

Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Bethsabée ILLOUZ

Titre Méthodes d'optimisation de l'ajustement pour la volatilité sous contraintes dans le contexte de la Covid-19

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires*

Mohamed Ayoub OUAJJOU

Lionel LAURENT

Membres présents du jury de l'ISFA

Diana DOROBANTU

signature

Entreprise :

Nom : J.P. Morgan

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Valérie STEPHAN

Signature :


Invité :

Nom :


Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Institut de Science Financière et d'Assurances
50 avenue Tony Garnier
69366 LYON CEDEX 07

Méthodes d'optimisation de l'ajustement pour la volatilité sous contraintes dans le contexte de la Covid-19

Étude réalisée dans le cas d'un modèle standard et d'un modèle
interne

ILLOUZ Bethsabée
Mémoire d'actuariat

11 mars 2021

Abstract

Since the introduction of the volatility adjustment, European insurers and EIOPA¹ have noticed disparities in the use of this long-term guarantee. In particular, in March 2020, the extreme volatility observed in the financial markets highlighted these *overshooting* and *undershooting* effects of the volatility adjustment which generated significant movements in the solvency ratios.

As a first step, we will start reviewing the parts of the Solvency II Directive relating to market risk and the volatility adjustment. This will allow us to model the impact of Covid-19 on solvency ratios. We will see that the spread widening and equity shocks had a considerable impact on insurers' Solvency ratios. EIOPA amended the proposed regulatory changes as part of the Solvency II review in particular to remedy the *overshooting* and *undershooting* effects of the VA². We discuss these potential changes.

Secondly, we will present a method for constructing *immune* portfolios to the VA volatility. The advantage of such a portfolio is to reduce the impact of VA movements on the solvency ratio because the assets adapt to the liabilities. Our method consists of carrying out a first optimisation exercise, the objective of which is to minimise the volatility of own funds. This step is used to define the allocation of illiquid assets, equities and real estate. Then, a second optimisation exercise is carried out, the objective of which is to minimise the tracking error of the portfolio in relation to the VA Spread. This method will be presented in two cases : with the use of the standard formula approach (with Market Risk SCR constraints) and with the use of an internal model (with VaR³ constraints). To do this, we will see how to introduce non-linear constraints (framework of the standard formula), VaR and CVaR⁴ constraints (framework of the internal model) in the optimisation exercises.

Before we can proceed with these optimisation exercises, we will need to analyse the asset portfolios of life and non-life insurers in Europe. In the current low interest rate environment, insurers have tended in recent years to significantly increase their allocations to illiquid investments. One way to define a maximum level of illiquid assets in insurers' portfolios could be to look at the level of illiquidity of liabilities. A method proposed in an EIOPA paper will be presented for life insurers and another method will be presented for non-life insurers. This will allow us to model the balance sheet of an European life insurer and to put in place the constraints for the optimisation exercises. Finally, between the two optimisation exercises, we will need to define a benchmark portfolio for the determination of the VA because the method currently used by EIOPA for the definition of the VA is a theoretical exercise. There is therefore no investable VA benchmark portfolio « strictly speaking » made available by EIOPA.

Finally, after having constructed these *immune* portfolios, we will discuss the limits of this method as well as the impact of the recast of the Solvency II directive on the latter.

Keywords : life insurance, non-life insurance, Solvency II, Review of the Solvency II directive, Volatility Adjustment (VA), long-term guarantee, solvency ratios, Covid-19, market risk, portfolio optimisation, asset allocation, asset-liabilities model, VaR, CVaR, illiquidity of assets, illiquidity of liabilities.

1. European Insurance and Occupational Pensions Authority
2. Volatility Adjustment
3. Value-at-Risk
4. Conditional Value-at-Risk

Résumé

Depuis la mise en place de l'ajustement pour la volatilité, les assureurs européens et l'EIOPA ont remarqué des disparités dans l'utilisation de cette garantie long terme. Notamment, en Mars 2020, la volatilité extrême observée sur les marchés a mis en évidence ces *sur-utilisation* et *sous-utilisation* de la VA qui ont engendrés des mouvements importants au niveau des ratios de solvabilité.

Dans un premier temps, nous allons commencer par revoir les parties de la directive Solvabilité II relatives au risque de marché et à l'ajustement pour la volatilité. Cela va nous permettre de modéliser l'impact de la Covid-19 sur les ratios de solvabilité. Nous verrons l'effet de l'écartement des spreads et les chocs sur les actions ont eu un impact considérable sur les ratios de Solvabilité des assureurs. L'EIOPA a d'ailleurs apporté des corrections aux changements proposés dans le cadre de la refonte de Solvabilité II pour pallier notamment ces *sur-utilisation* et *sous-utilisation* de la VA. Nous discuterons ces changements potentiels.

Dans un second temps, nous allons présenter une méthode pour construire des portefeuilles *immunisés* contre la volatilité de la VA. L'avantage d'un tel portefeuille est de réduire l'impact des mouvements de VA sur le ratio de solvabilité car l'actif s'adapte au passif. Notre méthode consiste à procéder à un premier exercice d'optimisation dont l'objectif est de minimiser la volatilité des fonds propres. Cette étape est utilisée pour définir l'allocation d'actifs illiquides, actions et immobiliers. Ensuite, on effectue un second exercice d'optimisation dont l'objectif est de minimiser la tracking error du portefeuille par rapport au VA Spread. Cette méthode sera présentée dans deux cas de figure : dans le cadre de l'utilisation de la formule standard (avec des contraintes de Market Risk SCR) et dans le cadre de l'utilisation d'un modèle interne (avec des contraintes en VaR). Pour ce faire, nous verrons comment introduire des contraintes non-linéaires (cadre de la formule standard) et des contraintes en VaR et CVaR (cadre du modèle interne) dans des exercices d'optimisation.

Avant de pouvoir procéder à ces exercices d'optimisation, nous allons avoir besoin d'analyser les portefeuilles d'actifs des assureurs vie et non-vie en Europe. Dans l'environnement de taux bas actuel, les assureurs ont eu tendance ces dernières années à augmenter significativement leurs allocations en investissements illiquides. Une manière de définir un niveau maximal d'actifs illiquides dans les portefeuilles des assureurs pourrait être de regarder le niveau d'illiquidité des passifs. Une méthode proposée dans un papier de l'EIOPA sera proposée pour les assureurs vie et une autre méthode sera présentée pour les assureurs non-vie. Cela nous permettra de modéliser un bilan d'un assureur vie européen et de mettre en place les contraintes pour les exercices d'optimisation. Enfin, entre les deux exercices d'optimisation, nous aurons besoin de définir un portefeuille benchmark pour la détermination de la VA car la méthode utilisée actuellement par l'EIOPA pour la définition de la VA est un exercice théorique. Il n'y a donc pas actuellement de portefeuille benchmark VA investissable à proprement parler mis à disposition par l'EIOPA.

Enfin, après avoir construit ces portefeuilles immunisés, nous discuterons des limites de cette méthode ainsi que de l'impact de la refonte de la directive Solvabilité II sur cette dernière.

Mots clés : assurance vie, assurance non-vie, Solvabilité II, revue de la directive Solvabilité II, ajustement pour la volatilité (VA), garantie long-terme, ratios de solvabilité, Covid-19, risque de marché, optimisation de portefeuilles, allocation d'actifs, étude ALM, VaR, CVaR, illiquidité des actifs, illiquidité des passifs.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Gareth Haslip, Head of Institutional Strategy and Analytics chez J.P Morgan Asset Management, pour m'avoir accueillie au sein de son équipe pendant trois belles années. Les différents projets et responsabilités qu'il m'a confiés m'ont permis de renforcer mes connaissances actuarielles et financières. Ces trois années ont été un grand challenge et m'ont permis aujourd'hui de rejoindre l'équipe structuring assurance de la banque d'investissement de J.P. Morgan.

Ensuite, je remercie également ma tutrice professionnelle et mentor Valérie Stephan, European Head of Strategy and Analytics chez J.P. Morgan Asset Management. Au cours de mes années au sein de l'équipe *Strategy and Analytics*, j'ai beaucoup appris : elle a su me guider au sein de l'entreprise et me donner les bons challenges. Par ailleurs c'est elle qui m'a poussé à vouloir devenir actuaire. Ses précieux conseils, sa rigueur et sa créativité m'ont aidés dans la rédaction de mon mémoire.

Je remercie aussi l'ensemble des collaborateurs de J.P. Morgan (J.P. Asset Management et J.P. Morgan) pour leur accueil chaleureux et le temps qu'ils m'accordent chaque jour pour partager leurs connaissances.

Enfin, je tiens à remercier l'équipe pédagogique de l'I.S.F.A. pour la qualité de leurs cours, les connaissances et la rigueur qu'ils m'ont apportés. Je tiens à remercier tout particulièrement Aurélien Couloumy pour ses précieux conseils lors de la rédaction de mon mémoire ainsi que pour sa relecture.

Table des matières

1	Construction et évolution des ratios de solvabilité	7
1.1	Un cadre réglementaire particulier : Solvabilité II	7
1.1.1	Pilier I : Exigences quantitatives et calcul de SCR	7
1.1.2	Le choix de la VaR comme mesure de risque	9
1.2	Évolution des ratios de solvabilité	10
1.3	L'ajustement pour la volatilité	12
1.4	Le portefeuille de référence pour l'ajustement pour la volatilité	13
1.5	Critique de l'ajustement pour la volatilité	14
2	Modélisation de l'impact de la Covid-19 sur les ratios de solvabilité	15
2.1	Cadre et hypothèses de l'étude	15
2.2	Les allocations d'actifs des assureurs Européens	15
2.3	Détail de la méthode d'évaluation des ratios de solvabilité	17
2.4	Impact de l'allocation d'actifs sur les ratios de solvabilité	19
2.5	Conclusions et limites de l'étude	22
3	Refonte de la directive Solvabilité II	24
3.1	Les changements clés	24
3.2	Refonte de l'ajustement pour la volatilité	26
3.2.1	Les déficiences du cadre actuel du calcul de l'ajustement pour la volatilité	26
3.2.2	Les propositions de l'EIOPA pour pallier aux déficiences actuelles du calcul de l'ajustement pour la volatilité	27
4	Allocations d'actifs types des assureurs	32
4.1	L'assureur - un investisseur particulier	32
4.2	Caractéristiques spécifiques des assureurs vie et non-vie	32
4.2.1	Les assureurs vie	33
4.2.2	Les assureurs non-vie (P&C)	33
4.3	Détermination du niveau d'illiquidité dans les portefeuilles d'assurance en fonction de l'illiquidité des passifs	33
4.3.1	Méthode pour estimer l'illiquidité des passifs en assurance vie	34
4.3.2	Méthode pour estimer l'illiquidité des passifs en assurance non-vie	37
4.3.3	Impact de l'illiquidité des passifs sur les portefeuilles des assureurs	40
5	Méthodes d'optimisation pour réduire l'impact de l'ajustement pour la volatilité	

sur les bilans des assureurs	42
5.1 Étude de cas : optimisation de l'allocation d'actifs dans le cadre de l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité et de la formule standard	42
5.1.1 Choix de l'objectif	42
5.1.2 Allocation descendante : minimiser la volatilité des fonds propres	43
5.1.3 Création du portefeuille de référence pour la définition de l'ajustement pour la volatilité	52
5.1.4 Allocation ascendante : minimiser la volatilité du ratio de solvabilité	57
5.1.5 Conclusion	63
5.2 Étude de cas : optimisation de l'allocation d'actifs dans le cadre de l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité et de l'utilisation d'un modèle interne	64
5.2.1 Introduction des mesures de risques VaR et CVaR	64
5.2.2 Ajout de contraintes CVaR dans l'optimisation descendante	65
5.2.3 Résultats de l'optimisation descendant avec des contraintes en CVaR	68
6 Limites & Conclusions de l'étude	70
6.1 Choix du modèle utilisé	70
6.2 Impact des futures changements proposés par l'EIOPA sur la méthode proposée	73
6.2.1 Prise en compte de la modification du calcul de l'ajustement pour la volatilité	74
6.2.2 Prise en compte de la modification du calcul de la courbe de taux sans risque	75
6.2.3 Adaptation des exercices d'optimisation	76
Bibliographie	77
A Portefeuille VA optimisé : réduction de l'appétit au risque	79
Annexe A.1 : Résultats de l'étude d'allocation descendante	79
Annexe A.2 : Résultats de l'étude d'allocation ascendante	80
B Portefeuille VA optimisé : augmentation de la taille du surplus	82
Annexe B.1 : Résultats de l'étude d'allocation descendante	82
Annexe B.2 : Résultats de l'étude d'allocation ascendante	83
C Portefeuille VA optimisé : réduction de la duration	85
Annexe C.1 : Résultats de l'étude d'allocation descendante	85
Annexe C.2 : Résultats de l'étude d'allocation ascendante	86
D Démonstration sur la non-cohérence de la VaR	88

Préambule

Dans ce mémoire, nous allons revenir sur la crise de la Covid-19. Cette crise sanitaire a débuté le 17 Novembre 2019 en Chine, dans la province de Hubei, à la suite de l'apparition de la maladie infectieuse provoquée par le coronavirus SARS-Cov-2. L'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) a classifié le 11 Mars 2020 cette épidémie comme pandémie.

Au-delà des pertes humaines colossales et de l'anxiété sur les populations, cette crise sanitaire a aussi créé une forte volatilité sur les marchés financiers. Cette crise est assez particulière. En effet, la crise de la Covid-19 a généré une crise exogène car d'une part elle n'est pas nourrie uniquement par des éléments financiers et d'autre part, elle touche toutes les classes sociales et dans le monde entier. Cette crise financière a eu un impact considérable sur les bilans des assureurs.

Par ailleurs, la crise de la Covid-19 a permis de tester la réforme réglementaire européenne du monde de l'assurance : Solvabilité II. Mise en place le 1er Janvier 2006, la directive réglementaire Solvabilité II a pour but d'une part d'harmoniser la gestion des risques à travers la mise en place d'un cadre de gestion des risques communs et d'autre part d'aider les assureurs à définir le niveau adéquat des exigences de fonds propres. Cette régulation s'articule autour de trois piliers que nous décrirons brièvement dans les sections suivantes.

A travers ce mémoire, nous allons revenir sur le premier trimestre de l'année 2020 et voir comment les ratios de solvabilité des assureurs ont évolué durant cette crise. Nous nous concentrerons surtout sur l'étude de l'actif des assureurs. D'abord, nous commencerons par comparer l'évolution des ratios de solvabilité entre les différents pays européens pour les assureurs vie et non-vie. Puis, nous verrons comment les allocations d'actifs varient d'un pays à un autre en essayant de comprendre ces différences. Ensuite, nous montrerons comment ces différences d'allocation d'actifs ont mené à des impacts divers sur les ratios de solvabilité. En effet, l'allocation d'actifs va avoir un rôle majeur sur la variation de la valorisation d'actifs ainsi que sur les fonds propres.

Une fois ce problème d'*overshooting*⁵ et *undershooting*⁶ observé, nous proposerons une méthode pour définir une allocation d'actifs en deux étapes afin de réduire la volatilité du bilan et donc des ratios de solvabilité des assureurs. Afin de mettre en place cette méthode nous allons devoir parcourir d'autres sujets tel que la définition d'un portefeuille benchmark pour définir la VA investissable.

Nous aborderons aussi des points techniques sur la mise en place de certaines contraintes non-linéaires dans les exercices d'optimisation (ex : contraintes de risque de marché dans le cadre de l'utilisation du modèle standard de Solvabilité II et contraintes en VaR). La méthode d'optimisation pour réduire la sensibilité du bilan face aux variations de l'ajustement pour la volatilité sera présentée en détail dans le cadre de l'utilisation du modèle standard. Nous verrons aussi comment cette méthode peut être adaptée dans le cadre de l'utilisation d'un modèle interne.

Enfin, nous finirons par regarder comment les hypothèses de départ sur le bilan de l'assureurs peuvent avoir un impact sur l'efficacité de la méthode proposée.

5. sur-utilisation

6. sous-utilisation

Chapitre 1

Construction et évolution des ratios de solvabilité

1.1 Un cadre réglementaire particulier : Solvabilité II

Depuis le 1er Janvier 2016, l'EIOPA a mis en place un régime réglementaire Européen afin d'harmoniser la gestion des risques à travers l'Europe. Cette régulation préconise une méthode de calcul des fonds propres aux assureurs afin d'assurer leur solvabilité en cas de crise économique. Cette directive 2009/138/CE connue sous le nom de Solvabilité II a été conçue sur un modèle similaire à la régulation Bâle III pour les institutions bancaires. Solvabilité II s'articule autour de trois piliers :

- **Pilier I : Exigences quantitatives** : ce pilier sera décrit de manière plus détaillée dans la section suivante
- **Pilier II : Exigences qualitatives** : ce pilier est axé sur l'aspect qualitatif de la gestion des risques
 - Un système de gouvernance :
 - Formalisation de la politique de gestion des risques
 - Processus de contrôle interne
 - Gestion des risques
 - Évaluation interne des risques et de la solvabilité : ORSA ¹
- **Pilier III : Communication et divulgation** : l'objectif de ce troisième pilier est d'accroître la transparence vis à vis :
 - Du grand public (investisseurs et clients) à travers la publication des rapports SFCR ²
 - Du régulateur

1.1.1 Pilier I : Exigences quantitatives et calcul de SCR

Nous allons revenir brièvement sur les exigences quantitatives afin de rappeler notamment les constituants du ratio de solvabilité. Afin de vérifier leur niveau de solvabilité, les assureurs doivent calculer deux différentes métriques :

- Le Capital de solvabilité requis (SCR)
- Le Capital minimum requis (MCR)

Le SCR est calibré pour une probabilité de 99,5% de satisfaire la provision technique sur un horizon temporel d'un an. Si les fonds propres éligibles d'une compagnie d'assurance sont inférieurs au niveau de SCR, l'organisme de réglementation demandera à la compagnie d'assurance

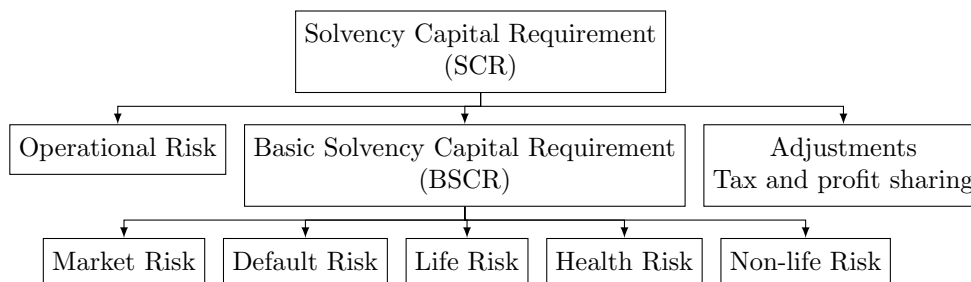
1. Own Risk and Solvency Assessment

2. Solvency and Financial Conditions Report : rapport sur la solvabilité et la situation financière des compagnies d'assurance. ce rapport est publié une fois par an

de revoir sa structure de capital. Si les fonds propres éligibles requis diminuent en deçà du MCR, l'organisme de réglementation peut déclarer la faillite de l'assureur. Dans le cadre de l'évaluation quantitative (pilier I), la directive exige que les assureurs utilisent une approche d'évaluation conforme au marché pour leurs actifs et leurs passifs.

Il existe trois différentes façons de calculer le SCR :

- L'utilisation de la formule standard
- L'utilisation d'un modèle interne développé par l'assureur et approuvé par le régulateur régional
- L'utilisation d'un modèle interne partiel développé par l'assureur et approuvé par le régulateur régional en complément de la formule standard



Voici une brève description des différents modules :

- **Market Risk** : Le risque de marché est le risque de perte qui peut provenir des fluctuations de la valeur du portefeuille financier de l'assureur. La résilience du bilan est testée à l'aide d'un choc d'impact 1 sur 200 de chaque sous-module (taux d'intérêt, spread, actions, immobilier, devise...). Par exemple, un décalage entre la durée des actifs et la durée des passifs entraînera une variation importante du capital-risque lié aux taux d'intérêt.
- **Default Risk** : Ce module couvre les risques liés aux défauts des contreparties (réassurance, produits dérivés et les liquidités à la banque). Les coûts en capitaux augmentent de manière significative pour une notation de crédit A ou inférieure. Les contreparties non notées attirent des coûts en capitaux importants.
- **Life Risk** : Ce module prend en compte les risques de longévité, de mortalité, d'incapacité, de morbidité, de révision, de rachat et de risque de catastrophe naturelle.
- **Health Risk** : Les risques liés la santé peuvent être classés en deux catégories :
 - Catégories de risque pour la vie : mortalité, longévité, invalidité, dépenses, révision, cessation et catastrophe
 - Catégories de risque non-vie : prime / réserve, caducité et catastrophe
- **Non-life Risk** : Ce module comprend les risques liés aux primes (nouvelle activité et prime), le risque de cessation et le risque de catastrophes (de cause naturelle et humaine).

L'EIOPA a retenu la Value-at-Risk (VaR) comme mesure de risque. Il s'agit d'une mesure utilisée fréquemment en finance de marché pour déterminer le risque des investissements financiers. La VaR permet de déterminer la perte maximale sur un horizon donné T et compte tenu d'un niveau de risque α . Ainsi, si X est une variable aléatoire, alors :

$$P[X > VaR_{\alpha}(X)] \leq 1 - \alpha$$

Dans le cadre de la directive Solvabilité II, les paramètres de la VaR ont été calibrés de manière à ce que la probabilité de ruine économique d'un assureur à horizon d'un an soit inférieure à 0,5% c'est-à-dire de manière à ce que l'assureur fasse faillite au maximum une fois tous les 200 ans.

Pour établir l'exigence de capital, c'est-à-dire calculer le SCR, les assureurs utilisant la formule standard devront calculer individuellement la variation du capital disponible pour chaque module. Ensuite, les assureurs utiliseront la matrice de corrélation ci-dessous pour agréger les résultats de stress de capital pour obtenir le BSCR.

	Market	Default	Life	Health	Non-life
Market	1	0.25	0.25	0.25	0.25
Default	0.25	1	0.25	0.25	0.5
Life	0.25	0.25	1	0.25	0
Health	0.25	0.25	0.25	1	0
Non-life	0.25	0.5	0	0	1

TABLE 1.1 – Matrice de corrélation pour l’agrégation des différents modules de risque pour le calcul du BSCR

La dernière étape de ce calcul est d’ajouter au BSCR les coûts en capitaux pour les risques opérationnels, ainsi que des ajustements pour tenir compte des taxes et des participations aux bénéfiques.

$$SCR = BSCR + SCR_{\text{opérationnel}} - \text{Ajustement}_{\text{Taxes, participations aux bénéfiques}}$$

1.1.2 Le choix de la VaR comme mesure de risque

En gestion des risques, l’objectif stratégique consiste à rechercher et étudier tous les risques qui nous empêchent d’atteindre les objectifs d’une entreprise. Il faut donc mesurer et quantifier les risques pour pouvoir les contrôler et les gérer. Il existe trois différentes approches pour quantifier et mesurer les risques[23] :

- La modélisation
- L’étude qualitative
- Les scénarios

Une mesure de risque est une fonction ρ faisant correspondre à un risque X un nombre positif noté $\rho(X)$, éventuellement infini[5].

