nouveaux entrants } (t)}{1 - \text{ Taux de nouveaux entrants } (t)}$$

3.1.4 Projection des sinistres et ratios à l'ultime

Une fois que nous avons modélisé nos projections de primes futures, nous nous concentrons sur les potentiels sinistres futurs. Notre modèle s'appuie sur la projection de la sinsistralité. Nous projetterons nos sinistres à l'aide du coût moyen (par contrat), qui sera une combinaison de la fréquence des sinistres et de leur sévérité. La méthode sera appliquée sur les sinistres attritionels et larges séparément.

A l'aide de nos données historiques, on évalue la sinistralité annuelle moyenne. Nous estimons ce montant moyen "comme si" il avait lieu au moment de l'évaluation. On en déduit ensuite le montant attritionnel moyen attendu par contrat par année. Une fois ce montant moyen estimé, on le projettera en le revalorisant tous les ans à l'aide de l'inflation projetée. La somme de nos sinistres attritionnels et larges nous donnera notre sinistralité totale, nous estimerons ainsi notre Loss Ratio annuel en divisant par la prime ultime. Notre ratio combiné sera obtenu en ajoutant aux sinistres les montants des frais.

3.1.5 Projection des frais

Nous distinguerons deux types de frais dans notre étude : les frais de commission et les frais de gestion. Nous allons tenir compte de l'évolution de la masse total des frais, estimés en pourcentage de la prime. Notre montant de frais total va être variable selon le nombre de contrats en portefeuille et de l'encours géré à ce moment. Ces frais font partie de la prime et sont donc à la charge de l'assuré.

3.1.5.1 Frais de commercialisation

Ce sont les commissions, qui sont en réalité des frais d'acquisition que CHUBB reverse aux courtiers qui nous apportent l'affaire, elles sont généralement exprimées en pourcentage de la prime. Lorsque une affaire est souscrite par canal direct, il n'y a donc pas de commission. Les taux de commissions sont fixés contractuellement et sont spécifiques à chaque produit. Ils peuvent parfois varier selon l'ancienneté de notre contrat, en général le taux est plus élevé lors de la première année de souscription.
Dans notre cas, le montant de commission par assuré et par année nous est détaillé, ce qui nous permet de déduire le taux moyen de commercialisation sur notre portefeuille s'il est régulier au fil des années.

3.1.5.2 Frais de gestion

Les frais de gestion sont propres au contrat considéré. Ils sont répartis en plusieurs catégories ;

- Les frais d'acquisitions, quand l'affaire est réalisée en direct, il n'y a pas de commission versée aux courtiers. Cependant, il y a des frais d'acquisitions tels que les frais commerciaux ou la publicité.
- Les frais d'émission du contrat.
- Les frais de gestion des sinistres et des provisions.
- Les frais de gestion des contrats.

Le montant des frais dépend de plusieurs facteurs comme le temps passé sur un contrat ou le nombre de sinistres. Ici, nous observerons les frais de gestion à l'échelle du portefeuille considéré, proportionnellement à son volume comme pour les frais de commercialisation. Il peut exister des frais exceptionnels, mais comme nous regardons le taux moyen, nous les ventilerons dans notre taux moyen.

Chapitre 4

Application à un portefeuille, intérêts & limites

4.1 Contexte

Dans cette dernière partie, nous allons appliquer notre modèle directement à un portefeuille de la compagnie CHUBB que nous souhaitons valoriser.

4.1.1 Le portefeuille

Par souci de confidentialité, nous ne donnerons pas la ligne d'assurance qui sera valorisée, ni le pays. Nous allons chercher à valoriser notre portefeuille en date du 31 décembre 2018. Nous utiliserons dans ce but les données suivantes :

- Nos triangles de développements de la sinistralité de 2008 à 2018. On préférera les triangles par "année d'accident" plutôt que par "année de souscription".
- Nos différentes polices en portefeuille, avec les montants de primes et de commissions par années (nécessaire pour déterminer le taux de nouveaux entrants ou de résiliations).
- Les taux de frais de gestion sur notre portefeuille.

Les données sont disponibles en dollar américain ou en monnaie locale. Nous choisirons de valoriser notre portefeuille en monnaie locale afin d'éviter les biais que pourraient créer le taux de change et les risques qui y sont associés.

Nos montants seront exprimés en milliers.

Les performances historiques à première vue..
Avant de valoriser notre portefeuille à l'aide de notre modèle, on observe rapidement la performance historique du portefeuille.

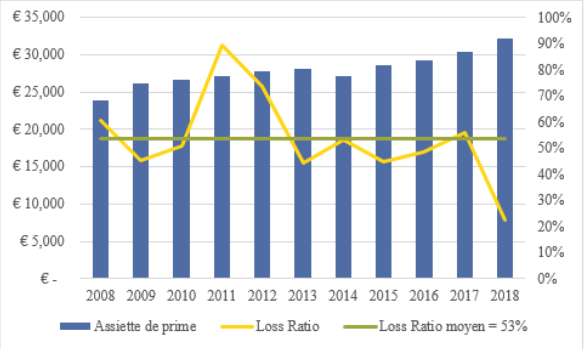


FIGURE 4.1 – Évolution de la prime et du loss ratio

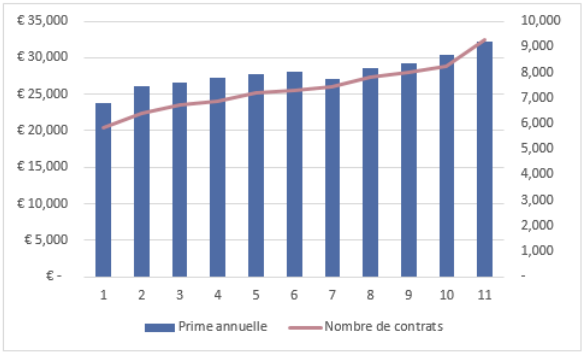


FIGURE 4.2 – Évolution de la prime et du nombre de contrats en portefeuille

On observe sur ces graphiques ci-dessus l'évolution de nos primes annuelles, du nombre de contrats en portefeuille et l'évolution du loss ratio. Nous l'utilisons juste comme première observation et mesure de notre portefeuille. A première vue, le portefeuille semble être en pleine croissance. Bien entendu, notre loss ratio n'est pas suffisant car les montants de sinistres ne sont pas définitifs, on ne peut donc pas se baser sur cette mesure pour valoriser notre portefeuille.

4.1.2 Les différents acheteurs et hypothèses de renouvellement

Dans les parties précédentes, nous avons vu que finalement la valeur du portefeuille passé n'était pas très variable. En cédant le portefeuille : l'assureur cède ses provisions techniques et la marge pour risque associée.

Nous allons comparer la valeur obtenue par notre acheteur selon son profil. Nous valoriserons notre portefeuille selon 3 profils d'acheteurs différents. Cette approche va aussi nous permettre de mesurer la sensibilité à nos hypothèses.

- **A - l'acheteur conservateur** : il s'agit de la stratégie la plus simple : nous allons simplement garder les hypothèses de renouvellement et de projection actuelles, comme si l'acheteur ne changeait rien. Ces hypothèses nous sont données avec l'analyse passée de notre portefeuille. C'est aussi la valeur que va estimer notre vendeur et qu'il va attendre.
- **B - l'acheteur dit agressif** : souhaite avoir à tout prix une part de marché importante. Il va racheter ce portefeuille, puis réduire les prix, réduire l'adéquation des taux et ainsi augmenter énormément le volume de primes et nombres de contrats. Il s'accroche en proposant un prix le plus faible possible. Avec cette stratégie, il faut être prudent afin

que ça n'impacte pas trop la solvabilité de la compagnie ni son profit. Son but est, in fine, d'augmenter ses prix une fois qu'il a atteint la part de marché souhaitée.

- **C - l'acheteur dit nettoyeur** : souhaite quant à lui avoir un portefeuille qui performe très bien, quitte à diminuer le nombre de contrats. Son taux de renouvellement sera moins élevé et son adéquation des taux sera d'au moins 100%. Parmi les nouveaux contrats, il ne renouvellera que ceux avec un loss ratio faible et celui ci diminuera au fil des années.

	Taux d'adéquation	Rate change	Taux de résiliation	Taux de nouveaux contrats	Sinistre moyen *(hors effet de l'inflation)*
A - Conservateur	=	=	=	=	=
B - Agressif	-	-	-	+	+
C - Nettoyeur	+	+	+	-	-

Légende	
	impact négatif
	impact positif
+	augmente
-	diminue

FIGURE 4.3 – Synthèse caractéristique des profils des acheteurs

On distingue les impacts sur le prix et sur les volumes. Selon le profil de l'acheteur, un impact sur le volume peut être positif ou négatif : si l'acheteur agressif augmente beaucoup son volume, ayant une plus faible adéquation des taux, il pourrait voir son ratio combiné augmenter.

4.2 Mise en place & résultats

Nous allons dans cette section appliquer le modèle que nous avons explicité dans les deux parties précédentes. Comme mentionné auparavant, le transfert en "juste valeur" de nos engagements passés correspond à notre best estimate et notre marge pour risque. Nous commencerons par notre valeur passée qui est de plus, nécessaire pour la projection de nos valeurs futures.

4.2.1 Modélisation de la valeur passée

4.2.1.1 Provisionnement des sinistres attritionnels

On applique les méthodes de provisionnement déterministes ou stochastiques sur nos triangles attritionels. Nous allons tout d'abord appliquer la méthode chain ladder sur le triangle de charges cumulés. Vérifions tout d'abord que les hypothèses sont validées :

Tout d'abord on rappelle que pour notre première hypothèse, les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ doivent être alignés sur une droite passant par l'origine, c'est vérifié pour les points $j = 1, 2, 3$. On observe ainsi que la tendance est correctement représentée car il existe une forte corrélation

entre les charges cumulées successives. Pour la première année, la dispersion autour de notre droite est plus importante mais reste acceptable.

