

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaires
le 18/03/2021

Par : **Bisous Razafindrabary**

Titre : **ORSA et calcul prospectif du SCR
par Machine Learning**

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de la filière

Nom :

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires*

Entreprise : **optimind.**
RESEARCH & INNOVATION FOR YOUR FUTURE

Signature :

Directeur du mémoire en entreprise :


Nom : *Maxime Ewoané*

Signature :

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de
confidentialité)**

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise



Bibliothèque :

Signature du candidat



REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire et qui malgré les circonstances spéciales de la crise sanitaire se sont rendues disponibles.

Je remercie Monsieur Christophe Eberlé, président fondateur d'Optimind, pour m'avoir permis d'effectuer mon mémoire au sein de son entreprise, ainsi que les partners, Gildas Robert, Valérie Deppe et Julien Chartier pour m'avoir accueilli au sein de Actuarial and Financial Services.

De plus, je tiens à remercier chaleureusement mon tuteur, Maxime Ewoané pour son aide précieuse, ses conseils et sa disponibilité tout au long de la réalisation de ce mémoire.

J'adresse également tous mes remerciements à l'ensemble des consultants d'Optimind ayant participé à mes réflexions, pour le temps qu'ils m'ont consacré.

Merci également à mes collègues stagiaires Clara Kibler, Arthur Pellé, Marius Masson, Florian Montmeat qui étaient également présents pour moi.

J'adresse également ma gratitude à toute ma famille et mes amis qui ont toujours cru en moi et m'ont encouragée non seulement pendant ce mémoire mais également pour tout mon parcours académique.

RÉSUMÉ

Ce mémoire s'intéresse à la capacité d'un assureur épargne à évaluer rapidement son activité suivant un plan stratégique ou consécutivement à un changement de structure dans son portefeuille. Il ne se limite pas à une vision ponctuelle mais élargit les analyses dans le cadre de l'ORSA à tout l'horizon temporel de mise en place d'un business plan. La stratégie de l'assureur sera évaluée par le biais de sa solvabilité. L'indicateur de solvabilité qui est utilisé est le Solvency capital Requirement, que l'on notera SCR par la suite. L'étude prospective du SCR donnera le niveau de risque futur de l'assureur.

Pour évaluer la solvabilité future, il convient de projeter l'activité de l'entreprise, ensuite d'itérer les calculs du modèle ALM dans le temps, ce qui est très coûteux en matière de puissance et de temps de calcul. Malgré cela, des demandes avec des échéances de plus en plus courtes sont émises par les comités de direction ou les instances intermédiaires à des fins de prise de décisions. Les études de sensibilités de l'activité de l'assureur et les analyses des résultats sont alors limitées.

Les méthodes de machine learning apportent une solution à ce problème grâce à leur grande capacité de calcul. Elles permettent d'apprendre une variable d'intérêt à partir d'autres variables explicatives sans avoir à expliciter la relation entre elles. L'actuaire contrôle les modèles par l'intermédiaire des hyperparamètres. Le SCR étant lié au Best Estimate of Liabilities noté également BEL, nous choisissons de calibrer un modèle de machine learning qui apprend le BEL à partir de variables de pilotage à l'actif et au passif. Il s'agit des variables pilotées et celles étudiées dans le but d'atteindre l'objectif d'un business plan.

Un modèle de machine learning requiert une base de données. La base de données utilisée a été générée par itération automatique du modèle existant en modifiant les paramètres d'entrée

à chaque run. Un outil a été créé sur python dans le cadre de ce mémoire pour automatiser le processus et ainsi gagner du temps.

Les modèles étudiés sont le K plus proches voisins et la Forêt aléatoire. Il s'agit là de modèles se basant sur la partition d'espace. La première méthode utilise la notion de « similarité » pour prédire, tandis que la forêt aléatoire, plus complexe à visualiser, est une agrégation de modèles simples (arbres de décision).

Il s'avère que la Forêt aléatoire offre des résultats plus satisfaisants que la méthode des K plus proches voisins. En effet, il est plus difficile de contrôler les modèles de K plus proches voisins car le seul paramètre pilotable est le nombre de voisins. Cette méthode est également plus sensible à la base de données ce qui n'en fait pas un modèle stable.

Nous appliquons par la suite nos méthodes pour l'estimation de SCR dans le cadre de l'ORSA. Pour cela, un business plan est établi, ce qui permet de projeter l'activité de l'entreprise sur l'horizon temporel de la stratégie, et à chaque pas de temps, une estimation du SCR peut-être établie grâce à cette projection et au machine learning.

Finalement, un dispositif permettant d'évaluer la solvabilité de l'entreprise a été créée suivant une stratégie ou des changements d'environnement sur une vision prospective. Le gain de temps et la maniabilité permet à l'utilisateur de tester plusieurs stratégies et hypothèses.

Mots-clés : machine learning, SCR, Best Estimate, ALM, ORSA, Solvabilité II, Assurance-vie

ABSTRACT

This paper focuses on the ability of a life insurer to quickly evaluate its activity according to a business plan or a change in its business structure. It does not limit the study to a one-year vision but extends the analysis to the ORSA framework for the entire time horizon of the business plan implementation. We will evaluate the insurer's strategy through its solvency. The solvency indicator that is used is the SCR (Solvency Capital Requirement). The prospective study of the SCR will give the insurer's future risk level.

In order to assess future solvency, it is necessary to project the company's activity in the future then to iterate the computations of the ALM model over time, which is burdensome in terms of calculations and also requires a considerable amount of time. In spite of substantial calculation times, requests with increasingly shorter deadlines are issued by the board of directors for decision-making purposes. Studies of the sensitivities of the activity and analysis of the results are then limited.

Machine learning methods provide a solution to this problem thanks to their high computing capacity. They make it possible to learn a feature of interest from other explanatory features without having to explicitly write down the code that makes it work. We still have the control over the model thanks to hyperparameters that are ours to calibrate. Since SCR is closely linked to BEL (Best Estimate of Liabilities) for most impacting risks, we chose to calibrate a machine learning model that learns BEL from features that come from both Assets and Liabilities. As the SCR modules not linked to the BEL are not time-consuming, it seemed to us more relevant to focus on those linked to simulations.

Machine learning models and databases are inseparable. The database used in this paper was generated by automatically iterating the existing model and modifying the inputs at each

run. In order to gain time, we have created a python tool that is able to change the input of the ALM model, run it and get the BEL from the situation described by the input.

The models studied are K-nearest neighbors (knn) and Random Forest. These models are based on space partitioning. The first method uses the notion of "similarity" to predict. Whereas the Random Forest is more complicated to visualize as it is an aggregation of simple models (decision trees).

It turns out that the Random Forest offers more satisfactory results than the K-nearest neighbors method. It is indeed more difficult to control K-nearest neighbors models because the only controllable parameter is the number of neighbors. Also, this method is very sensitive to the database which makes it an unstable model.

We then apply our methods to estimate the SCR in the framework of ORSA. To do so, we give an example of a business plan that allows us to project the company's activity over the strategy duration, and at each time step, we can estimate the SCR thanks to this projection and the prediction from the machine learning model.

Finally, we have created a way to evaluate the solvency of the company according to a strategy or changes in the environment in future perspective. The time saved and the easy use of the method allow the user to test several strategies and hypothesis.

Keywords : Machine Learning, SCR, Best Estimate, ORSA, Solvency II, ALM, Life insurance

NOTE DE SYNTHÈSE

La réglementation Solvabilité II, entrée en vigueur en 2016, instaure des exigences quantitatives, qualitatives et de reporting pour les acteurs du marché assurantiel. La réalisation du volet qualitatif est celui qui offre le plus de liberté à l'entreprise. Il s'agit du Pilier 2 qui organise la gouvernance et la gestion des risques.

L'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) en est un composant phare. Il s'agit, comme son nom l'indique, d'un outil permettant à une compagnie d'évaluer ses propres risques ainsi que sa solvabilité. Dans le cadre de l'ORSA donc, l'entreprise est amenée à s'assurer du respect permanent des exigences en capitaux réglementaires. De ce fait, l'entreprise doit mettre en place un outil lui permettant d'évaluer l'évolution de son capital et de ses risques dans le temps.

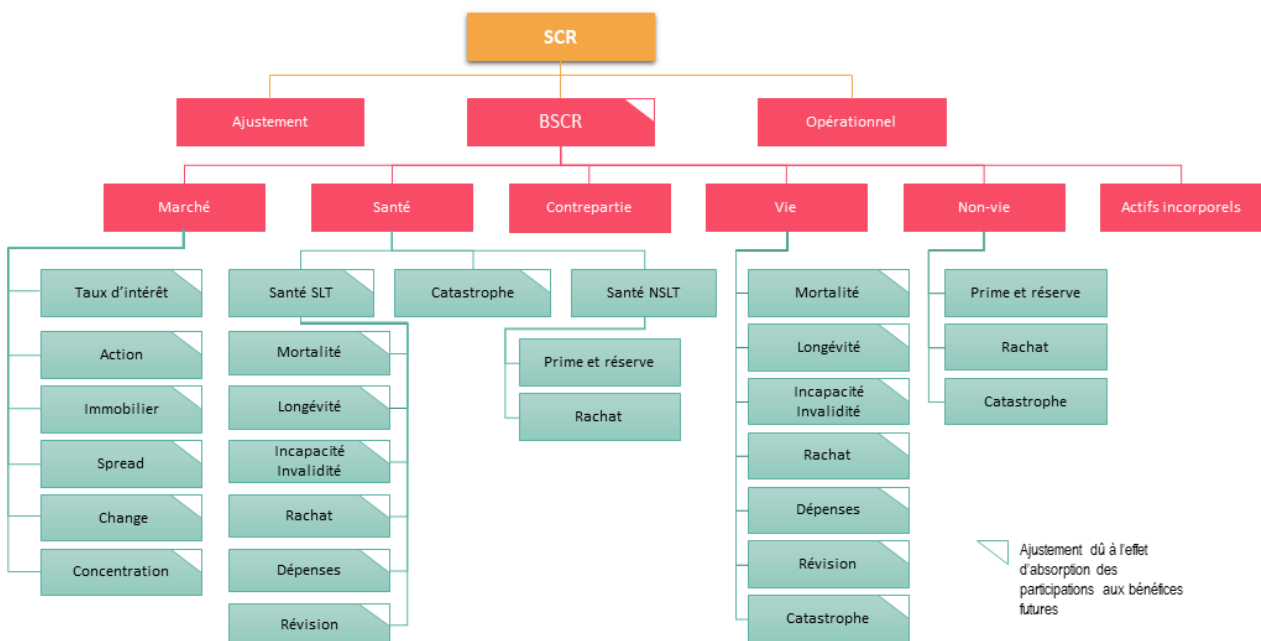


FIGURE 1 – Pieuvre de SCR (formule standard)

Le calcul du SCR par formule standard passe par une ventilation des risques présentés à la figure 1. Pour chaque module de risque, le SCR associé correspond au niveau de fonds propres à détenir en cas de choc dont l'intensité est prédéfini par l'EIOPA. Cette notion se matérialise par les relations suivantes :

$$NAV_t = Actif_t - BEL_t$$

$$NAV_{choc} = Actif_{choc} - BEL_{choc}$$

$$SCR_{sous-module} = (NAV_0 - NAV_{choc})_+ \quad (1)$$

$$SCR_{module_k} = \sqrt{\sum_{i,j \in module} \rho_{i,j}^k SCR_i SCR_j} \quad (2)$$

où

SCR_{module_k} représente le capital réglementaire associé au module de risque k

SCR_l correspond au capital associé au sous-module l du module k

ρ^k désigne la matrice de corrélation des sous-modules du module de risque k étudié.

Le Best Estimate of Liabilities (BEL) est en fait la moyenne des flux futurs pondérés par leur probabilité. Une estimation fiable par Monte Carlo de cette grandeur nécessite au moins 500 à 1000 simulations. Tous ces calculs se font dans le cadre du Pilier 1 de la Solvabilité I grâce au modèle ALM.

Dès lors que l'entreprise souhaite évaluer plusieurs stratégies ou plusieurs scénarios futurs éventuels les calculs deviennent coûteux. Ce handicap affaiblit la maniabilité et la sensibilité de l'ORSA comme outil permettant d'appréhender le futur ou la réalisation d'un business plan. Il est particulièrement compliqué de donner une réponse rapide au Comité de Direction qui pourrait leur permettre d'élaborer des plans d'action en amont.

L'objectif de ce mémoire est d'en apporter une solution pour avoir un outil utilisable et efficace dans le cadre d'un pilotage stratégique. On se focalise plus précisément sur le calcul du BEL, et on se propose de faire appel aux méthodes de machine learning.

Les modèles de machine learning sont de nouvelles méthodes qui établissent un lien entre des variables explicatives et une variable d'intérêt qui est le BEL dans notre cas. La nature de ces « liens » est définie par le type de modèles mis en place. Pour ce faire, deux modèles ont été étudiés : la forêt aléatoire et le k-plus proches voisins.

Deux modèles opérant différemment sont ainsi testés bien qu'étant tous les deux des modèles ensemblistes.

D'une part, la forêt aléatoire est basée sur l'agrégation de plusieurs modèles simples, les arbres de décisions. A chaque étape de la forêt aléatoire (un nœud), l'ensemble est partitionné de manière à avoir des sous-ensembles homogènes et une variance inter-sous-ensemble élevé. Cette partition se fait au travers d'un seuil s déterminant si une observation appartient ou non au sous-ensemble.

D'autre part, le modèle de k-plus proches voisins se base sur un critère de similarité. La prédiction d'une nouvelle variable dépend entièrement de la « distance » entre ses attributs et ceux

de la base de données. Évaluer cette méthode permet de voir dans quelle mesure on pourrait caractériser une situation suivant les situations similaires, sans chercher le fonctionnement intrinsèque des situations déjà observées.

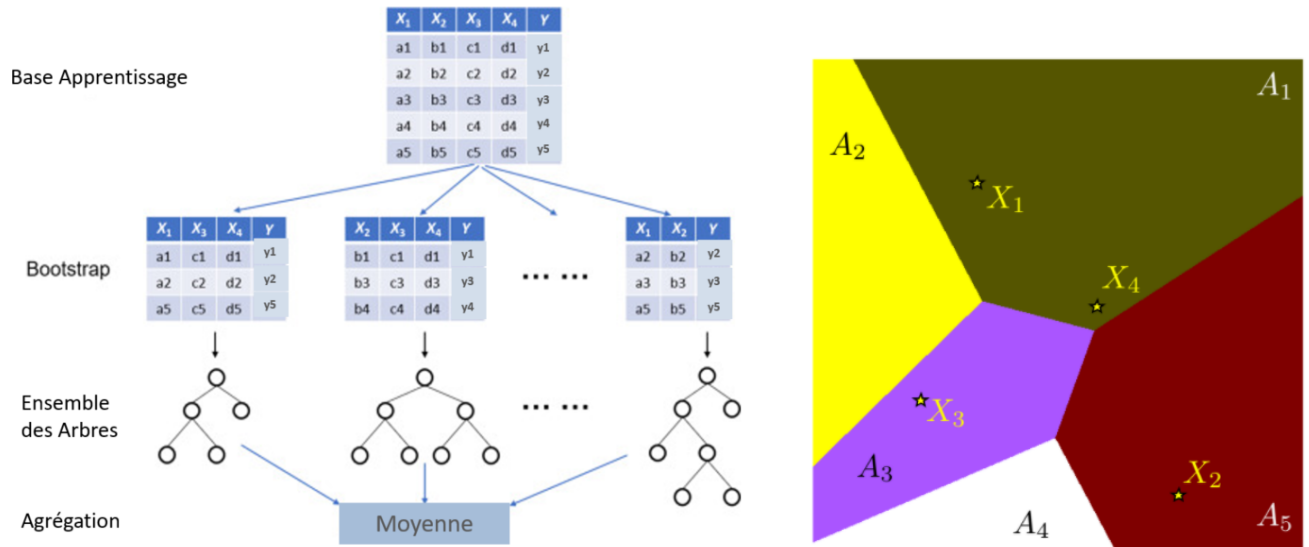


TABLE 1 – Forêt aléatoire(à gauche) et K-ppv (à droite)

La calibration d'un modèle de machine learning nécessite une base de données de taille et de qualité suffisantes. Dans le cas présenté ici, il s'agit d'avoir plusieurs observations de BEL associées à des variables permettant de piloter une entreprise. Les variables étudiées sont

- PB : il s'agit du taux de participation aux bénéfices établi à la signature du contrat. Il fait ici référence au taux moyen du portefeuille pondéré par la provision mathématique.
- Le TMG ou taux minimum garanti désigne également la moyenne pondérée par la provision mathématique des TMG des contrats.
- PM_euro et PM_uc dénotent la somme des provisions mathématiques en Euro et en UC au sein du portefeuille de l'assureur.
- Le taux de rachat structurel moyen et le taux de mortalité moyen sont ceux établis selon la table de mortalité TH02 et la table de rachat structurel représentée à la figure 2
- Le Taux de Plus Value pour des actions (resp. l'immobilier) noté TPV_a (resp. TPV_immo). Ces deux variables dénotent le taux de plus value des actifs. Lorsque cette variable est négative, on est en présence d'une moins value, c'est-à-dire que la valeur de marché de l'actif correspondant est en-dessous de sa valeur comptable.
- L'allocation des actifs : La distribution des encours entre Obligations, Actions, Immobilier et Cash est contenue dans les variables tx_ac, tx_obli, tx_immo et tx_cash

- BEL : désigne le Best Estimate of Liabilities et est aussi la variable d'intérêt pour les prochaines méthodes de machine learning

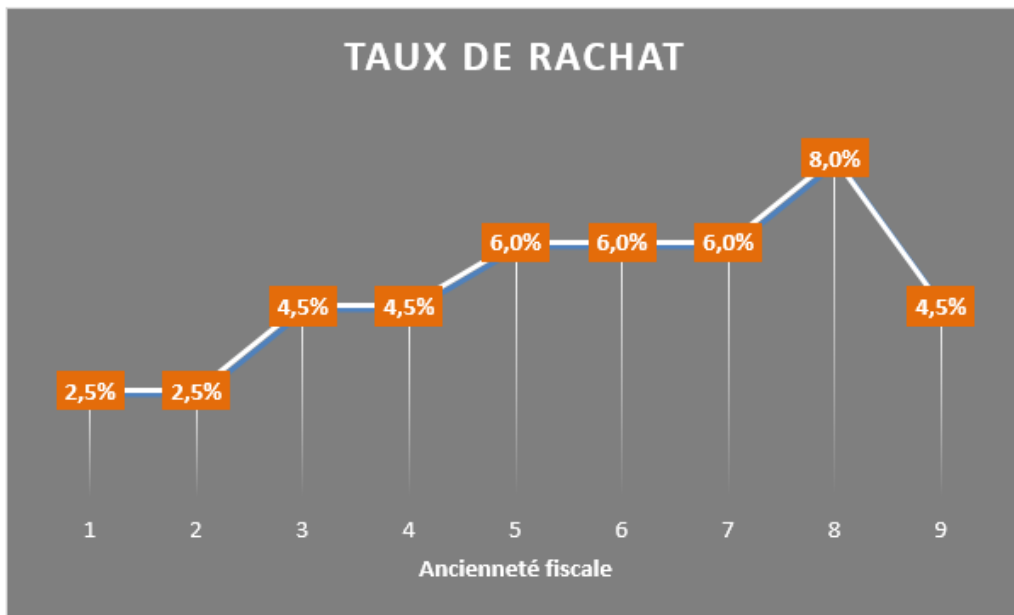


FIGURE 2 – Loi de rachat structurel

Il faut donc itérer le processus du modèle ALM en faisant varier les entrées. Une entrée correspondra à une observation. La variable d'intérêt (BEL) associée est récupérée à partir des sorties du modèle ALM. Cette tâche se ferait difficilement manuellement car le nombre de changements de paramètres est trop conséquent. Dans le cadre de ce mémoire, on a alors développé un outil python qui s'occupe de modifier les inputs, de lancer le modèle ALM et d'en récupérer la sortie BEL.

La liste des inputs reste toutefois contrôlée, en renseignant l'outil sur les intervalles à explorer pour chaque variable. L'outil tirera aléatoirement et de manière uniforme dans ces intervalles.

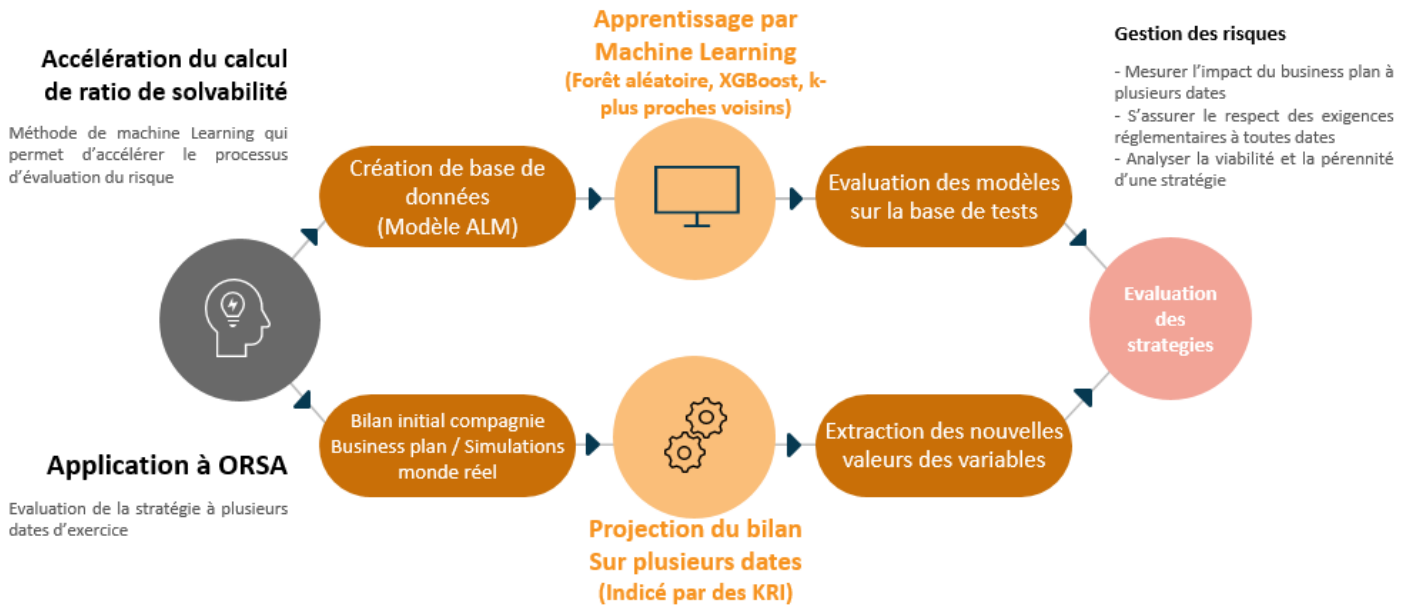


FIGURE 3 – Démarche

Pour avoir un aperçu pragmatique de ce mémoire, nous nous proposons d'évaluer un business plan s'étalant sur 3 ans. Ce business plan consiste à inciter les nouveaux ou anciens assurés à s'orienter vers l'UC et parallèlement à augmenter la proportion d'actions dans la partie Actif. Pour calculer le SCR de l'entreprise fictive induite par ce business plan et selon la formule 1, il est nécessaire d'avoir la valeur de marché des actifs à chaque date d'évaluation. Pour cela, des indices reliés aux facteurs de risque de l'entreprise sont utilisés. A partir de l'étude de l'évolution de ces indices dans le temps, on pourra émettre des conjonctures sur celle de la valeur de marché des actifs. A la différence du Pilier 1, l'ORSA se fait sous l'hypothèse de continuité d'activité, ce qui amène à corriger la valeur de marché des actifs avec la valeur comptable du passif. Cette valeur est calculée à partir de la collecte de l'entreprise et permet de définir les achats et cessions d'actifs.

Afin de faciliter l'interprétation des résultats des modèles de machine learning, on utilise la méthode SHAP. C'est une méthode qui tente d'expliquer le fonctionnement du modèle de la même façon qu'un modèle linéaire et où les coefficients correspondent aux valeurs shapley.

$$f(x) = \phi_0 + \sum_{j=1}^d \phi_j x'_j \quad (3)$$

avec

$\phi_j \in \mathbb{R}$ la valeur shapley de la variable j

$x'_j \in \{0, 1\}^d$ indique la présence ou non de la variable j . Dans notre cas x' est un vecteur composé que de 1. Cette variable est utile lorsque certaines observations ne possèdent pas toutes les variables.

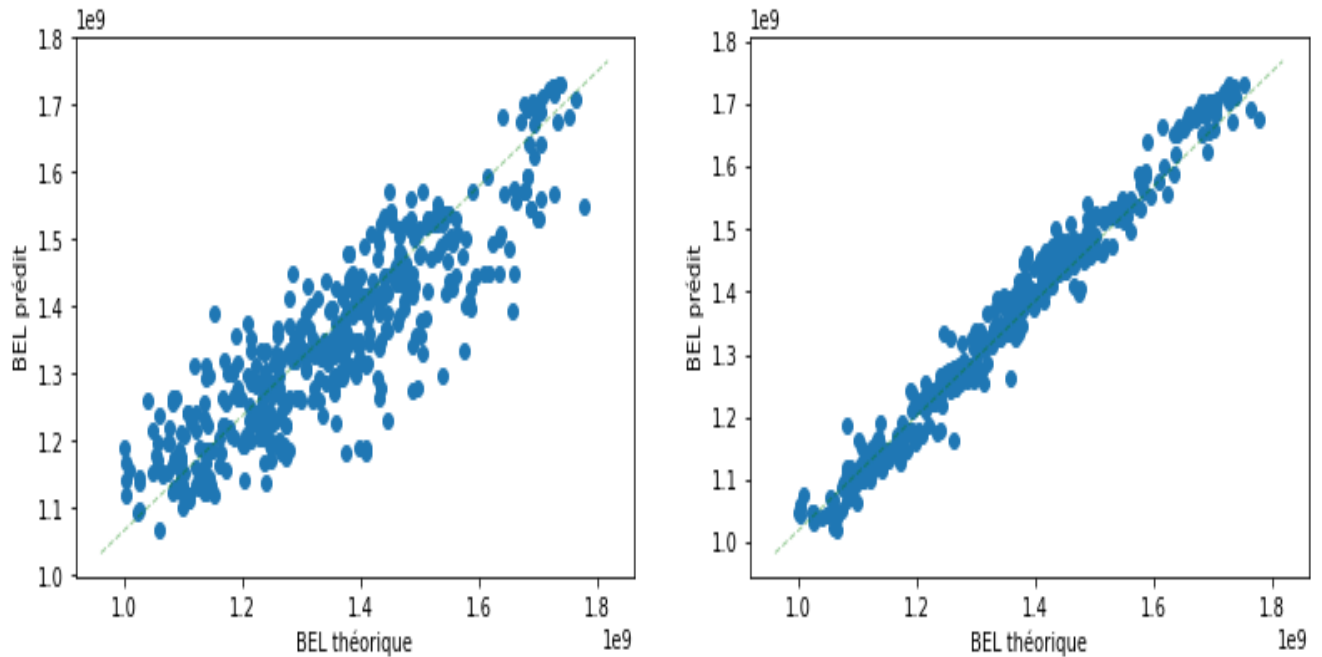


TABLE 2 – Comparaison BEL théorique et BEL estimé (k-ppv à gauche et Forêt aléatoire à droite)

Il apparaît que la forêt aléatoire est plus performante et plus stable pour prédire le BEL, ce qui motive l'utilisation de modèles d'agrégation. D'après les résultats, la variable PM Euro est la plus significative suivie du rachat ainsi que des provisions en UC et de l'allocation en actions. Cela est dû au fait que les engagements de l'assureur viennent principalement du canton Euro à travers les garanties qui y sont présentes. Et l'effet est accentué par la proportion importante des capitaux en Euro comparés à l'UC. On note également que les faibles taux de rachat correspondent à des niveaux de BEL plus élevés. Ces effets sont à nuancer suivant la structure du portefeuille de l'assureur. Un effet moins important pourrait être anticipé si la part de capital en UC était suffisamment élevée. Plus la date d'évaluation est éloignée dans le futur, moins fidèles sont les résultats. Les erreurs s'accumulent non seulement entre les différentes approximations mais aussi à travers le temps.

Le mémoire a permis de développer une méthode plus souple, maniable et rapide pour évaluer le BEL d'une entreprise. Il s'affranchit notamment des lourds calculs et des simulations stochastiques. Cependant, les erreurs commises pour calculer un SCR sont difficilement contrôlables car elles proviennent :

- Des erreurs intrinsèques au modèle de machine learning
- Les erreurs commises dans l'estimation de la valeur de marché des actifs par KRI
- Les erreurs commises sur le niveau de fonds propres sont supérieures à celle commises marginalement sur le BEL

Le mémoire présente un bon outil d'évaluation de stratégie. Les résultats sont toutefois à interpréter de manière attentive. Il convient de voir les résultats de manière qualitative et non

quantitative.

EXECUTIVE SUMMARY

The solvency II regulation, which comes into force in 2016, introduces quantitative, qualitative and reporting requirements for those in the insurance market. The implementation of the qualitative aspect is the one that offers the most freedom to the company. The Pillar 2 of that directive organizes governance and risk management.

The ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) is a main component. It is, as its name suggests, a tool that allows a company to assess its own risks and solvency. Within the framework of the ORSA, the company is therefore required to ensure permanent compliance with regulatory capital requirements. As a result, the company must implement a tool enabling it to assess the evolution of its capital and risks over time.

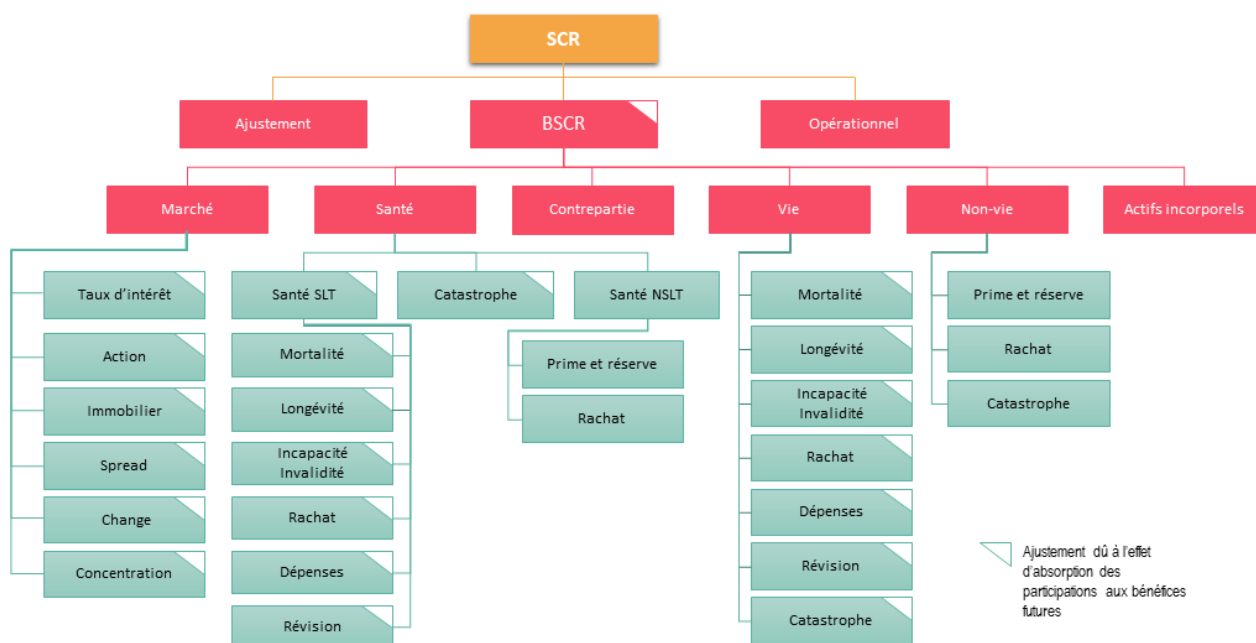


Figure 4 – Standard formula SCR

The calculation of the SCR using the standard formula involves a breakdown of the risks presented in figure 4. For each risk module, the associated SCR corresponds to the amount of capital to be held in the event of a shock (predefined by EIOPA). This notion is materialized by the following formula :

$$NAV_t = Actif_t - BE_t$$

$$NAV_{choc} = Actif_{choc} - BE_{choc}$$

$$SCR_{sous-module} = (NAV_0 - NAV_{choc})_+ \quad (4)$$

$$SCR_{module_k} = \sqrt{\sum_{i,j \in module} \rho_{i,j}^k SCR_i SCR_j} \quad (5)$$

où

SCR_{module_k} represents the regulatory capital associated with the risk module k

SCR_l corresponds to the capital associated with the sub-module l of the module k

ρ^k designates the correlation matrix of the risk sub-modules studied.

The Best Estimate of Liabilities (BEL) is in fact the average of future cash flows weighted by their probability. A reliable Monte Carlo estimate of this magnitude requires at least 500 to 1000 simulations. All these calculations are done within the framework of Pillar 1 of Solvency I using the ALM model.

If the company wishes to evaluate several strategies or several possible future scenarios, the calculations become heavy and long. This handicap weakens the ORSA's handling and sensitivity as a tool for apprehending the future or the realization of a business plan. It is particularly complicated to give a quick response to the Management Committee, which could enable them to draw up action plans upstream.

The objective of this thesis is to provide a solution to have a usable and efficient tool for strategic management. We focus more precisely on the calculation of the BEL, and we propose to use Machine Learning methods.

Machine Learning models are new methods that link explanatory features to a feature of interest, which in our case is the BEL. The nature of these "links" is defined by the type of models implemented. To do this, we study 2 models: the random forest and the k-nearest neighbors.

By doing so, we are assessing two models that operate differently although they are both based on space partitioning.

Firstly the random forest is based on the aggregation of several simple models, the decision trees. At each stage of the random forest (a node), the set is partitioned so as to have homogeneous subsets and a high inter-subset variance. This partitioning is done through a threshold s determining whether an observation belongs to the subset or not.

Secondly the k-nearest neighbors model is based on a similarity criterion. The prediction of a new feature depends entirely on the "distance" between its attributes and those of the database.

Evaluating this method makes it possible to see to what extent one could characterize a situation according to similar situations, without looking at the intrinsic functioning of situations already observed.

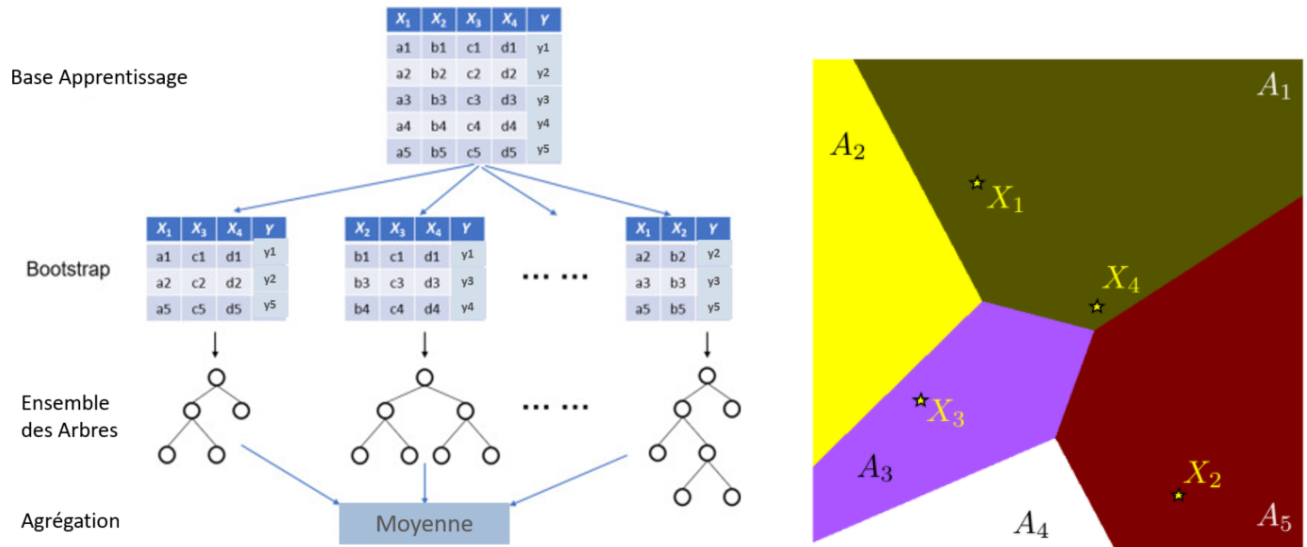


Table 3 – Random Forest (left) and k-nearest neighbors (right)

The calibration of a Machine Learning Model requires a database with sufficient size and quality. In the case presented here, the question is how to get several observations of BEL associated with features allowing to pilot a company. The features studied are:

- PB: this is the profit-sharing rate established when the contract is signed. It refers here to the average rate of the portfolio weighted by the mathematical provision.
- TMG or minimum guaranteed rate also refers to the average weighted by the mathematical provision of the GMRs of the contracts.
- PM_euro and PM_uc denotes the total capital in Euro and in UC within the insurer's portfolio.
- The average structural surrender rate and the average mortality rate are those established according to the mortality table TH02 and the structural surrender table shown in Figure 5
- Gain rate for equity (resp. property) noted TPV_a (resp. TPV_immo). These two features denote the rate of increase in value of assets. When this feature is negative, we are in the presence of a capital loss, i.e. the market value of the corresponding asset is below its book value.
- Asset allocation: The distribution of outstanding amounts between Bonds, Equity, Real Estate and Cash is contained in the features tx_ac, tx_obli, tx_immo and tx_cash

- **BEL**: designates the Best Estimate of Liabilities and is also the feature of interest for future machine learning methods.

