duas
Diplôme Universitaire des Actuaires de Strasbourg

UFR Mathématique Informatique Strasbourg

Mémoire présenté devant l'UFR de Mathématique et Informatique

pour l'obtention du Master Mathématiques et Application,

spécialité Statistique, parcours Actuariat

le 28 septembre 2021

Par : Aalala Sélim

Titre: Revue 2020 Solvabilité II : Impact du changement de l'extrapolation des taux sans risque et du nouveau calibrage du SCR de taux sur un portefeuille de rentes viagères

Confidentialité : ☒ NON ☐ OUI Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans ☐ 3 ans ☐ 4 ans ☐ 5 ans

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Signature :

Membres du jury de l'Unistra :

P. ARTZNER
J. BERARD
A. COUSIN
K.-T. EISELE
M. MAUMY-BERTRAND

Entreprise : EY Luxembourg

Directeur de mémoire en entreprise:
Nom : Botbol Yohan
Signature :
Invité :

Nom :
Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels *(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Secrétariat : Mme Stéphanie Richard

Bibliothèque : Mme Christine Disdier

Résumé

Sous la norme de Solvabilité II, la courbe des taux sans risque joue un rôle central dans l'évaluation des engagements d'assurance. Elle associe à une date donnée pour chaque maturité un taux d'intérêt sans risque correspondant au rendement d'un placement sans risque de défaut. Ces taux servent à l'actualisation des flux incertains d'un engagement d'assurance. Pour la construction de cette courbe, l'EIOPA a actuellement recours à une méthode d'extrapolation connue sous le nom de Smith-Wilson. Dans le cadre de la revue 2020 de Solvabilité II, la courbe des taux sans risque est au cœur des principales modifications prévues. Dans son *Opinion on the 2020 review of Solvency II*, l'EIOPA propose l'utilisation d'une nouvelle méthode d'extrapolation de la courbe des taux sans risque qui recherche un compromis entre l'inclusion davantage de données de marché au-delà du dernier point de liquidité et la limitation de l'impact sur l'évaluation des engagements d'assurance à long terme. Un deuxième point clé de cette revue est l'introduction d'un nouveau calibrage des chocs pour le calcul du SCR de taux.
Ce mémoire présente une étude de l'impact de ces changements sur l'évaluation *Best Estimate* d'un portefeuille de rentes viagères issu d'un régime de retraite à préstations définies.

Mots clés : Revue 2020 Solvabilité II, Courbe de taux sans risque, Extrapolation, LLP, *Best Estimate*, SCR de taux

Abstract

The risk-free interest rate curve plays an essential role in the valuation of insurance liabilities under Solvency II. It associates at a given date for each maturity a risk-free interest rate corresponding to the return on an investment without any default risk. These rates are then used to discount the uncertain cash-flows of an insurance liability. The risk-free yield curve is at the heart of the main changes planned for the 2020 review of Solvency II. In its *Opinion on the 2020 review of Solvency II*, EIOPA introduced the use of a new extrapolation method to derive the risk-free yield curve seeking a compromise between including more market data beyond the last liquidity point (LLP) and limiting the impact on the valuation of long-term insurance liabilities. A further key element of this review is the change of the calibration of interest rate shocks for the SCR calculation.
This paper presents a study of the impact of these changes on the Best Estimate valuation of a portfolio of life annuities from a defined benefit pension plan.

Keywords : 2020 review of Solvency II, Risk free yield curve, Extrapolation, LLP, Best Estimate, Interest rate risk SCR.

Synthèse

La directive européenne Solvabilité II bénéficie à présent de quatre années d'exercices pleines depuis son entrée en application. Dès son application les différents acteurs de marché concernés ont prévu un processus de revue périodique de certains éléments de la norme dans un but d'adapter la réglementation aux évolutions du cadre socio-économique et d'améliorer ou de préciser les normes techniques et financières liées à la mise en œuvre opérationnelle de la directive. Plus d'un an après la publication de son *Consultation paper* [8], le 17 décembre 2020, l'EIOPA a publié ses propositions finales pour la revue 2020 de Solvabilité II. De son document *Opinion on the 2020 review of Solvency II* [10], il ressort que la courbe des taux sans risque est au cœur des principales modifications prévues.

La vision économique du bilan sous Solvabilité II repose sur le principe que les engagements pris par un organisme d'assurance doivent être évalués comme s'il n'y avait que peu ou pas de possibilité que la compagnie d'assurance puisse faire défaut. Ainsi, d'un point de vue théorique, tous les engagements doivent être évalués à la courbe des taux sans risque. Cette courbe associe à une date donnée pour chaque maturité un taux d'intérêt sans risque correspondant au rendement d'un placement sans risque de défaut.

La construction de cette courbe doit respecter certaines contraintes fixées par le cadre réglementaire qui sont la réplicabilité, la stabilité et la cohérence avec des données de marché adaptées. Ces données doivent être récupérées à partir d'instruments financiers négociés sur un marché profond, liquide et transparent (*Deep, Liquid, Transparent (DLT)*). Pour la devise euro, la courbe est construite à partir des taux swap contre Euribor 6 mois ajustés du risque de crédit. Pour certaines maturités, ces taux observés ne satisfont pas le critère DLT ou ne peuvent pas être observés du tout sur le marché, ce qui est le cas pour des maturités de plus en plus longues. Les engagements des assureurs peuvent pourtant porter sur plusieurs dizaines d'années ce qui rend nécessaire le besoin de méthode d'extrapolation afin que les passifs ayant des durées importantes soient évalués à l'aide d'un modèle plutôt qu'en fonction d'un marché non fiable voire inexistant. La dernière maturité qui respecte le critère DLT est qualifiée de dernier point liquide (*Last Liquid Point (LLP)*), qui est fixé actuellement à 20 ans par l'EIOPA. L'évalution DLT d'un marché étant assez subjective, la détermination de ce point est encore aujourd'hui un point de discussion important entre les différentes

parties prenantes. Afin de déterminer les taux sans risque aux maturités non-observables, l'EIOPA utilise pour l'instant une méthode d'extrapolation macroéconomique, connue sous le nom de Smith-Wilson. Cette méthode recherche l'ajustement parfait à toutes les données de marché observées afin de respecter la contrainte de cohérence avec le marché. Les taux après le dernier point de liquidité qui eux ne sont pas du tout observables, sont extrapolés à partir du LLP vers un taux forward ultime (*Ultimate Forward Rate (UFR)*).

Au regard de l'environnement de taux bas actuel qui a tendance à perdurer, l'EIOPA a identifié un certain nombre de problématiques liées à l'approche actuelle d'extrapolation dont la sous-estimation des provisions techniques. Lors de sa consultation en 2019, l'EIOPA avait présenté trois options possibles pour pallier ces problématiques. Les deux premières proposent de maintenir la méthode de Smith-Wilson mais de décaler le LLP vers 30 respectivement 50 ans en jugeant que ces maturités respectent le critère DLT.

Une courbe de taux sans risque incluant plus de données de marchés permet une valorisation économique des engagements d'assurance plus juste. Néanmoins, la diminution observée de la liquidité sur le marché pour des maturités de plus en plus longues rend ces données moins fiables. Ceci peut conduire à une volatilité des fonds propres plus importante qui va à l'encontre de la contrainte de stabilité imposée à la courbe des taux sans risque.

En dernière option, une nouvelle méthode alternative d'extrapolation de la courbe des taux sans risque a été introduite. Elle se base sur un lissage exponentiel et dépend de trois paramètres principaux : le premier point de lissage (*First smoothing point (FSP)*) équivalent au LLP 20 ans de la méthode de Smith-Wilson, le dernier taux forward liquide (*Last Liquid Forward Rates (LLFR)*) et l'UFR. L'idée sous-jacente de cette approche est de ne plus considérer que la liquidité décroît soudainement vers zéro après un certain LLP mais de prendre en compte les maturités DLT jusqu'à 50 ans après le LLP à hauteur de leur caractère liquide. Ainsi, l'extrapolation de la courbe des taux sans risque est entre autres caractérisée par le LLFR qui est noté comme suit (f le taux forward implicite) :

$$LLFR = w_{20} \cdot f_{15,20} + w_{25} \cdot f_{20,25} + w_{30} \cdot f_{20,30} + w_{40} \cdot f_{20,40} + w_{50} \cdot f_{20,50} \tag{1}$$

Les poids w sont déterminés à partir de l'évaluation de la liquidité du marché swap. Une fois le LLFR déterminé, les taux forward au-delà du FSP sont extrapolés par une combinaison de l'UFR et du LLFR. Plus les maturités deviennent élevées, plus le poids de l'UFR joue un rôle important dans le calul des taux extrapolés :

$$f_{FSP,FSP+h} = ln(1+UFR) + [LLFR - ln(1+UFR)] \cdot B(\alpha, h) \tag{2}$$

Avec h prenant des valeurs de 1 jusqu'à la maturité souhaitée (150 ans), $\alpha = 10\%$ et $B(\alpha, h) = \frac{1-e^{-\alpha h}}{\alpha h}$.

Pour chacune de ces options, nous avons construit la courbe des taux sans risque pour l'euro au 31/12/2020 :

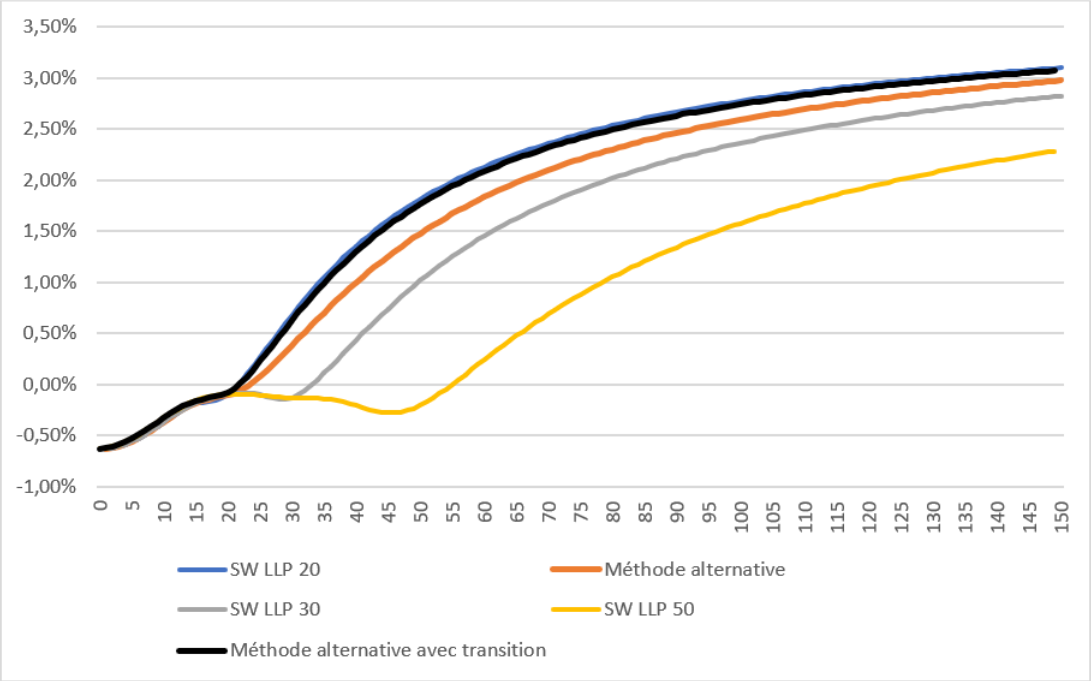

FIGURE 1 – Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 pour les différentes options proposées par l'EIOPA dans son Consultation Paper

Par définition, la notion de Best Estimate des provisions techniques correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs actualisés sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents. Ainsi, nous avons analysé la sensibilité du Best Estimate d'un portefeuille de rentes viagères issues d'un régime de pension à prestations définies à ces différentes courbes construites. Sur la base des taux swap au 31/12/2020, le décalage du LLP vers une maturité de 30 ou 50 ans vient abaisser significativement la courbe des taux sans risque après la maturité de 20 ans. La hausse des provisions Best Estimate due à l'effet d'actualisation aux taux sans risque plus bas des flux de rentes estimés s'est avérée importante. Nous avons pu montrer aussi que l'ampleur de cette hausse est fortement liée à la duration de l'engagement et à la structure des flux de prestations futures entre 20 et 50 ans. Plus la duration du passif est longue, plus le Best Estimate sera sensible à un décalage du LLP.

La méthode alternative d'extrapolation de la courbe des taux sans risque est finalement recommandée par l'EIOPA dans son avis final sur la revue 2020 de Solvabilité II. Elle semble être un meilleur compromis entre plus de cohérence avec les données de marché et stabilité des fonds propres par rapport aux options d'un décalage du LLP. La hausse des provisions Best Estimate avec cette courbe est alors plus faible mais reste considérable. Enfin, le mécanisme de transition envisagé par l'EIOPA vient limiter l'impact sur le Best Estimate d'un changement vers la nouvelle méthode d'extrapolation en modifiant le facteur de convergence α vers l'UFR.

Un deuxième point clé ayant un lien direct avec la courbe des taux sans risque est la proposition d'introduire un nouveau calibrage des chocs pour le calcul du SCR de taux dans la formule standard sous prétexte que l'approche actuelle sous-estime les risques réels d'un choc de taux. Surtout le fait qu'aucun choc à la baisse est appliqué aux taux négatifs s'est révélé comme principal point faible. La nouvelle calibration proposée se base sur la combinaison d'un choc additif et d'une variation relative. Pour le scenario à la baisse, un choc est maintenant également appliqué au taux sans risque initialement négatif et un taux plancher de -1,25% est introduit. Nous avons appliqué ces chocs aux courbes des taux sans risque obtenues par la méthode de Smith-Wilson (LLP 20 ans) et la méthode alternative afin d'étudier l'impact du nouveau calibrage des chocs de taux au passif sur les provisions Best Estimate de notre portefeuille de retraite.

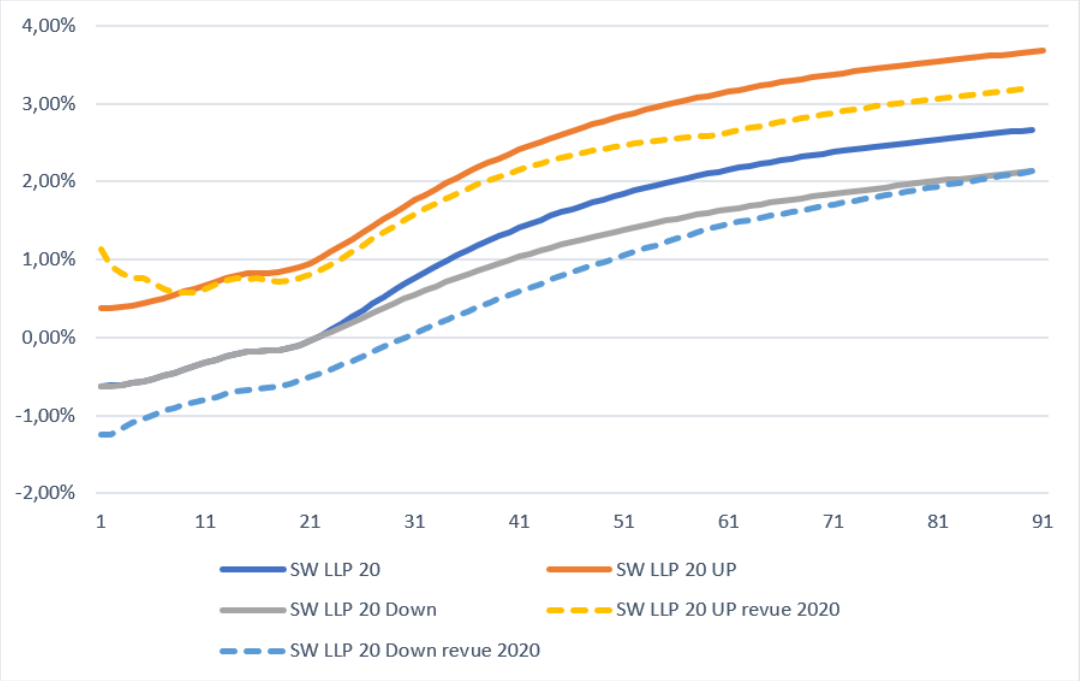

FIGURE 2 – Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 obtenues par la méthode actuelle dans le scénario central, à la hausse et à la baisse avec les chocs actuels et les chocs prévus par la revue 2020 de Solvabilité II.

L'application du nouveau choc de taux à la baisse au passif a conduit dans notre étude à une hausse relative des provisions Best Estimate trois fois plus importante que dans le scénario de baisse actuel. Le nouveau calibrage du SCR de taux proposé est plus pénalisant et nécessite une charge en capital plus élevée pour couvrir le risque de taux dans la formule standard, spécialement pour les entreprises ayant des écarts de duration actif-passif considérables.

Enfin, il faut garder à l'esprit que les changements des règles de calcul de la norme Solvabilité II présentés dans ce mémoire sont des propositions de l'EIOPA et les prises de positions des autres acteurs de marché ne peuvent pas être négligées. D'après de nombreux avis, le SCR de taux serait l'endroit adéquat pour refléter le risque d'un scénario de taux d'intérêt bas à long terme, et non la conception de la courbe des taux sans risque elle-même. Ce débat s'organise principalement autour de la problématique de renforcer le cadre market-consistent de la valorisation des engagements d'assurance et la volatilité accrue des fonds propres économiques suite aux changements prévus. La Commission européenne a rendu publique en septembre sa proposition législative de révision de Solvabilité II sur la base des travaux et recommandations réalisés par l'EIOPA et a énoncé le contenu technique qui composera les prochains actes délégués. Il est maintenant au tour du Conseil et au Parlement européen d'examiner les propositions législatives de la Commission européenne. L'entrée en vigueur effective des changements n'est actuellement pas prévue avant 2025.

Synthesis

Solvency II has now been in force for four full years. As of its implementation, the various stakeholders concerned agreed to a periodic review of certain elements of the regulation to adapt it to socio-economic changes and to improve or clarify the technical and financial standards. More than a year after the publication of its Consultation paper, EIOPA published on 17 December 2020 its final proposals for the 2020 review of Solvency II. From its Opinion on the 2020 review of solvency II, it appears that the risk-free yield curve is at the heart of the main changes planned. The economic view of the balance sheet under Solvency II is based on the principle that the liabilities of an insurance undertaking should be valued as if there were little or no possibility that the insurance company might default. Thus, from a theoretical point of view, all liabilities should be valued at the risk-free yield curve. This curve associates at a given date for each maturity a risk-free interest rate corresponding to the return on an investment without any default risk.

The construction of this curve must respect certain conditions set by the regulatory framework, which are replicability, stability, and consistency with suitable market data. These data must be recovered from financial instruments traded on a deep, liquid and transparent market (DLT). For the euro currency, the curve is constructed from swap rates adjusted for credit risk. For some maturities, these observed rates do not meet the DLT criterion or cannot be observed at all on the market, which is the case for longer maturities. Insurer's obligations however can last several decades, which makes it necessary to use extrapolation methods so that liabilities with long durations are valued by a model rather than by an unreliable or non-existent market. The last maturity that meets the DLT criterion is referred to as the Last Liquid Point (LLP), which is currently set at 20 years by EIOPA. The DLT assessment of a market is rather subjective, hence the determination of the LLP is still a much-debated discussion topic between the different stakeholders. EIOPA currently uses a macroeconomic extrapolation approach, known as the Smith-Wilson method, to determine the risk-free rates at non-observable maturities. This method seeks a perfect fit to all observed market data in order to respect the market consistency condition. Rates after the LLP, which are not observable at all, are extrapolated from the LLP to a constant ultimate forward rate (UFR).

In view of the current low interest rate environment that will likely persist, EIOPA has identified several issues related to the current extrapolation approach, including the underestimation of technical provisions. In the 2019 Consultation paper, EIOPA presented three possible options to address these issues. The first two options suggest maintaining the Smith-Wilson method but to shift the LLP to 30 or 50 years by judging that these maturities respect the DLT criterion. A risk-free yield curve including more market data allows a more accurate economic valuation of insurance liabilities. However, the observed decrease in market liquidity at higher maturities makes this data less reliable. This can lead to higher volatility of own funds which goes against the stability condition imposed on the risk-free rate curve. The last option suggested is a new alternative method of extrapolating the risk-free yield curve. It is based on exponential smoothing approc and depends on three main parameters : a first smoothing point (FSP), a last liquid forward rate (LLFR) and a UFR. The idea behind this approach is to no longer consider that liquidity suddenly decreases to zero after a certain LLP but to consider DLT maturities after the LLP up to 50 years to the extent of their liquidity. The extrapolation of the risk-free yield curve from the FSP to the UFR is driven by the LLFR, which is determined as the volume weighted average of swap forward rates before and after the FSP :

$$LLFR = w_{20} \cdot f_{15,20} + w_{25} \cdot f_{20,25} + w_{30} \cdot f_{20,30} + w_{40} \cdot f_{20,40} + w_{50} \cdot f_{20,50} \tag{3}$$

Once the LLFR is determined, forward rates beyond the FSP are extrapolated by a combination of the UFR and the LLFR. For longer maturities, the weight given to the UFR in the determination of the extrapolated rates increases :

$$f_{FSP,FSP+h} = ln(1 + UFR) + [LLFR - ln(1 + UFR)] \cdot B(\alpha, h) \tag{4}$$

Where h takes values from 1 to the last maturity wanted, $\alpha = 10\%$ and $B(\alpha, h) = \frac{1-e^{-\alpha h}}{\alpha h}$. $alpha$ is the convergence factor.

For each option, we have constructed the risk-free yield curve for the euro as of 31/12/2020 :

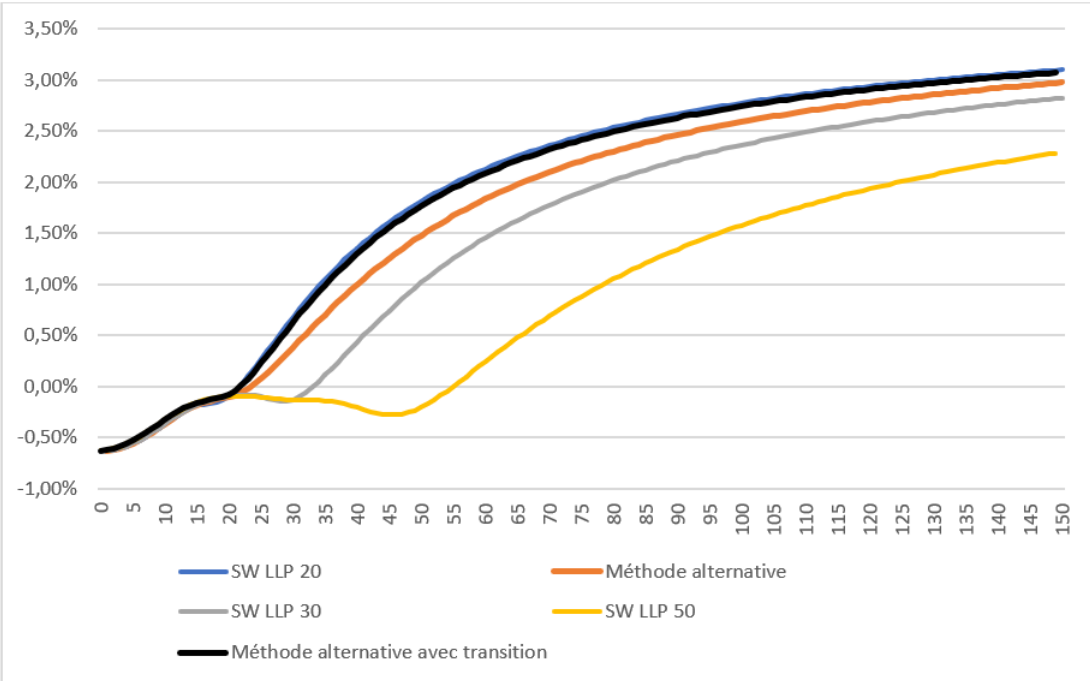

FIGURE 3 – Risk-free yield curve as of 31/12/ 2020 for the different options suggested by EIOPA in its Consultation paper

The notion of Best Estimate of technical provisions corresponds to the probability-weighted average of future cash flows, discounted on the basis of the relevant risk-free rate curve. Thus, we have analysed the sensitivity of the Best Estimate of a portfolio of life annuities from a defined benefit pension plan to these different curves. Based on swap rates at 31/12/2020, the shift of the LLP to a 30- or 50-year maturity significantly lowers the risk-free rate curve after the 20-year maturity. The increase in the Best Estimate provisions due to the effect of discounting the estimated annuity flows at lower risk-free rates proved to be very significant. We were also able to show that the magnitude of this increase is strongly related to the duration of the liability and the structure of future benefit streams between 20 and 50 years. The longer the duration of the liabilities, the more sensitive the Best Estimate will be to a shift in the LLP. The last option of the alternative method for extrapolating the risk-free yield curve is the recommended one by EIOPA in its final opinion on the 2020 Solvency II review. It seems to be a better compromise between more consistency with market data and stability of own funds compared to the options related to a shift of the LLP. The resulting increase in Best Estimate provisions with this curve is then lower but still considerable. Finally, the transition mechanism considered by EIOPA limits the impact on the Best Estimate of a change to the new extrapolation method by modifying $alpha$, the convergence factor towards the UFR.

A second key point of the 2020 review related to the risk-free yield curve is the proposal to introduce a new calibration of shocks for the calculation of the interest rate SCR in the standard formula on the grounds that the current approach underestimates the real risks of a interest rate shock. In particular, the fact that no downward shock is applied to negative rates has proved to be the main weakness of the current approach. The proposed new calibration is based on a combination of an additive shock and a relative change. For the downside scenario, a shock is now also applied to the initially negative risk-free rates with a floor rate of -1,25%. We applied these shocks to the risk-free yield curves found by the Smith-Wilson method (LLP 20 years) and the alternative method in order to study the impact of the new calibration of the interest rate shocks on the Best Estimate provisions of our pension portfolio.

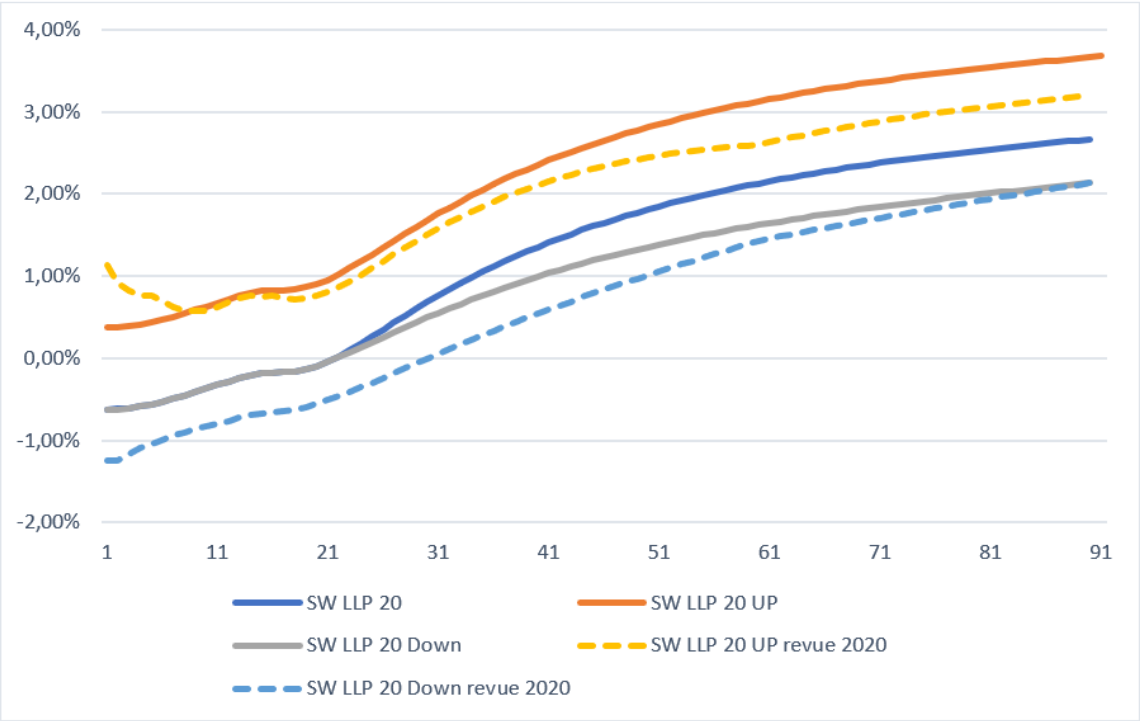

FIGURE 4 – Risk-free yield curve as of 31/12/2020 by the current Smith-Wilson method in the central,up and down scenario with the current and proposed shocks

The new downward interest rate shock has led in our study to a relative increase in Best Estimate provisions three times higher than in the current downward scenario. The new calibration of the interest rate SCR will be more penalising and will require a higher capital charge to cover the interest rate risk in the standard formula, especially for companies with significant asset-liability duration gaps.

Finally, it must be borne in mind that the changes to the Solvency II calculation rules presented in this thesis are only proposals from EIOPA and the positions of other stakeholders cannot be disregarded. According to some stakeholders, the interest rate SCR would be the right place to reflect the risk of a long-term low interest rate scenario and not the design of the risk-free yield curve itself. The debate is mainly organised around the issue of strengthening the market-consistent framework for the valuation of liabilities and the significant reductions and increased volatility of eligible own funds as a result of the proposed changes. In September, the European Commission published its legislative proposal for the revision of Solvency II based on the work and recommendations carried out by EIOPA and set out the technical content that will make up the forthcoming delegated acts. It is now the turn of the Council and the European Parliament to examine the European Commission's legislative proposals and the changes are currently not expected to come into effect before 2025.

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont de près ou de loin participé à l'élaboration de ce mémoire ou ont contribué à m'en inspirer l'idée.

Merci à mon tuteur de stage Yohan Botbol pour sa revue critique des résultats présentés lors de nos entretiens.

Je remercie également Zakaria Choukour et Othman Khallouki, actuaire junior et stagiaire chez EY, pour leur bonne humeur et pour leurs encouragements tout au cours de la rédaction de ce mémoire.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille et à mon amie pour leur soutien inconditionnel ainsi que leurs encouragements tout au long de mon parcours universitaire.

Table des matières

Résumé

Abstract

Synthèse

Synthesis

Remerciements

Table des matières

Introduction **18**

1 Contexte règlementaire **20**

1.1 Les différents acteurs 20

1.1.1 Institutions européennes 20

1.1.2 CFO/CRO Forum 21

1.1.3 Insurance Europe 21

1.1.4 Fédération Française de l'Assurance 21

1.1.5 EIOPA 22

1.1.6 Autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR) 23

1.2 Exigence de Solvabilité en assurance 24

1.2.1 Solvabilité d'une compagnie 24

1.2.2 Historique 24

1.2.3 Solvabilité II 25

1.2.4 Exigences quantitatives (Pilier 1) 26

1.3 La revue 2020 de Solvabilité II 29

2 Courbe des taux sans risque **31**

2.1 Instruments financiers sous-jacents à la courbe des taux sans risque 32

2.1.1 L'évaluation DLT (*Deep, Liquid, Transparent)* 32
2.1.2 Les instruments financiers utilisés 33
2.1.3 *Credit Risk Adjustment* 34
2.2 Interpolation et Extrapolation de la courbe des taux sans risque 35
2.2.1 *Ultimate forward Rate* (UFR) 36
2.2.2 Méthodes d'interpolation et d'extrapolation 37
2.2.3 Méthode de *Curve fitting* 38
2.2.4 Méthode de Smith-Wilson 38
2.2.5 Critiques de la méthode Smith-Wilson 41
2.2.6 Revue 2020 des modalités de calcul de la courbe des taux 42
2.2.7 Méthode d'extrapolation alternative 45
2.2.8 Critiques des changements 50
2.3 *Volatility adjustment* 51
2.3.1 Revue 2020 du *Volatility Adjustment* 54
2.4 *Matching adjustment* 59
2.5 Application et Résultat 60
2.5.1 Résultats trouvés par Smith-Wilson 61
2.5.2 Résultats par la méthode d'extrapolation alternative 64

3 Descriptif du portefeuille de retraite 70
3.1 Présentation 70
3.2 Hypothèses de modélisation de l'engagement de retraite 74
3.2.1 Hypothèses démographiques 75
3.2.2 Hypothèses économiques 76
3.3 Évolution des rentes futures 77

4 Provision *Best Estimate* 80
4.1 Notion de *Best Estimate* 80
4.2 Application et Résultats 82
4.2.1 *Best Estimate* de rentes 82
4.2.2 Résultats 82

5 SCR de marché 89
5.1 SCR de taux 90
5.1.1 Revue 2020 du SCR de taux 91
5.1.2 Application et résultats 93

Conclusion 97

Liste des figures **102**

Liste des tableaux **103**

Bibliographie **106**

Annexe **107**

TABLE DES MATIÈRES

Introduction

Les règles de calcul mises en place par Solvabilité II ont établi un cadre d'évaluation des actifs et des passifs à leur juste valeur par cohérence avec les valeurs de marchés. Lors de son entrée en vigueur en 2016, de nombreux points de la norme Solvabilité II faisaient l'objet de discussions. Les différents acteurs (Commission Européenne, régulateurs, assureurs…) se sont mis d'accord pour en revoir certains sur la base de l'expérience acquise avant 2021.

Le 17 décembre 2020, l'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (EIOPA) a publié ses propositions finales pour la revue 2020 de Solvabilité II, plus d'un an après la publication de son document de consultation sur le sujet en raison de retards causés par la pandémie de Covid-19. Cette publication représente une étape importante dans la révision de plusieurs points clés de la norme depuis son entrée en vigueur.