Définition : Une mesure de risque ρ est définie comme une variable aléatoire telle que :

$$\omega \rightarrow \{\mathbb{R}\}$$

$$X \mapsto \rho(X)$$

En finance, la variable aléatoire X représente un gain aléatoire de valeur tel que un rendement d’actif. En assurance, la variable aléatoire X représente une perte aléatoire (ex : perte de valeur économique, sinistres, etc...).

Les principales mesures de risques sont :

- L’espérance : si elle est négative, on arrête l’activité ; et si elle est positive on regarde d’autres mesure de risques
- La Tail Value-at-Risk (TVaR)
- La Value-at-Risk (VaR)
- Les mesures de distorsion (lien risque-neutre)
- La cartographie des risques : elle répertorie le niveau d’un risque en fonction de sa fréquence. Ces risques sont aussi bien quantitatifs que qualitatifs.

Définition : On dit qu’une mesure de risque ρ est cohérente au sens de Artzner, Delbaen, Eber et Heath[3] si et seulement si :

- $\forall \lambda > 0, \forall X, \rho(\lambda * X) = \lambda * \rho(X)$ (homogénéité positive)
- $\forall, \forall c > 0, \rho(X + c) = \rho(X) + c$ (invariance par translation)
- $\forall X = < Y, \rho(X) \leq \rho(Y)$ (monotonie)
- $\forall X, Y, \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ (sous-additivité)

Définition : La Value-at-Risk (VaR) de niveau α associée au risque X est donnée par :

$$VaR_{\alpha}(X) = \text{Inf}(x, Pr(X \leq x) \geq \alpha)$$

Proposition : La VaR_{α} n'est pas une mesure de risque cohérente car elle n'est pas sous additive dans tous les cas. La démonstration de cette proposition est disponible en Annexe D.

Le critère de sous-additivité est le plus important car il représente l'effet de la diversification du portefeuille. En effet, si une société couvre deux risques, alors elle ne nécessite pas de capitaux additionnels à la somme de ceux obtenus pour deux entreprises distinctes portant ces deux risques respectivement. Les cas où la VaR_{α} est sous-additive sont assez rares. Elle l'est pour certaines classes de modèles tel que les modèles Gaussiens ou Log-normaux. Dans le cadre de la directive Solvabilité II, l'EIOPA choisi d'utiliser la VaR comme mesure de risque. Cependant, cette mesure de risque repose sur un concept simple et facilement justifiable $VaR_{\alpha}(X)$ est le montant qui permettra de couvrir les pertes engendrées par le risque X avec une probabilité α .

1.2 Évolution des ratios de solvabilité

Entre 2016 et 2019, la majorité des assureurs vie européens ont vu leur ratio de solvabilité diminuer. En effet, les taux négatifs ont doublement pénalisé les assureurs. D'une part, les taux des obligations sur les marchés ne permettent plus aux assureurs de générer les mêmes niveaux de rendements qu'il y a quelques années. D'autre part, les assureurs vie sont plus pénalisés car ils ont de nombreux produits avec des taux garantis. Les assureurs ont cherché à diminuer le niveau de ces garanties car les conditions de marché actuelles ne leur permettent plus de générer des rendements suffisant pour couvrir ces garanties. Aujourd'hui, avec les taux négatifs, même les garanties à taux zéro sont considérées comme des options *dans la monnaie*. D'ailleurs, les assureurs commencent à vendre des produits garantis avec des garanties à taux zéro avant prélèvement des frais. Ces contrats ont donc des garanties nettes négatives. Sur la figure suivante, on peut voir que les ratios de solvabilité des assureurs vie ont bien diminué depuis 2017.

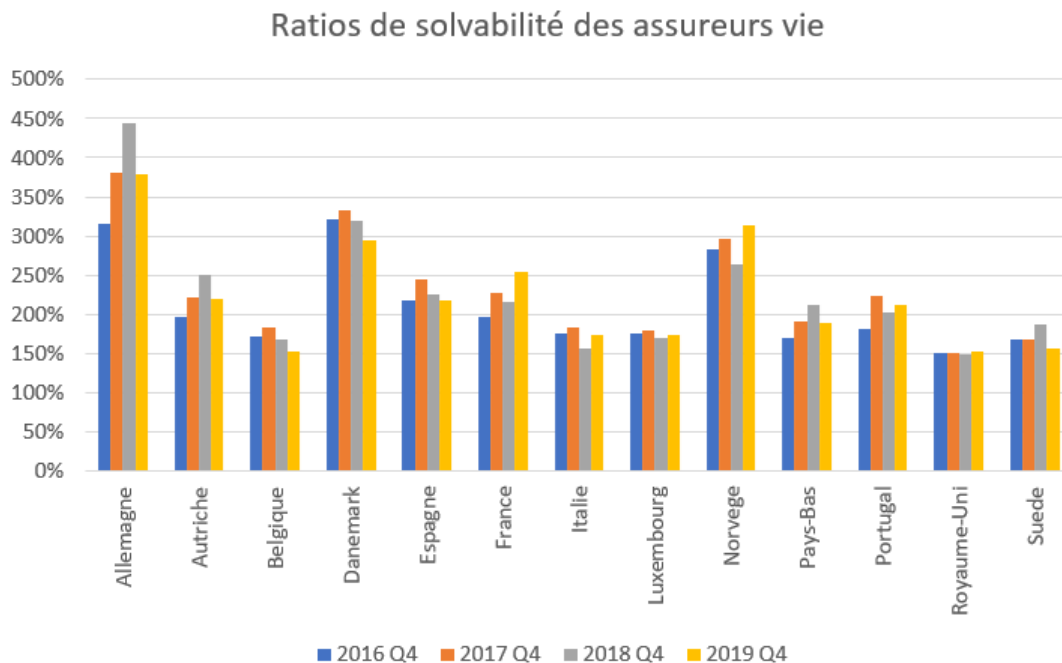


FIGURE 1.1 – Évolution des ratios de solvabilité des assureurs vie. Source : Insurance Statistics EIOPA

Sur cette figure 1.1, on peut voir que les ratios de solvabilité pour l'Allemagne sont très élevés. Cela est grâce au fait que les mesures transitoires sont prises en compte dans les ratios

de solvabilité présentés sur ce graphique. Sans l'application des mesures transitoires, les ratios de solvabilité allemands seraient du niveau des ratios français. On peut voir que pour la France, les ratios de solvabilité sont plus élevés en Q4 2019 que les ratios des années précédentes. C'est parce que fin 2019, l'ACPR³ a autorisé les assureurs français à inclure la participation aux bénéfices dans le calcul des fonds propres. Cela a permis de soulager les ratios de solvabilité des assureurs français. Cette mesure a augmenté les ratios de solvabilité des assureurs français d'en moyenne 45 points[15].

La situation des assureurs non-vie est assez différente. En effet, on peut remarquer sur la figure 1.2 que les ratios des assureurs non-vie ont été plutôt stables depuis 2016. Les assureurs non-vie sont moins sensibles aux taux négatifs que les assureurs vie. D'abord, ils n'ont pas de produits garantis et d'autre part, leurs portefeuilles d'investissement jouent un rôle moins important. En effet, les coûts en capitaux provenant du module du risque de marché sont moins importants que ceux qui proviennent des modules de souscription.

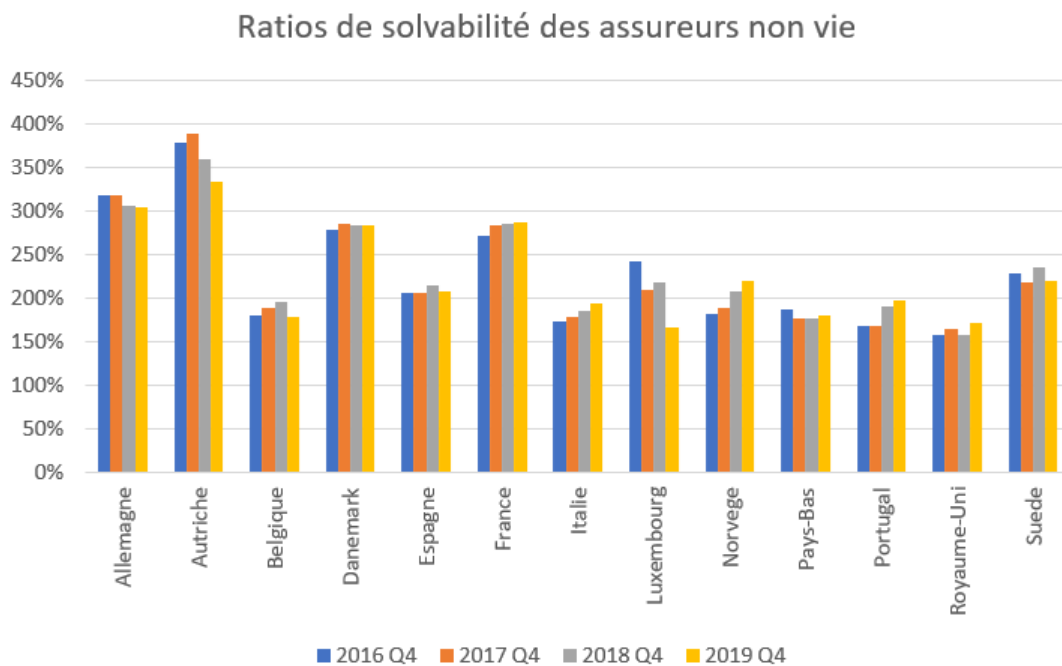


FIGURE 1.2 – Évolution des ratios de solvabilité des assureurs non-vie. Source : Insurance Statistics EIOPA

Avant la crise de la Covid-19, nous avons pu voir que les assureurs étaient déjà confrontés à des difficultés pour maintenir leurs ratios de solvabilité :

- Les assureurs vie, bien qu'ayant des ratios de solvabilité plus importants que les assureurs non-vie, ont vu leurs ratios diminuer à cause de l'environnement de taux bas.
- Les assureurs non-vie ont des ratios de solvabilité assez stables mais parfois bien moins importants que les assureurs vie.

Dans la première partie de ce mémoire, nous allons voir comment les ratios de solvabilité ont évolué dans les différents pays d'Europe pour les assureurs vie et non-vie. Nous verrons comment les différents ajustements proposés par l'EIOPA dans le cadre du traitement des produits d'assurance ayant des garanties long-termes (notamment l'ajustement pour la volatilité (VA)) - ont permis de protéger les ratios de solvabilité des assureurs.

3. Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

1.3 L'ajustement pour la volatilité

Depuis le 1er janvier 2016, les assureurs sont autorisés à utiliser des mesures qui leur permettent de tempérer la volatilité excessive de leurs bilans suite aux nouveaux calculs de solvabilité imposés par la directive Solvabilité II. L'EIOPA a mis en place des mesures *contre-cycliques* dont le but est de contrôler la volatilité des bilans des assureurs notamment lors des chocs de marché.

En effet, les assureurs sont des investisseurs à long terme. Ils achètent des obligations qu'ils conservent souvent jusqu'à leur maturité. Cette stratégie qualifiée de *buy and maintain* permet aux assureurs d'anticiper la réception des revenus (coupon et remboursement de nominal) pour payer leurs sinistres. Les assureurs ont des engagements à long-terme. Ainsi, ils ne devraient pas être pénalisés par des chocs de marchés qui les forceraient à vendre aux moments les moins opportuns. Le régulateur a donc mis en place des mesures qui permettent de réduire les coûts en capitaux des assureurs lors des chocs de marché.

Plusieurs mesures sont mises à disposition des assureurs :

- **Matching adjustment** : il s'agit d'un ajustement qui permet aux assureurs une réduction de coût en capital lorsqu'ils investissent dans des actifs à long-terme dans le but de faire correspondre les flux de trésorerie des actifs avec ceux des passifs. Actuellement, cet ajustement est utilisé uniquement au Royaume-Uni et en Espagne. Le matching ajustement est un ajustement à la courbe des taux sans risque (mise à disposition par l'EIOPA) basé sur le spread du portefeuille moins un *fundamental spread* qui permet un ajustement pour le risque de défaut et de rétrogradation de la note des instruments financiers.
- **Volatility adjustment** : il s'agit d'un ajustement pour la volatilité de la courbe des taux d'intérêts sans risque (mise à disposition par l'EIOPA). Ces courbes permettent d'estimer la valeur des engagements des assureurs. 631 compagnies d'assurance et de réassurance représentant 79% du montant total des provisions techniques de l'Espace Économique Européen (EEE) utilisent l'ajustement pour la volatilité[12]. Plus de la moitié (53%) des compagnies d'assurance vie de l'EEE utilisent l'ajustement pour la volatilité[12].

Pour pouvoir utiliser l'une de ces mesures, un assureur doit déposer une demande auprès de son régulateur local.

L'EIOPA fournit de manière mensuelle les courbes de taux sans risque avec et sans l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité. Il existe une courbe de taux sans risque ajustée pour la volatilité pour chaque devise. La méthode actuelle repose entre autres sur l'utilisation d'un portefeuille de référence pour chaque devise. On commence par calculer le spread⁴ du portefeuille de la manière suivante[8] :

$$S = w_{gov} * \max(S_{gov}, 0) + w_{corp} * \max(S_{corp}, 0)$$

w_{gov} : représente la proportion d'obligations d'État inclus dans le portefeuille de référence

w_{corp} : représente la proportion d'obligations d'entreprises inclus dans le portefeuille de référence

S_{gov} : représente le spread moyen des obligations d'État incluses dans le portefeuille de référence

S_{corp} : représente le spread moyen des obligations d'entreprises incluses dans le portefeuille de référence

Cet écart est ensuite ajusté pour le risque de crédit. La correction pour le risque de crédit RC se calcule de la manière suivante :

$$RC = w_{gov} * \max(RC_{gov}, 0) + w_{corp} * \max(RC_{corp}, 0)$$

RC_{gov} : représente la correction pour le risque de crédit correspondant aux obligations d'État incluses dans le portefeuille de référence

4. Le spread correspond ici à la différence entre le taux de rendement du portefeuille de référence et de la courbe de taux sans risque

RC_{corp} : représente la correction pour le risque de crédit correspondant aux obligations d'entreprises incluses dans le portefeuille de référence

L'ajustement pour la volatilité (VA) est calculé de la manière suivante :

$$VA = 0.65 * (S - RC)$$

Ce calcul est effectué pour chaque devise. Cet ajustement pour la volatilité permet de lisser les mouvements erratiques de marchés. Comme ces courbes sont utilisées dans la valorisation du passif, cela permet de refléter les changements de valeurs des actifs sur les passifs. Les passifs des assureurs sont ajustés en fonction des changements de valeurs des actifs.

1.4 Le portefeuille de référence pour l'ajustement pour la volatilité

Les assureurs parlent souvent du portefeuille de référence pour la volatilité. Cependant, il n'existe pas de portefeuille de référence à proprement parler. Comme nous avons pu le voir dans le paragraphe précédent, le VA spread se décompose entre un spread d'obligations d'entreprises - *spread corporate* - et un taux gouvernemental ajusté. Le *spread corporate* se base sur des indices iBoxx (décomposés par notation de crédit, par niveau de maturité et par secteur : financier et non-financier). Voici ci-dessous les indices iBoxx utilisés par l'EIOPA pour la devise EUR. Il existe des indices similaires pour les devises GBP et USD.

Markit – iBoxx indices	1-3yr	3-5yr	5-7yr	7-10yr	10+yr
EUR Financials AAA	85% of the EUR financials AA yields if those yields are positive or zero, otherwise 115% of those yields				
EUR Financials AA	DE000A0JZBB2	DE000A0JZBD8	DE000A0JZBF3	DE000A0JZBH9	DE000A0JZA95
EUR Financials A	DE000A0JZA12	DE000A0JZA38	DE000A0JZA53	DE000A0JZA79	DE000A0JZA23
EUR Financials BBB	DE000A0JZBX6	DE000A0JZBZ1	DE000A0JZB11	DE000A0JZB37	DE000A0JZBV0
EUR Financials BB	iBoxx EUR High Yield curve Financials ex crossover LC BB (GB00B1CQYN32)				
EUR Financials B	iBoxx EUR High Yield curve Financials ex crossover LC B (GB00B1CQYW23)				
EUR Financials CCC	iBoxx EUR High Yield curve Financials ex crossover LC B (GB00B1CQYW23)				
EUR Non-Financials AAA	85% of the EUR Non-financials AA yields if those yields are positive or zero, otherwise 115% of those yields				
EUR Non-Financials AA	DE000A0JZCH7	DE000A0JZCK1	DE000A0JZCM7	DE000A0JZCP	DE000A0JZCF1
EUR Non-Financials A	DE000A0JZB78	DE000A0JZB94	DE000A0JZCB0	DE000A0JZCD6	DE000A0JZB52
EUR Non-Financials BBB	DE000A0JZC36	DE000A0JZC51	DE000A0JZC77	DE000A0JZC93	DE000A0JZC10
EUR Non-Financials BB	iBoxx EUR High Yield curve Non-financials ex crossover LC BB (GB00B1CR1Z75)				
EUR Non-Financials B	iBoxx EUR High Yield curve Non-financials ex crossover LC B (GB00B1CR2653)				
EUR Non-Financials CCC	iBoxx EUR High Yield curve Non-financials ex crossover LC B (GB00B1CR2653)				

FIGURE 1.3 – Indices Iboxx utilisés par l'EIOPA pour la détermination de l'ajustement pour la volatilité

De manière mensuelle, l'EIOPA publie sur son site internet les poids à utiliser pour pondérer ces différents indices afin de construire le portefeuille de référence corporate. Une fois ces indices agrégés, on construit une courbe qui représente l'évolution du yield⁵ de ce portefeuille corporate en fonction de la duration. L'EIOPA communique une duration pour le portefeuille de référence corporate. A l'aide d'une méthode d'interpolation, on utilise cette duration pour obtenir le yield de ce portefeuille corporate.

La méthode est similaire pour le portefeuille d'obligations gouvernementales. On commence par construire un portefeuille d'obligations gouvernementales pour chaque pays d'Europe. L'EIOPA communique la liste des pays ainsi que la duration et les poids pour chacun de ces pays. On va utiliser les poids pour créer un indice gouvernemental. L'EIOPA communique une duration pour le portefeuille de référence gouvernemental. A l'aide d'une méthode d'interpolation, on utilise

5. Nous utilisons le terme yield pour parler de rendement

cette duration pour obtenir le yield de ce portefeuille d'obligations d'État. Dans le cas de la devise euro, tous les émetteurs de la zone euro sont cartographiés avec un seul *rendement d'indice de marché*⁶ : les maturités pertinentes de la courbe de la BCE⁷ pour toutes les obligations d'État de la zone euro (observations quotidiennes des taux spot annuels). Les méthodes sont équivalentes.

Une fois les yields de ces portefeuilles d'obligations d'État et d'obligations d'entreprises obtenus, on utilise encore une fois les poids mis à disposition par l'EIOPA pour obtenir le VA spread de ce portefeuille de référence.

Ainsi, on peut voir que la méthode a juste pour but d'obtenir un yield de référence mais a aucun moment, l'EIOPA publie un véritable portefeuille de référence.

Pour un assureur qui utilise la VA, il est important de chercher à immuniser son bilan contre les mouvements de cette VA. En effet, lorsque la VA change soudainement de valeur, la valeur des passifs est modifiée. Si le portefeuille d'actifs ne subit pas des variations similaires, cela peut engendrer des variations de fonds propres importantes et donc une volatilité des ratios de solvabilité. Ainsi, plus le portefeuille d'actifs ressemble au portefeuille de référence de l'EIOPA plus cette volatilité sera réduite. Investir dans le portefeuille de référence serait idéal mais cela est impossible.

Dans cette étude, nous allons proposer de construire un portefeuille « immunisé » contre les mouvements de l'ajustement pour la volatilité. Ainsi, nous adapterons la méthode précédente non pas pour déterminer un yield mais pour construire un portefeuille de référence dans lequel on pourrait investir.

1.5 Critique de l'ajustement pour la volatilité

Cet ajustement a des conséquences assez importantes sur les ratios de solvabilité des assureurs. L'étude d'impact quantitatifs (QIS) 5 avait mis en évidence la sensibilité des actifs des assureurs vie. Dans l'article *Solvabilité II, une étape franchie* publié par AGEFI en 2013, l'auteur explique que la sensibilité du ratio de solvabilité par rapport aux mouvements de marché est notamment due au fait que le risque de marché représente une partie importante du SCR : « Le risque de marché, matérialisé par le SCR marché (taux, actions, immobilier...), peut représenter entre 50% et 80% du SCR global en fonction de l'activité, notamment du poids de l'assurance-vie » [2].

L'introduction de l'ajustement pour la volatilité a été mis en place pour simplifier la gestion des fonds propres en compensant les mouvements à l'actifs - en lien direct avec les mouvements de marché - au passif.

Ainsi, les allocations stratégiques d'actifs ont une place cruciale dans la gestion de portefeuille pour les assureurs car elles peuvent permettre de trouver un compromis entre rendement et volatilité. Ces allocations d'actifs peuvent prendre en compte l'ajustement pour la volatilité.

L'utilisation de la volatilité a été mise en place de manière préventive pour rendre les assureurs moins sensibles aux mouvements de marché. Depuis sa mise en place en 2013, l'ajustement pour la volatilité et de manière plus général la directive Solvabilité II ont été mises à l'épreuve pendant la pandémie de la Covid-19. Dans la partie suivante, nous verrons comment les ratios de solvabilité ont chuté à fin Mars 2020. Nous verrons aussi comment l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité a protégé partiellement les ratios de solvabilité des assureurs.

6. yield market index

7. Banque Centrale Européenne

Chapitre 2

Modélisation de l'impact de la Covid-19 sur les ratios de solvabilité

2.1 Cadre et hypothèses de l'étude

Cette section est un résumé de l'étude que j'ai réalisée dans le cadre de mon travail avec ma collègue Valérie Stephan[22].

Comme nous l'avons mis en évidence dans les sections précédentes, au cours de l'année 2019 les assureurs ont connu une grande volatilité du ratio de solvabilité due notamment aux rendements négatifs sur les obligations d'État. Cela a engendré une augmentation des coûts des garanties, ce qui a exercé une pression sur les ratios de solvabilité des assureurs européens. Les durations assez faibles des portefeuilles des assureurs ont contribué à cette baisse mais c'est la convexité des passifs qui a été la principale source de préoccupation.

Dans cette étude, nous souhaitons observer l'impact de la Covid-19 sur les ratios de solvabilité des assureurs. L'étude complète de l'impact de la Covid-19 est un exercice difficile car il est nécessaire d'avoir des informations spécifiques sur les passifs des assureurs. Ainsi, pour cette étude nous allons utiliser les hypothèses suivantes :

- **Modélisation de l'actif** : L'EIOPA publie de manière trimestrielle des statistiques agrégées au niveau des pays et par type d'activité (assurance vie et assurance non-vie). L'EIOPA met à disposition notamment des informations sur les allocations d'actifs. Ces données se basent sur le modèle de déclaration Solvabilité II S.06.02. Nous utilisons ces données pour définir les allocations d'actifs par pays et par type d'activité.
- **Modélisation du passif** : Le rapport de l'EIOPA *Report on insurers' asset and liability management in relation to the illiquidity of their liabilities* comporte des informations sur la durée des portefeuilles d'actifs des assureurs par pays ainsi que sur l'utilisation du matching adjustment et du volatility adjustment en Europe[7]. Par ailleurs, les données statistiques de l'EIOPA contiennent des informations sur les fonds propres. Cependant, aucune donnée publique ne permet d'obtenir des informations précises sur les profils de risques des assureurs. Nous avons ainsi utilisé un profil de risque théorique pour chaque pays d'Europe dont les durations sont en ligne avec les durations du rapport ALM¹ de l'EIOPA.

