

Mémoire présenté devant le CNAM pour l'obtention du diplôme du
Master Actuariat et l'admission à l'Institut des Actuares

Le 22 Mars 2021

Par : **Yakoub ABADLIA**

Titre : **Modèle de calcul du Risk Adjustment sous IFRS 17 – Méthode quantile**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présent du jury de
l'Institut des Actuares :

Signatures :

Entreprises :

- **Allianz France**

Membres présents du jury du
Centre d'Études Actuarielles :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : **Laurent DEVINEAU**

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature des candidats :

Remerciements

Je remercie vivement les personnes qui m'ont aidé et encouragé à mener mon étude sur le Risk Adjustment, sans oublier, l'expérience acquise au sein d'Allianz France qui se base sur des projets et études actuarielles de grande qualité. Mes premiers remerciements à :

Laurent DEVINEAU ,qui était directeur mesure du risque au sein d'Allianz France et il est désormais Equity Partner chez Actuaris. Laurent est mon encadrant de mémoire, il m'a fait bénéficier de sa large et riche expérience en modélisation actuarielle en générale et mesure de risque en particulier.

Julien BLANCHON, mon manager, qui m'a offert sa confiance. C'est un réel plaisir de travailler sous sa responsabilité ,lui, qui a toujours partagé ses connaissances et large expérience IFRS 17 avec son équipe.

Sébastien BARDY le directeur du programme IFRS 17 au sein d'Allianz qui m'a toujours encouragé à bien mener mon étude en mettant à ma disposition tous les moyens outils et logistiques . Faire partie de son équipe est une chance rare.

Je tiens à remercier Stéphanie PELLETIER Chief Actuary au sein d'Allianz et membre du conseil d'administration de l'IA (Institut des Actuaire), pour ses conseils ainsi que pour le suivi et l'intérêt porté à mon étude.

Mes remerciements s'adressent également à l'ensemble du corps professoral du CNAM du Master Actuariat. La formation de très bonne qualité, m'a permis de comprendre et gérer les problématiques métiers, aussi bien en actuariat qu'en finance de marché.

Merci à l'ensemble des équipes Allianz, avec qui j'ai partagé les bureaux et les bons moments.

Résumé

La problématique

La norme IFRS 17 impose de nouvelles exigences par rapport à Solvabilité II, notamment en ce qui concerne le principe de l'ajustement pour risques.

Selon la définition de la norme, le Risk Adjustment (RA) reflète la compensation requise par une entité d'assurance, pour porter l'incertitude dans les futurs flux de trésorerie dus aux risques non financiers (IFRS17. 37). L'incertitude porte sur le montant et la date d'occurrence des flux de trésorerie pris en compte explicitement dans le modèle.

Plusieurs acteurs d'assurance dont Allianz, ont choisi d'adopter une méthode CoC pour calculer le RA afin de capitaliser sur le processus de la Marge de Risque (RM). Rappelons que cette dernière reflète le montant qu'une société de (ré) assurance exigerait au-delà du Best Estimate pour prendre en charge et respecter les engagements de (ré) assurance, elle représente le coût de la détention du capital nécessaire pour financer ces obligations tout au long de leur vie.

La problématique principale de ce mémoire analyse l'assimilation du RA à un coût de capital, d'autant plus que la norme exige de publier un intervalle de confiance associé au Risk Adjustment (*IFRS 17. B92*) afin de permettre la comparaison entre les compagnies d'assurances ; Cela nécessite de mettre en œuvre des méthodologies de conversion du montant de RA issu d'un calcul CoC en seuil de confiance; ce mécanisme étant en revanche totalement intrinsèque dans le cadre d'une approche RA quantile.

Une problématique secondaire a été analysée, il s'agit de l'allocation du RA par unité de mesure IFRS 17, le Groupe Allianz avait proposé plusieurs approches (approche Top down vs ,approche Bottom up) basées sur des drivers permettant un calcul très opérationnel, mais pouvant dans certains cas présenter des limites en termes de prise en compte effective de la contribution du risque pour certains Groupes de Contrat (équivalent Line Of Business sous SII)

La voie choisie pour résoudre cette problématique

Dans le cadre de ce mémoire (En dehors des besoins d'Allianz), nous avons essayé de proposer une méthode alternative à l'approche CoC, qui a pour objectif de suggérer un cadre conceptuel associé au calcul du RA dans le nouveau dispositif IFRS 17.

Ce modèle a été pensé pour répondre aux deux exigences du RA listées précédemment à savoir :

- Une compensation associée à une valorisation économique des passifs permettant d'intégrer les risques non répliquables (les risqué financiers – qui sont quant à eux répliquables – sont intégrés au Best Estimate)
- Déduire directement un intervalle de confiance relatif au RA calculé

Le principe en question serait de considérer une déviation au seuil α (seuil de référence IFRS) des flux de passifs ou plus directement du facteur de risque sous-jacent (Taux de mortalité par exemple) sur un horizon de projection représentatif des engagements.

Le seuil en question ne doit pas nécessairement correspondre au seuil 99.5% Solvabilité 2 (S2) mais être plutôt considéré comme moins adverse (par exemple 75%), en fonction de d'appétence aux

risques de la compagnie. En effet, pour la partie simulation nous avons considéré un quantile de 75% par exemple (Consensus de la place à ce niveau de maturité).

De même la déviation ne doit pas être considérée à 1 an (horizon S2), mais doit refléter le risque d'incertitude autour de l'hypothèse sous-jacente sur l'horizon de projection des contrats. Considérer un horizon correspondant à l'extinction des passifs peut sembler peu pertinent et non totalement adapté...dans la mesure où cette déviation viendrait s'appliquer sur l'ensemble des années de projection. L'idée est donc d'étudier une déviation sur un horizon représentatif des engagements, comme la durée par exemple.

Dans le cadre de ce mémoire nous nous concentrons sur les risques biométriques de mortalité/longévité, mais une approche similaire pourrait être adaptée pour les autres risques techniques (Exemples : rachats, frais,...).

Concernant la deuxième problématique d'allocation du RA, nous souhaitons tester les deux approches d'allocation proposées par Allianz Groupe (approche Bottom up et approche Top down) , les analyser d'un point de vue théorique et opérationnel et identifier idéalement une nouvelle approche en cohérence avec les principes normatifs sous-jacents au dispositif IFRS 17, afin de maîtriser les impacts d'allocation/agrégation entre les mailles compagnie et Groupe de Contrats IFRS 17

Mon rôle pour répondre à ces problématiques dans le cadre du mémoire

Mon rôle principal était d'analyser les limites de la méthode CoC utilisée par plusieurs acteurs de la place et proposer une approche alternative avec une méthode quantile. Cette étude a été réalisée uniquement dans le cadre de ce mémoire , elle a nécessité le développement d'un modèle spécifique de projection IFRS17 épargne & retraite en VBA, ce modèle a permis de lancer les simulations chiffrés et pouvoir comparer les résultats entre les méthodes CoC et quantile. Aussi, les Model Point d'un produit GAIPARE d'Allianz ont été utilisés (après modification) comme jeu de données.

D'autres volets étaient associés à mes travaux et qui m'ont aidé à réaliser cette étude tels que : l'interprétation de la norme, participation aux groupe de travail IFRS 17 de l'IA,....

Concernant l'étude d'allocation du RA, je l'ai réalisée initialement pour les besoins d' Allianz, un des volets de ma mission était entre d'autres d'effectuer des analyses approfondies sur les drivers d'allocation imposés par le Corporate et proposer une alternative afin de se rapprocher d'une vision économique tout en maîtrisant l'ensemble des enjeux sous-jacents. Par conséquent, j'ai capitalisé sur les résultats des RM Standalones d'Allianz, dont les projections sont produites par le modèle interne ALIM d'Allianz France.

Les résultats

1) Etude méthode quantile :

Les résultats de simulations montrent que le RA calculé avec la méthode CoC au seuil de confiance 99,5% est largement supérieur au RA calculé avec la méthode quantile au seuil de 75%.

Néanmoins, nous concluons qu'une équivalence entre les deux méthodes est possible dans notre cas, pour une hypothèse de taux CoC égale à 1,5 % permettant de faire converger les résultats des deux approches (sachant que le taux partagé par les acteurs de marché est généralement proche de 3%), cette hypothèse est justifiée principalement par le rapport des deux quantiles 99.5% et 75%.

2) Etude d'allocation du RA :

Les résultats des deux approches Bottom up et Top down présentent de faibles différences, néanmoins l'utilisation des drivers Risk Capital conduit à une meilleure vision économique d'allocation du RA par rapport à d'autres drivers de type réserves (PM). Il n'existe pas de meilleure méthode, chacune peut répondre à un besoin de pilotage particulier.

Vision critique

1) Etude méthode quantile :

Dans les guidelines IFRS 17, il est précisé que le RA doit être croissant selon la duration. Or en analysant les niveaux de volatilité projetés dans notre étude, en incrémentant la duration D des passifs, on observe que :

- Pour $t \in [0, D]$, la trajectoire de taux de mortalité associée à la duration D et qui bénéficie d'une diversification intertemporelle conduit à des taux plus défavorables que ceux associés à la trajectoire de duration $D + 1$.
- Pour $t \geq D + 1$, Les taux de mortalité associés à la duration $D + 1$ sont plus défavorables dans ce cas à ceux associés à D .

Si le produit considéré correspond à de l'épargne, le gain sur $[0, D]$ pourrait ne pas être compensé par la perte sur $[D, +\infty[$. Sur un produit retraite, le résultat peut être relativement différent et l'on peut observer une croissance du RA en la duration (à minima localement autour de la duration de référence), car le gain des premières périodes peut être largement consommé par les pertes sur l'horizon $[D, +\infty[$.

Une approche alternative a été suggérée qui respecte le principe IFRS 17 précédemment évoqué, consistant à choquer au seuil α les taux de mortalité jusqu'à l'horizon de duration et sans bénéficier de la diversification intertemporelle puis à extrapoler en médiane au-delà.

2) Etude d'allocation du RA :

La problématique initiale ne devrait pas être seulement le choix entre les deux approches Bottom up ou Top down, mais aussi analyser d'avantage les drivers d'allocation qui répondent au mieux au besoin final pour le pilotage des résultats.

Chaque méthode peut convenir à un besoin particulier, par exemple si on souhaite éviter l'onérosité de certains Groupe de Contrats (GoC) IFRS 17 type santé et prévoyance, le drivers PM s'avère être un levier intéressant à considérer au vue de la mutualisation des risques avec les autres Groupes de Contrats profitables, cela est rendu possible par le biais d'un transfert de richesse via le poids du GoC au sein du driver des réserves.

Key words : Risk Adjutment, Risk Margin, Déviation, Lee Carter, IFRS 17, choc de mortalité, choc de longévité, CoC, quantile.

Abstract

The problem

The IFRS 17 standard imposes new requirements in relation to Solvency II, particularly as regards the risk adjustment principle.

According to the definition of the standard, the Risk Adjustment (RA) reflects the compensation required by an insurance entity to carry the uncertainty in future cash flows due to non-financial risks (IFRS17 .37), uncertainty concerns the amount and date of cash flows explicitly included in the model.

Several insurance companies, including Allianz have chosen to adopt a CoC method in order to capitalize on Risk Margin (RM) process, remember that the latter reflects the amount that a company of (re) insurance would require more than Best Estimate to cover and observe (re) insurance commitments. It represents the cost of holding the capital needed to fund these bonds throughout their lives.

The main problem comes from the definition of the RA itself which is not referring to any kind of Cost on Capital, especially since it requires the publication of a confidence interval (*IFRS 17. B92*) associated with the Risk Adjustment published by insurance company to allow comparison with other companies; this would require additional calculations that do not seem easy to define in the case of CoC method where it does for quantile method.

A secondary issue has been analysed, which is the allocation of the RA per unit of IFRS 17 measure, the Allianz Group had proposed several approaches (top down vs Bottom up approach) based on drivers that need to be challenged and to propose other alternative reflecting more the risk associated with the Group of Contract (GoC) rather than taking into account the operational criteria impact (GoC is equivalent to Line Of Business under SII).

The path chosen to solve this problem

In the context of this memorandum (not for Allianz purpose), we tried to propose an alternative approach to CoC method which purpose is to suggest a conceptual framework associated with the calculation of the RA in the new IFRS 17 framework.

This model has been designed to meet the two RA requirements Listed previously known:

- A compensation regarding the risk of random amounts of cash-flow liabilities and their timing.
- Deduct a calculated RA confidence interval directly

The principle in question would be to consider a deviation from the threshold α (threshold of the IFRS reference) of the risk factor (mortality rate for example) over a projection horizon that is representative of commitments.

The threshold in question should not necessarily correspond to 99.5% Solvency 2 (S2) but rather considered less adverse, for example 75%. Indeed, for the simulation part, we considered a 75% quantile (Consensus for this level of maturity).

Similarly, the deviation must not be considered 1 year (horizon S2) but must reflect the risk of uncertainty around the underlying assumption on the projection horizon of the contracts. Considering a horizon corresponding to the extinguishment of liabilities would therefore not be appropriate and too conservative as this deviation would apply to the projection set for all years. The idea is therefore to study a deviation over a representative horizon of commitments, such as duration.

As part of this memorandum, we focus on the biometric risks of mortality/longevity, but a similar approach could be adapted for other technical risks.

Regarding the second issue of allocation of the RA, we wanted to test the two allocation approaches proposed by Allianz Group (Bottom approach and Top down approach), analyse them and figure out ideally a new compliant approach that would better reflect the economic impact to manage the aggregation between the company layer and IFRS 17 Group of contract.

My role in addressing these issues in the memory

My main role is to challenge the CoC method used by several insurers and propose an alternative approach with a quantile method.

I have developed an IFRS 17 savings & retirement model in VBA to launch the quantified simulations and to compare the results between the CoC and quantile methods. The Model Point of GAIPARE product from Allianz have been used after modification as a data set.

I also worked on normative interpretations and assisted to the workshop groups of Actuary institute...

Also, I had the responsibility to carry out the study of Allianz regarding the RA allocation, I used it as a useful opportunity to challenge the allocation drivers imposed by the Corporate and come up with an alternative approach in order to get as close as possible to an economic vision and master the issues behind it. To achieve this purpose, I capitalized on an existing result of the RM Standalone results already performed by Allianz in the past, whose figures are outside the internal ALIM model.

The results

1) Quantile method study :

The results of simulations show that the RA calculated with the CoC method is much higher than the RA calculated with the quantile method.

As a result, we conclude that equivalence between the two methods is possible in our case under the assumption that a CoC rate is equal to 1.5% (Knowing that the rate shared by the place is 3%). This assumption is justified mainly by the difference in the methods quantile (99,5% vs 70%).

2) Review of the RA allocation:

The results of the two approach Bottom up and Top down lead to a small difference, however the use of Risk Capital drivers reflects a better economic view of RA allocation compared to other reserves drivers. Otherwise, the final choice depends on the target steering use.

Critical Vision

1) Study of quantile method:

In IFRS 17 guidelines, it is specified that the RA must be increased according to duration. However, when analysing the projected levels of volatility, increasing the duration D of liabilities, it is observed that :

- For $t \in [0, D]$ the mortality rate trajectory associated with duration D embed a temporal diversification leads to rates that are more unfavourable rate than those associated with the $D + 1$ duration trajectory.
- For $t \geq D + 1$ the mortality rates associated with $D + 1$ duration are more unfavourable in this case to those associated with D .

If the product under consideration corresponds to the savings, the gain on $[0, D]$ may not be offset by the loss on $[D, +\infty[$. On a retirement product, the result may be relatively different and we can see an RA growth in duration (at least locally around the reference duration) as the gain from the first periods may be largely consumed by losses on horizon $[D, +\infty[$.

An alternative approach has been identified to respect the above principle and may consist in shocking mortality rates at threshold α without taking into account the temporal diversification until the duration horizon D and then extrapolating to the median beyond.

2) Review of the RA allocation:

The initial problem should not be just what to choose between two Bottom up or Top down approaches, but also but also what would be the allocation drivers that best meet the final need for managing results.

Each method may be suitable for a specific need, for example, if we want to avoid that certain groups of IFRS 17 contracts be onerous such as health and protection, the PM drivers prove to be an interesting lever to consider.

Key words : Risk Adjutment, Risk Margin, Deviation, Lee Carter, IFRS 17, mortality choc, longevity choc, CoC, quantile

Sommaire

Contenu

Remerciements.....	3
Résumé	4
Abstract.....	7
Sommaire.....	10
I. Introduction IFRS 17.....	12
I.1 Modèle général.....	14
I.2 Le Modèle Variable Fee Approach (VFA).....	17
I.3 Le modèle Premium Allocation Approach (PAA).....	19
II. Focus sur le Risk Adjustment	21
II.1 Définition et principes de base du RA.....	21
II.2 Potentielles différences entre RA IFRS 17 et RM S2.....	21
II.3 Périmètre des Risques à considérer pour le business Life & Health.....	23
II.4 Différentes techniques de calcul du RA ^[5]	25
II.4.1 Value at Risk (VaR) ou méthode quantile	25
II.4.2 Tail Value at Risk (TVaR) ^[6]	26
II.4.3 Coût du capital (CoC)	27
II.4.4 Comparaison entre les différentes méthodes de calcul du RA	27
II.5 Les directives d'Allianz Group	28
II.5.1 Capitalisation sur RM pour calculer le RA	28
II.5.2 Limites de l'approche CoC choisie par le Groupe	31
II.5.3 Justification de l'approche choisie par Allianz Group	32
II.6 Rappel des points importants à considérer dans le calcul du RA	32
II.7 Impact du RA sur le P&L et affichage demandé	35
III. Approche d'allocation du RA	37
III.1 Approche d'allocation par volume.....	37
III.2 Approche d'allocation par PVRC.....	38
III.3 Approche d'allocation par niveau de GoC (Bottum up)	38
III.4 Application des 3 approches sur la compagnie AZVIE d'Allianz	39
III.5 Résumé des avantages et inconvénients des 3 approches	41
III.6 Alternatives aux 3 approches préconisées par le Groupe.....	42
III.6.1 Approche 3 bis	42
III.6.2 Approche 4	43
III.6.3 Application des méthodes 3 bis et 4.....	43
III.7 Conclusion :.....	44

IV. Modèles de calcul de RA	45
IV.1 Construction d'un modèle de projection pour les besoins de simulation	45
IV.2 Calcul du RA avec la méthode CoC	48
IV.2.1 Calibration des risques standalone.....	48
IV.3 Calcul du RA avec la méthode quantile	61
IV.3.1 Formalisation générale.....	62
IV.3.2 Zoom sur la méthodologie de calcul.....	63
V. Simulations chiffrées pour le calcul du RA	77
V.1 Synthèse du résultat de simulations.....	77
V.2 Analyse détaillée des résultats.....	79
VI. Conclusion	81
Annexe I : Illustration des résultats de simulations	83
Annexe II : Illustration des approches statistiques	89
Annexe III : Rappel des abréviations utilisées	100
Bibliographie	101

I. Introduction IFRS 17

Suite aux nombreux scandales financiers, comme ceux d'Enron et Vivendi, ayant pour cause des pratiques comptables discutables, qui ont affaibli la communauté financière, la mise en place d'un nouveau système comptable, semblait nécessaire pour apporter aux investisseurs plus de transparence.

Les nouvelles normes IFRS sont au cœur de ce nouveau système. Leur adoption, va transformer la conception et la perception de l'information financière par l'entreprise.

La nouvelle norme IFRS 17, qui entrera en vigueur dès le 01 Janvier 2023, nous invite à nous interroger sur le pilotage de la rentabilité des sociétés d'assurances, au regard des opportunités que ses nouveaux principes offrent.

L'objectif d'IFRS 17 d'un point de vue investisseurs, est de leur apporter une plus grande transparence et visibilité sur les rendements réellement attendus de leurs investissements. Par conséquent, l'objectif pour une entité d'assurance comme Allianz France, est d'assurer la fourniture d'information pertinente, pour représenter fidèlement ses contrats dans les états financiers, en évaluant l'impact de ses contrats d'assurance sur la position financière, sur sa performance financière et sur ses flux de trésorerie.

Dans ce contexte, plusieurs changements sont apportés par IFRS 17 dont les principaux :

- **Marge de Service Contractuelle (CSM)**: elle correspond au profit attendu du contrat au-delà de la marge pour risque, elle est constatée pour éliminer les gains à l'origine et reprise en résultat sur la période de couverture selon un rythme de prestation de service.
- **Niveau d'agrégation des contrats d'assurance** : le processus d'agrégation des contrats d'assurance se décompose principalement en 3 étapes définissant ainsi une nouvelle granularité comptable aux mailles portefeuille, cohorte (génération de contrats) et groupe (contrats onéreux et non).
- **Le compte de résultat** : pour la présentation de la rentabilité de la compagnie, le nouveau compte de résultat met en avant la notion de « marges » générées au détriment de celle de chiffre d'affaires, ce dernier est lié au concept de « volumes » produits en référence à l'ensemble des produits des activités de la compagnie menées dans le cadre courant et normal de son exploitation.
- **3 modèles d'évaluation** :
 - **BBA** (Building Block Approach)
 - **VFA** (Variable Fee Approach).
 - **PAA** (Premium Allocation Approach)

En effet, IFRS 17 est la nouvelle norme mise en place par l'IASB pour l'évaluation du passif d'une compagnie d'assurance, en contre partie de la norme IFRS 9 dédiée à l'évaluation de l'actif.

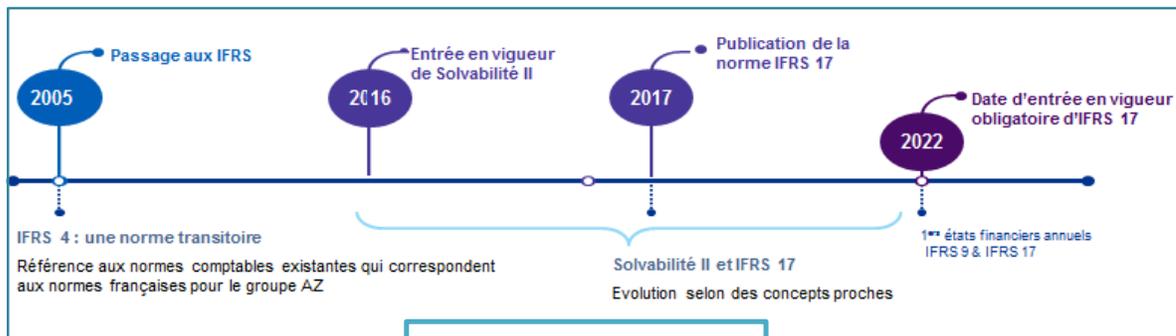


Figure 1. Evolution d'IFRS 17

IFRS 17 repose sur 3 modèles qui se composent des 3 principaux blocs ^[4]:

- La valeur actuelle probable des engagements (**CE** pour Current Estimate)
- La marge pour risque (**RA** pour Risk Adjustment)
- La marge de service contractuelle (**CSM**)

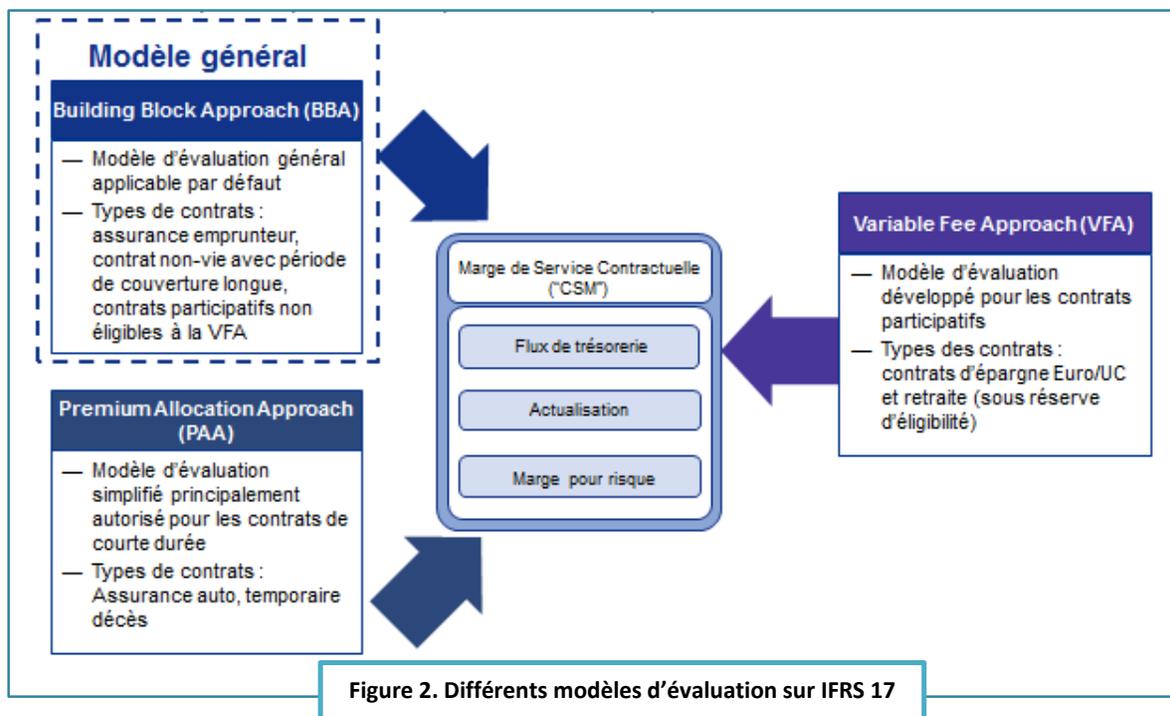
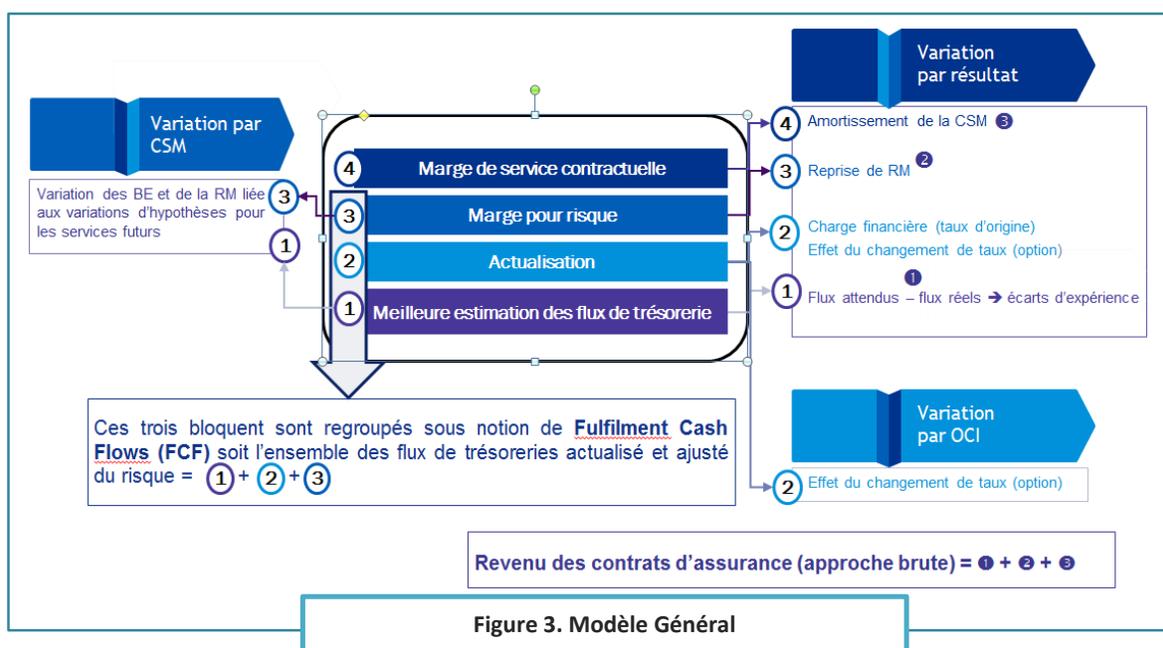


Figure 2. Différents modèles d'évaluation sur IFRS 17

I.1 Modèle général

Le Modèle de référence pour la comptabilisation des contrats d'assurance ou Building Block Approach (BBA), est basé sur l'actualisation des cash-flow futurs attendus, d'un ajustement pour risque (Risk Adjustment for non financial risk), reflétant la compensation requise pour supporter l'incertitude des cash-flow futurs, provenant des risques non-financiers et, au passif d'une marge de service contractuelle (Contractual Service Margin -CSM) représentant le profit non acquis au titre du contrat



Pour une période donnée, les gains et les pertes peuvent être :

- Soit entièrement reconnu en résultat (P&L)
- Soit reconnu :
 - **en résultat** : les gains et pertes calculés à l'aide d'un taux d'intérêt figé à l'origine.
 - **en OCI (Other Comprehensive Income) ou fonds propres** : les gains et pertes qui émanent des changements des taux d'intérêts pour limiter la sensibilité du résultat à la variation des taux d'intérêt. Notons toutefois, que cette volatilité sera retrouvée au niveau des fonds propres.

Dans le second cas, il conviendra de faire deux calculs du passif (au taux figé puis au taux courant). Ceci augmente la difficulté d'implémentation et rallonge les temps de calculs.

La meilleure estimation des flux de trésorerie :

L'objectif de l'évaluation des flux de trésorerie est de déterminer la moyenne statistique des flux nécessaires pour remplir les obligations au titre du contrat. L'estimation tient compte de l'ensemble des flux de trésorerie, compris dans la frontière des contrats existants.

- **Remarque :** Les flux sont au sein de la frontière des contrats, s'ils relèvent de l'exercice d'un droit de l'assuré et dont l'assureur ne peut se désengager unilatéralement.

Exemples de flux de trésorerie	
Flux entrants	Flux sortants
Primes	Sinistres et prestations payables aux assurés, incluant la participation aux bénéfices, les options et garanties et les prestations versées en nature
Recours	Frais directement attribuables au niveau d'un portefeuille de contrats : <ul style="list-style-type: none">- Frais d'acquisition,- Frais de gestion des sinistres,- Frais d'administration,- Autres frais
	Prélèvements à la charge de l'assuré payés par l'assureur

Cette estimation des flux de trésorerie se retrouve aussi dans le bilan S2.

