

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris  
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaire  
le 15/11/2021

Par : **Tarek AOUDI**

Titre : **Optimisation du ratio de solvabilité, pour les contrats  
d'épargne, en contexte de taux bas**

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de la filière*

*Entreprise : CNP Assurances*

*Nom : Caroline HILLAIRET*

*Signature :*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaire*

*Directeur du mémoire en entreprise :*

*Nom : Sylvain FERDI*

*Signature :*

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels  
(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)**

Secrétariat:

Signature du responsable entreprise



Bibliothèque:

Signature du candidat



# Résumé

Depuis le 1er janvier 2016, date d'entrée en vigueur de Solvabilité II, les compagnies d'assurances ont l'obligation de calculer et de mettre en place un capital réglementaire correspondant au montant minimum des ressources exigées pour la pratique des opérations d'assurance.

La charge de ce capital s'est alourdie pour les assureurs, qui font face à une concurrence accrue sur le marché et à des exigences de rentabilité assez élevées de la part des actionnaires, dans un contexte économique difficile, avec des taux à un niveau historiquement bas.

Le suivi du capital de solvabilité est ainsi devenu un sujet d'une extrême importance, transverse à toute l'entreprise, pouvant influencer sur les stratégies d'investissement sur les marchés financiers, mais aussi sur la nature des produits et des contrats commercialisés.

Le but de ce mémoire est de trouver des leviers permettant d'améliorer le ratio de solvabilité d'une compagnie d'assurance vie (formule standard). Par conséquent, les techniques relatives au modèle interne et aux autres produits d'assurance, ne seront pas abordées dans ce mémoire .

Nous commencerons par une présentation du cadre général de l'assurance vie et en particulier du cadre réglementaire et prudentiel. Nous nous focaliserons ensuite sur la modélisation stochastique en ALM des produits d'épargne euro.

Par la suite, nous nous intéresserons à un portefeuille en particulier. Le besoin en capital de ce portefeuille sera mesuré et étudié. Plusieurs analyses de sensibilité, avec divers niveaux de marché et différentes hypothèses de passif, seront également réalisées. L'impact sera optimisé :

- À travers des management actions : ventes d'actions, rallongement de la duration des obligations, etc.
- Sous l'approche contractuelle : étude de l'impact de la vente des contrats les plus coûteux pour l'assureur et commercialisation des contrats présentant une garantie brute de frais.
- Suite à la revue réglementaire de Solvabilité 2020 : investissement sur des actions de long terme (LTEI), meilleure prise en compte du risque de spread à travers la Volatility Adjustment, prise en compte des taux négatifs.

Finalement, une approche basée sur des méthodes d'apprentissage automatique (Machine Learning) sera utilisée pour proposer une optimisation du capital de solvabilité requis (SCR).

# Summary

Since January 1st 2016, insurance companies have been required to calculate a regulatory capital corresponding to the minimum amount of resources required for the practice of insurance operations.

This capital has grown heavier for insurers, who face increased competition in the market in a difficult economic context, with rates at historically low levels.

Monitoring solvency capital has thus become a subject of extreme importance, transverse to the entire company, which can influence investment strategies in financial markets, but also on the nature of contracts marketed.

The purpose of this thesis is to find levers to improve the solvency ratio of a life insurance company (standard formula). Therefore, techniques relating to the internal model and other insurance products will not be discussed in this thesis.

We will start with a general presentation of life insurance. We will then focus on the stochastic ALM modeling of the insurance contract.

Subsequently, we will focus on a particular portfolio. The capital requirement of this portfolio will be measured and studied. Several sensitivity analyzes, with various market levels and different liability assumptions, will also be performed. The impact will be optimized:

- Through equity management.
- Under the contractual approach: study of the impact of the sale of the most expensive contracts for the insurer and marketing of contracts with a gross cost guarantee.
- Following the Solvency 2020 regulatory review

Finally, an approach based on machine learning methods will be used to propose an optimization of the solvency capital requirement (SCR).

## Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier mon encadrant pédagogique ENSAE, Caroline HILLAIRET, enseignante-chercheuse et responsable de la voie Actuariat. Grâce à son enseignement de qualité, j'ai pu bénéficier d'un solide bagage théorique. Je la remercie également pour ses conseils et ses indications concernant mon mémoire.

Je tiens à remercier Stéphane LE MER, responsable du pôle Solvabilité de la direction des risques chez CNP Assurances, de m'avoir permis de faire partie des ses équipes.

Dans ces remerciements, j'accorde une mention très particulière à mon tuteur en entreprise, Sylvain FERDI, responsable de l'équipe chargé du calcul du capital réglementaire, pour avoir encadré et revu mes travaux. Ses conseils et remarques ont été précieux, et je suis reconnaissant du temps qu'il m'a accordé.

Je remercie également tous les collaborateurs du département Capital Réglementaire qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Finalement, je remercie également ma famille et mes amis pour leur soutien et leur aide.

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Partie I : Contexte réglementaire et modélisation du contrat d'épargne</b>	<b>8</b>
2.1	Cadre réglementaire et prudentiel sous Solvabilité II . . . . .	8
2.1.1	Cadre multinormes de l'environnement prudentiel et réglementaire . . . . .	8
2.1.2	La notion de solvabilité . . . . .	10
2.1.3	Les 3 piliers de Solvabilité II . . . . .	11
2.1.4	Le bilan économique sous Solvabilité II . . . . .	12
2.1.5	La formule standard . . . . .	18
2.2	Assurance vie : le contrat d'épargne euro . . . . .	21
2.2.1	Le contrat d'épargne . . . . .	21
2.2.2	La complexité de la gestion du contrat d'épargne euro . . . . .	26
2.2.3	Le bilan économique d'un portefeuille de contrats . . . . .	27
2.2.4	Le compte de résultat d'un portefeuille de contrats . . . . .	28
2.3	Contexte économique . . . . .	28
2.3.1	Le marché de l'assurance vie . . . . .	28
2.3.2	L'origine de la baisse des taux directeurs . . . . .	29
2.3.3	Le Quantitative Easing . . . . .	30
2.4	Modélisation stochastique pour les besoins ALM et SCR . . . . .	32
2.4.1	Market Consistency et probabilité risque-neutre . . . . .	32
2.4.2	Génération des scénarios économiques . . . . .	33
2.4.3	Asset and Liabilities Management . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Partie II : Optimisation de la solvabilité d'un cas concret de portefeuille d'épargne</b>	<b>48</b>
3.1	Présentation de l'étude de référence . . . . .	48
3.1.1	Portefeuille fictif, confidentialité et principales hypothèses . . . . .	48
3.1.2	Limites . . . . .	48
3.2	Description des données . . . . .	49
3.2.1	Description du portefeuille d'actifs . . . . .	49
3.2.2	Description du portefeuille de passif . . . . .	51
3.3	Analyse des résultats . . . . .	52
3.3.1	Présentation des bilans comptable et Solvabilité II . . . . .	52
3.3.2	Évolution des provisions et des prestations dans le temps . . . . .	52
3.3.3	Impact sur le BE et l'Equity . . . . .	54
3.3.4	Scénario choqué à la baisse des taux et impact SCR . . . . .	56
3.3.5	Analyse des SCR . . . . .	58
3.4	Sensibilités . . . . .	61
3.4.1	Sensibilité à la variation des taux . . . . .	61
3.4.2	Sensibilité aux niveaux des actions . . . . .	63
3.4.3	Sensibilité aux niveaux des spreads . . . . .	65

3.4.4	Sensibilités sur le Model Point de passif et d'actif . . . . .	66
3.5	Optimisation du ratio de solvabilité à travers des managements actions . . . . .	68
3.5.1	Management action derisking action . . . . .	68
3.5.2	Management action allongement de la durée de réinvestissement . . . . .	70
3.5.3	Management action achat floor . . . . .	74
3.6	Optimisation du ratio de solvabilité à travers l'approche commerciale . . . . .	76
3.6.1	Commercialisation de contrats à garanties brutes de frais . . . . .	76
3.6.2	Impact du rachat des contrats . . . . .	78
3.6.3	Transfert de l'épargne euro vers UC . . . . .	79
3.7	Cumul des managements actions et des approches commerciales . . . . .	80
3.8	Conclusion sur les managements actions et sur les approches commerciales . . . . .	81
3.9	Optimisation du ratio de solvabilité suite à la revue 2020 . . . . .	82
3.9.1	Revue du SCR taux : prise en compte des taux négatifs . . . . .	82
3.9.2	Investissement sur des actions de longs termes (LTEI) . . . . .	85
3.9.3	Impact du risque de spread suite à la revue du Volatility Adjustment . . . . .	87
3.9.4	Contreproposition sur le niveau de corrélation entre les taux et les actions . . . . .	89
3.9.5	Conclusion relative à la revue S2 et aux impacts sur le ratio . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Partie III : Optimisation du ratio de solvabilité à l'aide du Machine Learning</b>	<b>92</b>
4.1	Introduction aux méthodes de Machine Learning . . . . .	92
4.2	Description de la base de données d'apprentissage . . . . .	94
4.2.1	Construction de la base de données d'apprentissage . . . . .	95
4.2.2	Statistiques descriptives . . . . .	95
4.3	Sélection des variables . . . . .	97
4.3.1	Régression Lasso . . . . .	97
4.3.2	Régression de Ridge . . . . .	97
4.3.3	Régression Elastic Net . . . . .	98
4.3.4	Validation-croisée des paramètres . . . . .	98
4.4	Selection des variables avec du Lasso . . . . .	99
4.4.1	Sélection des variables avec plot importance des features . . . . .	99
4.4.2	Sélection des variables avec validation croisée . . . . .	100
4.5	Présentation des algorithmes de prédiction des SCR en machine learning . . . . .	101
4.5.1	Random Forest . . . . .	101
4.5.2	Random Forest en pratique . . . . .	101
4.5.3	XGBoost . . . . .	102
4.5.4	Le XGBoost en pratique . . . . .	102
4.5.5	Calibration des modèles . . . . .	102
4.6	Résultats des prédictions . . . . .	103
4.6.1	Qualité de prédiction . . . . .	103
4.6.2	Résultats des prédictions de la VIF . . . . .	104
4.6.3	Résultats des prédictions des SCR . . . . .	104

4.7	Deep Reinforcement Learning et optimisation des SCR . . . . .	106
4.7.1	Présentation du Reinforcement Learning . . . . .	106
4.7.2	Markov Decision Process . . . . .	106
4.7.3	Le compromis exploitation/exploration . . . . .	107
4.7.4	Q-Learning . . . . .	108
4.8	L'algorithme de Q-Learning . . . . .	110
4.9	Création de l'environnement de Reinforcement Learning . . . . .	111
4.10	Résultats de l'optimisation en Reinforcement Learning . . . . .	112
4.10.1	Convergence de l'algorithme . . . . .	112
4.10.2	Impact sur le ratio de solvabilité . . . . .	112
4.10.3	Limite de la méthode . . . . .	113
4.11	Conclusion relative à l'optimisation en machine learning . . . . .	115
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>116</b>
<b>6</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>118</b>
<b>7</b>	<b>Annexes</b>	<b>119</b>
7.1	Annexe 1 : Éléments constitutifs des Tiers 1,2 et 3 . . . . .	119
7.2	Annexe 2 : Décomposition de la MCEV . . . . .	120
7.3	Annexe 3 : Généralités sur l'assurance vie . . . . .	121
7.4	Annexe 4 : Comptabilité d'assurance . . . . .	126
7.5	Annexe 5 : Contexte économique et financier . . . . .	130
7.6	Annexe 6 : Évolution des marchés financiers . . . . .	141
7.7	Annexe 7 : Formalisme de la modélisation probabiliste du marché . . . . .	146
7.8	Annexe 8 : Modèles de Taux . . . . .	148
7.9	Annexe 9 : Valeur économique des garanties financières et options cachées . . . . .	151
7.10	Annexe 10 : Modélisation des actifs . . . . .	159
7.10.1	Les obligations . . . . .	160
7.10.2	Les actions . . . . .	163
7.10.3	Dérivés actions et taux . . . . .	164
7.10.4	Modélisation des passifs . . . . .	169
7.11	Annexe 11 : Calcul des SCR . . . . .	175
7.11.1	Zoom sur le SCR action . . . . .	175
7.11.2	Zoom sur le SCR spread . . . . .	176
7.11.3	Zoom sur le SCR taux . . . . .	177
7.12	Annexe 12 : Choix du nombre de trajectoires . . . . .	180
7.13	Annexe 13 : Impact MA sur un autre portefeuille . . . . .	181
7.14	Annexe 14 : Corrélation taux action . . . . .	182
<b>8</b>	<b>Note de Synthèse</b>	<b>186</b>

# 1 Introduction

Durant de très nombreuses années, l'assurance vie, en particulier le contrat d'épargne euro, a été le placement préféré des français, et ce, pour de nombreuses raisons : une fiscalité avantageuse adaptée à la transmission d'un patrimoine, un rendement élevé avoisinant les 10% durant les années 1990, un capital garanti qui sécurise les montants investis et une souplesse offrant de nombreuses options telles que la possibilité de récupérer les sommes investies en rachetant son contrat ou de réaliser des versements libres.

Les avantages fiscaux s'expliquent par une proximité avec l'État français. En effet, les compagnies d'assurances font partie des principaux investisseurs institutionnels, qui détiennent une part non négligeable de la dette de la France (près de 20 %). L'assurance joue d'ailleurs un rôle majeur dans l'économie française (environ 10 % du PIB français). Les rendements assez élevés proposés s'expliquent par les conditions des marchés financiers qui étaient assez favorables durant les années 1990 : le taux des obligations assimilables du Trésor à 10 ans était justement de 10 %. Ainsi, la stratégie de gestion des contrats par les assureurs pouvait se résumer de la façon suivante : détenir jusqu'à leur échéances des obligations, majoritairement d'État, offrait un rendement élevé qui permettait à l'assureur de se récupérer un bénéfice, mais aussi aux assurés d'obtenir des rendements importants, les incitant à souscrire à de tels produits.

Cependant, depuis la crise des subprimes de 2007, le risque systémique qui a secoué l'intégralité des marchés boursiers, a obligé les différents États, en particulier l'État français, à fortement s'endetter pour stopper cette hémorragie et permettre à l'activité économique de se poursuivre. Ainsi, la dette de l'État français avait, à l'époque, atteint un record de 80 % du PIB. La Banque centrale européenne a alors entamé son quantitative easing et a maintenu des niveaux de taux très bas, afin de ne pas augmenter encore plus les dettes et d'éviter ainsi que les États ne fassent défaut. Ces taux extrêmement bas ne permettent plus aux compagnies d'assurances de dégager un rendement capable de satisfaire les assurés. De plus, et afin d'éviter que d'autres crises similaires ne viennent détériorer le système financier, Solvabilité II a mis en place pour les compagnies d'assurances, dans la même lignée que Bale III pour les banques, un capital réglementaire qui dépend de la nature de l'activité et qui se trouve être très pénalisant pour les contrats d'épargne, plus précisément dans des contextes de taux bas comme nous allons le voir. Aujourd'hui, à travers la crise liée à la pandémie de Covid, les États se sont encore plus endettés (la dette de l'État français représente actuellement 115 % du PIB). Suivant la même logique, les banques centrales ont continué à abaisser les taux financiers qui ont atteint des niveaux historiquement bas, voire négatifs (le taux de l'OAT 10 ans étant actuellement à -0,32), obligeant les assureurs à changer de stratégie.

Le but de ce mémoire sera donc, dans un premier temps, d'analyser le coût de ce contexte de taux très bas sur les produits d'épargne euro et, dans un second temps, de proposer des leviers permettant aux compagnies d'assurances de mieux optimiser leur gestion de la solvabilité et d'exercer leurs activités d'assureurs dans de meilleures conditions. Ainsi, dans le premier chapitre, nous commencerons par une présentation du cadre général de l'assurance vie et en particulier du cadre réglementaire et prudentiel. Par la suite, nous nous intéresserons à un portefeuille en particulier. Le besoin en capital de ce portefeuille sera mesuré puis optimisé à travers des management action. Finalement, le dernier chapitre proposera une approche basée sur des méthodes de Machine Learning sera utilisée pour proposer une optimisation du capital de solvabilité requis (SCR).

## 2 Partie I : Contexte réglementaire et modélisation du contrat d'épargne

### 2.1 Cadre réglementaire et prudentiel sous Solvabilité II

#### 2.1.1 Cadre multinormes de l'environnement prudentiel et réglementaire

L'assurance est une activité régulée. De ce fait, on distingue plusieurs normes en vigueur.

Organisme	IASB	CFO Forum	EIOPA, trilogie	ACPR
Objet	IFRS 17	MCEV	Solvabilité II	Code des Assurances
Cadre	Comptable et financier	Financier	Prudentiel	Prudentiel
Diffusion	Monde	Europe	Europe	France
Périmètre	Sociétés cotées	Adhésion volontaire	Toute société d'assurance	

Table 1: Cadre multinorme de l'assurance en France

#### **IFRS (International Financial Reporting Standards) :**

En 1973, a eu lieu la création du comité des normes comptables internationales (International Accounting Standards Committee) à Londres. Cet organisme chargé de l'élaboration d'un ensemble cohérent de normes comptables financières dans le monde sera remplacé en 2001 par l'IASB (International Accounting Standards Board). Ces normes s'appliquent dans l'Union européenne aux sociétés cotées sur un marché réglementé. L'un des objectifs généraux des IFRS est de clarifier l'information comptable afin de faciliter l'analyse financière et de renforcer la transparence. En raison de la spécificité du fonctionnement de l'assurance à travers son cycle de production inversé, sur lequel nous aurons l'occasion de revenir, l'IASB et les différents acteurs du secteur de l'assurance ont mis en place un cadre comptable international propre aux contrats d'assurance. C'est dans ce cadre que le projet IFRS 4 a détaillé la comptabilité des passifs d'assurance. Cette norme, qui repose principalement sur la réglementation locale, est encore en vigueur à ce jour et le sera jusqu'au 1er janvier 2023, date à laquelle elle sera remplacée par l'IFRS 17. Cette itération vise à harmoniser mondialement les méthodes de comptabilisation des contrats d'assurance. Elle introduit notamment une nouvelle provision appelée CSM (marge de service contractuelle) correspondant aux profits futurs. Cette provision est ensuite relâchée progressivement au cours de la vie du contrat pour lisser les revenus. L'IFRS 17 est également liée à d'autres normes, en particulier à l'IFRS 9, relative à la valorisation des instruments financiers. En effet, depuis la crise financière de 2008, la nécessité d'améliorer la transparence de l'information et la responsabilité des pratiques financières était devenue indispensable. L'IFRS 9 est en application dans les banques depuis le 1er janvier 2018. Les compagnies d'assurances ont la possibilité de reporter son application en même temps que l'IFRS 17

#### **MCEV (Market Consistent Embedded Value) :**

La MCEV est l'indicateur qui mesure la valeur d'une entreprise. Elle est basée sur le concept de l'Embedded Value, amélioré par le CFO Forum, groupe de discussion réunissant les directeurs financiers des principales sociétés d'assurance européenne, dans le but d'harmoniser la comparabilité de l'indicateur publié par les différentes compagnies européennes. La MCEV est aujourd'hui un indicateur publié par de nombreux assureurs sur le marché, qui intéresse fortement les investisseurs. La MCEV apporte un cadre robuste combinant économie financière et finance d'entreprise permettant de mesurer précisément l'impact de plusieurs facteurs clés sur la valeur globale de la compagnie du point de vue de l'actionnaire.

## Le Code des assurances :

Rassemblant l'ensemble des lois et des règlements qui régissent le fonctionnement des sociétés d'assurance et les relations entre assureurs et assurés en France, le Code des assurances a été créé sous sa forme actuelle par le décret du 16 juillet 1976. Il adopte le découpage hiérarchique classique des textes de loi en trois parties LRA (loi, règlement, arrêté) et est composé de cinq livres :

- Livre Ier : Le contrat ;
- Livre II : Assurances obligatoires ;
- Livre III : Les entreprises ;
- Livre IV : Organisation et régimes particuliers d'assurance ;
- Livre V : Intermédiaires d'assurance.

Le droit des assurances est également lié à plusieurs autres codes dont le Code civil, le Code de la consommation et le Code de procédure pénale. L'autorité chargée de la supervision de la banque et de l'assurance en France, est l'ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution) Elle est un organe de la Banque de France, composée d'un collège de superviseurs chargé des missions de contrôle et d'une commission de sanction. L'ACPR est également le référent en France de la réglementation européenne.

## Solvabilité II :

La réforme Solvabilité II a été initiée dès 1999 et sa mise en place a été accélérée par les crises financières dès 2008. Ce dispositif à l'échelle européenne, sur lequel nous allons largement consacrer ce mémoire, a pour vocation d'harmoniser et de mieux sécuriser le marché européen de l'assurance. Dans son processus de création, Solvabilité II est le fruit d'un trilogue entre la Commission européenne, le Conseil européen et le Parlement européen. L'EIOPA est un organisme consultatif indépendant auprès du Parlement européen, créé en 2010 afin de superviser le développement et la mise en oeuvre de la directive. L'EIOPA dispose notamment d'un pouvoir réglementaire et d'un pouvoir de médiation contraignant au sein des collèges de superviseurs. La directive de Solvabilité II a été transcrite dans le Code des assurances et a modifié plusieurs articles.

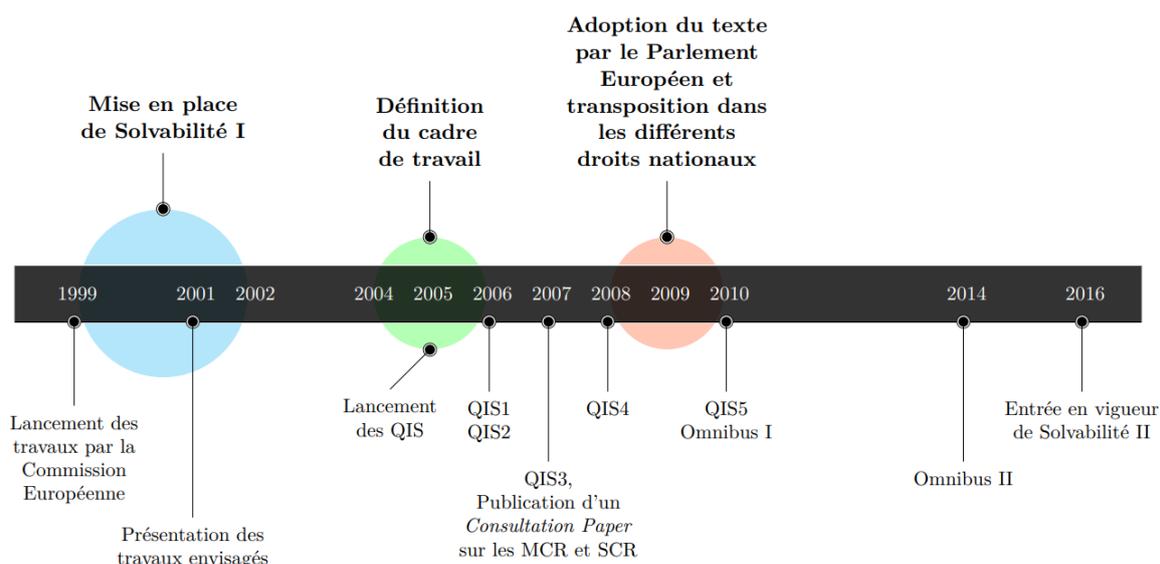


Figure 1: Chronologie de la mise en place de Solvabilité II

### 2.1.2 La notion de solvabilité

La solvabilité en assurance correspond à la capacité d'un assureur à faire face à tout moment aux engagements pris envers des assurés. Bien qu'évaluées initialement de manière prudente, les provisions techniques représentant les réserves constituées par les assureurs pour respecter leurs engagements, peuvent dans certains cas se montrer insuffisantes. Ainsi, l'autorité de contrôle prudentiel et de résolution, oblige les assureurs à mettre en place un capital réglementaire appelé marge de solvabilité. Cette marge correspond au montant minimum des ressources exigé pour la pratique des opérations d'assurance, dans le but de mieux protéger les assurés et renforcer la stabilité financière du secteur. En effet, par la nature même de son activité, le capital d'un assureur est un capital à risques, puisque celui-ci protège les assurés des risques aléatoires auxquels ils sont exposés. Dès lors, l'évaluation de cette marge de solvabilité et des risques réels encourus par les entreprises d'assurance s'avère indispensable pour amortir les pertes probables et obtenir ainsi une vision conforme à la réalité de la situation.

Depuis le 1er janvier 2016, Solvabilité II est entrée en vigueur. Cette réforme réglementaire avait pour objectif d'améliorer l'évaluation et le contrôle des risques dans le secteur de l'assurance en Europe. Elle proposait entre autres, une meilleure estimation de la marge de solvabilité. La précédente réglementation Solvabilité I, avait clairement démontré ses limites en ne prenant pas en compte de manière explicite l'appréciation des risques sous-jacents. En effet, l'ancien système se basait uniquement sur les montants de provisions de l'année courante en proposant une approche de calcul statique et non prospective. Ainsi, la marge de solvabilité sous Solvabilité I se calculait comme un pourcentage fixe des provisions techniques. Il était facile de constater que si deux compagnies d'assurance avaient les mêmes dettes, figurant au passif de leur bilan, elles se verraient automatiquement attribuer la même marge de solvabilité, et cela même si leurs actifs étaient investis sur des instruments financiers de nature et de risque différents. Cette marge de Solvabilité I ne prend donc pas en compte l'exposition aux risques de marché et ne représente pas concrètement le risque réel encouru par la compagnie d'assurance. Les conséquences sont alors multiples : l'absence de réglementation permet ainsi aux assureurs de pouvoir adopter un comportement risqué, afin de prendre par exemple un avantage concurrentiel. Cet excès de risque peut directement se répercuter sur le client dans le cas où l'assureur ne serait plus en mesure de respecter ses engagements.

En conséquence, afin de compenser les insuffisances de Solvabilité I, d'harmoniser les règles applicables aux entreprises d'assurance en Europe et de garantir aux clients la solvabilité à long terme de la compagnie qui les assure, la Commission européenne a élaboré la directive Solvabilité II. Nous pouvons rappeler que contrairement au règlement européen qui s'applique totalement et directement aux ressortissants de l'Union, la directive laisse le temps d'une transposition, permettant aux gouvernements nationaux de bénéficier d'un délai supplémentaire pour s'adapter à cette nouvelle réglementation. Cette transposition se fera dans l'ordonnance n° 2015-378 du 2 avril 2015 et capitalise sur les retombées de la crise financière et économique de 2008. La directive Solvabilité II met également en place quatre fonctions clés qui sont la fonction actuarielle, la fonction gestion des risques, la fonction conformité et la fonction audit interne.

### 2.1.3 Les 3 piliers de Solvabilité II

Dans une logique similaire à Bâle II, le dispositif prudentiel destiné à mieux appréhender les risques bancaires, Solvabilité II se construit autour de trois piliers.

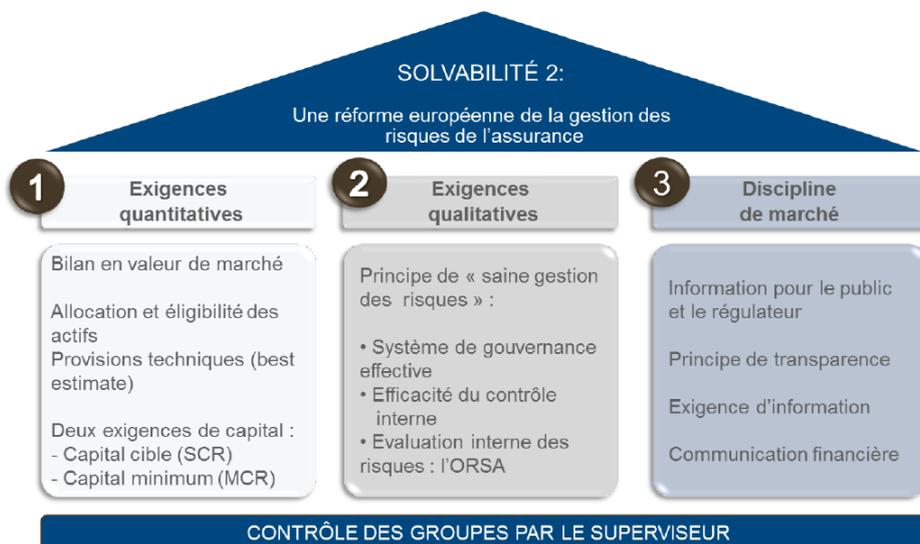


Figure 2: Piliers de la directive européenne Solvabilité II (Source : *InsuranceSpeaker - Wavestone*)

Le pilier 1 se charge de définir les exigences quantitatives pour calculer les exigences de fonds propres. Deux niveaux y sont définis : le capital de solvabilité requis ou SCR (Solvency Capital Requirement) dont le calcul repose soit sur l'utilisation d'une formule standard basée sur des facteurs et des modules de risques, soit sur l'utilisation d'un modèle interne capable de retracer la situation propre de la compagnie. La deuxième exigence de capital représente le minimum de capital requis ou MCR (Minimum Capital Requirement), exigence en dessous de laquelle l'intervention de l'autorité de contrôle est automatique. Le calcul des fonds propres s'accompagne d'un changement de la vision du bilan d'une vision comptable à une vision économique. Ainsi les actifs sont valorisés en valeur de marché et la valorisation des provisions techniques est harmonisée.

Le pilier 2 a pour objectif de réglementer les activités de gouvernance et de supervision des compagnies d'assurance. Il met en place le processus de contrôle et de gestion des fonds propres de la compagnie. Globalement ce pilier a pour objectif de s'assurer que les compagnies soient en mesure d'évaluer et de gérer correctement les risques auxquels elles sont exposées sur un horizon de temps supérieur à un an. Il s'attache particulièrement à fixer des normes qualitatives de suivi du risque en interne par les entreprises, notamment via le dispositif ORSA (Own Risk and Solvency Assessment).

Le pilier 3 concerne la communication des informations de solvabilité au public (actionnaires, analystes financiers, investisseurs ...) et aux autorités de contrôle. Ainsi le régulateur national pourra contrôler si la réglementation est bien appliquée par l'assureur et le profil de risque de chaque entreprise pourra être apprécié plus précisément. La publication comprend les états quantitatifs annuels et trimestriels (QRT), les rapports narratifs annuels SFCR (Solvency and Financial Conditions Report) destinés au public et le rapport RSR (Regular Supervisory Report) uniquement destiné à l'autorité de contrôle

### 2.1.4 Le bilan économique sous Solvabilité II

Solvabilité II change drastiquement le dogme dans lequel s'inscrit le bilan d'un assureur, et notamment la façon dont celui-ci perçoit ses risques. Ainsi, à la différence d'un bilan Solvabilité I qui est établi en valeur historique (actif en coût d'achat, passif estimé par une projection des engagements au taux technique, sans prise en compte des options cachées), un bilan Solvabilité II est établi en évaluant les éléments de l'actif et du passif à la "juste valeur" (Fair Value), dans une approche conforme aux réglementations fondées sur la réalité économique et financière.

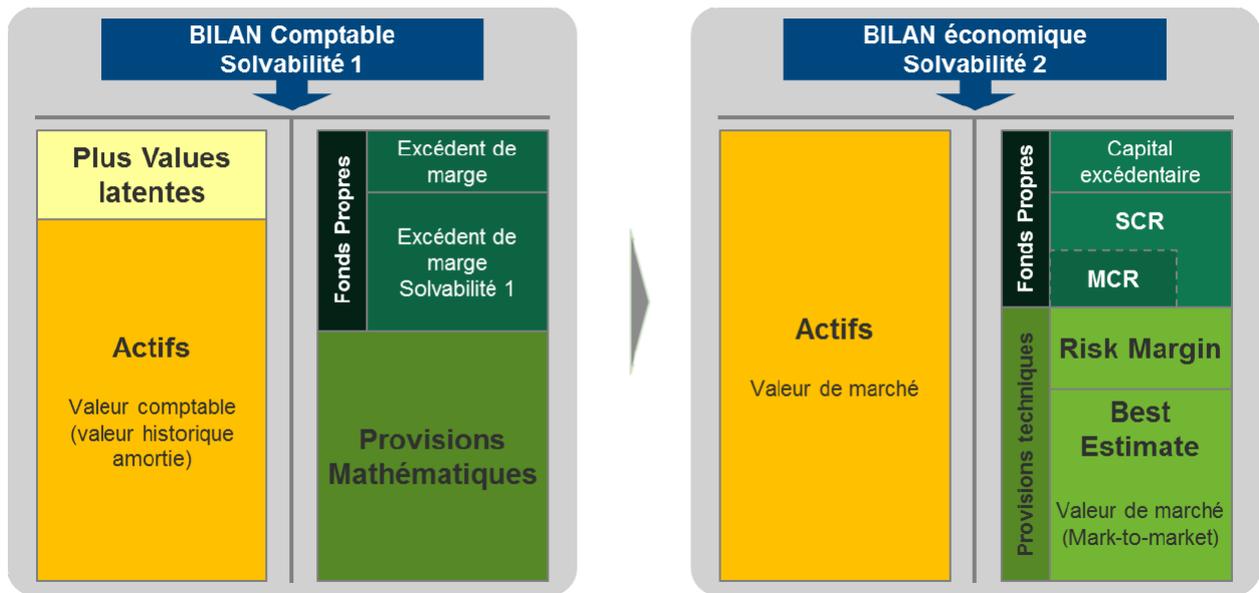


Figure 3: Passage du bilan comptable au bilan économique Solvabilité II (Source : InsuranceSpeaker)

Les éléments de l'actif doivent donc être comptabilisés chaque année à leur valeur de marché et non pas à leur prix d'acquisition. Si le titre est coté sur un marché, il s'agit alors de sa cotation au jour de l'évaluation (Mark-to-Market ou Market Value). Dans le cas contraire, le titre est comptabilisé à l'aide d'un modèle adéquat (Mark-to-Model) visant à répliquer au mieux la valeur de marché.

En revanche, la valeur de marché des éléments du passif, constituée essentiellement de provisions techniques, est moins évidente à évaluer dans la mesure où il n'y a pas de marché formel dans lequel ces éléments pourraient être échangés. La directive prévoit que leur valeur devrait correspondre au montant que les entreprises d'assurance seraient prêtes à payer si elles décidaient de transférer leurs engagements à une autre entreprise. On dit alors que ces passifs d'assurance sont valorisés de façon "Market Consistent"

Nous analyserons dans les prochains chapitres les différentes composantes de ce bilan.

#### 2.1.4.1 Les provisions techniques

Les provisions techniques sont les réserves constituées par les assureurs pour respecter leurs engagements. Elles se décomposent en Best Estimate (la meilleure estimation) et en Risk margin (une marge de risque).

$$\text{Provision techniques prudentielles} = \text{Best Estimate} + \text{marge de risque}$$

Nous nous intéressons dans un premier temps à la provision Best Estimate. L'article 77 de la directive Solvabilité II en son alinéa 2 détaille la façon dont doit être estimé le Best Estimate : "La meilleure estimation correspond

à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents”

Ainsi, la provision Best Estimate se définit comme la valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs bruts de réassurance sans intégrer de marge de prudence. Elle correspond à l'espérance des flux futurs des contrats d'assurance actualisés au taux sans risque pertinent.

$$BE = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( \sum_{t \geq 0} \frac{Flux_t}{(1 + r_t)^t} \right)$$

- $\mathbb{Q}$  : la probabilité risque-neutre ;
- $Flux_t$  : les flux probables de l'année  $t$  ;
- $r_t$  : le taux sans risque de maturité  $t$  années.

Les flux de trésorerie correspondent à l'écart entre les flux entrants (primes d'assurance versées par les assurés) et les flux sortants (prestations d'assurance sur lesquelles s'était engagé l'assureur, ainsi que les autres dépenses telles que les commissions, les frais financiers, les coûts de gestion des contrats, etc.)

Le BE doit reposer sur des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes (on ne se base plus sur des hypothèses prudentes comme ce fut le cas sous Solvabilité I) ce qui explique sa désignation de meilleure estimation des engagements de l'assureur envers les assurés. Les hypothèses sont déterminées à partir des données historiques, mais aussi par jugements d'experts, lorsque les données sont insuffisantes.

De par sa définition économique, le BE est particulièrement complexe à évaluer car il intègre aussi la valeur temps des garanties financières et des options cachées (les taux minimums garantis, l'option de rachat, etc) définies dans les contrats d'assurance vie. Ces notions seront abordées dans la partie ALM

L'évaluation du BE est obtenue par les techniques de provisionnement couramment utilisées telles que des formules analytiques comme par exemple la formule de Black-Scholes pour l'évaluation d'options et garanties ou des techniques de simulations aléatoires comme les méthodes de Monte-Carlo. Du fait de la multiplicité des options offertes dans les contrats d'assurance et des interactions entre l'actif et le passif, les formules fermées sont assez complexes à trouver. C'est pourquoi les méthodes stochastiques sont privilégiées en pratique : un grand nombre de scénarios risques-neutres sont produits suivant diverses hypothèses économiques pour générer les différents flux. La moyenne empirique de ces flux est alors un estimateur consistant du BE d'après la loi des grands nombres

$$BE \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{t=0}^T \frac{Flux_{i,t}}{(1 + r_{i,t})^t}$$

- $Flux_{i,t}$  : les flux probables de l'année  $t$  associés au scénario  $i$  ;
- $r_{i,t}$  : le taux sans risque de maturité  $t$  années associé au scénario  $i$  ;
- $N$  : le nombre total de scénarios avec la même probabilité de survenance ;

- T : l'horizon de projection.

L'ensemble des engagements techniques des assureurs en France sont concernés par cette approche. Les risques sont dits "non répliquables" par un portefeuille d'actifs.

En ce qui concerne la marge pour risque : elle représente le montant qu'il faut ajouter au BE pour qu'un autre assureur accepte de reprendre et d'honorer les engagements de passif. C'est en quelque sorte de l'erreur d'estimation.

Par définition, le calcul de la marge de risque repose sur l'évaluation théorique d'un transfert des engagements d'assurance d'une entité d'origine à une entité de référence. Ainsi, pour la calculer il faut en premier lieu déterminer le coût que représente la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au SCR nécessaire pour honorer les engagements d'assurance de l'entité d'origine. Ce coût est évalué selon une approche similaire au coût de capital (CoC) dans l'European Embedded Value et représente le taux estimé à 6 % que supporterait l'entité de référence détenant le montant de fonds propres éligibles requis.

Après détermination du SCR et du taux du coût du capital à la date 0, la marge de risque est calculée à partir des estimations des SCR futurs. La projection des SCR futurs sur la durée de vie résiduelle des engagements pour le calcul de la marge de risque est généralement réalisée à l'aide de proxys et de drivers de risques, censés être de bons représentants de l'évolution future du SCR. Enfin, la marge de risque est évaluée en actualisant le coût du capital généré par l'immobilisation du SCR avec la formule suivante :

$$RM = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \right)$$

- CoC : le coût en capital estimé à 6%;
- $SCR_t$  : le SCR de l'année t ;
- $r_t$  : le taux sans risque à l'échéance t+1.

#### 2.1.4.2 Les fonds propres

Les fonds propres sont les ressources d'une société qui appartiennent à ses actionnaires, par opposition aux dettes auprès des investisseurs. Ils doivent être évalués à leur valeur économique. Ils correspondent à l'actif net et sont obtenus par différence entre l'actif et les provisions techniques évaluées selon les règles de Solvabilité II (actif en valeur de marché et juste valeur des provisions techniques).

Les éléments de fonds propres sont classés sur trois niveaux (" Tiering") qui correspondent à la ventilation du capital en fonction de la qualité de ses composants. Le niveau de qualité des fonds propres est déterminé par les critères suivants :

- Disponibilité permanente : l'élément est disponible, ou peut être appelé sur demande, pour absorber complètement des pertes ;
- Subordination : en cas de liquidation, le montant total de l'élément est disponible pour l'absorption des pertes et le remboursement de l'élément est refusé à son détenteur, jusqu'à ce que tous les autres engagements, y compris les engagements d'assurance et de réassurance vis-à-vis des preneurs et des bénéficiaires aient été honorés ;

- **Duration** : la durée des éléments constitutifs des fonds propres (quand ceux-ci ont une date d'échéance), ainsi que l'appréciation de l'existence et de la nature de clauses incitant au remboursement et à la rémunération des détenteurs.

L'utilité des fonds propres disponibles est d'absorber les pertes liées à des événements de stress. En effet, une fois classés, ces fonds propres devront être mis en couverture des marges de solvabilité (MCR et SCR définis dans le prochain paragraphe) en respectant des limites en proportion dépendant de leur niveau de " Tiering" :

- 50% minimum en Tier 1 ;
- 15% maximum en Tier 3;
- 50% maximum en Tier 2 + Tier 3.

Ainsi, l'éligibilité d'une classe de fonds propres se traduit par sa capacité à être mise en regard des seuils de solvabilité. D'autres critères peuvent mener à un écrêtement/limitation des fonds propres éligibles notamment pour les dettes subordonnées, titre hybride entre le capital et la dette obligatoire, qui ne peut dépasser 20% maximum en Tier 1. Toutefois, la part de ces instruments qui dépasserait la limite de 20% des fonds propres éligibles en Tier 1 peut être reportée vers les tiers inférieurs. Ainsi, la part des éléments de Tier 1 écrêtée du fait de cette limite de 20% des fonds propres éligibles en Tier 1 est éligible en Tier 2. Les éléments constitutifs des Tiers 1,2 et 3 ont été déposés en Annexe à la page 119

Plafonnement par Tier des fonds propres éligibles en couverture du SCR			
Éléments	Tier 1	Tier 2	Tier 3
Fonds propres de base	<ul style="list-style-type: none"> <li>• &gt; 50% du SCR</li> <li>• &lt; 20% du total Tier 1 pour certaines composantes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• &lt; 50% du SCR</li> <li>• Somme Tier 2 + Tier 3 &lt; 50% du SCR</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• &lt; 15% du SCR</li> <li>• Somme Tier 2 + Tier 3 &lt; 50% du SCR</li> </ul>
Fonds propres auxiliaires	NA		

Table 2: Plafonnement par Tier des fonds propres éligibles en couverture du SCR

### 2.1.4.3 Le Capital de Solvabilité Requis (SCR)

Le Capital de Solvabilité Requis (Solvability Capital Requirement) est l'un des deux principaux indicateurs de solvabilité du pilier 1. Concrètement, il correspond à la part des fonds propres que l'assureur doit immobiliser, afin d'absorber les chocs qui seraient provoqués par une situation exceptionnelle. Il permet à l'entreprise d'assurance de faire face à des pertes imprévues et procure aux assurés la garantie nécessaire que l'assureur sera capable d'honorer ses engagements. Ainsi, puisque la philosophie de la directive stipule que les risques courus doivent être portés par ce capital immobilisé, celui-ci doit être rigoureusement estimé. La directive détaille le calcul permettant de mesurer le niveau de SCR propre à chaque entreprise. Afin de l'expliquer, il est nécessaire de revenir sur la notion de ruine économique. Pour rappel, une société d'assurance est considérée en situation de ruine économique à l'instant  $t$  si ses fonds propres économiques sont négatifs en  $t$

Sous Solvabilité II, le capital économique correspond au montant minimum nécessaire des fonds propres afin d'éviter la ruine économique sur un horizon temporel de 200 ans. On recherche donc une probabilité de ruine annuelle, qui serait inférieure à  $\frac{1an}{200ans} = 0.5\%$ . Le choix temporel de 200 ans permet donc à la fois de se positionner sur un cadre temporel assez long, qui permet de simplifier les calculs et de nous ramener à un niveau de risque de 0.5% (ou seuil de confiance à 99.5%) généralement utilisé à travers la notion de Value at Risk. On note  $AC_0$  le capital disponible (Available Capital) en  $t = 0$  et  $AC_1$  le capital en  $t = 1$

Nous recherchons le montant de capital initial  $x$  nécessaire, de sorte que l'entreprise d'assurance ne fasse pas

faillite dans plus de 99.5% des cas :

$$\mathbb{P}(AC_1 \geq 0 | AC_0 = x) \geq 99.5\%$$

où nous avons noté  $P(x|y)$  la probabilité conditionnelle de l'évènement x sachant l'évènement y.

La fonction  $x \rightarrow \mathbb{P}(AC_1 \geq 0 | AC_0 = x)$  étant croissante, le SCR correspond au plus petit x vérifiant cette relation. En utilisant l'Argmin, ensemble des valeurs pour lesquelles l'expression atteint sa valeur minimale, nous obtenons que :

$$SCR \triangleq \arg \min_x \mathbb{P}(AC_1 \geq 0 | AC_0 = x) \geq 99.5\%$$

Ou encore en utilisant la fonction de perte L (Loss) définie par :  $L = AC_0 - \frac{AC_1}{1+i}$

$$SCR = \arg \min_x \mathbb{P}(L > x) \leq 0.5\%$$

Il s'agit donc en pratique d'obtenir la distribution de la fonction de perte, et donc du capital disponible en  $t=1$ , puis d'en évaluer le quantile à 99.5%

$$SCR = q_{99,5\%}^L$$

À noter également, que bien qu'il y ait des différences de périmètres, la méthodologie Solvabilité II s'inspire du calcul de la MCEV (Market Consistent Embedded Value) tel qu'édicté par le CFO Forum. Ainsi si  $X_1$  représente le montant du résultat de la compagnie sur l'année avant redistribution des dividendes, on retombe sur la même équation en posant  $AC_0 \triangleq MCEV_0$  et  $AC_1 \triangleq MCEV_1 + X_1$

Cette approche que l'on vient de décrire est également utilisée par les agences de notation, qui déterminent la notation des entreprises en mesurant la probabilité de faillite et en se basant sur l'analyse du capital.

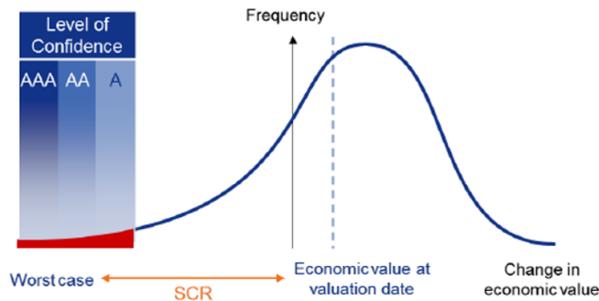


Figure 4: Illustration du niveau de confiance en fonction de la Value at Risk

La directive Solvabilité II exige que le SCR soit calculé au moins une fois par an et qu'il soit notifié aux autorités de contrôle compétentes. Toutefois, le SCR doit être continuellement surveillé par les sociétés d'assurance et de réassurance. Dès lors, si le profil de risque de la société s'écarte significativement des dernières hypothèses sous-jacentes au calcul, le SCR doit être réévalué sans délai et son résultat doit être notifié aux autorités de contrôle. Le non-respect du seuil du SCR, implique l'intervention du superviseur de manière graduelle, afin d'établir un plan de redressement de l'organisme d'assurance concerné en lui imposant notamment des sanctions. D'ailleurs, si le régulateur le juge nécessaire, il peut demander à la société d'assurance de majorer son SCR d'un surplus de capital (capital add-on). À travers les fortes exigences qui viennent d'être exposées, nous voyons que Solvabilité II place le suivi des risques, dont le SCR est une mesure imposée, au cœur du système de pilotage de l'entreprise.

Finalement, le MCR (Minimum Capital Requirement), deuxième indicateur de solvabilité, représente le niveau minimal de capital requis, en dessous duquel l'entreprise d'assurance présente un risque inacceptable ne lui permettant plus de pouvoir faire face à ses engagements. Le calcul du MCR correspond à une Value at Risk à 85 % à horizon un an. Le MCR se situe ainsi entre 25 % et 45 % du SCR. Il doit par ailleurs être supérieur à un seuil plancher de 3,2 millions d'euros pour les activités d'assurance vie. En dessous de ce minimum de fonds propres, l'intervention de l'autorité de contrôle est automatique. Le non-respect du seuil MCR peut entraîner le retrait d'agrément permettant d'exercer l'activité d'assureur.

#### 2.1.4.4 Comparaison des bilans des référentiels : lien entre le SCR et la MCEV

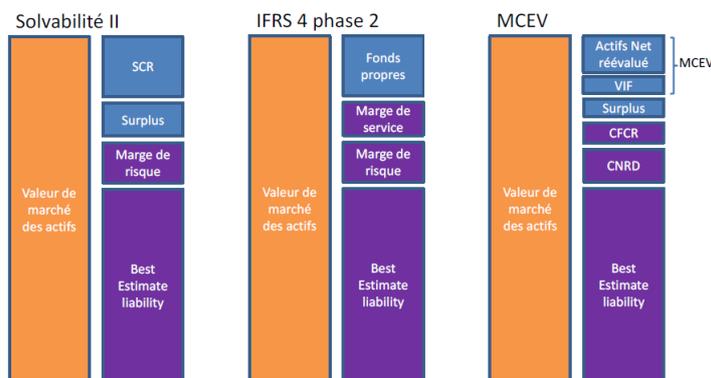


Figure 5: Comparaison des Bilans SII IFRS4 et MCEV

Le bilan de Solvabilité II a déjà été longuement détaillé. On rappelle que la somme du Best Estimate et de la marge de risque représente les provisions techniques. Les capitaux propres (les fonds propres) sont composés du capital requis (SCR/MCR) et du capital de surplus excédentaire. En ce qui concerne la norme MCEV, elle se compose de l'Actif Net Réévalué (ANR) et de la Valeur in Force (VIF) du portefeuille. La VIF est la valeur actuelle des profits futurs issus de l'In Force (c'est-à-dire du portefeuille acquis) ce qui correspond à la projection des marges de gain futures actualisées. Le détail des éléments qui composent la VIF a été déposé en Annexe à la page 120. L'ANR correspond à la valeur de marché des actifs qui n'adossent pas les engagements techniques envers les assurés. Cela représente, par opposition au résultat futur, la richesse passée, et est par conséquent bien plus simple à mesurer que la VIF et le Best Estimate. Ce dernier est donc le complémentaire de la VIF pour l'assurance vie : l'un mesure les sorties futures à payer sur les portefeuilles (les engagements de l'assureur) tandis que l'autre se concentre sur les profits futurs qu'il va générer. D'un point de vue théorique, les fonds propres disponibles qui résultent du bilan prudentiel de Solvabilité II correspondent de manière très proche à ceux de la MCEV de l'entreprise. Une réconciliation, se basant sur la VIF, l'ANR et la RM, entre ces deux normes est d'ailleurs utilisée à des fins d'audit. Les correspondances entre les référentiels aboutissent à la relation suivante entre les grandeurs MCEV et S2 :

$$VM - (BE + RM) = ANR + VIF$$

Il en résulte le lien suivant entre le SCR et la MCEV :

$$SCR = \Delta MCEV = \Delta ANR + \Delta VIF$$

### 2.1.5 La formule standard

Afin d'évaluer le SCR, la directive laisse le choix à la compagnie d'assurance en proposant plusieurs méthodes : le modèle interne basé sur la structure de risque spécifique de l'entreprise ou la formule standard, moyen supposé le plus accessible mais qui s'avère néanmoins complexe et qui est détaillé par la directive, ou bien encore un mode de calcul hybride, le modèle interne partiel mixte entre les deux précédentes méthodes. Nous aborderons dans ce mémoire uniquement la formule standard.

La formule standard propose une approche modulaire. Pour chaque sous-module, la directive propose une méthode de calcul, incluant des facteurs définis par le régulateur.

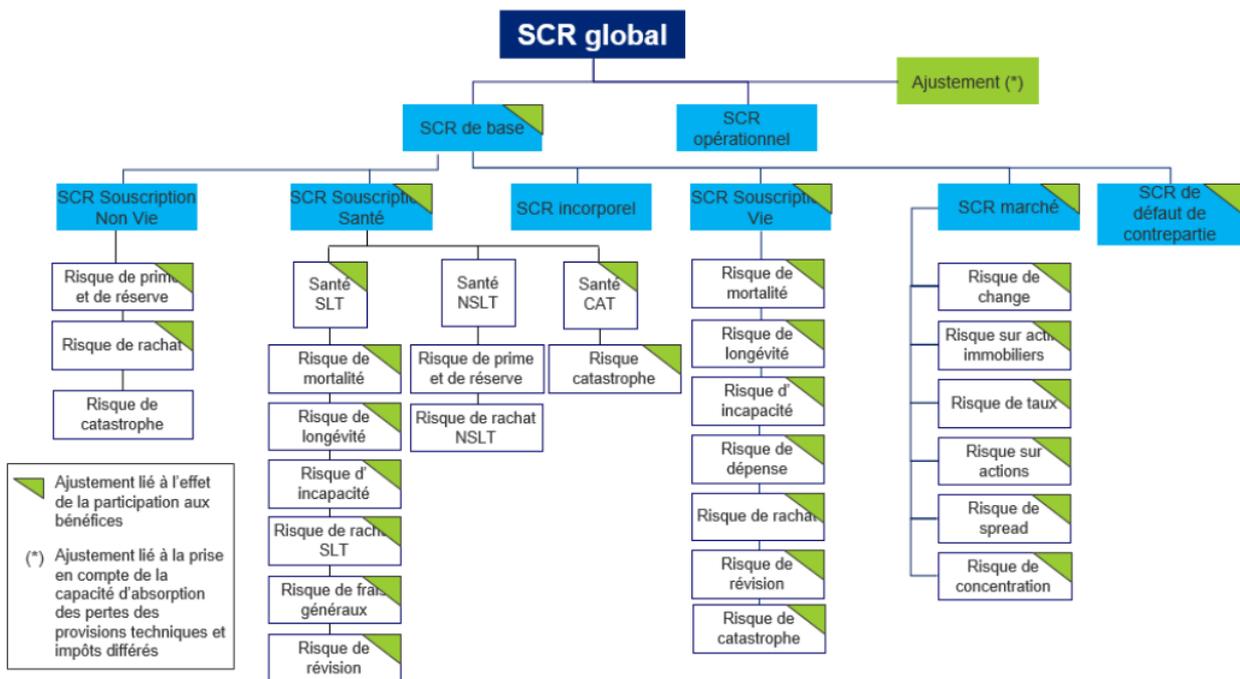


Figure 6: Structure modulaire de la formule standard

Le SCR global se déduit par étapes successives. Tout d'abord, il faut commencer par calculer chacun des SCR sous-modulaires. Chaque sous module reflète un risque auquel est exposé l'assureur.

D'une manière générale, le SCR de chaque sous-module est calculé de la manière suivante, fondée sur l'approche Delta NAV. Nous avons déjà évoqué cette approche lorsque nous avons comparé les normes S2 et MCEV. Il est important de noter que l'approche Delta NAV est une méthode d'estimation du SCR par simulations.



Figure 7: Représentation de la Net Asset Value (NAV) dans le bilan économique SII

Le schéma ci-dessous permet de comprendre le calcul effectué pour chaque SCR sous-modulaire.

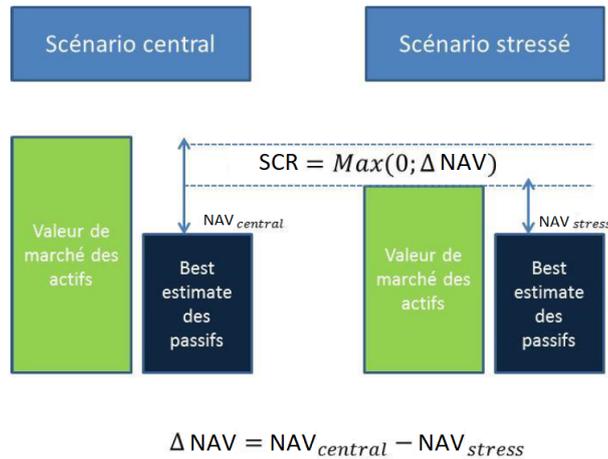


Figure 8: Illustration de la méthode delta NAV

Ainsi, le SCR de chaque sous-module est calculé de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 SCR_{SousModulaire} &= \Delta NAV \\
 &= NAV^{ScénarioCentral} - NAV^{ScénarioChoqué} \\
 &= (VM^{ScénarioCentral} - BE^{ScénarioCentral}) - (VM^{ScénarioChoqué} - BE^{ScénarioChoqué}) \\
 &= \Delta VM - \Delta BE
 \end{aligned}$$

Les chocs à appliquer à chaque risque élémentaire pour le calcul du SCR associé sont données par l'EIOPA. Ils ont été calibrés pour obtenir une VAR à 99.5%. Les scénarios de stress appliqués pour calculer les NAV choquées sont soit des chocs instantanés, soit des tendances. Lorsque le scénario de stress entraîne une perte au niveau de la NAV, alors le SCR est positif. Si le scénario entraîne un gain au niveau de la NAV, alors le SCR correspondant est nul.

Nous distinguons et fournissons des résultats dans ce mémoire des SCR Brut et SCR Net :

- Le " brut " d'effet d'absorption des participations aux bénéfiques futurs : signifie que l'assureur ne peut pas modifier ses taux de PB servis futurs en cas de survenance du choc considéré. Dès lors , l'assureur sert exactement les mêmes séquences de taux de PB dans le cas des scénarios choqués que dans le cas du scénario central défini.
- Le " net " d'effet d'absorption des participations aux bénéfiques futurs : signifie que l'assureur peut modifier ses montants de PB futurs de manière à absorber les impacts d'un éventuel choc.

Le taux d'absorption se définit donc comme :  $Taux\ d'absorption = 1 - \frac{SCR_{i_{net}}}{SCR_{i_{brut}}}$

Le taux de participation aux bénéfiques sera abordé plus en détail dans la section relative à l'Épargne.

Une fois tous les SCR sous-modulaires calculés, il faut les agréger avec des matrices de corrélation propres à chaque module et dont les coefficients sont donnés par l'EIOPA, pour déterminer un SCR modulaire. Par exemple, le risque de marché décrit dans l'article 105 de la directive Solvabilité II, reflète le risque lié au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers ayant un impact sur la valeur des actifs et des passifs de l'assurance. Ce module comprend les sous-modules qui correspondent au risque de taux d'intérêt,

au risque sur actions, au risque de spread, au risque sur actifs immobiliers, au risque de change et au risque de concentration. Nous reviendrons d'ailleurs ultérieurement en détail dans ce mémoire sur le SCR modulaire de marché ainsi que sur les sous-modules qui le composent, puisqu'il s'agit d'un des principaux SCR que nous allons optimiser et qui est très couteux pour les contrats d'épargne en euros. Ainsi, pour chaque module de risque, où  $i$  et  $j$  sont des sous-modules du même module  $k$ , l'agrégation se fait de la manière suivante :

$$SCR_{Module k} = \sqrt{\sum_{i,j} correlationSousModule(i,j) SCR_i SCR_j}$$

	Taux	Actions	Immobilier	Spread	Change	Concentration
Taux	1	0 / 0,5	0 / 0,5	0 / 0,5	0,25	0
Actions	0 / 0,5	1	0,75	0,75	0,25	0
Immobilier	0 / 0,5	0,75	1	0,5	0,25	0
Spread	0 / 0,5	0,75	0,5	1	0,25	0
Change	0,25	0,25	0,25	0,25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

Table 3: Matrice de corrélation pour le SCR marché

Tous les SCR modulaires sont ensuite agrégés par une autre matrice de corrélation pour former, avec le SCR incorporel, le BSCR (Basic Solvency Capital Requirement).

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} correlation(i,j) SCR_i SCR_j} + SCR_{incorporel}$$

Le SCR incorporel correspond aux risques provenant des actifs incorporels (goodwill, brevets ...) dont le calcul est défini à l'article 203 du règlement délégué.

	SCR Marché	SCR défaut	SCR vie	SCR santé	SCR non vie
SCR Marché	1	0,25	0,25	0,25	0,25
SCR défaut	0,25	1	0,25	0,25	0,5
SCR vie	0,25	0,25	1	0,25	0
SCR santé	0,25	0,25	0,25	1	0
SCR non vie	0,25	0,5	0	0	1

FIGURE 1.6 – Matrice de corrélations définie par l'EIOPA

Table 4: Matrice de corrélation pour l'agrégation du BSCR

Finalement, le SCR global est obtenu en y ajoutant les ajustements dus aux effets d'absorption des pertes des provisions techniques et des impôts différés, ainsi que le SCR opérationnel (qui a pour objectif de capter le risque de pertes résultant de procédures internes, de membres du personnel ou de systèmes défaillants). Les ajustements et le SCR opérationnel sont calculés séparément sans agrégation.

$$SCR = BSCR + SCR_{op} + Adj$$

Parmi les critiques qui sont faites le plus souvent sur la formule standard, certaines concernent la linéarité de la corrélation entre les facteurs de risque, aux niveaux modulaires et sous modulaires, ainsi que l'hypothèse d'une distribution de somme de Gaussienne qu'elle sous-tend. À ce titre, des structures de dépendances plus complexes et reflétant mieux ces liens comme les copules auraient dû être proposées.

### 2.1.5.1 Le taux de couverture

Le taux de couverture est le rapport entre les fonds propres éligibles au numérateur et le capital requis au dénominateur.

$$\text{Taux de couverture} = \frac{\text{Fonds propres éligibles}}{\text{Capital requis}}$$

C'est un indicateur mesurant la solvabilité de l'entreprise.

Pour rappel, le Minimum de Capital Requis représente la part minimale des fonds propres que doit immobiliser l'assureur pour pouvoir absorber les chocs et gérer ses risques. Dans le cas contraire, il ne serait pas en mesure de pouvoir exercer sa fonction d'assureur. Par conséquent, la directive de Solvabilité II s'attend à ce que tous les assureurs aient des fonds propres éligibles au moins égaux au MCR. Formulé autrement, le taux de couverture du MCR doit être au moins égal à 100 %.

Plus la compagnie d'assurance dispose de capitaux excédentaires au SCR, plus ces fonds propres éligibles vont être importants. Ainsi, elle disposera d'un ratio de couverture élevé. Cet indicateur est un élément important aux yeux de l'ACPR; il démontre que la compagnie d'assurance a une bonne solvabilité et maîtrise parfaitement ses risques.

Dans ce mémoire, le taux de couverture désignera toujours par abus de langage, le taux de couverture du SCR

## 2.2 Assurance vie : le contrat d'épargne euro

### 2.2.1 Le contrat d'épargne

Le contrat d'assurance-vie évoqué dans le langage courant est en réalité un contrat d'épargne détenant à la fois une garantie en cas de vie et une autre en cas de décès : l'épargne accumulée chaque année est versée aux bénéficiaires du contrat à la mort de l'assuré avant le terme du contrat ou à l'assuré en cas de rachat de l'épargne ou au terme du contrat. À l'inverse du système de la Sécurité sociale qui fonctionne par répartition, c'est-à-dire que l'idée générale repose sur la solidarité intergénérationnelle entre les cotisations versées par les travailleurs actifs servant à payer les pensions des retraités de la même année, le contrat d'épargne s'apparente plus à un placement financier fonctionnant par capitalisation. Ainsi, chacun cotise pour sa propre épargne, obligeant l'assureur à créer des réserves de provisions, afin que les sommes cotisées servent à financer l'épargne future. Les notions de préjudice, de réparation ou d'indemnité restent absentes des clauses contractuelles. Les garanties sont forfaitaires et librement consenties par avance au moment de la souscription. Les prestations sont versées sans référence financière à un dommage subi ou causé. L'épargne fluctue ensuite sur un compte. Le souscripteur ne perçoit pas physiquement les intérêts mais ceux-ci viennent alimenter le compte et participer aux intérêts futurs. Le contrat se termine automatiquement lorsque l'assuré décède. Les contrats sont généralement souscrits pour une durée minimale de huit ans permettant de bénéficier d'un cadre fiscal avantageux. Un rappel sur les généralités de l'assurance vie a été déposé en Annexe à la page 121.

#### 2.2.1.1 Les supports du contrat d'épargne

### **Support Euro**

Sur un support Euro, les sommes versées par l'assuré sont garanties et sont revalorisées chaque année. La revalorisation dépend des résultats financiers de l'assureur, mais ne peut pas être inférieure à un taux minimum sur lequel l'assureur s'était engagé à garantir dès la souscription du contrat. Le risque est donc porté par l'assureur, qui doit faire en sorte de toujours servir au moins ce taux garanti, même en cas de baisse des marchés financiers. Pour cette raison, l'épargne est majoritairement investie sur des obligations d'État permettant de dégager un rendement certain. Depuis quelques années, la très forte baisse des taux, a fait chuter le taux de rendement de ces produits. Nous aurons l'occasion d'y revenir en détail au cours de ce mémoire.

### **Support UC**

Dans le cadre d'un contrat en unités de compte, les sommes versées par l'assuré sont investies dans un ou plusieurs supports à capital variable pouvant avoir plusieurs natures : Fonds Commun de Placement (FCP), Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières (OPCVM) ou Sociétés d'Investissement à Capital Variable (SICAV). Contrairement à un contrat Euro, l'assureur s'engage uniquement sur un nombre d'unités de compte inscrites au contrat et non sur leur valeur. Ainsi, l'évolution de la valeur du contrat dépend de l'évolution des supports. Concrètement c'est l'assuré qui porte le risque dans ces contrats : il peut perdre de l'argent si les supports connaissent une baisse de valeur à la suite d'une variation des marchés financiers. En contrepartie de la non-garantie du montant investie, les taux de rendement proposés par ce type de contrat sont bien plus avantageux que ceux du contrat d'épargne selon la relation rendement-risque. Du fait de la garantie en capital, les fonds en euro demeurent beaucoup plus populaires que ceux en unités de compte.

### **Multisupports**

Il est également possible de combiner les deux types de contrats précédents en un seul. Il s'agit des contrats dits "multisupports". Une partie de l'épargne de l'assuré sera investie sur un support Euro et le reste en unités de compte. Ce type de contrat permet de combiner les avantages des deux supports : garantir un capital minimum (partie en Euro) et profiter de la croissance des marchés financiers (partie en UC)

Dans la suite de ce mémoire, nous nous concentrerons essentiellement sur les contrats d'épargne libellés en euros.

#### **2.2.1.2 Les caractéristiques du contrat d'épargne euro**

Le contrat d'épargne Euro est le produit préféré des Français. En effet, quasiment 20 millions de Français détiennent plus de 50 millions de contrats, destinés à 37 millions de bénéficiaires. Cela s'explique par différentes raisons. Une des principales raisons est que le contrat d'épargne bénéficie d'une fiscalité avantageuse lors d'une transmission de patrimoine. Ces contrats sont également très liquides : ils offrent la possibilité à l'assuré de racheter son contrat à tout moment comme le stipule l'Article R-132-5-3 du Code des assurances. De plus, un des atouts du contrat d'épargne libellé en euros, réside dans la garantie du capital investi, tout en offrant une rémunération supplémentaire. La perte du capital ne peut subvenir que lorsque l'assureur fait faillite. (Dans ce cas les sommes sont tout de même garanties par le fond pour les assurances de personnes FGAP à hauteur de 70 000 euros maximum par assurés). Tous les éléments évoqués incitent les ménages à une détention de ce produit sur le long terme, leur permettant de réaliser plusieurs projets :

- épargner une somme ;

- se constituer un complément de retraite ;
- transmettre un patrimoine ...

Les principaux intervenants autour du contrat d'épargne sont les suivants :

- L'assureur : il conçoit, fabrique, gère et commercialise le produit d'épargne. Il s'engage à payer les prestations auprès des bénéficiaires.
- L'assuré : c'est la personne exposée au risque défini par le contrat.
- Le souscripteur du contrat : celui qui paye une ou plusieurs primes à l'assureur et peut retirer tout ou une partie du capital constitué.
- Les bénéficiaires : ils perçoivent des flux financiers de la part de l'assureur en cas de survenance de l'aléa.
- Les intermédiaires d'assurance : courtiers, agents généraux et mandataires.

L'assuré peut être à la fois le souscripteur et le bénéficiaire du contrat.

### **Les primes // cotisations**

Dans un contrat d'épargne, les primes payées par l'assuré, sont investies sur les marchés financiers par l'assureur. L'assuré a la possibilité de payer les primes soit à l'ouverture du contrat uniquement (prime unique), soit librement (versements libres), soit de façon régulière (versements programmés).

### **Les prestations // indemnisations**

Les prestations sont payées par l'assureur à l'assuré. Elles représentent les flux de sortie en cours d'année. Elles diminuent les provisions mathématiques (PM) après revalorisation au titre des intérêts crédités (IC) et des taux minimum garantis (TMG).

Les prestations sont composées des sorties pour cause de décès et des rachats, c'est-à-dire la possibilité de retirer son épargne.

### **Les chargements**

Les chargements sont les frais facturés à l'assuré. L'assureur les utilise pour couvrir ses frais, verser une commission à un apporteur d'affaires et dégager une marge. Ils sont composés :

- Des chargements sur primes calculées sur chaque versement. Ils sont calculés comme un taux de chargement par produit appliqué aux montants des primes perçues.
- Des chargements sur encours qui sont calculés comme un taux de chargement par produit appliqué au montant de l'encours moyen du passif (égal à la moyenne des PM sur l'année).
- Des chargements sur les produits financiers qui sont calculés comme un taux de chargement par produit appliqué à la production financière.

### **Les commissions**

Les commissions sont des versements faits par l'assureur pour rémunérer les apporteurs d'affaires. Ces derniers sont par exemple les banques qui commercialisent le produit de l'assureur ou les courtiers apportant des clients. Dans la même logique que pour les chargements, on distingue des commissions sur primes, des commissions sur encours et des commissions sur produits financiers.

### **Les frais**

Les frais sont calculés à partir de coûts unitaires. Il existe une multitude de frais à la charge de l'assureur liés à la vie du contrat (les coûts de souscription des contrats, les coûts de sortie des contrats, les coûts de transfert des contrats, etc) On notera également les coûts relatifs à la gestion des contrats et aux frais financiers.

#### **2.2.1.3 Les Options cachées d'un Contrat d'Epargne Euro**

Les contrats d'épargne offrent diverses options aux assurés comme la possibilité de pouvoir racheter une partie ou la totalité de leur contrat, ou encore la possibilité d'effectuer des versements en dehors de ceux programmés à la souscription ainsi que la possibilité de convertir l'épargne acquise sous forme de rente . Elles sont présentées ci-dessous.

#### **Les Versements libres**

Les versements libres sont les primes non stipulées aux contrats, versées librement par les assurés à tout moment. Ces versements donnent droit aux mêmes garanties que la provision mathématique existante (sauf mention contraire stipulée au contrat). Les versements libres constituent une source d'aléas, et donc un risque, pour l'assureur puisqu'il ne peut pas prévoir les versements futurs. Ceci peut donc constituer un risque de marché, plus particulièrement un risque de taux, si les conditions de marché sont plus défavorables pour l'assureur au moment du versement des primes qu'à l'origine du contrat.

#### **Les Rachats**

Le rachat peut être partiel ou total. Le rachat total consiste pour le souscripteur d'un contrat à mettre un terme à celui-ci avant l'échéance prévue et de demander le versement de l'intégralité de la provision mathématique constituée. Le rachat partiel permet à l'assuré de ne récupérer qu'une partie de la provision mathématique constituée et ne rompt pas le contrat, ce qui permet à l'assuré de conserver ses avantages fiscaux. Des pénalités peuvent cependant être prélevées par l'assureur dans la limite de 5% des sommes versées.

#### **L'option de sortie en rente**

À l'échéance du contrat, l'assuré a la possibilité de demander à recevoir immédiatement l'intégralité de l'épargne accumulée. Il a également une possibilité de sortie en rente. Cette option permet à l'assuré de convertir l'épargne acquise sous forme de rente en deux possibilités : la rente viagère (à vie) et la rente certaine (à durée déterminée). Cette option permet en quelque sorte de transformer le contrat d'épargne en un contrat de retraite, permettant à l'assuré de percevoir un complément de retraite. Bien sûr, ce complément de revenu peut aussi être perçu avant l'âge de la retraite. La rente peut également être réversible au profit d'un proche. Cette multitude d'options montre la diversité du contrat d'épargne euro.

## **Arbitrage et Transferts**

Les contrats multi-supports prévoient la possibilité d'arbitrer entre les fonds euros et UC. Certains contrats, comme le PERP par exemple, prévoient la possibilité d'un transfert de l'épargne accumulée vers un autre assureur.

### **2.2.1.4 Les Garanties d'un Contrat d'Épargne Euro**

Le taux de rendement servi par l'assureur aux assurés fait partie des principaux critères incitant à souscrire au produit. Pour les contrats d'épargne Euro, il est composé du taux minimum garanti (TMG) qui correspond au rendement minimum sur lequel l'assureur s'est engagé contractuellement au moment de la souscription, permettant ainsi de sécuriser le capital investi, et d'un complément versé en fin de période, correspondant à la participation aux bénéfices, qui dépend de la performance de la compagnie ainsi que de sa capacité à servir un taux au-delà du TMG.

#### **Taux minimum garanti**

Le TMG est le taux de rendement que l'assureur se doit de verser aux assurés chaque année, et cela durant toute la durée du contrat. Ainsi, même dans le cas où l'entreprise ne réalise pas de bénéfice, elle a l'obligation de servir ce taux garanti, et se voit donc contrainte de puiser dans ses fonds propres pour répondre à cette exigence. L'assureur a donc une contrainte forte consistant à garantir ce taux de rendement sur une longue période. Les primes perçues par l'assureur sont investies sur les marchés financiers, principalement sur des obligations lui permettant de générer du rendement. De ce fait, l'assureur dépend des conditions du marché et est soumis aux aléas de celui-ci. Ainsi, dans le contexte actuel de taux très bas, l'assureur ne parvient plus à dégager du rendement aussi facilement qu'il y a quelques années, ce qui rend très compliqué le versement d'un tel taux fixe sur des périodes aussi longues.

Au vu de son importance et pour éviter à l'assureur de s'engager sur des contraintes qu'il ne pourrait pas tenir, le TMG est encadré par l'article A132-1 du Code des assurances :

- 75% du TME (taux de rendement moyen des emprunts d'État) pour les contrats dont la durée maximale est inférieure ou égale à huit ans.
- Le minimum entre les deux taux suivants : 3,5% et 60% du TME pour les contrats dont la durée est supérieure à 8 ans.