Par ailleurs, nous avons aussi regardé les rapports SFCR (2018) des principaux assureurs pour chaque pays d'Europe afin d'obtenir des informations sur les capacités d'absorption des pertes des provisions techniques - LAC TP en anglais (Loss Absorption Capacity of Technical Provision).

2.2 Les allocations d'actifs des assureurs Européens

Lors de l'évaluation de l'impact de la volatilité sur les ratios de solvabilité suite à la pandémie de la Covid-19, il est important de comprendre les différences d'allocation d'actifs par

1. Asset Liability Management

pays. A l'aide des données statistiques fournies par l'EIOPA, nous avons pu agréger ces données afin d'obtenir les allocations d'actifs moyennes par pays.

Le cas des assureurs vie

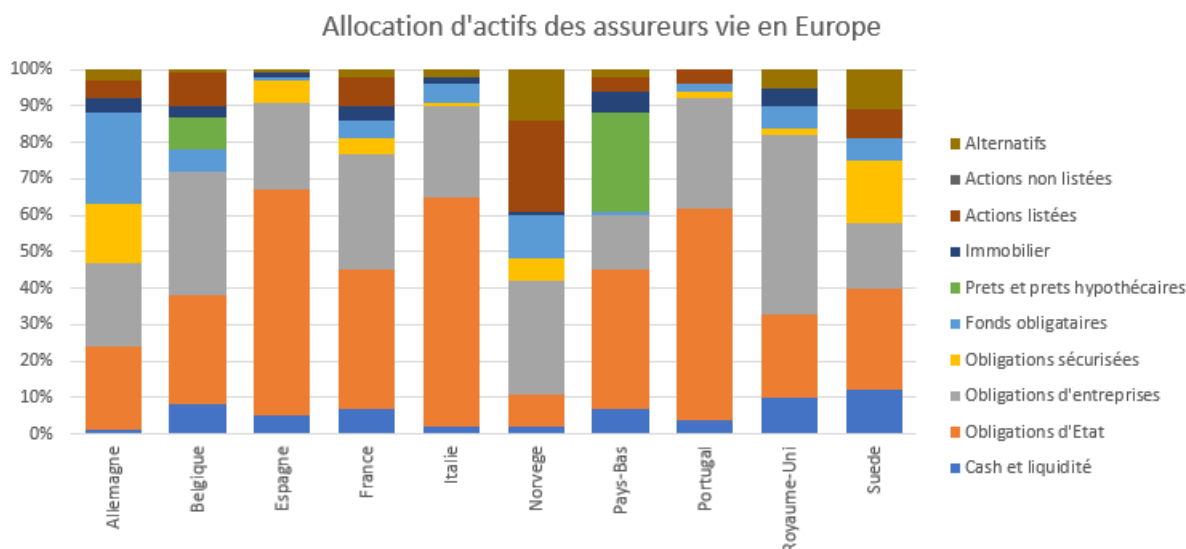


FIGURE 2.1 – Allocation d'actifs des assureurs vie en Europe. Source : Insurance Statistics EIOPA

Sur la figure 2.1, nous pouvons remarquer que les allocations d'actifs sont assez disparates en fonction des pays. On peut souligner les quatre spécificités suivantes :

- Les pays nordiques ont de larges allocations actions par rapport aux autres pays européens. Cela est dû à la spécificité de leurs produits d'assurance vie qui ressemblent plus à des produits de fonds de pension. Ils bénéficient aujourd'hui de la réduction sur le SCR action (22%) grâce aux mesures transitoires.
- L'Italie, l'Espagne et le Portugal ont une majorité de leurs actifs investis en obligations d'État. Les rendements des obligations d'État dans ces pays sont beaucoup plus importants que les rendements obligataires des autres pays européens. La grande majorité des expositions en obligations d'État sont des expositions locales. Par exemple, les assureurs vie italiens ont 75% de leur allocation d'actifs investie en BTP². Ainsi les compagnies d'assurance italiennes, espagnoles et portugaises seront plus sensibles aux mouvements de spread de leur propre gouvernement.
- Les Pays-Bas et la Belgique ont des allocations importantes en prêts hypothécaires respectivement néerlandais et belges. Ces produits sont attractifs car ils sont assez efficaces en terme de coûts en capitaux. En effet, le coût en capital est calculé à l'aide du module de risque de contrepartie.
- L'Allemagne a une allocation de 20% en fonds obligataires. Cela correspond à leur fonds KWG³. C'est une structure dans laquelle les assureurs allemands peuvent réaliser des plus-values et des pertes au sein du fonds sans que cela ait d'impact sur leur bilan. Cela leur permet de gérer leurs produits avec participation aux excédents.

2. Buoni del Tesoro Poliannuali : obligations émises par le gouvernement italien sur les marchés obligataires

3. Kreditwesengesetz

Le cas des assureurs non-vie

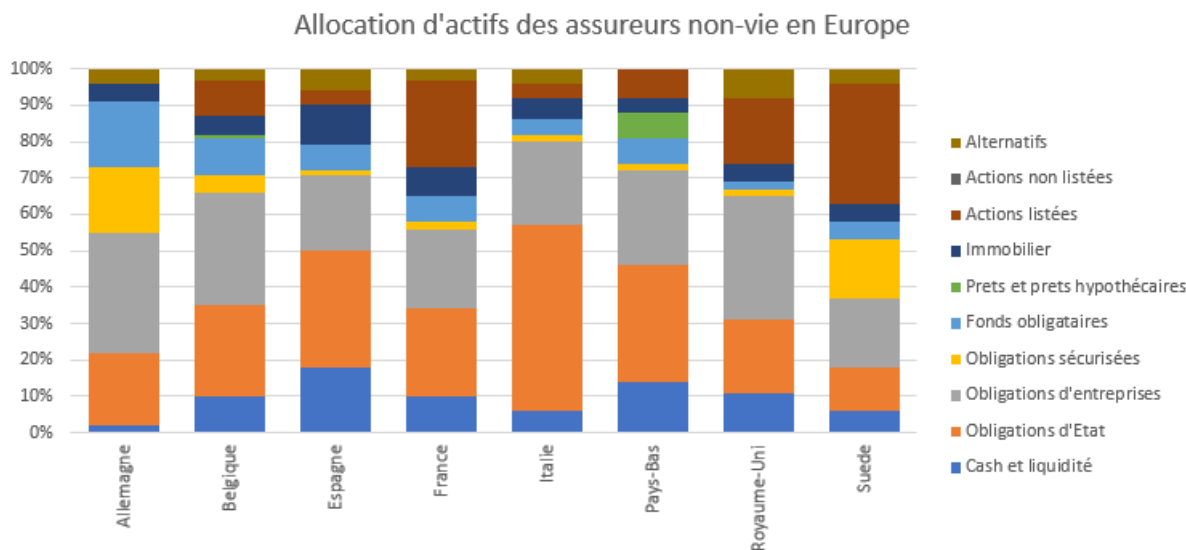


FIGURE 2.2 – Allocation d'actifs des assureurs non-vie en Europe. Source : Insurance Statistics EIOPA

Sur la figure 2.2, nous avons représenté les allocations moyennes des assureurs non-vie pour certains pays d'Europe. Encore une fois, les allocations d'un pays à l'autre varient :

- Les pays nordiques ont toujours de larges allocations actions par rapport aux autres pays européens. Cependant cette fois-ci c'est aussi le cas de la France, la Belgique, les Pays-Bas et le Royaume-Uni.
- L'Italie et l'Espagne ont encore une fois des allocations importantes en obligations d'État mais cette fois-ci dans une moindre mesure (51% dans le cas de la non-vie vs 61% dans le cas de la vie). La grande majorité des obligations d'État sont de nouveau des expositions locales.
- Les allocations en prêts hypothécaires des Pays-Bas sont toujours importantes en revanche c'est moins le cas pour la Belgique.
- Les niveaux de liquidité sont beaucoup plus importants dans le cas de la non-vie. Cela est dû aux besoins plus importants de liquidité pour les assureurs non-vie qui ont des passifs avec des durations plus courtes.

Ces allocations étant très différentes, nous allons voir que les portefeuilles ont réagi différemment. Les pays avec les allocations en actions les plus importantes ont été les plus touchés.

2.3 Détail de la méthode d'évaluation des ratios de solvabilité

Une fois les allocations d'actifs moyennes par pays définies, nous avons évalué la valeur de ces portefeuilles à fin Décembre 2019 puis à fin Mars 2020 en mappant ces portefeuilles à des indices de marché. Cela nous a permis d'estimer l'impact des mouvements de marché au niveau des actifs sur le premier trimestre 2020.

$$\Delta_{actif} = MV_{Mars\ 2020} - MV_{Decembre\ 2019}$$

$MV_{Mars2020}$: représente la valeur de marché du portefeuille à fin Mars 2020

$MV_{Decembre2019}$: représente la valeur de marché du portefeuille à fin Décembre 2019

Séparément, nous avons évalué l'impact du mouvement des taux sur la valorisation du passif. Nous avons calculé les valeurs des passifs à l'aide de nos profils théoriques de flux de trésorerie en utilisant des courbes de taux sans risques à fin Décembre 2019 puis à fin Mars 2020 dans deux cas de figure : avec et sans l'ajustement pour la volatilité.

$$\Delta_{passif} = PV_{Mars\ 2020} - PV_{Decembre\ 2019}$$

$PV_{Mars\ 2020}$: représente la valeur du passif à fin Mars 2020

$PV_{Decembre\ 2019}$: représente la valeur du passif à fin Décembre 2019

$$PV = \sum_{i=1}^N \frac{CF_i}{(1+r_i)^i}$$

CF_i : flux de trésorerie de l'année i

r_i : taux sans risque de l'année i

N : année du dernier flux de trésorerie

Les mouvements de marché observés au cours du Q1 2020 auront un impact autant à l'actif qu'au passif des assureurs.

Une fois les changements de valeur de l'actif et du passif évalués, nous avons réévalué les fonds propres de ces assureurs européens :

$$Fonds\ propres = MV_{Actif} * (1 + \Delta_{Actif}) - PV_{Passif} * (1 + \Delta_{Passif})$$

Par ailleurs, nous avons aussi réévalué leur SCR en utilisant la méthode présentée dans la section 1.1.1. Nous avons considéré que tous les modules de SCR (souscription vie, souscription non-vie, souscription santé, risque de défaut et risque opérationnel) restaient constants sauf le module SCR marché.

L'EIOPA ne fournit pas les informations détaillées des composants des SCR par pays. Nous avons donc recherché ces informations pour les plus gros assureurs de chaque pays dans leurs rapports SFCR. Pour chaque pays et pour chaque entreprise, nous avons utilisé des moyennes pondérées pour chaque composant du SCR (souscription vie, souscription non-vie, souscription santé, risque de marché, risque de défaut et risque opérationnel) en utilisant les valeurs à fin 2018 car les données à fin 2019 n'étaient pas encore disponibles pour tous les assureurs lors de la réalisation de l'étude. Par ailleurs, nous avons aussi utilisé ces rapports SFCR pour calculer des estimations des niveaux d'absorption des pertes par les provisions techniques (LAC TP)⁴ pour chaque pays.

Après avoir choqué les actifs sur la base des informations de marché, les quantités suivantes sont réévaluées :

- Le SCR marché
- Les ajustements

Ensuite, nous avons recalculé le SCR à l'aide de la formule standard présentée précédemment :

$$SCR = BSCR + SCR_{operationnel} - Adjustment_{Taxes, participations\ aux\ benefices}$$

Enfin, on ajuste la nouvelle valeur des fonds propres en tenant compte de l'absorption des pertes :

$$Fonds\ propres = Fonds\ propres_{preLAC} + \Delta_{Actif} * Passif * LAC + \Delta_{actif} * (1 - Passif) + \Delta_{Passif} * LAC$$

Cela nous permet d'en déduire les ratios de solvabilité :

$$Ratio\ de\ solvabilite = \frac{Fonds\ propres}{SCR}$$

4. Le LAC TP réduit le SCR de la valeur de l'allègement fiscal sur une perte égale au SCR avant impôt

2.4 Impact de l'allocation d'actifs sur les ratios de solvabilité

En appliquant la méthodologie précédente pour chacun des pays d'Europe sélectionnés pour cette étude, la figure 2.3 représente les résultats pour les assureurs vie et la figure 2.7 les résultats pour les assureurs non-vie.

Le cas des assureurs vie

Sur le premier trimestre 2020, l'écartement des spreads a eu un impact sur les portefeuilles des assureurs. A première vue, nous pouvons remarquer que les résultats sont très hétérogènes. Dans le cas des assureurs vie, les baisses de ratios de solvabilité s'étendent de -21% à -80% de points sans l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité et de -3% à -56% avec l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité.

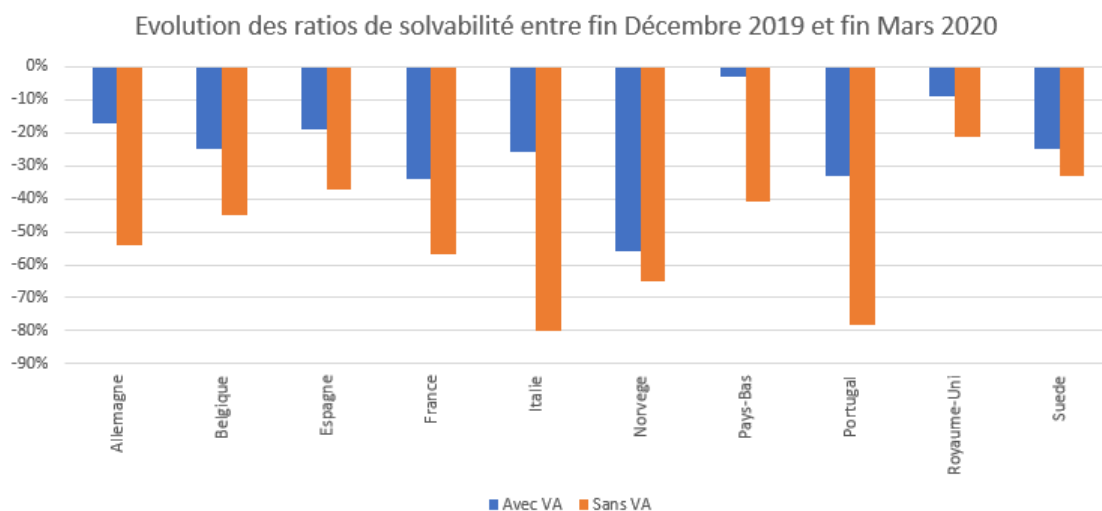


FIGURE 2.3 – Estimation des variations absolues de ratios de solvabilité des assureurs vie européens au premier trimestre 2020

D'abord, on peut remarquer que l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité a protégé les ratios de solvabilité en épongeant partiellement les baisses de valeurs à l'actif en réduisant la taille du passif. D'autre part, on peut aussi remarquer que cet effet d'absorption est plus ou moins important selon les pays d'Europe. En effet, comme décrit précédemment, le calcul de la VA se base sur un portefeuille de référence. Il existe un portefeuille par devise. Ainsi, on peut expliquer certaines disparités :

- Les Pays-Bas ont une allocation inférieure aux obligations d'entreprises par rapport au portefeuille de référence utilisé pour le calcul de la VA. Le spread du portefeuille de référence s'est écarté de manière plus importante que celui du spread d'un assureur néerlandais. Les Pays-Bas ont donc trop profité de l'ajustement pour la volatilité. Certaines compagnies d'assurance néerlandaises ont même vu leur ratio de solvabilité augmenter.
- Pour le Royaume-Uni, étant donné que le portefeuille de référence est défini par devise, les assureurs ont leur propre portefeuille de référence basé sur le GBP. Ainsi, *overshooting effect* est moins important.

L'utilisation de l'ajustement pour la volatilité a été très utile pour certains pays car le portefeuille de référence a une exposition importante en obligations d'État Italien et Espagnol. La figure 2.4 montre la composition du portefeuille d'obligations d'État du portefeuille de référence. Ce portefeuille est composé de 22% d'obligations d'État italiennes et de 9% d'obligations d'État espagnoles.

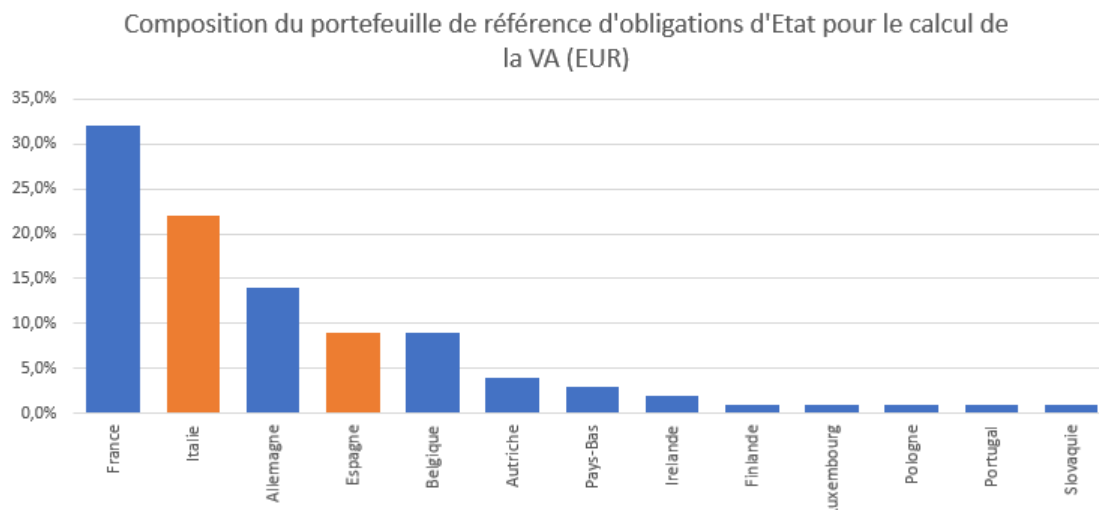


FIGURE 2.4 – Composition du portefeuille de référence d’obligations d’État pour le calcul de la VA (EUR) au Q3 2019

Ceci est bien plus important que les expositions actuelles des pays européens à ces obligations d’État italiennes et espagnoles. En effet, l’Allemagne et les Pays-Bas ont des allocations négligeables aux obligations d’État italiennes. Les assureurs allemands et néerlandais qui utilisent la VA ont donc « sur-bénéficié » (*overshooting effect*) de cet ajustement. C’est pourquoi les chutes de ratios de solvabilité sont beaucoup plus importantes pour certains pays d’Europe.

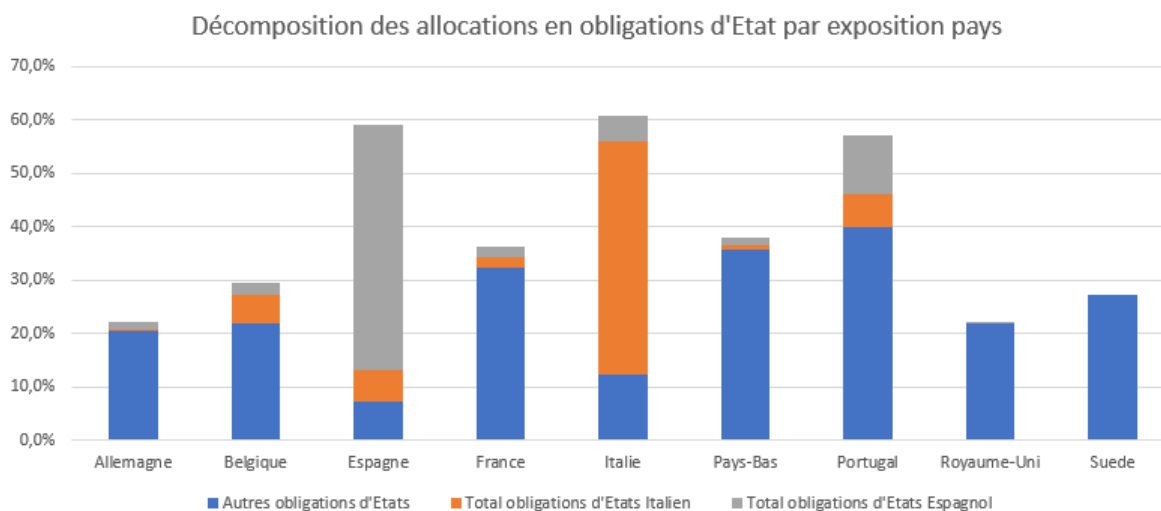


FIGURE 2.5 – Décomposition des allocations en obligations d’État par exposition pays au Q3 2019

Cependant, l’utilisation de l’ajustement pour la volatilité n’est pas toujours simple. En effet, comme nous l’avons vu précédemment, la VA est calculée sur la base de l’évolution des spreads d’un portefeuille de référence. Ainsi, si la volatilité sur les marchés est grande, la VA sera tout autant volatile. Entre Février et Mars 2020, la VA EUR est passée de 12bps à 46bps c’est-à-dire une augmentation de plus de 280%. En avril 2020, l’ajustement pour la volatilité s’est vu diminuer bien plus vite que les spreads des portefeuilles. On a donc un effet de dépassement. Les ratios de volatilité des assureurs ont parfois eu des niveaux plus critiques à fin Avril qu’à fin Mars 2020.