Primes futures : Les primes futures (= flux de trésorerie futurs) entrent dans la frontière d'un contrat existant et doivent donc être prises en compte dans l'évaluation du passif correspondant, lorsque les conditions suivantes sont remplies :

- l'assureur peut exiger du souscripteur le paiement de la prime, ou
- l'assureur a une obligation substantielle de fournir à l'assuré une couverture d'assurance ou un autre service ; cette obligation cesse ? à la date à laquelle :
 - L'assureur a le droit ou la possibilité, en pratique, de modifier la prime de manière à refléter totalement le risque au niveau d'un contrat, ou d'un portefeuille de contrats, et
 - la tarification de la couverture offerte jusqu'à la date de réappréciation du risque, ne prend pas en compte les risques liés aux périodes de couverture ultérieures

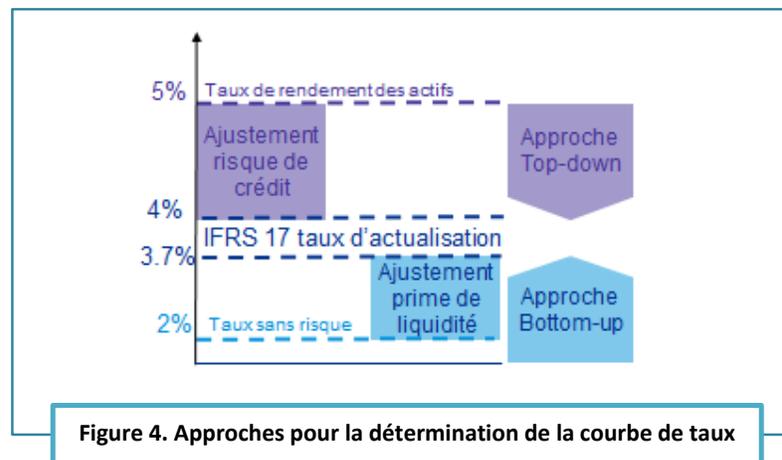
La différence qu'il y a entre la projection des primes futures sous IFRS 17 et sous **Solvabilité 2**, est la prise en compte des versements libres futurs (VL).

Taux d'actualisation :

La norme ne fournit pas de directives détaillées quant à la façon de déterminer la courbe, mais précise que celle-ci :

- doit être **cohérente avec le marché**, et
- ne doit refléter que les caractéristiques des passifs d'assurances.

Les deux approches proposées sont des modalités pratiques pour estimer cette courbe.



- **Approche Top-down** : la courbe des taux est construite à partir du rendement d'un actif financier risqué dont est retranchée la prime de risque du marché
- **Approche Bottom-up** : la courbe des taux est construite à partir d'un taux sans risque, auquel s'ajoute une prime de liquidité

Marge pour risque ou Risk Adjustment (RA):

Correspond à la compensation qui permettrait à l'assureur de supporter l'incertitude relative aux flux futurs de trésorerie. A noter que l'ajustement pour risque bénéficie, au niveau consolidé, de l'effet de diversification entre les différents portefeuilles.

Marge de service contractuelle (CSM):

Représente les profits futurs attendus d'un contrat au-delà de la marge pour risque. Elle vient remplacer la PVFP issue du Bilan économique. Elle est constatée pour éliminer les gains à l'origine (càd lorsque les primes attendues dépassent les flux de sinistres et la marge pour risque)

La CSM est reprise en résultat sur la période couverture du contrat, en fonction du rythme de la prestation de services

La CSM est réévaluée

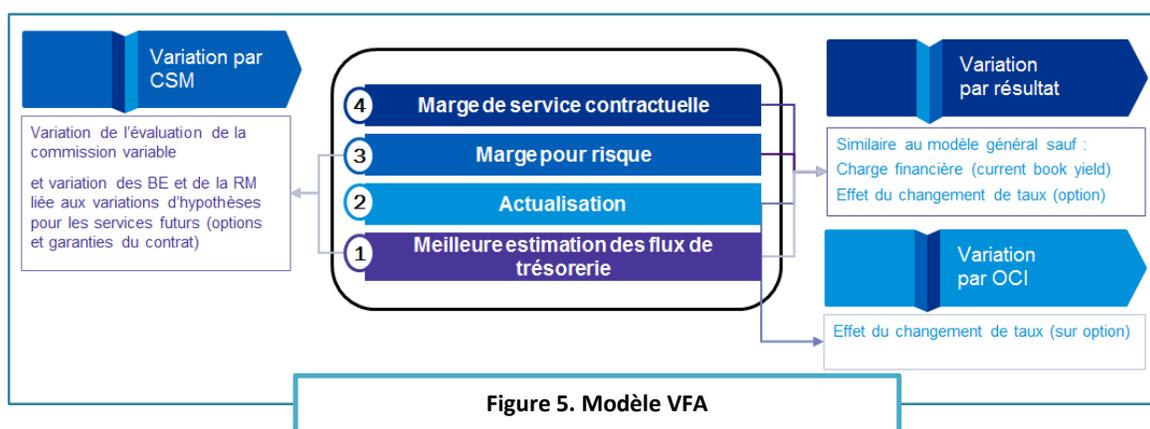
- De manière prospective
- Tient compte des changements d'hypothèses sur les flux et sur la marge, pour risque liés aux périodes futures de couverture
 - Ex : révision des primes futures, révision de la sinistralité attendue
 - Les changements d'estimation liés aux périodes passées (ex : réévaluation des sinistres déjà survenus) sont comptabilisés en résultat

La CSM ne peut pas être négative : elle est toujours nulle au-delà de la période de couverture

- Si le contrat est ou devient déficitaire, la perte correspondante est immédiatement reconnue en résultat
- En cas de variations ultérieures favorables après reconnaissance d'une perte de contrat onéreux, les montants correspondants sont repris en résultat dans la limite où ils sont à des périodes futures de couverture.

1.2 Le Modèle Variable Fee Approach (VFA)

Variante du modèle général, cette approche s'applique pour la comptabilisation des contrats participatifs directs et permet de tenir compte des commissions pour la gestion des évolutions financières des placements sous-jacents. Contrairement au BBA, les commissions pour services de gestion futures provenant de la variation de la fair value des actifs, sont absorbées par la Contractual Service Margin (CSM) alors que les coûts financiers sur la CSM sont calculés au taux de marché et non au taux locked-in.



Dans le cas des contrats d'assurance avec participation aux bénéfices directe, c'est-à-dire les contrats pour lesquels l'assureur, s'engage à partager avec l'assuré le rendement financier

d'actifs clairement identifiés (comme les contrats d'épargne en euros), la Variable Fee Approach (VFA) est plus adaptée.

La principale différence avec le modèle général réside dans le calcul de la CSM. Le modèle Variable Fee revient à considérer que le service fourni par le contrat, est proche d'une activité de gestion d'actifs. Ainsi, du fait de la nature même du contrat, l'impact d'une variation de juste valeur des actifs sous-jacents et plus généralement l'impact de l'environnement économique, est considéré comme étant lié au service fourni par le contrat, et vient donc ajuster la CSM.

Cette approche permet par ailleurs de réduire la volatilité des résultats nets. Par ailleurs voici une synthèse des principales différences entre les deux approches en termes d'impact comptable :

Modèle d'évaluation		VFA		BBA
Type de variable		Participation sur des éléments techniques et financiers	Participation uniquement sur des éléments financiers	Variables non financières (hors taux d'actualisation)
Variations d'hypothèse / Options et Garanties	Financiers	CSM	CSM	Non applicable
	Non-financiers	CSM	CSM	CSM
	Discrétionnaire	CSM	CSM	CSM
Ecart d'expérience	Financiers	CSM	CSM	Non applicable
	Non-financiers	CSM	P&L	P&L
	Discrétionnaire	CSM	P&L	P&L
Charge d'intérêt liée aux contrats d'assurance	Sans option OCI	Current market rate	Current market rate	Current market rate
	Avec option OCI	Current period book yield (CBY)	Current period book yield (CBY)	Lock-in rate
Revenus	Amortissement CSM	✓	✓	✓
	Amortissement marge pour risque	✓	✓	✓
	Prestations attendues	✗	✓ (incl. Composantes Débit)	✓ (incl. Composantes Débit)
	Charges attendues	✗	✓ (incl. Amort. des Frais d'acquisition)	✓ (incl. Amort. des Frais d'acquisition)

Figure 6. Présentation détaillée des changements d'évaluation ultérieure

La nouvelle norme (IFRS 17) sera appliquée de manière rétrospective, les contrats d'assurance en cours étant réévalués selon les nouveaux principes à la date de leur première comptabilisation.

L'IASB reconnaît que dans certains cas, l'approche rétrospective complète est très difficilement applicable, des simplifications sont ainsi proposées.

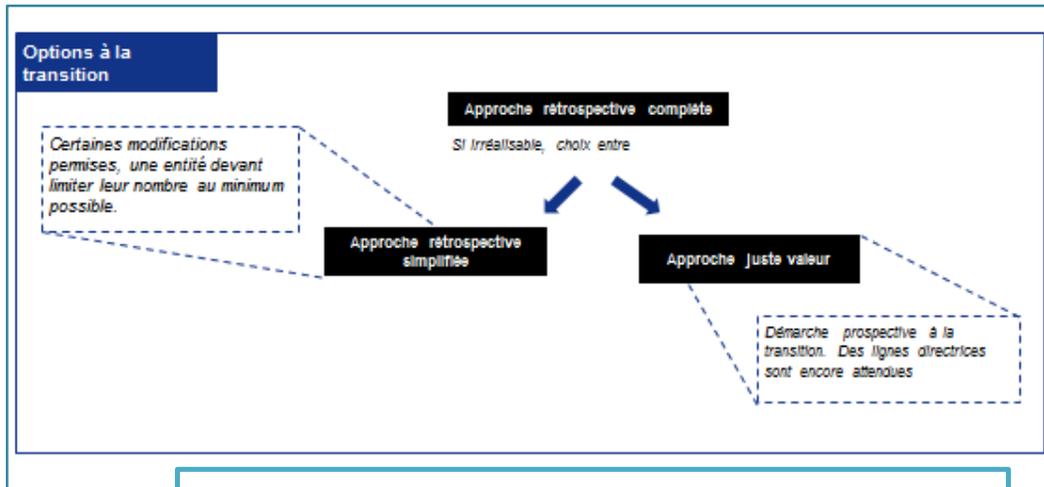


Figure 7. Différents modes de transition

V.3 Le modèle Premium Allocation Approach (PAA)

il s'agit d'une simplification du modèle général pour des contrats de durée inférieure à 1 an ou en cas d'approximation raisonnable du modèle général. Ci-dessous une synthèse de l'approche PAA ainsi que l'arbre de décision permettant de l'adopter:

	US GAAP	Approche par blocs (BBA)	Approche d'allocation de la prime (PAA)
Sinistres non survenus	PPNA et DAC	Marge de service contractuelle Marge pour Risque Actualisation Meilleure estimation des flux de trésorerie	Passifs pour couvertures futures (primes non acquises moins frais d'acquisitions)
Sinistres survenus	PSAP (incluant IBNR)	Marge pour Risque Actualisation Meilleure estimation des flux de trésorerie	Marge pour risque Actualisation Meilleure estimation des flux de trésorerie

© Copyright Allianz SE

Figure 8. Comparaison BBA et PAA

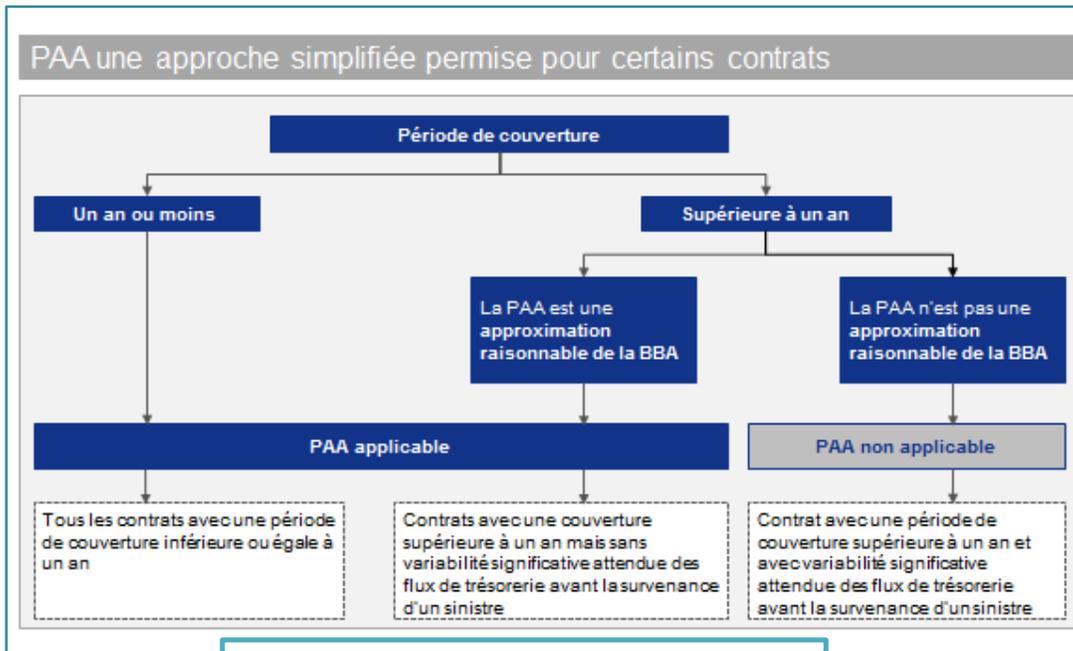


Figure 9. Arbre de décision pour l'approche PAA

NB : la PAA est permise pour tous les contrats éligibles (non limités aux contrats d'assurance non vie).

II. Focus sur le Risk Adjustment

II.1 Définition et principes de base du RA

(IFRS17. 37)

« L'ajustement pour le risque reflète la compensation requise par une entité d'assurance, pour porter l'incertitude en termes de montant et de temporalités sur les futurs flux de trésorerie due aux risques non financiers »

(IFRS17. B91)

L'IASB identifie cinq principes qualitatifs de base à prendre en considération lors de l'estimation de l'ajustement pour le risque :

- Les risques avec une faible fréquence et une forte sévérité nécessiteront un ajustement pour le risque plus élevé que les risques avec une haute fréquence et une faible sévérité
- Pour des risques similaires, les contrats avec une durée plus longue donneront lieu à un ajustement pour risque plus important
- L'ajustement pour risque augmente avec l'épaisseur de la queue de distribution;
- L'ajustement pour risque augmente avec le manque d'informations disponibles sur l'estimation des engagements
- Dans la mesure où l'expérience réduit l'incertitude, l'ajustement pour risque baissera et vice versa

Concernant le niveau de confiance choisi par les entreprises, celles-ci doivent justifier leur choix en cohérence avec le niveau de risque non financier accepté et facturé dans les calculs de primes.

L'ajustement pour risque peut être comparé à la marge de risque tel que défini au sein de Solvabilité 2.

II.2 Potentielles différences entre RA IFRS 17 et RM S2

Thème	RM - Solvabilité 2	RA - IFRS 17
Général	<ul style="list-style-type: none">• Mesure de la marge de prudence requise dans l'hypothèse de transfert de portefeuille à une autre entreprise (basée sur une VAR @ 99,5%)	<ul style="list-style-type: none">• Mesure de la compensation attendue par l'assureur pour porter l'incertitude (en termes de montants et temporalités sur les flux futurs) générée par les risques non financiers.

Méthode générale	<ul style="list-style-type: none"> • Méthode du coût du capital 	<ul style="list-style-type: none"> • Pas de méthode prescrite
Calibration	<ul style="list-style-type: none"> • Modèle standard ou modèle interne 	<ul style="list-style-type: none"> • Non défini
Périmètre/ Frontières des contrats	<ul style="list-style-type: none"> • Frontières de flux au sein des contrats SII: Flux pris jusqu'à la date de possibilité unilatérale de résiliation par l'assureur • Ensemble des frais récurrents en run-off • Pas de prise en compte de la projection des VL 	<ul style="list-style-type: none"> • Frontières de flux au sein des contrats IFRS 17: tant que l'entité peut exiger le paiement de la prime, ou tant que l'entité est obligée de rendre le service • Frais attribuables • Prise en compte de la projection des VL
Granularité	<ul style="list-style-type: none"> • LOB (ou allocations plus fines dans le cadre de l'ORSA) 	<ul style="list-style-type: none"> • Groupes de contrats IFRS 17 • Maille du test du contrat onéreux
Périmètre des risques à prendre en compte	<ul style="list-style-type: none"> • Risque de souscription • Risque de marché résiduel si significatif (sauf taux d'intérêt) • Risque de contrepartie associé aux engagements d'assurance • Risque opérationnel 	<ul style="list-style-type: none"> • (IFRS 17. B89) • Risques non-financiers associés aux contrats d'assurance • Exclus : • Risque opérationnel général • Risques de marché
Bénéfices de diversification	<ul style="list-style-type: none"> • Reflète le niveau de diversification de l'assureur au niveau de l'entité 	<ul style="list-style-type: none"> • Possibilité de prise en compte de la diversification au niveau groupe
Réassurance	<ul style="list-style-type: none"> • Calculée nette des effets d'atténuation par les contrats de réassurance 	<ul style="list-style-type: none"> • Calcul d'un ajustement pour risque séparé pour les contrats de réassurance, avec une définition différente de la définition générale.
Courbe de taux d'actualisation	<ul style="list-style-type: none"> • EIOPA rfr avec VA = 0 pour le RM 	<ul style="list-style-type: none"> • Non défini
Diversification	<ul style="list-style-type: none"> • Largement prescrit, une diversification est même appliquée par année de projection 	<ul style="list-style-type: none"> • Non définie, la diversification au niveau entité permise (choix du groupe : appliquer la diversification inter entités au niveau groupe)
Brut vs Net	<ul style="list-style-type: none"> • Seulement la vision net est requise 	<ul style="list-style-type: none"> • Le RA brut cédé est requis
Intégration des perspectives économiques	<ul style="list-style-type: none"> • Run-off (transfert de portefeuille) 	<ul style="list-style-type: none"> • Cible : similaire à S2, toutefois une vision en continuité d'exploitation peut également être faisable

Niveau de granularité	de	<ul style="list-style-type: none"> Secteur d'activité (LoB) 	<ul style="list-style-type: none"> Groupe de contrat avec des besoins additionnels (ex : type LRC et LIC)
Publication de l'intervalle de confiance	de	<ul style="list-style-type: none"> Non 	<ul style="list-style-type: none"> Nécessite de communiquer sur le quantile correspondant à la RA obtenue

II.3 Périmètre des Risques à considérer pour le business Life & Health

L'objectif donné par le Groupe Allianz est d'utiliser les mêmes catégories de risque que pour les LNMR en risque margin S2 mais en excluant le risque opérationnel entièrement.

Dans cette mesure, nous supposons que le Risk Capital des LNMR est calculé en se basant sur les hypothèses S2, en particulier les cash-flows choqués de Solvabilité II. Néanmoins les 2 conditions suivantes sont prises en compte :

- 1) Le SCR est calculé en net, tandis qu'IFRS 17 exige un calcul de RA en brut et cédé mais les discussions IASB montrent qu'il est possible d'effectuer une approximation du brut/cédé tout en restant conforme aux principes d'IFRS 17. Néanmoins cette approximation est nécessaire seulement si le calcul brut du RA stand-alone n'est pas faisable à cause d'un effort et un cout indus.
Concernant les activités non proportionnelles ou spécifiques, il est demandé d'utiliser une approche plus adaptée.
- 2) Les contract boundaries entre S2 et IFRS 17 peuvent différer, dans le cas où cet écart est jugé important et au lieu de re-paramétrer le Risk Capital S2, le Groupe offre la possibilité d'effectuer un ajustement approprié en plus du capital-risque pour en tenir compte (sans effort ni cout indus).

Le tableau suivant résume le périmètre à considérer pour le RA :

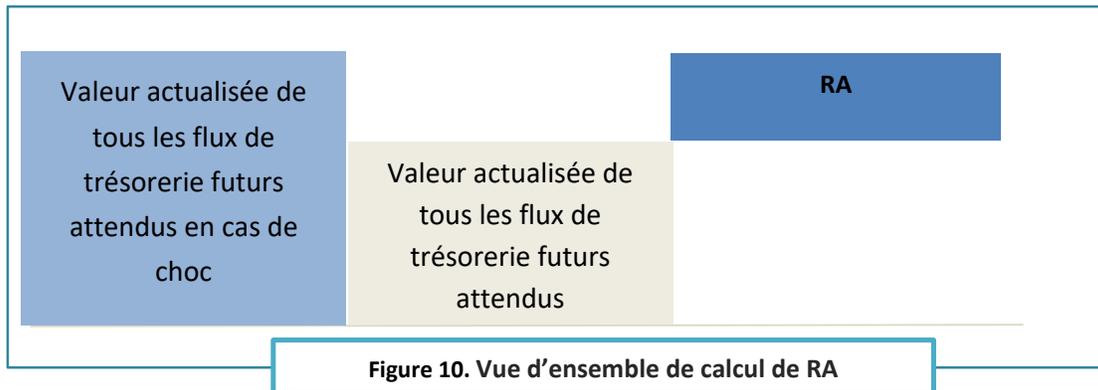
Catégorie de Risque	Inclus ?	Motivation
Mortalité	Y	<ul style="list-style-type: none"> Risque Biométrique Risque non-financier Risque d'augmentation du nombre de décès pour l'activité LH
Mortalité calamité	Y	<ul style="list-style-type: none"> Risque Biométrique Risque non-financier Risque d'augmentation du nombre de décès pour l'activité LH

Morbidité	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Risque Biométrique/ inclus aussi l'invalidité • Risque non-financier • Risque d'augmentation du nombre d'invalidité et des prestations médicales pour l'activité LH
Morbidité calamité	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Risque Biométrique • Risque non-financier • Risque d'augmentation du nombre d'invalidité et des prestations médicales pour l'activité LH
Longévité	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Risque Biométrique • Risque non-financier • Risque qu'en raison de l'amélioration de la mortalité, en particulier chez les personnes âgées, les réserves couvrant le portefeuille de rentes viagères et de produits de retraite collective ne soient pas suffisantes
Rachat	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Risque métier • Risque non-financier • Risque liés à l'imprévisibilité et au comportement défavorable des assurés dans l'exercice de leurs différentes options contractuelles, à la résiliation anticipée des contrats, aux rachats, aux retraits partiels, aux renouvellements et aux options de prise de rente.
Rachat massif	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Risque métier • Risque non-financier • Risque liés à l'imprévisibilité et au comportement défavorable des assurés dans l'exercice de leurs différentes options contractuelles, à la résiliation anticipée des contrats, aux rachats, aux retraits partiels, aux renouvellements et aux options de prise de rente.
Coûts	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Risque métier • Risque non-financier • Risque que les dépenses engagées pour la gestion des polices soient plus élevées que prévu ou que le volume des nouvelles affaires diminue à un niveau qui ne permet pas à Allianz d'absorber ses coûts fixes
Opérationnel	N	<ul style="list-style-type: none"> • Considéré comme un risqué opérationnel général. Dans une vision cible, Allianz souhaite exclure le risque opérationnel dans son intégralité. Se basant sur la référence « IFRS17.B89 » ainsi que dans les délibérations sur l'importance relative par rapport aux coûts et efforts induits avec des experts internes et externes
Risque de credit (reassurance)	Y	<ul style="list-style-type: none"> • Le risque de crédit pour la réassurance est inclus dans l'ajustement de risque cédé, car l'ajustement de risque pour

		<p>risque non financier représente le montant du risque transféré par l'entité au réassureur.</p> <ul style="list-style-type: none"> Les exigences IFRS 17 sont modifiées pour les contrats de réassurance détenus: une entité doit déterminer l'ajustement de risque pour risque non financier, de sorte qu'il représente le montant du risque transféré par le titulaire du groupe de contrats de réassurance à l'émetteur de ces contrats (IFRS17 .64).
--	--	---

II.4 Différentes techniques de calcul du RA [5]

Il existe plusieurs techniques de calcul du RA, mais quelle que soit la méthode utilisée le principe final est le même tel qu'il est montré dans la figure ci-dessous :



Voici quelques techniques considérées par la place :

II.4.1 Value at Risk (VaR) ou méthode quantile

La VaR ou la technique du « niveau de confiance », est calculée par rapport à un niveau de confiance particulier. Par exemple, dans Solvabilité II, le capital de solvabilité requis (SCR) est calculé à une VaR percentile 99,5% sur le montant des fonds propres sur un horizon 1 an.

Par conséquent, le choix d'une méthode de VaR nécessite qu'une entité calcule le best estimate de la valeur actualisée des flux de trésorerie futurs selon différents scénarios (chacun d'entre eux considérant l'incertitude liée aux risques non financiers) pour produire une distribution du risque.

En outre, l'entité doit spécifier un niveau de confiance qu'elle considère approprié. Le RA est alors égal à la VaR au niveau de confiance moins le best estimate de la valeur actualisée des flux de trésorerie futurs.

En l'absence de modèle stochastique, la VaR pertinente serait probablement calculée à l'aide d'une méthode de calibrage ou de déviation. Le principe dans ce dernier est de considérer une déviation au seuil α (seuil de référence IFRS) sur un horizon de projection représentatif des engagements (par exemple la durée des passifs).

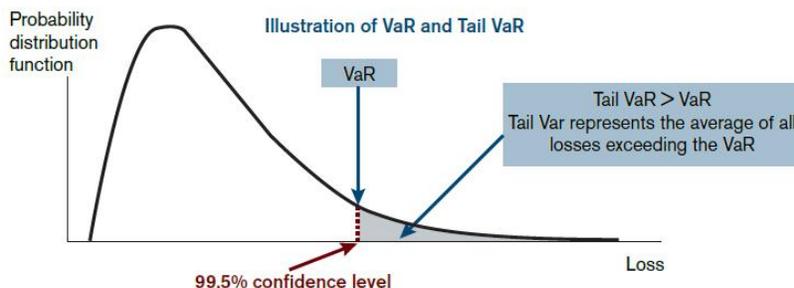
Le seuil ne doit pas nécessairement correspondre au seuil 99.5% Solvabilité 2 (S2) mais plutôt considéré comme moins adverse.

De même la déviation ne doit pas être considérée à 1 an (horizon S2) mais doit refléter le risque d'incertitude sur l'hypothèse sous-jacente sur l'horizon de projection des contrats. Considérer un horizon correspondant à l'extinction des passifs, ne serait donc pas adapté et trop conservateur dans la mesure où cette déviation viendrait s'appliquer sur l'ensemble des années de projection. L'idée est donc d'étudier une déviation sur un horizon représentatif des engagements, comme la durée par exemple.

II.4.2 Tail Value at Risk (TVaR) [6]

La TVaR est également calculée par rapport à un niveau de confiance particulier, cependant, la TVaR est la valeur attendue au-dessus de ce niveau de confiance. Par exemple, si le niveau de confiance choisi est 99,5%, la TVaR serait égale à la valeur attendue, étant donné qu'un événement extrême de queue de distribution (au-dessus du niveau de confiance 99,5%) a eu lieu. Cela contraste avec la VAR où la valeur serait au 99,5 e percentile.

Le graphique suivant illustre la VaR 99,5% et TVaR.



Cette méthode peut être restrictive pour les entités qui n'utilisent pas des techniques stochastiques, comme une distribution complète des risques serait nécessaire afin de calculer la TVaR. Cependant, en l'absence d'un modèle stochastique, les entreprises peuvent calculer cette mesure en utilisant une distribution standard supposée, par exemple la distribution normale. Compte tenu de la sensibilité de cette mesure à la forme de la queue de distribution, il est probable que les entreprises devront justifier l'utilisation d'une distribution standard particulière, si elle est choisie.

II.4.3 Coût du capital (CoC)

L'approche CoC évalue le coût du capital suffisant pour couvrir les risques pertinents sur la durée de vie du portefeuille. Il exige un jugement pour déterminer le niveau approprié de capital à l'avenir et le coût du taux de capital.

Cette méthode est utilisée pour déterminer la marge de risque sous Solvabilité II. Le niveau de capital approprié est prescrit comme étant celui requis pour couvrir les risques "non couvrables" (ce qui a été largement interprété comme tous les risques non liés au marché) en utilisant l'approche S2 consistant à appliquer des scénarios de stress défavorables. Le coût approprié du taux de capital est prescrit comme 6% (en S2) par an et les coûts résultants sont actualisés, en utilisant la courbe sans risque pertinente pour déterminer la marge de risque.

La méthode CoC relative à la RA est calculée comme suite:

$$RA = CoC * \sum_t PV(RC_t)$$

Où la somme couvre toutes les années à venir de projection t, PV(Valeur actuelle) est calculée en utilisant un taux d'actualisation approprié et:

CoC = coût interne du taux de capital (au-dessus du taux sans risque)

RC_t = risque capital pour les risques non financiers, à l'instant t

Selon la méthode CoC, le choix du taux d'actualisation utilisé, dépendra de la sélection des actifs du capital-risque et devrait refléter le rendement qu'une entité peut raisonnablement espérer gagner.

Étant donné que les normes IFRS 17 utilisent une approche cohérente au marché, les attentes de rendement sont généralement acceptées comme un taux « sans risque » qui peuvent ou pas inclure une prime de liquidité dans certaines stratégies d'investissement.

II.4.4 Comparaison entre les différentes méthodes de calcul du RA

Le tableau suivant résume les avantages et inconvénients des 3 méthodes décrites ci-dessus :

Approches possibles au RA	Pour (+)	Contres (-)
Méthode VaR	<ul style="list-style-type: none">• Approche déjà utilisée ailleurs par exemple : en Australie (75th percentile)• Compatible avec le modèle interne• Efforts/ charge gérable pour la non-vie• Facilité de pilotage du RA via les hypothèses de calcul	<ul style="list-style-type: none">• La mesure du risque diffère du VAR 99.5 du modèle interne• N'est pas utilisée pour le reporting interne

Méthode TVaR	Cette approche fournit une indication de la forme de la queue de distribution et peut donc fournir une meilleure indication de l'ajustement du risque requis	<ul style="list-style-type: none"> • Approche particulièrement sensible à la forme de la queue de la distribution sous-jacente qu'une distribution standard (par exemple, normale). • Il est probable qu'un nombre limité de points de données disponibles ne permettent de calibrer la queue de distribution.
Méthode CoC	<ul style="list-style-type: none"> • Actuellement utilisée sous solvabilité II • Applicable pour L/H et P&C • Cohérent avec le modèle interne / les reporting existants/ transition facile 	<ul style="list-style-type: none"> • Publication du degré de confiance impose des calculs supplémentaires qui ne semblent pas faciles à définir • Pilotage compliqué du RA car peu de levier disponible • Nécessité de réajuster les risques LNMR qui utilisent les frontières de contrats SII, courbe de taux et modèle de couts SII (Quid risque de primes à considérer sous IFRS 17).