D'un point de vue réglementaire, rien n'empêche un assureur de fixer un TMG à un niveau suffisamment faible voire nul. Cependant, comme ce dernier représente un argument de choix pour les assurés au moment de la souscription d'un contrat d'épargne Euro, les assureurs se sont vus garantir des taux assez proches du taux maximum autorisé par le Code des assurances afin de rester compétitifs face à leurs concurrents. Ainsi dans les années 1980 et 1990, des contrats à durée illimitée comportaient des TMG élevés de l'ordre de 5 à 6 %. Certains d'entre eux autorisent les versements libres, et par conséquent les nouvelles primes versées aujourd'hui sur ce contrat continuent de bénéficier de ce TMG. Ces anciens contrats encore présents dans certains portefeuilles génèrent des pertes importantes pour les assureurs dans le contexte actuel. Aujourd'hui, la plupart des nouveaux contrats d'épargne disponibles sur le marché comportent des TMG de 0%.

Dans ce contexte, d'autres taux minimum ont vu le jour comme le TMAR (taux minimum annuel de revalorisation) correspondant à la revalorisation minimale à laquelle l'assureur s'engage, mais uniquement pour l'année à venir, qui est refixé chaque année, évitant ainsi de devoir se retrouver engagé à garantir une forte contrainte *ad vitam aeternam*.

Les garanties de revalorisation des contrats liées aux contraintes de taux minimum garanti sont appelées Intérêts Crédités (IC). Ils correspondent à l'estimation du montant cumulé sur toute la durée du contrat que l'assureur va devoir payer au titre du taux de revalorisation. Ils sont donc calculés grâce à des hypothèses de mortalité et de rachat des assurés qui permettent d'estimer la durée et le nombre des contrats à revaloriser dans le futur.

### **La participation aux bénéfices**

La Participation aux Bénéfices (PB) est une part des bénéfices réalisés par l'assureur qui est reversée aux assurés. Elle est discrétionnaire mais doit vérifier les contraintes réglementaires et contractuelles. Cela permet donc aux assurés de bénéficier d'une rémunération même dans le cas d'un TMG nul.

### **Le minimum réglementaire de participation aux bénéfices**

L'assureur est forcé par les articles A331-3 à A331-8 du Code des assurances à reverser aux assurés

- 85% du solde financier (0 s'il est négatif), représentant les gains réalisés grâce au placement de l'épargne des souscripteurs ;
- Et 90% du solde souscripteur (100% si le solde souscripteur est négatif), des gains et pertes techniques qui représentent le solde propre à l'activité d'assurance de placement des primes et de respect des engagements auprès des assurés.

Néanmoins, il a la possibilité de ne pas la verser immédiatement et de la différer dans le temps. Dans ce cas il constitue une provision pour participation aux excédents (PPE). L'assureur dispose alors de huit ans pour restituer à l'assuré l'ensemble des produits financiers.

### **Le minimum contractuel de participation aux bénéfices**

Un minimum de participation aux bénéfices peut être précisé contractuellement. Par définition, il diffère donc d'un contrat à l'autre. En général, il correspond à un pourcentage de la production financière auquel sont retranchés les chargements sur encours. Aux minima réglementaires et contractuels vient éventuellement s'ajouter une revalorisation discrétionnaire suivant la stratégie de l'assureur afin de se démarquer de la concurrence.

## **2.2.2 La complexité de la gestion du contrat d'épargne euro**

Le contrat d'épargne euro, est un contrat facile à comprendre pour le client : il lui permet d'économiser, en bénéficiant d'un rendement minimum garanti sans prendre de risques sur son capital. Pourtant, du point de vue de l'assureur, tous ces avantages rendent le montage et la gestion du contrat assez complexes.

La prime que doit verser l'assuré dépend de la garantie offerte, de la durée du contrat et de l'âge du souscripteur. Viennent ensuite les variables endogènes à la compagnie d'assurance : le tarif dépend alors des prélèvements sur les primes que la compagnie doit opérer pour couvrir ses frais d'acquisition et de gestion. Enfin, les tarifs

dépendent des rendements futurs des placements de l'assureur. Ces rendements déterminent le taux d'intérêt minimal auquel la société d'assurance s'engage à capitaliser les sommes versées par l'assuré.

En plus de ces garanties, le contrat d'épargne offre une multitude d'options, déjà évoquées précédemment, qui permettent à l'assuré de racheter son contrat au moment où il le désire, ou encore de verser des primes supplémentaires.

Ces garanties et ces options offertes par un contrat d'épargne Euro rendent ce produit très intéressant pour les assurés, mais en même temps, représentent un risque considérable pour l'assureur. Nous verrons comment la compagnie d'assurance utilise des méthodes de calcul stochastique complexes afin de prendre en compte le coût des garanties et des options incluses dans le contrat en fonction des contextes économiques.

### 2.2.3 Le bilan économique d'un portefeuille de contrats

Un portefeuille de contrats dispose de son propre bilan économique qui est simplifié par rapport au bilan de l'entreprise puisque certains éléments comme le SCR et la RM n'ont pas besoin d'être mesurés à ce niveau.

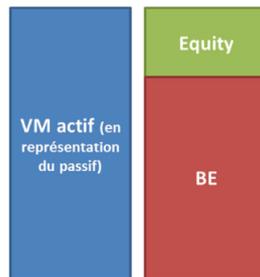


Figure 9: Le bilan économique d'un portefeuille de contrats

L'Equity est l'analogie des fonds propres pour un portefeuille de contrats. Il correspond à l'actif net et se calcule par différence entre l'actif en valeur de marché et les provisions techniques en juste valeur.

$$Equity = VM_{actif} - Best\ Estimate$$

L'Equity d'un portefeuille est la valeur actuelle de la rémunération de l'assureur pour le portefeuille du produit considéré. Plus précisément, il s'agit de la juste valeur des chargements perçus dans le futur nettes des commissions versées aux apporteurs d'affaires et des coûts de l'assureur.

$$Equity = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( \sum_{t \geq 0} \frac{Chgts_t - Comm_t - Coûts_t}{(1 + r_t)^t} \right)$$

Cet Equity fait intervenir le Produit Net d'Assurance (PNA) qui est la juste valeur des prélèvements futurs revenant à l'assureur sur les contrats d'assurés :

$$PNA = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( \sum_{t \geq 0} \frac{Chgts_t - Comm_t}{(1 + r_t)^t} \right)$$

Les montants d'Equity et de PNA d'un portefeuille de contrats seront suivis dans le chapitre II de ce mémoire.

## 2.2.4 Le compte de résultat d'un portefeuille de contrats

Dans la même logique, le compte de résultat s'adapte également au niveau d'un portefeuille de contrats. Comme en comptabilité générale, le résultat représente la différence entre les produits et les charges. En assurance, le résultat peut se décomposer en trois composantes :

- Le résultat technique : il représente le résultat généré par l'activité de l'assureur consistant à commercialiser des produits de placement. Cette marge est nulle pour les produits d'épargne.
- Le résultat financier : la marge qui provient du placement de l'épargne des assurés. Elle est égale à la production financière à laquelle on soustrait les IC, la variation de PPE (PPE fin - PPE début) de la PB et des frais financiers.
- Le résultat administratif : la marge de l'assureur dégagée sur la gestion administrative des contrats. Elle est égale aux chargements sur encours auxquels sont soustraits les commissions, les frais et les coûts d'assurance.

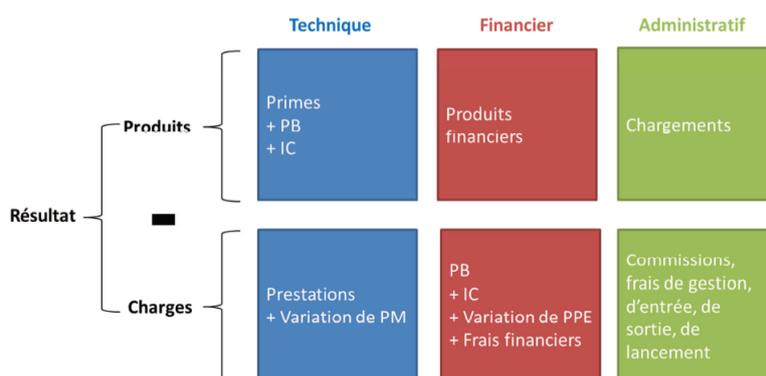


Figure 10: Le compte de résultat d'un portefeuille de contrat

## 2.3 Contexte économique

### 2.3.1 Le marché de l'assurance vie

L'assurance est un service qui occupe une place importante dans l'économie. Elle s'exerce dans un cadre concurrentiel. Son rôle essentiel est de répondre au besoin de sécurité des ménages et des entreprises, comme l'illustre la célèbre citation d'Henry Ford.

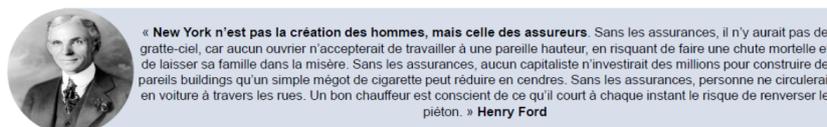


Figure 11: Citation Henry Ford

Une analyse du marché de l'assurance vie et de l'évolution des marchés financiers ces dernières années a été réalisée en Annexe à la page 130

### 2.3.2 L'origine de la baisse des taux directeurs

Le marché des subprimes est constitué de prêts hypothécaires risqués, qui sont accordés à une clientèle peu solvable. Ce marché s'est largement développé aux États-Unis à partir de 2001 et a représenté 23% du total des prêts immobiliers souscrits durant ces années. Concrètement les emprunteurs à risque se voyaient contacter un emprunt immobilier, moyennant un taux d'intérêt révisable, c'est-à-dire indexé sur un taux d'intérêt et qui varie donc en fonction des conditions des marchés financiers. Le taux révisable était généralement indexé sur le taux directeur de la Réserve fédérale, Banque centrale américaine, majoré d'une prime de risque pouvant être assez élevée en fonction de la situation des emprunteurs. Lorsque l'emprunteur faisait défaut et n'arrivait plus à rembourser son prêt, les organismes de crédit avaient prévu de se rembourser en vendant le bien immobilier en question. En 2007, la crise des subprimes, avait trouvé son point de départ dans la hausse progressive des taux directeurs de la FED de 1% à 5,25%. Cette hausse avait considérablement renchéri le coût du remboursement des prêts et avait provoqué le défaut de plusieurs emprunteurs. En outre, pour la première fois depuis la fin de la Seconde Guerre mondiale, les prix de l'immobilier avaient baissé. Cette baisse, qui n'avait pas été anticipée, avait provoqué de nombreuses faillites parmi les organismes de crédit qui avaient délivré ces subprimes et qui possédaient des produits immobiliers ayant perdu beaucoup de leur valeur. Durant cette période la Réserve fédérale Américaine avait drastiquement baissé son taux directeur à 0%.

En raison de la titrisation, technique financière qui consiste à transférer à des investisseurs des actifs financiers tels que des créances (par exemple des prêts en cours), en les transformant en des titres financiers émis sur le marché des capitaux, les subprimes se retrouvent un peu partout dans le monde. De peur que les banques concurrentes ne détiennent ces liquidités toxiques, plusieurs banques commencent à refuser de se prêter de l'argent, ce qui provoque en 2008, crise bancaire et financière mondiale. En France, la crise économique fait augmenter le chômage et baisser les recettes de l'État. L'écart entre les dépenses de l'État et ses recettes s'agrandit considérablement faisant passer le déficit budgétaire de 2,7% en 2007 à 7,5% en 2019. La dette de la France passe de 64% du PIB en 2007 à plus de 80% en 2019. Elle est la deuxième dette, derrière les États-Unis, la plus internationalisée au monde. Elle représente un peu plus de 8% des engagements recensés dans les positions extérieures du monde, contre 35% pour les États-Unis. Afin d'atténuer la charge d'intérêt de la dette, et de ne pas la faire augmenter encore plus, la Banque centrale européenne a maintenu ses taux directeurs à des niveaux suffisamment bas, a appliqué son programme d'assouplissement quantitatif (Quantitative Easing)

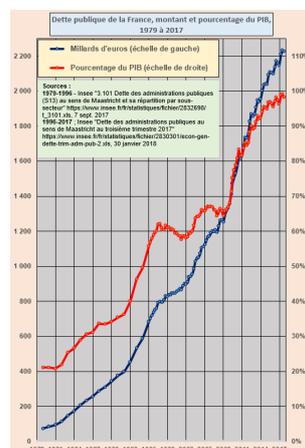


Figure 12: Dette publique de la France

### 2.3.3 Le Quantitative Easing

Le QE est un type de politique monétaire par lequel une banque centrale rachète massivement de la dette publique ou d'autres actifs financiers afin d'injecter de l'argent dans l'économie et de stimuler la croissance. La BCE rachète principalement aux acteurs financiers des obligations publiques et privées.

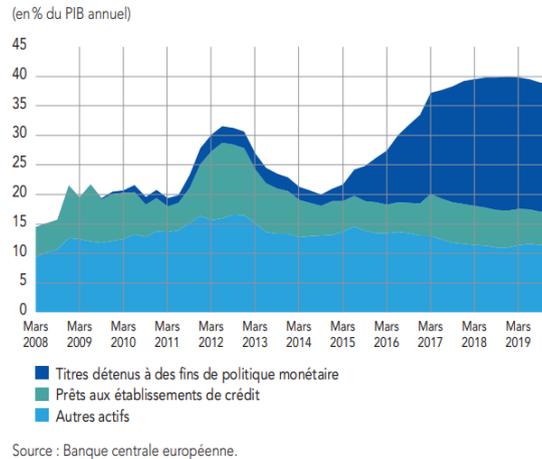


Figure 13: Évolution des actifs dans l'Eurosystème

Cette stratégie a pour but d'augmenter la demande de ces titres et par conséquent de faire monter leur prix. Cela a pour effet de diminuer leur rendement, à travers le lien inversement proportionnel entre le prix et le taux de rendement (une obligation dont le remboursement est certain a un taux d'intérêt très faible).

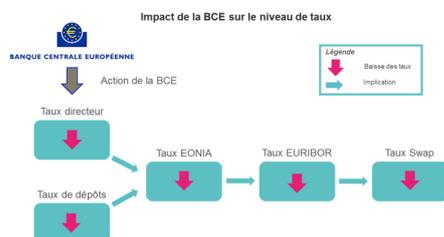


Figure 14: Impact de la BCE sur le niveau des taux

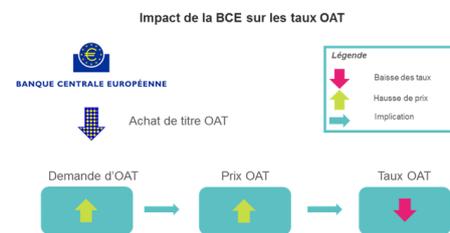


Figure 15: Impact de la BCE sur les OAT

Bien que le rachat de titres sur les marchés soit une pratique courante, le caractère non conventionnel du quantitative easing est dû à la taille et à la durée du programme, ainsi qu'à la nature des titres financiers achetés : des titres de long-terme et pas seulement de court terme, et des titres qui ne sont pas que des bons du Trésor. De manière pratique, l'assouplissement quantitatif se traduit par un gonflement du bilan de la banque centrale, car son actif augmente avec les titres achetés. La monnaie qu'elle utilise pour acheter les titres, qu'elle crée ex nihilo, se rajoute à son passif. Cependant, si l'assouplissement quantitatif est une forme de création monétaire, celle-ci est ciblée vers les marchés financiers sous forme de monnaie banque centrale.

Certains économiste, continuent de critiquer le Quantitative Easing et demandent à la BCE de distribuer directement la monnaie aux citoyens sans passer par les banques et les marchés financiers. Cette idée est devenue célèbre, en 1969, grâce à l'économiste américain Milton Friedman qui avait utilisé l'image d'un hélicoptère monétaire distribuant directement de l'argent à la population comme expérience de pensée. L'un des principaux risques de cette méthode est qu'elle entraîne une dévaluation importante de la monnaie sur le marché des devises.

Parmi les moments les plus importants du Quantitative Easing, on se souviendra du discours du 26 Juillet 2012 de Mario Draghi , président de la BCE à l'époque, et des trois mots qui ont sauvé la zone euro : " *whatever it takes*" Ainsi dans un contexte extrêmement tendu, il avait réussi à rassurer les investisseurs et à éviter la défiance de l'épargne mondiale à l'égard de la zone euro, qui était au bord de l'explosion.



Figure 16: Discours de Mario Draghi du 26 juillet 2012

Suite à la pandémie de Covid-19, et à la récession économique mondiale, la BCE a eu une réaction rapide afin de limiter les effets négatifs. Ainsi a été mis en place un vaste programme de rachats de dettes portant l'enveloppe à 1850 milliards d'euros, 500 milliards ont été rajoutées en décembre 2020. En complément du programme d'urgence, la BCE a pioché dans le reste de sa boîte à outils monétaires : les prêts géants ciblés aux banques, dits TLTRO (Targeted Long Terme Refinancing Operations) créé en 2011 lorsque les taux bas n'étaient pas suffisants pour résoudre la crise de liquidité, et devant inciter les banques à accroître leur activité de prêt au profit des entreprises et des consommateurs de la zone euro, vont être prolongés à des conditions favorables. Cette mesure devrait contribuer à ramener l'inflation à des taux très proches de 2 % à moyen terme. Le QE va également être poursuivi sans date butoir. En cumulant les achats des quatre grandes banques centrales occidentales (UK, USA, Japon et Europe) le Quantitative Global a atteint les 6000 milliards en 2020, soit plus de la moitié de ce qui a été acheté sur toute la période entre 2009-2018.



Figure 17: 6000 milliards de QE en 2020

Le QE, qui a commencé lors de la crise de 2008, se poursuit considérablement avec la crise du covid. La dette de la France, qui frôle les 2700 milliards d'euros en 2020 se rapproche donc d'un niveau historique de 120% du PIB. Ces indicateurs économiques nous poussent à penser que le niveau des taux semble destiné à rester considérablement bas durant les années à venir. Ainsi, la problématique des taux bas que rencontrent les assureurs est non seulement un sujet d'actualité mais aussi un sujet d'avenir. Cela démontre une nouvelle fois que l'assureur est contraint de s'adapter à ce contexte particulier qui est destiné à perdurer et illustre une fois de plus, l'importance du cadre dans lequel se positionne ce mémoire. Il faut tout de même faire attention à ne pas négliger le risque de remontée des taux, risque qui ne sera pas beaucoup étudié dans ce mémoire mais qui reste néanmoins capital pour les assureurs.

## 2.4 Modélisation stochastique pour les besoins ALM et SCR

### 2.4.1 Market Consistency et probabilité risque-neutre

La notion de Market Consistency devient un standard dans les problématiques d'évaluation de portefeuilles et d'entreprises d'assurances. Elle intervient comme référence de base pour les calculs de la MCEV, des normes IFRS ou dans le référentiel prudentiel de Solvabilité II. La directive précise dans l'Article 76 que le calcul des provisions techniques, doit être cohérent avec les informations fournies par les marchés financiers. La Market Consistency permet justement de se placer dans un cadre où la valeur de l'actif et du passif sont en cohérence avec la valeur de marché. Plusieurs travaux académiques ont essayé de déterminer la juste valeur d'un contrat d'assurance vie avec des clauses de participation aux bénéfices. Ces travaux reposent sur le paradigme de la finance de marché et cherchent à reproduire les raisonnements de pricing des options du type Black and Scholes (1973) sur des contrats d'assurance. Dans ce sens, le concept fondamental sur lequel repose la valorisation Market Consistent est l'absence d'opportunité d'arbitrage, c'est-à-dire qu'il n'existe aucune stratégie financière permettant pour un coût initial nul, d'acquérir une richesse certaine dans une date future. La deuxième hypothèse, beaucoup plus remise en question, est celle de la complétude des marchés. Elle sous-entend que tout flux à venir peut se répliquer exactement, par un portefeuille d'autres actifs bien choisis. Ainsi, sous ces hypothèses, la méthode de valorisation Market Consistent stipule que chaque séquence de flux futurs ne peut avoir qu'une seule valeur qui est identique à la valeur du portefeuille utilisé pour les reproduire. Autrement dit, on a la possibilité de répliquer n'importe quel flux futur à partir d'un portefeuille autofinçant (une stratégie d'achat ou de vente de titres dont la valeur n'est pas modifiée par l'ajout ou le retrait d'argent). Sans cette hypothèse de complétude des marchés, les prix ne seraient plus uniques et l'évaluation du bilan économique de l'assureur s'en trouverait fortement compliquée.

La probabilité risque-neutre est un puissant outil, qui sert à évaluer des flux financiers sous des formules explicites, en cohérence avec les valeurs de marché. Elle permet donc de se placer dans un cadre Market Consistent. Concrètement, l'univers risque neutre est un univers virtuel, dans lequel les états du monde sont identiques à ceux du monde réel, mais où la mesure de probabilité est différente. D'un point de vue mathématique, la probabilité risque neutre est l'unique probabilité sous laquelle les prix actualisés des actifs sont des martingales. La propriété fondamentale d'une martingale est que l'ensemble d'un processus est complètement déterminé par sa valeur terminale par projection. Les martingales simplifient donc grandement les aspects calculatoires grâce à leur propriété de constance en espérance, on dit qu'elles domptent les aléas. Grâce au théorème de Girsanov, il est possible de se placer sous la probabilité risque neutre. Sous cette mesure, les aléas des marchés financiers sont pris en compte et la principale conséquence, provenant de la martingalité, est que tous les actifs ont une espérance égale au rendement du taux sans risque, d'où le terme de probabilité "neutre" au risque (aucune prime n'est attribuée à la prise de risque). Ainsi, la probabilité risque neutre peut s'interpréter comme un changement de numéraire avec lequel les actifs sont exprimés dans une nouvelle monnaie en unités de titre sans risque. Le formalisme du cadre théorique relatif au concept de la probabilité risque neutre a été rajouté en annexe à la page 147.

## 2.4.2 Génération des scénarios économiques

### 2.4.2.1 Description et intérêt des ESG

L'ESG (Economic Scenario generator) est un outil de simulation stochastique permettant de générer plusieurs scénarios économiques. Ces scénarios correspondent à une projection des grandeurs économiques et financières sur un horizon temporel, permettant de simuler l'évolution d'un ensemble de variables économiques comme :

- la courbe des taux ;
- le taux d'inflation ;
- le rendement des actions ;
- l'immobilier . . .

Le but étant de vérifier que l'assureur soit capable de respecter ses engagements, et ce, quel que soit le contexte économique futur. Concrètement, la volatilité implicite des actifs et l'asymétrie des informations entre l'assureur et les assurés introduisent une volatilité sur la valeur de marché des engagements futurs, qui ne peut pas être captée par un unique scénario économique. De ce fait, l'assureur utilise une multitude de scénarios économiques à travers des modèles de diffusion, sous la probabilité risque neutre pour la norme Solvabilité II. Cette approche stochastique permet ainsi d'évaluer les actifs et les passifs avec des scénarios dans lesquels les marchés évoluent favorablement ou défavorablement. C'est dans ces scénarios adverses que l'assureur est par exemple capable de déceler l'impact d'une éventuelle dissymétrie de partage du risque. Le graphique ci-dessous illustre l'impact différent sur la solvabilité de l'assureur en fonction du scénario : certains scénarios offrent un rendement confortable permettant à l'assureur de revaloriser les contrats à hauteur du TMG, tandis que d'autres scénarios offrent un rendement trop faible ne permettant pas de répondre à cette contrainte réglementaire.

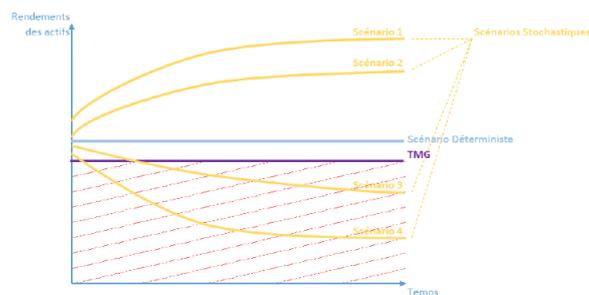


Figure 18: Intérêt de l'approche stochastique

La construction de scénarios économiques cohérents demande une calibration attentive des paramètres sous-jacents du marché, afin de respecter le caractère de Market Consistency. Ainsi les critères permettant de valider un modèle sont les suivants :

- Réplication des conditions de marché : le modèle doit reproduire la courbe des taux initiale et doit être calibré de sorte à répliquer les volatilités implicites des marchés financiers.
- Caractère de martingalité : les prix projetés actualisés doivent être martingales.

À travers cela, les simulations stochastiques permettent de valoriser les options et les garanties cachées dans un contrat d'épargne euro comme nous le verrons plus tard.

### 2.4.2.2 La Méthode de Monte-Carlo comme principe de base des ESG

La méthode de Monte-Carlo, faisant allusion aux jeux de hasard pratiqués au casino de Monte-Carlo, désigne une famille de méthodes algorithmiques visant à calculer une valeur numérique approchée en utilisant des procédés aléatoires. Elle repose sur la loi forte des grands nombres et le théorème central limite.

**Théorème : La loi forte des grands nombres (Kolmogorov, 1929) :** Si  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées et intégrables (i.e  $\mathbb{E}|X_1| < +\infty$ ) alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \mathbb{E}(X_1)$$

Les différents scénarios économiques respectent les hypothèses de la loi forte des grands nombres, ils sont indépendants et identiquement distribués. Le schéma ci dessous illustre une structure linéaire de trois scénarios jusqu'au terme de l'horizon des projections. Par construction, les scénarios convergent donc en moyenne vers le scénario moyen, aussi appelé scénario déterministe.

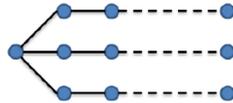


Figure 19: Structure linéaire des scénarios

### 2.4.2.3 Générateur de variables aléatoires

La première étape de toute simulation stochastique consiste à créer l'aléa du modèle à partir d'un générateur de nombres pseudo-aléatoires. Il permet de simuler le caractère aléatoire en générant des nombres s'approchant des propriétés de nombres véritablement aléatoires. Le générateur de nombres pseudo-aléatoires Mersenne Twister est généralement reconnu pour sa fiabilité. Il permet de simuler des lois uniformes sur  $[0,1]$  qui sont ensuite utilisées pour modéliser les lois d'autres variables aléatoires, du fait de l'utilisation de la méthode d'inversion de la fonction de répartition.

*Soit  $U$  une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ , alors la variable aléatoire  $F^{-1}(U)$  a pour fonction de répartition  $F$*

Il est également possible de simuler la loi normale à l'aide de l'algorithme de Box-Muller

*Si  $U_1$  et  $U_2$  sont deux variables aléatoires indépendantes de loi continue uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ , alors les variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$  sont indépendantes et de même loi  $\mathcal{N}(0,1)$  avec :*

$$X_1 = \sqrt{-2\ln(U_1)}\cos(2\pi U_2) \quad \text{et} \quad X_2 = \sqrt{-2\ln(U_1)}\sin(2\pi U_2)$$

### 2.4.2.4 Construction de la courbe des taux

La construction de la courbe des taux sans risque est une étape indispensable. En effet, tous les scénarios stochastiques ne sont que des déformations de celle-ci. Le critère de marginalité assure la convergence des différents scénarios vers cette dernière. Ainsi, l'un des critères fondamentaux lors du choix du modèle servant à modéliser les taux d'intérêt, est qu'il puisse respecter la forme exacte de la courbe des taux sans risque initiale de l'EIOPA, chose que les modèles de Vasicek ne permettent pas de faire, contrairement au modèle de Hull&White.

Étant donnée l'importance majeure de cette courbe des taux sans risque, qui est utilisée pour l'actualisation des flux futurs dans le cadre de l'évaluation des provisions techniques et du calcul du Best Estimate sous le référentiel Solvabilité II, l'EIOPA publie tous les mois cette courbe des taux. Le niveau des taux affecte la valeur de marché des produits obligataires mais également les passifs à travers l'actualisation, l'inflation et la participation aux bénéfices. Ceci explique en grande partie la forte corrélation entre la courbe des taux et la solvabilité des assureurs vie. La construction de la courbe EIOPA fait intervenir différents éléments comme les taux swap, le *Credit Risk Adjuster*(CRA) et le *Volatility Adjustment*(VA).

- Les taux SWAP

Pour rappel un swap de taux d'intérêt est un contrat établi entre deux parties qui s'accordent pour échanger des flux d'intérêts fixes contre des flux variables. Le taux d'intérêt fixe est appelé taux swap. Il est calculé de la façon suivante

$$S(0, T_n) = \frac{1 - P(0, T_n)}{\sum_{i=1}^n P(0, T_i)}$$

Avec  $S(0, T_n)$  : le taux swap de maturité  $T_n$  et  $P(0, T_k)$  : le prix du zéro coupon de maturité  $T_k$

En raison de sa grande liquidité, et de sa disponibilité en comparaison avec la courbe des taux des emprunts d'État, le taux swap est utilisé dans l'estimation du taux sans risque. Les taux swap peuvent être directement récupérés dans les systèmes spécialisés dans l'informatique financière telle que Bloomberg.

- Le Credit Risk Adjustment (CRA)

Puisque les banques, émettrices des swaps, peuvent faire défaut, une prime de risque est comprise dans ces taux. Ainsi, un ajustement du risque de défaut est effectué sur les taux swap afin de les transformer en taux sans risque. Celui-ci fait baisser le niveau de la courbe des taux swap pour toutes les maturités inférieures à 20 ans. Ces maturités correspondent aux *Last Liquid Point*(LLP) représentant la plus longue maturité vérifiant les critères de profondeur, liquidité et transparence. Pour la zone euro, le LLP est fixé de sorte à ce qu'il respecte le critère suivant : le volume cumulatif des obligations dont les maturités sont supérieures au LLP doit représenter moins de 6% du volume total des obligations cotées sur les marchés financiers.

- Le Volatility Adjustment (VA)

Les organismes d'assurances peuvent appliquer une correction pour volatilité de la courbe des taux d'intérêt sans risque sur les maturités inférieures à 20 ans. Cette correction est un élément contra-cyclique destiné à limiter l'impact de la volatilité de court terme des marchés sur les engagements de l'assureur. Le VA permet à ce dernier de ne pas avoir à céder des actifs pour maintenir sa solvabilité lors de fluctuations de court terme. En effet, l'assureur étant un investisseur de long terme, détenant généralement les obligations jusqu'à maturité, il n'est donc pas soumis aux variations du marché sur ces titres (sauf en cas de défaut de l'émetteur de l'obligation). Formellement, le Volatility Adjustment correspond à un spread entre le taux d'intérêt d'un portefeuille d'actifs de référence et le taux sans risque. Il permet ainsi d'actualiser plus fortement les flux de prestations futures dans le calcul du Best Estimate, mais aussi de générer un taux de rendement d'actifs plus important, en représentation des fonds propres et des provisions techniques. En utilisant cette mesure, l'assureur réduit ses exigences de capital et augmente ses fonds propres économiques éligibles.

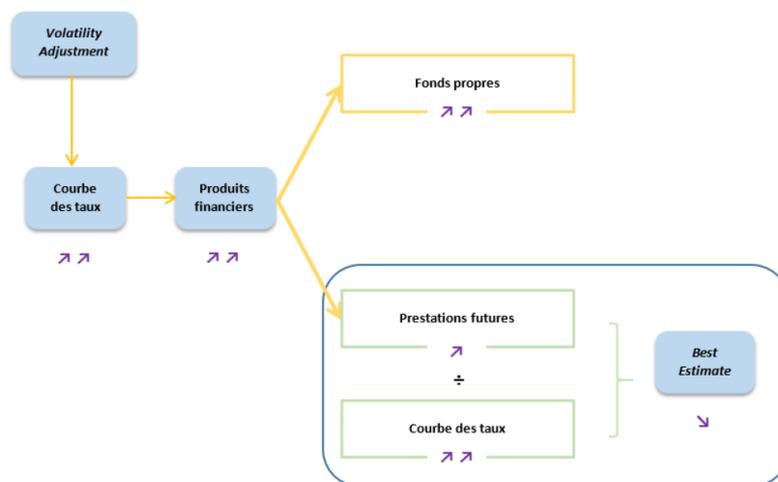


Figure 20: Les effets du Volatility Adjustment

Ainsi à l'aide des éléments que nous venons de présenter, il est possible de construire la courbe des taux dits "sans risque" qui se calculent schématiquement suivant la formule suivante :

$$Taux\ sans\ risque = Taux\ swap - CRA + VA$$

La courbe des taux zéro-coupon construite avec cette méthode est comparée à celle fournie par l'EIOPA au 31/12/2019. Nous observons que les deux courbes sont identiques, ce qui permet de valider le processus de construction de la courbe des taux nous permettant de répliquer la structure par terme des taux d'intérêt sans risque sur les 20 premières maturités.

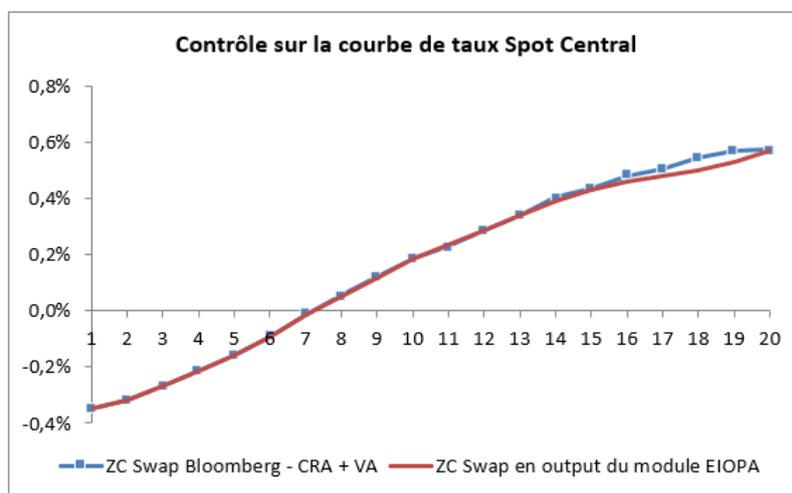


Figure 21: Courbe des taux zéro-coupon

L'étape suivante, consiste à prolonger la courbe par des techniques d'extrapolation et d'interpolation. Les taux spots entre le LLP et la dernière maturité observable, appelée maturité de convergence, sont déterminés par interpolation. Ensuite, les taux de maturité supérieure à la maturité observable sont déterminés par extrapolation. La méthode utilisée est celle de Smith-Wilson dont l'objectif est d'atteindre un taux d'équilibre de long terme, appelé *Ultimate Forward Rate*(UFR). Ce taux est calculé par l'EIOPA, comme paramètre du modèle. En 2020 l'UFR est fixé à 3,75%

La méthode Smith-Wilson propose la fonction ci-dessous, qui permet de calculer le prix zéro-coupon pour toutes les maturités et de construire la courbe des taux.

$$P(0, t) = e^{-UFR*t} + \sum_{i=1}^N k_i * W(t, u_i)$$

Avec :

- $W(t, u_i) = e^{-UFR*(t+u_i)} * (\alpha * \min(t, u_i) - 0.5 * e^{-\alpha*\max(t, u_i)} * (e^{\alpha*\min(t, u_i)} - e^{-\alpha*\max(t, u_i)}))$
- $t$  : la maturité du titre
- UFR : Ultimate Forward Rate
- $k_i$  : paramètres servant à reproduire la courbe des taux initiale
- $\alpha$  : la vitesse de convergence vers l'UFR

#### 2.4.2.5 Modèle de Taux

Il existe une multitude de modèles de taux décrivant l'évolution des taux d'intérêt. Un rappel sur les modèles mono factoriels a été réalisé en Annexe à la page 147. Ces modèles considèrent que la courbe des taux est une fonction d'une seule variable d'un processus de Markov qui est le taux court. Nous nous intéresserons ici modèles multifactoriels tels que le modèle *LMM* et sa version améliorée *LMM+*.

- Le modèle Libor Market Model (LMM)

Le modèle LMM est un modèle de marché à plusieurs facteurs qui est utilisé pour pricer les dérivés de taux, principalement les dérivés exotiques. Plutôt que de modéliser le taux d'intérêt court, on s'intéresse aux taux forward, qui sont directement observables sur les marchés, et pour lesquels les volatilités sont directement liées à des contrats échangés. L'évolution des taux forward est modélisée suivant une loi log-normal. Sous la mesure de probabilité forward-neutre, mesure équivalente à la probabilité risque-neutre mais utilisant les obligations comme numéraire, on obtient la formule de Black, une variante de la formule de Black-Scholes pour les dérivés de taux. Cette formule est la norme sur les marchés financiers pour capter la volatilité implicite des dérivés de taux, ce qui justifie le nom de "Market Model". Concernant les avantages, le modèle LMM permet de calculer directement les taux forward observables sur le marché LIBOR via une formule de récurrence, et il réplique correctement les volatilités des swaptions observées sur le marché.

Dans la suite de ce mémoire, le modèle utilisé sera le modèle LMM+, une version améliorée du modèle LMM. Il s'agit d'un ESG de référence dans le monde de l'assurance vie, notamment depuis l'arrivée de Solvabilité II. Les taux forwards suivent le processus stochastique suivant:

$$dF_k(t) = (F_k(t) + \delta) \left( V(t) \sum_i^k \left[ \frac{\Delta(F_i(t) + \delta)}{1 + \Delta(F_i(t))} \gamma_i(t) \cdot \gamma_k(t) \right] dt + \sqrt{V(t)} \cdot \gamma_k(t) \cdot dZ(t) \right)$$

Avec :

- $Z(t)$  : le mouvement brownien géométrique
- $F_k(t)$  : le taux forward en  $t$  sur la période  $(T_k, T_{k+1})$
- $\gamma_i(t)$ : la composante de volatilité du taux forward qui dépend de la durée jusqu'à l'échéance

—  $\delta$  le coefficient de déplacement

—  $V(t)$  : la volatilité stochastique régie par un processus de Variance  $V$  régie par un processus CIR :  $dV_t = a(b - V_t)dt + \sigma_{taux}\sqrt{V_t}dW_t$  où :

- $a$  est la vitesse de retour à la moyenne
- $b$  représente la moyenne ou tendance du processus à long terme de la Variance
- $\sigma_{taux}$  est la volatilité du taux de la variance

On définit  $\rho$  comme la corrélation entre les deux browniens  $Z$  et  $W$

Deux améliorations sont apportées au modèle LMM+ par rapport à la version précédente :

— L'intégration d'une volatilité stochastique qui permet non seulement de prendre en compte les phénomènes de smile/skew, mais aussi de modéliser de manière réaliste les mouvements des surfaces de volatilité implicite au cours du temps (nous reviendrons sur ces notions lorsque nous nous intéresserons au calibrage du modèle).

— L'intégration d'un coefficient de déplacement qui permet, même sans volatilité stochastique, de prendre en compte les smile/skew de volatilité, et de remédier (en supposant un choix convenable de  $\delta$ ) au problème des taux explosifs, observés sur le modèle LMM, et ce, en autorisant le modèle à générer des taux négatifs. Ce coefficient de déplacement peut être interprété comme une translation verticale de la courbe des taux de  $+\delta$  avant la projection des taux. On rabat tous les taux de  $\delta$  en fin de projection. Ce décalage du point de diffusion permet de lancer cette projection avec des taux de départ éloignés de 0, et ainsi d'avoir une projection avec des taux moins explosifs à variance égale. Cela implique également que ces taux peuvent être négatifs, mais ne peuvent pas être inférieurs à  $\delta$ .

Le modèle LMM+ a en particulier l'avantage de capturer l'asymétrie de la volatilité implicite des swaptions et de valoriser les produits dérivés lorsqu'ils ne sont pas à la monnaie. Ces concepts seront revus lorsque nous nous intéresserons aux coûts des options et des garanties.

#### 2.4.2.6 Modèle d'actif risqué

En ce qui concerne la modélisation du cours des actions dans l'ESG, le choix du processus stochastique se porte sur le modèle de Black and Scholes introduit en 1973. Ce modèle très utilisé dans le monde de la finance, capitalise sur les travaux de Bachelier. Sous l'hypothèse sous-jacente de rendements gaussiens, une des principales critiques de ce modèle concerne sa très forte sous-estimation des événements improbables comme les crises boursières. Les principales hypothèses du modèle sont les suivantes :

- On se place dans un cadre sans opportunité d'arbitrage et dans lequel le marché est complet.
- Le sous-jacent est coté en continu sur les marchés financiers.
- Il est possible d'effectuer des ventes à découvert.
- Le cours de l'actif sous-jacent  $S_t$  suit un mouvement brownien géométrique avec une volatilité  $\sigma$  constante

Ainsi la dynamique du cours de l'actif risqué en  $t$ , noté  $S_t$ , suit l'équation différentielle stochastique :

$$dS_t = S_t(\mu_{equity}dt + \sigma_{equity}dW_t) \quad \text{avec :}$$

- $\mu_{equity}$  la tendance du processus risqué
- $\sigma_{equity}$  la volatilité du processus risqué
- $W$  un mouvement brownien

**Théorème :** L'unique solution de cette EDS est la suivante :

$$S_t = S_0 \exp \left( \left( \mu_{equity} - \frac{1}{2} \sigma_{equity}^2 \right) t + \sigma_{equity} W_t \right)$$

Cette solution s'obtient en appliquant le lemme d'Itô.

Sous la probabilité risque neutre, les actifs actualisés sont des martingales, en appliquant le théorème de Girsanov avec le changement de probabilité :

$$\frac{dQ}{dP} = \exp \left( \int_0^t \frac{r_u - \mu_{equity}}{\sigma_{equity}} du - \frac{1}{2} \left( \int_0^t \left( \frac{r_u - \mu_{equity}}{\sigma_{equity}} \right)^2 dW_t \right) \right)$$

Nous obtenons la nouvelle équation différentielle stochastique :

$$dS_t = S_t (r_t dt + \sigma_{equity} dW_t^*) \quad \text{où :}$$

- $r_t$  est le taux court sans risque
- $W_t^*$  est un mouvement brownien géométrique sous la probabilité risque-neutre

La simulation de l'actif risqué s'obtient en discrétisant le processus continu par un schéma d'Euler :

$$\begin{cases} \tilde{S}_{t=0} = S_0 \\ \tilde{S}_{t+\delta} = \tilde{S}_t + \tilde{S}_t (\mu \delta + \sigma_{equity} \sqrt{\delta} \mathcal{N}_{equity}) \quad \text{pour } t + \delta \leq 1 \quad \text{avec } \mathcal{N}_{equity} \sim \mathcal{N}(0, 1) \end{cases}$$

Dans ce mémoire, la diffusion du risque de crédit ne sera pas détaillée.

#### 2.4.2.7 Calibrage du modèle

La calibration d'un modèle mathématique par rapport à des données de référence permet d'obtenir un comportement fidèle lors de son utilisation. Le modèle doit donc être calibré afin de répliquer les conditions de marché et de respecter le critère de Market Consistency.

Avant de poursuivre sur les notions de calibration des modèles, il est nécessaire de revenir sur le critère fondamental de la volatilité des marchés financiers.

#### Volatilité implicite

Concrètement la volatilité est une mesure de la dispersion dans le temps du prix d'un actif financier. Son utilité dans l'évaluation des risques est assez évidente puisque si la volatilité d'un actif est importante, le prix est susceptible de varier significativement, aussi bien à la hausse qu'à la baisse, dans un laps de temps très court. Un moyen simple d'évaluer cette variation par rapport à une référence en statistique est l'écart type (écart moyen des données par rapport à la moyenne de ces données). L'approche de la volatilité historique consiste à se baser sur des valeurs connues et permet d'obtenir une mesure facile à calculer. En revanche, cette approche

est très limitée lorsqu'il s'agit de calculer une volatilité future en s'appuyant sur des données du passé, surtout dans des contextes de crises. La volatilité implicite permet de capter cet effet futur provenant de l'anticipation des marchés financiers.

Concrètement, dans le cas d'une option d'achat, les informations descriptives du contrat sont connues et fixées à l'avance. Ainsi, la valeur du sous-jacent  $S_0$  est observable sur le marché, le strike  $K$  et la maturité  $T$  sont déterminés par les deux parties établissant le contrat. Le taux sans risque, même s'il présente une subtilité peut correspondre au taux sans risque que nous avons introduit précédemment. En revanche, le calcul de la volatilité pose problème. En effet il n'existe pas de valeur unique, ni de manière préétablie pour la calculer. Dans la réalité, les prix des options ne sont pas calculés avec la formule de Black and Scholes. La plupart du temps, ces prix résultent simplement de la loi de l'offre et de la demande qui régit la plupart des marchés financiers. En se servant du prix de marché, l'équation de Black and Scholes devient une équation à une seule inconnue, puisque la seule valeur manquante est  $\sigma$ . La volatilité implicite est donc la valeur  $\sigma^*$  rendant l'équation vraie. Cette volatilité est dite implicite, car elle est déduite par le calcul inverse d'un modèle. L'algorithme de Newton-Raphson permet justement de calculer cette volatilité implicite. Si le modèle de Black and Scholes prend en compte l'aspect stochastique du prix du sous-jacent, il suppose que la volatilité est constante par rapport aux autres paramètres du modèle. Si cela était vrai, en prenant deux dérivés identiques dont seuls les strikes et les prix étaient différents, et en faisant le calcul de la volatilité implicite, on devrait trouver le même résultat. Or on observe que ce n'est pas le cas. Sur les marchés d'options, pour un même actif sous-jacent, et pour une maturité donnée, la volatilité implicite observée diffère d'un strike à l'autre. Elle atteint généralement un point bas lorsque l'option est à la monnaie (ATM). La volatilité devient plus importante au fur et à mesure que l'option devient davantage dans la monnaie (ITM) ou en dehors de la monnaie (OTM). La représentation graphique pour une maturité donnée de la volatilité en fonction du strike, forme un *U* pouvant ressembler à un *smile* de la volatilité implicite. Le smile de volatilité permet d'apprécier si l'option a été payée cher ou non. Les formes de smile de volatilité diffèrent selon les actifs et les types d'options.



Figure 22: Smile de volatilité Euro/USD

Dans le cas d'une décroissance de la volatilité implicite en fonction du strike on parle plus spécifiquement de *skew de volatilité*. Statistiquement, le skewness correspond à une mesure de l'asymétrie d'une variable aléatoire. Ce phénomène se produit lorsque le prix des options échangés, résultant de l'offre et de la demande, s'éloignent fortement des prix théoriques

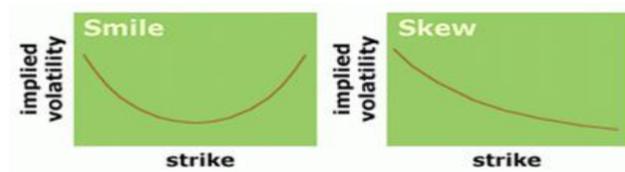


Figure 23: Smile Skew de la volatilité implicite

Comme la volatilité implicite observée dépend aussi de la maturité de l'option, le prix des options peut être représenté par une *surface de volatilité implicite*.

$$Vol.implicit = F(strike, maturité)$$

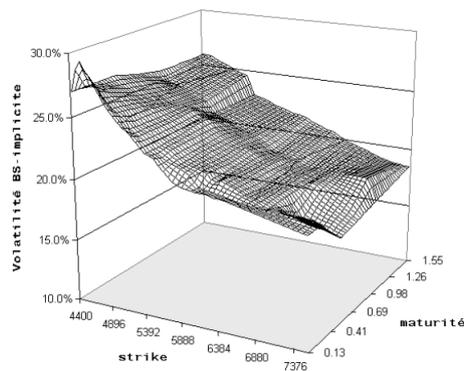


Figure 24: Surface de volatilité de l'indice CAC40

### Calibrage des modèles Taux et Actions

Pour les raisons expliquées, le calibrage du modèle de taux devrait permettre de reproduire la courbe des taux initiale, mais aussi de répliquer la volatilité implicite des marchés financiers. Comme le modèle doit reproduire les prix des instruments les plus liquides sur les marchés, la matrice des volatilités implicites des swaptions, produit de taux le plus traité sur les marchés, sera utilisée. Pour le calibrage, nous chercherons à minimiser l'erreur moyenne quadratique entre les prix théoriques ATM déduits du modèle et les prix empiriques ATM observés sur les marchés financiers, de sorte à déterminer les paramètres adéquats du modèle.

Les volatilités de swaptions à la monnaie et en dehors de la monnaie proviennent de Bloomberg. Les volatilités utilisées sont des volatilités dites normales, obtenues par inversion de la formule de Bachelier. Les caractéristiques des swaptions extraites de Bloomberg et utilisées pour la calibration sont les suivantes :

- Volatilités de swaptions extraites : elles ont pour sous-jacent le taux swap de tenor 6 mois et une actualisation sur la courbe IBOR ;
- Swaptions à la monnaie (ATM) cotées en volatilité normale : prise en compte des maturités et tenors (temps restant jusqu'à la maturité) 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 25 et 30 ans ;
- Swaptions en dehors de la monnaie (OTM) cotées en volatilité normale pour le tenor 10 ans : prise en compte des maturités 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 25, 30 ans et d'excès de strike par rapport au strike ATM : -2,5%, -2%, -1,5%, -1%, -0,5%, 0% (ATM), 0,5%, 1%, 1,5%, 2% et 2,5%.

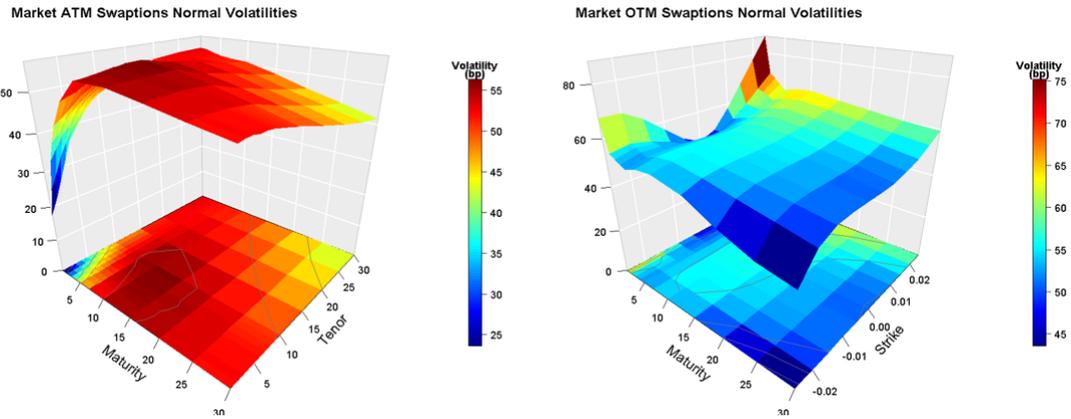


Figure 25: Volatilité des swaption au 31-12-2020

L'optimisation des paramètres du LMM+ est réalisée avec l'algorithme de Levenberg Marquart dont le nombre maximal d'itérations est fixé à 100. Les critères de convergence sont satisfaits pour l'ensemble des sensibilités :

OPTIMIZATION RESULTS	
RMSE Swaptions	5.62
RMSE Real World	26.67
Final objective function	1.31E+02
Initial objective function	4.09E+06
Iterations	36
Stopping Message	Norm of step is 7.43E-012, below the threshold 5.55E-011. Iterations used: 36

Figure 26: Résultats du problème d'optimisation

Les écarts entre les volatilités théoriques et des marchés obtenus suite au processus de calibrage sont les suivants :

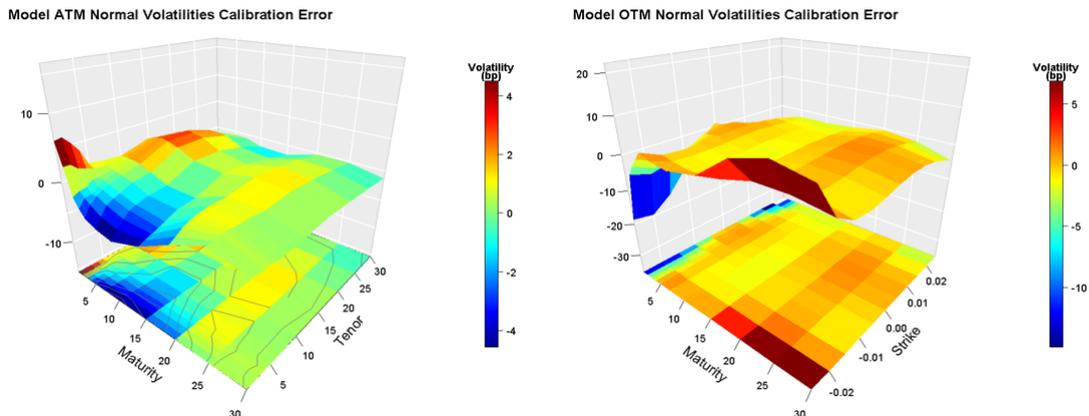


Figure 27: Ecarts entre les volatilités théoriques et des marchés

En dehors des swaptions dont les maturités et tenors sont faibles, les erreurs de calibrage sont relativement faibles (globalement inférieures à 0,05%). Des erreurs plus significatives sont à noter pour les swaptions ATM de tenors 1 an et 2 ans (zone bleue). Toutefois le Vega des swaptions, représentant la sensibilité du prix de l'option par rapport à une variation de la volatilité implicite du sous-jacent, est faible dans cette zone induisant

de fait des écarts de prix limités.

Le modèle action, doit lui aussi être calibré en adéquation avec l'environnement financier à la date d'évaluation. Seule la volatilité est à déterminer dans l'univers risque neutre.

### 2.4.2.8 Test de martingalité

Sous la probabilité risque-neutre, la valeur actualisée d'un actif ( $S_t$ ) est martingale. Dans la pratique, le test de martingalité est réalisé pour vérifier que la moyenne des valeurs actualisées de chaque actif est égale à la valeur initiale de l'actif considéré

$$S_t = \mathbb{E}^Q[P(t, T)S_T | \mathcal{F}_t]$$

Ce test est réalisé avec la méthode de Monte Carlo. D'après la loi des grands nombres, la moyenne empirique étant un estimateur sans biais de l'espérance, nous obtenons que :

$$\mathbb{E}^Q[P(0, T)S_t] \sim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i(0, T)S_{i,t} \sim S_0$$

Si l'écart entre la valeur initiale de l'actif et sa valeur actualisée par le taux sans risque pour chaque maturité est inférieur à 5% alors le test est validé. Nous nous fixons une limite de 1000 simulations pour ne pas démultiplier les temps de calculs.

#### Test martingale pour les prix zéro-coupon

Les tests de martingalité des taux montrent que les scénarios centraux et choqués, à la hausse et à la baisse des taux, présentent des écarts martingales déflateurs d'amplitudes inférieures à 1,5% en valeur absolue sur un horizon de projection de 50 ans. Ces résultats sont satisfaisants au regard du nombre de scénarios générés, et de l'horizon de projection.

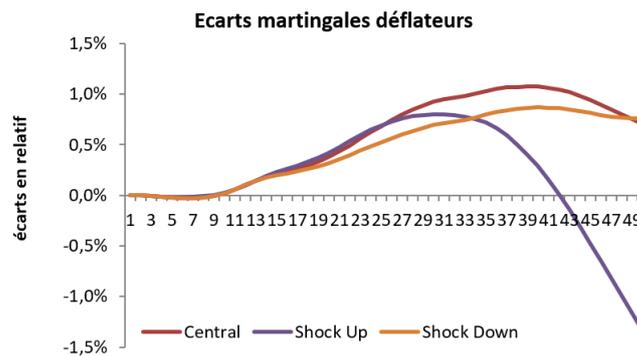


Figure 28: Tests de martingalité des déflateurs

Les erreurs relatives des tests martingales sur zéro coupon sont présentées dans les graphiques suivants :

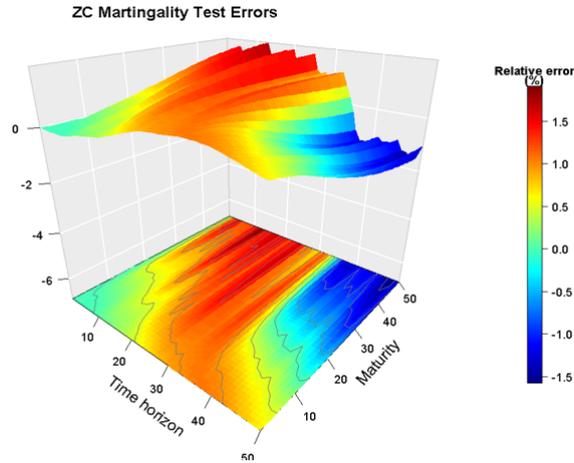


Figure 29: Tests de martingalité sur zéro coupon au 31-12-2020

Les écarts martingales restent faibles au regard du nombre de scénarios générés sur l'ensemble de l'horizon de projection. Ils atteignent leur maximum pour les maturités élevées entre les dates de projection 10 et 30 ans pour les scénarios Central et Baisse des taux, supérieures à 30 ans pour le scénario Hausse des taux ; ils demeurent néanmoins globalement inférieurs à 2% en valeur absolue. Le caractère martingale des zéro-coupons est donc acceptable.

#### 2.4.2.9 Test de market consistency

Les tests portent sur les volatilités implicites des swaptions ATM marché : les volatilités empiriques recalculées par rapport aux données de marché (Bloomberg) sont comparées. Les volatilités des swaptions sont répliquées de manière satisfaisante sur le moyen terme. Néanmoins, ces écarts augmentent pour les swaptions de maturités et tenors élevés. Les écarts constatés pour les tenors et maturités faibles sont acceptables.

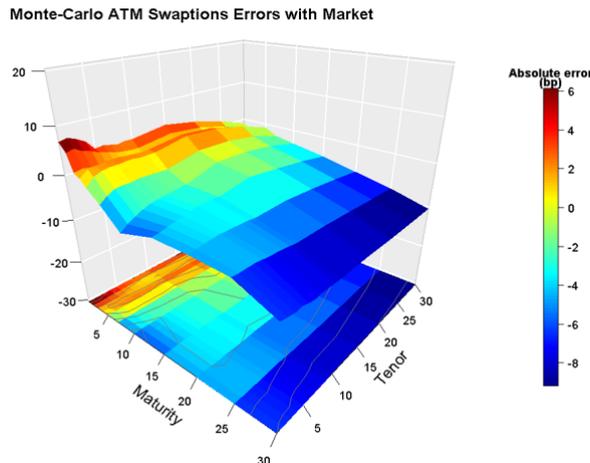


Figure 30: Méthode de Monte Carlo pour le test de market consistency

#### 2.4.2.10 Test de martingalité et de market consistency sur l'indice action

L'indice SX5E est l'indice boursier au niveau de la zone euro. Au même titre que le CAC 40 pour la France, l'Euro STOXX 50 regroupe 50 sociétés selon leur capitalisation boursière au sein de la zone euro.

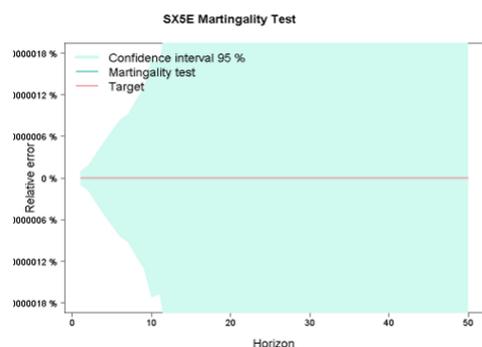


Figure 31: Impact de la BCE sur le niveau des taux

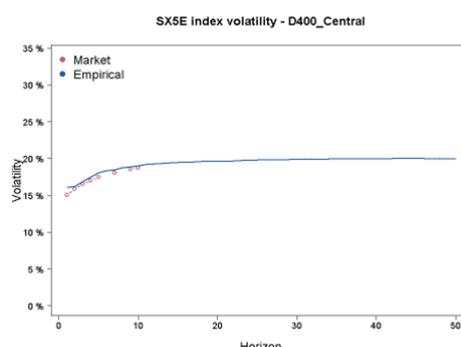


Figure 32: Impact de la BCE sur les OAT

Les volatilités implicites empiriques s'écartent peu des volatilités implicites observées sur le marché compte tenu du nombre de scénarios économiques et des approximations faites par Bloomberg lors de l'estimation de ces volatilités.

### 2.4.3 Asset and Liabilities Management

Le modèle ALM (*Asset and Liability Management*) est un outil de **gestion actif-passif**. Il modélise non seulement l'actif et le passif de l'assureur, mais aussi leurs **interactions mutuelles**. Pour être en cohérence avec la gestion long terme de l'assureur, notre modèle ALM projette l'ensemble des flux de l'assureur, sur un horizon de 50 années de projections. La gestion actif-passif peut se définir comme étant un ensemble de techniques qui permettent de coordonner les décisions de gestion à l'actif et au passif dans le but de protéger et d'optimiser la richesse nette de l'assureur compte tenu des contraintes comptables, de marché, réglementaires et de l'appétence au risque. Les normes Solvabilité II et MCEV ont rendu le modèle ALM indispensable.

Effectivement, les assureurs doivent tenir compte des incertitudes liées aux comportements des assurés à travers l'option de rachat, des contraintes commerciales à travers la garantie TMG, et de la contrainte réglementaire à travers le taux de PB. Dans un contexte de concurrence accrue, l'assureur est obligé d'offrir des rendements élevés et il est donc incité à investir sur des actifs plus risqués. De fait, son risque de marché, et en particulier son risque action devient le plus couteux en capital. Finalement le contexte économique de taux très bas, rajoute le risque de réinvestissement : certaines obligations détenues en portefeuille arrivent à échéance, l'assureur doit réinvestir dans de nouvelles obligations qui vont distribuer des rendements plus faibles et ainsi diminuer ses produits financiers. En plus de tous les risques que nous venons d'évoquer, l'assureur est fortement soumis à l'interaction entre son actif et son passif. Véritablement, le montant à investir ainsi que la répartition cible dans chaque classe d'actifs dépendent des engagements pris par l'assureur. La participation aux bénéfices dépend des bénéfices financiers réalisés sur les marchés, et il en va de même pour les rachats qui peuvent représenter l'insatisfaction des assurés face à une faible revalorisation. Un lien se crée ainsi entre l'actif et le passif dont les valeurs deviennent interdépendantes.

Le modèle ALM existe en version déterministe, mais c'est bien la version stochastique qui est capable de capter la valeur temps des options cachées et les effets asymétriques sur le bilan de l'assureur comme évoqué précédemment. Les chocs de Solvabilité II sont ensuite appliqués dans ce contexte stochastique.

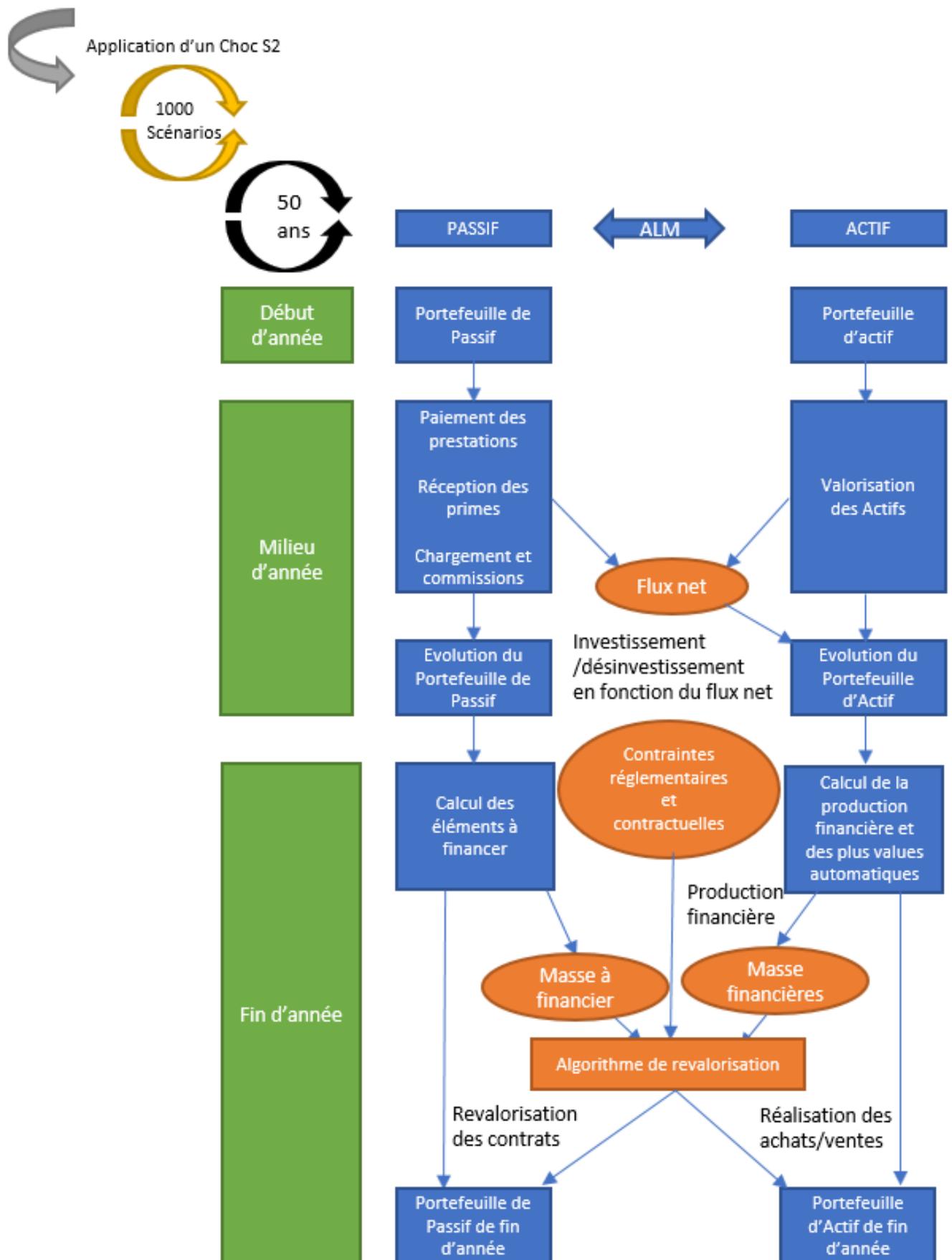


Figure 33: Modélisation ALM

Le *Model Point de passif* regroupe les différentes caractéristiques des assurés telles que l'âge, l'ancienneté en fonction de la date de souscription et l'encours du contrat. Le *Model Points d'actif*, liste les placements financiers et leurs différentes caractéristiques telles que la valeur d'achat, la valeur de marché, ou encore la notation du titre ... Plusieurs tables d'hypothèses sont paramétrées dans le modèle ALM. Ces tables contiennent des informations concernant :

- le taux minimum garanti ;
- les frais et les commissions ;
- la clause de participation aux bénéfices ;
- les tables de mortalité ;
- les tables de lois de rachats totaux et partiels .

Ainsi, la plupart des flux financiers s'appliquant à un contrat d'épargne et évoqués dans le chapitre I sont modélisés dans le module ALM. Les flux entrants comprennent les primes et les gains. Les flux sortants contiennent les sorties techniques (décès, rachat, etc ...) et les sorties administratives (commissions et frais). Les actifs sont valorisés en valeurs de marchés comme l'exige la réglementation.

Des interactions actif-passif ont également lieu dans le modèle. En effet, pour pouvoir faire face à l'intégralité des prestations, l'assureur peut être amené à vendre certains actifs dont il dispose. Dans le cas contraire, le flux net de passif est investi sur les marchés financiers. **Le gap actif passif**, également appelé marge actif-passif, se définit comme l'écart à  $t = 0$ , entre la valeur actuelle des actifs et la valeur actuelle des passifs. L'un des objectifs de la gestion actif-passif est d'analyser l'évolution de ce gap en fonction des taux de marché, dans l'objectif de s'assurer qu'en cas de mouvement des taux, il n'y ait pas de perte de valeur.

Au sein de l'algorithme de revalorisation, le taux de revalorisation comprenant le taux minimum garanti et le taux de participation aux bénéfices est appliquée à la provision mathématique de fin d'année. Si la production financière est supérieure aux contraintes obligatoires (contraintes réglementaires et contractuelles) l'assureur l'utilise pour revaloriser les contrats d'épargne. Dans le cas contraire il est obligé de réaliser des plus values en vendant des actifs financiers, voire de puiser dans ses fonds propres, initialement destinés aux actionnaires, si les ventes des plus values se sont avérées insuffisantes.

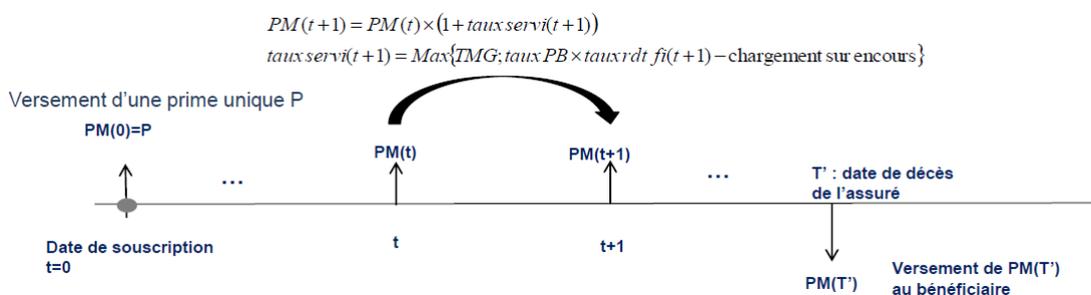


Figure 34: Exemple de revalorisation d'un contrat en euros avec TMG et prime unique

La modélisation des actifs, des passifs et le calcul des principaux SCR sont disponibles en Annexe à la page 160

## 3 Partie II : Optimisation de la solvabilité d'un cas concret de portefeuille d'épargne

### 3.1 Présentation de l'étude de référence

Après avoir introduit les principaux concepts réglementaires, contractuels et économiques, et après avoir pris le temps d'expliquer la théorie de la modélisation stochastique permettant à une compagnie d'assurance de gérer les contrats d'épargne et de calculer le capital requis, nous allons désormais nous focaliser sur un cas concret de portefeuille d'épargne en Euro. Les notions introduites dans le précédent chapitre ne seront pas réexpliquées, et nous nous focaliserons directement sur les résultats et leur interprétation. Aussi, afin de trouver les leviers permettant d'optimiser le ratio de solvabilité, il est indispensable de commencer par une analyse détaillée de notre portefeuille.

#### 3.1.1 Portefeuille fictif, confidentialité et principales hypothèses

Nous allons nous intéresser à un portefeuille fictif, spécialement construit dans le cadre de ce mémoire, en agrégeant différents périmètres correspondant à des données **réelles** de l'entreprise. Pour respecter la confidentialité relative aux données de l'entreprise, l'intégralité du processus ayant servi à la construction de ce portefeuille fictif ne sera pas détaillé dans ce mémoire. Toutefois, il faut noter que les portefeuilles d'actifs et de passifs n'ont pas été grandement déformés. Ainsi, comme nous le verrons dans la section relative à la description des données, l'allocation reste similaire à celle des principaux assureurs vie présentée dans le chapitre I. Une attention particulière a été portée sur les caractéristiques des contrats d'épargne agrégés de sorte à ce qu'uniquement des contrats offrant des options et des garanties similaires soient retenus, rendant ainsi leur regroupement plus cohérent. Les hypothèses de projection n'ont pas été adaptées de sorte à aboutir sur des résultats souhaités. La date de début de projection est le **31/12/2020**. La durée de projection est de **50 ans**. Nous nous plaçons dans les conditions économiques réelles, simulées par les générateurs de scénarios économiques, à partir de **1000** trajectoires (annexe page 181). L'analyse des scénarios économiques et du contexte économique, ayant été longuement abordée dans les précédents chapitres, elle ne sera donc pas évoquée.

#### 3.1.2 Limites

Il est important de rappeler que par définition ce portefeuille demeure un cas fictif, non représentatif des principaux portefeuilles de l'entreprise, et que par conséquent tout rapprochement avec un portefeuille réel de CNP Assurances ne pourra pas être considéré comme pertinent. En dépit de cela, l'étude de ce portefeuille reste tout de même très intéressante à réaliser aussi bien d'un point de vue pratique que théorique.

Suivant la même logique, en raison des particularités et opportunités de chaque compagnie d'assurance, les constats et conclusions présentés dans ce mémoire ne peuvent se substituer à une analyse d'un cadre particulier. De plus, en raison des incertitudes inhérentes à toute information relative au futur, certaines hypothèses peuvent ne pas se vérifier et d'autres événements peuvent se produire. Ainsi, l'ensemble des résultats présentés est valable uniquement dans le seul cadre des hypothèses définies dans ce mémoire.

## 3.2 Description des données

Avant d'entrer dans le vif du sujet, il est toujours important de démarrer par des statistiques descriptives, permettant de se familiariser avec les données. Nous présentons dans ce qui suit les statistiques, que nous avons jugées intéressantes et qui pourraient avoir une influence significative sur les résultats.

### 3.2.1 Description du portefeuille d'actifs

Le portefeuille d'actifs étudié a pour valeur initiale 22 359 066 406,95 euros et présente la structure suivante :

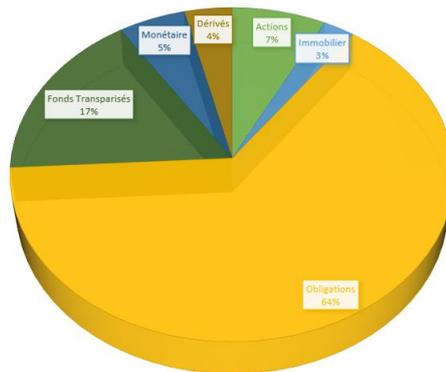


Figure 35: Description du portefeuille d'actifs

Comme pour la plupart des assureurs, ce portefeuille est composé majoritairement d'obligations avec une part de 64%. Les fonds représentent 17%, viennent ensuite respectivement les actions (7%), la trésorerie (5%), les produits dérivés et structurés avec une part non négligeable de 4% et enfin l'immobilier avec uniquement 3%. Il faut noter que certains fonds sont composés majoritairement voire exclusivement, d'immeubles, faisant ainsi légèrement augmenter la part de l'immobilier dans le stock. Cette remarque s'applique également vis-à-vis des fonds composés essentiellement d'actions et de produits de taux. Afin de mieux percevoir ces nuances, un deuxième zoom sur ce même portefeuille, permet de mieux apprécier entre autres, la répartition entre les obligations à taux fixe émises par des États (34%) et les obligations à taux fixe émises par des entreprises (29%). Cette première analyse montre que notre portefeuille est très diversifié.