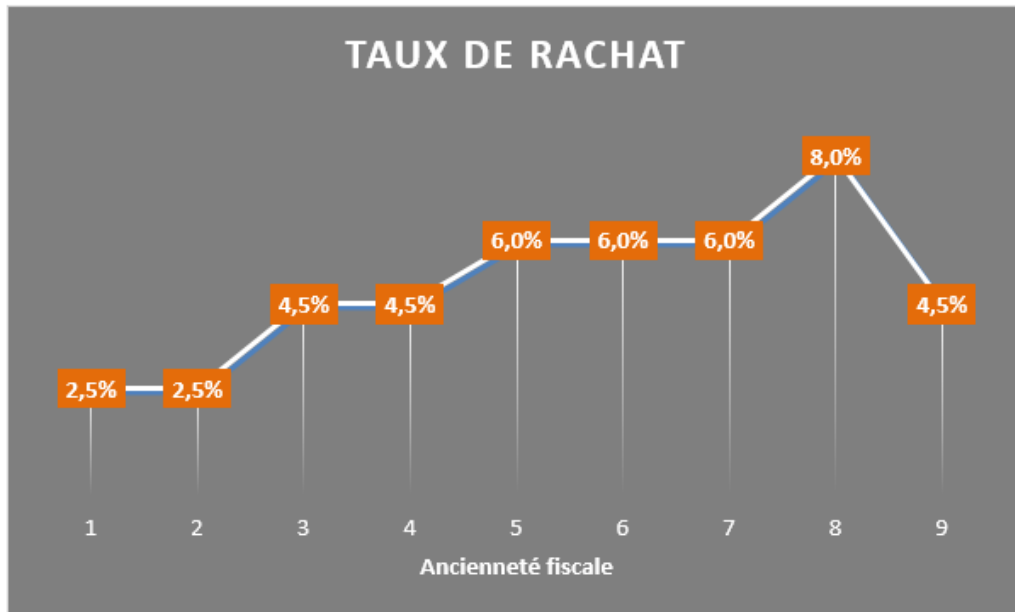


Figure 5 – Structural lapses

It is therefore necessary to iterate the ALM model process by varying the inputs. An input will correspond to an observation. The associated feature of interest (BEL) is recovered from the outputs of the ALM model. This task would be difficult to do manually because the number of parameter changes is too large. Within the framework of this thesis, we then developed a python tool that takes care of modifying the inputs, launching the ALM model and retrieving the BEL output. However, we control the list of inputs by informing the tool of the intervals to explore for each feature. The tool will draw randomly and uniformly in these intervals.

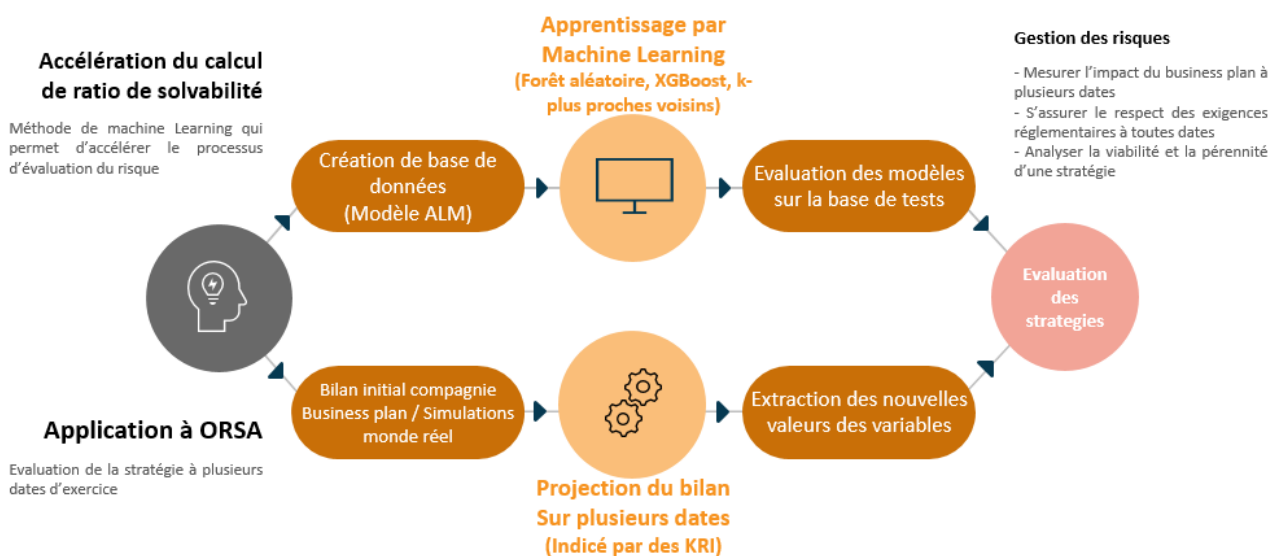


Figure 6 – Process

To get a pragmatic overview of this thesis, we propose to evaluate a business plan spread over 3 years. This business plan consists in encouraging new or former policyholders to move towards the UC and at the same time in increasing the proportion of equity in the Assesst part. To calculate the SCR of the fictitious company induced by this business plan and according to the formula 4, it is necessary to have the market value of the assets at each valuation date. To do so, we use indices that relate to the risk factor of the company. Based on the study of the evolution of these indices over time, we will be able to issue conjunctures on the market value of the assets. Unlike Pillar 1, the ORSA is made under the assumption of continuity of activity, which leads us to correct the market value of the assets with the book value of the liabilities. This value is calculated on the basis of the company's premium collection and is used to define asset purchases and sales.

In order to facilitate the interpretation of the results of the Machine Learning models, the SHAP method is used. It is a method that tries to explain the functioning of the model in the same way as a linear model and where the coefficients correspond to the shapley values.

$$f(x) = \phi_0 + \sum_{j=1}^d \phi_j x'_j \quad (6)$$

avec

$\phi_j \in \mathbb{R}$ the shapley value of the feature j

$x'_j \in \{0, 1\}^d$ indicates the presence or not of the feature j. In our case x' is a vector composed of only 1. This feature is useful when some observations do not have all the features.

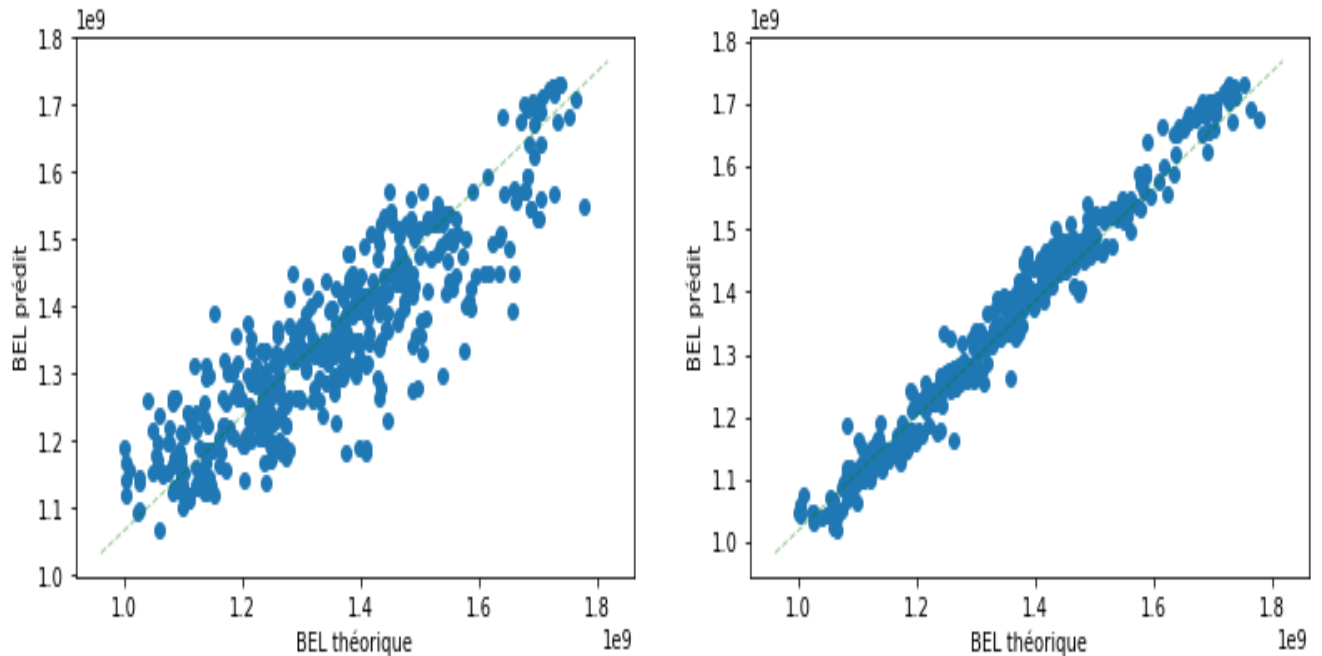


Table 4 – Comparison theoretical BEL and estimated BEL (k-nn on the left and random forest on the right)

It appears that the random forest is better and more stable at predicting BEL, which motivates the use of aggregation models. According to the results, the PM Euro feature is the most significant, followed by the lapses as well as unit-linked provisions and share allocations. This is due to the fact that the insurer's liabilities come mainly from the Euro part through the guarantees included there. And the effect is accentuated by the large proportion of capital in Euro compared to the UC. It is also noted that the low lapse rates correspond to higher levels of BEL. These effects are to be nuanced according to the structure of the insurer's portfolio. We could anticipate a less important effect if the share of capital in UC was sufficiently high. The further the valuation date is in the future, the less accurate the results are. Errors accumulate not only between the different approximations but also over time.

This paper helped develop a more flexible, manageable and quicker method for evaluating a company's BEL. In particular, it frees itself from heavy calculations and stochastic simulations. However, the errors made to calculate an SCR are difficult to control because they come from:

- Intrinsic errors in the Machine Learning model
- Errors in KRI's estimation of the market value of assets
- Errors committed on the level of shareholders' equity are greater than that committed marginally on the BEL

We still have presented a good strategy assessment tool. However, the results should be interpreted carefully. The results should be viewed qualitatively, not quantitatively.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	1
Résumé	2
Abstract	4
Note de Synthèse	6
Executive summary	13
Table des matières	19
Introduction	21
1 Cadre de l'étude	23
1.1 Solvabilité II et focus sur le pilier 2	23
1.2 Assurance Vie	33
2 Modélisation prospective	37
2.1 Générateur de Scénarios économiques	37
2.2 Modèle ALM	45

3	Présentation de la démarche et des données	60
3.1	Démarche	60
3.2	Données	64
4	Intégration du machine learning	72
4.1	Apprentissage automatique supervisé	72
4.2	Forêt aléatoire	76
4.3	K plus proches voisins (ou k-nearest neighbours)	80
4.4	Application aux données	82
5	Projection d'activité sous ORSA et Application	89
5.1	Projection d'activité sous ORSA	89
5.2	Définition du business Plan	101
5.3	Evaluation du BEL et du SCR	103
	Conclusion	108
	Bibliographie	110
6	Annexes	112
6.1	Modèle de taux	112
6.2	Étude des indices	113

INTRODUCTION

Lorsqu'on traite d'assurance-vie, la gestion actif-passif (ou ALM) est une notion inhérente. Elle modélise les interactions entre les actifs et les passifs d'un assureur. L'établissement du bilan prudentiel et du compte de résultat d'un assureur vie passe par l'évaluation de ces échanges entre actifs et passifs mais également entre les marchés financiers et le portefeuille. La mise en place de la norme Solvabilité II cadre encore plus ces valorisations. Parmi les indicateurs, Solvabilité II introduit le SCR pour Solvency Capital Requirement qui représente le besoin en capital réglementaire. Il s'agit donc d'un bon indicateur de solvabilité dans le cadre de nos travaux pour étudier l'activité d'un assureur.

L'ORSA (Own Risk Assessment), dispositif instauré par la Solvabilité II s'intéresse à la gestion des risques auxquels l'entreprise est exposée. Il s'agit d'un outil indispensable dans le pilotage stratégique. L'ORSA apporte une vision prospective qui permet de s'assurer de la tenabilité des activités de l'entreprise sur un horizon temporel plus grand. In fine, l'ORSA vise à évaluer la capacité de l'entreprise à atteindre ses objectifs stratégiques compte tenu de différents scénarios de risque (définis par elle-même) et à évaluer dans quelle mesure des actions de management peuvent s'avérer pertinentes au besoin.

L'essence de l'ORSA est donc de pouvoir apporter des réponses sur l'évaluation d'une stratégie. Cette évaluation peut se faire à l'aide du ratio de solvabilité mais aussi d'autres indicateurs complémentaires. Pourtant, dès que l'on dépasse un certain nombre de sensibilités à étudier ou encore une étendue d'horizon temporel, qui devient "trop" large, les temps de calcul deviennent non négligeables. De plus, l'ORSA est encore perçu par les acteurs comme une exigence réglementaire et non un outil d'aide et de pilotage. Tout cela freine l'utilisation de l'ORSA de manière efficace dans un pilotage stratégique ou du moins en cas de changement soudain nécessitant des résultats rapides.

Les modèles de machine learning se développent de plus en plus dans le monde de l'actua-riat. Ils offrent non seulement une grande capacité de calcul mais aussi une habilité à modéliser des relations complexes (non linéaires) telles que les relations actif-passif. Appliquées à l'ORSA, ces méthodes pourraient apporter un bon compromis de temps de calcul et de précision.

Cette méthode ne vise pas à remplacer les calculs exigés par la réglementation mais plutôt à estimer rapidement la solvabilité d'une entreprise pour mieux se préparer à certaines situa-tions. Ceci permettra aux différentes instances de repérer les sensibilités ou d'évaluer plusieurs stratégies. Par ailleurs cela laissera plus de temps pour l'analyse des résultats et ainsi améliorer la qualité des études de risques.

Ces méthodes nécessitent toutefois une base de données dont la qualité permet le bon apprentissage et donc la bonne performance des modèles. Ce mémoire reprend les notions im-portantes à la compréhension de Solvabilité II et des contrats épargne assurance-vie. Il traitera ensuite du modèle ALM en place pour effectuer les modélisations sur horizon 1 an. Ce modèle sera également le point de départ de la simulation de données présentées par la suite. Une fois cette base de données en possession, les modèles de machine learning sont calibrés et évalués. Afin de visualiser l'aspect pragmatique de cette méthode, nous nous proposons d'évaluer un exemple de business plan s'étalant sur 3 ans.

CHAPITRE

1

CADRE DE L'ÉTUDE

1.1 Solvabilité II et focus sur le pilier 2

Les activités assurantielles sont fortement réglementées. Cette situation provient de l'inversion du cycle de production qui impose une prudence dans la gestion du marché de l'assurance. Afin de protéger et d'uniformiser ce marché, la directive Solvabilité I a été mise en place. Cependant, elle présentait des limites qui l'ont remise en question. Elle ne prenait notamment en compte ni les notions de risques d'investissements ni les caractéristiques de contrats dans ces calculs. Ainsi une entreprise investissant dans des actifs risqués et une autre dont le portefeuille n'était constitué que d'obligations se voyaient limitées par les mêmes contraintes de niveau de capital sous Solvabilité I. De plus, Solvabilité I n'incorporait pas l'évolution dynamique du profil de risque des compagnies d'assurance mais privilégiait plutôt une approche statique. Les engagements y étaient évalués sur une vision comptable.

La directive Solvabilité II a été instaurée pour remplacer Solvabilité I, cette nouvelle directive est fondée sur 3 piliers décrits à la figure 1.1. Solvabilité II vise à répondre à des problématiques de prudence, de transparence mais prend également en compte le profil de risque inhérent à chaque compagnie. Cette notion de prudence concerne les hypothèses, les actifs et le niveau de fonds propres. En d'autres termes, sous Solvabilité II, les assureurs sont tenus d'opter pour des hypothèses prudentes mais aussi de pouvoir en justifier l'utilisation. De plus, Solvabilité II invite les assureurs à être prudents sur la gestion des actifs par l'intermédiaire des nouvelles exigences en capital réglementaires.

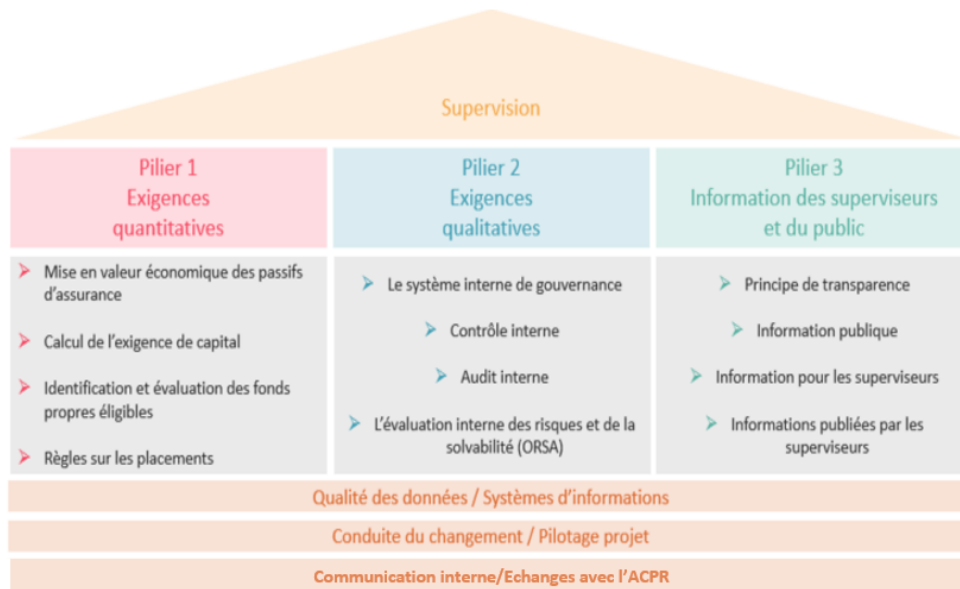


FIGURE 1.1 – Piliers de Solvabilité II

Pilier 1

Le pilier 1 se focalise sur les exigences quantitatives de Solvabilité II. Il s'agit des exigences en matière de niveau de capital mais aussi en matière de méthodes de calcul. A la différence des réglementations antérieures, sous Solvabilité II les éléments du bilan doivent être évalués à leur juste valeur. Les actifs sont évalués en valeur de marché et les passifs en "Meilleure Estimation". Ainsi plusieurs étapes doivent être suivies pour appliquer le Pilier 1 :



FIGURE 1.2 – Pilier 1 de Solvabilité II

Les exigences en capital sont de deux types : le Solvency Capital Requirement noté SCR et le Minimum de Capital Requirement noté MCR.

Le SCR désigne le montant de fonds propres que l'assureur doit détenir pour éviter la ruine dans 99,5% des cas à horizon 1 an. Par cette définition, le SCR s'apparente à une Value at risk. Le calcul du SCR peut se faire soit par modèle interne soit par formule standard ou encore en combinant les deux.

Calcul SCR par formule standard

La formule standard recense une liste de risques auxquels une compagnie d'assurance peut être exposée. Les risques recensés sont donnés dans la figure 1.3.

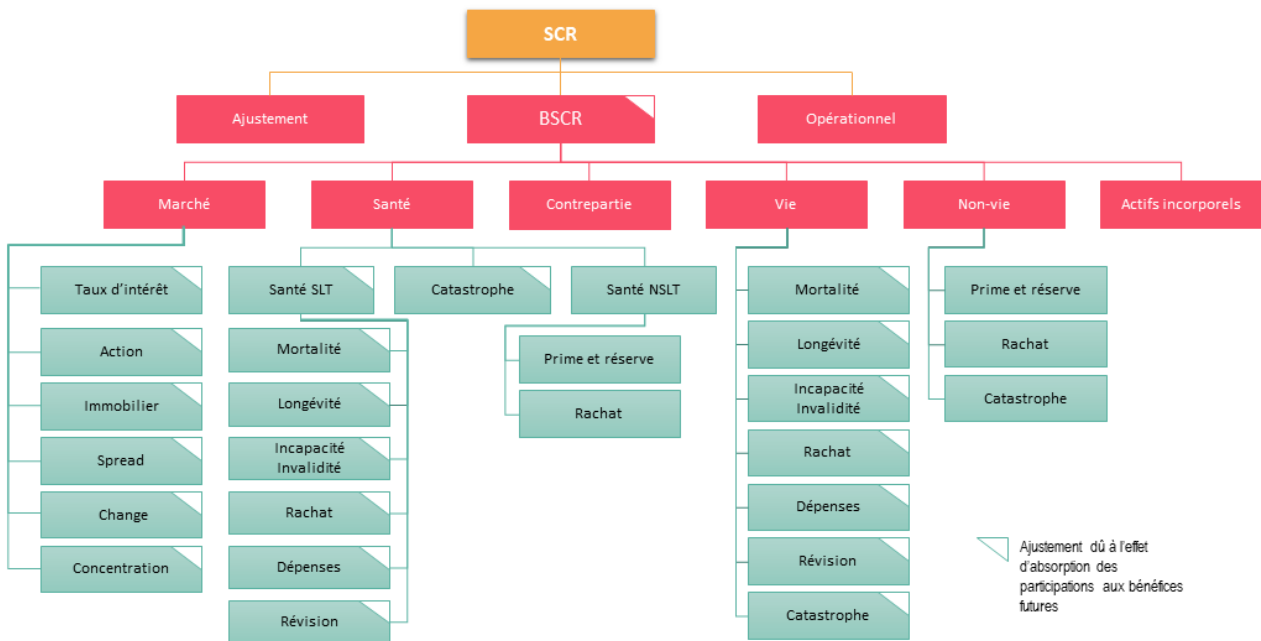


FIGURE 1.3 – Calcul SCR sous formule standard

Cette cartographie des risques est construite par l'EIOPA. Elle segmente les risques auxquels un assureur fait face sous un format de modules eux-mêmes divisés en sous-modules.

Le risque de souscription est décomposé en trois modules selon la nature de l'activité de l'assureur : Non-Vie, Vie, Santé. Le risque de souscription en vie reflète les pertes possibles liées aux engagements d'assurance ou de réassurance en vie autres que leurs engagements d'assurance et de réassurance santé *. Ces chocs induisent une réaction, à la hausse ou à la baisse, des provisions de l'entreprise (le best estimate).

Le risque de marché englobe les risques auxquels l'assureur est exposé au niveau de ses placements. En effet, l'environnement économique influe sur la valeur de marché des actifs

*. Art.136

constituant son bilan mais surtout sur les revalorisations futures des engagements de l'assureur.

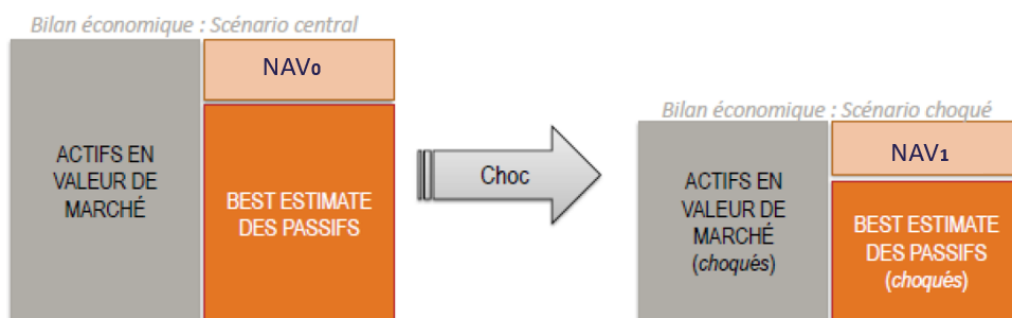
Le risque de contrepartie représente les pertes encourues par l'assureur en cas de défaut de ses contreparties ou de dépréciation des crédits.

Le risque intangible désigne le risque que les actifs incorporels perdent de la valeur. Il s'agit des actifs qui n'ont d'existence physique tels que les fonds de commerces et les brevets.

L'ajustement pour impôts différés illustre le fait que dans un contexte défavorable, les impôts futurs de l'entreprise diminuent. L'ajustement pour impôts différés est défini comme " la valorisation de la valeur des impôts différés qui résulteraient d'une perte instantanée d'un montant égal au SCR des chocs"

Le risque opérationnel est le "risque de perte résultant de procédures internes, de membres du personnel ou de systèmes inadéquats ou défectueux, ou encore d'événements extérieurs", selon la directive 2009/138/CE. Dans le marché de l'assurance, il concerne surtout les pertes liées aux systèmes d'information et à la conformité à la réglementation.

Pour chaque module ou sous-module de risque représenté à la figure 1.3, le SCR en face est calculé à l'aide de chocs dont l'intensité est définie par l'EIOPA. En effet, dans la formule standard, le SCR relatif à un risque A est défini comme l'écart observé entre un bilan central et un bilan sur lequel un stress test a été appliqué au niveau du risque A. Cette méthode de calcul du SCR est détaillée dans le chapitre 2.



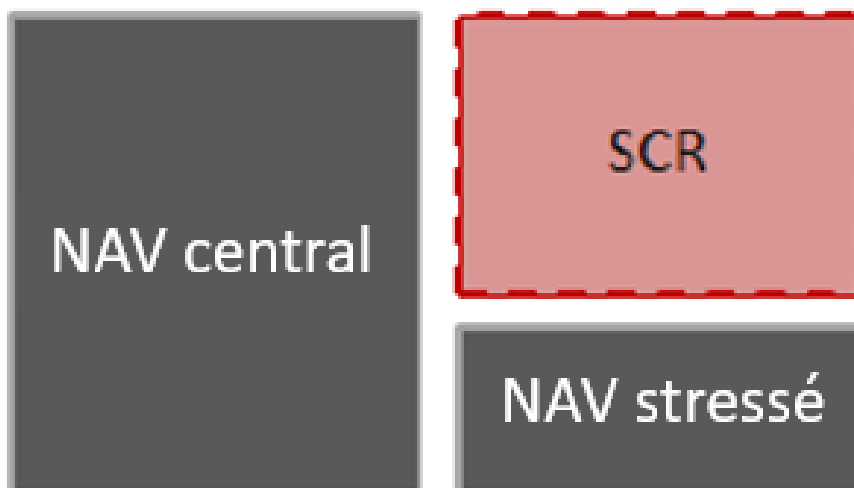


FIGURE 1.4 – Calcul SCR sous formule standard

Calcul SCR par modèle interne

Le calcul du SCR par modèle interne laisse libre cours à l'assureur sur la méthode de calcul des niveaux d'exigences adaptés à son propre profil de risque. Ce faisant, l'assureur se détache des paramètres communs aux acteurs du marché et adapte sa méthode à son activité. La méthode doit être toutefois justifiée et validée par le régulateur. Le calcul du SCR par le modèle interne renvoie à la définition du SCR en tant que quantile. Plus précisément

$$SCR = FP_0 - q_{0,5}(FP_1) \times DF(0, 1)$$

où

FP_t désigne le montant de fonds propres à la date t

$DF(0, 1)$ désigne le facteur d'actualisation entre les dates 0 et 1

$q_{0,5}$ désigne le quantile à 99,5% des Fonds Propres à la date $t=1$.

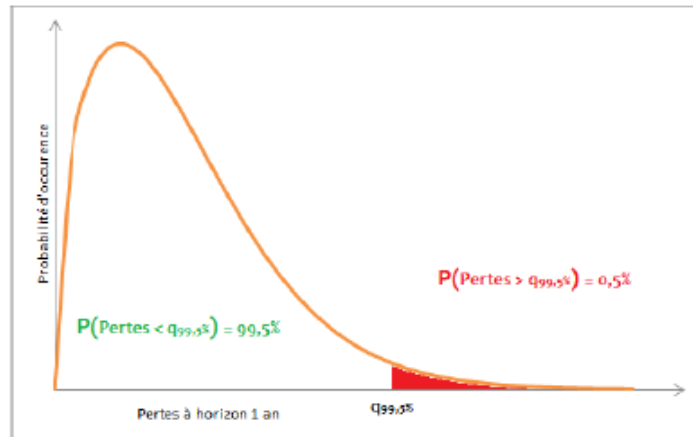


FIGURE 1.5 – Définition du SCR

Cette formule implique la connaissance de la distribution des Fonds Propres en date $t=1$, ce qui rend cette méthode plus lourde en temps de calcul car elle nécessite des calculs stochastiques complexes et lourds. La méthode la plus répandue pour une vision interne du SCR est la méthode de Simulations dans les Simulations (SdS).

Méthode SdS :

- Des simulations dites primaires sont construites en projetant à 1 an les facteurs de risque identifiés par l'assureur. Ces projections s'effectuent sous un monde risque réel. A l'issue de cette étape, à chaque scénario réel peut être associée la valeur des actifs du bilan économique.
- Les Fonds propres économiques associés à chaque scénario réel sont calculés à l'aide d'un nouveau jeu de simulations cette fois-ci en risque neutre.

Cette méthode ne sera pas appliquée dans le cadre de ce mémoire mais le séminaire de doctorants de Stéphane Loisel intitulé "Valorisation économique en Assurance Vie" [18] est un bon point de départ pour comprendre cette méthode.

Pour tirer profit de la facilité et de la rapidité de la formule standard tout en bénéficiant de l'adéquation d'une méthode interne, certains assureurs optent pour des modèles internes partiels. Dans un modèle interne partiel, les assureurs modélisent certains de leurs risques par un modèle interne et appliquent la formule standard pour les autres types de risques.

Pilier 2

Le but du Pilier 2 est de se défaire de l'aspect quantitatif pour avoir une approche plus qualitative des exigences et des prises de risques d'une compagnie. Elle exige de ce fait un système de gouvernance efficace dont le but est de garantir une gestion saine et prudente

des activités de l'entreprise. La transparence doit régner et les responsabilités bien définies et déléguées. La directive prévoit, de ce fait, des dispositions sur la gouvernance, la surveillance des risques, le contrôle interne et l'audit interne. Le premier élément de toute cette organisation est la désignation d'un organe d'administration, de gestion ou de contrôle également appelé AMSB pour Administration, Management or Supervisory Board. Ces dirigeants effectifs ont la responsabilité de la définition de l'appétence au risque et de superviser le processus de l'ORSA. Ils sont désignés comme "responsable" de la gouvernance. Par ailleurs, quatre fonctions clés sont définies pour une entreprise :

- La fonction de conformité qui s'occupe des risques légaux, elle peut avoir un rôle de conseil pour l'application des directives et s'occupe également de la mesure des impacts des changements sur la réglementation.
- L'audit interne est une fonction plus indépendante de toute autre et considère les activités de l'entreprise dans son ensemble. Cette fonction prend en charge l'analyse des risques en prenant en compte tous les facteurs de décisions et de changements.
- La fonction actuarielle se charge de la surveillance de la fiabilité de l'évaluation des provisions techniques et du risque de souscription.
- La fonction de gestion des risques, comme son nom l'indique, gère les dispositifs à mettre en place pour gérer les risques de l'entreprise.

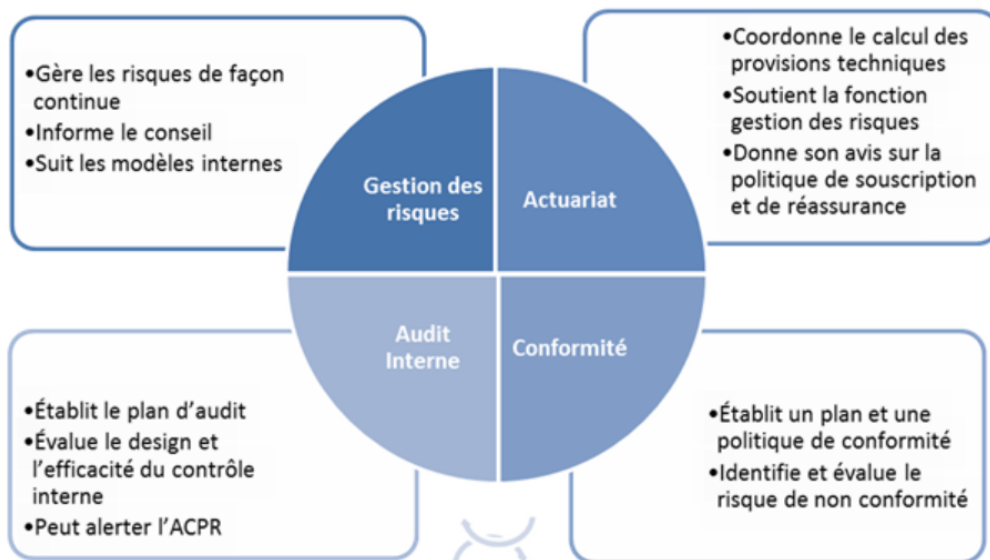


FIGURE 1.6 – Fonctions clés du Pilier 2 (Source : ACPR)

Les dirigeants effectifs et les responsables des fonctions doivent respecter ce que l'on appelle *fit and proper*, il s'agit d'exigences en compétences et en honorabilité.

Ce pilier encourage les entreprises à améliorer les définitions et les mesures des risques, et les formules standards pour adapter au mieux le contrôle et l'évaluation de ses propres risques. Parmi les outils développés pour répondre au pilier 2, l'ORSA (Own Risk Solvency Assessment), de son nom, est un système d'évaluation interne des risques et fait partie intégrante de ce pilier.

La première étape nécessaire est la cartographie exhaustive des risques, c'est-à-dire l'identification de tous les risques auxquels la compagnie est exposée. Ces risques identifiés peuvent aller au-delà de ceux mentionnés dans la formule standard. Ce recensement doit être fidèle en premier lieu à la réalité de l'assureur. Il existe deux manières de recenser les risques d'un assureur.

La première Top down consiste à partir de l'avis de l'AMSB (Administration, Management and Supervisory Body). Les risques identifiés sont ensuite déclinés pour une identification plus opérationnelle.

L'autre approche appelée Bottom Up se fait dans le sens inverse. Il s'agit tout d'abord de recenser les différents risques identifiés de manière plus spécifique par les métiers puis sont peu à peu regroupés. L'assureur identifie par la même occasion son appétence au risque. C'est-à-dire qu'il définit le risque qu'il est prêt à accepter pour atteindre ses objectifs. Pour établir une appétence de risque réalisable et cohérente, il est important que l'assureur prenne en compte les moyens disponibles, l'identité de son entreprise, les risques importants.

Par ailleurs, l'ORSA doit également prouver la capacité de l'entreprise à répondre aux différentes exigences pendant toute la durée de son business plan, il s'intéresse donc à une analyse s'étendant sur plusieurs années d'exercices. A l'aide de l'ORSA, les risques et exigences sont évalués de manière permanente, de ce fait, il requiert des modélisations prospectives. Ces modélisations se doivent d'intégrer dans les scénarios étudiés, les éventualités de changements économiques et réglementaires.

Toutes ces capacités de l'ORSA en font un outil important et indispensable d'aide à la décision stratégique.

L'article 45 de la Directive Solvabilité II stipule :

Dans le cadre de son système de gestion des risques, chaque entreprise d'assurance et de réassurance procède à une évaluation interne des risques et de la solvabilité.