II.5 Les directives d'Allianz Group

II.5.1 Capitalisation sur RM pour calculer le RA

Pour répondre aux besoins de l'étude d'allocation du RA, l'approche CoC, proposée par Allianz Group a été adoptée pour calculer le Risk Adjustment, en se basant sur une réutilisation des processus existants, pour le calcul du risque margin (RM) de solvabilité II dans une mesure raisonnable.

La marge de risque fait partie des provisions techniques et lie le calcul du passif aux modèles de risque. Elle garantit que la valeur des provisions techniques, est équivalente au montant que les entreprises de (ré) assurance devraient exiger pour prendre en charge et respecter les obligations de (ré) assurance. Elle représente le coût de la détention du capital nécessaire pour financer ces obligations tout au long de leur vie

Le calcul de la marge de risque est fondé sur l'hypothèse selon laquelle l'ensemble du portefeuille des obligations d'assurance, y compris les contrats de réassurance liés et les accords avec des véhicules de titrisation (SPV), est transféré à une autre entreprise d'assurance (de réassurance). Le transfert est supposé avoir lieu immédiatement (c.-à-d. t = 0).

Par conséquent, la formule pour le calcul d'ajustement du risque net est la suivante:

$$RA = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{IRC(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

Où :

- RA = Ajustement pour risque
- CoC = Taux de coût de capital
- IRC(t) = le Capital de risque d'entrée pour l'année t, calculée pour l'entreprise de référence, qui est un sous-ensemble de solvabilité requis « SCR » sous S2.
- r_t = le taux d'intérêt IFRS 17 pour la maturité t.

Les étapes suivantes pourraient être utilisées afin d'évaluer l'ajustement des risques:

- Obtenir le net IRC standalone à t = 0 (non diversifié) pour les types de risque pertinents
- Identifier les drivers de risque appropriés pour projeter l'IRC pour les différents types de risque.
- Une fois que l'on a le profil de risque pour les différents types de risque, il faut agréger puis tenir compte de la diversification, en utilisant une matrice de corrélations.
- Sur la base du profil agrégé de capital-risque (diversifié entre les types de risques) appliquer le coût de capital, puis escompter à t = 0.

NB : Le taux d'intérêt utilisé pour le calcul du RA dans notre simulation CoC est le même que celui utilisé pour le RM en S2 ; concernant IFRS 17 les discussions sont en cours mais potentiellement le choix sera orienté vers la courbe de taux d'IFRS 17.

Le calcul du SCR ^[9] pour chaque risque standalone se fait suivant la formule suivante :

$$SCR_{t0} = BEL_{shock} - BEL_{central}$$

Avec :

BEL_{shock} étant le BEL calculé en appliquant le choc approprié.

$BEL_{central}$ étant le BEL calculé avec le scénario central.

Le BEL (Best Estimate of Liability) représente la meilleure estimation des provisions.

La notion de Best Estimate est définie sous Solvabilité II comme étant La meilleure estimation, égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente. Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes en faisant appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates »

On utilisera cette définition aussi pour IFRS 17.

Le calcul des provisions Best Estimate nécessite donc la projection des flux correspondant aux prestations (sinistres, rachats, . . .), aux frais (gestion et acquisition), aux coûts, aux primes :

$$BEL = \sum_{t=1}^T (Prestation_t + Commissions_t + Coûts_t - Primes_t) \prod_{i=0}^{t-1} \frac{1}{1 + fwr_i}$$

Avec : fwr_i le taux forward 1-an à la date t

Si une technique stochastique est utilisée pour le calcul, le BEL correspondra à la moyenne des scénarios.

Une fois qu'on a calculé le SCR à l'instant t0 ,On a utilisé l'approximation suivante pour projeter les valeurs futures

$$SCR_t = SCR_{t0} * \frac{driver_t}{driver_{t0}}$$

Selon le risque auquel on fait face, le driver diffère : exemple pour le risque de mortalité et longévité, on utilise comme driver les provisions mathématiques (PM) alors que pour le risque de rachat, on utilise les réserves de rachat.

Notons que les risques n'évoluent pas de manière similaire, on ne peut donc pas considérer que le RA est la somme des risques sous-jacents. Pour prendre en compte les liaisons (ou diversification) observées entre ces différents risques, le calcul du SCR à recours à une matrice de corrélation.

La matrice EIOPA issue du QIS4 a été utilisée dans notre étude de simulations pour le calcul du RA au niveau compagnie via la méthode CoC, les résultats obtenus ont été comparés avec ceux de la méthode quantile:

	Mortalité	Longévité	Rachat
Mortalité	100%	-25%	0%
Longévité	-25%	100%	25%
Rachat	0%	25%	100%

Le SCR diversifié se calcule suivant cette formule :

$$SCR_{diversifié} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

Où SCR_i et SCR_j sont les SCR stand-alone lié à chaque risque et $Corr_{i,j}$ est le coefficient de corrélation (issu du tableau de corrélation ci-dessus) entre les risques.

Où SCR_i représente le sous-module i et SCR_j le sous-module j, et où «i,j» indique que la somme des différents termes doit couvrir toutes les combinaisons possibles de i et j. Dans le calcul, SCR_i et SCR_j sont remplacés par :

- SCR mortalité, qui représente le risque de mortalité ;
- SCR longévité, qui représente le risque de longévité ;
- SCR rachat, qui représente le risque de rachat

II.5.2 Limites de l'approche CoC choisie par le Groupe

Notons que, puisque le SCR est calculé sur la base de flux de trésorerie S2 choqués, les flux de trésorerie IFRS 17 correspondants, peuvent légèrement différer dans certains cas.

Parmi les différences entre les flux de trésorerie d'IFRS 17 et de SII à prendre en compte , citons:

- Différences dans les contrats («droit unilatéral» dans SII par rapport à «capacité pratique de revaloriser» dans IFRS 17)
- Comptabilisation différente des coûts dans les flux de trésorerie futurs
- Le taux d'intérêt sans risque EIOPA est l'input des SCR.

Pour élargir: Si nous supposons des frontières de contrat plus longues dans IFRS 17 par rapport à S-II, il se peut que nous comptabilisons «plus» de primes futures dans les flux de trésorerie futurs selon IFRS 17 par rapport à S-II. Ces primes plus élevées nécessiteraient une provision supplémentaire dans l'IFRS 17 (Risque de prime). L'ajustement de risque pourrait ne pas être comptabilisée de manière appropriée si un sous-ensemble du SCR S2 est utilisé comme donnée d'entrée pour l'ajustement de risque. Cependant, le groupe Allianz n'a observé aucun cas / motif important susceptible d'invalider la réutilisation de la marge de risque. Dans les cas spécifiques où une différence donnée devient apparente, il incomberait aux entités, en tant que propriétaires ultimes de leur «vision du risque», de déterminer si ces différences sont importantes pour qu'elles ajustent ensuite les rapports via une mise à l'échelle ou une autre méthode non cohérente, méthodes onéreuses («pas de coût ni d'effort indu») pour atteindre les objectifs de rapport d'ajustement des risques.

II.5.3 Justification de l'approche choisie par Allianz Group

Du point de vue d'Allianz, plusieurs objectifs ont été pris en compte lors de l'élaboration de l'approche ciblée pour l'ajustement des risques, notamment:

- Le respect des exigences fondées sur des principes d'IFRS 17
- Le respect de la perception par Allianz de la compensation du risque de support (et la cohérence avec les perspectives de pilotage du modèle interne)
- La sélection d'une méthode qui fonctionne à la fois P&C et L / H segments avec une relative facilité
- Éviter les coûts et un effort tout en rendant compte / calcul d'ajustement du risque qui tend à maintenir l'effort (supplémentaire) nécessaire faible
- Éviter la volatilité inutile de l'ajustement des risques au fil du temps (en dépit des risques contraires à l'image cible choisie)
- L'utilisation de méthodes qui sont généralement acceptées par les parties internes et externes / parties prenantes
- Assurer une application assez uniforme « lisible » du concept à travers tout Allianz (et la facilité de répllication).

II.6 Rappel des points importants à considérer dans le calcul du RA

a. Exclusion du risque opérationnel

Plusieurs Groupes d'assurance ont décidé d'exclure le risque opérationnel dans son intégralité. On trouvera une référence à cela dans la norme **(IFRS17.B89)** ainsi que dans les délibérations sur l'importance relative / coûts et efforts indus avec des experts internes et externes.

b. Inclusion du risque de crédit pour les réassureurs dans le RA cédé

Les exigences IFRS 17 sont modifiées pour les contrats de réassurance détenus: une entité doit déterminer l'ajustement pour risque non financier, de sorte qu'il représente le montant du risque transféré par le titulaire du groupe de contrats de réassurance à l'émetteur de ces contrats **(IFRS17 .64)**.

Étant donné que le risque transféré du titulaire d'un (groupe de) contrats de réassurance est également limité par la capacité de risque / capacité de remboursement de l'émetteur de ces contrats, nous avons supposé que le risque de crédit associé au risque de défaillance de la réassurance devrait être pris en compte dans l'ajustement du risque cédé.

c. Diversification

La diversification de l'ajustement des risques doit suivre strictement la perception de l'évaluation des risques propre à chaque entité du Groupe mondial d'assurance. Les perceptions possibles du risque seraient:

- La diversification entre les catégories de risque changera à l'avenir, c'est-à-dire que les capitaux à risque sont projetés avant la diversification. C'est peut-être la perception du risque d'une entité, étant donné que l'entreprise peut évoluer avec le temps, même en l'absence de liquidation.
- La diversification entre les catégories de risques restera à l'avenir identique à celle évaluée pour les 12 prochains mois, c'est-à-dire que la diversification des capitaux de risque a lieu avant la projection des capitaux de risque. Cette approche serait différente de l'approche de la marge de risque S2.

De plus, utiliser la même approche pour le niveau de diversification que pour la marge de risque S2 signifie :

- Les diversifications entre LoB sont implicitement autorisées dans les modèles RC
- Les diversifications entre les catégories de risques dans la mesure où elles sont incluses dans la marge de risque / l'ajustement sont autorisées
- La diversification entre les entités peut être appliquée, le facteur d'échelle exact à cette fin doit être décidé ultérieurement

Remarque sur la diversification entre les entités d'un Groupe d'assurance:

La prise en compte de cette diversification réduit l'ajustement pour risque total au niveau consolidé du groupe. Cela a également été abordé dans le document du groupe de travail sur la transition de l'IASB de mai 2018, dans lequel il était question de savoir si les entités pouvaient choisir de considérer ou non le degré d'avantage en termes de diversification des risques disponible pour le groupe d'entités. Dans tous les cas, l'ajustement pour risque non financier doit être identique au niveau consolidé du groupe qu'au niveau individuel, c'est-à-dire dans les états financiers individuels d'une entité qui applique IFRS 17 localement. La diversification pourrait être calculée en utilisant une approche multiplicative d'un facteur.

d. Brut et cédé

Les discussions de l'IASB ont montré qu'une approximation de l'ajustement du risque brut et cédé, basée sur le calcul du solde net est en principe conforme à la norme IFRS 17. Toutefois, une telle approximation n'est nécessaire que si un calcul brut autonome de l'ajustement du risque n'est pas réalisable, en raison d'un risque excessif coût et effort.

Pour les entreprises non proportionnelles ou dans tous les cas particuliers, une mise à l'échelle linéaire peut ne pas être appropriée. Dans de tels cas, les entités sont invitées à utiliser une approche plus appropriée et plus adaptée.

e. Taux CoC

Un taux de CoC par défaut sera probablement discuté par la place (potentiellement entre 2,5% et 6%), néanmoins une préconisation sera mentionnée en fin de document relative à l'étude de simulation réalisée dans le cadre de ce mémoire.

f. Publication du niveau de confiance

Il convient de noter que les entités ne devraient généralement pas produire leurs propres déclarations d'intervalle de confiance car il s'agit en premier lieu d'une information à l'échelon du groupe, à moins d'exigences spécifiques en matière de reporting IFRS 17 «locales» ou de clauses GAAP locales reflétant certains aspects de la norme IFRS 17 (hors du champ d'application de ce document).

La norme exige la publication de l'intervalle de confiance associé au calcul du RA **(IFRS17.B92)**

g. Granularité de l'ajustement pour risque

Le tableau ci-dessous illustre le niveau de granularité retenu par le groupe:

Overall risk adjustment	LRC	Unit of Account (group of contracts)	Affaires nouvelles (New business)
			Variation des hypothèses non financières
			Reprise
	LIC	Portefeuille	Exercice Antérieur
			Exercice Courant

L'ajustement global pour risque doit être divisé en LIC / LRC et UoA (Unité de contrat). L'hypothèse de travail actuelle est que l'UoA pour la LIC correspond aux portefeuilles et que l'UoA pour la LRC correspond à des groupes de contrats. En outre, IFRS 17 impose des exigences en matière de comptabilisation nécessitant une nouvelle attribution de l'ajustement pour risque.

h. Eviter le raisonnement circulaire dans le calcul de l'allocation RA / rentabilité

Pour le regroupement des contrats lors de la comptabilisation initiale, un calcul de rentabilité qui dépend du l'ajustement pour risque des contrats correspondants doit être effectué. Pour éviter un raisonnement circulaire entre la répartition de l'ajustement pour risque par groupe de contrats et le calcul de la rentabilité dans une première étape, l'ajustement pour risque total calculé sera affecté au niveau du portefeuille. Ensuite, l'ajustement des risques doit être affecté à des ensembles de contrats appartenant au même groupe de contrats sur la base d'informations raisonnables et justifiables. L'évaluation de l'ensemble de ces contrats déterminera ensuite s'ils doivent être contenus dans le groupe de contrats onéreux lors de la comptabilisation initiale ou dans un autre groupe de contrats.

II.7 Impact du RA sur le P&L et affichage demandé

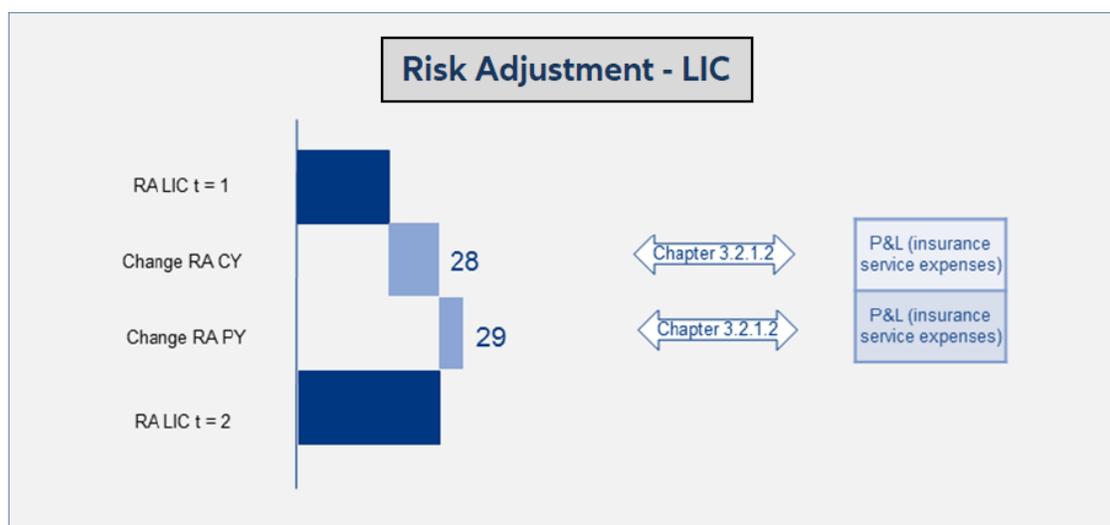
En fonction du modèle de mesure, différentes écritures sont requises. Les sections suivantes donnent un aperçu de l’affichage requis dans les différents cas.

a. LIC - BBA, modified BBA, PAA and VFA

Les affichages requis pour la LIC sous la PAA et la BBA sont les suivants:

#	Métrique	Description
#x	Change RA CY (Exercice courant)	Montant monétaire de la variation de la réserve liée à l'ajustement en fonction du risque de l'année en cours
#y	Change RA PY (Exercice Antérieur)	Montant monétaire de la variation de la réserve liée à l'ajustement en fonction du risque des exercices précédents

Le tableau ci-dessous résume l’évaluation ultérieure des contrats d’assurance et la présentation dans l’état de la performance financière de l’ajustement pour risque lié au LIC (PAA et BBA, etc.).

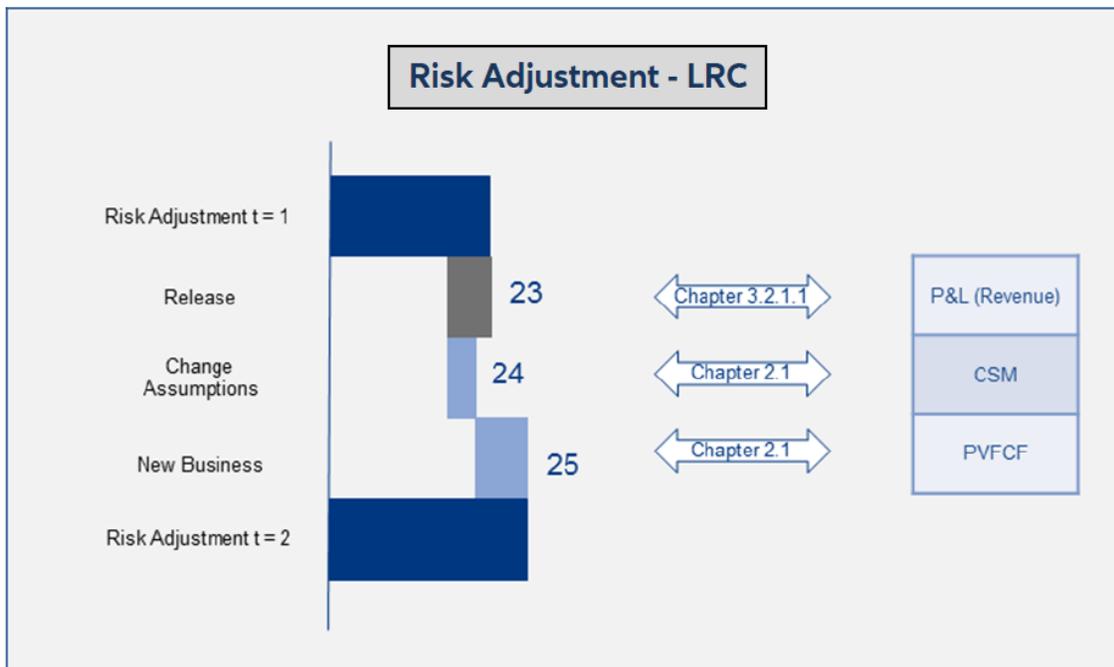


b. LRC - BBA, modified BBA and VFA

Les affichages requis pour la LRC sous BBA et VFA sont les suivants:

#	Métrique	Description
#a	Affaire nouvelles (New Business)	Montant de l'ajustement pour risque non financier comptabilisé en raison de l'incidence des contrats comptabilisés initialement
#b	Variation des hypothèses non financières (Change assumption)	Modifications de l'ajustement pour risque pour les estimations de risque non financières liées aux services futurs.
#c	Reprise (Release)	Changement dans l'ajustement pour risque non financier qui n'est pas lié à des services futurs ou passés.

Le tableau ci-dessous récapitule l'évaluation ultérieure des contrats d'assurance et la présentation dans l'état de la performance financière de l'ajustement pour risque lié au LRC (modèles d'évaluation hors PAA uniquement).



III. Approche d'allocation du RA

Dans cette section nous allons présenter les différentes approches d'allocation du RA depuis le niveau compagnie vers un niveau GoC en se basant sur la méthode CoC pour le calcul du RA.

Chacune de ces méthodes a été adoptée avec les limites suivantes :

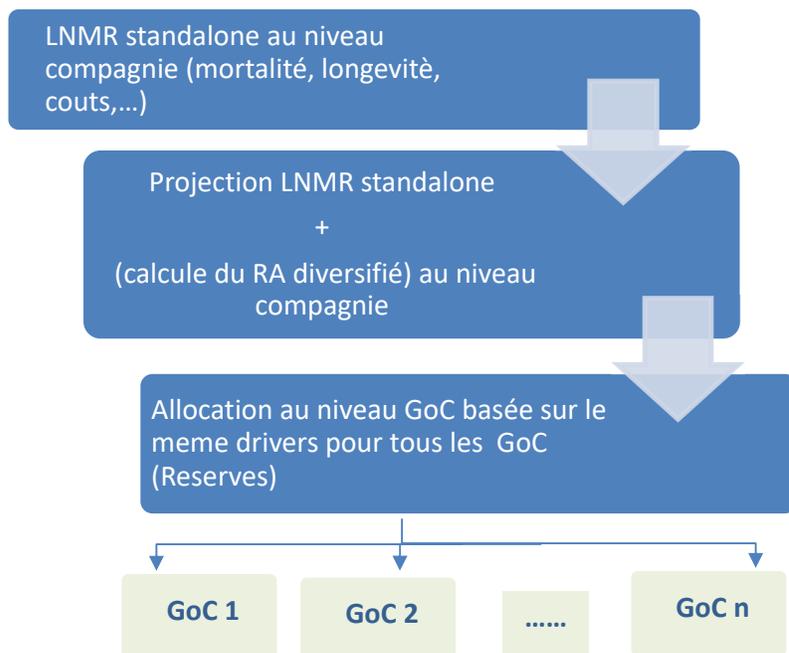
- Les calculs de RA reposent sur la matrice de diversification EIOPA (modèle standard)
- Le niveau d'agrégation de rapports KAPLA (maille interne Allianz France) a été considéré comme le GoC.
- Pas de segmentation entre LRC et LIC
- Versement libre non pris en compte dans la frontière des contrats
- Le RA calculé est net de réassurance

Pour finir, nous distinguons les 3 approches suivantes préconisées par le Groupe:

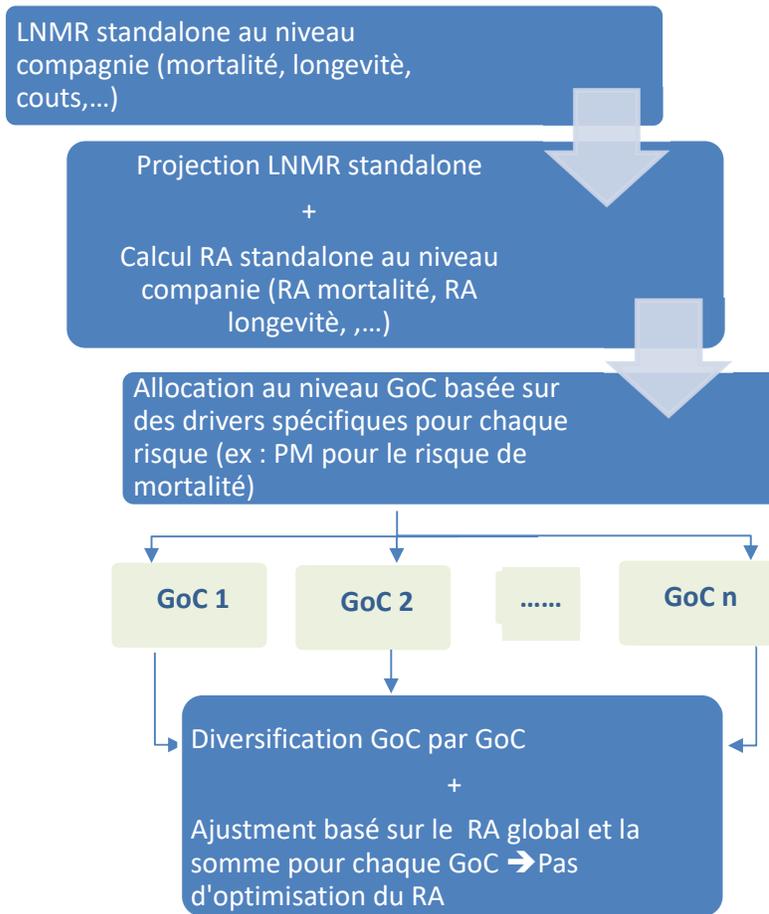
- Approche 1: Approche par volume
- Approche 2: Approche par PVRC (Present Value of Risk Capita)
- Approche 3: Approche par niveau de GoC (Bottom Up)

Il s'agit uniquement d'un enjeu de réallocation et non pas d'optimisation du RA vu qu' à la fin nous rapportons le résultat trouvé dans chacune des méthodes au RA calculé au niveau compagnie (Cf. cadre rouge dans les tableaux finaux présentant les résultats de calcul)

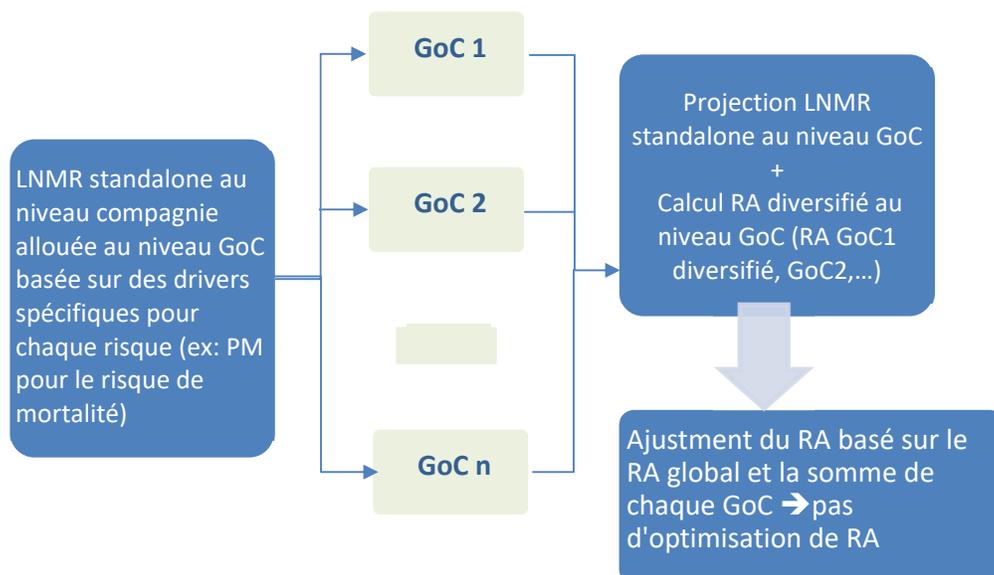
III.1 Approche d'allocation par volume



III.2 Approche d'allocation par PVRC



III.3 Approche d'allocation par niveau de GoC (Bottum up)



III.4 Application des 3 approches sur la compagnie AZVIE d'Allianz

AZVIE est la plus importante compagnie d'Allianz France, elle couvre le périmètre LH avec un BEL estimé à 90 Milliards d'€.

Différentes approches ont été testées afin d'évaluer celle qui correspond au mieux aux attentes d'Allianz d'un point de vue opérationnel, économique, onérosité des contrats et respect de la norme.

Ci-dessous le détail et résultats des approches testées, ces chiffres ont été modifiés pour des raisons de confidentialités:

Approche 1

Allocation of total RA to GoCs by volume

GoC	RA	RA undiversified	Diversification
10 Emprunteur Collectif	217 662	309 295	29.6%
20 Emprunteur Individuel	471 419	669 882	29.6%
30 Epargne Individuelle	552 253 162	784 746 417	29.6%
40 Prévoyance Collective	11 253 420	15 991 001	29.6%
50 Prévoyance Individuelle	14 845 105	21 094 751	29.6%
60 Retraite Collective	78 578 491	111 659 278	29.6%
70 Retraite Individuelle	24 004 220	34 109 765	29.6%
80 Santé Collective	2 029 890	2 884 455	29.6%
90 Santé Individuelle	75 777	107 679	29.6%
Total Calculated	683 729 147	971 572 524	29.6%
Total sum	683 729 147	971 572 524	29.6%

Le driver « Reserve » a été choisi comme driver unique de réallocation du RA depuis le niveau compagnie vers les GoC. Nous constatons que le GoC « Epargne Individuel » absorbe la majorité des risques à la place des autres GoC au vue de sa forte contribution dans les réserves.

Cette surestimation peut arranger certaines compagnies d'assurance notamment les petites mutuelles ayant des GoC à la limite de la frontière d'onérosité qui profiteront en contrepartie d'une sous-estimation de leur RA

+++

Facile à utiliser

Surestimation / Sous-estimation du RA pour les GoC ayant une forte / faible contribution de réserves (Driver choisi).

Approche 2

Allocation of total RA to GoCs by PVRC

GoC	RA	RA undiversified	Diversification
10 Emprunteur Collectif	1 496 947	2 127 147	29.6%
20 Emprunteur Individuel	5 874 837	8 348 087	29.6%
30 Epargne Individuelle	518 456 992	736 722 386	29.6%
40 Prévoyance Collective	35 008 850	49 747 238	29.6%
50 Prévoyance Individuelle	31 998 092	45 468 981	29.6%
60 Retraite Collective	44 878 711	63 772 216	29.6%
70 Retraite Individuelle	16 855 366	23 951 313	29.6%
80 Santé Collective	28 136 102	39 981 129	29.6%
90 Santé Individuelle	1 023 249	1 454 027	29.6%
Total Calculated	683 729 147	971 572 524	29.6%
Total sum	683 729 147	971 572 524	29.6%

Nous constatons d'après les chiffres ci-dessous une amélioration dans la réallocation de certains GoC mais certains d'autres ont reçu beaucoup plus de risque que ce qu'ils méritaient (Cf. explications ci-dessous)

+++

Mutualisation des risques entre GoC

Drivers à la maille compagnie proposés pour la projection du Risk Capital ne sont pas les plus appropriés (Cf. explications ci-dessous)

Les courbes ci-dessous montrent la limite de cette approche :

En bleu la courbe représente la projection du Risque de coûts pour les GoC « Santé collective » et « Emprunteur collectif », que nous comparons à la courbe orange qui représente le driver propre à chacun de ces GoC.