Dans ce mémoire, nous analyserons les principales propositions d'évolutions réglementaires proposées par l'EIOPA pour la revue 2020 autour de la courbe des taux sans risque. L'extrapolation de la courbe des taux sans risque et l'introduction d'un nouveau calibrage des chocs pour le calcul du SCR de taux sont au cœur de cette revue.

La courbe de taux sans risque joue un rôle central dans la valorisation du Best Estimate. Le taux sans risque correspond au taux d'intérêt qui rémunère un placement sans risque de défaut à une date et pour une maturité donnée. Le principe de cohérence avec les valeurs de marché implique que ces taux sans risque doivent être déterminés à partir de taux d'instruments financiers observables sur les marchés financiers à la date de calcul. Pour l'évaluation du Best Estimate, ces taux servent à actualiser les flux de passifs estimés ainsi que dans la modélisation des actifs réalisée dans un univers de probabilité risque neutre.

Pour le calcul du capital réglementaire de Solvabilité, il est nécessaire de prendre en compte tous les risques inhérents à l'activité d'assurance. Le risque d'une hausse ou d'une baisse la courbe des taux sans risque en fait partie et affecte la valorisation du Best Estimate au passif du bilan.

Ainsi dans ce mémoire il est proposé d'étudier l'impact des changements prévus par l'EIOPA sur l'extrapolation de la courbe des taux sans risque et le SCR de taux sur l'évaluation Best Estimate d'un portefeuille de rentes viagères découlant d'un régime de retraite professionnel à prestations définies.

Le chapitre 1 est consacré à la définition du contexte réglementaire et des différentes notions abordées. Ensuite, le chapitre 2 présente les fondements théoriques et la méthode de construction de la courbe de taux sans risque ainsi que les modifications envisagées par l'EIOPA pour la revue 2020 de Solvabilité II. Les chapitre 3 et 4 se focalisent sur les hypothèses prises pour permettre le calcul des Best Estimate et sur l'analyse des résultats de la sensibilité des Best Estimate à un changement de l'approche d'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Enfin, le chapitre 5 présente le nouveau calibrage des chocs pour le calcul du SCR de taux proposé par l'EIOPA et étudie son impact sur la charge en capital nécessaire pour le risque de taux sur le Best Estimate du portefeuille de rentes viagères.

Chapitre 1

Contexte règlementaire

Nous entamons l'étude de la courbe des taux sans risque par une revue du contexte réglementaire en vigueur. Les premières directives européennes sur la solvabilité des compagnies d'assurance remontent à 1973 pour l'assurance non-vie et 1979 pour l'assurance vie. Depuis l'ensemble du marché des assurances a connu de profonds changements et il est toujours en mouvement. Dans cette présentation du contexte réglementaire, nous commençons par nous intéresser aux différents acteurs européens et nationaux pour évoquer ensuite la notion de solvabilité d'un organisme d'assurance et les grandes lignes de la réglementation Solvabilité II. Enfin, nous nous focalisons sur le taux d'actualisation dans le calcul des provisions techniques qui motive la réflexion de ce mémoire.

1.1 Les différents acteurs

1.1.1 Institutions européennes

Le Parlement Européen, la Commission Européenne et le Conseil de l'Union Européenne sont les trois grandes institutions de l'Union Européenne qui sont chargées des décisions législatives. La Commission Européenne est responsable de la coordination et du pilotage des différentes réformes à l'échelle Européenne, dont le dispositif prudentiel Solvabilité II. Ces institutions définissent également les mesures d'application. À partir des informations recueillies auprès des autres acteurs concernés, les positions des organismes d'assurance et des régulateurs européens ou nationaux, elles prennent les décisions législatives et définissent le cadre réglementaire de la profession.

1.1.2 CFO/CRO Forum

Créé en 2002, le CFO Forum (*Chief Financial Officers Forum*) est un groupe de discussion constitué par les directions financières des principales sociétés européennes cotées en bourse, dont font partie certaines compagnies d'assurance. Parmi les membres du CFO Forum, on retrouve par exemple AXA, AVIVA, Generali, BNP Paribas Cardif ou encore Swiss Re. Le CFO Forum permet à ses membres d'être représentés d'une seule et même voix, qui défend le point de vue des compagnies, notamment lors des discussions sur Solvabilité II. Les activités du CFO Forum sont complémentaires à celles des instances règlementaires présentées plus bas et joue un rôle dans l'orientation des discussions. Le CRO Forum (*Chief Risk Officers Forum*) a pour objectif principal d'identifier les problèmes en matière de gestion des risques auxquels sont confrontées les compagnies d'assurance. Le CRO Forum émet des propositions et des commentaires techniques sur divers sujets qui préoccupent les organismes d'assurance.

1.1.3 Insurance Europe

Insurance Europe est la fédération européenne de l'assurance et de la réassurance. Elle est constituée aujourd'hui de 39 membres issues de différents pays européens, dont la FFA(1.1.4) pour la France et ACA pour le Luxembourg. Créée en 1953, elle représente aujourd'hui plus de 5000 compagnies qui emploient plus d'un million de personnes, pour plus de 1110 milliards d'euros d'encaissement en 2008. Insurance Europe a notamment pour objectif de favoriser la création d'un cadre règlementaire adapté au développement de l'assurance européenne. Ses deux missions principales sont la représentation des intérêts communs des assureurs européens, par la promotion et la défense des positions de ces derniers auprès des autres acteurs et l'établissement de connexions permanentes favorisant les échanges d'informations entre les différents marchés nationaux pour encourager et soutenir les transferts de bonnes pratiques et la réflexion sur les sujets d'intérêt commun.

1.1.4 Fédération Française de l'Assurance

Créée en juillet 2016, la Fédération Française de l'Assurance réunit la Fédération française des sociétés d'assurances (FFSA) et le Groupement des entreprises mutuelles d'assurance (GEMA) au sein d'une seule organisation. La Fédération Française de l'Assurance rassemble ainsi les entreprises d'assurances et de réassurance opérant en France, soit 246 sociétés représentant plus de 99% du marché. La Fédération Française de l'Assurance a

comme objectif de :

- représenter l'assurance auprès des pouvoirs publics nationaux et internationaux, des institutions et des autorités administratives ;
- préserver l'ensemble du champ économique et social en relation avec les activités assurantielles ;
- être un outil de concertation entre les différents partenaires du monde des assurances ;
- étudier en commun les problèmes techniques, financiers et juridiques, fournir des données statistiques essentielles de la profession ;
- informer le public (Site du FFA, la revue Risques) et les médias ;
- promouvoir les actions de prévention afin de mieux appréhender les risques.

1.1.5 EIOPA

L'EIOPA (Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (AEAPP)), créé en 2011, est l'autorité de contrôle de référence au niveau européen et un organe consultatif indépendant auprès du Parlement européen, au Conseil de l'Union européenne et la Commission européenne. Elle fait partie du système européen de surveillance financière. L'EIOPA coopère avec les différentes autorités de contrôle européenne, dont l'ACPR et le CAA (1.1.6), et agit en tant que représentant à haut niveau de ces organes de contrôles nationales. Une de ses missions principales est d'améliorer le fonctionnement du système financier en garantissant une surveillance et une règlementation appropriées, efficaces et harmonisées au niveau européen par la publication d'orientations et de recommandations. Parallèlement, elle évalue et analyse de façon permanente les risques dans le secteur européen des assurances et des pensions professionnelles notamment à l'aide de rapports réguliers d'évaluation des risques et de simulations de crises paneuropéennes. L'EIOPA joue un rôle central dans le déroulement des réformes en faisant le lien entre les représentants des compagnies qui commercialisent ou gèrent des produits d'assurance (Insurance Europe) et la Commission européenne qui prend les décisions les concernant, comme dans le cas de la réforme prudentielle Solvabilité II. Le schéma 1.1 illustre une vision globale du fonctionnement de ces instances et la place centrale de l'EIOPA.

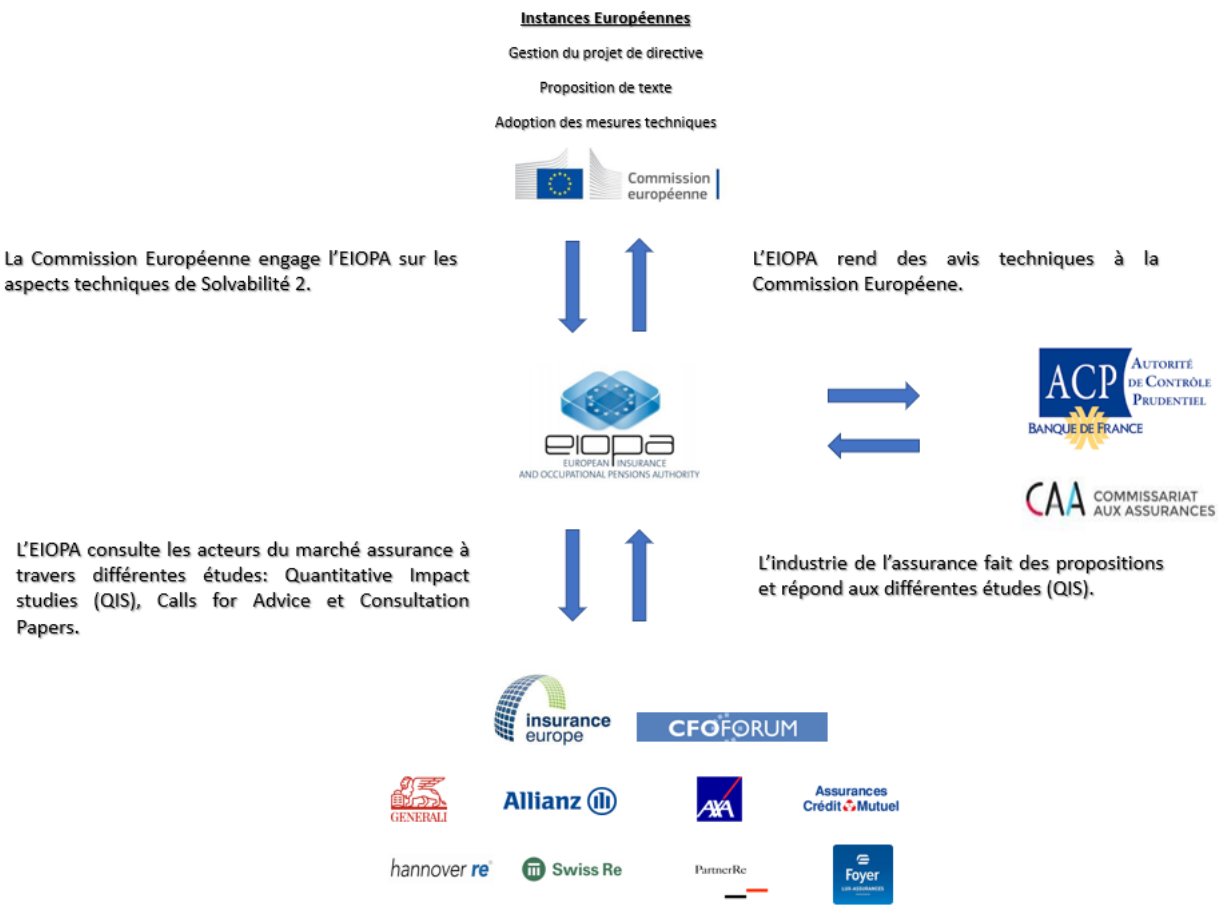

FIGURE 1.1 – Interactions entre les acteurs

1.1.6 Autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR)

Créée par l'ordonnance du 21 janvier 2010, l'ACPR est le fruit de la fusion :

- Des autorités d'agrément : CEA (Comité des entreprises d'assurance) et CECEI (Comité des établissements de crédit et des entreprises d'investissement) ;
- Et des autorités de contrôle : ACAM (Autorité de contrôle des assurances et des mutuelles) et Commission bancaire.

L'ACPR est chargée de l'agrément et du contrôle des établissements bancaires et des organismes d'assurance en France. C'est une autorité indépendante, adossée à la Banque de France. Sa mission principale est de veiller à la préservation de la stabilité financière et à la protection des clients des banques, des assurés et bénéficiaires des contrats d'assurance. En plus de son rôle dans la mise en place des réformes, notamment Solvabilité II, le rôle de

l'ACPR est de veiller à la bonne mise en œuvre de ces réformes. Au Luxembourg, c'est le Commissariat aux assurances (CAA) qui remplit ces fonctions.

1.2 Exigence de Solvabilité en assurance

1.2.1 Solvabilité d'une compagnie

« La solvabilité est la mesure de la capacité d'une personne physique ou morale à payer ses dettes sur le court, moyen et long terme, elle permet d'apprécier la capacité à faire face à ses engagements (court, moyen et long terme). » [1]

Le besoin d'un dispositif prudentiel permettant un contrôle rigoureux et permanent de la solvabilité des organismes d'assurances vient de l'inversion du cycle de production spécifique au secteur assurantiel. En effet, la prime est encaissée au début du cycle, en amont du transfert de risques et de la prestation. La masse importante des liquidités suivant l'encaissement des primes et par conséquent la masse des engagements envers les assurés nécessitent d'être encadrés par un contrôle permanent, dans l'intérêt à la fois de l'assuré, de l'assureur et des investisseurs. Pour un organisme d'assurance, la solvabilité est donc sa capacité à respecter les engagements qu'il prend auprès de ses assurés en détenant suffisamment de fonds propres pour faire face aux évènements imprévus.

1.2.2 Historique

Les premières réflexions autour de la solvabilité des compagnies d'assurance européennes sont apparues dans les années 1970. Les 1ères directives européennes sur la solvabilité des compagnies d'assurance remontent à 1973 pour l'assurance non-vie et à 1979 pour l'assurance vie et elles visaient à encadrer la couverture de certains risques financiers. Le ratio de solvabilité est alors introduit comme un indicateur de la solvabilité des entreprises d'assurance. En 1997, le rapport Müller préconise un certain nombre d'améliorations du système de solvabilité européen. La réforme Solvabilité I initiée par ce rapport a été adoptée en 2002 et est entrée en vigueur en 2004. La directive Solvabilité 1 exige le calcul d'une Exigence de Marge de Solvabilité réglementaire et une vérification de celui-ci par les autorités de contrôle à l'échelle nationale. Cette marge de solvabilité est déterminée en fonction de pourcentages sur les primes, les sinistres ou les provisions. Même si Solvabilité I a le mérite d'avoir instauré ce calcul, son approche simpliste et mécanique du risque ne permet pas de

1. Définition Wikipédia

refléter le profil de risque de l'assureur. La prise en compte du risque étant très prudente, les provisions techniques sont souvent surévaluées, ce qui entraîne un besoin excessif en capital nécessaire à la couverture de ces provisions, situation qui ne profite à aucun des acteurs (assurés, assureurs et actionnaires).
La nécessité d'une meilleure adaptation des fonds propres exigés avec les risques encourus dans les activités d'assurance et de réassurance a été renforcée par le contexte économique de crise de 2008 qui a mis en évidence les défaillances de certains grands acteurs de la sphère financière face à des situations exceptionnelles. Dès l'année suivante a été adoptée la directive-cadre de Solvabilité II, visant à renforcer les règles européennes afin de mieux appréhender la réalité des risques et d'harmoniser les règles de solvabilité sur le marché européen de l'assurance.

1.2.3 Solvabilité II

La directive Solvabilité II, adoptée en 2009, puis modifiée par la directive Omnibus II, a été transposée en droit national le 2 avril 2015 pour une entrée en application depuis le 1er janvier 2016. La directive Solvabilité II s'organise en trois piliers, s'inspirant de la construction de la norme Bâle II (dispositif prudentiel s'appliquant au secteur bancaire) :

Figure 1.2 – Piliers de Solvabilité II

Le Pilier 1 de la directive définit les exigences quantitatives permettant de constituer le bilan prudentiel Solvabilité II. Il détermine les méthodes de calcul des provisions techniques et des seuils quantitatifs d'exigence de fonds propres réglementaires : *Solvency Capital Requierment* (SCR) et *Minimum Capital Requierment* (MCR).
Le Pilier 2 fixe les normes qualitatives de suivi des risques en interne et de gouvernance. L'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) est un élément essentiel de la réglementation prudentielle, autant par ses résultats que par son processus. Il s'agit pour l'entreprise de

démontrer sa capacité à apprécier et à maîtriser ses risques dans une vision prospective et en cohérence avec son niveau de tolérance au risque. L'ORSA permet de responsabiliser l'entreprise et d'organiser un premier niveau de contrôle en interne.
L'objectif du Pilier 3 est l'information au public et aux autorités de contrôle des exigences quantitatives et qualitatives des deux premiers piliers. Les exigences en termes de publications sont précises et permettent d'harmoniser complètement le reporting des différents organismes vis-à-vis des autorités de contrôle et du public (QRT, RSR et SFCR) au niveau européen.

1.2.4 Exigences quantitatives (Pilier 1)

Dans cette partie nous allons détailler le pilier 1 de la norme Solvabilité II en nous concentrant sur les éléments qui sont importants pour notre étude : le bilan économique et la méthode de calcul des provisions techniques. Le point de départ de Solvabilité II est l'évaluation économique de l'ensemble du bilan où tous les actifs et passifs sont évalués par une approche dite *market consistent*[2]. On parle alors du bilan économique. L'approche bilantaire permet de tenir compte de l'impact de tous les risques et de la relation actif-passif qui existe dans le bilan d'un organisme d'assurances.

Valorisation de l'actif

Selon la directive 2009/138/CE [18], « *les actifs sont valorisés au montant pour lequel ils pourraient être échangés dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes.* » (article 75). Cela implique que les actifs sont évalués à leur valeur de marché en intégrant les plus-values latentes. Le marché est donc considéré évaluer dans la majorité des cas les actifs financiers à leur « juste valeur ». Néanmoins, ceci exige que le marché sur lequel est côté l'actif, soit suffisamment liquide, profond et transparent. Si le marché de l'actif concerné ne présente pas ces caractéristiques, il faudra généralement faire preuve de jugement pour parvenir à une valeur cohérente avec le marché et plus il y aura de possibilités de divergences d'opinion raisonnables sur ce que devrait être exactement cette valeur. Il faudra notamment se tourner vers une approche Mark-to-Model où l'on extrapole la valeur théorique de l'actif à travers un modèle financier.

2. Une présentation de l'approche market consistent [25]

Valorisation du passif

« *Les passifs sont valorisés au montant pour lequel ils pourraient être transférés ou réglés dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes.* » (article 75[18])

Pour valoriser les passifs en valeur de marché, il s'agit de déterminer la valeur de transfert des engagements d'assurance. En d'autres termes, l'évaluation des provisions techniques doit correspondre à la valeur que serait prête à payer une entreprise pour acquérir les engagements en cas de défaut de l'assureur ou d'insuffisance de solvabilité. Etant donné qu'il n'existe pas de marché organisé permettant d'évaluer au plus juste la valeur à laquelle les passifs d'assurance peuvent être cédés et échangés, la valeur de transfert peut nécessiter l'ajout d'une marge de risque.

Pour obtenir la valeur de transfert des provisions techniques, on distingue deux catégories d'engagements en fonction de leur nature réplicable ou non.
Lorsque les engagements de l'assureur sont parfaitement réplicables par des instruments financiers côtés sur un marché profond et liquide, alors on peut naturellement considérer que la valeur de marché de ces instruments représente la juste valeur à laquelle les engagements pourraient être cédés.
Dans le cas contraire, les provisions techniques sont évaluées en tant que somme du *Best Estimate* et de la marge de risque. Le *Best Estimate* est égal à la valeur actuelle prévue de tous les flux de trésorerie potentiels. C'est la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de « la courbe des taux sans risque pertinents »(article 77 de la Directive[18]). Cette valeur doit être calculée à partir d'informations actuelles et fiables et d'hypothèses réalistes et spécifiques à l'entité. Les flux de trésorerie à prendre en compte sont principalement les encaissements (primes futures, recours) et décaissements (sinistres, PB, frais, ...). La marge de risque correspond au montant additionnel qu'un repreneur éventuel exigerait pour reprendre les engagements d'assurance. Elle est obtenue comme la somme des SCR calculés à différentes dates jusqu'à maturité du dernier contrat, actualisés à leur valeur actuelle par la courbe des taux sans risque.

Finalement le bilan segmenté selon Solvabilité II peut être représenté de la façon simplifiée suivante :

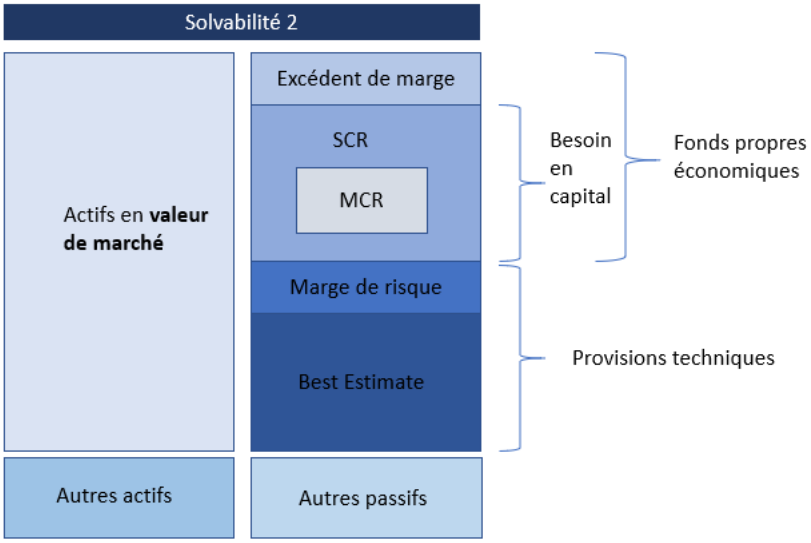

Figure 1.3 – Bilan SII simplifié

- Le SCR correspond à un niveau de fonds propres permettant à une entreprise d'absorber des pertes imprévues importantes. Il correspond à la VaR à 99,5% sur un horizon d'un an. Si le montant de fonds propres d'une entreprise est égal au SCR, l'entreprise pourra alors faire face à ses engagements dans 99,5% des cas, sur un horizon d'un an. Dans sa formule standard, le calcul du SCR se fait par 6 grands modules rassemblant les familles de risques auxquelles fait face l'assureur : Marché, Santé, Défaut, Vie, Non-Vie, Intangible. Tous ne pèsent cependant pas le même poids. Le SCR est calculé sur base de chocs appliqués à chacun des risques pouvant impacter le bilan, puis en agrégeant ces différents risques par une matrice de corrélation.
- Le MCR correspond au montant minimum de fonds propres constituant le seuil déclencheur de l'intervention des autorités prudentielles, dès qu'il est franchi à la baisse. Le calcul du MCR combine une formule linéaire avec un plancher de 25 % et un plafond de 45 % du SCR. Le MCR a un seuil plancher absolu (tel que défini à l'article 129, paragraphe 1, point d), de la directive 2009/138/CE[18]), qui dépend de la nature de l'entreprise.

1.3 La revue 2020 de Solvabilité II

La directive européenne Solvabilité II bénéficie à présent de quatre années d'exercices pleines depuis son entrée en application. Lors de la mise en place des règles de calcul, de nombreux points faisaient l'objet de discussions. Les différents acteurs (Commission Européenne, régulateurs, assureurs,...) ont prévu dès l'origine un processus de revue périodique. Il a pour but d'adapter la réglementation aux évolutions du cadre socio-économique (taux négatifs, pandémie Covid-19) et d'améliorer ou de préciser les normes techniques et financières liées à la mise en œuvre opérationnelle de la directive.

Dès l'origine deux clauses de revoyure étaient prévues. Une revue en 2018 de certains points du calibrage (SCR et méthodes de calcul de la formule standard) qui a abouti à la publication du nouveau règlement 2019/981 dont les évolutions ont pris effet en 2019 et 2020. La revue plus large en 2020 accorde une importance particulière aux mesures du paquet branches longues. Le calendrier a été perturbé par le contexte de la pandémie liée au Covid-19 pour tenir compte de la situation sanitaire. L'EIOPA qui devait remettre ses préconisations d'adaptation à la Commission européenne au 30 juin, l'a finalement rendu en décembre 2020, plus d'un an après la publication du *Consultation paper*[8] de l'EIOPA sur le sujet. La Commission européenne devrait produire ses propositions en 2021. Le processus de révisions Solvabilité II nécessitera ensuite deux ou trois années d'échanges et d'arbitrage entre les différents acteurs pour couvrir tout le spectre de la nouvelle directive. Le calendrier d'adoption et de transposition des nouvelles règles reste à définir. L'entrée en vigueur devrait être progressive et s'étaler d'ici Janvier 2025.

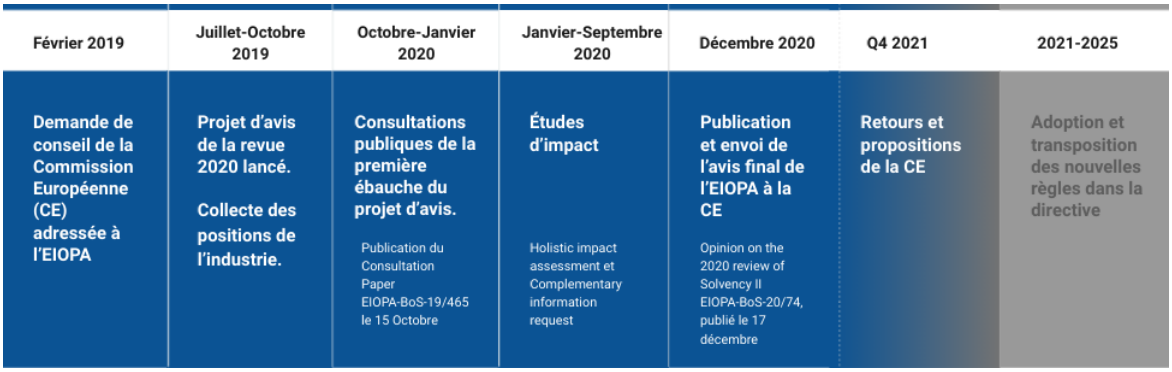

Figure 1.4 – Processus de révue SII

Les sujets traités lors de la dernière consultation de l'EIOPA couvrent un très large spectre de la directive Solvabilité II. Pour autant, il n'est pas certain que la réforme Solvabilité II couvre la totalité des sujets traités. En effet, l'EIOPA peut avoir plusieurs approches d'arbitrage et d'élaboration de proposition en fonction du sujet :

- Elle peut exposer plusieurs options sur un sujet donné et mettre en avant l'une de celles-ci.
- Elle peut exposer plusieurs options sur un sujet donné sans mettre an avant l'une de celles-ci et sans préciser une démarche d'arbitrage.
- Elle peut proposer de maintenir la règle actuelle sur un sujet donné.

Un point d'évolution très attendu est l'examen des mesures des garanties à long terme. Les points clés de la revue 2020 concernent les éléments suivants selon les trois Piliers :

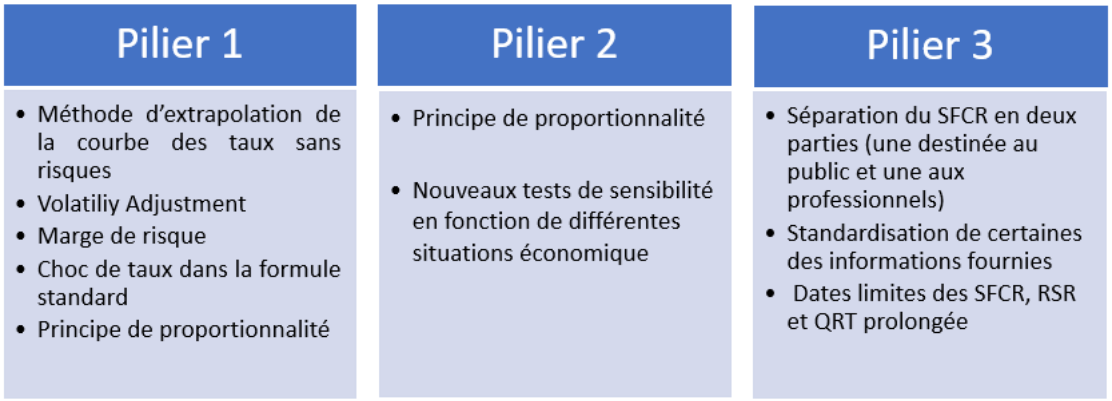

Figure 1.5 – Revue 2020 selon les Piliers SII

Dans le cadre de notre étude nous allons essentiellement nous intéresser au pilier 1 et nous détaillerons les points nécessaires, à savoir les nouvelles modalités de calcul de la courbe des taux sans risque (2.2.6), la revue du Volatility adjustment (2.3.1) et le nouveau calibrage du SCR de taux (5.1.1).

Chapitre 2

Courbe des taux sans risque

La courbe des taux sans risque est un élément central dans la norme Solvabilité II pour l'évaluation d'engagements d'assurance. Elle affecte simultanément plusieurs postes du bilan Solvabilité II. Une première référence à la courbe des taux sans risque se trouve à l'article 77 de la directive 2009/138/CE [18] concernant le calcul des provisions techniques : « *meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents.* »

La structure par terme des taux d'intérêt (ou courbe des taux) est la fonction qui, à une date donnée, associe pour chaque maturité le niveau du taux d'intérêt associé. Les valeurs fournies par la courbe de taux sans risque sont alors les taux d'intérêt de placements sans risque de défaut. Le concept de taux sans risque est une notion très largement répandue dans la littérature financière. Il est étroitement lié à la notion de valeur temps de l'argent qui stipule que la même somme d'argent possède une valeur intrinsèque plus grande si elle est perçue immédiatement que si elle est perçue dans le futur.

La construction de cette courbe doit respecter les conditions imposées suivantes :

- La réplicabilité : la reconstruction de la courbe par les acteurs de marché doit être possible par leurs propres moyens ;
- *market consistency* : la courbe doit être déterminée sur base de données de marché adaptées ;
- La stabilité : la courbe doit éviter autant que possible toute volatilité artificielle des provisions techniques et des fonds propres.

Conformément aux actes délégués[19], l'EIOPA publie mensuellement la courbe des

taux sans risque pour des maturités allant de 1 à 150 ans et de la documentation reliée pour diverses devises.

Dans cette partie, nous allons développer les différentes étapes de la construction de cette courbe des taux sans risque. En premier lieu, nous allons détailler les observations de marché nécessaires pour dériver la courbe afin qu'elle respecte la contrainte *market consistency*. Ensuite nous décrivons les méthodes et les hypothèses utilisées pour extrapoler la courbe au-delà de la dernière observation de marché avant de présenter les évolutions de la méthode mises en avant par l'EIOPA dans son *Consultation Paper on the Opinion on the 2020 review of Solvency II*[8] dans le cadre de la revue Solvabilité 2020.

2.1 Instruments financiers sous-jacents à la courbe des taux sans risque

Selon l'article 43 du Règlement délégué[19], la courbe de taux doit être établi à partir d'instruments financiers négociés sur un marché profond, liquide et transparent pour chaque monnaie et échéance. Un marché profond est un marché dans lequel une grande quantité d'actifs peut être négociés sans affecter le prix des instruments utilisés dans les réplications. La liquidité d'un marché fait référence à la rapidité et facilité de réaliser des achats ou ventes d'actifs sans causer de mouvement significatif du prix. Un marché transparent est un marché sur lequel les informations actuelles sur les échanges et les prix sont facilement accessibles au public.

2.1.1 L'évaluation DLT (*Deep, Liquid, Transparent)*

Pour déterminer les maturités d'un instruments financiers pour lesquelles il existe un marché profond, liquide et transparent de manière la plus fiable, l'EIOPA mène son évaluation DLT pour les différentes devises. Cette évaluation, mise à jour au moins annuellement, est basée sur différents critères qui sont mentionnés en annexe de la documentation technique sur la méthode de construction de la courbe des taux sans risque. Dans cette liste non exhaustive, on retrouve parmi ces critères :

- L'écart(*spread*) *Bid-Ask* : il représente la différence entre le prix le plus élevé proposé par les acheteurs et le prix le plus bas proposé par les vendeurs sur le marché. Plus cet écart est faible, plus le marché est dit liquide. Il y a consentement parfait sur la valeur de marché de l'instruments entre les participants en cas d'un écart *Bid-Ask* nul.
- La fréquence de trading : c'est le nombre d'échanges sur une période donnée. Dans

le cas d'un marché peu actif, les données disponibles sont peu représentatives de l'équilibre de marché émanant des lois de l'offre et de la demande et particulièrement sensibles à la date d'observation. Ce critère est un indicateur de la liquidité des marchés.

- Les volumes d'échanges : il s'agit du montant des transactions sur une période donnée. En fixant une borne inférieure du montant échangé, cet indicateur permet d'apprécier la liquidité et la profondeur des marchés.
- Les mouvements de prix d'échange volumineux : c'est une mesure du critère de profondeur du marché.
- Le nombre de sources de prix : il s'agit d'un indicateur de transparence d'un marché.

L'EIOPA mène des analyses supplémentaires (analyse de volatilité sur les 105 derniers jours ouvrés, analyse complémentaire du *Bid-Ask* spread) pour les devises des pays non-membres de l'espace européen. Dans ce mémoire, nous nous intéressons uniquement à la devise euro et n'allons pas insister plus sur les caractéristiques de ces analyses supplémentaires.