Cette évaluation porte au moins sur les éléments suivants :

- Le besoin global de solvabilité, compte tenu du profil de risque spécifique, des limites approuvées de tolérance au risque et de la stratégie commerciale de l'entreprise ;
- Le respect permanent des exigences de capital et des exigences concernant les provisions techniques ;
- La mesure dans laquelle le profil de risque de l'entreprise s'écarte des hypothèses qui sous-tendent le capital de solvabilité requis

Le besoin global de Solvabilité (BGS)

Le BGS doit permettre à la compagnie d'avoir une vision de ses moyens de financement pour atteindre ses objectifs. Il regroupe les besoins en capitaux mais peut également s'étendre à d'autres domaines d'intervention en donnant des conseils sur les plans d'actions pendant une phase difficile ou encore des moyens qui permettent de surveiller les risques. En ce sens, il ne se limite pas aux risques quantifiables et étend la définition du SCR non seulement dans sa zone de couverture mais aussi dans une vision temporelle plus élargie. Là où le SCR offre une vision

à 1 an, le BGS englobe toute la durée du plan d'action stratégique.

Respect permanent des exigences

Au fil de cette vision pluriannuelle et donc du plan stratégique, la compagnie doit surveiller le respect des exigences instaurées par le régulateur. Il s'agit des exigences en matière de capital c'est-à-dire SCR et MCR mais aussi des exigences sur les provisions techniques pour se préparer à tout changement pouvant modifier le calcul de celles-ci. La compagnie peut avoir recours à des méthodes de surveillance qui permettent de détecter des zones d'alertes.

Éloignement du profil de risque

Dans la formule standard du SCR, certaines hypothèses sont émises pour une application uniforme du marché. En tant qu'outil interne, l'ORSA doit étudier l'écart entre l'identité de l'entreprise et celle induite par la formule standard. En premier lieu, l'ORSA évalue la cohérence des hypothèses de la formule standard. En second lieu, il s'intéresse à la pertinence des risques évalués dans la formule standard pour la compagnie d'assurance. Enfin, l'ORSA évalue l'adéquation des corrélations utilisées dans le cadre de la formule standard. Tous les organismes soumis à la Solvabilité II doivent soumettre un rapport ORSA annuellement.

Toutes ces attentes rendent difficile la mise en place d'un modèle ORSA efficace. Répondre à la fois à l'exhaustivité, à la vision prospective nécessite un nombre considérable de calculs et un temps relativement long. Cette situation réduit l'utilité de l'ORSA en tant qu'outil de suivi des risques mais surtout en tant qu'outil d'aide à la prise de décision stratégique. Cette dernière doit être rapide à la suite d'une déviation significative du profil de risque par exemple.

Ce mémoire intervient sur ce volet en tentant d'apporter une amélioration du temps de calcul dans le cadre de l'ORSA pour en faire un outil stratégique plus efficace. Pour apporter une solution à ce problème, ce mémoire propose l'utilisation des méthodes de machine learning.

Pilier 3

Ce pilier régit les obligations d'information et de publication pour une meilleure transparence sur le marché de l'assurance. Les informations doivent être transmises à la fois aux autorités de contrôle mais aussi au public. Les rapports permettent de s'assurer ou de superviser la santé financière des compagnies d'assurance. Les reportings sont harmonisés dans la forme, la fréquence et le contenu pour une cohérence au niveau de tout le marché européen.

Les assureurs doivent produire 4 types de documents définis dans la figure 1.7.

Les assureurs sont tenus de remettre à l'ACPR des états quantitatifs (QRT : Quantitative Reporting Templates) solos et consolidés tous les trimestres et tous les ans sauf exemption *. A cela s'ajoutent les reportings narratifs à destination du public et du régulateur appelé respectivement SFCR (Solvency and Financial Conditions Reporting) et Regular Supervisory Reporting.

*. Exemption suivant la nature, l'ampleur et la complexité des risques inhérents à l'activité



FIGURE 1.7 – Exigences en communication financière

Lors de la vérification faite par le régulateur, une attention particulière est portée sur la qualité de la collecte des données. Pour s'en assurer il convient de contrôler les données, d'en évaluer la qualité avant de les utiliser. En effet, le point de départ de la grande majorité des méthodes actuarielles est la collecte de données. Cette étape est particulièrement importante et la qualité de tous les travaux qui s'ensuivent en découle.



FIGURE 1.8 – Gestion de la qualité des données

1.2 Assurance Vie

Les travaux effectués se limiteront aux contrats épargne en assurance vie. Ils diffèrent entre autre de l'assurance non vie par la durée des engagements : il faut compter environ 10 ans entre l'encaissement de la prime et le versement des prestations et beaucoup moins en non vie suivant le type de garantie. Les contrats d'assurance vie permettent aux souscripteurs de capitaliser leur épargne à partir de placements financiers, par exemple sur les marchés action, immobilier ou encore obligataire. Les avantages fiscaux des contrats d'assurance vie en font un investissement attrayant. La prime versée par les assurés est investie dans des supports d'investissement afin de générer du capital.

L'assurance vie reste le support d'épargne le plus répandu en France. Mais ce contrat éprouve des difficultés avec la crise économique persistante aggravée par la situation sanitaire. Il se fait concurrencer par les placements plus liquides qui permettent de retirer du capital plus facilement comme le Livret A ou les dépôts à vue. Placer son argent dans un contrat d'assurance vie engage plus ou moins le souscripteur sur du moyen terme pour pouvoir en tirer le plus de profit. Pourtant, les contrats d'assurance vie ont de plus en plus de mal à servir les assurés ce qui diminue l'intérêt d'un tel placement. Le taux rendement moyen chute de 2,50% en 2014 à 1,46% en 2019 *.

1.2.1 Les supports d'investissement

On distingue deux grands types de supports d'investissement : l'Euro et les Unités de Comptes (UC). Les assurés peuvent choisir d'investir uniquement en Euro ou uniquement en UC, ces contrats sont dits monosupports. Ils peuvent également investir à la fois en Euro et en UC, il s'agit des contrats multisupports. Ces deux supports se différencient par le niveau de risque qu'ils représentent et parallèlement par le niveau de rémunération.

Contrats en Euro

Le capital investi en euro est placé dans des supports à risque limité. Les contrats en euros offrent l'avantage aux souscripteurs de ne pas être soumis aux risques et aléas financiers. Ces contrats comportent une clause de taux minimum garanti (TMG) qui oblige généralement les assureurs à valoriser les provisions mathématiques à ce niveau. Les assureurs sont également tenus de restituer a minima le capital à l'assuré. De plus, grâce à l'effet cliquet qui est spécifique aux contrats en euros, les souscripteurs sont généralement protégés contre un renversement économique. Le mécanisme d'effet cliquet assure l'acquisition définitive des profits de l'année révolue. Ce type de contrat attire les personnes averses au risque moyennant un plus faible rendement.

*. Source : Argus de l'assurance

Les supports UC

Pour ce type de support, l'investissement financier se fait à travers les OPCVM (Organismes de Placement Collectif sur Valeur Mobilières), SICAV, etc... L'argent investi en UC est converti en nombre de parts (OPCVM, SICAV). La valeur de ces parts fluctue suivant l'environnement économique. L'assureur ne garantit plus un montant mais un nombre de parts à l'assuré et cela peu importe la valorisation de ces parts. Ainsi, un assuré peut voir la valeur de son capital baisser en situation financière défavorable. Dans ce type de contrat, l'assuré supporte l'intégralité du risque auquel ses investissements sont soumis. En contrepartie de cette prise de risque, les contrats en UC peuvent être plus rémunérateurs que ceux en Euro.

Les transferts de capital du support Euro à l'UC et vice versa sont possibles moyennant des frais (pouvant être nuls). Il s'agit d'arbitrages. Ce phénomène se produit généralement lorsque les contrats en Euros n'offrent plus les bénéfices attendus par les assurés. Ces derniers préfèrent alors basculer vers un support plus "fructifiant". Au contraire, lorsque les contrats génèrent des profits attrayants, les assurés seraient amenés à souscrire davantage.

Depuis peu, un autre type de support s'inspirant des contrats Euro est mis en place depuis 2013 et revu par la loi PACTE, il s'agit de l'euro-croissance. La principale différence qu'apporte les fonds euro-croissance est le fait que la garantie d'un capital ou d'une rente n'est pas valable à tout moment, comme pour les fonds en Euros, mais à une certaine échéance variant de 8 à 40 ans. Cette garantie couvre en général 80% à 100% du capital initial. Ce type de support allège les assureurs sur leurs engagements et leur offre plus de temps pour générer du capital ainsi que la possibilité d'investir dans des supports plus risqués.

1.2.2 Caractéristiques d'une Assurance Vie

Valorisation d'un contrat

Le capital de chaque contrat est revalorisé en suivant les politiques de TMG, de taux de revalorisation et de Participation aux bénéfices (PB) pour les contrats en euros. Le taux de PB est la part des bénéfices réalisés que l'assureur doit reverser aux assurés. C'est une clause du contrat qui peut également être utilisé pour attirer la clientèle. Car plus le taux PB est élevé plus le contrat promet des bénéfices avantageux, pour un même taux de rendement de l'actif donné. La variation du capital en UC, provient quant à elle, de l'évolution de la valeur des placements financiers sur le marché.

La redistribution des bénéfices générés par les placements est un levier de stratégie financière pour les assureurs, c'est la politique de Participations aux bénéfices. Les assureurs sont tenus de verser les bénéfices réalisés et mentionnés dans le contrat aux souscripteurs dans un délai de 8 ans. L'assureur peut alors constituer une Provision pour Participation aux Excédents (PPE) dans laquelle elle stockera les bénéfices réalisés. Sa redistribution est libre à l'assureur selon sa stratégie de revalorisation des contrats. Cette politique lui permet de satisfaire les assurés mais

aussi de lisser ses résultats et le versement de ses engagements dans le temps.

Le contrat d'assurance vie prend fin dans 3 cas de figure : arrivée à terme du contrat, décès de l'assuré, rachat total du contrat. Ce dernier sera développé plus bas.

L'assuré peut dans certains cas, pour des contrats d'épargne-retraite, convertir son capital en rente, c'est-à-dire versement d'un montant fixe périodique ; ou encore en capital, correspondant à sa provision mathématique moins d'éventuels frais. Dans le cas d'un décès, le capital est reversé aux ayants droits définis dans les contrats.

Les mouvements de rachat

Durant toute la vie d'un contrat, l'assuré peut retirer tout ou une partie de son capital, nommé respectivement de rachat total et rachat partiel. Ces mouvements sont soumis à des prélèvements fiscaux. Cependant, un rachat après 8 années d'ancienneté permet de bénéficier d'un rabatement fiscal. Le taux appliqué varie en fonction des intérêts, du plus-value réalisés et de l'année où les produits ont été acquis. Le taux d'imposition sur les rachats en assurance vie est de 12,8% avant 8 ans et 7,5% après *. Un abattement fiscal est opéré suivant le montant des primes versées † Ce point est crucial dans la modélisation des rachats dits structurels car il faudra vérifier que la loi de rachat structurel utilisé présente effectivement un pic de rachat à 8 ans d'ancienneté. Ainsi, les hypothèses de rachat prennent en compte l'incitation des assurés à retirer du capital au-delà de 8 années de souscription.

L'assureur a l'obligation de verser à l'assuré le capital, sous les conditions définies dans le contrat, qu'il souhaite retirer au moment où ce dernier le souhaite. Il doit donc être en possession d'actifs liquides pour être capable de verser le capital demandé par l'assuré à n'importe quel moment. Ainsi, dans le cas d'un rachat massif, ou de manière analogue en cas d'une hausse de taux de rachat, l'assureur peut être amené à céder ses actifs à un prix bien plus bas que le prix d'achat ou plus haut mais au détriment des rendements futurs. Cela peut avoir des conséquences sur la santé financière de la compagnie. La situation inverse est elle aussi compliquée car une situation de raréfaction de rachat avec des rendements d'actifs bas n'est pas non plus bénéfique à l'assureur. Dans une telle situation, les engagements de l'assureur (garanties de capital et de taux) restent les mêmes alors que les actifs pourraient ne plus générer assez de profits pour les honorer.

Les autres garanties des contrats épargne

Dans le marché de l'assurance vie il est également noté que certaines garanties facultatives qui se retrouvent majoritairement dans les contrats UC. Elles concernent généralement une garantie de valorisation de capital des contrats en cas de décès de l'assuré.

*. Valable pour les versements effectués avant le 26/09/2017

†. Source : Fédération Française de l'Assurance (FFA)

- On parle de garantie cliquet lorsque le capital versé et les intérêts générés sont garantis et valent la valeur la plus haute atteinte historiquement par le contrat.
- La garantie indexée assure le versement d'un capital revalorisé suivant la valeur prise par l'indice de référence choisi à la signature du contrat.
- La garantie plancher stipule le versement de la somme de tous les versements nets.

Il existe encore d'autres types de garanties optionnelles intégrées dans les contrats. Ces garanties plus souvent présentes dans les contrats UC visent à attirer de nouveaux assurés et aussi l'arbitrage de l'euro vers l'UC. Les assureurs doivent tout de même s'assurer de pouvoir honorer les garanties et d'en supporter les risques. Aucune de ces garanties facultatives ne seront modélisées dans ces travaux. Il peut être toutefois important de s'y intéresser lorsque l'assureur détient un volume important de contrats présentant ces garanties.

Versement des primes

Contrairement aux contrats d'assurance automobile ou santé, les primes des contrats d'assurance vie peuvent être versées sous 3 formes.

- Les contrats à prime unique où seul un versement est attendu, généralement à l'ouverture du contrat.
- Les contrats à versements programmés sont des contrats dont les primes sont déterminées à l'avance et sont réguliers selon des modalités définies à la souscription. Des options d'interruption de l'obligation de l'assuré à verser la prime peuvent être incluses dans les contrats.
- Les contrats à versements libres où le souscripteur décide de lui même la somme et les dates auxquelles il souhaite effectuer un versement. La modélisation de ce type de contrat nécessite l'étude de l'historique des versements suivant les caractéristiques des contrats mais aussi des assurés à l'instar d'un rachat structurel.

Il apparaît qu'un acteur du marché de l'assurance vie est grandement soumis au risque de marché. En effet, le marché financier impacte les rendements financiers des assureurs et la valorisation de ses actifs. Il pourrait même affecter la marge financière des assureurs. Cette marge peut servir à satisfaire les assurés. L'assureur se veut respecter ses engagements contractuels et ses ambitions personnelles formulées par le taux cible à servir aux assurés.

Les risques d'une compagnie d'assurance sont liés au comportement futur des assurés, à l'évolution des marchés financiers, et à l'adéquation entre l'actif et le passif. En règle générale, les assureurs ont recours à la modélisation prospective pour étudier ces aléas et se préparer. La modélisation prospective est nécessaire dans plusieurs cas de figures. Il peut s'agir du développement d'un nouveau produit, de la prise de décisions stratégiques, du calcul de la valeur intrinsèque de l'entreprise ou encore l'estimation du montant des fonds propres réglementaires.

CHAPITRE

2

MODÉLISATION PROSPECTIVE

Un modèle prospectif nécessite en entrée :

- Des informations sur le passif qui se traduisent par : des données caractérisant le portefeuille des assurés, des paramètres pour mieux comprendre les contrats (TMG, frais, ...), des hypothèses comportementales, financières.
- Des informations sur l'actif qui se traduisent par : des règles de gestion (stratégie), des données caractérisant le portefeuille d'actifs, des scénarios financiers qui permettent de projeter le portefeuille d'actifs.

Le modèle stochastique prospectif est issu de ces scénarios. Les scénarios proviennent d'un générateur de scénarios économiques (GSE).

2.1 Générateur de Scénarios économiques

Le GSE est un outil mathématique qui simule différentes trajectoires de variables économiques ou financières. Les scénarios sont construits à partir de la dynamique de chacune de ces grandeurs. Suivant l'objectif de ces simulations, ces dernières peuvent être effectuées en monde réel ou en monde risque neutre.

- Le monde réel décrit la situation la plus proche de la réalité. Les simulations en monde réel se basent sur des historiques et sont notamment utilisées pour projeter les actifs. Il est le plus souvent utilisé pour l'étude des allocations d'actifs.
- Dans le monde risque neutre, le rendement espéré de tous les actifs est le même et est donné par le taux sans risque. Dans cet univers, tout processus de prix actualisé est une

martingale, il est utilisé pour le calcul des provisions en best estimate et des ratios de solvabilité selon la norme Solvabilité II

Le GSE prend en entrée les courbes de taux d'intérêt fournies par l'EIOPA, les informations des instruments financiers utilisés (la volatilité implicite dans notre cas). Dans le cadre de ce mémoire nous utiliserons des scénarios risque neutre, nous présenterons donc plus particulièrement ce GSE. Il fournit 1000 trajectoires possibles de la valeur des actions, de l'immobilier ainsi que des prix zéro coupon pour différentes maturités. Le prix de ces grandeurs à la date t sont notés respectivement $S_t, I_t, P(t, maturite)$. Les prix des obligations zéro-coupons se déduisent des facteurs d'actualisation aussi nommés déflateurs. Ces déflateurs servent à calculer la valeur actuelle des flux. $D(t, T)$ désigne le facteur d'actualisation entre la date t et T . Les simulations sont produites afin d'évaluer le prix des options et garanties des contrats épargne et donc le best estimate.

Pour être entièrement utilisable, il faudra s'assurer que les sorties du GSE vérifient que les prix actualisés sont bien des martingales. Il faut donc vérifier les points suivants :

TABLE 2.1 – Test de martingalité

Indice	Test martingale
Déflateur	$E[D(0,t)] = P(0,t)$
Prix zéro-coupon	$E[D(0,t)P(t,T)] = P(0,T)$
Action	$E[D(0,t)S_t] = S_0$
Immobilier	$E[D(0,t)I_t] = I_0$

2.1.1 Fonctionnement général

Le fonctionnement du GSE peut se résumer en trois grandes étapes : choisir la dynamique des modèles, calibrer les paramètres nécessaires et enfin effectuer les simulations des scénarios.

Le choix des modèles

Cette étape détermine la dynamique que suit chaque grandeur. Les modèles doivent à la fois bien s'accorder aux observations du marché et ne doivent pas être trop complexes à calibrer (nombre de paramètres, difficulté à les estimer, manque de formules fermées...). Concernant le modèle de taux, les 2 plus communément utilisés sont le modèle G2++ [3] et le modèle de Hull and White. Le modèle de taux retenu pour la réalisation des travaux est le modèle de Hull and White. Ce modèle présente quelques avantages notamment la facilité de sa calibration. Ce modèle a moins de degré de liberté et donc de paramètres à calibrer. Néanmoins en faisant ce choix nous prenons le risque de réduire les événements captés par le modèle. En particulier, dans le modèle de Hull and White tous les points sont entièrement corrélés (l'ouvrage de Mercurio [7] détaille la preuve de cette affirmation). Cela signifierait que le taux de 3 ans est parfaitement

corrélé au taux 50 ans pour toute date t . Ainsi un choc sur le taux d'intérêt 3 ans à une date t a le même effet sur toutes les maturités à cette date t . Cette situation n'est cependant pas vérifiée sur le marché. De manière générale, prendre un modèle plus complexe est conseillé lorsqu'on dispose des ressources de calculs et lorsqu'on est assuré que ledit modèle n'accroît pas exagérément la volatilité des résultats et empêche d'en apprécier l'adéquation.

La calibration

Une fois la dynamique choisie, les paramètres sont calibrés suivant les données du marché. La calibration vise à choisir les valeurs des paramètres qui permettent de reproduire les prix sur le marché. Pour ce faire, on procède à la minimisation d'une fonction de perte notée l . La fonction de perte représente l'écart entre les prix issus du modèle et ceux provenant du marché. Les paramètres peuvent être calibrés à partir d'un nouveau prix "de marché" recalculé à partir des volatilités implicites ou directement à partir des prix cotés sur le marché. Dans la suite de ce mémoire le prix de marché utilisé résultera en fait d'un recalcul à partir de la courbe des taux donnée par l'EIOPA et de la formule du modèle Black*. Cette courbe de taux est d'ailleurs celle qui sera utilisée pour l'actualisation des flux. Par abus de langage nous désignerons ce nouveau prix théorique par "prix du marché". Il reste encore à choisir les instruments dont les volatilités cotées serviront pour la calibration. Ces instruments de calibrage se doivent d'être cohérents aux options et garanties du portefeuille ainsi qu'à la durée des engagements de l'assureur. La calibration repose sur ces instruments, leurs caractéristiques (maturité, ténors) ainsi que la fonction de perte. On peut considérer 2 types de fonction de pertes, celle sur les écarts quadratiques relatifs (2.1) et celle sur les écarts quadratiques absolus (2.2).

$$l(\theta, \widehat{Prix}, Prix) = \sum_{m,t'} w_{m,t'} \left(\frac{\widehat{Prix}(0, m, t', \theta) - Prix(0, m, t')}{Prix(0, m, t')} \right)^2 \quad (2.1)$$

$$l'(\theta) = \sum_{m,t'} w_{m,t'} (\widehat{Prix}(0, m, t', \theta) - Prix(0, m, t'))^2 \quad (2.2)$$

où

m représente les maturités

t' les ténors des instruments utilisés pour la calibration

θ désigne les paramètres du modèle

$w_{m,t'}$ le poids affecté à l'instrument de maturité m et de tenor t'

$\widehat{Prix}(0, m, t', \theta)$ est le prix de l'instrument estimé à partir du modèle en prenant les paramètres θ

$Prix(0, m, t')$ désigne le prix théorique du marché.

L'utilisation de la fonction des écarts relatifs pose problème lorsque le prix coté de l'ins-

*. Le prix d'une option sous le modèle Black est similaire à celle de Black-Scholes en remplaçant le prix spot par le prix du contrat à terme

trument est faible (maturités et tenors faibles). En effet cela reviendrait à affecter un poids anormalement grand sur ces instruments là. Pareillement pour les instruments dont le prix est anormalement élevé qui auront un poids moindre.

On aura recours à la méthode de Nelder-Mead [13] pour résoudre notre problème d'optimisation. Il s'agit d'un algorithme itératif qui fait intervenir la notion de simplexe* et de centroïde. Afin de mieux comprendre le fonctionnement de cet algorithme, on se place dans un espace à 2 dimensions, les simplexes sont définis par 3 points. Nous tentons d'optimiser une fonction f . L'algorithme Nelder-Mead procède comme suit :

- Etape 1 : Ordonner les points du simplexe suivant les valeurs $f(x_i)$ associées. Notons x_h le point avec la pire valeur de f (dans notre cas $f(x_h) \geq f(x_s) \geq f(x_l)$).
- Etape 2 : Calculer le centroïde défini par ($n=3$)

$$c = \frac{1}{n} \times \sum_{i \neq h} x_i$$

- Etape 3 : Calculer un nouveau point qui est la réflexion du pire point x_h . Le point x_h est réfléchi de manière à définir

$$x_r = c + \alpha(c - x_h)$$

α désigne le paramètre de réflexion. Cette étape déplace l'espace dans la direction opposée du moins bon point x_h

- Si x_r est meilleur que les autres points mais n'est pas le meilleur, x_r devient le nouveau x_h .
- Si x_r devient le meilleur parmi les ($n+1$) points, on tente de définir un point encore plus "éloigné" de x_r dans la bonne direction, notons le x_e . Il s'agit de l'expansion. L'expansion x_e est calculée par l'expression

$$x_e = c + \gamma(x_r - c)$$

γ est le paramètre d'expansion. x_h est mis à jour

$$x_h = \operatorname{argmin}_{i=e,r} (f(x_i))$$

- Si x_r devient moins bon que x_l (c'est-à-dire $f(x_l) \leq f(x_r)$) alors il y a de forte chance que le minimal de la fonction f ne soit pas dans la direction de x_r . Un nouveau point est calculé, cette étape est appelée "contraction" :

$$x_c = c + \beta(x_h - c)$$

β est le paramètre de contraction.

*. Dans un espace à n dimensions, un simplexe est formé de $(n+1)$ points M_0, M_1, \dots, M_n tels que $(\overrightarrow{M_0M_1}, \dots, \overrightarrow{M_0M_n})$ forme une base de l'espace vectoriel associé

Si x_c est meilleur que x_h alors x_h est mis à jour par la valeur de x_c

Si ce n'est pas le cas, le simplexe est entièrement mis à jour à l'exception du meilleur point x_l . Tous les autres points x_j du simplexe sont redéfinis.

$$x_j = x_l + \delta(x_j - x_l)$$

- Etape 4 : Itérer ces 3 étapes jusqu'à ce qu'on ait atteint le nombre d'itérations maximal ou lorsque la taille du simplexe atteint une taille limite ou encore lorsque les mises à jour ne modifient plus considérablement les points initiaux.

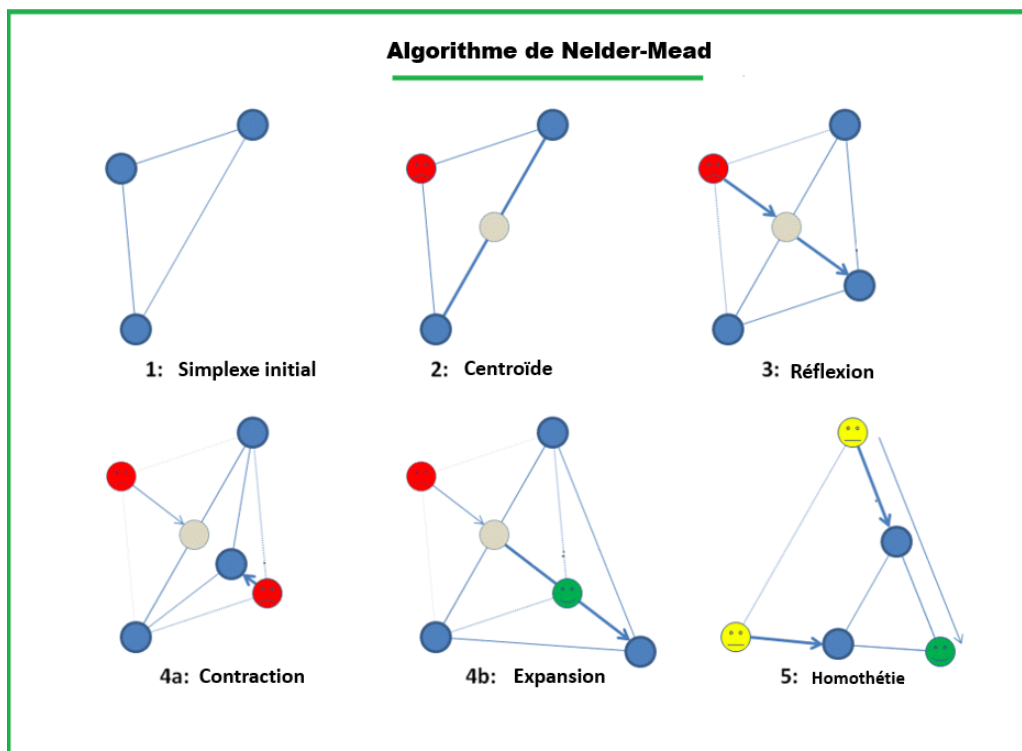


FIGURE 2.1 – Méthode de Nelder-Mead

L'ouvrage de Dennis et Woods à ce sujet offre une écriture explicite de l'algorithme pour toutes dimensions n [13]

La simulation

Les différents scénarios produits par le GSE proviennent de simulations. Le composant stochastique des modèles est donné par les mouvements browniens. Des mouvements browniens corrélés sont simulés grâce à la méthode de Cholesky. La matrice de corrélation utilisée est évaluée à partir de l'historique des indices.

2.1.2 Modèle de taux

Le taux court est modélisé à l'aide de Hull and White qui est une généralisation du modèle de Vasicek. Le modèle de Vasicek sous la probabilité risque-neutre s'exprime par

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t$$

Le modèle de Hull and White apporte une modification en introduisant un paramètre dépendant du temps. Sous la probabilité risque neutre, la dynamique s'écrit :

$$dr_t = (v_t - a_t r_t)dt + \sigma_t dW_t^r \quad (2.3)$$

où v, a, σ sont des fonctions du temps déterministes.

- a_t désigne la vitesse de retour à la moyenne
- σ_t représente la volatilité
- W_t^r désigne un mouvement brownien qui est le composant stochastique de la dynamique du taux r
- v_t désigne la moyenne à long terme fonction du temps.

Pour éviter la complexité du calibrage du modèle au niveau de la volatilité et de la vitesse de retour, par la suite le modèle de Hull and White introduit en 1994 sera utilisé. L'expression 2.3 devient, sous la probabilité risque neutre :

$$dr_t = (v_t - ar_t)dt + \sigma dW_t^r \quad (2.4)$$

Il s'agit d'un modèle dans lequel seuls les paramètres de vitesse de retour à la moyenne a et la volatilité σ sont à calibrer.

Le paramètre v_t est entièrement déterminé par la courbe de taux initiale (dans notre cas il s'agit de la courbe fournie par l'EIOPA) afin de vérifier l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage (voir annexe 6.1). Cette dépendance temporelle permet de reproduire la structure par terme des taux d'intérêt. En effet, reproduire la structure par terme du marché revient à résoudre une infinité d'équations correspondant chacune à une maturité. En résolvant l'équation différentielle, on obtient une expression de v_t fonction du taux forward instantané du marché et du paramètre a .

D'autres modèles proposent de garder l'expression de la volatilité dépendant du temps comme le modèle de Heath-Jarrow-Morton (HJM) voire même des représentations stochastiques de la volatilité comme l'extension du modèle de Libor Market Models appelée Stochastic Volatility Libor Market Models (SV-LMM) [14]. Contrairement à ces modèles, le modèle donné en 2.4 sous l'hypothèse de constance de σ ne peut pas reproduire le smile de volatilité.

En résolvant cette équation différentielle par le lemme d'Ito, on obtient :

$$r_t = r_s e^{-a(t-s)} + \int_s^t e^{-a(t-u)} v_u du + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_u^r \quad (2.5)$$

Nous en déduisons que le taux suit une loi normale dont les moments du premier et du second ordre peuvent se calculer aisément à partir des propriétés des intégrales stochastiques. La distribution gaussienne du taux retranscrit la situation de taux négatifs actuelle car sous la loi normale la probabilité que le taux soit négatif est non nulle.

Dans la pratique, les simulations se feront à partir de simulations de Monte Carlo. Par les relations suivantes, les taux courts permettent de calculer les prix des obligations zéros coupons ainsi que les déflateurs qui serviront au modèle ALM.

$$\begin{aligned} P(t, T) &= E[D(t, T) | \mathcal{F}_t] \\ &= E[e^{-\int_t^T r_s ds} | \mathcal{F}_t] \end{aligned}$$

où

\mathcal{F}_t désigne la filtration générée par les observations $(r_s)_{s \leq t}$. Il s'agit de l'information disponible à la date t suite à l'observation des valeurs antérieures du taux d'intérêt.

La calibration des modèles de taux se fera à l'aide des instruments d'options sur taux comme les Caps ou les Swaptions. Ces types d'actifs bénéficient d'une formule fermée (ou semi-fermée) sous la configuration Hull and White. Leurs présences importantes sur le marché en font des actifs liquides et facilitent ainsi la calibration de notre modèle.

Caps

Un cap est une option sur taux permettant à l'acheteur de recevoir une compensation lorsque un taux de référence excède un taux fixé dans le contrat moyennant le versement d'une prime. Ce type de contrat permet de se prémunir contre une hausse des taux d'intérêt. A chaque date, le paiement est évalué sur la base de la différence entre les caplets.

$$\text{Paiement}_t = \max(0, \text{taux de reference}_t - \text{Strike}) \times \frac{\text{Nominal}}{\text{frequence paiement}}$$

Sous le modèle de Hull and White, il est possible d'obtenir une formule fermée du prix d'un cap de nominal N , de strike X et à dates de paiement $(t_i)_{i=1, \dots, n}$ en fonction des prix de puts européens de nominal N' et de strike K' dont le sous-jacent est une obligation zéro coupon.

$$P_{cap,t}(N, X) = N \sum_{i=1}^n [P(t, t_{i-1}) \phi(-h_i + \sigma^i) - (1 + X\tau_i) P(t, t_i) \phi(-h_i)]$$

avec

$$\sigma^i = \frac{\sigma}{a} \sqrt{\frac{1 - e^{-2a(t_{i-1}-t)}}{2a}} \times (1 - e^{-a(t_i-t_{i-1})})$$

$$h_i = \frac{1}{\sigma^i} \ln \frac{(1 + X\tau_i) P(t, t_i)}{P(t, t_{i-1})} + \frac{\sigma^i}{2}$$

τ_i est l'intervalle entre 2 dates de paiements

ϕ est la fonction de répartition d'une loi centrée réduite.

Par ces expressions on estime les paramètres $\Theta = (a, \sigma)$ du modèle de taux par $\hat{\Theta}$:

$$\hat{\Theta} = \operatorname{argmin}_{\Theta} (l(\Theta, \text{Prix}_{HW}, \text{Prix}))$$

où

Prix : désigne le prix de marché

Prix_{HW} : le prix calculé à partir du modèle Hull and White avec le paramètre Θ

Le paramètre v_t se déduit directement de l'estimation de a .

Action et immobilier

On opte pour le modèle Black and Scholes sur la dynamique des prix des actions et de l'immobilier. Ainsi, les dynamiques du prix des actions $(S_t)_t$ et de l'immobilier $(I_t)_t$ suivent une loi log-normale type Black and Scholes sous la probabilité risque neutre.

$$dS_t = r_t S_t dt + \sigma_t^l S_t dW_t^S \quad (2.6)$$

$$dI_t = r_t I_t dt + \sigma_t^l I_t dW_t^I \quad (2.7)$$

$(r_t)_t$ est le taux court nominal modélisé à partir du modèle de Hull and White présenté ci-dessus.

σ^l est une fonction déterministe du temps qui représente la volatilité

W^S et W^I sont des mouvements browniens standards sous la probabilité risque neutre corrélés à W^r .

La même expression est valable En appliquant Ito et en intégrant entre 0 et t , on obtient :

$$S_t = S_0 \exp \left(\int_0^t \left(r_s - \frac{(\sigma_s^l)^2}{2} \right) ds + \int_0^t \sigma_s^l dW_s^S \right) \quad (2.8)$$

Le seul paramètre à calibrer dans ce modèle est la volatilité. Ce paramètre s'obtient à l'aide des volatilités implicites des calls européens sur EuroStoxx pour l'action et de la volatilité déduite des cotations de l'IEIF pour l'immobilier.

2.2 Modèle ALM

L'essence de l'outil ALM est la prise en compte des interactions actif-passif, omniprésentes en assurance vie. A partir de trajectoires stochastiques reflétant différents scénarios, le modèle ALM permet également de calculer les exigences en capital régies par le pilier 1 de Solvabilité 2. Il permet donc entre autres d'évaluer le coût des options et garanties (Time Value of Option and Guarantees ou TVOG). C'est donc le point de départ essentiel à la réalisation des travaux dans le cadre de ce document. En effet, le modèle ALM calcule les indicateurs de Solvabilité requis par l'ACPR mais aussi des indicateurs de rentabilité.

2.2.1 Fonctionnement du modèle ALM

A partir du bilan comptable initial, à date t_0 , le modèle effectue une projection sur plusieurs années.

Dans un premier temps, les composants des actifs sont vieillissés d'un an afin de calculer leur valeur de marché en date t_1 . Ensuite, les prestations liées aux engagements de l'assureur envers les assurés sont calculées. A l'issue de ces étapes, les stratégies d'investissement de la compagnie d'assurance sont appliquées. Pour ce faire des opérations d'achat et/ou de vente sont effectuées. Après cela, les contrats épargne sont revalorisés pour servir les assurés suivant les clauses du contrat et/ou la stratégie de l'assureur. Finalement, le bilan et le compte de résultat sont établis après avoir calculé les différents postes y figurant.