En regardant le Graphe de droite relatif au GoC « Santé collective », nous constatons une projection des risques jusqu'à 60 ans en se basant sur un driver global (courbe bleu) tandis que les coûts de santé sont payés réellement uniquement la 1^{ère} année (d'où la courbe orange plate)

Dans le cas de l'emprunteur, la durée réelle de ce GoC est de 10 ans (courbe orange), mais via la courbe bleu nous lui allouons un risque beaucoup plus important et ce jusqu'à 60 ans

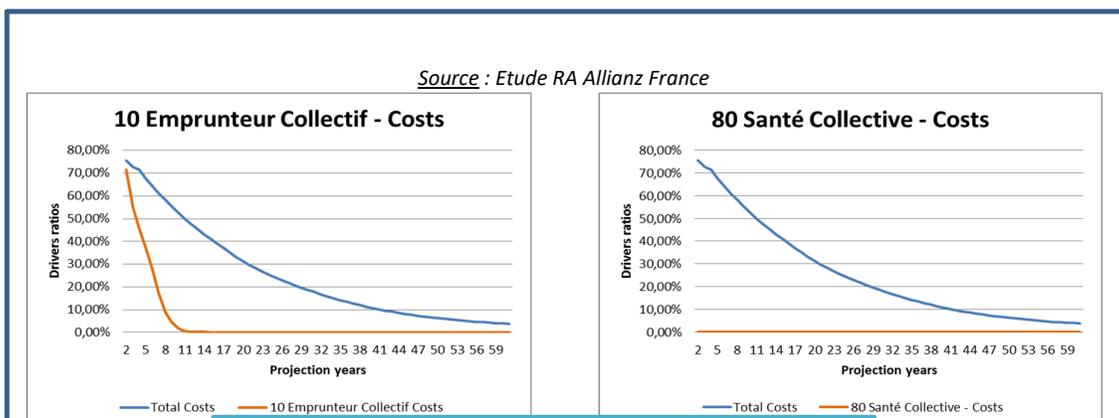


Figure 11. Driver Global vs Driver spécifique

Approche 3

Bottom-up calculation of RA on GoC level

GoC	Prelim. RA	Prelim. RA undiv.	Diversification	Final RA
10 Emprunteur Collectif	664 908	885 139	24.9%	640 385
20 Emprunteur Individuel	3 903 088	4 669 942	16.4%	3 759 136
30 Epargne Individuelle	569 418 373	785 626 909	27.5%	548 417 340
40 Prévoyance Collective	21 457 542	29 251 491	26.6%	20 666 154
50 Prévoyance Individuelle	25 078 647	37 305 146	32.8%	24 153 707
60 Retraite Collective	50 706 499	62 306 754	18.6%	48 836 365
70 Retraite Individuelle	36 093 096	48 626 997	25.8%	34 761 926
80 Santé Collective	2 469 017	2 870 439	14.0%	2 377 956
90 Santé Individuelle	126 626	187 846	12.2%	116 177
Total Calculated	683 729 147	971 572 524	26.6%	683 729 147
Total sum	709 911 794	971 680 158	26.9%	683 729 147

Cette approche n'améliore pas plus les chiffres, cela est dû à l'utilisation des drivers non appropriés pour la réallocation des LNMR par GoC.

+++

- Se rapproche de la méthode RoRC actuelle d'Allianz
- Possibilité d'utiliser un driver spécifique

- Nécessite des drivers appropriés pour la réallocation des LNMR par GoC
- Faible mutualisation des risques entre GoC

III.5 Résumé des avantages et inconvénients des 3 approches

Nous avons jugé ces 3 approches selon 3 critères :

- Impact sur l'onérosité des contrats
- Impact opérationnel
- Reflet économique de la contribution du GoC au Risk global

	Avantages	Inconvénients
Approche 1	<ul style="list-style-type: none"> • Facile à utiliser 	<ul style="list-style-type: none"> • Sur estimation / sous-estimation du RA par GoC : le même driver d'allocation est utilisé pour tous les GoC
Approche 2	<ul style="list-style-type: none"> • Mutualisation des risques entre GoC 	<ul style="list-style-type: none"> • Driver global à la maille compagnie utilisé pour la projection du RA stand-alone ne reflète pas la réalité du business.
Approche 3	<ul style="list-style-type: none"> • Possibilité d'utiliser un driver spécifique pour les modules de risques et par GoC 	<ul style="list-style-type: none"> • Nécessite des drivers appropriés pour la réallocation des LNMR par GoC • Faible mutualisation des risques entre GoC

Les 3 approches n'utilisent pas les drivers appropriés reflétant le niveau de risque pour chaque GoC, d'où l'intérêt de chercher une nouvelle approche.

III.6 Alternatives aux 3 approches préconisées par le Groupe

III.6.1 Approche 3 bis

Cette approche est basée sur la même méthodologie que l'approche du «calcul Bottom-up» de la RA au niveau du GoC» c'est-à-dire l'approche 3, à l'exception du RC utilisé pour chaque GoC. En fait, cette version calcule le RC par GoC (calculé par l'équipe Risk d'Allianz France) au lieu d'une réallocation du RC global par le GoC avec des drivers de risque.

Globalement, l'allocation du RC par GoC dans les méthodes du Groupe n'est pas la meilleure solution. Cela indique que les drivers de risque ne sont pas appropriés pour obtenir un RC réaliste par GoC.

Une illustration est présentée dans les graphiques ci-dessous pour les GoC « 60 retraite collective » et « 70 retraite individuelle ». Ci-dessous dans le cas spécifique du module de longévité ;l'écart entre le RC calculé et celui dérivé du RC global avec les drivers de risque est supérieur à 100% (RC par GoC calculé par l'équipe Risk d'Allianz France). Ainsi, la méthode 3 bis fournit les quantités les plus précises de RA (Cf. à l'écart présenté dans les graphiques ci-dessous)

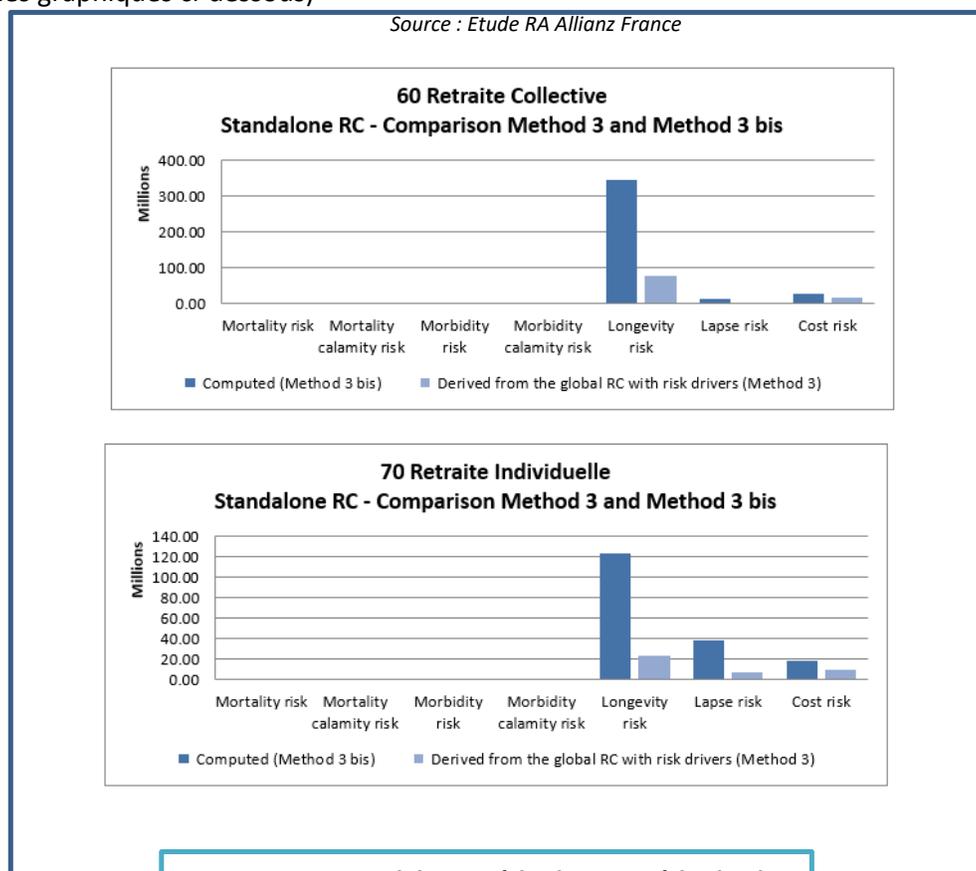
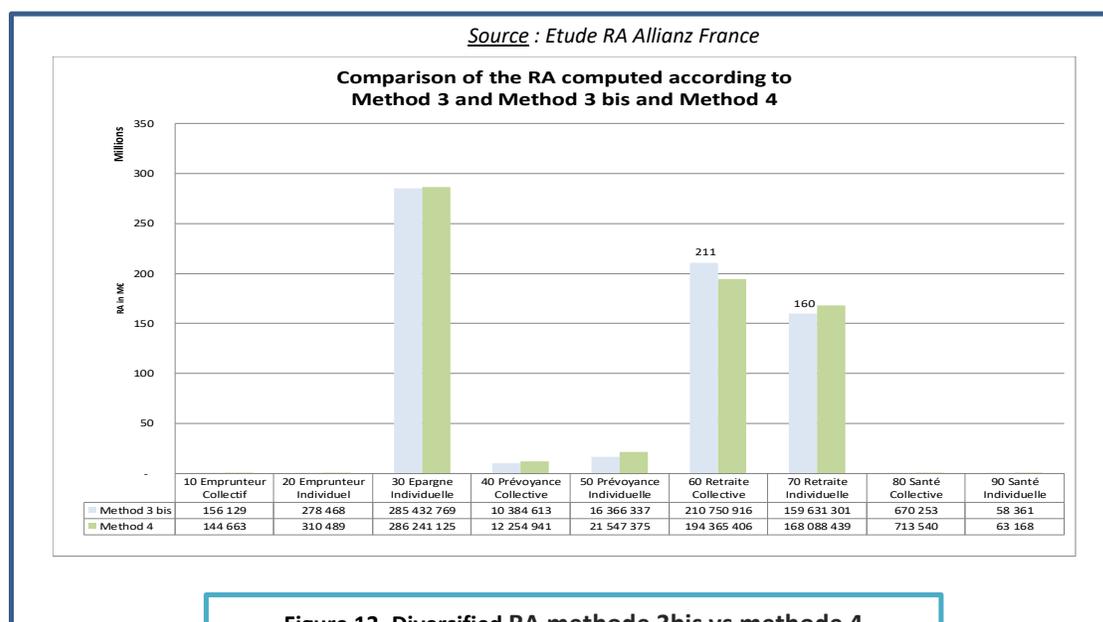


Figure 12. SCR standalone méthode 3 vs méthode 3bis

III.6.2 Approche 4

Cette approche consiste à introduire un effet de mutualisation entre le GoC dans l'approche 3 bis. Premièrement, le RA non diversifié est calculé au niveau de chaque GoC ensuite, la diversification s'applique au niveau global.

Globalement, les écarts entre les chiffres des méthodes 3 bis et 4 ne sont pas importants mais nous constatons tout de même une diminution du RA dans les grands GoC due à l'effet de mutualisation inter GoC. Cela dit, si nous devons rapporter ce résultat au niveau du RA initialement calculé au niveau compagnie, nous perdrons cet avantage.



III.6.3 Application des méthodes 3 bis et 4

Voici les résultats respectifs chiffrés, des méthodes 3bis et 4:

Approche 3 bis

Method 3 bis

GoC	Prelim. RA	Prelim. RA undiv.	Diversification	Final RA
10 Emprunteur Collectif	225 658	242 711	7.0%	156 129
20 Emprunteur Individuel	402 479	520 931	22.7%	278 468
30 Epargne Individuelle	412 544 476	480 248 182	14.1%	285 432 769
40 Prévoyance Collective	15 009 190	20 561 034	27.0%	10 384 613
50 Prévoyance Individuelle	23 654 754	36 151 646	34.6%	16 366 337
60 Retraite Collective	304 604 572	326 101 404	6.6%	210 750 916
70 Retraite Individuelle	230 719 870	282 014 568	18.2%	159 631 301
80 Santé Collective	968 736	1 197 160	19.1%	670 253
90 Santé Individuelle	84 350	105 902	20.4%	58 361
Total Calculated	683 729 147	971 572 524	29.6%	683 729 147
Total sum	988 214 085	1 147 143 618	13.9%	683 729 147

Approche 4

Method 4

GoC	Prelim. RA	Prelim. RA undiv.	Diversification	Final RA
10 Emprunteur Collectif	174 592	242 711	28.1%	144 663
20 Emprunteur Individuel	374 726	520 931	28.1%	310 489
30 Epargne Individuelle	345 460 860	480 248 182	28.1%	286 241 125
40 Prévoyance Collective	14 790 337	20 561 034	28.1%	12 254 941
50 Prévoyance Individuelle	26 005 260	36 151 646	28.1%	21 547 375
60 Retraite Collective	234 577 195	326 101 404	28.1%	194 365 406
70 Retraite Individuelle	202 863 850	282 014 568	28.1%	168 088 439
80 Santé Collective	861 163	1 197 160	28.1%	713 540
90 Santé Individuelle	76 237	105 082	28.1%	63 168
Total Calculated	683 729 147	971 572 524	29.6%	683 729 147
Total sum	825 184 219	1 147 143 618	28.1%	683 729 147

III.7 Conclusion :

Les méthodes 3 bis/4 sont plus précises vu qu'elles sont basées sur le RC calculé par GoC et non réalloué depuis le RC global vers la maille GoC avec des facteurs de risque .

Néanmoins, chaque méthode peut convenir à un besoin particulier, par exemple si on souhaite éviter l'onérosité de certaines GoC type santé prévoyance, les 2 premières approches peuvent être un levier à considérer.

IV. Modèles de calcul de RA

IV.1 Construction d'un modèle de projection pour les besoins de simulation

Dans le cadre de ce mémoire, un modèle de simulation simplifié IFRS 17 épargne/retraite a été développé sur Excel à l'aide de VBA, afin de tester l'ensemble des simulations relatives à nos modèles de calcul RA avec les méthodes CoC et quantile. L'objectif final est de comparer les résultats de ces deux méthodes.

Ce modèle permet d'avoir plus de flexibilité dans les tests et assure une maîtrise des résultats chiffrés. L'utilisateur peut lancer via ce modèle un run épargne seul, rente seule, ou les deux en même temps; dans ce dernier cas, il y aura une phase de capitalisation suivie d'une phase de rente.

Ci-dessous une présentation macro du modèle en question.

Le modèle comprend les parties suivantes :

a) Modèle points :

Il s'agit des modèles points NB d'Allianz issus du produit GAIPARE, ce produit reflète les caractéristiques d'un produit type épargne et retraite.

Les cash flow du passif sont projetés pour chaque modèle point jusqu'à la frontière des contrats, c'est-à-dire jusqu'à la fin des contrats indépendamment les uns des autres dans un premier temps. Puis une procédure de gestion actif/passif s'active pour mutualiser les investissements financiers et les résultats techniques.

b) Hypothèses :

Le modèle est une version très simplifiée d'un modèle ALM, il ne contient pas de credeting strategy ni d'investment strategy mais il reflète bien les opérations courantes en assurance épargne et retraite basées principalement sur :

- Table de mortalité : la table de mortalité utilisée est une moyenne entre les tables TH-002 et TF-002 pour le run central. Puis en cohérence avec le choc étudié, ce taux de mortalité q_x est choqué par une déviation calculée selon la méthode CoC ou quantile
- Rentes : selon la table de mortalité utilisée, la valeur actuelle probable \bar{a}_x d'une rente viagère versée à terme échu est calculée à son tour. Dès que le contrat rentre en phase de rente, cette table est utilisée pour le calcul des provisions mathématiques.
- Table de rachats : la table de rachat annuelle utilisée est celle du produit GAIPARE. Une pénalité dégressive est appliquée aux assurés qui rachètent leur contrat avant 8 ans d'ancienneté.
- Les primes : primes fixes, variables et versement libres sont pris en compte par le modèle ; les chroniques des versements libres ont été reprises et ajustées depuis une autre étude sur les contract boundaries.
Le chiffre d'affaire global représente environ 1 Milliard d'€.
- Résultat financiers : les primes sont investies dans une obligation fixe avec un coupon à 5%

- Résultat techniques : le résultat technique provient de la différence entre les chargements imputés aux clients tels que le paiement de leurs primes, et les frais qui incombent à l'assureur (frais d'acquisition, de gestion et d'administration). On considère aussi le terminal value dû à l'extinction du contrat ou bien le gain dû à la mortalité en phase de rente comme résultat technique.
- Partage des profits : la PB min de 90% des produits financiers et 85% du résultat technique n'a pas été appliquée dans ce modèle, néanmoins un taux de partage de 82% des profits générées au total, revient aux assurés.
Le calcul des profits est mutualisé entre tous les contrats (tous les modèles point du modèle) ?
- Courbe d'actualisation : nous supposons que la courbe d'actualisation risque neutre est plate, elle est directement déduite des rendements financiers (5% par an)
- Run off : nous prenons l'hypothèse que le portefeuille est en run off mais en continuité d'exploitation notamment pour les chargements et frais.

c) Projection du passif :

A l'initiation, un seul modèle point de référence est projeté dans un onglet dédié, puis une macro VBA procède à sa duplication en plusieurs onglets en associant à chaque modèle point de nos inputs un onglet de projection spécifique.

Les cash flow suivants sont projetés :

- Décès : en se basant sur les taux de mortalités définis dans les hypothèses : table TH/TF-002 centrale ou choquée ou même une table générationnelle construite via le modèle Lee Carter.
- Rentes : en se basant sur la table des a_x telle que cela a été défini dans les hypothèses. La phase de rente survient suite à une phase de capitalisation paramétrée dans les MP, le capital constitué est transformé en rente. Toutes fois une partie des MP contient uniquement la phase de capitalisation.
- Maturité : les contrats arrivent à maturité, le capital constitué est distribué aux assurés
- Rachats : rachat partiel et rachat total sont pris en compte en se basant sur les taux de rachats du produit GAIPARE d'Allianz.
- Les chargements et frais : ils sont projetés selon les taux définis dans les hypothèses.

D'autres mesures sont aussi calculées par le modèle passif telles que :

- PM : les provisions mathématiques sont calculées via un roll forward au fur et à mesure des années de projection tout en tenant compte la PB de l'année et selon les phases du contrat en cours (capitalisation ou rente).
- BEL : constitué de la somme actualisée des cash flow issus des prestations, primes frais et chargement .
- PVFP : Present Value of Futur Profit est la somme actualisée des résultats techniques et financiers futures .
- Manque/surplus de PM mutualisé : Le manque ou surplus de PM global impacte le résultat technique mutualisé.
- Terminal value : il s'agit de la valeur résiduelle lorsque l'âge des assurés dépasse les 100 ans.

Nous supposons dans le modèle qu'il n'y pas de survivants au-delà de 100 ans

- Le nombre de clients restants : le nombre de client du portefeuille en run off décroît au fur et à mesure des années à cause des décès, rachat ainsi que l'arrivée à maturité des contrats.

d) Projection de l'actif mutualisé :

L'onglet actif somme l'ensemble des cash flow et PM, il investit l'ensemble des primes dans le même fonds pour calculer le résultat financier. Cet onglet calcule aussi le résultat technique, BEL et PVFP globaux. Une procédure de mutualisation est développée afin de mutualiser les profits générés par l'ensemble des contrats.

Paramétrage du modèle de simulation :

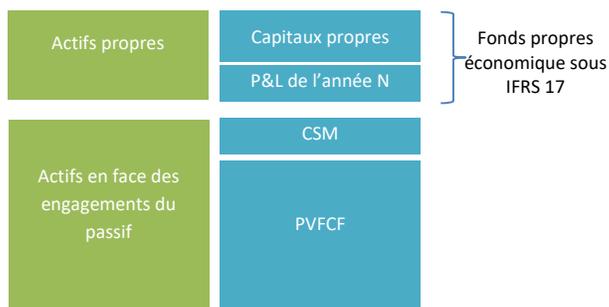
Plusieurs options sont paramétrables, notamment :

- Le Type de run :
 - 0 : correspond au run central dont le calcul des provisions se base sur la table mixte TH/TF-002.
 - 1 : correspond au choc de mortalité où la table mixte TH/TF-002 est choquée selon l'approche de calcul, à savoir :
 - Pour la méthode CoC : il s'agit du même choc appliqué sur toutes les années futures
 - Pour la méthode quantile : le choc appliqué sur toutes les années futures embarque un effet trend pour refléter la longévité des assurés à travers les années.
 - 2 : correspond au choc de longévité : le choc appliqué sur toutes les années futures couvre le cas d'une longévité supérieure à la moyenne connue par le passé.
- Profit sharing PH : taux de partage des profits avec les assurés, utilisé pour calculer la PB.
- Mutualisation d'actifs : lors de la projection du passif, les contrats ne sont pas mutualisés, néanmoins une procédure VBA a été développée afin de mutualiser les contrats.

L'image ci-dessous donne un aperçu de cette table de paramétrage utilisée.

Type de tun	0
Evaluation date	31/12/2017
Coupon obligation	5%
Profit sharing PH	82%
Death	1
Total Surrenders	1
Partial Surrenders	1
Maturities	1
Arbitrages	1
Premiums	1
Mutualisation d'actifs	1

Un bilan de contrôle est établi à $t=0$ pour s'assurer que le bilan économique IFRS 17 suivant est équilibré.



IV.2 Calcul du RA avec la méthode CoC

IV.2.1 Calibration des risques standalone

On distingue principalement 5 risques pour le périmètre LH:

- Mortalité
- Longévité
- Morbidité et invalidité
- Rachat
- Coût

Ces risques ont été considérés dans l'étude Allocation RA d'Allianz vue dans la précédente partie "III. Approches d'allocation du RA"

Ces principaux risques possèdent chacun différents types de chocs tels que :

- Niveau (level)
- Volatilité (volatility)
- Tendance (trend)
- Calamité (calamity)

Dans le cadre des simulations réalisées dans ce mémoire, vu que le périmètre étudié concerne l'épargne et retraite, nous allons nous restreindre aux chocs de Mortalité, Longévité et Rachat ; le choc de couts étant généralement basé sur un jugement d'expert, il a été aussi exclu.

Afin d'avoir les inputs nécessaires pour le calcul du RA, nous allons réaliser notre étude en se basant sur les données du produit GAPIARE d'Allianz France. Pour des raisons de confidentialité nous allons nous mettre au 31/12/2017. A cette date ce produit comptait 83 149 assurés pour une prime total de 5 969 M€ et une prime moyenne de 71 781€. On dispose des décès enregistrés de 2005 à 2016 relatifs au produit GAIPARE.

a. Risque de mortalité

Le risque de mortalité est implicite à une variation éventuelle de la mortalité (à la hausse dans le cadre de l'épargne et si le produit est profitable) sur un portefeuille. Il impacte les garanties en cas de décès de l'assuré. On distingue deux sous chocs dans le risque de mortalité : niveau et volatilité.

Pour les besoins de la partie applicative, les inputs dont on a besoin pour le calcul des chocs sont les suivants :

- Le nombre espéré de décès, basé sur la meilleure estimation des hypothèses de mortalité et du nombre d'assurés.
- Le nombre actuel de décès observé dans le portefeuille
- Le montant moyen de décès espéré, basé sur la meilleure estimation des hypothèses et la somme du capital assuré.
- Le montant moyen actuel de décès
- L'écart type des montants de sinistre

a.1 Sous choc de niveau

Le sous choc de niveau étudié représente une augmentation des taux de mortalité sur un portefeuille en run-off.

Ce choc compense le risque que les hypothèses fondées sur la meilleure estimation ne reflètent pas le niveau réel de mortalité, en raison d'une mauvaise estimation de la moyenne. Ce risque peut être influencé par divers facteurs, par exemple:

- La qualité des données crée une incertitude en termes de dérivation des hypothèses de niveau de mortalité les plus estimées. Ceci peut être motivé par un historique limité pour un bloc d'activités, des changements dans la base de la meilleure estimation au fil du temps, ou si les données historiques ne sont pas toujours disponibles.
- Si plusieurs produits ou générations tarifaires sont regroupés, la composition des activités sous-jacentes peut évoluer dans le temps, entraînant des écarts par rapport à la meilleure estimation.

- Des effets similaires peuvent découler de modifications de la politique de souscription.

Le choc de niveau correspond à un écart entre les estimations du niveau de mortalité de base dans l'horizon de risque d'un an, c'est-à-dire le risque que le niveau de mortalité de base réel (en ignorant la volatilité statistique et en éliminant le risque de tendance) puisse différer du niveau attendu.

Le facteur de choc de niveau est dérivé en tenant compte des données spécifiques des assurés GAIPARE. La fiabilité du niveau de mortalité le plus estimé possible dépend de la confiance et la capacité d'Allianz à définir les hypothèses de mortalité pertinentes. C'est principalement l'expérience, c'est-à-dire le nombre d'observations et le nombre d'années, ainsi que la qualité statistique des observations qui ont motivé cette expérience.

Les deux effets ne peuvent pas être séparés et doivent donc être évalués conjointement pour la détermination du paramètre de choc de niveau.

On distingue deux approches de calcul du choc de niveau pour la mortalité ^[1].

Approche	Approche de Calibration	Choc de niveau	Principe de méthodologie	Type de données
1	TMML	$level_{\alpha} = \lambda_{n-1}(\alpha) * \sqrt{\frac{\sigma_p^2}{p} + Cf^2}$	Risk d'écart avec le « vrai » paramètre de niveau	Bonnes données
2	OYD	$level_{\alpha} = \frac{\sqrt{2}\hat{\sigma}}{m * \hat{p}_{t_k}} \lambda_{n-1}(\alpha)$	Mesure le pire cas de changement dans l'hypothèse de Best Estimate	Excellentes données

Avec

- $\frac{\sigma_p^2}{p} = \frac{1}{\sqrt{n * nb \text{ espérés de décès}}}$ équivalent à l'écart type par rapport au nombre de sinistres de l'année suivante
- n est le nombre d'années d'observation qui est équivalent à 12 années pour le produit GAIPARE
- $\lambda_{n-1}(\alpha)$ le α – quantile de la loi de student de degré de liberté n-1
- Cf représente le facteur de crédibilité applicable lorsqu'on juge que nos données sont statistiquement insuffisantes pour déterminer le niveau de stress, ce qui n'est pas le cas du produit GAIPARE considéré dans nos simulations.
- $\hat{\sigma}$ estimateur empirique de l'écart type
- Si on dispose de n échantillon de taux $(p_{t_1}, p_{t_2}, \dots, p_{t_n})$; à l'instant $k \leq n$, la vraie moyenne est estimée à l'aide du plus récent échantillon $m \leq n$ c'est-à-dire qu'elle est calculée à partir de $(p_{t_{k-m+1}}, \dots, p_{t_k})$;
- Ainsi $\hat{p}_{t_k} = \frac{1}{m} \sum_{j=k-m+1}^k p_{t_j}$ estimation de la vraie moyenne.

Approche 1 : mesure le risque de mauvaise estimation du niveau par rapport à la «vraie» moyenne théorique et pas seulement à la moyenne mesurée. Cela a tendance à entraîner des exigences de fonds propres plus élevées pour le niveau de risque. Cette approche est appropriée à condition que l'entité dispose de données de bonne qualité et que les hypothèses de Best Estimate soient définies comme une expérience moyenne sur plusieurs années ultérieures.

Approche 2 : mesure le pire cas de changement dans l'hypothèse de meilleure estimation. Il suppose un changement d'estimation au cours d'une année (c'est-à-dire la moyenne des observations) et ne prend en compte qu'un nombre choisi d'observations pour l'estimation de la moyenne. L'approche nécessite de connaître / anticiper le pas de temps dans les observations lorsque la moyenne change et quelle partie des observations peut être ignorée pour la moyenne. Ainsi, pour utiliser l'approche 2, des informations statistiques solides et une connaissance des données sous-jacentes sont nécessaires.

En annexe I on dispose des détails de calcul de chaque approche.

Les données utilisées étant considérées comme bonnes mais pas excellentes, nous utilisons ici la première approche. Cette dernière est basée sur les arguments suivants :

- Du point de vue des experts, les données ne semblent pas atteindre l'excellent niveau requis pour l'approche 2. Elles peuvent toutefois être considérées comme satisfaisantes, comme l'exige l'approche 1.

En appliquant la formule du choc de niveau relative à l'approche 1, on obtient :

$$level_{\alpha} = \frac{\lambda_{n-1}(\alpha)}{\sqrt{n * nb \text{ de décès espérés}}} = \frac{3,1}{\sqrt{12 * 1870}} = 2,1\%$$

NB : 1870 correspond au dernier nombre de décès espéré connu (2016 dans notre cas)

a.2 Sous choc de volatilité

Il s'agit du risque que le nombre et le montant des réclamations réglées l'année suivante soient plus élevés en raison de volatilité statistique naturelle, c'est-à-dire écart par rapport aux valeurs attendues, en supposant que les valeurs attendues sont connues.

Suivant la loi des grands nombres, la volatilité devrait être relativement faible pour les grands portefeuilles d'assurance ainsi que pour les portefeuilles homogènes (c'est-à-dire des assurés de taille similaire). En outre, le risque de volatilité peut et est généralement encore réduit par la réassurance. Par conséquent, un risque de volatilité important ne doit exister que pour les entreprises de taille relativement petite et / ou de portefeuilles non hétérogènes (ou le marché de l'assurance en général) et pour lesquelles le risque n'est pas davantage atténué par la réassurance.

Compte tenu de ce qui précède, chaque entité locale doit évaluer si le risque de volatilité est significatif pour ses portefeuilles. Si le résultat du risque capital pour la volatilité est inférieur à un certain seuil du risque de mortalité total, le calcul complet de ce risque peut donc être ignoré.

La calibration du choc volatilité pour la mortalité dépend du nombre de décès et de la taille du montant net à risque. Le texte ci-dessous décrit la calibration de chaque composant et explique comment on en déduit la contrainte de volatilité totale.

Le choc de volatilité pour le risque de mortalité se calcule de la manière suivante :

Soit q le taux de mortalité global où chaque individu meurt suivant une distribution de Bernoulli. Soit S_i le montant net de sinistre lié à un individu i . On peut donc écrire le risque total G comme somme des variables aléatoires X_i .

$$\begin{cases} P(X_i = S_i) = q \\ P(X_i = 0) = 1 - q \end{cases}$$

Et

$$G := \sum_i X_i$$

Alors

$$E(G) = \sum_i S_i q$$

Et

$$\sigma(G) = \sqrt{\sum_i S_i^2 q(1 - q)}$$

Les valeurs de $E(G)$ et $\sigma(G)$ qui correspondent respectivement au montant espéré de sinistre et à l'écart type des montants espérés de sinistre, nous ont été fournis en input par la direction technique d'Allianz France. On a $E(G) = 196\,274\,882$ et $\sigma(G) = 9\,021\,956$.