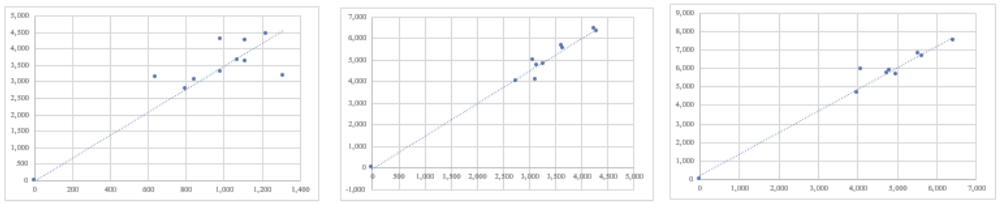


FIGURE 4.4 – Affichage des C-C plots et des droites contraintes passant par l'origine pour j=1,2,3

La deuxième vérification est représentée ci-dessous, on rappelle qu'elle consiste à vérifier que les éléments de la $j^{ième}$ colonne sont sensiblement constants. Sur les données brutes, les coefficients de passages sont les suivants :

Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Minimum	2.40	1.31	1.14	1.08	1.06	1.02	1.02	1.04	1.01
Maximum	4.87	1.62	1.45	1.22	1.12	1.06	1.09	1.10	1,06
Moyenne coefficients $F_{i,j}$	3.61	1.48	1.22	1.16	1.08	1.04	1.06	1.06	1.03
Écart type	0.66	0.08	0.09	0.05	0.02	0.015	0.03	0.03	0.03
Coefficient de variabilité	0.18	0.05	0.08	0.05	0.02	0.01	0.03	0.02	0.03

TABLE 4.1 – Coefficients de passage

Notre tableau permet de confirmer cette hypothèse du modèle chain ladder. Le coefficient de variabilité (correspondant à la moyenne sur l'écart type de chaque année) est un peu élevé pour la première année, mais elle décroît ensuite très rapidement et nos coefficients sont plutôt stables. Un test graphique nous permet une validation rapide aussi. On représente graphiquement les $j^{ième}$ colonnes du d-triangle :

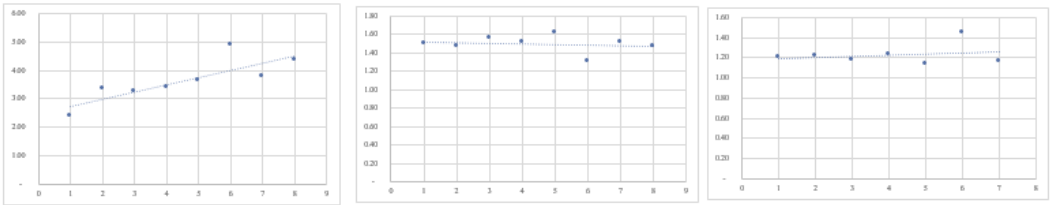


FIGURE 4.5 – Représentation graphique des $j^{ième}$ colonnes du d-triangles pour j=1,2,3

La méthode de chain ladder sera ici présentée comme méthode de référence. L'application des différentes méthodes présentées fournis les différents montants ci-dessous. On remarque

que ces montants sont tous extrêmement proches, on peut mesurer les écarts relatifs avec la méthode de chain ladder.

Méthode utilisée	Chain Ladder	d-triange	Mack	Bootstrap
Montant actuel des paiements	76,506	76,506	76,506	76,506
Montant à l'ultime	112,188	109,339	112,188	112,035
Montant des provisions	35,682	32,833	35,682	35,529
Ecarts avec la méthode Chain Ladder	0,00%	-2,50%	0,00%	-0,01%

TABLE 4.2 – Comparaison des montants de provisions selon les méthodes

Les méthodes stochastiques nous donnent des résultats très proches des méthodes déterministes et nous permettent de déterminer des paramètres complémentaires tels que l'erreur de provisions. *On rappelle que la méthode de Mack est une variante stochastique de la méthode de chain ladder, il est donc normal qu'elle fournisse les mêmes montants de provisions.*

Année	Montant de provisions	Estimation de l'erreur de provisions (en %)
2008	00.0	00.0%
2009	-63.2	-705.0%
2010	741.2	79.9%
2011	771.7	96.7%
2012	1,390.4	61.1%
2013	1,446.5	53.1%
2014	2,160.5	39.1%
2015	3,877.6	28.8%
2016	5,341.6	26.5%
2017	7,755.00	20.4%
2018	13,036.8	22.4%
Total	36,458.1	18.0%

TABLE 4.3 – Résultat de l'estimation d'erreur de provisions

Le pourcentage d'estimation de l'erreur de provisions est plus important pour les années les plus anciennes car les montants de provisions sont eux même très bas comparé aux autres montants. La première estimation d'erreur de -705% peut être qualifiée d'aberrante. L'estimation de l'erreur de provision totale est quant à elle de 18% ce qui est très correct. Pour les montants importants, plus récents avec plus d'incertitude, notre erreur de provisions est estimée à 20%. La méthode bootstrap nous fournit un montant de provisions assez proche avec un écart négligeable car de seulement -0.01% et nous permet d'observer graphiquement la distribution des provisions :

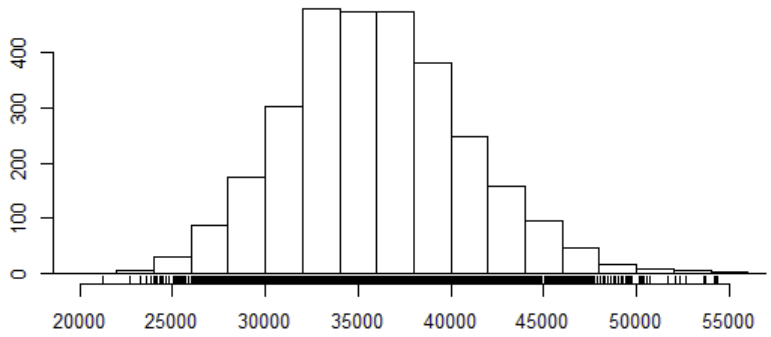


FIGURE 4.6 – Distribution de la provisions totale par bootstrap

La méthode de Mack quant à elle ne nous permet pas d'estimer la distribution de nos provisions. On peut aussi estimer notre quantile à 99.5%, le montant de provisions nécessaire pour que la probabilité d'insuffisance des provisions soit inférieure à 0.5%. Il est ici estimé à 49,233€ soit 35% de plus que notre provisions chain ladder.

Nous estimons nos intervalles de confiances pour à l'aide de la méthode bootstrap :

	Montant de provisions	Écart type de prédiction	IC Borne inférieure 5%	IC Borne supérieure 5%	IC Borne inférieure 10%	IC Borne supérieure 10%
Impact relatif	35,857	4,956 +13.8%	26,143 -27%	45,571 +27%	27,704 -23%	44,010 +23%

TABLE 4.4 – Résultat de l'estimation à l'aide de la méthode bootstrap sur le montant total

Tout comme l'estimation de l'erreur de provision estimée à l'aide de la méthode de mack, notre écart type de prédiction n'est pas négligeable et représente près de 14% de l'estimation. Cela se traduit par un intervalle de confiance de 54% de l'estimation, avec un seuil de risque de 5%, et de 45% pour le seuil de risque de 10%. Bien que les provisions soient de montants proches, l'écart mesuré sur la prédiction est plus faible à l'aide de la méthode du bootstrap. cet élément peut être une marge de négociation lors de la transaction, en effet, vendeurs et acheteurs s'entendent aussi sur les hypothèses utilisées.

Nous avons le choix d'appliquer nos modèles à nos triangles de paiements et à nos triangles de charges. Nous estimons nos flux et montants ultimes avec le triangle de paiements. Nous réitérons notre démarche présentée ci-dessus pour les triangles de charges et nous obtenons un montant de charges ultimes de 122,278 euros et donc un montant de provisions de 13,561 euros.

Il y a un écart de 8.25% entre nos deux montants de paiements ultimes. Notre triangle de paiements sous évalue les provisions pour sinistres à payer car les montants semblent encore se

développer après les 10 années disponibles pour l'évaluation. L'hypothèse que la première ligne du triangle de paiement est close ne semble pas valide et son utilisation nécessite la mise en place d'un facteur de queue.

On estime que le triangle de charges est quant à lui totalement développé. Le dernier facteur de développement de notre cadence de règlement est pour l'instant 1.0311 (basée sur le triangle de paiements). On considère que notre triangle est totalement développé lorsque le dernier facteur est inferieur à 1.001 (c'est à dire très proche de 1). Nous appliquons la méthode d'extrapolation par un modèle paramétrique à l'aide des différentes fonctions exponentielle, weibull et puissance.

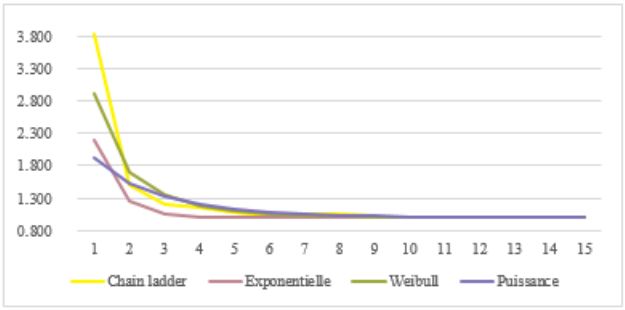


FIGURE 4.7 – Facteurs de développement chain ladder et les différentes fonctions d'extrapolation

Fonctions	Sans facteur de queue	Exponentielle	Weibull	Puissance
Provisions	36,458	37,608	39,740	41,751
Impact	00.00 %	03.15 %	09.00 %	14.52%

TABLE 4.5 – Part du facteur de queue dans les provisions selon la fonction utilisée

Avec nos différentes fonctions, nous obtenons les différents montants de provisions pour sinistres à payer et les écarts respectifs. Le lissage par la fonction puissance est celui qui fournit le montant le plus important de provisions.