2.1.2 Les instruments financiers utilisés

De nombreux produits avec des caractéristiques diverses et variés existent sur les marchés financiers. L'article 44[19] du Règlement Délégué identifie deux types de produits financiers qui peuvent être considérés comme ayant des propriétés proches du taux sans risque : les contrats type Swap et les obligations souveraines.

Avant la crise financière, les obligations d'États étaient considérées comme les seuls instruments susceptibles de représenter la meilleure qualité de crédit car il était considéré peu probable qu'un État fasse défaut du fait de son pouvoir de prélèvement d'impôt. Lorsque la crise financière de 2008 a éclaté, la qualité de crédit liée aux swaps s'est révélée être beaucoup plus élevée et stable que la qualité de crédit des obligations d'État. De nombreux pays dans l'histoire ont subi de grosses difficultés économiques notamment vis-à-vis de leurs dettes comme la Russie en 1998 ou la Grèce en 2012. Les obligations d'Etat faisant l'objet de notations financière en fonction de l'environnement économique et politique du pays, l'Allemagne ou encore l'Australie présente l'une des meilleures qualités de crédit.

Les données de marché privilégiées par l'EIOPA pour la construction de la courbe des taux sans risque sont les taux swap. Pourtant si le marché sur lequel sont négociés les swaps ne respecte pas le critère DLT alors il est préférable d'avoir recours aux obligations d'Etat. La

documentation technique [14] de l'EIOPA précise le type d'instruments financiers choisis pour dériver la courbe des taux sans risque pour chaque devise.

Pour la devise euro, la courbe des taux sans risque est construite à partir des taux swap contre Euribor 6 mois (*Euro Interbank Offered Rate*). Ce taux de référence est le taux moyen auquel un panel de banques établies dans l'UE ou dans des pays de l'Association européenne de libre-échange (AELE) peuvent obtenir des fonds sur le marché des prêts interbancaires non garantis. Il est calculé en prenant les cotations proposées sur le marché interbancaire par les banques du panel, et en enlevant les 15% minimales et les 15% maximales. Il est publié chaque jour par *European Money Market Institute* (EMMI). Suite au scandale de manipulation des taux d'intérêt par certaines banques, la BCE a décidé de remplacer l'Euribor par un taux basé sur une nouvelle méthode de calcul se fondant autant que possible sur les transactions effectives d'ici 2022. Un swap sur Euribor 6 mois, est un contrat de gré à gré. Dans un tel contrat, les deux parties s'engagent à échanger tous les 6 mois, sur la base d'un montant notionnel, et ce jusqu'à une maturité fixée, la différence entre un taux fixe (taux swap coté sur le marché pour une maturité fixée) et le taux Euribor 6 mois prévalant au début de chaque période.

Les critères de liquidité et de profondeur définis par l'EIOPA pour un marché swap sont principalement respectés lorsque le montant moyen notionnel journalier échangé dépasse les 50 millions d'euros et le nombre moyen d'échange est au moins égal à 10. Le marché swap de taux d'intérêt en euros répond à ces critères pour certaines maturités ainsi qu'au critère de transparence puisque la méthode de calcul est rendue publique par l'EMMI.

2.1.3 *Credit Risk Adjustment*

Bien que l'impact du risque de crédit de la contrepartie sur les swaps de taux d'intérêt soit plutôt insignifiant [6], il subsiste un risque de défaut sur la période séparant l'observation de l'Euribor et le payement. Pour cette raison, les taux observés sur le marché des instruments concernés sont soumis à un ajustement pour crédit qui est défini à l'article 45 du Règlement Délégué et détaillé dans la documentation technique de l'EIOPA sur la construction de la courbe des taux sans risque[14]. Dans le cas des taux swap contre Euribor 6M, cet ajustement correspond à 50% de la moyenne sur 1 an de l'écart entre le taux Euribor 6M et le taux OIS (*Overnight Indexed Swap*) à 3 mois de même échéance. (préambule (20) Règlement Délégué[19])

$$CRA_{Euro} = \frac{\sum_{i=1}^{N} EURIBOR_{6mois,i} - OIS_{3mois,i}}{2N} \tag{2.1}$$

Avec N le nombre total de taux observé la dernière année sur base journalière. L'ajustement finalement appliqué ne peut être inférieur à 10 points de base, ni supérieur à 35 points de base et vient diminuer les taux de marché observés.

L'OIS est un swap basé sur le taux au jour le jour qui est généralement fixé par la banque centrale. Le taux au jour le jour est le taux d'intérêt auquel un panel de banques prête ou emprunte des fonds sur le marché au jour le jour, donc pour la période la plus courte possible. Le taux au jour le jour en Europe est EONIA (*Euro Overnight Index Average*) mais il est en train d'être remplacé progressivement par un nouveau taux à savoir l'€STR. Le risque de défaut pour un horizon aussi court est minime. Comme les parties à un swap de taux d'intérêt n'échangent en plus que la différence des deux flux d'intérêts, le risque de crédit n'est pas un facteur majeur pour déterminer le taux OIS. En comparant par exemple l'Euribor 3 mois au taux OIS 3 mois, on s'attend à un spread positif mais qui ne soit pas trop important. Le cas contraire il y aurait une opportunité d'arbitrage (j'emprunte à OIS et prête au Euribor). Ce spread s'explique par le risque de défaut de la contrepartie plus élevé pour l'Euribor et peut être considéré comme une indication de la perception qu'ont les banques de la solvabilité des autres institutions financières, c.-à-d. le risque de crédit dans le marché. Pour plus d'explications justifiant le choix de l'OIS, le lecteur peut se référer à HULL et WHITE[22].

2.2 Interpolation et Extrapolation de la courbe des taux sans risque

Pour certaines maturités, les taux observés ne satisfont pas le critère DLT ou ne peuvent pas être observés du tout sur le marché, ce qui est le cas pour des maturités de plus en plus longues. Les engagements des assureurs peuvent pourtant porter sur plusieurs dizaines d'années ce qui rend nécessaire le besoin de méthode d'extrapolation afin que les passifs ayant des durées importantes soient évalués à l'aide d'un modèle plutôt qu'en fonction d'un marché non fiable voire inexistant. La dernière maturité qui respecte le critère DLT est qualifiée de dernier point liquide (*Last Liquid Point LLP*). Pour la devise euro, le LLP est fixé actuellement à 20 ans par l'EIOPA. La détermination de ce point est encore aujourd'hui un point de discussion important entre les différentes parties prenantes, ce que nous verrons plus loin.

Les maturités précédant le LLP ne sont pas non plus toutes observables ou utilisables, d'où le besoin également d'une interpolation afin de déterminer les taux correspondants. Au-delà du LLP les taux sont extrapolés. De manière générale, il existe deux types d'ap-

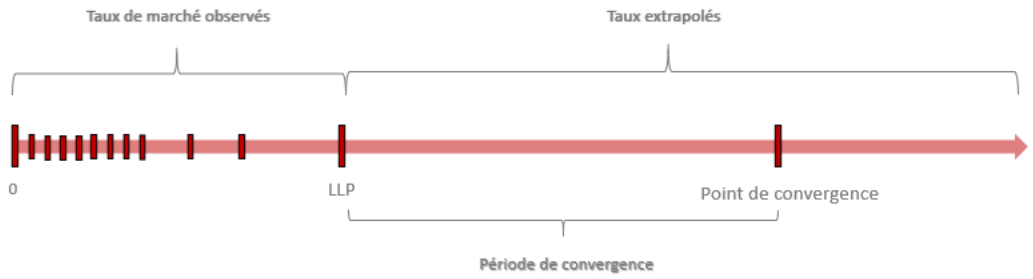

Figure 2.1 – Interpolation et extrapolation

proches pour l'extrapolation de la courbe de rendement : l'une qui met l'accent sur la cohérence du marché à un moment donné, et une autre qui met l'accent sur la stabilité du passif d'assurance dans le temps[1].

Dans le cadre du principe fondé sur la cohérence du marché, l'extrapolation de la courbe des taux vise à estimer ce que le prix de marché des actifs à long terme aurait été un jour donné si ces actifs avaient réellement existé et avaient été négociés sur les marchés financiers. L'accent est mis ici sur la production d'une valeur de passif qui est équivalente à la valeur qui serait nécessaire pour transférer ce passif dans les conditions actuelles du marché. D'autre part, ceux qui adoptent une approche mettant l'accent sur la stabilité du passif estiment que la volatilité introduite par l'exigence de prix cohérents avec le marché à un moment donné n'est pas utile à la gestion d'une entreprise sur le long terme. Ils pensent également que puisque les engagements d'assurance sont rarement négociés, l'idée d'identifier la valeur de marché exacte est moins pertinente.

Dans le meilleur des cas, la structure des taux d'intérêt sans risque est censée éviter la volatilité artificielle des provisions techniques et des fonds propres éligibles, tout en incitant à une bonne gestion des risques. C'est pourquoi l'objectif principal de l'extrapolation de la courbe des taux selon de nombreuses méthodes est de déterminer un taux forward ultime à long terme (Ultimate Forward Rate UFR) vers lequel convergera la courbe des taux pour des échéances plus longues.

2.2.1 *Ultimate forward Rate* (UFR)

L'UFR est un paramètre exogène fixé annuellement en mars par l'EIOPA pour faire face au manque de liquidité des instruments financiers pour des échéances longues. La détermination du niveau de l'UFR est un point important parce que cela implique des projections à long terme et des hypothèses fortes. Il est défini en fonction d'hypothèses macroéconomiques autour de l'évolution future des taux d'intérêt réels et des taux d'inflation attendus.

D'après l'équation de Fisher, l'UFR s'écrit comme la somme du taux d'intérêt réel et du taux d'inflation à long terme.

$$UFR_t = \text{taux d'intérêt réel} + \text{inflation} \tag{2.2}$$

Dans le cas de la zone Euro, la BCE se fixe comme objectif principal de maintenir le taux d'inflation inférieur à 2%, ainsi c'est ce taux de référence qui est utilisé. Le taux d'intérêt réel attendu correspond à la moyenne arithmétique des taux d'intérêt réels annuels entre 1961 et l'année précédant le recalcul de l'UFR. Il est identique pour toutes les devises.

Les détails de la méthode de calcul sont présentés dans la documentation technique de EIOPA dans l'annexe relative à la sous-section 7.C[14]. Lors de l'introduction de la méthode d'extrapolation en 2010, EIOPA estimait l'UFR constant et fixé à 4,2% pour l'Euro. Néanmoins, suite au contexte de taux d'intérêt bas, l'UFR est depuis 2018 recalculé en suivant une méthode particulière qui permet d'ajuster sa valeur. La variation de l'UFR est limitée de telle sorte qu'elle augmente ou diminue de 15 points de base ou reste inchangée selon la règle suivante :

$$UFR_t^L = \begin{cases} UFR_{t-1}^L + 15bps & \text{si } UFR_{t-1}^L + 15bps \leq UFR_t \\ UFR_{t-1}^L - 15bps & \text{si } UFR_t \leq UFR_{t-1}^L - 15bps \\ UFR_{t-1}^L & \text{sinon.} \end{cases} \tag{2.3}$$

Avec :

- UFR_t^L la valeur en t après le mécanisme de limitation du changement de valeur ;
- UFR_t la valeur en t effectivement trouvée après calcul(sans limitation) ;
- UFR_{t-1}^L la valeur qui a été fixée en t-1.

La valeur de l'UFR recalculée par EIOPA en mars 2021 est de 3,45%. Le niveau de l'UFR 2021 étant fixé à 3,60% pour l'Euro, un nouvel UFR s'élevant à 3,45% sera applicable à partir du 01/01/2022[13].

2.2.2 Méthodes d'interpolation et d'extrapolation

Les contraintes principales que doit respecter la courbe des taux sans risque sont son caractère *market consistent* et son caractère continu et lisse. Nous allons présenter différentes approches permettant d'obtenir une courbe continue par interpolation entre les points d'observations et par extrapolation au-delà de la dernière observation.

2.2.3 Méthode de *Curve fitting*

Cette classe de méthode est une technique qui consiste à construire une courbe à partir d'une fonction unique et d'ajuster les paramètres de cette fonction de manière à ce qu'elle représente au mieux les caractéristiques du nuage de point. L'ajustement se fait en général par la méthode des moindres carrés.

Soit $F(x, \theta)$ une fonction paramétrique choisie pour représenter la tendance d'une série f de points observés. La valeur des paramètres est estimée en résolvant le système qui suit :

$$\hat{\theta} = \arg\min_{\theta} \sum_{i} (F(x_i, \theta) - f(x_i))^2 \tag{2.4}$$

La fonction F peut prendre différentes formes, les plus courantes sont les suivantes :

- **Polynomiales :** $F(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 \cdot x + \theta_2 \cdot x^2 + ... + \theta_n \cdot x^n$
- **Log-linéaire :** $F(x, m, b) = m \cdot log(x) + b$
- **Log-Log :** $log(F(x, m, b)) = log(m) + b \cdot log(x)$
- **Nelson-Siegel-Svensson :**
  $F(x, \tau, \beta) = \beta_0 + \beta_1(\frac{1-\mathrm{e}^{-\frac{x}{\tau_1}}}{\frac{x}{\tau_1}}) + \beta_2(\frac{1-\mathrm{e}^{-\frac{x}{\tau_1}}}{\frac{x}{\tau_1}} - \mathrm{e}^{-\frac{m}{\tau_1}}) + \beta_3(\frac{1-\mathrm{e}^{-\frac{x}{\tau_2}}}{\frac{x}{\tau_2}} - \mathrm{e}^{-\frac{m}{\tau_2}})$

  La fonction de Nelson-Siegel représente le cas particulier où $\beta_3 = 0$.

Avec ces méthodes paramétriques, nous pouvons déterminer la courbe ayant le plus petit écart entre la courbe de référence et le nuage de points, mais la courbe la plus adéquate n'est pas forcément celle pour laquelle l'écart est minimal. Pour des maturités longues où il y a peu d'observations, l'extrapolation devient très sensible aux points observés. De plus, elles ne permettent pas de répliquer exactement les taux des instruments observés sur le marché.

2.2.4 Méthode de Smith-Wilson

La méthode de Smith-Wilson, décrite dans une note de recherche de Smith et Wilson[27], permet simultanément l'interpolation et l'extrapolation de taux. Dans un but d'interpolation, la méthode recherche l'ajustement parfait à toutes les données de marché observées tout en garantissant le caractère le plus lisse possible à la courbe. Les taux à long terme, qui eux ne sont pas du tout observables, sont extrapolés à partir du LLP vers l'UFR.

Problème d'optimisation

Un modèle qui fournit une courbe lisse passant par toutes les données de marché observées doit définir un critère pour réguler la régularité entre toutes les maturités observées. Ce critère exige que les dérivées de premier et de second ordre de la courbe restent petites au sens quadratique :

- la dérivée première $g^{'}$ pour éviter les variations brutales de g : les valeurs prises par g varieront donc progressivement ;
- la dérivée seconde $g^{''}$ pour éviter des changements de tendance brutaux de g.

Soit G la classe des fonctions deux fois différentiables et dont les dérivés du premier et second ordre sont de carrés intégrables alors la fonction g appartenant à G la plus lisse est la fonction solution du problème d'optimisation suivant :

$$\min_{g \in G} \int_0^{\infty} [g^{''}(u)^2 + \alpha^2 g^{'}(u)^2] du \tag{2.5}$$

Le coeffcicient α est introduit pour pondérer le poids relatif donné aux valeurs des deux dérivées. En pratique, $\alpha \in]0, 1]$, ce qui revient à dire que la quantité à minimiser est beaucoup plus sensible aux valeurs prises par $g^{''}$ qu'aux valeurs prises par $g^{'}$.

Résoudre ce problème revient donc à trouver une fonction g, qui régule la régularité de la courbe des taux entre tous les points de marché atteints par la structure des taux d'intérêt. Comme mentionné plus haut, on impose aussi à la fonction de passer par tous les points observés et de respecter le caractère croissant de la courbe de taux sans risque avec la maturité.

EIOPA et la méthode de Smith-Wilson

L'EIOPA a adopté les résultats de Smith et Wilson en les appliquant à des instruments financiers de marché soigneusement sélectionnés pour construire la courbe des taux d'intérêt sans risque depuis 2010, suite au « fifth Quantative Impact Study(QIS5) »[7]. La documentation technique sur l'extrapolation de la courbe des taux sans risque[14] décrit la méthodologie utilisée. Nous n'allons pas la développer de façon approfondie dans ce mémoire.

La méthode de Smith-Wilson présuppose une forme fonctionnelle pour le prix de l'instrument financier en question pour chaque maturité. Toutes les formes fonctionnelles sont définies par un seul type de fonctions, à savoir la fonction de Wilson qui est solution au

problème d'optimisation présenté ci-dessus :

$$W(t,u) = \alpha \cdot min(t,u) - 0,5 \cdot e^{-\alpha \cdot max(t,u)}(e^{\alpha \cdot min(t,u)} - e^{-\alpha \cdot min(t,u)}) \tag{2.6}$$

Avec $(t,u) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ et $\alpha > 0$ une constante donnée. Les fonctions W sont appelées splines de tension exponentielle et ont été introduites en 1966 par Schweikert[21]. Il a été démontré que leurs propriétés présentent certains avantages qui sont utiles pour la modélisation de la courbe des taux, voir par exemple Lim et Xiao[26] et Andersen et Piterbarg[2]. Les fonctions utilisées dans la méthode de Smith-Wilson sont des versions mises à l'échelle des fonctions W : SW= $e^{-ufr \cdot (t+u)} \cdot W$ avec $ufr = ln(1 + UFR)$, soit l'UFR en convention continue.

Ci-dessous la fonction de Smith-Wilson pour un UFR égal à 3,6% et α fixé à 0,1.

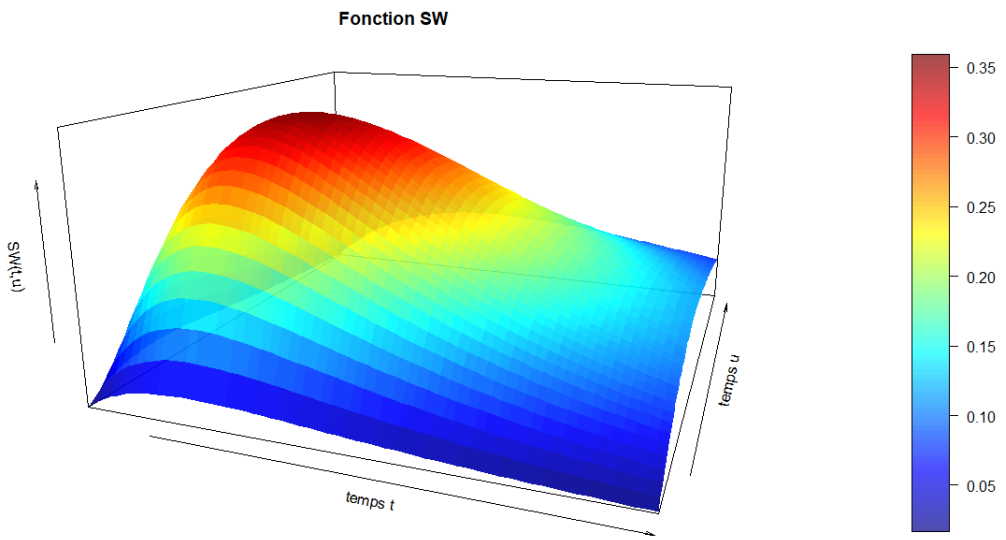

FIGURE 2.2 – Représentation de la fonction Smith-Wilson avec UFR= 3,6% et α égal à 0,1

Le prix en fonction de la maturité t introduit par Smith et Wilson est alors le suivant :

$$P(t) = e^{-ufr \cdot t} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i \cdot (\sum_{j=1}^{J} c_{i,j} \cdot SW(t, u_j)), t \geq 0 \tag{2.7}$$

où :

- N nombre d'instruments financiers observés sur le marché ;
- u_j dates de paiement de cash-flows des instruments ;
- $c_{i,j}$ les cash-flows de l'instrument i aux dates de paiement u_j ;
- ufr ultimate forward rate en convention continue, $\ln(1 + UFR)$

— ζ_i paramètres d'ajustements aux données de marché observées

En connaissant les prix de marché de N instruments financiers, les paramètres ζ_i , i allant de 1 à N, sont obtenus par résolution du système linéaire défini par (2.7). En insérant les valeurs des paramètres ζ trouvés dans la fonction de prix P(t), le prix zéro-coupon pour chaque maturité t est alors connu ce qui permet de déduire les taux spot correspondants.

La vitesse de convergence, notée α, des taux forward extrapolés pour atteindre l'UFR au point de convergence est un paramètre fixé, optimisé par l'EIOPA. Plus α est grand, plus la convergence du taux forward vers l'UFR est rapide. Le point de convergence se définit comme suit $CP = max(LLP + 40, 60)$ et vaut 60 ans pour l'euro. Une convergence complète vers l'UFR n'est pas requise, mais la distance entre l'UFR et la fonction d'intensité forward $f(t) := -\frac{d}{dt}log(P(t))$ est limitée par un seuil de tolérance. EIOPA suggère de caractériser la vitesse de convergence α à l'aide de l'écart absolu entre l'intensité forward au point de convergence et l'ufr :

$$|f(CP) - ufr| \leq 10^{-4} \tag{2.8}$$

La recherche de α consiste donc à trouver le plus petit α vérifant cette condition. Cependant, l'EIOPA impose $\alpha \geq 0,05$. Si cette valeur vérifie la condition, alors elle est gardée. Sinon, la valeur optimale peut être approchée en incrémentant graduellement un α candidat, puis en optimisant la solution avec des pas de plus en plus fin.

2.2.5 Critiques de la méthode Smith-Wilson

La méthode de Smith-Wilson et son implémentation par l'EIOPA ont fait l'objet de nombreuses discussions. Voici les principaux avantages et inconvénients relevés[27].Les avantages sont :

— Un ajustement parfait des valeurs estimées sur la partie liquide aux valeurs observées sur le marché ;

— Implémentation simple en utilisant Excel, sans nécessité de code VBA ;

— Flexibilité dans l'adaptation à différents instruments finaciers ;

— La méthode est dans le domaine public, elle est donc accessible et transparente pour tous les acteurs de marché ;

— Permet simultanément l'interpolation des données de marché manquantes et l'extrapolation de la courbe au delà du dernier point de liquidité en utilisant les mêmes principes et fonctions

— La solution du système est analytique et ne fait pas appel à une optimisation, ce qui évite des sauts entre des solutions très différentes lorsque les données sont légèrement modifiées.

Parmi les incovénients, on compte :

— La fonction de prix $P(t)$ n'est pas nécéssairement décroissante sur la partie liquide : entre 2 maturités dont les prix sont décroissants mais très proches, la fonction devient localemet croissante pour des points interpolés, ce qui va à l'encontre de l'hypothèse généralement admise en finance d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA) ;

— La fonction de prix $P(t)$ peut prendre des valeurs négatives ;

— Le paramètre α, contrôlant la vitesse de convergence, est un paramètre exogène au modèle ;

— D'autres désavantages seront présentés dans la section suivante (2.2.6) ;

2.2.6 Revue 2020 des modalités de calcul de la courbe des taux

Comme vu précédemment, la courbe des taux sans risque est un élément central du calcul de nombreux éléments quantitatifs de Solvabilité II. Lors de la consultation de 2019[8], l'EIOPA a proposé différentes options comme nouvelle modalité de calcul en réponse aux différentes problématiques liées à la méthode actuelle de construction de la courbe des taux.

Un point d'attention important est la détermination du dernier point de liquidité. L'enjeu autour du LLP, fixé à 20 ans, réside dans le fait qu'à partir du LLP les taux sont extrapolés vers un taux UFR. Si ce dernier est supérieur aux taux du LLP, les taux extrapolés seront croissants. Plus l'écart entre ces deux taux est grand, plus cette croissance est forte et plus le choix du LLP a un effet important. L'impact de cet effet est à mettre en relation avec les taux de maturité observables sur le marché au-delà du LLP. Dans le cas où ils sont inférieurs, cela conduit à une sous-estimation des provisions techniques. Dans le cas où un transfert d'engagements d'une entreprise serait nécessaire pour cause d'un MCR insuffisant, il y a un risque que les provisions techniques ne soient pas suffisantes pour transférer les engagements, ce qui pourrait alors mettre les assurés en danger si leurs droits doivent être réduits.

Une nouvelle méthode d'évaluation du critère DLT adoptée par l'EIOPA en 2017 a montré que les points de maturité 30, 40 et 50 ans sont conformes au critère DLT et même que le point de maturité 30 ans est plus liquide et profond que le point de maturité 20 ans, ce qui remet en question l'utilisation d'un LLP fixé à 20 ans.

Les forts mouvements de baisse des taux d'intérêt observés au cours des premiers mois

de 2020 en particulier pour les échéances plus longues n'ont que renforcé les préoccupations des autorités de surveillance.

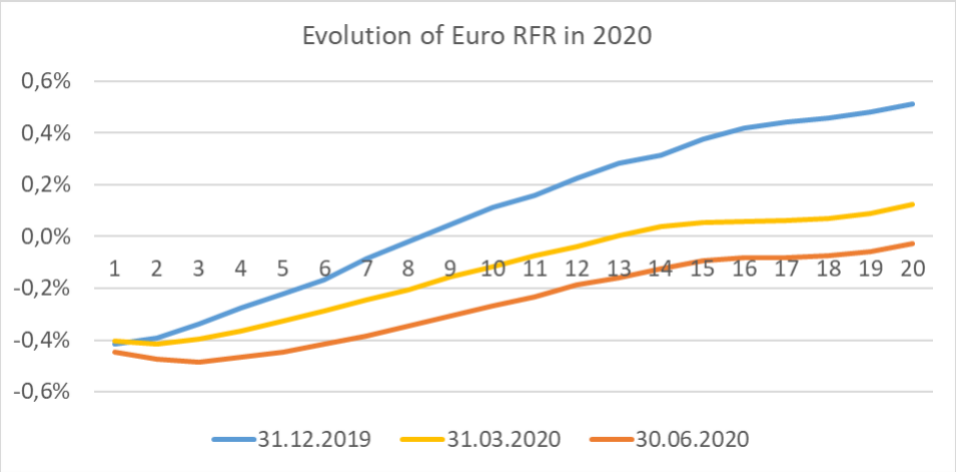

Figure 2.3 – Évolution des taux d'intérêts sans risque. Graphique issue de [11] p.14

L'UFR, en baissant chaque année, se rapproche bien des taux observés sur le marché. Mais cette diminution est très lente d'une part puisqu'elle est limitée à 15 points de base par an et d'autre part parce que le taux réel utilisé dans le calcul de l'UFR correspond à la moyenne des taux d'intérêt réel depuis 1961, ainsi l'impact d'une nouvelle année dans le calcul de la moyenne des taux réels reste modeste. Il peut être envisagé de passer la période de convergence de 40 ans à 100 ans afin de faire croître la courbe de taux moins rapidement vers l'UFR comme proposé dans [16]. Il est également possible de diminuer la vitesse de convergence alpha dans la méthode de Smith-Wilson ce qui a un effet similaire que de baisser l'UFR. Cependant les études menées par l'EIOPA ont montré que les ratios de solvabilité des organismes d'assurance étaient plus sensibles au LLP qu'à la période de convergence ou la vitesse de convergence.

Les divergences entre la courbe de taux sans risque et la courbe des taux Swap observées sur les marchés pose également un enjeu dans les stratégies de gestion des risques des entreprises. Au-delà du LLP, la courbe des taux sans risque n'est plus sensible aux changements des taux de marché alors que les actifs continuent d'être affectés. Lorsque les taux d'intérêt sans risque extrapolés diffèrent des taux du marché, les entreprises doivent décider si elles couvrent le risque tel qu'il est reflété dans leur bilan de solvabilité ou si elles couvrent le risque qui existe réellement sur les marchés financiers. Après le LLP, la structure des taux sans risque n'est pas sensible aux changements de la courbe de marché, alors que la valeur des actifs d'une entreprise peut être affectée, ce qui rend imparfait l'appariement actif-passif. Dans le cas où les organismes d'assurances ont des passifs dont les échéances dépassent le LLP, celles-ci peuvent s'exposer à des risques à long terme en ayant recours

à des couvertures sur base des taux extrapolés et peuvent s'exposer à une volatilité importante de leurs fonds propres en utilisant les taux de marché. Pour cette raison, le niveau du LLP peut inciter les entreprises à une gestion des risques en fonction de la courbe des taux réglementaire au lieu de couvrir le risque réel des marchés financiers.

Pour remédier à ces inconvénients, l'EIOPA a exploré 4 solutions différentes dans son *Consultation paper* [8].

1. La première option retenue est le maintien du LLP fixé à la maturité 20 ans mais de rajouter parmi les analyses réalisées par les assureurs dans le cadre du Pilier 2 la sensibilité au décalage du LLP à 50 ans. Cette étude de sensibilité vise à répondre aux problématiques de gestion des risques engendrés par le *spread* taux extrapolés/taux de marché. Dans l'éventualité où la solvabilité des assureurs se trouvent trop dégradée dans le scénario du LLP à 50 ans, l'organisme devra prouver que les distributions en capital ne mettent pas en danger la protection des bénéficiaires des produits d'assurances.

2. En deuxième option, l'EIOPA a proposé un passage du LLP à 30 ans correspondant à un compromis entre la stabilité des fonds propres et l'ajustement au taux de marché observé. Bien que la dernière évaluation DLT de l'EIOPA sur les taux swaps considère que les critères sont respectés jusqu'à maturité 50 ans, les taux supérieurs à 30 ans ne serait pas considérés. Des études de sensibilités supplémentaires seraient exigées dans le RSR et le SFCR comme pour la première option.

3. En troisième option, l'EIOPA a proposé un passage du LLP à 50 ans en ligne avec le résultat du *DLT assessment* qui montre que 50 ans est la dernière maturité pour laquelle des swaps sont négociés sur des marchés profonds, liquides et transparents pour l'euro. Cette solution permettrait d'éliminer le problème de sur- ou sous-estimation des provisions techniques.

4. En dernière option, le LLP est maintenu à 20 ans mais une approche d'extrapolation alternative qui tient compte aussi de données de marchés au-delà du LLP est considérée, jusqu'à 50 ans. Cette approche repose sur un lissage exponentiel qui dépend de trois paramètres : le premier point de lissage, *First smoothing point* (FSP), équivalent au LLP de la méthode de Smith-Wilson, le dernier taux forward liquide (*Last Liquid Forward Rates*) (LLFR) et l'UFR.

2.2.7 Méthode d'extrapolation alternative

Cette méthode, présentée en annexe du *Background document* [11], repose sur un lissage exponentiel et dépend de trois paramètres principals : le premier point de lissage (*First smoothing point*)(FSP) équivalent au LLP de la méthode de Smith-Wilson, le dernier taux forward liquide (*Last Liquid Forward Rate*) (LLFR) et l'UFR.

Le FSP est défini à partir du critère *residual bond*[1] selon lequel il devrait être égal à 22 ans. Ensuite si la maturité trouvée ne répond pas au caractère DLT, le FSP est égale à la maturité la plus proche pour laquelle cette condition est vérifiée. Pour l'euro, le FSP est égale à 20 ans comme le LLP. Il est à souligner qu'afin d'assurer la stabilité de la courbe des taux , le FSP ne peut varier que dans le cas où le critère *residual* bond produit un résultat différent pour deux années consécutives.

Dans un premier temps, les taux zéro-coupon (jusqu'au FSP) et les taux forward (avant et après FSP) sont déterminés à partir des taux swap pour les maturités répondant au caractère DLT. Pour les maturités 1 à 15 ans, les taux zéro-coupons sont calculés par une méthode itérative *(bootstrapping)* en raisonnant en convention annuelle :

Introduisons les notations suivantes :

- r_t le taux swap observé sur le marché ajusté du risque de crédit pour la maturité t ;
- z_t le taux sans risque (zéro-coupon) pour la maturité t ;
- $f_{t1,t2}$ le taux forward entre les dates t1 et t2 ;

Pour commencer, le taux zéro-coupon z_1 doit vérifier la relation $1 = (1 + r_1)/(1 + z_1)$ en suivant l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage, ce qui permet de trouver z_1 à partir de la connaissance du taux swap r_1 de maturité 1 an . En se basant sur les résultats de la dernière évaluation du critère DLT, les maturités successives jusqu'à 15 ans sont jugées liquides pour le marché swap de la devise euro. Ainsi chaque taux zéro-coupon z_t, pour $t = 2, ..., 15$, vérifie la relation d'équilibre du contrat swap qui suit :

$$\sum_{i=1}^{t-1} \frac{r_t}{(1+z_i)^i} + \frac{1+r_t}{(1+z_t)^t} = 1 \tag{2.9}$$

En connaissant les $t-1$ taux zéro-coupon, z_t peut être déterminé facilement à partir (2.9) en résolvant cette équation à une inconnu. Les taux forward 1 an peuvent ensuite être calculés (en convention annuelle) :

1. pourcentage du volume obligataire considéré comme non disponible sur le marché, défini dans (21) du Règlement délégué[19]

$$f_{t-1,t} = \frac{(1+z_t)^t}{(1+z_{t-1})^{t-1}} - 1 \tag{2.10}$$

Les prochaines maturités au delà de 15 ans jusqu'au FSP ne satisfont pas le critère DLT et donc les taux sans risque pour ces maturités vont devoir être déterminées par interpolation. Il est supposé alors que le taux forward 1 an est constant entre deux maturités DLT successives, i.e. les taux forward 1 an entre 10 ans et 15 ans sont tous égaux. On peut alors écrire les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
(1+z_{16})^{16} &= (1+z_{15})^{15}(1+f_{15,16}) = (1+z_{15})^{15}(1+f_{15,20}) \\
(1+z_{17})^{17} &= (1+z_{16})^{16}(1+f_{16,17}) = (1+z_{15})^{15}(1+f_{15,20})^2 \\
(1+z_{18})^{18} &= (1+z_{17})^{17}(1+f_{17,18}) = (1+z_{15})^{15}(1+f_{15,20})^3 \\
(1+z_{19})^{19} &= (1+z_{18})^{18}(1+f_{18,19}) = (1+z_{15})^{15}(1+f_{15,20})^4 \\
(1+z_{20})^{20} &= (1+z_{19})^{19}(1+f_{19,20}) = (1+z_{15})^{15}(1+f_{15,20})^5
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Basé sur ceci, il est possible d'écrire la relation d'équilibre d'un contrat swap de maturité 20 ans de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{19} \frac{r_{20}}{(1+z_i)^i} + \frac{1+r_{20}}{(1+z_{20})^{20}} \\
&= r_{20}\Big[\sum_{i=1}^{15} \frac{1}{(1+z_i)^i} + \frac{1}{(1+z_{15})^{15}} \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{(1+f_{15,20})^i}\Big] + \frac{1}{(1+z_{15})^{15}(1+f_{15,20})^5} \\
&= 1
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Le taux forward $f_{15,20}$ est déterminé à partir de (2.12) en utilisant un *rootsolver*. Ensuite, les taux zéro-coupon z_{16} à z_{20} peuvent être calculés en revenant à 2.11. La même procédure est répétée pour trouver tous les autres taux forward 1 an entre les maturités 20, 25, 30, 40 et 50. Les taux zéro-coupon après le FSP sont obtenus par extrapolation, ce qui nécessite la définition d'un $LLFR$ et d'un UFR.