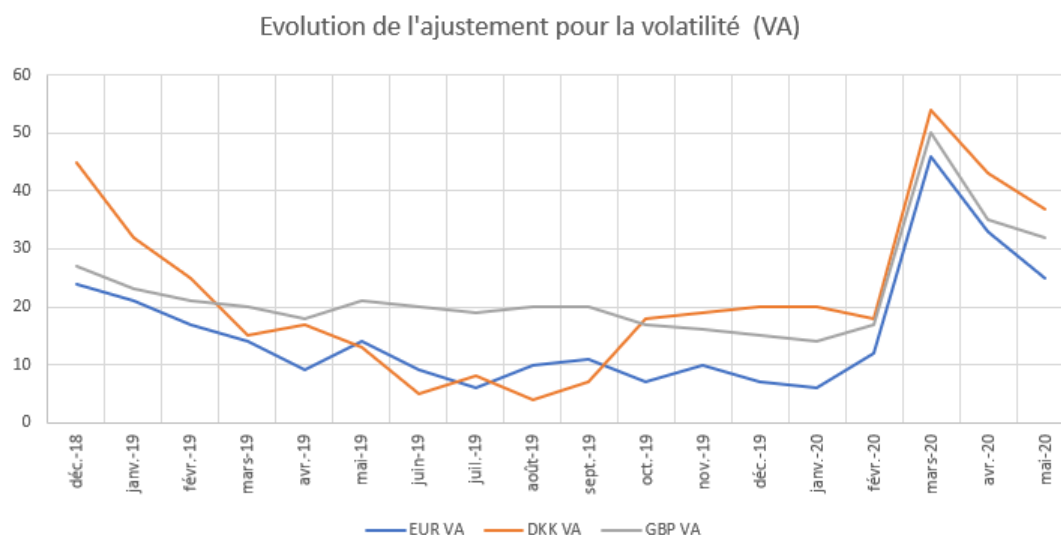


FIGURE 2.6 – Évolution de l'ajustement pour la volatilité entre fin Décembre 2018 et Mai 2020

La crise de la Covid-19 a donc mis en évidence les limites de l'ajustement pour la volatilité. La VA avait déjà montré ses limites au Danemark. Dans ce pays, l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité est assez difficile car dans le portefeuille de référence Danois, il y a beaucoup d'obligations sécurisées avec des options de pré-paiement. Ainsi, les nouvelles obligations sont incluses dans le portefeuille de référence avec un certain retard. Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.6, la VA danoise a parfois un comportement erratique. De plus, lors de variations importantes sur les marchés locaux, les assureurs peuvent être amenés à utiliser la VA *pays*. En effet, il existe actuellement deux types de VA : une VA *devise* qui est utilisée par défaut et une VA *pays* qui est utilisée quand un élargissement des spreads local qui n'aura pas un effet majeur sur les spreads des autres pays.

Par ailleurs, l'ajustement pour la volatilité est parfois utilisé chez des assureurs non-vie. Là encore l'ajustement pour la volatilité n'est pas vraiment adapté pour les assureurs non-vie. En effet, la durée des portefeuilles d'assurance non-vie est généralement autour de 2,5 / 3 ans alors que le portefeuille de référence européen a une durée d'environ 8 ans. A nouveau, les assureurs non-vie et plus généralement les assureurs ayant des portefeuilles de durée plus faible que le portefeuille de référence ont sur-bénéficié de l'ajustement pour la volatilité.

Le cas des assureurs non-vie

Dans le cas de la non-vie, nous avons évalué les baisses de ratios de solvabilité uniquement dans le cas où les assureurs n'utilisent pas l'ajustement pour la volatilité. Sur la figure 2.7, on peut remarquer que les baisses de ratios de solvabilité sont bien moins importantes que pour les assureurs vie. En effet, les baisses s'étendent de -9% à -34% de points. Une des raisons de cette différence est que le SCR marché est un composant moins important dans le calcul du SCR pour les assureurs non-vie que pour les assureurs vie.

Les résultats sont encore une fois assez hétérogènes. La baisse principale vient encore une fois des expositions actions ainsi que des expositions aux obligations d'entreprises. Puisqu'ici nous n'utilisons pas l'ajustement pour la volatilité, le passif ne vient pas absorber les pertes à l'actif.

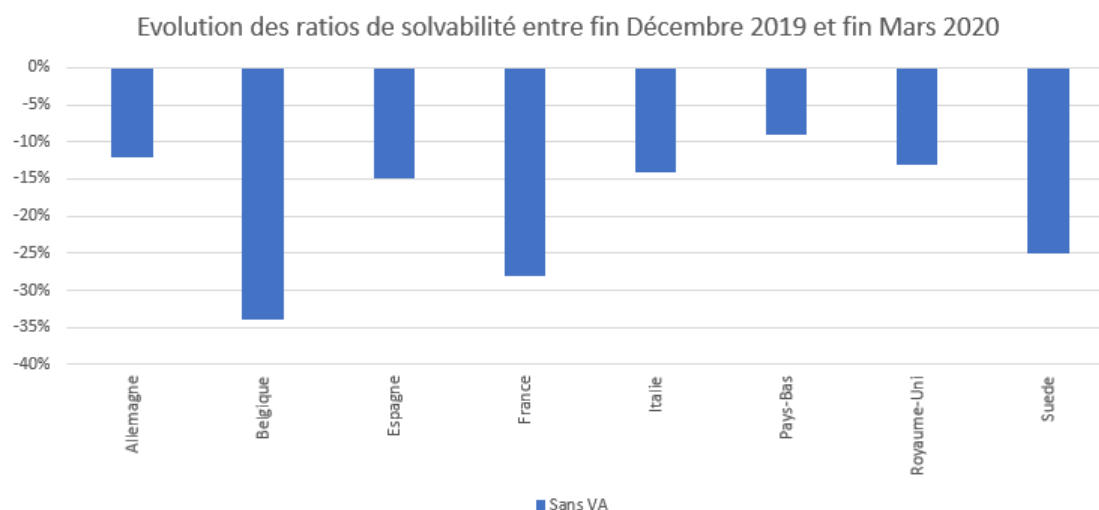


FIGURE 2.7 – Estimation des variations absolues de ratios de solvabilité des assureurs non-vie européens au premier trimestre 2020

A première vue, l'impact semble plus limité pour les assureurs non-vie. Pourtant l'impact de la Covid-19 pourrait bien être plus important pour les assureurs non-vie que pour les assureurs vie. Un des composants majeurs du calcul du SCR pour les assureurs non-vie est le risque de souscription. Dans notre étude, nous avons estimé les baisses de ratios de solvabilité en ne tenant compte que des impacts dus aux mouvements de marché sur les produits liquides. La crise de la Covid-19 va avoir des impacts majeurs sur la souscription :

- **Assurance continuité de l'activité** : dans ce domaine, il est encore parfois assez difficile de savoir si des sinistres relatifs aux arrêts d'activités sont couverts ou non par les contrats d'assurance.
- **Assurance santé** : les assureurs vont être confrontés à des augmentations de sinistres relatifs à la crise du Covid-19.
- **Assurance automobile** : les assureurs vont devoir revoir leurs estimations des tarifs. Par exemple, le confinement a engendré une diminution des sinistres. Les primes vont donc devoir être recalculées.

2.5 Conclusions et limites de l'étude

Pour cette étude, nous avons fait plusieurs hypothèses. Les ratios de solvabilité ont été estimés en se basant principalement sur le changement de valeur des actifs. Pour les actifs illiquides et privés, nous n'avons pas été en mesure d'observer l'impact de l'écartement des spreads sur la valorisation de ces actifs. Ces actifs ont tendance à être valorisés de manière trimestrielle. Les changements de valeurs des actifs illiquides seront probablement observés avec un décalage.

Le cadre de régulation des assureurs a été mis à l'épreuve pendant la crise de la Covid-19. Les assureurs ont dû faire face à une volatilité importante de leur ratio de solvabilité. Les mesures transitoires, notamment l'ajustement pour la volatilité ont fait leurs preuves. L'utilisation de l'ajustement pour la volatilité a permis de réduire la volatilité des ratios de solvabilité. Cependant, nous avons pu voir précédemment que la VA a eu des effets différents en fonction des pays, des types d'assurance (vie vs non-vie) et des allocations d'actifs, rendant le bénéfice de l'utilisation de la VA inégale.

Avant la crise de la Covid-19, l'EIOPA avait prévu une refonte de cette directive dans le but d'assurer que la directive Solvabilité II est toujours adaptée à ses objectifs. En effet, le 15 Octobre 2019, l'EIOPA a publié un document de consultation sur la refonte de la directive *Consultation Paper on the Opinion on the 2020 review of Solvency II* (EIOPA-BoS-19/465)[6].

L'EIOPA souhaite utiliser l'expérience acquise depuis la mise en place de la directive en 2016 afin que le cadre de régulation continue de promouvoir la transparence, la comparabilité et la compétitivité du secteur de l'assurance.

Cependant, la crise de la Covid-19 a été un réel test du cadre de régulation définie par la directive Solvabilité II. Notamment, elle a déjà permis de remettre en question ces nouvelles propositions. En Juillet 2020, l'EIOPA a lancé une période de consultation pour permettre aux assureurs de commenter les possibles modifications. La revue de la directive fait face à des retards par rapport au planning prévisionnel à cause de la Covid-19.

Chapitre 3

Refonte de la directive Solvabilité II

Comme évoqué précédemment, l'EIOPA est en train de revoir la directive Solvabilité II. Les assureurs ont eu la possibilité de donner leur avis sur les propositions faites par l'EIOPA en Octobre 2019 jusqu'au 15 Janvier 2020. En effet, ces propositions auront une incidence significative sur la position de solvabilité des assureurs. Pour donner suite à ces remarques, l'EIOPA a effectué une évaluation globale de la mise en place de ces nouvelles mesures sur les bilans des assureurs européens en Mars 2020[14].

Compte tenu de la Covid-19 et de son impact d'une part sur les marchés financiers et d'autre part sur le secteur de l'assurance, l'EIOPA a souhaité revoir sa copie. Ainsi, l'EIOPA a fait des demandes supplémentaires auprès des assureurs afin de pouvoir considérer l'impact de la pandémie sur leurs bilans pour adapter les nouvelles propositions. Les assureurs ont eu jusqu'au 1er Juillet 2020 pour répondre à cette nouvelle demande.

La refonte de Solvabilité II va donc être reportée. L'EIOPA devrait être en mesure de publier une nouvelle version de la régulation en Janvier 2021 et elle devrait entrer en vigueur en Janvier 2022. Dans ce mémoire, nous allons nous baser sur les propositions actuelles de l'EIOPA. Ces propositions pourraient être amenées à changer.

3.1 Les changements clés

Dans son premier papier de consultation sur la révision de solvabilité II[6], l'EIOPA commence par faire un bilan de la version actuelle de la directive. L'EIOPA est d'avis que dans l'ensemble, le cadre de Solvabilité II fonctionne bien. Cette refonte doit être vue plus comme une évolution plutôt qu'un changement radical de trajectoire.

L'EIOPA souhaite revoir une vingtaine de thèmes de la régulation actuelle. Ces thèmes peuvent être divisés en trois parties :

- **Révision des garanties long-terme** : La directive Omnibus II prévoyait une ré-examen de ces garanties en 2020. C'est notamment l'ajustement pour la volatilité qui est revu.
- **Nouveaux outils réglementaires** : notamment sur les questions macro-prudentielles, le recouvrement et la résolution et les régimes de garantie d'assurance.
- **Révisions du cadre Solvabilité II existant** : notamment le pilier I (exigence de capital) et le pilier III (rapports et transparence).

Dans ce mémoire, nous allons nous concentrer sur les changements qui concernent principalement la partie investissement / gestion d'actifs. L'EIOPA prévoit aussi d'aborder la valorisation du passif et de la marge de risque. Ces changements auront probablement un impact sur la position ALM des assureurs mais ces thèmes ne seront pas abordés ici. Ci-dessous, voici une revue non exhaustive des thèmes revus par l'EIOPA qui auront impact sur l'allocation d'actifs des assureurs.

Révision des garanties long-terme	
Matching adjustment (MA)	<p>1) Suppression de la limitation des avantages de diversification pour les portefeuilles de MA dans la formule standard SCR.</p> <p>2) Ajout de critères pour clarifier l'éligibilité de certains actifs.</p>
Volatility adjustment (VA)	<p>Modification du calcul de l'ajustement pour volatilité des taux d'intérêt sans risque, pour faire face aux <i>overshooting effect</i> et pour refléter l'illiquidité des passifs d'assurance. Les changements relatifs à l'ajustement pour la volatilité seront abordés en détails dans la suite de ce mémoire.</p>
VA dynamique (modèles internes)	<p>Maintien ou non de l'ajustement pour la volatilité dynamique.</p>
TMTP sur les taux d'intérêt	<p>1) Renforcement de la transparence sur l'utilisation des mesures transitoire (TM) sur les taux d'intérêt sans risque et sur les provisions techniques (TP), notamment à travers les SFCR.</p> <p>2) Mise en place de nouveaux critères pour qu'un assureur qui ne bénéficie pas actuellement de cette mesure transitoire puisse en profiter.</p>
Actions stratégiques / long terme	<p>1) Retrait de la catégorie <i>duration based equity</i> dans le sous-module de risque actions.</p> <p>2) Ajout d'une nouvelle catégorie investissement actions à long terme (Long-term equity investments). L'idée est similaire aux <i>duration based equity</i> mais avec des critères simplifiés. Par exemple, sous cette nouvelle catégorie, les actifs n'ont plus besoin d'être cantonnés, ils devront juste être clairement identifiés[11].</p>
Méthode d'extrapolation RFR	<p>1) Remise en question du niveau du <i>Last Liquid Point</i> (LLP) - point de départ pour l'extrapolation des courbes de taux d'intérêt sans risque (RFR) pour l'euro. Le LLP pourrait passer de 20 à 30 ans. Un passage du LLP à 30 ans pourrait engendrer une diminution des ratios de solvabilité de l'ordre de 30%.</p> <p>2) Modification de la méthode d'extrapolation pour prendre en compte les informations de marché au-delà du point de départ. Cette nouvelle méthode viendrait remplacer la méthode de Smith-Wilson. En effet, les courbes de taux actuelles sont assez éloignées des courbes de taux des marchés financiers (ex : OIS). Cette nouvelle méthode utilise deux nouveaux concepts : le <i>First Smoothing Point</i> et le <i>Last Liquid Forward Rate</i>.</p>
Symmetric Adjustment	<p>La revue de l'ajustement symétrique pour les coûts en capitaux des actions a montré que la composition de l'indice des actions pour l'ajustement symétrique n'a actuellement pas besoin d'être mise à jour. Cependant, l'EIOPA conseille d'élargir le corridor de l'ajustement symétrique de +/- 10% actuellement à +/- 17% et d'introduire un plancher de 22% à l'exigence de capital action.</p>

Formule standard du capital de solvabilité requis pour le risque de marché	
Risque de taux	Modification de la méthode de calibration du sous-module de risque de taux d'intérêt. Les chocs actuels sous-estiment le risque et ne prennent pas en compte la possibilité d'une forte baisse des taux d'intérêt telle qu'elle a été vécue au cours des dernières années ainsi que l'existence de taux d'intérêt négatifs. L'EIOPA conseille de modéliser le risque de taux d'intérêt dans la formule standard avec une approche de décalage relatif et proportionnel, dont les paramètres varient en fonction de l'échéance.
Risque d'écartement des spreads	La revue de ce sous-module n'a pas débouché sur des propositions de changement. Il serait inutile et injustifié d'introduire un traitement distinct pour les investissements à long terme similaire aux actions dans des actifs à revenu fixe. Le concept du matching adjustment répond déjà à ce problème.
Risque immobiliers	Compte tenu des rares données disponibles, le traitement des investissements immobiliers restera le même pour le moment. L'EIOPA poursuivra ses analyses en vue d'une modification potentielle de la méthode de calcul des exigences de fonds propres pour ce risque.
Corrélation des risques de marché	Réduction potentielle de la corrélation entre le risque de taux d'intérêt et le risque d'écartement des spreads dans le scénario de choc de taux à la baisse.
Risque de contrepartie	1) Calcul simplifié de l'effet d'atténuation des risques des produits dérivés, des accords de réassurance, des véhicules ad hoc et des titrisations d'assurance. 2) Revu des exigences de capital pour les prêts ayant fait défaut. 3) Reconnaissance des garanties partielles sur les prêts hypothécaires.
Utilisation de notation interne	Les assureurs pourraient avoir la possibilité d'utiliser la notation de crédit produite par le modèle interne d'une banque (Internal Rating Based). Cela pourrait être possible lorsqu'ils co-investissent dans une dette non notée avec une banque. Cette notation constitue une alternative à l'approche d'évaluation interne.

3.2 Refonte de l'ajustement pour la volatilité

3.2.1 Les déficiences du cadre actuel du calcul de l'ajustement pour la volatilité

Depuis sa mise en place, l'EIOPA a constaté plusieurs déficiences de l'ajustement pour la volatilité. Suite à la période de grande volatilité sur les marchés financiers en Mars 2020, les ratios de solvabilité ont connu des variations significatives et disparates. L'EIOPA a demandé aux assureurs de déclarer leur ratio de solvabilité avec et sans l'utilisation de la VA. Les déficiences suivantes ont été exacerbées :

- « **Overshooting / undershooting effect** » : dû à l'utilisation de la VA est l'un des sujets les plus importants abordé dans le refonte de la directive Solvabilité II. Les assureurs ont toujours eu des avantages plus ou moins importants relatifs à l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité. Comme nous l'avons décrit précédemment, l'impact de l'ajustement pour la volatilité est plus ou moins important en fonction des allocations d'actifs. En effet, en fonction de la notation de crédit du portefeuille, de sa durée et de son pourcentage d'investissement en obligations financières / non-financières, le bénéfice de la VA varie.
- « **Cliff effect** » : lorsque la VA devise passe instantanément à une VA pays l'impact sur la

valorisation du passif est important.

- **Illiquidité du passif** : la méthode de calcul actuelle ne tient pas compte de l'illiquidité du passif.
- **Risque de défaut** : Mauvaise estimation de la correction du risque de la VA. Le risque de défaut ne représente pas les risques de défaut actuel.
- **Effet asymétrique** : la VA est la plupart du temps positive, elle n'est pas symétrique.
- **Hypothèses** : les hypothèses sous-jacentes au calcul de l'ajustement pour la volatilité ne sont pas claires.
- **Lien avec les taux sans risque** : la VA n'est pas cohérente avec taux d'intérêt sans risque.

3.2.2 Les propositions de l'EIOPA pour pallier aux déficiences actuelles du calcul de l'ajustement pour la volatilité

Dans le document de consultation publié par l'EIOPA en Octobre 2019 plus de huit options ont été proposées. Dans le papier publié en Juillet 2020, quatre propositions ont été retenues pour réduire les déficiences identifiées dans la partie précédente à savoir[13] :

- La mise en place d'un ratio d'application qui se baserait sur le niveau d'illiquidité du passif des assureurs. Ce ratio pourrait varier pour chaque assureur.
- La mise en place d'un ratio d'application qui se baserait sur le pourcentage d'obligation ainsi que la durée du portefeuille des assureurs. Ce ratio pourrait varier pour chaque assureur.
- Le spread ajusté pour le risque de défaut déterminé en fonction d'un pourcentage du spread et du spread moyen à long terme.
- La mise en place d'une application plus progressive de l'ajustement pour la volatilité pays.

Dans la suite de ce mémoire, nous allons présenter les quatre propositions ci-dessus.

Ratio d'application & allocation d'actifs

L'EIOPA souhaite introduire un ratio d'application spécifique $AR_{i,c}^4$ à chaque entreprise pour résoudre le problème du dépassement / de sous-estimation de l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité qui découle des asymétries d'allocation de durée et d'investissement financiers à revenu fixe. Ce ratio d'application dépend du pourcentage d'actifs obligataires ainsi que de la durée du portefeuille. Afin d'identifier les actifs obligataires, les assureurs devront se baser sur les classifications CIC (Complementary Identification Code). Les actifs obligataires correspondent aux codes CIC suivants : 1, 2, 4.2, 5.2, 5.4 et 8. Ces classes d'actifs sont décrites dans la table 3.1.

Code CIC	Actifs
1	Obligations souveraines
2	Obligations d'entreprises
4.2	Fonds d'investissement obligataires
5.2	Titres structurés en risque de taux
5.4	Titres structurés en risque de crédit
8	Prêts et prêts hypothécaires

TABLE 3.1 – Codes CIC des produits obligataires

Pour calculer ce ratio d'application, une réévaluation de la meilleure estimation du passif est requise ainsi que de la capacité d'absorption des provisions techniques (LAC TP).

$$AR_{i,c}^4 = \min\left(\frac{PVB P(MV_{i,c}^{FI})}{PVB P(BEL_{i,c})}; 1\right)$$

$AR_{i,c}^4$: ratio d'application pour la devise c et le pays i

$PVBP$: valeur actualisée d'un point de base

$MV_{i,c}^{FI}$: valeur de marché du portefeuille obligataire pour la devise c et le pays i

$BEL_{i,c}$: valeur de la meilleure estimation du passif pour la devise c et le pays i

Pour calculer les éléments $PVBP(MV_{i,c}^{FI})$ et $PVBP(BEL_{i,c})$ on utilise les formules ci-dessous :

$$PVBP(MV_{i,c}^{FI}) = \frac{MV_{i,c}^{FI}(CS) - MV_{i,c}^{FI}(CS + GAR * RC_{cscaled})}{GAR * RC_{cscaled}}$$

$$PVBP(BEL_{i,c}) = \frac{BEL_{i,c}(RFR_c) - BEL_{i,c}(RFR_c + GAR * RC_{cscaled})}{GAR * RC_{cscaled}}$$

$$RC_{cscaled} = Scale_c * RC_c + w_i * \max(RC_{c,i} * Scale_{c,i} - 1.3 * RC_c * Scale_c; 0)$$

GAR : ratio d'application général qui est fixé à 85%

CS : valeur actuelle du spread

$RC_{cscaled}$: facteur de correction du risque ajusté

$RC_{c,i}$: facteur de correction du risque pour la devise c et le pays i

$Scale_c$: facteur spécifique à la devise

w_i : ce facteur est conçu pour assurer une transition en douceur de la VA devise à la VA pays

La valeur actualisée d'un point de base sur la meilleure estimation du passif (Best Estimate Liability) et sur la valeur de marché du portefeuille obligataire saisit la sensibilité de la valeur de la VA hors ratio d'application spécifique à l'entreprise. Il faut noter que le facteur de correction RC inclut la composante macroéconomique. Une fois le ratio d'application défini, la VA se calculera de la manière suivante :

$$VA_{i,c} = GAR * AR_{i,c}^4 * RC_{i,c}$$

Cette méthode ajoute de la complexité à l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité. Plus la position ALM sera bonne, plus la valeur du ratio d'application sera grande et plus l'assureur maximisera l'effet de l'ajustement pour la volatilité.

Ratio d'application & illiquidité

Ce ratio d'application $AR_{i,c}^5$ dépend de la part du passif considéré comme illiquide. Tous les passifs sont classés en fonction de caractéristiques telles que le risque de rachat, le risque de mortalité et le risque de déchéance en santé. Chacun de ces risques doit avoir un impact de moins de 5% sur la meilleure estimation du passif pour considérer que son impact est faible. Les passifs peuvent être classés en trois différentes catégories :

- **Catégorie I - Très illiquides** : Le ratio d'application est égal à 100%. Il n'y a pas d'option de rachat ou d'annulation ou alors les rachats n'ont pas d'impact sur les fonds propres. Dans ce cas, les risques de rachat, mortalité et déchéance ont un faible impact.
- **Catégorie II - Moyennement illiquides** : Le ratio d'application est égal à 75%. Faible impact sur le Best Estimate dû à l'augmentation permanente des taux de rachat. Faible impact sur le Best Estimate du risque de mortalité.
- **Catégorie III - Liquides** : Le ratio d'application est égal à 60%. Les polices d'assurance non-vie ainsi que les polices d'assurance vie où les risques de rachat / mortalité / santé sont considérés comme importants.