Fonctions	R^2
Exponentielle	78.66%
Weibull	90.97%
Puissance	81.65 %

TABLE 4.6 – Coefficient de détermination R^2 obtenu par l'ajustement de chacune des courbes

Notre fonction d'extrapolation qui explique le mieux nos données est la fonction weibull, avec un coefficient de détermination qui explique 90.67% de la régression. D'après ce modèle,

16 années sont nécessaires afin de regler tous les sinistres. On développe sur 6 années de plus notre cadence de paiements pour avoir un dernier facteur de développement de 1.0006 < 1.001. Ce facteur de queue permet de réduire l'écart entre notre estimation à l'ultime avec notre triangle de charges et celui de paiements à seulement 4.93% et notre montant de provisions pour les sinistres attritionnels est de **39,740 euros**.

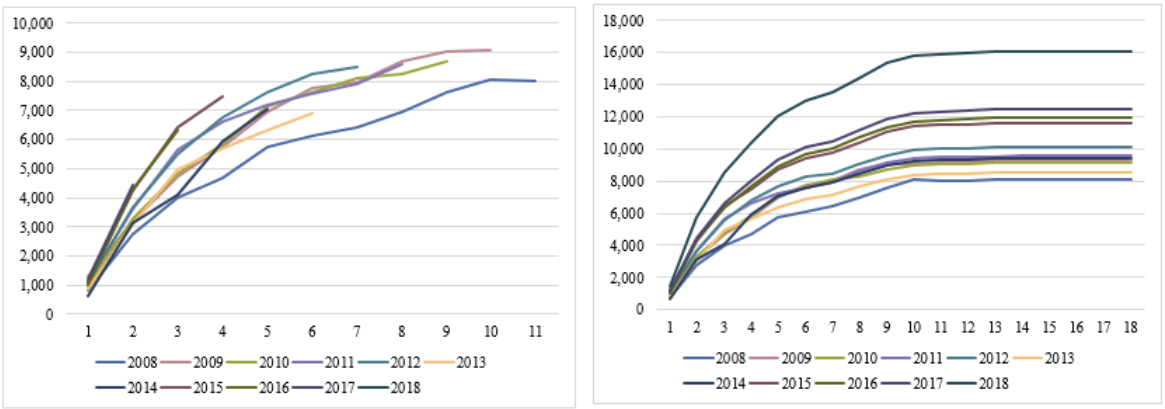


FIGURE 4.8 – Paiements actuels vs. Paiements ultimes avec facteur de queue

Remarque ; afin de lisser nos facteurs de développement, on pourrait choisir d'appliquer sur toute notre cadence de règlement la fonction d'extrapolation.

4.2.1.2 Provisionnement de nos sinistres larges

Les données disponibles pour nos sinistres larges ne sont pas suffisantes et nous modélisons nos sinistres larges à l'aide d'une méthode différente. En effet, nous avons dans nos données seulement 68 sinistres larges répartis sur les 10 années. Il n'est pas possible d'utiliser nos méthodes basées sur les triangles de liquidations. Nous utiliserons les facteurs de développement et cadences de règlements calculés sur notre base de données attritionnelles. A l'aide de nos données historiques on évalue le taux de sinistralité annuelle de 16% de la prime (pour les sinistres larges).

Pour les années considérées comme "anciennes", nous nous baserons sur la sinistralité historique et nous utiliserons l'évaluation à l'ultime calculée avec les facteurs de développement. Pour nos années les plus récentes, on donnera de l'importance à notre estimation des 16% de notre assiette de prime, afin d'éviter de développer anormalement les montants des premières années de développement. Enfin, on sélectionnera une moyenne des deux montants pour les années 2011 à 2015.

Année	Paiements actuels	Ultimes chain ladder	Ultimes méthode alternative
2008	4,485	4,536	5,640
2009	1,979	2,018	2,449
2010	1,157	1,216	1,510
2011	7,756	8,653	9,212
2012	4,793	5,709	6,122
2013	1,844	2,283	2,880
2014	2,089	2,796	3,257
2015	1,950	3,034	3,572
2016	2,193	4,140	4,343
2017	3,345	9,415	6,478
2018	44	469	5,308
Total	31,635	44,268	50,769

TABLE 4.7 – Montants de provisions selon les méthodes pour les sinistres larges

L'avantage de cette méthode est qu'elle nous permet de ne pas développer plus que nécessaire un montant. Par exemple, le montant de paiement pour l'année 2017 est supérieur aux montants habituels de notre triangle au bout d'une année de développement. Notre méthode alternative nous permet de ne pas trop développer ce montant de façon démesurée, ce qui aurait un impact important sur le montant de réserves. On remarque que pour les années antérieures à 2016, les montants sont très proches car les paiement actuels sont déjà plus développés. Nous obtenons ainsi un montant ultime total de **47,656 euros**, soit 16,021 euros de provisions pour sinistres larges à payer.

Remarque : de plus, une fois les sinistres larges connus, ils se développent plus rapidement que les sinistres attritionels car ils sont analysés individuellement et plus précisément par les départements sinistres et provisionnement.

Pour résumer, nos montants de provisions sont les suivants au 31 décembre 2018 ;

Année	Paiements actuels	Provisions totales	Provisions pour sinistres attritionnels	Provisions pour sinistres larges
2008	12,486	141	91	51
2009	11,070	214	176	38
2010	9,859	503	444	59
2011	16,338	2,169	992	1,177
2012	13,281	2,746	1,623	1,123
2013	8,741	2,381	1,643	737
2014	9,119	3,315	2,378	937
2015	9,407	5,498	4,145	1,353
2016	8,523	7,767	5,617	2,149
2017	7,777	11,176	8,043	3,133
2018	1,540	19,851	14,587	5,264
Total	108,141	55,761	39,740	16,021

TABLE 4.8 – Montants de provisions

Grâçe à nos sinistres ultimes, nous pouvons estimer le loss ratio à l'ultime pour chaque année, et la moyenne sur notre portefeuille est de **53%**. Nous parlons ici de loss ratio brut et non de ratio combiné, qui représente les sinistres ainsi que les frais associés à notre portefeuille sur les primes reçues.

4.2.1.3 Le best estimate et la marge pour risque

L'étude des différentes méthodes de provisionnement nous a permis d'obtenir nos montants de sinistres à l'ultime et nos montants de provisions. Pour notre valeur passée, le montant de provisions total est de 55,761 euros. Avec notre cadence de règlement, nous calculons les différents cash-flows futurs et nous les actualisons à l'aide de notre courbe de taux sans risque (cf. partie 2.2.2) Nous obtenons un **best estimate d'un montant de 53,874 euros**.

Il nous reste à calculer la valeur de la marge pour risque. On rappelle que la formule est la suivante :

$$\text{RM} = Coc \sum_{i \geq 0} \frac{SCR_{(i)}}{(1+t_i)^i}$$

Afin d'appliquer cette formule, il nous est nécessaire de calculer le SCR actuel puis de le projeter. Tout comme pour notre best estimate, nous calculons notre SCR en date du 31 décembre 2018. Notre portefeuille ne correspond qu'à un seul segment sur une seule zone géographique, le facteur de diversification est donc de 1. Notre volume est de 90,128 euros et notre écart type sur le segment est quant à lui de 11%. Notre SCR en date du 31 décembre 2018 est de 28,611 euros.

La projection du SCR nécessite la projection de notre best estimate jusqu'à ce que tous les règlements soient terminés. Notre cadence de règlements se décompose sur 16 années, notre projection aussi :

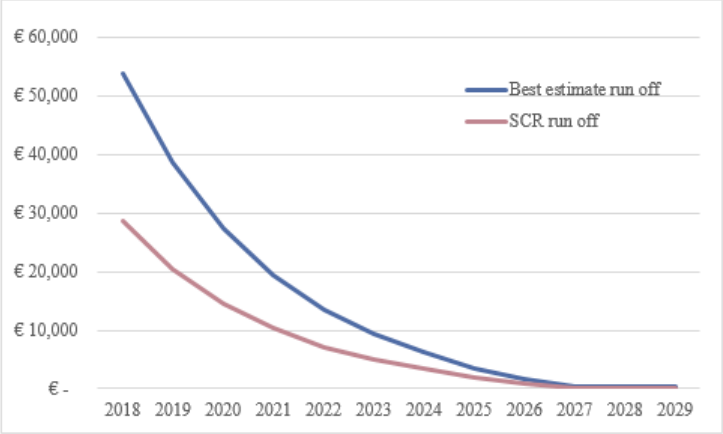


FIGURE 4.9 – Évolution du best estimate et du SCR dans le temps

Les deux décroissent assez rapidement car nous sommes en run-off et les seuls flux que nous avons sont les paiements pour les années de sinistres passées. Le SCR est proportionnel au best estimate et évolue exactement de la même façon. On actualise nos SCR futurs à l'aide de la courbe de taux sans risque puis on appliquera le taux de coût du capital préconisé par le CEIOPS : 6%. On obtient **une marge pour risque de 5,572 euros** pour l'immobilisation des réserves de notre portefeuille.

4.2.1.4 Valeur passée

La norme Solvabilité II estime la valeur d'un portefeuille à sa valeur de transfert et donc à la somme de notre best estimate et de notre marge pour risque. Ainsi, notre valeur passée est estimée à **59,446 euros**.

Remarque ; afin d'améliorer le modèle, nous pourrions calculer les boni et mali sur les années passées de souscriptions. En effet, ce sont les écarts entre les montants provisionnés et les montants ultimes réels, c'est ce qui représente le résultat d'un portefeuille en run-off. Si l'assureur a provisionné un montant supérieur au montant ultime, l'assureur qui gère les engagements recevra le montant provisionné et réglera un montant inferieur.

Cette valeur est ce qu'un assureur transférerait à un assureur repreneur en cas de run-off. Nous allons maintenant modéliser et projeter notre valeur future, selon les 3 différents acheteurs que nous avons énuméré au préalable. C'est ce qui correspond à la valeur réelle qu'un acheteur pourrait tirer d'un portefeuille dans la continuité de l'exploitation.