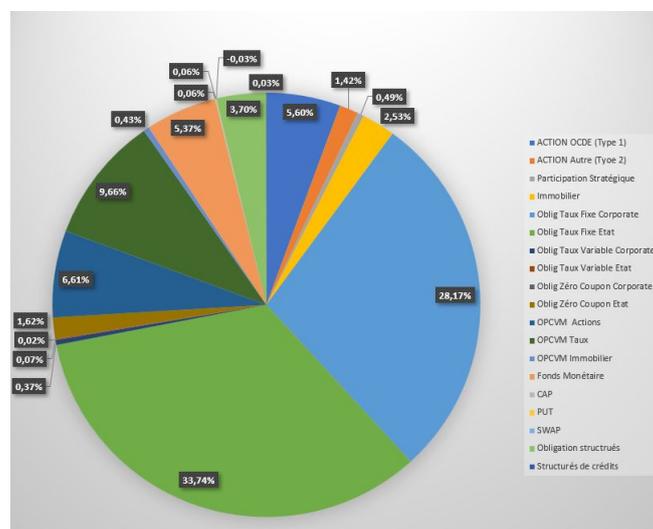


Figure 36: Zoom sur le portefeuille d'actifs

Nous nous focalisons maintenant sur l'actif le plus prépondérant, les produits obligataires : une analyse par notations nous permet de nous rendre compte que la très grande majorité des titres (84%) possède une très bonne notation : 55% des titres sont de haute qualité (AA) , 22% de qualité supérieure (A) et 7% de première qualité (AAA). Les 16% restants font aussi partie des Investment Grade et correspondent aux titres de qualité moyenne inférieure (BBB). Les 0,37% restants correspondent aux titres de qualité inférieure (BB et SN).

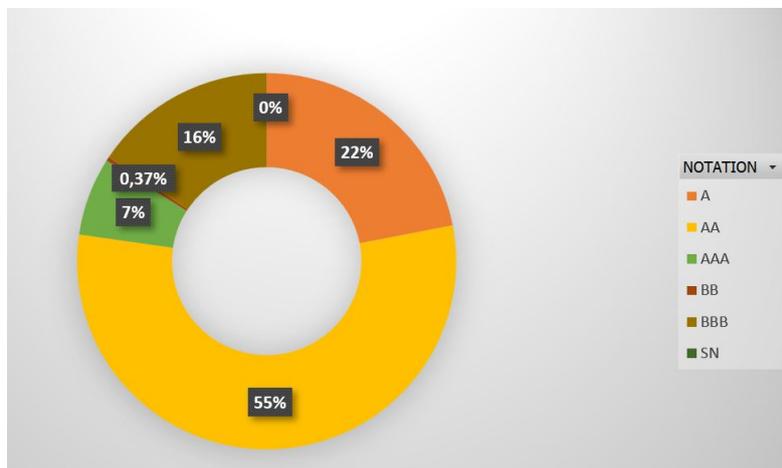


Figure 37: Rating des obligations du portefeuille d'actifs

Ces obligations ont des maturités allant de 1 à 20 ans. La durée moyenne du portefeuille est de 6 ans. Ci-dessous la répartition de la part de la valeur de marché pour chaque durée.

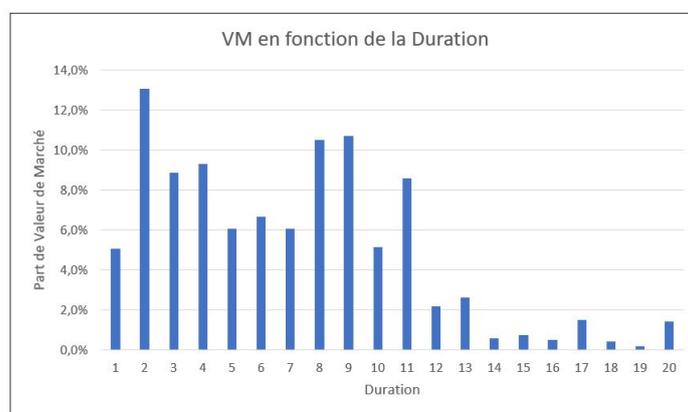


Figure 38: Représentation de la part de valeur de marché en fonction de chaque durée

Finalement nous concluons cette partie descriptive relative au portefeuille d'actifs en nous intéressant au taux de rendement actuariel, permettant d'égaliser la valeur actuelle de l'obligation avec la somme des flux futurs perçus. Ce taux permet de comparer la rentabilité entre des obligations présentant des prix et des coupons différents. Le taux actuariel moyen de notre portefeuille est de 1,87%.

Taux de Rendement Actuariel	-2%	-1%	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%
Valeur de Marché	0,06%	0,06%	8,19%	51,63%	14,07%	10,75%	9,54%	0,99%	3,70%	0,35%	0,29%	0,05%	0,16%	0,17%

Table 5: Taux de rendement actuariel

### 3.2.2 Description du portefeuille de passif

Le portefeuille d'assurés pour les produits d'épargne euros, que nous étudions, a les caractéristiques suivantes :

- Le portefeuille de passif est constitué d'un nombre significativement important de polices d'assurance ce qui justifie l'utilisation de Model Points agrégé en fonction de différents critères tels que l'âge, le TMG etc.
- L'âge moyen des assurés est de **75 ans**, la population est donc relativement âgée. Nous pouvons donc nous attendre à des prestations décèes importantes.
- L'âge moyen à la souscription est de **55 ans**, il s'agit de l'âge auquel les assurés préparent leur retraite.
- L'ancienneté moyenne est de **20 ans**, ce qui pourra conduire à des rachats structurels importants.
- Le nombre de contrats est de **479 071**
- La provision mathématique du portefeuille est de **13 097 027 135,48 euros**.
- Presque tous les contrats n'offrent aucune garantie de TMG (99,99 %) seuls 38 contrats ayant uniquement 1 686 884,92 euros de PM disposent d'un TMG entre 1,5 % et 3 %

En ce qui concerne les hypothèses de projections, les tables de mortalité réglementaires TGF05 et TGH05 ont été utilisées.

Produit	Âge Moyen	Ancienneté	TMG	Chargement sur encours	Commissions sur encours	Prélèvements fiscaux	Frais financiers	Frais de gestoin
Epargne Euro	75	20	0,05%	0,40%	13,98%	17,20%	8,92%	52

Table 6: Profil moyen du portefeuille d'assurés

Ci-dessous la répartition des contrats en fonction de l'âge des assurés et par ancienneté.

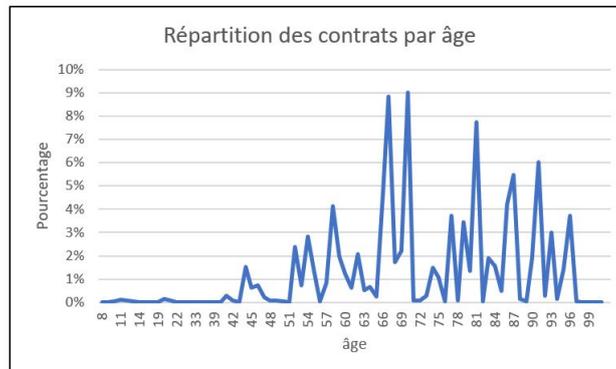


Figure 39: Répartition des contrats en fonction de l'âge des assurés

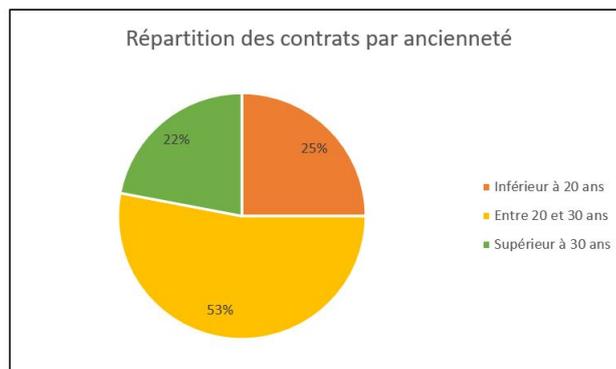


Figure 40: Répartition des contrats par ancienneté

### 3.3 Analyse des résultats

#### 3.3.1 Présentation des bilans comptable et Solvabilité II

Le bilan comptable au 01/01/2021 est le suivant :

BILAN COMPTABLE			
ACTIF		PASSIF	
Obligation	15 216 467 545,81	Fonds Propres	535 649 702,64
Actions	2 308 595 096,64	Réserve de Capi	200 490 679
Immobiliers	527 854 610,69	PM	18 637 674 282,37
Dérivés	928 563 602,34	PPE	808 357 178,00
Trésorerie	1 200 690 986,53		
<b>Total</b>	<b>20 182 171 842,01</b>	<b>Total</b>	<b>20 182 171 842,01</b>

Figure 41: Bilan comptable

Les provisions mathématiques représentent 92 % du total bilan et les fonds propres 3 % du bilan.

En ce qui concerne le bilan de Solvabilité II, il est le suivant, toujours au 01/01/2021 :

BILAN SOLVABILITE II			
ACTIF		PASSIF	
Obligation	16 577 367 560,00	Fonds Propres	312 302 641,62
Actions	3 167 200 415,06	RM	244 160 885,07
Immobiliers	566 826 041,00	BE	21 822 430 053,80
Dérivés	866 808 577,90		
Trésorerie	1 200 690 986,53		
<b>Total</b>	<b>22 378 893 580,49</b>	<b>Total</b>	<b>22 378 893 580,49</b>

Figure 42: Bilan économique Solvabilité II

Le Best Estimate représente 97 % du total bilan. Le montant que l'assureur doit provisionner est de 22 066 590 938.87 euros. Cela correspond à la somme des provisions Best Estimate et de la marge de risque. Le montant à provisionner est donc nettement supérieur à la provision mathématique initiale. Cela s'explique par le fait que le calcul du BE prend en compte non seulement la valeur de la PM initiale, mais également les effets de participation aux bénéfices discrétionnaires et de rachats conjoncturels.

#### 3.3.2 Évolution des provisions et des prestations dans le temps

Sur les 1000 scénarios stochastiques retenus, nous suivons l'évolution moyenne de la provision mathématique sur la durée des 50 années de projection :

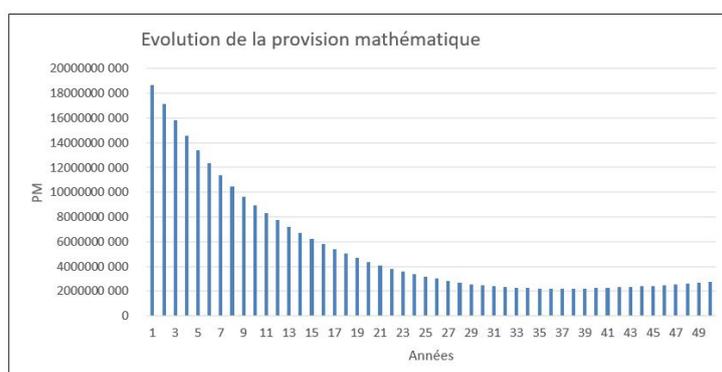


Figure 43: Évolution moyenne de la provision mathématique au cours du temps

La provision mathématique diminue avec le temps jusqu'à atteindre durant la dernière année de projection, uniquement 15% de la PM initiale. La provision mathématique retourne donc dans les mains des assurés à travers les prestations décès et rachats qui font grandement diminuer l'épargne totale collectée par l'assureur.

Nous nous intéresserons justement à l'évolution moyenne des prestations à verser (rachats et décès) aux assurés toujours sur les 1000 scénarios retenus et durant les 50 années de projection.

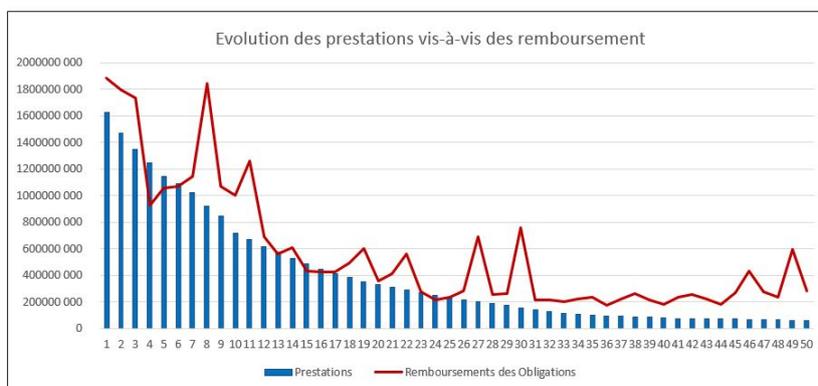


Figure 44: Évolution moyenne des prestations vis-à-vis des remboursements obligatoires au cours du temps

Les prestations diminuent progressivement jusqu'à la fin du contrat et suivent ainsi la même évolution que les provisions mathématiques : plus la provision mathématique est faible, plus les prestations à verser seront faibles. Finalement nous observons que la valeur de remboursement des obligations est dans la plupart des années supérieure à la valeur des prestations. Cela permet à l'assureur d'utiliser les placements obligataires pour payer les prestations et de récupérer une marge. Durant les années où les prestations sont plus importantes que les remboursements, l'assureur est obligé de piocher dans ses réserves pour payer les assurés.

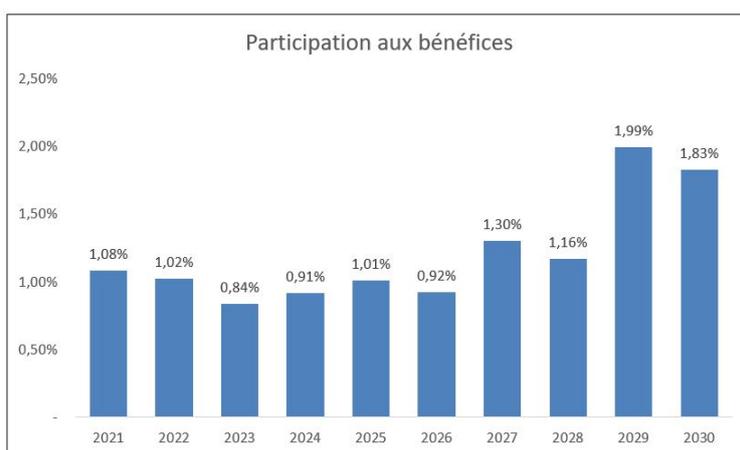


Figure 45: Évolution des participations aux bénéfices par années

Sans surprise, et à cause du faible niveau des taux d'intérêt, les participations aux bénéfices ne risquent pas d'atteindre un niveau d'au moins 2% avant 2029. Sur les années 2023, 2024 et 2026 le niveau de la PB ne pourra même pas atteindre 1%.

### 3.3.3 Impact sur le BE et l'Equity

Nous commençons par nous intéresser au BE. Le tableau ci dessous résume les chiffres pour les scénarios déterministe et stochastique :

Scénario	STO		DET	
<b>Best Estimate</b>	<b>21 822 430 054</b>	<b>100%</b>	<b>21 235 512 207</b>	<b>100%</b>
<b>Prestations</b>	<b>19 828 912 509</b>	<b>91%</b>	<b>19 191 991 347</b>	<b>90%</b>
<b>PM Fin</b>	<b>746 660 185</b>	<b>3%</b>	<b>822 899 074</b>	<b>4%</b>
PPE Fin	26 755 180	0%	0	0%
PVL fin	20 635 829	0%	8 372 408	0%
<b>Commissions</b>	<b>272 352 558</b>	<b>1%</b>	<b>286 098 271</b>	<b>1%</b>
<b>Coût de gestion</b>	<b>721 032 178</b>	<b>3%</b>	<b>720 951 844</b>	<b>3%</b>
<b>Frais financiers</b>	<b>206 081 616</b>	<b>1%</b>	<b>205 199 264</b>	<b>1%</b>
Frais gestionnaire d'actif	0	0%	0	0%

Table 7: Calcul du BE Det et Sto

Sans surprise, plus de 90% du Best Estimate provient des prestations. En rajoutant la PM fin, les commissions, les coûts de gestion et les frais financiers, nous atteignons 100% du BE. Le BE stochastique est plus important que le BE déterministe, ce qui semble logique, puisque dans les scénarii stochastiques nous sommes exposés à des conjonctures économiques plus défavorables, provoquant ainsi un nombre plus important de rachats totaux, comme nous pouvons le voir dans le tableau ci-dessous, détaillant les prestations.

Scénario	STO		DET	
<b>Rachats Totaux</b>	<b>3 833 109 234</b>	<b>19%</b>	<b>3 403 325 339</b>	<b>18%</b>
<b>Rachats Partiels</b>	<b>6 316 321 205</b>	<b>32%</b>	<b>6 212 773 037</b>	<b>32%</b>
Transfert	0	0%	0	0%
<b>Deces</b>	<b>9 412 343 016</b>	<b>47%</b>	<b>9 362 657 015</b>	<b>49%</b>
Echus	229 015	0%	223 952	0%
PB Sorties	15 016 059	0%	11 950 959	0%
Prelevements Fiscaux	251 893 980	1%	201 061 045	1%

Table 8: Zoom sur les prestations

Les décès sont les prestations les plus importantes, représentant quasiment la moitié de la totalité des prestations. Viennent ensuite respectivement les rachats partiels (32%) et les rachats totaux (19%).

Graphiquement le Best Estimate stochastique se décompose de la façon suivante :

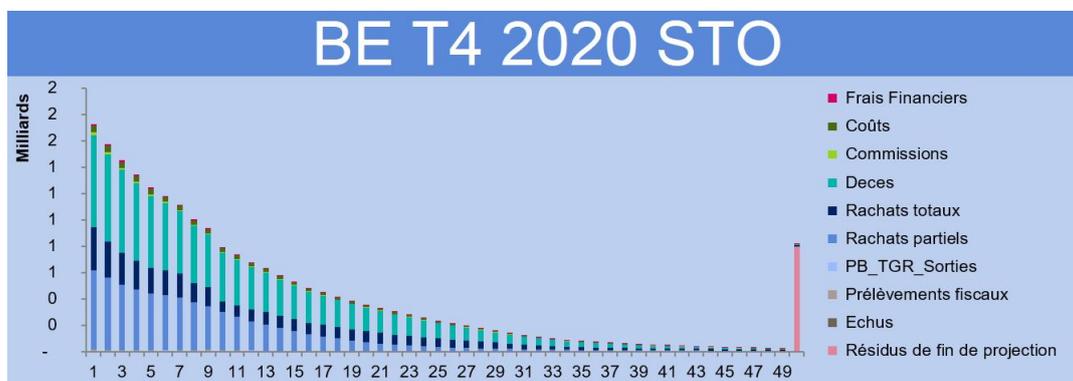


Figure 46: Décomposition du Best Estimate stochastique

Nous nous intéressons désormais à l'analyse de l'Equity :

Scénario	STO	DET	DELTA
<b>Equity</b>	<b>-478 562 745</b>	<b>108 355 102</b>	<b>-586 917 847</b>
<b>PNA</b>	<b>242 469 433</b>	<b>829 306 946</b>	<b>-586 837 513</b>
<b>Prelevements NET</b>	<b>517 066 025</b>	<b>1 115 405 217</b>	<b>-598 339 191</b>
<b>Chargement/Prelevement sur encours</b>	<b>1 318 550 900</b>	<b>1 333 864 010</b>	
Chargement/Prelevement sur ProdFi	99 114 180	31 879 334	
ProdFi PPE Générale	59 142 368	53 474 715	
Reserve de Capitalisation	-4 179 245	0	
<b>Coûts de Fonds Propres</b>	<b>-955 562 177</b>	<b>-303 812 841</b>	<b>-651 749 336</b>
<b>Commissions (Commissions sur encours)</b>	<b>272 352 558</b>	<b>286 098 271</b>	
Moins Values latentes fin	<b>-2 244 034</b>	0	
<b>Couts</b>	<b>721 032 178</b>	<b>720 951 844</b>	80 334
Couts de Gestions	566 377 407	564 010 331	
Couts de Sorties	154 654 771	156 941 513	
Couts d'Entrées	242 469 433	0	

Table 9: Analyse de l'Equity

Tout d'abord, nous remarquons que contrairement au scénario déterministe, l'équity stochastique est négatif. Autrement dit, notre contrat n'est plus rentable quand on se place dans un cadre stochastique. En analysant les différents membres de l'équity, nous nous rendons compte que l'écart ne provient pas des couts, qui sont assez stables entre les deux scénarios, mais du PNA, et plus précisément des prélèvements nets. En continuant l'analyse nous nous rendons compte que nous avons beaucoup plus puisé dans nos fonds propres dans le scénario stochastique : les coûts de fonds propres passent de -300 millions à quasiment -1 milliard. Ce résultat est compréhensible puisque c'est dans les scénarios stochastiques que nous allons voir apparaître les phénomènes d'optionnalités que nous avons évoqués dans les précédents chapitres. De plus, le contexte économique de taux très bas, nous fait rentrer dans des trajectoires extrêmes en stochastique, ne nous permettant plus de financer nos prestations grâce au remboursement obligataires, ce qui nous oblige à utiliser nos fonds propres. Nous remarquons également que dans ce scénario stochastique, contrairement au scénario déterministe, nous réalisons des moins values latentes afin d'assurer nos prestations. Enfin, concernant les chargements sur encours, même s'ils restent stable entre les scénarios déterministes et stochastiques, ils représentent la part la plus significative des prélèvements nets.

Dans les figures ci-dessous, nous avons la décomposition des résultats projetés par année des simulations.

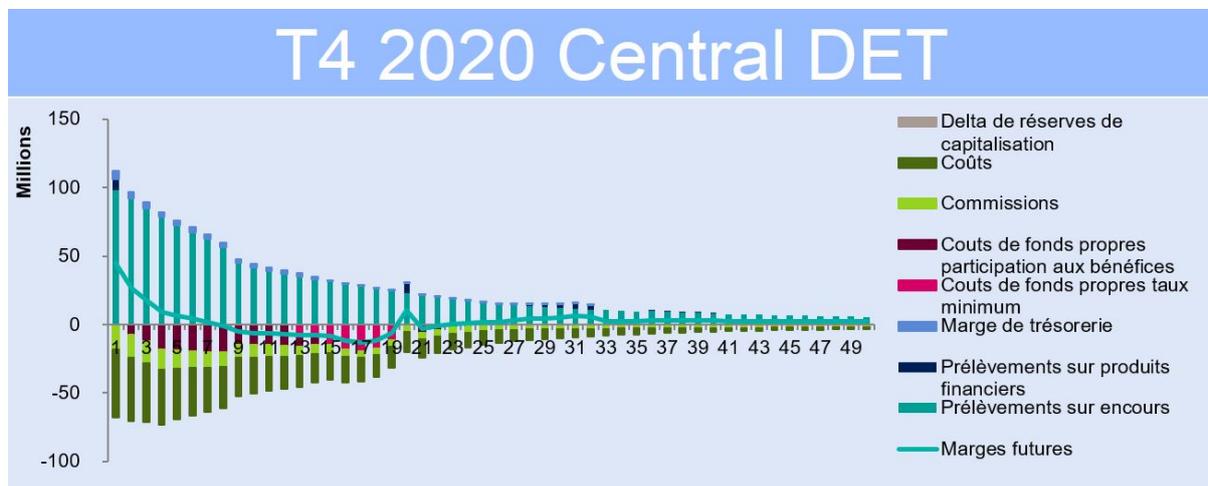


Figure 47: Décomposition du résultat déterministe

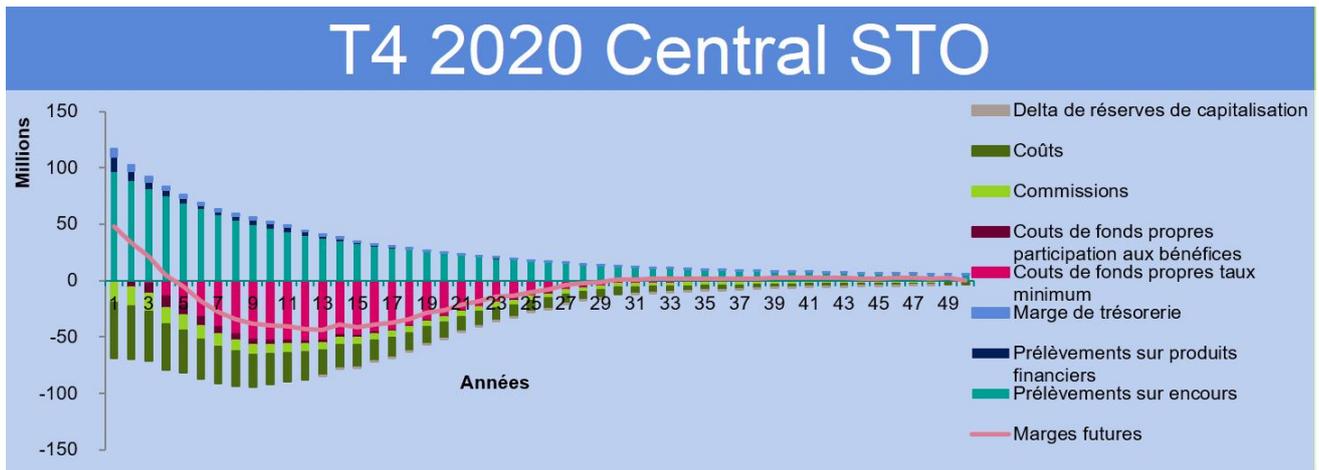


Figure 48: Décomposition du résultat stochastique

La courbe tracée en parallèle des histogrammes représente le résultat. Elle est la somme des variables représentées en bâton sur les graphiques. Les deux variables que nous venons d'évoquer permettent bien d'expliquer les variations des résultats : les prélèvements sur encours et les coûts de fonds propres. Le dernier graphique ci-dessous permet de comparer le scénario stochastique au scénario déterministe et de constater ce que l'on avait déjà vu dans le tableau précédent, à savoir que la majorité de l'écart provient bien des coûts de fonds propres pour les raisons expliquées précédemment.

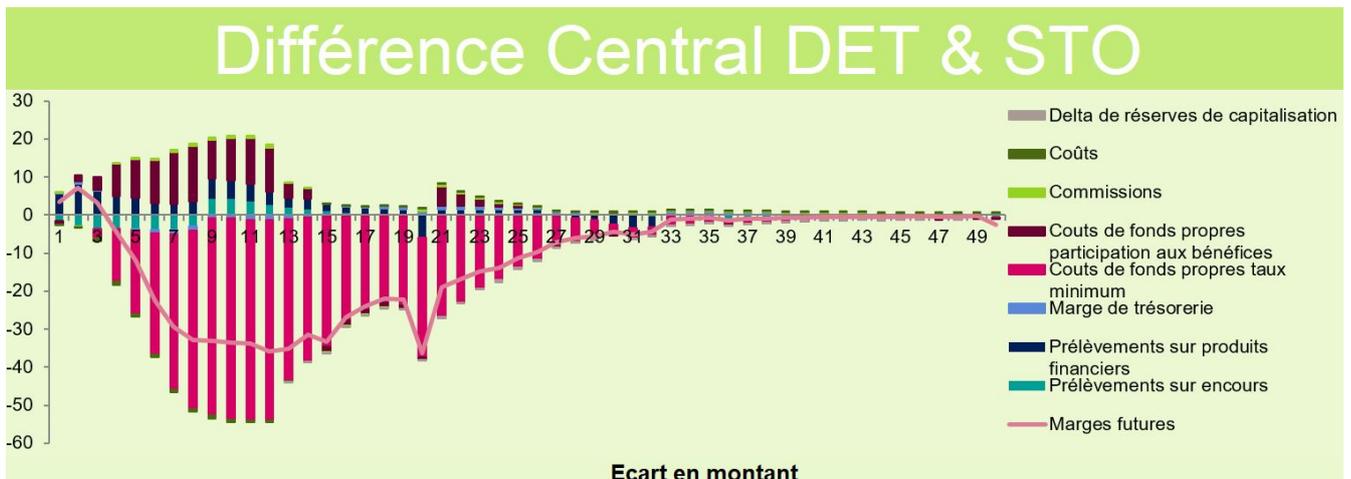


Figure 49: Différence entre les scénarios déterministe et stochastique

### 3.3.4 Scénario choqué à la baisse des taux et impact SCR

Nous nous intéressons maintenant au scénario choqué à la baisse des taux permettant de déduire le niveau du SCR baisse taux. La variation entre le scénario déterministe et le scénario stochastique du choc à la baisse des taux, suit la même logique que celle observée dans le cas du central analysé précédemment. Nous décidons donc de nous focaliser directement sur la comparaison des scénarios stochastiques entre le centre et le choc à la baisse des taux.



Figure 50: Décomposition du résultat stochastique pour le choc à la baisse taux



Figure 51: Différence entre le scénario central et le scénario choqué en stochastique

Lors du scénario de choc à la baisse des taux, même si durant les premières années, la courbe choquée est confondue avec celle du central (voir la page 178 pour le rappel méthodologique du choc à la baisse des taux) elle commence à décrocher une fois la vingtième année écoulée et nous fait rentrer dans un contexte économique plus bas. Ce contexte est d'autant plus défavorable pour l'assureur, car il lui est encore plus difficile de trouver du rendement lui permettant de financer les prestations, en particulier tout ce qui est garanti en capital et qui est donc indépendant du contexte économique actuel. Cela obligera l'assureur, à encore plus puiser dans ses réserves (une augmentation de 60 millions des coûts de fonds propres) et se répercutera sur le niveau de l'Equity, démontrant encore plus la non-rentabilité de ce type de produit dans un tel environnement de taux.

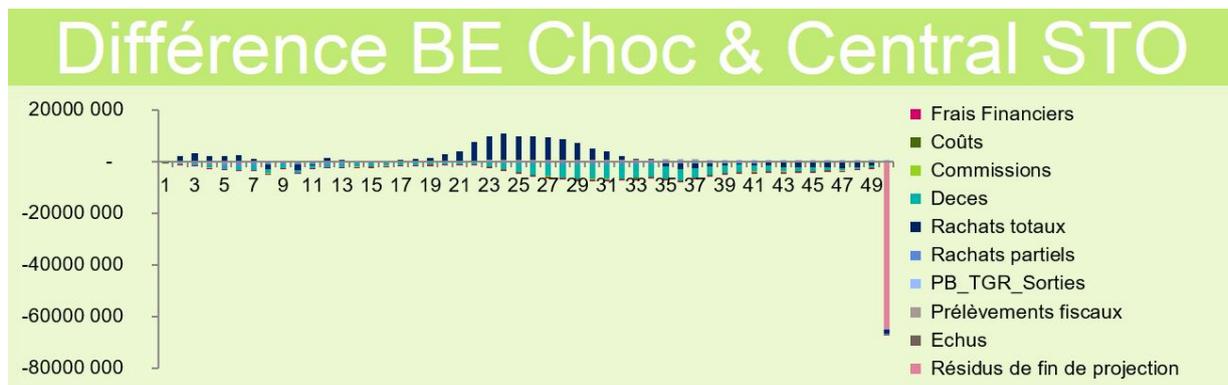


Figure 52: Écart du BE entre le scénario choqué et le scénario central en stochastique

En ce qui concerne le Best Estimate, la provision à accumuler est plus importante que dans le cas central, notamment en raison de l'augmentation des prestations, et principalement des rachats conjoncturels, démontrant le mécontentement des assurés vis-à-vis des conditions économiques.

Le tableau ci-dessous, résume les niveaux de valeur boursière, de Best Estimate et d'Equity pour le scénario central et le scénario à la baisse des taux. Le SCR s'obtient, comme vu au chapitre 1, de la façon suivante :

$$SCR = \Delta VM - \Delta BE = \Delta Equity$$

STO	Central	Choc Baisse Taux
<b>VBOURS</b>	<b>21 343 867 309</b>	<b>21 438 271 635</b>
<b>BE</b>	<b>21 822 430 054</b>	<b>21 968 640 361</b>
<b>Equity</b>	<b>-478 562 745</b>	<b>-530 368 726</b>
<b>SCR Baisse Taux Net</b>	<b>51 805 981</b>	

Table 10: SCR baisse taux

### 3.3.5 Analyse des SCR

Nous nous intéressons aux SCR bruts d'actifs, c'est-à-dire aux SCR avant absorption par les passifs. Le tableau ci-dessous nous permet d'apprécier le niveau de choc appliqué pour chaque catégorie d'actifs :

Classification d'Actifs	VM (en M€)	Parts d'Actifs	Niveau de Choc Baisse Taux	Niveau de Choc Hausse Taux	Niveau de Choc ActionType1	Niveau de Choc ActionType2	Niveau de Choc Immobilier	Niveau de Choc SpreadObligation	Niveau de Choc SpreadCDS	Niveau de Choc SpreadTitrisation	Niveau de Choc Change
Produit de taux	14 320	64.01%	0%	6%	0%	0%	0%	3%	0%	0%	0%
Actions Type 1 (OCDE)	1 253	5.60%	0%	0%	39%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Actions Type 2 (hors OCDE)	317	1.42%	0%	0%	0%	49%	0%	0%	0%	0%	4%
Participations Stratégiques	110	0.49%	0%	0%	0%	22%	0%	0%	0%	0%	0%
Actifs immobilier	567	2.53%	0%	0%	0%	0%	25%	0%	0%	0%	0%
Fonds transparisés	4 937	22.07%	-1%	3%	8%	1%	0%	4%	0%	1%	4%
Fonds non transparisés	-	0.00%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Produits structurés	848	3.79%	-6%	7%	0%	0%	0%	7%	0%	1%	0%
Dérivés caps	13	0.06%	0%	-496%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Dérivés swaps	8	-0.03%	1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Dérivés puts	13	0.06%	0%	10%	-345%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<b>TOTAL</b>	<b>22 372</b>	<b>100.00%</b>	<b>0%</b>	<b>4%</b>	<b>4%</b>	<b>1%</b>	<b>1%</b>	<b>3%</b>	<b>0%</b>	<b>0%</b>	<b>1%</b>

Table 11: États des chocs à l'actifs

- Sans surprise, ce sont les actions qui se voient attribuer les pourcentages de chocs les plus élevés, 39 % pour le type 1 et 49 % pour le type 2. Il s'agit du choc forfaitaire prévu par la formule standard (à noter que le dampener est de 0,48 %).
- Les participations stratégiques se voient attribuer un choc réduit de 22 %.
- Les actifs immobiliers voient leur valeur diminuer de 25 %.
- L'asymétrie des chocs de taux sur les produits de taux s'explique par le contexte de taux bas et la structure du choc dans la formule standard : la formule ne prévoit pas de choc à la baisse sur les taux négatifs et le choc à la hausse des taux doit être d'une amplitude d'au moins 1 %.
- L'impact du choc de spread sur l'ensemble des produits de taux est de 3 %. Pour rappel, le choc de spread pour une obligation vanille AA est de 1,1 % x duration pour les durations inférieures à 5 ans et 5,5 % + 0,6 % x duration pour les durations inférieures à 10 ans.
- Le niveau de choc de change en face des actions de devise étrangère est de 4 %

Ci-dessous le niveau des différents SCR bruts d'actifs :

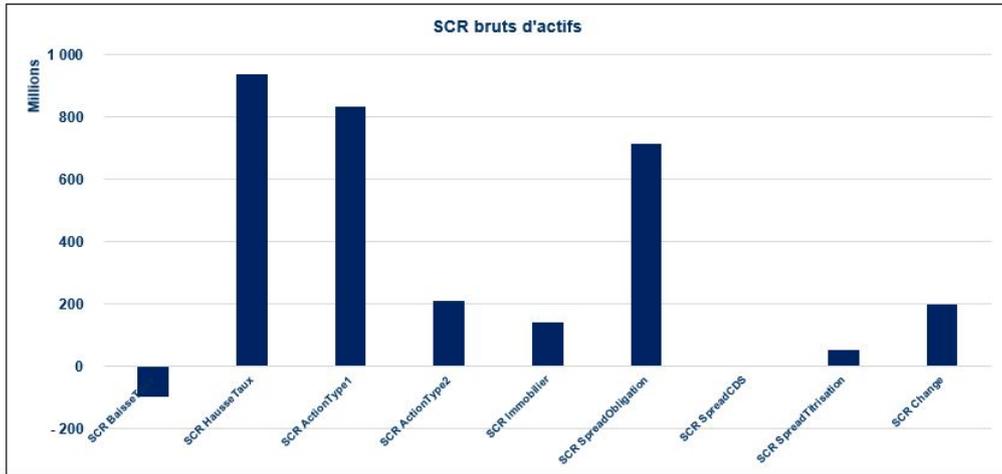


Figure 53: SCR bruts d'actifs

Ci-dessous le niveau des SCR nets post absorption des passifs :

SCR de Marché	STO (En Millions)	Taux d'absorption	SCR Techniques	STO (En Millions)
SCR HausseTaux Net	-566,1	82%	SCR Mortalite Net	-32,2
SCR BaisseTaux Net	51,8	102%	SCR Longevite Net	52,0
SCR ActionType1 Net	229,5	72%	SCR HausseRachat Net	-72,2
SCR ActionType2 Net	56,0	74%	SCR BaisseRachat Net	65,0
SCR Spread Net	246,3	68%	SCR RachatMassif Net	-685,2
SCR Immobilier Net	62,2	56%	SCR Frais Net	164,1
SCR Change Net	66,7	67%	SCR MortaliteCat Net	-1,3

Table 12: Résultat SCR net

Concernant les SCR de marché, le SCR spread est le plus prépondérant (246 millions) suivi de très près du SCR action type 1 (229 millions). Les SCR immobilier, change et action type 2 sont aux alentours de 60 millions. Bien que la part d'actif soumise à un choc action type 2 soit uniquement de 1.42%, nous sommes fortement pénalisés par le niveau élevé de choc de 49%. Le SCR baisse taux est le moins coûteux en capital. Cela s'explique par le fait que nous ne choquons pas les taux négatifs dans la formule actuelle. En ce qui concerne les SCR techniques, le SCR frais est le plus prépondérant (164 millions). Le SCR rachat massif, correspond aux rachats de 40 % des contrats. Le taux d'absorption moyen est de 74 %

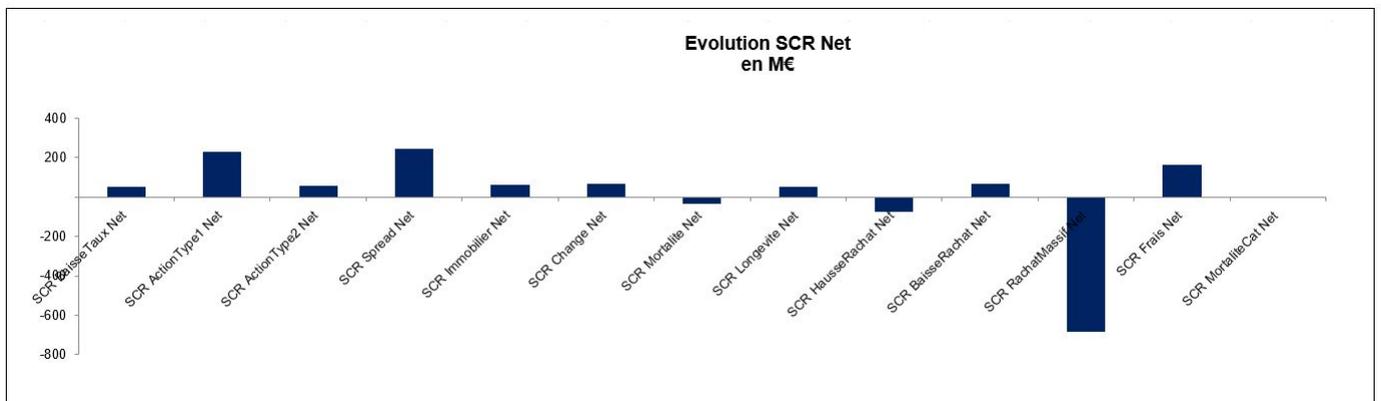


Figure 54: SCR net

En agréant les différents SCR avec les différentes matrices de corrélation, nous obtenons la pieuvre suivante avec les montants de chaque SCR et les pourcentages de diversification :

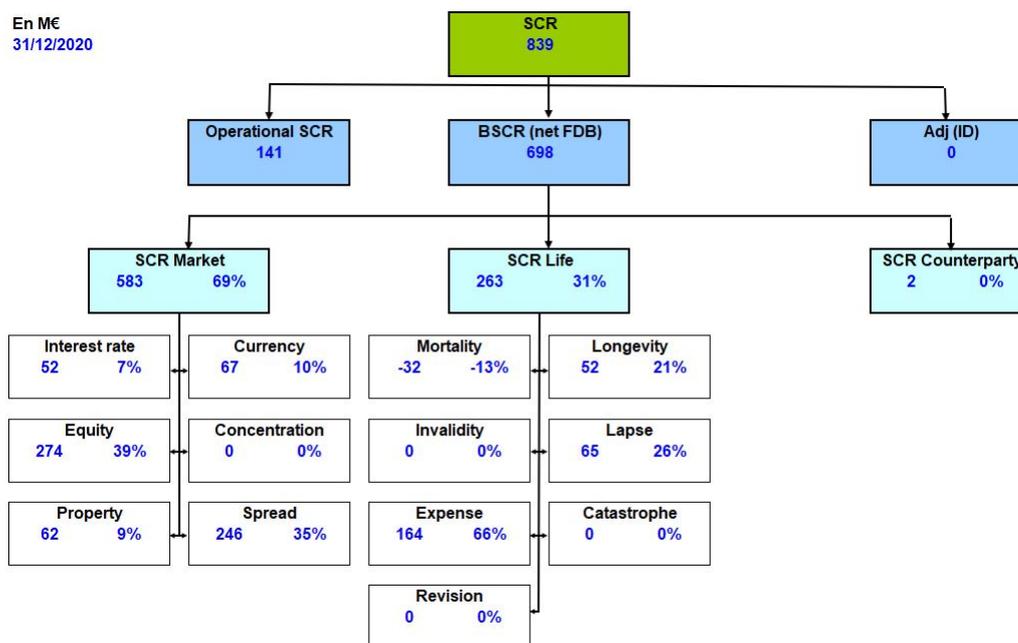


Figure 55: Structure modulaire du SCR

Le SCR marché est le plus important, il représente 69% du BSCR. Par conséquent, nous devons nous focaliser sur ce module pour optimiser le SCR final. Les SCR marché sous-modulaires se diversifient mal à cause des coefficients de corrélation élevés entre les différents modules de risque.

Nous allons également nous intéresser au ratio de solvabilité d'une entreprise fictive, qui générerait notre portefeuille fictif en complément d'autres produits d'épargne. Ainsi, nous disposerons de deux mesures différentes, le SCR global de notre portefeuille, et l'impact de notre produit sur le ratio de l'entreprise. Cela devrait nous permettre de mieux suivre l'évolution des optimisations que nous allons proposer sur le besoin en capital du produit et sur le ratio de couverture.

M€	T4 2020
<b>FP éligibles</b>	<b>6 000</b>
<b>SCR</b>	<b>3 000</b>
<i>dont SCR marché</i>	2 000
<i>dont SCR techniques vie</i>	800
<i>dont SCR Santé</i>	400
<b>Taux de couverture</b>	<b>200%</b>

Table 13: Taux de couverture de l'entreprise fictive

Notre entreprise fictive dispose d'un taux de couverture de 200%, en cohérence avec l'ordre de grandeur des ratios de solvabilité moyens des organismes d'assurances (chapitre I). Par conséquent, les fonds propres éligibles représentent le double du montant du SCR global, c'est-à-dire 6 000 M€.

### 3.4 Sensibilités

Afin de trouver des pistes d'optimisation, du SCR de notre portefeuille et du taux de couverture, il faut s'intéresser à l'évolution de ces mesures en faisant varier différents paramètres. C'est dans ce cadre, que nous allons étudier diverses sensibilités, liées aussi bien aux variations des marchés financiers, qu'aux portefeuilles de passif et d'actif. Puisque le SCR de marché est le plus prépondérant, nous nous attarderons principalement sur les variations de celui-ci et sur les principaux effets de marché qui l'impactent.

#### 3.4.1 Sensibilité à la variation des taux

Nous étudions la sensibilité à la variation de la courbe des taux. Pour ce faire, deux sensibilités sont étudiées, la première en baissant la courbe des taux au 31/12/2020 de -50 bps et la seconde en augmentant cette même courbe de +50 bps. Le schéma ci dessous, résume l'intégralité des courbes, dans le cas central mais également pour les chocs à la hausse et à la baisse des taux.

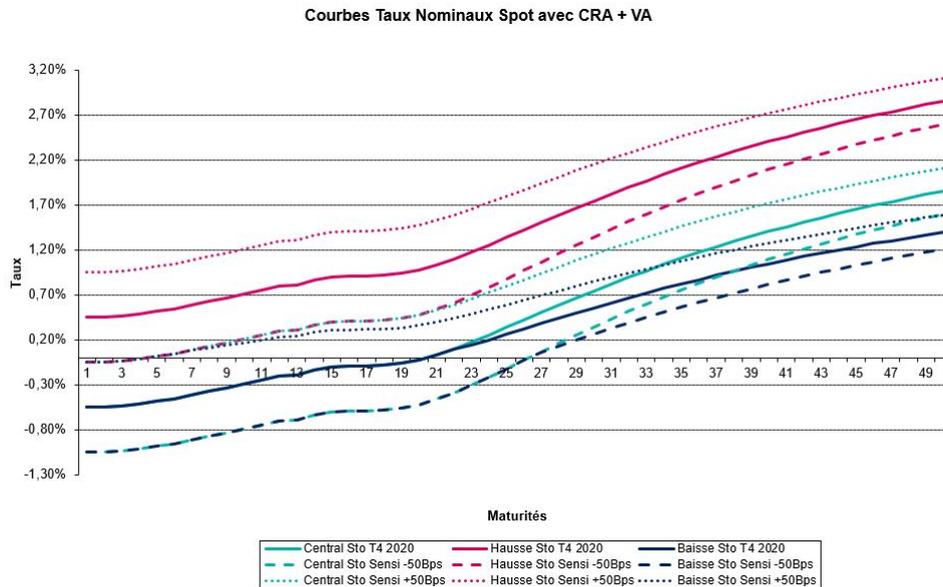


Figure 56: Courbe des taux des sensibilités à la hausse et à la baisse

En comparant, notre sensibilité à la baisse des taux à notre simulation de référence étudiée précédemment, nous obtenons les résultats suivants :

Epargne Euros Millions €	SENSI -50 bps	REF	Ecart en montant	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-852,9</b>	<b>-478,6</b>	<b>-374,4</b>	<b>43,9%</b>
<b>BE Central</b>	22 684,3	21 822,4	861,9	3,8%
<b>FDB</b>	2 272,6	2 331,0	-58,3	-2,6%
<b>Duration Passif</b>	12,76	12,54	0,22	1,7%
SCR HausseTaux Net	-702,0	-566,1	-135,9	19,4%
SCR BaisseTaux Net	21,6	51,8	-30,2	-139,8%
SCR ActionType1 Net	229,1	229,5	-0,4	-0,2%
SCR ActionType2 Net	57,2	56,0	1,2	2,1%
SCR Spread Net	255,1	246,3	8,8	3,5%
SCR Immobilier Net	66,4	62,2	4,2	6,3%
SCR Change Net	69,6	66,7	2,9	4,2%
SCR Mortalite Net	-50,5	-32,2	-18,3	36,2%
SCR Longevite Net	81,2	52,0	29,2	36,0%
SCR HausseRachat Net	-170,9	-72,2	-98,7	57,8%
SCR BaisseRachat Net	199,2	65,0	134,2	67,4%
SCR RachatMassif Net	-984,0	-685,2	-298,8	30,4%
SCR Frais Net	176,4	164,1	12,3	7,0%
SCR MortaliteCat Net	-2,2	-1,3	-0,8	39,2%

Table 14: SCR sensibilité baisse taux -50Bps

Nous constatons une forte baisse de l'équity suite à l'application de la sensibilité à la baisse des taux, en raison d'une diminution de la production financière obligataire, principalement liée aux réinvestissements. Cet effet rend très difficile le financement des taux garantis aux assurés et entraîne des coûts de fonds propres très importants. Nous constatons globalement une diminution des prélèvements résultant en partie de la baisse des prélèvements sur production financière, même si nous constatons également une augmentation des prélèvements sur encours et des coûts, suite à la diminution des rachats des assurés. En ce qui concerne les SCR, nous avons une diminution du SCR baisse taux, qui résulte de la formule réglementaire empêchant les chocs de taux négatifs. Les SCR actions, spread, immobilier et change sont en hausse, puisque la forte difficulté à financer les taux garantis augmente le coût du risque à un choc de marché. Les SCR techniques sont en cohérence avec la baisse des marges futures

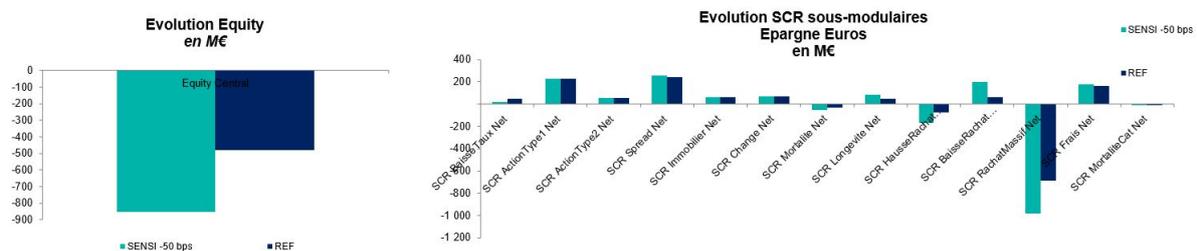


Figure 57: Évolution des SCR de la sensibilité à la baisse des taux

L'impact de cette sensibilité sur l'ensemble des contrats gérés par notre entreprise fictive (y compris sur le portefeuille sur lequel nous sommes focalisés dans le cadre de ce mémoire) provoque un impact de -23 points sur le ratio de couverture de l'entreprise. Cette sensibilité est fortement défavorable. En effet, elle fait baisser le niveau de fonds propres et augmente le niveau de SCR requis. Ce résultat n'est pas suprenant, puisque la sensibilité nous fait entrer dans un environnement de taux encore plus défavorable, que le niveau de taux actuel, qui était déjà suffisamment bas.

M€	T4 2020	Baisse taux -50 bps	Ecart
<b>FP éligibles</b>	<b>6 000</b>	<b>5 651</b>	<b>-349</b>
<b>SCR</b>	<b>3 000</b>	<b>3 186</b>	<b>186</b>
<b>Taux de couverture</b>	<b>200%</b>	<b>177%</b>	<b>-23%</b>

Table 15: Impact du ratio de sensibilité à la baisse des taux -50Bps

Concernant la sensibilité à la hausse des taux, les résultats sont, en quelque sorte, la symétrie de la précédente.

Epargne Euros Millions €	SENSI +50 bps	REF	Ecart en montant	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-176,0</b>	<b>-478,6</b>	<b>302,6</b>	<b>-172,0%</b>
<b>BE Central</b>	21 066,1	21 822,4	-756,4	-3,6%
<b>FDB</b>	2 418,5	2 331,0	87,5	3,6%
<b>Duration Passif</b>	12,34	12,54	-0,20	-1,6%
SCR HausseTaux Net	-449,6	-566,1	116,4	-26,9%
SCR BaisseTaux Net	120,5	51,8	68,7	57,0%
SCR ActionType1 Net	217,6	229,5	-11,8	-5,4%
SCR ActionType2 Net	51,9	56,0	-4,1	-7,9%
SCR Spread Net	229,9	246,3	-16,3	-7,1%
SCR Immobilier Net	56,4	62,2	-5,7	-10,1%
SCR Change Net	60,9	66,7	-5,7	-9,4%
SCR Mortalité Net	-17,7	-32,2	14,5	-81,9%
SCR Longevité Net	28,3	52,0	-23,7	-83,8%
SCR HausseRachat Net	1,6	-72,2	73,8	4510,2%
SCR BaisseRachat Net	-37,5	65,0	-102,5	273,3%
SCR RachatMassif Net	-424,5	-685,2	260,8	-61,4%
SCR Frais Net	153,5	164,1	-10,6	-6,9%
SCR MortalitéCat Net	-0,6	-1,3	0,7	-117,8%

Table 16: Évolution des SCR de la sensibilité à la baisse des taux

En effet, suite à l'augmentation du niveau des taux, nous constatons une forte augmentation du niveau de l'équité résultant de l'augmentation de la production financière obligataire. Nous pouvons donc financer plus facilement les taux garantis aux assurés grâce aux rendements plus élevés des produits obligataires et moins puiser dans les fonds propres. Nous constatons également une augmentation des rachats dynamiques des assurés entraînant une baisse des prélèvements sur encours et des coûts. De façon symétrique, par rapport à la précédente sensibilité, nous avons cette fois ci, une augmentation du SCR baisse taux, et à une baisse des autres SCR de marché résultant d'une plus grande facilité à financer les taux garantis.

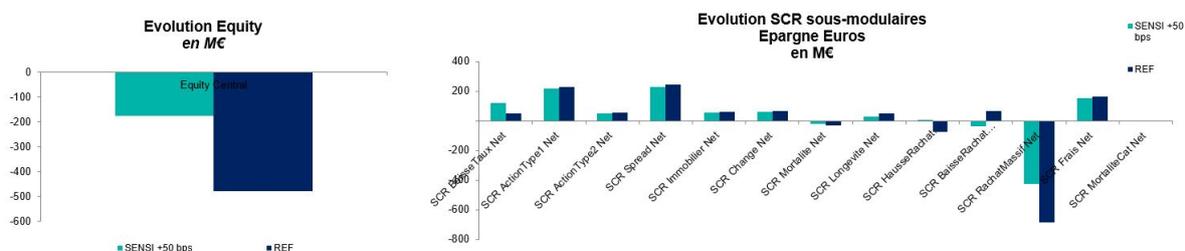


Figure 58: Évolution des SCR de la sensibilité à la hausse des taux

Finalement l'impact sur le ratio de solvabilité de l'entreprise, réagit aussi de façon symétrique en s'améliorant de +23 points. Grâce à l'augmentation du niveau des taux, le niveau de fonds propres s'améliore et l'exigence en SCR diminue.

M€	T4 2020	Hausse taux +50 bps	Ecart
<b>FP éligibles</b>	6 000	6 529	529
<b>SCR</b>	3 000	2 921	-79
<b>Taux de couverture</b>	200%	223%	23%

Table 17: Impact sur le ratio de la sensibilité à la hausse des taux de +50 bps

### 3.4.2 Sensibilité aux niveaux des actions

Nous poursuivons avec la même logique que précédemment, en nous plaçant maintenant dans un autre contexte financier, toujours dans le but de pouvoir suivre la déformation des SCR et du ratio de solvabilité dans ce nouvel environnement. Nous décidons de nous placer dans un contexte défavorable dans lequel les marchés actions ont fortement chuté de -25%. Ce scénario reste néanmoins assez probable surtout quand on le compare aux événements survenus durant le mois de mars 2020 et faisant suite à la pandémie mondiale de Coronavirus.

Concrètement, nous allons réaliser pour cette sensibilité une baisse de -25% sur la valeur de marché des actifs assimilables à des actions. En ce qui concerne, les structurés actions et les fonds détenant une part d'action, un choc de -25% uniquement sur l'assiette soumise au risque action sera effectué. Le tableau ci-dessous permet justement de constater les impacts sur la VM en fonction des différentes classes d'actifs.

T4 2020	Référence		Sensi Action		Ecart	
Classification d'Actifs	VM (en M€)	Parts d'Actifs	VM (en M€)	Parts d'Actifs	VM (en M€)	% VM
Produit de taux	14 320	64,01%	14 320	65,96%	-	0%
Actions Type 1 (OCDE)	1 253	5,60%	940	4,33%	- 313	-25%
Actions Type 2 (hors OCDE)	317	1,42%	238	1,10%	- 79	-25%
Participations Stratégiques	110	0,49%	83	0,38%	- 28	-25%
Actifs immobilier	567	2,53%	567	2,61%	-	0%
Fonds transparisés	4 937	22,07%	4 663	21,48%	- 275	-6%
Fonds non transparisés	-	0,00%	-	0,00%	-	0%
Produits structurés	848	3,79%	849	3,91%	0	0%
Dérivés caps	13	0,06%	13	0,06%	0	0%
Dérivés swaps	- 8	-0,03%	- 8	-0,04%	-	0%
Dérivés puts	13	0,06%	44	0,20%	31	230%
<b>TOTAL</b>	<b>22 372</b>	<b>100,00%</b>	<b>21 708</b>	<b>100,00%</b>	<b>- 664</b>	<b>-3%</b>

Table 18: Variation de la valeur de marché dans le cas d'une sensibilité action

Les actions type 1, type 2 et participations stratégiques ont bien chuté de -25 %. Les fonds transparisés ont baissé de -6 %. Cela implique une baisse totale sur le stock d'actifs de -3 %. Ci-dessous les impacts des SCR.

Epargne Euros Millions €	SENSI Action -50%	REF	Ecart en montant	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-669,1</b>	<b>-478,6</b>	<b>-180,5</b>	<b>27,4%</b>
BE Central	21 339,7	21 822,4	-482,7	-2,3%
FDB	1 848,0	2 331,0	-483,0	-26,1%
Duration Passif	12,38	12,54	-0,16	-1,3%
SCR HausseTaux Net	-586,9	-566,1	-20,8	3,6%
SCR BaisseTaux Net	41,3	51,8	-10,5	-25,4%
SCR ActionType1 Net	150,3	229,5	-79,2	-52,7%
SCR ActionType2 Net	40,4	56,0	-15,6	-38,6%
SCR Spread Net	305,4	246,3	59,1	19,4%
SCR Immobilier Net	70,9	62,2	8,7	12,3%
SCR Change Net	70,4	66,7	3,7	5,2%
SCR Mortalite Net	-34,0	-32,2	-1,7	5,1%
SCR Longevite Net	53,7	52,0	1,7	3,1%
SCR HausseRachat Net	-84,0	-72,2	-11,8	14,1%
SCR BaisseRachat Net	76,1	65,0	11,1	14,6%
SCR RachatMassif Net	-723,9	-685,2	-38,7	5,3%
SCR Frais Net	162,5	164,1	-1,6	-1,0%
SCR MortaliteCat Net	-1,5	-1,3	-0,2	11,1%

Table 19: Évolution des SCR de la sensibilité action

La forte baisse de l'équity (-180 Millions d'euros) résulte de la diminution de la production financière impactée par la diminution des dividendes mais aussi de la baisse des plus-values latentes. Concernant les SCR, nous notons une forte baisse du SCR action, -80 Millions d'euros pour le type1 et -15 Millions d'euros pour le type2. Cet effet s'explique par le niveau de la valeur boursière action qui est moins important (de -25%) et qui réduit par conséquent le montant de choc. Les SCR spread, immobilier et change sont en augmentation du fait de la dégradation des taux d'absorption par la PB : les taux d'absorption du SCR spread passent de 68 % à 18 % dans le cadre de la sensibilité.

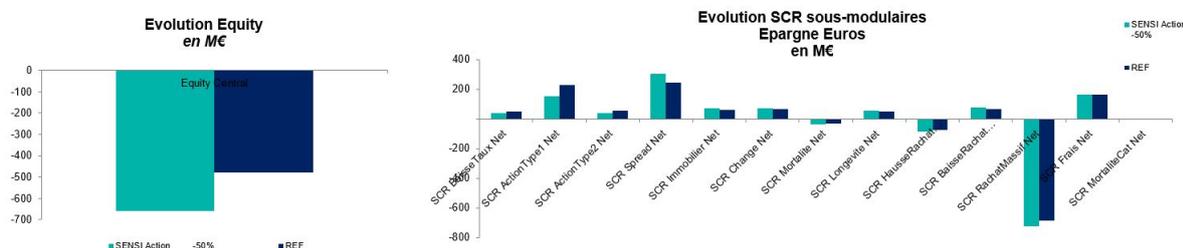


Figure 59: Évolution des SCR de la sensibilité action

Cette sensibilité permet donc de réduire le niveau de SCR, à travers le phénomène d'assiette soumise au risque plus petite que nous venons d'évoquer, mais cette réduction est compensée par une baisse très importante sur les fonds propres, résultant de la diminution de la production financière et provoquant un impact global négatif de -7 % sur le ratio de l'entreprise.

M€	T4 2020	Action -25%	Ecart
FP éligibles	6 000	5 409	-591
SCR	3 000	2 805	-195
Taux de couverture	200%	193%	-7%

Table 20: Impact sur le ratio dans le cas d'une sensibilité Action

Le pourcentage de choc réglementaire en face des actions étant élevé, il faudra donc s'inspirer de cette sensibilité et de l'effet constaté sur le niveau du SCR action, en trouvant une solution pour réduire la part de valeur de marché détenue. On peut par exemple détenir des puts, permettant de vendre des actions, et ainsi disposer de moins de titres risqués. Cette analyse sera approfondie dans la section relative à l'optimisation des SCR.

### 3.4.3 Sensibilité aux niveaux des spreads

Nous considérons un écartement des spreads de +50 bps. Pour rappel, une augmentation des niveaux de spread, désigne une augmentation du risque, qui se traduit par une demande de rémunération plus importante vis-à-vis de titres risqués, c'est-à-dire à travers un coupon plus rémunérateur. Par conséquent, à travers la relation inversement proportionnelle entre le taux de coupon et la valeur de l'obligation, nous aboutissons à un prix de l'obligation plus faible que dans le cas de référence. Pour plus d'information relative aux spreads de crédit, voir le chapitre I. Nous nous restreignons, lors de cette sensibilité, à l'appliquer uniquement aux titres d'États. Ci-dessous les impacts sur les valeurs de marché en fonction des classes d'actifs.

Classification d'Actifs	T4 2020		Référence		Sensi Action		Ecart	
	VM (en M€)	Parts d'Actifs	VM (en M€)	Parts d'Actifs	VM (en M€)	Parts d'Actifs	VM (en M€)	% VM
Produit de taux	14 320	64,01%	14 048	63,57%	-	271	-	-2%
Actions Type 1 (OCDE)	1 253	5,60%	1 253	5,67%	-	-	-	0%
Actions Type 2 (hors OCDE)	317	1,42%	317	1,44%	-	-	-	0%
Participations Stratégiques	110	0,49%	110	0,50%	-	-	-	0%
Actifs immobilier	567	2,53%	567	2,56%	-	-	-	0%
Fonds transparisés	4 937	22,07%	4 937	22,34%	-	-	-	0%
Fonds non transparisés	-	0,00%	-	0,00%	-	-	-	0%
Produits structurés	848	3,79%	848	3,84%	-	-	-	0%
Dérivés caps	13	0,06%	13	0,06%	0	-	0	0%
Dérivés swaps	-	0,03%	-	0,04%	-	-	-	0%
Dérivés puts	13	0,06%	13	0,06%	0	-	0	0%
<b>TOTAL</b>	<b>22 372</b>	<b>100,00%</b>	<b>22 101</b>	<b>100,00%</b>	<b>-</b>	<b>271</b>	<b>-</b>	<b>-1%</b>

Table 21: Variation de la valeur de marché dans le cas d'une sensibilité spread

Nous constatons comme attendu, une baisse de la VM des titres obligataires (d'États) de -271 millions d'euros. Nous notons les variations suivantes sur l'Equity et les SCR :

Epargne Euros Millions €	SENSI Spread	REF	Ecart en montant	Ecart en %
Equity Central	-577,9	-478,6	-99,3	17,2%
BE Central	21 650,7	21 622,4	-28,3	-0,1%
FDB	2 150,8	2 331,0	-180,2	-8,4%
Duration Passif	12,44	12,54	-0,10	-0,7%
SCR HausseTaux Net	-590,2	-566,1	-24,1	4,1%
SCR BaisseTaux Net	49,2	51,8	-2,6	-5,3%
SCR ActionType1 Net	248,1	229,5	18,6	7,5%
SCR ActionType2 Net	60,5	56,0	4,5	7,4%
SCR Spread Net	264,9	246,3	18,7	7,1%
SCR Immobilier Net	67,5	62,2	5,3	7,9%
SCR Change Net	71,8	66,7	5,1	7,1%
SCR Mortalite Net	-32,2	-32,2	0,0	0,0%
SCR Longevite Net	51,6	52,0	-0,4	-0,8%
SCR HausseRachat Net	-73,2	-72,2	-1,0	1,4%
SCR BaisseRachat Net	63,0	65,0	-2,0	-3,1%
SCR RachatMassif Net	-633,2	-685,2	52,0	-8,2%
SCR Frais Net	162,4	164,1	-1,7	-1,0%
SCR MortaliteCat Net	-1,3	-1,3	0,0	-2,5%

Figure 60: Évolution des SCR de la sensibilité Spread

La forte baisse de l'Equity (de quasiment 100 millions d'euros) suite à l'application de la sensibilité s'explique par la diminution de la production financière en début de projection à cause de l'augmentation du risque liée

aux titres d'États. La légère augmentation des SCR de marché (hors taux) est liée à une augmentation du spread govies détériorant la production financière de début de projection. Nous constatons également une forte augmentation du SCR rachat massif, qui s'explique par l'equity, mais aussi par la diminution de la valeur boursière des produits de taux qui diminue ainsi la dotation en réserve de capitalisation lors du rachat des assurés la première année.

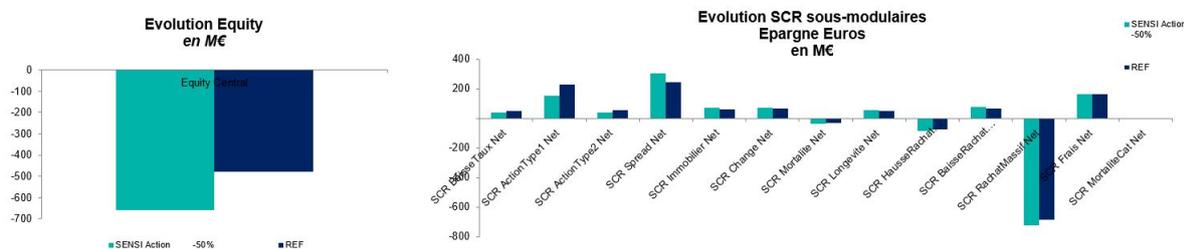


Figure 61: Évolution des SCR de la sensibilité spread

En nous intéressant à notre deuxième mesure, qui est le ratio de solvabilité de l'entreprise, nous constatons que cette sensibilité a un impact global défavorable de -16 %.

M€	T4 2020	Sensi Spread	Ecart
<b>FP éligibles</b>	<b>6 000</b>	<b>5 725</b>	<b>-275</b>
<b>SCR</b>	<b>3 000</b>	<b>3 118</b>	<b>118</b>
<b>Taux de couverture</b>	<b>200%</b>	<b>184%</b>	<b>-16%</b>

Table 22: Impact sur le ratio de la sensibilité spread

Cela s'explique par un impact très défavorable sur les fonds propres et une amélioration, dans une moindre mesure, sur les SCR. Le point assez important à noter, est que si un tel écartement des spreads venait à se produire, mécaniquement nous aurions un effet contrecycle du VA qui viendrait compenser cette perte. Ce phénomène n'a pas été pris en compte dans nos simulations. Il aurait fallu recalibrer les scénarios économiques avec ce nouveau VA. Une estimation rapide de l'effet du recalibrage du VA (sans forcément rejouer toutes les simulations stochastiques), permet de mesurer cet effet qui aurait pu améliorer le ratio de solvabilité de quasiment 10 %. Ainsi en prenant en compte cette mesure l'écart de cette sensibilité aurait été uniquement de -6 % à -7 %. Cette rapide analyse permet de se rendre compte de l'importance de cette mesure de Volatility Adjustment (nous reviendrons sur cet effet au moment de l'optimisation des SCR).

### 3.4.4 Sensibilités sur le Model Point de passif et d'actif

D'autres sensibilités ont été étudiées. Par exemple, nous nous sommes intéressés à l'impact de l'âge des assurés sur nos résultats. Pour ce faire, nous avons étudié trois sensibilités avec les mêmes hypothèses que la simulation de référence, mais en remplaçant l'âge des assurés par 30, 50 et 70 ans. Pour rappel l'âge moyen à la souscription de nos assurés est de 55 ans dans la simulation de référence. Les impacts obtenus sont les suivants :

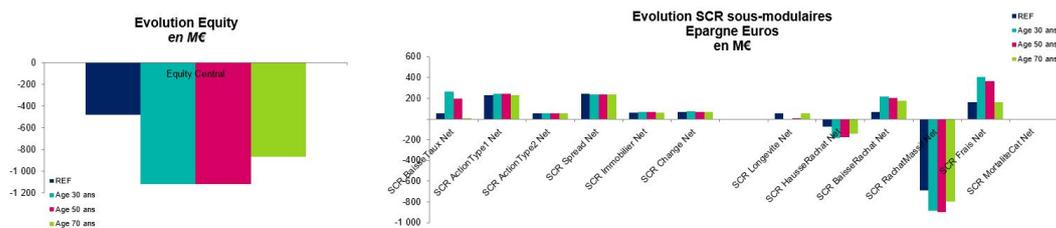


Figure 62: Évolution des SCR par catégorie d'âges des assurés

Nous constatons qu'entre les assurés âgés de 30 ans et 50 ans, il y'a peu de différence sur l'évolution de l'Equity. Les personnes âgées de 70 ans auront par contre un impact moins important de quasiment 250 millions d'euros. Cela s'explique, en grande partie, à travers l'âge avancé de cette population, rendant le risque de décès beaucoup plus probable comme l'illustre la figure ci-dessous. À ce sujet, le SCR mortalité explose complètement en atteignant la somme astronomique de 2,6 milliards d'euros (ce SCR n'a d'ailleurs pas été tracé pour ne pas affecter la lisibilité des autres SCR sur le graphique).

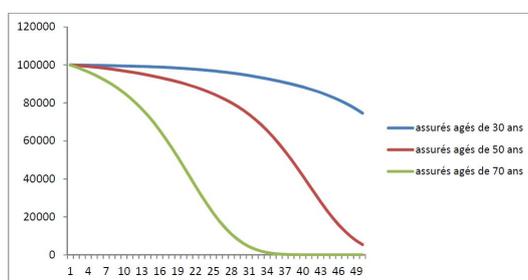


Figure 63: Loi de mortalité selon l'âge des assurés

Les SCR techniques suivent l'évolution de l'Equity, tandis que les SCR de marché sont globalement stable, en dehors du SCR à la baisse des taux, qui à travers les mécanismes d'actif-passif est le SCR le plus sensible à la durée du passif : cette durée atteint 16 et 15 ans pour les simulations de 30 et 50 ans, et chute considérablement à 12 ans pour celle de 70 ans, en raison de l'effet de décès que nous venons d'évoquer.

Le niveau de TMG, étant très proche de zéro dans notre simulation de référence, il n'a pas été jugé intéressant de réaliser des sensibilités sur ce paramètre. Dans la même logique, des sensibilités ont aussi été réalisées sur le portefeuille d'actifs. Ainsi nous avons pu faire varier la part d'actif détenu dans notre stock d'actifs en début de projection, mais également en fonction des années de projection. Les résultats jugés intéressants vont être présentés et détaillés dans la section suivante relative à l'optimisation des SCR. Ci-dessous l'impact de la variation de la part d'action détenue en  $t=1$ . Les résultats obtenus sont en cohérence avec les impacts déjà observés pour la sensibilité de marché -25% sur les actions. En effet, le pourcentage de choc réglementaire en face des actions étant fortement pénalisant, détenir plus d'actions augmente considérablement le niveau de SCR, et de façon symétrique une vente des actions ou une baisse des valeurs de marché réduit le niveau de SCR.

Epargne Euros Millions €	Part Action 15%	REF Part Action 12%	Part Action 10%
Equity Central	-601,2	-478,6	-401,0
SCR Action	280,5	274,0	256,5

Table 23: Variation du SCR en fonction de la part action

### 3.5 Optimisation du ratio de solvabilité à travers des managements actions

Les management actions sont des stratégies adoptées par les dirigeants d'une société pour réduire l'exposition aux risques et améliorer le résultat. Nous nous intéressons, dans cette section, à ces stratégies permettant de réduire l'impact des taux bas, en optimisant le niveau de SCR et, par conséquent, le ratio de solvabilité de l'entreprise.

#### 3.5.1 Management action derisking action

Suite aux conclusions obtenues dans le cadre des sensibilités aux actions, la management action derisking action, consiste à diminuer le risque en face des instruments soumis à un risque action et étant fortement pénalisés en SCR. Pour ce faire, l'assureur peut acquérir des instruments de couverture tels que des PUTS, ou directement réduire sa part action. Nous décidons de retenir cette deuxième option. Une attention particulière sera accordée au réalisme, à l'objectivité et à la cohérence du niveau de cette réduction. Ces critères à respecter sont détaillés dans le document CEIOPS de niveau 2 relatif au management action. Concrètement, nous allons tester plusieurs stratégies, qui consistent en la vente de **5%**, **10%**, **15%** et **20%** d'actions dès la première année, puisque nous considérons que nous sommes déjà dans un contexte de taux très défavorable et que nous souhaitons réduire les pertes liées à la volatilité des actions. La production financière complémentaire générée par ces ventes est intégrée en PPE. En ce qui concerne la stratégie financière sur le long terme, nous décidons de ne pas l'impacter et conservons donc la stratégie financière de la simulation de référence.

## Dérisking actions -x% dès l'origine

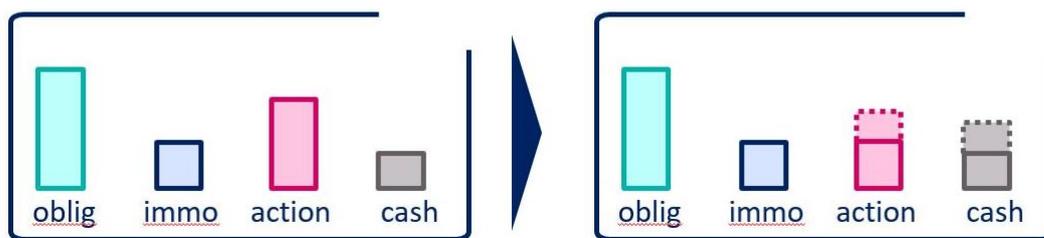


Figure 64: Derisking Action

Le tableau ci-dessous présente le Best Estimate ainsi que la capacité d'absorption pour chaque cas de derisking. Nous constatons que plus le derisking est important (et donc moins on a d'actions) plus le BE décroît. En effet, ce phénomène est assez logique puisque les actions sont une classe d'actifs assez volatile, ce qui implique un coût des options et garanties assez important. Le même phénomène se produit pour la FDB.

Epargne Euros Millions €	REF	Derisking Action 5%	Ecart REF Derisking 5%	Derisking Action 10%	Ecart REF Derisking 10%	Derisking Action 15%	Ecart REF Derisking 15%	Derisking Action 20%	Ecart REF Derisking 20%
<b>BE Central</b>	21 822,4	21 743,6	-0,36%	21 654,7	-0,77%	21 577,1	-1,12%	21 502,4	-1,47%
<b>FDB</b>	2 331,0	2 222,9	-4,64%	2 114,8	-9,27%	2 009,9	-13,77%	1 905,6	-18,25%

Table 24: Derisking Action et variation du BE

Nous observons une dégradation progressive de la VIF qui s'explique par la baisse des richesses provenant des actions mais une augmentation du surplus fund en cohérence avec l'augmentation de la PPE.