Pour la partie extrapolation, on raisonne en convention continue des taux d'intérêt. Ainsi, les taux forward trouvés dans la partie précédente sont convertis en taux forward continue, noté $f^c_{t,t+h}(h \geq t)$:=$ln(1+f_{t,t+h})$. Le LLFR correspond à une moyenne de taux forward pondérée pour prendre en compte le caractère liquide des taux forward, i.e. le poids pour le taux forward de maturité 30 ans est plus élevé que pour les maturités 40 et 50 ans.

Le caractère liquide des taux forward est estimé sur base des taux swap à partir desquels les taux forward sont construits. De cette façon, les données de marchés pour les maturités suffisamment liquides sont aussi partiellement prises en compte dans la partie extrapolée de la courbe. Pour la zone euro, le LLFR est défini par :

$$LLFR = w_{20} \cdot f^c_{15,20} + w_{25} \cdot f^c_{20,25} + w_{30} \cdot f^c_{20,30} + w_{40} \cdot f^c_{20,40} + w_{50} \cdot f^c_{20,50} \tag{2.13}$$

Les poids w sont déterminés à partir de l'évaluation de la liquidité du marché swap. Soit V_x le montant notionnel annuel moyen échangé pour la maturité x :

$$w_x = \frac{V_x}{V_{20} + V_{25} + V_{30} + V_{40} + V_{50}} \tag{2.14}$$

Suite à la dernière évaluation du critère DLT de l'EIOPA, le poids accordé à la maturité 30 ans est le plus élevé car elle est jugée la plus liquide.

Contrairement à la méthode de Smith et Wilson dans laquelle le *Volatility adjustment* (VA) est ajouté aux taux sans risque avant le LLP avant d'effectuer une nouvelle extrapolation, il est maintenant ajouté aux taux forward trouvés précédemment jusqu'au FSP :

$$f^{VA}_{t,t+h} = f_{t,t+h} + VA \tag{2.15}$$

Les taux sans risque jusqu'au FSP sont alors déduits des taux $f^{VA}_{t,t+h}$. Pour la partie extrapolation de la courbe, le LLFR est par conséquent également ajusté du VA de la façon suivante :

$$LLFR = w_{20} \cdot f^{c,VA}_{15,20} + w_{25} \cdot f^c_{20,25} + w_{30} \cdot f^c_{20,30} + w_{40} \cdot f^c_{30,40} + w_{50} \cdot f^c_{40,50} \tag{2.16}$$

Il est à noter que le VA est uniquement ajouté au dernier taux forward avant le FSP similairement à la méthode actuelle de Smith-Wilson où le VA est ajouté à tous les taux de marché observé jusqu'au dernier point liquide à partir duquel l'extrapolation commence.

Une fois le LLFR déterminé, les taux forward post FSP sont extrapolés par une combinaison du UFR et du LLFR. Le poids de l'UFR augmente avec la maturité. La formule du facteur de pondération est dérivée du modèle de Vasicek pour les taux d'intérêt [2]. Elle est paramétrée avec un facteur de convergence $\alpha = 10\%$ fixé par l'EIOPA. La formule d'extrapolation est la suivante :

$$f^c_{FSP,FSP+h} = ln(1 + UFR) + [LLFR - ln(1 + UFR)] \cdot B(\alpha, h) \tag{2.17}$$

2. Appendix 8 de [4]

Avec h prenant des valeurs de 1 jusqu'à la maturité souhaitée(150 ans), $\alpha = 10\%$ et $B(\alpha, h) = \frac{1-e^{-\alpha h}}{\alpha h}$.

Le facteur $B(\alpha, h)$ vient réduire le poids du terme de différence entre le $LLFR$ et $ln(1 + UFR)$ dans la somme quand h croît. En effet, la fonction B converge toujours vers 0 quand h tend vers ∞, lorsque $\alpha > 0$. Le paramètre α est connu sous le nom de facteur de convergence et indique à quelle vitesse la fonction B tend vers 0.

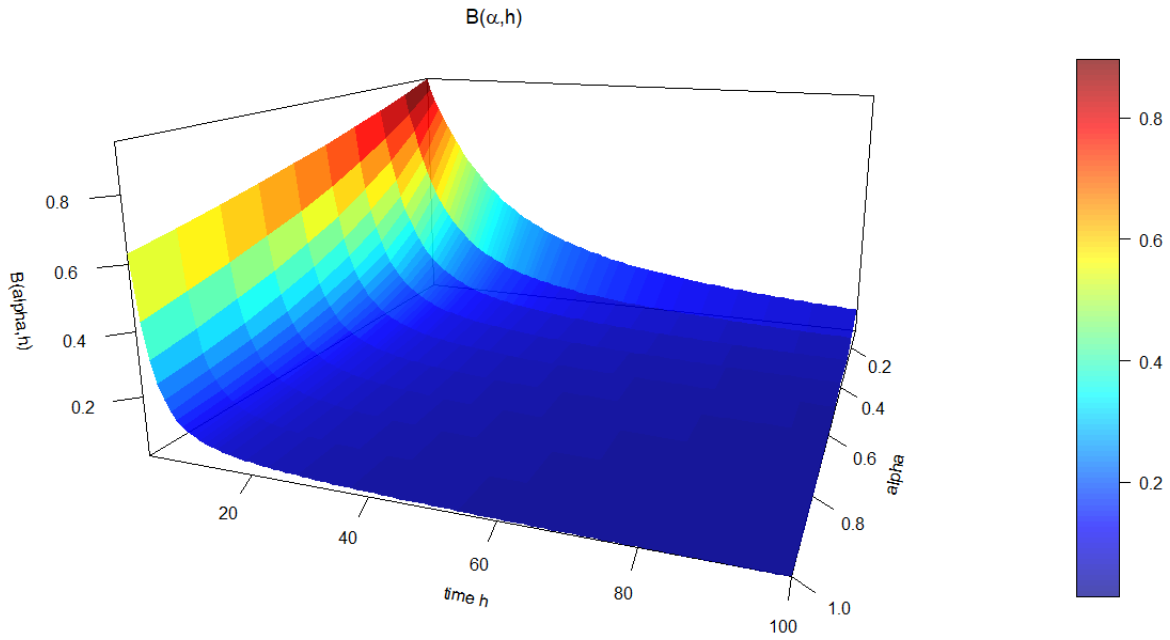

FIGURE 2.4 – Représentation de la fonction B(α,h)

Le facteur de convergence α détermine donc la rapidité de la convergence des taux forward après le FSP vers l' UFR. Plus le facteur de convergence est élevé, plus les taux forward extrapolés convergeront rapidement vers l'UFR désigné. Contrairement à la méthode de Smith-Wilson, il n'y a pas de période convergence vers l'UFR qui est fixé. La littérature empirique économique n'apporte pas de preuve univoque pour la détermination du facteur de convergence et l'existence d'un facteur de convergence supérieur à zéro est également souvent mise en doute. L'EIOPA a choisi de fixer sa valeur à 10% par prudence, étant donné l'impact important qu'aurait le changement de la méthode d'extrapolation comme étape vers l'utilisation de données plus cohérentes avec le marché. Ce paramètre pourrait être réévalué et recalibré lors de futures révisions. En période de taux bas comme actuellement, l'EIOPA recommande de modifier la valeur du facteur de convergence α afin de limiter davantage l'impact sur la solvabilité des organismes d'assurances. Cette modification est assimilable à une mesure transitoire et prendra fin en 2032.

Dans le cas d'une entrée en vigeur de la méthode alternative (prévue pour 2025), l'EIOPA

Valeur r du taux d'intérêt de maturité = FSP	Valeur de α
r$\geq$0,5%	10%
r$\leq$-0,5%	20% à l'entrée en vigueur de la nouvelle méthode d'extrapolation ; Pour les années suivantes : décroissance linéaire afin d'atteindre 10% en 2032.
-0,5% $\leq$ r $\leq$0,5%	interpolé linéairement à partir des valeurs précédentes

Table 2.1 – Mécanisme de transition du paramètre de convergence α

publierait les courbes de taux d'intérêt sans risque avec et sans mécanisme. Les entreprises d'assurance et de réassurance devront aussi effectuer des analyses de sensibilité prescrites d'une réduction du paramètre de convergence à 5 % et d'inclure les résultats dans le rapport de surveillance régulier (RSR) et le *Solvency and Finanancial Condition Report* (SFCR).

Finalement, la formule pour obtenir les taux zéro-coupon continue extrapolés s'écrit comme suit :

$$z^c_{FSP+h} = \exp\left(\frac{20 \cdot z^c_{20} + h \cdot f^c_{FSP,FSP+h}}{FSP + h}\right) - 1, \forall h > FSP. \tag{2.18}$$

Selon l'applicaton, ces taux peuvent être convertis en taux zéro-coupon annuels par $z_{FSP+h} = \exp(z^c_{FSP+h}) - 1$.

Dans un environnement de taux d'intérêt bas, la méthode d'extrapolation alternative conduit systématiquement à des taux sans risque inférieurs à ceux de la méthode Smith-Wilson dans la partie extrapolée. Dans un environnement de taux d'intérêt élevés cet effet s'inverse et conduit à des taux sans risque plus élevés. Ceci est une conséquence directe de l'affaiblissement du processus de convergence vers l'UFR.

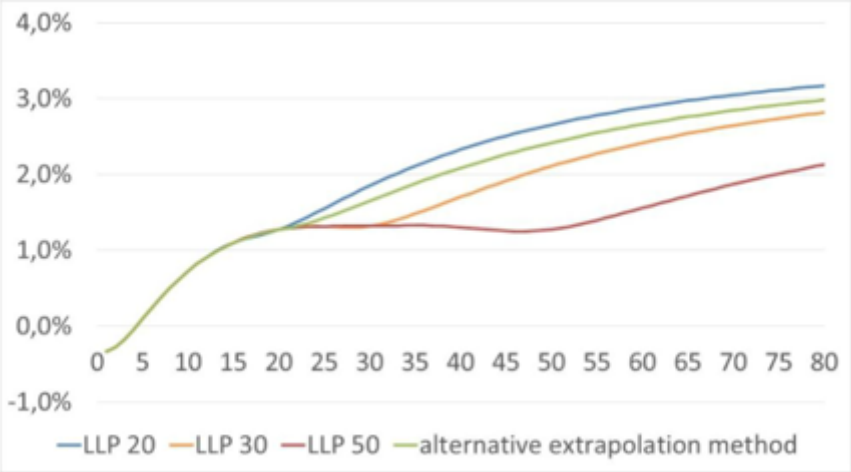

FIGURE 2.5 – Courbe des taux sans risque pour les différentes options avec un $UFR = 4,05\%$ au 31/12/2018 issue du *Consultation paper*[8]

L'étude d'impact de ces changements sur le ratio de couverture fin d'année 2018 a abouti à une réduction de -30 % et -49% en moyenne respectivement pour un LLP à 30 ans et 50 ans. L'impact estimé de l'option 4 dans l'EEE est une réduction du ratio SCR de -12% en moyenne, -8% pour la France et l'Allemagne connaissant la plus forte baisse de -49%. La consultation de l'EIOPA était ouverte jusqu'à mi-janvier 2020. Après avoir analysé les commentaires des répondants, l'EIOPA a rendu son avis final en décembre 2020.[10]

2.2.8 Critiques des changements

Les propositions de l'EIOPA visant à modifier l'extrapolation de la courbe des taux sans risque sont fondées sur la perception que l'approche actuelle entraîne une sous-estimation des provisions techniques, une mauvaise incitation à la gestion des risques et des problèmes de stabilité financière.

En analysant les réponses des parties prenantes, publiées sur le site de l'EIOPA, un nombre considérable d'avis vont à l'encontre d'un passage du LLP à 50 ans. Les deux options proposant une augmentation du LLP à 30 et 50 ans sont fortement critiquées dans les réponses. Il leur est reproché d'augmenter la volatilité des fonds propres, ainsi que les coûts de financement et les coûts pour les preneurs d'assurance, ce qui pourrait mener à un comportement d'investissement procyclique non désiré.

Dans son *holistic impact assessment*[12] , l'EIOPA recommande finalement l'option de la méthode alternative d'extrapolation, qui permettrait d'améliorer la cohérence avec la situation actuelle des marchés, tout en étant applicable à toutes les devises. Ce changement est aussi loin de faire l'unanimité parmi les acteurs du marché d'assurance. L'Association

Actuarielle d'Europe (AAE)[3] et Insurance Europe indiquent dans leurs documents de position[24] que la méthode d'extrapolation actuelle de Smith-Wilson ne devrait pas être modifiée pour différentes raisons.

La méthode d'extrapolation alternative conduirait à un affaiblissement significatif du rôle de l'UFR causé par le manque d'une période et d'un seuil de tolérance pour la convergence vers le UFR. La méthode reporterait ainsi les distorsions observées sur les marchés de swap à l'ensemble de la courbe des taux sans risque et augmente ainsi la volatilité des fonds propres. Avec l'introduction de la méthode du corridor pour la détermination de l'UFR, la baisse programmée de l'UFR reflèterait déjà la perspective d'un prolongement de l'univers des taux d'intérêt bas, rendant une modification supplémentaire de l'extrapolation excessive.

Le SCR de taux d'intérêts recalibré dans le cadre de la revue pour supprimer le plancher à zéro du choc de taux à la baisse reflète déjà le risque d'un scénario de taux d'intérêts bas à long terme (5.1.1). Le SCR serait en effet d'après de nombreux avis l'endroit adéquat pour refléter ce risque, et non la conception de la courbe des taux sans risque elle-même.

Toute la discussion repose donc principalement sur l'arbitrage entre avoir des ratios de solvabilité stables dans l'ensemble du secteur, sachant qu'une partie de l'incertitude n'est pas entièrement prise en compte sur la partie longue de la courbe et avoir des ratios de solvabilité plus volatils, qui refléteraient immédiatement la réalité économique. Les problèmes auxquels doit remédier la nouvelle approche sont jugés être largement surestimés par l'EIOPA et ne justifieraient pas les réductions significatives et la volatilité accrue des fonds propres disponibles suite aux changements.

2.3 *Volatility adjustment*

Le *volatility adjustment* (VA) est un ajustement de la courbe des taux sans risque ayant pour but de lisser l'effet des mouvements de spreads sur le bilan prudentiel des organismes et peut être utilisé pour des produits d'assurance avec des garanties sur le long terme. Le risque de spread correspond à l'impact d'une dégradation de la valeur d'un actif à la suite d'une augmentation du spread, qui est la prime de risque exigée par les investisseurs pour acheter le titre risqué plutôt que l'actif sans risque. En compensation du risque supporté, un investisseur attend une majoration du taux d'intérêt de son investissement (spread) par rapport au taux sans risque. Plus précisement, le spread d'une obligation est dû à la présence du risque de crédit, du risque de défaut et du risque de liquidité.

Pour rappel, les actifs et passifs sont évalués par leur valeur de marché sous Solvabi-

lité II. Lors de situation de stress sur les marchés financiers, il arrive que les taux d'intérêt augmentent suite à des changements de liquidité sur les marchés ce qui provoque une diminution de la valeur de certains actifs couvrant les passifs d'assurance, notamment les obligations détenues. Cette perte de valeur se répercute sur les fonds propres et donc sur le ratio de solvabilité. Dans une telle situation afin de respecter les exigences réglementaires de fonds propres, les organismes d'assurance peuvent être fortement incités de vendre ces actifs ou à transférer des investissements à long terme vers des investissements à court terme. La vente des actifs permet alors de garder une liquidité suffisante. Ce comportement de vente sur un marché en baisse ne fait pourtant qu'accélérer la détérioration des prix du marché ce qui provoquera une nouvelle baisse des fonds propres et ainsi de suite. Cet enchaînement peut sévèrement nuire à la stabilité financière. Le VA est justement une mesure contre ce comportement d'investissement procyclique.

De plus, les assureurs dans leur rôle traditionnel agissent en tant qu'investisseurs à long terme qui envisagent de détenir leurs placements, particulièrement les obligations jusqu'à leur maturité et non pas de réaliser des gains à travers des actions d'achats-ventes. La baisse de la valeur de marché de ces actifs n'est pas en ligne avec leur politique de gestion et crée de la volatilité artificielle dans le bilan. En effet, les fonds propres, et par conséquent le SCR, ne devraient pas être influencés par ces changements de taux temporaires qui ne sont pas dus au risque de défaut.[5]

En réponse à ces problématiques, le VA a été introduit pour ajuster la valorisation du passif afin d'atténuer l'effet de volatilité sur le ratio de solvabilité lié à l'écartement des spreads à l'actif. L'ajustement de la courbe des taux sans risque par le VA se caractérise par un déplacement parallèle vers le haut ou vers le bas de la courbe pour toutes les maturités jusqu'au LLP. Il est appliqué directement sur les taux observés sur le marché avant extrapolation. Cette mesure est utilisée par 631 organismes d'assurance dans 21 pays.[9]

Le VA est déterminé à partir de l'écart entre le taux d'intérêt qui pourrait être obtenu des obligations et des prêts inclus dans deux portefeuilles de référence et les taux d'intérêt sans risque. Le premier portefeuille est composé d'actifs couvrant le *Best Estimate* des engagements d'assurance et de réassurance d'assureurs libellés dans la devise de la courbe des taux sans risque. Le deuxième portefeuille est constitué d'actifs représentatifs du portefeuille moyen d'un assureur d'un pays donné. Les informations utilisées dans la détermination des portefeuilles sont les données de marché collectées à travers des rapports règlementaires. Les détails du calcul du VA sont exposés dans la documentation technique de l'EIOPA sur la construction de la courbe des taux sans risque.[14]

Le VA relatif à une devise est égale à 65% de la différence entre le rendement du porte-

feuille de référence et un terme de correction pour risque :

$$VA_{devise} = 0,65 \cdot S^{CR}_{devise} = 0,65 \cdot (S_{devise} - CR_{devise}) \tag{2.19}$$

avec S_{devise} le spread de devise et CR_{devise} la correction pour risque.

Le spread de devise correspond à une prime de risque additionnelle au taux sans risque, exigée par un investisseur pour faire face au risque de défaut et au risque de liquidité (coût supplémentaire à la revente). Il est égal à la somme pondérée de l'écart des obligations gouvernementales et de l'écart des obligations de sociétés. La pondération est donnée par EIOPA et obtenue comme le rapport entre les valeurs de marché agrégées respectives.

$$S_{devise} = w^{gouv}_{devise} \cdot \max(S^{gouv}_{devise}; 0) + w^{soc}_{devise} \cdot \max(S^{soc}_{devise}; 0) \tag{2.20}$$

avec

- w^{gouv}_{devise} et w^{soc}_{devise} le poids de la valeur d'obligations d'État, respectivement d'obligations de sociétés, dans le portefeuille d'actifs de référence pour cette devise ;
- S^{gouv}_{devise} et S^{soc}_{devise} le spread moyen sur les obligations d'État, respectivent de sociétés, du portefeuille de référence.

Comme défini dans (2.19), ce spread est ajusté d'une correction de risque pour tenir compte uniquement des effets liés au risque de liquidité dans l'évaluation.

$$CR_{devise} = w^{gouv}_{devise} \cdot \max(CR^{gouv}_{devise}; 0) + w^{soc}_{devise} \cdot \max(CR^{soc}_{devise}; 0) \tag{2.21}$$

avec

- w^{gouv}_{devise} et w^{soc}_{devise} les mêmes poids que dans (2.20) ;
- CR^{gouv}_{devise} et CR^{soc}_{devise} la correction pour risque correspondant à la partie du spread S^{gouv}_{devise}, respectivement S^{soc}_{devise}, attribuable au risque de défaut.

La correction pour risque de défaut lié à la part gouvernementale du portefeuille de référence est égale à 30% du spread moyen à long terme du portefeuille obligataire par rapport au taux d'intérêt sans risque. Le calcul de la correction pour risque de crédit lié à la part des sociétés du portefeuille de référence correspond au maximum entre 35% du spread moyen à long terme du portefeuille des sociétés et la somme des probabilités de défaut des actifs et du coût entraîné par la dégradation de la note sur la qualité de crédit de l'actif. [3]

Au VA pour devise s'ajoute la VA spécifique à chaque pays, qui atténue les effets d'un

3. Plus de détail sur le calcul de la correction pour risque, les probabilités de défaut ou le coût de dégradation peuvent être trouvés dans la documentation technique de l'EIOPA[14]

élargissement des spreads qui n'affectent qu'un ou quelques marchés nationaux, mais pas la majorité des marchés nationaux qui sont investis dans des obligations libellées dans la même devise. Le VA spécifique au pays est déterminé de façon analogue en considérant le spread S_{pays} entre la courbe de taux sans risque et le portefeuille de référence au niveau pays ajusté d'une correction pour risque de crédit RC_{pays}.

Le *Volatility adjustment* final est obtenu par la formule suivante :

$$VA_{total} = 0,65 \cdot (S^{CR}_{devise} + \max(S^{CR}_{pays} - 2 \cdot S^{CR}_{devise}; 0)), \text{ si } S^{CR}_{devise} > 85 \text{ points de base.} \quad (2.22)$$

L'ajustement de volatilité pour pays n'est que pris en compte si le spread pays ajusté de la correction pour risque est supérieur à 85 points de base. Dans le cas contraire, le VA est simplement donné par $0,65 \cdot S^{CR}_{devise}$.

2.3.1 Revue 2020 du *Volatility Adjustment*

Dans son *Consultation paper*[8], l'EIOPA a consacré plus de 120 pages à l'analyse du VA qui mettent en évidence deux problématiques techniques, sept déficiences et huit options proposées pour y remédier. Nous allons commencer par présenter les aspects techniques de la méthodologie actuelle qui posent problème. Il s'agit d'une part de la constitution des portefeuilles de référence et d'autre part du fait que les spreads sont à tout moment considérés positifs.

Pour la détermination des rendements et spreads moyen des portefeuilles de référence, l'EIOPA considère les informations relatives aux spreads et rendements par ensemble individuels d'actifs qui sont ensuite agrégés au niveau des différents portefeuilles de référence. Pour chaque groupe, le portefeuille est modélisé comme des zéro-coupons de maturité égale à leur duration. Pour rappel, une obligation zéro-coupon est entièrement décrite par la connaissance de son cash-flow final et sa maturité. À partir des valeurs de marché et du rendement moyen de chaque ensemble, il est alors possible d'obtenir le cash-flow délivré par chaque zéro-coupons. Le portefeuille de référence est alors considéré être équivalent à un actif payant les cash-flows des zéro-coupons déterminés précédemment. Sa valeur de marché est égale à la somme des valeurs de marché de chaque ensemble d'actifs. Ainsi, il est possible de calculer le taux de rendement du portefeuille de référence comme le taux de rendement interne en égalisant sa valeur de marché à celle de l'actif équivalent (composé des zéro-coupons).

Le *Volatility adjustment* est calculé de façon mensuelle alors que les informations concernant la durée et les pondérations de la valeur de marché sont mises à jour annuellement.

Ces données sont donc considérées comme constante sur l'année et ce sont les cash-flows des ensembles d'actifs qui évoluent quand les taux d'intérêt bougent. Ainsi lorsque l'on agrège les zéros-coupons, chaque classe d'actifs garde le même poids en valeur de marché mais avec des cash flows variables. En réalité, une modification du taux d'intérêt induit une baisse de la valeur de marché alors que les cash-flows resteront constants. En cas de forte volatilité sur les marchés, ceci peut conduire à une surestimation du poids des ensembles avec des taux d'intérêt élevés.

Comme solution à ce problème, l'EIOPA propose de garder fixe annuellement les cash-flows observés au lieu de la valeur de marché. À partir de ces cash-flows et des durations, c'est la valeur de marché de chaque ensemble d'actifs qui sera calculée. En réévaluant de cette manière, le poids des actifs ne sera plus figé mais évoluera selon les niveaux de taux d'intérêt, ce qui rend la VA beaucoup plus adaptée à son objectif de palier la volatilité artificielle des fonds propres.

Le second problème technique identifié par l'EIOPA est la non-prise en compte de la possibilité de spreads négatifs par le seuil minimal de zéro dans la formule actuelle. Cette limitation n'est pas justifiée économiquement. Dans une situation où les taux d'intérêt sans risque sont supérieurs aux taux de rendements des actifs (cas d'une prime de risque négative), un spread négatif serait nécessaire pour refléter la réalité économique. Ainsi, l'EIOPA propose de modifier les formules du spread afin de permettre d'éventuels spreads négatifs.

Dans son *Consultation paper*, l'EIOPA a rappelé que les objectifs du VA permettent de prévenir des comportements procycliques, d'atténuer l'impacts des spreads sur les fonds propres tout en prenant en compte les caractéristiques d'illiquidité des passifs. Cependant sept déficiences dans la conception du VA ont été mises en évidence :

1. La sur ou sous-estimation de l'impact d'un choc de spread par la VA :
   Dans une situation où le portefeuille d'actif de l'organisme d'assurance a une meilleure qualité de crédit que le portefeuille de référence, le VA a tendance à surestimer la baisse de la valeur de marché des actifs et vient surcompenser cette baisse au passif. Aussi, lorsque le pourcentage d'actifs à revenus fixes dans le portefeuille de l'assureur est plus faible comparé au portefeuille représentatif, l'application du VA viendra surcompenser la baisse de la valeur de marché des actifs. Finalement, un gap de duration élevé entre l'actif et le passif peut provoquer le même effet de surestimation de la perte de la valeur de marché des actifs par l'application du VA. Ceci est dû au fait que plus la duration du passif est élevée plus l'actualisation des passifs est effectuée à des taux long terme pour lesquels l'effet du VA est élevé.

2. La non prise en compte des caractéristiques d'illiquidité des passifs :

Sous sa forme actuelle, le VA peut être appliqué par les organismes d'assurance indépendamment des caractéristiques d'illiquidité de leur passif. L'illiquidité rend les flux de trésorerie des engagements d'assurance stables et prévisibles. Dans de telles circonstances, les passifs de l'organisme peuvent être adossés à des actifs considérés comme illiquides. De cette façon, les entreprises sont en mesure de réaliser un rendement supplémentaire (prime d'illiquidité) car la stabilité des flux de trésorerie du passif leur permet d'investir avec un risque limité de vente forcée et donc un risque limité de réaliser des pertes à court terme sur les actifs. Ce rendement supplémentaire se reflète dans l'application de la CV. Toutefois, lorsque les flux de trésorerie de l'assurance sont peu illiquides, c'est-à-dire relativement imprévisibles, l'entreprise peut être exposée à une vente forcée et ne pas être en mesure de gagner cette prime d'illiquidité supplémentaire. Cette prime permettrait donc de mieux prendre en compte les caractéristiques d'illiquidité des passifs d'assurance car dans la conception actuelle, deux assureurs qui ne possèdent pas les mêmes caractéristiques d'illiquidité des passifs vont appliquer le même VA. De plus, cette déficience nuit à la réalisation de l'objectif visé par le VA d'atténuer l'impact des exagérations des spreads obligataires sur les fonds propres. Si une entreprise court le risque d'être obligée de vendre de actifs, elle ne peut pas supporter l'exagération des spreads et peut en fait subir des pertes de valeur de marché dues à ces exagérations. La correction des exagérations de spreads par le VA dans ces circonstances n'est alors pas justifiée.

3. Non-activation du VA pays :
   Comme vu précédemment, le VA spécifique à un pays s'ajoute au VA devise lorsque le spread dépasse un certain seuil. Il peut arriver que le spread fluctue autour de ce seuil de déclenchement de manière prolongée. Les actifs des assureurs du pays en question évoluent selon les mouvements du spread alors que les passifs oscillent de manière discontinue selon que le point de déclenchement est franchi ou pas par le spread. Dans ce cas, l'incertitude de l'activation du VA pays se traduit par une plus grande volatilité des fonds propres, avec une incertitude accrue quant au respect des exigences de capital de solvabilité. De plus, l'absence d'activation du VA pays pour un spread proche du seuil de déclenchement entraîne une sous-estimation de l'impact des pertes sur les actifs par le VA.

4. Estimation non satisfaisante de la correction pour risque :
   Dans le cadre de la conception actuelle de la VA, la correction des risques ne change guère avec les variations des spreads de crédit. Ceci est une conséquence du fait que la correction pour risque de crédit est le maximum de deux nombres qui varient à peine dans le temps : 30% ou 35% du spread de crédit moyen à long terme et des pertes attendues basées sur des matrices de défaut à long terme. L'article 77) d) de

la directive Solvabilité II stipule que le spread de devise corrigé du risque de crédit doit être calculé comme la différence entre le spread et la part de ce spread relative aux pertes prévues du risque de crédit mais aussi aux pertes imprévues. En période de crise, le nombre de pertes inattendues suite à la défaillance d'émetteurs augmente proportionnellement au spread. A cet égard, les variations des spreads de crédit ne peuvent être considérées comme exagérées ou artificielles. La part du risque de crédit reconnue dans le spread devrait augmenter pour en tenir compte dans le VA.

5. Non possibilité du VA d'être négatif :
   Le VA remplit bien son rôle de prévention des comportements procycliques en cas d'augmentation soudaine des spreads par une compensation de la baisse de la valeur de marché des actifs au passif. Toutefois, dans un scénario de spreads faibles, les assureurs vont chercher à augmenter le rendement de leurs investissements en investissant de manière plus risquée, ce qui résulte en une compression procyclique des spreads qui rend les assureurs plus vulnérables aux augmentations de spreads. Le VA restant presque toujours positif n'incite pas les assureurs de remplacer leurs actifs risqués par des actifs de meilleure qualité de crédit. Ainsi, un VA négatif pourrait limiter les investissements à risque non responsable et prévenir les comportements procycliques.

6. Sémantique du VA :
   L'existence de différentes interprétations de la motivation du VA (compensation pour l'exagération des spreads ou prime d'illiquidité supplémentaire) rend difficile les analyses de sensibilité des hypothèses sous-jacentes au VA exigés en matière de gestion des risques dans le cadre du Pilier II.

7. *Market consistency* de la courbe des taux avec le VA :
   L'actualisation des passifs d'assurance avec une courbe sans risque est basée sur l'hypothèse que les passifs d'assurance peuvent être reproduits par des actifs sans risque ayant des caractéristiques similaires. Tout ajustement de la courbe des taux sans risque implique un écart par rapport à l'évaluation des engagements d'assurance conforme au marché. Ainsi, l'application du VA aux taux sans risque mène à l'existence de deux courbes pour chaque devise : une courbe avec VA et une courbe sans VA. Ces deux courbes sont établies à partir des mêmes données de marché et certaines entreprises peuvent utiliser l'une ou l'autre pour calculer leurs provisions techniques. Il n'y a donc pas de valeur de transfert unique pour les entreprises ayant des engagements similaires, ce qui est contradictoire avec le principe de *market consistency*.

Afin de pallier ces déficiences, l'EIOPA avait proposé différentes options qui peuvent être combinées entre elles pour construire une nouvelle approche de calcul de la VA dans

son *Consultation paper*[8]. Dans son document *Opinion on the 2020 Review of Solvency II*, l'EIOPA recommande finalement une approche séparant la conception du VA en deux composantes, à savoir un VA permanent et un VA macroéconomique :

$$VA = VA_{perm} + VA_{macro,j} \tag{2.23}$$

où VA_{perm} est le VA permanent pour une devise donnée et $VA_{macro,j}$ est le VA macroéconomique applicable aux produits d'assurance vendus dans un pays et libellés dans la devise de ce pays. Le VA permanent est similaire au VA devise et le VA macroéconomique est une amélioration du VA pays actuel. Ce dernier entre en jeu que lorsque les spreads sont larges (en particulier lors d'une crise financière qui affecte le marché obligataire) et il est construit de sorte à atténuer les effets non souhaités de l'activation de l'ancien VA pays pour les entreprises situées dans des pays en crise.