4.2.2 Modélisation des valeurs futures

Comme explicité lors des premières parties, les éléments nécessaires pour la projection de notre portefeuille sont multiples. Nous allons à présent projeter l'inflation, le nombre de contrats, les frais et le *rate change.*

4.2.2.1 Projection de l'inflation

A l'aide de nos données ;
Pour mesurer l'inflation sur la sévérité, on cherche à obtenir le sinistre attritionnel moyen annuel pour en analyser l'évolution. Il est nécessaire de réaliser cette analyse sur nos montants à l'ultime. Nos mesures considérées sont les suivantes :

Année	Moyenne	Moyenne tronquée à 90%	30ième centile	40ième centile	Médiane	60ième centile	70ième centile
2008	9.53	4.63	0.82	1.20	1.81	2.84	4.73
2009	9.80	5.05	0.81	1.21	1.86	2.81	4.69
2010	10.53	5.78	0.85	1.25	1.98	2.90	5.10
2011	10.20	4.85	0.70	1.00	1.56	2.39	4.59
2012	12.27	5.54	0.88	1.32	1.90	3.12	4.78
2013	13.29	6.49	1.02	1.50	2.36	3.75	6.03
2014	14.12	7.04	0.97	1.47	2.13	3.69	5.89
2015	12.32	6.66	0.95	1.44	2.33	3.89	6.18
2016	13.80	7.09	0.90	1.42	2.34	3.88	6.14
2017	17.67	8.54	1.38	1.96	2.91	4.29	7.48
2018	15.81	7.55	0.25	0.79	1.98	3.52	6.71

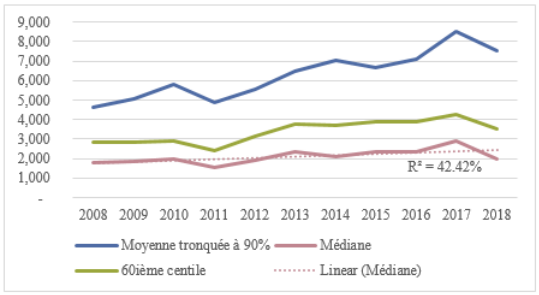


FIGURE 4.10 – Mesures de l'inflation sur la sévérité sur nos données

La moyenne n'est pas la mesure la plus optimale car elle est influencée par les grands sinistres, d'où sa forte volatilité. La moyenne tronquée à 90% est déjà plus stable. Nous prenons comme référence la médiane et nous effectuons une regression linéaire qui est illustrée ci-dessous. Avec un R^2 de seulement 42%, la régression explique moins de la moitié de la variation. A l'aide de cette pente, on mesure un taux d'inflation moyen de 3% sur notre regression. Cependant, la quantité de nos données est insuffisante et le coefficient n'est pas significatif, ce qui limite notre utilisation de ce taux.

D'une façon analogue, on mesure l'inflation sur la fréquence sur nos sinistres additionnels non nuls.

	Nombre de sinistre	Nombre de sinistre ultime	Assiette de prime	Fréquence	Fréquence ultime
2008	866	866	23,838	3.6%	3.6%
2009	992	1,006	26,182	3.8%	3.8%
2010	933	959	26,661	3.5%	3.6%
2011	1,092	1,147	27,213	4.0%	4.2%
2012	1,026	1,108	27,821	3.7%	4.0%
2013	827	930	28,095	2.9%	3.3%
2014	817	972	27,187	3.0%	3.6%
2015	908	1,173	28,658	3.2%	4.1%
2016	869	1,274	29,255	3.0%	4.4%
2017	801	1,446	30,709	2.6%	4.7%
2018	940	2,787	36,253	2.6%	7.7%

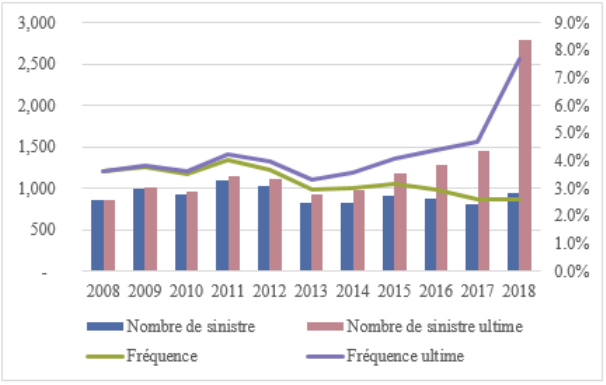


FIGURE 4.11 – Mesures de l'inflation sur la fréquence

Notre analyse sur la fréquence est basée sur le nombre de sinistres et l'assiette de prime annuelle. Un premier problème que nous rencontrons est le nombre de sinistres non nuls ultime. On suppose que le nombre de sinistres non nuls a un développement similaire à l'ensemble de tous les sinistres et nous estimons le nombre de sinistres ultimes à l'aide de ces facteurs de développement. Nous obtenons une fréquence annuelle moyenne de **3.3%** et une fréquence annuelle moyenne ultime de **4.3%**. Les variations entre les années mesurent l'évolution de l'inflation ou déflation sur la fréquence. Les R^2 sont respectivement de 74% et 40%.

Ces mesures ne sont pas satisfaisantes ; on remarque que le nombre de sinistres ultime pour les années récentes semble anormalement élevé et nous ne considérons pas ces mesures comme fiables. Une autre limite de cette méthode est notre assiette de prime. Cette assiette représente ici la prime encaissée par CHUBB, alors que pour représenter l'exposition réelle nous devrions prendre les primes totales par assuré et non juste la part de CHUBB. En effet, certains contrats sont en co-assurance et la prime, comme le risque, est partagée entre les assureurs. Nous n'avons dans nos données que la prime reçue par CHUBB et non la prime à 100%, ce qui fausse notre fréquence.
Pour ces deux raisons, tout comme pour la sévérité nous allons nous pencher sur l'analyse de l'inflation par les données externes.

Modèle de Vasicek

En se basant sur les données dont on dispose, nous effectuons sur nos données passées 1000 simulations pour la fréquence et sévérité. Nous affichons les résultats dans les graphiques ci-dessous tels que la ligne rouge représente les valeurs de base existantes dans notre base de données et les courbes grises correspondent aux simulations réalisées.

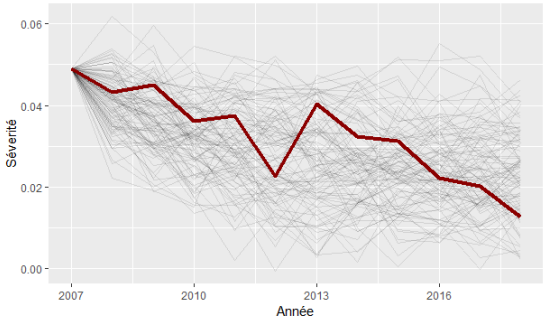


FIGURE 4.12 – Test sur l'inflation sur la sévérité

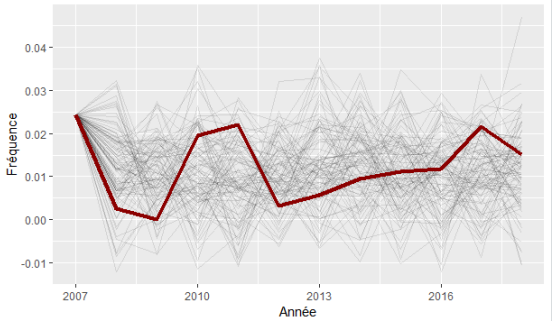


FIGURE 4.13 – Test sur l'inflation sur la fréquence

Les graphiques ci-dessus, qui concernent nos données passées nous permettent de "tester" notre régression, notre modèle semble bien représenter nos données passées.

Suite à la regression, on présente les différents paramètres obtenus :

Paramètres	Valeurs inflation sur la fréquence	Valeurs inflation sur la sévérité
K_q vitesse de retour à la moyenne	0.49	0.06
μ_q valeur de l'inflation moyenne	2.92	0.05
σ_q écart type du modèle	1.32	0.004

TABLE 4.9 – Résultats des calibrages et paramètres

Nos projections ont les coefficients de détermination suivants ; 80% pour la sévérité et 57% pour la fréquence. Les p-value associées sont de 8.99×10^{-09} et 7.71×10^{-13}.

Nous projetons ensuite avec cette méthode l'inflation future jusqu'à 2023, ce qui correspond aux 5 prochaines années de notre modélisation. Nous effectuons 10 000 simulations, nous retiendrons la moyenne annuelle pour notre projection.

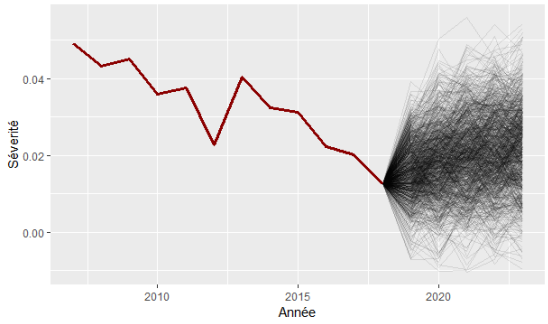


FIGURE 4.14 – Projection l'inflation sur la sévérité

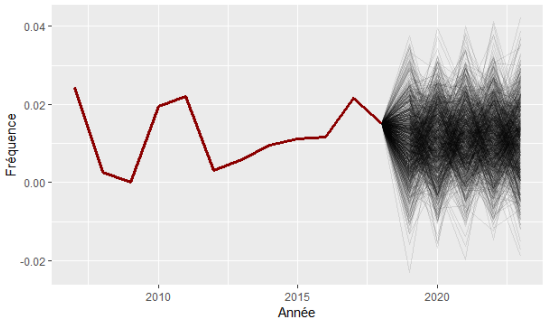


FIGURE 4.15 – Projection de l'inflation sur la fréquence

Remarque ; pour la fréquence, nous projetons notre indice mais l'évolution de notre fréquence est inverse. En effet, si le taux est positif, notre fréquence est négative et inversement.

De quelle inflation doit-on tenir compte ?
En se basant sur l'inflation calculée sur nos données internes et nos triangles, l'hypothèse sous-jacente est que l'inflation future reproduira l'inflation passée, de façon linéaire. Néanmoins, cette hypothèse peut être remise en cause, du à la quantité de données qui est jugée insuffisante, tout comme la qualité de la regression. Nous déciderons donc de tenir compte de l'inflation projetée à partir de données externes au portefeuille, construite à partir de données disponibles facilement et dont les indices sont moins volatiles.