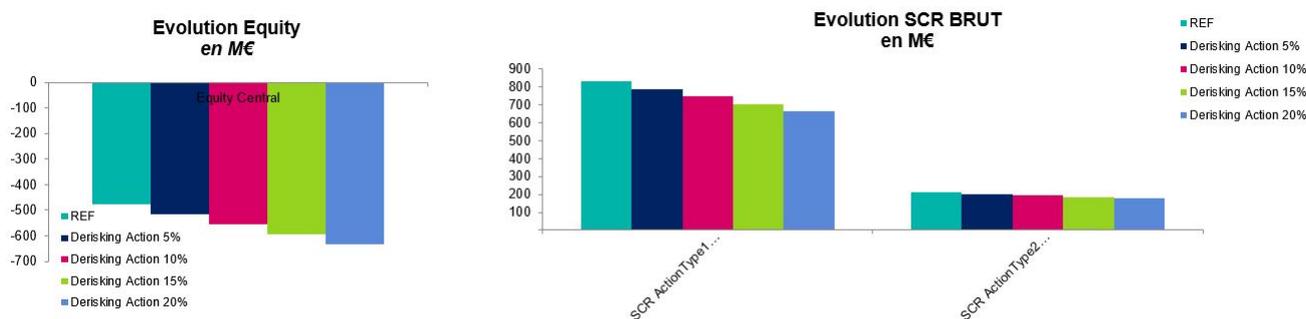


Figure 65: Derisking Action et évolution des SCR bruts

Concernant les SCR bruts, comme attendu, plus le niveau de derisking est élevé, plus le SCR diminue : la vente de 20% des actions permet d'améliorer le SCR action type 1 brut de 167 millions d'euros et le SCR action type 2 de 35 millions d'euros. La variation des SCR nets est moins importante, en raison de l'absorption par les provisions techniques. Le Derisking Action de 20%, qui est le plus efficace, permet de réaliser une économie sur le SCR action global de **19 millions d'euros** soit **7%** du SCR action global.

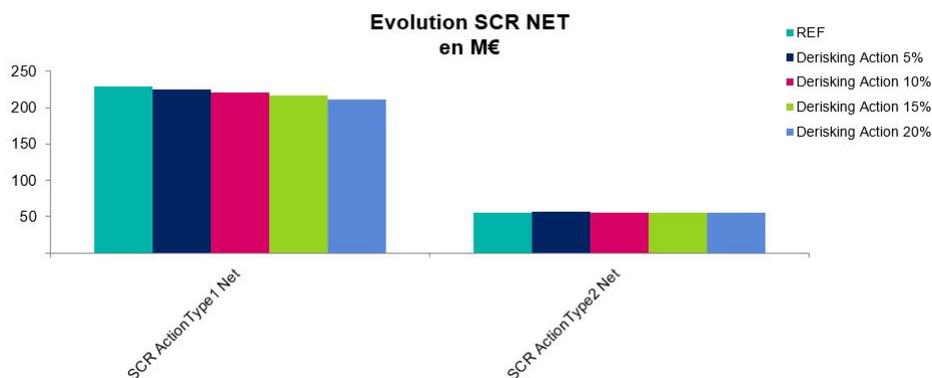


Figure 66: Derisking Action et évolution des SCR nets

En réalisant cette management action sur l'ensemble des portefeuilles gérés par notre entreprise fictive, nous obtenons l'impact global suivant :

M€	T4 2020	Derisking Action 20%	Ecart
FP éligibles	6 000	6 218	218
SCR	3 000	2 894	-106
Taux de couverture	200%	215%	15%

Table 25: Impact sur le ratio suite au Derisking Action

L'amélioration des fonds propres provient de l'augmentation de la PPE qui résulte des plus values suite à la vente des actions. Le SCR global s'améliore de 100 millions grâce au derisking. Le taux de couverture de notre entreprise fictive s'améliore ainsi de 15 points de ratio.

### 3.5.2 Management action allongement de la durée de réinvestissement

Nous allons désormais nous focaliser sur les réinvestissements obligataires qui, dans un contexte de taux bas comme celui-ci, se montrent très défavorables pour l'assureur. En effet, comme expliqué dans les premiers chapitres, l'assureur investit sur des titres obligataires, qui lui offrent des rendements lui permettant de financer ses prestations obligataires et de se récupérer une marge. Les obligations achetées il y a quelques années arrivant à maturité, il lui est nécessaire de réinvestir sur des nouveaux titres. Si l'assureur se contente de racheter des obligations similaires, étant donnée le niveau de taux très bas, il ne pourra plus payer les prestations garanties à l'assuré et devra puiser dans ses ressources (pour rappel l'OAT 10 ans de référence offre un taux de rendement négatif de -0.33% au 31-12-2020). Cette management action, consiste donc à bénéficier de la structure concave de la courbe des taux. En effet, les rendements obligataires croissent avec la maturité des titres. Cela s'explique par le fait que plus l'échéance est lointaine, plus le risque de réalisation d'évènements pouvant affecter défavorablement la valeur de l'obligation devient grand, justifiant ainsi des rendements plus importants. Concrètement, les dates d'échéances des actifs obligataires vont être augmentées, de 1 an, puis de 3 ans, et à chaque fois sans modifier la valeur de marché des actifs. Cette management action de rallongement de la duration totale du portefeuille d'actifs permettrait, en plus de bénéficier de rendements supérieurs, de réduire l'écart de sensibilité entre l'actif et le passif et par conséquent de réduire l'exposition au risque de taux et d'améliorer ainsi le rendement de la solvabilité de l'assureur.

#### 3.5.2.1 Rappel sur les notions de duration et de sensibilité

Commençons tout d'abord par un rapide rappel sur les notions de sensibilité d'une obligation et de duration qui seront très utiles.

La sensibilité d'une obligation est une grandeur que l'on calcule pour appréhender la dépendance du prix d'une obligation vis-à-vis des taux d'intérêt. Plus précisément, c'est la variation relative du prix de l'obligation lorsque les taux bougent de 1%. Il s'agit d'un indicateur absolu, qui donne un risque de taux par euro investi.

Le prix de l'obligation est donné par :

$$P(r) = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+r)^T_i}$$

La sensibilité  $S(r)$  est :

$$S(r) = -\frac{P'(r)}{P(r)} = \frac{1}{P(r)} \sum_{i=1}^n \frac{T_i * F_i}{(1+r)^{T_i+1}}$$

Nous remarquons d'ailleurs à travers le signe négatif, que le prix des obligations varie dans le sens opposé à celui du taux d'intérêt.

La duration est une mesure permettant de capter l'impact de la variation des taux d'intérêt sur le prix de cette obligation. Ce concept a été inventé par Macaulay d'où l'appellation "duration de Macaulay". Elle est définie à partir de sa sensibilité. Du fait de ce lien étroit avec la duration, la sensibilité est également appelée la duration modifiée.

$$D(r) = S(r) * (1+r) = \frac{1}{P(r)} \sum_{i=1}^n \frac{T_i * F_i}{(1+r)^{T_i}}$$

### 3.5.2.2 Méthodologie pour mesurer le gap de sensibilité

Dans une étude ALM, on cherche l'équilibre entre la valeur future des cash-flows pour l'actionnaire et le respect des engagements vis-à-vis des assurés. En théorie, la technique la plus simple pour structurer le bilan de sorte qu'à toute variation de la valeur du passif corresponde une variation équivalente de l'actif (ou vice versa) est le cash-flow matching qui consiste à adosser tous les flux individuellement. Ainsi, si l'assureur veut servir un taux de 3 % sur 10 ans, il lui suffit de trouver un actif peu risqué de rendement 3 % et de maturité 10 ans. Cependant, il est souvent très difficile de trouver des actifs ayant une durée aussi longue que certains éléments du passif. Ainsi, en pratique, l'ALM visera à réduire l'écart entre la sensibilité de l'actif et celle du passif aux variations des taux d'intérêt. Un indicateur pertinent permettant de suivre le lien entre les actifs et les passifs est le gap (écart) de durée (ou de sensibilité).

$$\text{Gap de duration} = \text{Duration du passif} - \text{Duration de l'actif}$$

**Un indicateur qui permet de mesurer la sensibilité des FP économiques aux variations de taux d'intérêts**

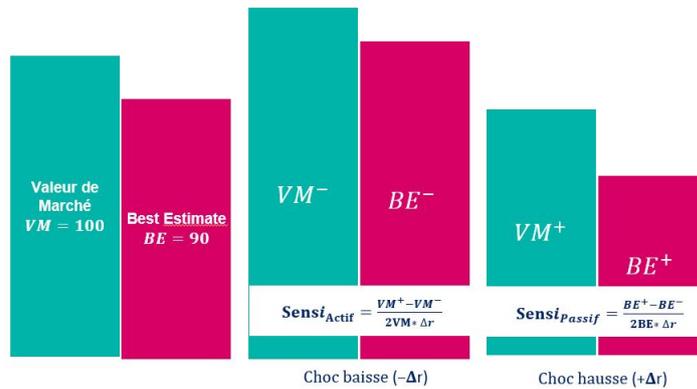


Figure 67: Méthodologie de calcul du gap de sensibilité

L'impact moyen sur les fonds propres, en cas de variation de taux, peut être résumé par la moyenne entre les impacts en cas de mouvements à la hausse des taux et à la baisse des taux :

$$\Delta FP \approx \frac{VM^+ - BE^+ - (VM^- - BE^-)}{2}$$

Par conséquent, l'estimation de l'impact sur les fonds propres d'une variation de taux  $\Delta R$  peut s'exprimer en fonction de l'écart de sensibilité actif-passif :

$$\Delta FP \approx Sensi_A * VM * \Delta R - Sensi_P * VM * \Delta R \approx (Sensi_A - Sensi_P * \frac{BE}{VM}) * \Delta R * VM$$

Finalement l'écart de sensibilité est défini par la relation suivante :

$$Sensi_{GAP} = \frac{BE}{VM} * Sensi_{Passif} - Sensi_{Actif}$$

Un gap de sensibilité négatif (respectivement positif) indique une exposition à la baisse des taux (respectivement à la hausse des taux)

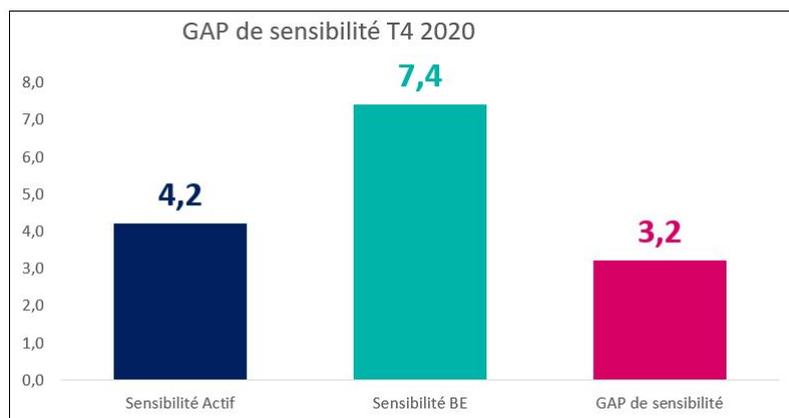


Figure 68: Gap de sensibilité au T4 20

En appliquant la méthodologie décrite précédemment, nous obtenons au T4 2020 une sensibilité au passif de 7,4, bien plus grande que la sensibilité de l'actif qui est de 4,2. Ainsi, un allongement de l'actif permettrait bien de réduire l'écart de sensibilité et de diminuer l'exposition au risque de taux. Dans le graphique ci-dessous, nous refaisons le même calcul de gap de sensibilité pour différents arrêtés, afin de suivre son évolution au cours du temps.

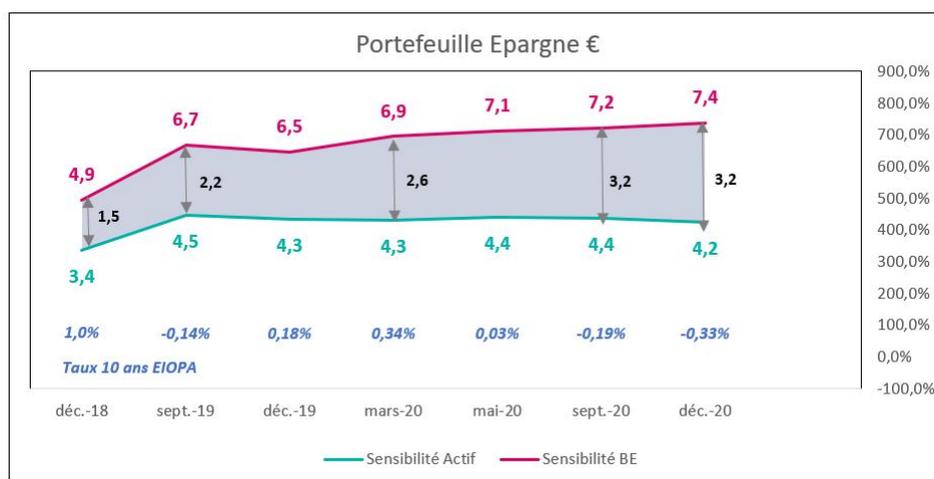


Figure 69: Évolution du gap de sensibilité au cours du temps

L'écart de sensibilité s'est bien dégradé depuis fin 2018. La baisse des taux d'environ 120bps sur les deux dernières années a contribué à augmenter la sensibilité du BE d'environ 2,5 ans. Côté actif, nous assistons à une augmentation d'uniquement 0,8 an.

La sensibilité de 4,2 de l'actif est la conjugaison de la part d'actif sensible au taux (64% d'obligations en direct notamment) et de la durée (6 ans x 64% = 4 ans environ)

### 3.5.2.3 Résultats suite à l'allongement de la durée

L'allongement de la durée de 1 et de 3 ans, réduit le gap de sensibilité comme prouvé ci-dessous :

**Gap de sensibilité  
Périmètre Epargne €**

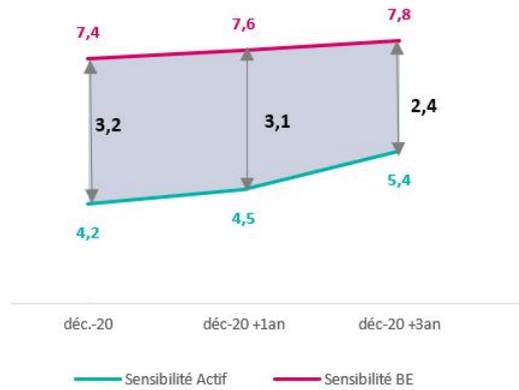


Figure 70: Réduction du gap de sensibilité suite à l'allongement de la durée

L'augmentation de la maturité résiduelle des obligations augmente la sensibilité du portefeuille d'actifs de 0,3 sur 1 an et de 1,2 sur 3 ans. La diminution du gap de sensibilité actif-passif permet d'améliorer le niveau de l'Equity du scénario central (95 millions pour l'augmentation de 3 ans). Le niveau de l'Equity du scénario à la baisse des taux augmente davantage (103 millions). Par différence le SCR baisse taux se réduit de -8 millions (soit 17% du SCR baisse taux). L'amélioration du SCR baisse taux aurait pu être encore plus importante si les premières maturités, en taux négatifs, étaient également soumises au choc. Nous notons cependant une hausse importante du SCR spread, qui provient de l'augmentation de la durée. En appliquant cette management action dans le scénario relatif à la baisse des taux de -50bps, le SCR baisse taux est quasiment neutralisé et on nous avons un gain de plus de 200 millions sur l'Equity :

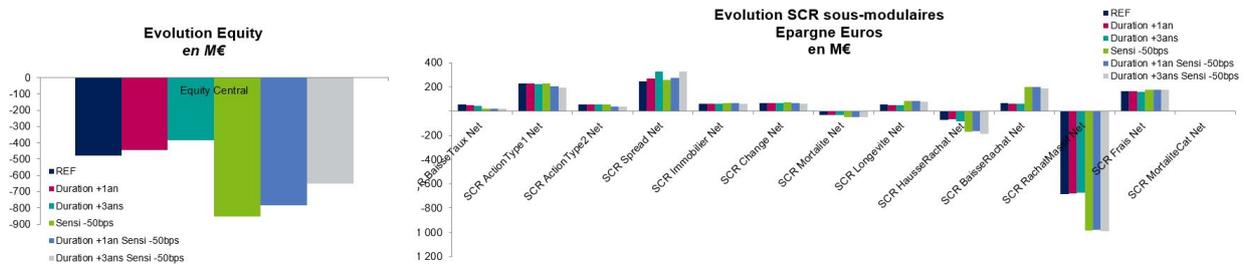


Figure 71: Évolution des SCR suite à l'allongement de la durée dans le cas central et baisse des taux

Les impacts fonds propres, SCR et Taux de couverture sont résumés dans le tableau ci-dessous :

M€	T4 2020 Réf	T4 2020 +1 an	T4 2020 +3 ans	T4 2020 Sensi Baisse Taux -50 bps	Sensi Baisse Taux +1 an	Sensi Baisse Taux +3 ans
Impact FP éligibles	6 000	-69	-190	-349	-261	-41
Impact SCR	3 000	-27	-92	186	155	160
Impact Taux de couverture	200%	0%	0%	-23%	-18%	-11%

Table 26: Impact sur le ratio suite au rallongement Duration

Le ratio central est peu impacté par la hausse des maturités résiduelles. En effet, l'augmentation de la VIF est compensée par l'augmentation du SCR spread. En ce qui concerne la sensibilité à la baisse des taux, l'impact sur le ratio est bien plus important, permettant d'améliorer le ratio de couverture de 5 et de 12 points par rapport au ratio de la sensibilité -50bps.

### 3.5.3 Management action achat floor

Comme vu dans le chapitre I, la situation de taux d'intérêt extrêmement bas est susceptible de perdurer durant plusieurs années, en raison notamment du niveau d'endettements des États. Ainsi, il est probable que la BCE continue de maintenir des taux à un niveau aussi faible. De plus, une nouvelle crise, qu'elle soit pandémique ou sociale, pourrait même l'obliger à diminuer encore plus le niveau de taux dans des territoires de plus en plus négatifs, ce qui serait une véritable catastrophe pour l'assureur. Ceci provoquerait une nouvelle dégradation du rendement du portefeuille obligataire, le taux de réinvestissement étant très largement inférieur au taux de rendement des titres en stock. Il serait ainsi très difficile de servir les TMG. Ce risque serait encore plus amplifié en cas de baisse concomitante des actions. L'impact serait très important sur la VIF, et, dans une moindre mesure, sur les SCR (toujours expliqué par la formule actuelle n'appliquant pas de choc dans un territoire négatif). C'est dans ce contexte que nous nous plaçons pour cette management action, et nous essayons d'analyser l'achat de floor, nous permettant de nous protéger contre une telle baisse des taux.

Le graphique ci-dessous montre la perte annule sur la VIF résultant du manque de la production financière des scénarios de taux bas pour payer les engagements futurs :

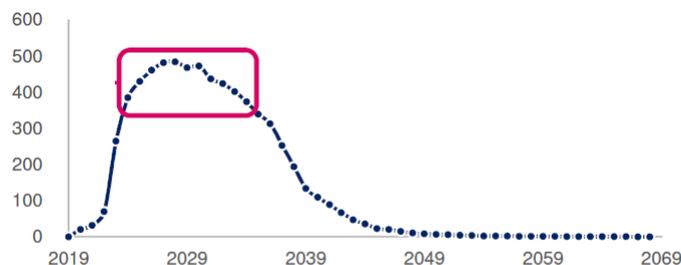


Figure 72: Moyenne actualisée du manque de production financière pour respecter les engagements

Nous observons un manque à gagner important à partir de 2024 et jusqu'à 2035 sur les trajectoires négatives. Ainsi, la production financière des floors viendrait diminuer ce manque, en améliorant le rendement dans les scénarios à la baisse des taux, et en diminuant les pertes liées au manque de production financière. Des floors classiques de strike 0% avec des maturités courtes (2024 et 2026) ont été étudiés. Ils permettent un gain en rendement avec une activation sur 50% des trajectoires et donc une amélioration du résultat. L'inconvénient est que ces floors de courtes durées interviennent avant l'année 2026, année durant laquelle le manque en production financière est le plus important. Pour contourner ce problème, une deuxième catégorie de floors à départ forward de strike 0% s'activant à partir de 2025 et avec une maturité plus longue (2030 et 2035) a également été étudiée. Ces floors permettent ainsi de protéger l'assureur durant les années où le manque de production financière est le plus important. Cependant, l'inconvénient est que ces instruments sont très coûteux en valeur temps et qu'ils s'activent de façon moins fréquente, soit 25% des trajectoires entre 2025 et 2030.



Figure 73: Rendement des floors court et long terme

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution des prix des floors durant l'année 2020 :

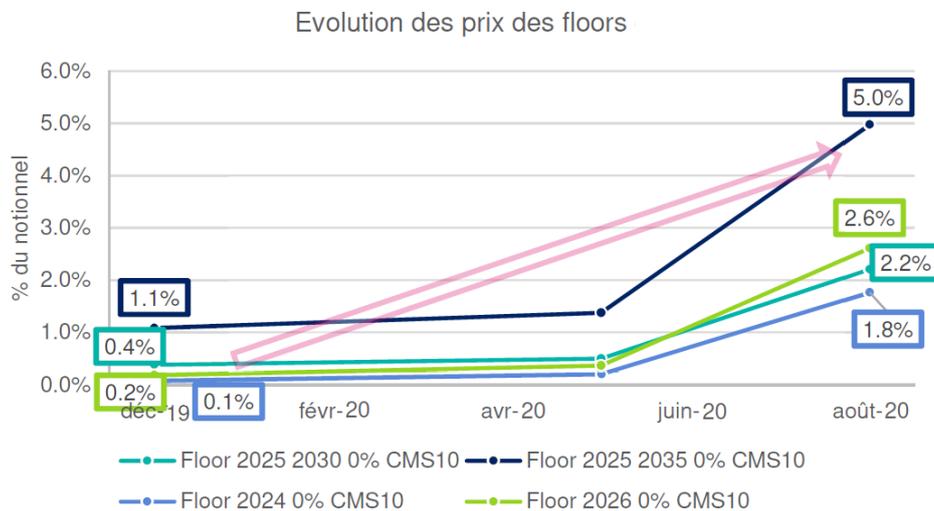


Figure 74: Évolution du prix des floors

Acheter des floors dans les conditions actuelles de marché coûte relativement cher : la baisse des taux impacte négativement les prix des floors. Les floors forwards sont plus chers que les floors vanilles. Ci-dessous les impacts (en millions) pour 100 millions d'euros de primes investies :

Floor	VIF	SCR
<b>Floor 2025 2030 0% CMS10</b>	-3	18
<b>Floor 2025 2035 0% CMS10</b>	-14	13
<b>Floor 2024 0% CMS10</b>	1	2
<b>Floor 2026 0% CMS10</b>	4	5

Table 27: Impact de l'achat des floors sur la VIF et le SCR

Les prix actuels des floors ne permettent pas de dégager un gain. Ainsi, aucun floor n'a un impact positif. Les floors coûtent relativement cher vis-à-vis du gain en VIF et en SCR. La valeur temps comprise dans le prix des floors forwards est trop importante. Elle aggrave les résultats observés sur les deux floors vanilles. Il n'est donc pas intéressant dans les conditions actuelles de marché d'acheter des floors pour se couvrir de la baisse des taux.

### 3.6 Optimisation du ratio de solvabilité à travers l'approche commerciale

Nous passons maintenant à la section relative à l'optimisation du ratio de solvabilité à travers une approche commerciale.

#### 3.6.1 Commercialisation de contrats à garanties brutes de frais

Comme vu précédemment, l'une des plus grandes difficultés de l'assureur concerne les garanties promises aux assurés, dans un contexte de taux faible qui ne permet plus à l'assureur de récupérer un rendement capable d'assurer ses garanties. Actuellement, dans notre Model Point de passif, nous avons **30%** des contrats qui sont à garanties brutes. Cela veut dire que l'assureur s'engage toujours à garantir le capital du fonds en euros mais brut de frais de chargement et non net de frais de chargement. Ainsi l'assuré qui verserait 100 euros n'aurait plus la certitude de récupérer l'intégralité de la somme dans le pire des cas, et pourrait être amené à recevoir 99,25 euros dans le cas où les frais de gestion s'élèveraient à 0,75 % par années. En faisant cela, l'assureur contourne le problème de rendement négatif, qui ne couvre même plus les frais des contrats, et s'évite ainsi des conséquences importantes pour son équilibre financier, mais aussi sur sa solvabilité. Nous pouvons imaginer à l'avenir que les compagnies d'assurances vont proposer de plus en plus ce type de garanties. Afin de mesurer cet impact, nous décidons de transformer 50% du nombre de contrats en contrats bruts de garanties, faisant atteindre un niveau global de **80%** du stock de passif. Cette augmentation de 50% peut sembler extrême, mais l'ordre de grandeur est en cohérence avec certaines hypothèses de projections des garanties brutes à horizon 10 ans dans le secteur de l'assurance vie. Nous nous intéresserons à l'impact de cette mesure sur la solvabilité.

Epargne Euros Millions €	80% Garantie Brute	REF (30%) Garantie Brute)	0% Garantie Brute	Ecart en montant 80% & 30%	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-331,2</b>	<b>-478,6</b>	<b>-675,0</b>	147,4	-44,5%
<b>BE Central</b>	21 675,1	21 822,4	22 018,9	-147,4	-0,7%
<b>FDB</b>	2 543,3	2 331,0	2 142,6	212,3	8,3%
<b>Duration Passif</b>	12,45	12,54	12,68	-0,08	-0,7%
SCR HausseTaux Net	-503,9	-566,1	-652,4	62,1	-12,3%
SCR BaisseTaux Net	48,3	51,8	66,5	-3,5	-7,3%
SCR ActionType1 Net	205,3	229,5	260,6	-24,2	-11,8%
SCR ActionType2 Net	50,9	56,0	62,0	-5,1	-10,1%
SCR Spread Net	227,5	246,3	263,2	-18,8	-8,2%
SCR Immobilier Net	56,5	62,2	69,2	-6,6	-10,0%
SCR Change Net	60,9	66,7	73,4	-6,8	-9,5%
SCR Mortalite Net	-23,4	-32,2	-33,7	8,8	-37,8%
SCR Longevite Net	37,5	52,0	53,6	-14,5	-38,6%
SCR HausseRachat Net	-54,7	-72,2	-145,7	17,5	-32,0%
SCR BaisseRachat Net	46,1	65,0	184,9	-18,9	-40,9%
SCR RachatMassif Net	-626,2	-685,2	-769,0	59,0	-9,4%
SCR Frais Net	161,9	164,1	168,4	-2,1	-1,3%
SCR MortaliteCat Net	-0,9	-1,3	-1,6	0,4	-49,6%

Table 28: Variation des SCR en fonction des garanties brutes

L'augmentation de la part des contrats à garanties brutes permet de diminuer le coût des options et garanties et donc d'augmenter la valeur du portefeuille de 147 millions. En effet, l'assureur a la possibilité de prélever l'intégralité du montant de chargements sur les scénarios où les produits financiers sont très bas, améliorant ainsi son résultat par rapport à la simulation nette de garantie. Cette diminution de la performance assurée dans les situations dégradées diminue le Best Estimate du même montant. Ainsi, plus la situation est dégradée, plus le gain est important, de ce fait les SCR diminuent. En effet, nous notons une diminution de -24 millions sur le SCR action type 1 (une baisse de -12%). Le choc est donc moins fort pour la garantie brute de chargements, alors que le choc sur la valeur de marché des actions (correspondant au SCR brut) est le même. L'écart provient du BE qui, comme nous venons de le voir, a diminué pour la garantie brute de chargement. La même explication se tient pour les autres SCR, avec une forte baisse du SCR spread de -18 millions (-8%).

Un zoom sur un scénario défavorable a été réalisé pour apprécier la différence de performance entre les garanties.

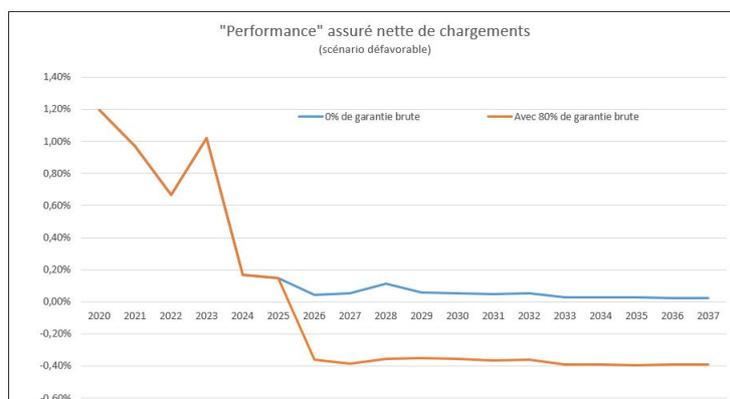


Figure 75: Performance assuré nette de chargements

Avant l'année 2025, nous constatons qu'il n'existe pas de modification des résultats, car la production financière est supérieure aux chargements. Par contre, à partir de 2025, la relation s'inverse, et la production financière des contrats avec garanties brutes diminue considérablement, permettant ainsi à l'assureur de verser une performance négative pour pouvoir prélever les chargements.

Les simulations ont été rejouées dans le cadre de la sensibilité à la baisse des taux, qui nous fait rentrer dans un environnement encore plus défavorable et durant laquelle la garantie brute apporte un gain plus significatif.

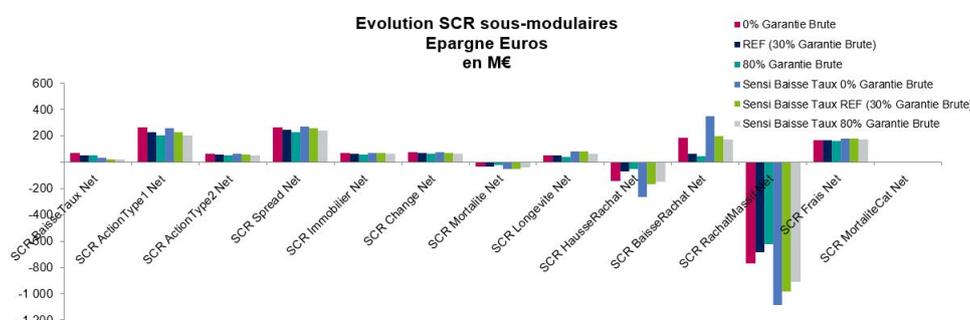


Figure 76: Évolution des SCR avec garanties brutes

Le tableau ci-dessous donne l'impact sur le ratio de l'entreprise pour la garantie brut dans le scénario central et baisse taux

M€	T4 2020	Garantie Brute	Ecart
<b>FP éligibles</b>	<b>6 000</b>	<b>6 520</b>	<b>520</b>
<b>SCR</b>	<b>3 000</b>	<b>2 849</b>	<b>-151</b>
<b>Taux de couverture</b>	<b>200%</b>	<b>229%</b>	<b>29%</b>

Table 29: Impact sur le ratio à travers la garantie brute

Nous avons un effet doublement positif : une amélioration des fonds propres et une baisse des SCR. Le taux de couverture s'améliore de **29 points**. Le ratio de solvabilité de la sensibilité à la baisse des taux devient moins sensible à cette chute des taux, et s'apprécie de **6 points supplémentaires** à travers cette garantie brute. Cela démontre une nouvelle fois la puissance de cette mesure dans un tel contexte.

### 3.6.2 Impact du rachat des contrats

Avant d'aborder cette partie, il est nécessaire de rappeler que l'assureur n'a pas le droit d'imposer à l'assuré de racheter son contrat. L'assuré est toujours libre de le garder s'il le souhaite. De plus, à travers son devoir de conseil, l'assureur ne doit pas, induire en erreur l'assuré prétextant que c'est la meilleure solution pour lui. Cela étant dit, à la vue de la crise sanitaire actuelle, certains assurés pourraient désirer disposer de liquidités pour des raisons diverses (licenciement, frais médicaux, projets personnels, ect). Cette opération pourrait également se montrer bénéfique pour l'assureur, surtout vis-à-vis du contexte économique actuel. C'est dans ce cadre que s'inscrit l'optimisation évoquée dans cette partie. Nous faisons donc l'hypothèse forte que plusieurs assurés sont d'accord pour racheter leur contrat et nous analysons l'impact de cette décision sur la solvabilité.

Concrètement, nous allons nous intéresser à deux scénarios durant lesquels les assurés vont augmenter le nombre de rachats effectués dès la première année de projection : 10 % dans le premier scénario et 20 % dans le second. Nous obtenons une réduction (respectivement une augmentation) du Best Estimate (de l'Equity) de 132 millions dans le cas des rachats à 10% et de 305 millions dans le cas des rachats à 20% résultant de la réduction des prestations suite aux rachats des contrats.

Epargne Euros Millions €	Rachat 20%	Rachat 10%	REF	Ecart en montant (20%)	Ecart en % (20%)	Ecart en montant (10%)	Ecart en % (10%)
<b>Equity Central</b>	<b>-172,9</b>	<b>-345,8</b>	<b>-478,6</b>	<b>305,7</b>	<b>-63,9%</b>	<b>132,8</b>	<b>-27,7%</b>
<b>BE Central</b>	21 516,7	21 689,6	21 822,4	-305,7	-1,4%	-132,8	-0,6%
<b>FDB</b>	2 072,3	2 223,4	2 331,0	-258,7	-11,1%	-107,5	-4,6%
<b>Duration Passif</b>	10,50	11,54	12,54	-2,04	-16,3%	-1,00	-8,0%
SCR HausseTaux Net	-339,4	-473,6	-566,1	226,7	-40,0%	92,5	-16,3%
SCR BaisseTaux Net	35,0	45,0	51,8	-16,8	-32,4%	-6,8	-13,2%
SCR ActionType1 Net	200,8	212,7	229,5	-28,6	-12,5%	-16,8	-7,3%
SCR ActionType2 Net	48,9	52,1	56,0	-7,2	-12,8%	-3,9	-7,0%
SCR Spread Net	276,6	251,5	246,3	30,4	12,3%	5,2	2,1%
SCR Immobilier Net	55,2	57,9	62,2	-6,9	-11,2%	-4,2	-6,8%
SCR Change Net	58,4	62,3	66,7	-8,3	-12,5%	-4,4	-6,5%
SCR Mortalite Net	-30,4	-33,2	-32,2	1,9	-5,8%	-1,0	3,1%
SCR Longevite Net	47,4	50,0	52,0	-4,6	-8,9%	-2,0	-3,8%
SCR HausseRachat Net	-244,0	-168,8	-72,2	-171,8	238,1%	-96,6	133,8%
SCR BaisseRachat Net	243,6	146,6	65,0	178,6	274,9%	81,7	125,7%
SCR RachatMassif Net	-705,5	-713,1	-685,2	-20,3	3,0%	-27,8	4,1%
SCR Frais Net	132,2	148,3	164,1	-31,9	-19,5%	-15,8	-9,6%
SCR MortaliteCat Net	-2,2	-2,2	-1,3	-0,9	68,7%	-0,9	70,0%

Table 30: Variation des SCR en fonction des rachats

Les résultats obtenus pour les SCR sont bien conformes à ce qui était attendu : moins de contrats dans un contexte de taux défavorables implique une réduction des SCR. Le SCR taux baisse de 16 millions et le SCR action type 1 de 28 millions. Concernant les SCR techniques, nous notons la baisse des SCR hausse rachat de 171 millions, et l'augmentation des SCR baisse rachat de 178 millions. Le SCR frais est également en baisse de 32 millions.

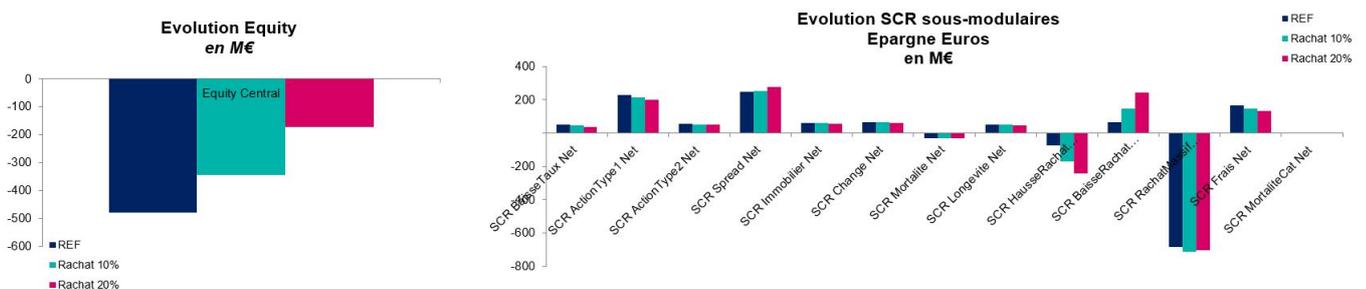


Figure 77: Évolution des SCR suite aux Rachats

L'impact sur le ratio de solvabilité correspond à une amélioration de **5 points**

### 3.6.3 Transfert de l'épargne euro vers UC

Nous avons vu, au cours de ce mémoire, de multiples explications relatives aux problématiques actuelles des produits d'épargne euro dans un contexte de taux bas. Ainsi, comme évoqué précédemment, la stratégie consistant à placer les primes des assurés sur des obligations rapportant un rendement permettant de financer les garanties et de se reverser un bénéfice, n'est plus à l'ordre du jour en raison du faible niveau de rémunération des taux. De fait, dans un environnement aussi incertain, il faut peut-être repenser les bases et accepter que le produit d'épargne euro, offrant un tel niveau de garantie, n'est plus adapté à l'environnement économique que nous vivons actuellement. L'une des possibilités de l'assureur, est de proposer des produits un peu plus risqués, les contrats en unités de compte, afin d'obtenir des rendements plus importants.

Comme vu au chapitre I, les contrats en unités de compte, contrairement au contrats en Euros, n'ont aucune garantie en capital. Ainsi, une augmentation de la part de ces contrats permet de diminuer le coût des options et garanties et donc d'augmenter la valeur du portefeuille. L'action commerciale que nous étudions dans cette section, consiste à orienter la collecte des contrats Euro vers les UC, afin d'obtenir à l'horizon 2030 environs 30 % de part UC dans le portefeuille d'épargne de notre entreprise. Une mesure d'impact a été réalisée consistant opérationnellement à transférer proportionnellement des encours euro vers l'UC afin d'obtenir une part d'UC de 30%.

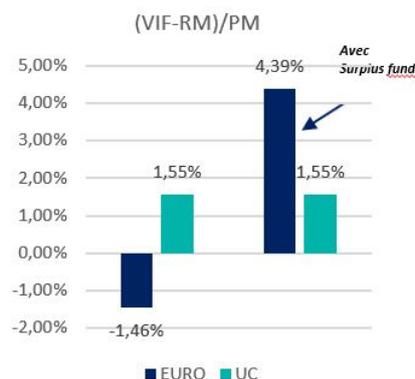


Figure 78: Comparaison des indicateurs de rentabilité entre contrats euros et UC

L'augmentation de la part UC a pour effet :

- une augmentation de la VIF liée à la diminution de la TVOG sur les produits en Euros
- une augmentation des SCR liée à l'augmentation du SCR vie, mais compensée en partie par la diminution du SCR marché
- une augmentation de la RM suite à l'augmentation des SCR techniques.

M€	T4 2020	Transfert Euro => UC	Ecart
FP éligibles	6 000	6 387	387
SCR	3 000	3 016	16
Taux de couverture	200%	212%	12%

Table 31: Impact du transfert des contrats Euros vers l'UC

Cette approche commerciale permettrait d'améliorer le ratio de couverture de **12 points**. De plus, elle permettrait une diminution de la sensibilité à la baisse des taux de **3 points**.

### 3.7 Cumul des managements actions et des approches commerciales

Nous allons regrouper dans cette section les différents management actions étudiées précédemment et nous intéresser aux impacts **cumulés**. Ainsi, nous allons simultanément :

- appliquer un derisking action de 20%
- rallonger la duration des obligations de trois ans
- appliquer une garantie brute à 80% de notre stock de passif
- augmenter les rachats de 20%

Epargne Euros Millions €	Cumul MA	REF	Ecart en montant	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-85,3</b>	<b>-478,6</b>	<b>393,2</b>	<b>82,2%</b>
<b>BE Central</b>	20 954,5	21 822,4	-867,9	-4,0%
<b>FDB</b>	1 680,3	2 331,0	-650,6	-27,9%
<b>Duration Passif</b>	10,22	12,54	-2,32	-18,5%
SCR HausseTaux Net	-124,3	-566,1	441,8	78,0%
SCR BaisseTaux Net	15,6	51,8	-36,2	-69,8%
SCR ActionType1 Net	163,9	229,5	-65,6	-28,6%
SCR ActionType2 Net	42,1	56,0	-14,0	-25,0%
SCR Spread Net	399,2	246,3	153,0	62,1%
SCR Immobilier Net	54,8	62,2	-7,3	-11,8%
SCR Change Net	55,8	66,7	-10,9	-16,3%
SCR Mortalite Net	-25,9	-32,2	6,3	19,5%
SCR Longevite Net	35,8	52,0	-16,3	-31,3%
SCR HausseRachat Net	-233,5	-72,2	-161,3	223,5%
SCR BaisseRachat Net	207,1	65,0	142,2	218,8%
SCR RachatMassif Net	-633,4	-685,2	51,9	7,6%
SCR Frais Net	126,3	164,1	-37,8	-23,0%
SCR MortaliteCat Net	-2,2	-1,3	-0,9	69,5%

Figure 79: Impact du cumul des management actions

Nous obtenons une très nette amélioration de la VIF de quasiment 400 millions. La plupart des SCR de marché chutent considérablement. Le SCR à la baisse des taux diminue de -36 millions (une baisse de 70%) et le SCR action type 1 de -65 millions (une baisse de 29%). Le SCR spread augmente fortement, en raison de l'augmentation de la duration des produits obligataires. Le SCR hausse rachat diminue de -161 millions suite à l'augmentation de 20% des rachats. Les autres SCR techniques sont en cohérence avec l'évolution de la VIF.

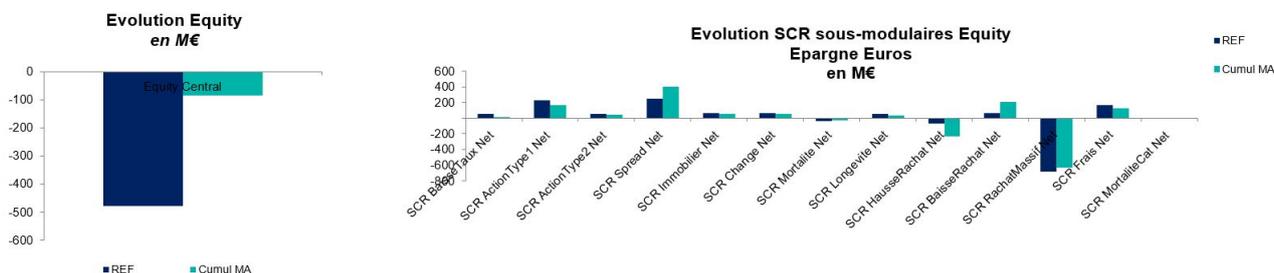


Figure 80: Évolution des SCR modulaires suite au cumul des MA

L'impact sur le ratio de solvabilité de l'entreprise s'améliore de **53 points**

M€	T4 2020	Cumul des MA	Ecarts
<b>FP éligibles</b>	<b>6 000</b>	<b>6 805</b>	<b>805</b>
<b>SCR</b>	<b>3 000</b>	<b>2 695</b>	<b>-305</b>
<b>Taux de couverture</b>	<b>200%</b>	<b>253%</b>	<b>53%</b>

Figure 81: Impact sur le ration suite au cumul des MA

### 3.8 Conclusion sur les managements actions et sur les approches commerciales

Le but de ce chapitre consistait à étudier un portefeuille d'épargne dans un contexte de taux bas et à trouver des leviers permettant d'amortir l'impact sur le ratio de solvabilité de l'entreprise. Pour ce faire, après avoir présenté les principales hypothèses de ce portefeuille ainsi que les résultats des scénarios centraux et choqués, nous nous sommes intéressés à l'étude de quelques sensibilités du bilan de l'assureur en modifiant des hypothèses d'actifs et de passifs et en analysant la variation des résultats. Ainsi, nous avons été en mesure de mettre en place des management actions, c'est-à-dire des stratégies adoptées par les dirigeants d'une société pour réduire l'exposition aux risques et améliorer la solvabilité de l'assureur :

- La MA derisking action, consistant à vendre une partie de ses actions pour diminuer ce risque fortement pénalisant. Le derisking de 20% du portefeuille a permis d'améliorer la solvabilité de **15 points**. - Lorsque les taux sont bas, l'assureur investit dans des obligations de plus longue maturité, permettant d'avoir un meilleur rendement et de se couvrir face à une éventuelle baisse des taux. Cette MA allongement de la durée de réinvestissement de trois ans a permis d'améliorer le ratio de solvabilité de **12 points** dans le cas d'une baisse des taux de -50bps.
- D'autres MA ont été étudiées, comme l'achat de floor pour se couvrir contre la baisse des taux. Cependant, le prix excessivement cher des floors actuellement ne permet pas de dégager un gain sur le ratio de solvabilité.

En parallèle de ces management actions, nous nous sommes aussi intéressés à améliorer la solvabilité à travers une approche commerciale :

- La commercialisation de contrats à garanties brutes de frais, c'est-à-dire que l'assureur s'engagerait uniquement à garantir le capital du fonds brut de frais de chargement et non plus net de frais de chargement. Cette stratégie permet de diminuer le coût des options et garanties puisque l'assureur a la possibilité de prélever l'intégralité du montant des chargements sur les scénarios où les produits financiers sont très bas, améliorant dans notre cas le ratio de l'entreprise de **29 points**.

Une étude concernant une incitation de rachat des contrats dans ce contexte de taux défavorable a permis d'améliorer le ratio de **5 points**.

Le cumul des différentes management actions et approches commerciales que nous venons d'évoquer, permettrait dans notre cas de réaliser une amélioration du ratio de solvabilité de l'entreprise de **53 points**.

### 3.9 Optimisation du ratio de solvabilité suite à la revue 2020

Nous nous intéressons maintenant à un sujet d'actualité : la revue de la réglementation de Solvabilité de 2020. En effet, dès la mise en place des règles de calcul de la directive en 2016, le régulateur avait annoncé suite à divers échanges avec les assureurs, qu'il allait préparer une première revue en 2018 de certains points de calibrage de la formule standard, et surtout une revue plus globale de la directive en 2020. Cette dernière apporte des modifications significatives de sorte à avoir une meilleure prise en compte de certains SCR, comme le SCR taux, et impacte considérablement le ratio de solvabilité de l'entreprise. De fait, nous sommes obligés de nous intéresser à ces nouvelles modifications et à mesurer les impacts sur notre portefeuille.

Plusieurs collectes de données ont été réalisées en 2020 par l'EIOPA, afin de quantifier les premiers impacts de cette revue. La collecte de juillet 2020 permettait également de tenir compte des effets de la crise sanitaire. L'EIOPA a ensuite transmis son avis technique final le 17/12/2020 à la Commission européenne. Cet avis servira de base de travail à la Commission dans le cadre de la préparation des propositions législatives attendues pour le troisième trimestre de 2021. L'entrée en vigueur de cette révision est attendue au plus tôt pour 2024.

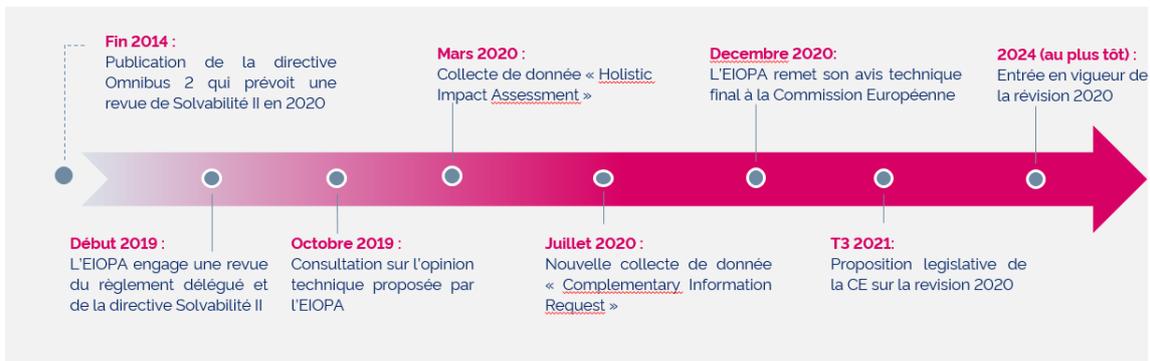


Figure 82: Révision 2020 de la Solvabilité

#### 3.9.1 Revue du SCR taux : prise en compte des taux négatifs

L'EIOPA a été invitée par la Commission européenne à évaluer si la calibration actuelle du sous module de risque de taux reflète de façon appropriée, les risques encourus. Comme expliqué dans les précédents chapitres, l'approche actuelle n'applique pas de choc lorsque les taux sont négatifs. En effet, l'EIOPA n'avait pas anticipé à l'époque que ce cas de figure pouvait bel et bien se réaliser. Ainsi, la courbe centrale et la courbe à la baisse des taux sont confondues lors des premières maturités durant lesquelles le niveau de taux était en dessous de zéro (voir la figure 166). L'EIOPA rectifie désormais ce biais, en tenant compte du choc de taux en territoire négatif dans la modélisation du risque de taux d'intérêt via une approche shiftée.

$$\begin{cases} r_t^{up}(m) = r_t(m) \cdot (1 + s_m^{up}(\theta_m)) + b_m^{up} \\ r_t^{down}(m) = r_t(m) \cdot (1 - s_m^{down}(\theta_m)) + b_m^{down} \end{cases}$$

Cette revue a également pour conséquence d'augmenter l'intensité du choc sur les points positifs. Les nouveaux coefficients  $s_m^{down}$  et  $b_m^{down}$  sont donnés dans la table ci-dessous.

	New Shift approach facteur (s) DOWN	New Shift approach facteur (b) DOWN
--	--	--

1	58,0%	1,16%
2	50,0%	0,98%
3	43,0%	0,81%
4	40,0%	0,73%
5	40,0%	0,71%
6	42,0%	0,72%
7	44,0%	0,74%
8	46,0%	0,74%
9	47,0%	0,74%
10	48,0%	0,73%
11	49,0%	0,72%
12	49,0%	0,70%
13	50,0%	0,69%
14	51,0%	0,67%
15	52,0%	0,65%
16	53,0%	0,64%
17	54,0%	0,63%
18	55,0%	0,61%
19	56,0%	0,59%
20	56,0%	0,56%

Table 32: Nouveaux coefficients de choc

La prise en compte des taux négatifs dans le calcul de solvabilité des assureurs est difficilement contestable dans l'environnement de taux bas qui existe depuis quelques années (réalité avérée des taux négatifs). Cependant, cette proposition va être fortement pénalisante pour les assurances, puisque nous allons augmenter le SCR taux.

Afin de limiter les impacts, l'EIOPA propose d'appliquer la méthode de façon progressive pendant cinq ans à travers une mesure transitoire. Un floor à -1,25% a également été appliqué.

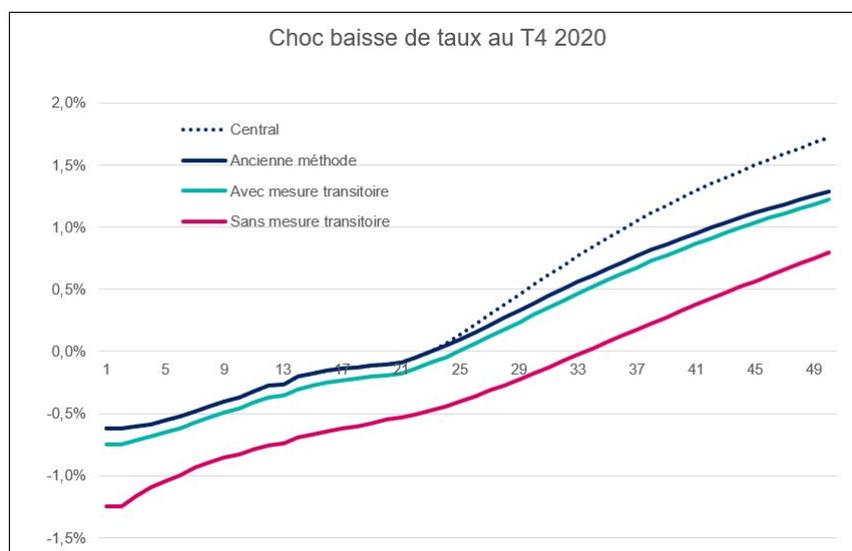


Figure 83: Nouvelle courbe à la baisse des taux

Des travaux complémentaires ont été réalisés par l'EIOPA autour de la courbe des taux. Il a notamment été question de la pertinence du dernier point liquide des taux d'intérêt au regard de la profondeur, de la liquidité et de la transparence des marchés. Plusieurs scénarios ont été envisagés lors de la consultation publique comme la revue du dernier point liquide à 30 ans ou 50 ans qui a finalement été abandonnée. Cependant, la méthode d'extrapolation de la courbe des taux a bien été revue en intégrant un facteur de convergence (à 10% en cible).

En complément, et dans la même logique que ce qui a été proposé pour la revue du SCR taux, l'EIOPA propose une mesure transitoire de façon à limiter les impacts (en modifiant le facteur de convergence de façon linéaire si le niveau de taux 20 ans est inférieur à 0,5% à horizon 2032) Ce mécanisme vient par conséquent diminuer la sensibilité du ratio de couverture à la baisse des taux en fonction du First Smoothing Point (FSP) à partir duquel les taux d'intérêt sont extrapolés jusqu'à l'UFR au moyen d'un Last Liquid Forward Rate (LLFR) :

- Si le FSP  $\geq 0,5\%$ , la vitesse de convergence est fixée à 10 %.
- Si le FSP  $\leq -0,5\%$ , la vitesse de convergence démarre à 20% la première année d'application afin de converger à 10% à horizon 2032.
- Si le FSP est compris entre  $-0,5\%$  et  $0,5\%$  , on réalise une interpolation linéaire du coefficient de convergence.

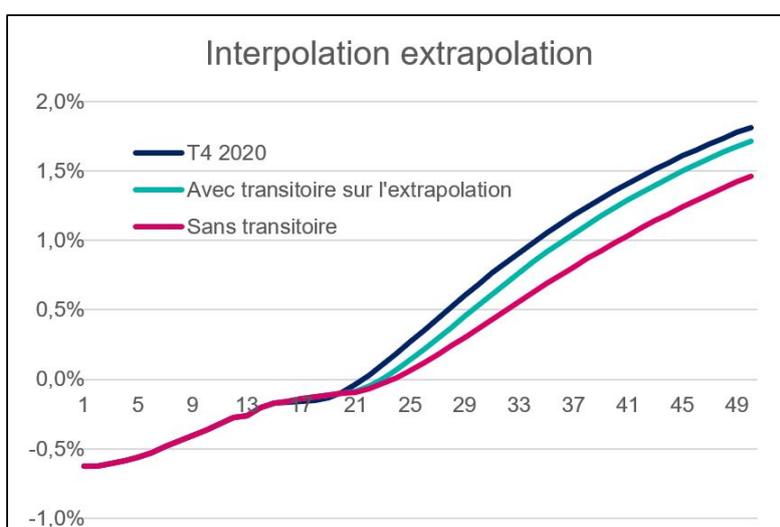


Figure 84: Nouvelle courbe à la baisse des taux

Cette nouvelle méthode d'extrapolation proposée par l'EIOPA a pour conséquence de diminuer les taux d'intérêt au delà du dernier point de liquidité (écart de taux de 35 bps à 50 ans par exemple). Cela a pour conséquence de diminuer le rendement auquel les actifs seront réinvestis au cours de la projection

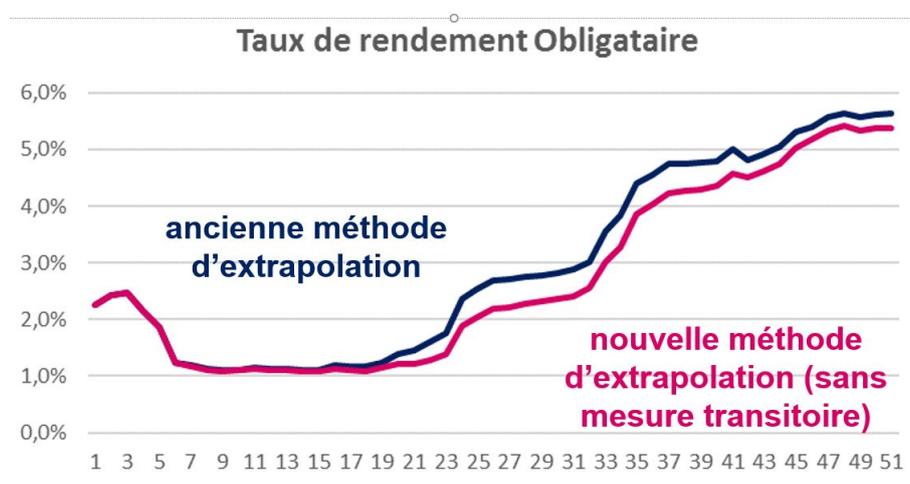


Figure 85: Réduction de la production financière obligataire à partir de la 20ème année de projection

Les impacts obtenus sont disponibles dans le graphique ci dessous. Comme attendu, le SCR à la baisse des taux augmente considérablement : passage de **52 millions** dans la simulation de référence à **92 millions** pour la revue avec mesure transitoire et à **404 millions** dans le cas de la revue sans mesure transitoire.

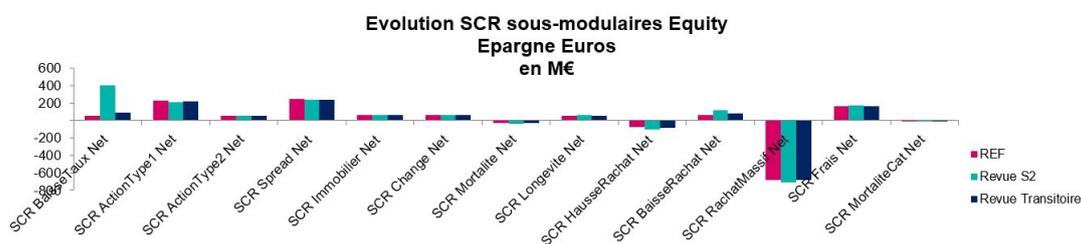


Figure 86: Évolution des SCR suite à la revue 2020

Les impacts sur le ratio de couverture de l’entreprise sont résumés dans le tableau ci dessous :

	Revue du SCR Taux Sans mesure progressive	Revue du SCR Taux Avec mesure progressive	Extrapolation Sans mesure progressive	Extrapolation Avec mesure progressive
<b>Impact Taux de couverture</b>	<b>-36%</b>	<b>-4%</b>	<b>-13%</b>	<b>-8%</b>

Table 33: Impact sur le taux de couverture de la revue S2 sur la courbe des taux

En cumulant l’impact, sans mesure progressive, de la revue du SCR taux avec celui de l’extrapolation, nous atteignons un impact global de quasiment **-50 points** sur le ratio de couverture. Cela démontre, une nouvelle fois, la nécessité et l’importance de la mise en place par les assureurs des management actions et d’une approche commerciale différente afin d’améliorer leur ratio de solvabilité, notamment si la conjoncture économique de taux bas se destine à perdurer dans le temps, comme supposé dans le premier chapitre.

Néanmoins, concernant l’extrapolation, le stress ne devrait se matérialiser que sur la partie liquide de la courbe (il ne faudrait pas faire de choc après le LLP fixé à 20 ans) puisque l’UFR est un paramètre stabilisateur de la courbe des taux et qu’il n’est pas sensible aux paramètres économiques durant l’année. Il est donc incohérent de le choquer dans une vision du risque à un an.

### 3.9.2 Investissement sur des actions de longs termes (LTEI)

Nous avons abordé dans le chapitre I, comment l’industrie de l’assurance participe au financement de l’économie. Depuis la réforme de Solvabilité II, plusieurs assureurs ont affirmé leurs inquiétudes à ce sujet. En effet, le choc fortement pénalisant pour les actions (39% pour le type 1 et 49% pour le type 2) complique l’investissement sur ces actifs financiers. La première révision de Solvabilité II a essayé de répondre à cette problématique en introduisant une nouvelle classe d’actions qui seraient détenues à long terme. Ces long term equity investments (LTEI) se verraient attribuer un choc abaissé à 22% afin de permettre aux assureurs de contribuer à la relance économique. Cependant, le régulateur exige que les assureurs démontrent que ces actions ont bien été détenues au minimum cinq ans en portefeuille et de prouver, dans leur documentation, et au moyen d’un stress test de liquidité, qu’ils n’auront pas à vendre ces actifs pendant dix ans pour pouvoir bénéficier du choc réduit. Cette démonstration a été jugée assez complexe à mettre en place, car il faudrait fournir la preuve ligne à ligne pour chaque action, ce qui obligerait en pratique les gérants de portefeuilles des compagnies d’assurances à réaliser une gestion séparée de ces actifs. Ci-dessous un résumé des principales mesures de l’article 171 bis.

Les conditions d'éligibilité des LTEI			Contrainte sur l'actif
Critères à respecter ligne à ligne	Nature de l'investissement	Seuls sont éligibles : ✓ Les actions en direct (cotées ou non-cotées) ✓ Les fonds actions rentrant dans une des 4 catégories suivantes : fonds d'entreprenariat social éligible, fonds de capital risque éligible, fonds d'investissements alternatif <u>de type fermé</u> et sans effet de levier, fonds européen d'investissement à long terme Les autres fonds (notamment les OPCVM ou FIA ouverts) sont exclus	x Suivi de la période de détention sur chaque actif x Pas d'OPCVM ou FIA ouverts x Investissements au sein de l'EEE x La période de détention doit en permanence être supérieure à 5 ans en moyenne Contrainte sur le passif : x Les passifs éligibles ne doivent pas dépasser 50% du Bilan x Actif faisant face à un périmètre assuré x Obligation de démontrer la capacité de détention pendant 10 ans en scénario stressé
	Zone géographique	Seuls les investissements aux sein de l'EEE sont éligibles : ✓ Actions en direct : cotées dans l'EEE ou siège social dans l'EEE ✓ Fonds : à apprécier en <u>transparisant</u> les fonds (pour respecter l'esprit du texte) ✓ La période de détention de chaque actif est clairement identifiée	
	Suivi	Au global de la poche LTEI la durée de détention doit en permanence rester supérieure à 5 ans. Si la période de détention est inférieure à 5 ans, aucune vente ne peut être réalisée sur ce périmètre tant que la durée de détention est inférieure à 5 ans La somme des portefeuilles d'actifs au sein desquels sont identifiés des actifs LTEI ne doivent pas représenter plus de 50% du bilan Pas d'obligation de vendre les actifs LTEI, même en cas de situation de stress Perte du droit de bénéficier du choc réduit pour une durée de 3 ans	
Critères à respecter au global de la poche LTEI	Durée de détention moyenne supérieure à 5 ans		
	Poids dans le bilan de la compagnie		
	Respect du test de liquidité		
Cas de non respect des critères			

Table 34: Les conditions d'éligibilité des LTEI

Suite à cela, l'EIOPA a finalement accepté de revoir ses propositions sur les LTEI et a simplifié les critères d'application du choc réduit à 22%. Ainsi, les nouveaux critères intègrent désormais :

- un relâchement des critères de cantonnement.
- un critère de détention à cinq ans **au niveau du portefeuille** et non au ligne à ligne, reflétant mieux les intentions de gestion réelles.
- un critère de durée des passifs ( $\geq 10$  ans) en remplacement du test de liquidité qui est proposé dans l'amendement 2019.

Les nouvelles conditions d'éligibilité (Revue 2020)			Contrainte sur l'actif
Critères à respecter ligne à ligne	Nature de l'investissement	L'éligibilité ou non des OPCVMs ouverts n'est pas claire à ce stade L'exclusion des OPCVMs ouverts était précisé dans les considérants 126 et 127 du règlement délégué. Néanmoins l'EIOPA ne fait pas mention aux considérants dans son avis final. Seuls les investissements aux sein de l'EEE sont éligibles :	✓ Pas de suivi au ligne à ligne x L'éligibilité des OPCVMs n'est pas claire à ce stade x Investissements au sein de l'EEE x Ajout d'une contrainte de diversification ✓ La politique d'investissement doit refléter la volonté de détenir les actifs sur une période > 5 ans Contrainte sur le passif : ✓ Plus de contrainte sur la taille du Bilan x Actif faisant face à un périmètre assuré ✓ Un test de liquidité remplacé par un test formalisé sur le passif à la maille HRG
	Zone géographique et diversification	✓ Actions en direct : cotées dans l'EEE ou siège social dans l'EEE ✓ Fonds : à apprécier en <u>transparisant</u> le fonds (pour respecter l'esprit du texte)	
	Suivi	Les portefeuilles LTEI doivent être suffisamment diversifiés ✓ L'avis EIOPA ne fait plus mention au suivi de la période de détention au ligne à ligne	
Critères à respecter au global de la poche LTEI	Durée de détention moyenne supérieure à 5 ans	La politique d'investissement reflète la volonté de détenir les Actions sur une période de 5 ans au minimum Plus de limite sur le bilan mais contrainte précisant qu'il faut que les actifs soient en face d'un passif assuré maintenu	
	Poids dans le bilan de la compagnie	Les portefeuilles LTEI doivent être en face d'un Groupe Homogène de Risque ayant les caractéristiques suivantes :	
	Respect du test de liquidité	✓ En vie : Durée Macauley > 10 ans et intégrant les bucket 1 ou 2 du bucket de liquidité ✓ En non-vie : avoir un ratio de liquidité > 100% ( $\frac{HOLA}{BE\ portefeuille}$ )	
Cas de non respect des critères		Perte du droit de bénéficier du choc réduit pour une durée de 3 ans	

Table 35: Nouvelles conditions d'éligibilité des LTEI

Il est fait mention dans la section relative au respect du test de liquidité des nouvelles conditions d'éligibilité des LTEI, que l'éligibilité des actifs est déterminée selon une approche par **bucket** :

- Déterminer les BE par bucket de liquidité : c'est-à-dire identifier les BE répondant aux critères de liquidité au regard de l'exposition au choc de rachat et mortalité
- Déterminer les BE par tranche de durée ( $\leq 5$ ans,  $\leq 8$ ans,  $\leq 10$ ans) à la maille HRG (Groupe Homogène de Risque) : identification des durations à la maille HRG
- Déterminer les actifs potentiellement éligibles : a priori la totalité des actions en direct, des fonds Private Equity et infrastructures de la zone EEE

Ci-dessous le détail des différents buckets d'illiquidité :

Bucket d'illiquidité	Critères
Bucket I – Illiquidité élevée	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pas de rachat/option d'annulation ou quand les rachats ou options ne peuvent pas mener à une perte en fonds propres</li> <li>Faible impact des chocs de souscription sur la meilleure estimation (Si un choc de mortalité tel que réalisé dans le cadre de la FS n'impacte pas le BE de plus de 5%)</li> </ul>
Bucket II – Illiquidité moyenne	<ul style="list-style-type: none"> <li>Faible impact sur la meilleure estimation d'un choc de rachat à la hausse</li> <li>Faible impact des chocs de souscription sur la meilleure estimation (Si un choc de hausse des rachats tel que réalisé dans le cadre de la FS n'impacte pas le BE de plus de 5%)</li> </ul>
Bucket III – Illiquidité faible	<ul style="list-style-type: none"> <li>Autres contrats</li> </ul>

Table 36: Critères des buckets d'illiquidité

Les actifs éligibles à un choc réduit de 22 % ,sans prise en compte des actions au sein des OPCVM, sont de 638 millions soit 42% des actifs actions cotés ou non cotés. Le gain en SCR action de notre portefeuille est de + de 100 millions en brut.

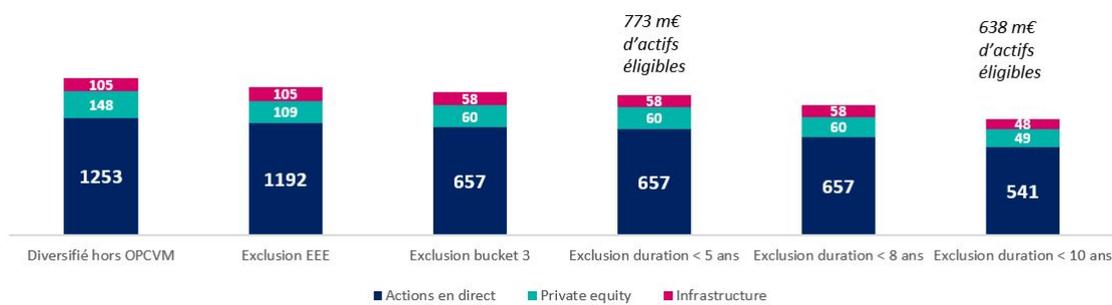


Table 37: Actifs éligibles LTEI

L'impact global sur le ratio de couverture de l'entreprise est de **+7 points**.

### 3.9.3 Impact du risque de spread suite à la revue du Volatility Adjustment

L'ajustement pour volatilité vise à corriger les risques liés aux évolutions de spread auxquels les assureurs ne sont pas soumis (risque de liquidité, risque de variation de la valeur de marché des actifs dans un contexte de détention des titres jusqu'à maturité) Comme vu précédemment, l'ajustement pour volatilité vient s'ajouter à la courbe de taux sans risque utilisée dans le calcul des provisions techniques.

Actuellement, le VA consiste en un calcul de l'écart (spread) entre le taux de rendement d'un portefeuille de référence et la courbe des taux sans risque. Il est déterminé par l'EIOPA par devise et est valable pour l'ensemble des assureurs. En cas d'écartement des spreads exacerbé pour un pays en particulier, un VA spécifique au pays peut également être retenu.

L'EIOPA souhaite modifier les modalités de calcul de l'ajustement pour volatilité afin qu'il soit dorénavant propre à chaque entreprise d'assurance en reposant sur :

- la prise en compte de l'illiquidité des passifs ;
- la prise en compte, dans la détermination du spread, des actifs réellement détenus par la compagnie ;
- l'intégration, dans la composante pays de la correction pour volatilité, d'un ajustement de volatilité spécifique à chaque pays basé sur des éléments macroéconomiques propres.

La nouvelle formule du calcul du VA est la suivante :

$$VA = 85\% * Scale_c * RC_c * AR_4 * AR_5$$

Avec  $Scale_c$  : un paramètre donné par l'EIOPA

$RC_c$  : l'écartement moyen des spreads de marché corrigé du risque de défaut

$AR_4$  : vise à tenir compte du volume d'actifs obligataires ainsi que du mismatch de duration actif / passif en comparant la sensibilité du BE et la sensibilité de la VM à un mouvement de spread de 1bp

$AR_5$  : vise à tenir compte des caractéristiques de liquidité du passif. L'approche vise à classer le BE en trois catégories en fonction du niveau de liquidité et à calculer la moyenne du ratio d'application pondérée le BE de la catégorie (100%, 75% et 50% pour respectivement les hautement, moyennement et faiblement illiquides)

Pour rappel, l'ancienne formule du VA était la suivante :

$$VA = 65\% * RC_c$$

Comparé au 31/12/2020, le VA serait augmenté de 7bps pour s'établir à 14 bps.

Date	31/12/2020
$W_{gov}$	31,6%
$W_{corp}$	40,5%
$S_{gov}(C)$	12,92
$S_{corp}(C)$	64,23
$S_{crncy}$	30,10
$LTAS_{gov}(C)$	37,39
$LTAS_{corp}(C)$	136,75
$RC_{gov}(C)$	3,88
$RC_{corp}(C)$	32,11
$S_{RC_{crncy}}$	15,87
$AR_4$	100%
$AR_5$	77%
<b>VA Réél 31/12/2020</b>	<b>7</b>
<b>VA Revue FS 2020</b>	<b>14</b>

Table 38: Calcul du VA suite à la revue de 2020 au T4 2020

La hausse du VA a pour conséquence d'augmenter la production financière du stock ainsi que le taux de réinvestissement.

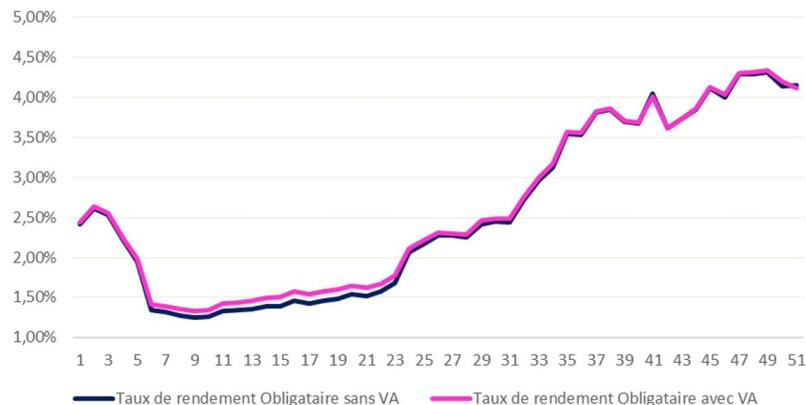


Figure 87: Taux de rendement obligataire avec et sans VA

L'impact estimé sur le ratio de l'entreprise est un impact favorable de **+8 points**.

### 3.9.4 Contreproposition sur le niveau de corrélation entre les taux et les actions

L'EIOPA propose durant la révision 2020 de faire évoluer le calcul de la diversification des risques de marché avec le **passage d'une corrélation taux / spread de 50% à 25%** à des fins d'agrégation au sein du module de risque de marché, et ce, uniquement dans le cadre d'une exposition au SCR baisse des taux. Cette proposition est pertinente, mais elle a un très faible impact sur le ratio de solvabilité (moins de 3 points). C'est pour cela que nous allons nous focaliser dans cette section sur une contreproposition, consistant à nous intéresser plutôt sur **la corrélation taux / action** et en essayant de justifier que celle-ci devrait être nulle.

#### 3.9.4.1 Rappel de l'approche de l'EIOPA lors de la calibration de la formule standard

Pour prendre en compte les diversifications observées entre les différents modules de risque, le calcul du SCR a recours à une matrice de corrélation, fonction de l'exposition à la hausse ou à la baisse des taux : ainsi, dans le cas d'une exposition à la hausse des taux l'EIOPA considère que la corrélation taux / action est de 0 % , tandis qu'elle serait de 50 % en cas d'une exposition à la baisse des taux.