Le VA permanent et le VA macroéconomique sont donnés par les formules ci-dessous :

$$\begin{aligned} VA^i_{perm} &= GAR \cdot AR^i_4 \cdot AR^i_5 \cdot Scale \cdot S^{CR} \\ VA^i_{macro,j} &= GAR \cdot AR^i_4 \cdot AR^i_5 \cdot w_j \cdot max(S^{CR}_j \cdot Scale_j - 1,3 \cdot S^{CR} \cdot Scale; 0) \end{aligned} \tag{2.24}$$

Avec :

- i : indice représentant l'organisme ;
- j : indice représentant le pays ;
- GAR : ratio d'application general fixé à 85%. Suite à l'introduction des coefficients AR_4 et AR_5 pour remédier à certaines limites, l'ancien GAR de 65% est remplacé par la nouvelle valeur de 85%. Le niveau du GAR reste donc inférieur à 100% car l'EIOPA précise que même si certains risques et incertitudes liés au calcul actuel sont atténués par les modifications apportés au VA, certains d'entre eux demeureront toujours ;
- AR_4 : Ratio d'application qui a été introduit dans le but de corriger les problèmes de sur ou sous-estimation du choc de spread en raison du gap de duration actif/passif et du volume entre les investissements à revenu fixe et les passifs d'un organisme. Il correspond au rapport entre la sensibilité des placements à revenu fixe de l'entité suite aux variations de spread et la sensibilité du *Best Estimate* suite aux variations de VA. Ce coefficient est donc spécifique à un organisme d'assurance. Des mesures d'impact réalisées en 2020, il ressort que cet ajustement a un impact très modéré (proche de 1) sur le niveau final du VA ;
- AR_5 : ratio d'application spécifique à une entité mesurant le degré d'illiquidité de ses passifs. Ce coefficient vient réduire la VA pour les entreprises ayant des engagements imprévisibles, ce qui signifie que ces entreprises ne seraient pas en mesure

d'adosser leurs engagements à des actifs illiquides (en raison du besoin de liquidité) et ne pourraient donc pas obtenir une prime d'illiquidité sur leurs actifs. Il est basé sur la catégorisation des engagements d'assurance de l'organisme en trois paniers, distinguant trois niveaux d'illiquidité ;

- Scale : facteur d'échelle qui vise à exclure l'influence des instruments à revenu non fixe dans le portefeuille de référence. En ajoutant l'indice j, il s'agit du facteur pour le pays j ;
- S^{CR} spread corrigé du risqué de crédit du portefeuille de référence ;
- w_j : facteur de pondération permettant une activation progressive de la composante pays du VA et une atténuation des effets de bord.

Pour plus de détails et les formules exactes pour chacun des éléments composant le VA, le lecteur est invité à consulter l'annexe 2.29 du *Background analysis*[11].

A l'entrée en vigueur du nouvel VA, l'utilisation de cette mesure sera désormais soumise à l'approbation obligatoire des superviseurs nationaux sauf pour les entités ayant déjà recours au VA actuel. Toutefois, toutes les entités utilisant le VA doivent être en capacité de démontrer que le processus et les données utilisées pour sa détermination sont appropriés et cohérents avec les hypothèses fixées par la réglementation.

2.4 *Matching adjustment*

Comme pour le *volatility adjustment*, il s'agit d'un ajustement de la courbe des taux sans risque pour éviter que le risque de spread induit de la volatilité artificielle dans le bilan. Mais contrairement au VA, le *matching adjustment* (MA) s'applique au taux sans risque déjà extrapolé et est spécifique au portefeuille d'actifs propre à l'organisme d'assurance. Il peut s'appliquer à des portefeuilles d'assurance dont les engagements sont entièrement répliqués par les flux de trésorerie de certains actifs, et qui ne prévoient pas d'option de rachat ou que l'option de rachat est telle que la valeur de rachat ne dépasse pas la valeur des actifs couvrant les engagements.

Ces actifs de couverture sont détenus jusqu'à maturité et le montant des flux qu'ils génèrent financent les prestations à payer du portefeuille par l'assureur. La baisse de la valeur de marché des actifs et la perte en capital qui résulteraient d'une augmentation des spreads ne seraient que temporaire et récupérées avant l'échéance de ces actifs. Le MA fait en sorte que la baisse de la valeur des actifs est compensée par une réduction de la valeur des passifs dans le bilan évitant ainsi la volatilité artificielle des fonds propres.

L'utilisation de cette mesure doit être approuvée par le régulateur et une fois appli-

quée sur un portefeuille, il n'est plus possible de revenir vers une évaluation sans MA. En termes de gestion des risques, des mesures spécifiques comme la mise en place d'un plan de liquidité, la réalisation d'analyses de sensibilité des provisions techniques et des fonds propres et l'évaluation de l'impact d'une réduction du MA à zéro, sont exigés par l'autorité de surveillance. Le MA était utilisé par 14 assureurs espagnols en 2020.[9]

Dans le cadre de la revue 2020 de Solvabilité II, l'EIOPA propose de reconnaître les bénéfices de la diversification entre les portefeuilles avec MA et les autres portefeuilles pour le calcul du SCR dans la formule standard, ce qui n'était que le cas sous le modèle interne jusqu'à présent. Il est aussi ajouté une exigence supplémentaire dans le Règlement délégué afin de clarifier l'éligibilité des actifs à l'utilisation du MA.

2.5 Application et Résultat

Dans cette section, la méthode de Smith-Wilson et la méthode alternative présentées supra vont être appliquées à des données de marché réelles. Les deux méthodes ont été implémentées sous le langage de programmation R. Pour construire la courbe des taux sans risque pour la devise euro, nous utilisons les taux swaps contre Euribor 6 mois au 31/12/2020 à partir du fournisseur Thomson Reuters.

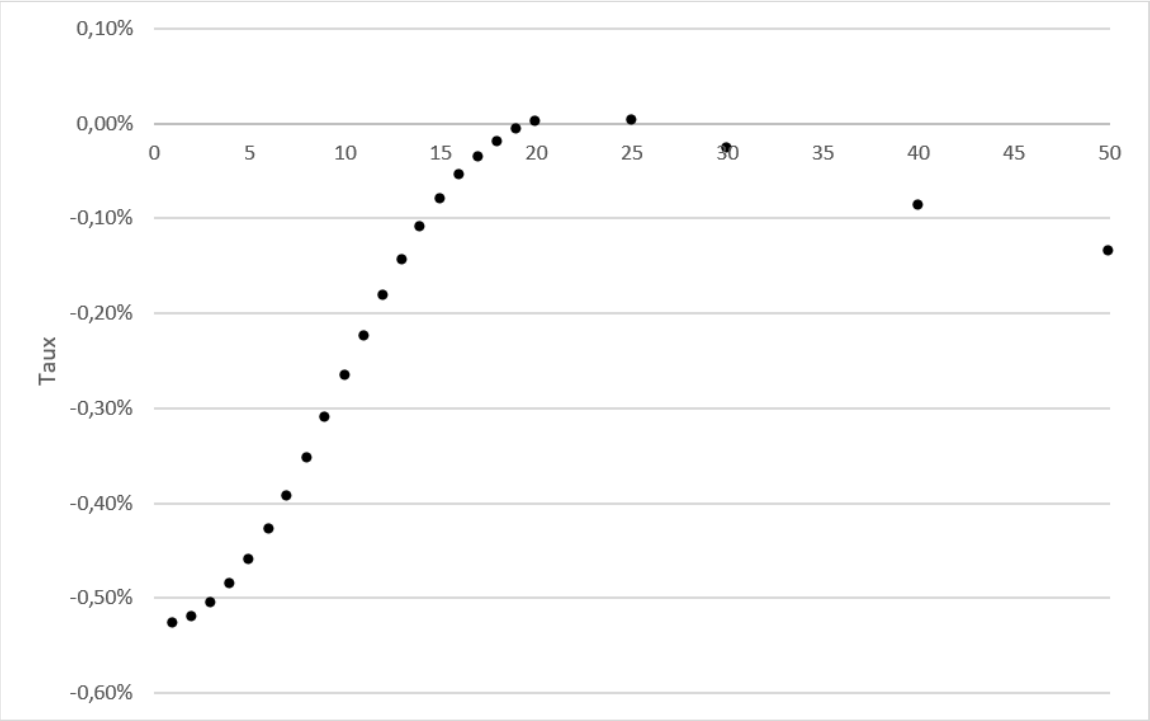

Figure 2.6 – Taux swap vs Euribor 6 mois observés sur les marchés au 31/12/2020 jusqu'à la maturité 50 ans

Les taux représentés au 31/12/2020 sont majoritairement négatifs sauf pour deux maturités à savoir 20 et 25 ans. Dans un premier temps, nous allons construire la courbe des taux sans risque à partir de ces données par la méthode de Smith-Wilson et analyser le changement d'un décalage du LLP à des maturités de 30 et 50 ans avant de passer à la courbe des taux conformément à la méthode alternative d'extrapolation.

2.5.1 Résultats trouvés par Smith-Wilson

L'EIOPA met à disposition sur son site un outil Excel sous le nom de « 22.11.2015_Smith-Wilson risk_free interest rate extrapolation tool.xlsb » qui permet la construction de la courbe des taux sans risque selon l'approche Smith-Wilson conformément à ses propres exigences. Cet outil est fourni avec des données de marché fictives. Celles-ci ont été utilisées pour comparer dans un premier temps les résultats trouvés avec notre outil R aux taux et paramètres calculés par l'outil Excel de l'EIOPA. Cette vérification a abouti à une performance satisfaisante de l'outil sous R permettant son application aux données de marchés réelles.

Conformément au paramétrage de la méthode de Smith-Wilson actuelle utilisée par EIOPA, le LLP est dans un premier temps fixé à 20 ans, le point de convergence correspond à 60 ans et par conséquent la période de convergence est égale à 40 ans. Les maturités jusqu'au LLP considérées sont celles qui correspondent au critère DLT de l'EIOPA, à savoir 1 à 10, 12 et 15 ans. Avant d'appliquer l'interpolation et l'extrapolation des taux selon Smith-Wilson, les taux swap considérés sont réduits du *Credit Risk Adjustment* qui a été repris tel qu'il est fourni par l'EIOPA au 31/12/2020 et qui s'élève à 10 points de base.

Pour la partie extrapolation de la courbe des taux, l'UFR applicable en 2020 pour l'euro est égale à 3,75% et donc sa valeur sous la convention continue des taux d'intérêt correspond à $ufr = ln(1 + 0,0375)$. Le graphique ci-dessous représente les taux sans risque en convention annuelle respectivement continue et l'intensité forward associée. Ces résultats ont été obtenus à l'aide de l'outil R. L'extrapolation est réalisée jusqu'à un horizon de 150 ans en ligne avec la pratique de l'EIOPA.

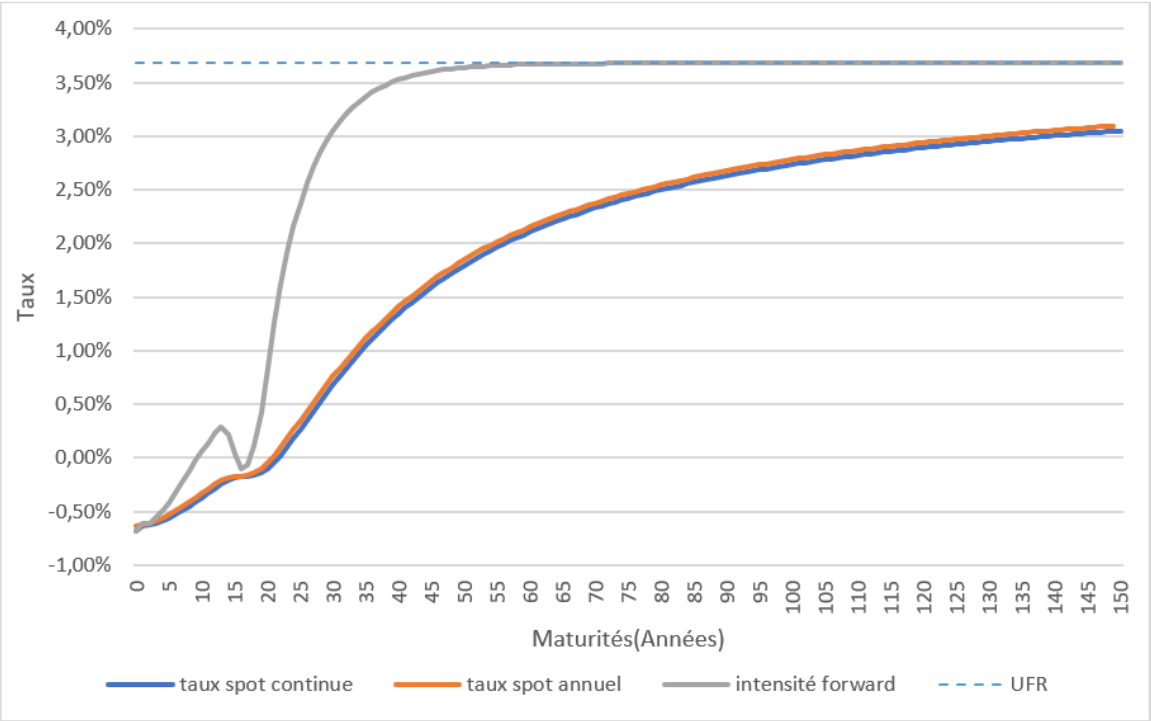

Figure 2.7 – Extrapolation de la structure par terme des taux sans risque à partir de données de marché au 31/12/2020

La courbe des taux sans risque s'ajuste parfaitement au taux swap observés jusqu'au dernier point de liquidité. Les taux forward présentent un comportement assez irrégulier principalement à cause de l'exigence de cet ajustement exact aux taux du marché observés. Au-delà, la courbe est extrapolée vers l'UFR. Nous pouvons constater la convergence de l'intensité du taux forward vers l'UFR au point de convergence de 60 ans. La convergence n'est pas parfaite mais la différence entre les deux taux est bien inférieure au seuil de tolérance de 1 point de base fixé par l'EIOPA. Les taux spot converge évidemment aussi ver l'UFR mais de façon asymptotique. Le paramètre α défini la vitesse de convergence vers l'UFR. La valeur optimisée obtenue pour α avec le programme R pour les taux swap utilisés est de 0,136592. Elle diffère de la valeur donnée par l'EIOPA, qui est de 0,136588. Toutefois en utilisant l'outil Excel mis à disposition par l'EIOPA sur nos données de marché, nous retombons bien sur la même valeur optimale pour α qu'avec l'outil sous R. Étant donné la proximité des deux valeurs, l'utilisation de l'une ou l'autre valeur induit une différence négligeable qui n'influencera pas l'étude réalisée dans le cadre de ce mémoire.

Le grahique ci-dessous (2.8) montre la courbe officielle publiée par l'EIOPA et la courbe reconstruite à l'aide de notre outil R à partir des données de marchés au 31/12/2020.

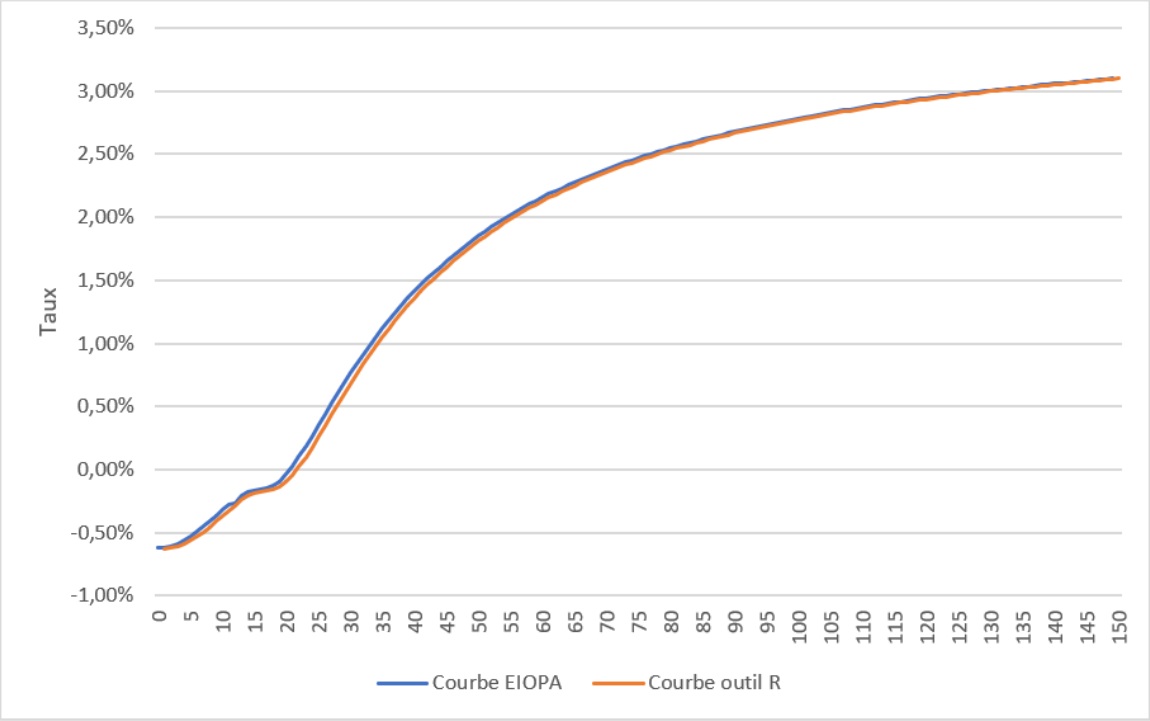

Figure 2.8 – Comparaison entre la courbe EIOPA et la courbe reconstruite sous R au 31/12/2020

L'écart entre les deux courbes peut être expliqué par des taux swaps en entrée qui ne sont pas exactement les mêmes que ceux utilisés par l'EIOPA dans ses calculs. L'EIOPA précise les sources de données qu'elle utilise pour la construction de la courbe des taux sans risque dans sa documentation technique[14]. Depuis le 31/01/2020, le fournisseur pour les données relatives aux swaps est Refinitive. Avant, ces données étaient fournies par Bloomberg. Les valeurs exactes des écarts peuvent être fournies si nécessaire. L'écart maximal entre ces deux courbes s'élève à deux points de base.

Le décalage du dernier point de liquidité vers les maturités 30 et 50 ans sont deux options proposées par l'EIOPA dans son *Consultation paper*[8] qui se basent sur les résultats des dernières études sur le respect du critère DLT des swaps pour la devise euro datant de 2017. Selon celles-ci, toutes les maturités suivantes respectent le critère DLT : 1 à 15, 20, 30, 40 et 50 ans.

Ci-dessous les courbes des taux sans risque pour un LLP à 20 (actuellement), 30 et 50 ans sont tracées. La période de convergence reste fixée à 40 ans pour chacune des courbes. Les points de convergence correspondants valent alors 60 ans, respectivement 70 et 90 ans. Les valeurs du paramètre de convergence α sont optimisées de la même manière que précédemment.

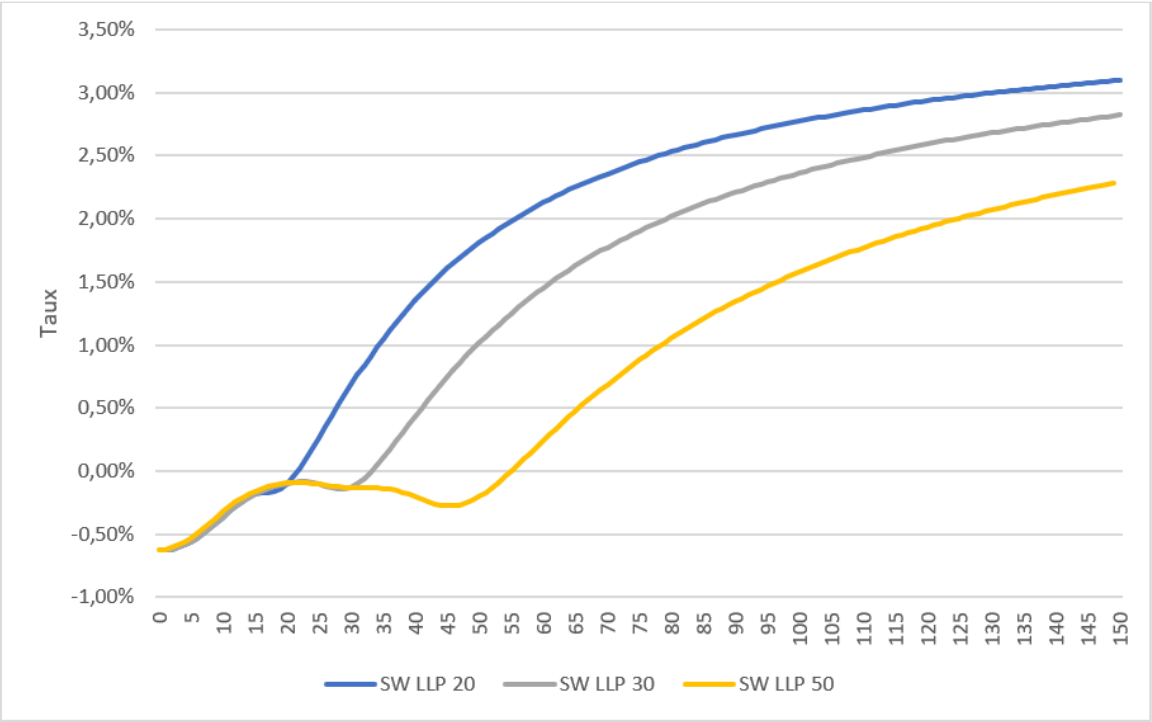

Figure 2.9 – Courbe des taux sans risque pour différentes valeurs du LLP

Dans le contexte actuel de taux bas, la prise en compte des taux observés sur le marché pour des maturités jusqu'à 30 ou 50 ans conduit à abaisser significativement la courbe de taux sans risque au-delà de 20 ans, ce qui induirait une augmentation de la valeur actualisée des passifs d'assurance de long terme et une dégradation des ratios de solvabilité des assureurs. Le paramétrage de la période de convergence pour l'euro ressort de l'évaluation des garanties à long terme menée par l'EIOPA en 2013 dans laquelle l'EIOPA compare principalement des périodes de convergence de 10 et 40 ans [15]. Le choix de la fixer à 40 ans semblait être un bon compromis entre la volatilité des fonds propres et la stabilité financière d'une part et cohérence avec les taux observés des instruments financiers sur les marchés d'autre part. Dans le cas d'un décalage du LLP se pose alors la question si l'utilisation d'une période de convergence de 40 ans reste cohérente.

2.5.2 Résultats par la méthode d'extrapolation alternative

La dernière option proposée par l'EIOPA dans son *Consultation paper* et retenue dans son avis final est la méthode d'extrapolation alternative. Celle-ci vient améliorer la cohérence de la courbes des taux sans risque avec la situation actuelle des marchés. Sur le graphique ci-dessous, on trace les courbe des taux sans risque obtenues selon cette méthode avec et sans le mécanisme de transition.

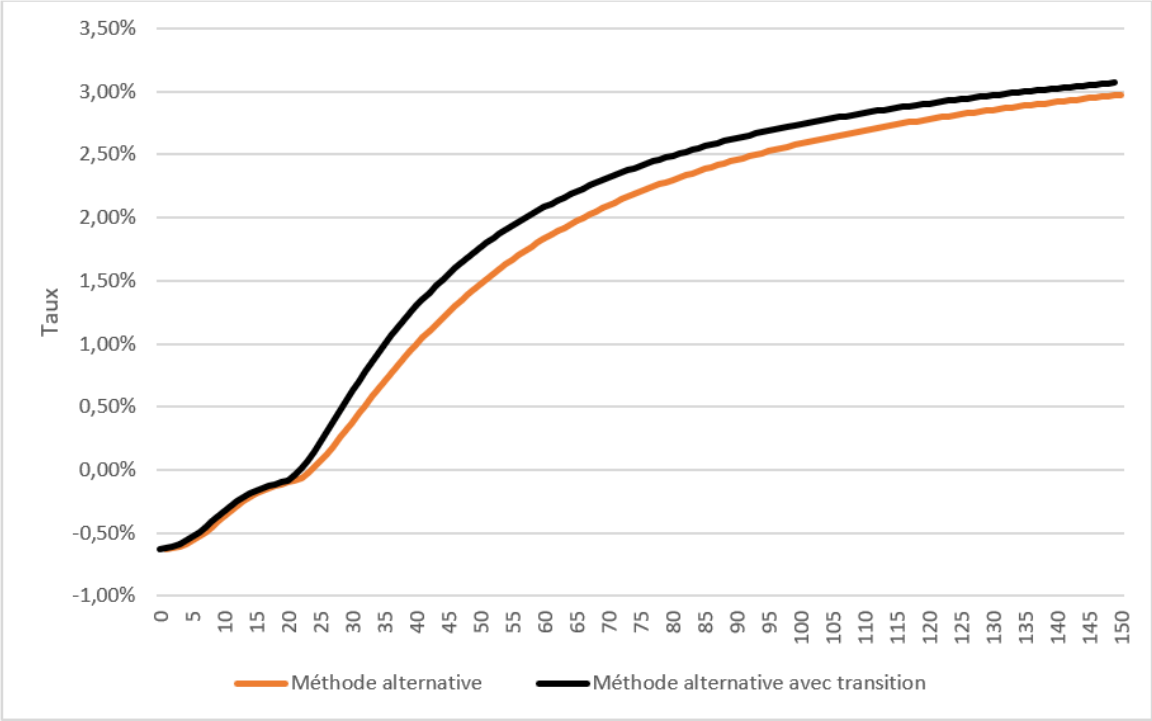

Figure 2.10 – Courbe des taux sans risque construite selon la méthode d'extrapolation alternative au 31/12/2020 avec et sans le mécanisme de transition

La différence entre les deux courbes au-delà du FSP vient de valeurs différentes pour le paramètre de convergence α qui détermine la rapidité de la convergence des taux extrapolés vers l'UFR. La valeur de α choisie par défaut par l'EIOPA est égale à 10%. Etant donné que le taux d'intérêt sans risque au point de maturité FSP (20 ans) est compris entre -0,5% et 0,5%, la valeur de α est obtenue par interpolation linéaire entre 10% et 20% avec le mécanisme de transition, α vaut ainsi 16%.

Le graphique (2.11) illustre l'influence du facteur α sur la rapidité de convergence des taux forward vers l'UFR sur la partie extrapolée de la courbe. Plus α est grand, plus la convergence est rapide. Pour la méthode alternative, il n'y a pas de point de convergence qui est définie comme pour la méthode de Smith-Wilson car la convergence vers l'ufr est asymptotique.

Sur le grahpique (2.12), on trace les courbes de taux sans risque pour les différentes valeurs de α. On peut tirer la même conclusion que pour les taux forward. Sur la partie avant le FSP les courbes coïncident puisque le paramètre α entre en jeu que pour la partie extrapolation de la courbe.

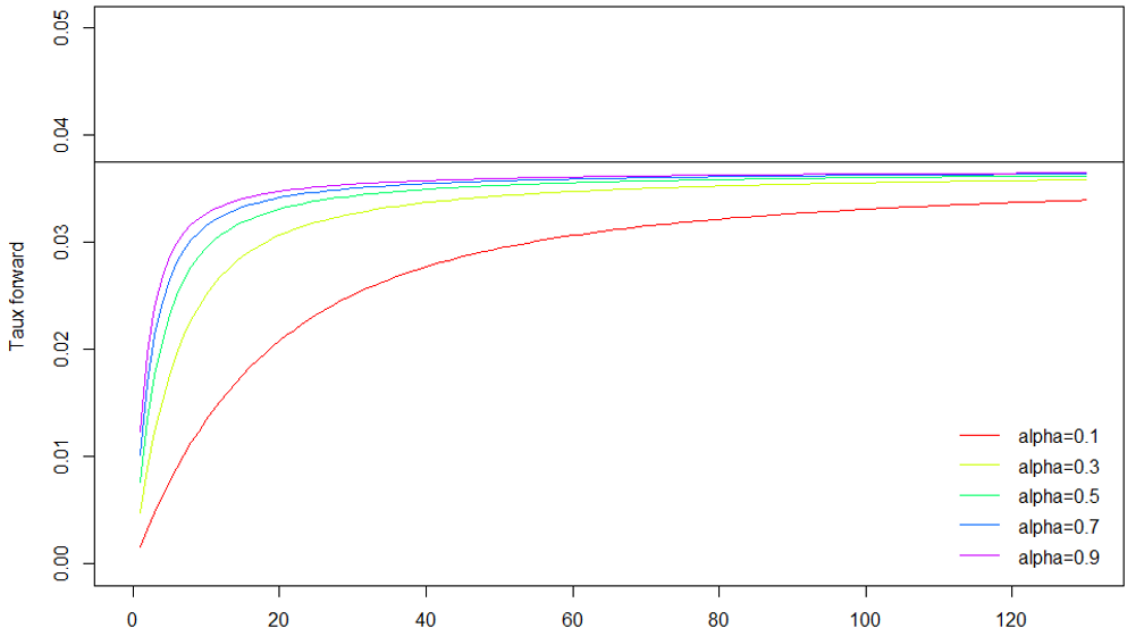

Figure 2.11 – Convergence des taux forward extrapolés vers l'UFR en fonction de différentes valeurs pour α

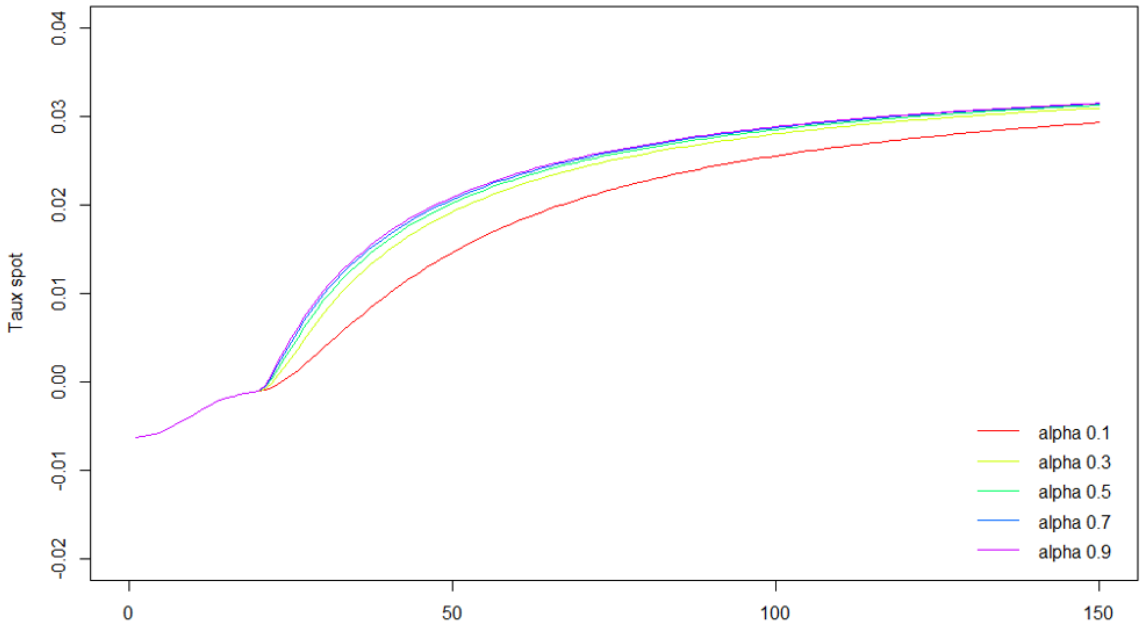

Figure 2.12 – Courbe des taux sans risque pour différentes valeurs de α

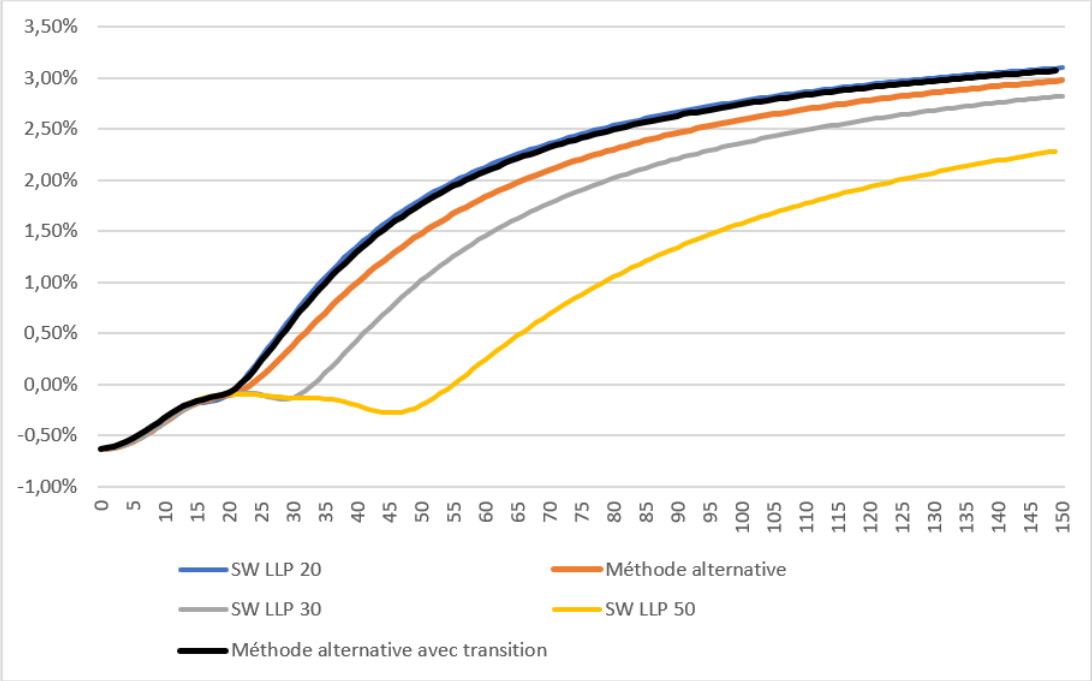

Figure 2.13 – Courbe des taux sans risque au 31/12/2020 pour les différentes options proposées par l'EIOPA dans son Consultation Paper

En analysant le graphique ci-dessus (2.13), il ressort qu'un décalage du LLP à 50 ans constituerait un changement important pour l'assureur. L'écart entre les taux sans risque de maturité 50 ans de la méthode Smith-Wilson avec un LLP à 20 ans et un LLP à 50 ans est maximal et s'élève à 2,05%. En comparaison avec un LLP à 30 ans, l'écart maximal vaut 0,94%.