Le ratio d'application est calculé de la manière suivante :

$$AR_{i,c}^5 = \max(\min(\frac{BE_I * AR_I + BE_{II} * AR_{II} + BE_{III} * AR_{III}}{BE_I + BE_{II} + BE_{III}}; 1); 0.6)$$

AR_j^5 : ratio d'application où j est égal à I, II ou III

BE_j : meilleure estimation des passifs où j est égal à I, II ou III

Les Best Estimate Liabilities sont déterminés en utilisant les courbes de taux sans risque de l'EIOPA sans l'ajustement pour la volatilité et sans les mesures transitoires. Le ratio d'application sera compris entre 60% et 100% en fonction de la liquidité des passifs. Ainsi, les assureurs non-vie bénéficieront moins de l'ajustement pour la volatilité. Ce second ratio d'application est introduit dans la formule qui permet de calculer l'ajustement pour la volatilité de la manière suivante :

$$VA_{i,c} = GAR * AR_{i,c}^4 * AR_{i,c}^5 * RC_{i,c}$$

Ajustement pour le risque de défaut

La nouvelle correction du risque change entre les obligations gouvernementales et les obligations d'entreprises et reflète mieux la probabilité de défaut que l'utilisation du spread fondamental. Voici les nouvelles formules proposées par l'EIOPA pour le calcul de l'ajustement du risque de défaut :

Pour les obligations gouvernementales EEA :

$$RC = 0.3 * \min(S^+; LTAS^+) + 0.2 * \min(S^+ - LTAS^+; 0)$$

Pour les obligations d'entreprises :

$$RC = 0.5 * \min(S^+; LTAS^+) + 0.4 * \min(S^+ - LTAS^+; 0)$$

S : représente le spread moyen des obligations gouvernementales / d'entreprises dans le portefeuille représentatif pour la devise c et le pays i

$LTAS$: représente le spread moyen à long terme des obligations gouvernementales / d'entreprises dans le portefeuille représentatif pour la devise c et le pays i

L'exposant « + » signifie que les quantités S et $LTAS$ ont pour valeur minimale zéro

Passage de la VA devise à la VA pays

Il existe actuellement deux types de VA : une VA devise qui est utilisée dans la majorité des cas et une VA pays qui est utilisée quand un élargissement des spreads ne va avoir un impact que sur les marchés nationaux. Ceci est particulièrement important pour les pays de la zone euro comme par exemple les pays suivants qui ont subi ces dernières années des chocs de marchés locaux :

- **Italie** : activation de la VA_{pays} entre Août et Octobre 2013 puis entre Août et Décembre 2018
- **Grèce** : activation de la VA_{pays} entre Avril 2010 et Mars 2017
- **Espagne** : activation de la VA_{pays} entre Mai 2012 et Janvier 2014

La VA_{pays} peut être utilisée au détriment de la VA_{devise} . Pour chaque pays concerné, la VA_{devise} est, augmentée de la différence entre l'écart « pays » (calculé sur la base d'un portefeuille de référence pays) moyennant correction du risque et le double dudit écart, lorsque cette différence est positive et que l'écart « monnaies » (calculé sur la base du portefeuille de référence de devise) moyennant correction du risque est supérieur à 100 points de base.[6]. Le seuil de 100bps a été revu à la baisse par le régulateur. Le déclencheur de la VA_{pays} est passé à 85bps en 2020.

Cependant, il existe un problème dans le mécanisme actuel pour le passage de la VA_{devise} à la VA_{pays} . Dès que les spreads s'écartent de plus de 85bps, un assureur va devoir utiliser la VA_{pays} qui peut souvent être très différente de la VA_{devise} . Cela va produire un « effet de falaise ». Pour

illustrer cet effet, nous avons comparé l'évolution de la VA_{EUR} et de la VA_{Italie} entre Mars 2018 et Août 2020 sur la figure 3.1. Pour cela nous avons utilisé l'algorithme mis à disposition par l'EIOPA¹ pour reconstruire les courbes de taux et les VA historiques. Nous pouvons remarquer que la VA_{pays} a été déclenchée en Août, en Octobre puis en Novembre 2018, provoquant des bonds importants de niveau de VA donc de la volatilité importante au niveau des ratios de solvabilité.

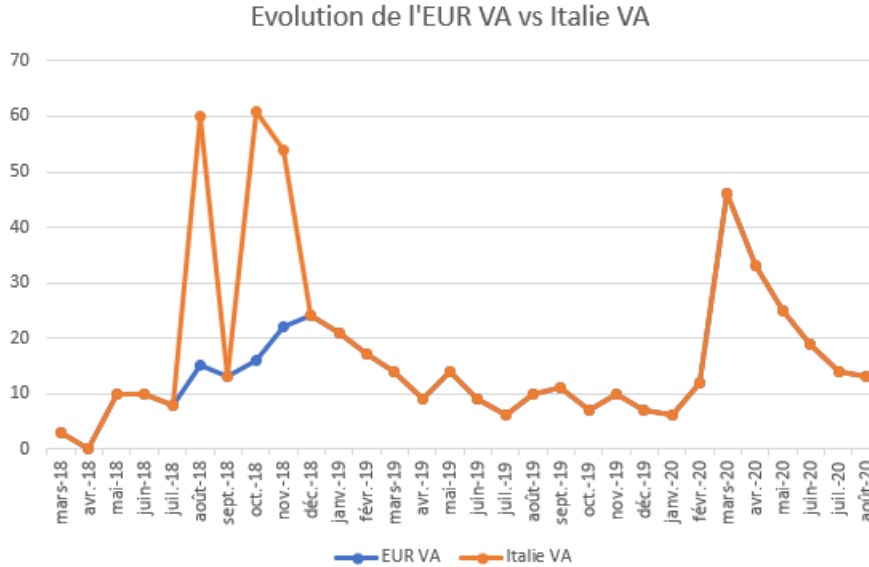


FIGURE 3.1 – Comparaison de la VA_{EUR} et de la VA_{Italie} entre Mars 2018 et Août 2020

Dans ce nouveau papier de consultation, l'EIOPA souhaite mettre en place un mécanisme pour atténuer cet « effet de falaise ». L'idée est de mettre en place un passage progressif de la VA_{devise} - qui a été renommée $VA_{permanente}$ - à la VA_{pays} - qui a été renommée $VA_{macroéconomique}$. La $VA_{permanente}$ correspond à la VA calculée précédemment :

$$VA_{perm,c} = GAR * AR_{i,c}^4 * AR_{i,c}^5 * RC_{i,c}$$

La VA macro-économique est une composante additive de la VA permanente, qui dépend de la différence entre le risque corrigé dans chaque pays i (RC) et le risque corrigé de la devise. L'EIOPA propose de calculer la $VA_{macroéconomique}$ de la manière suivante :

$$VA_{macro,i} = GAR * AR_{i,c}^4 * AR_{i,c}^5 * w_i * \max(RC_{i,c} * Scale_{i,c} - 1.3 * RC_c * Scale_c; 0)$$

VA_{perm} : VA permanente pour la devise c

$VA_{macro,i}$: VA macroéconomique pour le pays i

$RC_{i,c}$: désigne le spread corrigé du risque du portefeuille de référence pour le pays i et la devise c

$Scale_{i,c}$: désigne le facteur d'échelle pour le pays i et la devise c

La composante w_i a été conçue pour assurer un passage progressif de la composante devise à la composante pays afin d'atténuer l'effet falaise. Elle est définie de la manière suivante :

$$w_i = \begin{cases} 0 & \text{si } RC_{i,c} \leq 60bps; \\ \frac{RC_{i,c}-60}{30} & \text{si } 60bps < RC_{i,c} < 90bps; \\ 1 & \text{si } RC_{i,c} \geq 90bps. \end{cases}$$

Les facteurs d'échelle sont définis de la manière ci-dessous :

1. Lien pour accéder à l'algorithme : https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures-0_en

$$Scale_c = \frac{1}{w_{gov,c} + w_{corp,c}}$$

$$Scale_{i,c} = \frac{1}{w_{gov,i} + w_{corp,i}}$$

$w_{gov,c}$: poids du portefeuille d'obligations d'État dans le portefeuille de référence pour la devise c

$w_{corp,c}$: poids du portefeuille d'obligations d'entreprises dans le portefeuille de référence pour la devise c

$w_{gov,i}$: poids du portefeuille d'obligations d'État dans le portefeuille de référence national pour le pays i

$w_{corp,i}$: poids du portefeuille d'obligations d'entreprises dans le portefeuille de référence national pour le pays i

Ainsi, la VA totale (VA_{totale}) applicable pour une compagnie d'assurance située dans le pays i soumis à la devise c est donnée par la formule suivante :

$$VA_{totale} = VA_{perm,c} + VA_{macro,i}$$

Conclusion

Toutes les propositions de changements présentées précédemment sont en train d'être revues par les compagnies d'assurance qui doivent donner leurs avis sur ces changements. Ces changements doivent permettre de réduire la volatilité des ratios de solvabilité et de limiter les arbitrages dans l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité.

Chapitre 4

Allocations d'actifs types des assureurs

4.1 L'assureur - un investisseur particulier

Le secteur de la gestion d'actifs aide les clients à investir leurs actifs en utilisant un processus d'investissement et selon un ensemble défini de contraintes. Habituellement, les gérants d'actifs ont un département spécifique pour gérer les portefeuilles des investisseurs institutionnels. En particulier, il y a quelques années, les leaders de la gestion d'actifs ont créé des départements de conseil généralement appelés « solutions » ou « stratégie et analyse » pour accompagner les assureurs. Ces équipes sont là pour soutenir l'assureur tout au long de son processus d'investissement en effectuant des analyses quantitatives. Le but est d'analyser et de modéliser leur bilan pour ensuite optimiser leur allocation stratégique d'actifs. L'idée n'est pas de remplacer le travail des équipes ALM mais de pouvoir donner un avis complémentaire sur l'allocation d'actifs. En effet, en plus d'être des investisseurs avertis, les assureurs ont des caractéristiques spécifiques :

- **Contraintes ALM (Actif/Passif)** : c'est le profil du passif qui va principalement définir la stratégie d'investissement d'un assureur. Habituellement, les assureurs ont tendance à faire correspondre la durée de leurs investissements avec celle de leurs passifs pour atténuer le risque de taux d'intérêt.
- **Contraintes réglementaires** : tout comme les banques, les compagnies d'assurance sont fortement réglementées. Chaque pays a son cadre spécifique : Solvabilité II en Europe et au Royaume-Uni, RBC¹ au Japon, BMA² BSCR³ aux Bermudes etc. Toutes ces réglementations auront un impact sur la stratégie d'allocation d'actifs des assureurs.
- **Contraintes comptables** : les normes comptables étaient autrefois spécifiques aux pays. Cependant, en 2021, toutes les compagnies d'assurance cotées devront utiliser les normes IFRS 9 et IFRS 17. De plus, la réalisation de gains et de pertes peut avoir un impact important pour certaines compagnies d'assurance vie où une partie des gains sont directement transférés aux assurés.

Avant d'examiner comment l'optimisation peut être utilisée pour aider les assureurs à répondre aux questions relatives à leurs stratégies d'investissement, nous allons examiner de plus près ces trois principales caractéristiques. En effet, les différentes optimisations prendront en compte les caractéristiques ci-dessus : les stratégies d'investissement des assureurs doivent respecter leurs obligations et maintenir un excédent de fonds propres pour absorber toute baisse de valeur des actifs.

4.2 Caractéristiques spécifiques des assureurs vie et non-vie

Comme nous l'avons pu le voir précédemment, c'est le type d'activité ainsi que le profil de risque du passif d'un assureur qui va principalement définir son l'allocation d'actifs. Dans ce

1. Risk-Based Capital
2. Bermuda Monetary Authority
3. Basic Solvency Capital Requirement

paragraphe, nous soulignerons les principales différences entre les assureurs vie et non-vie.

4.2.1 Les assureurs vie

Caractéristiques des assureurs vie	
Passifs	<p><u>Type d'activité</u> : rentes (Annuities), assurance vie, plan d'épargne retraite</p> <p><u>Duration</u> : entre 8 et 12 ans</p> <p><u>Probabilité de la réalisation des sinistres</u> : Élevée</p> <p><u>Incertitude sur les montants des sinistres</u> : Faible</p>
Investissements	<p>Actifs obligataires avec des durations élevées afin d'adosser l'actif au passif (c'est-à-dire <i>matcher</i> les profils de risque)</p> <p>Nécessite souvent un rendement d'investissement minimum car certaines polices ont des taux garantis</p> <p>Les actifs alternatifs et les actions sont généralement limités à 10-15% du portefeuille d'actifs</p>
Risques majeurs	<p>Risque de marché</p> <p>Risque lié aux taux garantis</p> <p>Risque de rachat</p> <p>Risque de longévité</p>

4.2.2 Les assureurs non-vie (P&C)

Caractéristiques des assureurs non-vie	
Passifs	<p><u>Type d'activité</u> : assurance maison, automobile, santé, arrêt d'activité</p> <p><u>Duration</u> : entre 1 et 3 ans</p> <p><u>Probabilité de la réalisation des sinistres</u> : Faible</p> <p><u>Incertitude sur les montants des sinistres</u> : Élevée</p>
Investissements	<p>Actifs obligataires court terme, actifs monétaires, floating notes</p> <p>L'allocation d'actifs est définie par le besoin de liquidité</p>
Risques majeurs	<p>Risque de catastrophe naturelle</p> <p>Risque de souscription</p> <p>Risque de liquidité</p>

4.3 Détermination du niveau d'illiquidité dans les portefeuilles d'assurance en fonction de l'illiquidité des passifs

Avant de pouvoir travailler sur un exercice d'allocation d'actifs, un assureur doit d'abord définir son appétit au risque. Dans l'environnement actuel de taux bas / négatifs, les produits alternatifs et notamment les investissements en crédit illiquide deviennent très attractifs. Par exemple, nous pouvons observer dans les tables 5.2 et 5.3 les caractéristiques de ces classes d'actifs. Leurs Sharpe Ratio⁴ sont beaucoup plus élevés que ceux des obligations gouvernementales ou d'entreprises.

Bien que l'appétit des assureurs pour ces classes d'actifs illiquides continue de croître, les assureurs se posent souvent la question du risque d'illiquidité lié à ces investissements. En effet, le risque d'illiquidité est l'un des rares risques qui n'est actuellement pas pris en compte par la directive Solvabilité II. Ainsi, les compagnies d'assurance peuvent avoir des difficultés à définir leur appétit pour le risque d'illiquidité. Dans le papier de consultation publié par l'EIOPA en Octobre 2019, la question de l'illiquidité apparaît pour la première fois à travers la revue de l'ajustement pour la volatilité. Comme nous avons pu le voir précédemment, l'EIOPA suggère de multiplier

4. Le Sharpe Ratio est une métrique utilisée en finance pour regarder l'attractivité d'un investissement en regardant le rapport du rendement en excès du taux sans risque divisé par sa volatilité.

l'ajustement pour la volatilité par un ratio d'application pour tenir compte de l'illiquidité des passifs.

L'EIOPA reprend ce thème dans son rapport sur la gestion actifs/passifs des assureurs lié à l'illiquidité des passifs[7]. Ce rapport publié en Décembre 2019, compare les différentes gestions ALM dans les pays d'Europe pour les assureurs vie et non-vie. Dans ce papier, l'EIOPA propose une méthode pour définir les niveaux d'illiquidité des passifs pour les assureurs européens. Dans cette partie, nous allons présenter une des méthodes proposées par l'EIOPA pour quantifier cette illiquidité. Ensuite, nous proposerons une méthode pour effectuer le même exercice pour définir les niveaux d'illiquidité des passifs pour une compagnies d'assurance non-vie.

4.3.1 Méthode pour estimer l'illiquidité des passifs en assurance vie

La méthode d'évaluation des niveaux de liquidité des passifs de l'EIOPA repose sur l'idée que plus les flux de trésorerie du passif sont prévisibles et stables sur différents scénarios de crise, plus ils sont illiquides. Cette méthode peut être divisée en trois étapes :

Étape 1 : calcul des flux de trésorerie liés aux passifs soumis à des chocs

La première étape consiste à calculer les flux de trésorerie avant et après des scénarios de stress. Les chocs suivants sont appliqués pour les assureurs vie :

- Choc de mortalité
- Rachats massifs
- Rachats relatifs

La figure 4.1 donne un exemple de ces flux de trésorerie avant et après ces chocs.

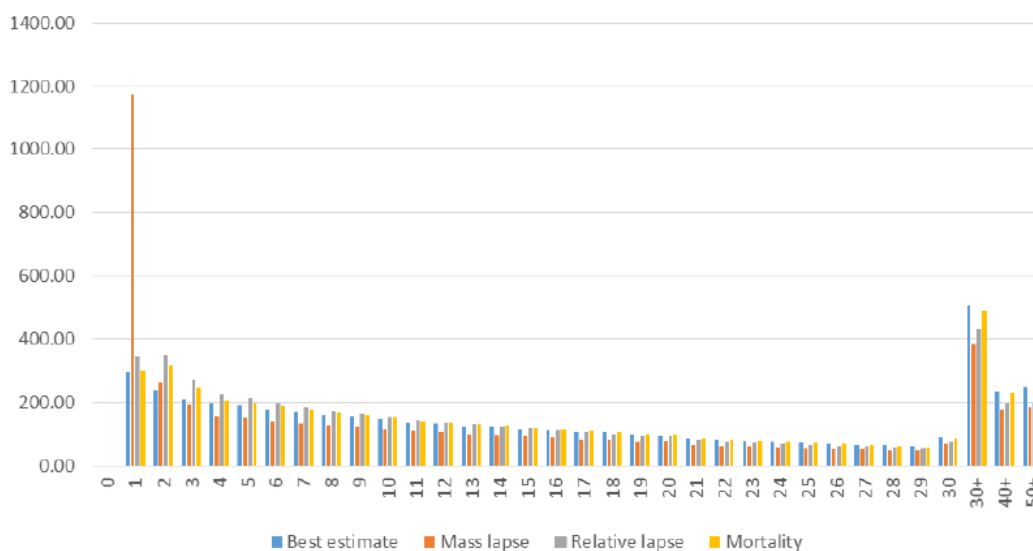


FIGURE 4.1 – Exemple de flux de trésorerie de passif avant et après les scénarios de choc. Cette figure est extraite du rapport de l'EIOPA sur la situation ALM des assureurs[7].

Étape 2 : calcul des fonds disponibles et des cashflows minimums disponibles

D'abord, on doit commencer par calculer la valeur du Best Estimate Liabilities à $t = 0$. Ensuite, les fonds disponibles sont calculés de la manière suivante :

$$AvailableFunds_{i,t=0} = BEL_{t=0}$$

$$AvailableFunds_{i,t>0} = AvailableFunds_{i,t-1} * (1 + interest_t) - LiabilitiesCF_{i,t}$$

$BEL_{t=0}$: valeur du Best Estimate Liabilities à l'instant t=0

$interest_t$: taux forward déduit de la courbe de taux sans risque à l'instant t

$LiabilitiesCF_{i,t}$: flux de trésorerie pour le passif ayant subi le choc i et à l'instant t

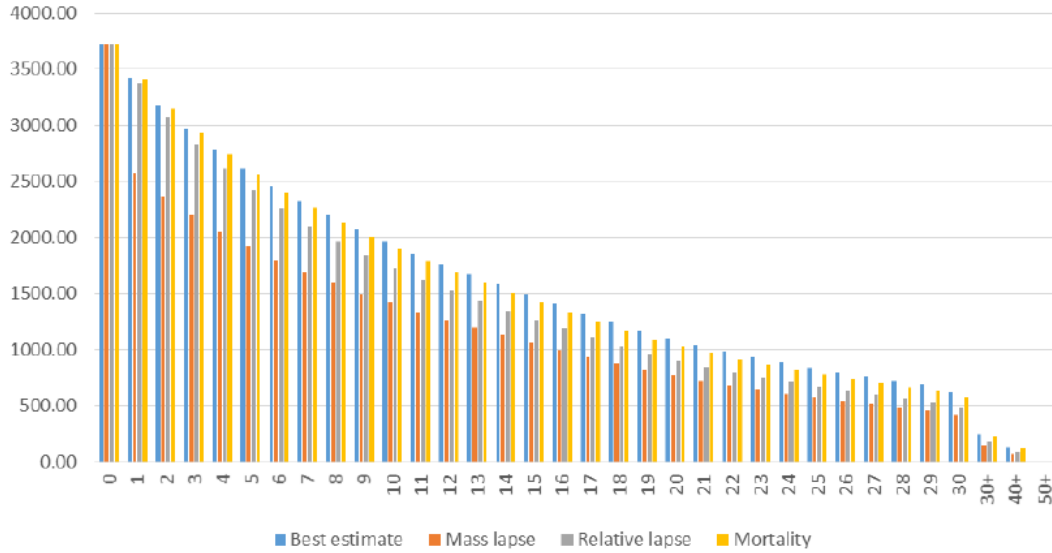


FIGURE 4.2 – Fonds disponibles (*AvailableFund*) pour chaque scénario de choc. Cette figure est extraite du rapport de l'EIOPA sur la situation ALM des assureurs[7].

De ces flux de fonds disponibles, on déduit des cashflows minimums disponibles :

$$MinAvailable_{t=0} = BEL_{t=0}$$

$$MinAvailable_{t>0} = \min_{i \in [1,3]} (AvailableFunds_{i,t-1} * (1 + interest_t))$$

$MinAvailable_t$: cashflows minimums disponibles à l'instant t

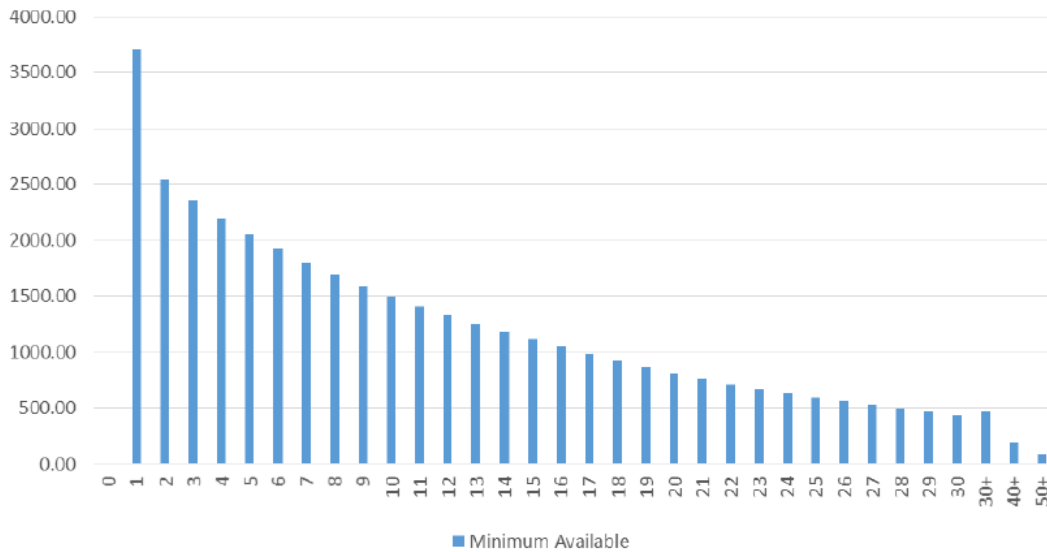


FIGURE 4.3 – Cashflows minimums disponibles (*MinAvailable*). Cette figure est extraite du rapport de l'EIOPA sur la situation ALM des assureurs[7].