G peut donc être pris comme une variable aléatoire binomiale $B(\sum_i S_i, q)$ et peut-être approximé par une loi normale de moyenne $\sum_i S_i q$ en supposant que $\sum_i S_i$ est suffisamment grand (en général supérieur à 30).

Ainsi $G / \sum_i S_i$ suit une distribution normale de moyenne q et le α - percentile de $\frac{G}{\sum_i S_i}$ est :

$$\frac{q_\alpha - q}{\sigma(G) / \sum_i S_i} = \lambda_{1-\alpha}$$

Alors

$$q_{\alpha} := q * \left(1 + \frac{\lambda_{1-\alpha} * \sigma(G)}{\sum_i S_i q} \right) = q * \left(1 + \frac{\lambda_{1-\alpha} * \sigma(G)}{E(G)} \right)$$

Où

$\lambda_{1-\alpha}$ est le α – quantile de la loi normale standard et q_{α} est le choc de taux de mortalité.

On obtient finalement :

$$vola_{\alpha} = \frac{\lambda_{1-\alpha} * \sigma(G)}{E(G)} = \frac{2,58 * 9\,021\,956}{196\,274\,882} = 11,8\%$$

Choc de mortalité

La formule générale appliquée pour déterminer le choc de mortalité (niveau, volatilité, ou pour un choc combiné) est la suivante. Ce choc est ensuite appliqué au taux de mortalité de la table de référence TH/TF-002 (Considérés comme nos taux centraux ou Best Estimate).

$$(1 + Mort_{LevelShock}) * (1 + Mort_{VolShock}) * q_{TH/TF-002}(x)$$

NB: Le choc de volatilité n'est appliqué que sur la première année de projection Cf. à l'explication donnée dans le paragraphe "[IV.3.2 Zoom sur la méthodologie de calcul](#)" plus précisément dans la partie "[e\) RA associé au risque de volatilité de mortalité](#)"

b. Risque de longévité

Le risque de longévité est implicite à une variation (à la baisse) éventuelle de la mortalité sur un portefeuille. Il impacte les garanties en cas de vie de l'assuré. On distingue deux types de choc dans le risque de mortalité, il s'agit du choc de niveau et de volatilité.

b.1 Sous choc de niveau/trend

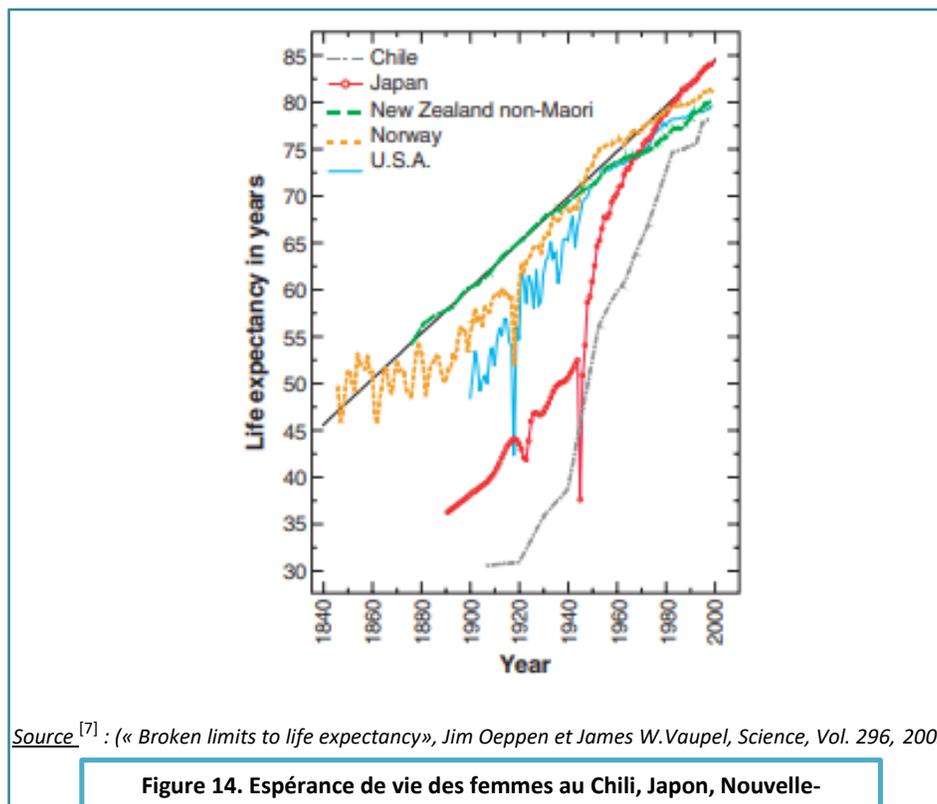
Il s'agit du risque de diminution permanente du taux de mortalité pendant la période de run-off.

Pour calculer le choc de niveau/trend, on se base sur deux modèles.

1) Le modèle basé sur l'étude de VAUPEL ^[3]

Dans une enquête, J. Oeppen et J. Vaupel (« Broken limits to life expectancy », Jim Oeppen et James W.Vaupel, Science, Vol. 296, 2002) ont examiné comment l'espérance de vie s'est

développée du passé au présent. Les auteurs ont collecté la vie statistique officielle les espérances de nombreux pays à travers le monde. Certaines données datent même de 1840. Contrairement aux études précédentes, ils ne se concentraient pas sur un pays unique, mais ont examiné tous les pays disponibles en même temps. Pour chaque année, ils ont tracé l'espérance de vie de chaque pays dans un graphique et a examiné la courbe des maxima.



Source^[7] : (« Broken limits to life expectancy », Jim Oeppen et James W.Vaupel, Science, Vol. 296, 2002)

Figure 14. Espérance de vie des femmes au Chili, Japon, Nouvelle-Zélande (non maorie), Norvège et Etats-Unis, par rapport à la tendance de l'espérance de vie record

On remarque qu'aucun pays n'est resté au sommet durablement. Typiquement, l'espérance de vie dans un seul pays en dessous du maximum a commencé à un moment donné pour augmenter très vite, ralentissant finalement, atteignant un nouveau record du monde, restant au sommet pendant un moment puis dépassé par le détenteur du record du monde suivant.

Ces observations nous amènent à penser que, dans le pire des scénarios, le risque de longévité est que l'espérance de vie d'une population atteigne le record du monde de l'espérance de vie avant de suivre la tendance du record du monde pour toujours. Cet événement est pire que tout ce qui a été observé jusqu'à présent dans tous les pays. L'argument ci-dessus est un bon exemple de la table de rente DAV 2004 R de l'Association actuarielle allemande (DAV), qui prend en compte l'amélioration récente de l'espérance de vie.

Pour les raisons mentionnées ci-dessus, nous avons choisi le record du monde en tant que pire tendance pour tous les pays. Le choc est alors le taux d'amélioration de la mortalité,

qu'une personne assurée fera l'expérience afin que son espérance de vie s'améliore au même niveau que la tendance du record du monde et qu'elle le suive ensuite.

Premièrement, nous considérons le cas où l'espérance de vie d'une personne assurée est inférieure à l'espérance de vie donnée par la ligne du record du monde extrapolée à un point de départ déterminé, par exemple l'année 2010. Il n'y a alors aucun sens de passer instantanément à l'espérance de vie supérieure du record du monde parce qu'aucune raison intelligible ne justifie que l'espérance de vie d'un portefeuille augmente d'un bond. Ainsi, nous modélisons une transition régulière imitant la situation de l'image ci-après.

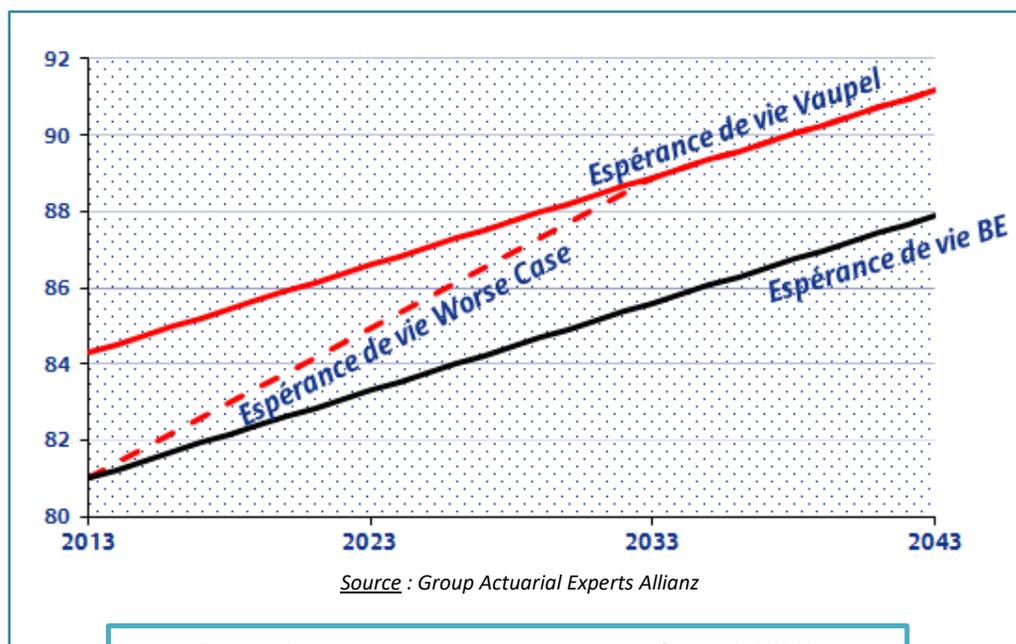


Figure 15. Estimation du pire cas de mortalité selon VAUPEL

En conséquence, l'espérance de vie augmente plus rapidement au début et suit la tendance du record du monde dès qu'elle atteint le record du monde.

Dans la figure ci-dessus, nous avons choisi 20 ans comme période de transition, l'espérance de vie donnée par la ligne du record du monde est celle de Vaupel.

La formule pour la pire espérance de vie stipulée dans les guidelines du groupe Allianz est la suivante ^[1]:

$$(1) \quad wc(t_0 + i) = \lambda_i WR(t_0 + i) + (1 - \lambda_i) BE(t_0 + i) \text{ avec } \lambda_i = \frac{\ln(i + 1)}{\ln(21)}, \text{ si } 0 \leq i \leq 20$$

Où :

t_0 Désigne l'année initiale (point de départ)

i L'année de la période de transition

$WR(t)$ Le record du monde d'espérance de vie

$BE(t)$ La meilleure estimation de l'espérance de vie à l'instant t

Si la meilleure estimation de l'espérance de vie initiale d'un assuré est supérieure à l'espérance de vie donnée par la ligne du record du monde extrapolée, la ligne du record du monde est déplacée vers le haut en ajoutant le terme constant α , $\alpha = BE(t_0) - WR(t_0)$ pour toutes les années.

La formule devient dans ce cas ^[1] :

$$(2) \quad wc(t) = WR(t) + \alpha$$

2) Le modèle de Lee-Carter

Dans un premier temps nous allons estimer le taux instantané de mortalité μ_{xt} à l'année t pour l'âge x avec le modèle de Lee-Carter en fonction de deux vecteurs dépendants de l'âge α et β et d'un vecteur temporel k sous la forme :

$$\ln(\mu_{xt}) = \alpha_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

- α_x représente le niveau de la mortalité
- k_t explique l'évolution temporelle de la mortalité de la population étudiée, modélisée par une régression linéaire $k_t = \theta_0 + \theta t + \xi_t$ où ξ_t suit une loi normale centrée de volatilité σ
- b_x représente la sensibilité de l'âge à l'évolution de la mortalité
- ε_{xt} est le terme résiduel pour l'âge x et l'année t .
- σ_x représente la volatilité de la tendance définie comme $\sigma_x = \sigma b_x$

NB : Les données utilisées pour appliquer le modèle de Lee Carter sont celles de la population générale de 1992 à 2016 issues d'Human Mortality Database (HMD).

De ces données on a déduit les paramètres du modèle de Lee Carter (détails théoriques en annexe)

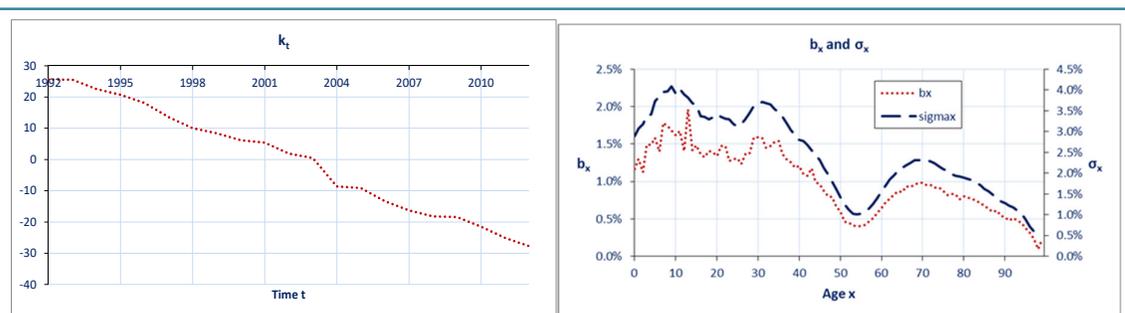


Figure 16. Evolution de k_t dans le temps

Figure 17. b_x et σ_x en fonction de l'âge

La nous indique que les enfants de 5 à 10 ans, les jeunes de 28 à 35 ans sont les plus sensibles à la décroissance de la mortalité au cours du temps. Par contre les personnes de 50 à 55 ans et du 3^{ème} âge (Plus de 70 ans) sont les moins sensibles à cette baisse de la mortalité.

Une fois qu'on a obtenu les estimations des paramètres de Lee-Carter, on peut donc appliqué un choc de mortalité.

$$q_i^{shock}(t) = q_i^{BE}(t) * e^{-c(t)*b_x*(t-t_0)}$$

Avec :

$q_x^{BE}(t)$: La meilleure estimation des taux de mortalité

$c(t)$: Le coefficient de choc

b_x : La sensibilité de l'âge à l'évolution de la mortalité obtenu par Lee-carter

Notons que $c(t)$ est un paramètre inconnu.

Du choc de mortalité précédent, on peut à présent calculer le pire cas d'espérance de vie, qui n'est rien d'autre que l'espérance de vie du choc de mortalité. On pose l'équation suivante ^[11],
[1] :

$$(3) \quad wc(t) = LE(q_i^{shock}(t)) = 0,5 + \sum_{x=0}^X \prod_{i=0}^x (1 - q_i^{shock}(t))$$

Avec :

$wc(t)$: le pire cas d'espérance de vie dans le temps

LE : Life expectancy pour espérance de vie

$q_i^{shock}(t) = q_i^{BE}(t) * e^{-c(t)*b_x*(t-t_0)}$

X : Âge maximal

Etant donné que $wc(t)$ est connu selon le cas des équations (1) ou (2), on peut déduire de l'équation (3) le coefficient de choc $c(t)$. Une fois $c(t)$ obtenu, on peut enfin calculer $q_i^{shock}(t)$.

Notons que dans notre cas, le paramètre b_x n'est pas appliqué (Nous supposons que $b_x = 1$, pour chaque x) car la sensibilité à l'âge ne peut pas être appliquée dans notre modèle de simulations.

Au vue de la taille de résultats, on présentera les chiffres de cette partie en annexe II.

b.2 Sous choc de volatilité

La nature du choc de volatilité pour la longévité peut être considérée comme identique au choc de volatilité de la mortalité et devrait par conséquent être modélisée de la même

manière que pour la mortalité. Toutefois, l'ampleur de la revendication en tant que mesure de la non-homogénéité, peut être considérée comme immatérielle.

Soit q le taux de mortalité global où chaque individu meurt suivant une distribution de Bernoulli. Alors le nombre de mort D suit une distribution Binomial $B(N, q)$ où N est le nombre total d'individus. Cette distribution peut être approximée par une loi normale de moyenne Nq avec l'hypothèse N grand (en général supérieur à 30).

On a alors D/N qui suit une loi normale de moyenne q et α -percentile q_α de D/N est :

$$\frac{q_\alpha - q}{\sqrt{Nq(1-q)}/N} = \lambda_{1-\alpha}$$

Avec l'hypothèse q est proche de 0, on a $\sqrt{Nq(1-q)} \cong \sqrt{Nq}$

On aura donc :

$$\lambda_{1-\alpha} = \frac{q_\alpha - q}{\sqrt{Nq}/N} = \frac{q_\alpha - q}{\sqrt{\frac{q}{N}}} \Rightarrow q_\alpha = \sqrt{\frac{q}{N}} * \lambda_{1-\alpha} + q$$

On obtient au final :

$$q_\alpha = q * \left(1 - \frac{\lambda_{1-\alpha}}{\sqrt{Nq}}\right) = q * \left(1 - \frac{\lambda_{1-\alpha}}{\sqrt{\text{nombre espéré de décès}}}\right)$$

Avec $\lambda_{1-\alpha}$ est le α -percentile de la distribution normale standard.

On peut donc définir le choc de volatilité comme suit :

$$\text{vola}_\alpha \approx \frac{\lambda_{1-\alpha}}{\sqrt{\text{nombre espéré de décès}}} = \frac{2,57}{\sqrt{2023}} = 5,7\%$$

NB :

- Notons qu'ici nous avons un nombre de décès espéré différent de celui utilisé pour le risque de mortalité car les 2 risques ne sont pas calculés sur le même périmètre (le risque de longévité prend en compte le produit GAIPARE_RETRAITE en plus.
- Le choc de volatilité n'est appliqué que sur la première année de projection. Cf. à l'explication donnée dans le paragraphe "[IV.3.2 Zoom sur la méthodologie de calcul](#)" plus précisément dans la partie "[e\) RA associé au risque de volatilité de mortalité](#)"

c. Risque de rachat

Le rachat inclut tous les comportements / options des assurés considérés comme un facteur de risque. Par exemple, ils peuvent inclure des rachats totaux, des versements libérés (réduction ou arrêt du paiement des primes), des retraits partiels.

c.1 Sous choc de niveau

Le choc de niveau reflète le paramètre de risque dans l'estimation du Best Estimate. Il s'agit d'un changement permanent des taux de rachat sur un portefeuille en run-off. Là encore, il existe deux variantes, le niveau supérieur et le niveau inférieur, couvrant l'augmentation et la diminution du taux de rachat, en fonction du facteur pour la perte potentielle.

Il existe deux approches pour analyser les données et définir le (s) scénario (s) de niveau de choc en fonction de la disponibilité des données ^[1]:

Approche	Approche de Calibration	Stress Level	Principe de méthodologie	Data type
1	TMSE	$level_{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n} * u} \lambda_{n-1}(\alpha)$	Risque d'écart avec le « vrai » paramètre de niveau	Années d'observation et de souscription
2	TMSE	$level_{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n} * u} \lambda_{n-1}(\alpha)$	Risque d'écart avec le « vrai » paramètre de niveau	Années d'observation

Avec :

$\hat{\sigma}$ Ecart type des observations de taux de rachat

u Moyenne des taux de rachats observés

n Nombre d'années d'observations des taux de rachats – 13 années d'historique pour GAIPARE

$\lambda_{n-1}(\alpha)$ le α – quantile de la loi de student de degré de liberté $n-1$

L'approche 1 distingue l'année de souscription. Il est donc nécessaire de saisir les taux de rachat pour les observations réelles par année de souscription et année d'observation.

L'approche 2 distingue uniquement l'année d'observation, sans distinction de l'année de souscription, c'est-à-dire les taux observés sont par année d'observation seulement. Dans cette option, pour les portefeuilles à forte croissance où les taux dépendent d'une année de souscription, les données peuvent indiquer une tendance qui, si elle n'est pas supprimée,

contribuera à la détermination des chocs. Dans ce cas, les techniques permettant de supprimer cette tendance des données, doivent être appliquées par l'entité.

L'approche TMSE est similaire à l'approche TMML (Voir annexe I), à la différence qu'au lieu d'utiliser l'estimateur de maximum de vraisemblance on utilise les estimateurs ponctuels.

Dans l'approche TMML on avait :

$$\frac{p}{\bar{p}} - 1 = level$$

Et donc :

$$level_{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}(p)}{\sqrt{n\bar{p}}} \lambda_{n-1}(\alpha) = \frac{0,8\%}{\sqrt{13} * 2,3\%} * 3,05 = 29\%$$

Avec

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{t_j}; \hat{\sigma}(p) \\ &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_{t_j} - \bar{p})^2} \text{ et } \lambda_{n-1}(\alpha) \text{ le } \alpha - \text{quantile de } Student(n-1). \end{aligned}$$

Tels que:

p_{t_j} Taux de rachats observés

\bar{p} Moyenne des taux de rachats observés

c.2 Sous choc de volatilité

Le choc de volatilité est le risque que le nombre et le montant des paiements échelonnés au cours de la prochaine année augmentent ou diminuent en raison de la volatilité statistique naturelle, c'est-à-dire d'un écart par rapport aux valeurs attendues, dans l'hypothèse où les valeurs attendues sont connues. Il est nécessaire de capturer le caractère à deux faces (vers le haut ou vers le bas) pour identifier les produits pour lesquels une augmentation des droits de passage entraîne une perte de profits futurs, ainsi que des produits pour lesquels une augmentation des fonds perdus soutient les profits.

L'approche utilisée pour calculer le choc de volatilité des rachats s'appelle approche SE (Voir annexe I détaille de calcul).

Le choc de volatilité est ainsi défini par le Group risk d'Allianz France par :

$$vola_{\alpha} := \frac{\hat{\sigma}}{\mu_{BE}} Q(\alpha) = \frac{0,8\%}{2,3\%} * 2,57 = 89\%$$

Avec :

$\hat{\sigma}$ l'écart type des taux de rachat observés

μ_{BE} la meilleure estimation du taux de rachat obtenu en faisant la moyenne des taux de rachat observés sur les 3 dernières années (N-2 => 2,3%, N-1 => 2% et N => 2,5%).

$Q(\alpha)$ le α -quantile d'une $N(0,1)$

Notons qu'en input nous disposions de 13 années d'historique de rachat.

Pour le rachat, il est généralement nécessaire de capturer les mouvements des deux côtés (haut ou bas) pour couvrir les produits où une augmentation des pertes entraîne des pertes de bénéfices futurs ainsi que des produits pour lesquels la perte est causée par une baisse des taux de perte. Par conséquent, le quantile de calibrage du choc de rachat dépend de la direction de l'exposition. Si le portefeuille est exposé à la hausse, le quantile de calibration est $\alpha = 0,995$ alors que s'il est exposé à la baisse, le quantile de calibration est $\alpha = 0,005$.

- **Choc de rachat**

La formule générale appliquée pour déterminer le choc de rachat (niveau, volatilité, ou pour un choc combiné) est la suivante. Ce choc est ensuite appliqué au taux de rachat central futur (déduit par projection des taux de rachat historique).

$$(1 + \text{Rachat}_{LevelShock}) * (1 + \text{Rachat}_{VolShock}) * rate_rachat_BE$$

NB: Le choc de volatilité n'est appliqué que sur la première année de projection Cf. à l'explication donnée dans le paragraphe "[IV.3.2 Zoom sur la méthodologie de calcul](#)" plus précisément dans la partie "[e\) RA associé au risque de volatilité de mortalité](#)"

IV.3 Calcul du RA avec la méthode quantile

Dans le cadre de la nouvelle norme IFRS 17, cette méthode a pour objectif de proposer un cadre conceptuel associé au calcul du Risk Adjustment (RA) dans le nouveau dispositif IFRS 17.

Ce modèle a été pensé pour répondre aux exigences du RA en termes d'aléa autour des montants de cash flow passif ainsi que leur temporalité. Dans le cadre de ce mémoire nous

nous concentrons sur les risques biométriques de mortalité/longévité, mais une approche similaire pourrait être adaptée pour les autres risques techniques.

En effet, l'idée serait d'appliquer un choc de mortalité sur un horizon plus long que celui de S2 (1 an) via une déviation du taux de mortalité comme cela est détaillé dans les parties suivantes.

L'effet trend est pris en compte en vision best estimate afin de refléter les conditions réelles de gain de longévité, c'est pourquoi nous allons nous baser sur le modèle Lee Carter pour calculer les taux de mortalité best estimate ainsi que leur déviation à un quantile moins prudentiel que celui de S2.

Les données utilisées pour appliquer le modèle de Lee Carter sont celles de la population générale après-guerre de 1950 à 2016 issues d'Human Mortality Database (HMD), le logiciel R a été utilisé pour résoudre l'équation Lee Carter.

Une simulation chiffrée est prévue avec le modèle de projection simplifié dans le but de comparer le résultat final avec l'approche CoC.

En outre, le calcul du risque de rachat pour cette partie est similaire à l'approche CoC mais avec un quantile moins prudentiel (expliqué dans le chapitre suivant IV.3.2). Ceci n'est pas gênant car même en cas de risque de rachat sous-estimé la 1^{ère} année, le management peut réajuster le risque sur les autres années futures pour y remédier (Permis par l'EIOPA en S2)

IV.3.1 Formalisation générale

Le calcul du Best Estimate (BE) de passif en IFRS, repose sur une valorisation risque-neutre des flux de passifs futurs :

$$BE(0) = E_Q(\sum_{k>0} D(k)CF(k) | F_0)$$

Avec $D(k)$ (resp. $CF(k)$) le facteur d'actualisation (resp. le flux de passif) en date initiale.

Or l'évaluation des passifs, qui dépend des risques financiers (risques couvrables), dépend également des risques techniques (en termes d'hypothèses voire de dynamique).

En notant la valeur économique des passifs $VEP(0)$, couvrant à la fois les risques financiers et techniques, nous proposons ci-dessous une formule de valorisation envisageable :

$$VEP(0) = E_{Q \otimes \mathbb{P}}(\sum_{k>0} D(k)CF(k) | F_0, U_0)$$

Où \mathbb{P} (resp. U_0) représente la probabilité (resp. l'information en date initiale) associée aux risques de souscription.

Cette évaluation nécessiterait de diffuser les risques techniques au même titre que les risques financiers afin de déterminer la quantité $VEP(t)$.

Afin de simplifier ce calcul, une approche possible consiste à ne pas diffuser les risques techniques pour le calcul de la VEP (car très lourd opérationnellement ne constituant pas une approche standard dans l'évaluation des passifs d'assurance vie) et d'effectuer une évaluation du BE dans un scénario adverse associé aux risques de souscription.

Notons U^* un tel scénario, on a alors :

$$VEP(0) = E_Q(\sum_{k>0} D(k)CF(k) | F_0, U^*)$$

Avec dans ce cas, le RA calculé comme suit :

$$RA(0) = VEP(0) - BE(0)$$

IV.3.2 Zoom sur la méthodologie de calcul

a) Déviation technique

Le principe ici est de considérer une déviation au seuil α (seuil de référence IFRS) sur un horizon de projection représentatif des engagements (par exemple la durée des passifs).

Le seuil ne doit pas nécessairement correspondre au seuil 99.5% Solvabilité 2 (S2) mais plutôt considéré comme moins adverse par exemple 75%. En effet, pour la partie simulation nous avons considéré un quantile de 75% par exemple (Consensus de la place à ce niveau de maturité).

De même la déviation ne doit pas être considérée à 1 an (horizon S2) mais doit refléter le risque d'incertitude sur l'hypothèse sous-jacente sur l'horizon de projection des contrats. Considérer un horizon correspondant à l'extinction des passifs ne serait donc pas adapté et trop conservateur dans la mesure où cette déviation viendrait s'appliquer sur l'ensemble des années de projection. L'idée est donc d'étudier une déviation sur un horizon représentatif des engagements, comme la durée par exemple.

b) Méthodes de calcul du RA consolidé

Deux approches sont envisageables pour le calcul du RA global intégrant l'ensemble des risques de souscription :

- Calcul des RA stand-alone (pour chaque risque de souscription élémentaire) et agrégation via des coefficients de corrélation au moyen d'une agrégation elliptique :

$$RA(0) = \sqrt{R'\Sigma R}$$

Avec :

$R' = (RA_1, \dots, RA_n)$ le vecteur des RA stand-alone pour chacun des risques techniques considérés et Σ la matrice de corrélation.

- Calcul d'un RA consolidé calculé à partir d'hypothèses techniques adverses appliquées simultanément sur l'ensemble des facteurs de risque techniques (approche de type scénario équivalent).

En choisissant la première approche de calcul du RA, nous allons nous intéresser aux risques de longévité/mortalité pour illustrer notre modèle de déviation.

c) RA associé au risque trend de longévité

Considérons le risque de trend, évalué à partir d'un modèle Lee Carter.

Où :

$$\ln(\mu(x, t)) = \alpha_x + \beta_x \cdot k_t$$

Avec la série temporelle ARIMA(0,1,0):

$$k_t = k_{t-1} + C + \sigma \cdot \varepsilon_t$$

Où $\varepsilon_t \approx N(0,1)$

Le quantile de seuil α de k_D , noté k_D^α , s'écrit :

- $\mu(x, t)$ représente le taux instantané de mortalité à l'année t pour l'âge x
- α_x peut être interprété comme la moyenne temporelle du logarithme du taux de mortalité de l'âge x.
- k_t explique l'évolution temporelle de la mortalité de la population étudiée.
- β_x représente la sensibilité de l'âge à l'évolution de la mortalité, autrement dit représente l'évolution du taux instantané de mortalité (pris en logarithme) à l'âge x relativement aux autres âges. On peut alors écrire :
- $\frac{d}{dt}(\ln(\mu_{xt})) = \beta_x \frac{d}{dt}(k_t)$
- ε_{xt} est le terme résiduel pour l'âge x et l'année t.

Considérer une déviation des taux de mortalité à un horizon de duration, notée D , revient à étudier une déformation de la trajectoire de la série temporelle (k_t) .