4.2.2.2 Projection de l'adéquation des taux

L'adéquation historique sur notre portefeuille est de 90%. Elle diffère selon nos différents acheteurs. On considère que le premier, qualifié de conservateur va conserver la même adéquation. Le deuxième plus agressif va chercher à augmenter énormément son nombre de contrats en portefeuille et va baisser les prix drastiquement pour attirer de nouveaux contrats puis remonter petit à petit. Le nettoyeur quant à lui, ne cherchant que à avoir un portefeuille qui performe va commencer par une adéquation de 110% et diminuer au fil des années.

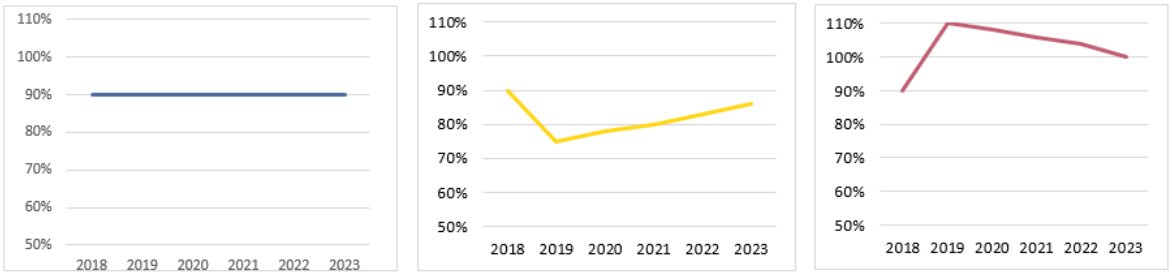


FIGURE 4.16 – Projection de l'évolution de l'adéquation des taux en fonction de l'acheteur conservateur, agressif et nettoyeur

4.2.2.3 Projection du *rate change*

Nous utilisons le modèle de Holt-Winters afin de projeter le *rate change*. Comme mentionné au préalable, nous utilisons une période de 7 ans. On observe le résultat de la projection sur les 5 prochaines années avec un intervalle de confiance à 95%.

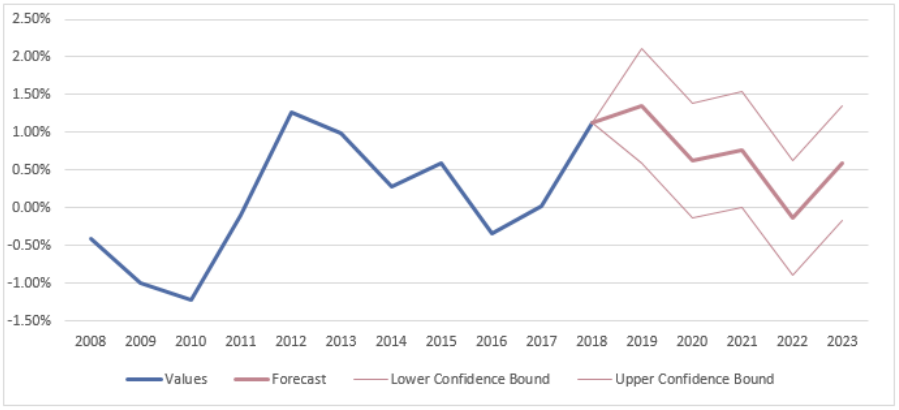


FIGURE 4.17 – Projection de l'évolution du *rate change* lors des 5 prochaines années

Les paramètres obtenus sont les suivants : $\alpha = 0.0020$, $\gamma = 0.0010$ et $\delta = 0.2500$. On mesure une *RMSE* (*Root Mean Square Error*, ou racine carrée de l'erreur quadratique moyenne) de 0.32%. Cet indicateur représente la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés des écarts entre prévision du modèle et observations.
Un autre indicateur est l'erreur absolue moyenne (ou *Mean Absolute Error*) *MAE* représente la moyenne arithmétique des valeurs absolues des écarts. Sa valeur est très faible tout comme celle du RMSE car elle est de 0.30%, ce qui valide notre projection.

En fonction de nos trois acheteurs, nous avons diverses hypothèses, même s'ils vont tous suivre cette projection. En effet, le conservateur va suivre exactement cette projection, celui plus agressif aura un taux plus faible de 20% afin de conserver au maximum ses contrats quant au nettoyeur, il suivra cette projection avec 20% de plus, afin d'obtenir des montants de primes plus élevés et un meilleur loss ratio.

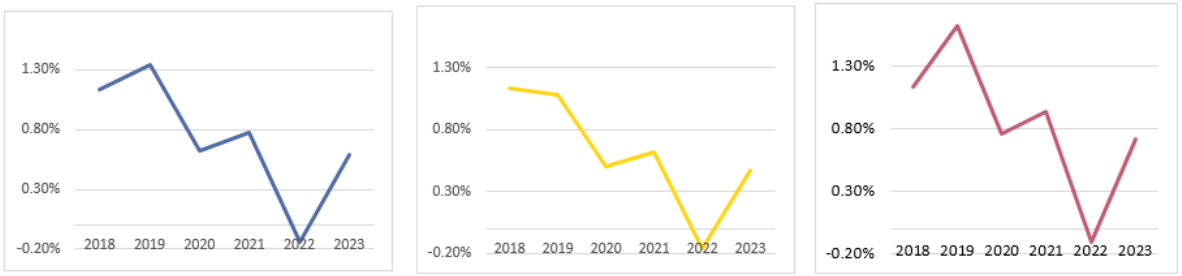


FIGURE 4.18 – Projection de l'évolution de l'adéquation des *rate change* de l'acheteur conservateur, agressif et nettoyeur

4.2.2.4 Projection du nombre de contrats

A date d'évaluation au 31 décembre 2018, il y a 9 289 contrats dans notre portefeuille. Nous allons analyser les tendances qui se dégagent de ce portefeuille afin de projeter ce nombre sur nos 5 futures années.

Le taux de contrats entrants

A l'aide de nos données, on calcule le pourcentage de nouvelles polices par années sur notre historique.

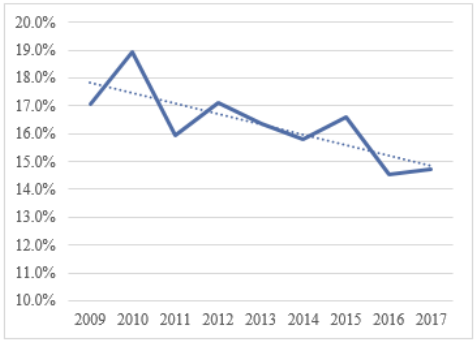


FIGURE 4.19 – Évolution du nombre de nouveaux contrats au cours du temps

Sur cette représentation graphique, une tendance décroissante apparaît clairement. Une

regression linéaire nous indique que la part expliquée par le modèle est de 60% (R^2). Cette régression est significative et nous observons un taux de nouveaux entrants moyen de 16% (avec une dispersion de seulement 1,6%).

Le taux de contrats sortants

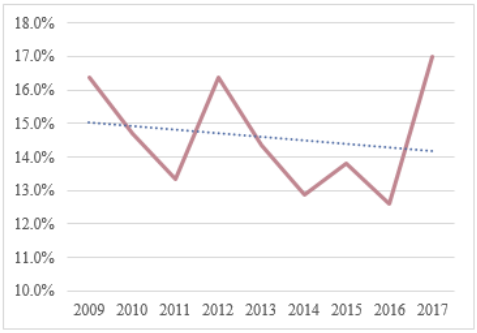


FIGURE 4.20 – Évolution du nombre de contrats qui résilient au cours du temps

Contrairement au taux de nouveaux contrats, on n'observe aucune tendance sur le graphique ci dessus pour le taux de résiliation. En effet, le pouvoir explicatif de notre régression est ici de seulement 3%. On observe un taux moyen de 14% (avec une dispersion de seulement 1,3%).

Ainsi les hypothèses de projections pour les acheteurs sont les suivantes :

- L'acheteur **conservateur** va garder les hypothèses historiques ; un taux de résiliation stable de 14% et un taux de nouveaux contrats suivant une tendance décroissante. Nous ne voulons pas donner trop de poids à notre régression, et effectuons par année une moyenne du taux moyen de résiliation et de la valeur calculée avec notre régression.
- L'acheteur **agressif** a pour but de gagner le plus de parts de marché. Il baisse son adéquation des taux et augmente largement son taux de nouveaux contrats. Son adéquation augmentant un petit peu chaque année, le taux de nouveaux entrants va se réduire légèrement en proportion. En parallèle, son rate change est légèrement plus faible que celui conservateur (reflétant le taux projeté moyen), donc moins cher que le marché et il aura ainsi un taux de résiliation un peu plus faible.
- L'acheteur **nettoyeur** a une attitude opposée à l'acheteur agressif, il ne cherche pas des parts de marché à tout prix mais plutôt la rentabilité. Son nombre de contrats décroît légèrement au cours du temps. Son taux de résiliation sera plus élevé au début car les mauvais contrats ne seront pas renouvelés, puis il diminuera. De même pour les nouveaux entrants qui seront moins nombreux au début suite à une adéquation des taux relativement élevée.