La courbe obtenue par la méthode alternative se situe entre celles obtenues par Smith-Wilson avec des LLP à 20 et 30 ans. Plus les taux sont bas, éloignés de l'UFR, plus l'écart entre les courbes obtenues par Smith-Wilson (LLP 20) et la méthode alternative sera important du fait que la méthode alternative inclut plus de données de marchés. L'écart maximal entre les deux courbes est de 0,36%. Enfin, le mécanisme de transition pour la méthode alternative semble remplir son rôle de limiter un changement trop important à son entrée en vigueur par rapport à la méthode actuelle de Smith-Wilson.

Sur le graphique (2.14), les courbes des taux sans risque en prenant en compte le *Volatility Adjustment* sont représentées. Il s'agit du *Volatility Adjustment* issue de l'approche actuelle de l'EIOPA, et non de celle recommandée pour la revue 2020. Au 31/12/2020, le *Volatility Adjustment* donné par l'EIOPA vaut 7 points de base.

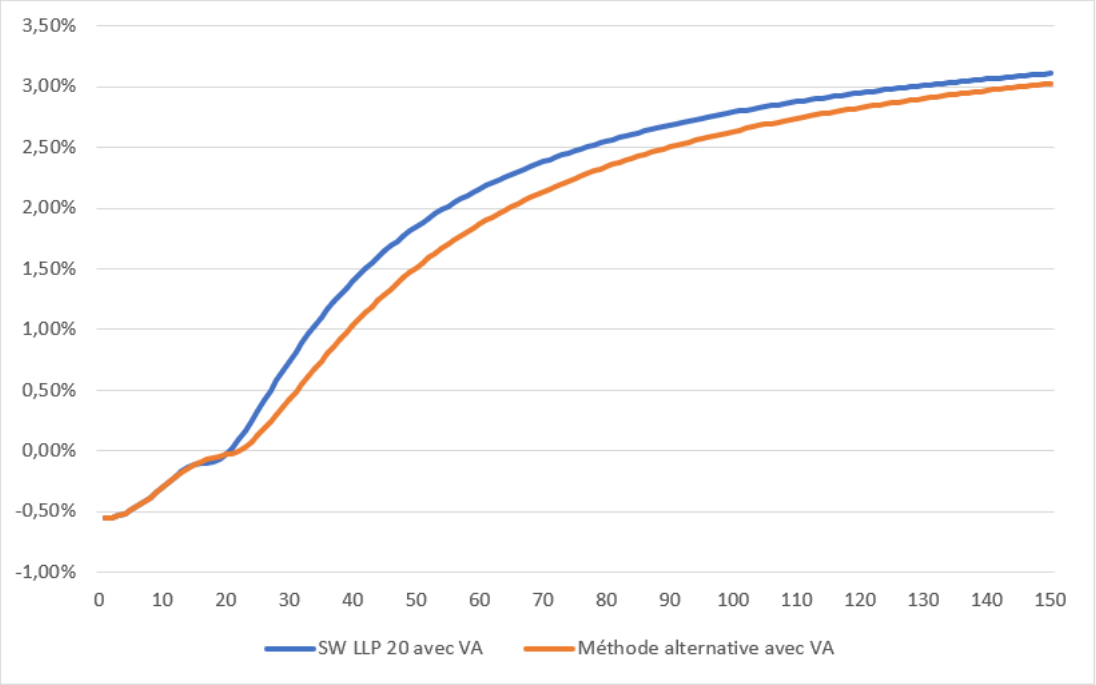

Figure 2.14 – Courbe des taux sans risque au 31/12/2020 avec VA pour la méthode de Smith-Wilson LLP 20 ans et la méthode alternative

Comme mentionné plus haut dans la section (2.2.7), dans la méthode alternative, le *Volatility Adjustment* est ajouté au taux forward jusqu'au FSP et pour la partie extrapolation de la courbe le LLFR est ajusté. En comparaison avec la méthode Smith-Wilson, il est alors intéressant de noter que le poids relatif du *Volatility Adjustment* est environ 4,1% plus faible sur l'extrémité longue de la courbe comme illustré dans la figure 2.15. Cela aura un impact négatif supplémentaire sur la valorisation des engagements à long terme. En particulier en période de stress sur les marchés, l'effet bénéfique du *Volatility Adjustment* sur le bilan sera moindre que sous la méthode actuelle de l'EIOPA.

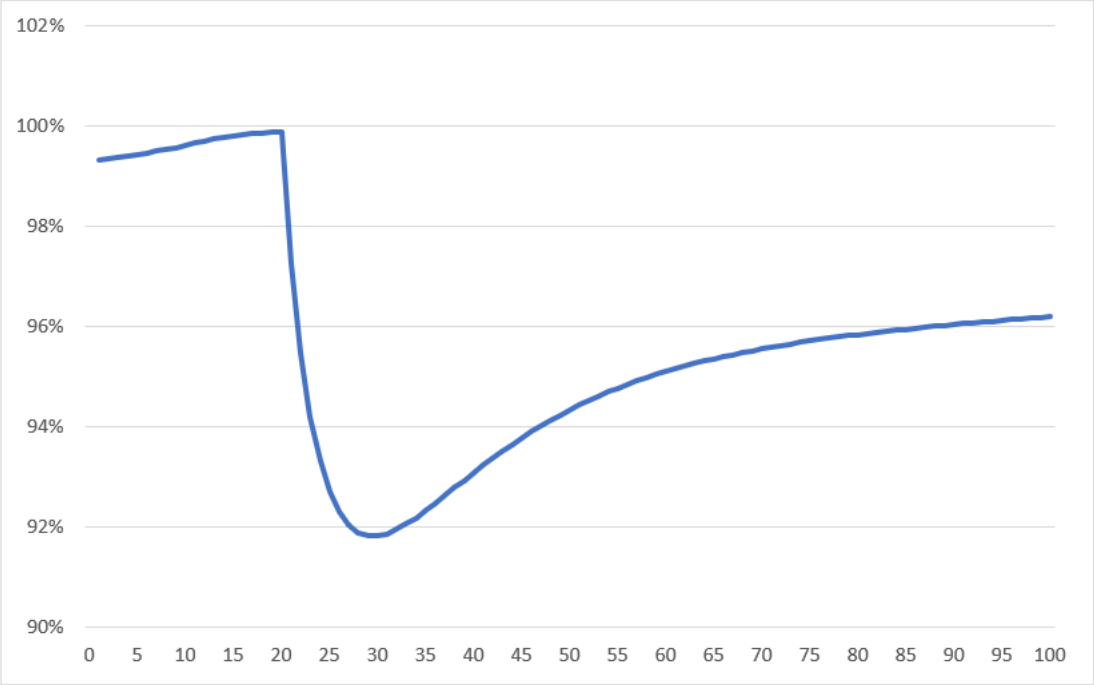

Figure 2.15 – Poids relatif du VA dans la méthode alternative par rapport à la méthode actuelle de Smith-Wilson au 31/12/2020

Chapitre 3

Descriptif du portefeuille de retraite

3.1 Présentation

Les engagements des organismes d'assurances envers leurs assurés peuvent être de plus ou moins longue durée. Pour certains produits d'assurance, des prestations peuvent être versées jusqu'à des maturités allant au-delà de celles observables sur les marchés financiers pour les produits dérivés de taux d'intérêt. Comme illustré dans la partie (2.5), les options considérées par l'EIOPA dans son *Consultation Paper* pour l'extrapolation de la courbe des taux sans risque entraînent des différences entre les courbes obtenues qu'à partir du LLP actuellement fixé à 20 ans. Jusqu'à la maturité de 20 ans, les taux sans risque restent identiques aux taux swaps observés sur le marché ajustés du risque de crédit pour toutes les options.

Dans le cadre de Solvabilité II, les flux de prestations futures sont actualisés à partir de la courbe des taux sans risque. Il est alors légitime de supposer d'ores et déjà que les changements proposés par l'EIOPA impacteront surtout les engagements d'assurance de longue durée . Ainsi, nous nous focaliserons pour cette étude sur un portefeuille d'assurance vie relevant d'un régime complémentaire de retraite à prestations définies parce que les engagements sont généralement plus longs.

Les régimes complémentaires de pension au Luxembourg sont régis par la loi du 8 juin 1999 [1]. Ces régimes sont mis en place par une entreprise ou un groupe d'entreprises au profit de ses salariés ou de certaines catégories de ceux-ci, afin de leur octroyer des prestations destinées à compléter les prestations des régimes légaux de sécurité sociale en cas

1. Loi du 8 juin 1999 relative aux régimes complémentaires de pension
https ://legilux.public.lu/eli/etat/leg/loi/1999/06/08/n5/jo

de retraite, de décès, d'invalidité ou de survie. Les régimes complémentaires peuvent être gérés en interne par des provisions au bilan de l'entreprise ou en externe par des fonds de pension ou bien des assurances de groupe.

L'employeur qui met en place un régime complémentaire de pension doit définir les conditions de sa promesse de pension collective faite en faveur de tout ou partie de ses salariés. Il en fixera tout d'abord les conditions d'affiliation. Celles-ci peuvent, par exemple, prévoir un certain délai avant l'affiliation, le temps pour l'intéressé d'avoir fait ses preuves dans l'entreprise. Et lorsqu'il sera affilié, le règlement de pension peut encore imposer à cet affilié un délai d'attente avant de pouvoir bénéficier de «droits acquis». La loi a toutefois limité la durée de cette période de stage (c'est-à-dire la période entre la date d'entrée en service dans l'entreprise et la date à partir de laquelle l'intéressé a des droits acquis) à 10 ans maximum. En respectant cette règle, l'employeur est libre de fixer le nombre d'années requis pour pouvoir bénéficier de tels droits acquis.

A partir du moment où un affilié peut prétendre à ces droits, il en gardera définitivement le bénéfice s'il venait, par exemple, à quitter l'entreprise avant d'avoir atteint l'âge de la retraite. Il pourra les maintenir dans le régime de son ancien employeur, les racheter, voire les transférer auprès d'un nouvel employeur. Les règles permettant de fixer ces droits acquis vont varier selon la nature du plan de pension concerné.

Régime à cotisations définies

Dans ce type de régime, l'entreprise s'engage vis-à-vis de ses employés à verser un montant de cotisation qui viendra s'ajouter aux cotisations mensuelles des salariés s'il y en a. Il n'y a lieu d'aucune promesse sur le niveau de la prestation au moment de la liquidation du régime. Celui-ci dépendra des cotisations et du placements de ces fonds. Ces régimes garantissent donc au salarié arrivant à la retraite, un revenu différé qui dépend des réelles cotisations qu'il a versées pendant qu'il travaillait et qui n'a aucun lien avec son dernier revenu à son départ à la retraite.

Régime à prestations définies

Dans un régime de retraite à prestations définies, contrairement à un régime à cotisations définies, l'entreprise s'engage sur le niveau des prestations octroyées. Il garantit en général à l'ensemble du personnel de l'entreprise ou à une catégorie de celui-ci un capital ou une rente égale à un certain pourcentage du salaire du salarié au départ à la retraite. Dans ces contrats, il y a donc une obligation de résultat portant sur les prestations définies au terme du contrat.

Pour notre étude, il s'agit d'un régime à prestations définies garantissant à chaque employé au moment du départ à la retraite le paiement d'une rente viagère annuelle exprimée en fonction de son dernier salaire annuel, son ancienneté et du plafond de la sécurité sociale :

$$R = \frac{ANC(x_r)}{40} \cdot (15\% \cdot S_{PF}(x_r) \cdot +20\% * S_{>PF}(x_r)) \tag{3.1}$$

Avec :

- R le montant de la rente annuelle au départ à la retraite.
- $ANC(x_r)$ ancienneté dans l'entreprise au moment du départ à la retraite. Une carrière dans l'entreprise est considérée complète pour 40 ans de service.
- PF le plafond de la sécurité sociale annuel au moment du départ à la retraite correspondant à cinq fois le salaire social minimum.
- $S_{PF}(x_r)$ le dernier salaire avant la retraite limité au plafond de la sécurité sociale.
- $S_{>PF}(x_r)$ la partie du dernier salaire avant la retraite excédant le plafond de la sécurité sociale.

Le régime à prestations définies est géré à travers une assurance de groupe auprès d'une compagnie d'assurance. Le plan est intégralement financé par des cotisations de l'entreprise. Au Luxembourg, un impôt de 20,9% doit être payé sur les cotisations patronales à un régime de pension. Comme le montant des cotisations dans un régime à prestation définies n'est pas déterminé à l'avance, les cotisations et le montant de l'engagement sont évalués par une étude actuarielle basée sur différentes hypothèses. Il en découle une nécessité de suivre de manière quasi-continue l'évolution du passif émanant de ces engagements à prestations définies. Le portefeuille est constitué des employés qui bénéficieront d'une rente viagère future selon la formule (3.1) au moment de leur départ à la retraite. Il n'y a pas encore de retraités issus de ce régime et donc pas de rentes actuellement en cours de service. Le tableau suivant présente quelques caractéristiques de la population d'affiliés :

	Effectif	Salaire mensuel moyen (€)	Salaire mensuel Médian (€)	Age moyen	Ancienneté moyenne
Affiliés	533	6 788,53	6 244,07	48,2	22,7
Hommes	239	7 450,56	6 805,38	48,8	21,9
Femmes	294	6 250,35	5887,07	47,8	23,2

Table 3.1 – Caractéristiques des affiliés du régime de retraite

Les employés âgés d'au moins 45 ans représentent 69% des affiliés du régime. 7% d'entre eux vont bientôt atteindre l'âge de la retraite. (âge de départ à la retraite = 65 ans)

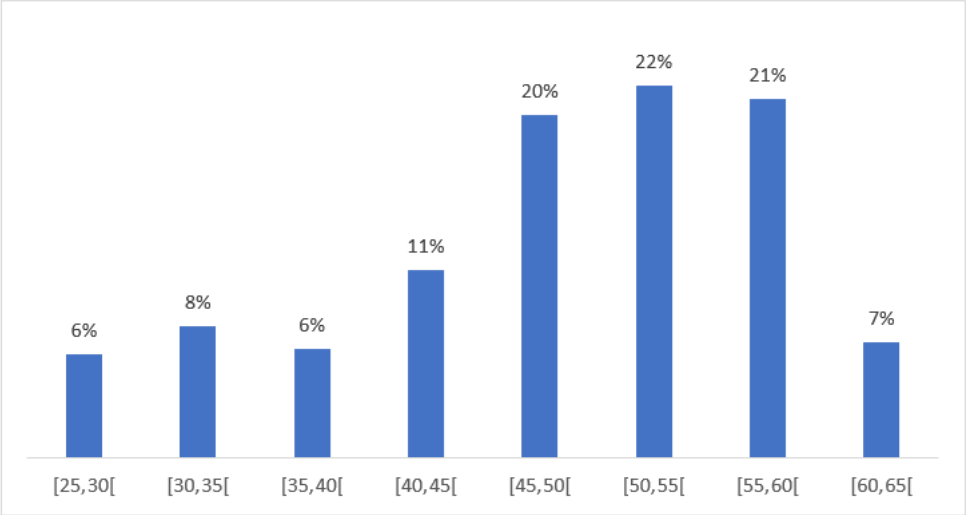

Figure 3.1 – Distribution suivant l'âge

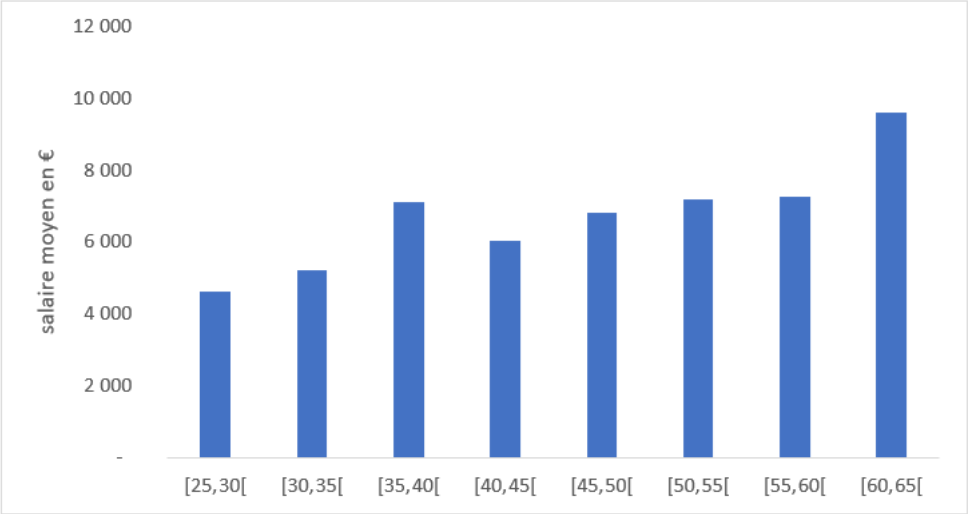

Figure 3.2 – Salaires moyens par tranches d'âge

Les salaires moyens augmentent progressivement avec l'âge des employés. Pour la tranche d'âge de 35 à 40 ans, un affilié ayant un très gros salaire par rapport à ses collègues est responsable du salaire moyen plus élevé en comparaison des tranches d'âge suivantes.

3.2 Hypothèses de modélisation de l'engagement de retraite

L'évaluation des prestations à verser à partir du moment de départ à la retraite est effectuée salarié par salarié suivant la méthode des unités de crédits projetées tout en tenant compte de toutes les hypothèses démographiques et économiques. L'idée qui se profile derrière cette méthode consiste à considérer que si l'affilié reste dans l'entreprise jusqu'à l'âge de la retraite, il aura droit à un avantage de retraite calculé en fonction de son dernier salaire, son ancienneté et le plafond de la sécurité sociale, et il y a donc lieu de tenir compte de ces éléments projetés dans le calcul de l'engagement qui correspondra à la valeur actuelle probable du capital de rente à la retraite, proratisé en suivant la durée de service passé.

Dans une optique *Best Estimate*, les hypothèses doivent correspondre aux meilleures estimations des variables qui détermineront le coût final des rentes viagères. Celles-ci doivent être objectives, c'est-à-dire ni risquées ni d'une prudence excessive. Il y a les variables endogènes propres à l'entreprise et les variables exogènes qui sont fixées indépendamment de l'entreprise. Le jeu d'hypothèses pour projeter les avantages de pension à l'âge de retraite est détaillé ci-dessous. Pour des raisons de confidentialité, toutes les hypothèses utilisées ici sont fictives mais réalistes. La date d'évaluation est le 31/12/2020.

3.2.1 Hypothèses démographiques

Ces hypothèses sont relatives aux évolutions futures du nombre de salariés affiliés au régime de l'entreprise.

1. **L'âge de départ à la retraite**
   L'âge de départ à la retraite dans le régime est fixé à 65 ans ce qui correspond à l'âge légal de départ à la retraite au Luxembourg. La rente annuelle est supposée être versée immédiatement à cet âge.
2. **La mortalité**
   Le risque de décès des salariés est modélisé à l'aide de tables de mortalité donnant pour chaque âge la probabilité annuelle de décès. Afin que l'impact de la mortalité dans la projection des flux futurs de l'engagement soit le plus réaliste possible, l'utilisation d'une table de mortalité d'expérience basée sur les caractéristiques des salariés de l'entreprise serait la plus appropriée. La création d'une telle table d'expérience nécessite un nombre très important de données exploitables et est donc réservée à des grandes entreprises pour avoir du sens d'un point de vue statistique. L'utilisation de table de mortalité nationales les plus récentes est dans ce cas plus pertinent. Contrairement à la France, les tables de mortalité à utiliser ne sont pas imposées par la réglementation luxembourgeoise et l'accord de commercialisation est donné au cas par cas. En pratique cela se traduit par l'utilisation fréquente de tables réglementaires belges, françaises, allemandes ou encore hollandaises. Comme le régime promet des prestations sous forme de rentes viagères, il est donc indispensable de tenir compte d'une amélioration de la longévité calculée au mieux pour probabiliser les engagements. Nous avons recours aux tables de mortalité par génération réglementaires française pour les opérations de rentes viagères, à savoir TGH-05 pour les hommes et TGF-05 pour les femmes.. Ainsi, on suppose que la mortalité est déterministe. Ceci revient à prendre comme hypothèse que la mortalité des assurés suit uniquement ces deux tables (mutualisation parfaite).
3. **Le *turnover***
   Le taux de *turnover* correspond à la probabilité qu'un salarié quitte l'entreprise avant la retraite pour des motifs autres que le décès entre la date de calcul de l'engagement et la date future à laquelle il est sensé toucher sa rente. Il n'est pas facile d'estimer cette probabilité de manière fiable à cause de nombreux facteurs qui l'influencent :
   - L'âge du salarié ;
   - L'ancienneté du salarié à une date ;
   - La catégorie socioprofessionnelle du salarié ;

— La politique de rémunération future de l'entreprise ;

— La conjecture économique.

En principe, les probabilités de turnover sont alors basées sur une observation empirique du taux de rotation dans l'entreprise. Ces taux ont été fournis par l'entreprise sur base de données statistiques des dix dernières années :

Âge	Turnover	Âge	Turnover
<25	10,6%	[45,50[	1,3%
[25,30[	11,2%	[50,55[	0,5%
[30,35[	9,6%	[55,60[	0,2%
[35,40[	4,1%	[60,65[	0%
[40,45[	3,3%		

Table 3.2 – Probabilités de turnover fournies par l'entreprise

La structure globalement décroissante des taux de turnover avec l'âge correspond à ce qui peut être observé généralement.

3.2.2 Hypothèses économiques

1. **Taux d'inflation**
   L'évolution à long terme des salaires est liée à la performance globale de l'économie. Le taux sélectionné est de 2,00 % suivant l'objectif de la Banque Centrale Européenne pour la zone Euro sur le moyen et sur le long terme.

2. **Taux de croissance des salaires**
   La revalorisation salariale permet de projeter les salaires actuels pour déterminer les salaires au moment du départ à la retraite. Cette hypothèse a aussi un impact sensible sur l'engagement. L'employeur a déterminé ce taux en fonction des statistiques historiques. Il s'agit d'un taux de croissance moyen qui comprend l'évolution salariale moyenne à l'intérieur de chaque carrière, la probabilité que le salaire passe au-delà du dernier échelon automatique, la probabilité que les barèmes soient révisés par des négociations salariales et l'indexation (inflation). Jusqu'à 50 ans, le taux de croissance des salaires, y compris l'inflation, s'élève à 3,5% et ensuite jusqu'à l'âge de départ à la retraite il est fixé au niveau de l'inflation de 2%.

3. **Évolution du plafond de sécurité sociale**
   Puisque le montant de la rente viagère promise à la retraite par le régime est fonction du plafond de la sécurité sociale, il est aussi nécessaire de faire évoluer ce plafond selon un taux de revalorisation. Ce dernier a été fixé sur base de l'évolution constatée

sur les 10 dernières années :

$$\frac{132115(\text{plafond au 1er janvier 2021})}{105454(\text{plafond au 1 er janvier 2011})} = 1,25 \tag{3.2}$$

Soit une augmentation de 2,28% par an.

4. **Taux de revalorisation des rentes**
   L'indexation d'une rente viagère est nécessaire afin qu'elle conserve son pouvoir d'achat en tout temps. Le montant de la rente après le premier paiement est indexé au taux d'inflation, soit 2%.
5. **Taux d'actualisation**
   Les taux d'actualisation sont les taux obtenus par les différentes courbes des taux sans risque construite dans la partie 2.5. On utilise les taux sans *Volatility Adjustment*.

3.3 Évolution des rentes futures

Le taux de remplacement moyen obtenu sur tous les salariés du régime est de 14%. Il s'agit du rapport de la rente annuelle définie au départ à la retraite calculée selon les hypothèses d'évolutions des salaires, du plafond de la sécurité sociale et de l'ancienneté à la retraite sur le dernier salaire juste avant la retraite d'un affilié du régime. Ce résultat est bien en ligne avec la formule de rente du régime qui pour une carrière complète de 40 ans et un salaire ne dépassant pas le plafond de la sécurité sociale promet une rente annuelle à l'âge de départ à la retraite de 15% du dernier salaire avant la retraite.

Le graphique ci-dessous montre le nombre estimé de rentes futures en considérant que le régime est fermé aux nouveaux salariés.

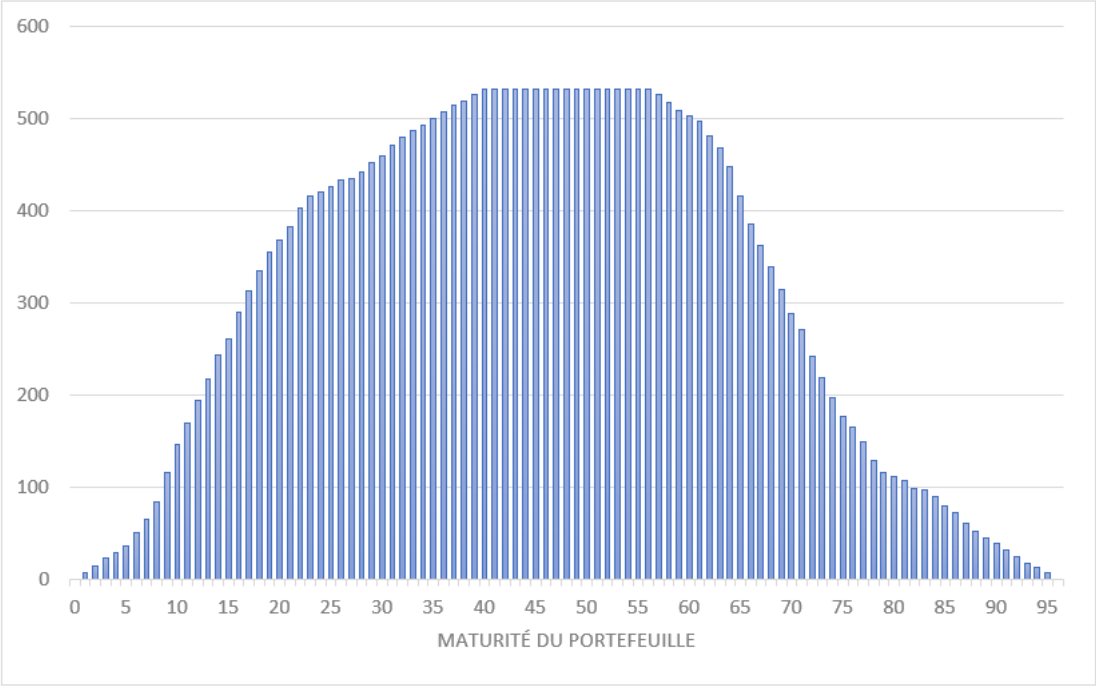

Figure 3.3 – Évolution du nombre de rentes futures

Les premiers départs à la retraite ont lieu l'année prochaine. Dans 40 ans, tous les salariés actuels seront retraités. Sans nouvelle entrée dans le régime, le portefeuille devrait s'éteindre dans 95 ans, ce qui illustre la nature long terme de l'engagement en question.

A partir des hypothèses actuarielles définies ci-dessus, il est dès lors possible de déterminer la valeur probable (VP) de la rente dont bénéficiera un affilié du régime à un instant t dans le futur. Soit t $\in \mathbb{R}_+$, alors

$$\begin{aligned} VP(t) =& R(ANC(x_r), S(x_r), PF(x_r)) \cdot (1+\tau)^{(x+t-x_r)} \cdot p_{vie}(x, x+t) \\ & \cdot (1 - p_{turnover}(x, x_r)), \text{ si } x+t \geq x_r \end{aligned} \tag{3.3}$$

Avec :

- x l'âge actuelle de l'affilié ;
- x_r l'âge de départ à la retraite prévu par le régime. Ici 65 ans ;
- R(ANC(x_r),S(x_r),PF(x_r)) le montant de la rente annuelle au départ à la retraite telle que définie par la formule 3.1, elle dépend de l'ancienneté à l'âge de la retraite ; (ANC(x_r)), du salaire projeté à l'âge de retraite (S(x_r)) et du plafond de la sécurité sociale projeté à l'âge de retraite ;
- τ le taux de revalorisation de la rente ;
- p_{vie}(x,x+t) la probabilité pour un salarié d'âge x d'être vivant à l'âge x+t ;

— $p_{turnover}(x,x_r)$ la probabilité pour un salarié d'âge x de ne plus être présent dans l'entreprise à l'âge de départ à la retraite pour un motif autre que le décès.

Le graphique suivant illustre l'évolution du montant des rentes viagères espérées du portefeuille.

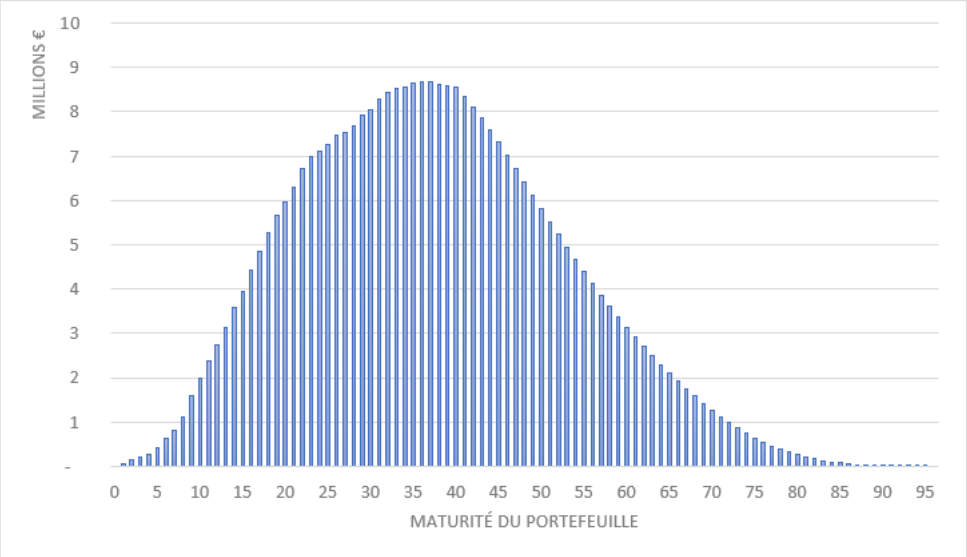

FIGURE 3.4 – Évolution des prestations de rentes viagères

L'engagement croît naturellement avec l'augmentation des départs à la retraite. Dans 37 ans, le montant des rentes à verser sera maximale si l'évolution des affiliés du régime suit les hypothèses. La somme des flux de rentes entre 20 et 50 ans représente 65,8% des flux totaux. La connaissance de l'évolution globale du portefeuille a son importance. La gestion des rentes présente un coût pour l'entreprise qui dépend de frais fixes et de frais proportionnels au nombre de rentes. Il est donc important de bien estimer l'évolution du nombre de rentes en portefeuille dans le futur et de pouvoir estimer quand le portefeuille s'éteindra.

Chapitre 4

Provision *Best Estimate*

4.1 Notion de *Best Estimate*

La réglementation Solvabilité II impose une valorisation économique du bilan des compagnies d'assurance. Pour valoriser l'engagement d'un contrat d'assurance vie, il convient alors de calculer le *Best Estimate* qui s'évalue comme la somme probabilisée de tous les flux de trésorerie probables futurs liés au contrat d'assurance, actualisés à partir de la courbe des taux sans risque. Les flux de l'assureur sont soumis à des risques financiers lié principalement à l'évolution des taux d'intérêt, et à des risques d'assurances(mortalité, rachats,...). L'approche générale consiste donc de séparer les risques sous-jacents aux flux dans ces deux catégories. Le *Best Estimate* (BE) peut alors être exprimé par :

$$BE^{1} = \mathbb{E}^{\mathbb{P}^a \otimes \mathbb{Q}^f}\left(\sum_{t\geq 1} \delta(t) \cdot CF(t)\right) \tag{4.1}$$

où :

- $(\Omega^a, (F_t^a)_{t\geq 0}, \mathbb{P}^a)$ et $(\Omega^f, (F_t^f)_{t\geq 0}, \mathbb{Q}^f)$ représentent deux espaces probabilisés filtrés pour le risque d'assurance et le risque financier respectivement ;
- $\delta(t) = exp\big(-\int_0^t r(u)du\big), t \geq 1$, est le processus d'actualisation ;
- $CF(t), t \geq 1$, représente les flux de trésorerie (aléatoires).