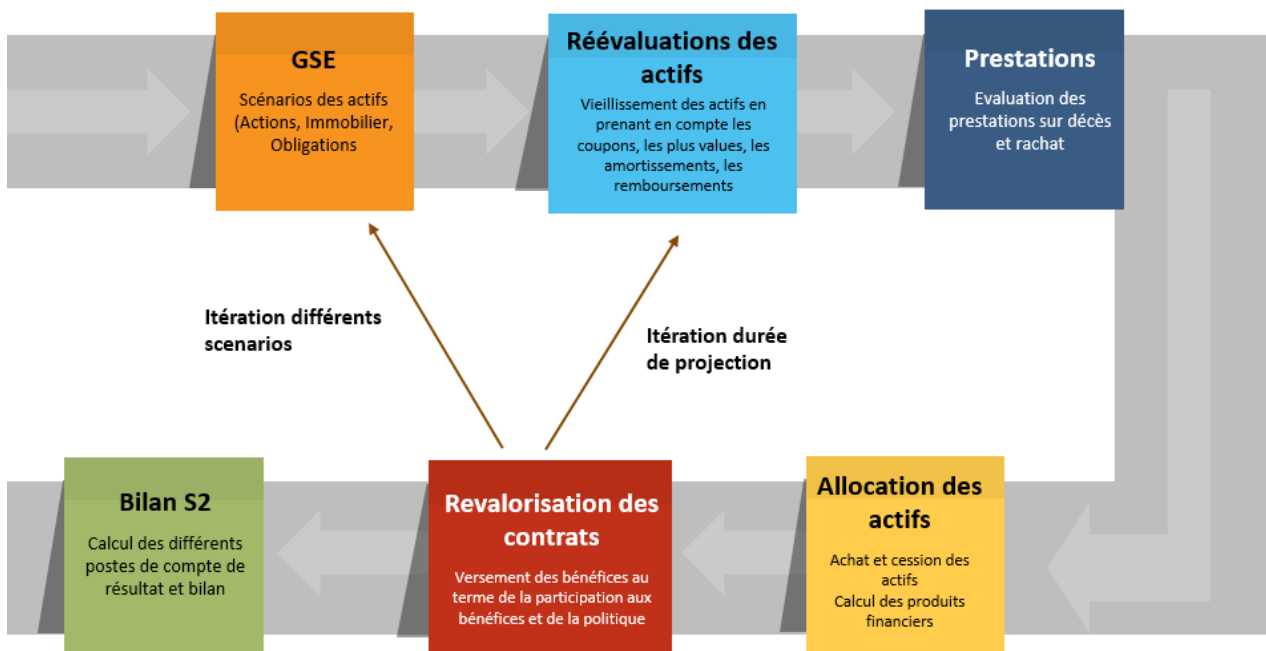


FIGURE 2.2 – Fonctionnement du modèle ALM

Afin de réaliser ces étapes, le modèle requiert un portefeuille initial d'actifs composé dans notre cas d'actions type 1, d'immobilier et d'obligations. Sont considérées comme actions de

type 1 les actions cotées, fonds d'investissement européen de long terme/ fonds d'entrepreneuriat social, établi ou commercialisé dans l'union européenne. Cette entrée renseigne la proportion de capital allouée à chacune de ces classes d'actif et la valeur nette comptable correspondante. Les engagements de l'assureur sont calculés en partant des données caractéristiques des assurés. Il s'agit du model point passif qui contient des informations sur les assurés et les contrats comme l'âge, le taux de participation aux bénéficiaires, le niveau de provisions, le taux minimum garanti, etc ...

Chaque étape est itérée sur les différents scénarios simulés fournis par le GSE. Comme vu précédemment les simulations concernent la valeur des actions, de l'immobilier, des obligations et du taux d'intérêt.

2.2.2 Évaluation des actifs avant rebalancement

Le portefeuille d'actions et d'immobilier est réévalué grâce aux taux de rendement obtenus à partir du GSE. En ce qui concerne le portefeuille obligataire, la valeur de marché à la nouvelle date correspond à l'actualisation des nouveaux flux futurs liés au coupon et au nominal. Nous faisons le choix de ne pas intégrer la modélisation du risque de crédit/rating pendant la valorisation des obligations. Plusieurs papiers traitent de la modélisation de ce type de risque qui peut permettre son intégration dans le modèle dans le but de l'améliorer [16].

2.2.3 Versement des Prestations

Au titre des rachats, des décès ou encore de versement de bénéficiaires qui peuvent avoir lieu au cours de l'année, les prestations dont bénéficient les assurés sont versées. Ces quantités sont évaluées à partir de lois de rachat et de politique de participation aux bénéficiaires. Les lois de mortalités sont fournies par l'INSEE. Ils publient des tables de mortalité de la population masculine et féminine sont données. Dans notre modélisation la table TH02 correspondant à la table de mortalité des hommes sera utilisée.

2.2.4 Rebalancement des actifs

Cette étape consiste à vendre ou acheter des actifs afin de respecter la stratégie financière de la compagnie d'assurance. Il s'agit d'atteindre une allocation cible en Valeur Nette Comptable définie par l'assureur.

2.2.5 Revalorisation des contrats

La provision mathématique est revalorisée chaque année suivant le taux cible, le taux de participation aux bénéficiaires contractuel et le TMG.

La provision mathématique de chaque contrat est revalorisée au niveau maximal entre le TMG et le taux cible possible lorsque la garantie est présente. Ensuite, deux taux se concurrencent. D'une part le taux contractuel représente le taux de produit financier à verser. D'autre part, le taux cible désigne le taux auquel l'assureur désire revaloriser les contrats afin de satisfaire les assurés.

2.2.6 Hypothèses

Rachat

On distingue deux types de rachat : le rachat conjoncturel et le rachat structurel. Le premier désigne les mouvements de rachats dus à l'environnement économique. Tandis que le second désigne ceux pouvant être expliqués par les caractéristiques du contrat et/ou de l'assuré

La loi de rachat structurel utilisée est donc une loi par ancienneté dans laquelle on s'assure bien de la présence de ce pic à 8 ans. La loi de rachats structurels se base en ce sens sur l'historique du portefeuille.

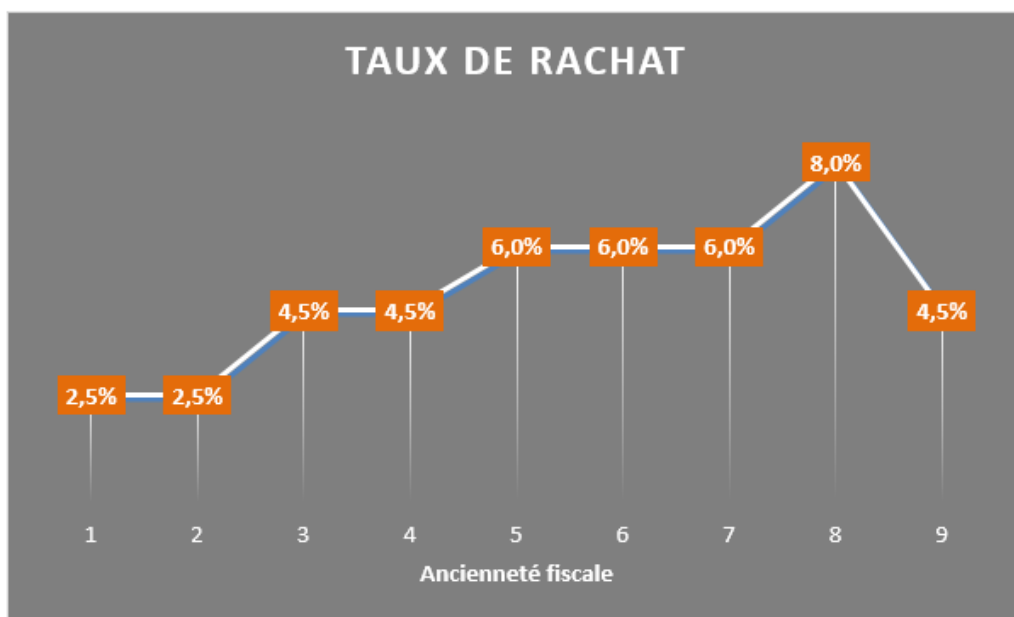


FIGURE 2.3 – Loi de rachat structurel

Le taux de rachat conjoncturel est quant à lui donné par une fonction qui modélise les situations de rachat liées aux observations du marché. En effet, les assurés sont plus amenés à racheter lorsque le taux servi par l'assureur ne le "satisfait" pas. L'enjeu de la modélisation de rachats conjoncturels vient de la définition qu'on donne à la notion "satisfaire un assuré". On retrouve souvent dans la modélisation du rachat conjoncturel la méthode de logique floue. Cette méthode est un type de modélisation où l'on prédit une variable subjective c'est à dire proche de la pensée humaine. Certaines approches sont exposées dans des ouvrages [9], [10].

Dans ce mémoire la définition de la satisfaction d'un assuré provient de l'écart entre le taux attendu par celui-ci et le taux servi par l'assureur.

L'hypothèse retenue dans les travaux est que le taux attendu par l'assuré correspond au taux moyen d'emprunt d'Etat TME auquel est ajouté un spread ρ . Ce mécanisme est matérialisé par la fonction suivante et qui est celle suggérée par l'ACPR.

$$Rachat\ conj(r) = \begin{cases} Rachat_{max} & \text{si } r - (TME + \rho) < \alpha \\ Rachat_{max} \times \frac{r - (TME + \rho) - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < r - (TME + \rho) < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < r - (TME + \rho) < \gamma \\ Rachat_{min} \times \frac{r - (TME + \rho) - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < r - (TME + \rho) < \delta \\ Rachat_{min} & \text{si } \delta < r - (TME + \rho) \end{cases}$$

où r est le taux servi par l'assureur. Il dépend du TMG, du taux PB réglementaire et celui contractuel et du taux cible.

Plus l'écart entre le taux servi et le taux attendu est important, plus l'assuré veut racheter. Il existe également des intervalles d'indifférence dans lesquels les assurés sont passifs et ne réagissent pas. Cela peut être le cas car les mouvements de rachats sont sujets à des prélèvements fiscaux et des frais qui ne se compensent pas avec le taux espéré autre part.

L'ACPR donne également les intervalles dans lesquels les différents paramètres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ devraient appartenir. Les paramètres utilisés dans ce mémoire correspondent au milieu des intervalles.

Le taux de rachat est également borné par un taux maximal $rachat_{max}$ et un taux minimal $rachat_{min}$.

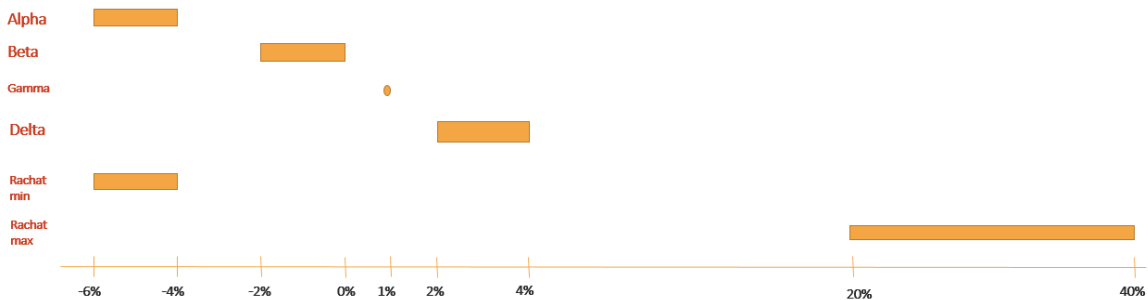


FIGURE 2.4 – Intervalles des paramètres de la fonction de rachat conjoncturel

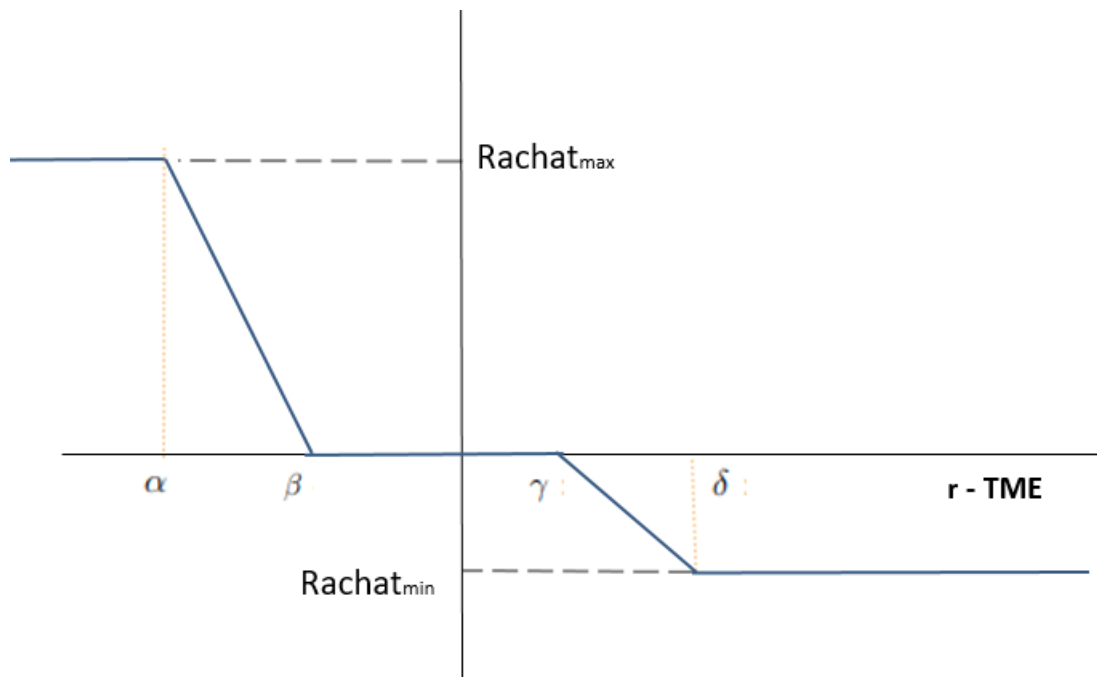


FIGURE 2.5 – Fonction de rachat conjoncturelle

Politique de taux servi

Le taux servi qui est mentionné ci-dessus dépend du taux cible, du taux de participation aux bénéfices contractuel et du taux minimum garanti (TMG). Comme il a été dit précédemment, l'assureur doit reverser au moins 85% des bénéfices financiers techniques.

Le montant versé au titre du taux contractuel se calcule par

$$\text{Montant contractuel} = (\text{Produits financiers} - \text{Interets techniques}) \times \text{PB contractuel} - \text{chargement}$$

Le taux cible est défini comme

$$\text{taux cible} = \max(\text{TME} + \rho; \text{TMG}) - \text{TMG}$$

Les intérêts techniques mentionnés dans la formule 5.1 désignent le montant versé au titre de la garantie TMG. Dans le cadre de ce mémoire, la méthode appliquée est la suivante,

Algorithme 1 : Politique de taux servi

si $\text{taux cible} \leq \text{taux contractuel}$ **alors**

| Dotation du PPE et le montant servi est celui correspondant au taux cible

sinon

| **si** $\text{PPE} \geq \text{Montantcible} - \text{Montantcontractuel}$ **alors**

| | Diminution de la PPE pour servir le taux cible

| **sinon**

| | $\text{Montant servi} = \text{PPE} + \text{montant contractuel}$

| **fin**

fin

La PPE datant de plus de 8 ans est distribuées pour respecter la réglementation. Tous les versements sont distribués entre les contrats suivant la valeur de leurs provisions mathématique.

Il existe des variantes de cette méthode qui autorisent l'assureur à se servir de sa marge financière lorsque la PPE ne suffit pas à servir le taux cible, ou bien à réaliser des plus-values latentes, dans une certaine limite.

Allocation cible des actifs

Il s'agit de la proportion de chaque classe d'actifs que l'entreprise souhaite détenir dans son portefeuille au terme de l'année en cours. Pour la réalisation des travaux de ce mémoire, l'allocation cible des actifs en date t_1 correspond à l'allocation initiale renseignée en t_0 . C'est-à-dire qu'une fois les actifs réévalués à leurs nouvelles valeurs, ils sont alloués de manière à satisfaire l'allocation à t_0 .

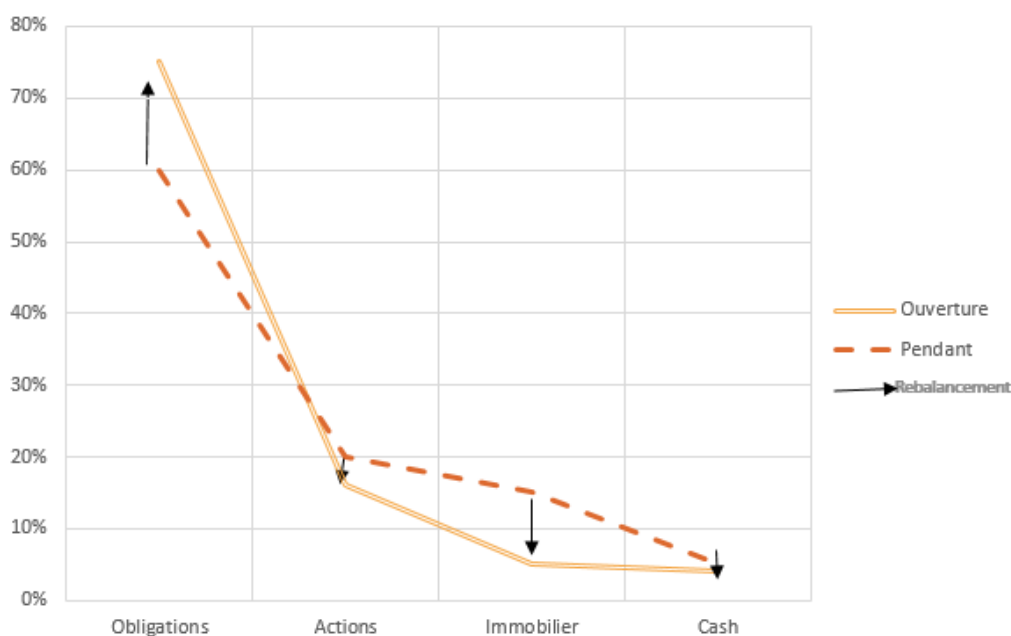


FIGURE 2.6 – Stratégie d'allocation d'actifs

Bilan, Compte de résultat

Le compte de résultat se présente comme suit

Compte de Résultat	
+ PM Euro Ouverture	
+ Cotisations Euro	
- Chargement sur encours Euro	
- Chargement sur primes Euro	
- Prestations décès Euro	
- Prestations rachat Euro	
+ Intérêt Technique	
+ Participation aux bénéfices	
PM Euro clôture	
+ PM UC	
+ Cotisations UC	
- Frais gestion UC	
- Chargements sur primes UC	
+ ACAV	
- Prestations Décès UC	
- Prestations rachat UC	
- ACAV prestations	
PM UC Clôture	
+ Cotisations UC	
+ Cotisations Euro	
+ Charges de PM Euro	
+ Charges de PM UC	
- Prestations Euro	
- Prestations UC	
+ ACAV	
Solde de souscription	
+ Frais réels Euro	
+ Frais d'acquisition Euro	
+ Frais réels UC	
+ Frais d'acquisition UC	
Coût pour l'assureur	
+ Produits financiers	
- Intérêt Technique	
- Participation aux bénéfices	
+ Variation PPE	
+ Variation de RC	
Solde financier	
+ Résultat brut Euro	
+ Résultat brut UC	
Résultats brut	
- Impôts	
Résultat d'exploitation net	

FIGURE 2.7 – Compte de résultat

A partir de toutes ces grandeurs, on est capable d'établir le bilan prudentiel comme il est présenté dans la figure 2.8

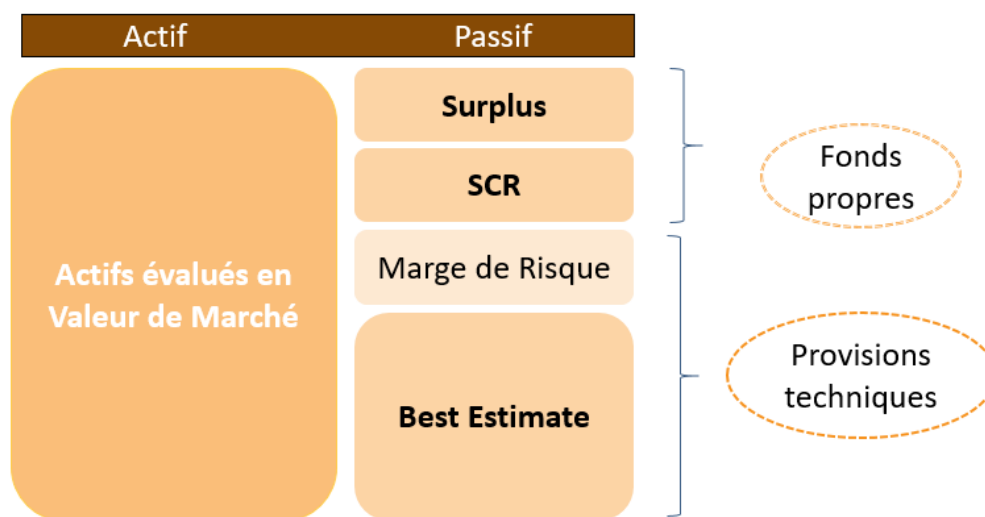


FIGURE 2.8 – Bilan sous Solvabilité II

2.2.7 Calcul de certaines grandeurs clés

Certaines grandeurs seront utilisées fréquemment dans ce mémoire. cette partie définit et détaille la méthode de calcul de ces grandeurs.

Best Estimate of Liabilities (BEL)

Le Best Estimate Liabilities est "la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente, soit la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs" selon la définition donnée par l'Article R351-2 du Code des Assurances. Il s'agit de la valeur probable des flux futurs actualisés au taux sans risque. Les travaux de ce mémoire sont effectués sous l'hypothèse que tous les contrats sont soldés au plus tard après 40 ans de projection. Ainsi les flux futurs constituent les flux des dates { t tel que à t ≤ 40 }

$$BEL = E^Q \left(\sum_{t=0}^{40} DF(0,t) \times Flux_t \right)$$

où Q désigne la probabilité risque neutre

DF(0,t) : facteur d'actualisation entre les dates 0 et t

Flux_t regroupe tous les flux entrants et sortants

Cette espérance se calcule par la méthode de Monte Carlo où les différentes observations sont générées à partir des scénarios provenant du GSE.

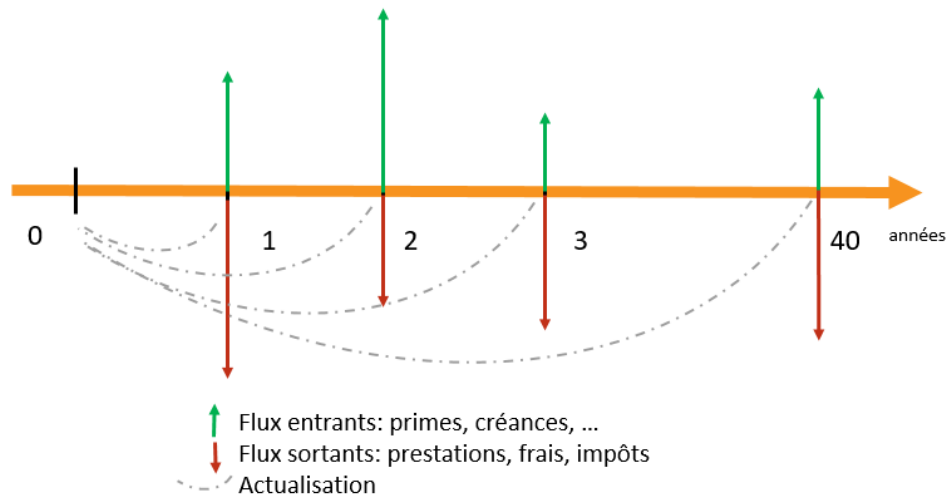


FIGURE 2.9 – Calcul du BEL

Solvency Capital requirement (SCR)

On reprend dans cette partie le calcul du SCR défini au chapitre 1 par formule standard, ce qui sera la méthode utilisée dans ce mémoire. Le calcul par modèle interne a été exposé plus haut. La formule est donnée par le régulateur pour faciliter le calcul de cet indicateur. Elle est à la fois simple et considérée comme recouvrant "tous" les risques "importants" d'un assureur.

La formule standard décline chaque grand risque en deux niveaux : modules de risques et sous-modules de risque.

Les calculs détaillés sont donnés pour les risques étudiés dans le cadre du mémoire (référencés à la figure 2.10) mais se généralisent de la même façon à tous les autres modules.

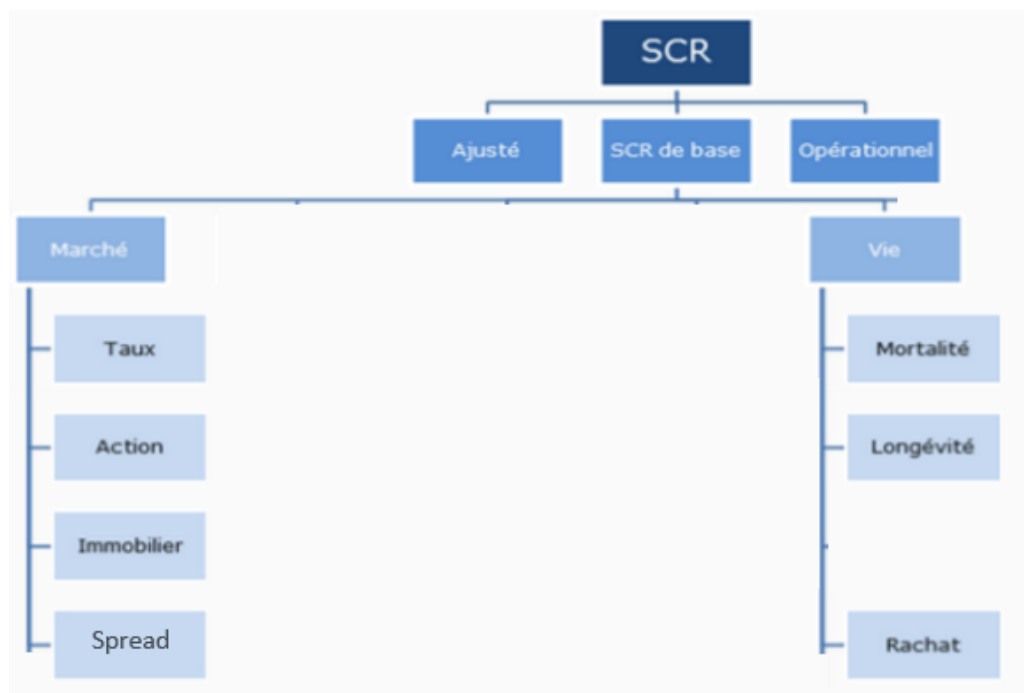


FIGURE 2.10 – Pieuvre de risque

En reprenant, le calcul décrit à la figure 1.4, le SCR s'obtient en suivant les étapes suivantes :

Etape 1

Calcul du capital réglementaire requis pour faire face aux chocs énoncés à la figure 2.10 associé.

$$NAV_t = Actif_t - BEL_t$$

$$NAV_{choc} = Actif_{choc} - BEL_{choc}$$

où

BEL : Best Estimate of Liabilities

$Actif_t$: valeur demarché des actifs à la date t

NAV : Net Asset Value

L'intensité des chocs imputés pour calculer les différentes valeurs est donnée par l'EIOPA, et est référencé au tableau 2.5.

$$SCR_{sous-module} = (NAV_0 - NAV_{choc})_+ \quad (2.9)$$

Si $NAV_0 - NAV_{choc} \geq 0$ il y a perte de capital en situation de choc et il convient d'immobiliser du capital pour être préparé à ce type de situation défavorable.

Si $NAV_0 - NAV_{choc} \leq 0$ il y a gain de capital en situation de choc auquel cas l'entreprise n'est pas tenue d'immobiliser du capital pour faire face au risque.

Etape 2

Agrégation des capitaux au niveau de chaque module de risque

$$SCR_{module_k} = \sqrt{\sum_{i,j \in sous-module} \rho_{i,j}^k SCR_i SCR_j} \quad (2.10)$$

où

SCR_{module_k} représente le capital réglementaire associé au module de risque k

SCR_l correspond au capital associé au sous-module l du module k

ρ^k désigne la matrice de corrélation des sous-modules de risque étudiés donnée dans le tableau 2.2

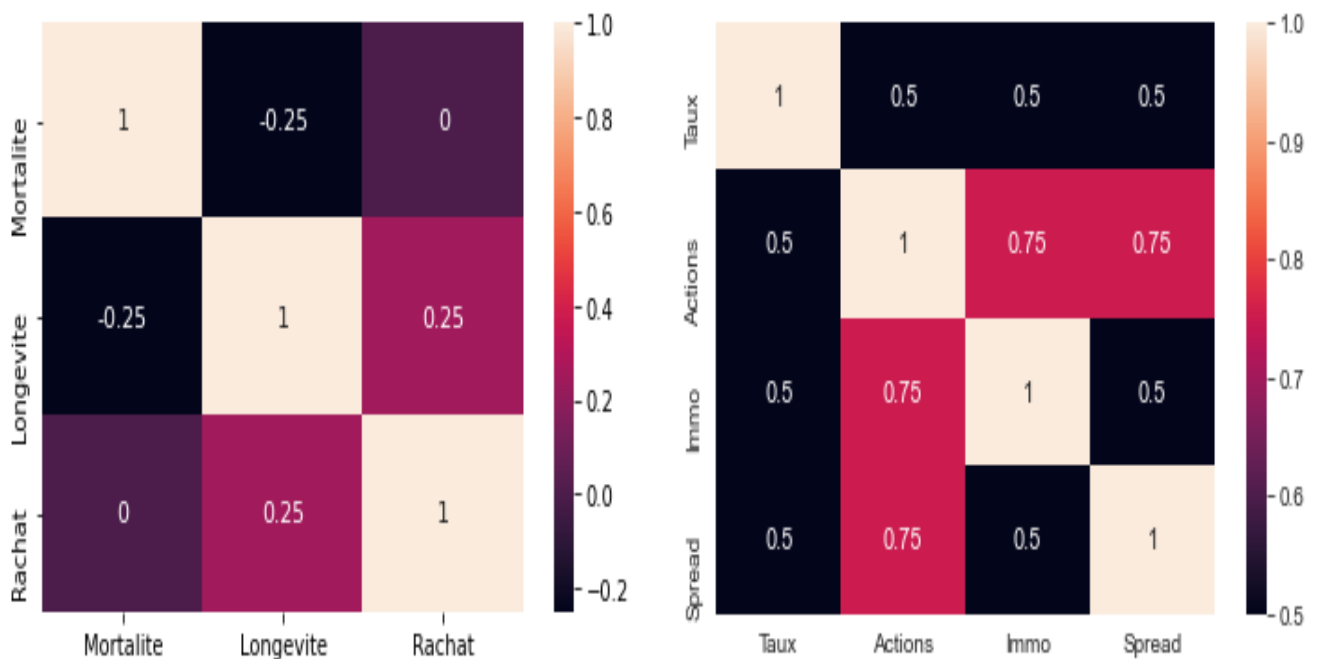


TABLE 2.2 – Matrice de corrélation module vie (à gauche) et module marché (à droite)

Etape 3

Agrégation inter-modulaire des capitaux de solvabilité requis

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j \in module} \rho_{i,j} SCR_{module_i} SCR_{module_j}}$$

où

BSCR désigne le SCR de base tel qu'exposé dans la pieuvre des risques

SCR_{module_k} correspond au capital associé au module k

ρ désigne la matrice de corrélation des modules de risque (2.11)

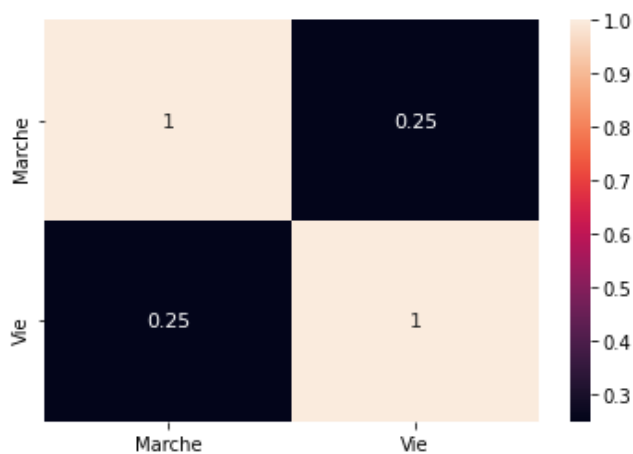


FIGURE 2.11 – Matrice de corrélation entre les modules de risque

Etape 4

Calcul du SCR global

$$SCR = BSCR + SCR_{op} - Adj$$

où

SCR_{op} désigne le SCR opérationnel qui dépend à la fois des provisions techniques et du SCR de base.

Adj : représente les effets d'absorption de pertes grâce à la participation aux bénéfices et aux impôts différés

Le SCR_{Op} se calcul à partir d'une fonction simple :

$$SCR_{Op} = \min(30\% \times BSCR; Op) + 25\%Exp_{UC}$$

où

$$Op = \max(4\% \times Prime\ vie + 3\% \times Prime\ non - vie ; 0, 45\% \times PT_{vie} + 3\% \times PT_{non-vie}$$

Exp_{UC} désigne les dépenses UC annuelles

Dans la suite, seule la SCR de base sera étudiée, le risque opérationnel et l'ajustement s'obtiennent facilement à partir des éléments calculés pour le calcul du BSCR.

Les chocs pour chacun des sous-modules sont :

Choc Action (type 1)	Choc immobilier	Choc Longévité/Mortalité	Choc de Rachat
Réduction de 39% de la valeur des actions type 1 Et Effet dampener (mis à 0)	Réduction de 25% de la valeur immobilière	- Réduction de 20% du taux de mortalité - Augmentation de 15% du taux de mortalité	- Hausse de 50% du taux de rachat - Baisse de 50% du taux de rachat - Rachat massif: Taux rachat = 40%

TABLE 2.3 – Intensité des chocs pour le calcul du SCR en Formule Standard

En ce qui concerne le choc des taux, seule la diminution nous intéresse car une augmentation des taux d'intérêt est bénéfique à l'assureur fictif que nous étudions dans ce mémoire et de ce fait aucune immobilisation de capital n'est requise à ce titre. Le choc de baisse des taux consiste à une diminution soudaine des taux d'intérêt par échéance selon le tableau suivant :

Échéance (en années)	Diminution
1	75 %
2	65 %
3	56 %
4	50 %
5	46 %
6	42 %
7	39 %
8	36 %
9	33 %
10	31 %
11	30 %
12	29 %
13	28 %
14	28 %
15	27 %
16	28 %
17	28 %
18	28 %
19	29 %
20	29 %
90	20 %

TABLE 2.4 – Intensité des chocs pour le calcul du SCR taux en Formule Standard

Le choc de spread sur obligations et prêts dépend de la duration modifiée des obligations et prêts et de la qualité de crédit issue de l'évaluation OEEC. Le stress appliqué est donné par le tableau suivant :

Échelon de qualité de crédit		0		1		2		3		4		5 et 6	
Duration (dur)	stress _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i
Jusqu'à 5 ans	$b_i \cdot dur_i$	—	0,9 %	—	1,1 %	—	1,4 %	—	2,5 %	—	4,5 %	—	7,5 %
Supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 5)$	4,5 %	0,5 %	5,5 %	0,6 %	7,0 %	0,7 %	12,5 %	1,5 %	22,5 %	2,5 %	37,5 %	4,2 %
Supérieure à 10 et inférieure ou égale à 15 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 10)$	7,0 %	0,5 %	8,4 %	0,5 %	10,5 %	0,5 %	20,0 %	1,0 %	35,0 %	1,8 %	58,5 %	0,5 %

Échelon de qualité de crédit		0		1		2		3		4		5 et 6	
Duration (dur)	stress _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i
Supérieure à 15 et inférieure ou égale à 20 ans	$a_i + b_i \cdot (dur_i - 15)$	9,5 %	0,5 %	10,9 %	0,5 %	13,0 %	0,5 %	25,0 %	1,0 %	44,0 %	0,5 %	61,0 %	0,5 %
Plus de 20 ans	$\min[a_i + b_i \cdot (dur_i - 20); 1]$	12,0 %	0,5 %	13,4 %	0,5 %	15,5 %	0,5 %	30,0 %	0,5 %	46,5 %	0,5 %	63,5 %	0,5 %

TABLE 2.5 – Intensité des chocs pour le calcul du SCR spread en Formule Standard

Lorsque l'évaluation OEEC* n'est pas disponible, le choc appliqué est seulement fonction de la duration modifiée. Dans ce mémoire nous prendrons une duration modifiée de 5 ans et une qualité de crédit de 2.

Present Value of Future profits (PVFP)

Il s'agit d'un indicateur de rentabilité qui mesure la valeur actualisée des profits ou pertes futurs générés par le portefeuille de contrats.

$$PVFP = \sum_{i \geq 0} Resultat_i DF(0, i)$$

où

Resultat_i désigne le résultat à la date *i*

*. Organisme Externe d'Évaluation du Crédit

$DF(0, i)$ désigne le facteur d'actualisation entre les dates 0 et i

$Resultat_i$ inclut les revenus des placements et les chargements auxquels on soustrait les revalorisations, les frais et les commissions.

La PVFP stochastique est par moyenne de la PVFP de chaque scénario de simulations.