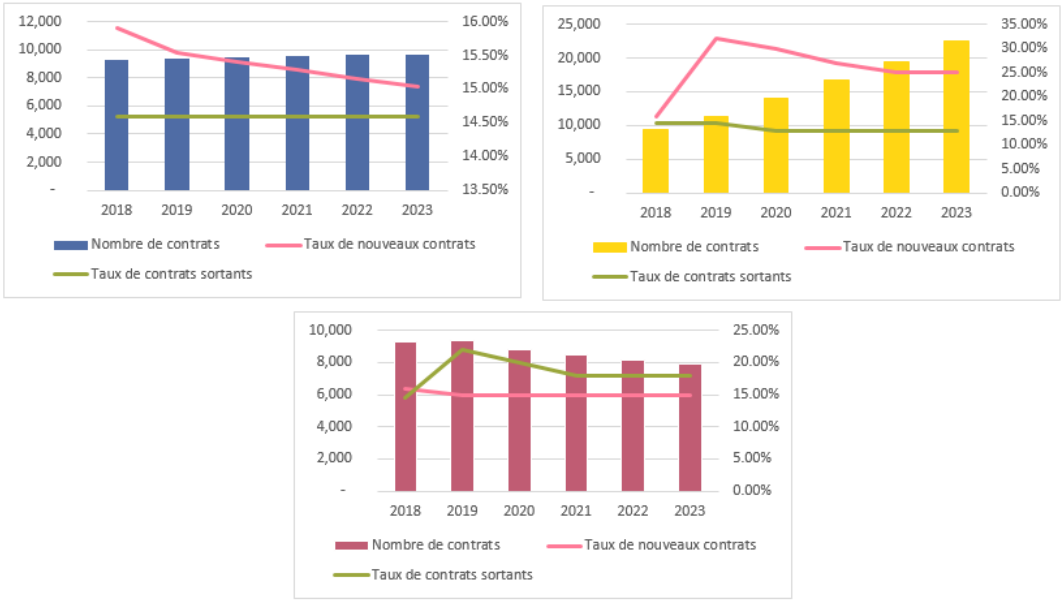


FIGURE 4.21 – Projection de l'évolution du nombre de contrats de l'acheteur conservateur, agressif et nettoyeur

4.2.2.5 La projection de la sinistralité

En fonction du nombre de contrats en portefeuille (renouvellés ou nouveaux), de l'inflation, de l'adéquation des taux et du rate change, nous projetons les primes futures. De façon analogue, nous projetons dans notre modèle les montants de sinistres moyens par contrats afin d'obtenir ensuite un loss ratio.

- L'acheteur **conservateur**, ne changeant rien va voir sa sinistralité suivre la même tendance, que ce soit pour les sinistres larges comme ceux attritionnels. Le loss ratio moyen sur la période de projection sera de 53%, ce qui est en adéquation avec l'analyse portée sur le portefeuille passé.
- L'acheteur **agressif** va augmenter ses parts de marché et baisser les prix. Il attirera plus d'assurés, dont plus de mauvais risques. Sa prime annuelle augmentera mais son loss ratio moyen aussi. Ce dernier sera de 58% sur la période.
- L'acheteur **nettoyeur** aura tendance à réduire son portefeuille en ne renouvelant pas les "mauvais contrats" (ceux avec un loss ratio trop élevé). Sa prime étant plus élevée, il aura moins de nouveaux contrats et les filtrera plus. Son loss ratio sera en décroissance et sera de 46% en moyenne sur la période.

FIGURE 4.22 – Projection de l'évolution de la prime, la sinistralité ainsi que du loss ratio de l'acheteur conservateur, agressif et nettoyeur

4.2.2.6 La projection des frais

Nous avons décidé de ne pas construire un modèle centré sur les frais. Notre analyse sur les frais sera rapide. A l'aide **des taux de commissions** des années disponibles, on remarque qu'ils sont constants ; la moyenne annuelle est de 16.3% avec une dispersion de seulement 1%. Nous appliquerons ce taux pour tous les profils.

Remarque : ce taux est dans la moyenne pour l'assurance d'entreprise, en effet les taux de courtages en non-vie sont généralement compris entre 15 et 20% de la prime.

Quant aux **frais de gestions**, le taux appliqué est de 18,6% en moyenne, une fois de plus ce sont les données internes à l'entreprise. Ces taux ne sont pas très variable, on associe généralement un pourcentage de la prime pour la gestion. Cependant, une partie de ces frais est dédiée à la publicité, on considère que notre acheteur conservateur ne changera rien, cependant celui plus agressif augmentera ses frais de publicité et inversement pour le nettoyeur.

4.2.2.7 Valeur future

Nous obtenons les projections des ratios combinés ainsi que les résultats projettés pour les 3 acheteurs. Nous les actualisons avec la courbe de taux sans risque et nous obtenons les résultats suivants :

	Total	2019	2020	2021	2022	2023
A - Conservateur	26,008	4,944	5,164	5,351	5,251	5,298
B - Agressif	15,715	3,564	3,822	3,806	2,933	1,591
C - Nettoyeur	33,358	7,290	6,177	6,544	6,608	6,740

FIGURE 4.23 – Résultats actualisés de nos projections (en milliers d'euros)

On remarque que notre résultat semble augmenter légèrement au cours du temps pour l'acheteur conservateur. On définit aussi cette valeur comme la valeur pour laquelle le vendeur souhaite céder son portefeuille. C'est la limite à ne pas dépasser en moyenne. La politique menée par l'acheteur agressif semble être moins profitable car il estime des résultats futurs inférieurs au vendeur de 10,293 euros. Ce qui correspond tout de même à une variation de -40 % de la valeur future estimée. Cependant, le but de cet acheteur est, à terme, d'augmenter les prix une fois qu'il a atteint la part de marché désirée. On peut s'attendre à un résultat à terme qui serait supérieur. Le nettoyeur quant à lui estime un résultat futur sur 5 ans supérieur de 7,350 euros, soit 28 % de plus.

Quand l'acheteur et le vendeur se mettent d'accord, on dit que l'offre rencontre la demande. Ici, l'acheteur C projettera de meilleurs résultats et proposera un prix plus élevé que l'acheteur B. Le prix proposé par l'acheteur C sera plus en adéquation avec le prix demandé par le vendeur. Basés sur la seule projection des résultats bruts, l'acheteur de ce portefeuille serait l'acheteur nettoyeur.

4.2.2.8 Marge pour risque

La marge pour risque représente le coût de l'immobilisation du capital, elle doit donc être déduite des futurs profit. Jusqu'à présent nous avons seulement tenu compte des profits bruts. Le calcul est le même que pour notre valeur passée : nous estimons nos best estimates futurs puis nous utiliserons la même approximation pour les SCR futurs. Nous calculons les taux forward jusqu'en 2040. Selon les différents acheteurs, nous obtenons les marges pour risque ci-dessous :

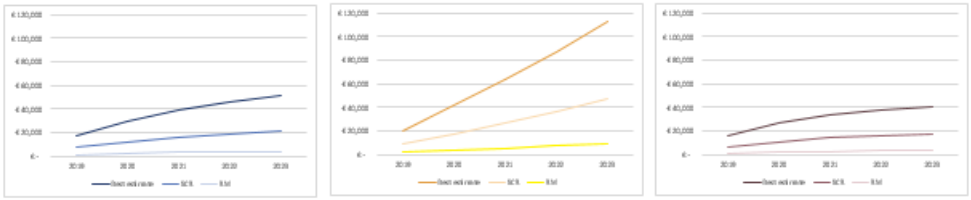


FIGURE 4.24 – Projecion des BE, SCR et RM futurs de l'acheteur conservateur, agressif et nettoyeur

On part d'un résultat nul et d'une marge pour risque nulle pour le nouvel acheteur pour 2018 car tout a été transféré par le vendeur au préalable. La marge pour risque ayant été transférée aussi, il n'y aura pas de coût d'immobilisation du capital supplémentaire pour le vendeur. Nous modélisons donc seulement le coût du capital pour les années à partir de 2019.
L'approche avec le coût du capital confirme l'idée que l'acheteur ayant le plus de chance d'acheteur le portefeuille est l'acheteur nettoyeur. Même avec la marge pour risque il obtiendra un meilleur résultat et sera plus enclin à faire une meilleure offre qui sera, forcément plus en adéquation avec les choix et la vision du vendeur.

Cependant, cette dernière partie nécessite quelques améliorations. En effet, le SCR et la marge pour risque sont calculés à l'échelle d'une entreprise, c'est à dire plusieurs portefeuilles et non un seul. La marge pour risque associée à ce portefeuille peut donc être potentiellement réduite avec les effets de diversification. Ainsi, selon les profil de l'acheteur et selon les portefeuilles qu'il possède déjà, nous pourrions conclure à une autre transaction que celle en faveur de l'acheteur nettoyeur.

4.2.3 Étude de la sensibilité aux hypothèses

Les hypothèses énoncées dans le cadre de la projection de notre portefeuille sont nombreuses. Il est important d'en mesurer la sensibilité et l'impact de la variation d'une hypothèse sur notre échelle de valeur modélisée, toutes choses égales par ailleurs.
Cette analyse de la sensibilité mesure un écart relatif au résultat initial. Il y a donc un effet de base (initiale) dont il est important de tenir compte. Tout comme des hypothèses initiales.

Sensibilité à l'inflation
Plusieurs inflations sont modélisées dans notre outil, il est donc nécessaire d'en étudier les sensibilités.
Nous étudions la sensibilité suite à une variation de $\pm 1\%$ par ans sur notre taux d'inflation annuel. L'écart sur le résultat annuel est compris entre -50.1% et 48% selon le profil de notre acheteur. Notre modèle est très sensible aux variations de l'inflation, qui est l'un des facteurs principaux de la projection. Il convient donc d'être très prudent lors de sa projection.
L'impact est variable selon le profil de notre acheteur étant donné que le selon le profil, le nombre de contrats varie et l'inflation a un effet sur les montants de primes ou de sinistres qui

dépendent directement du nombres de contrats.

Sensibilité au *rate change*
Le *rate change* a lui aussi un impact important sur le résultat étant donné que selon l'acheteur, l'impact d'une variation de $\pm 1\%$ du *rate change* (toute choses égales par ailleurs) va impacter les portefeuilles entre -41% et $+43\%$ du résultat. Ce taux a un impact comparable à l'effet de l'inflation car il joue directement sur les montants de primes. Il est donc normal de retrouver un effet comparable.

Sensibilité aux nombres de contrats
De façon similaire, nous étudions l'impact du taux de contrats sur les résultats. Le taux de contrats entrants a un impact de $\pm 3\%$ sur le résultat futurs de nos potentiels acheteurs.