Le calcul du BE fait appel à différents types de modélisation en fonction des produits d'assurances. Afin de déterminer cette espérance, les organismes d'assurances peuvent avoir recours à une approche déterministe ou à une modélisation stochastique des risque, nécessaire pour une meilleure prise en compte d'interactions Actif / Passif du fait notam-

1. Les notations sont reprises de [23].

ment des clauses de participation aux bénéfices des contrats. L'évaluation du BE nécessite également de disposer de données spécifiques aux portefeuilles de contrats évalués. Dans la plupart des modèles, la probabilisation des événements est réalisée dans un univers risque-neutre afin de respecter la condition d'absence d'opportunité d'arbitrage et d'utiliser ainsi le taux sans risque comme processus d'actualisation. En supposant que les risques d'assurances sont parfaitement mutualisables, ils peuvent être considérés comme indépendant des risques financiers. De plus, en l'absence d'interaction Actif/Passif, lorsque $CF(t)$ ne dépend pas d'aléas financiers, l'expression du BE se simplifie rendant possible l'actualisation classique à l'aide de la courbe des taux sans risque initial :

$$\begin{aligned} BE &= \sum_{t\geq 1} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^f}\Big(\delta(t)\Big) \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{P}^a}\Big(CF(t)\Big) \\ &= \sum_{t\geq 1} P(0,t) \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{P}^a}\Big(CF(t)\Big) \end{aligned} \tag{4.2}$$

avec $P(0,t)$ le prix d'une obligation zéro-coupon définie par la valeur en 0 d'une unité monétaire qui sera payé en t.

Le Règlement Délégué précise à l'article 35 que « les projections des flux de trésorerie [...] sont effectuées séparément pour chaque contrat ». Cependant, le Règlement Délégué indique que des regroupements de polices sont possibles dès lors que les polices considérées et les risques sous-jacents sont similaires, et que l'utilisation de ces regroupements de polices, aussi appelés *model points*, ne fausse pas les résultats des projections pour le calcul du *Best Estimate*.

La durée de projection minimale « raisonnable » est différente selon les produits d'assurances considérés. L'assurance-vie épargne aura généralement besoin d'une durée de projection moindre que l'assurance-vie retraite dans la mesure où la liquidation sous forme de rentes implique des durations de produits plus longues. Les durées de projection observées pour le calcul des *Best Estimate* en assurance vie se situent entre 30 et 60 ans [2]. Il est aussi à noter que le calcul du *Best Estimate* est réalisé dans une approche en *run off* au sens où les contrats futurs sont exclus de la valorisation.

2. Groupe de travail « *Best Estimate* Liabilities Vie », Institut des actuaires(2016)

4.2 Application et Résultats

4.2.1 *Best Estimate* de rentes

Le calcul du *Best Estimate* nécessite de projeter l'ensemble des flux financiers futurs. Dans notre cas, il s'agit de l'espérance mathématique de la distribution de tous les cash-flows futurs relatifs aux rentes viagères jusqu'à extinction de cet engagement. Pour une rente viagère d'un affilié d'âge x :

$$BE = R \sum_{k=0}^{w-(x+d)} p_{vie}(x; x+d+k) \cdot (1 - p_{turnover}(x; x+d)) \cdot \frac{(1+\tau)^k}{(1+z_{d+k})^{(d+k)}} \tag{4.3}$$

Avec :

- d le différé et donc x+d est l'âge de l'affilié au départ à la retraite ;
- R le montant de la rente annuelle dont bénéficie un affilié au régime de pension au moment du départ à la retraite ;
- p_{vie}(x,x+d+k) la probabilité pour un salarié d'âge x d'être vivant à l'âge x+d+k ;
- $p_{turnover}$(x,x+d) la probabilité pour un salarié d'âge x de ne plus être présent dans l'entreprise à l'âge de départ à la retraite pour un motif autre que le décès ;
- τ le taux de revalorisation de la rente ;
- w âge limite de la table de mortalité ;
- z_k le taux sans risque en année k servant à l'actualisation des flux de rentes.

4.2.2 Résultats

Nous réalisons dans cette partie une étude de la sensibilité de l'engagement *Best Estimate* aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Développé sous Microsoft EXCEL©et des macros VBA, l'outil créé permet le calcul les provisions *Best Estimate* du portefeuille de retraite en appliquant la formule (4.3). La date d'évaluation des *Best Estimate* de l'engagement de rentes viagères est calculée au 31/12/2020. Les *Best Estimate* sont calculés brut, sans déduction des créances découlant des contrats de réassurances. L'évaluation est réalisée dans une vision *run off*, c'est à dire que le régime est considéré fermé aux nouveaux affiliés. Les transferts ne sont pas considérés. De même afin de simplifier l'analyse finale des *Best Estimate*, les chargements et frais ne sont pas pris en compte

dans les calculs. Leur prise en compte aurait pour effet d'ajouter une marge technique supplémentaire au résultat de l'assureur.

Le *Best Estimate* doit tenir compte de la valeur des garanties financières et de toute option contractuelle incluse dans les contrats d'assurance et de réassurance. Dans le cas du régime de retraite que nous avons considéré, compte tenu de la nature du régime à prestations définies, il n'y a pas d'option dans le sens où les choix délibérés des bénéficiaires ne peuvent pas influencer le montant des prestations. La garantie de revalorisation des rentes à l'inflation prévue par le régime ne correspond pas à une option puisqu'elle est indépendante du comportement des bénéficiaires, elle n'est pas non plus assimilée à une clause de participation aux bénéfices.

Les différents *Best Estimate* sont obtenus en modifiant pour l'actualisation des flux à chaque fois la courbe des taux sans risque suivant l'une des options présentées plus haut. Les courbes sans *Volatility Adjustment* sont utilisées.

Les flux de rentes sont projetés jusqu'à l'extinction de tous les contrats qui est de 95 ans comme illustré dans le graphique 3.3. Il peut pourtant être utile de réaliser des sensibilités pour mesurer l'impact d'une modification de la durée de projection puisque le niveau de certitude avec lequel les flux futurs peuvent être estimés diminue avec les années de projections.

	BE (€)	Ecarts absolus (€)	Ecarts relatifs (%)
Horizon de projection complet	229 892 546		
Horizon de projection 60 ans	223 073 577	-6 818 968	-3,0%
Horizon de projection 50 ans	207 258 313	-22 634 233	-9,8%

TABLE 4.1 – Sensibilité du BE de rentes à la durée de projection au 31/12/2020

Comme évoqué plus haut, la durée de projection usuelle observée pour les engagements d'assurance vie se situe entre 30 et 60 ans. En réduisant l'horizon de projection vers 60 ans, le *Best Estimate* diminue d'environ 3% par rapport à une prise en compte de l'horizon de projection complet. Etant donné la nature long terme de l'engagement de retraite, une réduction de dix années supplémentaires de l'horizon de projection résulte en une plus forte baisse d'environ 10%. Ces écarts sont à mettre en relation avec les gains en matière de temps de calcul qui pourraient en résulter pour juger s'il est raisonnable de réduire la durée de projection. De plus, la modification de la durée de projection peut dans certains cas impliquer un ajustement des tables d'hypothèses et des modèles. Pour notre étude, l'approche consistant à projeter les flux jusqu'à l'extinction de tous les contrats est retenue.

Courbes des taux sans risque	BE (€)	Ecarts absolus (€)	Ecarts relatifs (%)
Smith-Wilson LLP 20 (méthode actuelle)	229 892 546 (32,4)		
Smith-Wilson LLP 30	288 865 133 (34,2)	58 972 587	25,7%
Smith-Wilson LLP 50	364 422 017 (37,7)	134 529 471	58,5%
Méthode alternative	250 860 033 (33,1)	20 967 488	9,1%
Méthode alternative avec transition	236 943 582 (32,6)	7 051 036	3,1%

TABLE 4.2 – Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes au 31/12/2020

Le tableau (4.2) présente les différentes évaluations de l'engagement *Best Estimate* obtenues en utilisant les différentes courbes des taux sans risque et les écarts relatifs par rapport à la méthode actuelle d'extrapolation, à savoir Smith-Wilson avec un LLP à 20 ans. La duration [3] des engagements est renseignée entre parenthèse. C'est la durée de vie moyenne des flux financiers futurs pondérée par leur valeur probable actualisée. Plus formellement, il s'agit de la moyenne de temps nécessaire pour payer les prestations.

Le changement du LLP vers 30 ans dans la méthode de Smith-Wilson a pour effet d'augmenter l'engagement de 25,7%. L'impact d'un passage du LLP à 50 ans s'élève à 58,5%. Il s'agirait de la pire des situations du point de vue de l'assureur et celui-ci ne pourrait que difficilement y faire face. Ces écarts aussi importants s'expliquent par l'actualisation des flux de rentes à des taux plus bas sur une période plus longue et par les durations de l'engagement dépassant les 30 ans. L'évaluation avec la méthode alternative d'extrapolation conduit à une augmentation plus faible de 9,1% du *Best Estimate*. Finalement, le mécanisme de transition vers la nouvelle méthode alternative semble remplir son objectif de limiter l'impact d'un changement de l'approche d'extrapolation. Ces résultats mettent en évidence que l'engagement *Best Estimate* tel que défini par la formule (4.3) est inversement proportionnelle aux taux d'actualisation sans risque.

Pour mieux comprendre ces écarts relatifs, nous allons nous intéresser aux différences entre les évaluations du *Best Estimate* par rapport à la structure des flux de rentes par année de projection. Le tableau (4.3) présente les écarts relatifs par rapport à la méthode actuelle Smith-Wilson LLP 20 ans par tranche de durée de projection. Les écarts absolus sont renseignés en annexe (5.1.2

3. Duration de Macaulay

).

Années de projection	BE SW LLP 20 (€)	Ecarts relatifs BE SW LLP 30 (%)	Ecarts relatifs BE SW LLP 50 (%)	Ecarts relatifs BE Méthode alternative (%)	Ecarts relatifs BE Méthode alternative avec transition (%)
0 à 20	45 225 319	-0,2%	-0,2%	-0,2%	-0,2%
20 à 30	66 122 039	12,6%	12,4%	5,3%	2,9%
30 à 40	59 161 742	38,2%	54,2%	12,7%	4,4%
40 à 50	36 749 213	46,5%	129,9%	16,4%	4,4%
50 à 60	15 815 265	48,7%	198,9%	17,7%	4,4%
60 à 70	5 425 747	49,2%	221,1%	17,9%	4,3%
70 à 80	1 257 108	49,3%	226,9%	17,6%	4,3%
80 à 90	132 823	49,4%	228,4%	17,0%	4,3%
90 à 100	3 290	49,4%	228,9%	16,5%	4,3%
Total	**229 892 546**	**25,7%**	**58,5%**	**9,1%**	**3,1%**

TABLE 4.3 – Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes au 31/12/2020 par tranches d'années de projection.

Jusqu'à la maturité de 20 ans, les écarts sont proches de zéro puisque la différence entre les cinq courbes d'actualisation se matérialise au-delà de 20 ans par l'effet de l'extrapolation. Pour le décalage du LLP vers 30 ans, les écarts relatifs augmentent fortement entre les tranches de durée de projection compris entre 20 à 50 ans. Ceci s'explique d'une part par l'effet de l'actualisation qui augmente avec le temps, d'autre part par l'actualisation à des taux plus bas d'une grande partie des flux de rentes parce que le montant des prestations de rentes entre 20 et 50 ans représente 65,8% des prestations totales. Ensuite, comme la différence avec la courbe actuelle (SW LLP 20 ans) commence à diminuer progressivement après la maturité 30 ans [4] en raison du début de l'extrapolation des taux vers l'UFR, les écarts tournent autour de 49% au-delà de 50 ans.

Le changement du LLP vers 50 ans produit des écarts relatifs plus importants en raison de l'effet d'actualisation à des taux durablement plus bas, jusqu'à 50 ans, sur la majorité des prestations de rentes. De plus, l'écart relatif fait un saut considérable entre les tranches « 30 à 40 » et « 40 à 50 » en passant de 54,2% à 129,9%. En effet, la tranche « 40 à 50 » regroupe environ un quart du montant des prestations totales et c'est aussi dans cette tranche que la différence entre les taux sans risque (SW LLP 20 vs. SW LLP 50) est la plus grande. À

4. L'évolution des écarts figure en annexe 5.1.2

partir de 50 ans, la différence entre les deux courbes Smith-Wilson LLP 20 ans et Smith-Wilson LLP 50 ans commence à diminuer de plus en plus en raison du début de la période d'extrapolation, ce qui est reflété par des écarts qui augmente de moins en moins.

L'évaluation du *Best Estimate* en utilisant la méthode alternative d'extrapolation conduit à des écarts relatifs plus que deux fois moindres en comparant avec la méthode de Smith-Wilson avec un LLP à 30 ans. Comme pour les méthodes précédentes, on peut également constater que les écarts relatifs augmentent le plus fortement entre les tranches de durée de projection compris entre 20 à 50 ans. Même si les taux observés sur le marché jusqu'à 50 ans sont pris en compte dans la méthode alternative, l'extrapolation commence bien à partir du FSP à 20 ans comme pour la méthode actuelle de l'EIOPA, ce qui se traduit par une actualisation des flux de rentes à des taux sans risque certes plus bas mais qui suivent une évolution vers l'UFR depuis la maturité 20 ans. Finalement, l'introduction du mécanisme de transition pour la méthode altérnative d'extrapolation réduit les écarts relatifs qui tournent autour de 4,4% au-delà de 30 ans.

Les différences constatées en matière d'évaluations des *Best Estimate* en utilisant les différentes options d'extrapolation sont étroitement liées à la structure des flux de rentes qui dépend de l'âge des affiliés. Il est donc possible de jouer sur l'âge des affiliés pour obtenir une composition différente du portefeuille de retraite. Dans la partie qui suit, l'âge de tous les affiliés du portefeuille est majoré de 10 ans. De plus, on tient compte d'une progression des salaires. Désormais, à la date d'évaluation, une partie des affiliés se trouve à la retraite et bénéficie déjà d'une rente issue du régime de pension. Les *Best Estimate* sont calculés avec les mêmes hypothèses de modélisation que précédemment.

Ainsi l'âge moyen des 386 actifs dans le portefeuille vaut 54,3 ans. Pour les 147 retraités, l'âge moyen est de 68,4 ans.

L'évolution du portefeuille des rentes en cours de service à la date d'évaluation est resprésentée sur le graphique suivant (4.1). L'extinction de l'engagement envers les retraités actuels du régime de pension est prévue dans 55 ans. La somme des flux de rentes à verser dans les 20 prochaines années représente 77,6% des prestations totales au profit des retraités.

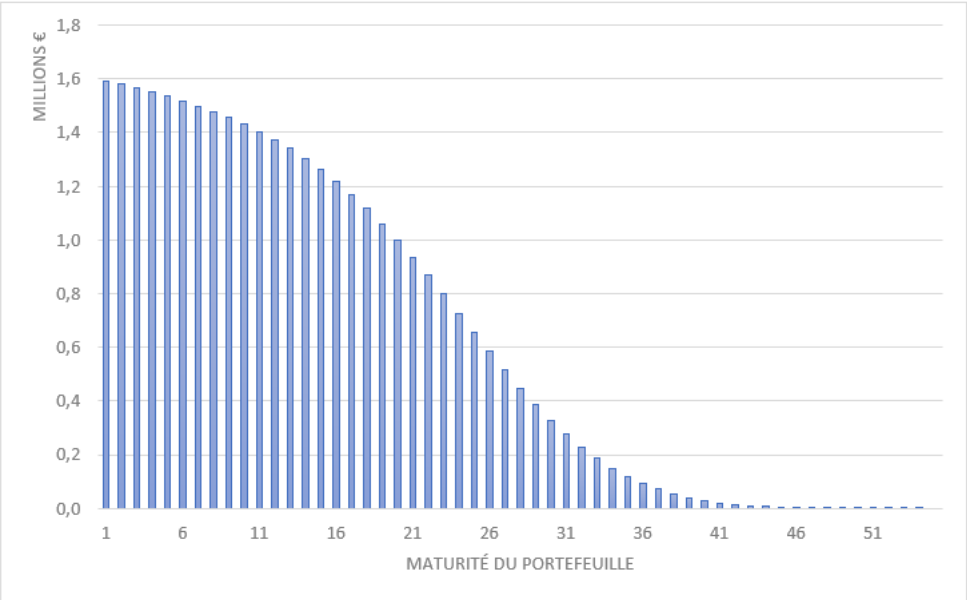

FIGURE 4.1 – Évolution des rentes en cours

Le graphique suivant (4.2) montre l'évolution du montants des rentes futures au profit des actifs actuellement affiliés au régime. L'engagement devrait s'éteindre dans 85 ans et il sera maximal dans 30 ans si la réalité du portefeuille suit les hypothèses.

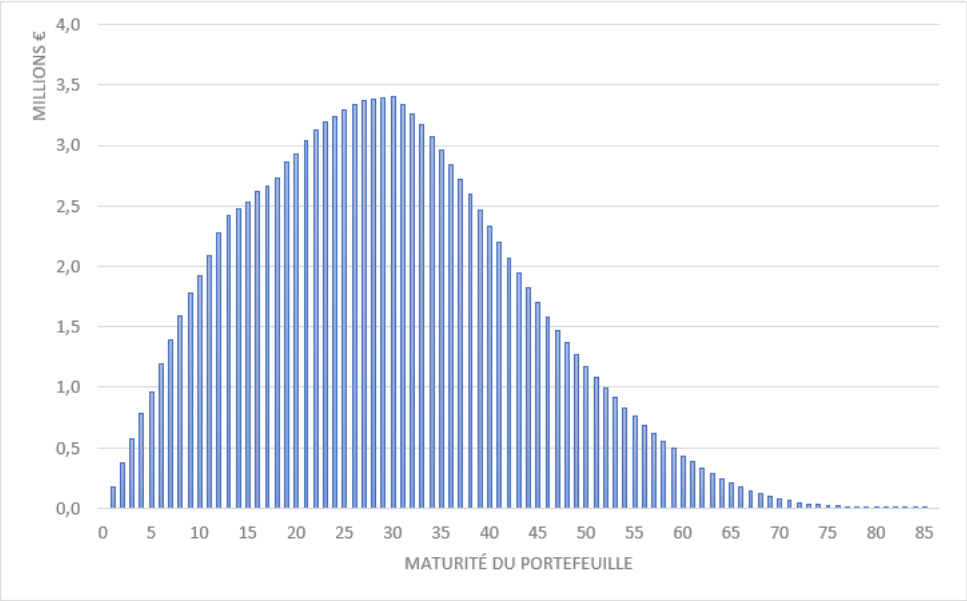

FIGURE 4.2 – Évolution des rentes futures

Courbes des taux sans risque	BE (€)	Ecarts absolus (€)	Ecarts relatifs (%)
Smith-Wilson LLP 20 (méthode actuelle)	135 162 632 (22,0)		
Smith-Wilson LLP 30	152 566 629 (23,7)	17 403 997	12,9%
Smith-Wilson LLP 50	166 843 944 (25,8)	31 681 312	23,4%
Méthode alternative	141 666 418 (22,7)	6 503 786	4,8%
Méthode alternative avec transition	137 536 641 (22,2)	2 374 009	1,8%

TABLE 4.4 – Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes du portefeuille modifiée au 31/12/2020

Par comparaison avec le tableau (4.2), la duration de l'engagement s'est bien raccourcie d'environ 10 ans puisque les âges des affiliés ont été augmentés de 10 ans. Les impacts sur l'évaluation *Best Estimate* de l'engagement liés aux changements de la méthode d'extrapolation sont plus faibles. La somme des prestations de rentes à verser dans 20 à 50 ans représente cette fois 53,9% des prestations totales. Il y a donc moins de prestations à payer dans la zone où les écarts entre les différentes courbes de taux sans risque sont le plus importants, ce qui rend l'évaluation *Best Estimate* moins sensible à un changement de l'approche d'extrapolation. Toutefois, les écarts relatifs obtenus par un changement du LLP vers 20 et 50 ans pour la méthode Smith-Wilson restent considérable.

Chapitre 5

SCR de marché

Pour rappel, le SCR est calibré pour correspondre aux fonds propres nécessaires à l'assureur pour faire face à ses engagements à un horizon d'un an avec un seuil de confiance de 99,5%. Il permet de faire face à une dépréciation importante et imprévue des actifs ou une augmentation tout aussi importante des engagements d'un organisme d'assurance. Le calcul de ce montant dans la formule standard se fait par 6 grands modules rassemblant les familles de risques auxquelles fait face l'assureur. Chacun des 6 modules définissant le BSCR est lui-même constitué de sous-modules.

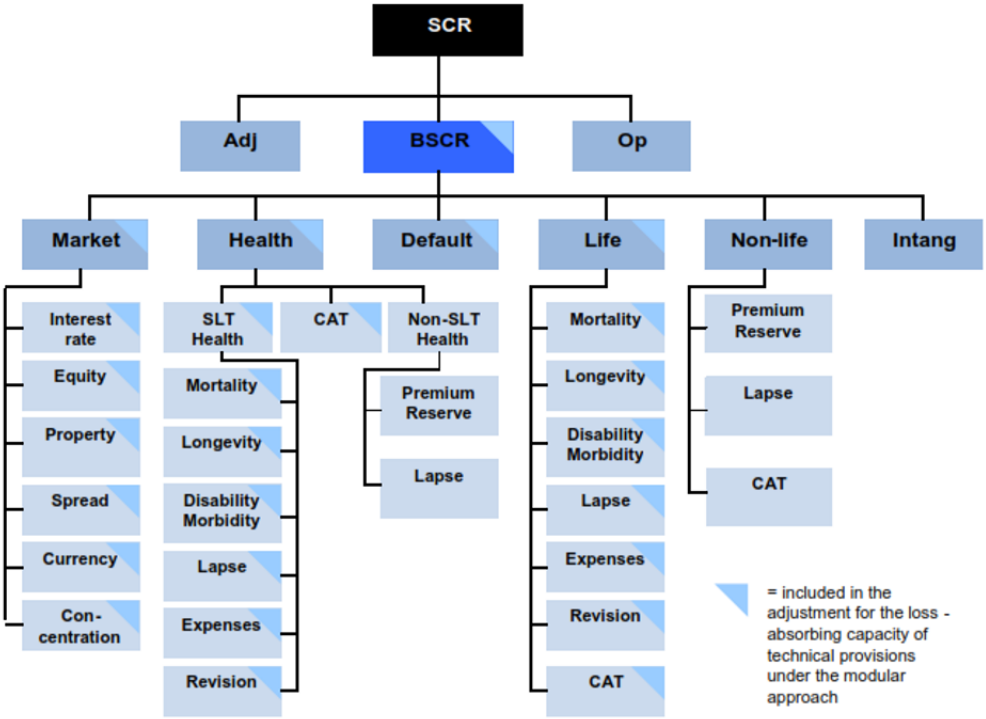

FIGURE 5.1 – Les modules SCR, source : EIOPA

Nous allons maintenant nous intéresser de plus près au SCR de marché.

« Le module « risque de marché » reflète le risque lié au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers ayant un impact sur la valeur des actifs et des passifs de l'entreprise concernée. Il reflète de manière adéquate toute inadéquation structurelle entre les actifs et les passifs, en particulier au regard de leur duration. » (Art.105(5) de la Directive 2009/138/EC)

À chacun de ces facteurs de risques (sous-modules) correspond un choc (un ou plusieurs scénarios) qui est appliqué aux actifs et/ou aux passifs de l'entreprise concernée. Ces facteurs n'évoluant pas de manière similaire, on ne peut considérer les effets du risque de marché comme la somme des risques sous-jacents. Afin de prendre en compte les effets de diversification observés entres les différents facteurs de risque, le calcul du SCR a recours à une matrice de corrélation figurant dans le Règlement Délégué[19].

Le SCR se calcule de la façon suivante :

$$SCR_{Marche} = \sqrt{\sum_{i,j} \cdot Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \tag{5.1}$$

Où SCR_i et SCR_j sont les montants SCR des sous-modules de marché et $Corr_{i,j}$ est le coefficient de corrélation entre les factuers de risque de marché issue de la matrice de corrélation.

Parmi tous les sous-modules du risque de marché, seul le risque de taux (interest rate) a une influence sur le calcul des provisions *Best Estimate*.

5.1 SCR de taux

Ce sous-module vise à quantifier le besoin en capital nécessaire pour faire face à l'impact d'une évolution brutale de la structure de la courbe des taux sans risque (à la hausse ou à la baisse). Le SCR résultant est égal à la perte maximum générée par les mouvements de taux sur l'ensemble du bilan (actif et passif). Les chocs à la hausse et à la baisse à appliquer aux taux sans risque sont définis aux articles 166 et 167 du Règlement Délégué (UE) 2015/35. Les scénarios de stress correspondant à ces chocs sont obtenus par des variations relatives :

— Pour le scénario à la hausse de taux, un stress relatif dégressif selon la maturité, hausse de + 70% pour la maturité un an à + 20% pour la maturité 90 ans et plus. Entre les maturités réglementaires, les chocs sont interpolés linéairement. Une augmentation minimum des taux sans risque de 1% pour toutes les maturités est applicable ;

— Pour le scénario à la baisse des taux, un stress relatif dégressif selon la maturité, de -75% pour les maturités jusqu'à un an à – 20% pour la maturité 90 ans et aucune variation applicable au taux sans risque déjà négatif. Entre les maturités réglementaires, les chocs sont interpolés linéairement ;

5.1.1 Revue 2020 du SCR de taux

La calibration des chocs de taux d'intérêt a été revue par l'EIOPA dans une étude réalisée de 2017 à 2018 qui a mis en évidence que l'approche actuelle pour le calcul du SCR de taux sous-estime les risques réels d'un choc de taux d'intérêt. Principalement, la volatilité des taux d'intérêt observés ces dernières années a été plus élevée que les mouvements prévus par les chocs réglementaires, et l'approche actuelle ne modifie pas les taux négatifs dans le scénario de baisse malgré la réalité de taux négatifs qui peuvent continuer à diminuer.

Un changement de la calibration de ces chocs a déjà été proposé par l'EIOPA à la Commission européenne en 2018 mais celui-ci n'avait pas été retenu car la révision du sous-module taux n'entrait pas dans le périmètre spécifié par la Commission pour la revue 2018. L'évolution des taux observée sur deux années supplémentaires n'a pas remis en cause l'approche préconisée par l'EIOPA en février 2018 pour définir les courbes de taux stressées à la hausse et à la baisse (respectivement Up et Down) sur lesquelles reposent le calcul du SCR taux d'intérêt.

Le nouveau calibrage proposé se base sur la combinaison d'un choc additif et d'une variation relative. Pour le scénario à la hausse, la courbe des taux sans risque est définie par :

$$r^{up}(m) = r(m) \cdot (1 + s(m)^{up}) + b(m)^{up} \tag{5.2}$$

Pour le scenario à la baisse, un choc est maintenant également appliqué au taux sans risque initialement négatif et un taux plancher de -1,25% est introduit. Ce plancher a été calibré à partir de courbes swaps historiques pour les devises EUR, JPY et CHF et d'obligations d'Etat allemand pour des maturités de 1 à 10 ans.

$$r^{down}(m) = r(m) \cdot (1 - s(m)^{down}) - b(m)^{down} \tag{5.3}$$

Avec :

— m la maturité

- $r(m)$ le taux sans risque à la maturité m
- $r^{up/down}(m)$ le taux à la maturité m dans le scénario à la hausse/baisse
- $s(m)^{up}$, $s(m)^{down}$, $b(m)^{up}$ et $b(m)^{down}$ vecteurs de chocs fourni par l'EIOPA

Les valeurs des vecteurs s sont interpolées linéairement entre 20 et 90 ans pour un LLP fixé à 20 ans. A partir de 90 ans, la valeur de s vaut 20%. Les valeurs du vecteur b pour le scénario à la hausse comme pour le scénario à la baisse sont interpolées linéairement entre 20 et 60 ans et au-delà la valeur est fixée à 0%.

Comme le FSP dans la méthode alternative d'extrapolation coïncide avec le LLP de 20 ans et la différence avec les taux sans risque obtenus par la méthode de Smith-Wilson jusqu'au LLP est faible, l'EIOPA n'a pas recalibré le risque de taux d'intérêt sur base de cette nouvelle méthode. Les mêmes valeurs des vecteurs s et b restent d'application.

Dans son document *Impact assessment* (p.189-194)[12], l'EIOPA présente les résultats de sa demande adréssée aux différents acteurs européens de réaliser une estimation sur les indicateurs de solvabilité (fonds propres, SCR, MCR) de leur activité d'assurance dans deux scénarios différents. Dans le premier scénario, l'ensemble des recommandations de l'EIOPA pour la revue 2020 sont pris en compte. Pour le deuxième scénario, parmi toutes les recommandations seuls les nouveaux chocs relatifs au SCR de taux sont exclus. Cela a permis de mettre en évidence entre autres l'impact du nouveau calibrage des chocs de taux sur la solvabilité des organismes d'assurance à deux dates d'évaluation, le 31/12/2019 et le 30/06/2020. A cette dernier date, l'environnement économique était plus défavorable en raison de la crise due au Covid-19.

Puisque les entités en modèle interne intègrent déjà des chocs de taux à la baisse en cas de taux négatifs, ils ne sont pas impactés. Pour les entités utilisant la formule standard, une augmentation du SCR de 12% d'un point de vue global (tous pays confondus) a été constatée au 31/12/ 2019. Comme on peut le voir sur le graphique certains pays sont impactés plus fortement, notamment la Norvège, et la France se place en troisième position. De plus, il est ressorti que la quasi-totalité de l'augmentation du SCR est supportée par les activités d'assurance vie. La nouvelle proposition pour le SCR de taux a un impact négligeable sur les entreprises d'assurance non-vie et de réassurance. Pour l'évaluation au 30/06/2020, les résultats de l'impact sont similaires.

Etant donné l'impact conséquent qu'aurait l'introduction de ce changement sur les exigences de capital réglementaires des organismes d'assurance, il est prévu d'étaler l'implémentation sur 5 ans mais uniquement pour le choc à la baisse. Les détails du mécanisme d'implémentation progressive sont exposés dans le *Background Document*[11].

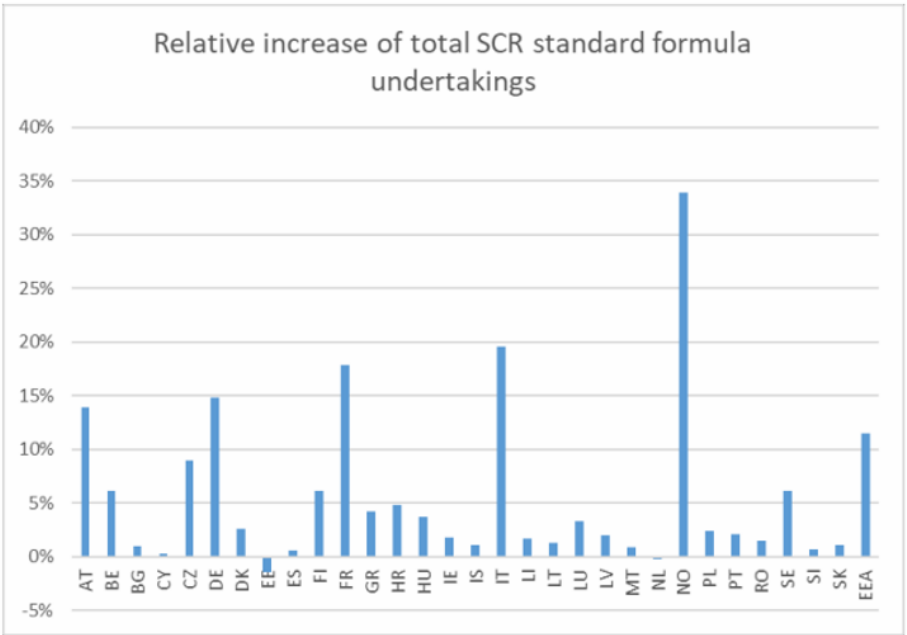

FIGURE 5.2 – Impact sur le SCR du nouveau calibrage des chocs de taux pour les entités en formule standard par pays au 31/12/2019. source :EIOPA

5.1.2 Application et résultats

Sur le graphique 5.3 qui suit, on trace la courbe des taux sans risque obtenu par la méthode de Smith-Wilson (SW) avec un LLP de 20 ans (méthode actuelle) et les courbes après application des chocs de taux vers la hausse (Up) et vers le bas (Down), à la fois avec les chocs actuels et les chocs préconisés par l'EIOPA pour la revue 2020 de Solvabilité II.

Le nouveau paramétrage pour le scénario de baisse des taux augmente l'amplitude des chocs pour l'ensemble des maturités (courbe pointillé en bleu). Le plancher défini plus haut est dépassé pour les maturités 1 et 2 ans sans lequel les taux seraient stressés en dessous de 1,3%.

Pour le scénario à la hausse des taux sans risque, les nouveaux taux choqués sont plus importants pour les maturités les plus courtes avant de se rapprocher de 1% (choc minimal actuel) pour des maturités entre 9 et 16 ans. Ensuite, ils continuent à baisser pour les échéances plus longues et la courbe reste inférieure à la courbe stressée dans le scénario à la hausse actuel.