Risk Margin

Il s'agit du coût d'immobilisation des fonds propres pour honorer jusqu'à maturité ses engagements.

$$Risk\ margin = CoC \times \sum_{t \geq 0} SCR_t \times DF(0, t)$$

où CoC désigne le coût du capital et est fixé à 6%

$DF(0, t)$ désigne le facteur d'actualisation

CHAPITRE

3

PRÉSENTATION DE LA DÉMARCHE ET DES DONNÉES

3.1 Démarche

3.1.1 Démarche globale

Ce mémoire présente deux enjeux majeurs.

D'une part, être capable d'implémenter une méthode de machine learning efficace qui permet de retrouver des indicateurs de risque et de solvabilité, à partir d'un panel de variables. Au vu de l'expression du SCR on peut affirmer que le SCR d'un module de risque peut se déduire à partir de la valeur des actifs choqués et non choqués et du Best Estimate of Liabilities choqué et non choqué. Le BEL représente donc de ce fait un bon candidat pour être une variable d'intérêt.

Considérer le BEL comme variable d'intérêt limite les erreurs qui pourraient être produites à chaque étape de calcul d'un autre indicateur. Dans le cas du SCR par exemple, chaque étape de calcul peut être source d'erreur de calcul ou d'erreur d'hypothèse (un module de risque pourrait générer plus d'erreur qu'un autre). A l'étape finale, l'agrégation de toutes ces incertitudes peut fausser la sortie du modèle de Machine Learning.

Pourtant dans la pratique, même si le modèle de Machine learning fournit un BEL associé à une situation donnée, il reste à bien quantifier la valeur de marché de l'actif pour pouvoir obtenir la "bonne" Net Asset Value (formule 2.9).

D'autre part, cette méthode doit être exploitable pour évaluer une stratégie financière ou encore pour surveiller le respect des appétences de risque à court ou à moyen terme. Finalement, on sera capable de voir comment évolue le SCR suivant un business plan donné et durant toute la durée de mise en place de celui-ci.

La combinaison de ces deux volets devrait permettre d'apporter des réponses au comité de direction pour comparer des propositions de business plan ou d'autres événements dans un délai réduit.

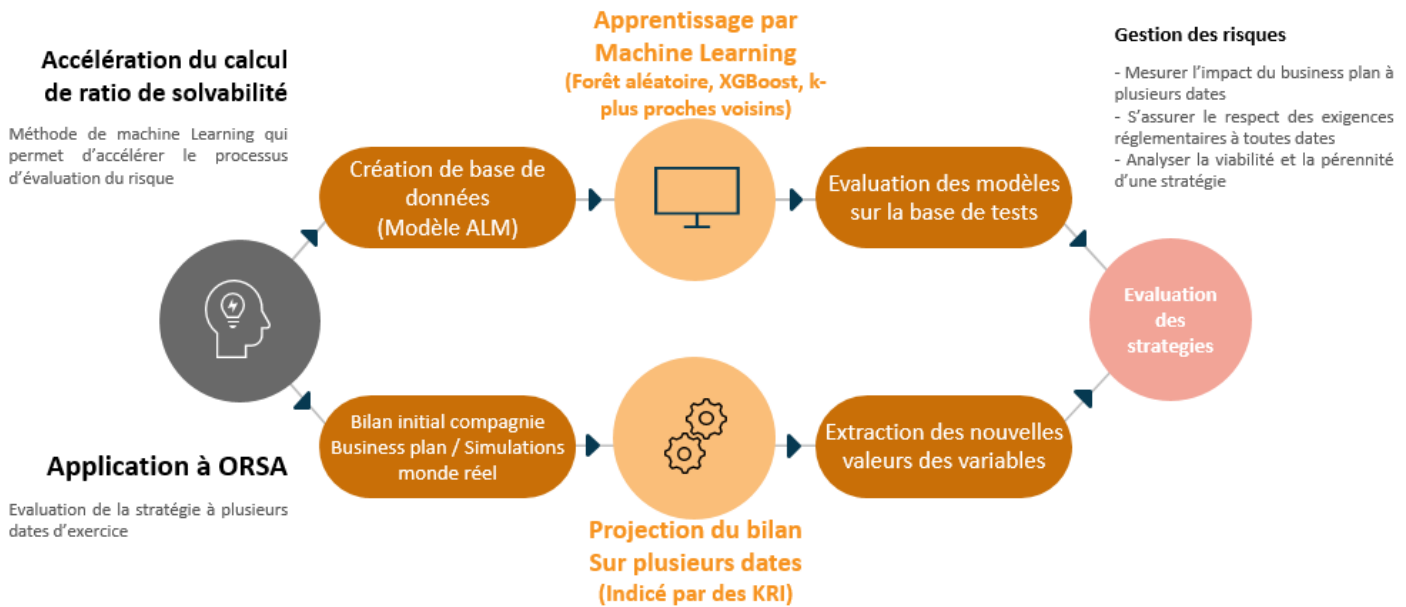


FIGURE 3.1 – Démarche

3.1.2 Hypothèses

Que ce soit pour la projection d'activité dans le cadre de l'ORSA ou encore la création de base de données, certaines hypothèses ont été émises pour simplifier l'acheminement des travaux. Ces hypothèses sont sujettes à discussion. Quelques modifications possibles seront présentées au fur et à mesure du document.

Toute la démarche repose sur un état initial de la compagnie d'assurance fictive, référence de notre étude. La compagnie détient un portefeuille d'assurés âgés de 35 à 70 ans. On émet l'hypothèse qu'il y a le même nombre de contrats dans chaque ligne d'agrégation représentée dans le model point passif ainsi le poids de chaque observation n'est pas porté sur le nombre de contrats mais sur le montant des provisions mathématiques. Ce montant varie en fonction de l'âge et de l'ancienneté fiscale.

Par souci de rapidité, les contrats étudiés dans ce mémoire ne versent qu'une prime unique versée à l'ouverture du contrat. De ce fait, la variation de la provision mathématiques d'un contrat d'une année à l'autre provient de la revalorisation à partir de la participation aux bénéfices

et des différents frais et prestations. Dans la réalité, il est plus courant d'avoir des contrats à primes programmées. L'intégration de cette possibilité ne change pas fondamentalement les travaux.

Le marché de l'assurance vie est encore dominé par les fonds en euros. Les assureurs tentent de plus en plus de motiver les assurés à investir en UC compte tenu de leurs engagements plus importants pour les contrats en euros. En automne 2019, l'UC représentait 24% de la collecte totale en assurance vie et atteint 34% au début de l'année 2020*.

Il est supposé qu'initialement, chaque individu place 20% de son capital en UC et 80% en Euro. Ce faisant, on suppose que tous les assurés ont la même appétence au risque. Cette hypothèse se modifie aisément par le model point passif. Une variante plus élaborée de cette hypothèse serait de supposer une variation de l'appétence au risque suivant l'âge par exemple ou encore suivant la qualité des investissements en UC ou encore le taux servi par les contrats Euro ou en UC. On peut s'attendre à ce qu'une personne ayant un historique de performance de ses investissements peu satisfaisant veuille investir plus en Euro. Ou encore une personne jeune peut être moins averse au risque qu'une personne plus âgée. Toutes ces variantes doivent toutefois être étudiées à partir de l'historique du portefeuille et en essayant de comprendre le comportement des assurés.

Il a été vu dans le chapitre 2 que la stratégie de gestion des actifs revient à établir une allocation cible fixe sur tout l'horizon de projection, nous nous restreignons à 4 types d'actifs dans lesquels l'entreprise peut investir : les obligations, les actions de type 1[†], l'immobilier et le cash.

Types d'actifs	Produits financiers	Avantages	Inconvénients
Obligations	Coupons fixes ou variables ou indexés sur l'inflation	Peu risqué et peu couteux en immobilisation de capital	Rendements faibles et risque de crédit sous-jacent
Actions	Dividendes	Rendement élevé et risque d'illiquidité faible	Risqués et couteux en immobilisation de capital
Immobilier	Loyers	Rendement élevé pour une volatilité modérée	Risque fort d'illiquidité
Monétaire/cash	Aucun	Risque proche de zéro et très liquide	Rendements faibles voir négatif

FIGURE 3.2 – Caractéristiques des différents types d'actifs

*. Source : les Echos - <https://investir.lesechos.fr/placements/actualites/assurance-vie-la-part-des-unites-de-compte-continue-de-grimper-1891521.php>

†. Les actions de type 1 comprennent les actions cotées sur des marchés réglementés dans des pays membres de l'Espace économique européen (EEE) ou de l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE) (Art.168 du règlement délégué)

Concernant les obligations, nous gardons une même allocation sur les différentes maturités qui est représentée à la figure 3.3 quel que soit l'allocation initiale en Obligations. On fait également l'hypothèse que l'assureur place son capital d'obligations de manière égale entre les obligations d'Etat et corporates.

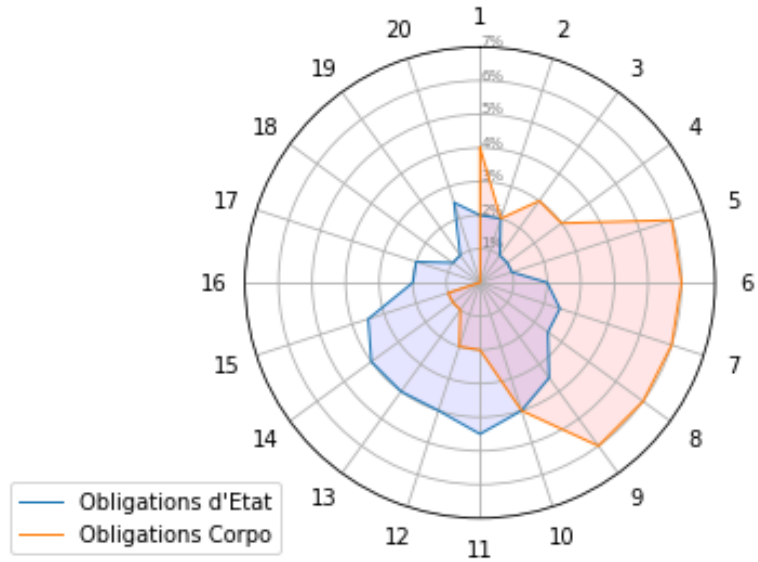


FIGURE 3.3 – Allocation des obligations par maturité

3.2 Données

Les méthodes de machine learning prennent de plus en plus de place dans le monde de l'actuariat. Le principe de base de ces méthodes est d'établir une relation entre des variables explicatives (apprentissage statistique non supervisés) ou entre des variables explicatives et des variables d'intérêts (apprentissage statistique supervisé). Dans le cadre du mémoire, il s'agira de calibrer un modèle d'apprentissage supervisé dont la variable d'intérêt est le BEL. Ces méthodes nécessitent une étape d'apprentissage cruciale pendant laquelle le machine learning établit un lien entre les variables (d'intérêt et explicatives). En effet, la pertinence des relations apprises par la méthode dépend de la richesse et la fidélité de la base de données. Grâce au modèle ALM et après avoir renseigné les bonnes entrées et bons paramètres, il est possible de récupérer des variables telles que le SCR et le BEL.

3.2.1 Génération des données

Afin d'obtenir une base de données la plus riche possible, il est fourni au modèle ALM différentes valeurs d'entrée et de paramètres. Nous créons par ce procédé une itération du run du modèle ALM qui produira une base de données. Il permet également de cibler les sensibilités que l'on veut capter, sur les variables ayant le plus d'influence sur notre variable réponse. L'avantage est d'accélérer le travail tant dans la génération de la base de données que dans la calibration du modèle de machine learning et de se focaliser sur les aspects et les variables que l'on voudrait saisir et que l'on juge importants. La base de données et parallèlement le machine learning n'intégreront pas les situations que l'on juge "peu probables".

Néanmoins, en procédant ainsi, un biais est créé dans notre modèle en "obligeant" le machine learning à n'étudier que les événements qui pourraient intéressants ultérieurement pour la mise en place d'un business plan et aussi en limitant les variables sur lesquelles un business plan ou un changement économique pourrait influencer. A titre d'illustration, supposons que l'entreprise souhaite étudier et mettre en place un business plan consistant à changer sa politique de taux servi en autorisant la diminution de la marge financière. Le modèle de machine learning présenté ici ne saurait évaluer une telle mise en situation car il ne l'a pas appris à partir de la base de données présentées ici. Néanmoins, tout le processus de création de base et de machine learning étant automatisé, il suffira dans ce cas de recalibrer les modèles en y intégrant de nouvelles observations et/ou de nouvelles variables.

Même si avoir plusieurs variables élargit le champ de sensibilités et la flexibilité du modèle, il convient de trouver le bon équilibre entre le nombre de variables et la facilité d'utilisation du modèle.

Motivés par les différents ouvrages et recherches sur les méthodes pour améliorer le ratio de solvabilité d'un assureur [8], les travaux reprennent les variables qui pourraient être utilisées à des fins d'amélioration de solvabilité.

Comme mentionné dans le chapitre 2, ce document se focalise sur les risques les plus impactants pour un assureur vie : risque marché (action, immobilier, taux, spread) et le risque de souscription vie (mortalité et longévité, rachat). Les variables telles que le taux de plus ou moins valeur latente ou encore le taux de rachat structurel et le taux de mortalité sont introduites dans la base de données même si elles ne font pas l'objet d'un pilotage direct de l'assureur.

La base de données doit permettre à la fois de capter les variations stratégiques mais aussi les variations suite à un choc d'un sous-module de risque pour pouvoir sortir un BEL choqué et permettre ainsi de calculer le SCR correspondant dans la dernière phase des travaux.

Modification exprimée en valeur		Modification exprimée en variation par rapport à la valeur initiale	
Taux PB	[85% ; 95%]	PM Euro/UC	[80% ; 120%]
TMG	[0% ; 3,5%]	Taux de rachat	[50% ; 150%]
PMVL	[-20% ; +20%]	Taux de mortalité	[80% ; 115%]
Proportion des Obligations	[20% ; 80%]		

TABLE 3.1 – Liste des sensibilités

Il est possible de capter plus de sensibilités sur les variables en élargissant les grilles d'études et en choisissant un pas d'exploration "assez petit". Cependant, le modèle ALM nécessite un temps considérable pour effectuer ces calculs, ce qui devient conséquent lorsqu'on itère le procédé un bon nombre de fois.

L'exploration des intervalles présentés dans le tableau 3.1 se fera par tirage aléatoire uniforme. La définition des intervalles contrôle la valeur minimale et la valeur maximale prises par chacune des variables.

L'hypothèse que toutes les observations de la base de données déforment les variables de la même façon pour tous les contrats est émise. Cette déformation peut dépendre de la valeur initiale (déformation par variation relative) ou non (déformation par translation). En guise d'exemple, appliquer une baisse de 50 points de base sur le Taux Minimum Garanti équivaut à diminuer les TMG de chaque contrat par translation de 50 points de base.

Ce procédé écarte la possibilité d'appliquer un nouvel attribut à un nouveau contrat. Comme la base de données n'intègre que la valeur moyenne ou agrégée (pour les provisions mathématiques) des caractéristiques du passif, on peut supposer qu'une variation marginale de quelques contrats ne porte pas d'incidence sur la base de données et donc sur l'input du machine learning non plus. Cela n'est cependant plus valable lorsque le changement s'applique à des contrats représentant une part importante des provisions mathématiques.

En ce qui concerne l'allocation des actifs, la génération se fait suivant l'algorithme suivant :

- Etape 1 : Tirage aléatoire de la proportion en obligations dans l'intervalle [20% ; 80%]
- Etape 2 : Tirage aléatoire de la proportion en actions dans l'intervalle ([100% –

- $taux\ obligation ; 100\%])_+$
- Etape 3 : Tirage aléatoire de la proportion en immobilier dans l'intervalle $([100\% - taux\ obligation - taux\ action ; 100\%])_+$
 - Etape 4 : La proportion en Cash est $100\% - taux\ obligation - taux\ action - taux\ immo$

Le processus de création de données est donc un processus long et demande une grande attention. Afin d'automatiser la génération de la base de données, un outil Python a été créé dans le cadre de ce mémoire afin d'activer le modèle ALM automatiquement suivant les inputs souhaités et par la même occasion en récupérant la sortie qui est le BEL. Il est également possible de paralléliser ce processus sur plusieurs machines ce qui réduit significativement le temps requis. Le processus est résumé par le schéma 3.4.

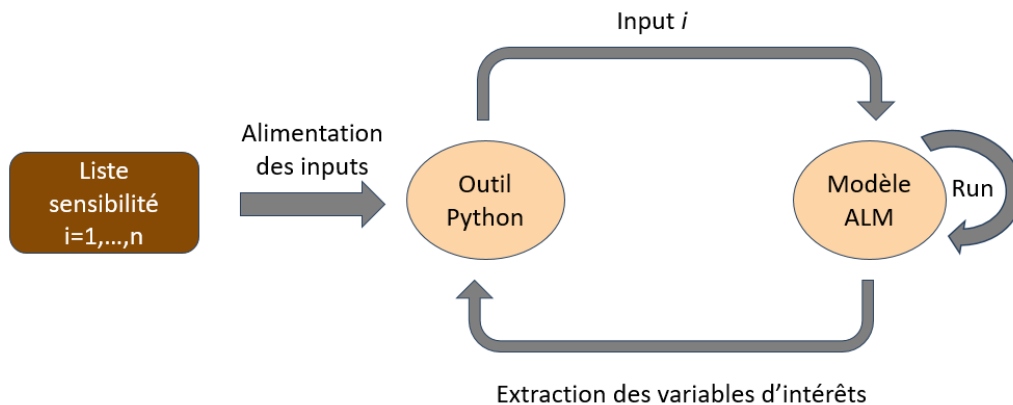


FIGURE 3.4 – Procédure de création de base de données

Il est important de noter que la variation du taux de Plus ou Moins Value Latentes notée dans le tableau 3.1 permet de faire varier la Valeur de Marché des classes d'actifs. A chaque fois qu'on aura recours au modèle ALM le même jeu de scénarios économiques sera utilisé. Cela signifie que la trajectoire d'évolution des actifs et des taux sera identique quelles que soient les sensibilités étudiées. La valeur à la date initiale de la projection variera, quant à elle suivant, la liste de sensibilités. Un changement de tendance dans la trajectoire des actifs est un phénomène qui met du temps à se mettre en place. Ce qui laisse le temps à l'actuaire d'incorporer un tel changement à ces travaux.

3.2.2 Présentation des données

D'après la liste des sensibilités présentée au tableau 3.1, une base de données composée de 13 variables est obtenue :

- PB : il s'agit du taux de participation aux bénéfices établi à la signature du contrat. Il fait ici référence au taux moyen du portefeuille pondéré par la provision mathématique.

- Le TMG ou taux minimum garanti désigne également la moyenne pondérée par la provision mathématique des TMG des contrats.
- PM_euro et PM_uc dénotent la somme des provisions mathématiques en Euro et en UC au sein du portefeuille de l'assureur.
- Le taux de rachat structurel moyen et le taux de mortalité moyen sont ceux établis selon la table de mortalité TH02 et la table de rachat structurel représentée à la figure 2.3
- Le Taux de Plus Value pour des actions (resp. l'immobilier) noté TPV_a (resp. TPV_immo). Ces deux variables dénotent le taux de plus value des actifs. Lorsque cette variable est négative, on est en présence d'une moins value, c'est-à-dire que la valeur de marché de l'actif correspondant est en-dessous de sa valeur comptable.
- L'allocation des actifs : La distribution des encours entre Obligations, Actions, Immobilier et Cash est contenue dans les variables tx_ac, tx_obli, tx_immo et tx_cash
- BEL : désigne le Best Estimate of Liabilities et est aussi la variable d'intérêt pour les prochaines méthodes de machine learning

Les coefficients de corrélation de Pearson sont calculés pour avoir une première idée de l'interaction entre les variables explicatives à disposition. La corrélation de Person $\rho_{i,j}$ entre une variable X_i et une variable X_j est donné par l'expression suivante :

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \times \sigma_j}$$

avec

$\sigma_{i,j}$ la covariance entre les 2 variables

σ_l l'écart-type de la variable l

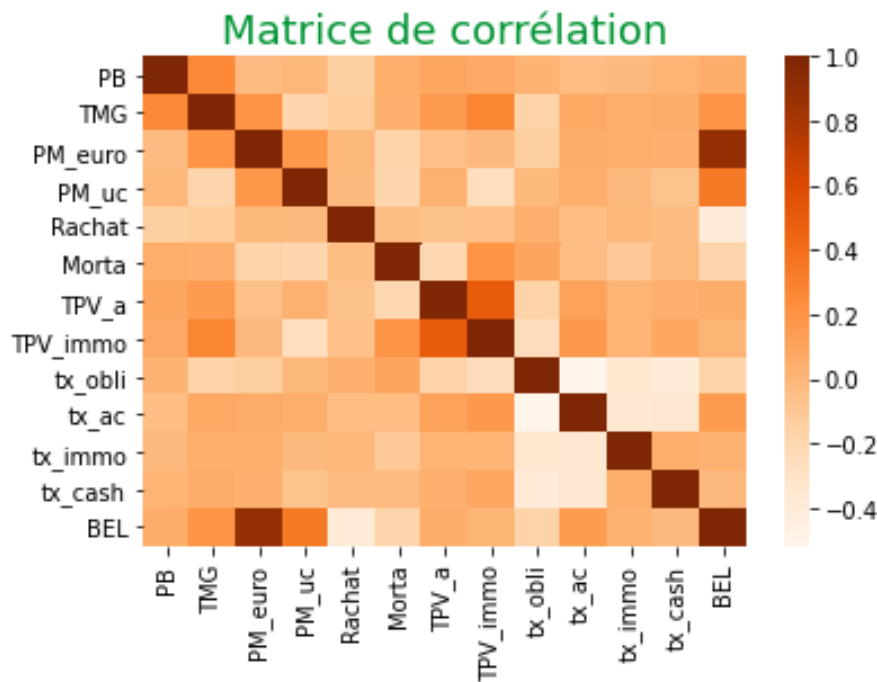


FIGURE 3.5 – Corrélation de Pearson

La variable BEL est fortement corrélée aux niveaux de provisions. Les provisions mathématiques représentent les engagements de l'assureur envers les assurés. Les prestations qui s'en suivent sont assises sur ce montant. Donc plus celui-ci est élevé plus le Best Estimate, valeur actuelle probable des flux futur de trésorerie, sera élevé.

De façon similaire, une corrélation négative existe entre le taux de rachat et le BEL. Cela cache deux actions-réactions différentes.

Lorsque le taux de rachat augmente, l'assureur doit reverser aux assurés le montant qui lui est demandé dans le cadre du rachat. D'une part, pour les contrats qui comportent beaucoup de garanties, un rachat allège l'assureur de ses engagements. Néanmoins, dû à l'effet du taux d'actualisation, la valeur actuelle de la prestation à verser peut varier suivant la date de versement. Selon la courbe des taux, la valeur actuelle d'une prestation dans 4 ans peut être moins élevée que celle à régler aujourd'hui. Dans ces cas, l'assureur pourrait préférer verser les prestations dans le futur. D'autre part, pour les contrats en UC sans garantie, par exemple, la diminution de la provision mathématique par rachat représente un manque à gagner en chargement et bénéfices réalisables sur les encours.

On vérifie que les corrélations des proportions dans les différentes classes d'actifs sont bien négatives.

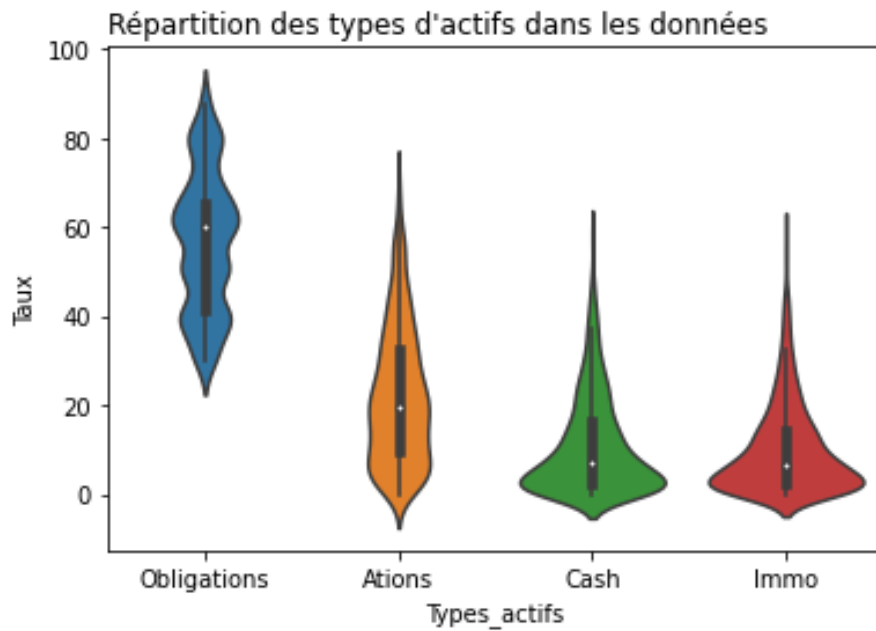


FIGURE 3.6 – Répartition du capital sur les classes d'actifs

La section 3.2.1 apporte plus de détails sur la procédure suivie pour générer les différentes valeurs des proportions des classes d'actifs. Le contrôle est fait sur la part en obligations c'est-à-dire que la proportion d'obligations est fixée en premier lieu, puis la proportion d'actions est générée aléatoirement dans l'intervalle restant ensuite on tire la proportion d'immobilier, et le cash est finalement utilisé pour s'assurer que la somme des allocations vaille bien à 100%. D'après la figure 3.6, et comme attendu, la part en Actions présente plus de variabilité que la part en Cash ou en Immobilier. On vérifie bien que la majorité des investissements s'orientent vers les obligations, et en deuxième position les actions. Ce phénomène est beaucoup observé sur le marché de l'assurance. Entre les engagements contraignants des contrats en Euro et les garanties sur les contrats en UC, les assureurs s'orientent vers des placements plus "sûrs".

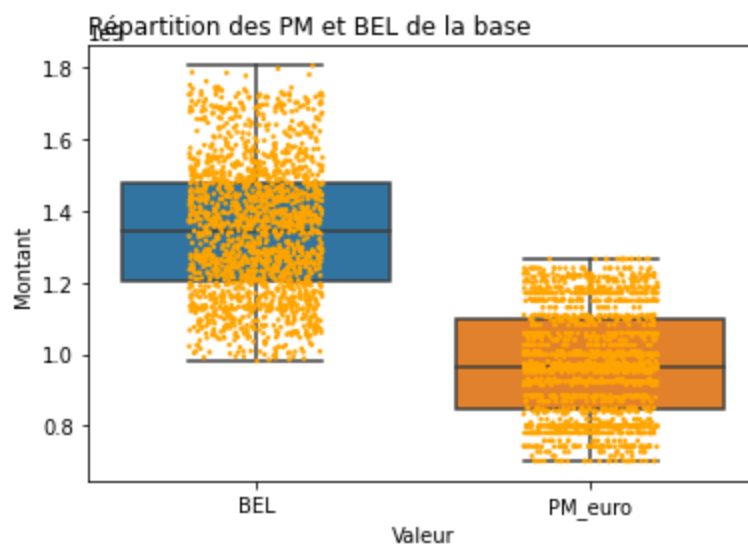


FIGURE 3.7 – Répartition des PM Euro et BEL

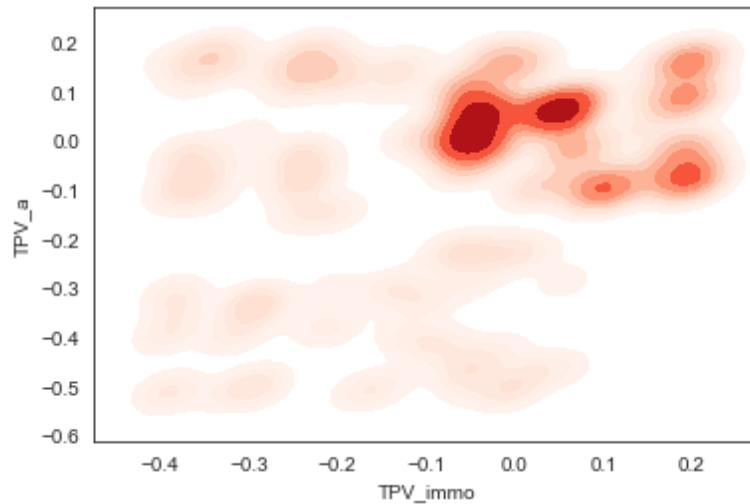


FIGURE 3.8 – Répartition des taux de plus ou moins value (hors choc) action et immo

Les taux de plus ou moins-value permettent de faire varier la valeur de marché des actifs. Cette grandeur doit permettre à la fois de piloter le modèle de machine learning pour capter les variations économiques mais aussi de mesurer le BEL stressé lorsqu'on applique le choc de l'action et de l'immobilier pour le calcul du SCR. La dénomination taux de plus ou moins-value ou TPV utilisée dans la base de données englobe à la fois le taux mais aussi le coefficient de choc. En d'autres termes, la variable TPV_{action} s'exprime par :

$$\begin{aligned} 1 + TPV_{action} &= (1 + PMVL_{observe}) \times (1 - coeff_{choc\ action}) \\ &= (1 + PMVL_{observe}) \times 61\% \end{aligned}$$

Ainsi pour capter une variation du taux de plus ou moins value de $[-20\%; +20\%]$, la base données doit inclure des TPV inclus dans les intervalles décrits dans le tableau suivant

Actifs	TPV minimum	TPV maximum
Action	-52%	20 %
Immobilier	-40%	20%

3.2.3 Retraitement des données

Les variables en notre possession ne sont pas du même ordre de grandeur. Les variables telles que les provisions mathématiques s'expriment en centaines de millions, tandis que les taux de plus value ou encore les proportions d'allocations des actifs sont réparties sur un intervalle beaucoup plus restreint (0% à 100 % pour la proportion des actifs). Une normalisation des données est appliquée grâce au $z - score$. Ce procédé permet de donner le même poids à chaque variable en amont de toute modélisation pour que l'ordre de grandeur n'influe pas sur sa significativité. Cette étape est particulièrement nécessaire lorsqu'on souhaite étudier des modèles basés sur des notions de distance telle que le K-plus proches voisins. Lorsque

cette étape est omise dans ces types de modélisation, les variables les plus significatives sont automatiquement les plus élevées.

A la différence de la normalisation, $X' = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$ la standardisation ne borne pas les valeurs des variables. Ainsi cette dernière méthode n'influera pas sur la présence d'observations "éloignées". Cette capacité est importante du fait de la présence de situation "stressée" et "choquée" dans la base de données.

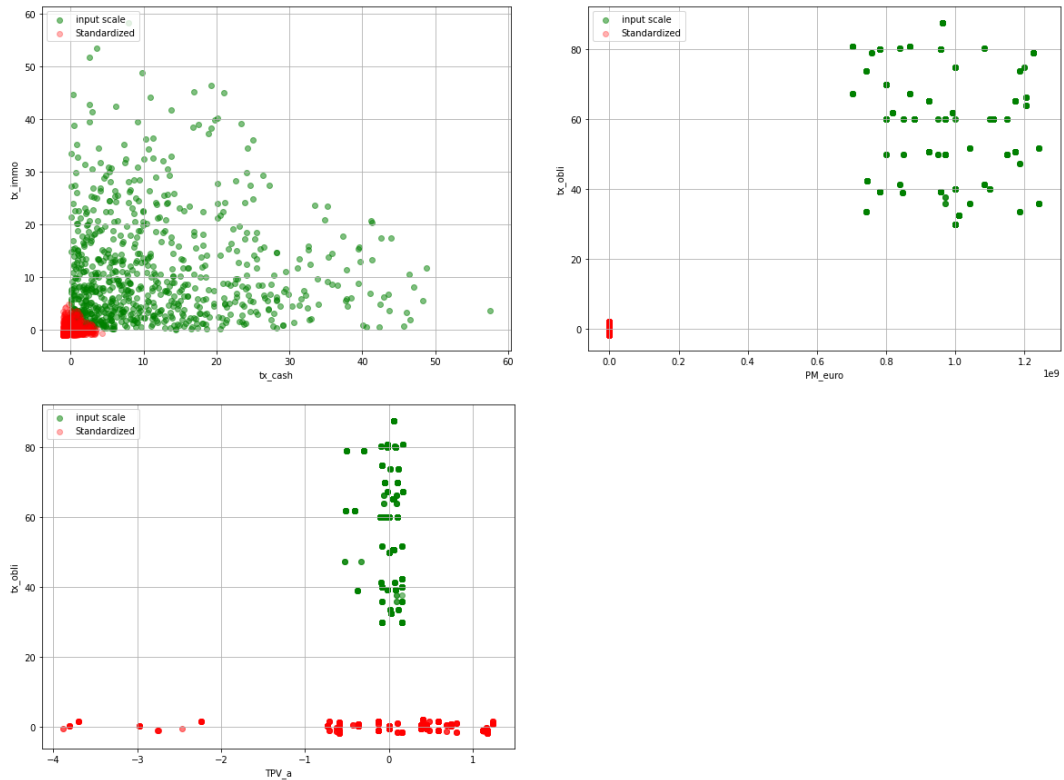


TABLE 3.2 – Standardisation des variables

CHAPITRE

4

INTÉGRATION DU MACHINE LEARNING

4.1 Apprentissage automatique supervisé

Le principe de base de l'apprentissage supervisé est de prédire une variable d'intérêt y à l'aide d'autres variables dites explicatives contenues dans un vecteur \mathbf{X} . Cette prédiction de y associée à \mathbf{X} notée \hat{y} se fait en établissant un lien entre ces variables. La forme de cette relation est définie à partir du type de modèle que l'on souhaite développer. Ce type de modèle donne la forme de la fonction de prédiction $f \in \mathcal{F}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ où $\mathcal{F}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ est l'ensemble de toutes les fonctions de prédictions et $(X, y) \in (\mathcal{X}, \mathcal{Y})$.

$$\begin{aligned} f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} \\ X &\rightarrow f(X) = \hat{y} \end{aligned}$$

La base de données est divisée en 2 : une base d'apprentissage qui servira à calibrer le modèle de machine learning et une base test. Cette dernière sert à la validation et l'évaluation de la performance d'un modèle. Ceci est fait pour que l'évaluation des modèles soit faite sur des données qui n'ont pas été utilisées pour apprendre. 2/3 de la base de départ constituera la base d'apprentissage et 1/3 la base test. Il est également nécessaire de vérifier que les deux bases présentent des profils de risque identiques. En guise d'exemple, si la base d'apprentissage ne comporte que les observations dans lesquelles seules des plus values sont réalisées, les résultats du modèle sur la base test (moins-value) ne seraient pas fiables.

La fonction de prédiction est choisie à l'aide de la base d'apprentissage composée de couples

(\mathbf{X}, y) où \mathbf{X} est une matrice de dimensions $n \times d$ et y un vecteur de dimension n . n correspond au nombre d'observations dans la base et d au nombre de variables disponibles. Cette fonction de prédiction se choisit également à partir d'un critère de "qualité" de prédiction jaugée par une fonction de perte notée $l(y, \hat{y})$. $l(y, \hat{y})$ désigne l'information perdue en estimant y par \hat{y} . Cette fonction de perte permet de calculer le risque d'une fonction de prédiction qui est donné par la relation

$$R_{\mathbb{P}}(f) = \mathbf{E}_{\mathbb{P}}(l(Y, f(X)))$$

où (X_i, Y_i) sont des réalisations indépendantes de la loi \mathbb{P} inconnue. On cherche à minimiser ce risque et ainsi la meilleure fonction de prédiction est définie par

$$f_{\mathbb{P}}^* \in \operatorname{argmin}_{f \in \mathcal{F}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})} R_{\mathbb{P}}(f)$$

De manière générale, la loi \mathbb{P} étant inconnue, $R_{\mathbb{P}}$ ne peut être calculé explicitement. A défaut de sa valeur exacte, l'estimation empirique notée \hat{R}_n définie ci-dessous est utilisée :

$$\hat{R}_n(f) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l(y_i, f(X_i))$$

La fonction de prédiction minimisant ce risque empirique est notée \hat{f}_n . Cette fonction \hat{f}_n prend des valeurs dans un sous-ensemble \mathcal{G} de $\mathcal{F}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$. Le choix de ce sous-ensemble réduit l'espace de minimisation du risque empirique. L'unicité de la fonction de prédiction le minimisant n'est pas pour autant garantie. La taille de ce sous-ensemble définit la qualité mais aussi la complexité du modèle. Prendre un sous-ensemble "trop" grand nécessite une grande capacité de calcul et mène en général à un phénomène de surapprentissage. En effet, l'algorithme choisi pourrait avoir un risque empirique "bien" inférieur à son risque réel. L'algorithme apprend "par cœur" la valeur des sorties de la base d'apprentissage correspondant à chaque entrée. Le phénomène inverse s'appelle le sous-apprentissage.