Pour des raisons de simplicité, le paramètre la série temporelle (k_t) a été estimé par une marche aléatoire avec un drift C , ce qui correspond à un ARIMA(0,1,0). Ainsi:

$$k_t = k_{t-1} + C + \sigma * \varepsilon_t$$

C correspond à la moyenne de la série $Z_t = k_t - k_{t-1}$ et σ l'écart type de Z_t

Par récurrence, on obtient :

$$k_D = k_0 + C.D + \sigma \sum_{k=1}^D \varepsilon_k$$

Le quantile de seuil α de k_D , noté k_D^α , s'écrit :

$$k_D^\alpha = k_0 + C.D + \sigma q_\alpha \left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k \right)$$

Soit :

$k_D^\alpha = k_0 + C.D + \sigma \sqrt{D} q_\alpha(N(0,1)) \quad (*)$

Ainsi les taux de mortalité, notés $q^\alpha(x, D)$, en $t = D$ dans la trajectoire adverse de seuil α sont les suivants :

$$q^\alpha(x, D) = 1 - e^{-\mu^\alpha(x, D)}$$

Avec

$$\mu^\alpha(x, D) = e^{\alpha x + \beta_x k_D^\alpha}$$

Il est à ce stade nécessaire de spécifier les taux de mortalité sur l'horizon de projection afin d'effectuer un calcul du BE sous ces hypothèses et d'en extraire un RA stand-alone longévité. A ce stade, une mutualisation temporelle est envisageable pour réduire le coût du risque en calculant une espérance du k_t^α conditionnée à ce que la somme totale des ε_t entre $1 < t < D$ soit égale au quantile q_α .

la trajectoire au seuil α des taux de mortalité est définie à partir de celle de la série temporelle (k_t) , on obtient :

$$k_t^\alpha = k_0 + C.t + \sigma E \left(\sum_{u=1}^t \varepsilon_u \mid \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k) \right)$$

$$= k_0 + C \cdot t + \sigma \sum_{u=1}^t E(\varepsilon_u | \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k))$$

Il est donc nécessaire de caractériser les quantités $E(\varepsilon_u | \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k))$.

Cas où $t \leq D$

On rappelle le résultat ci-dessous.

Lemme ^[12] : soit le vecteur gaussien $(X, Y)' = (X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m)'$ alors :

L'espérance conditionnelle de Y sachant X est la suivante :

$$E(Y|X) = E(Y) + \Gamma_{Y,X} \Gamma_X^{-1} (X - E(X))$$

Dans notre cas on a la correspondance :

$$Y = \varepsilon_u \text{ et } X = \sum_{k=1}^D \varepsilon_k.$$

Ci-dessous le détail des éléments constituant le calcul de $E(Y|X)$:

$$E(\varepsilon_u) = 0 \text{ car } \varepsilon_u \sim N(0,1)$$

$$E\left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k\right) = 0 \text{ car } E\left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k\right) = \sum_{k=1}^D E(\varepsilon_k) = 0$$

$$\Gamma_X = V\left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k\right) = \sum_{k=1}^D V(\varepsilon_k) = D \text{ car } V(\varepsilon_k) = 1$$

$$\Gamma_X^{-1} = \frac{1}{D}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{Y,X} &= \text{covar}\left(\varepsilon_u, \sum_{k=1}^D \varepsilon_k\right) = \sum_{k=1}^D \text{covar}(\varepsilon_u, \varepsilon_k) = 1 \text{ car pour } k \neq u \text{ on a } \text{covar}(\varepsilon_u, \varepsilon_k) \\ &= 0 \text{ car les } \varepsilon_i \text{ sont iid or } \text{covar}(\varepsilon_u, \varepsilon_u) = \text{Var}(\varepsilon_u) = 1 \end{aligned}$$

Cas où $t \leq D$

Le lemme conduit au calcul ci-après :

$$E\left(\varepsilon_k | \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k)\right) = \frac{1}{D} \cdot q_\alpha\left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k\right)$$

$$\text{Or } q_\alpha(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k) = \sqrt{D} \cdot q_\alpha(N(0,1))$$

On obtient donc :

$$k_t^\alpha = k_0 + C \cdot t + \sigma \frac{t}{\sqrt{D}} q_\alpha(N(0,1)) \quad , \quad \forall t \leq D$$

Remarque : lorsque $t=D$, on retrouve bien l'égalité (*).

Cas où $t \geq D$

$$\begin{aligned}
 k_t^\alpha &= k_0 + C \cdot t + \sigma \sum_{k=1}^t E \left(\varepsilon_k \mid \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha \left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k \right) \right) \\
 &= k_0 + C \cdot t + \sigma \left\{ \sum_{u=1}^D E \left(\varepsilon_u \mid \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha \left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k \right) \right) + \sum_{u=D+1}^t \underbrace{E \left(\varepsilon_u \mid \sum_{k=1}^D \varepsilon_k = q_\alpha \left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k \right) \right)}_{=0 \text{ par indépendance des } \varepsilon_i} \right\} \\
 &= k_0 + C \cdot t + \sigma \left\{ q_\alpha \left(\sum_{k=1}^D \varepsilon_k \right) \right\}
 \end{aligned}$$

On obtient donc:

$k_t^\alpha = k_0 + C \cdot t + \sigma \sqrt{D} q_\alpha(N(0,1)) \quad , \quad \forall t \geq D$
--

On construit ainsi un scénario de longévité $U_{long}^\alpha \equiv (q^\alpha(x, t))_{x,t}$ dans lequel est évalué le BE :

$$VEP_{long}^\alpha(0) = E_Q \left(\sum_{k>0} D(k) CF(k) \mid F_0, U_{long}^\alpha \right)$$

La valeur du RA longévité stand-alone correspond donc à la différence :

$$RA_{long}(0) = VEP_{long}^\alpha(0) - BE(0)$$

Chocs considérés :

Considérons les deux chocs suivants :

Cas1 : $\Delta_{x,t} = \frac{q^{75\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$ donc $q^{choc}(x, t) = (1 + \Delta) * q_{TH/TF-002}(x)$

Cas2 : $\Delta_{x,t} = \frac{q^{75\%}(x,t) - q(x,t_0)}{q(x,t_0)}$ donc $q^{choc}(x, t) = (1 + \Delta) * q_{TH/TF-002}(x)$ tel que $q(x, t_0)$ correspond au dernier taux connu de notre base de données HMD (taux 2016).

Validation de notre réflexion :

Pour les besoins de cohérence des résultats obtenus, nous avons considéré le choc relatif au cas 1 seulement dans le cadre de nos simulations.

Afin de valider nos résultats nous nous sommes mis dans un environnement SII à savoir :

$\Delta_{x,t} = \frac{q^{99,5\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$ choc avec un quantile SII.

Nous avons considéré un horizon 1 an donc $D=1$ et par conséquent nous obtenons $k_1^\alpha = k_0 + C + \sigma q_\alpha(N(0,1))$

A l'issue de cette étude nous avons trouvé des chocs variant entre 6% et 7 % ce qui est comparable aux chocs S2 en général (Jugement d'expert)

d) Critique de la méthodologie de calcul (Problématique)

Dans les guidelines IFRS 17, il est précisé que le RA doit être croissant en la durée. Or en analysant les niveaux de volatilité projetés, en incrémentant la durée D , on observe que :

- Pour $t \in [0, D]$, les niveaux de volatilité sont classés comme suit : $\frac{t}{\sqrt{D+1}} < \frac{t}{\sqrt{D}}$, par conséquent la trajectoire de taux de mortalité associée à la durée D conduit à des taux plus défavorables que ceux associés à la trajectoire de durée $D + 1$.
- Pour $t \geq D + 1$, les niveaux de volatilité sont classés comme suit : $\sqrt{D} < \sqrt{D + 1}$. Les taux de mortalité associés à la durée $D + 1$ sont plus défavorable dans ce cas à ceux associés à D .

Si le produit considéré correspond à de l'épargne, le gain sur $[0, D]$ pourrait ne pas être compensé par la perte sur $[D, +\infty[$. Sur un produit retraite le résultat peut être relativement différent et l'on peut observer une croissance du RA en la durée (à minima localement autour de la durée de référence) car le gain des premières périodes peut être largement consommé par les pertes sur l'horizon $[D, +\infty[$.

Approche alternative : une approche alternative peut consister à choquer au seuil α les taux de mortalité jusqu'à l'horizon de durée D , sans tenir compte de la diversification inter temporelle, puis à extrapoler en médiane au-delà.

Ceci conduit aux profils $(k_t^\alpha)_t$ suivants :

$$k_t^\alpha = k_0 + C \cdot t + \sigma \sqrt{t} q_\alpha(N(0,1)) \quad , \quad \forall t \leq D$$

$$k_t^\alpha = k_0 + C \cdot D + \sigma \sqrt{D} q_\alpha(N(0,1)) \quad , \quad \forall t \geq D$$

Dans ce cas on vérifie bien que l'adversité de la trajectoire de taux de mortalité croît avec la durée. Néanmoins cette approche, à seuil α identique, est plus coûteuse que celle décrite plus haut reposant sur la diversification intra-temporelle du risque.



Conclusion :

Avec la méthode initiale (diversification intra-temporelle) et selon le type de produit, on peut aboutir à un RA plus élevé pour la durée D que celui associé à $D + 1$. Ceci est contraire au principe de croissance du RA en durée mentionné dans les textes réglementaires.

Néanmoins cette approche peut éventuellement être appliquée à des produits de retraite et l'approche alternative (comonotonie sur $[0, D]$) à des produits d'épargne.

NB : Pour les besoins de simulation, nous prenons l'hypothèse que la condition est respectée et donc nous adopterons la 1ère approche

e) RA associé au risque de volatilité de mortalité

La méthode proposée pour calculer le RA au titre du volatility risk (associé aux risques de fluctuations d'échantillonnage et d'hétérogénéité du portefeuille, également dénommé sampling risk), repose sur la mesure des variations que pourraient subir la somme des P&L sur l'horizon d'intérêt, à savoir $[0, D]$.

On considère ici un portefeuille exposé à la hausse de la mortalité garantissant des capitaux C_x pour chaque classe d'âge x . Ainsi le flux de Best Estimate soumis à chaque date aux fluctuations d'échantillonnage s'écrit comme suit :

$$\widetilde{BE} = \sum_x C_x \sum_{t=1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}}$$

On propose l'estimateur sans biais par construction suivant pour une mesure méthodologique plus opérationnelle :

$$E \left(\widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}} \right) = q_{x+t,t} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

NB: Pour une évaluation plus précise il est recommandé une évaluation stochastique (par exemple simulations Monte Carlo) en générant des trajectoires des $\widehat{q_x}$ et $\widehat{q_x}$

En vision S2, le montant de SCR élémentaire associé au volatility risk se calcule comme suit :

$$\begin{aligned} SCR_{vol\ risk} &= E(\widetilde{BE} | \widehat{q_{x+1,1}} = q_\alpha(\widehat{q_{x+1,1}})) - BE \\ &= E \left(\sum_x C_x \sum_{t=1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}} \mid \widehat{q_{x+1,1}} = q_\alpha(\widehat{q_{x+1,1}}) \right) - BE \\ &= \sum_x C_x \cdot q_\alpha(\widehat{q_{x+1,1}}) + E \left(\sum_x C_x \sum_{t>1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}} \mid \widehat{q_{x+1,1}} = q_\alpha(\widehat{q_{x+1,1}}) \right) - BE \\ &=^{(*)} \sum_x C_x \cdot q_\alpha(\widehat{q_{x+1,1}}) + E \left(\sum_x C_x \sum_{t>1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}} \right) - BE \\ &= \sum_x C_x \cdot q_\alpha(\widehat{q_{x+1,1}}) + \sum_x C_x \sum_{t>1}^D q_{x+t,t} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k} - BE \end{aligned}$$

(*) le risque de fluctuations d'échantillonnage est décorrélé dans le temps.

Dans le cas S2, on s'intéresse au risque à horizon un an et par conséquent :

$$SCR_{vol\ risk} = \sum_x C_x \cdot q_a(\widehat{q_{x+1,1}}) + \underbrace{\sum_x C_x \sum_{t>1}^D q_{x+t,t} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}}_{\text{risque neutralisé pour } t>1 \text{ vu que } D=1} - BE$$

En vision IFRS 17 : La prise en compte du risque sur durée des engagements :

$$\widetilde{BE} = \sum_x C_x \sum_{t=1}^D \widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} \widehat{p_{x+k,k}}$$

Afin de simplifier l'analyse, on suppose à chaque date que les fluctuations d'échantillonnage impactent uniquement les taux de mortalité et non les taux de survie cumulés. Ceci aboutit à :

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_x C_x \cdot \widehat{q_{x+t,t}} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

Soit en posant :

$$C_{x,t} = C_x \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

On obtient

$$\sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot \widehat{q_{x+t,t}}$$

Par ailleurs, en supposant que :

$$\widehat{q_{x,t}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{x,t}} X_i}{N_{x,t}}$$

Où $N_{x,t} = N_x \cdot \prod_{k=1}^t p_{x+k,k}$ avec N_x le nombre d'assurés d'âge x en portefeuille à l'instant initial.

La volatilité du taux de mortalité est la suivante :

$$\sigma_{x,t} \triangleq \sigma(\widehat{q_{x,t}}) = \sqrt{\frac{\widehat{q_{x,t}}(1 - \widehat{q_{x,t}})}{N_{x,t}}}$$

Par conséquent

$$\widehat{q_{x,t}} = q_{x,t} + \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t}$$

Où les $(\varepsilon_{x,t})_{x,t}$ sont des lois normales centrées réduites indépendantes.

On est donc amené à étudier la variable :

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot (q_{x,t} + \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t})$$

Le RA associé à la sampling error, noté RA_{se} , correspond à la quantité ci-dessous :

$$\begin{aligned} RA_{se} &= q_{\alpha}(\widetilde{BE}) - BE \\ &= q_{\alpha} \left(\underbrace{\sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t}}_{=S} \right) \end{aligned}$$

Selon les 2 propriétés suivantes :

si $x \sim N(0,1)$ alors $S \cdot x \sim N(0, S^2)$

et $q_{\alpha}(N(0, S)) = \sqrt{S} \cdot q_{\alpha}(N(0,1))$

On déduit :

$$= \sqrt{\sum_{t=1}^D \sum_x (C_{x,t} \cdot \sigma_{x,t})^2} \cdot q_{\alpha}(N(0,1))$$

Il peut être plus précis pour le calcul du RA, d'extraire un choc de mortalité constant par âge à partir des relations ci-dessus et d'effectuer une projection avec le modèle ALM reposant sur les taux de mortalité choqués.

Notons Δ_D le choc de mortalité à évaluer.

On a :

$$\sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot q_{x,t} (1 + \Delta_D) = q_{\alpha} \left(\sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot (q_{x,t} + \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t}) \right)$$

D'où

$$\Delta_D \sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot q_{x,t} = q_{\alpha} \left(\sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t} \right)$$

Et par conséquent

$$\Delta_D = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^D \sum_x (C_{x,t} \cdot \sigma_{x,t})^2} \cdot q_{\alpha}(N(0,1))}{\sum_{t=1}^D \sum_x C_{x,t} \cdot q_{x,t}}$$

Remarque : le choc Δ_D pour le calcul du RA via le modèle ALM doit être appliqué sur l'horizon $[0, D]$. Les taux de mortalité considérés pour les projections sur $[D + 1, +\infty[$ ne doivent pas être choqués et correspondent à l'hypothèse centrale Best Estimate.

Adaptation aux rentes :

Soit R_x la rente pour un assuré d'âge x , idem que pour le cas des capitaux C_x

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_x R_x \cdot \widehat{p}_{x+t,t} \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

Soit en posant :

$$R_{x,t} = R_x \cdot \prod_{k=1}^{t-1} p_{x+k,k}$$

On obtient

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot \widehat{p}_{x+t,t}$$

Par ailleurs, en supposant que :

$$\widehat{q}_{x,t} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{x,t}} X_i}{N_{x,t}}$$

Alors :

$$\widehat{p}_{x,t} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{x,t}} X_i}{N_{x,t}}$$

Où $N_{x,t} = N_x \cdot \prod_{k=1}^t p_{x+k,k}$ avec N_x le nombre d'assurés d'âge x en portefeuille à l'instant initial.

La volatilité du taux de mortalité est la suivante :

$$\sigma_{x,t} \triangleq \sigma(\widehat{q}_{x,t}) = \sqrt{\frac{\widehat{p}_{x,t}(1 - \widehat{p}_{x,t})}{N_{x,t}}} = \sigma(\widehat{p}_{x,t})$$

Par conséquent

$$\widehat{p}_{x,t} = p_{x,t} + \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t}$$

Où les $(\varepsilon_{x,t})_{x,t}$ sont des lois normales centrées réduites indépendantes.

On est donc amené à étudier la variable :

$$\widetilde{BE} = \sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot (p_{x,t} + \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t})$$

Le RA associé à la sampling error, noté RA_{se} , correspond à la quantité ci-dessous :

$$\begin{aligned} RA_{se} &= q_{\alpha}(\widetilde{BE}) - BE \\ &= q_{\alpha}\left(\underbrace{\sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t}}_{=S}\right) \end{aligned}$$

Selon les 2 propriétés suivantes :

si $x \sim N(0,1)$ alors $S \cdot x \sim N(0, S^2)$

et $q_{\alpha}(N(0, S)) = \sqrt{S} \cdot q_{\alpha}(N(0,1))$

On déduit :

$$= \sqrt{\sum_{t=1}^D \sum_x (R_{x,t} \cdot \sigma_{x,t})^2} \cdot q_{\alpha}(N(0,1))$$

Idem : Il peut être plus précis pour le calcul du RA, d'extraire un choc de mortalité constant par âge à partir des relations ci-dessus et d'effectuer une projection avec le modèle ALM reposant sur les taux de mortalité choqués.

Notons Δ_D le choc de mortalité à évaluer.

On a :

$$\sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot p_{x,t} (1 + \Delta_D) = q_{\alpha}\left(\sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot (p_{x,t} + \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t})\right)$$

D'où

$$\Delta_D \sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot p_{x,t} = q_{\alpha}\left(\sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot \sigma_{x,t} \cdot \varepsilon_{x,t}\right)$$

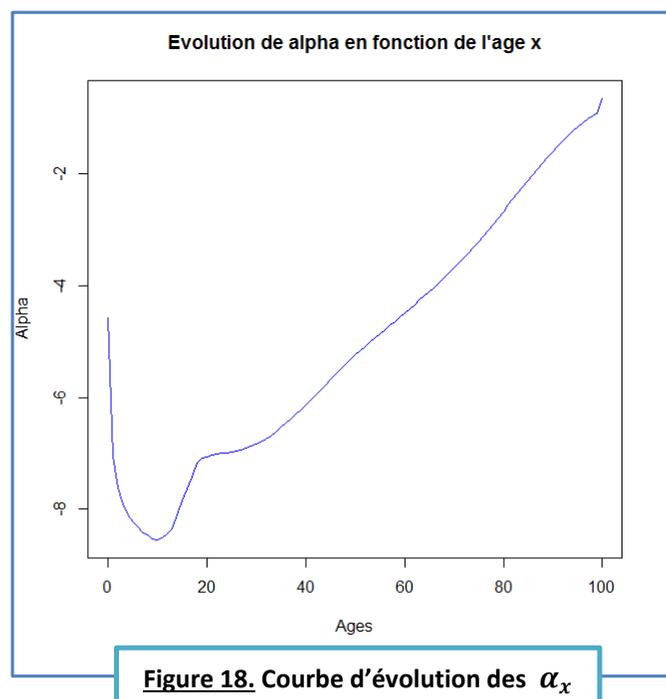
Et par conséquent

$$\Delta_D = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^D \sum_x (R_{x,t} \cdot \sigma_{x,t})^2} \cdot q_{\alpha}(N(0,1))}{\sum_{t=1}^D \sum_x R_{x,t} \cdot p_{x,t}}$$

Application :

Rappel : Les données utilisées pour appliquer le modèle de Lee Carter sont celles de la population générale de 1950 à 2016 issues d'Human Mortality Database (HMD).

Après résolution de l'équation Lee Carter via la librairie forecast^[3] du logiciel R, on définit les paramètres suivants:



En examinant la courbe des α_x (courbe en bleue), on observe des valeurs assez élevées pour les nouveau-nés, ce qui correspond à la mortalité infantile, puis une décroissance rapide jusqu'à environ 18 ans. Entre 18 et 25 ans on remarque une forte croissance, correspondant à un pic de mortalité dans cette tranche d'âge. Ce pic est dû à une forte tendance de prise de risque à ces âges (mort dû à des suicides ou accidents de la route par exemple). Enfin on observe une croissance quasiment régulière pour les plus de 18 ans.

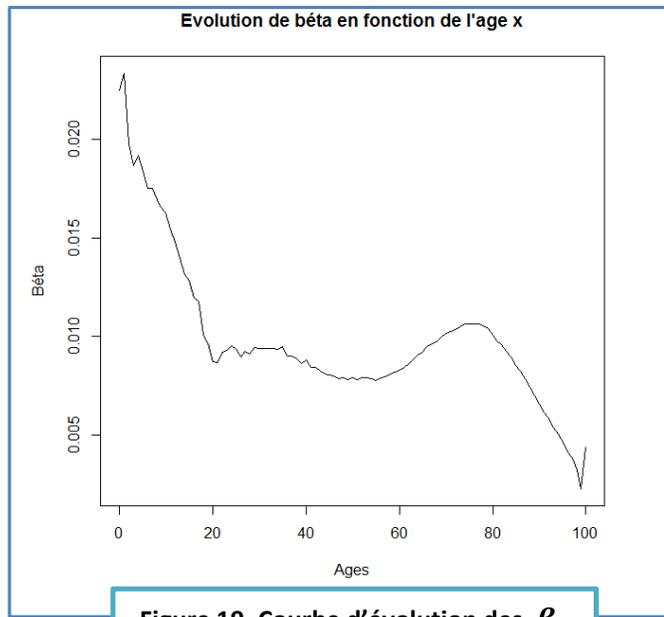


Figure 19. Courbe d'évolution des β_x

La courbe des β_x (courbe en noire) indique que l'évolution du logarithme du taux instantané de mortalité à un âge x , par rapport aux autres âges n'est pas homogène selon les âges. En effet, on observe de très fortes valeurs de β_x pour les très jeunes âges et une très faible valeur pour les âges avancés. Ainsi on pourra dire que les nouveaux nés et les personnes âgées sont très sensibles par rapport à l'évolution de la mortalité, mais de manière opposée.

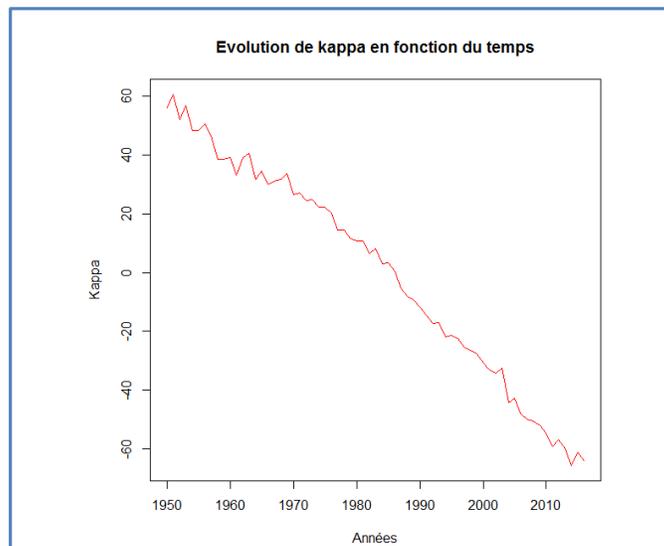
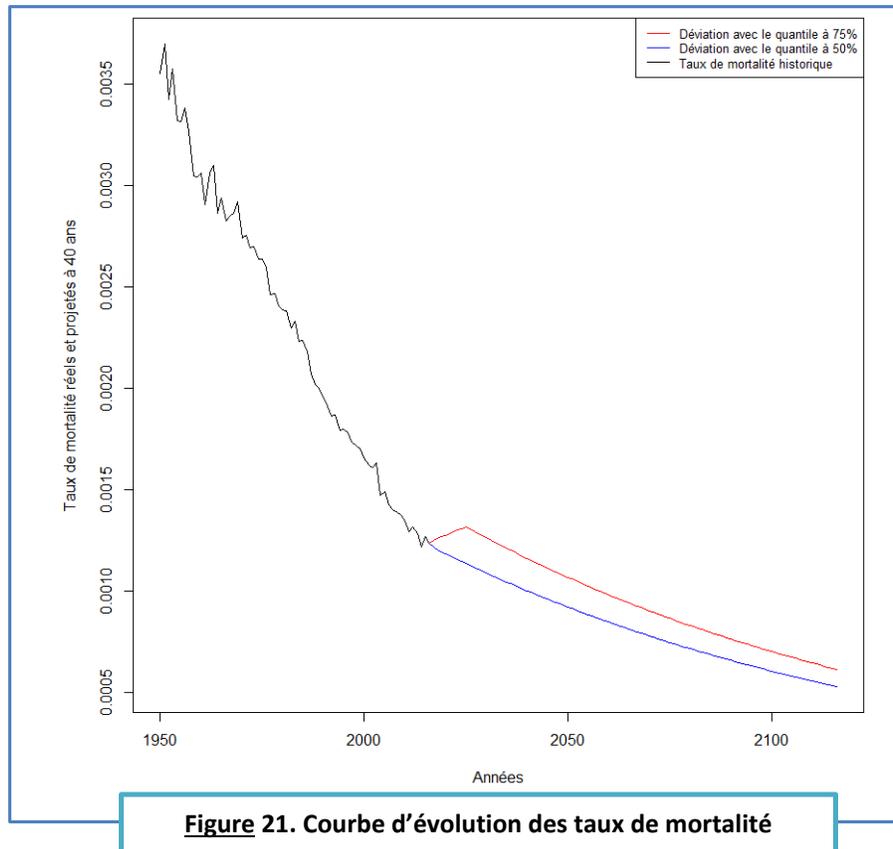


Figure 20. Courbe d'évolution des k_t

La courbe des k_t qui schématise la tendance de la mortalité dans le temps, peut être grossièrement représentée par une droite décroissante. Cette décroissance de la mortalité peut être expliquée par de multiples facteurs, notamment, les progrès de la médecine et l'amélioration du niveau de vie . .



La figure ci-dessus indique en noir le taux de mortalité historique, en rouge le taux de mortalité choqué avec un quantile de à 75% (surmortalité) et enfin en bleu, le taux de mortalité choqué avec un quantile de à 50% (médiane)

NB : Pour les besoins de simulation du RA avec la méthode quantile dans la suite, nous avons considéré un quantile 25% pour calculer le choc de longévité, tandis qu'un quantile à 75% pour calculer un choc de mortalité.

Quant au choc de rachat, nous avons capitalisé sur la méthode CoC , avec un quantile à 75% .

V. Simulations chiffrées pour le calcul du RA

V.1 Synthèse du résultat de simulations

Le tableau ci-dessous résume le résultat de calcul du RA avec les 2 méthodes détaillées dans la première partie de ce document :

- Méthode CoC
- Méthode quantile : dans cette dernière, nous avons calculé le RA avec le choc médian présenté dans les chocs envisagés (chapitre IV.3.2 avec et sans table générationnelle)

$$\Delta_{x,t} = \frac{q^{75\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)} \text{ donc } q^{choc}(x,t) = (1 + \Delta) * q_{TH/TF-002}(x)$$

Table générationnelle :

Une fois le choc médian calculé, nous avons construit une table générationnelle pour prendre l'effet de trend en considération, aussi bien en central qu'en run choqué. Ceci pour éviter qu'un taux de mortalité choqué au-delà d'un certains horizon, soit inférieur au taux central qui est figé dans le temps (table TH/TF-002).

Nous avons construit dans un premier temps une table pseudo générationnelle en calculant les cadences de longévité sous cette forme :

$$\frac{q(x)_{t+1}^{50\%} - q(x)_t^{50\%}}{q(x)_t^{50\%}}$$

En se basant sur les cadences de la table pseudo-générationnelle, on a interpolé les taux de mortalité de la table TH/TF-002 pour déduire les éléments de la table générationnelle comme suit :

$$(1 * \text{table pseudogénérationnelle}(t)) * q(x)_{TH/TF-002}$$

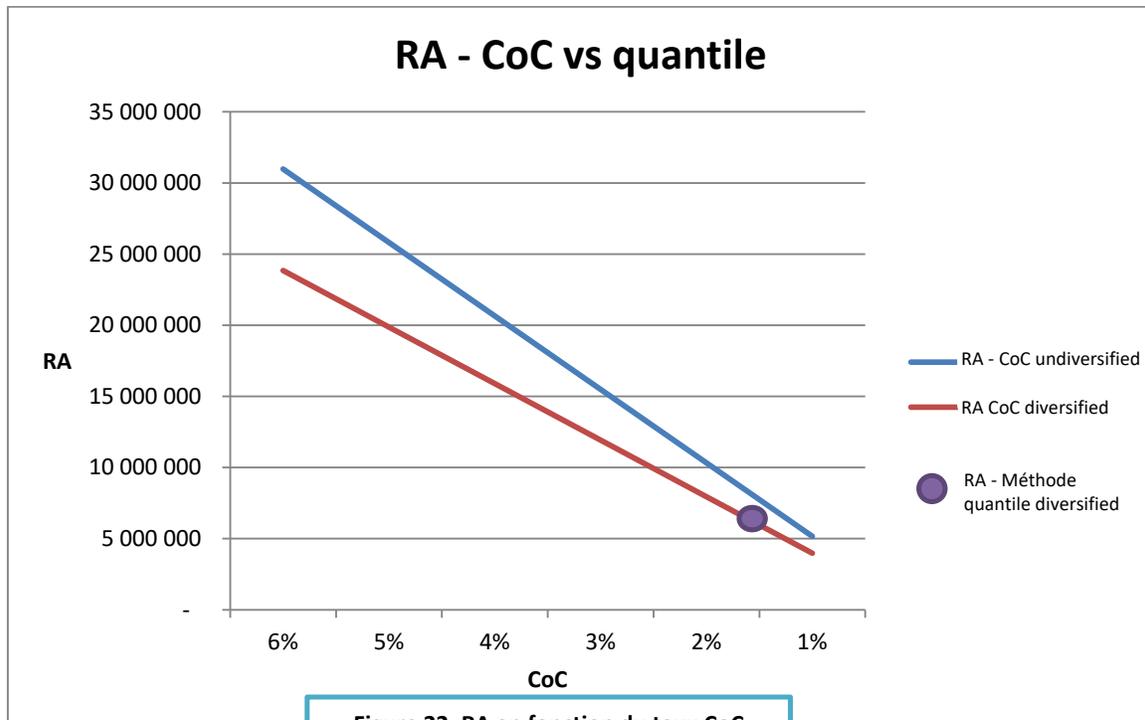
Le résultat final comprend aussi la diversification du risque via la matrice de corrélation présentée dans le chapitre II.5.1

Total IFRS 17 Risk Adjustment			
Méthode de simulation	CoC	Quantile – Table Générationnelle	Quantile – Table non générationnelle
Undiversified RA	30 975 111	6 648 469	6 676 862
Diversified RA	23 844 440	5 782 208	5 743 137
Diversification Benefit Factor	23%	13%	14%
RA Mortalité stand alone	3 764 031	4 944 839	4 929 800
RA Longévité stand alone	16 249 242	- 943 636	- 878 917
RA Rachat stand alone	10 961 838	2 647 266	2 625 979

Nous remarquerons que le RA calculé avec la méthode CoC, est environ quatre fois supérieur au RA calculé avec la méthode quantile ; cela est justifié principalement par la différence de quantile entre les 2 méthodes. Afin d'illustrer notre déduction, nous avons approché le résultat de cet écart par le rapport entre les 2 quantiles d'une loi normale centrée réduite :

$$N.Inverse(99,5\% ; 0 ; 1) / N.Inverse(75\% ; 0 ; 1) = 3,82.$$

Afin de confirmer notre analyse et comparer au mieux les 2 méthodes, un calcul du RA avec différents niveaux de CoC est présenté ci-dessous. Nous remarquons qu'une équivalence entre les deux méthodes est possible dans notre cas si le taux CoC est égale à 1,5 % .