Pour justifier cette calibration, l'EIOPA détaille son étude dans le rapport datant de 2010 *CEIOP'S Advice for level 2 Implementing Measures on Solvency II : SCR STANDARD FORMULA Article 111(d) Correlations* .

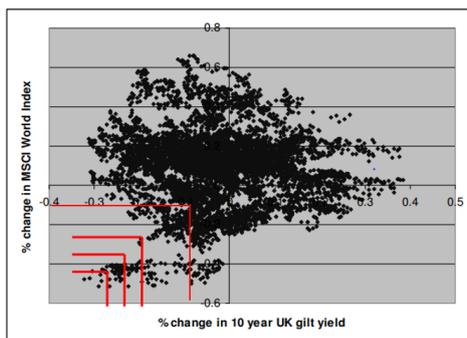


Figure 88: Projection des indices MSCI World et du taux UK 10 ans

L'EIOPA se base sur les variations historiques d'année en année de l'indice MSCI World et du taux britannique 10 ans, depuis les années 1970. Elle réalise ensuite une analyse par quantile ; les cases rouges dans le graphique représentent les données du 99e , 95e , 90e et 80e quantile dans le cas des baisses respectives des actions et des taux d'intérêt. L'EIOPA obtient pour le quantile à 90% une corrélation de 37% mais retiendra finalement le niveau de corrélation de **53%** pour un quantile de 80% justifiant un nombre plus important de points. Nous pouvons également remarquer que, dans le cas d'une baisse des actions et d'une hausse des taux , correspondant à la partie en bas à droite du graphique, il n'y a pas de données, ce qui justifie la proposition de corrélation de **0%** pour ce cas de figure. Nous obtenons donc les niveaux de corrélations observés dans la matrice de corrélation.

#### 3.9.4.2 Réplication du calcul de l'EIOPA

Pour répliquer l'étude de l'EIOPA que nous venons de décrire, nous projetons les variations, d'année en année, des deux mêmes indices que sont le MSCI World et le spot britannique, entre 1990 et 2010, date à la quelle a été réalisée l'étude.

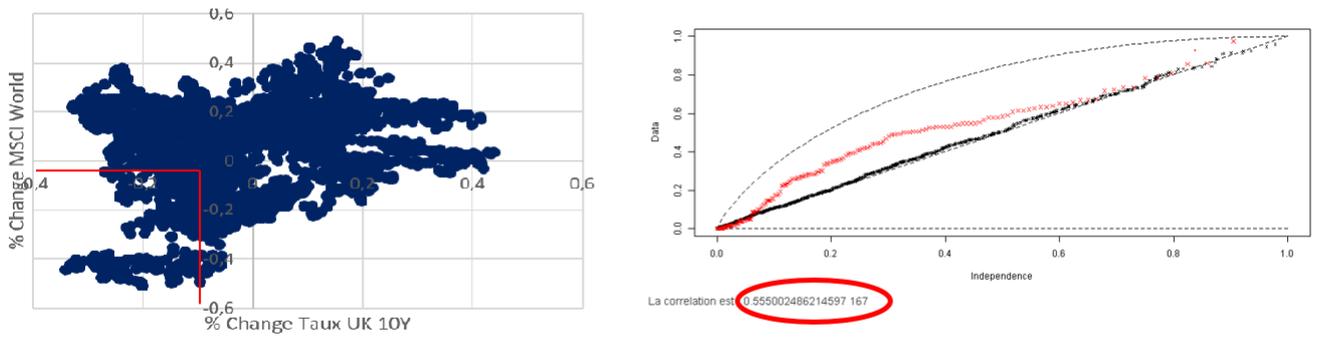


Figure 89: Réplication de la méthode de l'EIOPA avec les indices MSCI World et du Taux UK 10 ans

Pour un même quantile nous détectons une corrélation de 56% contre 53% trouvée par l'EIOPA, l'écart s'expliquant principalement à un historique de donnée moins complet que celui de l'EIOPA.

### 3.9.4.3 Mise à jour de l'Etude avec les données observées à partir de 2010

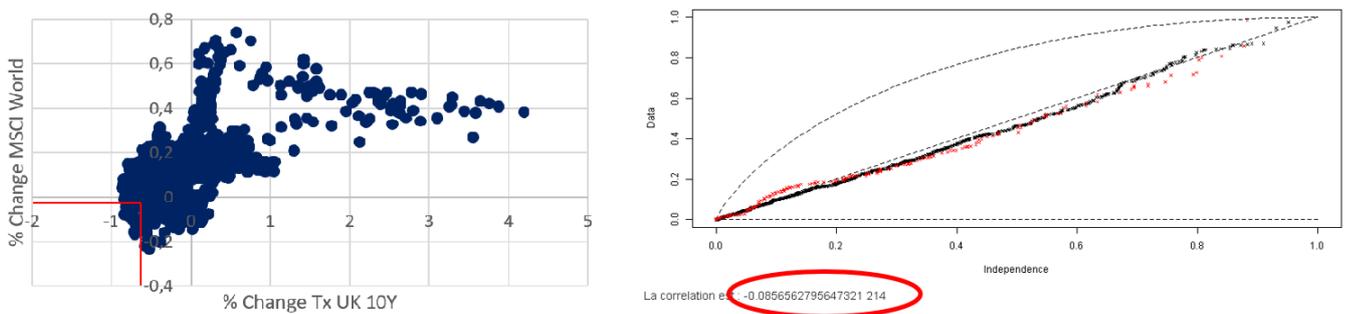


Figure 90: Mise à jour de l'étude entre 2010 et 2021 avec les indices MSCI World et du taux UK 10 ans

En mettant à jour l'étude avec les données observées entre 2010 et 2021 nous obtenons une corrélation négative de -8% bien loin des 50% obtenus précédemment.

Après la mise à jour temporelle, nous décidons d'utiliser d'autres indices. En effet, nous estimons que l'utilisation du taux swap euro est plus adaptée que l'utilisation du taux UK 10 ans, surtout en cette période de post-Brexit. Nous profitons aussi du panier moyen déjà exploité pour le calcul du dampener à la place du MSCI. Nous obtenons une corrélation négative, de -20% cette fois-ci.

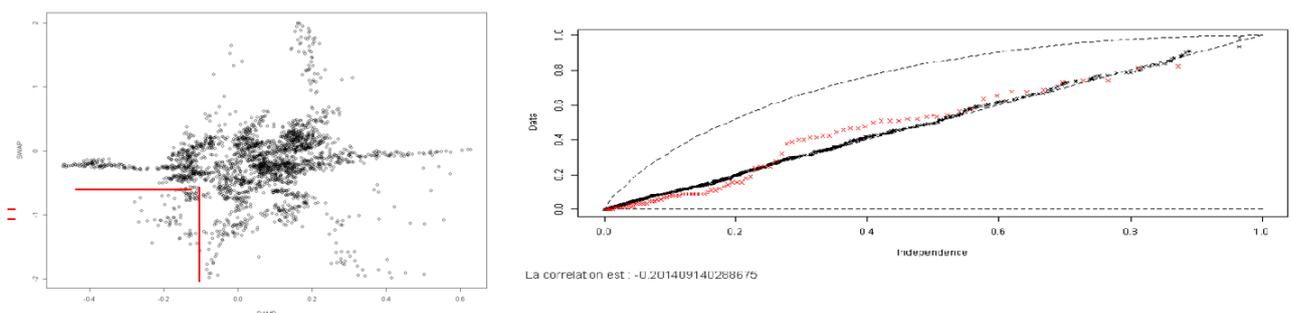


Figure 91: Utilisation des indices swap euro et du panier moyen à partir de 2010 jusqu'à 2021

D'autres analyses basées sur des indicateurs différents sont disponible en annexe à la page 182.

#### **3.9.4.4 Interprétation des résultats**

Les résultats obtenus sur ces dernières années avec une corrélation négative entre les actions et les taux, nous semblent plus cohérents que le résultat de 50% estimé précédemment par l'EIOPA. En effet, ce résultat est en cohérence avec ce qui a été observé sur les marchés ces dernières années et en particulier durant la crise du covid : les annonces concernant le vaccin et les aides aux entreprises ont donné de l'espoir au marché et ont permis aux actions et à l'indice du CAC40 de continuer à augmenter, tandis que la Banque centrale européenne a continué de maintenir les taux directeurs à zéro, ce qui démontre une nouvelle fois cette décorrélation.

D'un point de vue pratique, l'annulation de cette corrélation de 50 % dans le cas d'une exposition à la baisse des taux, permettrait d'utiliser une unique matrice de corrélation et non plus deux matrices comme ce qui est fait actuellement, et empêcherait donc ce phénomène de 'saut' d'une corrélation de 0% à 50% dans le cas d'un passage d'une exposition d'une hausse à une baisse des taux, ce qui pourrait avoir de gros impacts pour l'assureur.

Finalement, en prenant en compte cette révision du niveau de corrélation, l'impact serait de **+18 points** sur le ratio de couverture de l'entreprise et viendrait réduire considérablement l'augmentation provoquée par la mise à jour du SCR de taux.

#### **3.9.5 Conclusion relative à la revue S2 et aux impacts sur le ratio**

La revue de la réglementation de Solvabilité de 2020 qui entrera en vigueur à partir de 2024 compte apporter son lot de nouveauté. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux éléments suivants :

- La prise en compte des taux négatifs pour le SCR taux : la modélisation du risque de taux d'intérêt va tenir compte du choc de taux en territoire négatif. Cette évolution est difficilement contestable dans l'environnement de taux négatifs de ces dernières années.
- La nouvelle méthode d'extrapolation calibrée avec un facteur de convergence à 10% ayant comme conséquence de réduire le rendement auquel les actifs seront réinvestis dans les projections en augmentant les provisions techniques et en réduisant les fonds propres éligibles.

Le cumul de ces deux effets détériore le ratio de solvabilité de notre entreprise de -50 points !

En contrepartie, l'EIOPA a revu ses propositions concernant l'application d'un choc réduit de 22% pour les investissements sur les actions à long terme afin de soutenir le financement de l'économie. Le critère de détention de cinq ans concerne désormais tout le portefeuille et non plus pour chaque ligne d'actif ainsi qu'un critère de duration des passifs supérieur ou égal à dix ans permet de bénéficier de ce choc réduit. L'impact global sur le ratio de l'entreprise est uniquement de 7 points. Si le critère de duration des passifs venait à disparaître, cela permettrait d'atteindre facilement un impact proche des 20 points de ratios.

La revue du calcul du Volatility Adjustment permet de dégager 8 points de ratio.

Finalement, la contreproposition que nous avons formulée sur la baisse de la corrélation taux / action de 50 % à 0 % en cas d'une exposition à la baisse des taux, comme ce qui est constaté ces dernières années sur les marchés financiers, permettrait d'améliorer le ratio de solvabilité de 18 points.

## 4 Partie III : Optimisation du ratio de solvabilité à l'aide du Machine Learning

### 4.1 Introduction aux méthodes de Machine Learning

Nous allons nous intéresser dans ce dernier chapitre du mémoire, à l'utilisation de techniques de machine learning pour optimiser le ratio de solvabilité de l'assureur. Après une brève introduction sur la notion d'apprentissage automatique, nous allons nous focaliser sur la prédiction des SCR. Pour ce faire, nous allons commencer par construire notre base de données d'apprentissage contenant une multitude de variables évoquées dans les précédents chapitres. Nous comparerons ensuite plusieurs méthodes de prédictions et nous retiendrons la méthode la plus pertinente permettant de minimiser les écarts entre les résultats prédits et les SCR réels. Ainsi, nous disposerons d'une bonne prédiction des SCR, beaucoup plus rapide que les méthodes de calculs stochastiques décrits dans les sections précédentes. Finalement, nous nous intéresserons à l'apprentissage par renforcement, sur lequel nous aurons l'occasion de revenir un peu plus en détail, et qui nous permettra à travers un agent autonome, de réaliser diverses actions qui consisteraient à modifier les différents inputs de notre base de données d'apprentissage, et d'apprendre ainsi successivement à partir du résultat du SCR prédit. Le but étant que le robot parvienne à trouver la combinaison des différents paramètres permettant de minimiser le SCR sous certaines contraintes, définies en amont telles que la part de classes d'actifs détenues. Autrement dit, il s'agit d'une programmation dynamique permettant de résoudre un problème d'optimisation sous contrainte.

Jusqu'à présent nous avons raisonné comme des actuaires et des financiers, mais dans cette section, nous allons nous mettre dans la peau des Data Scientists. Ainsi, plutôt que d'essayer comme ce qui a été fait dans le chapitre 3, de réaliser une approche top-down, c'est-à-dire une analyse complète du bilan de l'assureur, en isolant les variables clefs, et en étudiant des sensibilités pour comprendre les variations des résultats en fonction de chaque paramètre, nous allons procéder via une approche ascendante. Nous allons donc plus nous focaliser sur les données et plus précisément les modèles de machine learning permettant d'utiliser ces données pour prédire des résultats. L'image ci-dessous est une caricature détaillant la différence de vision entre l'Actuaire et le Data scientist.

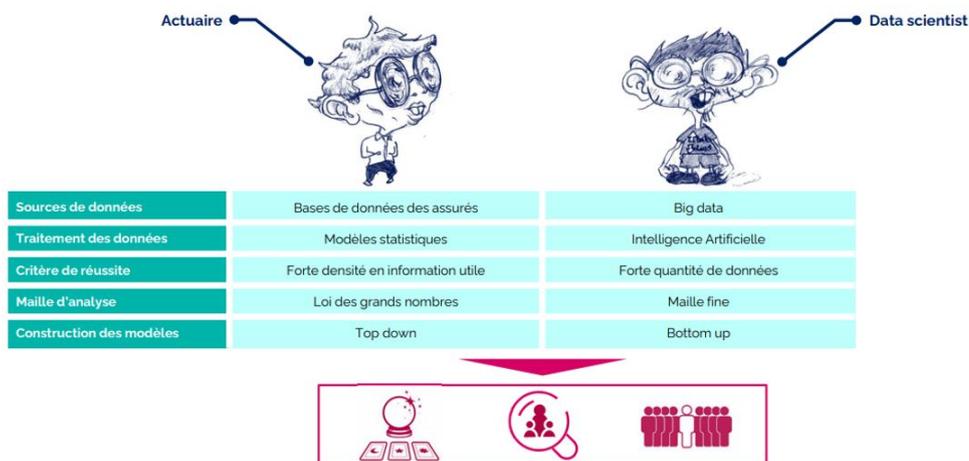


Figure 92: Actuaire vs Data scientist (Source : Formation IA - CNP Assurances)

Le Machine Learning est un champ d'étude de l'intelligence artificielle basé sur des approches mathématiques et statistiques pour permettre aux ordinateurs d'apprendre à partir des données, c'est-à-dire d'améliorer leurs performances à résoudre des problèmes pour lesquels ils n'ont pas été explicitement programmés. Ainsi les termes intelligence et apprentissage sont à mettre en exergue, par rapport à un algorithme classique qui se contentait, de façon non ambiguë de suivre des instructions qui auraient été définies à l'avance par son programmeur. Les travaux autour de l'intelligence artificielle datent de la deuxième moitié du 20<sup>e</sup> siècle, notamment avec le test d'Alan Turing réalisé en 1950 et fondé sur la faculté d'une machine à imiter la conversation humaine. Cependant ce n'est que vers la fin des années 1990, que l'on a commencé à assister aux avancées majeures du secteur, avec notamment Deep Blue, le superordinateur développé par IBM et spécialisé dans le jeu d'échecs, qui est le premier à vaincre le champion mondial d'échecs Garry Kasparov. Depuis 2012, le réseau neuronal développé par Google parvient à reconnaître des visages humains ainsi que des chats dans des vidéos Youtube. Ces dernières années les avancées de ces algorithmes ont été de plus en plus spectaculaires et les ordinateurs ont appris à être plus performants que les humains dans divers jeux vidéo.

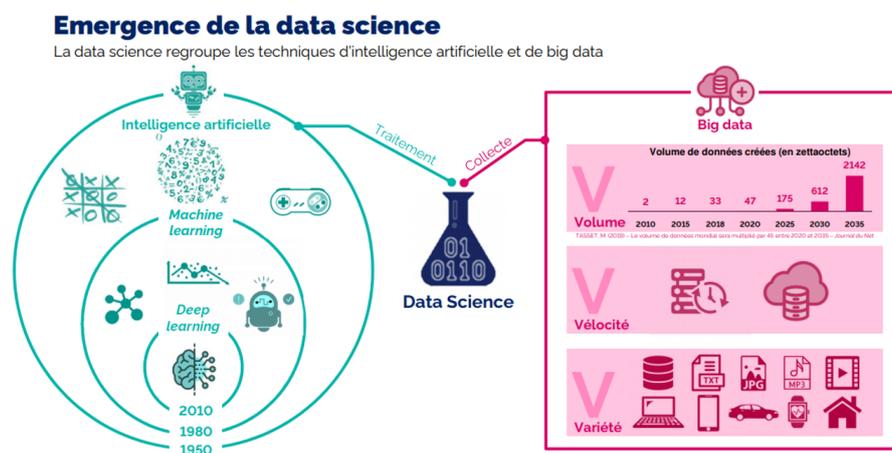


Figure 93: Machine Learning (Source : Formation IA - CNP Assurances)

Parmi les méthodes de machine learning, on distingue trois catégories différentes :

- **L'apprentissage supervisé** : méthode d'apprentissage automatique qui consiste à apprendre une fonction de prédiction à partir d'exemples annotés. Nous allons utiliser cette méthode pour prédire les SCR.
- **L'apprentissage non supervisé** : désigne la situation d'apprentissage où les données ne sont pas étiquetées.
- **L'apprentissage par renforcement** : cette méthode consiste pour un agent autonome à réaliser des actions, à partir d'expériences, de façon à optimiser une récompense quantitative au cours du temps. Nous utiliserons également cette dernière méthode pour optimiser les SCR.

Afin de pouvoir utiliser ces algorithmes, il est indispensable d'avoir accès à des mégadonnées (Big Data)

- **Volume** : les ensembles de données suffisamment grands en zettaoctet ( $10^{21}$ )
- **Vélocité** : la fréquence à laquelle les données sont à la fois générées, capturées et mises à jour (en nanoseconde)
- **Variété** : il ne s'agit plus uniquement de données relationnelles traditionnelles (on traite du son, des vidéos, etc.).

Finalement, la Data Science est le domaine interdisciplinaire qui utilise le Big Data, l'Intelligence artificielle mais aussi les mathématiques, les statistiques et l'informatique pour extraire des connaissances.

## 4.2 Description de la base de données d'apprentissage

Comme expliqué précédemment, les algorithmes de Machine Learning sont utilisés pour trouver des fonctions qui traduisent la relation entre les variables d'entrées et la variable de sortie. Cette fonction est apprise à partir des données et permet de généraliser ce lien en faisant des prédictions sur des données nouvelles. Ainsi, on se rend très vite compte de l'importance cruciale de la base de données d'apprentissage. C'est pourquoi si on omet une variable capitale dans notre base initiale, l'algorithme ne pourra jamais apprendre la relation qui existe entre elle et notre variable de sortie. Par conséquent, au moment de la création de notre base de données initiale, nous décidons d'inclure le maximum de variables d'entrées. :

- Hypothèses liées à l'actif : pour chaque grande classe d'actif (action, immobilier, monétaire, obligation ...), nous notons la part d'actif que nous détenons et diverses informations qui ont été jugées utiles telles que la duration moyenne, la notation moyenne, les plus ou moins-values latentes, etc.
- Hypothèses économiques : Nous récupérons les principaux indicateurs de marché, comme par exemple l'évolution des taux d'intérêt à divers horizons, l'évolution du CAC, les volatilités actions et taux, spread de crédit, etc.
- Hypothèse de passif : dans la même logique, nous essayons de répertorier le maximum de paramètres pertinents, à savoir l'âge moyen des assurés, les caractéristiques techniques des polices, les prélèvements contractuels, etc.
- Hypothèses techniques : Le taux de chargement moyen, le taux de rachats, le taux de mortalité, les frais, etc.
- Hypothèses réglementaires : contrainte de PB minimum, taux d'impôt, réserve de capitalisation, etc.
- Hypothèses ALM : taux de PB, stratégie financière; etc.
- Hypothèse de simulation : Simulation Centrale, à la baisse/hausse des taux, sensibilité aux rachats, à la mortalité, etc.

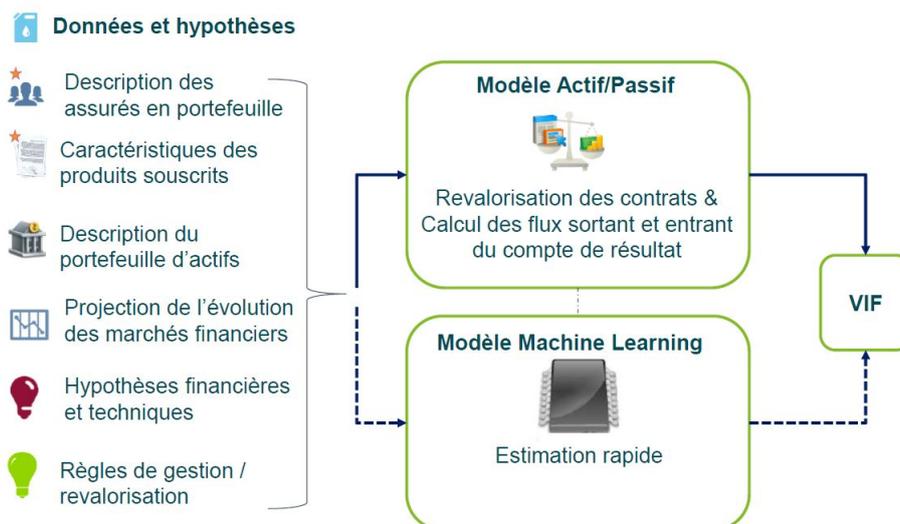


Figure 94: Construction de la base d'apprentissage en Machine Learning

La variable de sortie que nous souhaitons expliquer est la VIF. Pour pouvoir estimer le SCR prédit, nous nous contentons de le calculer par différence entre la VIF centrale prédite et la VIF choquée prédite. Bien sûr il aurait été possible de prédire directement le SCR modulaire, voire le SCR final, mais puisque la difficulté principale ne

réside pas du passage de la VIF au SCR, ou même de l'agrégation entre les différents modules de SCR, il a été jugé plus intéressant, de suivre directement la VIF. Ce choix s'explique également par le nombre de simulations beaucoup plus important dans le cas central, améliorant l'étape d'apprentissage.

#### 4.2.1 Construction de la base de données d'apprentissage

L'étape de construction de la base de données d'apprentissage est une étape chronophage dans un projet de machine learning. En effet, les diverses données que nous souhaitons inclure dans notre base sont généralement réparties entre plusieurs systèmes d'informations de nature différentes, rendant le travail d'harmonisation et de contrôle des données indispensable. Ainsi, dans notre cas, notre base de données finale est construite sous Python à partir de l'agrégation de quatre grandes bases de données contenant les hypothèses évoquées précédemment :

- La base de données des ESG contenant les informations relatives aux évolutions des marchés financiers.
- La base de données du portefeuille d'actifs contenant les caractéristiques de notre portefeuille d'actifs.
- La base de données des portefeuille de passifs contenant les caractéristiques techniques des assurés.
- Les sorties de modèles de projections ALM à une maille fine permettant d'obtenir la VIF à prédire.

Il est important de signaler que l'intégralité de ces hypothèses provient des simulations de productions officielles, rendant ainsi ces données pertinentes. À ce sujet, lors de la phase de contrôle de la base de données, il ne sera pas trouvé de données aberrantes puisque comme précisé ces données sont officielles et ont déjà été contrôlées et validées par les équipes de production en amont. En plus des résultats officiels de Closing, diverses simulations et sensibilités telles que des simulations à la baisse et à la hausse des taux, ont également été intégrées dans la base de données, nous permettant ainsi d'avoir l'impact de la VIF sous des hypothèses différentes, et ce, dans le but d'améliorer la prédiction des résultats. La base construite contient plus de 500.000 lignes et 117 colonnes.

CFP	Equity	TxPPE	TxPPEG	MargeTreso_tot	TxPVL	TxMVL	TxCoutsEntrees	...
3.755075e+09	-4.553193e+08	0.045784	0.027421	8.779485e+08	0.075782	0.0	0.0	...
5.181222e+09	2.925776e+07	0.026076	0.025465	8.260730e+08	0.139103	0.0	0.0	...
1.269466e+10	-6.712471e+09	0.045915	0.027410	5.557039e+08	0.075493	0.0	0.0	...
1.000406e+08	6.845783e+09	0.021648	0.025377	1.669215e+09	0.136096	0.0	0.0	...
9.454620e+09	-4.866573e+09	0.046688	0.027298	4.286740e+08	0.088463	0.0	0.0	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...
2.328173e+09	2.703892e+09	0.045773	0.026740	1.099717e+09	0.083562	0.0	0.0	...
1.225192e+09	1.806770e+09	0.044160	0.026933	9.694235e+08	0.030089	0.0	0.0	...
2.127158e+09	4.343060e+09	0.006278	0.024423	8.288176e+08	0.150837	0.0	0.0	...
4.026931e+09	1.668751e+09	0.007961	0.024457	1.205861e+09	0.139308	0.0	0.0	...
3.417359e+09	1.716844e+09	0.045209	0.026802	8.878045e+08	0.044240	0.0	0.0	...

506000 rows x 117 columns

Figure 95: Aperçu de la base de données

#### 4.2.2 Statistiques descriptives

Étant donné le nombre très important de variables, il ne sera pas possible de toutes les analyser en détail dans ce mémoire. Nous décidons dans cette section de nous focaliser sur la VIF, variable que nous allons prédire. Cette dernière semble avoir une répartition qui se rapproche d'une loi Normale. Nous retiendrons également qu'il existe plus de contrats non rentables que de contrats rentables, ce qui n'est pas incohérent au vu du contexte actuel de taux.

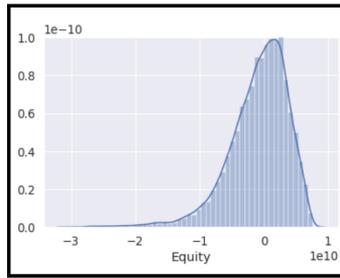


Figure 96: Analyse univariée de la VIF

Concernant les analyses bivariées, on cherche à trouver les liens qu'il pourrait y avoir entre les variables à notre disposition et la variable à prédire dans le scénario central. Dans le cas du TMG ou des taux de chargement sur encours, les données dont nous disposons sont très proches de zéro et ne varient quasiment pas, ainsi il sera difficile d'estimer leurs impacts sur l'Equity.

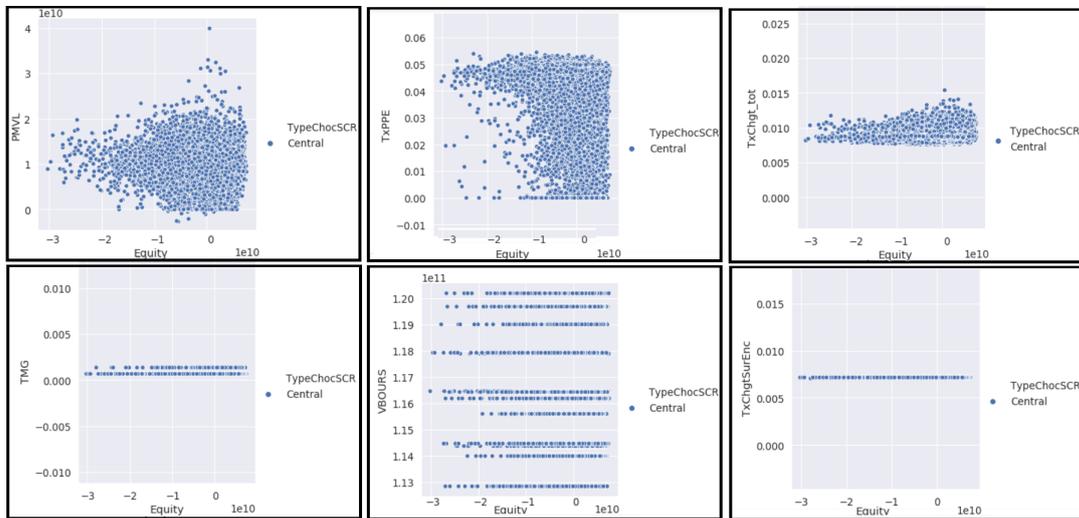


Figure 97: Analyse bivariée de la VIF

Le lien, inversement proportionnel entre la VIF et les coûts de fonds propres est plus simple à quantifier. En effet, moins le contrat est rentable, plus l'assureur est obligé d'aller puiser dans ses fonds propres pour payer ce qu'il doit à l'assuré. Dans le contraire, l'assureur n'a pas besoin de faire des coûts de fonds propres. L'analyse de la corrélation vient confirmer ce fort effet négatif.

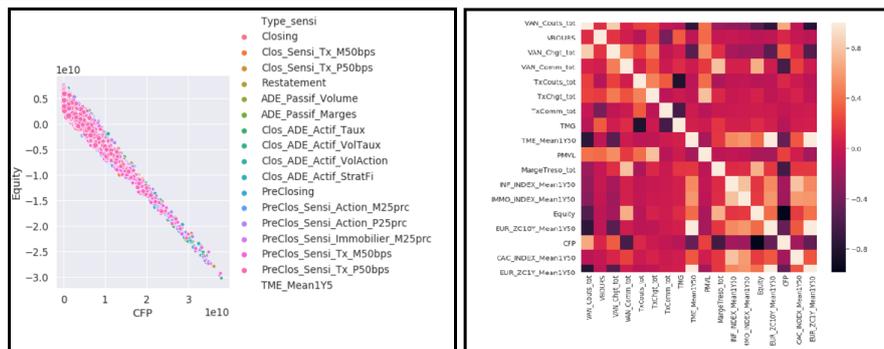


Figure 98: Lien entre CFP et Equity Correlation

### 4.3 Sélection des variables

Dans cette section, nous allons voir comment sélectionner les variables les plus pertinentes qui vont nous servir durant la calibration du modèle d'apprentissage. En effet, durant la phase de construction de notre base de données d'apprentissage nous avons essayé de garder le plus de variables possible. Cependant, avoir le nombre le plus élevé d'input à l'entrée d'un algorithme n'aide pas forcément à réaliser la meilleure prédiction. C'est pour cela que nous nous intéressons à la sélection des variables pertinentes. La méthode de régression LASSO introduite par Robert Tibshirani en 1996 permet d'éliminer les variables inutiles.

#### 4.3.1 Régression Lasso

Nous cherchons à expliquer de manière linéaire une variable  $Y$ , par  $p$  variables potentiellement explicatives  $X_i$ . En utilisant un certain nombre  $n$  d'observations, nous modélisons la variable  $Y$  de la manière suivante:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

avec:

- $\varepsilon$  un vecteur de variables aléatoires i.i.d de moyenne 0 et de variance  $\sigma^2$ .
- $Y$  correspond aux  $n$  observations de la variable à expliquer.
- $\beta$  étant le paramètre à estimer.

Les variables  $X_i$  n'étant pas toutes pertinentes, l'objectif est d'éliminer les variables inutiles et uniquement celles-ci. L'idée de la régression Lasso est donc d'ajouter à la régression classique une pénalisation en norme  $l_1$  qui rend nuls certains coefficients de l'estimation de  $\beta$ . Cela consiste à estimer le paramètre  $\lambda \in \mathbb{R}_+$  tel que:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \frac{1}{n} (\|Y - X\beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_1)$$

avec  $\|\beta\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \beta_i^2}$  et  $\|\beta\|_1 = \sum_{i=1}^n |\beta_i|$

Le paramètre  $\lambda$  contrôle la puissance de la régularisation. Si nous prenons  $\lambda = 0$ , le Lasso correspond à une régression linéaire classique sans pénalisation. Si en revanche, nous fixons  $\lambda = \infty$ , tous les coefficients de beta sont nuls. Chaque ajout de variable a un coup pour le modèle (ie. vitesse de convergence). Tout l'enjeu de cette méthode est de déterminer un lambda qui pénalisera au mieux le modèle pour permettre une bonne estimation de bêta sans pour autant inclure des variables peu significatives. En plus de la sélection des variables les plus pertinentes, le modèle de régression Lasso permet de prédire et présente l'avantage d'être interprétable. Nous nous intéressons également à la régression de Ridge et à l'Elastic Net qui va nous servir durant la prédiction.

#### 4.3.2 Régression de Ridge

Comme pour le Lasso, la régression Ridge est une régression régularisée mais avec une fonction de pénalité faisant appel à la norme 2 :

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \frac{1}{n} (\|Y - X\beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_2^2)$$

Contrairement à la régression Lasso, la méthode Ridge ne permet pas de rendre des coefficients nuls, les valeurs tendront vers 0 mais aucune variable ne sera retirée de la régression par la suite.

### 4.3.3 Régression Elastic Net

L'Elastic Net est une combinaison linéaire des pénalités de Lasso et Ridge.

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \frac{1}{n} (\|Y - X\beta\|_2^2 + \lambda_1 \|\beta\|_1 + \lambda_2 \|\beta\|_2^2)$$

Cette méthode comporte deux avantages principaux : la capacité de sélection de variables du Lasso en excluant les variables non pertinentes, tout en arrivant à préserver la corrélation entre les variables comme avec Ridge. La régression Elastic Net sera utilisée parmi les modèles de prédictions.

### 4.3.4 Validation-croisée des paramètres

Nous utilisons la validation-croisée (cross-validation ou CV) afin de choisir le paramètre  $\lambda$  de sorte à minimiser l'erreur de prédiction. Cette validation-croisée sera effectuée K-fois. On parle communément de K-fold cross-validation

Considérons un échantillon de données  $(x_i, y_i)_{\{i=1, \dots, n\}}$  et un estimateur  $\hat{f}_\lambda$  qui dépend d'un paramètre  $\lambda$  à réguler (tuning parameter). Le principe de la validation-croisée K-fois est le suivant :

- On divise aléatoirement l'échantillon  $\{1, \dots, n\}$  en K sous-échantillons de même taille  $F_1, \dots, F_K$
- Pour  $k=1, \dots, K$  :
  - On considère l'échantillon d'apprentissage  $(x_i, y_i)$ ,  $i \notin F_k$  et on valide sur l'échantillon  $(x_i, y_i)$ ,  $i \in F_k$
  - Pour chaque valeur du paramètre à régler  $\lambda \in \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ , on estime  $\hat{f}_\lambda^{-k}$  sur la base d'apprentissage et on calcule l'erreur sur l'échantillon test :  $err_k(\lambda) = \sum_{i \in F_k} (y_i - \hat{f}_\lambda^{-k}(x_i))^2$
- Pour chaque paramètre de réglage  $\lambda$ , on calcule l'erreur moyenne sur tous les sous échantillons :

$$CV(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^K err_k(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in F_k} (y_i - \hat{f}_\lambda^{-k}(x_i))^2$$

Concrètement, nous séparons le jeu de données en une base d'apprentissage représentant 70% de la base totale et une base de validation représentant 30% de la base totale. La base d'apprentissage sert à entraîner et calibrer nos modèles tandis que la base de validation permet de les évaluer et de comparer leurs performances. Le principe est de faire en sorte que la performance du modèle ne soit pas biaisée par le fait que le modèle connaisse au préalable les données. Sans faire cette distinction entre base d'apprentissage et base de validation, les modèles risqueraient d'apprendre des patterns trop spécifiques aux données et seraient donc peu performants sur de nouvelles données, c'est ce qu'on appelle le sur-apprentissage (overfitting en anglais).

Lors de la phase d'apprentissage nous utilisons la méthode de la validation croisée, afin de choisir les paramètres des modèles et éviter le sur-apprentissage. La validation croisée consiste à diviser la base d'apprentissage en plusieurs "sous bases" afin de pouvoir effectuer plusieurs étapes d'apprentissage et de validation sur le même jeu de données. En faisant la moyenne des scores obtenus pendant les différentes étapes de validation, nous obtenons

un résultat plus stable de la performance du modèle. L'idée est d'utiliser cette méthode en faisant varier les paramètres d'un modèle et de choisir la combinaison de paramètres ayant obtenu la meilleure performance moyenne. En python, nous avons utilisé la fonction `GridSearchCV()` du package `scikit-learn` (bibliothèque libre destinée à l'apprentissage automatique) pour sélectionner les paramètres de nos modèles. Cette fonction permet de tester toutes les combinaisons possibles d'une liste d'hyper paramètres et retourne la combinaison la plus performante. Une fois les paramètres sélectionnés, nous entraînons le modèle sur la base d'apprentissage.

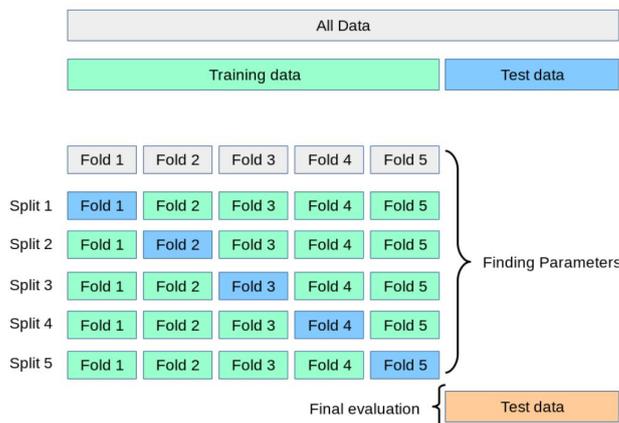


Figure 99: Schéma représentant le processus de validation croisée

## 4.4 Selection des variables avec du Lasso

La fonction du Lasso permet de sélectionner les variables importantes. En effet, la fonction Python `LassoCV` est une technique d'élimination récursive des variables à partir du modèle de Lasso combiné avec une validation croisée pour ne garder qu'un nombre limité. Cette fonction permet de calculer un coefficient pour chaque variable de la base et si ce coefficient est non nul, cela signifie que la variable est pertinente pour prédire la VIF. Inversement, lorsque le coefficient est nul, la variable n'est pas considérée comme assez explicative pour notre prédiction.

### 4.4.1 Sélection des variables avec plot importance des features

D'autres fonctions de sélection des variables ont été testées, ici nous utilisons notamment le **plot importance** permettant d'afficher l'importance des variables selon le modèle. L'importance des variables peut être calculée avec plusieurs mesures, ici nous utilisons la mesure **gain**, qui comme son nom l'indique, calcule le gain sur chaque nœud des arbres de décision. Elle représente la contribution de la variable sélectionnée. Les variables les plus importantes sont alors celles qui réduisent le plus la fonction-objectif sur l'ensemble des nœuds. Cette mesure de gain est l'attribut le plus pertinent utilisé pour interpréter l'importance relative de chaque variable.

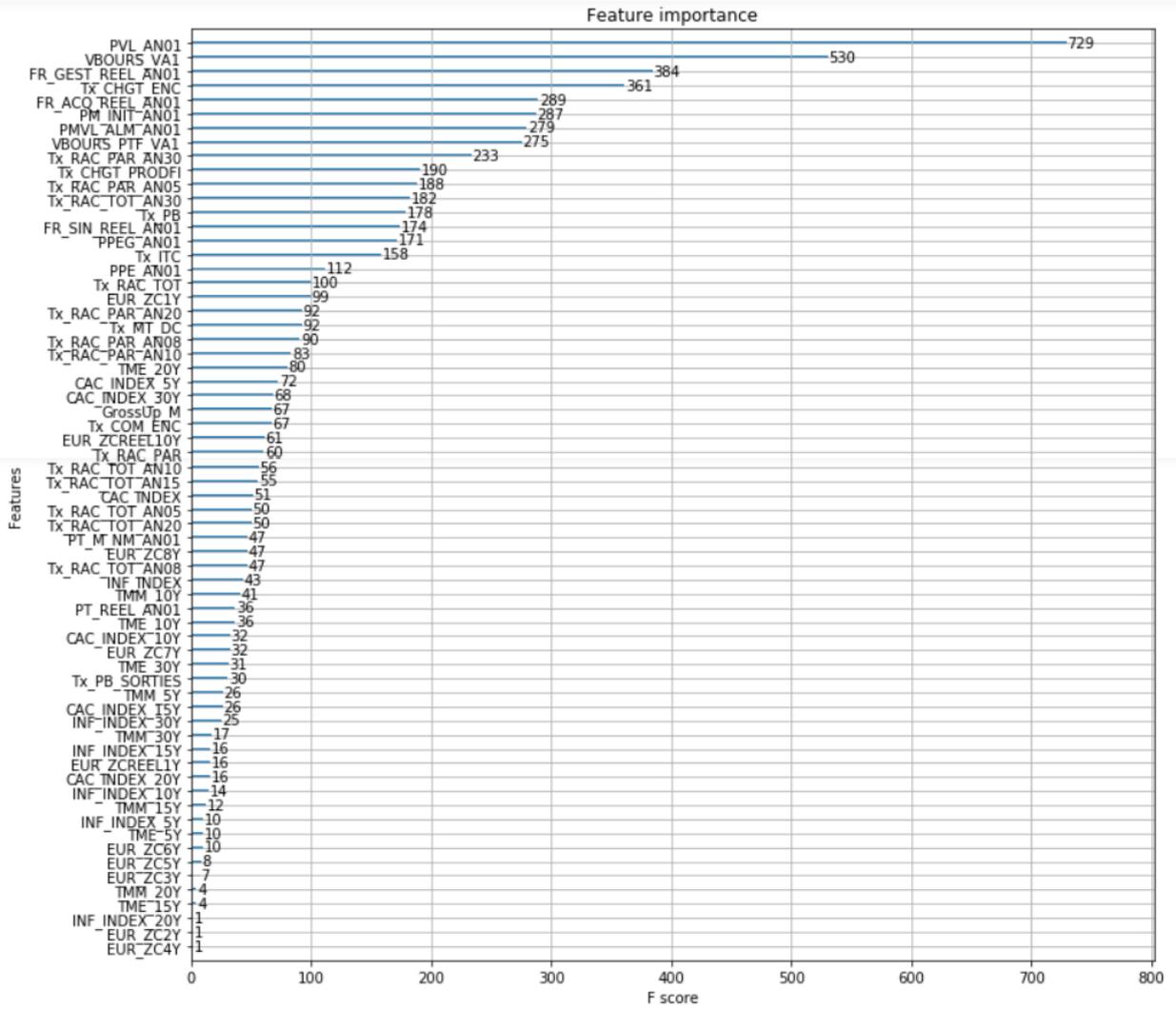


Figure 100: Sélection des variables avec plot importance des caractéristiques

#### 4.4.2 Sélection des variables avec validation croisée

La validation croisée propose de se restreindre à 66 variables explicatives.

Optimal number of features : 66

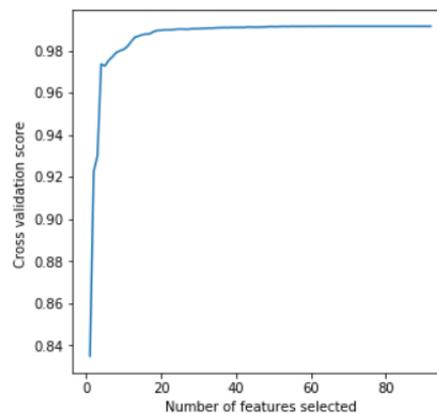


Figure 101: Sélection des variables avec validation croisée

Le choix final des variables à sélectionner correspond aux variables données par les différentes méthodes (LassoCV, GridSearchCV, etc.) en plus de certaines variables que nous avons estimé nécessaire de garder.

## 4.5 Présentation des algorithmes de prédiction des SCR en machine learning

### 4.5.1 Random Forest

L'algorithme du Random Forest appartient à la famille des agrégations de modèles, Il s'agit d'un cas particulier de bagging (bootstrap aggregating) appliqué aux arbres de décision de type CART.

Pour rappel, l'algorithme de CART Classification And Regression Trees (Leo Breiman, 1984) ou arbre de décisions est à la base des méthodes ensemblistes permettant d'expliquer une variable aussi bien quantitative que qualitative. Dans le cas de variables quantitatives on parle d'arbre de régression.

Les arbres de décision sont basés sur un découpage de l'espace engendré par les variables explicatives en plusieurs hyperplans. Le principe de construction repose sur différents aspects : un critère de division (chaque noeud père donnant naissance à des noeuds fils), une règle d'arrêt permettant de déterminer quand un noeud est terminal (on parle aussi de feuille), un critère d'affectation ainsi qu'un critère d'homogénéité. Les arbres de décision présentent plusieurs avantages : ils sont performants, non linéaires, non paramétriques et permettent de bien visualiser les résultats sous une forme graphique simple à interpréter.

Le principe des méthodes de Bagging, et donc en particulier des forêts aléatoires, est de faire la moyenne des prévisions de plusieurs modèles indépendants pour réduire la variance et donc l'erreur de prévision. Pour construire ces différents modèles, on sélectionne plusieurs échantillons bootstrap, c'est à dire des tirages avec remise. L'algorithme se base en particulier sur l'erreur OOB (out of bag) qui consiste à estimer l'erreur de prédiction d'une observation sur les échantillons qui ne contiennent pas cette observation (pour lesquels l'observation est donc "out of bag"). Toutefois, elle peut conduire aussi à de mauvais résultats notamment lorsque le problème sous-jacent est linéaire.

### 4.5.2 Random Forest en pratique

Sous Python, le Random Forest est implémenté avec le package **scikit-learn**. Nous utilisons le Random Forest Regressor adapté à notre étude de variables explicatives quantitatives. Son implémentation fait appel à une dizaine de paramètres qui seront optimisés par la fonction **grid-search** évoquée précédemment et qui met en place une validation croisée. Étant donné qu'il n'est pas évident de tester une infinité de jeux de paramètres différents, il apparait utile de retenir les paramètres ayant un impact significatif sur les résultats afin de les tester lors de la validation croisée. Nous allons nous limiter à présenter les paramètres les plus importants lors de l'implémentation. Ci-dessous les principaux paramètres :

- **n estimators** : le nombre d'arbres à entraîner ;
- **max depth** : la profondeur maximale de chaque arbre ;
- **min sample split** : le nombre minimal d'observations par feuille ;
- **max features** : le nombre de variables tirées aléatoirement pour chaque arbre lors du feature sampling ;

- critère : le critère utilisé pour couper les feuilles de chaque arbre en cours de construction, par défaut ce critère est la MSE.

### 4.5.3 XGBoost

Comme pour le Random Forest, il s'agit là encore d'une méthode d'agrégation de modèles. L'algorithme est un cas particulier du boosting.

Le boosting adopte le même principe général que le bagging : plutôt que d'utiliser un seul modèle, nous en utilisons plusieurs que nous agrégeons ensuite pour obtenir un seul résultat. Cependant, il diffère nettement dans la construction des modèles, puisque le boosting travaille de manière séquentielle : chaque modèle étant une version adaptative du précédent. Il commence par construire un premier modèle qu'il va évaluer. À partir de cette mesure, chaque individu va être pondéré en fonction de la performance de la prédiction. L'objectif est de donner un poids plus important aux individus pour lesquels la valeur a été mal prédite pour la construction du modèle suivant. Le fait de corriger les poids au fur et à mesure permet de mieux prédire les valeurs difficiles.

L'algorithme utilise le gradient de la fonction de perte pour le calcul des poids des individus lors de la construction de chaque nouveau modèle.

### 4.5.4 Le XGBoost en pratique

Dans cette étude, nous utiliserons l'algorithme **XGBRegressor** du package **xgboost** de Python. Ci-dessous les principaux paramètres :

- `n_estimators` : le nombre d'arbres à entraîner ;
- `learning_rate` : ce paramètre  $\theta$  permet de diminuer le phénomène de surapprentissage lorsque le nombre d'arbres est élevé ;
- `nu` : baisse minimale de la fonction objectif pour faire une subdivision supplémentaire ;
- `max_depth` : profondeur maximale d'un arbre ;
- `min_child_weight` : nombre minimum d'observations par feuille ;
- `reg_lambda` : paramètre de régularisation  $\lambda$ .

### 4.5.5 Calibration des modèles

Après avoir sélectionné les variables explicatives les plus pertinentes, nous calibrons les paramètres de chaque modèle. Cette étape de calibrage se réalise via la validation croisée qui est une méthode d'estimation fondée sur la technique d'échantillonnage avec un découpage distinct de la base en base d'apprentissage, de test et de validation évoquée précédemment.

Le calibrage d'un modèle peut se faire de la façon suivante :

- Pour chaque jeu de paramètres testé nous effectuons l'apprentissage du modèle sur les données d'entraînement et nous calculons la MSE (moyenne du carré des erreurs) du modèle sur la base de validation.
- Nous retenons le jeu de paramètres ayant obtenu la MSE la plus faible sur la base de validation et nous faisons apprendre le modèle avec ce jeu de paramètres sur la base d'apprentissage.

- Nous testons la performance de ce modèle sur la base de test.

Il existe plusieurs algorithmes de validation croisée, nous notons par exemple le k-fold Cross Validation qui consiste à diviser la base d'apprentissage en k sous-échantillons de taille égale, de façon aléatoire, l'un de ces échantillons est utilisé en base de validation et les k-1 autres servent de base d'entraînement.

La validation croisée permet de choisir les paramètres a priori les plus optimaux induisant à un modèle le plus généralisable possible. Nous notons que l'estimation des modèles peut générer deux types d'erreurs, à savoir le biais et la variance; le biais correspond à l'erreur entre la variable observée et la variable prédite tandis que la variance est liée à la généralisation du modèle sur d'autres données.

Un algorithme ayant un biais fort et une variance faible aura tendance à être facilement généralisable à d'autres jeux de données. Il obtiendrait un taux d'erreur relativement stable quelles que soient les données fournies. À l'inverse, un algorithme ayant un biais faible et une variance forte obtiendra une capacité de prédiction forte sur le jeu de données qu'on lui aura présenté, mais si on utilise le modèle sur d'autres données ses performances ne seront pas stables.

En utilisant la fonction grid-search, les paramètres retenus pour le Random Forests sont :

- n estimators = 700 ; max features = 19 ; max depth = 13 ; min sample split = 5 ; min sample leaf = 10 ; Bootstrap = True

En ce qui concerne les paramètres retenus pour le XGBoost :

- n estimators = 800 ; learning rate = 0.04 ; max depth = 12 ; subsample = 0.2

## 4.6 Résultats des prédictions

### 4.6.1 Qualité de prédiction

Afin de comparer les résultats des différents modèles, il est nécessaire de définir un ensemble d'indicateurs permettant de mesurer la qualité de la prédiction. Nous décidons d'utiliser le coefficient de détermination  $R^2$ , la RMSE (Root Mean Squared Error) représentant la racine de la moyenne du carré des erreurs ainsi que l'écart entre les résultats estimés et les résultats observés.

Le  $R^2$  représente le coefficient de détermination. Il s'agit d'une valeur comprise entre 0 et 1 qui mesure l'adéquation entre les prédictions du modèle et les données observées. Le  $R^2$  se définit comme la part de variance expliquée par rapport à la variance totale. Si on note  $y_i$  la valeur observée et  $\bar{y}$  la valeur moyenne alors :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

#### 4.6.2 Résultats des prédictions de la VIF

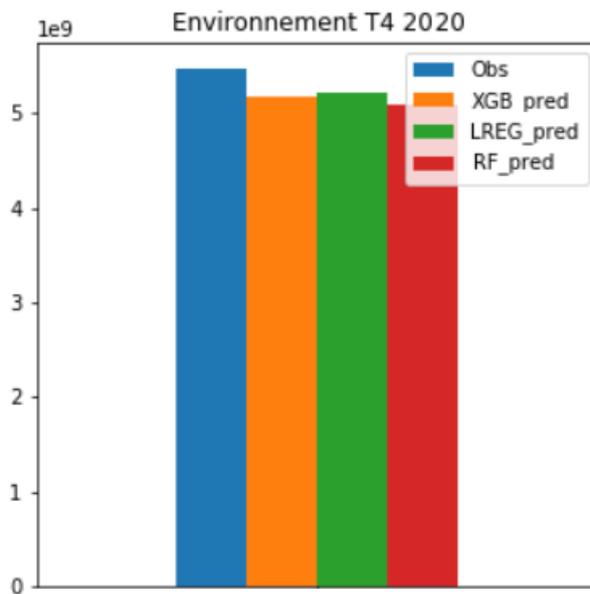


Figure 102: Résultats des algorithmes de prédiction de la VIF

Environnement	Modèle	Erreur relative	R <sup>2</sup>	RMSE
T4 2020	<b>XGBoost</b>	-5,29%	99,59%	2,9*10 <sup>11</sup>
	<b>Lasso Regression</b>	<b>-4,58%</b>	<b>99,61%</b>	<b>2,94*10<sup>11</sup></b>
	<b>Random Forests</b>	-7,08%	99,45%	3,94*10 <sup>11</sup>

Table 39: Résultats des indicateurs de performance

Le graphique précédent permet de comparer la VIF réelle observée avec les différentes VIF prédites en fonction des modèles XGBoost, Lasso et Random Forest. Globalement, tous les modèles de prédictions fonctionnent assez bien. Nous notons une faible erreur relative et un niveau très élevé de R<sup>2</sup>. Il apparaît que le Lasso obtient les meilleures performances sur l'ensemble des tests réalisés. Nous décidons d'utiliser ce modèle.

#### 4.6.3 Résultats des prédictions des SCR

Maintenant que nous sommes parvenus à réaliser une bonne prédiction de la VIF centrale, nous réalisons une extension de ce qui a été fait sur les scénarios choqués pour obtenir les VIF correspondantes. Les SCR sous modulaires s'obtiennent par différence. Ainsi :

$$SCR_{sous\ modulaire\ estimé} = \Delta(VIF_{centrale} - VIF_{choquée})$$

$$SCR_{sous\ modulaire\ prédit} = \Delta(VIF_{centrale\ prédite} - VIF_{choquée\ prédite})$$

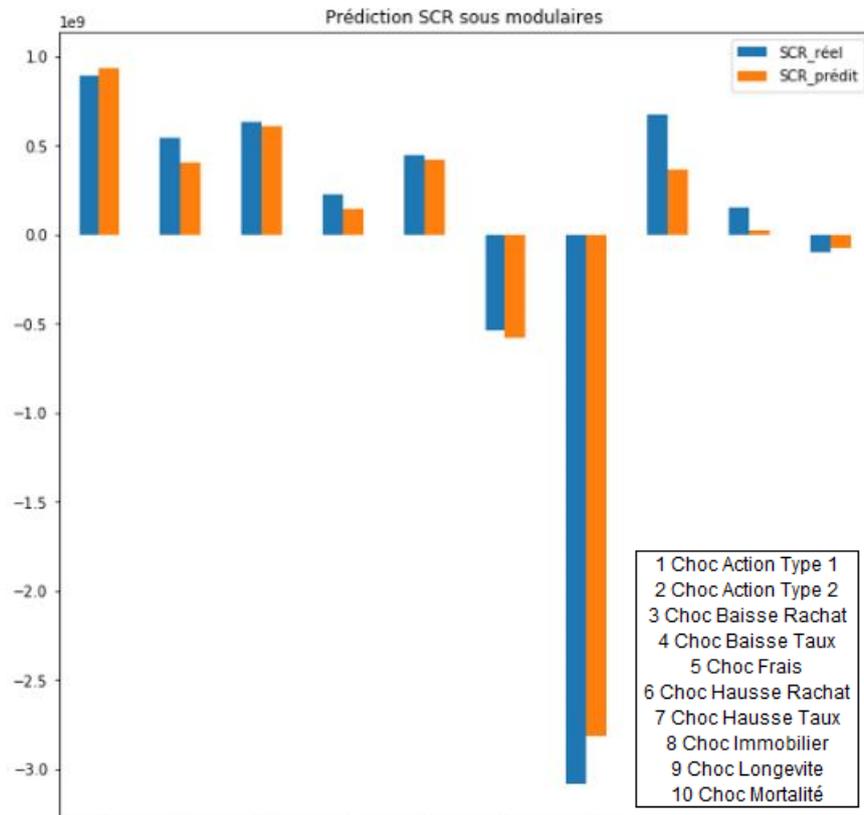


Figure 103: Prédiction des SCR Modulaires

Dans l'ensemble, les prédictions des SCR sont assez satisfaisantes. En agrégeant ces SCR modulaires, nous obtenons une prédiction du SCR global. Nous disposons désormais d'une méthode nous permettant de prédire le SCR de façon très rapide, ce qui va nous permettre de mettre en place notre algorithme de **reinforcement learning** et de pouvoir optimiser ce SCR.

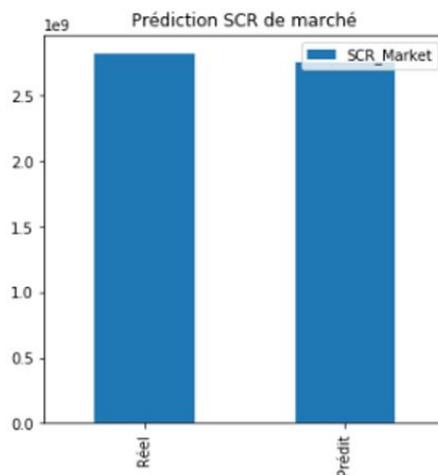


Figure 104: Prédiction du SCR de Marché

## 4.7 Deep Reinforcement Learning et optimisation des SCR

### 4.7.1 Présentation du Reinforcement Learning

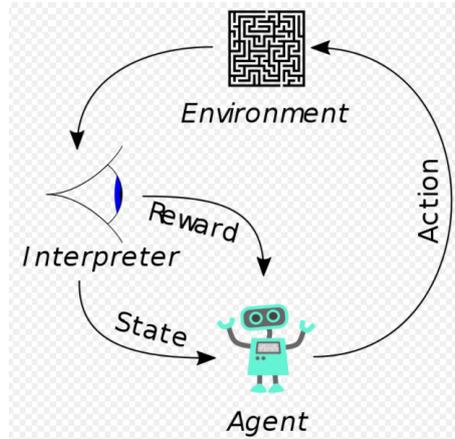


Figure 105: Reinforcement Learning (Source : Wikipedia)

L'apprentissage par renforcement consiste pour un agent autonome (un robot) à apprendre les actions à réaliser, à partir d'expériences, de façon à optimiser une récompense quantitative au cours du temps. Ainsi, l'agent effectue des actions sur un environnement et il apprend à travers la réponse de l'environnement :

- On note  $\mathcal{S}$  un ensemble **fini d'états (state)** de l'agent dans l'environnement. Dans notre cas  $\mathcal{S}$  est l'ensemble des variables d'entrées (les hypothèses d'actif, de passif, de marché, etc.) présentées dans la partie relative à la construction de la base de données.
- Un ensemble fini d'**actions**  $\mathcal{A}$  que l'agent peut effectuer. Dans notre cas, l'agent peut soit modifier la valeur (en l'augmentant ou en la diminuant), soit ne pas modifier la valeur, et ce, pour l'ensemble de nos hypothèses.
- Un ensemble de valeurs scalaires appelées **récompenses (reward)** que l'agent peut obtenir en fonction des actions réalisées, et qui peuvent être positives ou négatives. Dans notre cas, la récompense est représentée par le gain en SCR suite à l'action en question.

À chaque pas de temps  $t$ , l'agent connaît son état  $S_t \in \mathcal{S}$ . C'est une variable aléatoire. Il perçoit l'ensemble des actions possibles dans l'état  $S_t$ . Il choisit une action  $A_t$  (augmenter la part d'action de 1%) et reçoit de l'environnement un nouvel état  $S_{t+1}$  (dans lequel la part d'action a bien augmenté de 1%) et une récompense  $R_{t+1}$  (représentant le gain en SCR suite à cette modification). L'environnement va calculer l'impact sur le SCR suite à cette modification en utilisant l'algorithme de prédiction présenté dans la section précédente.

L'agent évolue dans l'environnement et la séquence des **états-actions-récompenses** s'appelle une **trajectoire**. Elle est définie de la sorte :  $S_0, A_0, R_1, S_1, A_1, R_2, S_2, A_2, R_3$ , etc. L'agent apprend par essais et erreurs (**trial and error**) à sélectionner, pour chaque couple d'état-action, les actions qui vont lui permettre de maximiser la somme de ses récompenses futures ou espérance de gain.

### 4.7.2 Markov Decision Process

L'apprentissage par renforcement repose sur un processus de décision markovien (MDP), une extension des chaînes de Markov : il s'agit un modèle stochastique où un agent choisit des actions de façon aléatoire.

Un processus de décision markovien est un processus de contrôle stochastique discret. À chaque étape, le processus est dans un certain état  $s$  et l'agent choisit une action  $a$ . La probabilité que le processus arrive à l'état  $s'$  est déterminée par l'action choisie. Plus précisément, elle est décrite par la fonction de transition d'états  $\mathcal{T}(s, a, s')$ . Ainsi l'état  $s'$  dépend de l'état actuel  $s$  et de l'action  $a$  sélectionnée par le décideur. On dit donc que chaque état est la conséquence d'un état précédent. Cependant, si on sauvegarde toutes les informations passées de tous les états, la résolution va devenir quasiment irréalisable. C'est pour cela que l'on se place dans un cadre Markovien, en prétendant que les états futurs ne dépendent que de l'état présent et non pas des états passés (la propriété d'absence de mémoire de Markov). Ainsi, le plus important n'est pas le chemin emprunté pour arriver au point rouge du graphique ci-dessous, mais bel et bien le fait de parvenir au point en question. On notera qu'on peut d'ailleurs l'atteindre par plusieurs chemins possibles.

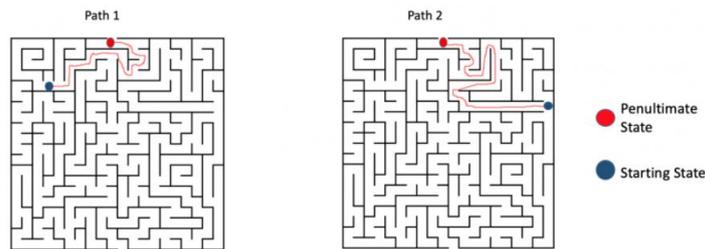


Figure 106: Markov Decision Process

Quand le processus passe de l'état  $s$  à l'état  $s'$  avec l'action  $a$ , l'agent gagne une récompense  $\mathcal{R}(s, a, s')$ .

### Model based contre model free

Il existe deux types d'algorithmes de résolution en Reinforcement Learning. L'algorithme est model-based si celui-ci est basé sur un modèle, c'est-à-dire si l'algorithme prend le modèle de l'environnement en entrée. Typiquement, le processus de décision Markovien est pris en entrée. En particulier, l'algorithme a accès à la fonction de transition  $T$  et à la fonction de récompense  $R$ , c'est-à-dire que l'algorithme a accès aux probabilités  $\mathbb{P}(S_{t+1} = s' | S_t = s, A_t = a)$  de se retrouver dans l'état  $s'$  lorsque l'agent effectue l'action  $a$  dans l'état  $s$  et aux récompenses  $R(s, a)$  lorsque l'agent exécute l'action  $a$  dans l'état  $s$ . L'algorithme a évidemment accès aux ensembles  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{S}$ .

A contrario, on dit d'un algorithme qu'il est **model free** si celui-ci n'est pas basé sur un modèle. L'algorithme n'a donc pas accès aux probabilités de transition et aux récompenses. Il a seulement connaissance des ensembles d'états  $\mathcal{S}$  et d'actions  $\mathcal{A}$  disponibles. Ce sont des algorithmes de ce type que nous allons étudier et utiliser pour notre problématique car nous n'avons pas connaissance des probabilités de transition, et de l'environnement en général. Il faudra donc le créer.

### 4.7.3 Le compromis exploitation/exploration

Le compromis exploitation/exploration permet de donner à l'agent une stratégie pour choisir les actions qu'il va effectuer en fonction de son état. En effet, un agent apprenant est sujet au compromis entre l'exploitation (refaire des actions dont il sait qu'elles vont lui donner de bonnes récompenses) et l'exploration (essayer de nouvelles actions pour apprendre de nouvelles choses qui pourraient mener à de meilleures décisions à l'avenir).

Au début de la phase d'apprentissage, l'agent ne sait pas quelles actions prendre, il doit découvrir par lui-même quelle action ou enchaînement d'actions lui procure la meilleure récompense cumulée en essayant.

Exploiter sans jamais explorer est une approche gloutonne. Le choix glouton consiste à choisir l'action qui maximise la récompense cumulée future sur ce que l'agent connaît déjà, ses connaissances actuelles. Dans l'approche gloutonne, l'agent exploite l'une des meilleures actions mais n'explore pas d'autres actions qui sont d'apparence moins bonnes. Or, au début, on ne connaît rien de l'environnement, et il est nécessaire d'essayer toutes les actions pour trouver celle qui est optimale. Ainsi, le problème de l'approche gloutonne (exploitation seulement) est que l'on n'atteint pas une politique optimale.

Une solution pour contrer ce problème est la stratégie  $\epsilon$ -glouton ( $\epsilon$ -greedy strategy). Cette solution consiste à choisir avec une probabilité  $1-\epsilon$  l'approche gloutonne c'est-à-dire l'action optimale sur les connaissances déjà acquises et donc de choisir avec une probabilité  $\epsilon$  une action de manière aléatoire. Il faut ensuite au fur et à mesure, de manière lente, faire tendre notre stratégie vers une stratégie gloutonne à savoir :  $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon = 0$  C'est cette stratégie que nous allons implémenter par la suite dans notre algorithme de Reinforcement Learning et que notre agent (l'ordinateur) va appliquer pour choisir ses actions.

#### 4.7.4 Q-Learning

Il existe plusieurs méthodes de Reinforcement Learning. Par exemple la méthode **Policy-based** qui calcule une politique  $\pi: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$  c'est-à-dire une fonction qui à chaque état préconise une action à exécuter dont on espère qu'elle maximise les récompenses. Autrement dit, on va apprendre le lien entre l'état et l'action à faire. Ce problème d'optimisation stochastique se résout avec l'algorithme de descente du gradient.

Dans notre cas, nous allons nous intéresser à la méthode **Value Based** en donnant une valeur d'estimation à quel point un état est bon, et par conséquent, à quel point notre action a été bénéfique. Cette méthode se base sur la programmation dynamique. Elle est connue sous le nom de **Q-learning**, le Q désignant la fonction qui mesure la **qualité** de la fonction **valeur** d'une action exécutée dans un état donné du système.

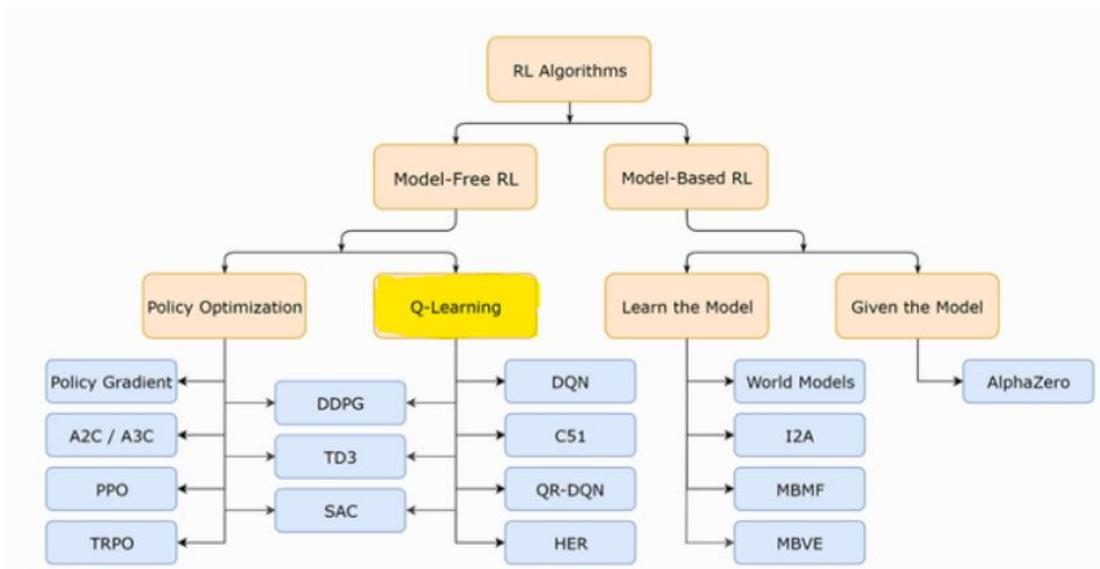


Figure 107: Q Learning Reinforcement Learning

Afin de quantifier le bon apprentissage de l'algorithme, nous introduisons le gain comme étant la somme des récompenses obtenus :  $G = R_0 + R_1 + \dots + R_T$  où  $T$  est le temps où l'on atteint un état terminal dans le processus de décision markovien. Pour éviter des problèmes de convergences et de somme infinie, nous rajoutons un facteur de dévaluation  $\gamma$  compris entre 0 et 1 de sorte que  $G = \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t R_t$  est bien définie.

On note  $V^\pi : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$  la **fonction valeur des états**. Pour rappel, la fonction valeur dans un problème d'optimisation donne la valeur atteinte par la fonction qui sert à déterminer la meilleure solution à un problème d'optimisation.  $V^\pi(s)$  représente le gain engrangé par l'agent s'il démarre à l'état  $s$  et applique ensuite la politique  $\pi$ . Ainsi :

$$V^\pi(s) = \mathbb{E} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{k+1} | s_t = s, \pi \right) = \mathbb{E}(G | s_t = s, \pi) \quad (1)$$

La fonction optimale  $V^*$  est celle qui permet de maximiser le gain, c'est-à-dire qui vérifie, pour tout état  $s \in \mathcal{S}$   $V^*(s) \geq V^\pi(s)$  quelle que soit la politique  $\pi$ . Ainsi :

$$V^*(s) = \max_{\pi} V^\pi(s) \quad (2)$$

De manière analogue,  $Q^\pi : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$  est la **fonction valeur des états-actions**.  $Q^\pi(s, a)$  représente le gain engrangé par l'agent s'il démarre à l'état  $s$  et commence par effectuer l'action  $a$ , avant d'appliquer ensuite la politique  $\pi$ . Les deux fonctions sont intimement liées. On a toujours :

$$V^\pi(s) = Q^\pi(s, \pi(s))$$

Il est même possible de lier les deux fonctions en faisant apparaître la fonction **avantage**. Cette dernière fonction décrit à quel point l'action  $a$ , a été bonne, par rapport à la fonction valeur appliquant la politique  $\pi$  :

$$A^\pi(s, a) = Q^\pi(s, a) - V^\pi(s)$$

Les équations (1) et (2) se réécrivent avec la fonction valeur  $Q$  des états-actions et la fonction optimale  $Q^*$  :

$$Q^\pi(s, a) = \mathbb{E} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{k+1} | s_t = s, a_t = a, \pi \right)$$

$$Q^*(s, a) = \max_{\pi} Q^\pi(s, a)$$

Pour apprendre la fonction valeur  $Q$ , nous utilisons l'**équation de Bellman** de Richard E. Bellman, utilisée en programmation dynamique et permettant d'obtenir une unique solution  $Q^*$ , avec  $B$  l'opérateur de Bellman :

$$Q^*(s, a) = (BQ^*)(s, a)$$

$$BQ^*(s, a) = \sum_{s' \in \mathcal{S}} T(s, a, s') \left( R(s, a, s') + \gamma \max_{a'} Q^*(s', a') \right)$$

## 4.8 L'algorithme de Q-Learning

L'algorithme du Q-learning permet d'apprendre une politique (une stratégie) qui indique quelle action effectuer dans chaque état du système c'est-à-dire quelle est l'action optimale, celle avec la récompense future espérée maximale pour chacun des états de l'ensemble  $\mathcal{S}$ . Cela fonctionne par l'apprentissage d'une fonction de valeur état-action notée  $Q : \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$  qui est mémorisée dans une matrice avec en ligne tous les états possibles et en colonne toutes les actions réalisables. Cela permet de déterminer le gain potentiel, c'est-à-dire la somme des récompenses futures espérées  $Q(s, a)$  apportée par le fait d'effectuer une certaine action  $a$  dans un certain état  $s$  en suivant une politique optimale.

Initialized

Q-Table		Actions					
		South (0)	North (1)	East (2)	West (3)	Pickup (4)	Dropoff (5)
States	0	0	0	0	0	0	0
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	327	0	0	0	0	0	0
	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
499	0	0	0	0	0	0	

↓  
Training

Q-Table		Actions					
		South (0)	North (1)	East (2)	West (3)	Pickup (4)	Dropoff (5)
States	0	0	0	0	0	0	0
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	328	-2.30108105	-1.97092096	-2.30357004	-2.20591839	-10.3607344	-8.5583017
	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
499	9.96984239	4.02706992	12.96022777	29	3.32877873	3.38230603	

Table 40: Fonctionnement du Q-learning (Source : Wikipedia)

Avant que l'apprentissage ne commence, la fonction  $Q$  est initialisée arbitrairement (souvent à 0). Ensuite, à chaque choix d'action, l'agent observe la récompense et le nouvel état (qui dépend donc de l'état précédent et de l'action courante). Le coeur de l'algorithme consiste en une mise à jour de la fonction de valeur  $Q$  avec la formule suivante tirée des équations de Bellman :

$$Q(s, a) = Q(s, a) + \alpha(r + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a)) \quad \text{où :}$$

- $r$  est la récompense reçue pour la transition de l'état  $s$  au nouvel état  $s'$  en ayant effectué l'action  $a$  ;
- $\alpha \in ]0; 1]$ , est le coefficient d'apprentissage, c'est-à-dire à quelle vitesse l'agent va apprendre et par extension à quel point la nouvelle valeur calculée de la récompense future espérée va remplacer l'ancienne ;
- $\gamma \in [0; 1]$ , est le coefficient d'actualisation qui détermine l'importance accordée aux récompenses futures.

Lorsque cette fonction de valeur état-action est connue/apprise par l'agent, la politique optimale peut être construite en sélectionnant l'action à valeur maximale pour chaque état, c'est-à-dire en sélectionnant l'action  $a$  qui maximise la valeur  $Q(s; a)$  (la récompense future espérée) quand l'agent se trouve dans l'état  $s$ . Ainsi, lorsque l'apprentissage est terminé, il suffit de choisir l'action avec la plus grande espérance de récompense future (sur une ligne, choisir la valeur la plus grande) dans chaque état pour appliquer la politique optimale.