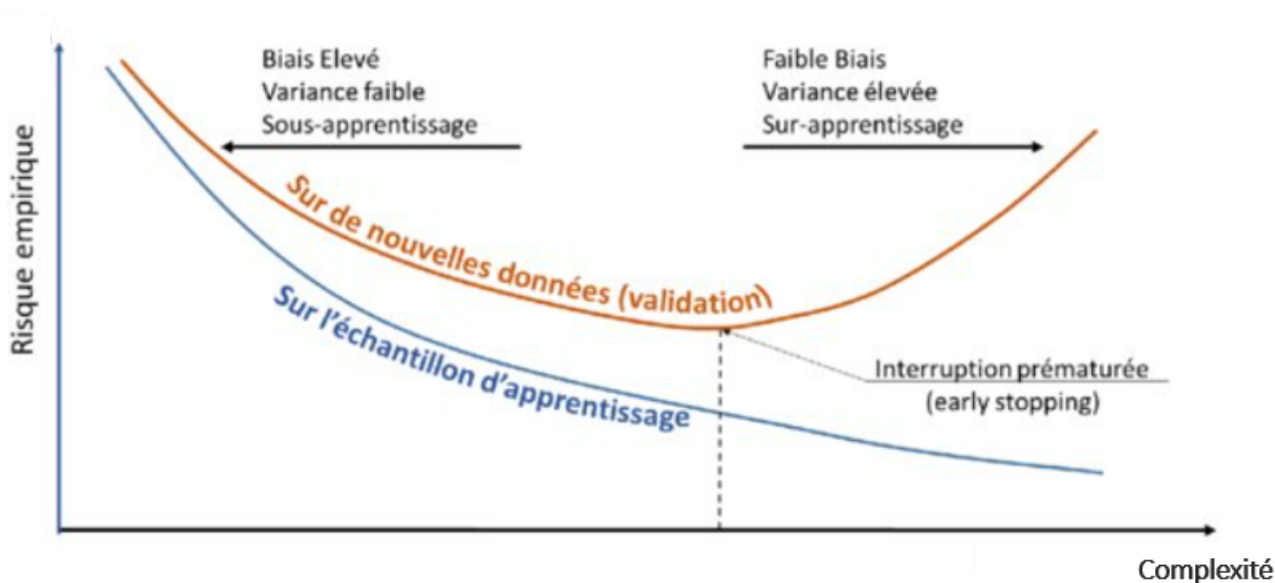


FIGURE 4.1 – Phénomène de surapprentissage et sousapprentissage

Plus le modèle est complexe moins le biais est élevé mais au détriment de la variance. Le modèle devient sensible aux moindres changements dans la base de données.

Par la suite on considèrera la fonction de perte menant à

$$\hat{R}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|$$

où

y_i correspond à la valeur observée de y pour l'observation i et dont les variables sont X_i
 \hat{y}_i est la valeur prédite à partir du modèle pour l'observation i

Cette mesure est plus connue sous le nom de MAPE (Mean Absolute Percentage Error). L'ouvrage de Spyros Makridakis [19], offre des preuves sur l'existence d'une solution au problème de minimisation en prenant MAPE comme fonction de perte mais également la consistance du problème. Elle équivaut à utiliser le MAE (Mean Absolute Error) pondéré. MAPE a l'avantage d'être intuitif en matière d'interprétation mais souffre également de plusieurs inconvénients. Parmi eux, le plus pertinent dans le cadre de nos travaux est sa préférence à la sous-estimation c'est-à-dire lorsque $y_i - \hat{y}_i \leq 0$ [19] plutôt qu'à la surestimation. Ce phénomène peut être observé sur un exemple simple :

Supposons pour une observation l on a $y_l = 150$ et $\hat{y}_l = 100$

$$\left| \frac{y_l - \hat{y}_l}{y_l} \right| = \frac{50}{150} = 33\%$$

Et pour une observation k on a $y_k = 100$ et $\hat{y}_k = 150$

$$\left| \frac{y_k - \hat{y}_k}{y_k} \right| = \frac{50}{100} = 50\%$$

Ainsi, MAPE pénalise les modèles qui surestiment la variable d'intérêt. La variable d'intérêt utilisée dans le cadre des travaux étant le BEL, pour respecter une exigence de prudence, il est plus souhaitable de le surestimer que de le sous-estimer. Comme il est suggéré dans l'ouvrage de Spyros Makridakis [19], MAPE est remplacé par une variante, \widetilde{MAPE} pour corriger ce problème où

$$\widetilde{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{\frac{1}{2}(y_i + \hat{y}_i)} \right|$$

Une manière de s'assurer de la performance des modèles tout en limitant la complexité du modèle est le choix des paramètres. La méthode utilisée pour les choisir est la validation croisée k-fold. La base d'apprentissage est divisée en k sous-échantillons. Chaque sous-échantillon servira tour à tour de validation du modèle. A chaque itération, un sous-échantillon est choisi,

les paramètres du modèle sont calibrés sur les $k-1$ autres blocs et évalués sur l'échantillon de validation. Il est ainsi obtenu k scores de prédiction qui permettront de choisir les paramètres minimisant le MAPE.

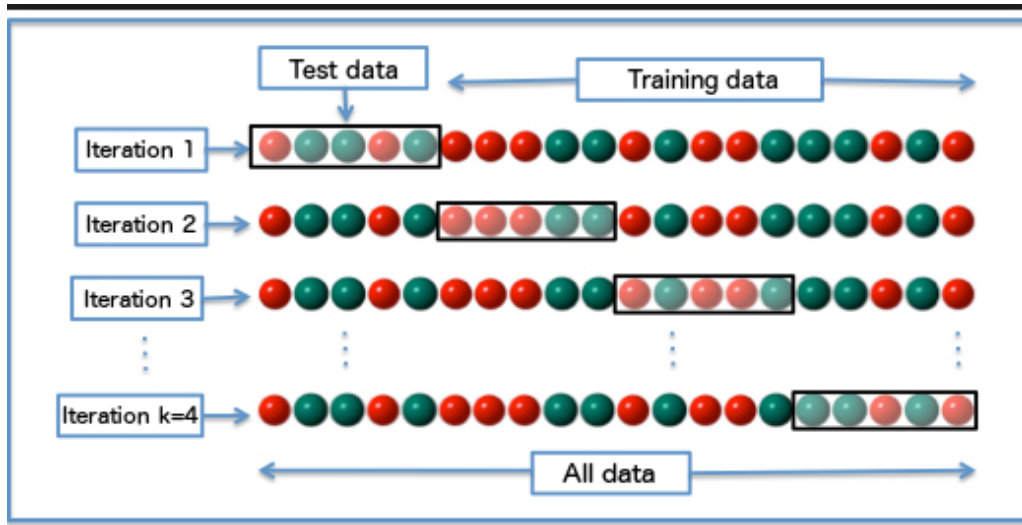


FIGURE 4.2 – Validation croisée

Dans le cadre de ce mémoire, les modèles proposés sont les suivants :

- Forêt aléatoire
- K plus proches voisins

Il s'agit des modèles à base de partition de l'ensemble \mathcal{X} . C'est-à-dire que l'ensemble des prédicteurs \mathcal{G} est composé de fonctions constantes par morceaux sur des partitions de \mathcal{X} . Ces deux algorithmes diffèrent sur le critère de partitionnement. La partition générée par les forêts aléatoires dépend de la valeur des variables X mais aussi de la valeur de la variable d'intérêt y correspondant à chaque observation. Le modèle k plus proches voisins ne s'intéresse qu'aux variables explicatives.

4.2 Forêt aléatoire

4.2.1 Théorie sur la forêt aléatoire

La forêt aléatoire comme son nom l'indique est une "forêt" et est ainsi composée de plusieurs arbres. Pour comprendre le fonctionnement d'une forêt aléatoire il est donc nécessaire de comprendre les arbres de décisions.

Arbre de décisions et CART

L'algorithme de construction d'un arbre de décision repose sur une division récursive de l'ensemble des variables afin de créer des classes homogènes. A chaque nœud de l'arbre de décision correspond un sous-ensemble de \mathcal{X} et donc une division des variables explicatives. Plusieurs algorithmes existent pour construire un arbre de décision. Parmi ces algorithmes, le plus utilisé est CART (Classification And Regression Tree)

L'algorithme CART procède comme suit :

- Séparation de l'espace en 2 suivant la variable offrant la meilleure capacité explicative et suivant un seuil optimal au sens de l'homogénéité des sous-espaces.
- Dans chaque sous-espace on reprend l'étape précédente
- On itère ce procédé jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint

L'algorithme CART en ce sens s'apparente à un arbre de décision binaire, où chaque nœud (hormis les feuilles) a 2 nœuds fils.

Les critères d'arrêt peuvent porter sur :

- la profondeur maximale de l'arbre
- le nombre d'observations minimal à chaque nœud
- la taille minimale des feuilles de l'arbre

Pour choisir la variable de séparation ainsi que le seuil optimal, chaque séparation potentielle est évaluée suivant des critères d'homogénéité comme l'erreur quadratique (RSS) dans le cas d'une régression et l'indice de Gini dans le cas d'une classification.

$$RSS = \sum_{x_j < s} (y_i - \bar{y}_1)^2 + \sum_{x_j > s} (y_i - \bar{y}_2)^2$$

où

\bar{y}_l désigne la moyenne des variables intérêts incluses dans le sous-espace l . Les sous-espaces concernés sont les zones générées de part et d'autre de la séparation.

RSS s'interprète comme la somme des erreurs quadratiques obtenues dans chaque sous-espace en opérant la séparation sur la variable x_j au seuil s .

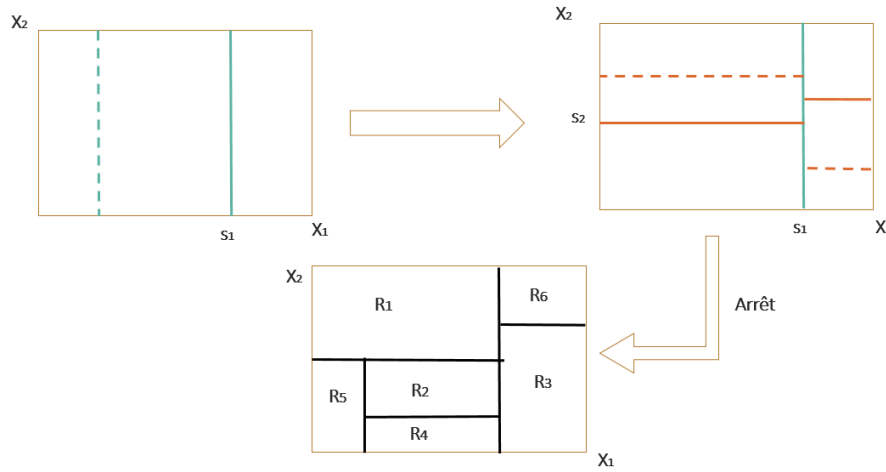


FIGURE 4.3 – Procédure arbre de décision

La valeur prédite pour une nouvelle observation X' correspond à la moyenne des variables d'intérêt rencontrées dans le sous-espace auquel appartient la nouvelle observation.

$$\hat{f}(x') = \sum_{l=1}^k \mathbb{1}_{x' \in R_l} \frac{1}{\text{Card}(R_l)} \sum_{i=1 \text{ tq } x_i \in R_l}^k y_i$$

où

R_j est un sous-ensemble de l'espace des variables

k désigne le nombre de partitions de l'espace des variables

L'arbre de régression n'est en lui seul pas satisfaisant en matières de prédiction. En effet, cette méthode souffre de sa grande dépendance aux observations. D'autres méthodes ont été élaborées pour pallier ce problème dont l'agrégation de plusieurs arbres.

Forêt aléatoire

La méthode de forêt aléatoire consiste en l'agrégation de plusieurs arbres de décisions. Ces arbres de décision sont construits de manière indépendante.

Chaque arbre de régression est calibré sur un sous-échantillon de la donnée initiale. Chaque sous-échantillon provient d'un procédé de bootstrap sur les observations. Chaque arbre est appris par la méthode CART détaillée plus haut sans élagage, c'est-à-dire sans retraitement de la taille. A chaque nœud, la variable de segmentation est choisie parmi un sous-ensemble de variables tirés aléatoirement.

De manière générale, soit $Z=(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ la base d'apprentissage à d variables. Pour un arbre A_j de la forêt aléatoire, les étapes suivies sont les suivantes :

- Tirage bootstrap d'un sous-échantillon d'observations Z_j qui servira à la calibration de l'arbre A_j

- Dans chaque nœud de l'arbre A_j , recherche de la meilleure séparation à partir de k variables tirées aléatoirement parmi les d observées.

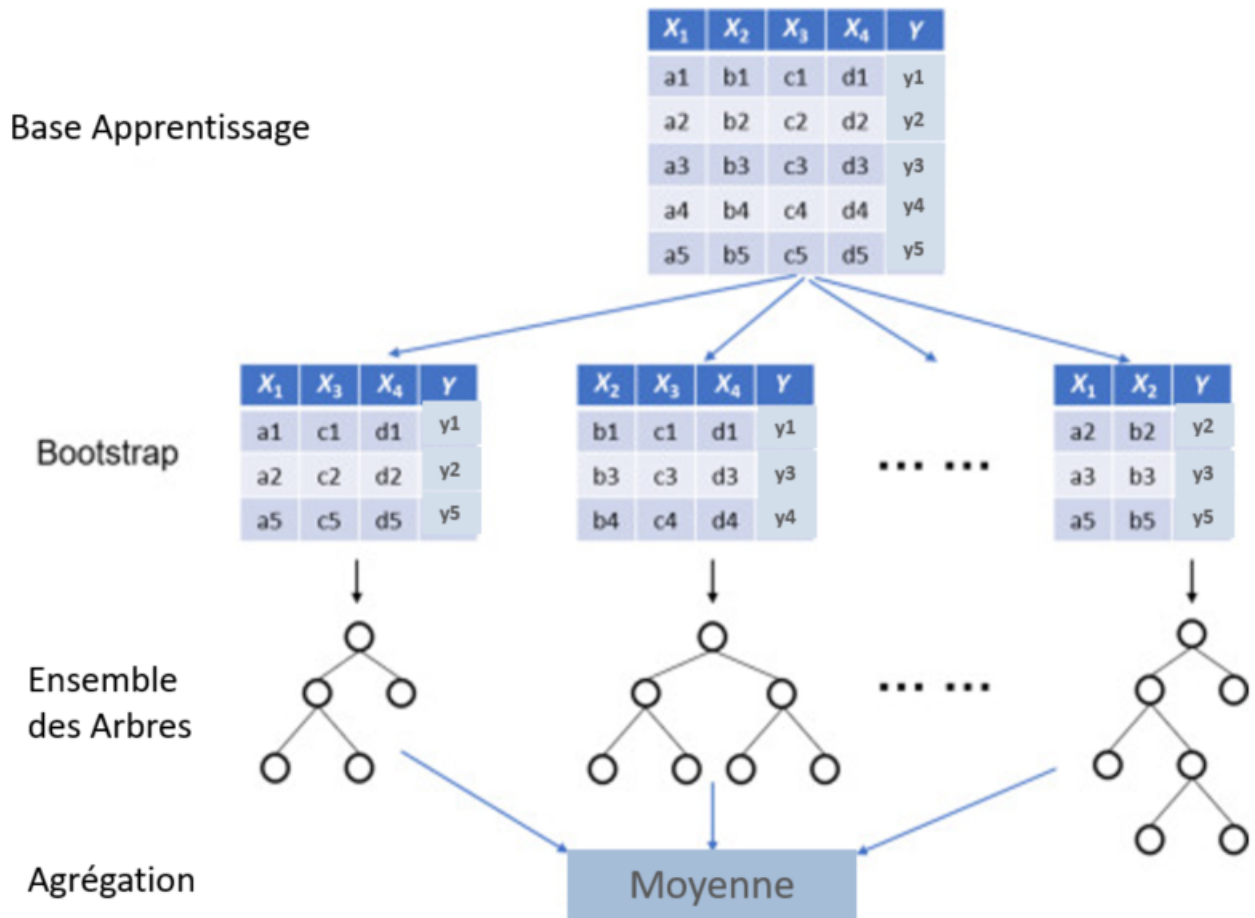


FIGURE 4.4 – Forêt aléatoire

La valeur prédite pour une nouvelle observation x' est donnée comme la moyenne des sorties de tous les arbres.

$$\hat{f}(x') = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{f}_i(x')$$

où

M est le nombre d'arbres de décision

\hat{f}_i la prédiction donnée par l'arbre i .

En calculant la moyenne des résultats de plusieurs modèles, la variance est réduite et la prédiction est améliorée. La forêt aléatoire garde ainsi une certaine stabilité.

Paramètres d'une forêt aléatoire et d'un arbre de décision

Il existe de nombreux paramètres pour contrôler une forêt aléatoire. La performance de chaque paramètre est calculée par validation croisée comme exposé dans la partie 4.2. Par construction, les paramètres d'une forêt aléatoire sont :

- Le nombre d'arbres :

Le temps de calibration du modèle croît avec le nombre d'arbres de la forêt. Un compromis est requis entre performance du modèle et temps de calcul. Ce paramètre nécessite une attention particulière car selon les travaux de Oshiro, Perez et Baranauskas [21], utiliser un nombre trop important d'arbres n'offre pas de gain de performance considérable comparé au temps de calcul que leurs calibrations nécessitent.

— Profondeur maximale des arbres

On appelle profondeur d'un arbre la distance maximale entre la racine et la feuille. Contrôler cette distance permet d'éviter un sur-apprentissage engendré par le partitionnement de plus en plus petit de l'espace des variables.

— Nombre minimal d'observations pour effectuer une séparation

De la même manière que le contrôle de profondeur maximale, ce paramètre désigne le nombre d'observations minimal exigé dans chaque sous-espace induit par une séparation donnée. En effet, si un sous-espace ne contient que très peu d'observations, la prédiction dans cette zone est non fiable.

— Nombre minimal d'observations dans les feuilles

De la même façon, le but est de ne pas avoir "peu" d'observations dans les feuilles. Mais avoir "trop d'observations" pourrait également être une piste de séparation non exploitée.

— Nombre maximal de variables considérées à chaque séparation

Comme évoqué plus haut, à chaque nœud de l'arbre, seule une sélection bootstrapée des variables est considérée pour les éventuelles séparations. Ce paramètre cadre le nombre de variables à partir desquelles le bootstrap est effectué.

Pour choisir les paramètres optimaux le procédé suivant est appliqué :

Pour chaque paramètre, une grille de recherche "large" est définie. A partir de paramètres tirés aléatoirement dans cette grille, une forêt aléatoire est calibrée dont la perte est calculée toujours en utilisant la méthode de validation croisée. Cette étape est itérée plusieurs fois afin d'explorer au maximum les grilles. Nous repérons les "zones" où la perte est minimale et définissons une nouvelle grille plus "concentrée" dans laquelle le procédé est réitéré.

Il n'est pas assuré que l'optimalité une à une des paramètres assure l'optimalité de l'ensemble. Par conséquent à chaque nouvelle grille créée la meilleure grille provenant de l'étape précédente est réintégrée pour être réévaluée avec les autres nouvelles grilles.

4.3 K plus proches voisins (ou k-nearest neighbours)

La méthode k-plus proches voisins peut être résumée par "*Dis moi qui sont tes voisins et je te dirai qui tu es*". Elle ne définit pas de relation entre les variables explicatives et les variables d'intérêt mais se contente d'exploiter le jeu de données en tant que tel en évaluant la similarité entre chaque observation. Il s'agit en fait d'une étude locale grâce à l'utilisation de métriques pour mesurer à quel point une situation est "proche" d'une autre. Dans notre base de données, certaines lignes modélisent des situations de chocs. Le modèle k plus proches voisins permet de ne pas polluer l'apprentissage d'une situation normale par les situations choquées. Le modèle k plus proches voisins ne présente qu'un paramètre à calibrer, c'est le nombre de voisins contre plus de 4 paramètres pour le modèle de forêt aléatoire. Sa performance de prédiction peut souffrir de son manque de paramètres à piloter. Ce fonctionnement lui vaut l'attribut de *lazy learning*.

Algorithme 2 : K plus proches voisins

Input

$D = (x_i, y_i)_{i=1, \dots, n}$ les données

d la fonction distance à utiliser

K le nombre de voisins

Algorithm

for $i = 1, 2, \dots, n$ **do**

| Calcul de la distance $d(x, x_i)$ entre x et x_i

end

Sélectionner les k observations les plus proches au sens de la distance d notées

$(x_{1,k}, y_{1,k}), \dots, (x_{k,k}, y_{k,k})$

$\hat{f} \leftarrow \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_{i,k}$

Sortie

\hat{f}

Une fois le nombre k fixé, le modèle knn s'apparente à une partition.

Soit $k \leq n$, notons $r_1(x)$ l'indice du plus proche voisin de x parmi X_1, \dots, X_n ; $r_k(x)$ est le k^{eme} voisin le plus proche. Les partitions s'expriment par

$$A_k = x \in \mathbb{R}^d : r_1(x), \dots, r_k(x) = \phi^m$$

où

$m \in \{1, \dots, C_n^k\}$

C_n^k désigne le nombre de combinaisons de k parmi n.

Ces combinaisons sont notées $\phi^1, \dots, \phi^{C_n^k}$

Prenons l'exemple de données à 4 observations et k=2. Cela partitionne l'ensemble en 6 sous-ensembles représentés à la figure 4.5.

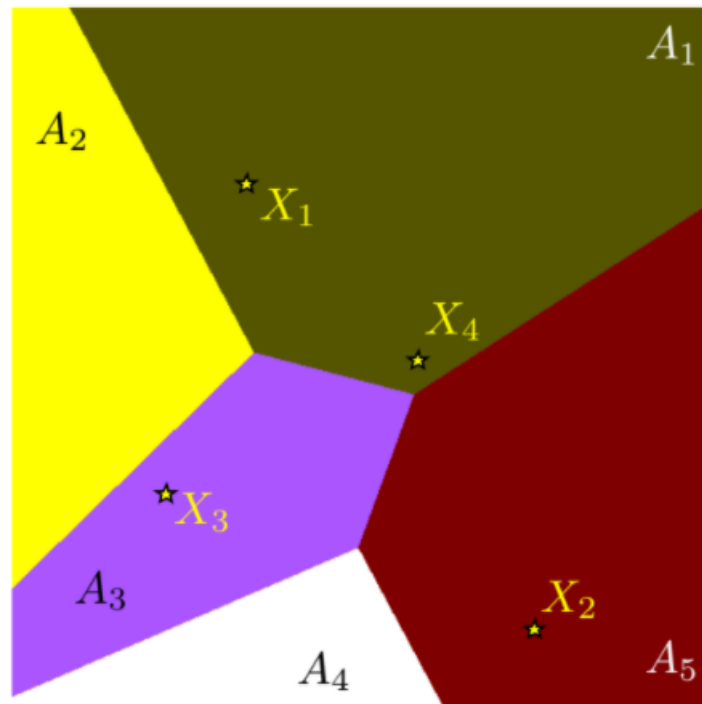


FIGURE 4.5 – Partition par k plus proches voisins

A_1 contient les données dont les plus proches voisins sont X_1 et X_4 . A_2 ceux dont les plus proches voisins sont X_1 et X_3 . A_6 correspond à l'ensemble des X tels que les plus proches voisins sont X_1 et X_2 . Cet ensemble est vide.

Le choix de k est crucial dans la méthode de k plus proches voisins. Lorsque le nombre de voisins est "trop" faible, les prédictions sont peu stables, la variance augmente. En revanche, un k "trop" grand produirait des résultats plus réguliers mais génère plus facilement des erreurs. Il sera calibré grâce à la méthode de validation croisée. Afin de s'assurer de la consistance du prédicteur k plus proches voisins il est plus judicieux de choisir k croissant avec la taille de l'échantillon.

Les fonctions de distance disponibles sont :

$$d_{euclidienne}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^k (x_i - y_i)^2}$$

$$d_{manhattan}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^k |x_i - y_i|$$

$$d_{minkowski}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{i=1}^k |x_i - y_i|^q \right)^{1/q}$$

4.4 Application aux données

4.4.1 Comparaison et calibration des modèles

On recherche les paramètres de chaque modèle assurant le mieux la performance et la complexité. Le recours à des modèles plus complexes doit être appuyé par un gain souhaitable en performance de prédiction.

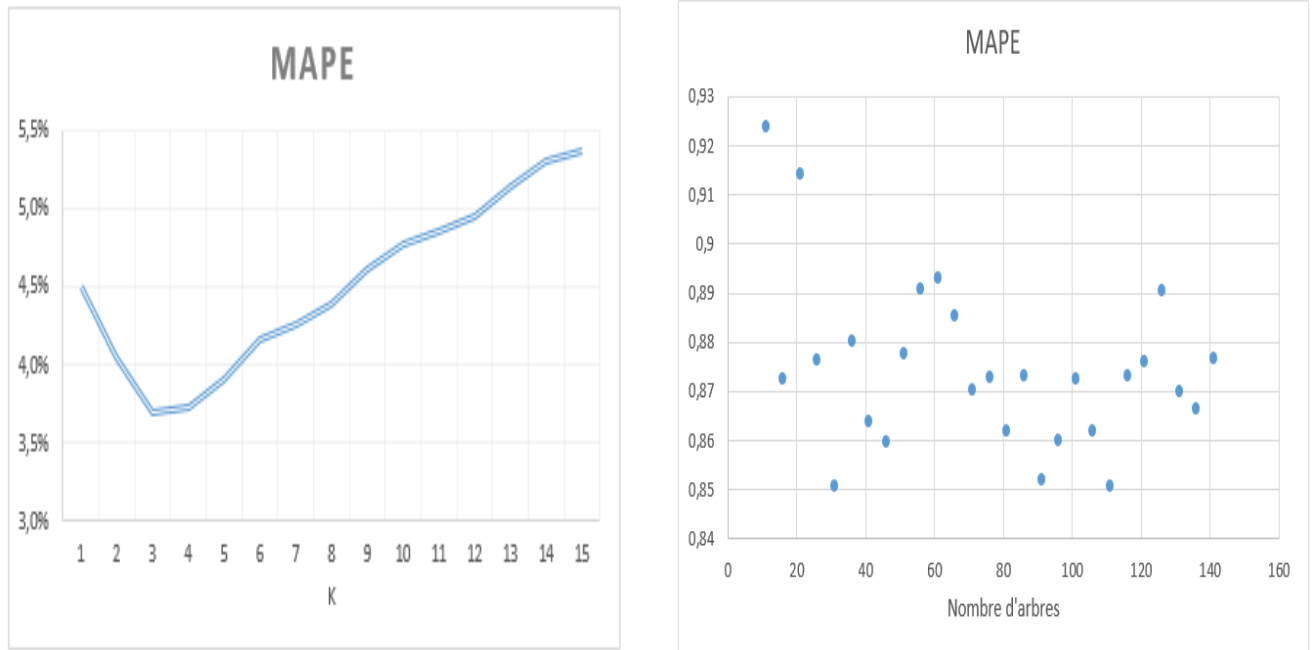


TABLE 4.1 – Variation de l'erreur sur l'échantillon de Test suivant le nombre de voisins et le nombre d'arbres

Dans le cas de la forêt aléatoire, il est noté que le score commence à se stabiliser à partir de 60 arbres. Au-delà de 60 arbres le gain en performance n'est pas assez conséquent pour en justifier l'utilisation.

Le modèle de k plus proches voisins ne retranscrit pas le même phénomène. En effet, la fonction de score n'est pas monotone, elle croît puis décroît, ce qui pousse à choisir k=4.

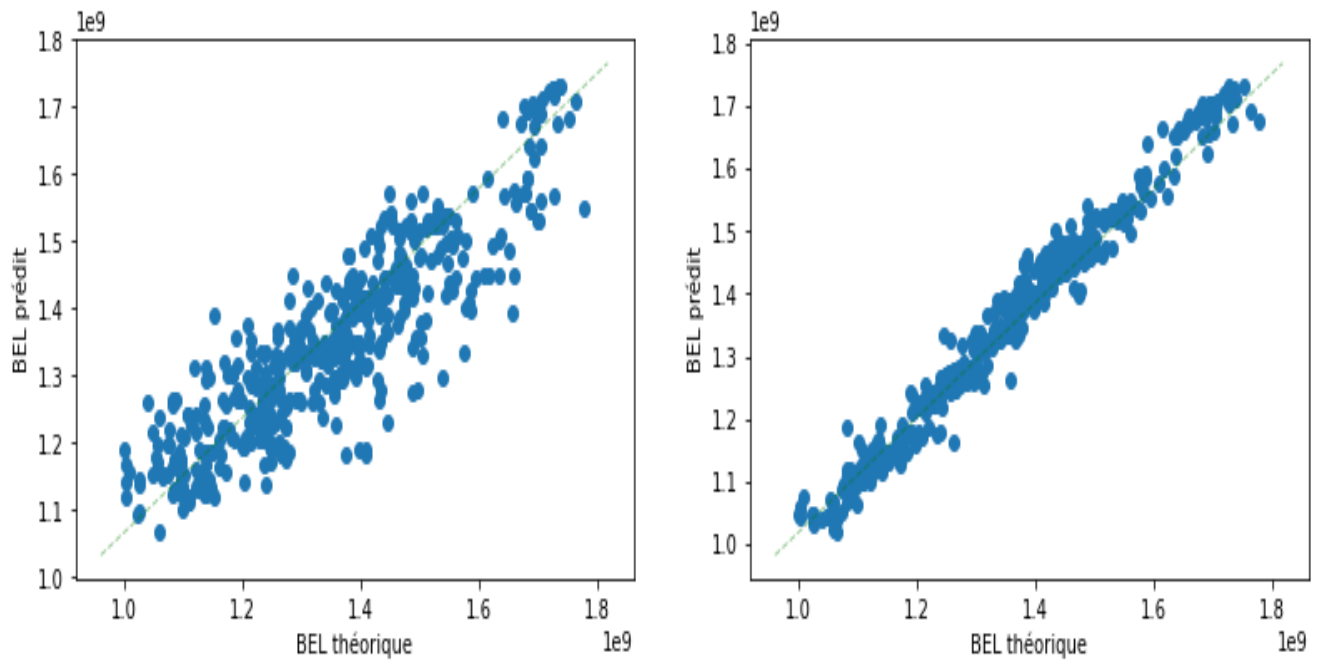


TABLE 4.2 – Comparaison BEL théorique et BEL estimé (k-ppv à gauche et Forêt aléatoire à droite)

D’après les tableaux 4.2 et 4.1, le modèle de forêt aléatoire offre de meilleurs résultats en matière de performance de prédiction. Seulement, le modèle de forêt aléatoire tend à sur-estimer le BEL contrairement au modèle de k plus proches voisins. En calculant une erreur moyenne telle que donnée par l’expression

$$Erreur = \frac{1}{n_{test}} \sum_{i=1}^{n_{test}} (\hat{y}_i - y_i)$$

, cette constatation est vérifiée.

	y_estime - y_theorique
kppv	-460 163
Forêt aléatoire	345 797

TABLE 4.3 – Erreur moyenne

Dans un état d’esprit actuariel de prudence, le choix n’est donc pas évident entre ces 2 modèles.

TABLE 4.4 – MAPE

	Random Forest	k plus proches voisins
Base Test	1,38%	4,16%
Base Apprentissage	0,97%	3,05%
Variance sur Test	0,02%	0,16%

La méthode k plus proches voisins est une méthode facile à implémenter et intuitive dans son mode de fonctionnement. Néanmoins, il apparaît à partir de ces résultats que cette méthode peut induire des erreurs importantes sur l'estimation du BEL et par conséquent du SCR.

Il est à noter qu'une erreur de 0,9% sur les BEL n'induit pas forcément une erreur de la même grandeur sur le niveau de fonds propres. Prenons l'exemple d'une compagnie ayant comme valeur d'actif 1000M et un BEL initial de 900M qui sera estimé à 891M. Par déduction le niveau de Present Value of Future Profits (PVFP) est de 100M. Or

$$\widehat{PVFP} = 1000 - 891 = 109$$

Cela représente une erreur de 9% sur le niveau de fonds propres. Il est donc important de surveiller l'impact des erreurs commises sur les modèles tant au niveau de leur valeur mais aussi de leur variance.

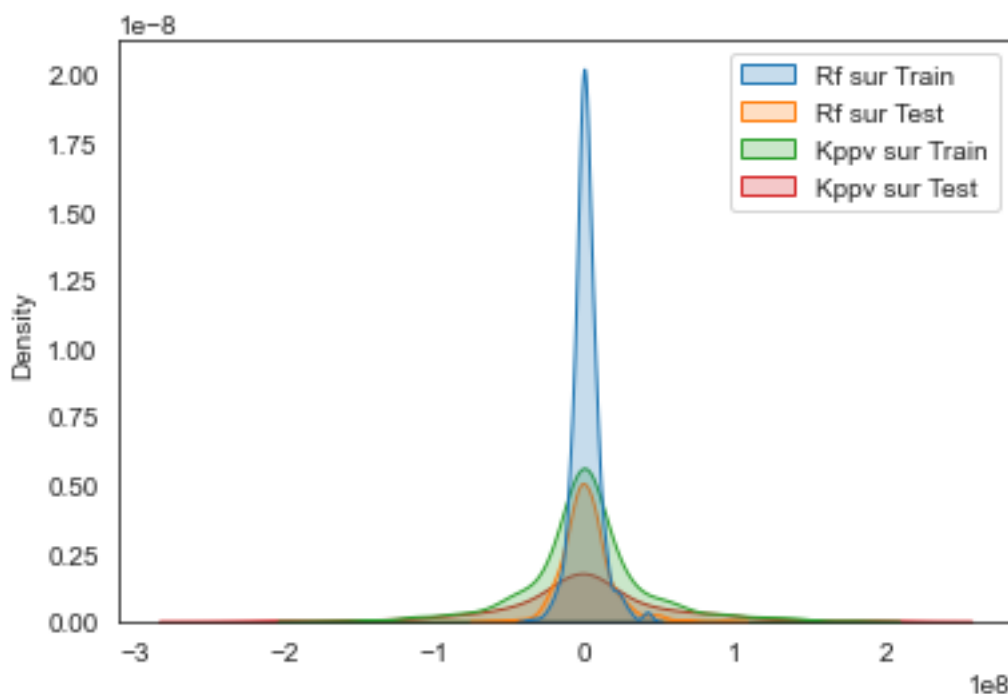


FIGURE 4.6 – Distribution des erreurs

Comme vu à la figure 4.6, il est vérifié que les erreurs sont plus centrées en 0 pour le modèle de Forêt aléatoire pour la base test et la base train.

En jetant un coup d'oeil à la variation des erreurs absolues sur l'échantillon d'apprentissage et de test, sans surprise l'erreur diminue lorsqu'on augmente le nombre d'arbres dans la forêt aléatoire (voir l'oeuvre de Leo Breiman [4]). L'avantage d'augmenter le nombre d'arbres est qu'un nombre élevé d'arbres évite le surapprentissage.

4.4.2 Résultats et interprétation

Les résultats de l'apprentissage une fois les paramètres de la forêt aléatoire et du k plus proches voisins calibrés sont présentés ci-dessous.

En tant qu'agrégation de plusieurs modèles, la forêt aléatoire reste difficile à interpréter. De même, le modèle de k plus proches voisins est difficile à visualiser dès lors que l'espace des variables dépasse 3 dimensions. Il reste toutefois possible d'étudier les interactions entre les variables ainsi que la significativité de celles-ci grâce à plusieurs méthodes.

A travers la méthode SHAP (SHapley Additive exPlanations), chaque prédiction est vue de manière individuelle. Cette méthode se base sur un modèle additif de valeurs shapley. Les explications apportées par ces méthodes s'appuient sur la contribution des variables à la valeur prédite. Les valeurs shapley sont utilisées de manière additive, c'est-à-dire de la même façon qu'un modèle linéaire classique :

$$f(x) = \phi_0 + \sum_{j=1}^d \phi_j x'_j \quad (4.1)$$

avec

$\phi_j \in \mathbb{R}$ la valeur shapley de la variable j

$x'_j \in \{0, 1\}^d$ indique la présence ou non de la variable j. Dans notre cas x' est un vecteur composé uniquement de 1. Cette variable est utile lorsque certaines observations ne possèdent pas toutes les variables

ϕ_0 est la moyenne de toutes les prédictions.