Conclusion :



Dans le cas où nous souhaitons utiliser la méthode CoC dans notre exemple, il faudrait ajuster le taux CoC à 1,5% pour IFRS 17 au lieu des 6% utilisés dans la solvabilité 2

V.2 Analyse détaillée des résultats

Dans le cas d'un business rentable, l'effet du choc de mortalité est atténué par les rentes vu que l'augmentation de la mortalité implique moins de rentes à distribuer.

De même, le choc de longévité est atténué par la phase de capitalisation vu qu'une tendance croissante de la survie implique une cotisation plus importante durant la phase de capitalisation, cela explique aussi le RA longévité standalone négatif (Cf. les résultats ci-dessous)

Par conséquent, nous avons désactivé les rentes pour s'assurer de l'effet du choc de mortalité, en effet le BEL choqué augmente bien suite au choc de mortalité (à la hausse)

De même, nous avons aussi désactivé la phase d'épargne pour simuler une prime unique, le BEL choqué augmente bien, suite à l'augmentation de la longévité

Le tableau ci-dessous résume ces résultats pour les 2 méthodes CoC et quantile :

	Méthode générationnelle	Méthode non générationnelle	CoC
BEL Morta rente désactivée	970 857 838	971 819 747	970 814 379
BEL Longévité épargne désactivée	966 778 001	970 057 606	978 670 925
RA mortalité standalone rente désactivée	1 011 892	1 158 368	153 000
RA longévité standalone épargne désactivée	62 088	298 547	17 855 936

Ces résultats confirment bien que les risques de mortalité et longévité impliquent des couts supplémentaires à mobiliser vu que :

- Dans le cas où les rentes sont désactivées on obtient un RA mortalité standalone important calculé via la méthode quantile
- Dans le cas où l'épargne est désactivée, c'est-à-dire que les clients paient uniquement une prime unique avant de bénéficier de la phase de rente, le RA longévité standalone calculé avec la méthode quantile, est même supérieur au RA longévité calculé précédemment dans le « V.1 » où il était négatif à cause de l'effet de l'épargne.

Le détail de ces chiffres ainsi que la comparaison avec le run central est illustré ci-dessous en annexes I après la partie "VI. Conclusion" :

VI. Conclusion

Ce mémoire avait pour objectif principal de proposer une approche alternative à la méthode CoC pour le calcul du Risk Adjustment sous IFRS 17. Le principe consiste à considérer une déviation à un certain seuil sur un horizon de projection représentatif des engagements (par exemple la durée des passifs).

Nous avons voulu bénéficier de la diversification intertemporelle associée au risque considéré dans notre étude (risque de mortalité/longévité), en effet, nous estimons que la déviation du facteur de risque (taux de mortalité) reflète l'incertitude de l'hypothèse sous-jacente sur l'ensemble de l'horizon représentatif des engagements, cette approche a été adoptée plutôt que celle qui consiste à dévier le facteur de risque sur chacune des années de projection indépendamment les unes des autres et qui induit vers un coût de risque plus important. Néanmoins nous avons constaté que le résultat de la méthode choisie amène à déroger potentiellement au principe d'IFRS 17 qui précise que le RA doit être croissant en durée.

Par conséquent, nous avons suggéré une approche alternative qui respecte le principe IFRS 17 précédemment évoqué, consistant à choquer au seuil α les taux de mortalité jusqu'à l'horizon de durée et sans bénéficier de la diversification intertemporelle puis à extrapoler en médiane au-delà.

Les études réalisées dans le cadre de ce mémoire nous donnent un aperçu des défis qui restent à relever par les assureurs, plusieurs enjeux découlent de leur choix de méthode de calcul RA mais les plus importants à lister sont :

- Le pilotage : la méthode quantile offre de vrais leviers de pilotage des KPIs IFRS 17, mais avec un coût opérationnel à ne pas négliger, dû principalement à la démultiplication des travaux de production (notamment avec Solvabilité 2).
- Processus de calcul optimal : les assureurs ont intérêt à adopter une méthode de calcul efficace en termes de montant RA sans que cela n'induisse un processus opérationnel / R&D complexe d'où le choix de plusieurs acteurs d'assurance de la méthode CoC.

Comment sortir de ce dilemme ?

- Il serait peut-être important de choisir la méthode CoC afin de capitaliser sur le processus SII et éviter ainsi de multiplier les processus de production tout en utilisant un taux CoC propre à IFRS 17, dans le cas de notre étude réalisée, cela conduirait à ajuster le taux CoC à 1,5% pour IFRS 17 en lieu et place de l'hypothèse de 6% utilisée dans solvabilité 2.
- Sinon, pour bénéficier des avantages de la méthode quantile on pourrait aussi songer à remplacer l'approche de calcul des SCR techniques en l'adaptant à la méthode quantile. Ainsi, selon le dispositif réglementaire envisagé (S2 vs IFRS 17), on pourrait paramétrer de manière adéquate la durée (respectivement 1 an vs durée des contrats) et le quantile (respectivement 99,5% vs 75%).

Les éléments évoqués dans ce mémoire nous ont permis de répondre à différentes problématiques de calcul RA, plusieurs questions restent ouvertes sur les autres risques à considérer et qui pourraient faire l'objet d'autres études pertinentes, parmi lesquelles :

- Risque de primes : Ce risque pourrait être impactant au vue de la prise en compte des versements libres dans les frontières de contrats IFRS 17,

- Risque de taux d'intérêt : non intégré au calcul du RA (uniquement capté dans le Best Estimate en tant que risque répliquable), néanmoins il serait intéressant aussi de tester l'impact de l'actualisation sur le calcul du RA en effectuant des sensibilités de taux d'autant plus que la problématique de l'actualisation est particulièrement fondamentale pour des engagements longs (Epargne retraite),
- Risque de rachat : qui est intégré au calcul du RA en tant que risque d'assurance et apparaissant également dans la projection des flux en tant qu'hypothèse de probabilisation. La question de la sensibilité peut donc ici s'entendre à deux niveaux :
 - L'intégration du risque de rachat au sein du calcul du RA
 - Mesure d'impacts de l'hypothèse de rachat best estimate retenue pour la probabilisation des flux d'assurance.

Dans le cadre de ce mémoire et pour illustrer l'enjeu de pilotage du RA, nous nous sommes aussi intéressés à la problématique d'allocation du RA entre les mailles compagnie et Groupe de Contrat IFRS 17.

La problématique initiale consistait à choisir entre deux approches Bottom up ou Top down, mais les résultats de l'étude nous ont démontré qu'il existe une très faible différence, néanmoins, cela nous a amené à se concentrer sur les facteurs impactant dans le pilotage du RA, c-à-d les drivers d'allocation.

Par conséquent, nous avons proposé une approche alternative qui reflète au mieux la vision économique, cette dernière est basée sur l'utilisation des SCR techniques standalones comme drivers.

Nous avons constaté que chaque méthode d'allocation peut convenir à un besoin de pilotage particulier, par exemple si on souhaite éviter l'onérosité de certains Groupe de Contrats IFRS 17 type santé prévoyance, le driver PM s'avère être un levier intéressant à considérer au vue de la mutualisation des risques avec les autres Groupes de Contrats (GoC) profitables, cela par le biais d'un transfert de richesse via le poids du GoC au sein du driver des réserves.

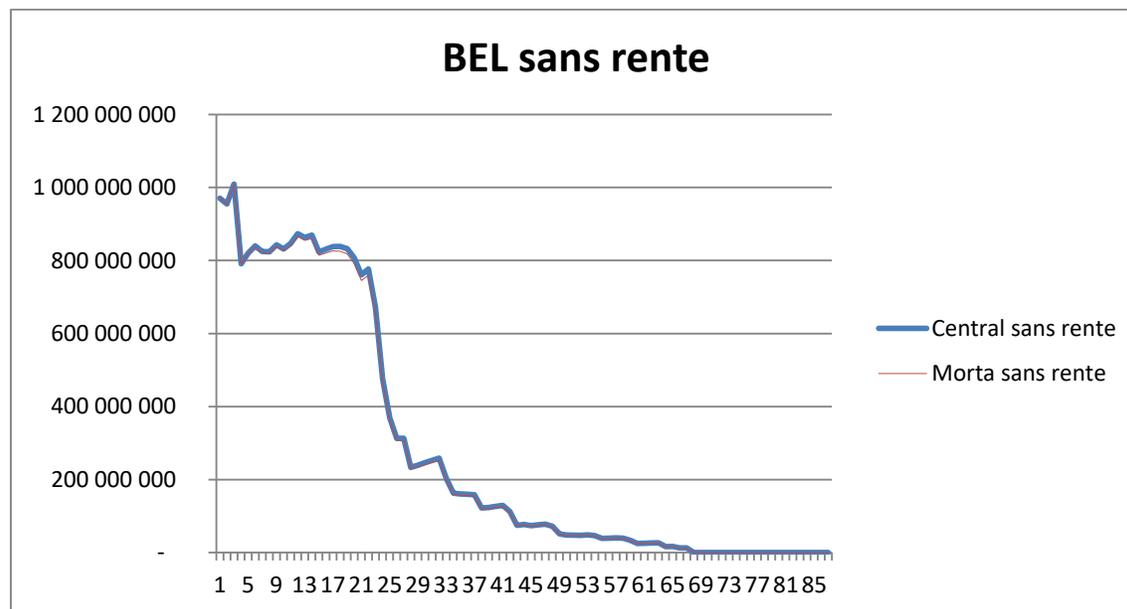
Pour finir, la norme IFRS 17 n'est pas vraiment explicite sur l'approche de calcul du RA, encore moins sur le quantile à considérer, en effet l'assureur a le libre choix de la méthode à utiliser. Cela crée beaucoup de divergences opérationnelles entre les assureurs.

Ainsi, nous remettons en question le principe fondamental de la norme IFRS 17, qui se veut un moyen d'apporter une comptabilité cohérente pour tous les contrats d'assurance (un même type de contrat d'assurance devrait être comptabilisé de la même manière dans tous les pays et dans toutes les compagnies d'assurance).

Nous pensons qu'un cadre défini par la norme sur un sujet aussi critique que le RA pourrait apporter une amélioration considérable dans la transparence des informations financières publiées par les entreprises d'assurance et de réassurance.

Annexe I : Illustration des résultats de simulations

Utilisation de la table non générationnelle avec désactivation des rentes



Années	Central sans rente	Morta sans rente
0	970 661 379	971 819 747
1	954 927 386	955 111 764
2	1 009 590 034	1 008 554 980
3	790 902 145	790 214 663
4	820 047 956	818 588 101
5	839 723 621	837 485 588
6	824 581 061	821 912 437
7	823 868 506	820 602 465
8	843 227 567	838 929 017
9	831 577 242	826 645 132
10	846 282 887	840 329 286
11	873 358 767	866 057 707
12	863 215 457	855 160 036
13	869 145 165	859 894 741
14	823 293 829	813 986 880
15	831 052 263	820 433 123
16	838 353 723	826 289 687
17	838 674 002	826 289 687
18	832 526 180	826 289 687
19	807 006 352	826 289 687
20	760 662 915	826 289 687
21	776 564 547	826 289 687
22	672 154 384	826 289 687
23	476 080 208	826 289 687
24	368 832 512	826 289 687
25	312 788 890	826 289 687
26	312 987 374	826 289 687
27	233 357 398	826 289 687
28	239 374 665	826 289 687
29	246 170 865	826 289 687
30	252 294 819	826 289 687

Choc de trend pour la mortalité avec un quantile de 75%.

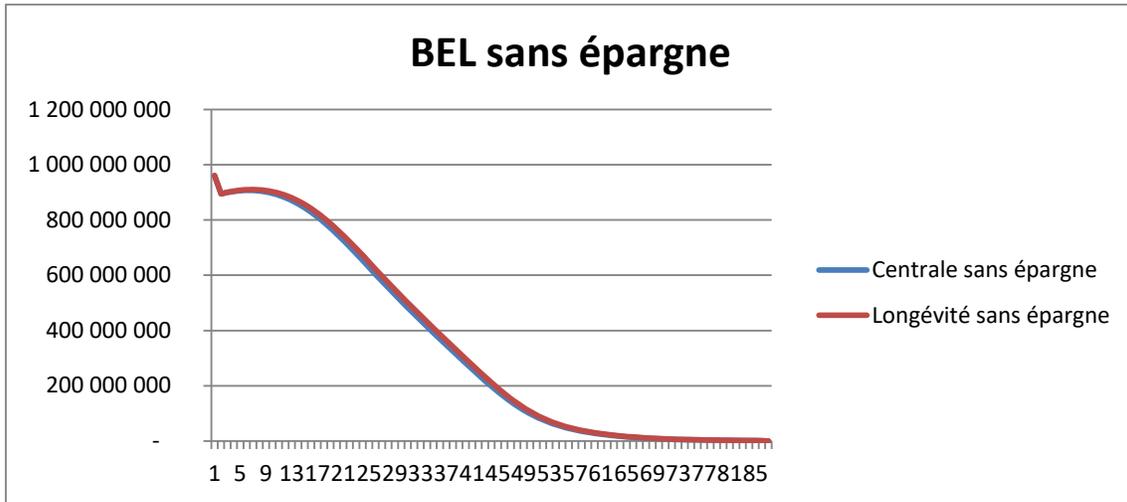
Formule de choc:
$$\frac{q^{75\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$$

RA = 1 158 368

Choc médian mortalité

Ages	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
30	0	1,4%	2,1%	2,9%	3,6%	4,3%	5,1%
31	0	1,4%	2,1%	2,9%	3,6%	4,3%	5,1%
32	0	1,4%	2,1%	2,9%	3,6%	4,3%	5,1%
33	0	1,4%	2,1%	2,9%	3,6%	4,3%	5,1%
34	0	1,4%	2,1%	2,9%	3,6%	4,3%	5,0%
35	0	1,4%	2,2%	2,9%	3,6%	4,4%	5,1%
36	0	1,4%	2,1%	2,7%	3,4%	4,1%	4,9%
37	0	1,4%	2,1%	2,7%	3,4%	4,2%	4,9%
38	0	1,3%	2,0%	2,7%	3,4%	4,1%	4,8%
39	0	1,3%	2,0%	2,6%	3,3%	4,0%	4,6%
40	0	1,3%	2,0%	2,7%	3,4%	4,0%	4,7%
41	0	1,3%	1,9%	2,6%	3,2%	3,9%	4,5%

Utilisation de la table non générationnelle avec désactivation de l'épargne



Années	Centrale sans épargne	Longévité sans épargne
0	960 814 989	961 113 536
1	894 624 904	895 023 082
2	899 732 338	900 462 676
3	903 594 357	904 760 803
4	906 130 143	907 845 234
5	907 260 780	909 644 122
6	906 910 263	910 087 358
7	905 006 708	909 108 049
8	901 483 914	906 642 279
9	896 282 645	902 632 028
10	889 352 569	896 913 255
11	880 654 932	889 435 023
12	870 165 187	880 160 364
13	857 876 126	869 069 075
14	843 801 180	856 158 961
15	827 978 109	841 451 832
16	810 473 685	824 997 459
17	791 387 536	807 811 122
18	770 855 436	790 000 000
19	749 045 336	771 764 676
20	726 152 236	753 104 352
21	702 395 136	734 023 028
22	678 000 036	714 531 704
23	653 198 936	694 630 380
24	628 204 836	674 329 056
25	603 211 736	653 627 732
26	578 373 636	632 526 408
27	553 806 536	611 025 084
28	529 584 436	589 123 760
29	505 744 336	566 822 436
30	482 288 236	544 121 112

Ages	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
30	0	-1,4%	-2,1%	-2,8%	-3,5%	-4,1%	-4,8%
31	0	-1,4%	-2,1%	-2,8%	-3,5%	-4,1%	-4,8%
32	0	-1,4%	-2,1%	-2,8%	-3,5%	-4,2%	-4,8%
33	0	-1,4%	-2,1%	-2,8%	-3,5%	-4,2%	-4,8%
34	0	-1,4%	-2,1%	-2,8%	-3,5%	-4,1%	-4,8%
35	0	-1,4%	-2,1%	-2,8%	-3,5%	-4,2%	-4,9%
36	0	-1,3%	-2,0%	-2,7%	-3,3%	-4,0%	-4,6%
37	0	-1,3%	-2,0%	-2,7%	-3,3%	-4,0%	-4,6%
38	0	-1,3%	-2,0%	-2,6%	-3,3%	-3,9%	-4,6%
39	0	-1,3%	-1,9%	-2,6%	-3,2%	-3,8%	-4,4%
40	0	-1,3%	-2,0%	-2,6%	-3,3%	-3,9%	-4,5%
41	0	-1,3%	-1,9%	-2,5%	-3,1%	-3,7%	-4,3%

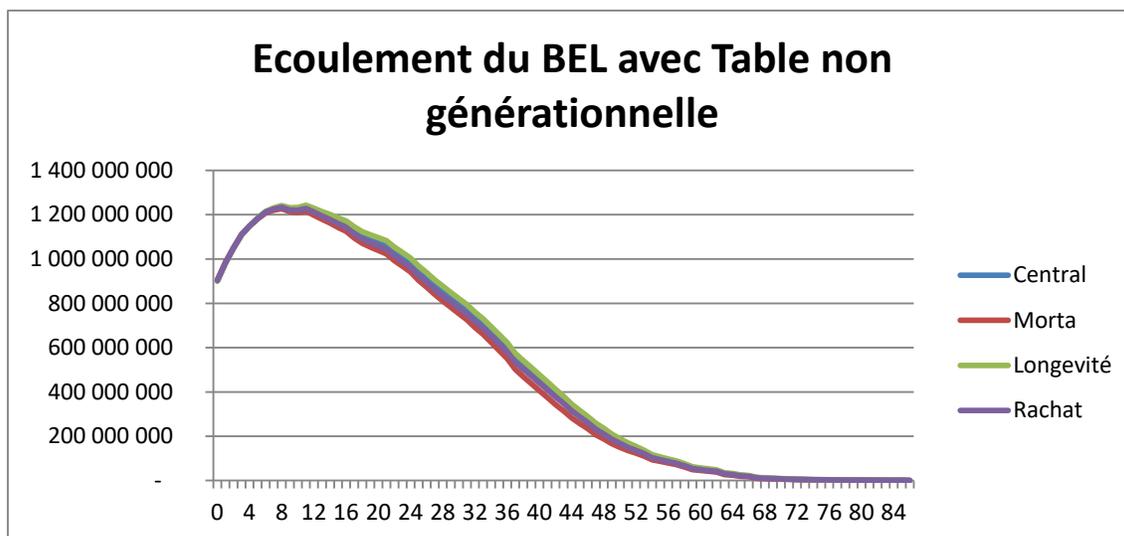
Choc de trend pour la longévité avec un quantile de 25%.

Formule de choc: $\frac{q^{25\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$

RA = 298 547

Choc médian longévité

Utilisation de la table non générationnelle avec rentes et épargne activés



Années	Central	Morta	Longevité	Rachat
0	900 784 029	905 713 829	899 905 112	903 410 008
1	981 399 918	985 692 249	980 568 288	983 335 905
2	1 048 106 556	1 051 332 515	1 047 420 622	1 049 299 075
3	1 109 573 579	1 111 457 460	1 109 118 646	1 109 958 217
4	1 148 742 753	1 148 588 997	1 148 721 201	1 148 452 723
5	1 183 082 231	1 180 661 180	1 183 587 607	1 182 125 693
6	1 213 626 111	1 208 670 501	1 214 770 697	1 211 845 181
7	1 228 041 001	1 220 298 600	1 229 972 809	1 225 240 678
8	1 237 656 982	1 226 845 221	1 240 510 907	1 233 201 897
9	1 227 581 761	1 213 652 551	1 231 486 804	1 221 480 451
10	1 227 867 162	1 210 712 756	1 232 831 908	1 220 616 023
11	1 236 520 275	1 216 040 161	1 242 536 633	1 228 104 055
12	1 221 503 239	1 197 893 874	1 228 574 348	1 211 579 105
13	1 205 892 168	1 179 174 304	1 213 998 407	1 194 265 886
14	1 191 824 005	1 161 993 745	1 200 946 378	1 177 935 130
15	1 174 815 840	1 141 982 472	1 184 918 039	1 159 162 493
16	1 160 087 216	1 124 444 986	1 171 085 797	1 142 887 274
17	1 133 097 082	1 095 013 947	1 144 896 050	1 114 158 294
18	1 110 854 643	1 070 581 149	1 123 342 565	1 090 361 822
19	1 096 017 008	1 053 697 126	1 109 112 693	1 073 821 665
20	1 082 966 885	1 038 852 302	1 096 576 078	1 059 444 842
21	1 068 169 657	1 022 473 994	1 082 222 641	1 043 339 664
22	1 038 850 928	992 258 169	1 053 160 433	1 013 201 182
23	1 014 113 375	966 658 613	1 028 658 245	987 764 345
24	989 828 936	941 372 226	1 004 666 284	962 956 734
25	953 055 011	903 957 994	968 113 053	926 297 054
26	922 643 588	872 895 764	937 916 982	895 826 953
27	889 484 923	839 360 337	904 902 409	862 775 973
28	861 059 981	810 404 319	876 677 848	834 432 245
29	833 481 826	782 363 974	849 292 119	806 992 692
30	805 343 107	753 775 431	821 356 070	779 012 671

Choc de trend pour la longévité et la mortalité avec un quantile de 25% et 75%

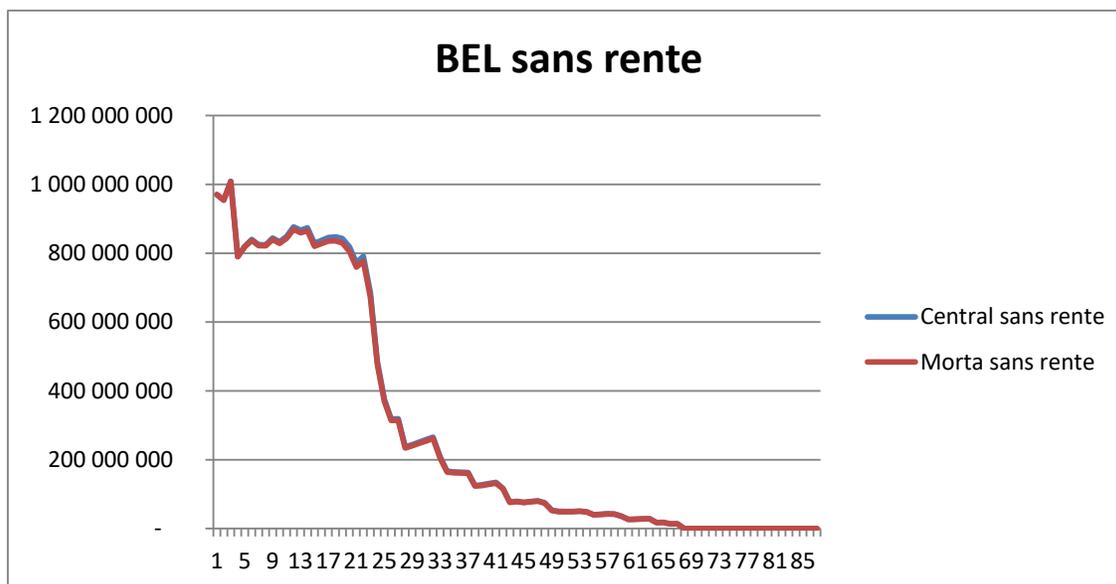
Formule de choc: $\frac{q^{25\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$ et $\frac{q^{75\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$

RA_Morta = 4 929 800

RA_Long = - 878 917

RA_Rachat = 2 625 979

Utilisation de la table générationnelle avec désactivation des rentes



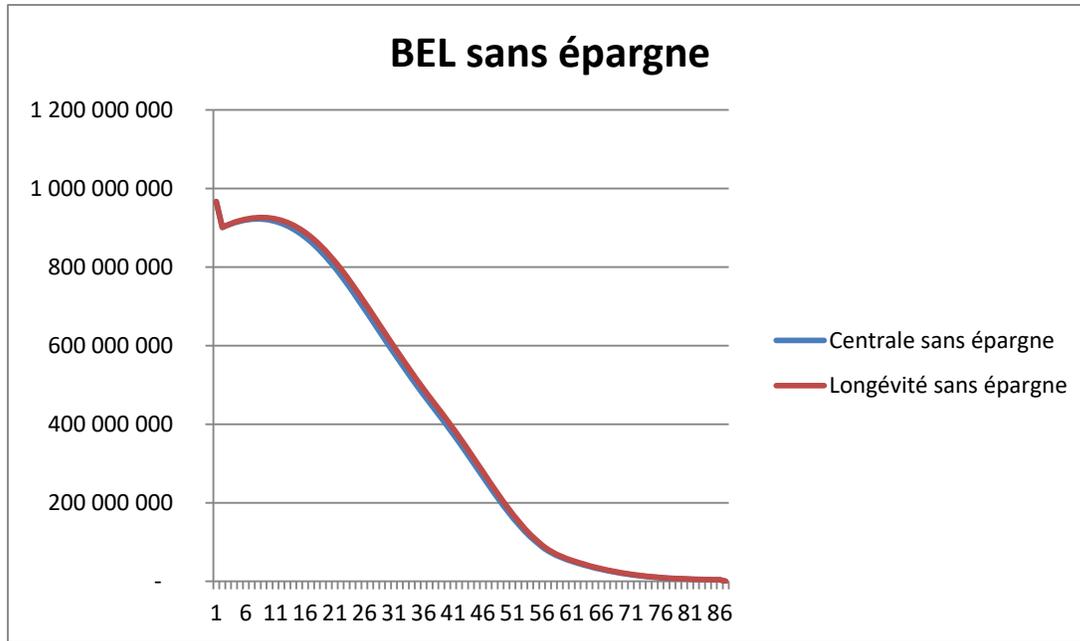
Années	Central sans rente	Morta sans rente
0	969 845 946	970 857 838
1	954 248 247	954 275 933
2	1 009 179 379	1 007 997 815
3	790 442 526	789 613 609
4	819 840 947	818 266 719
5	839 820 688	837 509 631
6	824 905 101	822 199 425
7	824 506 098	821 256 989
8	844 395 624	840 206 690
9	833 149 245	828 407 755
10	848 489 102	842 846 738
11	876 436 559	869 610 930
12	866 933 118	859 481 617
13	873 815 766	865 351 335
14	828 300 176	819 857 377
15	837 222 574	827 690 818
16	845 805 392	835 175 534
17	847 527 507	835 817 129
18	842 781 749	830 138 229
19	818 358 317	805 250 869
20	772 576 933	759 626 383
21	790 800 193	776 328 036
22	685 424 952	672 661 049
23	485 023 869	476 772 618
24	375 404 146	369 581 052
25	318 222 885	313 606 297
26	319 126 511	314 197 074
27	237 125 612	234 158 880
28	243 810 590	240 505 835
29	251 386 488	247 704 051
30	258 389 302	254 306 568

Choc de trend pour la mortalité avec un quantile de 75%.

Formule de choc: $\frac{q^{75\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$

RA = 1 011 892

Utilisation de la table générationnelle avec désactivation de l'épargne



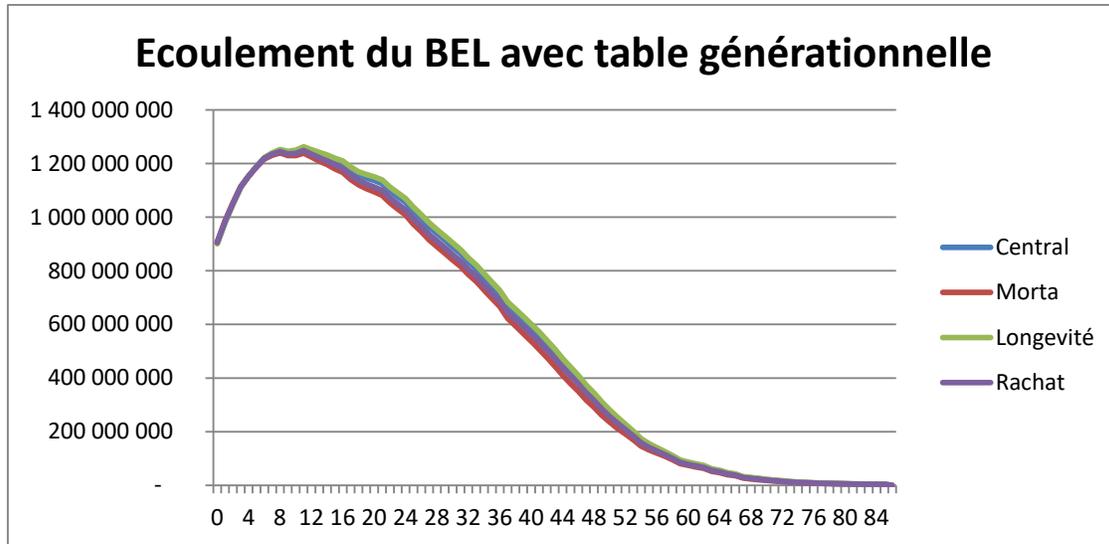
Années	Centrale sans épargne	Longévité sans épargne
0	966 715 913	966 778 001
1	901 023 915	901 170 117
2	907 198 528	907 650 756
3	912 385 343	913 237 909
4	916 524 870	917 878 826
5	919 553 823	921 516 286
6	921 410 534	924 090 806
7	922 032 320	925 543 485
8	921 360 626	925 816 382
9	919 337 774	924 851 987
10	915 909 594	922 496 653
11	911 026 248	918 692 656
12	904 644 422	913 387 455
13	896 730 201	906 537 602
14	887 258 923	898 109 516
15	876 221 503	888 082 241
16	863 626 116	876 452 935
17	849 505 835	863 240 317
18	833 917 340	848 489 266
19	816 942 819	832 269 410
20	798 690 924	814 675 763
21	779 293 953	795 829 598
22	758 906 731	775 877 238
23	737 699 058	754 984 228
24	715 851 399	733 328 629
25	693 547 375	711 097 556
26	670 967 988	688 478 922
27	648 275 381	665 647 864
28	625 619 963	642 769 573
29	603 120 023	619 981 302
30	580 876 803	597 405 055

Choc de trend pour la longévité avec un quantile de 25%.