Concernant les hyperparamètres de l'algorithme, nous avons choisi  $\alpha = 0,1$  pour le coefficient d'apprentissage et  $\gamma = 0,9$  pour le coefficient d'actualisation qui sont des chiffres relativement standards pour des problèmes de Reinforcement Learning. Enfin, concernant  $\epsilon$ , nous avons choisi d'avoir  $\epsilon = 1$  au début de l'apprentissage et d'effectuer une décroissance linéaire vers 0 en fonction du nombre d'épisodes pour respecter la condition que sa limite tende bien vers 0 lorsque le temps tend vers l'infini.

L'un des points forts de l'algorithme du Q-learning est que sa convergence vers une politique optimale a été prouvée, c'est-à-dire que cet algorithme conduit à maximiser la récompense totale au fur et à mesure de la répétition des épisodes. Cependant, comme le Q-learning utilise l'estimateur max, il surestime la valeur des actions et de fait, dans des environnements bruités, l'apprentissage est lent. Ce problème est résolu dans la variante appelée double Q-learning qui utilise deux fonctions d'évaluation  $Q^A$  et  $Q^B$  apprises sur deux ensembles d'expériences différents. La mise à jour se fait de façon croisée.

Pour améliorer les problématiques de convergence, l'apprentissage de l'algorithme peut aussi être effectué en utilisant des techniques de **deep learning** (apprentissage profond), ce qui donne les réseaux **DQN (Deep Q-networks)**. On peut même avoir le **Double DQN** pour obtenir de meilleures performances. Une description de ces autres algorithmes de Reinforcement Learning a été mise en annexe à la page 183.

## 4.9 Création de l'environnement de Reinforcement Learning

La création et le design de l'environnement à savoir la définition des états, des actions, du fait d'être un état terminal ou non, de l'état initial et la structure des récompenses sont des éléments importants pour le bon fonctionnement de l'algorithme. En effet, les choix qui sont effectués lors de cette étape de création peuvent avoir de grandes répercussions sur la convergence et les performances de l'algorithme. Les choix qui ont été faits sont les suivants :

### Les actions

Les actions sont le fait soit d'augmenter soit de diminuer l'une des variables modifiables de  $x\%$ . Par exemple, une action peut être le fait d'augmenter le TMG de 1%.

### Les états

Les états sont toutes les combinaisons des différentes variations possibles des variables modifiables. Par exemple, si l'on considère trois variables modifiables comme le taux de PPE, le TMG et le niveau d'actions, un état peut être TauxPPE = 2%, TMG = 1% et niveau d'actions = 20%.

### Les récompenses

Les récompenses sont définies dans une fonction nommée `step` qui représente le fait de réaliser une action. Cette fonction prend donc une action en entrée et renvoie plusieurs informations que sont : le nouvel état obtenu à la suite de l'action et la récompense obtenue. Les récompenses notées  $r$  sont donc définies de la manière suivante :

$$r = \begin{cases} 1 & \text{si } SCR_{new\_state}^{marché} < SCR_{old\_state}^{marché} \\ 0 & \text{si } SCR_{new\_state}^{marché} = SCR_{old\_state}^{marché} \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Table 41: Définition du reward

Le SCR de marché du state représente la prédiction du SCR de marché à l'aide de la méthode du Lasso, détaillée dans la précédente section.

## 4.10 Résultats de l'optimisation en Reinforcement Learning

### 4.10.1 Convergence de l'algorithme

À la fin de l'algorithme du Q-Learning, il est possible de vérifier que l'algorithme a bien fonctionné et en particulier que l'algorithme a convergé. Pour cela, nous traçons les récompenses accumulées lors de chaque épisode pour tous les épisodes de la phase d'apprentissage.

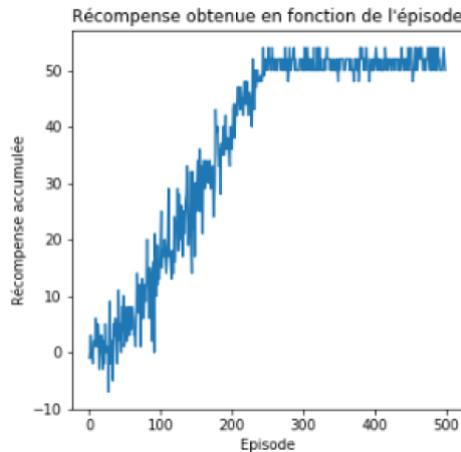


Figure 108: Récompense accumulée au cours du temps

Nous observons bien que l'agent, au fur et à mesure de la répétition des épisodes, maximise sa récompense accumulée lors d'un épisode. Cela montre que l'algorithme a convergé vers une solution qui maximise sa récompense accumulée future et qui, si la structure des récompenses est bien définie, nous amène donc bien vers la combinaison de variation optimale des variables modifiables, c'est-à-dire vers l'état optimal permettant de minimiser le SCR.

### 4.10.2 Impact sur le ratio de solvabilité

Résultats RL	Test 1	Test 2	Test 3
SCR Réel	2 826 596 175		
SCR initial Algo RL	2 231 158 967	1 981 158 967	2 111 690 928
SCR optimal RL	1 687 957 700		1 861 690 928
Convergence de l'algorithme	Oui		Non
Ecart de SCR	-1 138 638 475		-964 905 247
Variation (%) de SCR	-40%		-34%
Impact Estimé sur le ratio de Solvabilité	> 80 points		

Figure 109: Impact du RL sur les SCR et le Ratio

Nous testons notre algorithme sur un portefeuille ayant quasiment 3 milliards de SCR (résultat obtenu avec les modèles de projections) Ensuite l'algorithme choisit aléatoirement un état initial et estime un SCR en fonction de cet état, ainsi il est normal que le SCR initial change en fonction de chaque test. À la fin de l'algorithme de Reinforcement Learning, nous aboutissons sur un SCR diminué de -40% par rapport au SCR de départ. Le troisième test n'obtient pas le même SCR optimal, il n'a donc pas convergé. Cela s'explique par le faible niveau d'épisode pour ce test. Finalement, une estimation grossière sur le ratio de couverture permet de constater un impact supérieur à 80 points de ratio. Pour rappel l'outil de RL estime uniquement les SCR et non les fonds propres. L'estimation pour mesurer l'impact sur le ratio de couverture, a été faite en suivant l'hypothèse forte que les fonds propres étaient impactés uniquement à travers la variation de la VIF, estimée avec l'état optimal.

### 4.10.3 Limite de la méthode

Plusieurs limites importantes sont à signaler concernant l'implémentation de cette méthode :

- **Temps de calcul et nombre d'états/actions** : comme pour chaque problème d'optimisation, l'ensemble d'état doit évidemment être fini, mais c'est loin d'être suffisant surtout du point de vue de la puissance de calcul. Ainsi, il est évident, qu'un environnement contenant uniquement 125 états sera beaucoup plus simple à résoudre avec ce type d'algorithme, qu'un environnement contenant des milliers d'états. Il faut bien garder à l'esprit que chaque action (augmentation ou diminution de x%) produit un nouvel état durant lequel une hypothèse en question aurait évolué de x%. En partant de ce principe, nous allons être rapidement restreint par des problématiques de temps de calculs, aussi bien sur le choix de l'ensemble des hypothèses qui seront amenées à évoluer dans notre algorithme, mais également sur les bornes minimales et maximales de notre x%. En délimitant ces deux paramètres, de façon arbitraire, on réduit forcément la puissance de ce type d'algorithme. Le Deep Q-Learning, s'appuyant entre autres sur les réseaux de neurones, permettrait de pallier ce problème.

variables	Bornes	états	état initial	épisodes	temps d'exécution / épisode	temps d'exécution TOTAL
3	20/-20	125	aléatoire	1000	12-13s	3h30min
3	20/-20	125	aléatoire	1000	6s	1h45min
3	20/-20	125	aléatoire	500	12-13s	1h45min
3	20/-20	125	aléatoire	500	28s	4h00
5	50/-50	161051	aléatoire	6000	13s	20h
3	50/-50	1331	aléatoire	2000	4s	2h15min
3	50/-50	1331	[0, 0, 0]	2000	4s	2h15min
5	20/-20	3125	aléatoire	15000	4s	17h
3	50/-50	1331	[0, 0, 0]	2000	4s	2h15min
3	50/-50	1331	aléatoire	2000	4s	2h15min
5	20/-20	3125	aléatoire	10000	4s	11h20min

Table 42: Temps d'exécution de l'algorithme

- **Au niveau des choix faits lors de l'implémentation de l'algorithme de RL** : plusieurs choix d'implémentations restent discutables et peuvent incontestablement être améliorés que ce soit en termes de convergence, voir de pertinence des résultats. Nous pourrions par exemple imaginer définir l'état terminal lorsque le SCR d'un état passe en dessous d'un certain seuil jugé satisfaisant pour l'entreprise. Nous pourrions aussi redéfinir la structure de récompense en imaginant une récompense proportionnelle à l'amélioration du montant de SCR. Nous pourrions encore imaginer un autre type de décroissance pour le paramètre  $\epsilon$ .

- **La définition des contraintes et les choix possibles de l'IA** : plusieurs contraintes ont été mises en place, comme le niveau minimum d'actions que l'assureur doit détenir, limitant ainsi la vente de la totalité des actions, ce qui aurait pour conséquence une réduction du niveau du SCR mais ne correspondrait pas à

un cas réel. Dans la même logique, certaines variables ont été figées empêchant l'algorithme de les optimiser. Ainsi, même si le niveau de taux impacte fortement le niveau du SCR, comme il ne dépend pas directement de l'assureur, mais du contexte économique, il n'aurait pas été logique de laisser l'algorithme l'optimiser. La même question pourrait se poser pour le taux de rachat qui n'est pas à proprement parler à la main de l'assureur, mais qui dans notre cas faisait partie des paramètres sur lesquels l'IA pouvait intervenir.

• **Le rôle prépondérant de la prédiction** : il faut bien garder à l'esprit, que le résultat du gain attribué à l'algorithme afin de lui indiquer s'il est sur la bonne voie d'optimisation, provient d'une prédiction du niveau de SCR réalisé en machine learning et non pas d'un calcul réel de SCR à travers les modèles de projection. Idéalement, il aurait bien sûr fallu privilégier cette deuxième option, mais étant donné la complexité du système d'information de CNP Assurances, faisant interagir une très grande multitude de logiciels différents tels que Simcorp , Bloomberg ou Nemo (Nouvel Environnement de Modélisation) il n'était pas possible dans le cadre de ce mémoire de tous les relier et de les faire interagir de façon automatique. De fait, la prédiction du SCR qui peut être soumise à un aléa, peut introduire d'importants biais sur les résultats. De plus, comme pour tout problème de machine learning, la base de données influe considérablement sur l'apprentissage et, par conséquent, sur la prédiction. À ce sujet, nous remarquons certaines incohérences sur l'état supposé être optimal. Par exemple nous avons constaté que le niveau de TMG restait à 0%, tandis que normalement il aurait dû avoir un impact important. L'explication provient du fait que comme nous sommes dans un contexte de taux bas et qu'il n'existe pratiquement plus de TMG dans notre base de données, notre agent n'a rien pu apprendre sur cette variable. D'autres limites sur l'état optimal peuvent être soulignées. En effet, comme l'algorithme de RL se focalise uniquement sur l'évolution du SCR et non pas sur l'évolution du ratio global, une baisse des marchés actions peut être considérée comme une opportunité, car elle réduit effectivement le niveau de SCR, alors qu'en réalité elle va pénaliser plus fortement les fonds propres et, par conséquent, le ratio final.

## 4.11 Conclusion relative à l'optimisation en machine learning

Nous nous sommes intéressés dans cette section à deux techniques de Machine Learning, les techniques de prédiction Lasso et l'algorithme de Reinforcement Learning. Nous avons combiné ces deux méthodes pour mettre en place une démarche nous permettant de proposer des pistes d'améliorations du ratio de solvabilité. Concernant les techniques de prédiction, après avoir construit notre base de données d'apprentissage, nous avons confronté plusieurs méthodes et il s'est avéré que dans notre cas la régression de Lasso a donné de meilleurs résultats que le Random Forest ou le XGBoost. Grâce à cela, nous avons été en mesure de prédire assez rapidement le niveau de VIF et de SCR, sans passer par des calculs stochastiques coûteux en temps de calcul. Ces méthodes donnent des résultats satisfaisants, qui s'approchent du résultat de SCR réel, même si le biais introduit ne permet pas de s'affranchir des calculs réels. Cependant, nous pouvons imaginer que dans le cadre de réalisation d'étude, d'estimation ou de sensibilité, cadre où l'on n'a pas forcément besoin d'un résultat très précis, ces méthodes peuvent s'avérer assez puissantes, et peuvent répondre au besoin tout en faisant gagner un temps de calcul important.

C'est dans ce cadre, que nous avons couplé cette prédiction avec l'algorithme de Reinforcement Learning, capable de trouver l'état optimal et, par conséquent, le SCR optimal. Même si les résultats obtenus montrent clairement plusieurs limites qui ont été identifiées et évoquées, il faut bien garder à l'esprit que la très grande majorité de ces limites provient du lien avec la prédiction et de la base de données plutôt que de l'algorithme de Reinforcement Learning lui-même. En effet, comme montré, cet algorithme converge vers la solution optimale grâce à l'équation de Bellman et il peut être mis en place sans une grande complexité. Par conséquent, nous pouvons facilement imaginer que si cet algorithme était couplé directement avec le modèle de projection des résultats réels, nous pourrions aboutir à de meilleurs résultats.

Finalement, ce genre d'algorithme n'a pas destination à remplacer les techniques de management actions ou les analyses qui sont déjà mises en place, mais il peut à mon avis apporter une véritable aide à la décision dans des entreprises d'assurances, où le ratio de solvabilité prend de plus en plus d'importance, surtout dans un contexte de taux actuel où les points sont devenus une ressource rare. Les différentes contraintes et paramétrisations qui sont possibles avec cet algorithme, telles que la définition de seuil d'action à détenir ou d'un niveau cible de SCR, peuvent permettre d'obtenir de meilleures informations sur la solvabilité à l'instant  $t$  et ainsi être en mesure d'avoir une vision des risques plus globale.

## 5 Conclusion générale

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire à l'analyse et à l'amélioration du capital réglementaire dans un contexte de taux bas d'un produit d'épargne euro sous différents aspects : tout d'abord actuariel à travers les management actions, ensuite réglementaire en analysant la revue de Solvabilité 2020 et finalement à travers des techniques de machine learning.

Grâce aux management actions, nous avons été en mesure de réduire le risque et d'améliorer le ratio de solvabilité de l'assureur :

- La MA derisking action, consistant à vendre une partie de ses actions pour diminuer ce risque fortement pénalisant, a permis d'améliorer la solvabilité de **15 points**.
- La MA allongement de la durée de réinvestissement de trois ans a permis d'améliorer le ratio de solvabilité de **12 points** dans le cas d'une baisse des taux de -50bps en investissant sur des obligations de plus longue maturité.
- La commercialisation de contrats à garanties brutes de frais, c'est-à-dire que l'assureur s'engagerait uniquement à garantir le capital du fonds brut de frais de chargement et non plus net de frais de chargement, a permis de diminuer le coût des options et garanties puisque l'assureur a désormais la possibilité de prélever l'intégralité du montant des chargements sur les scénarios où les produits financiers sont très bas, améliorant ainsi le ratio de l'entreprise de **29 points**.
- Une étude concernant une incitation de rachat des contrats dans ce contexte de taux défavorable a permis d'améliorer le ratio de **5 points**.

Le cumul des différentes management actions et approches commerciales que nous venons d'évoquer, permettrait dans notre cas de réaliser une amélioration du ratio de solvabilité de l'entreprise de **53 points**.

En ce qui concerne la revue réglementaire de Solvabilité 2020 :

- La modélisation du risque de taux d'intérêt va désormais tenir compte du choc de taux en territoire négatif.
- La nouvelle méthode d'extrapolation calibrée avec un facteur de convergence à 10% ayant comme conséquence de réduire le rendement auquel les actifs seront réinvestis dans les projections en augmentant les provisions techniques et en réduisant les fonds propres éligibles.

Le cumul de ces deux effets détériore le ratio de solvabilité de notre entreprise de -50 points.

En contrepartie, l'EIOPA a revu ses propositions concernant l'application d'un choc réduit de 22% pour les investissements sur les actions à long terme afin de soutenir le financement de l'économie, sous condition de détention de 5 ans pour tout le portefeuille ainsi que pour un critère de duration des passifs supérieur ou égal à 10 ans. De plus, la revue du calcul du Volatility Adjustment est également bénéfique pour le ratio de notre entreprise. Aussi, nous nous sommes permis de présenter une contreproposition qui n'apparaît pas dans la revue de 2020, mais que nous trouvons légitime. Elle consisterait à modifier la corrélation taux / action de 50% à 0% en cas d'une exposition à la baisse des taux. Une étude s'appuyant sur l'étude réalisée par l'EIOPA pour estimer le facteur de corrélation de 50% a été réalisée en mettant à jour les données historiques de ces dernières années et en se basant sur des indices que nous avons trouvé plus adaptés. Si cette mesure était mise en place, elle permettrait d'améliorer le ratio de solvabilité de 18 points et d'ainsi contrebalancer une partie de l'effet sur le SCR taux.

Finalement, en couplant les techniques de prédictions et l'algorithme par renforcement, nous avons été en mesure dans un premier temps de prédire les SCR d'une façon bien plus rapide qu'avec les méthodes classiques. Ceci nous a permis de mettre en place, dans un second temps, notre algorithme par renforcement, qui grâce à sa convergence vers la solution optimale à travers l'équation de Bellman, nous a permis de trouver les paramètres optimaux pour améliorer le ratio de l'entreprise de plus de **80 points**.

## 6 Bibliographie

- [1] Stéphane LE MER, "*Calcul du capital économique en assurance vie*", 2009-2010.
- [2] Loic MICHEL, "*Impacts de management actions sur des indicateurs de risque et de rentabilité dans le cadre d'un contrat d'épargne Euro*", 2014-2015
- [3] Valentin SAVIDAN, "*Comptabilisation de la valeur temps des options et garanties intrinsèques d'un contrat d'épargne Euro selon la norme IFRS 4 – phase II*", 2015-2016
- [4] Estelle GERONDEAU, "*Ratio de couverture Solvabilité 2 d'un contrat d'épargne en euros, quels leviers de pilotage pour l'assureur ?*", 2016-2017
- [5] Wassim ELJ, "*Leviers d'amélioration de la solvabilité et du résultat des compagnies d'assurance-vie en période de taux bas*", 2016-2017
- [6] Vadjawé KARAMOKO, "*Etude comparative des référentiels IFRS 4 phase 2, Solvabilité 2 et MCEV : Exemple d'un contrat d'épargne Mono support euro*", 2017-2018
- [7] Adel MESSOUSSI, "*Application d'algorithmes de machine learning pour l'estimation du ratio de couverture d'un assureur-vie détenteur d'un produit épargne*", 2017-2018
- [8] François EWALD – Jean Hervé LORENZI, "*l'Encyclopédie de l'Assurance*", ECONOMICA, Ed. 1999
- [9] Michel PIERMAY – Pierre MATHOULIN – Arnaud COHEN, "*La Gestion Actif-Passif d'une compagnie d'assurance ou d'un investisseur institutionnel*", ECONOMICA, Ed. 2002.
- [10] Alain TOSETTI – Thomas NEHAR – Michel FROMENTEAU – Stéphane Ménart, "*Assurance : Comptabilité – Réglementation – Actuariat*" ; ECONOMICA, Ed. 2011
- [11] John HULL, "*Options, futures et autres actifs dérivés*", 10ème Ed. 2017
- [12] Richard S. SUTTON – Andrew G. BARTO, "*Reinforcement Learning : An Introduction*", 2015
- [13] European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA), "*Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la commission du 10 octobre 2014*", 2016.
- [14] European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA), "*Opinion on the 2020 review of Solvency II*", 2020.
- [15] Committee of European Insurance and Occupational Pension Supervisors (CEIOPS), "*Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II : SCR STANDARD FORMULA Article 111(d) Correlations*" 2010.
- [16] Banque Centrale Européenne (BCE), "*Rapport annuel 2020*", 2020
- [17] Fédération Française d'Assurance (FFA), "*Rapport annuel 2019*", 2019
- [18] H. NGUYEN and H. LA, "*Review of Deep Reinforcement Learning for Robot Manipulation*", Third IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC), Naples, Italy, 2019
- [19] Lex FRIDMAN, "*Introduction to Deep Reinforcement Learning*" , 2019  
<https://www.youtube.com/watch?v=zR11FLZ-O9Mt=2344s>
- [20] Machine Learning with Phil, "*How to Code Value Iteration — Free Reinforcement Learning Course Module 5c*" 2019 <https://www.youtube.com/watch?v=x0On4TQFarot=504s>

## 7 Annexes

### 7.1 Annexe 1 : Éléments constitutifs des Tiers 1,2 et 3

Tier	Éléments constitutifs
<b>Tier 1</b>	
Fonds propres de base :	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ capital appelé et versé lié à des actions ordinaires et actions privilégiées ;</li> <li>❖ primes d'émission ;</li> <li>❖ fonds excédentaires (surplus fonds conformément à l'article 91 de la directive) ;</li> <li>❖ réserve de réconciliation, comprenant l'excédent des actifs sur les passifs diminué des :               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ actions propres ;</li> <li>○ dividendes, distribution et charges prévisibles (que la direction envisage de proposer à la prochaine assemblée générale) ;</li> <li>○ éléments de fonds propres non inclus ci-dessus mais pour lesquels un accord des autorités de contrôle a été obtenu ;</li> </ul> </li> <li>❖ emprunts subordonnés remplissant les conditions d'éligibilité en Tier 1 : emprunts subordonnés à durée indéterminée éligibles à la couverture du besoin de marge de solvabilité dans solvabilité 1 – au titre des mesures transitoires</li> </ul>

Figure 110: Éléments constitutifs du Tier 1

<b>Tier 2</b>	
Fonds propres de base :	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ emprunts subordonnés remplissant les conditions d'éligibilité en Tier 2 : emprunts subordonnés à durée déterminée éligibles à la couverture du besoin de marge de solvabilité dans solvabilité 1 – au titre des mesures transitoires.</li> </ul>
Fonds propres auxiliaires :	<p>Cette catégorie comprend des éléments de fonds propres qui rempliraient les critères d'éligibilité en Tier 1 s'ils étaient appelés et versés :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ capital et actions de préférence non versés ou non appelés susceptibles d'être appelés sur demande;</li> <li>❖ les lettres de crédit et les garanties, pour autant que les éléments puissent être appelés sur demande et ne soient grevés d'aucune charge ;</li> <li>❖ les autres engagements juridiquement contraignants reçus par l'entreprise d'assurance ou de réassurance, pour autant que l'élément puisse être appelé sur demande et ne soit grevé d'aucune charge.</li> <li>❖ engagement de souscrire des dettes subordonnées sur demande ;</li> <li>❖ lettres de crédit et garanties détenues en fiducie au bénéfice de créanciers d'assurance et fournies par une institution de crédit.</li> </ul>
<b>Tier 3</b>	
Fonds propres de base :	<p>Les éléments suivants sont classés en Tier 3 :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ impôts différés actifs nets (montant figurant au bilan) ;</li> <li>❖ dettes subordonnées remplissant les conditions d'éligibilité en Tier 3.</li> </ul>
Fonds propres auxiliaires :	<p>Les fonds propres auxiliaires en Tier 3 comprennent les fonds propres auxiliaires (cf ci-dessus) qui ne remplissent pas les critères d'éligibilité dans la catégorie des fonds propres auxiliaires classés en Tier 2.</p>

Figure 111: Éléments constitutifs du Tier 2 et 3

## 7.2 Annexe 2 : Décomposition de la MCEV

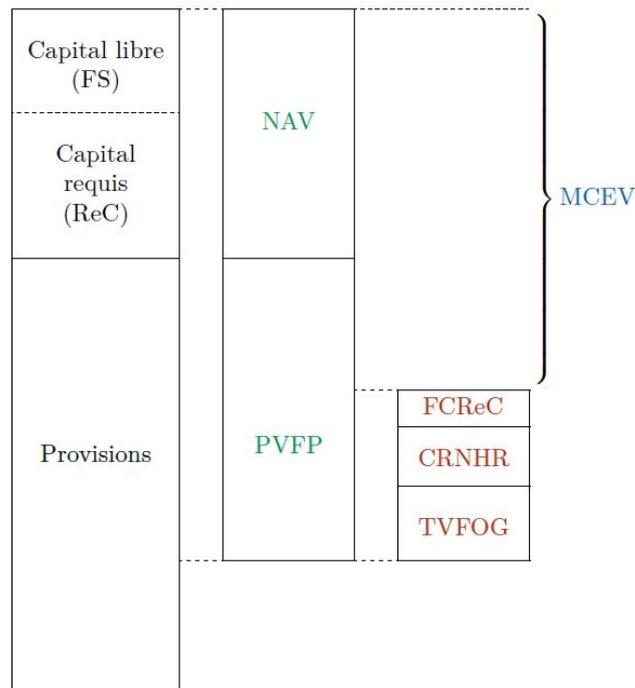


Figure 112: Éléments de la MCEV au sein du passif

Le capital détenu au delà du capital réglementaire est appelé Free Surplus (FS). La Net Asset Value correspond à la somme du capital requis et du capital libre :

$$NAV = ReC + FS$$

La VIF représente la valeur actuelle du portefeuille, c'est à dire la valeur actuelle des gains futurs. Elle est la somme de la Present Value of Future Profits (PVFP), soit la somme actualisée des futurs résultats liés au portefeuille observé aujourd'hui, à laquelle on soustrait ensuite plusieurs termes. Ces termes sont les coûts d'immobilisation du capital (FCReC), le coût des risques non couvrables (CRNHR) ainsi que la valeur temps des options et garanties (TVOG)

$$VIF = PVFP - FCReC - CRNHR - TVOG$$

Tous les termes qui composent la MCEV se calculent suivant des hypothèses spécifiques, décrites dans les MCEV Principes



Pour pouvoir exercer dans une branche d'activité, une société d'assurance doit faire une demande d'agrément à l'Autorité de contrôle prudentiel. L'agrément est accordé pour les opérations d'une ou plusieurs branches d'assurance. Les activités sont donc limitées aux branches pour lesquelles la société a été agréée. Néanmoins, ce principe de spécialisation peut être également nuancé avec la création de sociétés mixtes qui sont des sociétés opérant dans certaines branches d'assurance vie et qui peuvent couvrir les risques d'atteintes corporelles, de décès accidentels ou encore d'invalidité. Nous nous concentrerons dans ce mémoire sur l'assurance vie.

### Les différents types d'entreprises d'assurance en France

Il existe différents types d'entreprises d'assurance en France : - les sociétés anonymes d'assurance régies par le Code des assurance ;

- les bancassureurs régies par le Code des assurance ;
- les sociétés d'assurance mutuelles régies par le Code des assurance;
- les mutuelles dites Mutuelle 45 régies par le Code de la mutualité;
- les Instituts de prévoyance et caisses de retraite régis par le Code de la Sécurité sociale;

### Le Contrat d'assurance

Il s'agit d'un accord passé entre, d'une part une entreprise d'assurance, et d'autre part un souscripteur (individu ou collectivité) fixant à l'avance, pour une période déterminée, des échanges financiers en fonction d'un ensemble bien défini d'évènements aléatoires (contrat aléatoire) afin de couvrir un risque particulier. Le contrat d'assurance fait donc partie des contrats aléatoires. L'aléa est "l'évènement de hasard, d'incertitude, qui introduit dans l'économie d'une opération, une chance de gain ou de perte pour les intéressés et qui est de l'essence de certains contrats". Ainsi, une des conditions de réalisation d'un contrat d'assurance est la présence d'un aléa sur un risque. Sans aléa, il n'y a pas de contrat d'assurance.

L'assuré se confond très souvent avec le souscripteur du contrat, mais il peut être distinct. Il paie en général ses primes d'avance (d'où le terme prime, du latin primum, signifiant d'abord) et il fait ainsi crédit à son assureur. Dans le cas de survenance d'un sinistre, l'assuré se verrait attribuer une prestation. Le risque, auparavant supporté par une société ou un individu seul est transféré à une société d'assurance capable de le gérer. L'assurance permet ainsi de réduire l'incertitude et facilite la prise de risque dans la vie économique.

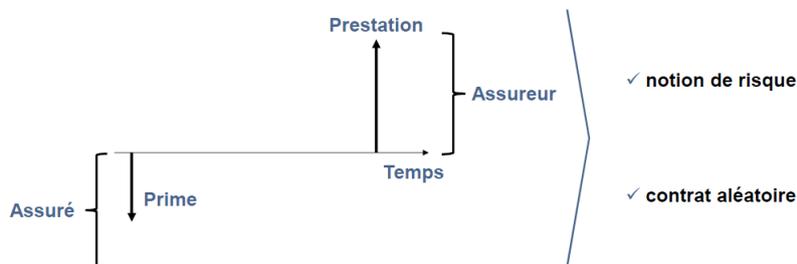


Table 44: Schéma général du contrat d'assurance

Le contrat dont la matérialisation est une police d'assurance comprend des conditions générales non personnalisées et des conditions particulières qui précisent notamment la durée de garantie, les caractéristiques du risque assuré, le montant des versements à faire par le souscripteur et le mode de détermination des prestations de l'assureur.

## Mutualisation des risques

Une compagnie d'assurance fait face à une multitude d'assurés. Supposons que les risques des individus ne sont pas en corrélation statistique : l'occurrence d'un sinistre pour un individu n'affecte pas la probabilité de sinistre chez les autres individus. L'assureur se comporte face aux risques individuels comme s'il était neutre au risque. Il considère que les sinistres des uns sont toujours compensés par les non-sinistralités des autres. Grâce à l'indépendance des risques, il est possible de faire appel à la loi des grands nombres, pour démontrer qu'en moyenne la somme des primes va bien faire face à la somme des sinistres. En effet, ce qui est important pour l'assureur n'est pas le profit moyen qu'il fait sur chaque contrat, mais le profit total qu'il fait sur l'ensemble de son activité.

Il s'agit du principe de mutualisation des risques, principe fondateur de l'assurance. La mutualisation consiste à répartir, entre les membres d'un groupe soumis à un même danger, les coûts engendrés par des sinistres qui toucheraient potentiellement une partie du groupe. Le but est de limiter le risque en partant du principe que tous les assurés ne vont pas être sinistrés en même temps. En théorie, la mutualisation réduit d'autant plus le risque qu'elle est diversifiée, faisant de la diversification le complémentaire de la mutualisation. Cette mutualisation assure donc à la fois un rôle économique, permettant de rendre les risques assurables, et un rôle social, créant ainsi une cohésion sociale entre les assurés.

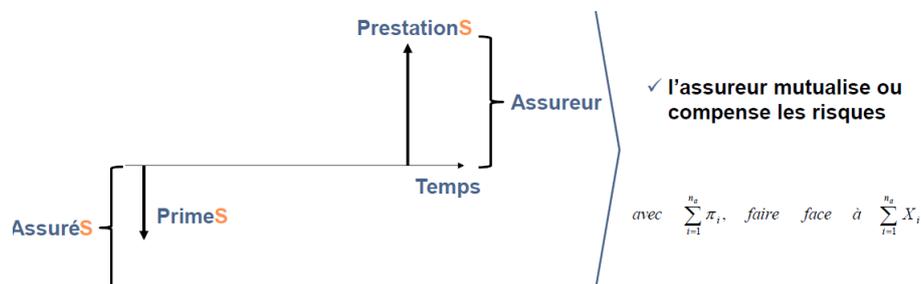


Table 45: Schéma général du contrat d'assurance

## Le Contrat d'Assurance Vie

L'assurance vie est un contrat d'assurance, dont l'aléa est strictement circonscrit à la durée de vie humaine. En d'autres termes, le décès et la survie constituent les deux seuls événements dont les conséquences financières sont prises en charge par l'assurance vie. Il est intéressant de noter que ces deux événements sont par définition exclusifs l'un de l'autre et parfaitement complémentaires. Ceci nous permet de scinder l'assurance vie en deux grandes catégories.

- Assurance en cas de vie qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire si l'assuré est en vie à la fin du contrat. Concernant ce contrat, il est intéressant de signaler que "le risque" porte de façon assez peu appropriée sur la survie de l'assuré.
- Assurance en cas de décès qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire en cas de décès de l'assuré.

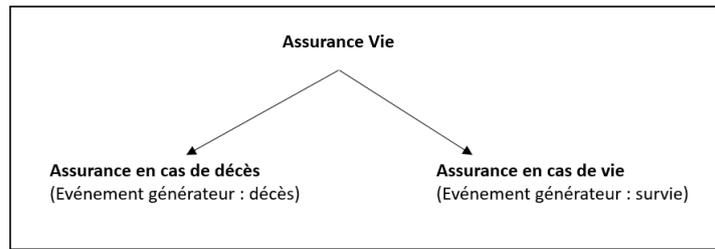


Figure 114: Assurance en cas de vie et assurance en cas de décès

Il reste cependant une subtilité assez importante et qui mérite d'être soulignée : l'évènement risqué n'est pas toujours confondu avec l'aléa auquel il est attaché.

Par exemple, dans une garantie de "vie entière", qui consiste dans la couverture du risque décès, quelle que soit sa date de survenance, l'évènement "décès" est, par définition, certain; seul le moment où il interviendra reste soumis au hasard. Le contrat "vie entière" fait bien partie de la famille des assurances en cas de décès mais l'aléa assuré est la date du décès et non le décès lui-même. L'évènement (décès) est donc distinct de l'aléa (date du décès). Dans d'autres formules, l'aléa et évènement sont confondus, il s'agit notamment des garanties "temporaires en cas de décès". Ainsi, les assurances décès traitent d'un seul évènement pour deux types d'aléas : aléa du décès proprement dit et aléa de la date du décès.

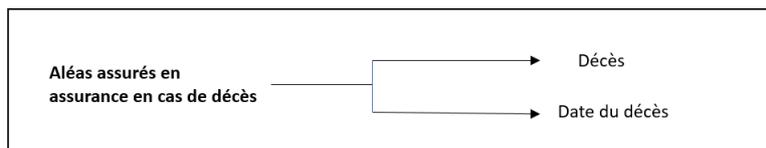


Figure 115: Assurance vie en cas de décès

De leur côté, les assurances en cas de vie ont à faire face à deux types d'incertitudes : la survie à l'échéance du contrat, d'une part, et, d'autre part, la durée de vie après l'échéance. Dans le premier cas, il s'agit de couvrir par exemple un besoin de capital à une échéance prédéterminée (assurance "capital différé"). Dans le second cas, on répondra à un besoin de revenus viagers (assurance de rente viagère)

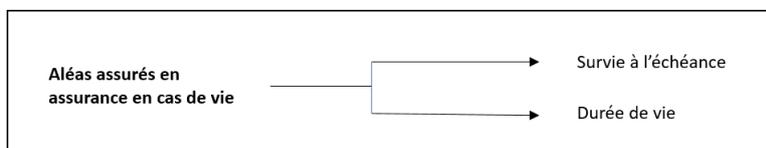


Figure 116: Assurance Vie en cas de vie

il existe donc au total deux évènements et trois aléas auxquels s'attachent à répondre les formules d'assurance vie, qu'elles soient "en cas de décès" ou "en cas de vie"

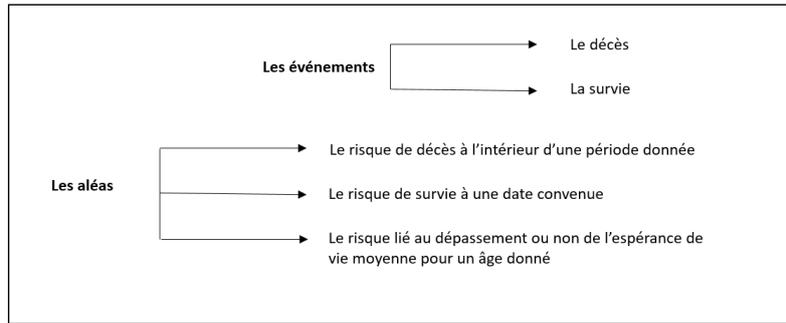


Figure 117: Deux événements et trois aléas

Malgré un champ évènementiel et un nombre d'aléas relativement limité, l'assurance vie n'en présente pas moins des possibilités de combinaisons extrêmement variées répondant de façon très complète aux préoccupations de tout individu en la matière. Cette richesse s'explique par le fait qu'un contrat d'assurance vie peut afficher simultanément une composante "en cas de décès" et une composante "en cas de vie". De plus, il peut s'adresser tout aussi simultanément à deux assurés à la fois. Ce type de contrat, dit "sur deux têtes" vise plus particulièrement la protection de la famille. Il répond avec pertinence à un ensemble de besoins de couverture décès en capital ou en rente, ou à des besoins de retraite.

### Le Mécanisme du Contrat d'Épargne Euro

L'assuré verse une ou plusieurs primes à l'assureur, qui les place sur les marchés financiers pour dégager du rendement et constituer sa production financière. Cette dernière est composée des coupons d'obligations, des dividendes des actions, des loyers des actifs immobiliers, ect. L'assuré peut à tout moment racheter une partie ou l'intégralité de son épargne. Il choisit, au terme du contrat, soit de percevoir un capital immédiatement soit de convertir l'épargne acquise sous forme de rente.

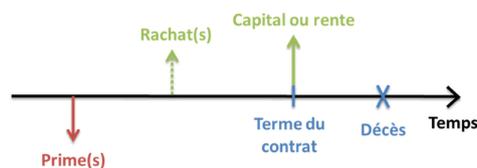


Figure 118: Les flux d'un contrat d'épargne jusqu'à son terme (cas non-viager)

Les produits d'épargne Euro cumulent également une garantie en cas de décès. Certains assurés conservent ainsi leurs contrats jusqu'à leur décès afin de transmettre l'épargne accumulée chaque année à leurs bénéficiaires à travers une fiscalité avantageuse. Les bénéficiaires ont la possibilité de percevoir un capital ou une rente.

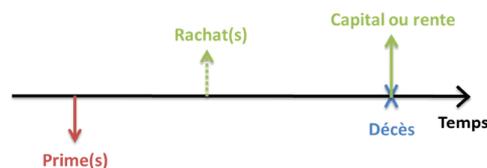


Figure 119: Les flux d'un contrat d'épargne jusqu'au décès

## 7.4 Annexe 4 : Comptabilité d'assurance

Le plan comptable général est une réglementation de normalisation comptable édictée par l'Autorité des normes comptables en France. Cette dernière définit les règles comptables applicables aux entreprises domiciliées en France, ainsi que la présentation de leurs comptes financiers dans le but de restituer une image fidèle et sincère de la situation patrimoniale de l'entreprise.

En ce qui concerne les compagnies d'assurance, la nature aléatoire des engagements de l'assureur, ainsi que leurs durées parfois très longues, sont deux caractéristiques très gênantes pour arrêter des chiffres comptables. Pour ce faire, la comptabilité doit nécessairement s'adapter à l'inversion du cycle de production des entreprises d'assurance.

Usuellement, une entreprise qui souhaite commercialiser un produit ou un service fixe son prix de vente en fonction du prix de revient, le chiffre d'affaires dépend alors du nombre de biens ou de services vendus. L'assurance est l'unique secteur économique pour lequel ce processus est inversé : la prime est encaissée avant le versement éventuel d'une indemnité. Autrement dit, une société d'assurance fixe a priori sa prime (prix de vente) et connaît son chiffre d'affaires, avant de constater a posteriori le montant total des sinistres survenus (prix de revient).

Les primes vont alors être la résultante d'estimations statistiques des montants futurs de sinistres. L'assureur devant faire face à tout moment à ses engagements, il constitue des réserves, ou provisions techniques à partir des primes collectées. La comptabilité doit nécessairement s'adapter pour traduire cette inversion de cycle à travers :

- Un compte de résultat en fonction de l'étape du cycle d'exploitation : acquisition, administration, règlement du sinistre.
- Un bilan qui affiche le niveau des engagements à l'égard des assurés qui sont donc des créanciers privilégiés.

La conséquence principale de ce phénomène d'inversion du cycle de production est la suivante : une société d'assurance détient, à travers les primes des assurés, une masse de capitaux très importante. Les assureurs n'ont donc pas de problème de liquidité, cependant leur patrimoine ne permet pas de juger de leur bonne gestion. En effet, ils placent les primes sur les marchés financiers, avant de régler d'éventuels sinistres. Leurs placements viennent donc en représentation de leurs engagements ; ces derniers dépendent donc de la nature et de la durée des contrats. Ils doivent également être considérés comme des placements sûrs, liquides et rentables. Pour ces raisons, les assureurs investissent dans des obligations d'Etats, ou des obligations de très bonne qualité. En tant qu'investisseur institutionnel, les assureurs jouent un rôle fondamental dans l'économie. Nous verrons quelques chiffres concrets dans la section relative au contexte économique.

### **Le bilan**

Un bilan fournit à une date précise, traditionnellement le 31 décembre, d'une part l'inventaire des avoirs qui

constituent l'actif, et d'autre part, au passif, les dettes et l'évaluation des engagements. La différence, normalement positive, entre les avoirs et les dettes ou engagements, apparaît au passif sous l'appellation "fonds propres".

ACTIF		PASSIF	
Placements	95	Fonds propres	8
Autres actifs	5	Provisions techniques	80
		Dettes	12
<b>Total</b>	<b>100</b>	<b>Total</b>	<b>100</b>

Figure 120: Bilan simplifié en assurance

Actif	Passif
Capital souscrit non appelé	Capitaux propres
Actifs incorporels	Passifs subordonnés
Placements (y.c. UC)	Provisions techniques brutes (y.c. UC)
Provisions à charge des réassureurs	Provisions pour risques et charges
Créances	Dettes pour dépôts en espèces reçus
Autres et comptes de régularisation	Autres dettes et comptes de régularisation

Figure 121: Structure du bilan

### Le compte de résultat

Il s'agit d'une liste de produits et de charges permettant d'analyser l'activité de l'entreprise entre deux bilans successifs. Nous allons voir que ce ne sont pas toujours des mouvements de trésorerie (des recettes et des dépenses) qui figurent dans cette liste et les chiffres retenus sont largement dépendants des évaluations au bilan. Les valeurs suivantes d'un compte très simplifié sont ainsi en rapport avec le bilan présenté précédemment et représente la situation en fin d'exercice.

Rubriques	Montants
Primes acquises	25
+ Produits des placements	+6
- Charge des sinistres payés	-10
- Charge des provisions	-16
- Frais de gestion	-3
= Résultat de l'exercice	+2

Figure 122: Compte de résultat simplifié

Compte de résultat technique Vie	
+	Primes
+	Produits des placements
+	Ajustements ACAV
+	Autres produits techniques
-	Charges des sinistres
-	Charges des provisions techniques
-	Participation aux résultats
-	Frais d'acquisition et d'administration
-	Charges des placements
-	Autres charges
=	Résultat technique Vie

Figure 123: Structure du compte de résultat

Le sinistre est ainsi affecté à l'exercice dans lequel est intervenu le fait générateur, même si le règlement doit intervenir plus tard. Dans ce cas, les paiements futurs sont estimés et portés en provision. Symétriquement les primes sont affectées à l'exercice pour la période de garantie qui y est incluse. Ainsi, si un versement fait dans l'année couvre une période de garantie allant au-delà du 31 décembre, seule la quote-part afférente à l'exercice en cours apparaît dans les primes acquises.

Une partie substantielle du résultat est conservée, si elle est positive, pour alimenter les fonds propres. Si le résultat est déficitaire, il s'imputera sur les fonds propres, dans la mesure où ils sont suffisants.

### La provision mathématique (PM)

En assurance vie, il existe une triple corrélation issue du contrat d'assurance, entre les primes versées par l'assuré et les engagements de l'assureur, entre les provisions techniques et les actifs qui les représentent, entre les résultats de l'entreprise et les participations des assurés aux bénéfices.

Les provisions techniques, qui mesurent au bilan les engagements contractuels de l'assureur vis-à-vis de ses

assurés, doivent être suffisantes. Cependant, pour constituer ces provisions et les représenter par des actifs équivalents, l'entreprise doit collecter des primes suffisantes, ce qui suppose des bases techniques adaptées aux engagements contractuels : il doit exister une compatibilité entre les taux garantis aux assurés et le rendement réel des placements de l'entreprise.

S'ils sont trop prudents, les tarifs entraînent des surcoûts pour l'assuré qui achète ainsi sa sécurité et préférera aller s'assurer chez un autre assureur, dans un milieu de plus en plus concurrentiel.

Le bénéfice qui en résulte pour l'assureur doit être, au moins en partie, restitué aux assurés sous forme de participation aux excédents. Les bases techniques des tarifs (table de mortalité, taux d'intérêt garanti, chargement) restent réglementées en France.

Les provisions techniques comprennent principalement la provision mathématique (80 à 90%) qui mesure au bilan la différence entre les valeurs actualisées à la date de l'inventaire des engagements pris respectivement par l'assureur et par l'assuré comme stipulé dans l'article R 331-3 du Code des assurances. Nous pouvons dire que la provision mathématique représente en quelque sorte à un instant donné l'épargne constituée par l'assuré, et sert de référence à la valeur de rachat du contrat lorsque l'assuré décide d'y mettre fin prématurément.

En ce qui concerne les participations aux bénéfices, la réglementation impose un montant minimum de bénéfices à distribuer, mais la répartition de la masse monétaire à partager est laissée à la discrétion de l'entreprise.

En assurance vie, le passif du bilan est dépendant de l'actif. En effet, le choix et la rentabilité des placements déterminent les tarifs, les provisions mathématiques et les participations aux bénéfices. L'activité de gestion de portefeuille se retrouve ainsi au cœur de l'activité de l'assureur.

### **La provision pour participation aux excédents (PPE)**

La provision pour participation aux excédents (PPE), définie à l'article R331-3 du Code des assurances, permet à l'assureur de lisser la revalorisation des contrats d'épargne en euros distribuée aux assurés au fil des années et ainsi de s'affranchir des fluctuations des rendements financiers et d'autres chocs potentiels. Elle autorise l'assureur à incorporer le montant de participation aux bénéfices dans cette provision à condition de la restituer aux assurés dans les huit ans. L'assureur réalise alors un arbitrage entre le fait d'utiliser la PB pour servir une rémunération attractive aujourd'hui servant à attirer davantage de clients ou bien de doter la PPE et de limiter ainsi son exposition aux aléas financiers futurs. En cas de difficultés dans le futur, l'assureur pourra utiliser cette provision.

## **Evaluation des Actifs**

### **Les types de placements**

Deux types de placements sont distingués par le Code des assurances :

- R343-9 les placements obligataires.

- R343-10 les autres placements (actions, prêts, immobiliers , ect.).

Ces placements sont enregistrés au bilan à la valeur nette comptable sous la norme française (French gaap) correspondant à la valeur d'acquisition diminuée d'une correction de valeur. Cette correction est l'amortissement actuariel (pour les placements R343-9 uniquement).

### **Les titres amortissables**

L'amortissement correspond à la constatation comptable et annuelle de la perte de valeur des actifs d'une entreprise du fait de l'usure du temps ou de l'obsolescence. Les obligations sont des titres amortissables

$$Valeur\ obligation(t) = valeur\ achat(0) + amortissement\ de\ la\ surcote/decote + coupon\ couru(t)$$

La surcote/décote est égale à la différence entre la valeur nominale et la valeur d'achat de l'obligation

### **Les titres non amortissables**

Les actions, les actifs immobiliers, les OPCVM sont des titres non amortissables. L'évaluation de ces titres au bilan d'une compagnie d'assurance résulte de trois articles du Code des assurances :

- la comptabilisation au prix d'acquisition
- l'enregistrement d'une éventuelle provision pour dépréciation à caractère durable (PDD)
- le calcul global de la provision pour risque d'exigibilité des engagements techniques (PRE)

### **Les plus ou moins values latentes (PMVL)**

Les plus-values (respectivement les moins-values) latentes sont des profits (respectivement des pertes) non encore réalisés. Elles apparaissent lorsque la valeur de marché des actifs est supérieure (respectivement inférieure) à la valeur d'acquisition. La réalisation de plus-values latentes permet d'augmenter la production financière de l'assureur. De même que la PPE, les plus-values latentes font partie de la richesse accumulée dans un fond en euros. Suite à un rachat, l'assuré cède aux autres assurés du fond la richesse qu'il a contribué à générer.

## 7.5 Annexe 5 : Contexte économique et financier

### Le marché de l'assurance vie

En 2019, l'assurance en France a collecté 228 Md€ de cotisations, ce qui représente quasiment 10% des 2427Md€ de PIB. Plus de deux tiers de ces cotisations proviennent de l'assurance vie. Le portefeuille de placement des sociétés d'assurances est de 2344Md€, soit 97% du PIB. L'assurance emploie 150 000 personnes en France sur les 30 millions de personnes actives. Cela représente 1 français actif sur 200. Ces différentes statistiques reflètent le poids économique et social particulièrement élevé de cette industrie.

	2018 en Md€	2019 en Md€	Évolution
<b>Cotisations (ensemble)</b>	<b>219,6</b>	<b>227,9</b>	<b>+3,8%</b>
<b>Cotisations en Assurances de personnes</b>	<b>163,4</b>	<b>169,4</b>	<b>+3,7%</b>
• dont Vie et capitalisation	139,7	144,6	+3,5%
• dont Maladie et accidents corporels	23,7	24,8	+4,8%
<b>Cotisations en Assurances de biens et de responsabilité</b>	<b>56,2</b>	<b>58,6</b>	<b>+4,2%</b>
• dont Particuliers	35,5	36,9	+3,8%
• dont Professionnels	20,7	21,7	+5,0%

Figure 124: Les cotisations en assurance

En raison de son succès, l'assurance vie joue un rôle primordial dans l'économie. Elle finance massivement, les entreprises (59%) les États (33%), sous forme d'obligations (66%), d'actions (19%) et d'immobiliers (5%)

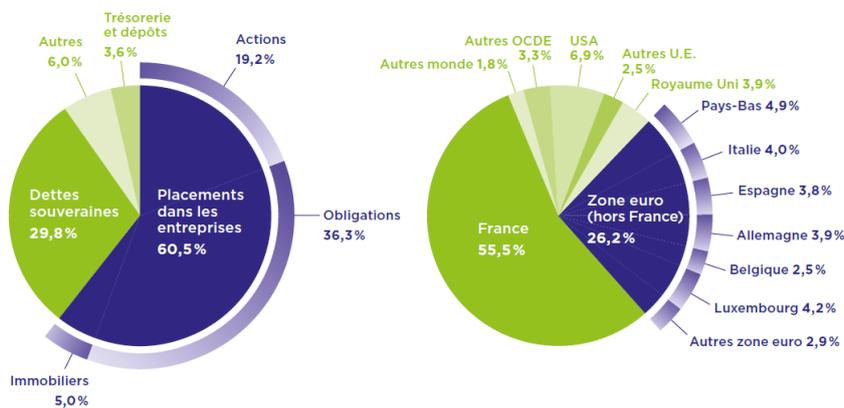


Figure 125: Les placements des entreprises d'assurances

Support d'investissement financier préféré des français, l'assurance vie représente le premier poste de placements financiers de ces derniers.

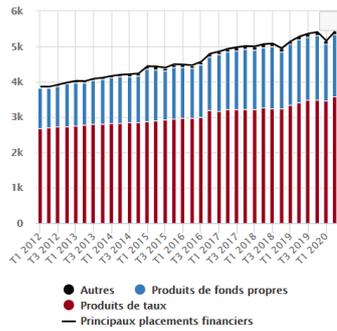


Figure 126: Encours des placements financiers des ménages en valeur de marché (Mds EUR)

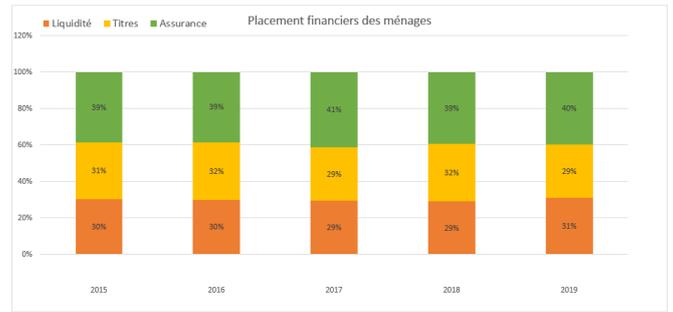


Figure 127: Patrimoine des ménages par actifs financiers

Les sociétés d'assurances sont aussi les premiers détenteurs résidents de la dette de l'État. La dette négociable de l'État représente quasiment 2000 Md€ à fin 2020. Les non-résidents sont les premiers détenteurs (à 64%). Parmi les détenteurs résidents, les sociétés d'assurance arrivent en tête avec 20% de l'ensemble de la dette de l'État au sein de leur portefeuille

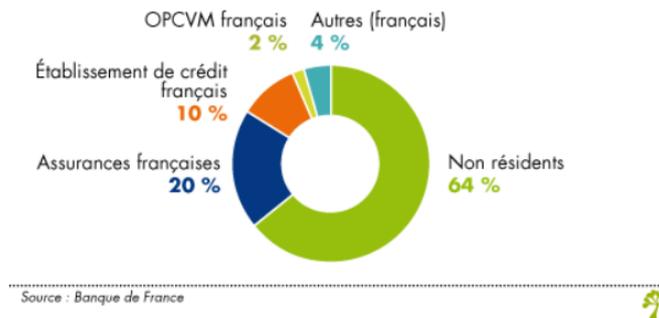


Figure 128: Détention des OAT par type de porteurs

Les assureurs participent également de façon significative aux investissements socialement responsables (ISR), appliquant les principes du développement durable aux placements financiers.

Les cinq premiers assureurs vie en France représentent plus de la moitié du marché de l'assurance. CNP Assurances est le leader du secteur de l'assurance-vie.

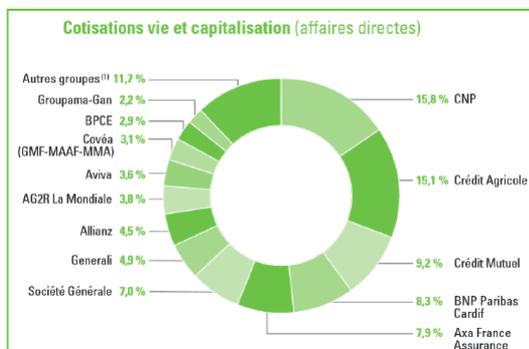


Figure 129: Principaux assureurs vie en France

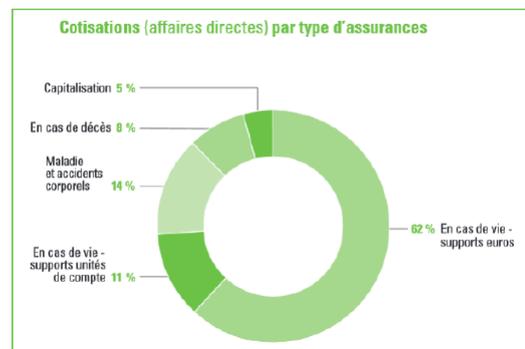


Figure 130: Contrats d'assurance vie en France

## Zoom sur l'épargne

En 2019, les cotisations des contrats d'épargne sont en hausse de 3,5% par rapport à l'année 2018. La progression des cotisations investies sur les contrats en unités de compte (+3,4%) est sensiblement la même que sur le périmètre euros (+3,5%). La part des supports en unités de compte dans les cotisations est de 28%, niveau identique à celui de 2018. En même temps, les prestations enregistrent une progression de 3,8% par rapport à l'année précédente. On aboutit à une collecte nette positive sur l'année 2019, qui est légèrement supérieure de 400 millions à celle de l'année 2018.

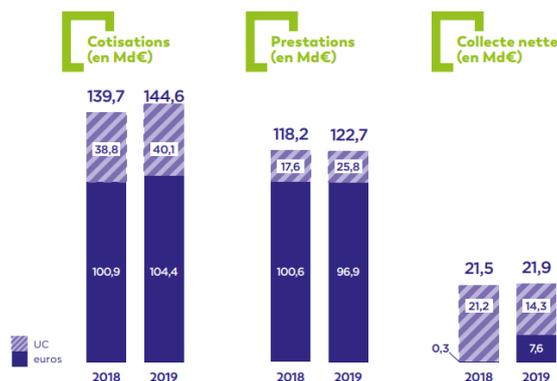


Figure 131: Épargne Euro et UC

Le taux de revalorisation des supports euros a continuellement chuté ces dernières années. Entre 2013 et 2015 il a baissé de -30 pts de base en moyenne par an. Il s'est ensuite stabilisé entre 2016 et 2018, avant de rechuter fortement de -37 points de base en 2019, puis de -36 points de base en 2020 (rendement estimé à 1,1 %) . Le contexte de taux d'intérêt très bas pèse donc fortement sur les assureurs. Nous notons tout de même que la baisse du taux de revalorisation, reste supérieure à l'évolution observée du taux de rendement de l'actif. En effet l'OAT 10 ans a chuté de -59 points de base pour atteindre un niveau de 0,13% en 2019 et atteint un niveau négatif de -0,2% en 2020. Les assureurs se dotent de la provision de participation aux bénéfices pour gonfler leurs revalorisations. L'assurance vie continue tout de même de servir une rémunération plus compétitive que le livret A (0,75% en 2019 et 0,50% en 2021 son plus faible niveau historique)



Figure 132: Taux de revalorisation des contrats d'épargne



Figure 133: Taux du Livret A

Le bilan détaillant l'actif et le passif, ainsi que le compte de résultat de l'ensemble des organismes d'assurances en France en 2019 sont détaillés ci-dessous.

## Bilan de l'actif et du passif des compagnies d'assurances en France

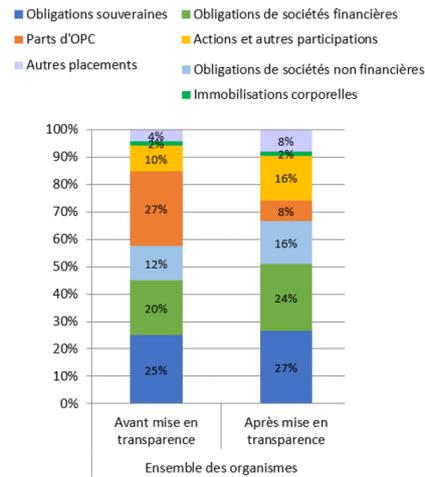


Figure 134: Bilan de l'Actif (avant et après transparence)

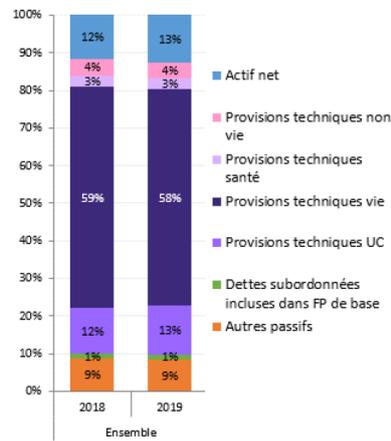


Figure 135: Bilan du Passif des compagnies d'Assurances

En milliards d'euros	Activité Vie			Activité Non Vie			Total		
	2017	2018	2019	2017	2018	2019	2017	2018	2019
Primes acquises (a)	158,7	163,7	171,5	134,4	138,5	143,7	293,1	302,2	315,2
- dont primes cédées	10,8	9,7	11,4	25,9	25,6	27,3	36,6	35,3	38,7
Charges des sinistres et dotations aux provisions (-) (b)	163,1	117,5	206,5	102,7	103,5	108,8	265,8	221,0	315,3
- Prestations et frais payés	136,2	125,9	125,3	81,8	85,0	87,5	218,0	210,9	212,8
- Dotations aux provisions	17,5	-16,5	70,3	1,6	1,0	1,0	19,1	-15,5	71,3
- Charges et provisions cédées	9,4	8,0	10,9	19,2	17,5	20,3	28,7	25,5	31,2
Participation aux résultats (c)	39,0	35,9	34,4	0,7	0,8	0,9	39,8	36,7	35,3
Produits financiers nets (d)	67,4	15,2	94,9	5,7	5,8	5,6	73,1	21,0	100,4
- dont produits des placements	65,6	61,7	62,8				18,2	61,7	62,8
- dont ajustements ACAV nets	18,2	-30,3	49,2				18,2	-30,3	49,2
Frais d'acquisition et d'administration (-) (e)	16,1	16,4	17,1	28,0	29,6	31,7	44,1	45,9	48,8
Solde de réassurance calculé (f)	-0,4	-0,7	0,4	-2,8	-3,6	-2,0	-3,2	-4,3	-1,6
Résultat technique (g) = (a) - (b) - (c) + (d) - (e) + (f)	7,5	8,5	8,8	5,9	6,8	5,8	13,3	15,3	14,6
Produits financiers nets du résultat non technique							4,5	4,7	5,1
Autres éléments non techniques							-6,2	-5,5	-6,7
Résultat net							11,6	14,5	12,9
Rentabilité (résultat net / fonds propres)							6,5%	7,8%	6,9%

Figure 136: Compte de Résultat du marché Français

## Zoom sur le Taux de Couverture et les SCR

Depuis 2014, les assureurs évoluent dans un contexte de taux historiquement bas. Cette situation pèse sur la solvabilité des assureurs, entraînant une réduction mécanique de leurs fonds propres et une augmentation de leurs exigences en capital. L'année 2019 a été marquée par une accentuation de la baisse des taux à partir du deuxième trimestre. Pourtant malgré cette baisse continue des taux, la solvabilité des organismes vie s'est tout de même considérablement améliorée. Cela s'explique par la modification intervenue dans l'arrêté du 24 décembre 2019 relatif aux fonds excédentaires en assurance vie. En effet, depuis cet arrêté, les assureurs ont la possibilité de comptabiliser la provision pour participation aux bénéfices dans les fonds propres éligibles en couverture du capital réglementaire. La prise en compte de ces réserves a augmenté le ratio de solvabilité de 30 points en moyenne.

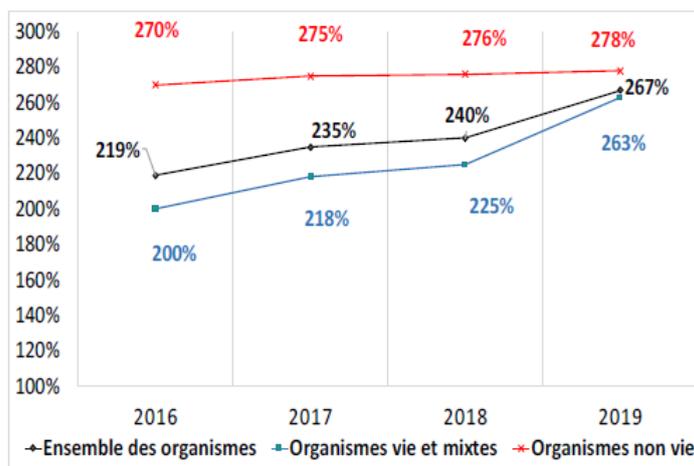


Figure 137: Ratio de solvabilité des organismes soumis à Solvabilité II

Le module de "risque de marché" représente la plus grosse contribution (81%) de la mesure du SCR global en assurance vie. Pour cette raison, les leviers qui seront mis en place pour optimiser la solvabilité se focaliseront principalement sur les sous-modules qui composent ce SCR. Compte tenu de la construction des portefeuilles d'actifs, ce sont les actions et les spreads des obligations corporate qui sont les plus coûteux en capital, respectivement 39,7% et 32,4%. Bien que les taux soient très défavorables, l'impact sur le SCR taux reste mesuré (8,2%) ce point sera analysé en détail ultérieurement.

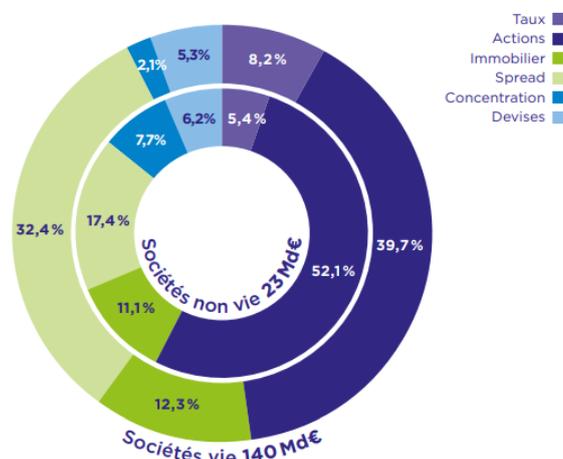


Figure 138: Décomposition du risque de marché (avant diversification)

## La conjoncture économique et financière en 2020

L'année 2020 a été marquée de façon inédite par la crise sanitaire. Sans surprise, on se situe donc dans un contexte économique historiquement défavorable.

L'obligation assimilables du Trésor (OAT) 10 ans rapporte désormais un taux négatif de -0,33% (niveau assez proche de son plus bas niveau historique de -0,42% en août 2019). L'Euribor 3 mois, taux de référence inter-bancaire de la zone euro, rapporte également un taux négatif, de -0,54%, ce qui constitue son plus bas niveau jamais atteint. En ce qui concerne le CAC 40, il a perdu 7,14% par rapport à 2019, mais il est tout de même bien remonté par rapport au 3754 points du 18 mars 2020, notamment suite aux annonces des vaccins contre la Covid.

Le PIB ayant chuté de 8,3%, la France est entrée en récession. La dette de la France s'établit désormais à 2674,3Md€ à la fin du troisième trimestre 2020. Les dépenses de consommation des ménages ont fortement baissé en raison des nombreuses fermetures de commerces : -5,4% au quatrième trimestre. En contrepartie, le taux d'épargne des français a atteint un record en dépassant les 20% en 2020.

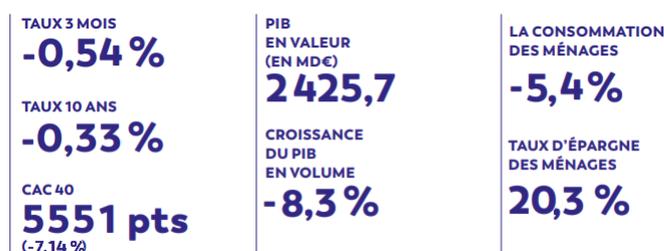


Figure 139: Chiffres clés au 31-12-2020

C'est dans ce contexte très particulier, que nous allons suivre le coût des contrats d'épargne euro pour l'assureur. Si la crise sanitaire a eu un effet indéniable sur l'économie et les marchés actions, elle n'est pourtant pas à l'origine de la baisse des taux, constatée depuis plusieurs années. Pour comprendre ce phénomène, il faut se replacer dans le contexte de la crise financière de 2007 et s'intéresser à la politique monétaire de la Banque centrale européenne.

## La politique monétaire de la Banque centrale européenne

La Banque centrale européenne (BCE) est la principale institution monétaire de l'Union européenne. Elle a pour objectif de définir les grandes orientations de la politique monétaire de la zone euro. Sa principale mission est de maintenir la stabilité des prix, c'est-à-dire de sauvegarder la valeur de l'euro.

### Le rôle de la BCE

La BCE doit maintenir la stabilité des prix, ce qui signifie que les prix ne doivent pas enregistrer une hausse importante (inflation) ou une baisse continue (déflation). Les longues périodes d'inflation, comme l'hyperinflation de la République de Weimar (régime politique en Allemagne de 1918 à 1933) et de déflation, comme celle connue à travers la grande dépression de 1929 aux États-Unis, ont eu des répercussions négatives sur l'économie. Il faut savoir que la Banque centrale ne peut pas financer directement le Trésor public à travers la création de

la monnaie. Les États sont obligés de passer par les marchés monétaires et financiers pour se financer auprès des banques commerciales et des investisseurs. C'est ce que prévoit le traité de Maastricht, traité fondateur de l'Union européenne en 1992. Le but étant d'éviter la dévaluation de la monnaie, comme cela s'est produit en Allemagne dans les années 1920 lorsque le pays était fortement endetté, suite à la Première Guerre mondiale, et l'enclenchement de la planche à billets, c'est-à-dire une création de monnaie plus rapide que ce que l'économie ne nécessite, par le gouvernement allemand. Ceci avait produit une hyperinflation du Mark et une perte de confiance dans la monnaie. L'État français qui avait également lutté contre l'inflation et souhaité être plus rigoureux vis-à-vis de la planche à billets, avait mis en place dès 1973, avant le traité de Maastricht, un décret interdisant à l'État d'emprunter directement à la Banque de France, l'obligeant à se financer sur les marchés.

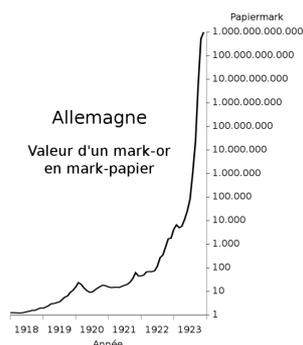


Figure 140: Hyperinflation allemande 1923

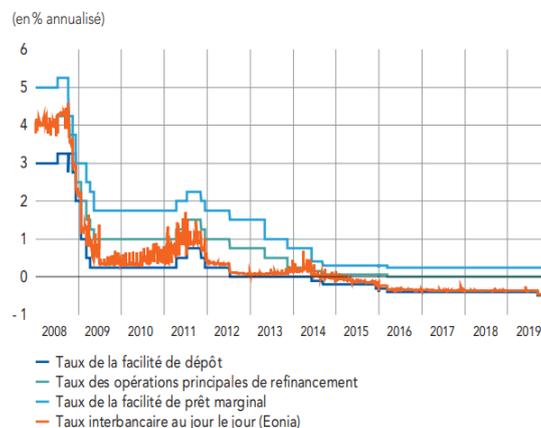
La BCE estime que le bon niveau d'inflation pour l'économie serait de 2% ou légèrement inférieur. Pour parvenir à cet objectif, deux approches s'offrent en théorie à une banque centrale. La première approche est l'approche économique qui vise à évaluer les facteurs déterminant l'évolution des prix à court et moyen terme, en mettant l'accent sur l'activité réelle et les conditions financières dans l'économie. Pour ce faire, la BCE analyse régulièrement l'évolution de la production globale, les politiques budgétaires, la balance des paiements de la zone euro, les prix des actifs et les rendements financiers. Ceux-ci peuvent en effet servir à obtenir des informations sur les anticipations d'inflation par les marchés financiers. Par exemple, lorsque les investisseurs se mettent à vendre des obligations, cela peut signifier qu'ils anticipent implicitement que des tensions inflationnistes vont conduire à une hausse des taux d'intérêt (et donc à une baisse de la valeur des obligations). La deuxième approche est l'analyse monétaire qui est axée sur un horizon à plus long terme, et qui s'appuie sur la quantité de monnaie en circulation et les prix (la théorie quantitative de la monnaie). Cette théorie économique est fondée sur la relation de causalité entre la masse monétaire et l'inflation, qui est fortement liée au niveau des taux d'intérêt. Une baisse des taux favorise une hausse de l'inflation alors qu'une hausse des taux d'intérêt est un moyen pour lutter contre une inflation excessive. En effet, lorsque les taux sont bas, les ménages sont incités à emprunter et à consommer, en raison du faible coût du crédit, ce qui a pour conséquence d'augmenter les prix. Dans le cas contraire, des taux élevés, encouragent les ménages à épargner et à bénéficier de rendements intéressants, ce qui a pour conséquence de faire diminuer la consommation et de réduire l'inflation à travers la baisse des prix. La BCE peut donc combattre l'inflation grâce à sa régularisation des taux.

### Les taux directeurs

La Banque centrale européenne régule l'activité économique en fixant les taux directeurs. Ces taux d'intérêts

applicables d'un jour ouvrable au suivant sont en réalité trois taux différents.

- Taux de rémunération des dépôts : il s'agit du taux d'intérêt auquel sont rémunérés les dépôts que placent les banques et autres établissements financiers auprès de la Banque centrale. Il faut savoir que chaque établissement bancaire est tenu de disposer d'un compte auprès de la Banque centrale. Cette dernière impose d'ailleurs à toutes les banques de déposer des réserves obligatoires sur ce compte. En augmentant ce taux de rémunération des dépôts, plus que le taux de marché, les banques commerciales sont incitées à déposer leur argent et à diminuer les prêts aux particuliers. Cette mesure est utile pour combattre l'inflation. Dans le cas contraire, une diminution de ce taux de rémunération, incite les banques à prêter d'avantage et ainsi à stimuler la croissance comme ce fut le cas après la crise économique de 2008. En effet, ce taux était même devenu négatif pour la première fois en 2014. Le taux négatif était destiné à inciter les banques à prêter encore plus aux clients, plutôt que de le placer auprès de la Banque centrale et que cela leur coûte de l'argent. Suite à la crise économique liée à la pandémie du Covid-19, la BCE a maintenu ce taux à un niveau proche de 0%.
- Taux de refinancement : il s'agit du principal taux directeur, grâce auquel les banques centrales prêtent aux banques commerciales. Ce mécanisme permet donc à la Banque centrale de fournir des liquidités aux banques à un taux qu'elle a défini. Plus le taux de la BCE est bas, plus le coût du crédit a des chances d'être bon marché. Cela influence donc les comportements de consommation d'épargne et d'investissement des ménages et des entreprises, et favorise la croissance. Les modifications des taux d'intérêt directeurs influencent aussi les prix des actifs et les taux de change. Si le taux de refinancement de la Banque centrale est plus élevé que le taux de refinancement interbancaire, les banques commerciales préféreront emprunter entre elles. En 2016, afin de stimuler l'économie, la BCE a décidé de rendre le taux de refinancement à long terme négatif. Autrement dit, la Banque centrale paie les banques commerciales pour qu'elles empruntent de l'argent.
- Taux du prêt marginal : il s'agit du taux prêté par les banques centrales aux banques commerciales à très court terme (vingt-quatre heures). Ce taux est le plus élevé de la Banque centrale et permet aux banques commerciales d'obtenir autant de liquidités que nécessaires. Toutefois, afin d'obtenir ces prêts, les banques commerciales doivent fournir des garanties, appelées collatéraux, à travers des titres financiers afin de garantir que les sommes empruntées seront remboursées. Ce taux qui était à 5,25% en 2008 a atteint son plus bas niveau historique pour la zone euro à 0,25% en 2016.



Source : Banque centrale européenne.

Figure 141: Taux directeurs de la BCE

## Les taux interbancaires

Les banques commerciales ont également la possibilité de se prêter de l'argent sur le marché interbancaire, comme précisé précédemment lorsque par exemple elles considèrent que le taux de refinancement de la BCE est assez élevé.