La valeur de shapley désigne la moyenne pondérée de la contribution marginale d'une variable à la prédiction. La méthode SHAP traduit les sorties de la forêt aléatoire et du k plus proches voisins en relation telle que présentée à l'équation 6. D'après cette expression, les interprétations s'articuleront en matière d'écartement positif ou négatif par rapport à la prédiction moyenne ϕ_0 . Par la suite, les notions "diminuer" et "augmenter" sous-entendent une variation par rapport à la valeur moyenne. Cette variation peut toutefois être généralisée lorsque les observations le permettent.

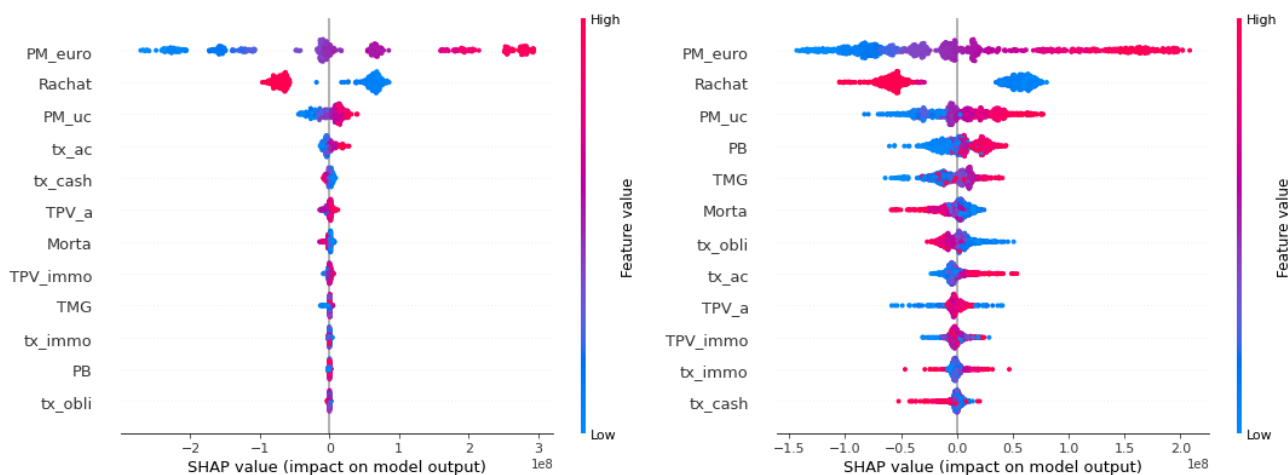


TABLE 4.5 – Importance des variables et interaction (Forêt aléatoire à gauche et k-ppv à droite)

La figure 4.5 représente les valeurs de shapley ϕ_j de chaque variable vues sur l'ensemble de la base de données, elle montre ainsi l'impact de ces dernières sur la prédiction ainsi que le sens de variation de la valeur prédite par rapport à la prédiction moyenne et suivant la valeur de la variable.

Les deux figures sont structurées de manières très différentes, ce qui appuie notre motivation d'utiliser deux méthodes opérant différemment. D'une part celle associée à la forêt aléatoire est plus condensée. Et la prédiction semble être définie uniquement par la PM Euro, le taux de rachat, le PM UC ainsi que la part en action. Il semblerait que le modèle soit assez simpliste, ce qui n'est pas le cas du modèle de k plus proches voisins. Selon la figure 4.5 du k plus proches voisins, toutes les variables ont un impact notable sur la prédiction. Cette figure suggère que le modèle k plus proche voisins est très sensible à la valeur des variables et pourraient sur-apprendre.

En tout cas, d'après la figure 4.5, la variable PM Euro est celle qui a le plus d'impact suivie du rachat ainsi que des provisions en UC et de l'allocation en actions. Cela est dû au fait que les engagements de l'assureur viennent principalement du canton Euro à travers les garanties qui y sont présentes. De manière générale, que cela soit UC ou Euros, le BEL augmente avec la valeur des provisions mathématiques. Cette constatation se retrouve également au niveau de la variable rachat, les faibles taux de rachat correspondent à des niveaux de BEL plus élevés dû à la présence de contrats avec des TMG. L'impact de la PM Euro est distinct dans les deux figures. Il semble suivre une tendance linéaire, d'après la figure du k plus proches voisins. En ce qui concerne le taux de rachat, les résultats démontrent 2 classes d'impact de rachat. Une classe à taux élevé fait baisser le BEL de plus de 500M par rapport à la valeur moyenne prédite. Et une autre classe associée au faible taux de rachat.

Dans le modèle de forêt aléatoire, le taux en obligations et le niveau de mortalité ne semblent pas influencer grandement le BEL. Tandis que du côté du k-plus proches voisins, un effet décroissant sur le BEL est notable. Cette situation peut s'interpréter par le faible rendement des

obligations. Ce niveau de rendement diminue la part de bénéfices à redistribuer aux assurés. De ce fait, la redevance des assureurs envers les détenteurs de contrat diminue.

Les méthodes de forêt aléatoire et k plus proches voisins sont en phase sur les 3 premières variables significatives (PM euro, rachat, PM UC). Par la suite, le modèle de forêt aléatoire se concentre sur les variables liées à l'actif (part en action/cash, TPV), et le modèle k plus proches voisins sur des variables liées au passif (PB, TMG). On peut donc s'attendre à ce que ce dernier soit plus sensible à des stratégies au passif comparée au modèle de forêt aléatoire.

Il est également montré que l'impact de l'allocation en actions est différent de celui des obligations et de celles de l'immobilier. En effet, il semblerait qu'une grande proportion en actions augmente le BEL tandis qu'une grande proportion en cash ou en obligations ne donne pas les mêmes issues. En réalité cette interaction entre BEL et l'allocation en actions dépend de la valeur de marché de ces actions. Lorsque le TPV augmente avec l'investissement en actions, le BEL augmente d'autant plus significativement. Il s'agit là de la revalorisation des contrats provenant de l'obligation de l'entreprise à reverser les bénéfices réalisés suivant le taux de PB contractuel.

Intéressons-nous à quelques observations en particulier pour comprendre le fonctionnement de la forêt aléatoire (par méthode SHAP). Nous analysons les données dans le tableau 4.6 et 4.7, l'acheminement selon la formule 4.1 est donné dans les graphes 4.8.

TABLE 4.6 – Situation niveau passif

N	PB moyen	TMG moyen	PM euro	PM UC	Taux de rachat moyen	Taux de mortalité moyen
3	85,2%	0,58%	90 000 000	244 200 000	40%	6,5%
4	93,1%	0,60%	1 171 797 E+3	277 396 090	5,31 %	7,0%

TABLE 4.7 – Situation niveau actif

N	TPV action	TPV immo	Prop obligation	Prop. action	Prop. immo	Prop cash
3	0%	-5,2%	60%	12,7%	19,6%	7,7 %
4	5,1%	-4,2%	50,8%	35,3%	1,1%	12,8%

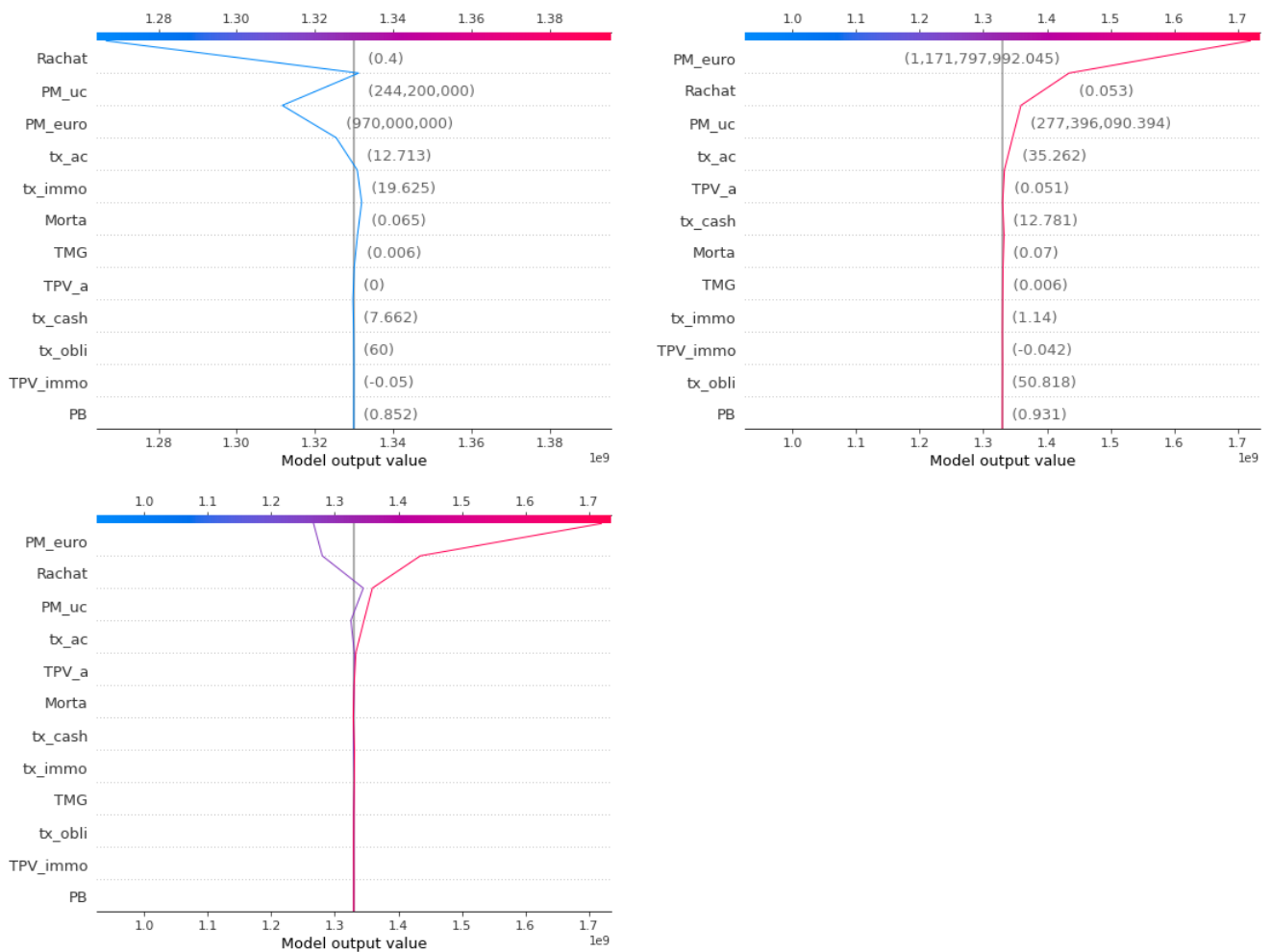


TABLE 4.8 – Acheminement forêt aléatoire

On remarque que le coefficient de taux de rachat lorsqu'il est associé à un choc de rachat massif diminue significativement le BEL de l'entreprise. Un constat que l'on retrouve dans la figure 4.5. Cela peut être expliqué par le fait que le canton Euro représente plus de 70% des provisions mathématiques. Un taux de rachat élevé libère l'assureur de certains engagements et garanties (TMG). Il faut toutefois faire attention aux interactions avec les actifs, et c'est toute la complexité du modèle ALM en assurance vie. En effet, une augmentation du taux de rachat est bénéfique lorsque les rachats sur les produits à garantie "élevée" l'emportent sur les produits tels que l'UC. Mais elle l'est aussi lorsque l'assureur détient des actifs suffisamment liquides pour régler les demandes de rachat sans avoir à vendre des actifs à des prix bas. Les effets individuels des variables sont donc à interpréter avec vigilance. On retrouve également dans ces figures l'effet croissant de la provision mathématique en Euro sur le BEL.

CHAPITRE

5

PROJECTION D'ACTIVITÉ SOUS ORSA ET APPLICATION

5.1 Projection d'activité sous ORSA

Afin d'évaluer l'efficacité d'un business plan dans le temps, il nous faut savoir comment se comportent les indicateurs de performance et de solvabilité sous l'hypothèse de ce business plan. Pour se faire, l'activité de la compagnie est suivie sur plusieurs années par l'intermédiaire de son compte de résultat et de son bilan. L'ORSA implique donc une étude sur des scénarios de risques qui se devrait d'explorer tous les états du monde et les évolutions possibles des risques. Pour faciliter cette étape, une approche multi déterministe est communément utilisée. Afin de respecter les règles de la prudence, 2 cas au minimum sont étudiés un état dit "central" et un état "pessimiste". Un état "optimiste" peut être ajouté. L'état "pessimiste" est une situation défavorable à l'entreprise dans laquelle les actions menées n'aboutissent pas au comportement escompté et entrave la bonne réalisation des objectifs. Nous nous proposons dans ce mémoire d'étudier un scénario central de business plan. L'approche de l'ORSA combine donc la vision monde réel qui permet de refléter l'activité de l'entreprise et une vision risque neutre pour effectuer les calculs de BEL.

La projection du bilan se fait d'une année à l'autre en fonction des évolutions économiques, de la situation initiale, des anticipations et du business plan. La projection du Passif et de la valeur Nette Comptable de l'Actif s'effectuent à l'aide des anticipations du business plan. L'évolution de la valeur de marché de l'Actif provient de l'étude d'indices reflétant les postes de l'Actif, il s'agit des Key Risk Indicators (KRI). La situation initiale est celle exposée ci-après. Il s'agit

du point de départ de la projection sur l'horizon temporel du business plan. Nous étudions un exemple de business plan établi sur 3 ans. A chaque pas de temps, la projection se fera par déformation des montants initiaux suivant les objectifs stratégiques.

5.1.1 Situation initiale

Sous les hypothèses citées dans le chapitre 3, on dresse le bilan économique à $t = 0$ de la compagnie sous les conditions initiales. Le tableau suivant reprend les caractéristiques initiales des assurés*. Comme il est énoncé plus haut, les provisions en Euro sont beaucoup plus élevées que celles en UC.

	Euro	UC
Provisions mathématiques (M d' €)	1 000	220
Age moyen	58	58
TMG moyen	0,58%	
PB moyen	90,67%	
PMVL actions	18%	
PMVL immobilier	10%	
Taux de chargement sur Encours	0,90%	0,90%

FIGURE 5.1 – Passif initial de l'assureur

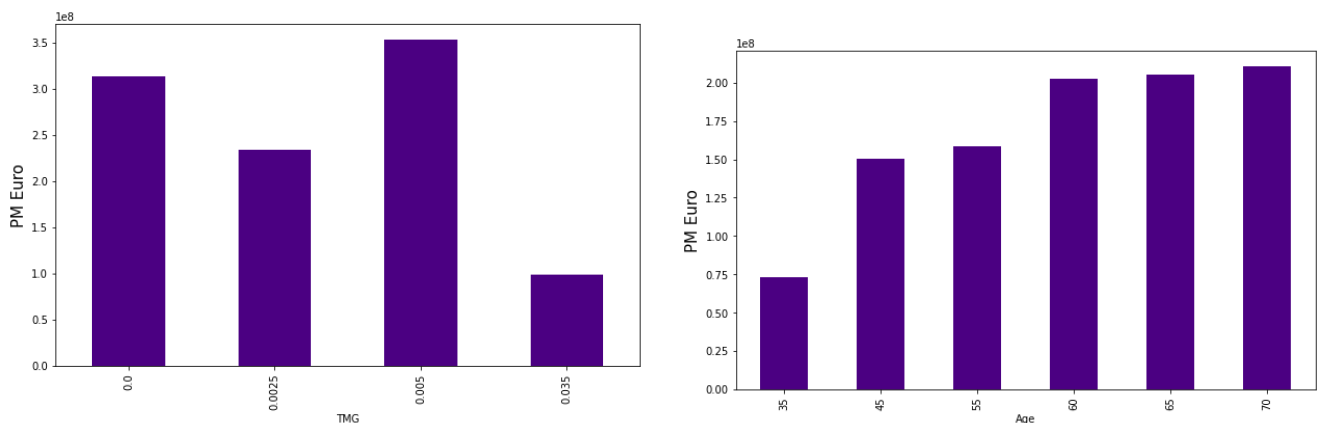


TABLE 5.1 – Répartition des encours Euro par TMG et Age

La répartition de la richesse de l'assureur dans chaque classe d'actifs est donnée dans la figure 5.2. L'assureur préfère investir une plus grande partie de sa richesse dans des placements moins

*. les moyennes sont pondérées par les provisions mathématiques

risqués c'est-à-dire en Obligation notamment d'Etat. L'allocation du portefeuille obligataire à travers les différentes maturités reste celle qui est représentée à la figure 3.3. Et la répartition entre obligations d'Etat et obligations corporate est toujours de 50% - 50%. Il est cependant possible, dans une extension de travaux, rajouter ces deux paramètres aux leviers de pilotage stratégique pour en étudier l'impact sur la solvabilité de l'entreprise.

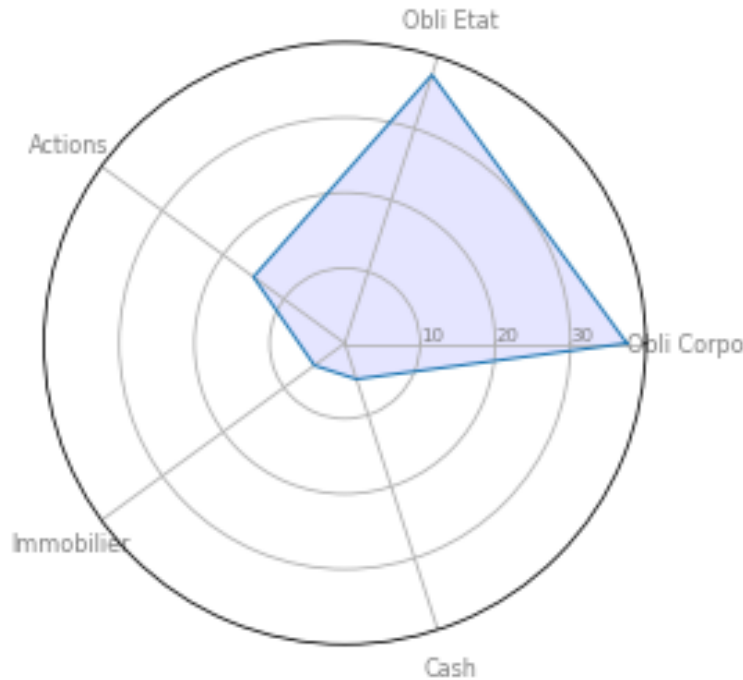


FIGURE 5.2 – Répartition initiale des actifs

En faisant tourner le modèle ALM avec ces conditions initiales on obtient un bilan Solvabilité II (Euro + UC) retranscrit dans la figure 5.3.

Actif		Passif	
Obligations	920,7	PVFP	43,1
Etat	479	Euro	28,6
Corporate	441,7	UC	14,5
Actions	191,4	BEL	1374
Immobilier	59,5	Euro	1169,3
Cash	25	UC	204,7
UC	220	Ecart de convergence	-0,40639
Total	1416,6	Total	1416,6

FIGURE 5.3 – Bilan en situation initiale en Millions d'Euros

L'écart de convergence présenté ici est calculé tel que

$$Ecart = \frac{Passif^* - Actif}{Actif}$$

* :Valeur du Passif hors écart de convergence

Cet écart de convergence tend vers zéro à mesure que le nombre de simulations augmente. Cet écart de convergence résulte de l'imperfection des simulations stochastiques produites par le GSE. Celui-ci ne saurait explorer exhaustivement tous les états du monde possible. Pour réduire cet écart de convergence, nous pourrions augmenter le nombre de simulations étudiées. Au-delà de 1000 scénarios, le gain en précision ne compense pas le temps de calcul accru engendré par l'augmentation des scénarios.

On remarque que bien que la provision mathématique investie en UC représente 20% de la provision totale, le BEL associé à l'UC représente environ 15% seulement du BEL total. Les engagements de cet assureur sont majoritairement induits par les contrats en Euros. On s'intéresse particulièrement au SCR obtenu et à sa déclinaison entre les différents sous-modules de risques étudiés dans le cadre de ce mémoire. La figure 5.4 appuie le fait que le risque de marché est le plus présent pour un assureur vie, il représente dans notre cas plus de 85% du SCR de base.

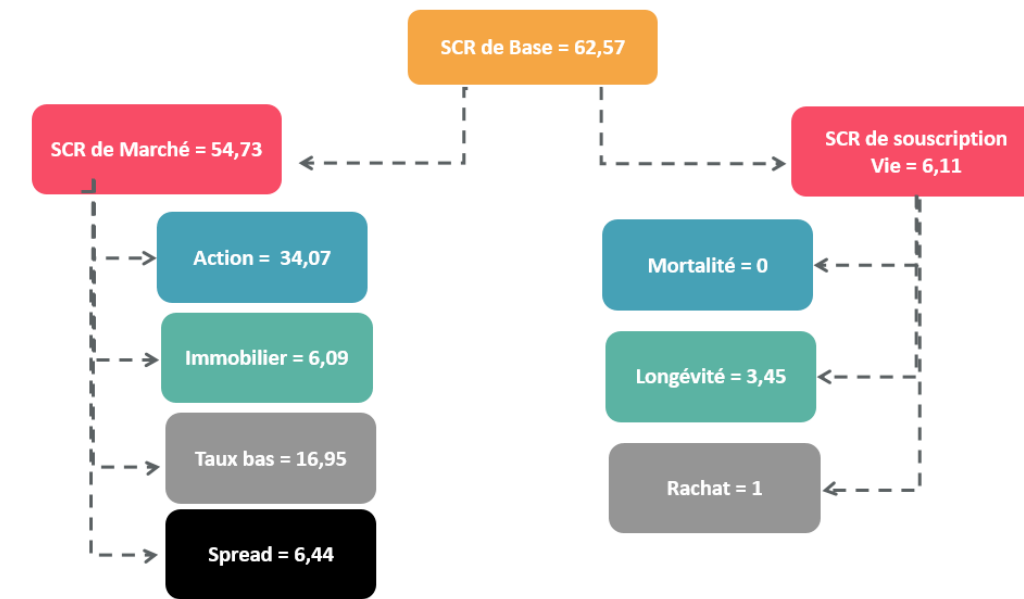


FIGURE 5.4 – Déclinaison des SCR (en Millions d'euros)

5.1.2 Projection du passif

L'évolution du passif est déterminée en grande partie par le business plan. A travers le plan d'actions formulé dans le business plan, on anticipe l'évolution des postes tels que le TMG moyen, le montant de prestations, l'ampleur de l'arbitrage euro-uc, le montant des cotisations et les différents taux de frais. Chacune de ces variables sont fixées sur 3 ans (durée de mise en place du business plan). Finalement, les provisions mathématiques varient d'une année à l'autre selon les relations suivantes

$$\begin{aligned}
PM_{t+1}^{Euro} &= PM_t^{Euro} + Cotisations_{t+1} - Prestations_{t+1} \\
&\quad - Arbitrages_{t+1} + Interets\ techniques_{t+1} - Frais_{t+1} + PB_{t+1}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned}
PM_{t+1}^{UC} &= PM_t^{UC} + Cotisations_{t+1} - Prestations_{t+1} \\
&\quad + Arbitrages_{t+1} + \Delta Valeur_{UC} - Frais_{t+1}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Comme vu précédemment, l'hypothèse que l'UC est investie en totalité dans les actions et ne fait objet d'aucune garantie est émise. Mise à part les sorties, seule la valeur à date des actions investies revalorise l'état des provisions mathématiques en UC. Le calcul de la provision mathématiques en Euro est un peu plus complexe du fait des garanties inscrites dans les contrats. On appelle collecte nette la valeur donnée par

$$Cotisations - Prestations$$

Les intérêts techniques mentionnés dans la formule 5.1 désignent le montant versé au titre de la garantie TMG. On suppose que cet intérêt technique et tous les frais sur encours se calculent à la demi-année, c'est-à-dire que l'intérêt technique versé au titre de l'année t est calculée sur la base du niveau de provisions mathématiques au terme du premier semestre de l'année t .

$$IT_{t+1} = TMG \times \frac{2 \times PM_t + Collecte\ nette_{t+1} - Arbitrages_{t+1}}{2}$$

La PB désigne ici le montant versé au titre de la clause de participation aux bénéfices. Elle dépend du taux servi cible que se fixe la compagnie pour maîtriser à la fois les rachats et lisser la distribution de ses bénéfices, suivant le mécanisme décrit à l'algorithme 1. La PB correspond de ce fait à la différence entre la valeur de revalorisation cible et les intérêts techniques.

Dans le cadre de l'ORSA, toutes ces quantités doivent s'inscrire par anticipation dans un business plan. Le business plan définit le niveau de cotisation attendu, il est par exemple possible d'envisager une politique visant à promouvoir les produits de l'entreprise pour lesquels le business plan anticiperait une augmentation de la cotisation nette. De même, la quantification de l'arbitrage de l'Euro vers l'UC relève du business plan et peut dépendre à la fois de la stratégie des assureurs pour orienter les assurés dans un support plutôt qu'un autre, mais aussi de la réactivité des assurés face aux facteurs environnants. Avec le contexte des taux bas, les assureurs motivent de plus en plus les assurés à migrer leurs capitaux de l'Euro vers l'UC. Cependant, à cause de la crise sanitaire, les assureurs doivent faire face à une baisse de la collecte nette. Les assurés favorisent la liquidité.

5.1.3 Key Risk Indicator

Les Key Risk Indicators sont étudiés pour suivre l'évolution d'un risque. Ces indicateurs jouent le rôle de "repère" pour faire évoluer la valeur de nos actifs. Les actifs de la compagnie sont soumis aux risques relatifs à l'action, l'immobilier et les taux. Les indicateurs utilisés sont l'EuroStoxx50, l'iTraxx, le TEC 10, l'euribor et l'IEIF. Chacun de ces indices sont étudiés en tant que série temporelle afin d'en projeter le comportement futur.

Méthode d'analyse des indices

Chaque indice est récupéré pour les années comprises entre 2008 et 2019. Pour ne pas polluer les données temporelles, les années de forte crise sont exclues telles que 2008 et 2020. Prendre en compte des années de chocs sur les indices reviendrait à quantifier 2 fois un stress sur les modules de risque lors du calcul du SCR.

L'étude des indices se fait à l'aide d'un modèle SARIMA (Seasonal Auto Regressive Integrated Moving Average), qui est un modèle de moyenne mobile ARIMA auquel on autorise l'ajout de composant saisonnier. Le modèle SARIMA prend en entrée 7 paramètres et est noté $SARIMA_s(p, d, q)(P, D, Q)$.

Le modèle s'écrit :

$$\Phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D X_t = \theta_0 + \Theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\epsilon_t \quad (5.3)$$

où

Φ_l et Θ_l sont des polynômes de degré l qui n'ont pas de racines communes et dont les racines sont de module >1 .

$$\Phi_l(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_l B^l$$

$$\Theta_l(B) = 1 - \theta_1 B + \dots + \theta_l B^l$$

B est appelé opérateur de différenciation et on a les relations suivantes :

$$B^d X_t = X_{t-d}$$

$$(1 - B^s)X_t = X_t - X_{t-s}$$

$(1 - B)^d$ est obtenu par itération sous la convention

$$(1 - B)^d = (1 - B) \circ (1 - B)^{d-1}$$

s : désigne la saisonnalité de la série. Dans notre cas $s = 12$ car on est en présence de données mensuelles.

En calibrant un tel modèle SARIMA, 4 aspects sont exploités :

- Le caractère autorégressif de l'indice grâce à p . Cela signifie que le comportement de l'indice temporel dépend à la manière d'un modèle de régression à des variables explicatives qui sont dans le modèle 5.3 les p valeurs dernières valeurs de l'indice.
- La non stationnarité de la série temporelle par le biais de d . Les modèles ARIMA et SARIMA fonctionnent seulement sur des séries temporelles dites stationnaires. On dit qu'une série temporelle X_t est stationnaire lorsque son espérance et sa variance ne dépendent pas du temps et aussi lorsque la covariance entre X_k et X_l ne dépend que de $|l - k|$ pour tout l et k . Cela exclut les séries présentant une tendance et/ou une hétéroscédasticité.
- L'utilisation de processus moyenne mobile grâce à q . Cet aspect inclut le calcul de la moyenne glissante et permet un lissage de la série au cours du temps.
- La saisonnalité qui est une particularité est intégrée par l'intermédiaire de s . De plus le modèle ARIMA(p,d,q) est appliqué sur chaque point, tandis que l'ARIMA(P,D,Q) est appliqué à chaque période

On cherche les paramètres optimaux permettant de minimiser l'AIC. Le critère AIC ou Akaike Information Criterion est défini par :

$$AIC = -2\log(L) + 2k$$

où

L est la vraisemblance maximisée

k est le nombre de paramètres à estimer dans le modèle.

L'AIC offre un compromis entre biais et parcimonie grâce à la pénalisation $2k$ croissante avec le nombre de paramètres.

Pour chaque indice, les étapes à suivre sont décrites ci-dessous

- Etape 1 : Traitement de l'hétéroscédasticité :
On remarque un phénomène d'hétéroscédasticité lorsque la variance de la série dépend du temps. Une transformation logarithmique permet de remédier à cela.
- Etape 2 : Traitement de la tendance et saisonnalité :
La série est décomposée de façon à en extraire une tendance déterministe et une saisonnalité. Si ces cas de figures se présentent on procède à une différenciation, une première fois pour supprimer la tendance ($y_t - y_{-1}$) et une autre fois pour supprimer une saisonnalité de fréquence s ($y_t - y_{t-s}$).
- Etape 3 : Calibration des paramètres
- Etape 4 : Etude des résidus

La transformation par méthode de Box-Cox permet de transformer la série temporelle pour s'approcher au mieux d'une distribution gaussienne. La transformation de Box-Cox est donnée par :

$$BC_\lambda(x) = \begin{cases} \log(x) & \text{si } \lambda = 0 \\ \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \text{si } \lambda \neq 0 \end{cases}$$

Pour chaque valeur de λ la série est transformée et l'adéquation à la loi normale est évaluée à partir du LogLikelihood.

Cette partie ne présentant pas un enjeu majeur dans le cadre de ce mémoire, les détails ne sont pas exposés ici mais les cours d'Arthur Charpentier [5] donnent de bons exemples d'applications.

Eurostoxx 50

L'Eurostoxx 50 regroupe 50 compagnies les plus représentatives des pays de la zone Euro et en calcule la performance moyenne. Les sociétés recouvrent 18 domaines différents dans 11 pays de la zone euro dont la France. En guise d'exemple, Airbus Group, L'Oréal, TOTAL en font partie. Cet indice est revu annuellement afin de mettre à jour les entreprises y figurant suivant un classement selon des références jugées stables.

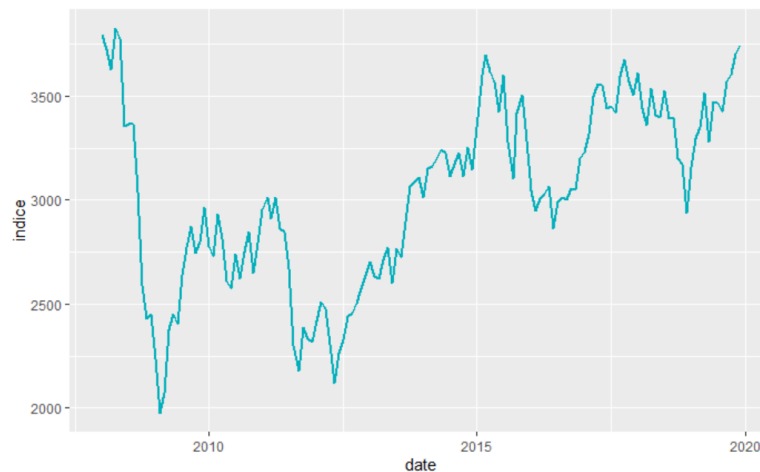


FIGURE 5.5 – Indice Eurostoxx

Taux de l'Echéance Constante 10 ans (TEC10)

Il s'agit du taux de rendement actuariel d'une valeur du Trésor fictive dont la durée de vie à chaque instant est égale à 10 ans *. Il est calculé à l'aide des emprunts d'Etat ou Obligations assimilables du Trésor(OAT), par interpolation linéaire entre deux OAT dont les maturités sont les plus proches de 10 ans. Cet indice est utilisé pour illustrer le risque couru par une entreprise sur son positionnement en Obligation d'Etat. En ne se limitant que sur cet indice, les obligations corporates sont traitées de la même façon que celles de l'Etat. Afin d'intégrer une spécificité pour ces obligations corporates, qui présentent un risque de défaut moins présent pour l'Etat, on a recours à l'indice iTraxx.

*. définition banque de france

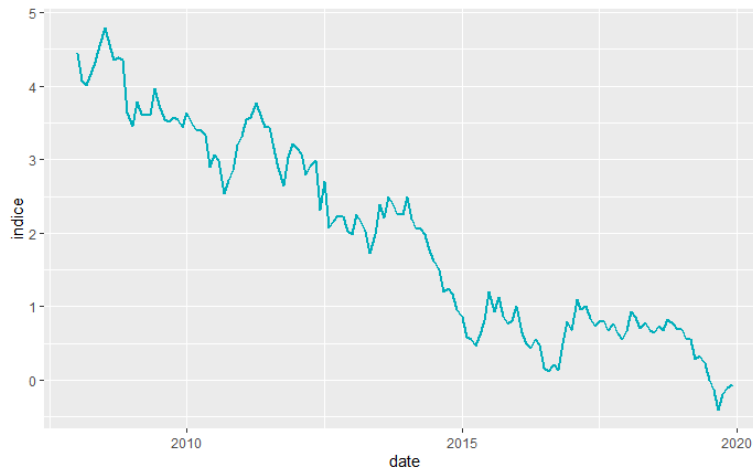


FIGURE 5.6 – Indice TEC

iTraxx

L'iTraxx est un indice calculé à partir d'un regroupement de produits dérivés de crédit et particulièrement de CDS (Credit Default Swap) *. L'indice permet aux investisseurs de gérer leurs expositions sur les crédits.

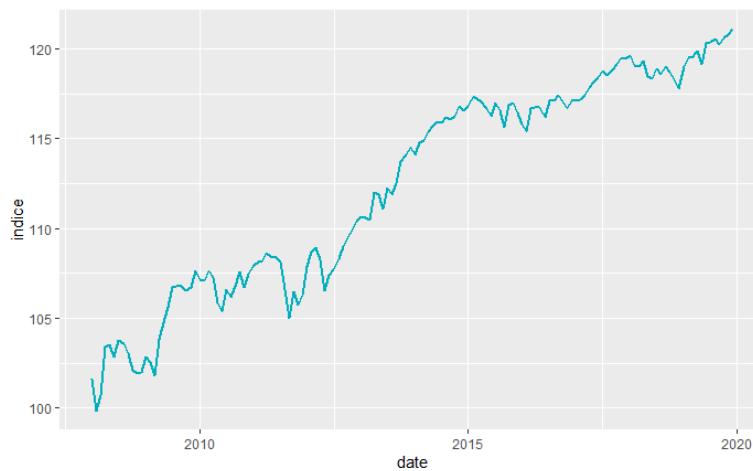


FIGURE 5.7 – Indice iTraxx

IEIF Immobilier

L'Institut de l'Épargne Immobilière et Foncière est un centre d'études, de recherche et de prospective spécialisé en immobilier. Il publie l'indice IEIF Immobilier, qui est un indice national et européen composé de l'ensemble des Sociétés d'Investissements Immobiliers Cotées (SIIC). Cet indice permet d'effectuer un suivi exhaustif des sociétés foncières et d'évaluer leur performance. L'indice utilisé dans ce mémoire sera l'indice français.

*. Le CDS est un produit dérivé dans lequel le vendeur s'engage à dédommager l'acheteur en cas de défaut de paiement sur la dette que détient l'acheteur

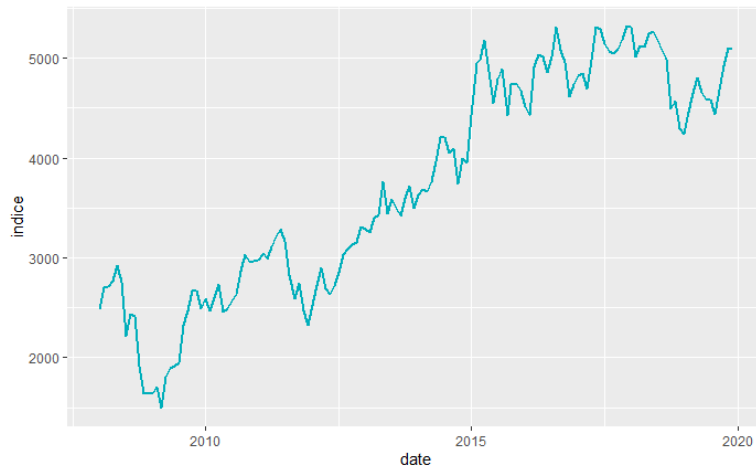


FIGURE 5.8 – Indice IEIF Immobilier

5.1.4 Projection de l'actif

Pour la projection de la partie Actif il convient de distinguer la projection en valeur nette comptable et en valeur de marché ainsi que la valeur avant et après rebalancement des actifs.