La sensibilité de notre outil au taux de contrats est moins importante que celle à l'inflation ou au *rate change*. En effet, le nombre de contrat est déjà important et cet impact est proportionnellement moins important pour les contrats que pour l'inflation. Il convient néanmoins de modéliser avec attention ces taux.

Cette étude de sensibilité nous a non seulement permis d'étudier la sensibilité à nos hypothèses de notre outil, mais, elle nous permet de souligner d'autant plus l'importance de ces dernières. En effet, lors de la négociation, il sera d'autant plus important que l'acheteur et le vendeur se mettent d'accord sur ces hypothèses pour leurs valorisations.
De plus l'acheteur aura pour chaque déviation de son hypothèse fixée, l'impact en terme de prix.

Conclusion

La problématique de ce mémoire était de répondre à la question suivante : quelle est la valeur de notre portefeuille aujourd'hui et quelle valeur réelle un acheteur pourrait en tirer dans le cadre d'une fusion ?
Pour mener à bien cette étude, un outil permettant de modéliser la valeur propre à chaque acheteur potentiel a été construit. Notre démarche s'est donc décomposée entre **valeur passée**, étant peu variable et **valeur future**, dépendant de l'acquéreur potentiel et de ses motivations.

Notre valeur passée, aussi définie comme la valeur de transfert est composée des provisions techniques ; le best estimate et la marge pour risque. Cette partie nous permet aussi d'obtenir les hypothèses utilisées pour la projection du portefeuille dans la continuité de l'activité. En d'autres mots : la valeur estimée par le vendeur, ou la limite de prix à ne pas dépasser en moyenne. D'autres acheteurs peuvent avoir des hypothèses propres à leur politique de management et estimer une valeur différente. On s'appuie sur les résultats futurs associés à notre portefeuille, mais on tient compte du coût du capital, correspondant aux pertes liées à l'immobilisation du capital correspondant aux engagements.
Nous obtenons ainsi une indication, une fourchette de valeur future possible, et non un prix exact. En effet, le prix payé lors d'une acquisition résulte d'une négociation propre au contexte de la transaction et à l'évolution du marché.

L'avantage de l'outil construit sur notre méthode est qu'il est composé de différents modules interchangeables, qui sont ensuite assemblés pour créer un modèle de valorisation. Il peut être facilement implémenté dans n'importe quelle compagnie IARD. Ainsi, un acheteur peut décider de calculer autrement un des paramètres modélisé (les provisions techniques, le nombre de contrats futurs, l'inflation, le rate change, l'adéquation des taux ou encore les frais), de simplement l'interchanger dans le modèle et de poursuivre la modélisation.
Il conviendrait néanmoins de prendre en compte une diversification possible au niveau du SCR, qui est elle aussi propre à l'acheteur. Des nombreuses pistes d'améliorations sont aussi possibles, que ce soit module par module avec un modèle de taux, ou en ajoutant d'autres éléments tels que la réassurance par exemple. Nous n'en avons pas tenu compte dans notre modèle car cela nécessite autant de scénarios par acheteurs que de forme de réassurance ou de diversification possible.

Glossaire

ACME Association des Assureurs coopératifs et mutualistes Européens

AISAM Association internationale de Sociétés d'Assurance Mutuelle

ANR Actif Net réevalué

BE *best estimate* ou meilleure estimation

BEL *best estimate liabilities* ou meilleure estimation des engagements

CL Chain ladder

CoC Coût du Capital, *Cost Of Capital*

DCF *Discounted Cash Flows*

EIOPA *European Insurance and Occupational pensions Authority*, Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles, aussi connu sous le nom de **CEIOPS**

IARD Incendies, Accidents et Risques Divers

M&A *Merge and acquisitions*, fusions et acquisitions

NBV *New Business Value*

OCDE Organisation de Coopération et de développement économique

PIB Produit Interieur Brut, *Gross domestic product*

PSAP Provisions pour sinistes à payer

RM *Risk Margin* ou marge pour risque

SCR *Solvency capital Requirement* ou capital de Solvabilité Requis

VF Valeur finale

VIF *value In Force*

Bibliographie

[ACAM, 2007] ACAM (2007). Rapport du groupe de travail sur le calcul du best estimate en assurance dommages.

[ACPR, 2011] ACPR (2011). Analyses et synthèses : Solvabilité 2 - principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (qis5).

[Ahlgrim et al., 2005] Ahlgrim, K. C., D'Arcy, S. P. et Gorvett, R. W. (2005). Modeling financial scenarios : A framework for the actuarial profession. In Proceedings of the Casualty Actuarial Society, volume 92, pages 177–238.

[AISAM, 2007] AISAM, A. (2007). „aisam-acme study on non-life long tail liabilities : Reserve risk and risk margin assessment under solvency ii ". Joint Report. Brussels (preuzeto 12.10. 2011. sa www. amice-eu. org/Download. ashx.

[Bragg, 2008] Bragg, S. M. (2008). Mergers and Acquisitions. : A Condensed Practitioner's Guide. John Wiley & Sons.

[Bruneau et al., 2008] Bruneau, C., Sghaier, N. et al. (2008). Les cycles de souscription de l'assurance non vie en france. Bulletin français d'actuariat, 8(15):38–66.

[Buchwalder et al., 2007] Buchwalder, M., Bühlmann, H., Merz, M. et Wüthrich, M. V. (2007). Valuation portfolio in non-life insurance. Scandinavian Actuarial Journal, 2007(2):108–125.

[Commission-Européenne, 2015] Commission-Européenne (2015). Règlement délégué (ue) 2015/35 de la commission du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/ce du parlement européen et du conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité ii. Journal Officiel de l'Union Européenne.

[Cummins et Outreville, 1987] Cummins, J. D. et Outreville, J. F. (1987). An international analysis of underwriting cycles in property-liability insurance.

[Diers et al., 2012] Diers, D., Eling, M., Kraus, C. et Reuss, A. (2012). Market-consistent embedded value in non-life insurance : how to measure it and why. The Journal of Risk Finance, 13(4):320–346.

[Dutang, 2012] Dutang, C. (2012). Etude des marchés d'assurance non-vie à l'aide d'équilibre de Nash et de modèle de risques avec dépendance. Thèse de doctorat.

[England et Verrall, 2002] England, P. D. et Verrall, R. J. (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. British Actuarial Journal, 8(3):443–518.

[Fcas,] Fcas, J. B. Estimating tail development factors : What to do when the triangle runs out.

[Frezal, 2016] Frezal, S. (2016). De quoi solvabilité 2 est-il le nom ? Rapport technique, Working paper PARI.

[Frédéric,] Frédéric, B. Creation de valeur en assurance non vie : Comment franchir une nouvelle etape ?

[Habib et Riban, 2012] Habib, I. et Riban, S. (2012). Quelle méthode de provisionnement pour des engagements non-vie dans solvabilité 2. Mémoire IA, ENSAE.

[HAGOUAGN'RIN, 2011] HAGOUAGN'RIN, Z. K. (2011). Le capital économique chez les assureurs : cycle des assurances et catastrophes naturelles (modélisation, évaluation).

[Institut des Actuaires, 2016] Institut des Actuaires, I. (2016). Best estimate liabilities non-vie.

[Louis, 2010] Louis, M. (2010). Evaluation des provisions techniques non-vie dans le contexte de solvabilité ii. Université de Strasbourg.

[Mack, 1993] Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. ASTIN Bulletin, pages 213–225.

[Mack, 1999] Mack, T. (1999). The standard error of chain ladder reserve estimates : Recursive calculation and inclusion of a tail factor. ASTIN Bulletin : The Journal of the IAA, 29(2):361–366.

[Partrat et al., 2007] Partrat, C., Lecoeur, E., Nessi, J., Nisipasu, E. et Reiz, O. (2007). Provisionnement technique en assurance non-vie. Economica.

[Planchet et Kamega, 2012] Planchet, F. et Kamega, A. (2012). Générateurs de scénarios économiques (gse) en assurance.

Annexe A

Annexes

A.1 Méthode de Bornhuetter Ferguson et méthode du Burning Cost

Méthode de Bornhuetter Ferguson ;
La méthode de Bornhuetter-Ferguson propose d'ajouter une information exogène, correspondant à l'idée que l'on se fait, à priori, du résultat final. Cette nouvelle donnée peut être choisie selon différents critères : référence de marché, extrapolation de données plus fiables…
La déclaration des sinistres utilisé à travers cette méthode sont identiques à ceux utilisés dans la méthode de développement classique. Bornhuetter-Ferguson est utilisé pour réduire la volatilité des résultats. La valeur définitive est calculée selon la formule suivante, où B_i est l'information à priori de l'année i.

$$C_{i,n} = C_{i,n-i} + (1 - Cadence_{n-i}) \times B_i$$

à titre d'éxemple, notre information B_i peut être basée sur les

, ou la sinistralité attendus. Cette méthode permet d'integrer un jugement d'expert à notre calcul de provisions. Nous retrouvons nos valeurs définitives à l'aide des formules suivantes :
Notre pourcentage d'IBNR :

$$IBNR\,\% = 1 - Cadence_{n-i}$$

Nos montants d'IBNR :

$$IBNR = (1 - Cadence_{n-i}) * B_i$$

Ainsi que nos montants de sinistres à l'ultime :

$$BFUltime = C_{i,n} = C_{i,n} + (1 - Cadence_{n-i}) * B_i$$

Critique de cette méthode : Cette méthode est fortement dépendante de l'estimation de la charge ultime a priori que peut faire l'actuaire. D'autre part la méthode de Bornhuetter-Férguson permet de réduire la volatilité des résultats d'une méthode multiplicative telle que

la Chain Ladder qui peut donner lieu à des charges ultimes très importantes si les variations charges de sinistres entre les années de développement sont relativement grandes.