- L'EONIA (Euro OverNight Index Average) : il s'agit du taux de référence quotidien des dépôts interbancaires, effectués au jour-le-jour, c'est-à-dire qu'il est applicable pendant 1 jour dans la zone euro, sans que le prêt ne soit gagé par un quelconque actif. Il s'obtient en faisant la moyenne, pondérée par les montants, des taux effectivement traités sur le marché monétaire interbancaire de l'euro pendant la journée par un large échantillon de grandes banques pour les prêts jusqu'au lendemain ouvré.
- L'EURIBOR : il s'agit taux de référence du marché monétaire à court terme (d'une semaine à un an) de la zone euro. Il fait partie des nombreux taux IBOR (taux interbancaire offert), c'est-à-dire des taux auxquels une banque de première catégorie à un moment donné et pour une échéance donnée, prête à une autre banque de première catégorie sans que le prêt ne soit gagé par un quelconque actif. D'ailleurs le nom Euribor est formé à partir de la contraction des mots Euro et IBOR (interbank offered rate) L'Euribor sur trois mois sert de base au marché des swaps standards, deuxième plus grand marché de taux d'intérêt de la zone euro, sur lequel il est possible de s'échanger des swap (de taux fixes ou variables) contre des taux IBOR. Le premier plus grand marché de taux étant le marché des emprunts obligataires d'États.

## Le scandale du Libor

Le Libor (London Interbank Offered Rate) est un taux de référence du marché monétaire de différentes devises sur le marché financier londonien comme par exemple le LIBOR européen à 3 mois. Il agit comme principale référence, avec l'Euribor pour la fixation des taux des crédits à court terme dans le monde, pour un certain nombre de prêts à plus long terme, allant des cartes de crédit aux prêts immobiliers à taux variable, et pour une masse importante de produits dérivés. Il est également calculé par moyenne sur un large échantillon de grandes banques. Le taux Libor est une moyenne qui n'a de sens que si toutes les grandes banques sont très proches de cette moyenne. Ainsi durant la crise économique de 2008, les écarts à la moyenne ont explosé, faisant perdre tout son sens au Libor. En 2011, la banque UBS, a révélé aux autorités américaines de régulation qu'elle et de nombreuses autres institutions bancaires se sont concertées pour soumettre des estimations sous-évaluées par rapport aux taux réels auxquels auraient fait face ces banques, dans le but de minorer la perception des tensions (difficultés de financement) auxquelles les banques faisaient face sur le marché à court terme. Suite à ce scandale, l'abandon du Libor comme taux de référence est annoncé en 2021. Le taux SONIA (Sterling Over Night Index Average) remplace alors le Libor. Créé en 1997 par la Banque d'Angleterre, il est profondément remanié pour appliquer une méthode de calcul plus fiable basée sur le volume des transactions réelles, pour une meilleure gouvernance et plus de transparence

- ESTER : L'EONIA sera également remplacé par le taux €STER, (Euro Short-Term Rate). Il s'agit d'un taux d'intérêt interbancaire de référence du marché en zone euro, calculé par la Banque centrale européenne. L'€STER

est publié à 8h, sur la base des transactions réalisées la veille, tous les jours d'ouverture de Target 2 (la plateforme de paiement de l'Eurosystème), soit du lundi au vendredi hors jours fériés. Il repose sur les taux d'intérêt des emprunts en euros contractés au jour le jour par les établissements bancaires, et pour lesquels ces derniers ne fournissent pas de garanties. Ces taux d'intérêt sont obtenus directement par la BCE dans le cadre de la collecte de données statistiques du marché monétaire. Il s'agit d'un élément différenciant par rapport à l'Eonia, qui est seulement basé sur les données communiquées par un panel de banques plus restreint. En effet, l'€STER prend également en compte les fonds monétaires, les fonds de pension ou d'investissement et les banques centrales. Par conséquent, son taux est plus fiable et représente mieux le taux réel auquel l'argent est emprunté sans garantie dans la zone euro.



Figure 142: Évolution du taux quotidien de l'€STER

L'Euribor quant à lui devra être remplacé par une nouvelle version hybride reposant sur une méthodologie de fixation des taux très normée qui utilise, autant que possible, des transactions réelles.

### S'inspirer du contexte de taux très bas du Japon

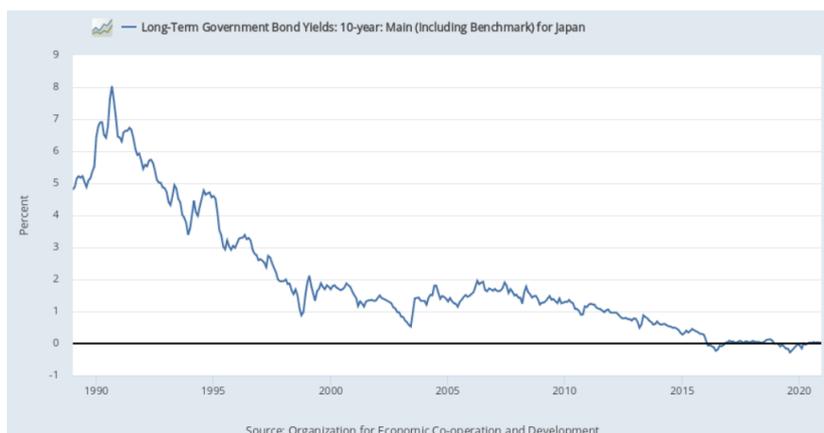


Figure 143: Taux d'emprunt à 10 ans du Japon

Le Japon est la troisième puissance économique mondiale, derrière les États-Unis et la Chine. Il possède une dette publique colossale s'élevant à 240 % du PIB, soit la plus élevée du monde. Cependant, la situation est bien différente des pays fortement endettés comme la Grèce. En effet, le taux de chômage est le plus bas du G20 et même l'un des plus bas au monde.

À la sortie de la Deuxième Guerre mondiale, l'économie du Japon était quasiment réduite à néant et l'un des premiers soucis fut d'éviter une famine. Le miracle économique japonais intervenu entre 1965 et 1970 a vu le PIB progresser au rythme moyen de 11,5% par an et a placé l'économie japonaise au deuxième rang mondial à partir de 1968. Cette croissance exceptionnelle était connue sous le nom de Boom Izanagi, l'un des deux dieux à l'origine de la création du Japon selon la religion Shintoïste. Elle s'explique par une forte augmentation de la population, l'enseignement américain pour la production de masse mais aussi par la grande productivité et le respect de la hiérarchie dans la société japonaise. Vers la fin des années 1980, le Japon est alors numéro un mondial de la banque, et de l'industrie électronique et automobile. Pourtant, vers la même période, une bulle spéculative japonaise va concerner les actifs financiers et l'immobilier. Cette bulle a été provoquée en grande partie suite à la dépréciation brutale du dollar américain liée aux accords du Plaza sur les taux de change signés le 22 septembre 1985 au Plaza Hotel à New York. En effet, après la fin des accords de Bretton Woods, les grands accords économiques ayant dessiné les grandes lignes du système financier international (Harry Dexter white et John Maynard Keynes), les grands pays se rendent compte que le "*laissez-faire*" sur le marché des changes ne fonctionne pas parfaitement. Il est nécessaire de mener des politiques communes de stabilisation des taux de change, par intervention coordonnée sur le marché des changes. Cela entraîne une dépréciation du cours du dollar américain par rapport à ceux du yen et du mark allemand.

L'économie japonaise très dépendante des exportations, est particulièrement sensible à la baisse du dollar. Pour lutter contre une récession qu'elle juge inévitable, la Banque du Japon baisse cinq fois son taux d'escompte entre janvier 1986 et février 1987, le ramenant de 5,0% à 2,5%. À partir de cette période, le Japon connaît une baisse progressive et continue des taux. L'accident nucléaire de Fukushima à la suite du tsunami du 11 mars 2011 fait rentrer le pays en récession. Depuis 2015, le Japon connaît plusieurs difficultés économiques : une consommation des ménages qui chute, une production industrielle qui diminue fortement, au même titre que les exportations. Afin de stimuler le crédit et l'activité économique, la banque du Japon adopte des taux d'intérêt négatifs, du jamais vu à l'époque. Puisque la banque du Japon ne peut pas prêter directement à l'État japonais, celui-ci emprunte directement sur le marché primaire en émettant une obligation, promettant ainsi de rembourser au taux dicté par les banques privées. En utilisant le Quantitative Easing, la Banque centrale du Japon rachète les obligations aux banques privées, puis elle oblige ces dernières à déposer le cash reçu sur leur compte de la Banque centrale, compte sur lequel la Banque centrale japonaise décide du taux auquel cet argent est rémunéré. En fixant ce taux à -0,1%, les banques privées perdent de l'argent. Elles ont donc intérêt à prêter à 0% à l'État plutôt que de laisser leur argent.

Les pays de l'Union européenne se sont très longuement intéressés au Japon avant d'appliquer le QE. Ainsi, pour connaître l'avenir des taux bas, on dit qu'il faut se tourner vers le Japon. Sans surprise, les assureurs japonais connaissent des difficultés pour revaloriser les contrats d'assurance à des taux attractifs.

## 7.6 Annexe 6 : Évolution des marchés financiers

Outils indispensables au fonctionnement de l'économie, les marchés financiers permettent aux sociétés privées et aux institutions publiques de faire rencontrer l'offre et la demande ce qui permet de fixer les prix et les quantités échangées. Au vu de la contribution du SCR de marché, évoquée précédemment, il est légitime de s'intéresser aux principaux indicateurs influant sur cette mesure.

### Les emprunts d'États (OAT 10ans)

Les emprunts d'État sont des obligations émises par un gouvernement, généralement dans sa propre devise. Le marché des emprunts obligataires d'États représente le plus gros marché sur les taux d'intérêt. En France, les OAT sont le principal support de la dette de l'État. L'OAT d'une durée de 10 ans est le titre obligataire le plus émis. En émettant une dette sur les marchés financiers, l'État emprunte de l'argent auprès d'investisseurs, à qui il promet des intérêts en plus du remboursement de la créance. Comme évoqué précédemment, la crise financière de 2007 a vu les rendements des obligations atteindre un niveau historiquement bas.



Figure 144: Taux d'intérêt des obligations à 10 ans

Si au début des années 1990, l'OAT permettait de bénéficier d'un rendement de 9,5 %, elle rapporte, en 2020, un taux négatifs de -0,33 %. Les raisons de cette considérable chute proviennent de la politique monétaire de la Banque centrale européenne que nous avons évoquée précédemment. Les assureurs, principaux détenteurs de la dette de la France, sont fortement pénalisés par cette baisse de rendement. Ainsi, ils ne vont plus être en mesure d'appliquer la stratégie leur ayant permis par le passé de garantir un niveau de rendement sécurisé et élevé pour les détenteurs d'un contrat d'épargne en euros. Ce changement va donc considérablement peser à plusieurs niveaux sur le monde de l'assurance. Sur le moyen terme, le rendement des assureurs va inévitablement diminuer. En effet, les titres obligataires achetés par les compagnies d'assurances il y'a quelques années avec des taux supérieurs à 2% vont bientôt arriver à échéance. Les assureurs seront alors obligés de réinvestir sur des titres beaucoup moins rentables diminuant le rendement des assurés et la capacité de l'assureur à honorer ses engagements contractuels. Cela peut aussi devenir très problématique pour les contrats qui ont un TMG strictement supérieur à 0 %. Les assureurs pourraient aussi être incités à viser des actifs plus risqués. La contrepartie étant que ces actifs exigent de constituer un capital réglementaires proportionnel au risque, et donc plus important, les obligeant à augmenter encore plus leurs fonds propres réglementaires. De plus, ces actifs étant par définition risqués, ils peuvent subir des variations et ainsi ne pas garantir l'épargne des assurés.

La crise du covid qui risque de prolonger ce contexte de taux très bas rajoute de nouvelles complications aux assureurs qui espéraient une remontée des taux ces dernières années.

### Le niveau des spreads

Comme toutes les obligations, les obligations souveraines d'État sont des prêts. Les investisseurs prêtent de l'argent à un pays en échange d'une rémunération. De manière schématique, nous pouvons donc dire que plus la confiance est grande, plus le taux est faible. À l'inverse, en cas de risque élevé, les investisseurs vont réclamer une rémunération plus importante. Les obligations étant par ailleurs négociables, leur prix et leur taux évoluent au fil du temps sur le marché, en fonction de l'offre et de la demande, autrement dit de l'appétit des investisseurs pour le titre en question. Ceci étant, analyser uniquement le taux d'une obligation souveraine ne donne qu'une vue partielle de la situation. De fait, ce taux peut évoluer en fonction de nombreux facteurs, pas tous spécifiques au pays en question (tendances internationales, arbitrages entre classes d'actifs...etc). En période de reprise économique, les investisseurs ont par exemple tendance à vendre des obligations d'État pour se reporter sur les actions. Pour mesurer le risque spécifique d'un pays, un autre indicateur est donc nécessaire. Le spread intervient à ce niveau.

Le spread de taux correspond à l'écart de taux entre deux obligations de même maturité. Le principe du spread se rapproche de la notion de prime de risque. Par convention, lorsque l'on parle de spread de taux au sein de la zone euro, on regarde la différence entre le taux auquel un pays emprunte à maturité 10 ans, et le taux auquel l'Allemagne emprunte pour cette même maturité. L'Allemagne étant considérée comme référence puisque c'est le pays qui emprunte aux taux les plus bas depuis la création de la zone euro. Comme vu précédemment, le Japon fut le premier pays à introduire un taux négatif, et donc à proposer le taux le plus bas. Cependant, cela n'aurait pas eu de sens de regarder le spread entre le France et le Japon, puisque cela reviendrait à introduire un risque de change.

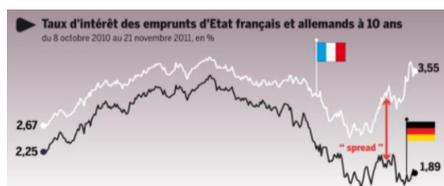


Figure 145: Exemple d'évolution du spread franco-allemand à 10 ans

À la fin de l'année 2020, le spread de taux entre l'OAT français et le Bund allemand était de 0,231 bps. Suite à la crise politique italienne de 2019, le spread de taux entre l'Italie et l'Allemagne était de 1,112 bps. Ainsi plus les risques économiques du pays sont grands, plus le spread augmente. Il est même possible de décomposer les variations de spread en fonction de trois indicateurs :

- Spread de Crédit : il correspond au risque de défaut d'un pays, c'est-à-dire le risque pour lequel le pays n'est plus en mesure de rembourser sa dette. Plusieurs méthodes existent pour estimer le risque de crédit. Il peut être obtenu à travers une analyse économique comme l'analyse de déficit ou de dette d'un pays par rapport à l'Allemagne, ou bien à travers une analyse financière en regardant la notation fournie par les agences de notation ou encore en s'intéressant au Credit Default Swap (CDS). Ces dérivés de crédit, développés au sein de la banque JP Morgan, permettent à une contrepartie A acheteur de la protection

de payer une prime à la contrepartie B vendeur de la protection tant que l'entreprise C sur laquelle porte le risque n'a pas fait défaut. Ainsi, le jour où l'entreprise C fait défaut, la contrepartie B devra verser un spread de crédit à l'entreprise A. Ce spread de crédit qui reflète la perception du marché vis-à-vis de l'entreprise C, permet donc à la contrepartie A de se protéger contre ce risque de défaut. Le fonctionnement d'un tel produit est donc équivalent à celui d'un contrat d'assurance. Afin d'évaluer la prime de ce contrat, il existe plusieurs modèles financiers, comme par exemple une extension du modèle de Black-Scholes ou encore des modèles simulant directement la probabilité de défaut en calibrant la courbe de spread sur les données observables sur le marché.

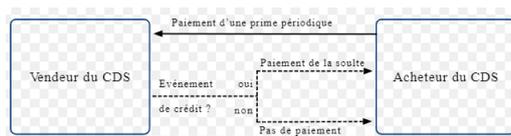


Figure 146: Fonctionnement d'un CDS

- Spread de liquidité : il permet d'estimer le bonus demandé par les investisseurs pour détenir une obligation moins liquide, et donc par définition plus difficile à revendre, que l'obligation souveraine allemande. Pour mesurer ce risque de liquidité, il est possible d'utiliser par exemple l'écart entre le prix d'achat et le prix de vente (bid-ask spread) qui est plus faible pour les actifs liquides, puisqu'il existe plus d'acheteurs et de vendeurs et donc davantage de mouvements.
- Spread lié à l'aversion internationale au risque : il explique principalement les mouvements récents. L'aversion au risque peut être estimée en prenant une variable telle que le VIX, indicateur de volatilité du marché financier américain sur lequel nous aurons l'occasion de revenir, ou encore le spread entre le taux des obligations corporate AAA et le taux des obligations du Trésor américain. L'idée étant qu'en période de crise, les investisseurs souhaitent sécuriser leurs investissements et se replient donc vers les actifs les moins risqués. Ce phénomène de fuite vers la qualité porte le nom de "Flight to quality". Il est souvent observé lors d'un krach boursier. À l'inverse les obligations souveraines peu sûres sont délaissées, ce qui augmente le spread. C'est dans ce contexte que nous avons vu un flight-to-quality vers les obligations allemandes, par rapport aux obligations italiennes et espagnoles. On se souviendra également de l'écartement très important du spread 10 ans franco-allemand six mois avant l'élection présidentielle de 2017, où avait été constatée une corrélation certaine entre le spread franco-allemand et les performances dans les sondages de Marine Le Pen, dont l'une des idées phares du programme était la sortie de la zone euro. Les spreads se sont ensuite nettement resserrés après la victoire d'Emmanuel Macron

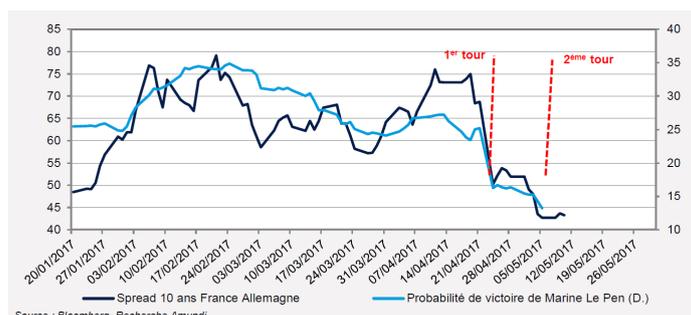


Figure 147: Spread 10 ans France-Allemagne vs la probabilité de victoire de Marine Le Pen

## Le CAC 40

Le principal indice boursier de la Bourse de Paris, déterminé à partir des cours de quarante actions cotées censés refléter la tendance globale de l'économie des grandes entreprises française, a connu en 2020 la plus forte chute de son histoire sur une journée. Le jeudi 12 mars 2020, l'indice a sombré de 12,28% tombant à 4044 points quelques jours avant le confinement. À titre de comparaison le précédent record datait du 6 octobre 2008, deux semaines après la faillite de la banque américaine Lehman Brothers, faisant une chute de 9,04%.



Figure 148: Évolution du CAC 40 sur les cinq dernières années

Par la suite, le CAC a retrouvé un niveau stable. Les investisseurs ont été particulièrement rassurés, suite aux mesures prises par le gouvernement. Durant son allocution télévisée du 12 mars 2020, le président de la République Emmanuel Macron avait précisé que tout serait mis en oeuvre pour protéger les salariés et les entreprises *"quoi qu'il en coûte"*, faisant un parallèle avec le célèbre *"whatever it takes"* de Mario Draghi. Les annonces du PDG de Pfizer relatives aux vaccins contre la Covid-19 ont également permis au CAC de remonter considérablement, et ce, avant même la mise en circulation du vaccin. En effet, le cours de Bourse d'une société, aujourd'hui, n'est pas le reflet de la santé économique de cette entreprise aujourd'hui. Ce cours inclut les anticipations futures des investisseurs, ayant permis au marché de regagner de la confiance sur les perspectives futures.

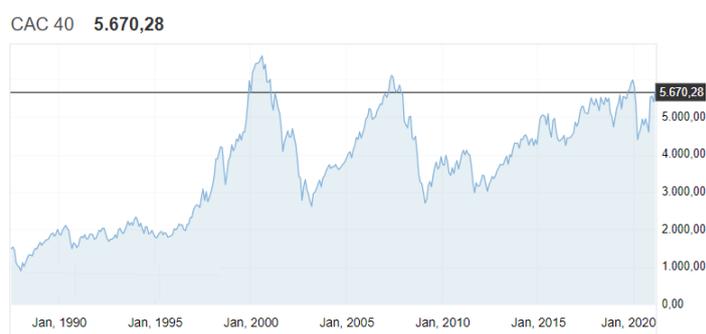


Figure 149: Evolution du CAC 40 depuis 1990

## Dissociation entre l'Economie et les Marchés Financiers

En dehors des niveaux bas des taux, qui résultent de la volonté de la Banque centrale, les marchés financiers ont globalement bien réagi durant cette crise sanitaire. Comme expliqué précédemment, à travers les anticipations futures, les investisseurs ont retrouvé une certaine confiance. Cependant, cela crée une véritable dissociation entre l'économie réelle et les marchés financiers.

Le VIX, aussi surnommé indice de la peur, est un indicateur de volatilité du marché financier américain. Il a connu des grosses variations laissant penser que les marchés financiers n'étaient pas si stabilisés et qu'un risque futur n'était pas encore à écarter. L'explosion des cryptomonnaies, comme le Bitcoin, considérées comme une valeur refuge, démontre une certaine perte de confiance de certains investisseurs dans la monnaie traditionnelle.

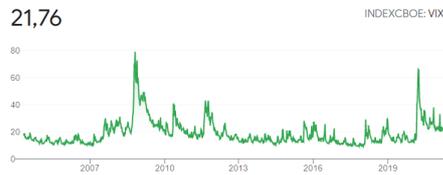


Figure 150: Evolution du VIX

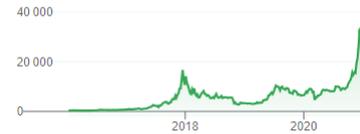


Figure 151: Evolution du Bitcoin

Ces événements démontrent l'incertitude du contexte actuel. Certains économistes envisagent d'ailleurs l'arrivée d'une future crise financière. Si ce scénario se réalisait, l'impact sur les compagnies d'assurances et plus généralement sur le secteur financier serait considérable. Si tel était le cas, il n'est pas à exclure que la réglementation s'adapterait, comme ce fut le cas en 2019 avec la reconnaissance de la participation aux bénéfices dans les fonds propres éligibles pour couvrir le capital réglementaire et redonner de l'air aux assureurs. Cependant, nous verrons lorsque nous aborderons la revue réglementaire de 2020 sur les taux, que cela ne sera pas toujours le cas, puisque le but initial du cadre réglementaire est d'accorder une vision cohérente de l'état de la compagnie d'assurance, et non de fausser la solvabilité dans un contexte très pénalisant. De plus, même si les gros assureurs arrivent à faire face à leurs risques, se posera toujours la problématique qui concerne directement les assurés, à savoir le rendement que pourra leur proposer l'assureur pour les contrats d'épargne en euros. Si rien n'est fait, ces contrats pourtant si appréciés auparavant, pourraient être amenés à disparaître, voire à évoluer. Surtout si les assureurs estiment que ces contrats ne sont plus si attrayants pour les assurés, et qu'en plus il est devenu très coûteux de garantir un rendement positif, dans un environnement où les taux versés sont désormais négatifs et consommateurs en capital.

## 7.7 Annexe 7 : Formalisme de la modélisation probabiliste du marché

On se donne un espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  formé de l'ensemble des états du monde  $\Omega$ , d'une tribu  $\mathcal{A}$  sur  $\Omega$  et d'une mesure de probabilité  $\mathbb{P}$  tel que  $\mathbb{P}(\Omega)=1$

### Définitions

Un processus aléatoire  $Y$  sur l'espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  est une famille de variable aléatoires  $(Y_t)_{t \in [0, T]}$

Une filtration est une collection croissante  $(\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]}$  de sous-tribus de  $\mathcal{A}$ :  $(\mathcal{F}_s) \subset (\mathcal{F}_t) \subset \mathcal{A}$

La filtration engendrée par un processus  $(Y_t)_{t \in [0, T]}$  est la plus petite filtration qui rende ce processus  $\mathcal{F}$ -adapté.

Un processus aléatoire  $(M_t)_{t \in [0, T]}$  est une  **$\mathcal{F}$ -martingale** sous  $\mathbb{P}$  s'il vérifie :

- $\mathbb{E} \|M_t\| < \infty$  pour tout  $t \in [0, T]$ ;
- $M$  est  $\mathcal{F}$ -adapté
- $\mathbb{E} [M_t | \mathcal{F}_s] = M_s$  pour tout  $s, t \in [0, T]$  tels que  $s \leq t$

### Modélisation du marché

On considère le cas où l'horizon  $T$  des investisseurs sur le marché est fini.

Le marché est composé de  $d+1$  actifs de base, **un actif sans risque**  $S_t^0$  et **les actifs risqués**  $S_t = (S_t^1, \dots, S_t^d)$

L'information disponible à toute date  $t$  est donnée par la **filtration**  $(\mathcal{F}_t)$

Un produit dérivé  $C_T$  est une variable aléatoire  $\mathcal{F}$ -mesurable et s'écrit donc sous la forme

$$C_T = \phi(S_1, \dots, S_T)$$

avec  $\phi$  application borélienne.

### Stratégie de portefeuille

Une stratégie de portefeuille est un processus  $\phi = (\phi^0, \varphi)$ , où  $\phi^0$  représente le nombre de parts investi dans l'actif  $S^0$  et  $\varphi = (\varphi^1, \dots, \varphi^d)$  le nombre de parts investi dans les actifs  $S = (S^1, \dots, S^d)$  à la date  $t$

La valeur du portefeuille à l'instant  $t$  est défini par :

$$V_t(\phi) := \phi_t * X_t = V_0(\phi) + \int_0^t \phi_u * dX_u$$

Le portefeuille ne subit aucune entrée ou sortie d'argent (**condition d'autofinancement**)

La dynamique de la valeur du portefeuille s'écrit aussi sous forme différentielle :

$$dV_t(\phi) = \phi_t^0 dS_t^0 + \varphi_t dS_t = (V_t(\phi) - \varphi_t S_t) r dt + \varphi_t dS_t = r V_t(\phi) dt + \varphi_t (-r S_t + dS_t)$$

On introduit, le prix et la richesse actualisés suivants :

$$\tilde{S}_t^i := \frac{S_t^i}{S_t^0} = e^{-rt} S_t^i \quad \text{et} \quad \tilde{V}_t(\phi) = \frac{V_t(\phi)}{S_t^0} = e^{-rt} V_t(\phi)$$

On obtient par la formule d'Itô que :  $\tilde{V}_t(\phi) = \tilde{V}_0(\phi) + \int_0^t \varphi_u * d\tilde{S}_u$

## Probabilité Risque Neutre

On appelle probabilité risque neutre toute probabilité  $\mathbb{Q}$  équivalente à  $\mathbb{P}$  qui rende martingale toute stratégie autofinancante simple actualisée (ie le prix actualisé  $\tilde{S}_t = e^{-rt}S_t$  est une martingale sous  $\mathbb{Q}$ )

Sous AOA (Absence d'Opportunité d'Arbitrage) Il existe une probabilité risque-neutre

Une condition suffisante que  $\tilde{V}$  est une martingale sous  $\mathbb{Q}$  est la condition de carré intégrable sur  $\varphi$  :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( \int_0^t |\varphi_t \sigma \tilde{S}_t|^2 dt \right) < +\infty$$

## Evaluation et Couverture d'un produit dérivé :

Dans un marché complet (tout produit dérivé  $H$  est duplicable par une stratégie de portefeuille simple ie  $V_T(\phi) = H_T$ ) il existe une **unique probabilité risque-neutre**.

Le prix d'une option de flux  $H_T$  est donnée à la date  $t$  par :

$$\Pi_t = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( e^{-r(T-t)} H_T | \mathcal{F}_t \right)$$

En effet, comme la richesse actualisée  $\tilde{V}_t(\phi) = e^{-rt}V_t(\phi)$  est une martingale sous  $\mathbb{Q}$  et que le portefeuille  $\phi$  réplique le flux  $H_T$  ( i.e  $V_T(\phi) = H_T$ ) on a que :

$$e^{-rt}\tilde{V}_t(\phi) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( e^{-r(T-t)}V_T(\phi) | \mathcal{F}_t \right) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( e^{-r(T-t)}H_T | \mathcal{F}_t \right)$$

On en déduit immédiatement que :

$$\Pi_t = V_t(\phi) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left( e^{-r(T-t)}H_T | \mathcal{F}_t \right)$$

## Théorème de Girsanov :

Soient  $Z$  un mouvement brownien et  $\lambda$  un processus adapté tel que  $\mathbb{E}(\exp(\frac{1}{2} \int_0^T \lambda(u)^2 du)) < \infty$  (condition Novikov) Si l'on définit le processus  $Z'$  et la mesure  $\mathbb{Q}$  sur  $[0, T]$  par  $Z'(t) = Z(t) + (\int_0^t \lambda(u) du)$  et

$$\frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}} = \exp \left( - \int_0^T \lambda(u) dZ(u) - \frac{1}{2} \int_0^T \lambda(u)^2 du \right) \text{ alors } Z' \text{ est un } \mathbb{Q} - \text{mouvement brownien.}$$

Ci dessous une visualisation du théorème de Girsanov : à gauche un processus de Wiener avec une tendance négative sous la mesure canonique  $\mathbb{P}$  et sur le côté droit chaque trajectoire du processus est colorisée selon sa vraisemblance sous la mesure martingale  $\mathbb{Q}$ .

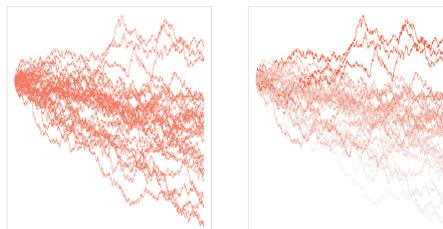


Figure 152: Visualisation du Théorème de Girsanov

## 7.8 Annexe 8 : Modèles de Taux

- Généralité sur les modèles monofactoriels

L'idée sous-jacente des modèles mono factoriels est, qu'en première approximation, les prix des obligations de maturités différentes tendent à évoluer de façon corrélée selon la variation du taux court. Dès lors, il est possible d'assimiler le taux court au rendement d'une obligation de maturité courte. Dans un modèle mono factoriel, le taux court est l'unique source d'incertitude et suit, un processus d'Itô du type :

$$dr_t = \mu_{taux}(t, r_t)dt + \sigma_{taux}(t, r_t)dW_t$$

Avec  $\mu_{taux}(t, r_t)dt$  l'espérance du taux court et  $\sigma_{taux}(t, r_t)$  son écart type.

Le prix d'un zéro coupon d'échéance  $T$  à l'instant  $t$  dépend de la valeur prise par le taux court en  $t$ . Il est donné par :

$$P(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \exp \left( \int_t^T r_u du \right) | \mathcal{F}_t \right]$$

Pour rappel, les prix des zéro coupons nous permettent de construire une courbe des taux spots à travers la méthode de stripping de la courbe des taux.

- Modèle de Vasicek

Le modèle de Vasicek a été introduit en 1977 et constitue l'une des premières modélisations stochastiques des taux. La dynamique du taux court est modélisée par un processus d'Ornstein-Uhlenbeck :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma_{taux}dW_t$$

Avec :  $b$  représentant la moyenne ou tendance du processus à long terme,  $a$  la force de rappel ou la vitesse de retour à la moyenne,  $\sigma_{taux}$  la volatilité du taux et  $W_t$  un processus de Wiener

Sous la probabilité risque-neutre  $\mathbb{Q}$ , afin d'évaluer les zéro coupons, le processus devient :

$$dr_t = a(b^{\mathbb{Q}} - r_t)dt + \sigma_{taux}dW_t^*$$

Avec  $W_t^*$  un mouvement brownien sous  $\mathbb{Q}$  et  $b^{\mathbb{Q}} = b - \frac{\lambda_{taux}\sigma_{taux}}{a}$  et où  $\lambda_{taux}$  représente la prime de risque.

En posant  $Y_t = r_t e^{at}$  et en utilisant le lemme d'Itô, nous obtenons la formule du taux court suivante :

$$r_t = r_s e^{-a(t-s)} + b^{\mathbb{Q}}(1 - e^{-a(t-s)}) + \sigma_{taux} \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_u$$

Ainsi, le taux court  $r_t$  est gaussien conditionnellement à  $\mathcal{F}_t$  de moyenne  $m_{t,s}$  et de variance  $v_{t,s}$  :

$$\begin{cases} m_{t,s} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[r_t | \mathcal{F}_s] = r_s e^{-a(t-s)} + b^{\mathbb{Q}}(1 - e^{-a(t-s)}) \\ v_{t,s} = Var^{\mathbb{Q}}[r_t | \mathcal{F}_s] = \frac{\sigma_{taux}^2}{2a} (1 - e^{-2a(t-s)}) \end{cases}$$

À partir de l'expression du taux court, nous pouvons déduire le prix du zéro coupon par la relation suivante :

$$P(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \exp \left( \int_t^T r_u du \right) | \mathcal{F}_t \right]$$

Ainsi en notant  $\tau = T - t$  le calcul de l'espérance donne la formule suivante :

$$P(t, T) = \exp \left( \left( \frac{1 - e^{-a\tau}}{a} \right) (R_\infty - r_t) - \tau R_\infty - \frac{\sigma_{taux}^2}{4a^3} (1 - e^{-a\tau})^2 \right) \quad \text{pour } \tau \leq T$$

Avec  $R_\infty = b - \frac{\lambda_{taux} \sigma_{taux}}{a} - \frac{\sigma_{taux}^2}{2a^2}$

À partir des zéro coupons, il est possible de construire la courbe des taux spots. Pour rappel, la relation entre le taux spot continûment composé  $R(t, T)$  et le zéro coupon  $P(t, T)$  est la suivante:

$$R(t, T) = -\frac{1}{T - t} \ln(P(t, T))$$

En remplaçant le prix du zéro coupon par sa formule obtenue précédemment, nous obtenons que :

$$R(t, T) = \frac{1 - e^{-a\tau}}{a} (r_t - R_\infty) + R_\infty + \frac{\sigma_{taux}^2}{4a^3\tau} (1 - e^{-a\tau})^2$$

La structure par termes  $R(t, T)$  proposée par Vasicek permet d'obtenir des taux qui sont réellement observés sur le marché. De plus, ce modèle autorise des valeurs de taux spots négatives. Ironiquement cela était considéré comme un inconvénient à l'époque, puisque nous n'avions jamais vu de tels taux. Cependant, le problème majeur de ce modèle est qu'il ne permet pas de fitter avec la forme exacte de la courbe des taux initiale. Finalement, la simulation du taux court s'obtient en discrétisant l'EDS à travers la méthode d'Euler. Sous la probabilité risque neutre, l'algorithme de simulation est le suivant :

$$\begin{cases} \tilde{r}_{t=1} = \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_{t+\delta} = \tilde{r}_t + a(b^Q - \tilde{r}_t)\delta + \sigma_{taux}\sqrt{\delta}\mathcal{N}_{taux} \quad \text{pour } t + \delta > 1 \text{ avec } \mathcal{N}_{taux} \sim \mathcal{N}(0, 1) \end{cases}$$

- Modèle de Cox-Ingersoll-Ross

Le modèle de Cox, Ingersoll et Roll a été introduit en 1985. Les auteurs ont introduit une racine carrée interdisant au taux court de prendre des valeurs négatives. Dans ce modèle le taux court  $r_t$  admet pour dynamique l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma_{taux}\sqrt{r_t}dW_t$$

Le problème de ce modèle reste le même que celui déjà constaté pour le modèle Vasicek, à savoir qu'il ne conserve pas la forme exacte de la courbe des taux initiale lors de la calibration du modèle.

- Modèle de Hull&White

Le modèle de Hull&White permet de pallier le problème lié à la forme exacte de la courbe des taux initiale. En effet, il introduit une fonction dépendante du temps calibrée avec la courbe des taux observés sur le marché. Le processus stochastique que suit le taux court est le suivant :

$$dr_t = a(\theta_t - r_t)dt + \sigma_{taux}dW_t$$

La limite de ce modèle est qu'il est mono-factoriel. Ainsi les taux dépendent d'un unique facteur stochastique, ce qui limite l'ensemble des courbes des taux générées. Elles ne prennent pas en compte la pente des courbes des taux, et ne sont pas adaptées pour valoriser les dérivés de taux. De plus, il n'intègre pas les divers coefficients de corrélation entre les taux de différentes maturités.

## 7.9 Annexe 9 : Valeur économique des garanties financières et options cachées

Les options cachées et les garanties d'un contrat d'épargne euro ont déjà été introduites dans le chapitre I . La directive Solvabilité II impose que dans le calcul en juste valeur des passifs d'assurance, l'évaluation des options et garanties proposées par l'assureur dans ces contrats soit prise en compte. Pour ce faire, les méthodes de calcul stochastique, qui se basent sur différents scénarios économiques, permettent de prendre en compte le coût de ces options et garanties.

### Similitude avec les options financières

Un contrat d'épargne en euro, offre des options et des garanties, comme le taux minimum garanti ou la participation aux bénéfices, qui peuvent être assimilées à des options financières. Pour rappel, une option financière est un contrat de type produit dérivé entre deux parties, un acheteur et un vendeur. Cette option permet à son détenteur d'avoir le droit mais non l'obligation d'exercer son titre, c'est-à-dire d'acheter ou de vendre (en fonction du type de l'option) l'actif sous-jacent sur lequel porte l'option (action, obligation, indice boursier . . . , etc) à un prix fixé à l'avance appelé prix d'exercice (*strike*), et suivant des échéances bien déterminées.

Une option est dite :

- dans la monnaie (*In The Money ou ITM*) lorsque son prix d'exercice est inférieur au prix de l'actif sous-jacent (pour un *call*) ou supérieur au prix de l'actif sous-jacent (pour un *put*), procurant ainsi un gain positif;
- hors de la monnaie (*Out of The Money ou OTM*) dans le cas contraire;
- à la monnaie (*At The Money ou ATM*) si le prix d'exercice est égal au cours actuel de l'actif sous-jacent.

	Dans la monnaie	A la monnaie	Hors la monnaie
Call	$K < S$	$K = S$	$K > S$
Put	$K > S$	$K = S$	$K < S$

Figure 153: À la monnaie, dans et en dehors de la monnaie

### Le prix d'une option

En finance, la valeur d'un actif financier en Bourse n'est que l'un des deux moyens permettant de déterminer son prix : ce qu'*Adam Smith* appelait le prix naturel, par opposition au prix de marché, créé de façon spontanée lors de l'intervention des agents économiques sur le marché, est la valeur ou prix naturel qui correspond à un calcul reflétant une interprétation additive du prix. Ainsi, la valeur d'une option correspond à l'estimation d'un prix potentiel, à un moment donné et suivant des conditions de marché données. Par conséquent, l'évaluation de la valeur d'une option correspond à l'estimation de la prime que serait prêt à déboursier l'acheteur afin de bénéficier de cette option. Cette prime, qui résulte de l'offre et de la demande, intègre l'anticipation de l'évolution de l'option dans le temps. Elle représente donc en quelque sorte, la probabilité estimée à une date donnée par les acteurs du marché que l'option soit dans la monnaie à un moment futur, permettant ainsi à son détenteur de réaliser un bénéfice. En effet, si l'acheteur estime qu'il existe peu de chances que son option soit dans la monnaie à l'échéance, il va souhaiter que la prime payée soit faible. En revanche, si le vendeur estime que cette probabilité est élevée, il va en demander un prix élevé.

La valeur de l'option dépend des paramètres suivants :

- l'écart entre le prix d'exercice et le prix de l'actif sous-jacent (le *payoff* de l'option) ;
- la durée restante à courir avant la maturité de l'option (*Time To Maturity*) ;
- la volatilité du cours du sous-jacent ainsi que celle de l'option ;
- le type d'option.

	CALL	PUT	GRECQUES
Cours ↗	↗	↘	Delta ( $\Delta$ )
Volatilité ↗	↗	↗	Véga ( $V$ )
Tps jusqu'à mat. ↘	↘	↘	Théta ( $\theta$ )
Taux d'intérêt ↗	↗	↘	Rho ( $\rho$ )
Dividende ↗	↘	↗	-

Figure 154: Variations du prix des options en fonctions des paramètres

Analytiquement, la valeur d'une option est constituée de deux éléments : sa valeur intrinsèque et sa valeur temps.

### La valeur intrinsèque

La valeur intrinsèque d'une option est le gain instantané obtenu si l'option était exercée immédiatement. Elle représente la différence à l'instant  $t$  entre le cours de l'actif sous-jacent et le strike. La valeur intrinsèque ne peut être négative puisque l'exercice de l'option est un droit et non une obligation. Ainsi, le pay-off d'une option est équivalent à sa valeur intrinsèque. Par conséquent, la valeur intrinsèque représente le bénéfice de l'acheteur (et la perte du vendeur) s'il exerçait l'option immédiatement. Elle est positive pour toute option ITM, et nulle pour les options OTM ou ATM.

### La valeur temps

La valeur d'une option ne se réduit pas à sa valeur intrinsèque. En effet, la prime d'une option, même en dehors de la monnaie, conserve une valeur appelée valeur temps. Elle représente l'incertitude quant au potentiel d'évolution de la valeur intrinsèque. Cette incertitude diminue au fur et à mesure que la maturité de l'option se rapproche, rendant les options d'autant moins chères que leur échéance est proche. À l'inverse, quand la maturité est éloignée, la valeur temps et par conséquent la prime est importante. Autrement dit, la valeur temps mesure la probabilité que la valeur intrinsèque d'une option OTM, initialement nulle, devienne positive ou que la valeur intrinsèque d'une option ITM s'accroisse encore plus. La valeur temps est donc positive ou nulle et dépend de trois facteurs :

- la durée de vie de l'option ;
- la volatilité du prix de l'actif sous-jacent ;
- l'évolution du taux d'intérêt.

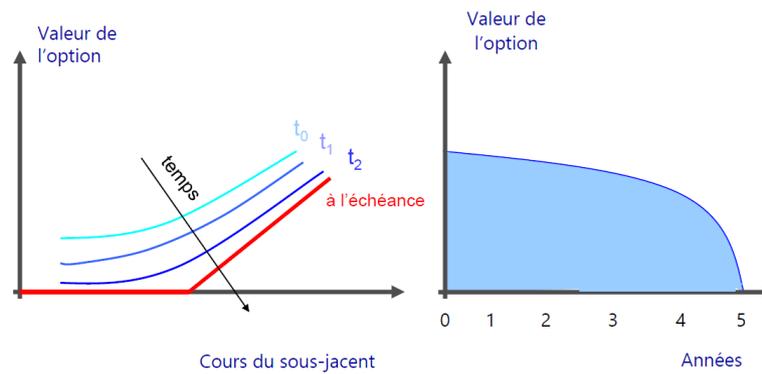


Figure 155: Effet du temps sur le prix de l'option

Le schéma ci-dessous représente la valeur d'une option, sa valeur temps et sa valeur intrinsèque

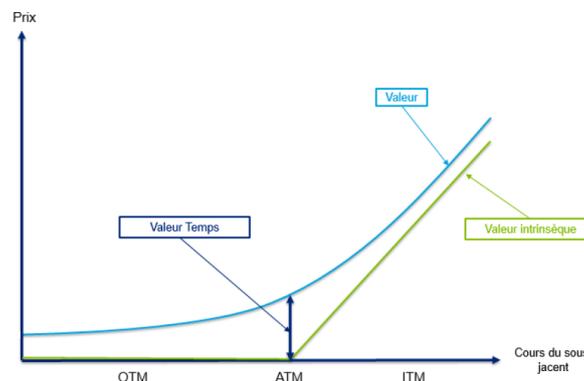


Figure 156: La valeur intrinsèque et la valeur temps d'une option

### La valeur temps des options et garanties (TVOG) pour les produits d'épargne euro

De la même manière que les options financières qui s'échangent sur les marchés financiers, les garanties et options cachées des contrats d'épargne euro ont une valeur temps qui dépend à la fois des marchés financiers, à travers les rendements des placements financiers, et du comportement des assurés désirant par exemple racheter leur contrat. Cette valeur temps, notée TVOG (*Time Value of Options and Guarantees*), est complexe à évaluer car elle a un caractère non symétrique qui nécessite une approche stochastique contrairement à la valeur intrinsèque qui est déterminée sur la base d'un scénario déterministe.

L'objectif de la TVOG est de refléter la valeur de l'incertitude des engagements pris par la compagnie d'assurance envers ses assurés. Elle résulte de l'asymétrie du partage des richesses entre l'actionnaire et les assurés : tandis que les pertes financières sont entièrement à la charge de l'actionnaire, les profits sont partagés en respectant la participation aux bénéfices minimale réglementaire et les clauses contractuelles. En effet, si le rendement des investissements de l'assureur est plus élevé que le montant garanti à l'assuré, ce dernier obtiendra un montant discrétionnaire en plus du montant garanti. Cependant, si le rendement des investissements est insuffisant pour couvrir le montant garanti, la compagnie d'assurance doit couvrir cette perte en puisant dans ses fonds propres.

### L'option de taux minimum garanti

Le TMG, est le taux minimum sur lequel l'assureur s'est engagé au moment de la souscription. Le cout du TMG

dépend de l'évolution du rendement des actifs financiers. En effet, si les rendements financiers sont inférieurs au TMG, alors l'assureur va devoir puiser dans ses fonds propres pour compenser l'insuffisance de rentabilité financière et honorer sa garantie. Cette option aura donc un coût. En revanche, si ce rendement est supérieur au taux garanti, alors le cout de cette garantie sera nul

$$\text{Garantie}_{TMG} = \begin{cases} 0 & \text{si } \text{Rendement}_\varphi > TMG \\ TMG & \text{si } \text{Rendement}_\varphi < 0 \\ \text{Rendement}_\varphi - TMG & \text{si } 0 < \text{Rendement}_\varphi < TMG \end{cases}$$

La Garantie<sub>TMG</sub> peut être assimilée à la vente d'un floor, équivalent du put pour les produits de taux, dont le prix d'exercice serait le TMG. La formule de Black permet de calculer le prix de cette option, et le schéma ci-dessous représente son payoff.

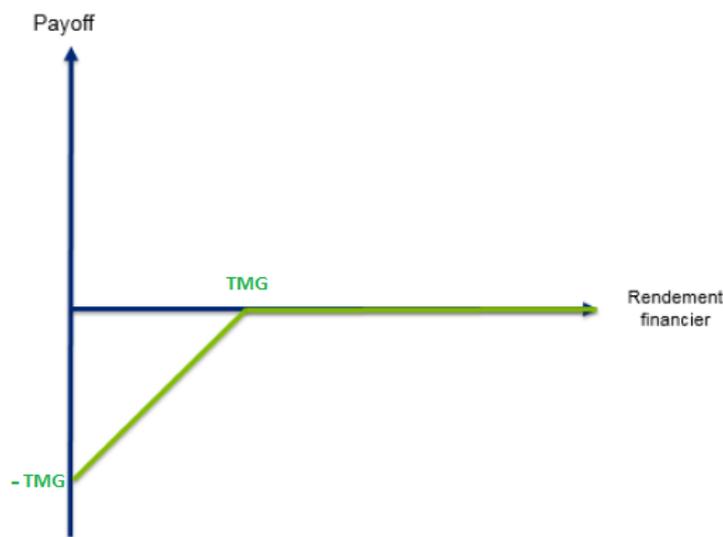


Figure 157: Payoff de la vente d'un floor

### L'option de revalorisation de la participation aux bénéfices

Le mécanisme de participation aux bénéfices versée aux assurés selon les résultats financiers et techniques est :

$$\text{Garantie}_{PB} = PM * \max(\text{Rendement}_\varphi - TMG - \text{Chargement}, 0)$$

Ce mécanisme de participation aux bénéfices peut être reproduit par l'achat d'un bull call-spread, une stratégie d'option utilisée pour profiter des mouvements neutres ou haussiers des taux. Elle a les mêmes conséquences que l'achat direct du sous-jacent, mais en réduisant le risque (limitation des gains et des pertes).

La stratégie consiste à prendre position simultanément sur au moins deux options de type identique (call ou put) ayant le même sous-jacent et la même date d'échéance. L'idée étant d'acheter le call ayant le strike le plus faible et de vendre celui ayant le strike le plus élevé. Le payoff du call-spread est le suivant :

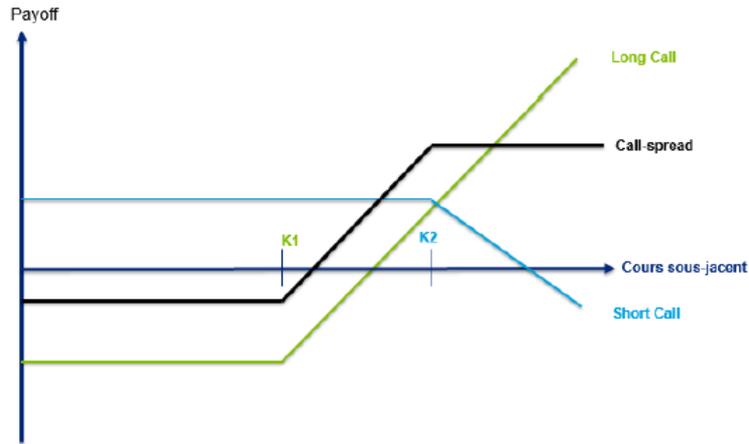


Figure 158: Payoff du Call Spread

$S_T$	Long call	Short call	call-spread
$S_T \geq K2$	$S_T - K1$	$-(S_T - K2)$	$K2 - K1$
$K1 < S_T < K2$	$S_T - K1$	0	$S_T - K1$
$S_T \leq K1$	0	0	0

Table 46: Payoff du call spread

### Revalorisation totale de l'option de TMG avec PB d'un contrat d'épargne Euro

En agréant les deux mécanismes de revalorisation que nous venons de présenter, nous obtenons le prix total de l'option du contrat

$$Prix_{Option} = Garantie_{TMG} + Garantie_{PB}$$

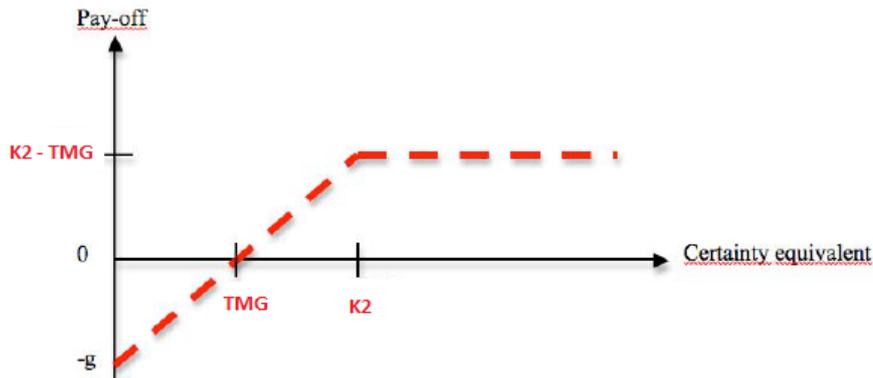


Figure 159: Payoff totale de l'option de TMG avec PB

Le payoff de la revalorisation totale se démontre rapidement à partir de la relation de parité *call/put* en  $t=0$

$$P(S, K, T, \sigma) + S_0 = C(S, K, T, \sigma) + K.e^{-rT}$$

Avec :

P le prix du *put*

C le prix du *call*

$S_t$  le prix du sous-jacent en  $t$   
 $K$  le prix d'exercice  
 $T$  la maturité des options  
 $\sigma$  la volatilité du sous-jacent  
 $r$  le taux sans risque

La garantie de l'option s'apparente donc à un put européen. Le prix de la garantie en  $t$  pour un contrat arrivant à échéance en  $T$  est donné par l'espérance, sous la probabilité risque neutre  $\mathbb{Q}$ , de la somme actualisée des cash flows futurs. Soit :

$$prix\ option_{TMG\ avec\ PB}(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{u=t}^T \delta_u (K_u - S_u)^+ \middle| \mathcal{F}_t \right] \text{ où :}$$

- $(\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$ , la filtration caractérisant l'information financière disponible
- $r_u$  le taux sans risque instantané
- $\delta_t = e^{-\int_0^t r_u du}$  : le facteur d'actualisation

### L'option de rachat total

L'option de rachat total permet à l'assuré de demander le remboursement de la provision mathématique constituée à n'importe quelle date  $t$  ayant pour valeur  $PM_t^i$ . L'option génère un coût pour l'assureur si la valeur des actifs en représentation de cette provision  $S_t^i$  est inférieure au montant qu'il doit verser à l'assuré. Le cash flow représentant le coût du rachat en  $t$  est donné par :

$$Rachat_t^i * (PM_t - S_t)^+$$

Nous avons noté  $Rachat_t^i$  le processus stochastique qui vaut 1 si l'assuré rachète son contrat et 0 sinon. La garantie s'apparente à un put américain, option pouvant s'exercer durant toute la période jusqu'à l'échéance. Le prix de l'option se déduit sous la probabilité risque neutre par la somme actualisée des cash flows :

$$prix\ option_{Rachat\ Total}(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{i \in (assurés)} \int_{u=t}^T \delta_u Rachat_u^i (PM_u^i - S_u^i)^+ du \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

### Evaluation du coût des options avec une méthode de Monte Carlo

La valorisation des options et garanties, à travers l'utilisation de formules fermées et basée sur la théorie d'évaluation des options financières, n'est pas utilisée en pratique. En effet, la multitude des options sous-jacentes aux contrats ainsi que les interactions actifs/passifs complexifient cette méthode. L'évaluation du coût des options et des garanties se base sur la méthode de Monte Carlo à partir de simulations stochastiques permettant d'obtenir une valeur moyenne des engagements sur l'ensemble des scénarios. Les risques de marché sont simulés de manière stochastique, via les ESG, les autres risques sont projetés de manière déterministe et sont choqués comme spécifié en formule standard.

Pour déterminer la valeur de marché de ces options, nous nous plaçons sous la probabilité risque neutre, dans

laquelle les prix actualisés sont des martingales, ce qui simplifie l'évaluation. Ainsi :

$$prix\ option(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_{u=t}^{\infty} \delta_u cash\ flows(u) \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

La méthode de Monte Carlo permet d'estimer ce prix en simulant la réalisation d'un nombre fini de trajectoires à horizon donné.

D'un point de vue simulation numérique, nous commençons par simuler  $S$  trajectoires des variables économiques diffusées (1000 scénarios dans la suite de ce mémoire) jusqu'à  $t = T$  sous  $\mathbb{Q}$ . Puis, pour chacune des trajectoires, nous calculons la somme actualisée des cash flows générés par l'option. Enfin, l'estimation du prix correspond à la moyenne des sommes grâce à la loi forte des grands nombres.

$$prix\ option(t) \approx \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{u=1}^T \delta_{u,s} cash\ flows(u, s)$$

### Exemple concret de la valorisation des options pour un contrat d'épargne

Nous considérons un contrat d'épargne euro dont les caractéristiques sont les suivantes :

- provisions mathématiques initiales = 100 ;
- taux minimum garanti (TMG) = 3 % ;
- rendement financier distribué aux assurés = 100 % ;
- maturité du contrat = 1an.

Nous supposons que le taux de rendement 1 an est égal à 4 % et que les ESG fournissent deux scénarios équiprobables égaux à 2 % et 6 % (et donc de moyenne 4 %).

Si l'assureur décide d'utiliser un modèle déterministe, le Best Estimate est égal à :

$$BE_{deterministe} = \frac{104}{1.04} = 100$$

En revanche, si l'assureur décide d'utiliser un modèle stochastique, le Best Estimate est égal à :

$$BE_{stochastique} = 0.5 * \frac{106}{1.06} + 0.5 * \frac{103}{1.02} = 100.5$$

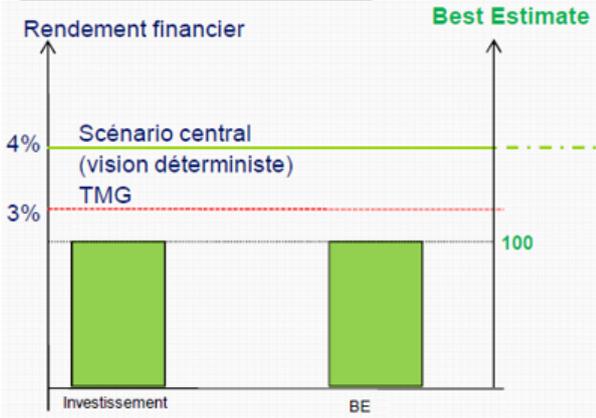
Le BE stochastique est supérieur au BE déterministe. L'utilisation d'un modèle stochastique permet de prendre en compte l'asymétrie du caractère optionnel de l'engagement de l'assureur envers l'assuré. Ainsi, le coût de l'option est valorisé comme demandé dans la directive de Solvabilité II.

**Hypothèses de projection :**

- Taux minimum garanti (TMG) : 3%
- 100% du rendement est distribué aux assurés

• Loi de rachat : 100% en t=1

**Méthode déterministe :**



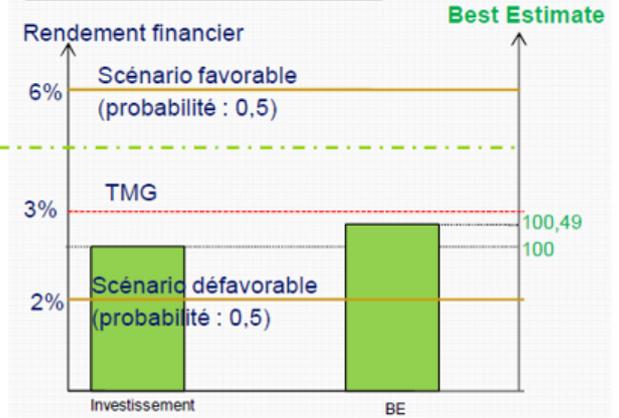
- Calcul du profit de l'assureur :

$$\frac{4-4}{1,04} = 0$$

- Estimation du BE :

$$BEL = \frac{100 \times 1,04}{1,04} = 100$$

**Méthode stochastique :**



- Calcul du profit de l'assureur :

$$50\% \frac{6-6}{1,06} + 50\% \frac{2-3}{1,02} = -0,49$$

- Estimation du BE :

$$BEL = \frac{100 \times 1,06}{1,06} \times 50\% + \frac{100 \times 1,03}{1,02} \times 50\% = 100,49$$

Figure 160: Exemple du Coût d'une option d'un contrat d'épargne

**Calcul de la TVOG**

La TOVG , représentant le coût des options et des garanties, est calculée par différence entre le Best Estimate stochastique et le Best Estimate déterministe.

$$\text{Coût des options et des garanties} = \frac{\sum_{i=1}^n BE_i}{n} - BE_{deterministe} :$$

- avec n : le nombre de scénarios stochastiques (1000 scénarios)

Ainsi en  $t = 0$  :

$$TVOG(0) = BE_{sto}(0) - BE_{det}(0)$$

Dans le cas où  $t > 0$ , la production de milliers de scénarios stochastiques à chaque pas de temps, pour calculer la TVOG par différence entre le BE stochastique et le BE déterministe est difficilement réalisable. En pratique, des méthodes par *drivers* sont utilisées. Ces techniques employées dans le cadre de la directive de Solvabilité II consistent à rechercher des indicateurs permettant d'estimer la valeur du SCR dans le temps. Ainsi, on suppose généralement, par simplification, que la TVOG possède la même tendance que le Best Estimate déterministe au cours du temps.

## 7.10 Annexe 10 : Modélisation des actifs

Dans cette partie, nous allons nous focaliser sur la façon dont nos actifs sont modélisés.

### 7.10.0.1 Modélisation des provisions liées à l'Actif

#### Réserve de capitalisation

Cette réserve réglementaire française est définie, dans l'article R343-3 du Code des assurances, de la façon suivante : "*Réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu*". Le but de cette réserve est d'assurer que le rendement comptable espéré lors de l'achat des titres soit maintenu quelles que soient les variations du marché financier. En effet, puisque l'assureur est un investisseur de long terme, qui compte détenir ses actifs jusqu'à l'échéance, il devrait être protégé contre ce risque des taux. Grâce à cette réserve, l'assureur n'est plus tenté de vendre ses obligations en cas de baisse des taux, et de s'exposer à un risque de réinvestissement. Ainsi, les plus-values de cessions réalisées sur des actifs obligataires (actif de l'article R332-19) , par rapport à la valeur actuarielle calculée à partir du taux actuariel à l'achat, ne sont pas dégagées en résultat, mais sont comptabilisées en réserve de capitalisation. L'assureur pourra faire une reprise sur la réserve de capitalisation lorsque le prix de vente est inférieur. Cette opération comptable permet donc **de lisser** les plus ou moins-values obligataires et assimilées.

La réserve de capitalisation est recalculée à la suite de chaque opération d'achat-vente d'actif. Lorsque des plus ou moins-values sont réalisées sur des obligations à taux fixes ou zéro-coupon, on procède à des mouvements de dotation (en cas de plus-values) ou de reprise (en cas de moins-values) sur la réserve de capitalisation. Lorsque celle-ci est entièrement consommée, les moins-values réalisées viennent impacter la production financière. Lorsque des moins-values sont réalisées sur la vente de titres impactant la réserve de capitalisation, les instruments de couverture (caps) en plus-value seront vendus afin de compenser tout ou partie de ces moins-values.

#### Provision pour dépréciation durable (PDD)

La provision pour dépréciation durable est constituée lorsque, pour un titre donné, la valeur de réalisation du titre est significativement supérieure à sa valeur nette comptable et lorsque cette moins-value potentielle peut être considérée comme durable. Elle vient en déduction de la valeur nette comptable du titre.

Dans les *Model Point d'actifs*, la PDD est affectée ligne à ligne pour les actifs concernés. Elle n'est pas une provision technique et n'est pas automatique. Elle est généralement constituée si un actif baisse de plus de 20 % (30 % en période de forte volatilité des marchés) pendant au moins 6 mois. La PDD n'est pas projetée.

#### Provision pour risque d'exigibilité (PRE)

Il s'agit d'une provision technique portée au passif du bilan. Elle est destinée à faire face aux engagements dans le cas de moins-values, de l'ensemble des actifs mentionnés à l'article R. 343-10. La provision à constituer est évaluée dans les conditions définies à l'article R. 343-5. La PRE est constituée lorsque les placements mentionnés à l'article R. 343-10, à l'exception des valeurs amortissables, se trouvent en situation de moins-value latente nette globale. Une moins-value latente nette globale est constatée lorsque la valeur nette comptable de ces

placements est supérieure à la valeur globale de ces mêmes placements.

Les instruments financiers impactant la PRE correspondent donc aux actifs non amortissables. Ils comprennent les OPCVM obligataires et diversifiés (excepté monétaires), les actions et les actifs immobiliers. La PRE est recalculée à la suite de chaque opération d'achat-vente d'actif. La PRE est constituée en cas de constatation d'une moins-value latente globale sur les actifs et dotée annuellement par 1/8 du montant de la moins-value. Elle est limitée par le montant des moins-values latentes.

### Provision pour aléa financier (PAF)

La provision pour aléas financiers, visait à couvrir des risques de baisse de rendement de l'actif par rapport à des engagements garantis à taux minimum vis-à-vis de l'assuré.

En effet, si le taux de rendement réel des actifs diminué d'un cinquième, est inférieur au quotient du montant total des intérêts garantis des contrats par le montant moyen des provisions mathématiques constituées, la provision pour aléas financiers est dotée en application de l'article A. 331-2 du Code des assurances. Cette provision n'est pas projetée dans le modèle.

#### 7.10.1 Les obligations

Nous nous intéressons désormais aux instruments financiers de dette occasionnant un remboursement à un terme prédéfini et donnant droit à des revenus fixes ou variables, réguliers ou à terme.

Ces obligations sont valorisées grâce aux courbes de taux définies dans les ESG.

La diffusion du risque de crédit n'ayant pas été abordée dans ce mémoire, nous ne nous intéresserons pas aux obligations corporate qui sont valorisées en fonction du spread de crédit et des matrices de transition

L'amortissement des obligations est calculé selon deux méthodes :

- Actuarielle : pour les obligations à taux fixes ou indexées sur l'inflation.
- Linéaire : pour les taux variables.

Le prix en  $t$  d'une obligation de maturité  $T$  est calculé en faisant la somme des cash-flow actualisés.

Étant donné l'importance des produits obligataires dans le bilan des assureurs, ainsi que de leur lien étroit avec les niveaux de taux, il nous semble indispensable de détailler la modélisation de cet actif.

Ainsi, pour chaque obligation, nous projetons l'échéancier de ses flux futurs vus de la date de valorisation  $t$ .



Figure 161: Échéancier des flux d'une obligation

Nous notons :

- $t$  : la date de calcul ;
- $T_i$  : les fractions d'année (calculées en base 30/360) entre  $t$  et les dates de flux futur  $F_i$  ;
- $FluxPériode_t$  : le flux tombant à la date  $t$  de l'obligation ;
- $Coupon_t$  : le flux de coupon à la date  $t$  ;
- $VRemb_t$  : la valeur de remboursement du titre en date d'échéance ;
- $VAmort_t$  : la valeur bilan amortie du titre ;
- $C$  : la marge faciale qui correspond à la valeur du taux de coupon pour les titres à taux fixes ;
- $P$  : la périodicité des coupons du titre ;
- $TRA$  : le taux de rendement actuariel à l'achat du titre ;
- $ICNE_t$  : les intérêts Courus Non Echus calculés à la date  $t$  ;
- $TxCoupon$  : le taux de coupon à multiplier par la valeur de remboursement pour obtenir le flux de coupon ;
- *Date d'échéance* : la date d'échéance du titre et également la date de remboursement du principal ;
- *Date de tombée du coupon* : cette date correspond au 30/06 ;
- $VNom$  : la valeur nominale du titre ;
- $R_S(t, \theta)$  le taux zéro-coupon observé à la date  $t$  pour la maturité  $\theta$ .

### Flux de la période

Le flux tombant à la date  $t$  d'obligations non risquées (à taux fixes et variables) est la somme du flux de remboursement du nominal et du coupon ( $Coupon_t$ ) générés par le titre à la date  $t$ . Le flux est ensuite utilisé dans le calcul de la production financière. Le calcul du coupon et du flux de remboursement est spécifique à chaque instrument de taux.

$$FluxPériode_t = Coupon_t + VRemb_t * \mathbf{1}_{t=date\ d'échéance}$$

$$Coupon_t = TauxCoupon_t * VRemb_t * \mathbf{1}_{t=date\ de\ tombée\ du\ coupon}$$

- Pour les obligations à taux fixes :

$$TauxCoupon_t = \left[ (1 + C)^{\frac{1}{P}} - 1 \right]$$

- Pour les obligations à taux variables :

$$TauxCoupon_t = \left[ (1 + RefTx_t C)^{\frac{1}{P}} - 1 \right]$$

Deux cas sont à distinguer pour calculer  $RefTx_t$  suivant le type de taux du sous-jacent :

- Taux de type zéro-coupon :

$$RefTx_t = R_s(t, \theta)$$

- Taux de type CMS ou TME :

$$RefTx_t = \frac{1 - P^{ZC}(t, \theta)}{\sum_{j=1}^{\theta} P^{ZC}(t, j)} \quad \text{et} \quad P^{ZC}(t, T) = (1 + R_S(t, T))^{-T}$$

### Calculs des coupons-courus

Le calcul des intérêts courus non échus évalués à la date  $t$  ( $ICNE_t$ ) peut être actuariel ou linéaire en fonction du type d'obligation considéré. Dans les deux cas, le principe est de calculer les ICNE en  $t$  en fonction d'un taux d'ICNE ( $TxICNE_t$ ) à appliquer à la valeur de remboursement ( $VRemb_t$ ).

$$ICNE_t = TxICNE_t * VRemb_t$$

- Les obligations à taux fixes utilisent une méthodologie actuarielle :

$$TxICNE_t = \left[ (1 + C)^{\frac{t-T_1}{P}} - 1 \right]$$

- Les obligations à taux variables utilisent une méthodologie linéaire :

$$TxICNE_t = (TxRefICNE_t + C) * \frac{t - T_{-1}}{P}$$

Le taux de référence utilisé pour le calcul des ICNE sur les titres à taux variables est évalué comme suit :

$$TxRefICNE_t = \frac{RefTx_{T_{-1}} * (t - T_{-1}) + RefTx_t * (T_1 - t)}{P}$$

### Valeur bilan amortie

Le calcul de la valeur bilan amortie peut être actuariel (pour les taux fixes) ou linéaire (pour les taux variables).

- Pour les obligations à taux fixes :

$$VAmort_t = \left( TxCoupon * \sum_{i=1}^N \frac{1}{(1 + TRA)^{T_i - t}} + \frac{1}{(1 + TRA)^{T_N - t}} \right) * VRemb_t - ICNE_t$$

Avec N le nombre de flux restant dans l'échéancier du titre. • Pour les obligations à taux variables :

$$VAmort_t = VAmort_{t-1} + \frac{P}{T_N - (t - P)} * (VRemb_t - VAmort_{t-1})$$

### Valeur boursière

La valeur boursière d'obligations non risquées correspond à la somme des flux futurs actualisés au taux zéro-coupon non risqué. • Pour les obligations à taux fixes :

$$VBour_t = \left( \sum_{i=1}^N \frac{F_i}{(1 + R^{ZC}(t, T_i))^{T_i - t}} \right) * VRemb_t - ICNE_t$$

Où  $F_i$  représente le flux projeté en  $T_i$ , exprimé en pourcentage de la valeur de remboursement  $VRemb_t$ .

Les flux d'un titre à taux fixe ou zéro-coupon sont donnés par :

$$\begin{cases} F_i = (1 + C)^{\frac{1}{p}} - 1, \forall i = 1, \dots, N - 1 \\ F_N = (1 + C)^{\frac{1}{p}} \end{cases}$$

Pour un taux zéro-coupon, comme indiqué par son nom, C est égal à 0. Par conséquent, seul le dernier flux compte. • Pour les obligations à taux variables :

$$VBour_t = \left( \sum_{i=1}^N \frac{F_i}{(1 + R^{ZC}(t, T_i))^{T_i - t}} \right) * VRemb_t - ICNE_t$$

Les flux d'un titre à taux variable sont donnés par :

$$\begin{cases} F_i = (1 + f(t, T_i, T_i + \theta) + C)^{\frac{1}{p}} - 1, \forall i = 1, \dots, N - 1 \\ F_N = (1 + f(t, T_i, T_i + \theta) + C)^{\frac{1}{p}} \end{cases}$$

$f(t, T_i, T_i + \theta)$  est le taux forward en  $t$  sur la période  $\theta$  et est calculé comme suit, en fonction du type de sous-jacent du taux variable :

- Taux de type zéro-coupon :

$$f(t, T_i, T_i + \theta) = \left( \frac{(1 + R_S(t, T_i + \theta))^{T_i + \theta}}{(1 + R_s(t, T_i))^{T_i}} \right)^{\frac{1}{\theta}} - 1$$

- Taux de type CMS ou TME :

$$f(t, T_i, T_i + \theta) = \frac{P^{ZC}(t, T_i) - P^{ZC}(t, T_i + \theta)}{\sum_{j=T_{i+1}}^{T_i + \theta} P^{ZC}(t, j)} \quad \text{et} \quad P^{ZC}(t, T_i) = (1 + R_S(t, T_i))^{\frac{1}{T_i}}$$

## 7.10.2 Les actions

Nous allons désormais nous intéresser aux actifs diversifiés de type action et assimilés.

Les instruments de diversification sont valorisés à l'aide d'indices de rendement. Ces indices de rendement peuvent être calculés directement (indice directement issu des ESG) ou indirectement (indice composite).

Les flux de dividendes sont calculés chaque année à partir d'un taux de dividendes paramétré avec des hypothèses de marché. Nous notons :

$IndiceDiv_t$  : l'indice de dividende en date  $t$ .

$VBour_{t-1}$  : la valeur boursière de la période précédente.

$Indice_t$  : la valeur de l'indice de marché sous-jacent en date  $t$  (issue des données de marché).

$\beta$  : le coefficient de corrélation entre l'indice et le titre.

Le flux de dividende est déterminé à partir de l'indice de dividende projeté appliqué à la dernière valeur boursière connue (avant mise à jour de la valeur boursière)

La formule du dividende est :

$$Dividendes_t = IndiceDiv_t * VBour_{t-1}$$

Le taux de dividende s'applique bien à la valeur boursière précédente

La valeur de bilan des instruments de diversification ne fait pas l'objet d'un amortissement.

La valeur de marché est calculée comme suit :

$$VBour_t = \left( 1 + \left( \frac{Indice_t}{Indice_{t-1}} - 1 \right) * \beta \right) * VBour_{t-1}$$

L'indice est un indice net du paiement des dividendes

### Les instruments de trésorerie

Les instruments de trésorerie correspondent aux liquidités disponibles dans le portefeuille d'actifs. Ils sont modélisés de la même manière que les instruments de diversification (via l'utilisation d'indices de performance spécifiques). On affecte aux OPCVM monétaires un indice de marché. Il n'existe pas de dividende associé. Les valeurs bilans ne font pas l'objet d'amortissement.

### 7.10.3 Dérivés actions et taux

Nous allons maintenant nous intéresser aux dérivés actions et taux

#### 7.10.3.1 Dérivés actions

En ce qui concerne les dérivés actions, ce sont des instruments qui permettent de se couvrir contre le risque de hausse des prix des actions (cas des **calls**) et le risque de baisse des prix des actions (cas des **puts**).

#### Valeur bilan amortie

Le calcul de la valeur bilan amortie consiste à amortir la prime linéairement sur la durée de vie de l'option. La valeur bilan amortie décroît alors linéairement vers 0.

#### Valeur à l'échéance

À la date d'échéance  $T$ , le pay-off d'un call européen, est le suivant :

$$PayyOff_{CALL} = (S_T - K)^+$$

À la date d'échéance  $T$ , le pay-off d'un put européen, est le suivant :

$$PayyOff_{PUT} = (K - S_T)^+$$

Avec :  $S_T$  le prix de l'action à l'échéance  $T$  et  $K$  le prix d'exercice de l'option

#### Valeur boursière

Les dérivés actions sont évalués en se basant sur la méthode de Black & Scholes.

$$C(S_t, t) = S_t e^{-d(T-t)} N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

$$P(S_t, t) = Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - S_t e^{-d(T-t)}N(-d_1)$$

Avec :

- $C(S_t, t)$  : la prime du call à la période  $t$
- $P(S_t, t)$  : la prime du put à la période  $t$
- $S_t$  : la valeur du sous-jacent à la période  $t$
- $d$  : le taux de rémunération supposée continue du sous-jacent
- $K$  : le strike
- $T$  : l'échéance
- $\mathcal{N}(\cdot)$  : la fonction de répartition d'une Loi Normale
- $d_1 = [\ln(\frac{S_t}{K}) + (r - d + \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t)] * \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}$
- $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$
- $\sigma$  : la volatilité du sous-jacent
- $r$  : le taux de rendement sans risque

### 7.10.3.2 Dérivés taux

Ces instruments permettent de se couvrir contre le risque de taux d'intérêt porté par un produit de taux (cas des swaps), ou de se couvrir contre l'option de rachat (cas des caps).