Formule de choc:
$$\frac{q^{25\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$$

RA = 62 088

Utilisation de la table générationnelle avec rente et épargne activés



Années	Central	Morta	Longevité	Rachat
0	902 009 719	906 954 558	901 066 084	904 656 986
1	982 905 650	987 242 839	982 002 139	984 863 919
2	1 050 133 878	1 053 467 226	1 049 362 837	1 051 349 251
3	1 112 334 754	1 114 421 550	1 111 775 503	1 112 742 083
4	1 152 721 935	1 152 923 882	1 152 557 159	1 152 453 512
5	1 188 505 776	1 186 621 778	1 188 819 501	1 187 569 218
6	1 220 771 851	1 216 565 947	1 221 662 163	1 219 009 368
7	1 237 261 606	1 230 519 420	1 238 859 687	1 234 478 715
8	1 249 278 115	1 239 750 766	1 251 701 992	1 244 841 704
9	1 241 916 343	1 229 565 664	1 245 278 741	1 235 836 293
10	1 245 115 676	1 229 834 945	1 249 424 409	1 237 884 846
11	1 256 857 169	1 238 539 259	1 262 107 343	1 248 458 868
12	1 245 254 750	1 224 062 077	1 251 452 459	1 235 350 355
13	1 233 247 771	1 209 167 349	1 241 261 121	1 221 643 150
14	1 222 929 545	1 195 922 752	1 231 873 204	1 209 067 144
15	1 209 865 328	1 179 988 418	1 219 713 811	1 194 233 139
16	1 199 014 279	1 166 382 981	1 209 707 881	1 181 823 255
17	1 175 956 168	1 140 840 829	1 187 423 721	1 157 014 176
18	1 157 407 747	1 119 968 957	1 169 565 792	1 136 890 056
19	1 146 022 466	1 106 348 897	1 158 810 746	1 123 771 047
20	1 136 219 174	1 094 501 795	1 149 557 949	1 112 591 044
21	1 124 587 921	1 081 015 133	1 138 406 009	1 099 584 874
22	1 098 114 957	1 053 278 262	1 112 247 522	1 072 213 067
23	1 076 152 958	1 030 158 645	1 090 550 201	1 049 444 664
24	1 055 040 394	1 007 888 619	1 069 695 925	1 027 660 722
25	1 021 584 398	973 702 615	1 036 389 668	994 141 378
26	994 321 080	945 852 376	1 009 212 298	966 622 719
27	964 066 535	915 400 826	978 929 512	936 266 898
28	938 675 434	889 876 255	953 487 000	910 723 218
29	914 026 901	865 320 027	928 724 126	885 969 208
30	888 868 021	840 432 063	903 410 513	860 717 393

Choc de trend pour la longévité et la mortalité avec un quantile de 25% et 75%

Formule de choc: $\frac{q^{25\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$

et $\frac{q^{75\%}(x,t) - q^{50\%}(x,t)}{q^{50\%}(x,t)}$

RA_Morta = 4 944 839

RA_Long = - 943 636

RA_Rachat = 2 647 266

Annexe II : Illustration des approches statistiques

Illustration l'approche TMML :

Soit N , le nombre d'assurés compris dans un portefeuille d'assurance. $\varepsilon_i, i \in \{1, \dots, N\}$, variable aléatoire représentant l'occurrence d'évènement sous-jacent pour une personne pendant 1 an (ex : la mort en cas de régime de mortalité).

ε_i suit une loi de bernouilli de paramètre p avec $\varepsilon_i = \begin{cases} 1 & \text{avec une proba } p \\ 0 & \text{avec une proba } 1 - p \end{cases}$

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'occurrence d'évènement (exemple : le nombre de mort lié à un portefeuille).

$$X = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i; X \text{ suit une loi binomiale de paramètre } N \text{ et } p; \beta(N, p)$$

On a $E(X) = Np$ et $Var(X) = Np(1 - p)$

On approxime par le théorème de Moivre-Laplace, si N grand, la loi $\beta(N, p)$ par $N(E(X), \sigma(X))$.

On suppose que N commence à être grand si $Var(X) \geq 9 \Rightarrow Np(1 - p) \geq 9$.

p_{t_1}, \dots, p_{t_n} représente les taux d'occurrence observés pour la population d'assurés par an. La meilleure estimation (BE) de ces taux est la moyenne de ces observations.

Notons que lorsque la taille de l'échantillon est petite et ou que la variance de la population est inconnue, les littératures statistiques recommandent l'utilisation de t-distribution (test de student) pour estimer les paramètres de population.

- Pour les échantillons de petites tailles, la t-distribution est robuste si leur hypothèse de normalité n'est pas précisément correcte.
- Pour les échantillons de grandes tailles, la population s'approche bien à une distribution normale

La t-distribution ressemble à une $N(0,1)$ sauf qu'elle a des queues plus grosses, par conséquent, les valeurs de t donnent des estimations plus conservatrices.

Rappel : La fonction $L_n : (x_1, \dots, x_n, \theta) \rightarrow L_n(x_1, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n P_\theta(\{X_i = x_i\})$ pour des X_i qui suivent une loi $L(\theta)$ s'appelle la **vraisemblance** de la loi L .

L'estimateur du maximum de vraisemblance consiste à chercher le θ qui maximise la vraisemblance.

Souvent ceci se ramène à résoudre en θ l'équation $\frac{\partial L_n}{\partial \theta}(x_1, \dots, x_n, \theta) = 0$. Pour $L_n(x_1, \dots, x_n, \theta)$ fonction concave.

On cherche à estimer le taux de mortalité p avec l'estimateur du maximum de vraisemblance.

Ici les ε_i suivent une loi $\beta(p)$, donc $\theta = p$. Notons $S = \sum_{i=1}^N x_i$ avec x_i les observations des ε_i (c'est-à-dire lorsque $\varepsilon_i = 1$) ; $x_i \in \{0,1\}$.

$$L_n(x_1, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^N P_\theta(\{X_i = x_i\}) = \theta^s (1 - \theta)^{N-s}$$

On a $\theta \in [0,1]$ car $\theta = p$ et p est une proba. $\theta = 0$ ou 1 ne peut pas maximiser $L_n(x_1, \dots, x_n, \theta)$ sauf si $s=0$ ou $s = N$.

Le maximum de la fonction concave $\theta^s (1 - \theta)^{N-s}$ est obtenu en posant l'équation

$$\frac{\partial L_n}{\partial \theta}(x_1, \dots, x_n, \theta) = 0$$

Or $\frac{\partial L_n}{\partial \theta}(x_1, \dots, x_n, \theta) = \theta^{s-1} (1 - \theta)^{N-s-1} (s - N\theta)$

Donc $\theta^{s-1} (1 - \theta)^{N-s-1} (s - N\theta) = 0 \Rightarrow \theta = \frac{s}{N}$.

En d'autres termes, l'estimateur du maximum de vraisemblance \tilde{p} de p est donc

$$\tilde{p} = \frac{\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_N}{N} = \frac{X}{N}$$

On pourra donc approcher $\frac{\tilde{p}}{p}$ par une loi normale avec

$$Var\left(\frac{\tilde{p}}{p}\right) = \frac{1}{p^2} Var(\tilde{p}) = \frac{1}{p^2} \frac{p(1-p)}{N} = \frac{1-p}{pN} \approx \frac{1}{pN}$$

On a l'hypothèse de Best estimate : $\bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{p}_{t_j}$ avec \tilde{p}_{t_j} les observations des taux d'occurrence par année. \tilde{p}_{t_j} iid c'est-à-dire le portefeuille à une structure stationnaire de même taille.

Ainsi $\sigma(\bar{p}) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma(\tilde{p})$.

L'écart type par rapport au nombre de sinistre de l'année suivante est donc :

$$\sigma\left(\frac{\bar{p}}{p}\right) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma\left(\frac{\tilde{p}}{p}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{1}{\sqrt{pN}} = \frac{1}{\sqrt{n * \text{nombre espéré mortalité}}}$$

Le choc de niveau est défini par :

$$\text{level} = \frac{\tilde{p}}{\bar{p}} - 1$$

Rappel : Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$; X_1, \dots, X_n un n-échantillon iid de X; on a

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i ; \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Donc

$$Y = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1) \text{ or } Z_{n-1} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

On peut donc en déduire une variable aléatoire T_{n-1} qui suit une loi de Student. On aura donc :

$$T_{n-1} = \frac{Y}{\sqrt{\frac{Z_{n-1}}{n-1}}}$$

On pose

$$Z_{n-1} = \frac{n-1}{\sigma^2} S_{n-1}^2 \text{ donc } S_{n-1}^2 = \frac{\sigma^2}{n-1} Z_{n-1} \text{ avec } S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

On a alors

$$T_{n-1} = \frac{Y}{\sqrt{\frac{Z_{n-1}}{n-1}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{Z_{n-1}}{n-1}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{n-1}} \sqrt{n} \sim St(n-1)$$

D'après le rappel ci-dessus, on pose la statistique de test du test de Student :

$$T = \frac{\bar{p} - \tilde{p}}{\hat{\sigma}(p)} \sqrt{n} \sim St(n-1)$$

Avec $\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n p_{t_j}$ et $\hat{\sigma}(p) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_{t_j} - \bar{p})^2}$ estimateur empirique de l'écart type.

$$T = \frac{\bar{p} - \tilde{p}}{\hat{\sigma}(p)} \sqrt{n} \text{ donc } \frac{\tilde{p}}{\bar{p}} - 1 = \frac{-\hat{\sigma}(p)}{\bar{p}\sqrt{n}} T$$

Donc le choc de niveau au niveau α est donc défini par :

$$level_\alpha = \frac{\hat{\sigma}(p)}{\sqrt{n\bar{p}}} \lambda_{n-1}(\alpha) \approx \sigma \left(\frac{\bar{p}}{p} \right) \lambda_{n-1}(\alpha)$$

Avec $\lambda_{n-1}(\alpha)$ le α -quantile de $St(n-1)$.

Ainsi

$$level_\alpha \approx \frac{1}{\sqrt{n * \text{nombre espéré de mortalité}}}$$

Si les données sous-jacentes peuvent être considérées comme statistiquement insuffisantes pour déterminer un niveau de stress crédible, on définit un facteur de crédibilité.

Il devrait couvrir le niveau d'incertitude lié à l'hypothèse fondée sur le BE. Cette incertitude peut découler d'un manque d'historique de données suffisantes (Exemple : création de nouveau secteur d'activité) ou de circonstances inhabituelles.

On peut dériver le facteur de crédibilité en évaluant l'impact des erreurs de données sur l'hypothèse de BE.

L'écart type ultime est obtenu en supposant l'indépendance des 2 facteurs à savoir :

$$\sigma(level) = \sqrt{\sigma^2 \left(\frac{\bar{p}}{p} \right) + (\text{facteur de crédibilité})^2}$$

Le facteur de crédibilité ne doit pas être utilisé pour saisir le manque de données, c'est-à-dire de nouvelles affaires. Le réglage $n <= 3$ dans la distribution de student entrainera déjà une augmentation implicite du choc.

$$level_\alpha = \lambda_{n-1}(\alpha) * \sqrt{\sigma^2 \left(\frac{\bar{p}}{p} \right) + (\text{facteur de crédibilité})^2}$$

Illustration de l'approche OYD :

Cette approche mesure les écarts sur un an ; en observant les modifications sur un an, pour appliquer les chocs.

Soit p_{t_1}, \dots, p_{t_n} une série temporelle de variables aléatoires indépendants et identiquement distribuées (iid) avec :

$$p_\tau = p + \sigma \varepsilon_\tau; p \in \mathbb{R}; \sigma > 0; \varepsilon_\tau \sim N(0,1)$$

L'estimateur sans biais de σ^2 est $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_{t_j} - \bar{p})^2$ et $\bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{t_j}$

Rappel : Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$; X_1, \dots, X_n un n-échantillon iid de X ; on a:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i; \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ donc } Y = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1) \text{ or } Z_{n-1} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

On peut donc en déduire une variable aléatoire qui suit une loi de student.

$$T_{n-1} = \frac{Y}{\sqrt{\frac{Z_{n-1}}{n-1}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}} \sim St(n-1) \text{ avec } S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

De ce qui précède on a $Z_{n-1} \sim \chi^2_{n-1}$ donc $\frac{n-1}{\sigma^2} \hat{\sigma}^2 \sim \chi^2_{n-1}$

L'hypothèse de BE de l'année suivante est donnée par la moyenne de série temporelle de p .

A l'instant $k \leq n$, la vraie moyenne est estimée à l'aide du plus récent échantillon $m \leq n$;
 $p_{t_{k-m+1}}, \dots, p_{t_k}$

On a donc : $\hat{p}_{t_k} = \frac{1}{m} \sum_{j=k-m+1}^k p_{t_j}$

Dans certains cas, il est logique d'estimer la moyenne sur une période plus courte que la volatilité, c'est-à-dire choisir $m \leq n$, exemple quand on soupçonne que la vraie moyenne a changé avec le temps.

Pour déterminer la taille du niveau de risque, il faut examiner le changement du BE durant un an... C'est donné par :

$$\hat{p}_{t_{k+1}} - \hat{p}_{t_k} = \frac{1}{m} (p_{t_{k+1}} - p_{t_{k-m+1}}) \sim \frac{\sqrt{2}}{m} \sigma N(0,1)$$

Rappel : Si $X \sim N(0,1)$ et $Y \sim N(0,1)$ alors $\frac{X+Y}{\sqrt{2}} \sim N(0,1)$

On aura donc $\frac{m}{\sqrt{2}} \frac{\hat{p}_{t_{k+1}} - \hat{p}_{t_{k-m+1}}}{\hat{\sigma}} \sim \lambda_{n-1}$ où λ_{n-1} désigne la loi $St(n-1)$

Le choc de niveau est défini par :

$$\frac{\hat{p}_{t_{k+1}}}{\hat{p}_{t_k}} - 1 = level$$

On a donc :

$$level_\alpha = \frac{\hat{\sigma} \sqrt{2}}{m \hat{p}_{t_k}} \lambda_{n-1}(\alpha)$$

Avec $\lambda_{n-1}(\alpha)$ le α -quantile de $St(n-1)$.

Illustration l'approche SE :

Soit N , le nombre d'assurés compris dans un portefeuille d'assurance. $\varepsilon_i, i \in \{1, \dots, N\}$, variable aléatoire représentant l'occurrence d'évènement sous-jacent (ici le rachat) pour une personne pendant 1 an.

$$\varepsilon_i \text{ suit une loi de bernouilli de paramètre } p \text{ avec } \varepsilon_i = \begin{cases} 1 & \text{avec une proba } p \\ 0 & \text{avec une proba } 1 - p \end{cases}$$

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'occurrence d'évènement (exemple : le nombre de mort lié à un portefeuille).

$$X = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i; X \text{ suit une loi binomiale de paramètre } N \text{ et } p; \beta(N, p)$$

Le risque de volatilité est dû à des fluctuations aléatoires, dans l'hypothèse où la meilleure estimation est connue.

On pourra toujours approcher X à une loi normale si on a un portefeuille assez conséquent. On introduira sinon des paramètres de calibration. De plus, la loi des grands nombres dit que le risque de volatilité est très diversifiée, c'est-à-dire qu'il peut être réduit par l'augmentation de la taille du portefeuille N . Par conséquent la volatilité devrait être relativement faible pour les grands portefeuilles d'assurance et homogènes, c'est-à-dire des polices de tailles similaires.

En outre le risque de volatilité peut être, et est généralement encore réduit par la réassurance.

Par conséquent, un risque de volatilité important ne doit exister que pour des entreprises ayant des portefeuilles relativement petits et/ou non homogènes, et lorsque le risque n'est pas d'avantage atténué par la réassurance.

Soit p_{t_1}, \dots, p_{t_n} les observations des occurrences de taux sur n années. $p_{t_j}; \tau = t_1, \dots, t_n$ Variables aléatoires iid avec comme moyenne \bar{p} et écart type σ . L'hypothèse de BE est faite sur la moyenne des 3 dernières années d'observation.

$$\text{On a } \bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{t_j}; \hat{\sigma}(p) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_{t_j} - \bar{p})^2}$$

$$\text{On aura donc } \frac{p_{t_{n+1}} - \bar{p}}{\hat{\sigma}} \sim N(0,1)$$

Le choc de volatilité est défini par :

$$\frac{p_{t_{n+1}}}{\bar{p}} - 1 = \text{vola} \Rightarrow \frac{\text{vola}}{\hat{\sigma}} = \frac{p_{t_{n+1}} - \bar{p}}{\bar{p} * \hat{\sigma}}$$

On obtient donc :

$$vola_{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{\bar{p}} Q(\alpha)$$

Avec $Q(\alpha)$ le α – quantile de la loi normale standard $N(0,1)$.

Si $\bar{p} \rightarrow 0$ le choc de niveau est défini par :

$$vola_{\alpha} = \bar{p} + \hat{\sigma} Q(\alpha)$$

Illustration modèle Lee Carter: ^[13]

Dans un premier temps nous allons estimer le taux instantané de mortalité μ_{xt} à l'année t pour l'âge x avec le modèle de Lee-Carter en fonction de deux vecteurs dépendants de l'âge α et β et d'un vecteur temporel k sous la forme :

$$\ln(\mu_{xt}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

- α_x peut être interprété comme la moyenne temporelle du logarithme du taux de mortalité de l'âge x .
- k_t explique l'évolution temporelle de la mortalité de la population étudiée.
- β_x représente la sensibilité pour chaque âge x en fonction de k_t
- ε_{xt} est le terme résiduel pour l'âge x et l'année t .

Mise en place du modèle :

On notera t_{min} et t_{max} les années d'observation minimale et maximale. On notera de même x_{min} et x_{max} . En utilisant la méthode des moindres carrés, on cherche le vecteur

$$(\widehat{\alpha}_x, \widehat{\beta}_x, \widehat{k}_t) = \arg \min_{\alpha_x, \beta_x, k_t} \sum_{x,t} (\ln(\widehat{\mu}_{xt}) - \alpha_x - \beta_x k_t)^2 \quad (1)$$

On a au total $2(x_{max} - x_{min} + 1) + (t_{max} - t_{min} + 1)$ paramètres à estimer.

Afin de rendre la solution unique, on impose les contraintes :

$$\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \beta_x = 1 \quad \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} k_t = 0$$

Etape 1 : Estimation des α_x

Tout d'abord on estime $\hat{\mu}_{xt}$ par : $\hat{\mu}_{xt} = \frac{td_x}{(tl_x + t+1l_x)/2}$ avec :

- td_x nombre d'individu décédant entre l'âge x et $x+t$.
- tl_x nombre d'individu vivant d'âge x à l'instant t
- $t + 1l_x$ nombre d'individu vivant d'âge x à l'instant $t+1$

On calcule maintenant :

$$\frac{d}{d(\alpha_x)} \left[\sum_{x,t} (\ln(\hat{\mu}_{xt}) - \alpha_x - \beta_x k_t)^2 \right] = -2 \sum_t (\ln(\hat{\mu}_{xt}) - \alpha_x - \beta_x k_t), \forall x$$

Pour que l'équation (1) soit résolue, la dérivée par rapport à α_x doit être nulle, c'est-à-dire :

$$\sum_t (\ln(\hat{\mu}_{xt}) - \alpha_x - \beta_x k_t) = 0, \quad \forall x$$

Or $\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} k_t = 0$,

On obtient donc l'estimation de α_x :

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_{max} - t_{min} + 1} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \ln(\mu_{xt})$$

Etape 2 : Estimation de β_x et k_t

On construit une matrice $Z = (z_{xt})$ tel que :

$$z_{xt} = \ln(\mu_{xt}) - \hat{\alpha}_x \quad (2)$$

La SVD est un outil important de factorisation des matrices rectangulaires réelles ou complexes.

Théorème SVD [2]

Soit $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et de rang r . Alors il existe une factorisation de la forme :

$$M = U \Sigma V^T$$

Avec

- $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$, Σ est une matrice diagonale dont les r premiers coefficients diagonaux sont strictement positifs et les $n-r$ suivants sont nulles. Les coefficients diagonaux de Σ sont les valeurs singulières de M , ce sont aussi les racines carrées des valeurs propres à la fois de $M^T M$ et $M M^T$.

$$\Sigma = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_n})$$

- $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$; $v_1, \dots, v_r \in \mathbb{R}^n$ les vecteurs propres correspondant aux valeurs propres strictement positives de $M^T M$. Ils peuvent être pris comme orthonormaux, dans l'espace des lignes de A, et sont appelés les vecteurs singuliers de M.
 $v_{r+1}, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$ est une base orthonormale.
- $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$; $u_1, \dots, u_r \in \mathbb{R}^m$ des vecteurs unitaires définis par :

$$u_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} M v_i \text{ pour } i = 1, 2, \dots, r$$

Ils sont orthonormaux, dans l'espace des colonnes de M, et des vecteurs propres de MM^T . Ils sont aussi appelés singuliers.

$u_{r+1}, \dots, u_m \in \mathbb{R}^m$ est une base orthonormale.

On appelle cette factorisation la décomposition en valeurs singulières de matrice M.

Une convention courante est de ranger les valeurs $\Sigma(i, i)$ par ordre décroissant. Alors, la matrice Σ est déterminée de façon unique par M (mais U et V ne le sont pas).

Application du théorème à Z :

L'idée est d'approximer Z par $Z \approx \hat{\beta} \hat{k}^T$, avec $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_{x_{min}}, \dots, \hat{\beta}_{x_{max}})^T$ et $\hat{k} = (\hat{k}_{t_{min}}, \dots, \hat{k}_{t_{max}})^T$

Donc

$$Z = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{x_{min}} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{x_{max}} \end{pmatrix} (\hat{k}_{t_{min}} \quad \dots \quad \hat{k}_{t_{max}}) = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{x_{min}} \hat{k}_{t_{min}} & \dots & \hat{\beta}_{x_{min}} \hat{k}_{t_{max}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_{x_{max}} \hat{k}_{t_{min}} & \dots & \hat{\beta}_{x_{max}} \hat{k}_{t_{max}} \end{pmatrix}$$

On note v_i , le $i^{\text{ème}}$ vecteur propre normé de la matrice carrée $(Z^T \cdot Z)$ correspondant à la valeur propre λ_i . Le vecteur propre devrait satisfaire cette condition :

$$Z \cdot v_i = (Z^T Z) v_i = \lambda_i v_i \quad (3)$$

On note u_i , le $i^{\text{ème}}$ vecteur propre normé de la matrice carrée $(Z \cdot Z^T)$.

Vu que v_i est normé, on a $v_i^T v_i = 1$.

En multipliant l'équation (3) par Z, on a :

$$(Z \cdot Z^T) Z \cdot v_i = \lambda_i \cdot Z \cdot v_i \quad (4)$$

D'après l'équation (4) on a $Z \cdot v_i$ comme vecteur propre de la matrice $Z \cdot Z^T$ avec la valeur propre correspondante λ_i . Ainsi, toutes les valeurs propres de $Z \cdot Z^T$ et $Z^T Z$ sont égales.

On a par définition:

$$u_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} Z \cdot v_i \text{ pour } \lambda_i \neq 0$$

On obtient donc la relation $Z \cdot v_i = u_i \cdot \sqrt{\lambda_i}$ et en multipliant les 2 membres de cette égalité par v_i^T , avant de sommer sur toutes les valeurs propres de $(Z^T \cdot Z)$ ainsi :

$$Z \left(\sum_{i,l \geq 1} v_i \cdot v_l^T \right) = \sum_{i,l \geq 1} \sqrt{\lambda_i} \cdot u_i \cdot v_l^T$$

Comme les v_i sont orthogonaux et de norme 1 :

$$v_i \cdot v_l^T = I_{t_{max}-t_{min}+1}$$

Avec I_n la matrice identité de dimension $n \times n$ de sorte qu'on aboutisse à la décomposition suivante de Z :

$$Z = \sum_{i,l \geq 1} \sqrt{\lambda_i} \cdot u_i \cdot v_l^T$$

La formule que l'on trouve au-dessus est appelée la décomposition aux valeurs singulières.

On introduit alors la mesure du taux d'inertie aussi appelé pourcentage de variance expliquée, donnée par :

$$\Gamma_1 = \frac{\lambda_1}{\sum_{i \geq 1} \lambda_i}$$

Si $\Gamma_1 \sim 1$, la valeur propre λ_1 domine donc nettement les autres, on obtient alors l'approximation :

$$Z \approx \sqrt{\lambda_1} \cdot u_1 \cdot v_1^T \quad (5)$$

En comparant notre approximation initiale $Z \approx \hat{\beta} \hat{k}^T$ à celui de l'équation (5), on déduit donc :

$$\hat{\beta}_x = \frac{u_1}{\sum_x u_{1x}}$$

et

$$\hat{k}_t = \sqrt{\lambda_1} * \left(\sum_x u_{1x} \right) * v_1$$

Avec $\sum_x u_{1x} \neq 0$

On vérifie à présent si les contraintes sur $\hat{\beta}_x$ et \hat{k}_t sont vérifiées.

$$\sum_x \hat{\beta}_x = \sum_x \left(\frac{u_1}{\sum_x u_{1x}} \right) = 1$$

Et de plus d'après l'équation (2) on a :

$$\sum_t Z_{xt} = \sum_t \ln(\mu_{xt}) - \sum_t \hat{\alpha}_x = \sum_t \ln(\mu_{xt}) - \sum_t \left(\frac{1}{t_{max} - t_{min} + 1} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \ln(\mu_{xt}) \right) = 0$$

Donc

$$\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} k_t = 0$$

Remarque : si Γ_1 est jugé trop faible, on pourra mettre en œuvre l'extension multifactorielle proposée par Renshaw et Haberman (2003) ^[10] qui consiste à considérer d'autres termes successifs de la SVD de Z. De manière générale, il est très fréquent de trouver $\Gamma_1 > 90 \%$, ce qui explique que le modèle de Lee-Carter, malgré sa relative simplicité, s'est rapidement imposé comme un modèle fiable.

Résultats partiels des chocs level/Trend pour le risque de longévité avec la méthode CoC :

	wc(t)	c(t)		$e^{-c(t)+b_x*(t-t_0)}$				
			Ages	2017	2018	2019	2020	2021
2017	85,94		0	0,29%	0,29%	0,28%	0,28%	0,28%
2018	86,21	-0,01	1	0,09%	0,09%	0,09%	0,09%	0,09%
2019	86,49	-0,01	2	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%
2020	86,77	-0,01	3	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2021	87,04	-0,01	4	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%
2022	87,32	-0,01	5	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2023	87,6	-0,01	6	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2024	87,87	-0,01	7	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2025	88,15	-0,01	8	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2026	88,43	-0,01	9	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2027	88,7	-0,01	10	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2028	88,98	-0,01	11	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2029	89,26	-0,01	12	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2030	89,53	-0,01	13	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2031	89,81	-0,01	14	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2032	90,09	-0,01	15	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2033	90,36	-0,01	16	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
2034	90,64	-0,01	17	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2035	90,92	-0,01	18	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2036	91,19	-0,01	19	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2037	91,47	-0,01	20	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2038	91,75	-0,01	21	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2039	92,02	-0,01	22	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2040	92,3	-0,01	23	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
2041	92,58	-0,01						

Annexe III : Rappel des abréviations utilisées

LNMR : Life Non Market Risk

RC : Risk Capital

UoA : Unit of Account

GoC : Groupe of Contract ce qui est équivalent à l'UoA IFRS 17

LIC : Liability for incurred claims

LRC : Liability for remaining claims

SCR : Solvency Capital Requirement

PB : Participations aux bénéfices

PM : Provisions mathématiques

LH : Life & Health

RA : Risk Adjustment

RM : Risk Manager

NB : New Business

IASB : International Accounting Standard Board

KAPLA : Maille interne Allianz France équivalent LoB

SII : Solvency II

LoB : Line of Business

PVFCF : Present Value of Future Cash Flow

CSM : Contractual Service Margin

CoC : Cost Of Capital

Bibliographie

- [1] Allianz. *Risk_Adjustment_Guidance_Guidelines 2018, 2019*.*
- [2] *Décomposition en valeurs singulières (SVD)* J. Guérin, N. Lahrichi, S. Le Digabel Ecole Polytechnique de Montréal
- [3] *Actuariat avec R* Charpentier Dutang
- [4] *Introduction to IFRS 17* Pawel Wozniak, Agnieszka Hupert
- [5] *Optimising choices with respect to the risk adjustment in IFRS 17* Lieke-Rosa Koetsier
- [6] Milliman IFRS 17 – Risk Adjustment
- [7] (« Broken limits to life expectancy», Jim Oeppen et James W.Vaupel, Science, Vol. 296, 2002)
- [8] *Fair valuation of a guaranteed life insurance participating contract embedding a surrender option*. Bacinello A. R., 2003a.
- [9] « *Rentabilité et tarification sous Solvabilité II : vers une évolution de l'offre produit* » *Mémoire d'Actuaire Dauphine* Marylène DE CUBBER (2011)
- [10] *Lee-Carter Mortality Forecasting: A Parallel Generalized Linear Modelling Approach for England and Wales Mortality Projections* Renshaw et Haberman (2003)
- [11] *Théorie et pratique de l'assurance vie* 4 édition
- [12] Renaud Bourlès – Ecole Central Marseille
- [13] *Rapport de Bureau d'Etude LAVENANT* David LEJEUNE Corentin NEDELEC Pierre(2017)
- [14] Cahier IFRS 17 – Risk Adjustment extrait de : LES PAPIERS D'addactis

* Les Guidelines Allianz sont confidentielles