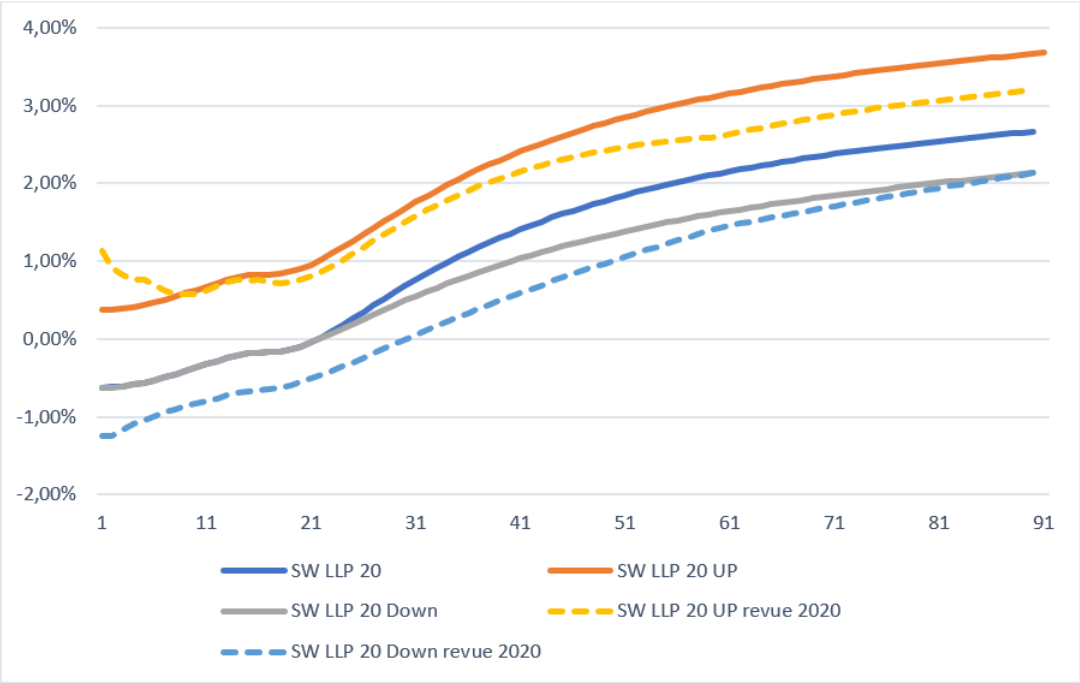

FIGURE 5.3 – Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 obtenues par la méthode actuelle dans le scénario central, à la hausse et à la baisse avec les chocs actuels et les chocs prévus par la revue 2020 de Solvabilité II.

Ces changements pourraient conduire à un intérêt accru des organismes d'assurance pour des produits de couverture de taux d'intérêt, car le risque de taux sera plus sévèrement pénalisé. Surtout, l'exposition à un choc à la baisse des taux d'intérêt nécessitera une plus grande charge en capital, ce qui pourrait conduire à une plus grande demande sur le marché des swaps ou des swaptions.

Comme évoqué plus haut, les provisions *Best Estimate* sont exposées au sous-module SCR de taux. Pour calculer l'impact des chocs de taux, il s'agit d'effectuer le calcul des *Best Estimate* en utilisant les courbes de taux sans risque choquées en entrée et de déterminer la variation des provisions par rapport au scénario central.

En reprenant les notations de la formule (4.3), l'application des chocs de taux conduit à la formule suivante pour le *Best Estimate* :

$$BE^{choc} = R \sum_{k=0}^{w-(x+d)} p_{vie}(x; x+d+k) \cdot (1 - p_{turnover}(x; x+d)) \cdot \frac{(1+\tau)^k}{(1+z_{d+k}^{choc})^{(d+k)}} \quad (5.4)$$

La variation la plus pénalisante pour l'assureur entre le BE central et le BE^{choc} constituera le SCR de taux relatif au passif.

Le tableau qui suit illustre la répercussion de la modification du calibrage des chocs de taux sur l'exigence de capital à travers la variation du *Best Estimate* au 31/12/2020 pour la méthode Smith-Wilson avec un LLP 20 ans.

Méthode d'extrapolation	BE (€)	SCR taux (€)	Ecarts relatifs (%)
Smith-Wilson LLP 20	229 892 546		
Smith-Wilson LLP 20 UP Revue 2020	181 449 711	- 48 442 835	-21,1%
Smith-Wilson LLP 20 Up	168 517 082	- 61 375 463	-26,7%
Smith-Wilson LLP 20 Down	252 724 284	22 831 739	9,9%
Smith-Wilson LLP 20 Down Revue 2020	290 059 607	60 167 061	26,2%

TABLE 5.1 – Sensibilité du *Best Estimate* de rentes au nouveau calibrage des paramètres du SCR de taux au 31/12/2020 pour Smith-Wilson LLP 20 ans

Le scénario de stress à la hausse vient diminuer l'engagement et constitue un événement favorable pour l'assureur du point de vue passif de son bilan économique. Les *Best Estimate* diminue de 21,1% pour le nouveau calibrage et de 26,7% pour le calibrage actuel. Le nouveau calibrage vient donc réduire la baisse du *Best Estimate*.

Le scénario de stress à la baisse engendre une hausse des provisions *Best Estimate* et constitue un choc défavorable pour l'assureur au passif. La charge en capital nécessaire pour faire face aux nouveaux chocs à la baisse est quasiment trois fois plus élevée par rapport au calibrage actuel. Elle passe de 22 831 739 € à 60 167 067 € principalement en raison des chocs à la baisse qui s'appliquent aussi aux taux négatifs.

Le risque de taux d'intérêt impacte également tous les actifs dont la valeur est sensible aux variations de la structure de la courbe des taux sans risque ou à la volatilité des taux sans risque. Les principaux instruments financiers concernés sont les obligations et les titres de créances. Dans le scénario à la baisse des taux, la charge en capital nécessaire pour faire face à l'augmentation des provisions *Best Estimate* est alors à mettre en relation avec la hausse de la valeur de marché des produits de taux du côté de l'actif pour déterminer le SCR de taux global.

S'il est adopté, le nouveau paramétrage des chocs de taux sera plus pénalisant que le calibrage actuel pour les organismes d'assurances ayant des engagements à long terme et dont le portefeuille d'actifs affiche une duration inférieure.

Il peut également être intéressant d'analyser les conséquences de la modification du SCR de taux en intégrant les effets du changement de la méthode d'extrapolation vers la méthode alternative sur la valorisation des engagements.

	BE (€)	SCR taux (€)	Ecarts relatifs (%)
Méthode alternative	250 860 033		
Méthode alternative UP Revue 2020	201 569 497	-49 290 536	-19,65%
Méthode alternative UP	182 720 802	-68 139 231	-27,16%
Méthode alternative Down	270 998 564	20 138 531	8,03%
Méthode alternative Down Revue 2020	307 220 760	56 360 726	22,47%

TABLE 5.2 – Sensibilité du *Best Estimate* de rentes au nouveau calibrage des paramètres du SCR de taux au 31/12/2020 pour la méthode alternative

Pour le scénario à la hausse des taux, le passage vers la méthode alternative tend à augmenter légèrement la diminution de l'évaluation *Best Estimate* pour l'ancien choc, mais le nouveau calibrage vient réduire cette baisse un peu plus que sous la méthode actuelle de Smith-Wilson. Une diminution de 19,56% contre une diminution de 21,1%. Les conséquences restent assez similaires donc.

Dans le cas du scénario à la baisse des taux, le passage vers la méthode alternative nécessite une charge en capital moins importante pour faire face à une baisse des taux dans le calibrage actuel par rapport à la méthode de Smith-Wilson LLP 20 ans. Ceci est dû aux taux sans risque qui restent négatifs un plus longtemps et qui ne sont par conséquent pas choqués à la baisse. Le nouveau calibrage des paramètres de chocs quant à lui vient ensuite augmenter le SCR de taux au passif.

Conclusion

Dans ce mémoire, nous nous sommes concentrés sur deux éléments clés de l'avis final de l'EIOPA sur la revue 2020 de Solvabilité II qui ont un impact direct sur la valorisation des provisions *Best Estimate*, à un savoir le changement de l'approche d'extrapolation de la courbe des taux sans risque et le nouveau calibrage des chocs pour le SCR de taux. Ces propositions ont pour objectif de mieux prendre en compte l'environnement actuel des taux négatifs par le cadre réglementaire sans trop fragiliser la solvabilité du marché de l'assurance.

Dans un premier temps, nous avons étudié la nouvelle approche proposée pour l'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Ensuite, nous nous sommes intéressés à la sensibilité d'un *Best Estimate* de rentes viagères découlant d'un régime de retraite professionnel à prestations définies au changement de la courbe. L'évaluation *market-consistent* des engagements d'assurance sous Solvabilité II implique que la courbe des taux sans risque doit être construite à partir de données observables sur les marchés. La fiabilité de ces données est directement liée à la notion de liquidité des marchés.

Dans le but de rendre la courbe des taux sans risque plus *market-consistent*, l'EIOPA a proposé initialement dans son Consultation paper deux options décalant le LLP de 20 ans à 30 respectivement 50 ans. Nous avons vu que ces changements viennent abaisser la courbe des taux sans risque après la maturité de 20 ans. À travers notre étude de sensibilité sur le *Best Estimate*, nous avons mis en évidence l'impact de ces décalages du LLP sur le portefeuille de retraite considéré. La hausse des provisions *Best Estimate* due à l'effet d'actualisation des flux de rentes estimés aux taux sans risque plus bas s'est avérée importante. Nous avons pu montrer aussi que l'ampleur de cette hausse est fortement liée à la duration de l'engagement et à la structure des flux de prestations futures entre 20 et 50 ans. Plus la duration du passif est longue, plus le *Best Estimate* sera sensible à un décalage du LLP. Au vu de ces résultats, les organismes d'assurance sont très probablement favorables à la non-adoption d'un changement du LLP dans l'avis final de l'EIOPA, en particulier ceux avec des passifs de durations longues.

La méthode alternative d'extrapolation finalement recommandée par l'EIOPA prend en compte la diminution progressive de la liquidité sur le marché jusqu'à une maturité de 50 ans. De cette façon, la courbe des taux sans risque inclut plus de données de marché mais elle reste moins sensible à une variation des taux de marché pour les maturités élevés. La baisse des taux sans risque résultante pour les maturités après 20 ans est moins importante que dans le cas d'un décalage du LLP à 30 ou 50 ans. La hausse des provisions *Best Estimate* est alors plus faible mais reste considérable. Enfin, le mécanisme de transition envisagé par l'EIOPA vient bien limiter l'impact sur le *Best Estimate* d'un changement vers la nouvelle méthode d'extrapolation en modifiant le facteur de convergence alpha vers l'UFR. Ce facteur alpha étant un paramètre exogène de la méthode alternative, il pourra se prêter comme outil de pilotage de la courbe des taux sans risque par l'EIOPA même après la fin du mécanisme de transition.

Dans un deuxième temps, nous avons étudié l'impact du nouveau calibrage des chocs de taux au passif sur les provisions *Best Estimate* de notre portefeuille de retraite. L'application du nouveau choc de taux à la baisse a conduit à une hausse relative des provisions *Best Estimate* trois fois plus élevée que dans le scénario de baisse actuel. Le nouveau calibrage du SCR de taux est donc plus pénalisant et nécessitera une charge en capital plus élevée pour couvrir le risque de taux dans la formule standard, spécialement pour les entreprises ayant des écarts de duration actif-passif considérables.

Il est important de comprendre que les impacts sur les provisions *Best Estimate* décrits ci-dessus ont été étudiés dans le cadre particulier d'un portefeuille de retraite à prestations définies en faisant un certain nombre d'hypothèses à une date d'évaluation donnée. Les résultats des sensibilités présentés dans ce mémoire ne sont pas nécessairement représentatifs pour d'autres produits et secteurs d'assurance. Cette étude de sensibilité pourrait bien être réalisée sur des portefeuilles d'assurance avec des caractéristiques différentes. En assurance vie, pour des produits avec de fortes interactions actif/passif telles que les contrats en euros, un changement de la courbe des taux sans risque aura également un effet sur les prestations à travers les rendements des placements et la participation aux bénéfices qui pourrait venir compenser l'effet d'actualisation. Les portefeuilles en assurance non-vie ont des durations généralement plus courtes ne dépassant pas la maturité de 20 ans, et sont donc moins sensibles à un changement de la méthode d'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Enfin,une analyse allant jusqu'à quantifier l'impact des propositions de la revue 2020 de Solvabilité II sur le ratio de solvabilité serait une suite pertinente de notre étude.

Différentes parties prenantes comme Insurance Europe et l'AAE ont rendu clair qu'ils voudraient éviter un changement de la méthode d'extrapolation. D'après de nombreux avis, le SCR de taux est l'endroit adéquat pour refléter le risque d'un scénario de taux d'intérêt

bas à long terme, et non la conception de la courbe des taux sans risque elle-même. Par le passé, il est arrivé que des propositions de l'EIOPA n'ont pas été retenues pour de raisons politiques comme pour le SCR de taux dans le cadre de la revue de 2018.

Le 22 septembre 2021, la Commission européenne a rendu publique sa proposition législative de révision de Solvabilité II [17] sur la base des travaux et recommandations réalisés par l'EIOPA et a énoncé le contenu technique qui composera les prochains actes délégués, équivalent des amendements au règlement délégué.

Concernant l'extrapolation de la courbe des taux sans risque, la Commission s'est appuyé sur la formule et le paramétrage proposés par l'EIOPA en prenant en compte le mécanisme de transition prévu pour une introduction progressive de la nouvelle méthode d'extrapolation s'étalant jusqu'à la fin de 2031.

En ce qui concerne le calibrage du risque de taux, la Commission avance que le calcul prévu par la formule standard devrait aussi être cohérent avec la méthode de détermination de taux d'intérêt sans risque pour la valorisation des passifs, notamment en ce qui concerne l'extrapolation. Ainsi, elle s'est inspirée de l'avis de l'EIOPA sur le calcul de l'exigence de capital pour risque de taux d'intérêt, avec une exception pour l'extrapolation des taux d'intérêt à long terme. Pour chaque devise, les taux d'intérêt sans risque pour des échéances allant jusqu'au point de départ de l'extrapolation, le FSP, seront choqués sur la base de l'approche et de la paramétrisation proposées par l'EIOPA. Pour les taux au-delà du FSP, il est proposé de les extrapoler de la même manière que les taux sans risque de base mais vers un taux forward ultime stressé de +/- 15 bps. La Commission envisage d'introduire progressivement les modifications de la formule standard de calcul pour le risque de taux d'intérêt, en étalant cette introduction sur une période de cinq ans après leur adoption, en ligne avec ce qui a été proposé par l'EIOPA.

Il appartient maintenant au Conseil et au Parlement européen d'examiner les propositions législatives de la Commission européenne. Une fois que les propositions auront été approuvées et seront entrées en vigueur, les États membres de l'UE devront mettre en œuvre la directive dans un délai de 18 mois et un jour. L'entrée en vigueur effective n'est actuellement pas prévue avant 2025.

Table des figures

1 Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 pour les différentes options proposées par l'EIOPA dans son Consultation Paper . . . . . .

2 Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 obtenues par la méthode actuelle dans le scénario central, à la hausse et à la baisse avec les chocs actuels et les chocs prévus par la revue 2020 de Solvabilité II. . . . . .

3 Risk-free yield curve as of 31/12/ 2020 for the different options suggested by EIOPA in its Consultation paper . . . . . .

4 Risk-free yield curve as of 31/12/2020 by the current Smith-Wilson method in the central,up and down scenario with the current and proposed shocks

1.1 Interactions entre les acteurs 23

1.2 Piliers de Solvabilité II 25

1.3 Bilan SII simplifié 28

1.4 Processus de révue SII 29

1.5 Revue 2020 selon les Piliers SII 30

2.1 Interpolation et extrapolation 36

2.2 Représentation de la fonction Smith-Wilson avec UFR= 3,6$\%$ et α égal à 0,1 40

2.3 Évolution des taux d'intérêts sans risque. Graphique issue de [11] p.14 . . . 43

2.4 Représentation de la fonction B(α,h) 48

2.5 Courbe des taux sans risque pour les différentes options avec un $UFR = 4,05\%$ au 31/12/2018 issue du *Consultation paper*[8] 50

2.6 Taux swap vs Euribor 6 mois observés sur les marchés au 31/12/2020 jusqu'à la maturité 50 ans 60

2.7 Extrapolation de la structure par terme des taux sans risque à partir de données de marché au 31/12/2020 62

2.8 Comparaison entre la courbe EIOPA et la courbe reconstruite sous R au 31/12/2020 63

2.9 Courbe des taux sans risque pour différentes valeurs du LLP 64

2.10 Courbe des taux sans risque construite selon la méthode d'extrapolation alternative au 31/12/2020 avec et sans le mécanisme de transition 65

2.11 Convergence des taux forward extrapolés vers l'UFR en fonction de différentes valeurs pour α 66

2.12 Courbe des taux sans risque pour différentes valeurs de α 66

2.13 Courbe des taux sans risque au 31/12/2020 pour les différentes options proposées par l'EIOPA dans son Consultation Paper 67

2.14 Courbe des taux sans risque au 31/12/2020 avec VA pour la méthode de Smith-Wilson LLP 20 ans et la méthode alternative 68

2.15 Poids relatif du VA dans la méthode alternative par rapport à la méthode actuelle de Smith-Wilson au 31/12/2020 69

3.1 Distribution suivant l'âge 73

3.2 Salaires moyens par tranches d'âge 74

3.3 Évolution du nombre de rentes futures 78

3.4 Évolution des prestations de rentes viagères 79

4.1 Évolution des rentes en cours 87

4.2 Évolution des rentes futures 87

5.1 Les modules SCR, source : EIOPA 89

5.2 Impact sur le SCR du nouveau calibrage des chocs de taux pour les entités en formule standard par pays au 31/12/2019. source :EIOPA 93

5.3 Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 obtenues par la méthode actuelle dans le scénario central, à la hausse et à la baisse avec les chocs actuels et les chocs prévus par la revue 2020 de Solvabilité II. 94

5.4 Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 obtenues par la méthode alternative dans le scénario central, à la hausse et à la baisse avec les chocs actuels et les chocs prévus par la revue 2020 de Solvabilité II. 108

5.5 Écarts entre la courbe avec un LLP 30 par rapport à un LLP 20 ans au 31/12/2020 109

5.6 Écarts entre la courbe avec un LLP 50 par rapport à un LLP 20 ans au 31/12/2020 110

5.7 Écarts entre la courbe obtenue par la méthode alternative par rapport à la méthode actuelle au 31/12/2020 110

Liste des tableaux

2.1 Mécanisme de transition du paramètre de convergence α 49

3.1 Caractéristiques des affiliés du régime de retraite 73

3.2 Probabilités de turnover fournies par l'entreprise 76

4.1 Sensibilité du BE de rentes à la durée de projection au 31/12/2020 83

4.2 Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes au 31/12/2020 84

4.3 Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes au 31/12/2020 par tranches d'années de projection. 85

4.4 Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes du portefeuille modifiée au 31/12/2020 88

5.1 Sensibilité du *Best Estimate* de rentes au nouveau calibrage des paramètres du SCR de taux au 31/12/2020 pour Smith-Wilson LLP 20 ans 95

5.2 Sensibilité du *Best Estimate* de rentes au nouveau calibrage des paramètres du SCR de taux au 31/12/2020 pour la méthode alternative 96

5.3 Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes au 31/12/2020 par tranches d'années de projection. 107

Bibliographie

Articles

[6] Darrel Duffie et Ming Huang. "Swap Rates and Credit Quality". In : *The journal of finance* LI.3 (1996). doi : https://www.darrellduffie.com/uploads/pubs/DuffieHuang1996.pdf.

[21] Schweikert Daniel G. "An interpolation curve using a spline in tension". In : *Journal of Mathematics and Physics* 45 (1966), p. 312-317.

[22] John Hull et Alan White. "LIBOR vs. OIS: The Derivatives Discounting Dilemma". In : *Journal of Investment Management* 11.3 (2013). doi : https://www-2.rotman.utoronto.ca/~hull/DownloadablePublications/LIBORvsOIS.pdf.

[26] L. KimGuan et Qin Xiao. "Computing maximum smoothness forward rate curves". In : *Statistics and Computing* (2000).

[27] A. Smith et T. Wilson. "Fitting Yield Curves with Long Term Constraints". In : *Research report, Bacon and Woodrow* (2000).

Livres

[2] L. Andersen et V. Piterbag. *Interest rate modeling*. T. 1st edition. Atlantic Financial Press, 2010.

Autres

[1] Kemi Akinyem et al. *Methodologies for valuing liability cash flows that extend beyond the maximum yield curve*. 2019. url : https://www.soa.org/globalassets/

assets/Files/resources/research-report/2019/yield-curve-report.pdf.

[3] Jennifer Baker. *Solvency II Review: Concerns of AAE.* (2021). URL : https://actuary.eu/wp-content/uploads/2021/03/12-EIOPA-Opinion-on-Solvency-II-Review-concerns-of-AAE.pdf.

[4] Ultimate Forward Rate Committee. *Advisory Report of the UFR Committee.* (2013). URL : https://www.government.nl/documents/publications/2013/10/06/advisory-report-of-the-ufr-committee.

[5] Deloitte. *Volatility adjustment under the loop.* 2018. URL : https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/ch/Documents/financial-services/ch-fs-volatility-adjustment-under-the-loop-final.pdf.

[7] EIOPA. *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency IIII.* (2011).

[8] EIOPA-BOS-19/465. *Consultation Paper on the Opinion on the 2020 review of Solvency II.* (2019).

[9] EIOPA-BoS-20-706. *REPORT ON LONG-TERM GUARANTEES MEASURES AND MEASURES ON EQUITY RISK 2020.* (2020).

[10] EIOPA-BoS-20/749. *OPINION ON THE 2020 REVIEW OF SOLVENCY II.* (2020).

[11] EIOPA-BOS-20/750. *BACKGROUND DOCUMENT ON THE OPINION ON THE 2020 REVIEW OF SOLVENCY II-Analysis.* (2020).

[12] EIOPA-BOS-20/751. *BACKGROUND DOCUMENT ON THE OPINION ON THE 2020 REVIEW OF SOLVENCY II-Impact assessment.* (2021).

[13] EIOPA-BoS-21/090. *Report on the Calculation of the UFR for 2021.* (2021).

[14] EIOPA-BoS-21/317. *Technical documentation of the methodology to derive EIOPA's risk-free interest rate term structures.* (2021).

[15] EIOPA/13/296. *Technical Findings on the Long-Term Guarantees Assessment.* (2013).

[16] ESRB. *Regulatory risk-free yield curve properties and macroprudential consequences.* (2017). URL : https://www.esrb.europa.eu/pub/pdf/reports/esrb.reports170817_regulatoryriskfreeyieltcurveproperties.en.pdf.

[17] Commission européenne. *Proposal for a DIRECTIVE OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL.* 2021.

[18] Parlement Européen et Conseil de l'Union Européenne. *DIRECTIVE 2009/138/CE DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL du 25 novembre 2009 sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II)*. 2009.

[19] Parlement Européen et Conseil de l'Union Européenne. *Règlement délégué (UE) 2015/35 de la Commission du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II)*. 2015.

[20] Finanstilsynet. *A Technical Note on the Smith-Wilson Method (Technical report)*. 2010.

[23] E. Ifergan. "Mise en oeuvre d'un calcul de Best estimate". Mémoire d'actuariat. Université Paris-Dauphine, 2013, p. 21-25.

[24] Insurance-Europe. *Views on EIOPA's opinion on the 2020 review*. (2021). url : https://www.insuranceeurope.eu/publications/1638/views-on-eiopa-039-s-opinion-on-the-2020-review/.

[25] Philip Keller, Malcolm Kemp et Christoph Krischanitz. *Market Consistency*. 2012. url : http://www.nematrian.com/Docs/MC_paper_amended_final_GC_format_preamble_141112.pdf.

Annexe

1. Écarts absolus entre les provisions *Best Estimate*

Années de projection	BE SW LLP 20 (€)	BE SW LLP 30 (€)	BE SW LLP 50 (€)	BE Méthode alternative (€)	BE Méthode alternative avec transition (€)
0 à 20	45 225 319	45 138 625	45 129 284	45 145 932	45 145 932
20 à 30	66 122 039	74 425 095	74 308 005	69 617 436	68 026 870
30 à 40	59 161 742	81 769 479	91 250 734	66 682 486	61 771 482
40 à 50	36 749 213	53 846 329	84 487 917	42 765 452	38 381 978
50 à 60	15 815 265	23 510 186	47 270 294	18 615 668	16 504 384
60 à 70	5 425 747	8 094 881	17 419 655	6 395 927	5 659 828
70 à 80	1 257 108	1 877 232	4 109 065	1 477 841	1 311 149
80 à 90	132 823	198 391	436 241	155 459	138 527
90 à 100	3 290	4 915	10 821	3 832	3 432
Total	**229 892 546**	**288 865 133**	**364 422 017**	**250 860 033**	**236 943 582**

Table 5.3 – Sensibilité aux différentes options d'extrapolation de la courbe des taux sans risque du BE de rentes au 31/12/2020 par tranches d'années de projection.

2. Courbes des taux sans risque choquées et obtenues par la méthode alternative d'extrapolation

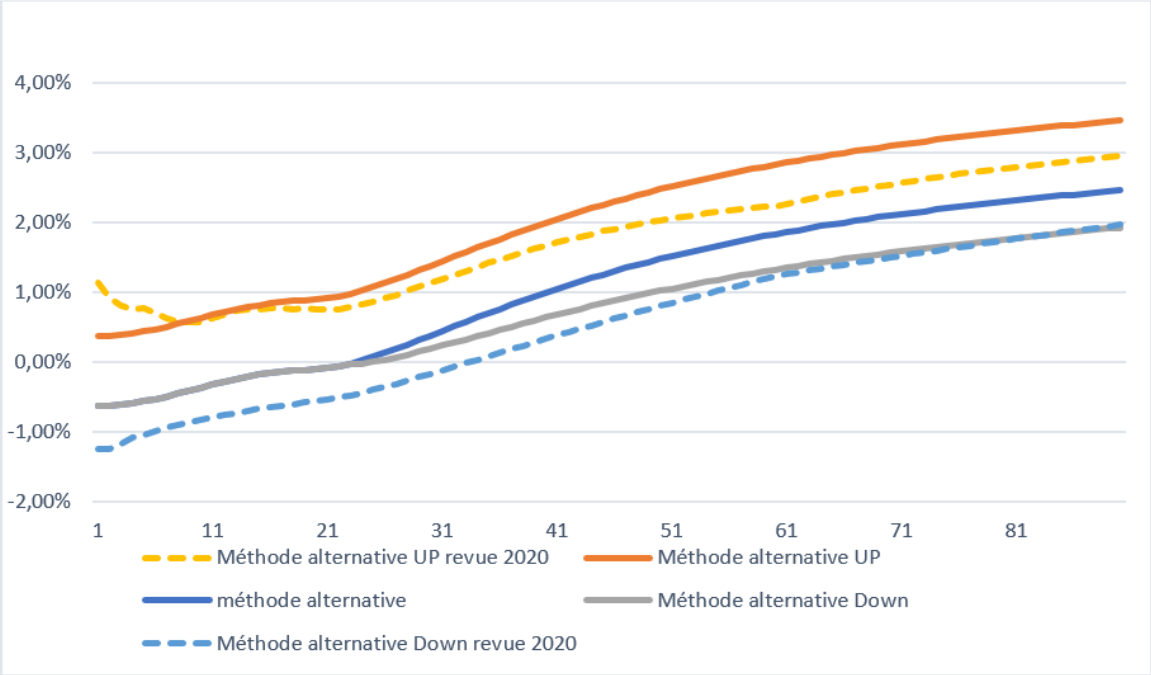

FIGURE 5.4 – Courbes des taux sans risque au 31/12/2020 obtenues par la méthode alternative dans le scénario central, à la hausse et à la baisse avec les chocs actuels et les chocs prévus par la revue 2020 de Solvabilité II.

3. Écarts entre les courbes de taux sans risque par rapport à la méthode de Smith-Wilson avec un LLP de 20 ans

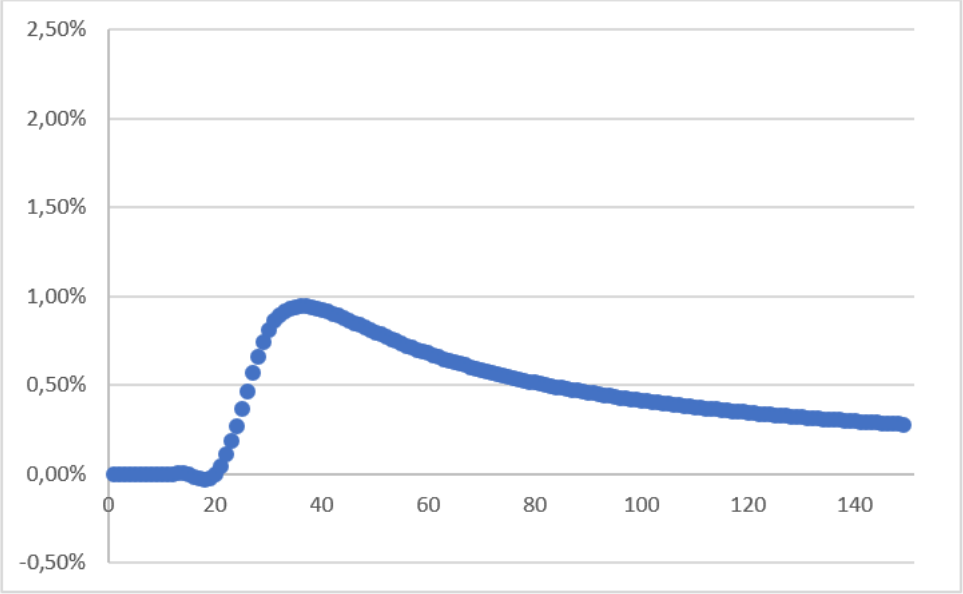

FIGURE 5.5 – Écarts entre la courbe avec un LLP 30 par rapport à un LLP 20 ans au 31/12/2020

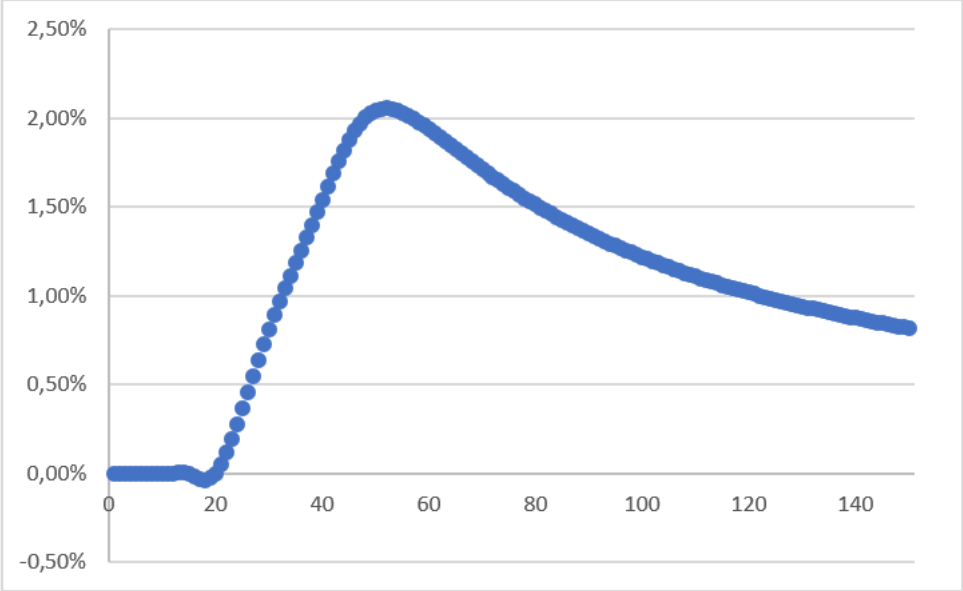

FIGURE 5.6 – Écarts entre la courbe avec un LLP 50 par rapport à un LLP 20 ans au 31/12/2020

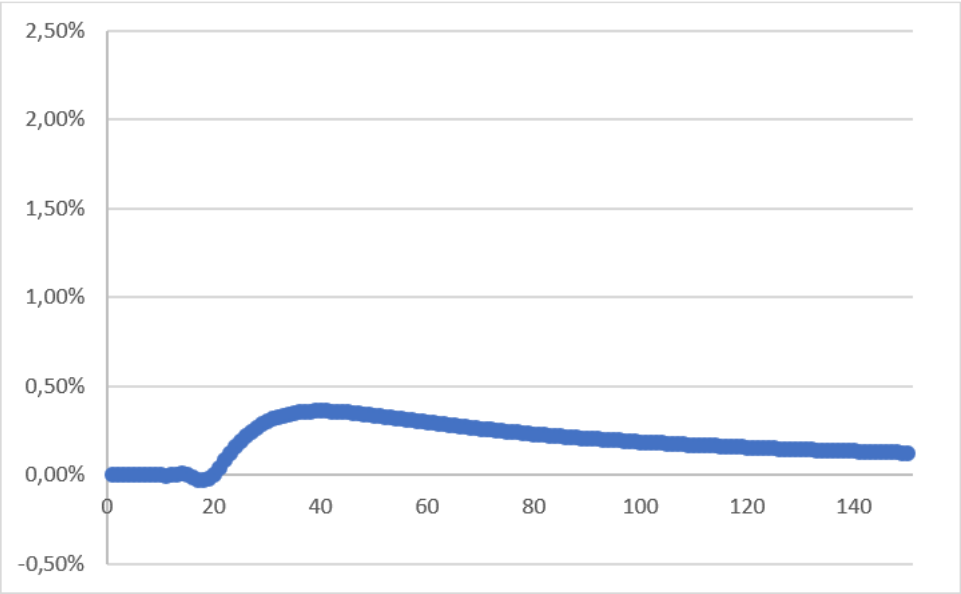

FIGURE 5.7 – Écarts entre la courbe obtenue par la méthode alternative par rapport à la méthode actuelle au 31/12/2020