Les cashflows minimums disponibles représentent les montants qui peuvent être conservés jusqu'à un moment précis dans le temps. Un montant qui peut être conservé pour plus de 50 ans, peut aussi être conservé pour plus de 40 ans ou 30 ans. L'idée est que les investissements illiquides soient choisis de telle sorte qu'il ne soit pas nécessaire de désinvestir ces actifs.

Étape 3 : calcul des cashflows illiquides et du ratio d'illiquidité

Le calcul des cashflows illiquides (*Illiquid*) s'effectue de la manière suivante :

$$Illiquid_t = MinAvailable_t - \frac{MinAvailable_t}{(1 + interest_t)}$$

Ces cashflow illiquides sont comparés au profil de passifs dans la figure 4.4.

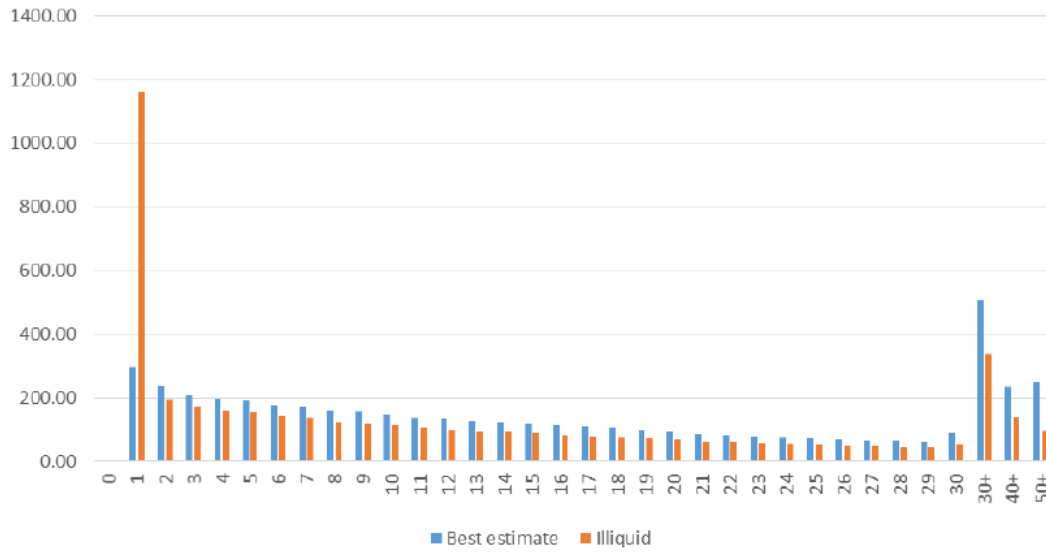


FIGURE 4.4 – Flux de trésorerie illiquides (*Illiquid*) et flux de trésorerie des passifs (*BEL*). Cette figure est extraite du rapport de l'EIOPA sur la situation ALM des assureurs[7].

La dernière étape consiste à calculer l'impact d'une augmentation de 0.01% sur le calcul du Best Estimate Liabilities et des cashflow illiquides. Puis, on effectue le ratio de ces deux quantités pour obtenir le ratio d'illiquidité.

$$PVBP^{CF}(BEL) = BEL^{CF}(RFR) - BEL^{CF}(RFR + 0.01\%)$$

$$PVBP^{CF}(ILL) = ILL^{CF}(RFR) - ILL^{CF}(RFR + 0.01\%)$$

PVBP : valeur actualisée d'un point de base

BEL : flux de trésorerie du Best Estimate Liabilities

ILL : cashflows illiquides (*Illiquid*)

RFR : courbe de taux sans risque de l'EIOPA

Une fois les flux de trésorerie estimés, on peut utiliser la formule proposée par l'EIOPA dans le papier de consultation d'Octobre 2019[6] :

$$IlliquidityRatio = \min\left(\frac{PVBP^{CF}(BEL)}{PVBP^{CF}(ILL)}; 1\right)$$

4.3.2 Méthode pour estimer l'illiquidité des passifs en assurance non-vie

Dans son rapport ALM, l'EIOPA suggère d'utiliser la méthode précédente pour estimer des niveaux d'illiquidité des assureurs vie et non-vie. Cependant, pour les passifs non-vie, seules les sensibilités des flux de trésorerie à la formule standard de rachat de masse ont été collectées. Par ailleurs, les risques de catastrophe et de réserve sont également pertinents pour les entreprises d'assurance non-vie. En effet, ces risques peuvent entraîner des besoins de liquidité et des ventes forcées d'actifs. Par conséquent, les ratios d'application non-vie calculés par l'EIOPA à l'aide de la méthode présentée dans la section 4.3.1 sous estiment les besoins en liquidité des assureurs non-vie.

Ainsi, au lieu de présenter les résultats de l'étude de l'EIOPA pour les assureurs non-vie, nous avons choisi de présenter une méthode plus adéquate pour les assureurs non-vie. Le calendrier des paiements des sinistres non-vie est sujet à une incertitude importante. Par conséquent, les besoins de liquidité découlant des passifs doivent être testés dans le cas général (calcul du Best Estimate) et dans des cas de scénarios de stresses. Pour présenter notre méthode, nous avons choisi de considérer une entreprise d'assurance non-vie - Ageas UK - qui est une entreprise qui vend des assurances automobiles. L'illustration met en place un cadre pour évaluer les besoins de liquidité sur la base des informations issues du SFCR d'Ageas UK 2019.

On commence par extraire les sinistres payés bruts (non cumulés). Ces données sont disponibles dans la plupart des rapports SFCR. On utilise le triangle des sinistres payés non cumulés pour obtenir le triangle des sinistres payés cumulés. Cela permet d'obtenir les sinistres payés pour l'année en cours (diagonale du triangle des sinistres payés cumulés).

Sinistres payés bruts (non cumulés)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N-9	413	276	73	49	34	23	9	2,1	0,6	0,2
N-8	384	209	83	46	34	12	4	1,6	1,5	
N-7	409	216	73	58	39	30	5	0,6		
N-6	374	207	67	41	34	11	4			
N-5	402	197	70	47	34	22				
N-4	391	232	80	64	27					
N-3	437	203	68	55						
N-2	396	194	62							
N-1	375	181								
N	357									

FIGURE 4.5 – Sinistres payés bruts (non cumulés). Données issues du SFCR 2019 d'Ageas UK

Sinistres payés bruts (cumulés)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Pour l'année en cours
N-9	413	689	762	811	845	868	877	879,1	879,7	879,9	880
N-8	384	593	676	722	756	768	772	773,6	775,1		775
N-7	409	625	698	756	795	825	830	830,6			831
N-6	374	581	648	689	723	734	738				738
N-5	402	599	669	716	750	772					772
N-4	391	623	703	767	794						794
N-3	437	640	708	763							763
N-2	396	590	652								652
N-1	375	556									556
N	357										357

FIGURE 4.6 – Sinistres payés bruts cumulés calculés en utilisant les données de sinistres payés bruts non cumulés

Ensuite, on extrait le triangle du Best Estimate : meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées. On utilise ce triangle pour calculer le Best Estimate pour l'année en cours.

4.3 Détermination du niveau d'illiquidité dans les portefeuilles d'assurance en fonction de l'illiquidité des passifs

Meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Pour l'année en cours
N-9	0	0	0	0	0	0	8	8	10	7	7,00
N-8	0	0	0	0	0	12	14	3	3		3,00
N-7	0	0	0	0	56	29	19	11			11,00
N-6	0	0	0	90	80	48	31				31,00
N-5	0	0	174	155	89	28					28,00
N-4	0	515	228	128	58						58,00
N-3	585	452	300	172							172,00
N-2	538	297	230								230,00
N-1	460	374									374,00
N	487										487,00

FIGURE 4.7 – Meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées. Données issues du SFCR 2019 d'Ageas UK

Maintenant, on va chercher à obtenir le triangle de cadence de paiements décumulés. On commence par faire la somme des meilleures estimations des provisions pour sinistres brutes non actualisées et des sinistres payés brutes pour l'année en cours. Les données sont présentées en figure 4.8.

Meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées et sinistres payés brutes pour l'année en cours										
	886,90	778,10	841,60	769,00	800,00	852,00	935,00	882,00	930,00	844,00

FIGURE 4.8 – Meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées et sinistres payés brutes pour l'année en cours

A l'aide de la formule ci-dessous, on en déduit le triangle des cadences de paiements cumulés

$$cad_{i,j}^{cum} = \frac{S_{i,j}}{BEL_i + S_i}$$

i : l'année de survenance des sinistres

j : l'année de développement

$cad_{i,j}^{cum}$: cadence de paiements cumulés pour l'année de survenance de sinistres i et l'année de développement j

BEL_i : Best Estimate Liabilities pour l'année en cours

S_i : Sinistres payés bruts pour l'année en cours

Cadence de paiements (cumulés)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N-9	46,6%	77,7%	85,9%	91,4%	95,3%	97,9%	98,9%	99,1%	99,2%	99,2%
N-8	49,4%	76,2%	86,9%	92,8%	97,2%	98,7%	99,2%	99,4%	99,6%	
N-7	48,6%	74,3%	82,9%	89,8%	94,5%	98,0%	98,6%	98,7%		
N-6	48,6%	75,6%	84,3%	89,6%	94,0%	95,4%	96,0%			
N-5	50,3%	74,9%	83,6%	89,5%	93,8%	96,5%				
N-4	45,9%	73,1%	82,5%	90,0%	93,2%					
N-3	46,7%	68,4%	75,7%	81,6%						
N-2	44,9%	66,9%	73,9%							
N-1	40,3%	59,8%								
N	42,3%									

FIGURE 4.9 – Cadence de paiements (cumulé)

On en déduit du triangle de cadence de paiements cumulés le triangle de cadence de paiements décumulés :

$$cad_{i,0}^{dec} = cad_{i,0}^{cum}$$

$$cad_{i,j>0}^{dec} = cad_{i,j}^{cum} - cad_{i,j-1}^{cum}$$

$cad_{i,j}^{cum}$: cadence de paiements cumulés pour l'année de survenance de sinistres i et l'année de développement j

4.3 Détermination du niveau d'illiquidité dans les portefeuilles d'assurance en fonction de l'illiquidité des passifs

$cad_{i,j}^{dec}$: cadence de paiements décumulés pour l'année de survenance de sinistres i et l'année de développement j

Cadence de paiement (décumulés)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N-9	46,57%	31,12%	8,23%	5,52%	3,83%	2,59%	1,01%	0,24%	0,07%	0,02%
N-8	49,35%	26,86%	10,67%	5,91%	4,37%	1,54%	0,51%	0,21%	0,19%	
N-7	48,60%	25,67%	8,67%	6,89%	4,63%	3,56%	0,59%	0,07%		
N-6	48,63%	26,92%	8,71%	5,33%	4,42%	1,43%	0,52%			
N-5	50,25%	24,63%	8,75%	5,88%	4,25%	2,75%				
N-4	45,89%	27,23%	9,39%	7,51%	3,17%					
N-3	46,74%	21,71%	7,27%	5,88%						
N-2	44,90%	22,00%	7,03%							
N-1	40,32%	19,46%								
N	42,30%									

FIGURE 4.10 – Cadence de paiements (décumulée)

On calcule des moyennes pondérées des cadences de paiements par année de développement de la manière suivante :

$$cad_j^{moy} = \frac{\sum_{i=N-9}^N cad_{i,j}^{cum} * (BEL_i + S_i)}{\sum_{i=N-9}^N (BEL_i + S_i)}$$

$$cad_j^{moyscale} = \frac{cad_j^{moy}}{\sum_{j=1}^9 (cad_j^{moy})}$$

cad_j^{moy} : moyenne pondérée des cadences de paiements pour l'année de développement j

$cad_j^{moyscale}$: moyenne pondérée des cadences de paiements mises à l'échelle pour l'année de développement j

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Moyenne pondérée des cadences de paiements	46,23%	24,95%	8,54%	6,14%	4,10%	2,40%	0,67%	0,17%	0,13%	0,02%
Moyenne pondérée des cadences de paiements (scale)	49,52%	26,73%	9,15%	6,58%	4,39%	2,58%	0,72%	0,18%	0,14%	0,02%

FIGURE 4.11 – Moyenne pondérée des cadences de paiements

La dernière étape pour obtenir les flux de trésorerie de la première année consiste à recalculer la meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées :

$$R_{i,j} = \frac{BEL_i * cad_j^{moyscale}}{\sum_{j=9-i+1}^9 cad_j^{moyscale}}$$

$R_{i,j}$: reconstruction de la meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées pour l'année de survenance des sinistres i et pour l'année de développement j

Reconstruction de la meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	CF année 1
N-9											
N-8											3,00
N-7									9,33	1,67	9,33
N-6								16,61	12,21	2,18	16,61
N-5							18,96	4,84	3,56	0,64	18,96
N-4						41,06	11,47	2,93	2,15	0,39	41,06
N-3					94,07	55,18	15,41	3,94	2,89	0,52	94,07
N-2				103,57	69,14	40,56	11,33	2,89	2,13	0,38	103,57
N-1			144,03	103,56	69,13	40,55	11,33	2,89	2,13	0,38	144,03
N		257,84	88,25	63,45	42,36	24,85	6,94	1,77	1,30	0,23	257,84

FIGURE 4.12 – Reconstruction de la meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées

Finalement, on obtient les flux de trésorerie nécessaires pour couvrir les besoins en liquidité au cours de l'année 1 :

$$CF_{year=1} = \sum_{i=1}^9 CF_{i,year=1}$$

Puis, on va extraire du SFCR les coûts en capitaux relatifs aux risques de réserve et de catastrophe ainsi que le niveau de diversification au sein de ces risques. Ces valeurs sont données dans la table 4.13. La liquidité nécessaire sera calculée de la manière suivante :

$$Liquidite = CF_{year=1} + Risque \text{ de } reserve + Risque \text{ de } catastrophe + Diversification$$

Flux de trésorerie année 1 (CF year 1)	688,47
Risque de Reserve	119
Risque de catastrophe	146
Diversification	-16,6
Liquidité nécessaire	936,87
Investments (R0070)	1564,294
Ratio de liquidité	60%

FIGURE 4.13 – Reconstruction de la meilleure estimation des provisions pour sinistres brutes non actualisées

On obtient un niveau de liquidité nécessaire de 936 millions de GBP pour Ageas. En divisant ce niveau de liquidité par les actifs d'investissements, on obtient un ratio de liquidité nécessaire de 60%. Ainsi, on peut remarquer que, comme anticipé, les niveaux d'illiquidité des passifs sont moins importants dans le cas de l'assurance non-vie que dans le cas de l'assurance vie. Cependant, on remarque que les assureurs non-vie pourraient augmenter leur allocation en investissements illiquides.

4.3.3 Impact de l'illiquidité des passifs sur les portefeuilles des assureurs

La méthode présentée dans la section 4.3.1 a été utilisée par l'EIOPA pour mesurer l'illiquidité des flux de trésorerie des entreprises d'assurance en Europe. L'EIOPA a utilisé les flux de trésorerie de 227 entreprises ayant participé au volet illiquidité de la demande d'informations de 2019. Nous avons choisi de présenter les résultats de cette étude pour les assureurs vie et les assureurs composites. Sur la figure 4.14, les diamants représentent les niveaux d'illiquidité des passifs pour différents pays d'Europe. Les niveaux d'illiquidité des passifs n'étaient pas disponibles pour tous les pays et tous les types d'assurance (vie et composite).

Nous avons choisi de mettre en perspective les allocations d'actifs moyennes des assureurs de pays Européens que nous avons découpées par niveau de liquidité (actifs liquides, actifs semi-liquides et actifs illiquides) avec les niveaux d'illiquidité des passifs estimés par l'EIOPA. Voici comment les actifs ont été classés :

- **Actifs liquides** : cash, obligations d'État, actions listées
- **Actifs semi-liquides** : obligations d'entreprises, Covered bonds, fonds obligataires
- **Actifs illiquides** : prêts et prêts hypothécaires, investissements en immobilier, actions non cotées, produits alternatifs

L'idée est de comparer les niveaux d'illiquidité de l'actif avec celui du passif. En effet, si les flux de trésorerie des passifs sont estimés comme suffisamment stables et illiquides avec une certitude suffisante, les assureurs pourraient choisir d'avoir un niveau d'illiquidité similaire ou inférieur dans leur portefeuille d'investissements. Les résultats sont représentés sur la figure 4.14.

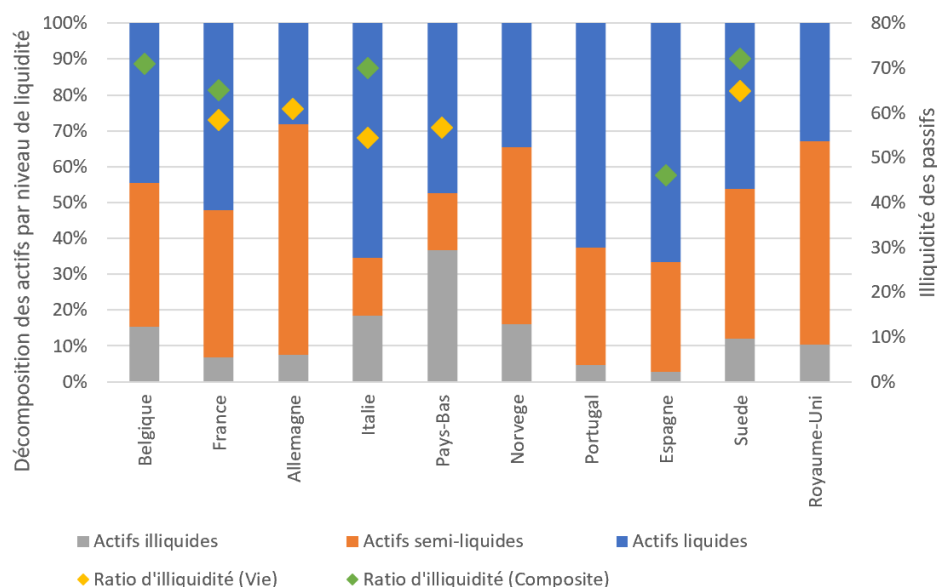


FIGURE 4.14 – Décomposition des actifs par niveau de liquidité. Illiquidité des passifs issus de l'étude ALM réalisée par l'EIOPA[7]

Tout d'abord, sur la figure 4.14, on peut remarquer que pour tous les pays représentés, les pourcentages d'investissements en actifs illiquides et semi-liquides sont en dessous des niveaux d'illiquidité des passifs. On peut observer des caractéristiques particulières pour certains pays :

- **Les Pays-Bas** : Les assureurs néerlandais sont souvent critiqués pour leurs investissements importants en prêts hypothécaires néerlandais. Ces investissements sont très attractifs car ils génèrent des rendements équivalents à des obligations d'entreprises sans capturer de risque de spread. Ils attirent cependant des risques de contrepartie. Bien que ce soit le pays avec la plus grande portion d'actifs illiquides dans son bilan, on peut voir que le niveau d'illiquidité des actifs est bien inférieur au niveau d'illiquidité des passifs. En effet, les assureurs néerlandais ont une stratégie *barbell* : ils remplacent leur allocation en obligations d'entreprises par des prêts hypothécaires néerlandais ce qui leur permet d'avoir un niveau de liquidité toujours suffisant (la somme des actifs semi-liquides et actifs illiquides reste sous le niveau d'illiquidité du passif).
- **L'Espagne** : Les assureurs espagnols sont les assureurs européens avec l'allocation en actifs illiquides la plus faible. D'abord, les assureurs espagnols investissent une grande partie de leur portefeuille (62%) sur des obligations d'État espagnoles car ces investissements ont des niveaux de rendement très attractifs par rapport aux autres obligations d'État européens et aux obligations d'entreprises. Par ailleurs, vu que ces obligations sont émises par le gouvernement espagnol, ils n'attirent aucun coût de spread SCR. Cependant, ce n'est pas la seule raison pour laquelle les assureurs espagnols investissent énormément sur des obligations d'État. En effet, le niveau d'illiquidité des passifs des assureurs espagnols est l'un des plus bas d'Europe. Ainsi, ils n'ont pas une grande marge de manœuvre pour investir sur des actifs semi-liquides ou illiquides.
- **La France** : Le niveau d'illiquidité des passifs des assureurs français est aligné avec le niveau européen. Cependant, les assureurs français ne font pas partie des assureurs qui investissent le plus sur des actifs illiquides. On peut voir qu'en moyenne les assureurs français pourraient augmenter la taille de leurs investissements en actifs illiquides. Ils ont aussi la possibilité de re-balancer leurs allocations en actifs semi-liquides pour les investir sur les actifs plus illiquides.

En Europe, l'EIOPA estime que le niveau d'illiquidité moyen des passifs est environ de 77%. Ainsi, on peut voir que la majorité des assureurs pourrait finalement prendre plus de risque d'illiquidité dans leurs portefeuilles.

Chapitre 5

Méthodes d'optimisation pour réduire l'impact de l'ajustement pour la volatilité sur les bilans des assureurs

5.1 Étude de cas : optimisation de l'allocation d'actifs dans le cadre de l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité et de la formule standard

5.1.1 Choix de l'objectif

Une compagnie d'assurance est soumise à de multiples indicateurs de risque et de coût en capital. La première étape d'un exercice d'optimisation est de définir l'objectif. Le choix de l'objectif dans l'allocation d'actifs dépend généralement de la principale préoccupation de l'assureur.

Objectif de l'allocation d'actifs	Description	Risque à atténuer
Volatilité de l'actif	Optimisation de l'allocation d'actifs sans tenir compte des passifs.	Risque de marché
Volatilité des fonds propres	Optimisation de l'allocation d'actifs en tenant compte des passifs. L'objectif est de minimiser la différence de volatilité entre les actifs et les passifs.	Risque économique
Coûts en capitaux	L'objectif de l'optimisation est de minimiser les coûts en capitaux.	Risque réglementaire
Volatilité des rendements comptables	Allocation d'actifs optimisant le rendement comptable du portefeuille. Ceci est généralement utilisé pour contrôler le niveau des profits et des pertes dans un portefeuille	Risque de bilan et risque comptable

TABLE 5.1 – Différents types d'objectifs d'allocation d'actifs

L'objectif le plus courant est de minimiser la volatilité des fonds propres (surplus c'est-à-dire actifs nets des passifs). La volatilité excédentaire est une mesure de risque de marché. Elle capture l'incertitude du rendement des investissements ainsi que la sensibilité aux taux d'intérêt. La volatilité excédentaire est l'écart type des actifs excédentaires, exprimée en pourcentage de la

valeur marchande de la valeur de marché des actifs d'investissement :

$$\text{Volatilité des fonds propres (\%)} = \frac{\sigma(\text{Actifs} - \text{Passifs})}{\text{Actifs}}$$

Cependant, les assureurs peuvent contrôler leurs coûts en capitaux en ajoutant des contraintes au niveau de leur métrique de risque (dans le cadre de ce mémoire le SCR marché).