Méthode du Burning Cost ;
Cette méthode est aussi une méthode de tarification sur l'expérience. En voici les étapes :

1. On redresse notre échantillon de statistiques historiques, afin de les rendre comparables avec l'année (ou les années) que l'on souhaite modéliser. On parle ici des conditions économiques comme des conditions de souscription.
2. Pour chaque année à notre disposition, on calculera les charges annuelles "as-if" de notre portefeuille. Ce montant de charges annuelles sera ensuite rapportées aux assiettes de primes as-if. On obtient alors un taux de sinistralité annuelle, noté T_k pour chaque année d'expérience k de notre portefeuille.
3. La dernière étape consiste à calculer le taux moyen (*Burning Cost*) sur les n années d'expérience de nos données. Le burning cost est la moyenne pondérée des taux obtenus par par années d'expérience par l'assiette de primes (as-if).

$$Taux\ Burning\ Cost = \frac{\sum_{k=1}^{n} T_k \times primes\ as\ if_k}{\sum_{k=1}^{n} primes\ as\ if_k}$$

Critique de cette méthode : une fois de plus cette méthode est très dépendante de notre sinistralité passée. Cependant, lorsque les taux annuels sont plutôt stables, on appliquera ce taux. Au contraire, si on détecte une tendance, on se permettra de projeter un taux probable.

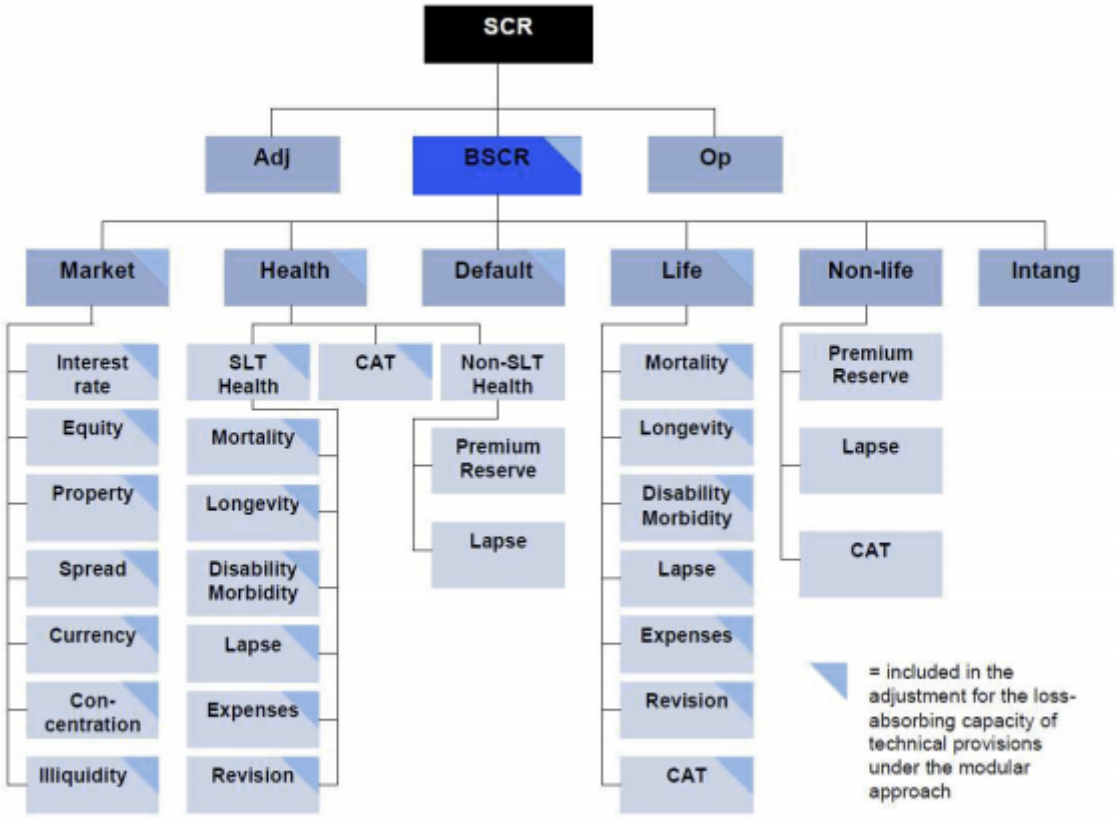
Qu'est ce que mettre les données "as-if" ? *Si la sinistralité passée reflète dans une certaine mesure la sinistralité future, il est nécessaire de redresser l'échantillon passé afin de le rendre cohérent avec les conditions actuelles. On passe d'une sinistralité* ***as-is*** *telle que le passé à une sinistralité* ***as-if*** *et donc actuelle en inflatant les montants pour que leurs coûts soient similaire à un sinistre se déroulant lors de la période future.Dans ce but, nous allons diviser nos montants par un facteur propre à chaque année. Ce facteur est inférieur à 1 en cas d'inflation et supérieur à 1 en cas de déflation. Nous appellerons ce facteur* $w_{i,k}$ *tel que* $w_{i,k} = \prod_{j=1}^{i+k} \frac{1}{(1+\tau_j)}$*, où* τ_j *est le taux d'inflation de l'année* j *et* $k = (1, \ldots, n)$*.*

Nous avons pris comme exemple la sinistralité mais le principe est le même pour tous les montants, comme les primes.

A.2 La courbe des taux sans risque au 31.12.2018 et les taux forwards projettés

Années de développement	2018	2019	2020	2021	2022	2023
0						
1	-0.333%	-0.217%	0.019%	0.348%	0.681%	0.9359%
2	-0.275%	-0.099%	0.184%	0.514%	0.808%	1.0578%
3	-0.177%	0.050%	0.349%	0.655%	0.932%	1.1692%
4	-0.046%	0.207%	0.495%	0.786%	1.047%	1.2705%
5	0.099%	0.353%	0.632%	0.907%	1.152%	1.3569%
6	0.238%	0.490%	0.758%	1.018%	1.244%	1.4285%
7	0.372%	0.618%	0.875%	1.115%	1.321%	1.4916%
8	0.499%	0.738%	0.978%	1.199%	1.390%	1.5460%
9	0.618%	0.844%	1.067%	1.274%	1.450%	1.5885%
10	0.726%	0.938%	1.147%	1.339%	1.497%	1.6118%
11	0.822%	1.023%	1.218%	1.392%	1.527%	1.6211%
12	0.909%	1.098%	1.277%	1.428%	1.542%	1.6239%
13	0.987%	1.161%	1.319%	1.450%	1.551%	1.6295%
14	1.054%	1.209%	1.347%	1.465%	1.561%	1.6438%
15	1.105%	1.242%	1.368%	1.480%	1.579%	1.6701%
16	1.143%	1.268%	1.388%	1.502%	1.608%	1.7072%
17	1.173%	1.293%	1.414%	1.533%	1.647%	1.7547%
18	1.202%	1.323%	1.449%	1.574%	1.695%	1.8080%
19	1.235%	1.360%	1.492%	1.623%	1.748%	1.8643%
20	1.275%	1.405%	1.543%	1.678%	1.805%	1.9223%
21	1.322%	1.458%	1.598%	1.735%	1.863%	1.9818%
22	1.376%	1.515%	1.656%	1.793%	1.922%	2.0403%
23	1.434%	1.574%	1.716%	1.853%	1.981%	2.0978%
24	1.494%	1.634%	1.776%	1.912%	2.038%	2.1544%
25	1.555%	1.696%	1.836%	1.970%	2.095%	2.2087%
26	1.617%	1.756%	1.895%	2.027%	2.149%	2.2620%
27	1.678%	1.816%	1.952%	2.082%	2.203%	2.3132%
28	1.738%	1.874%	2.008%	2.136%	2.254%	
29	1.797%	1.930%	2.062%	2.188%		
30	1.854%	1.986%	2.115%			
31	1.910%	2.039%				
32	1.964%					

A.3 Modules du SCR avec la formule standard



A.4 Marge pour risque : simplification

Cette annexe expose les simplifications de la marge pour risque proposées par le CEIOPS. Il existe 5 niveaux de simplification, nous avons vu auparavant la méthode de niveau 3, nous détaillerons ici les méthodes de niveau 4 et 5.

Méthode 4 : basée sur la duration modifiée des engagements de la compagnie/du portefeuille.

$$\text{RM} = \frac{Coc}{1+r_1} \times Dur_{mod} \times SCR_0^{mod}$$

Avec ;

- RM représente la marge pour risque
- Coc le facteur du coût du capital
- Dur_{mod} représente la duration modifiée du *best estimate* de la provision du segment, donc des engagements
- r_1 est le taux d'interêt sans risque de maturité 1
- SCR_0^{mod} correspond au SCR en 0, excluant le risque de marché et le risque de défaut pour les produits dérivés financiers

Méthode 5 : on suppose ici que la marge pour risque peut être évaluée comme un pourcentage du *Best estimate*, par la formule suivante ;

$$\text{RM} = \alpha_{lob} \times BE_0$$

Avec ;

- α_{lob} désigne un pourcentage pour la branche d'activité donnée. Comme ce pourcentage dépend de la branche, cette méthode ne peut être appliqué que si l'activité de l'organisme est limitée à une seule branche d'activité (ou si l'activité qui dépend de plus de une branche n'est pas matérielle).
- BE_0 est le *best estimate* des provisions techniques évaluées à $t = 0$

A.5 Modèle de séries temporelles pour le *rate change*

L'objet des séries temporelles est l'étude des processus stochastiques en temps discret $(X_t)_{t\in\mathbf{N}}$. Le modèle de base est le modèle autorégressif d'ordre p. Pour un processus faiblement stationnaire (X_t) donc d'espérance constante et de fonction d'autocovariance dépendant seulement de l'écart de temps). (X_t) est dit autorégressif d'ordre p s'il existe des coefficients $a_1, \ldots, a_p$ et un processus bruit blanc ε_t tels que

$$X_t = \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i} + \varepsilon_t.$$

Pour le cas particulier $p = 1$ on retrouve une marche aléatoire. Pour $p = 2$, X_t peut être periodique si $a_2 < 0$ et $a_1^2 + 4a_2 < 0$ avec une période

$$P = 2\pi \arccos\left(\frac{a_1}{2\sqrt{-a_2}}\right).$$

Cette explication du modèle est tirée de la thèse de Christophe Dutang (2012) "Etude des marchés d'assurance non-vie à l'aide d'équilibres de Nash et de modèles de risques avec dépendance".