La valorisation des instruments de couverture de taux, calculée comme la valeur actuelle des flux, dépend des courbes de taux provenant des ESG

- Les swaps de taux sont modélisés comme deux instruments de taux correspondant aux caractéristiques de chaque jambe du swap. Les flux payés ou reçus au cours de la projection sont déterminés par comparaison entre les deux jambes ainsi calculées.
- Les caps (respectivement les floors) sont modélisés comme des sommes de caplets (respectivement floorlets) évalués par la méthode de Black.

La prime est amortie linéairement sur la durée de vie du dérivé.

#### Valeur amortie

La valeur bilan amortie décroît linéairement vers 0 selon la formule suivante :

$$VAmort_t = VAmort_{t-1} * \left(1 - \frac{1}{(\frac{1}{P} + 1) * T_N}\right)$$

- $P$  : périodicité en année
- $T_N$  : maturités en années correspondant à la date d'échéance du cap/floor

#### Pay-off et valeur boursière d'un cap et d'un floor sur CMS

Les pay-offs du caplet et du floorlet sont utilisés dans le calcul de la production financière.

Le pay-off d'un caplet sur CMS à la date  $T_j$  est le suivant :

$$C_j = VNom * \delta * \max\left(0, F_j^*(T_{j-1}^f, T_{j-1}, T_j) - K\right) * \mathbf{1}_{j \leq T_N}$$

Le pay-off d'un floorlet sur CMS à la date  $T_j$  est le suivant :

$$C_j = VNom * \delta * \max \left( 0, K - F_j^*(T_{j-1}^f, T_{j-1}, T_j) \right) * \mathbf{1}_{j \leq T_N}$$

La valeur boursière d'un cap et d'un floor sur CMS est mise à jour en  $t$  selon le produit considéré :

• La valeur boursière en date  $t$  pour un cap :

$$VBour_t = VNom * \delta * \sum_{j=1}^N \frac{1}{(1 + R^{ZC}(t, T_j))^{T_j - t}} * \left[ F_j^*(t, T_{j-1}, T_j) * \Phi(d_j) - K * \Phi(d_j - \sigma'_j * \sqrt{T_{j-1} - t}) \right]$$

• La valeur boursière en date  $t$  pour un floor :

$$VBour_t = VNom * \delta * \sum_{j=1}^N - \frac{1}{(1 + R^{ZC}(t, T_j))^{T_j - t}} * \left[ F_j^*(t, T_{j-1}, T_j) * \Phi(-d_j) - K * \Phi(-d_j + \sigma'_j * \sqrt{T_{j-1} - t}) \right]$$

Avec :

- $F(t, T_{j-1}, T_j)$  : le taux forward calculé en  $t$  pour la période  $T_{j-1}$  à  $T_j$
- $K$  : le strike du cap/floor
- $P$  : périodicité en année
- $\delta$  : la périodicité des flux exprimée en fraction d'année
- $R^{ZC}(t, T_j)$  : le taux zéro-coupon en  $t$  pour la maturité  $T_j$
- $\sigma_j$  : la volatilité pour l'échéance  $j$ , issue des données de marché
- $\sigma$  : la volatilité pour le titre, issue du portefeuille d'actifs pour les simulations risque-neutre
- $\phi$  : la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite
- $VNom$  le nominal du cap/floor
- $b$  : le coefficient d'ajustement de la volatilité
- $T_N$  : les maturités en années correspondant à la date d'échéance du cap/floor

Un paramètre dit *factor displacement* sert à décaler le modèle log-normal vers des taux possiblement négatifs, Ainsi,  $F_j^*$  est le taux forward impacté du displacement facteur :

$$F_j^*(t, T_{j-1}, T_j) = F(t, T_{j-1}, T_j) + displacement$$

Et

$$d_j = \frac{\ln\left(\frac{F_j^*(t, T_{j-1}, T_j)}{K}\right) + \frac{\sigma_j'^2}{2}(T_{j-1} - t)}{\sigma'_j \sqrt{T_{j-1} - t}}$$

avec :

$$\sigma'_j = \sigma * e^{-b * T_{j-1}} \text{ pour les simulations de type risque neutre}$$

## Les swap de taux

Du fait de leur impact négligeable dans le chapitre II du mémoire, les swap de taux ne seront pas détaillés.

## Risque neutralisation

Dans l'univers risque-neutre, tous les actifs rapportent le taux sans risque. Pourtant, le TMG servant de référence, se base sur les taux réels. Ainsi, dans la pratique, cela conduit certains assureurs à retraiter leurs actifs en **risque-neutralisant** leurs obligations. Cette étape consiste à modifier les caractéristiques de l'obligation, de sorte qu'un coupon fictif soit déterminé, permettant que la somme actualisée au taux sans risque des flux futurs corresponde bien à la valeur de marché initiale de l'obligation et respecte ainsi le critère de *Market Consistency*. Grâce à cette technique, chaque obligation rapporte en moyenne le taux sans risque. On supprime donc bien la prime de risque, d'où le terme de risque-neutralisation.

Il existe plusieurs approches pour effectuer la risque-neutralisation. La méthode que nous retenons est l'approche par la valeur de remboursement. Cette méthode consiste à calculer une nouvelle valeur de remboursement  $VR^*$  qui permet l'égalité entre la valeur actuelle des flux futurs et la valeur de marché des obligations (coupon-couru inclus), puis à calculer le taux actuariel à l'achat. Cette méthode modifie également les coupons. **La risque-neutralisation ne modifie pas la valeur totale de l'obligation.**

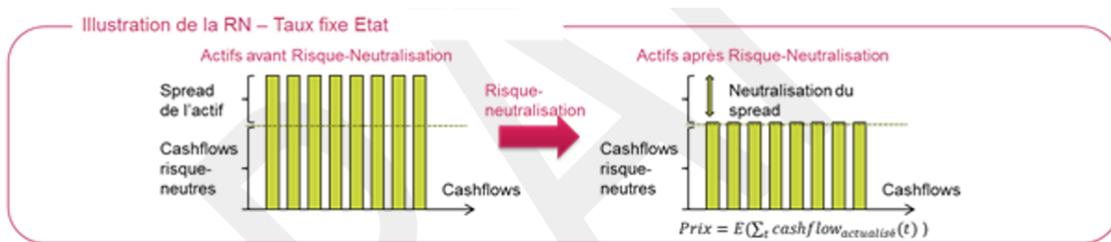


Figure 162: Illustration de l'impact de la risque neutralisation

La mise en œuvre de cette approche s'effectue en deux étapes :

- Calcul de la valeur de remboursement après risque-neutralisation ;
- Mise à jour des grandeurs impactées par la risque-neutralisation ; :
- Recalcul du taux de rendement actuariel ;
- Recalcul du coupon-couru ;
- Recalcul des valeurs de bilan.

### Recalcul de la valeur de remboursement

Pour ce faire, une nouvelle valeur de remboursement, que l'on note  $VR^*$ , est calculée à l'aide d'un coefficient de risque-neutralisation défini comme le rapport entre la valeur de marché constatée du produit et la valeur de marché calculée à partir de l'ensemble des flux actualisés. Ce coefficient permet donc de passer de la valeur de remboursement avant risque-neutralisation à la valeur de remboursement après risque-neutralisation

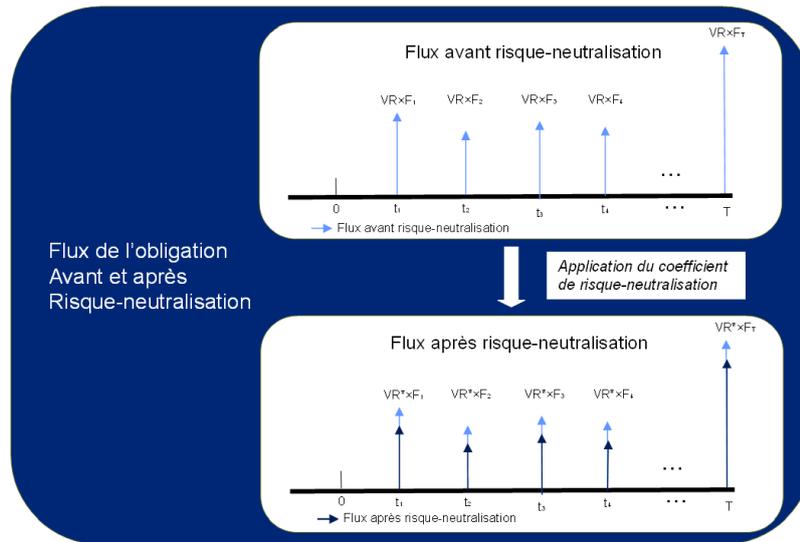


Figure 163: Application du coefficient de risque neutralisation

$$CoeffRN = \frac{VB^* + CC^*}{(VB + CC)'} = \frac{VR^* + \sum_{i=1}^T F_i * df_i}{VR + \sum_{i=1}^T F_i * df_i} = \frac{VR^*}{VR}$$

$VB^* + CC^*$  correspond à la valeur obtenue en actualisant la somme des flux futurs constatées sur le marché.  
 $(VB + CC)'$  correspond à la valeur obtenue en actualisant la somme des flux futurs recalculée sur la courbe des taux sans risque.

Ainsi la valeur de remboursement après risque-neutralisation est égale à :  $VB^* = VB * CoeffRN$

### Recalcul du taux de rendement actuariel

Lors de la risque-neutralisation du stock, les flux futurs ont été modifiés, ce qui crée une modification implicite du TRA. Ce dernier est donc recalculé afin que les flux futurs actualisés au TRA permettent de redonner la valeur nette comptable y compris coupon-couru. Ainsi dans le cas des obligations à taux fixe :

$$VNC + (VB^* - VB) + CC^* = \left( \sum_{i=1}^{T-1} \frac{VR^* * ((1 + C)^{\frac{1}{P}} - 1)}{(1 + TRA)^{t_i}} \right) + \frac{VR^*(1 + C)^{\frac{1}{P}}}{(1 + TRA)^{t_T}}$$

On notera que lors de la risque-neutralisation les plus ou moins-values sont bien conservées. En effet :

$$VB^* - VNC^* = VB^* - VNC - (VB^* - VB) = VB - VNC$$

### Recalcul du coupon-couru

Le coupon-couru après risque-neutralisation est calculé comme suit :  $CC^* = CC * CoeffRN$

### Recalcul de la valeur bilan

Lors de la risque-neutralisation, les valeurs de bilan sont modifiées :

- La valeur boursière hors coupon-couru est modifiée (car le coupon a été modifié lors de la risque-neutralisation). Néanmoins, la valeur boursière y compris coupon-couru est inchangée lors de l'opération
- La valeur nette comptable hors coupon-couru est également modifiée car le coupon-couru a été déformé. La valeur nette comptable y compris coupon-couru n'est néanmoins pas modifiée.

#### 7.10.4 Modélisation des passifs

Dans cette partie, nous allons nous focaliser, sur les grands principes de modélisation des passifs d'assurance.

##### 7.10.4.1 Traitements de début de projection

###### Provision Mathématique en début de projection

La provision mathématique en début de projection est égale à la PM provenant du *Model Point de passif*.

###### Recadrage initial actif-passif

Le recadrage actif-passif est effectué en début de simulation. Nous récupérons tout d'abord les provisions initiales de passif par portefeuille. Ensuite, le montant de l'actif pour chaque portefeuille est calculé avant recadrage en sommant la valeur de bilan amortie et le montant de coupon-couru. L'écart actif-passif en est alors déduit par portefeuille. Lorsque l'actif est supérieur au passif, nous réduisons le montant de la trésorerie pour rétablir l'équilibre. Lorsque l'actif est inférieur au passif, nous ajustons le montant de la trésorerie à celui du passif.

##### 7.10.4.2 Traitements de début d'année

###### Provision Mathématique en début d'année

L'enjeu de début d'année est la mise à jour de la provision mathématique. Au début de chaque année, le nombre de contrats et la provision mathématique sont mis à jour. Ces éléments sont respectivement égaux au nombre de contrats et à la provision mathématique de la fin d'année précédente.

##### 7.10.4.3 Traitements des sorties de milieu d'année

L'enjeu de milieu d'année concerne la mise à jour des sorties et des entrées. Les sorties sont constituées des décès, des rachats (totaux et partiels), des transferts, des échus, c'est-à-dire des contrats arrivés à maturité et des participations aux bénéficiaires versées aux contrats sortis en milieu d'année. Les entrées sont relatives aux souscriptions, aux versements libres et aux versements programmés de la période. Le calcul des entrées s'accompagne de chargements et commissions.

###### Calcul des décès

Les décès sont estimés à partir des taux de mortalité issus de tables règlementaires. Les taux de mortalité annuels (noté  $q_x$ ) sont calculés comme indiqué ci-dessous :

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} \text{ avec :}$$

- $p_x$  : la probabilité de survie à un an
- $l_x$  : le nombre de survivants d'âge  $x$  présent dans la table de mortalité

À ces taux de mortalité, un abattement peut être appliqué. Dans ce cas, les taux de mortalité deviennent :

$$q_x = \text{Abattement}_{Qx} * q_x \text{ avec :}$$

- $Abatement_{Qx}$  : le taux d'abattement appliqué

Les taux de mortalité de l'année valent alors :

$$q_{x\text{Année}} = 1 - (1 - q_x)^{\frac{1}{2}}$$

Finalement, la prestation de décès est calculée en pourcentage de la PM :

$$Deces_{Année} = q_{x\text{Année}} * PM$$

### Calcul des rachats totaux

Les rachats totaux sont constitués des rachats structurels totaux et des rachats dynamiques. La construction des hypothèses de passifs permet de déterminer à chaque période les taux de rachats structurels totaux ainsi que les taux de rachats dynamiques. Les rachats totaux de l'année sont calculés en pourcentage de la PM.

### Calcul des rachats partiels

Les taux de rachats partiels font partie des *hypothèses de passif*. Les rachats partiels sont aussi calculés en pourcentage de la PM.

### Calcul des transferts

Les transferts sont calculés en pourcentage de la PM . Le taux de transfert est renseigné dans *les hypothèses de passif*

$$Transferts_{Année} = \min(Tx_{Transferts_A} * PM; PM - Deces_A - RachatTotal_A - RachatsPartiels_A)$$

### Calcul des contrat échus

Les contrats échus sont les contrats qui ont atteint leur terme. Lorsque l'ancienneté du contrat dépasse la durée des contrats, les contrats sortent en échus. Les échus de l'année sont calculés comme indiqué ci-dessous :

$$Echus_{Année} = (PM - Deces_A - RachatTotal_A - RachatsPartiels_A - Transfert_A) * \mathbf{1}_{Anciennete > DureeContrat}$$

### Calcul des intérêts crédités des sorties

Ils représentent la part des intérêts crédités attribués aux contrats sortis dans l'année. Les intérêts crédités (IC) représentent les montants des garanties de taux comme le TMG. Ces informations font partie des *hypothèses de passif*. Les intérêts crédités des sorties sont calculés en appliquant un taux de sortie aux intérêts crédités.

$$IC = PM * (1 + TMG)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$Taux_{Sorties} = \frac{Deces_A + RachatTotal_A + RachatsPartiels_A + Transferts_A + Echus_A}{PM}$$

$$IC_{Sortie} = Taux_{Sorties} * IC$$

### Calcul des Participations aux bénéfices sur sortie

La PB des sorties représente la part de participation aux bénéfices attribuée aux contrats sortis en milieu

d'année.

#### 7.10.4.4 Traitements des entrées de milieu d'année

##### Calcul des souscriptions

Les souscriptions correspondent aux contrats souscrits dans l'année. Les souscriptions sont calculées comme un ratio du chiffre d'affaires annuel généré par les produits.

$$Souscription = \frac{NbContrats * CotisationInitiale}{\sum_{NewBusiness} (NbConstrats * CotisationInitiale)} * ChiffreAffaires$$

##### Calcul des versements libres

Les versements libres sont les versements effectués par les assurés non stipulés dans les contrats. Ces versements libres sont calculés comme un ratio du chiffre d'affaires annuel généré par les produits.

$$VersementsLibres = \frac{NbContrats * CotisationInitiale}{\sum_{VL} (NbConstrats * CotisationInitiale)} * ChiffreAffaires$$

##### Calcul des chargements et commissions sur flux

Les chargements et les commissions sur flux sont calculés uniquement sur les flux entrants dans l'année.

$$ChgtFlux = Tx_{ChargementCA} * (Souscription + VersementsLibres + VersementsProg)$$

$$CommFlux = Tx_{CommCA} * ChgtFlux$$

##### Mise à jour de la PM

La PM est mise à jour en ajoutant au montant de PM de début d'année le montant des entrées et en retranchant le montant des sorties.

$$PM = \max(PM_{début} + IC - Sorties + Entree - ChgtFlux; 0) \text{ avec :}$$

$$Sorties = Deces + RachatsTotaux + RachatsPartiels + Transfert + Echus$$

$$Entrees = Souscription + VersementsLibres + VersementsProg$$

##### Mise à jour du nombre de contrats

Le nombre de contrats sortis et le nombre de contrats transférés pendant la période sont calculés comme un ratio de nombre de contrats en début d'année. Le nombre de contrats entrés dans l'année est égal au nombre de souscriptions

$$NbSortie = NbContrat_{début} * \frac{Deces + RachatsTotaux + Echus}{PM_{Debut} * (1 + TMG)^{\frac{1}{2}}}$$

$$NbTransferts = NbContrat_{début} * \frac{Transferts}{PM_{debut} * (1 + TMG)^{\frac{1}{2}}}$$

$$NbEntrees = \frac{Souscriptions}{CotisationInitiale}$$

Le nombre de contrats en fin de période est obtenu en ajoutant le nombre d'entrées et en retranchant le nombre de contrats sortis au nombre de contrats en début d'année.

$$NbContrat_{fin} = NbContrat_{Debut} - NbSorties - NbTransferts + NbEntrees$$

#### 7.10.4.5 Traitements de fin d'année

##### Calcul de l'objectif de participation aux bénéfices

L'objectif de participation aux bénéfices (ou PB cible) correspond à la participation aux bénéfices cible à attribuer aux contrats.

$$PB\ Cible = TGR\ Cible * \frac{PM_{debut} + PM_{fin}}{2} \text{ avec :}$$

*TGR Cible* : correspond au taux global de revalorisation cible renseigné comme *hypothèses de passif*

##### Algorithme de revalorisation

L'algorithme de revalorisation permet :

- Le financement de la partie **non-discrétionnaire** des contrats correspondant aux **contraintes obligatoires**. Ce sont les éléments qui doivent être obligatoirement financés et qui peuvent mener à la réalisation de coûts Fonds Propres comme les intérêts crédités (IC), les frais financiers et les participations aux bénéfices (PB).
- Le financement de la partie laissée à la **discrétion de l'assureur** et correspondant aux contraintes **non-obligatoires** pour lesquelles aucun coût Fonds Propres n'est réalisé.

##### Répartition de la production financière

La production financière par ligne de Model Point correspond à la production financière globale répartie sur les lignes de *Model Point de passif*.

##### Répartition du montant de participation aux bénéfices

Le montant global de PB à distribuer est déterminé dans l'algorithme de revalorisation et est réparti sur les lignes de Model Point par niveau de TMG

#### 7.10.4.6 Traitements de fin de projection

##### Réserve de capitalisation

La réserve de capitalisation est comptabilisée au bilan Solvabilité 2 en fonds excédentaires, en vertu des dispositions de l'article 91. Elle n'est ainsi pas considérée comme un engagement d'assurance et est intégrée aux fonds propres.

##### Plus ou moins values latentes et Provisions pour participations aux bénéfices

Les montants moyens de plus/moins-values latentes observés au niveau des actifs comptabilisés selon R. 332-20, de provision pour participation aux bénéfices et de provision pour participation aux excédents observés en fin de projection sont actualisés et sommés :

- Si le montant obtenu est positif, il est intégré à la meilleure estimation des engagements.
- S'il est négatif, ce montant est pris en charge par l'assureur et impacte ainsi les capitaux propres.

### Provisions mathématiques résiduelles

Pour chaque projection, les provisions mathématiques résiduelles sont actualisées. Leur moyenne est ensuite ajoutée à la meilleure estimation.

#### 7.10.4.7 Modélisation des rachats

Nous nous intéressons désormais à la modélisation des rachats :

##### Rachat Structurels

Les rachats structurels sont indépendants des conditions économiques et du taux de revalorisation servi par l'assureur. Deux phénomènes principaux expliquent ces rachats :

- La dégradation de la situation financière de l'assuré qui peut avoir besoin de fonds pour subvenir à un besoin financier ponctuel
- La fiscalité de l'assurance vie : pour les sorties en capital, l'imposition diffère selon l'ancienneté du contrat. Ainsi, si la sortie est effectuée après huit ans, il y a exonération totale ou partielle de l'impôt sur les intérêts en fonction de la date de souscription et du type de contrat.

##### Rachat Conjecturels

Les rachats conjoncturels correspondent aux rachats qu'effectuent les assurés en arbitrant entre l'évolution des marchés financiers et les taux servis par l'assureur. En effet, en cas de hausse des taux, certains assurés peuvent racheter leur contrat pour accéder aux taux plus compétitifs des nouveaux contrats. Ce risque reste cependant très difficilement quantifiable car les assurés n'ont pas toujours des comportements rationnels. L'ACPR a défini un corridor dans lequel les organismes ont la possibilité d'ajuster leur propre loi de rachats conjoncturels. La méthode proposée dépend du taux de rachats dynamiques (RC), de l'écart entre le taux servi (R) et le taux attendu par l'assuré (TA), lui-même dépendant de l'environnement économique :

$$TA = \max(90\% * Taux\ Servi_{n-1}, TME_n) \text{ où :}$$

TME est le taux moyen des emprunt d'État. Ce taux, utilisé comme taux de référence est en cohérence avec ce qui peut être observé en pratique, puisque le taux servi moyen est très corrélé aux taux OAT français 10 ans.

Le graphique ci-dessous présente le pourcentage des rachats dynamiques en fonction de l'écart entre le taux servi et le taux cible. Chaque courbe concerne un produit et une certaine catégorie d'âge des assurés.

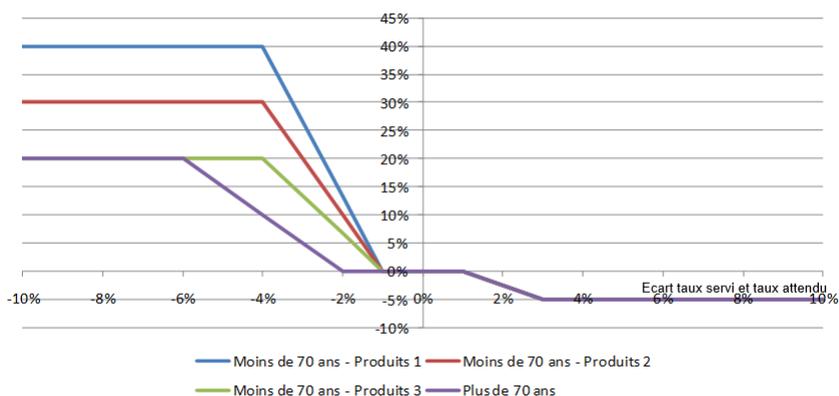


Figure 164: Représentation graphique des lois de rachats dynamiques

Nous constatons que les plus de 70 ans sont les moins réactifs et se situent au niveau du minimum ACPR.

Si le taux servi est inférieur au taux attendu (TA) par les assurés, ces derniers auront tendance l'année suivante à racheter plus que ne l'indique la courbe de rachats structurels. À l'inverse, si les assurés se voient offrir un taux supérieur à leurs attentes, ils rachèteront l'année suivante moins que par le passé.

Concrètement, le taux de rachats conjoncturels (RC) se décompose de la façon suite en fonction de l'écart entre le taux servi R et le taux attendu TA :

$$\left\{ \begin{array}{ll} RC_{max} & \text{si } R - TA < \alpha \\ RC_{max} \frac{(R-TA-\beta)}{\alpha-\beta} & \text{si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R - TA < \gamma \\ RC_{min} \frac{(R-TA-\gamma)}{\delta-\gamma} & \text{si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } R - TA > \delta \end{array} \right.$$

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$RC_{min}$	$RC_{max}$
Plafond max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

Table 47: Paramètres de la fonction de la loi de rachat dynamique

- $\alpha$  est le seuil en-deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à  $RC_{max}$ . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.
- $\beta$  et  $\gamma$  sont respectivement les seuils d'indifférences à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces deux seuils, le comportement de l'assuré n'est pas modifié.
- $\delta$  est le seuil au-delà duquel la diminution du taux de rachat structurel est constante et fixé à  $RC_{min}$ . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.

Le taux de rachat total RT s'exprime en fonction des rachats structurels et conjoncturels :

$$RT(R, TA) = \min(1, \max(0, RS + RC(R, TA)))$$

## 7.11 Annexe 11 : Calcul des SCR

Le SCR de marché représente la plus grosse contribution au SCR global pour les assureurs vie (voir la page 134). Nous présenterons dans cette section, les trois principaux sous-modules que sont le SCR action, le SCR spread et le SCR taux. Ce sont justement les SCR que nous allons optimiser ultérieurement dans le chapitre III

### 7.11.1 Zoom sur le SCR action

Le calcul du SCR action se base sur l'Article 168 des actes délégués de Solvabilité 2. Ce risque résulte de la sensibilité de la valeur de marché des actifs et des passifs aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actions. Deux types d'actions sont définis au sein du sous-module risque sur actions :

- Les actions de type 1 sont des actions cotées sur les marchés réglementés des pays membres de l'Espace économique européen (EEE) ou de l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE).

Le choc de référence appliqué à cette catégorie est de 39%

- Les actions de type 2 sont des actions cotées dans des pays qui ne sont pas membres de l'EEE ou de l'OCDE et des actions non cotées . Le choc de référence appliqué à cette catégorie est de 49%.

Ainsi, le choc action au titre des actions simples est calculé de la manière suivante :

$$Choc_{Action} = VM_{Scénario\ Central} * \%Choc_{Type\ Action} \quad où$$

-  $VM$  : est la valeur de marché initiale

-  $\%Choc_{Type\ Action}$  : désigne le niveau de choc à appliquer en fonction du type d'action

Le choc action est appliqué à un niveau "ligne à ligne" des actifs soumis au risque sur actions.

En plus des actions classiques, sont également soumis aux risques actions de type 1 les produits structurés appartenant à l'OCDE, les fonds transparisés et les dérivés actions de l'OCDE. Les fonds non transparisés se voient affectés un choc action type 2

Un facteur d'ajustement symétrique appelé "*dampener*" est appliqué au choc action. Cet ajustement permet d'atténuer la sensibilité de l'assureur aux variations de marché. Ainsi, cet ajustement diminue le choc action lorsque les marchés sont en position basse dans le cycle et que la probabilité de baisse est faible et l'augmente lorsque les marchés sont en position haute dans le cycle et que la probabilité de baisse est importante. Le dampener est compris entre -10% et +10%, conformément à la formule réglementaire, il est calculé selon la formule suivante :  $Dampener = \max[\min(1/2 * (\frac{CI-AI}{AI} - 80\%); 10\%); -10\%]$  avec :

-  $CI$  le niveau courant de l'indice du cours de l'action ;

-  $AI$  la moyenne des niveaux quotidiens de l'indice du cours des actions durant les 36 derniers mois.

Pour chaque type d'action 1 et 2, un besoin en capital est calculé. L'exigence de capital pour le risque sur actions correspond à l'agrégation de ces deux besoins en capitaux en prenant en compte une corrélation de 75%.

Les participations stratégiques, actions détenues sur une longue période et avec une participation suffisante pour influencer sur la direction de l'entreprise, sont soumises à un choc réduit de 22%.

### 7.11.2 Zoom sur le SCR spread

Le calcul du SCR spread se base sur l'Article 176 des actes délégués de Solvabilité 2. Ce risque résulte de la sensibilité de la valeur des actifs et des passifs aux changements affectant le niveau ou la volatilité des spreads de crédit par rapport à la courbe des taux d'intérêt sans risque.

L'exigence de capital pour risque de spread est égale à la somme de trois exigences :

- Pour risque de spread sur les obligations et les prêts, incluant les obligations taux fixe, taux variable et indexées inflation
- Pour risque de spread sur les positions de titrisation, incluant les structurés de crédit, les positions de titrisation (CDO, titrisation, etc.) et de retitrisation (CDO Squared)
- Pour risque de spread sur les dérivés de crédit incluant les dérivés inclus dans les organismes de placement collectif (OPC) et autres investissements sous la forme de fonds

#### Obligations et prêts

Pour les obligations à taux fixe et variable, le choc spread est obtenu en appliquant un facteur de risque sur la valeur de marché initiale. Le facteur de risque dépend de la duration bornée exprimée en année, du type d'émetteur et de la notation de l'émission. La duration bornée est obtenue à partir de la duration modifiée, d'un plancher et d'un plafond de duration comme explicité dans la formule suivante :

$$Duration_{Bornée} = Min(Max(Floor, Duration_{Modifiée}), Cap) \text{ où}$$

- $Duration_{Modifiée}$  représente la duration modifiée du titre
- $Floor$  représente un plancher pour la duration
- $Cap$  représente un plafond pour la duration

Le calcul du choc de spread pour les obligations et prêts est effectué à l'aide de la formule suivante :

$$Choc_{Spread} = VM_{Central} * F(Duration_{Bornée}, Type\ Emetteur, Notation)$$

Où F représente le facteur de risque dépendant de la duration modifiée ainsi que du type d'émetteur et de la notation de l'actif. Ce facteur est obtenu selon la méthodologie décrite dans l'Article 176 des actes délégués :

$$F(Duration_{Bornée}, Type\ Emetteur, Notation) = Min((a_i + b_i * x(Duration_{Bornée} - BorneInfTrancheDuration)), 1)$$

$a_i$  et  $b_i$  dépendent chacun de la duration bornée, du type d'émetteur et de la notation.  $BorneInfTrancheDuration$  représente la borne inférieure de la tranche de duration considérée.

En ce qui concerne les positions de titrisation, le choc spread est obtenu en appliquant également un facteur de risque sur la valeur de marché initiale. Le facteur de risque dépend de la duration bornée exprimée en année, du type d'émetteur et de la notation de l'émission. Dans le cas des positions de titrisation, les paramètres  $a_i$  et  $BorneInfTrancheDuration$  sont nuls.

### 7.11.3 Zoom sur le SCR taux

Le calcul du SCR Taux se base sur l'Article 165 des actes délégués de Solvabilité 2. Ce risque résulte de la sensibilité de la valeur des actifs et des passifs aux changements se produisant au niveau de la courbe de base des taux d'intérêt sans risque. Les actifs concernés par le calcul du SCR taux sont :

- les produits de taux fixes ;
- les produits de taux variables ;
- les zéros coupons ;
- les fonds transparisés ;
- les dérivés.

#### 7.11.3.1 Choc sur la courbe de taux initiale

La courbe des taux nominaux initiale est choquée à la hausse et à la baisse respectivement avec les paramètres  $EIOPA s^{up}(t)$  et  $s^{down}(t)$  pour les différentes maturités  $t$  :

Maturité t (en années)	$s^{up}(t)$	$s^{down}(t)$
1 et moins	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%
11	39%	-30%
12	37%	-29%
13	35%	-28%
14	34%	-28%
15	33%	-27%
16	31%	-28%
17	30%	-28%
18	29%	-28%
19	27%	-29%
20	26%	-29%
90 et plus	20%	-20%

Figure 165: SCR taux : paramètres chocs EIOPA

Ainsi :

Le choc à la hausse des taux est :  $t_{shock\ up} = t_{central} * (1 + s^{up})$

Le choc à la baisse des taux : **si le taux d'intérêt sans risque de base  $t_{central}$  est négatif, alors aucun choc n'est appliqué, sinon :**  $t_{shock\ down} = t_{central} * (1 + s^{down})$

Les chocs hausse et baisse de taux sont appliqués aux courbes de taux nominaux et réels. Pour les maturités entre 20 ans et 90 ans, une interpolation linéaire est effectuée. Les courbes de taux choquées sont obtenues en respectant la procédure *EIOPA*, c'est-à-dire en intégrant les retraitements pour risque de crédit (*Credit Risk Adjustment*), la correction pour volatilité (*Volatility Adjustment*) ainsi que la convergence vers l'*Ultimate Forward Rate* (UFR).

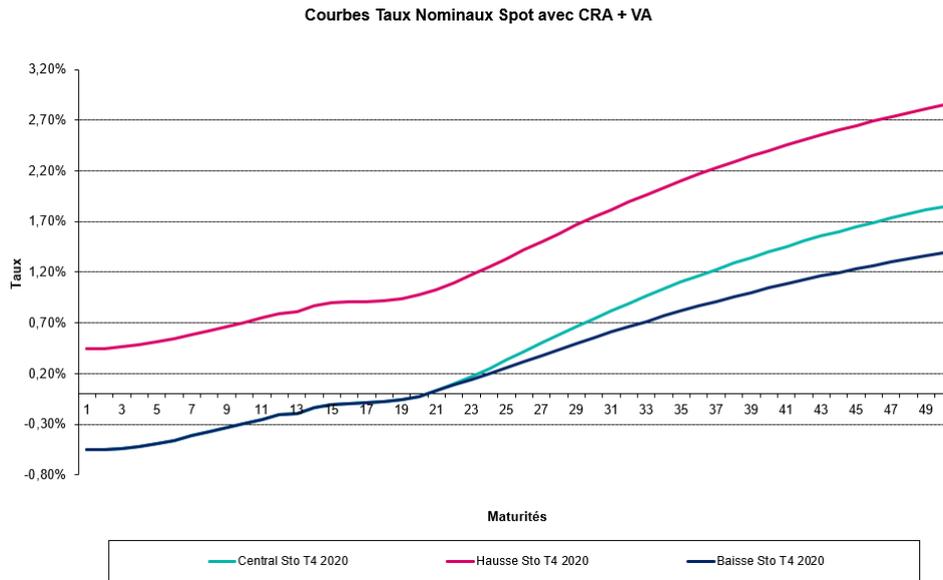


Figure 166: Courbes Choquées au 31-12-2020

Nous remarquons, que sur les premières maturités, où les taux centraux sont négatifs, la courbe centrale et la courbe à la baisse des taux sont confondues. Cela s'explique par le fait que nous ne choquons pas les taux négatifs.

### Obligations à taux fixe

La valeur de marché choquée correspond à l'actualisation des flux futurs de l'actif avec la courbe des taux choquée (à la baisse ou à la hausse), à laquelle vient s'ajouter le coupon-couru éventuel. Le choc de taux au titre des obligations à taux fixe, taux variable et zéro-coupon est calculé de la manière suivante :

$$Choc_{Taux} = VM_{Central} - VM_{Choquée} \text{ où}$$

$VM_{choquée}$  est la valeur de marché choquée

### Pour les dérivés

La valeur de marché choquée des actifs dérivés est calculée en appliquant les formules de pricing des actifs en environnement choqué.

### Calcul du SCR Brut

L'exigence de capital brute (SCR brut) est calculée sans prendre en compte la capacité d'absorption par les provisions techniques. Elle est calculée pour chaque risque en considérant  $i$  parcourant l'ensemble des lignes :

$$SCR_{Brut} = \sum_i [(VM_{Central}^i - VM_{Choqué}^i) - (BEG_{Central}^i - BEG_{Choqué}^i)] \text{ avec :}$$

- $VM_{Central}^i$  : la valeur de marché centrale de l'actif ;
- $VM_{Choqué}^i$  : la valeur de marché de l'actif suite au choc ;
- $BEG_{Central}^i$  : le Best Estimate garanti central (hors partie discrétionnaire) ;

-  $BEG_{Choqué}^i$  : le Best Estimate garanti suite au choc.

### Calcul du SCR Net

L'exigence de capital nette (SCR net) est calculée en prenant en compte la capacité d'absorption par les provisions techniques :

$$SCR_{Net} = \sum_i [(VM_{Central}^i - VM_{Choqué}^i) - (BEL_{Central}^i - BEL_{Choqué}^i)] \text{ avec :}$$

- $VM_{Central}^i$  : la valeur de marché centrale de l'actif ;
- $VM_{Choqué}^i$  : la valeur de marché de l'actif suite au choc ;
- $BEL_{Central}^i$  : le Best Estimate central ;
- $BEL_{Choqué}^i$  : le Best Estimate suite au choc .

## 7.12 Annexe 12 : Choix du nombre de trajectoires

L'utilisation de 2000 trajectoires augmente de façon significative les temps de calcul mais ne produit pas d'impact significatif sur le BSCR (inférieur à 3 %). Pour ces raisons, il a été jugé d'utiliser, dans le cadre de ce mémoire, le même nombre de scénarios que lors des productions officielles (1000 trajectoires).

2020 T4		en M€			
PTF A	Trajectoires	BSCR	VIF Centrale	Ecart de convergence	Temps de calcul
	1000	2 444,42	1 870,14	-0,26%	0h35
	2000	2 516,31	1 849,53	-0,07%	1h21
Ecart		2,94%	-1,10%		

2020 T4		en M€			
PTF B	Trajectoires	BSCR	VIF Centrale	Ecart de convergence	Temps de calcul
	1000	2 836,79	905,11	-0,17%	0h33
	2000	2 875,11	864,66	-0,01%	0h53
Ecart		1,35%	-4,47%		

Figure 167: Utilisation de 2000 trajectoires

2020 T4		1000		2000		Ecart	
en M€		VIF	EC	VIF	EC	VIF	EC
PTF A	Central	1 870,14	-0,26%	1 849,53	-0,07%	-1,10%	-73,88%
	ChocBaisseTaux	1 292,85	-0,23%	1 262,61	-0,06%	-2,34%	-75,30%
	ChocActionType1	1 156,14	-0,23%	1 105,96	-0,06%	-4,34%	-72,18%
	ChocActionType2	1 381,82	-0,25%	1 341,97	-0,07%	-2,88%	-73,11%
	ChocSpread	1 298,40	-0,26%	1 266,15	-0,07%	-2,48%	-74,31%
	ChocImmobilier	1 465,52	-0,26%	1 431,37	-0,07%	-2,33%	-73,71%
	ChocChange	1 660,18	-0,26%	1 630,20	-0,07%	-1,81%	-73,40%
	ChocMortalite	1 861,57	-0,26%	1 843,45	-0,07%	-0,97%	-71,87%
	ChocLongevite	1 886,09	-0,26%	1 863,10	-0,06%	-1,22%	-77,04%
	ChocHausseRachat	1 787,55	-0,25%	1 770,64	-0,09%	-0,95%	-66,01%
	ChocBaisseRachat	1 998,12	-0,26%	1 976,18	-0,04%	-1,10%	-84,10%
	ChocRachatMassif	4 214,92	-0,22%	4 212,75	-0,11%	-0,05%	-52,71%
	ChocFrais	1 613,32	-0,26%	1 593,70	-0,07%	-1,22%	-73,81%
	ChocMortaliteCat	1 870,36	-0,26%	1 849,92	-0,07%	-1,09%	-73,85%
PTF B	Central	905,11	-0,17%	864,66	-0,01%	-4,47%	-92,04%
	ChocBaisseTaux	-261,89	-0,13%	-311,06	0,00%	18,77%	-101,78%
	ChocActionType1	247,72	-0,14%	193,64	-0,01%	-21,83%	-95,69%
	ChocActionType2	338,72	-0,15%	287,50	-0,01%	-15,12%	-93,58%
	ChocSpreadObligation	275,25	-0,17%	231,51	-0,02%	-15,89%	-90,86%
	ChocImmobilier	607,86	-0,16%	561,61	-0,01%	-7,61%	-92,56%
	ChocChange	724,73	-0,16%	681,12	-0,01%	-6,02%	-91,95%
	ChocMortalite	963,73	-0,17%	927,24	-0,02%	-3,79%	-89,41%
	ChocLongevite	812,73	-0,16%	766,30	0,00%	-5,71%	-97,33%
	ChocHausseRachat	1 010,98	-0,16%	979,93	-0,03%	-3,07%	-82,81%
	ChocBaisseRachat	864,18	-0,16%	814,26	0,01%	-5,78%	-107,55%
	ChocRachatMassif	3 432,52	-0,14%	3 421,85	-0,05%	-0,31%	-63,33%
	ChocFrais	745,45	-0,17%	706,40	-0,01%	-5,24%	-91,64%
	ChocMortaliteCat	907,13	-0,17%	866,78	-0,01%	-4,45%	-92,03%

Figure 168: Évolution des SCR avec 2000 trajectoires

Nous notons tout de même une diminution significative des écarts de convergence.

### 7.13 Annexe 13 : Impact MA sur un autre portefeuille

Les mêmes management actions ont été appliquées sur un autre portefeuille fictif, possédant des caractéristiques différentes de celle du portefeuille étudié (un niveau de TMG important, plus de chargements, une allocation d'actif différente ect)

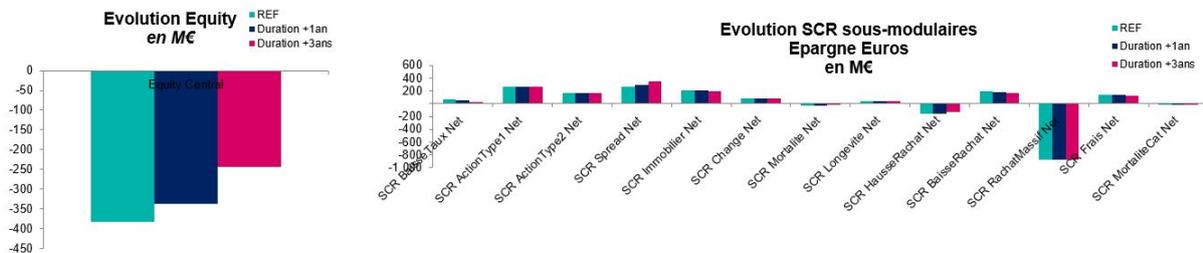


Figure 169: MA Rallongement de la durée pour un portefeuille B

Suite à l'augmentation de la maturité des obligations, nous retrouvons les mêmes effets évoqués lors de l'analyse de notre portefeuille de référence : une amélioration du niveau de l'Equity, une réduction du niveau du SCR à la baisse des taux, et une hausse importante du SCR de spread.

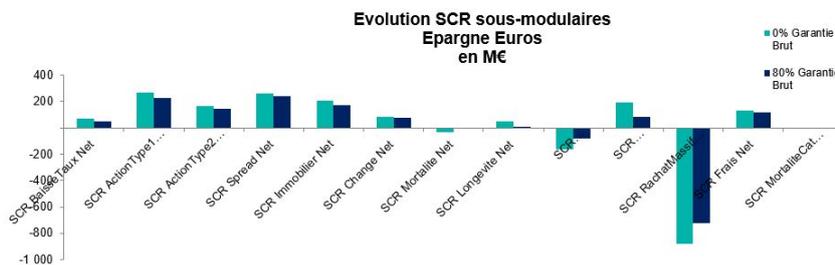


Figure 170: MA garantie brute pour un portefeuille B

Nous retrouvons aussi les mêmes effets suite à l'application de la garantie brute. Ainsi les management actions semblent bien fonctionner pour des portefeuilles d'épargne ayant des caractéristiques différentes.

## 7.14 Annexe 14 : Corrélation taux action

En utilisant l'approche de l'EIOPA entre 1990 et 2010, sur des indicateurs français, que sont le CAC40 et le taux FR 10 ans, nous obtenons une corrélation nulle voir négatif.

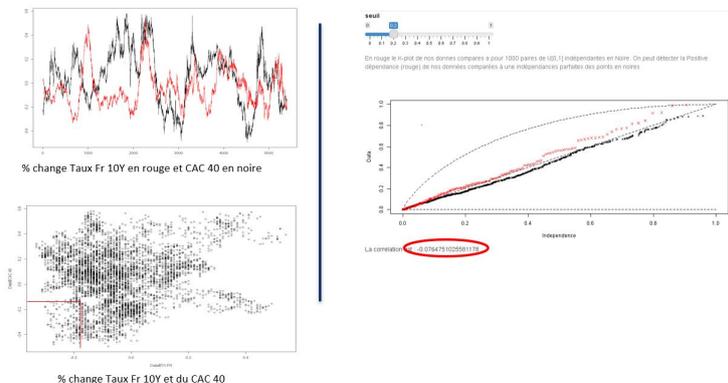


Figure 171: Réplication de la méthode de l'EIOPA entre 1990 et 2010 avec le CAC 40 et le Taux FR 10 ans

En refaisant le même exercice entre le DAX et la taux allemand 10 ans, nous obtenons une corrélation de 4% entre 1990 et 2010, et une corrélation de -8% entre 1990 et 2020

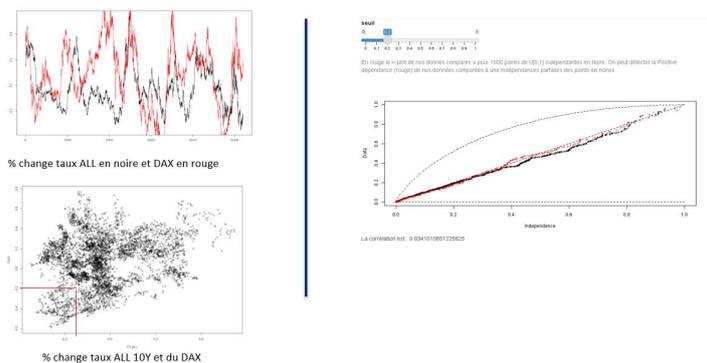


Figure 172: Réplication de la méthode de l'EIOPA entre 1990 et 2010 avec le DAX et le taux allemand 10 ans

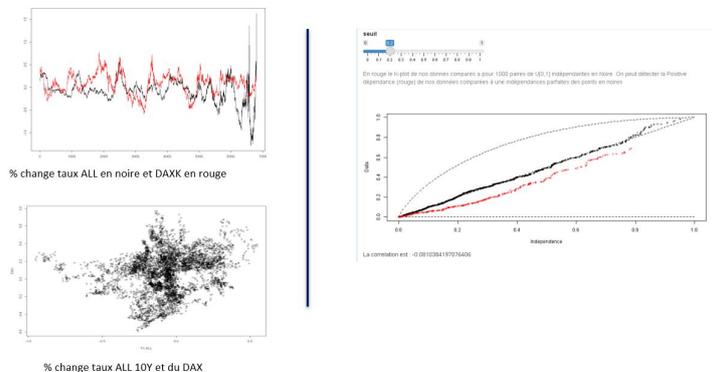


Figure 173: Réplication de la méthode de l'EIOPA entre 1990 et 2020 avec le DAX et le taux allemand 10 ans

## Annexe 15 : L'algorithme de Deep Q-Networks

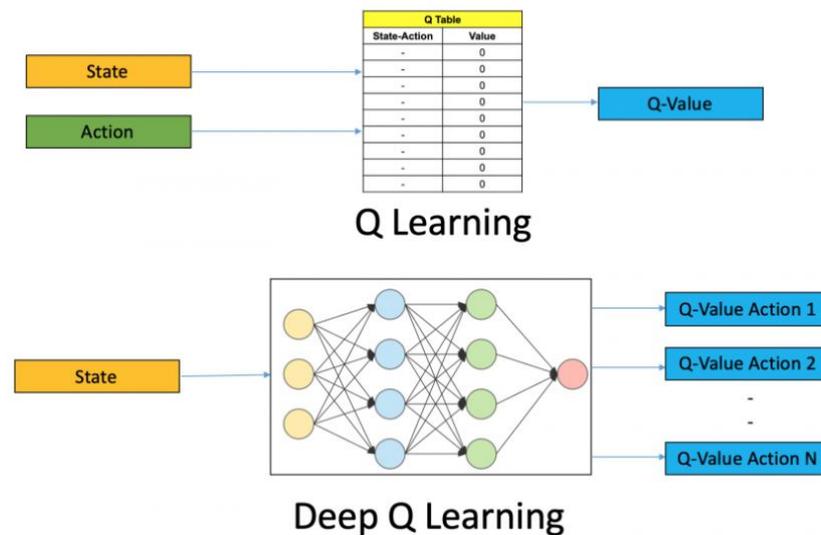


Figure 174: Deep Q Learning

En apprentissage profond, on utilise un **réseau de neurones** pour approximer la valeur de la  $Q$  fonction de valeur. Les états sont donnés en entrées et la  $Q$  valeur de toutes les actions possibles est générée en sortie.

### Les Réseaux de neurones

Un réseau de neurones artificiels est un système dont la conception est schématiquement inspirée du fonctionnement des neurones biologiques. Ils se sont largement répandus pour leur capacité à obtenir de bonnes performances sur les problèmes de machine learning.

Le but d'un réseau de neurones est de synthétiser l'information contenue dans nos variables explicatives afin de prédire une variable à expliquer. Chaque composante du réseau est représentée par un nœud ou neurone lié aux autres au travers d'un poids :

- Les **entrées** du neurone sont notées  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$
- Les **poids** notés  $w_i \in \mathbb{R}$  pour tout  $i \in 1, \dots, n$ . Ils sont estimés au cours de la phase d'apprentissage.
- La **fonction d'activation** notée  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  Cette fonction va effectuer une transformation d'une combinaison affine des vecteurs de poids et des entrées afin d'obtenir la valeur de sortie.
- La **sortie**  $y_i$  correspond à la combinaison linéaire entre les poids et les entrées du réseau de neurone.

Le neurone artificiel va effectuer la somme pondérée des données en entrées plutôt que de les considérer séparément. Nous définissons donc la fonction  $h$  permettant d'effectuer cette opération comme :

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto wx$$

La fonction que nous cherchons à déterminer est donc de la forme :  $y = f(h(x))$

Finalement le réseau de neurones formel peut être décrit à l'aide du graphique suivant

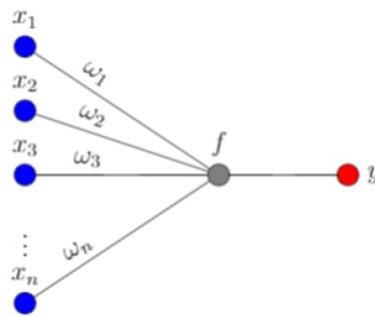


Figure 175: Réseau de Neurone Formel

Les fonctions d'activation vont déterminer en grande partie la valeur prédite  $y$ . Les fonctions les plus connues sont les suivantes :

— Linéaire :  $f(x) = x$

— Sigmoide :  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

— Tangente hyperbolique :  $f(x) = \tanh(x)$

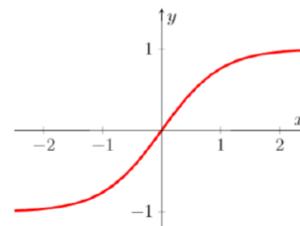
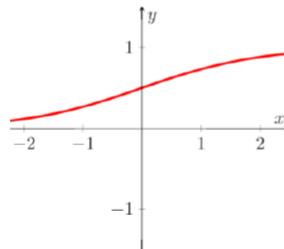
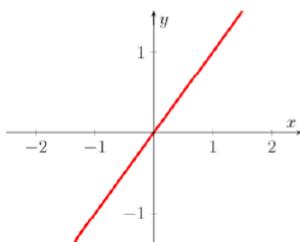


Figure 176: Fonctions d'activations usuelles

La notion a été généralisée dans un cadre multicouche. Le théorème de Cybenko, connu sous le nom du théorème d'approximation universelle justifie l'utilisation multi-couche pour approcher des fonctions continues.

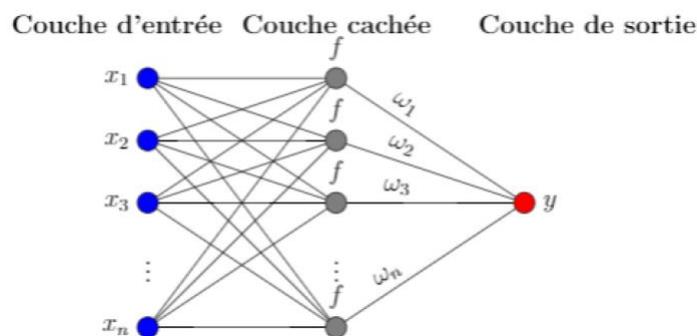


Figure 177: Réseau de Neurone Multi-Couche

## L'algorithme Deep Q-Networks

En utilisant un réseau de neurone on approxime la fonction  $Q$

$$Q(s, a; \theta) \sim (Q^*)(s, a)$$

La fonction de perte s'écrit avec deux fonctions  $Q$  : la fonction  $Q$  prédite suite à la réalisation d'une action pour un état en particulier, et la fonction  $Q$  cible qui est la valeur que l'on obtient en prenant cette action. Cette fonction cible est calculée en regardant l'étape d'après et en choisissant la meilleure action de sorte à minimiser la fonction de perte.

$$Loss = \mathbb{E} \left( \left( R_t + \gamma \max_{a'} Q(s', a'; \theta_k) - Q(s, a; \theta_k) \right)^2 \right)$$

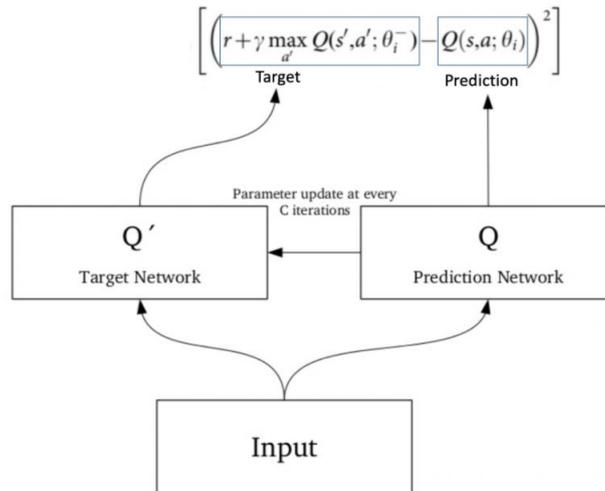


Figure 178: Algorithme DQN

Deux astuces se cachent derrière cet algorithme. La première concerne le fait de rejouer l'expérience : le robot rejoue le jeu en collectant de nouvelles informations. La puissance de l'idée de l'algorithme réside dans le fait que puisque nous ne sommes pas en train d'estimer la meilleure politique, mais que l'on est en train d'apprendre la qualité de prendre une action dans un état en particulier, on est capable de se balader dans les informations que l'on a collectées, et à rejouer différents aspects des informations collectées de sorte à apprendre et à entraîner le réseau à travers cet historique. La deuxième astuce, c'est que la fonction de perte possède deux  $Q$ , un peu comme un serpent se mordant la queue. Ainsi, pour éviter que la fonction de perte ne devienne instable et que l'apprentissage ne converge pas, on fixe un  $Q$  cible et on la met à jour uniquement tous les  $X$  états, ce qui reviendrait à ramener le problème dans un contexte non dynamique, puisque la fonction  $Q$  cible ne varie plus.

## 8 Note de Synthèse

Depuis l'entrée en vigueur de Solvabilité II, les compagnies d'assurances ont l'obligation de calculer et de mettre en place un capital réglementaire correspondant au montant minimum des ressources exigées pour la pratique des opérations d'assurance. La charge de ce capital s'est alourdie pour les assureurs, qui font face à une concurrence accrue sur le marché, et à des exigences de rentabilité assez élevées de la part des actionnaires, dans un contexte économique difficile, avec des taux à un niveau historiquement bas. Naturellement, le suivi du capital de solvabilité est ainsi devenu un sujet d'une extrême importance, transversal à toute l'entreprise, pouvant influencer sur les stratégies d'investissement sur les marchés financiers, mais aussi sur la nature des produits et des contrats commercialisés aux assurés.

Le but de ce mémoire est d'analyser dans un premier temps le besoin en capital d'un portefeuille d'épargne euro dans un contexte de taux bas, puis de trouver des leviers, permettant d'améliorer le ratio de solvabilité d'une entreprise d'assurance vie en formule standard.

Pour ce faire, nous commencerons par introduire dans le premier chapitre le cadre réglementaire, contractuel et économique dans lequel nous nous situons. Concernant le cadre réglementaire, seront évoqués les grands principes de Solvabilité II, y compris les différentes composantes du bilan économique, et bien sûr la méthodologie de calcul de la formule standard allant jusqu'à l'agrégation des SCR et l'obtention du ratio de couverture. Ensuite, pour ce qui est du contrat d'épargne euro, une mise au point des caractéristiques de ce contrat sera réalisée. Finalement, la dernière partie de ce premier chapitre sera consacrée à la conjoncture actuelle de taux très bas, où nous reviendrons sur l'origine d'une telle situation ainsi que sur la stratégie de la Banque centrale européenne à travers le Quantitative Easing. Dans la dernière partie de ce premier chapitre, nous essayerons de comprendre la complexité pour une compagnie d'assurance de gérer un tel produit. En effet, bien que le contrat d'épargne euro soit le contrat favori des Français, principalement pour des aspects de fiscalité et de transmission de patrimoine, il est surtout un contrat très simple à comprendre et donc à vendre, tout en offrant une multitude d'avantages tels que la garantie en capital et sorties en cas de rachats. Néanmoins, ces options et garanties offertes pour un tel contrat, nécessitent pour l'assureur la mise en place et l'utilisation du calcul stochastique et de techniques inspirées de la gestion des options en finance de marché. Seront également détaillées en annexe, la génération des scénarios économiques, la modélisation des actifs et des passifs ainsi que leurs interactions et les méthodes de calculs des SCR, avec un zoom particulier sur les SCR qui vont le plus nous concerner et qui sont le SCR action, le SCR taux et le SCR de spread.

Dans le second chapitre, nous nous intéresserons au cas concret d'un portefeuille d'épargne. Nous commencerons par présenter les principales hypothèses de ce portefeuille ainsi que les résultats obtenus pour les scénarios centraux et choqués. Puis, nous nous intéresserons à l'étude de quelques sensibilités telles que la sensibilité à la baisse et à la hausse des taux, ainsi que la sensibilité à la baisse des actions. En s'inspirant des résultats obtenus, nous mettrons en place des management actions, c'est-à-dire des stratégies adoptées par les dirigeants d'une société pour réduire l'exposition aux risques et améliorer la solvabilité de l'assureur :

- La MA derisking action, consistant à vendre une partie de ses actions pour diminuer ce risque fortement pénalisant.

- Lorsque les taux sont bas, l'assureur investit dans des obligations de plus longue maturité, afin d'avoir un meilleur rendement et de se couvrir face à une éventuelle baisse des taux.

En parallèle de ces management actions, nous nous intéresserons aussi à améliorer la solvabilité à travers une approche commerciale :

- La commercialisation de contrats à garanties brutes de frais, c'est-à-dire que l'assureur s'engagera uniquement à garantir le capital du fonds brut de frais de chargement et non plus net de frais de chargement. Cette stratégie permettra de diminuer le coût des options et garanties puisque l'assureur aura la possibilité de prélever l'intégralité du montant des chargements sur les scénarios où les produits financiers sont très bas, améliorant le ratio de l'entreprise.

Une étude concernant une incitation de rachat des contrats dans ce contexte de taux.

Finalement, nous verrons que le cumul de ces différentes managements actions et approches commerciales permet dans notre cas de réaliser une amélioration du ratio de solvabilité de l'entreprise de **53 points**.

Epargne Euros Millions €	Cumul MA	REF	Ecart en montant	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-85,3</b>	<b>-478,6</b>	<b>393,2</b>	<b>82,2%</b>
<b>BE Central</b>	20 954,5	21 822,4	-867,9	<b>-4,0%</b>
<b>FDB</b>	1 680,3	2 331,0	-650,6	<b>-27,9%</b>
<b>Duration Passif</b>	10,22	12,54	-2,32	<b>-18,5%</b>
SCR HausseTaux Net	-124,3	-566,1	441,8	<b>78,0%</b>
SCR BaisseTaux Net	15,6	51,8	-36,2	<b>-69,8%</b>
SCR ActionType1 Net	163,9	229,5	-65,6	<b>-28,6%</b>
SCR ActionType2 Net	42,1	56,0	-14,0	<b>-25,0%</b>
SCR Spread Net	399,2	246,3	153,0	<b>62,1%</b>
SCR Immobilier Net	54,8	62,2	-7,3	<b>-11,8%</b>
SCR Change Net	55,8	66,7	-10,9	<b>-16,3%</b>
SCR Mortalite Net	-25,9	-32,2	6,3	<b>19,5%</b>
SCR Longevite Net	35,8	52,0	-16,3	<b>-31,3%</b>
SCR HausseRachat Net	-233,5	-72,2	-161,3	<b>223,5%</b>
SCR BaisseRachat Net	207,1	65,0	142,2	<b>218,8%</b>
SCR RachatMassif Net	-633,4	-685,2	51,9	<b>7,6%</b>
SCR Frais Net	126,3	164,1	-37,8	<b>-23,0%</b>
SCR MortaliteCat Net	-2,2	-1,3	-0,9	<b>69,5%</b>

Figure 179: Impact du cumul des management actions

Avant de passer au dernier chapitre, nous terminerons sur un sujet d'actualité, qui concerne la révision 2020 de la formule standard. En effet, étant donnée les changements et les impacts, nous nous intéresserons aux éléments suivants :

- La prise en compte des taux négatifs pour le SCR taux : la modélisation du risque de taux d'intérêt tiendra compte du choc de taux en territoire négatif.

- La nouvelle méthode d'extrapolation calibrée avec un facteur de convergence à 10% ayant comme conséquence de réduire le rendement auquel les actifs seront réinvestis dans les projections en augmentant les provisions techniques et en réduisant les fonds propres éligibles.

Nous verrons que le cumul de ces deux effets détériore le ratio de solvabilité de notre entreprise de -50 points

En contrepartie, l'EIOPA a revu ses propositions concernant l'application d'un choc réduit de 22% pour les investissements sur les actions à long terme afin de soutenir le financement de l'économie, sous condition de détention de 5 ans pour tout le portefeuille ainsi que pour un critère de duration des passifs supérieur ou égal à 10 ans. De plus, nous montrerons que la revue du calcul du Volatility Adjustment est bénéfique pour le ratio de notre entreprise. Aussi, nous présenterons une contreproposition qui n'apparaît pas dans la revue de 2020, mais

que nous trouvons légitime. Elle consisterait à modifier la corrélation taux / action de 50% à 0% en cas d'une exposition à la baisse des taux. Une étude s'appuyant sur l'étude réalisée par l'EIOPA pour estimer le facteur de corrélation de 50% sera réalisée en mettant à jour les données historiques de ces dernières années et en se basant sur des indices plus adaptés. Nous montrerons que si cette mesure était mise en place, elle permettrait d'améliorer le ratio de solvabilité de 18 points et d'ainsi contrebalancer une partie de l'effet sur le SCR taux.

Finalement le dernier chapitre de ce mémoire, sera consacré à l'utilisation de techniques de machine learning afin d'optimiser le ratio de solvabilité. Pour ce faire, nous commencerons par construire notre base de données d'apprentissage. Nous comparerons ensuite plusieurs méthodes de prédictions et nous retiendrons la méthode la plus pertinente permettant de minimiser les écarts entre les résultats prédits et les résultats observés de la VIF.

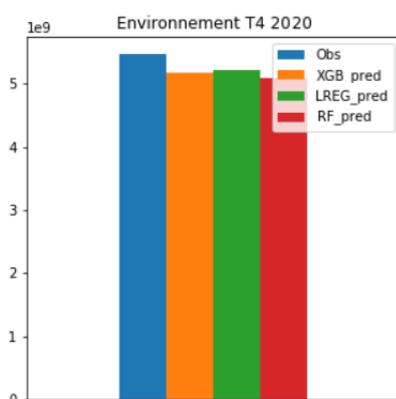


Figure 180: Résultats des algorithmes de prédiction de la VIF

Environnement	Modèle	Erreur relative	R <sup>2</sup>	RMSE
T4 2020	XGBoost	-5,29%	99,59%	2,9*10 <sup>11</sup>
	Lasso Regression	-4,58%	99,61%	2,94*10 <sup>11</sup>
	Random Forests	-7,08%	99,45%	3,94*10 <sup>11</sup>

Table 48: Résultats des indicateurs de performance

Suite à la réalisation d'une bonne prédiction de la VIF centrale, nous réaliserons une extension de ce qui avait été fait sur les scénarios choqués pour obtenir les VIF correspondantes. Ainsi, nous disposerons d'une bonne prédiction des SCR, beaucoup plus rapide que les méthodes de calculs stochastiques décrits dans les sections précédentes. Cela nous permettra de mettre en place notre algorithme par renforcement. Algorithme à travers duquel un agent autonome, réalise diverses actions qui consistent à modifier les différents inputs de notre base de données d'apprentissage, et à apprendre ainsi successivement à partir des résultats des SCR prédits. Le but étant que le robot parvienne à trouver la combinaison des différents paramètres permettant de minimiser le SCR sous certaines contraintes, définies en amont telles que la part de classes d'actifs détenues.

L'une des puissances de l'algorithme de renforcement est que cet algorithme converge vers la solution optimale grâce à l'équation de Bellman et qu'il peut être mis en place sans une grande complexité.

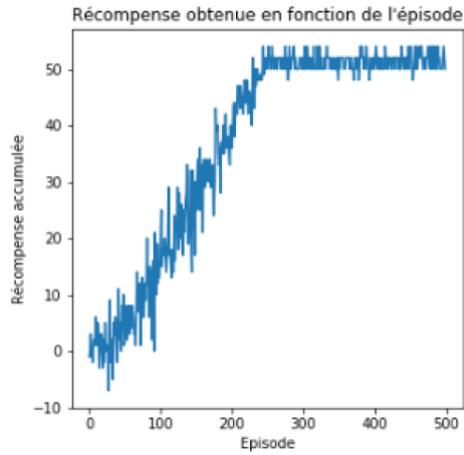


Figure 181: Récompense accumulée au cours du temps

Nous constaterons que les résultats obtenus dépendent des biais introduits par la méthode de prédiction, sur laquelle se base l'algorithme par renforcement. Finalement, nous parviendrons, à travers une estimation, à mesurer de façon grossière le gain que pourrait apporter une telle technique sur le ratio de solvabilité de l'entreprise.

Résultats RL	Test 1	Test 2	Test 3
SCR Réel	2 826 596 175		
SCR initial Algo RL	2 231 158 967	1 981 158 967	2 111 690 928
SCR optimal RL	1 687 957 700		1 861 690 928
Convergence de l'algorithme	Oui		Non
Ecart de SCR	-1 138 638 475		-964 905 247
Variation (%) de SCR	-40%		-34%
Impact Estimé sur le ratio de Solvabilité	> 80 points		

Figure 182: Impact du RL sur les SCR et le ratio

## Executive summary

Since the beginning of Solvency II, insurance companies have been required to calculate a regulatory capital corresponding to the minimum amount of resources required for the practice of insurance operations.

This capital has grown heavier for insurers, who face increased competition in the market in a difficult economic context, with rates at historically low levels.

Monitoring solvency capital has thus become a subject of extreme importance, transverse to the entire company, which can influence investment strategies in financial markets, but also on the nature of contracts marketed.

The purpose of this thesis is to find levers to improve the solvency ratio of a life insurance company (standard formula). Therefore, techniques relating to the internal model and other insurance products will not be discussed in this thesis.

To do so, we begin by introducing in the first chapter the regulatory, contractual and economic framework in which we are located. Regarding the regulatory framework, the main Solvency II principles will be discussed, including the various components of the economic balance sheet, and of course the methodology for calculating the standard formula, going as far as the aggregation of SCRs allowing us to obtain the capital ratio. Then, we will introduce some of the most important characteristics of the insurance contract. Finally, the last part of this first chapter will be devoted to the current situation of low interest rates. We will come try to understand the origin the situation and how European Central Bank through tries to resolve it. The last part of this first chapter is a theoretical one, during which we will try to understand the complexity for an insurance company to manage such a product. This insurance contract is one of the favorite financial instrument in France, mainly for aspects of taxation and capital transmission. It is above all a very simple contract to understand and therefore to sell, offering a multitude of options such as capital guarantee and withdrawals at any time. However, these options and guarantees require the insurer to set up and use stochastic calculation and techniques inspired by risk management in financial markets. The generation of economic scenarios, the modeling of assets and liabilities as well as their interactions, with a particular focus on SCR calculation methods.

In the second chapter, we will look at a concrete portfolio. We will begin by presenting the main assumptions of this portfolio as well as the results obtained for the central and stressed scenarios. Then we will study some sensitivities such as the fall and the rise of the rates, as well as the sensitivity to the fall of the stocks. Based on the results obtained, we put in place management action. These strategies adopted by the top managers reduce risk exposure and improve the solvency of the company :

- Equity management consists in selling part of its shares to reduce this risk
- When rates are low, the insurer invests in bonds with longer maturities, allowing for a better yield and hedging against a possible fall in rates.
- Marketing of contracts with gross cost guarantees
- A study concerning an incentive to buy back contracts

Finally, the combination of these different management actions and commercial approaches that we have just mentioned, would allow in our case to achieve an improvement in the company's solvency ratio of **53 points**.

Epargne Euros Millions €	Cumul MA	REF	Ecart en montant	Ecart en %
<b>Equity Central</b>	<b>-85,3</b>	<b>-478,6</b>	<b>393,2</b>	<b>82,2%</b>
<b>BE Central</b>	20 954,5	21 822,4	-867,9	<b>-4,0%</b>
<b>FDB</b>	1 680,3	2 331,0	-650,6	<b>-27,9%</b>
<b>Duration Passif</b>	10,22	12,54	-2,32	<b>-18,5%</b>
SCR HausseTaux Net	-124,3	-566,1	441,8	<b>78,0%</b>
SCR BaisseTaux Net	15,6	51,8	-36,2	<b>-69,8%</b>
SCR ActionType1 Net	163,9	229,5	-65,6	<b>-28,6%</b>
SCR ActionType2 Net	42,1	56,0	-14,0	<b>-25,0%</b>
SCR Spread Net	399,2	246,3	153,0	<b>62,1%</b>
SCR Immobilier Net	54,8	62,2	-7,3	<b>-11,8%</b>
SCR Change Net	55,8	66,7	-10,9	<b>-16,3%</b>
SCR Mortalite Net	-25,9	-32,2	6,3	<b>19,5%</b>
SCR Longevite Net	35,8	52,0	-16,3	<b>-31,3%</b>
SCR HausseRachat Net	-233,5	-72,2	-161,3	<b>223,5%</b>
SCR BaisseRachat Net	207,1	65,0	142,2	<b>218,8%</b>
SCR RachatMassif Net	-633,4	-685,2	51,9	<b>7,6%</b>
SCR Frais Net	126,3	164,1	-37,8	<b>-23,0%</b>
SCR MortaliteCat Net	-2,2	-1,3	-0,9	<b>69,5%</b>

Figure 183: Impact du Cumul des Managements Actions

Before moving on to the last chapter, we look at the 2020 revision of the Standard formula. Indeed, in view of the changes and impacts it seemed important to us to focus on the following elements:

- Taking into account negative rates for the SCR Rate
- A new extrapolation method

The combination of these two effects deteriorates our company's solvency ratio by -50 points!

In return, EIOPA has revised its proposals concerning the application of a reduced shock of 22% for investments in long-term equities a 5-year holding condition as well as a liability duration greater than 10 years are needed to apply the reduced shock. In addition, the review of the calculation of the Volatility Adjustment is also beneficial for the ratio of our company.

Also, we took the liberty of making a counterproposal that did not appear in the 2020 review, but that we found legitimate. It would consist in modifying the Rate / Share correlation from 50% to 0% in the event of exposure to falling rates by updating historical data for the past few years. If this measure were implemented, it would improve the solvency ratio by 18 points and thus offset part of the effect on the SCR Rate.

Finally, the last chapter is devoted to the use of machine learning techniques to optimize the solvency ratio. To do this, we started by building our learning database. We then compared several prediction methods and we retained the most relevant method to minimize the differences between the predicted results and the observed results of the VIF.

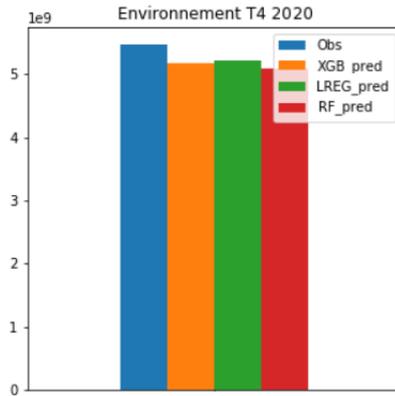


Figure 184: Résultats des Algorithmes de prédiction de la VIF

Environnement	Modèle	Erreur relative	R <sup>2</sup>	RMSE
T4 2020	XGBoost	-5,29%	99,59%	2,9*10 <sup>11</sup>
	Lasso Regression	-4,58%	99,61%	2,94*10 <sup>11</sup>
	Random Forests	-7,08%	99,45%	3,94*10 <sup>11</sup>

Table 49: Résultats des indicateurs de performance

Once we succeeded in making a good prediction of the central VIF, we carried out an extension of what had been done on the shocked scenarios to obtain the corresponding VIF. Thus, we were able to have a good prediction of the SCR, much faster than the stochastic calculation methods described in the previous sections. This allowed us to set up our Reinforcement Learning Algorithm.

In this Algorithm, an intelligent agent performs various actions which consist of modifying the various inputs of our learning database, and thus learning successively from the results of the predicted SCR. The goal is for the robot to succeed in finding the combination of the various parameters allowing the SCR to be minimized under certain constraints. One of the strengths of the reinforcement algorithm is that this algorithm converges to the optimal solution thanks to the Bellman equation and that it can be implemented without great complexity.

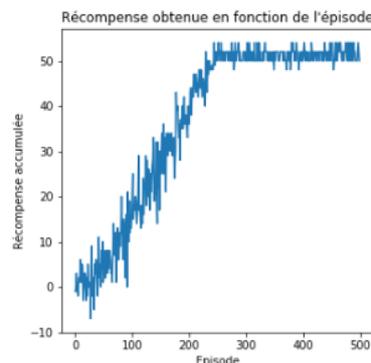


Figure 185: Récompense accumulée au cours du temps

The results obtained necessarily depend on the biases introduced by the prediction method, on which the reinforcement algorithm is based. However, we manage, through an estimation, to roughly measure the gain that such a technique could bring to the company's solvency ratio.