Valeurs Nettes Comptables

En premier lieu, l'étude portera sur la partie Euro de notre portefeuille. Par principe, avant rebalancement, la valeur nette comptable totale des actifs coïncide avec la valeur des provisions techniques qui se situent au Passif. La valeur nette comptable est ventilée sur les classes d'actifs en respectant l'allocation cible prédéfinie. Ainsi pour chaque classe d'actifs, la nouvelle valeur nette comptable après rebalancement se calcule par

$$VNC_{Actif,t+1} = Allocation_{Actif} \times Provisions \quad (5.4)$$

Pour atteindre cette nouvelle valeur, des opérations d'achats et de cessions sont effectuées. Le montant de ces transactions doivent correspondre à la différence entre la valeur attendue en fin d'année et la valeur détenue c'est-à-dire $VNC_{Actif,t+1} - VNC_{Actif,t}$. Si cette grandeur est négative, l'assureur détient bien plus que ce qu'il n'en faut et doit vendre le montant correspondant d'actif. A l'inverse si cette grandeur est positive, l'assureur doit acheter.

Dans le canton UC, l'intégralité du capital est investie dans les actions, il n'y a donc pas d'étape de rebalancement. Et la valeur nette comptable des actifs en face de l'UC (Actions) correspond exactement aux provisions mathématiques enregistrées sous le contrat UC : PM_{t+1}^{UC}

Pour être plus rigoureux, la valeur des actifs doit être amortie pour avoir la valeur nette comptable finale. Dans le cadre de ce mémoire, les amortissements sont négligés.

Valeurs de Marché

Dresser le bilan S2 demande la connaissance de la valeur de marché des actifs. Il est donc nécessaire, dans le cadre de la projection sous ORSA, d'avoir une trajectoire de valeur à chaque pas de l'horizon temporel étudié.

L'évolution de la valeur de marché, toute chose égale par ailleurs, n'est pas un mécanisme qui découle d'un choix stratégique ou intrinsèque au fonctionnement du modèle. L'environnement économique dicte la trajectoire d'évolution temporelle de la valeur de marché des actifs. C'est à cette étape que les KRI mentionnés plus haut interviennent. Plus précisément pour décider de la trajectoire future empruntée par chaque type d'actif, on choisit d'étudier l'évolution temporelle d'indices boursiers qui reflètent au mieux le risque sous-jacent aux classes d'actifs. Ces indices doivent prendre en compte les caractéristiques des actifs du bilan. Par exemple, une compagnie dont les investissements en action portent majoritairement sur des actions hors Europe peut

opter pour le Nasdaq au lieu de l'Eurostoxx.

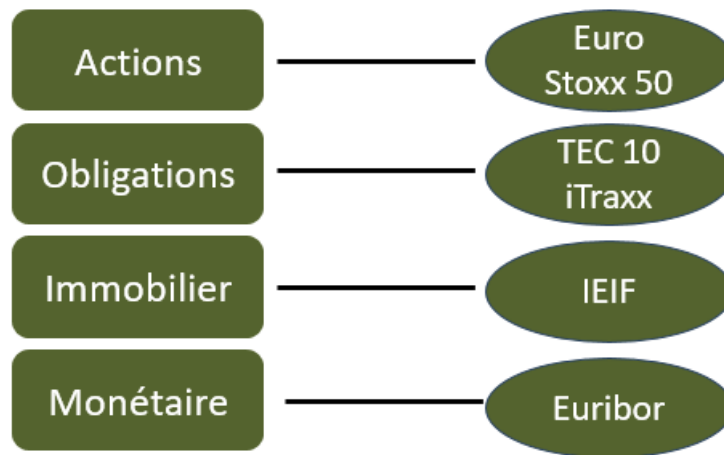
L'évolution de la valeur de marché des classes d'actifs est entièrement transcrite à partir de l'évolution d'indices qui leur sont idéalement fortement corrélés. Ce caractère rejoint les données utilisées pour la calibration au niveau du GSE. Pour obtenir les valeurs avant rebalancement des actifs en action et immobilier, les formules suivantes sont appliquées :

$$VM_{Actif,t+1} = VM_{Actif,t} + VM_{Actif,t} \times \left(\frac{Indice_{t+1}}{Indice_t} - 1 \right) \times Elasticite(indice, actif) \quad (5.5)$$

L'évolution du cash se calcule par la formule suivante :

$$VM_{t+1} = VM_t \times (1 + Euribor_{t+1}) \quad (5.6)$$

L'élasticité mentionnée dans la formule 5.5 sert à mesurer la réactivité de la valeur de l'actif par rapport à la valeur de l'indice. En effet, faire varier la valeur de marché de l'actif de la même façon qu'un indice suppose que les deux grandeurs soient parfaitement corrélées. C'est rarement le cas mais, nous supposons malgré tout que toutes les élasticités utilisées valent 1. C'est une hypothèse forte qui peut être modifiée en analysant les données antérieures. A partir de l'historique des valeurs de marché de chaque classe d'actif et l'historique des indices, la corrélation de leurs trajectoires est estimable, toutes choses étant égales par ailleurs, et en déduire la valeur de l'élasticité. A partir des définitions données à la partie 5.1.3, les correspondances suivantes sont choisies :



La valeur de marché des actifs après rebalancement revient à comptabiliser les achats et cession. Ces opérations se font à leur valeur réelle, cette étape inclut donc les plus ou moins value réalisés à l'achat ou à la vente.

Dans le cas de l'UC, à chaque date t , la valeur de marché est exactement égale à la valeur nette comptable qui comme dit précédemment est elle même égale à la provision mathématique. L'évolution d'une année à l'autre se traite de manière analogue à l'Action c'est-à-dire par variation du KRI Eurostoxx.

5.2 Définition du business Plan

Conçu à l'occasion de la création d'une entreprise ou du lancement d'un produit ou même d'un changement d'objectif interne et bien d'autres encore, le business plan récapitule toute la stratégie d'une entreprise. Ce business plan dessine les étapes et moyens développés pendant une période par une entreprise pour atteindre un objectif. Pour se faire, il détaille et chiffre généralement les comptes de résultats et les bilans prévisionnels en fonction des orientations et des perspectives d'évolutions. Le business plan doit être attentif aux risques et à la rentabilité des produits mais aussi au contexte dans lequel celui-ci se développera et donc à tout changement qui pourrait influencer la bonne exécution des actions à mener. Il s'agit par exemple des changements de réglementations, de méthodes, des changements économiques etc...

L'ORSA opère sous l'hypothèse de continuité d'activité pendant toute la durée du business plan, ce qui le différencie du Pilier 1.

Le business plan d'un assureur vie doit répondre à plusieurs exigences spécifiques.

- Des hypothèses sur le model point passif. Ce volet doit comporter l'évolution du new business c'est-à-dire les nouveaux souscripteurs. Il est également nécessaire de savoir la progression des primes reçues, des prestations, des frais sur encours etc..
- Des hypothèses stratégiques à l'actif. Il s'agit de l'allocation des actifs que l'entreprise souhaite mettre en place. C'est une stratégie qui devrait permettre à l'entreprise de réaliser plus ou moins de bénéfices suivant la performance des actifs investis.

En ce sens, le business plan est un dispositif nécessaire pour mieux mettre en oeuvre et effectuer un suivi d'une stratégie ou d'un projet.

Dans ce papier, on définit une stratégie incitant les clients à la souscription en UC. Cela peut se faire en offrant des contrats UC attrayants ou en réduisant la qualité des contrats en Euro. L'entreprise peut notamment ajouter des garanties sur les contrats UC pour rassurer les clients averse au risque. Ce type de stratégie élève le montant des engagements des assureurs, l'ORSA se doit de surveiller de près son impact sur la solvabilité de l'assureur. L'entreprise peut également réduire le taux cible de revalorisation des contrats Euros, qui pourrait motiver les assurés à arbitrer plutôt vers des supports plus rémunérateurs tels que l'UC. Il ne faut tout de même pas oublier qu'une telle stratégie pourrait également pousser les assurés vers la concurrence et donc à racheter leurs contrats. Le business plan prévoit donc une hausse de nouveaux contrats pendant les 3 ans et parallèlement, un arbitrage de Euro à UC.

Dans un contexte de taux bas qui met à mal les investissements en obligations, notre entreprise fictive tente également une nouvelle approche sur l'allocation en actifs des provisions en Euro en s'orientant vers plus d'actions au détriment des autres classes d'actifs. C'est un choix plus risqué mais peut être soutenable s'il est bien suivi et accompagné.

Ces états du business plan permettent de projeter la valeur nette comptable des actifs ainsi que les futures provisions techniques de l'assureur. A partir de ces données, on évalue successivement le BEL et le SCR associés grâce au Machine Learning.

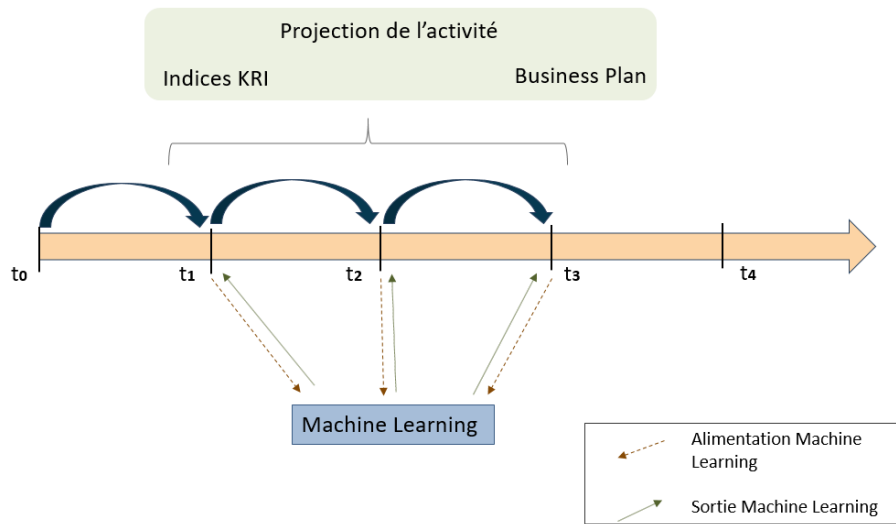


FIGURE 5.9 – Procédure

Le business plan est détaillé dans les tableaux suivants.

	N	N+1	N+2	N+3
Nouvelle Collecte Primes Euros*	8%	7%	6%	5%
Nouvelle Collecte Primes UC*	7%	9%	10%	10%
Arbitrages Euro UC*	0%	1%	2%	3%
Prestations décès*	1,34%	1,34%	1,34%	1,34%
TMG moyen	0,60%	0,50%	0,50%	0,40%
PB contractuel	non modifié			
Frais	non modifié			
Taux servi	1,34%	1,08%	0,88%	0,60%

* en pourcentage des provisions mathématiques initiales

TABLE 5.2 – Business plan

Allocation des actifs	N	N+1	N+2	N+3
Obligations	76,8%	76,4%	76,0%	75,0%
Actions	15,6%	16,0%	16,8%	18,0%
Immobilier	5,2%	5,2%	5,0%	5,0%
Cash	2,4%	2,4%	2,2%	2,0%

TABLE 5.3 – Business plan

On émet l'hypothèse que les assurés ayant racheté ne décèdent pas, c'est-à-dire, la prestation à l'année t est donnée par :

$$prestation_t = PM \times (Taux\ rachat_t + Taux\ deces_t - Taux\ rachat_t \times Taux\ deces_t)$$

5.3 Evaluation du BEL et du SCR

Sous ce business plan, nous établissons un "bilan" de l'activité de l'entreprise aux dates $t+1, t+2, t+3$.

La valeur des actifs, valeurs nettes comptables ou valeur de marché, est calculée suivant la méthode évoquée au 5.1.

Les BEL sont obtenus à partir du modèle de machine learning qui permettent à leur tour d'évaluer le SCR pour chaque date.

Pour une année i :

- On modifie les variables explicatives par les nouvelles valeurs de l'année i données par le business plan. Nous obtenons ainsi le BEL central
- Sans modifier les autres variables, on modifie uniquement le TPV de l'action et de l'immobilier de manière à appliquer un choc respectivement de 61% et 75% (comme donné dans le tableau 2.5). Nous obtenons par ce procédé les BEL stressés
- La configuration initiale est reprise et seuls les taux de rachat et de mortalité sont choqués. Nous obtenons les BEL choqués selon le risque de souscription vie
- A partir de la configuration initiale on modifie la proportion en obligations induite par le choc de spread et le choc de taux.
- Le capital à immobiliser (SCR) pour chaque type de choc est donné selon la formule 2.9 par

$$SCR_{choc} = (Actif_i - BEL_i) - (Actif_{choc} - BEL_{choc})$$

La valeur de marché des obligations est impactée par le stress sur le spread et le taux d'intérêt.

La nouvelle valeur permet de recalculer la part des obligations dans le portefeuille choqué. C'est à partir de cette nouvelle valeur que le BEL sous-module spread et taux est obtenu. Cette procédure est peu précise, il aurait fallu inclure dans les variables, la valeur de marché des obligations (à l'instar de l'action et l'immobilier) pour mesurer au mieux l'impact de ces chocs.

Numéro Situation	Choc
1	Scenario central
2	Choc Rachat Massif
3	Baisse de rachat
4	Hausse de rachat
5	Choc mortalité
6	Choc action
7	Choc Immobilier
8	Choc spread
9	Choc taux

TABLE 5.4 – Code numéro situation

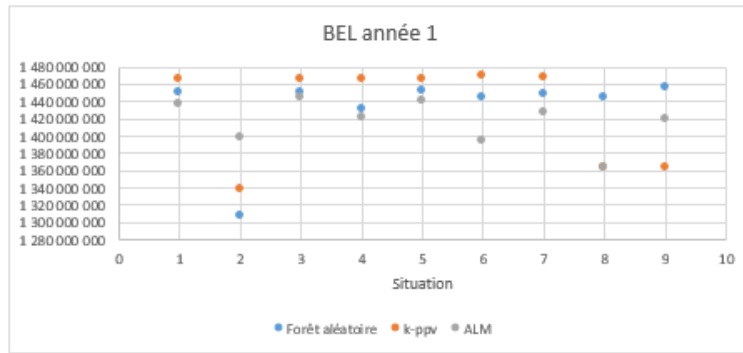


FIGURE 5.10 – Estimation BEL année 1

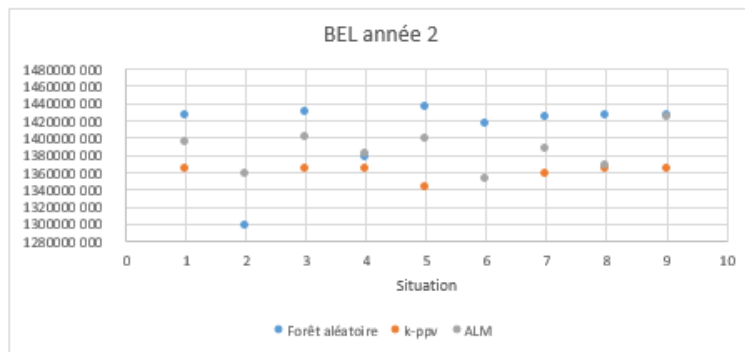


FIGURE 5.11 – Estimation BEL année 2

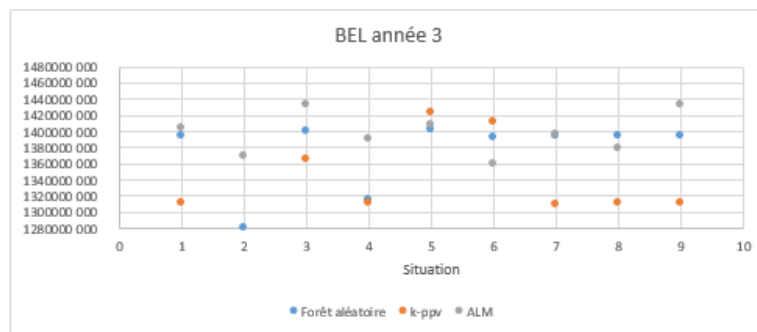


FIGURE 5.12 – Estimation BEL année 3

Les limites d'un modèle de machine learning apparaissent vite. Les modèles ainsi que les paramètres ont été choisis sur un critère d'erreur moyen. Une observation indépendante marginale peut présenter une erreur importante. Ainsi en regardant un module de risque précis, exemple SCR action ou même SCR marché, les erreurs peuvent atteindre jusqu'à 39%. Mais une fois tous les SCR agrégés par les formules présentées dans le chapitre 2, on aboutit à un taux d'erreur maximal de 10%.

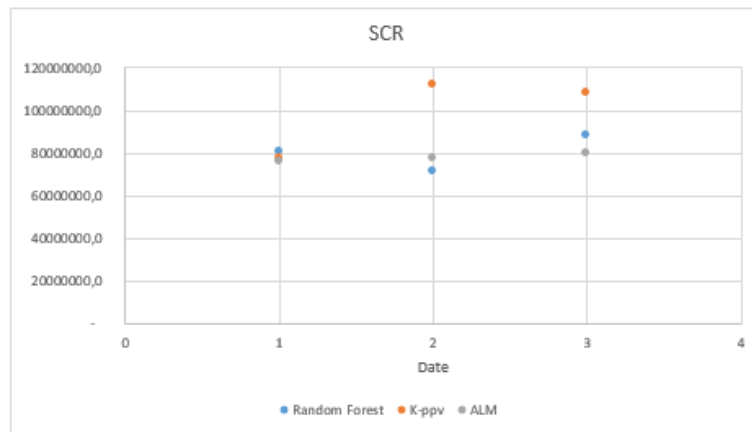


FIGURE 5.13 – Estimation SCR

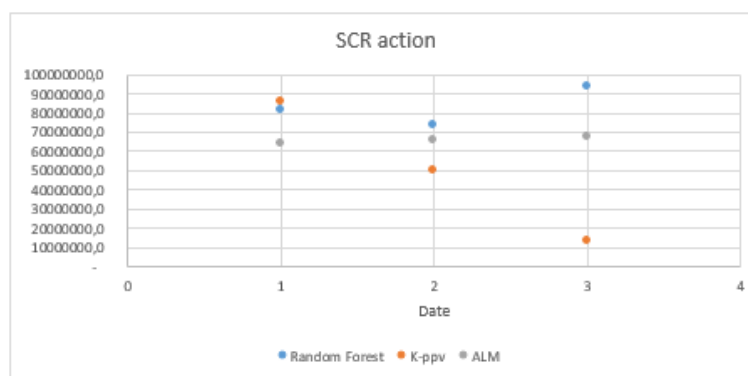


FIGURE 5.14 – Estimation SCR action

Il apparaît donc que bien que nos modèles de Machine Learning estiment le BEL avec un taux d'erreur satisfaisant, l'accumulation des erreurs de Fonds propres et d'estimation de valeur de marché dans le temps creuse le taux d'erreur sur le SCR et surtout pour des dates futures. En effet, plus la date est lointaine dans le futur plus les incertitudes sur les valeurs grandissent. Un aspect indirect s'ajoute également à cela, il s'agit du comportement des assurés. Bien que l'entreprise s'oriente vers une stratégie migrant les assurés vers de l'UC, rien ne garantit que c'est effectivement ce que les assurés vont faire.

Pour stabiliser les estimations, il faudrait prendre la moyenne de plusieurs scénarios "très" proches. Cette agrégation pourrait offrir une estimation plus fiable du BEL et donc du SCR.

Il apparaît également que les scénarios les moins bien prédits sont ceux issus du choc spread, taux. En effet, l'impact de ces deux chocs n'est pas assez matérialisés par les variables apprises par les modèles. Des variables reflétant plus la valeur de marché des obligations et une meilleure granularité des informations au niveau des obligations pourraient être une bonne approche.

En tout cas, cette constatation affermit l'idée que ce modèle ne pourrait s'utiliser pour des calculs de capitaux réglementaires régis par le Pilier 1.

Il est tout à fait envisageable de développer un modèle de Machine Learning pour chaque

module de risque (ou sous-module de risque) afin de permettre une évaluation du SCR grâce au Machine Learning avec plus de précision et de fiabilité.

5.3.1 Avantages et limites de la méthodologie

La base de données utilisée a été générée par l'outil de manière automatique et indépendante des modèles de Machine Learning. L'utilisateur a le contrôle sur cet outil car il peut choisir et modifier les variables qu'il souhaite extraire. De ce fait, s'il y a un changement significatif sur le profil de risque de l'assureur, et seulement si cela est nécessaire, il est capable de manier l'outil pour générer la base de données correspondante. Cet aspect rajoute une flexibilité en plus à nos études, qui de ce fait ne sont pas figées à une situation initiale précise.

Par ailleurs, la base de données utilisée contient des situations "centrales" et des situations "choquées" pour lesquelles le BEL correspondant est récupéré. Ainsi, les modèles apprennent toutes les situations confondues et tentent d'identifier la situation à laquelle correspond toute nouvelle observation. Pour mieux cibler la valeur du BEL dans chaque situation, il est également envisageable de calibrer un modèle de Machine Learning par type de choc.

Ce mémoire étudie l'activité d'une entreprise dans le cadre de l'ORSA par l'intermédiaire de sa solvabilité (SCR, ratio de solvabilité). Néanmoins, comme l'autorise le Pilier 2, l'ORSA peut se défaire des indicateurs réglementaires et y ajouter des volets qui sont pertinents pour l'entreprise. Il existe également des indicateurs de rentabilité qui permettent aux différentes instances d'évaluer la profitabilité des activités de l'entreprise.

Ce mémoire se concentre sur les modèles k plus proches voisins et forêt aléatoire. Il est également possible de l'étendre à d'autres méthodes. Les modèles tels que XGBoost et réseau de neurones peuvent à ce titre constituer une bonne approche de par leurs performances passées.

Pour résumer, la méthodologie exposée dans ce mémoire consiste à :

- Simuler une base de données. Dans la pratique elle pourra se faire en début d'année ou suite à un changement significatif du profil de l'assureur
- Calibrer les modèles de Machine Learning. Les bons paramètres en sont déduits.
- Mettre en place la stratégie ou la situation à évaluer
- Calculer les quantités et indicateurs qui permettent l'évaluation de la solvabilité

Seule les deux premières étapes consomment du temps. Une fois la base de données obtenues et les modèles calibrés, il est possible d'évaluer les situations rapidement. Une prédiction se fait en quelques secondes. A contrario, sans une telle méthode, un calcul d'au moins 40 minutes est nécessaire pour obtenir un BEL. Selon le nombre d'années de déploiement du business plan, le nombre de scénarios (central, pessimiste) et suivant les chocs, ce temps de calcul peut augmen-

ter jusqu'à au moins 20 fois plus.

Il est nécessaire de faciliter l'application de l'ORSA afin que les entreprises puissent y voir un outil pour les aider dans leurs stratégies et non plus une réglementation longue et difficile à exécuter.

CONCLUSION

Dans ce mémoire nous nous sommes penchés sur le calcul des besoins en capitaux réglementaires qui est le SCR. Nous avons remarqué que l'utilisation du SCR dans le cadre de l'ORSA demande un processus long et coûteux. L'ORSA demande de pouvoir évaluer cet indicateur dans le futur et ainsi pouvoir faire un suivi de l'activité de l'entreprise.

Nous avons proposé d'utiliser les modèles de Machine Learning pour se substituer à ce processus. En voyant de près la formule standard du SCR, nous avons vu que des modèles apprenant le Best Estimate of Liabilities en fonction de variables caractérisant le passif et l'actif de l'assureur serait un bon outil.

Les modèles étudiés sont les modèles de k-ppv et de forêts aléatoires. Ils permettent de se faire une idée du type de modèles offrant les meilleures performances. En effet, le premier est un modèle se basant sur des critères de similarité dont le seul degré de contrôle est le nombre de voisins. Tandis que le deuxième est une agrégation de plusieurs modèles simples (arbres de décision) et établit des liens entre les variables et le BEL. Ce dernier dispose également de plusieurs paramètres de pilotage.

Il s'est avéré que le modèle de forêts aléatoires offre de meilleures estimations du BEL avec un taux d'erreur (MAPE) de 1,38%. Celui-ci tend toutefois à sous-estimer le BEL, ce qui n'est pas désiré dans une situation où l'on aimerait être prudent.

Ces deux modèles ne sont également pas sensibles aux mêmes situations. La forêt aléatoire capte mieux les changements induits au niveau du passif : le TMG, le taux PB. Le modèle K-ppv, pour sa part, détecte mieux les impacts des changements liés à l'actif : allocation d'actifs. Ces résultats amènent à ouvrir la perspective d'utilisation des modèles d'agrégation du type forêt aléatoire, XGBoost etc..

L'application de ces modèles pour l'évaluation d'un business plan offre des résultats com-

plexes à analyser. En effet, l'estimation des SCR des sous-modules individuellement sont peu satisfaisantes. Néanmoins, lorsque ceux-ci sont agrégés pour obtenir le SCR final, les erreurs se compensent. Cela provient de la méthode de calibrage des modèles de machine learning sur l'erreur moyenne. Certaines estimations sont bien plus élevées, d'autres bien plus basses, et l'erreur moyenne est maîtrisée.

Au-delà d'un assouplissement des hypothèses émises, les méthodes de Machine Learning peuvent aussi être améliorées en rajoutant des variables tout aussi intéressantes pour un meilleur pilotage stratégique comme l'âge moyen du portefeuille, plus de détails dans les caractéristiques des actifs.

Nous gardons également en tête que plus un business plan est étalé dans le temps moins précis en est l'évaluation que soit pour les modèles de machine learning ici présentés ou toute autre méthode. Certains risques et leviers de pilotage ne sont pas étudiés dans ce papier et pourraient être intéressants dans le cadre de l'exercice ORSA comme le risque de crédit et l'allocation par maturité des obligations.

Le choix du SCR comme indicateur d'intérêt n'est pas une règle car le pilier 2 de la Solvabilité II autorise l'entreprise à explorer d'autres indicateurs ou métrique sans pour autant s'éloigner de la solvabilité de celle-ci. Il est également possible de penser à étudier la rentabilité d'un produit. Il est toutefois nécessaire de vérifier que le business plan respecte les exigences des régulateurs en tout temps.

Finalement, le Machine Learning reste une méthode qui mérite d'être explorée et exploitée et pourrait apporter des réponses à certaines problématiques assureurs actuellement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Igor Baskin and Igor Tetko. Modern machine learning regression methods.
- [2] Kamal Armel and Frédéric Planchet. Construire un générateur de scénarios économiques risques neutres. Technical report, Laboratoire des Sciences Actuarielles et Financières, 2018.
- [3] Arnaud Blanchard. *The Two-Factor Hull-White Model : Pricing and Calibration of Interest Rates Derivatives*. 2012.
- [4] Leo Breiman. *Random Forest*. Statistics Department University of California, 2001.
- [5] Arthur Charpentier. Modèles de prévision séries temporelles.
- [6] Mélanie Corre. Description de la garantie plancher et méthodes de calcul du provisionnement de la garantie plancher en cas de vie. Master's thesis, Euria, 2005.
- [7] Brigo D. and Mercurio F. *Interest Rate Models - Theory and Practice - With Smile, Inflation and Credit*. Springer Finance, 2006.
- [8] Yaniv Dayan and Nicolas-Xavier Rives. Optimisation de la solvabilité de swisslife sous s2 par des approches alm sur le fonds euros, en environnemnet de taux bas. 2016.
- [9] Franck Dernoncourt. *Introduction à La Logique Floue*. 2011.
- [10] Sylvain Detroulleau and Sandrine Mouret. Modèle alm : Apport de la logique floue dans la modélisation des comportements.
- [11] Georgios Drakos. Random forest regression model advanced topics. <https://gdcoder.com/random-forest-regression-model-explained-in-depth-part-2-python-code-snippet-using-sklearn/>.
- [12] Robin Genuer. *Forêts aléatoires : aspects théoriques, sélection de variables et applications*. PhD thesis, Laboratoire de mathématiques d'Orsay, 2010.
- [13] J.E. Dennis Jr and Daniel J. Woods. *The Nelder-Mead Simplex Algorithm*. 1985.
- [14] Rüdiger Kiese, Ulrich Stadtmüller, and John Schoenmakers.

- [15] Will Koehrsen. Hyperparameter tuning the random forest in python. <https://towardsdatascience.com/hyperparameter-tuning-the-random-forest-in-python-using-scikit-learn-28d2aa77dd74>.
- [16] David Kurtz and Thomas B. Pignard. Modélisation du risque de crédit. Master's thesis, Université Paris 7 - Université Paris 1, 2005.
- [17] Martial Lasfargues, Michael Donio, and Alexandre Guchet. L'orsa : Quelques exemples de pratiques actuarielles. 2014. Groupe de travail ORSA.
- [18] Stéphane Loisel. Valorisation économique en assurance vie. Séminaire doctorants, 2014.
- [19] Spyros Makridakis. Accuracy measures : theoretical and practical concerns. *International Journal of Forecasting*, 9(4) :527 – 529, 1993.
- [20] Christoph Molnar. *Interpretable Machine Learning, A Guide for Making Black Box Models Explainable*. 2020.
- [21] Thais Mayumi Oshiro, Pedro Santoro Perez, and José Augusto Baranauskas. How many trees in a random forest ? Technical report, Department of Computer Science and Mathematics Faculty of Philosophy, Sciences and Languages at Ribeirao Preto, University of Sao Paulo, 2012.

CHAPITRE

6

ANNEXES

6.1 Modèle de taux

6.1.1 Moyenne à long terme dans le modèle Hull and White

Nous rappelons que dans la configuration Hull and White et sous la probabilité risque neutre, le modèle de taux s'écrit :

$$dr_t = (v_t - ar_t)dt + \sigma dW_t^r \quad (6.1)$$

où v, a, σ sont des fonctions du temps déterministes.

- a_t désigne la vitesse de retour à la moyenne
- σ_t représente la volatilité
- W_t^r désigne un mouvement brownien qui est le composant stochastique de la dynamique du taux r
- v_t désigne la moyenne à long terme fonction du temps.

La fonction v_t est entièrement déterminée à partir des taux forwards instantanés observés sur le marché à la date 0. Le taux forward observé à la date 0 de maturité T et noté $f(0, T)$ est donné par :

$$f(0, T) = -\frac{\partial \ln(P(0, T))}{\partial T}$$

$P(0, T)$ désigne le prix d'une obligation zéro-coupon observée à la date 0 et de maturité

T. $f(0, T)$ peut être estimé à partir des taux d'accroissements $\frac{\ln(P(0, T+h)) - \ln(P(0, T))}{h}$ pour un h suffisamment petit.

En résolvant l'équation différentielle, il apparaît que

$$v_t = \frac{\partial f(0, T)}{\partial T} + af(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at})$$

6.1.2 Autres modèles de taux

Le premier modèle présenté ici est le modèle de Cox Ingersoll Ross ou CIR. Sous la probabilité risque-neutre le modèle s'écrit :

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t^r$$

où

θ donne la moyenne à long terme

k donne la vitesse de convergence vers la moyenne de long terme La volatilité s'apparente à une fonction $\sigma(t, r_t) = \sigma \times \sqrt{r_t}$. Ce modèle introduit une structure de volatilité stochastique.

Le deuxième modèle exposé est le modèle de Heath-Jarrow-Morton (HJM). Il définit la dynamique du taux forward instantané de maturité T par :

$$df(t, T) = \alpha(t, T)dt + \sigma(t, T)dW_t^r$$

Le taux d'intérêt instantané à la date t se déduit par la relation $r_t = f(t, t)$

6.2 Étude des indices

Pour chaque indice, la tendance ainsi que la saisonnalité sont étudiées pour avoir une idée de la transformation à effectuer pour les rendre stationnaires.

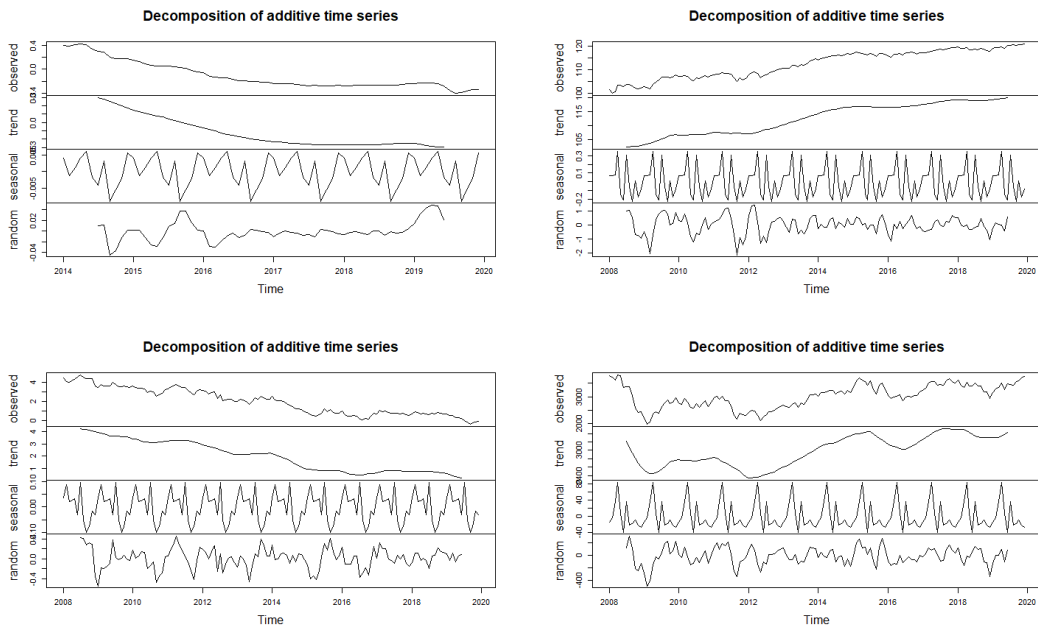


TABLE 6.1 – Analyse de tendance et saisonnalité

La prédiction est opérée grâce à un modèle ARIMA autorisant la saisonnalité et la non stationnarité des prédictions.

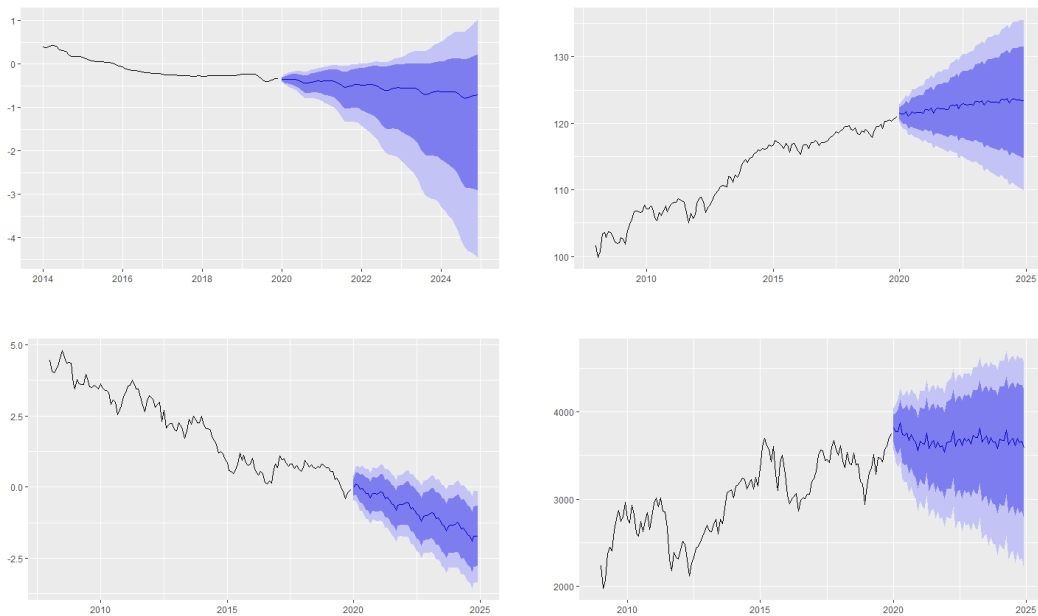


TABLE 6.2 – Prédiction des indices