L'utilisation de l'ajustement pour volatilité peut conduire certains assureurs à optimiser leur allocation d'actifs de manière à maximiser l'avantage de l'ajustement pour volatilité. En effet, dans le dernier document de consultation de l'EIOPA concernant la revue de Solvabilité II[6], l'EIOPA a souligné que depuis la mise en place de l'ajustement pour la volatilité, certains assureurs cherchent à optimiser ce bénéfice pour réduire leur coût en capital. Voici quelques exemples où l'on peut observer un *overshooting* ou *undershooting* selon les scénarios de taux :

- **Minimiser l'allocation des titres à revenus fixes** : lorsque les spreads augmentent, la valeur de marché des instruments à revenu fixe est réduite. Cette réduction de la valeur des actifs peut être inférieure à la réduction du Best Estimate des passifs. Dans le cas d'un écartement des spreads, cette stratégie génère une augmentation du ratio de solvabilité.
- **Maximiser l'écart de durée entre les actifs et les passifs** : cela peut surcompenser la variation des écarts de crédit. Par exemple, si les actifs ont une durée plus faible que les passifs, un écartement des spreads aura un impact moins important à l'actif qu'au passif. Ainsi, le ratio de solvabilité sera augmenté dans un scénario d'écartement des spreads.
- **Créer un portefeuille de titres à revenus fixes avec une note de crédit plus élevée que le portefeuille de référence** : ainsi, lorsque les spreads s'élargiront, le spread du portefeuille de meilleure qualité s'élargira dans une moindre mesure que le spread du portefeuille de référence. Cette fois encore, cette stratégie est bénéfique uniquement dans le cas d'une augmentation des spreads.

Cela a conduit à un *overshooting effet* (et *undershooting effet* dans le cas inverse) de l'avantage de l'utilisation de l'ajustement pour volatilité. Les propositions de revue de l'utilisation de la VA par l'EIOPA ont pour but de limiter les utilisations abusives et de stabiliser les ratios de solvabilité. Les utilisations abusives de la VA sont assez rares mais existent notamment dans le cas de l'utilisation de la VA pour les compagnies d'assurance non-vie ou lorsque les assureurs ont des allocations en actions importantes.

La crise de la Covid-19 et l'environnement de taux bas actuel ont montré les limites des exercices d'optimisation classiques. Dans cette étude de cas, nous allons regarder comment un assureur vie qui utilise l'ajustement pour la volatilité pourrait optimiser son allocation d'actifs. Nous allons définir un cadre d'optimisation en deux temps afin de répondre à deux besoins majeurs :

1. **Nécessité d'un certain niveau de rendement** : nous allons commencer par effectuer une allocation d'actifs classique où l'objectif est pour chaque niveau de rendement, de réduire la volatilité des fonds propres. Cela va nous permettre de trouver le niveau d'allocation en produits alternatifs et actions nécessaire pour atteindre un certain niveau de rendement. Le niveau d'illiquidité pourra notamment être défini en fonction du niveau d'illiquidité des passifs. Nous appellerons cet exercice d'optimisation optimisation descendante.
2. **Volatilité des ratios de solvabilité** : une fois d'allocation de produits alternatifs et actions définie, nous allons mettre en place un second exercice d'optimisation dont l'objectif sera cette fois de minimiser l'erreur de suivi entre le portefeuille et le portefeuille de référence utiliser pour définir l'ajustement pour la volatilité. La première étape consistera à définir ce portefeuille de référence. Nous appellerons cet exercice d'optimisation optimisation ascendante.

5.1.2 Allocation descendante : minimiser la volatilité des fonds propres

Dans ce premier exercice d'optimisation, l'objectif va être de minimiser la volatilité du surplus. Nous allons commencer par définir le cadre de l'étude notamment en précisant le cadre de travail ainsi que les hypothèses faites.

Définition du cadre de travail

Les résultats d'une allocation stratégique d'actifs peuvent varier en fonction des hypothèses de l'univers d'actifs. Dans cet exercice, nous utilisons les hypothèses ci-dessous :

- **Hypothèses de rendements futurs** : Les rendements futurs attendus des instruments à revenus fixes liquides sont définis comme le rendement (yield to worst ¹) ajusté pour les risques de défaut et les frais de couverture de change à une date définie. Pour les actions et les actifs alternatifs, nous utilisons les hypothèses LTCMA ². Les LTCMA sont des hypothèses à long terme publiées par J.P. Morgan Asset Management sur une base annuelle.
- **Ajustement pour le risque de défaut** : Ils sont estimés en utilisant les matrices de transition de notation historiques de l'agence de notation Moody's.
- **Ajustement pour la couverture de change** : Nous couvrons le risque de change à l'aide de swaps de devises.
- **Passif - Best Estimate Liabilities** : Nous utilisons des tables de mortalité standard pour définir un profil de flux de trésorerie pour les passifs qui correspond à une durée spécifique. Les passifs sont actualisés à l'aide des courbes de taux sans risques de l'EIOPA ajustées de l'ajustement pour la volatilité. Il est aussi possible de remplacer ces flux par les flux de trésorerie d'un client.

Définition de l'univers d'actifs choisis

Pour cette première optimisation, nous allons utiliser les actifs fréquemment utilisés par les assureurs européens c'est-à-dire des produits à taux fixes liquides EUR et USD, des actions, des produits alternatifs (ex : dette privée, investissements en infrastructure) et des produits immobiliers. Les indices utilisés pour représenter les produits à taux fixes ont été construits à l'aide de l'application IQ de Bloomberg. Cette application permet de créer des indices en sélectionnant tous les instruments à taux fixes disponibles et en appliquant des filtres pour diviser cet univers. Les indices utilisés dans cette étude sont très granulaires. En effet, chaque classe d'actifs va être divisée par notation de crédit (AAA à, BBB et HY) et par bloc de maturité (1-3 ans, 3-5 ans, 5-7 ans, 7-10 ans et plus de 10 ans). Cela va nous permettre de mettre en place des contraintes d'investissement afin de n'investir dans chaque classe d'actifs que des montants raisonnables en fonction des quantités disponibles sur les marchés financiers et de la taille de l'assureur. Par souci de simplicité, nous présentons les hypothèses utilisées pour chaque classe d'actifs de manière agrégée. Les hypothèses utilisées pour les classes d'actifs sont listées dans les tables 5.2 et 2.3 ci-dessous.

1. Yield to worst (YTW) : le rendement le plus bas possible qui peut être reçu sur une obligation qui fonctionne pleinement dans les termes de son contrat et sans défaut.

2. Long-Term Capital Market 2020

Classes d'actifs	Yield (un-hedged)	FX costs	Default costs	Expected return (hedged)
EUR Cash	-0.50%	0.00%	0.00%	-0.50%
EUR Sovereign AAA to A	-0.37%	0.00%	-0.01%	-0.38%
EUR Sovereign BBB	0.58%	0.00%	-0.06%	0.52%
EUR Gov-Guaranteed	-0.34%	0.00%	0.00%	-0.34%
EUR Covered bonds	-0.27%	0.00%	-0.02%	-0.29%
EUR ABS	-0.16%	0.00%	0.00%	-0.16%
EUR Corporate AAA to A	0.33%	0.00%	-0.10%	0.23%
EUR Corporate BBB	0.96%	0.00%	-0.29%	0.67%
EUR Corporate HY	4.05%	0.00%	-1.54%	2.52%
USD Corporate AAA to A	1.25%	-0.90%	-0.09%	0.26%
USD Corporate BBB	1.95%	-0.92%	-0.29%	0.74%
USD Corporate HY	4.96%	-0.88%	-1.62%	2.46%
USD Taxable Munis	1.77%	-0.96%	-0.01%	0.80%
USD Corporate IG EM	2.47%	-0.92%	-0.20%	1.35%
USD Sovereign IG EM	1.78%	-0.92%	-0.04%	0.82%
USD HY EM	8.16%	-0.93%	-1.94%	5.29%
Bank Loans	-	-	-	3.97%
Direct Lending	-	-	-	6.01%
DM Equities	-	-	-	5.40%
EM Equities	-	-	-	8.62%
Hedge Funds	-	-	-	2.87%
Private Equity	-	-	-	8.50%
Infra Equity	-	-	-	4.60%
Real Estate	-	-	-	4.59%

TABLE 5.2 – Hypothèses sur la listes des indices utilisés dans les exercices d'optimisation. Les données des instruments à taux fixes liquides sont issues de Bloomberg Barclays (IQ) au 31/07/2020. Les rendements espérés pour les actifs alternatifs et pour les actions sont issues de la publication *Long-Term Capital Market Assumptions* de J.P. Morgan Asset Management[16]. Les rendements espérés sont ajustés pour les risques de change en Euros en utilisant les cross currency swaps. Les risques de défaut sont estimés en utilisant les tables de défaut historiques de l'agence de notation Moody's. ABS = Asset Backed Securities, HY = High Yield, Munis = Municipal bonds, IG = Investment Grade, EM = Dette Émergente.

Classes d'actifs	Volatility	Duration	SCR (ex IRR)	Sharpe Ratio
EUR Cash	0.4%	0.2	0.0%	-36.3%
EUR Sovereign AAA to A	3.9%	7.4	0.0%	-0.7%
EUR Sovereign BBB	11.2%	6.5	0.0%	7.7%
EUR Gov-Guaranteed	3.0%	7.1	0.0%	0.3%
EUR Covered bonds	2.6%	5.1	3.9%	2.2%
EUR ABS	2.9%	0.8	4.9%	6.4%
EUR Corporate AAA to A	4.8%	6.4	7.0%	12.4%
EUR Corporate BBB	6.0%	6.2	13.7%	16.9%
EUR Corporate HY	11.2%	5.3	26.3%	25.6%
USD Corporate AAA to A	5.6%	8.2	7.1%	10.9%
USD Corporate BBB	6.4%	6.6	13.5%	17.2%
USD Corporate HY	9.0%	4.3	22.7%	31.1%
USD Taxable Munis	4.9%	6.9	7.3%	23.3%
USD Corporate IG EM	9.0%	6.4	10.5%	18.8%
USD Sovereign IG EM	5.5%	6.8	10.6%	21.3%
USD HY EM	13.4%	5.2	27.2%	42.1%
Bank Loans	7.6%	0.3	25.8%	56.9%
Direct Lending	14.0%	0.3	18.0%	45.4%
DM Equities	13.1%	-	39.0%	43.9%
EM Equities	17.1%	-	49.0%	52.4%
Hedge Funds	6.3%	-	49.0%	51.1%
Private Equity	18.9%	-	49.0%	46.80%
Infra Equity	10.3%	-	36.0%	48.1%
Real Estate	11.6%	-	25.0%	42.6%

TABLE 5.3 – Hypothèses sur la listes des indices utilisés dans les exercices d'optimisation. Les données des instruments à taux fixes liquides sont issues de Bloomberg Barclays (IQ) au 31/07/2020. Les données pour les actifs alternatifs et pour les actions sont issues de la publication *Long-Term Capital Market Assumptions* de J.P. Morgan Asset Management[16]. SCR = Solvency Capital Requirement, IR = Interest Rate. ABS = Asset Backed Securities, HY = High Yield, Munis = Municipal bonds, IG = Investment Grade, EM = Dette Émergente.

La majorité des classes d'actifs présentées précédemment sont assez connues. Nous souhaitons apporter des précisions sur les classes d'actifs suivantes :

- **USD Taxable Municipal bonds** : ce sont des obligations à revenus fixes émis par un gouvernement local, comme une ville, un comté ou une agence apparentée, pour financer des projets que le gouvernement fédéral ne subventionnera pas. Ces obligations ne sont pas exonérées d'impôts mais il existe des USD Municipal Bonds *Tax Exempt* qui le sont. Ces titres financent par exemple des aménagements publics (hôpitaux, écoles), les utilitaires (réseaux d'eau, d'électricité) et des infrastructures (aéroports, gares, routes). Les Municipal bonds sont classifiés comme des instruments à taux fixes pour le calcul du risque de spread dans le cadre de l'utilisation de la formule standard. Ces titres peuvent offrir une qualité de crédit supérieure à des obligations d'entreprises et des durations assez longue. Ainsi, c'est un bon outil de gestion ALM pour des assureurs vie qui peinent à trouver des titres longs avec des rendements attractifs.
- **Direct Lending** : ce sont des financements privés à des entreprises sans intermédiaires tels que les banques d'investissement. Les prêts peuvent être sponsorisés ou non. Les prêts sponsorisés offrent généralement des rendements inférieurs car ils ont tendance à être moins risqués en raison d'un risque de défaut plus faible. Ces prêts sont classifiés comme des instruments à taux fixes pour le calcul du risque de spread dans le cadre de l'utilisation de la formule standard.
- **Infrastructure Equity** : les entreprises d'infrastructure fournissent des services essentiels à la société tels que le mouvement et le stockage de biens, de personnes, de données et de ressources. Les actions issues par des entreprises d'infrastructure peuvent offrir un bon niveau

de diversification, en particulier du fait que les risques des actifs ne sont pas corrélés à des marchés financiers plus larges. Ces actifs offrent souvent des niveaux de rendements attractifs avec des niveaux de volatilité assez faibles. Les charges de capital dans le cadre de l'utilisation de la formule standard pour les investissements en infrastructures éligibles ont été réduites il y a quelques années. En effet, les investissements dans les projets d'infrastructure éligibles ont un coût en capital de 30% et les investissements dans des entreprises d'infrastructure éligibles ont un coût en capital de 36%. Pour être éligibles, les investissements en infrastructure doivent répondre à des critères spécifiques notamment la prédictibilité des flux de trésorerie[17].

Définition du portefeuille de départ et du flux de trésorerie du passif

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons revu les allocations d'actifs types par pays et par type d'activité. Nous définirons ici une allocation d'actifs type qui sera utilisée par la suite dans notre exercice d'optimisation. Un niveau plus granulaire de cette allocation sera disponible dans la partie résultats (Table 5.8).

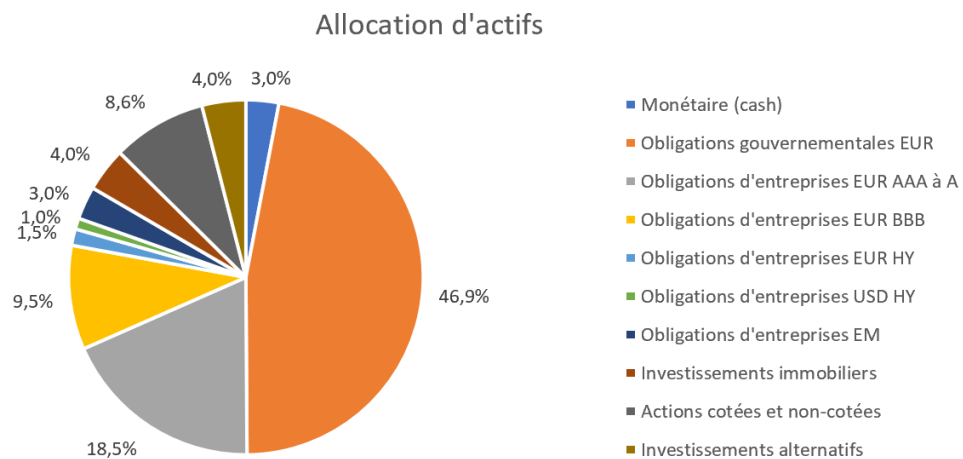


FIGURE 5.1 – Allocation d'actifs type utilisée dans notre exercice d'optimisation

Pour cette étude de cas, nous considérons un bilan d'assureur vie européen (bilan en Euros) ayant les caractéristiques suivantes :

- Nous considérons un profil de flux de trésorerie d'assurance vie standard d'une durée de 9 ans. Le profil du flux de trésorerie est représenté en Figure 5.2. Il sera actualisé à l'aide des courbes de taux sans risque mis à disposition par l'EIOPA.
- Il n'y a pas de gap duration initial. Le gap de duration est défini comme la duration du passif moins la duration de l'actif.
- Nous considérons que le Best Estimate Liabilities représente 85% des actifs financiers. Autrement dit, 85% des actifs sont adossés au passif. La taille du surplus est donc de 15%.

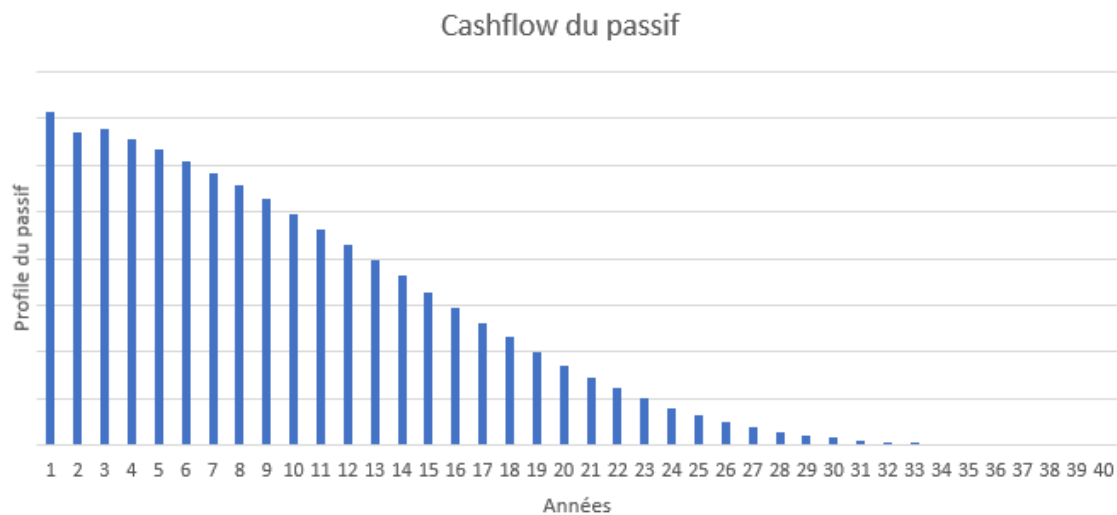


FIGURE 5.2 – Profil des cashflow du passif utilisé pour cette allocation stratégique d'actifs

Définition des contraintes

Dans ce problème d'optimisation, nous utilisons plusieurs types de contraintes : des contraintes ALM, des contraintes réglementaires et des contraintes d'investissement.

- **Contraintes ALM / Duration** : Le gap de duration est limité au niveau de la duration globale (+/- 1 an) ainsi qu'au niveau des KRD³ (+/- 1 an).
- **Contraintes risque de marché** : le SCR marché sera capé à 7.5%. Cela nous aidera à générer une allocation d'actifs alignée sur l'appétit pour le risque d'investissement des assureurs.
- **Contraintes d'investissement** : les contraintes d'investissement sont listées dans la table 5.4. En plus de ces contraintes au niveau des classes d'actifs, il existe aussi des contraintes relatives aux quantités disponibles sur les marchés financiers.

3. Key Rate Duration : mesure l'évolution de la valeur d'un titre de créance ou d'un portefeuille d'instruments de dette, généralement des obligations, à un point d'échéance spécifique sur l'ensemble de la courbe des taux.

Contraintes d'Investissement	Min	Max
EUR Cash	2%	3%
EUR Covered bonds	-	2%
EUR BBB Tsy vs EUR Tsy	-	5%
EUR Gov-Guaranteed vs EUR Tsy	-	25%
EUR ABS vs EUR fixed income	-	5%
EUR BBB Corporate vs EUR fixed income	-	40%
High Yield	-	5%
USD Municipal bonds	-	5%
USD Emerging Market bonds	-	10%
Bank Loans	-	5%
Direct Lending	-	5%
Infra Equity	-	5%
DM et EM Equities	-	10%
Private Equity	-	2.5%
Hedged Funds	-	5%
EUR Real Estate	-	10%

TABLE 5.4 – Contraintes d'investissement génériques utilisées pour une allocation d'actifs. Tsy = bonds au trésor, EM = Emerging Market.

Mise en place de la contrainte sur le SCR marché

La mise en place de la contrainte sur le SCR Marché est un peu complexe car la formule qui permet de calculer le SCR Marché est une formule ni linéaire ni quadratique. En effet, le SCR marché est calculé de la manière suivante :

$$SCR_{Market} = \max\left(\sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j}^{up} * SCR_i * SCR_j}, \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j}^{down} * SCR_i * SCR_j}\right)$$

$Corr_{i,j}^{up}$: coefficients de corrélation dans le cas du choc de taux à la hausse. Ces coefficients sont présentés dans la Table 5.5

$Corr_{i,j}^{down}$: coefficients de corrélation dans le cas du choc de taux à la baisse. Ces coefficients sont présentés dans la Table 5.6

SCR_i : différentes composantes du SCR marché (Interest Rate, Equity, Property, Spread, Currency et Concentration)

	Interest Rate	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration
Interest Rate	1	0	0	0	0.25	0
Equity	0	1	0.75	0.75	0.25	0
Property	0	0.75	1	0.5	0.25	0
Spread	0	0.75	0.5	1	0.25	0
Currency	0.25	0.25	0.25	0.25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

TABLE 5.5 – Matrice de corrélation pour l'agrégation des sous modules du SCR marché dans le cas du choc de taux à la hausse. Source : directive Solvabilité II.

	Interest Rate	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration
Interest Rate	1	0.5	0.5	0.5	0.25	0
Equity	0.5	1	0.75	0.75	0.25	0
Property	0.5	0.75	1	0.5	0.25	0
Spread	0.5	0.75	0.5	1	0.25	0
Currency	0.25	0.25	0.25	0.25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

TABLE 5.6 – Matrice de corrélation pour l'agrégation des sous modules du SCR marché dans le cas du choc de taux à la baisse. Source : directive Solvabilité II.

Puisque le SCR marché n'est ni linéaire ni quadratique, cela crée des problèmes d'extremums locaux. Ainsi, les résultats de l'optimisation ne seront pas optimaux : ce sera des extremums locaux et non pas globaux. La mise en place de contraintes au niveau du SCR marché peut donc s'avérer complexe. Nous avons choisi de procéder à une linéarisation de cette contrainte afin de nous retrouver avec une optimisation dont l'objectif est quadratique et les contraintes linéaires. Pour procéder à la linéarisation de la contrainte sur le SCR marché, nous avons utilisé une approximation d'hypersurface linéaire par morceaux[4].

Résultats de l'exercice d'optimisation

Dans cette partie, nous allons commenter les résultats de cette première allocation d'actifs dont l'objectif est de minimiser la volatilité du surplus. La figure 5.3 représente la frontière efficiente. Nous pouvons remarquer que le portefeuille de référence utilisé est assez proche de la frontière. Il y a toutefois une opportunité de réduire légèrement la volatilité du surplus tout en augmentant le rendement espéré.

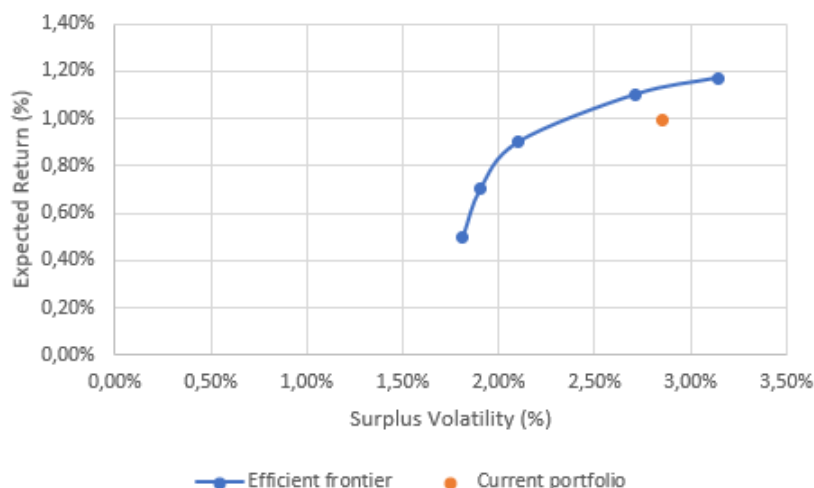


FIGURE 5.3 – Frontière efficiente - optimisation descendante

Les résultats détaillés de cet exercice d'allocation d'actifs sont donnés dans les tables ci-dessous. La table 5.7 donne les statistiques du portefeuille initial de référence et des portefeuilles optimaux. Le portefeuille numéro 4 (Port 4), semble être un bon candidat. L'allocation d'actifs du Port 4 permet de réduire la volatilité du surplus de l'assureur de 2,85% à 2,71% tout en augmentant le rendement espéré de 10bps. Le Sharpe Ratio du Port 4 est plus élevé que le portefeuille actuel. L'exercice d'optimisation suggère de créer un léger gap de duration pour réduire la volatilité du surplus. Le portefeuille optimisé a un SCR marché plus faible que le portefeuille actuel (7,50% à 7,63%).

Statistiques	Port ac-tuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
Rendement estimé	0.99%	0.50%	0.70%	0.90%	1.10%
Volatilité des actifs	4.64%	3.40%	3.52%	3.64%	4.38%
Volatilité du surplus	2.85%	1.81%	1.90%	2.10%	2.71%
Sharpe Ratio	0.47	0.47	0.55	0.60	0.53
FI Duration ⁴	8.86	7.46	7.44	7.28	7.81
Avg FI credit rating ⁵	A+	AA-	A+	A	A-
Duration	7.71	6.88	6.91	6.74	7.16
Net duration	-0.02	-0.85	-0.82	-0.99	-0.57
Default costs ⁶	0.10%	0.11%	0.17%	0.21%	0.16%
FX costs ⁷	0.14%	0.09%	0.09%	0.09%	0.09%
SCR IR down	-0.01%	-0.15%	-0.15%	-0.12%	-0.14%
SCR IR up	0.01%	-0.89%	-0.87%	-1.03%	-0.63%
SCR Spread	3.88%	2.49%	2.97%	3.47%	5.55%
SCR Equity type 1	2.73%	0.00%	0.00%	0.00%	0.29%
SCR Equity type 2	0.98%	0.65%	0.36%	0.49%	0.53%
SCR Equity infrastructure	0.00%	0.90%	0.90%	0.90%	0.90%
SCR Property	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%
SCR Currency	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Concentration	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Market SCR	7.63%	4.50%	4.68%	5.27%	7.50%

TABLE 5.7 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante - statistiques des portefeuilles

La table 5.8 donne les allocations d'actifs de ces portefeuilles. On peut voir que le portefeuille 4 a une allocation d'actifs assez différente du portefeuille actuel. Il contient plus d'obligations d'entreprises et moins d'obligations d'État par rapport au portefeuille actuel. De plus, L'allocation en obligations d'entreprises de notation BBB est bien plus importante que les obligations d'entreprises de notation AAA à A. Par ailleurs, l'allocation en produits alternatifs de type Direct Lending et infrastructure est augmentée au détriment de l'allocation actions qui est complètement réduite.

Par ailleurs, nous avons mené une étude similaire dans le cas où l'ajustement pour la volatilité n'est pas utilisé. Dans ce cas, l'allocation stratégique d'actifs alloue beaucoup moins aux obligations d'entreprises. Cela est dû au fait que les obligations d'entreprises sont plus corrélées aux courbes de taux sans risque lorsqu'elles sont ajustées pour la volatilité.

4. Duration du portefeuille obligataire

5. Notation moyenne de crédit du portefeuille obligataire

6. Ajustement pour le risque de défaut

7. Ajustement pour le risque de change

Classes d'actifs	Port ac-tuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
EUR Cash	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%
EUR Sovereign AAA to A	44.91%	48.25%	38.87%	32.36%	21.71%
EUR Sovereign BBB	2.00%	2.54%	2.05%	1.70%	1.14%
EUR Gov-Guaranteed	-	12.70%	10.23%	8.52%	-
EUR Covered	-	2.07%	3.19%	-	-
EUR ABS	-	4.25%	2.25%	-	-
EUR Corporate AAA to A	18.49%	10.84%	6.29%	5.43%	25.15%
EUR Corporate BBB	9.56%	1.35%	19.12%	33.99%	34.00%
EUR Corporate HY	1.50%	-	-	-	-
USD Corporate AAA to A	-	2.18%	1.10%	-	-
USD Corporate BBB	-	-	-	-	-
USD Corporate HY	1.00%	2.99%	4.66%	5.00%	0.49%
USD Corporate EM IG	3.00%	-	-	-	-
USD Corporate EM HY	-	-	-	-	1.19%
Direct Lending	2.00%	2.00%	2.00%	2.50%	5.00%
Bank Loans	1.50%	-	-	-	-
Infra Equity	-	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%
Real Estate	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%
DM Equities	7.00%	-	-	-	0.74%
EM Equities	0.80%	-	-	-	0.08%
Private Equity	0.70%	0.50%	0.50%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	0.50%	0.82%	0.24%	-	-

TABLE 5.8 – Résultats de l'allocations d'actifs descendante

5.1.3 Création du portefeuille de référence pour la définition de l'ajustement pour la volatilité

Pour définir l'ajustement pour la volatilité, l'EIOPA combine les spreads des obligations d'État des différents états européens ainsi que les spreads des obligations d'entreprises européennes. Nous avons présenté la méthode de définition de l'ajustement pour la volatilité de l'EIOPA dans les sections 1.3 et 1.4. Dans cette section, nous allons définir une méthode pour construire un portefeuille de référence investissable qui approxime l'ajustement pour la volatilité. Cette méthode comporte trois parties :

- La construction du portefeuille de référence d'obligations gouvernementales
- La construction du portefeuille de référence d'obligations d'entreprises
- L'agrégation des deux portefeuilles précédents

Construction du portefeuille de référence d'obligations gouvernementales

La méthode de l'EIOPA repose sur une technique d'interpolation des spreads pour des niveaux de duration donnés pour chaque pays européens. Nous souhaitons ici utiliser une méthode plus systématique qui va nous permettre de construire un portefeuille investissable. Ainsi, nous avons utilisé l'indice iboxx EURO Sovereign que nous allons découper en sous indices. L'EIOPA utilise 13 pays d'Europe pour définir la VA gouvernementale. Ces différents pays sont listés dans la table 5.9 ci-dessous. L'indice iboxx EURO Sovereign est un bon candidat car il est composé d'obligations gouvernementales de 16 pays d'Europe. Douze des pays considérés dans la définition de la VA gouvernementale sont présents dans cet indice. Seules les obligations de l'État polonais ne sont pas présents dans cet indice. Cependant, comme la Pologne a un poids de 1% dans la définition de la VA gouvernementale, nous avons considéré que son exclusion dans le portefeuille de référence gouvernementale est raisonnable.

Pays	Poids	Duration
Autriche	4.0%	9.7
Belgique	9.0%	10.2
Finlande	1.0%	10.5
France	32.0%	9.0
Allemagne	14.0%	10.7
Irlande	2.0%	8.4
Italie	22.0%	6.4
Luxembourg	1.0%	8.2
Pays-bas	3.0%	10.1
Pologne	1.0%	7.3
Portugal	1.0%	6.4
Slovaquie	1.0%	9.5
Espagne	9.0%	8.4

TABLE 5.9 – Poids et durations des pays utilisés dans la définition de la VA gouvernementale. Source : EIOPA Mars 2020.

Après avoir sectionné cet indice de référence, nous avons divisé cet indice iboxx EURO Sovereign en sous indices. On va créer des sous-indices en divisant l'indice actuel par pays et par bloc de maturité : 3 - 5 ans, 5 - 10 ans, plus de 10 ans et autre. Par exemple, pour l'Autriche, nous aurons les indices suivants :

- Autriche 3 - 5 ans
- Autriche 5 - 10 ans
- Autriche +10 ans
- Autriche autre

Pour chaque ISIN⁸ de l'indice iboxx EURO Sovereign, nous allons lui allouer un pays et un bloc de maturité. Ainsi, chaque ISIN sera réparti dans un sous-indice. La table 5.10 représente le processus de mapping ainsi que la composition de ses sous-indices.

8. International Securities Identification Number : identifie de manière unique un titre financier

ISIN	Émetteur	Valeur de marché	Duration	Sous-indice	Poids de l'ISIN dans le sous-indice
AT0000A0U299	Republic of Austria	8,996,265,310	28.22	Autriche +10 ans	10.01%
AT0000A0VRQ6	Republic of Austria	12,175,429,711	18.57	Autriche +10 ans	13.55%
AT0000A10683	Republic of Austria	10,760,929,130	12.20	Autriche +10 ans	11.97%
AT0000A1K9F1	Republic of Austria	9,997,696,527	22.68	Autriche +10 ans	11.12%
AT0000A1PEF7	Republic of Austria	4,003,303,730	47.27	Autriche +10 ans	4.45%
AT0000A1XLM2	Republic of Austria	12,653,505,610	57.47	Autriche +10 ans	14.08%
AT0000A2EJ08	Republic of Austria	4,405,006,829	27.62	Autriche +10 ans	4.90%
AT0000A2HLC4	Republic of Austria	2,819,219,755	70.41	Autriche +10 ans	3.14%
AT0000A04967	Republic of Austria	24,064,470,615	13.32	Autriche +10 ans	26.78%

TABLE 5.10 – Exemple : détail du sous-indice Autriche +10 ans

Maintenant, les indices définis par pays et par bloc de maturité, nous avons calculé les durations moyennes de chacun de ces sous-indices. Les résultats sont présentés dans la table 5.11. Aucune obligation luxembourgeoise n'avait une maturité supérieure à 10 ans. Aucune obligation polonaise n'était présente dans l'indice. Ainsi, les indices suivants n'ont pas pu être créés : Luxembourg +10 ans, Pologne 3-5 ans, Pologne 5-10 ans et Pologne +10 ans.

Pays	Duration moyenne des indices 3-5 ans	Duration moyenne des indices 5-10 ans	Duration moyenne des indices +10 ans
Autriche	3.68	6.64	26.69
Belgique	4.10	7.34	17.15
Finlande	3.91	7.01	16.53
France	4.05	7.37	17.82
Allemagne	4.03	7.37	17.39
Irlande	3.92	7.77	16.75
Italie	4.04	7.29	14.86
Luxembourg	4.76	7.07	-
Pays-bas	4.09	7.40	16.27
Pologne	-	-	-
Portugal	4.08	7.33	13.85
Slovaquie	4.30	7.80	14.69
Espagne	4.08	7.58	17.26

TABLE 5.11 – Durations moyenne des sous-indices issue de l'indice iboxx EURO Sovereign. Source : iboxx Juillet 2020.

La dernière étape consiste à agréger ces sous-indices de manière à obtenir des indices par pays dont les durations sont alignées avec les durations utilisées par l'EIOPA dans la définition de la VA gouvernementale (cf table 5.12).

Pays	Poids des indices 3-5 ans	Poids des indices 5-10 ans	Poids des indices +10 ans
Autriche	0%	85%	15%
Belgique	0%	71%	29%
Finlande	0%	63%	37%
France	0%	84%	16%
Allemagne	0%	67%	33%
Irlande	0%	93%	7%
Italie	27%	73%	0%
Luxembourg	0%	100%	-
Pays-bas	0%	70%	30%
Pologne	-	-	-
Portugal	29%	72%	0%
Slovaquie	0%	75%	25%
Espagne	0%	92%	8%

TABLE 5.12 – Poids des sous-indices issue de l'indice iboxx EUR Sovereign. Source : iboxx Juillet 2020.

Construction du portefeuille de référence d'obligations d'entreprises

Pour construire le portefeuille de référence d'obligations d'entreprises nous allons utiliser une méthode similaire à celle utilisée pour la construction du portefeuille de référence d'obligations gouvernementales. Nous allons cette fois-ci utiliser l'indice iboxx EUR corporates⁹. Au lieu de créer des sous-indices par pays et par bloc de maturité, nous allons cette fois-ci découper l'indice par secteur (Financial¹⁰ et Non-Financial¹¹), par notation et par bloc de maturité. La table 5.13 ci-dessous donne les poids et les durations des indices Financial et Non-Financial utilisés par l'EIOPA pour la définition de la VA corporate.

Indices	Poids	Durations
Financial AAA	19%	7.6
Financial AA	14%	7.1
Financial A	22%	5.0
Financial BBB	12%	5.1
Financial BB	1%	3.3
Non-Financial AAA	3%	8.2
Non-Financial AA	6%	7.9
Non-Financial A	9%	6.2
Non-Financial BBB	13%	5.1
Non-Financial BB	1%	3.7

TABLE 5.13 – Poids et durations des indices Financial et Non-Financial utilisés dans la définition de la VA corporate. Source : EIOPA Mars 2020.

La table 5.14 donne les durations moyennes de ces nouveaux sous-indices d'obligations d'entreprises. On peut remarquer que l'indice iboxx EUR Corporates ne comporte que des obligations de notation investment grade¹². Ainsi, nous n'avons pas pu construire les sous-indices Financial BB et Non-Financial BB. De même, il n'y a pas d'obligation financière de notation AAA avec des maturités inférieures à 5 ans ou supérieures à 10 ans. Nous n'avons pas pu construire de sous-indices Financial AAA 3-5 ans et Financial AAA +10 ans.

9. Indice d'obligations d'entreprises européennes

10. Obligation d'entreprise financière

11. Obligation d'entreprise non-financière

12. Notation de crédit supérieure à BBB

Pays	Duration moyenne des indices 3-5 ans	Duration moyenne des indices 5-10 ans	Duration moyenne des indices +10 ans
Financial AAA	-	6.40	-
Financial AA	4.03	6.76	13.09
Financial A	3.96	6.87	12.53
Financial BBB	4.03	6.59	13.39
Financial BB	-	-	-
Non-Financial AAA	3.76	7.59	12.53
Non-Financial AA	4.02	7.09	13.11
Non-Financial A	4.05	7.18	13.21
Non-Financial BBB	3.97	6.90	12.69
Non-Financial BB	-	-	-

TABLE 5.14 – Durations moyennes des sous-indices issus de l'indice iboxx EURO Corporate. Source : iboxx Juillet 2020.

De la même manière que pour le portefeuille de référence d'obligations gouvernementales, il nous reste maintenant à agréger ces sous-indices de manière à obtenir des indices Financial et Non-Financial dont les durations sont alignées avec les durations utilisées par l'EIOPA dans la définition de la VA corporate (cf table 5.15).

Pays	Poids des indices 3-5 ans	Poids des indices 5-10 ans	Poids des indices +10 ans
Financial AAA	0%	100%	0%
Financial AA	0%	95%	5%
Financial A	64%	36%	0%
Financial BBB	58%	42%	0%
Financial BB	-	-	-
Non-Financial AAA	0%	88%	12%
Non-Financial AA	0%	87%	13%
Non-Financial A	31%	69%	0%
Non-Financial BBB	61%	39%	0%
Non-Financial BB	-	-	-

TABLE 5.15 – Poids des sous-indices issus de l'indice iboxx EURO Corporate. Source : iboxx Juillet 2020.

Agrégation des portefeuilles de référence d'obligations gouvernementales et d'entreprises

Maintenant que les deux portefeuilles de référence d'obligations gouvernementales et d'entreprises ont été créés, il nous reste à combiner ces deux portefeuilles afin d'obtenir notre portefeuille de référence pour la définition de l'ajustement pour la volatilité. Afin combiner les spreads *Sovereign* et *Corporate*, l'EIOPA utilise les poids suivants dans la dernière publication de Mars 2020 pour la devise Euro :

Devise	Sovereign	Corporate
EUR	31.6%	40.5%

TABLE 5.16 – Poids à appliquer aux spreads *Sovereign* et *Corporate* pour les agréger suivant la définition de la VA par EIOPA. Source : EIOPA Mars 2020.

Nous allons rebaser les poids de ces portefeuilles pour que la somme soit égale à 100%. Ainsi, nous allons utiliser les poids de la table 5.17 pour combiner les portefeuilles de référence d'obligations gouvernementales et d'entreprises :

Devise	Sovereign	Corporate
EUR	43.8%	56.2%

TABLE 5.17 – Poids à appliquer aux spreads *Sovereign* et *Corporate* pour les agréger suivant la définition de la VA par EIOPA. Source : EIOPA Mars 2020.

Le portefeuille de référence a maintenant été construit. Il a une durée de 7.08 ans. La figure 5.4 donne des informations sur la répartition de la durée du portefeuille ainsi que la décomposition sectorielle.

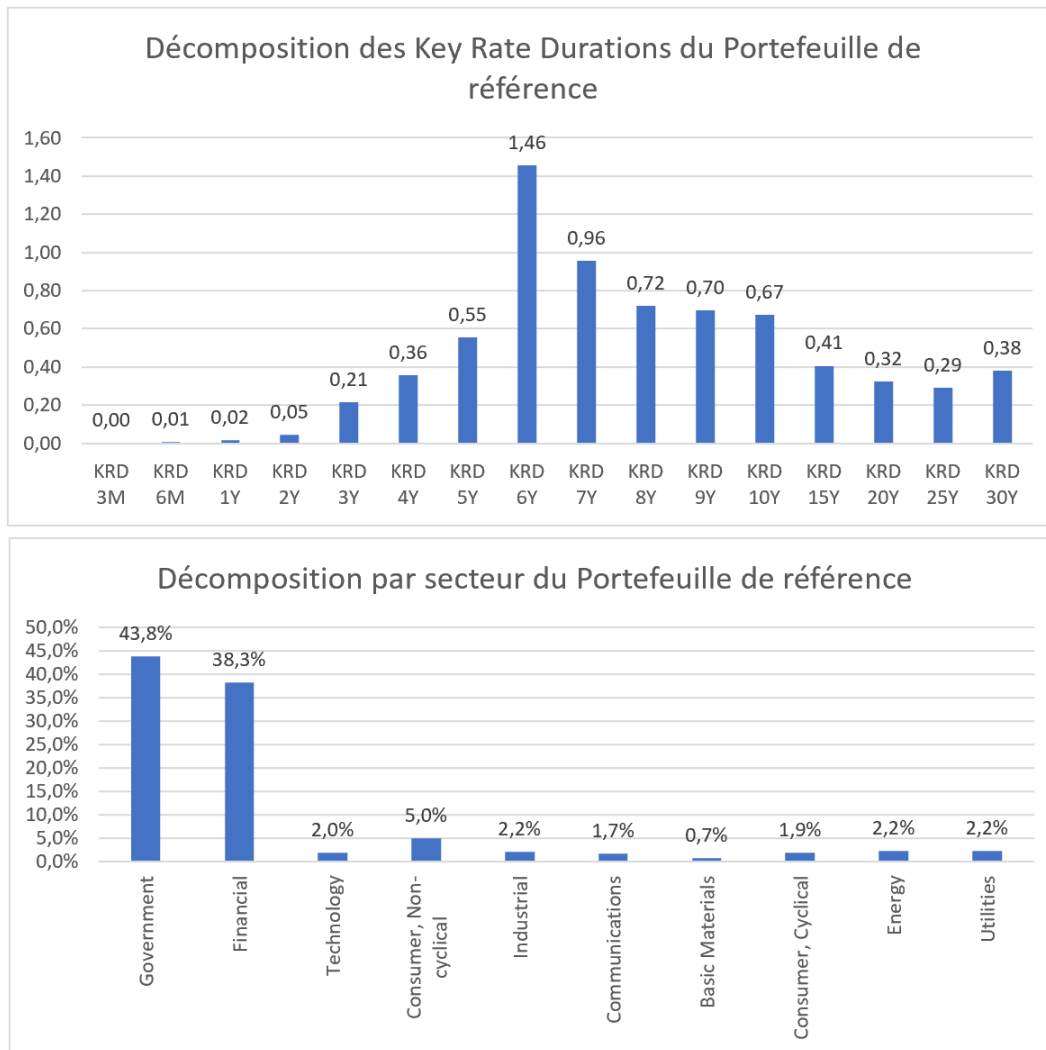


FIGURE 5.4 – Informations sur la composition du portefeuille de référence. Les données de KRDs et de secteurs ont été extraites de Bloomberg au 31/07/2020.

5.1.4 Allocation ascendante : minimiser la volatilité du ratio de solvabilité

Dans la section 5.1.2, nous avons réalisé une optimisation du bilan d'un assureur européen dont l'objectif était de minimiser la volatilité du surplus. Cette optimisation nous a permis de définir l'allocation de produits alternatifs, actions et immobiliers. Nous avons choisi de continuer l'étude avec le portefeuille 4. Dans cette partie, nous allons réaliser une seconde optimisation dont l'objectif est de minimiser la tracking error des portefeuilles par rapport au VA spread.

Avant de pouvoir effectuer l'exercice d'optimisation, il faut commencer par construire

une série de rendements du VA spread. Cette série de rendements doit être construite pour une devise et une durée donnée. Nous allons la construire pour la devise EUR et pour une durée de 7.08 (qui correspond à la durée du portefeuille de référence). Pour cela, on commence par créer les courbes de taux sans risque historiques de l'EIOPA avec et sans l'ajustement pour la volatilité pour la devise EUR. Une fois ces courbes construites, on va faire une interpolation afin d'obtenir une série de l'historique de taux pour la durée donnée. Puis, pour obtenir l'historique du VA spread pour cette devise et cette durée donnée, on effectuera le calcul suivant :

$$VA \text{ Spread} = RFR_{VA}(dur, devise) - RFR_{noVA}(dur, devise)$$

RFR_{VA} : taux sans risque de l'EIOPA ajusté pour l'ajustement pour la volatilité

RFR_{noVA} : taux sans risque de l'EIOPA sans ajustement pour l'ajustement pour la volatilité

dur : correspond à la durée du portefeuille de référence - ici 7.08 ans

$devise$: correspond à la devise du portefeuille de référence - ici EUR

Il nous reste à transformer l'historique du VA spread en une série de rendements à l'aide de la formule ci-dessous :

$$TS \text{ VA Spread} = \frac{\exp(-VA \text{ Spread}_{T+1} * Dur_{FI})}{\exp(-VA \text{ Spread}_T * Dur_{FI})} - 1$$

$TS \text{ VA Spread}$: série de rendements du VA spread

Dur_{FI} : durée du portefeuille de référence

Maintenant, nous avons tous les éléments nécessaires pour réaliser le second exercice d'optimisation. D'abord, nous allons figer les allocations en actions, produits immobiliers et produits alternatifs du portefeuille 4 précédemment défini. Ensuite, nous allons chercher à minimiser l'erreur de suivi entre les portefeuilles d'actifs et le VA spread. Cette optimisation est une optimisation *bottom-up* (ascendante), c'est-à-dire que cette fois-ci l'univers d'allocation n'est plus un ensemble d'indices mais des obligations. Nous allons chercher à construire des portefeuilles d'actifs en mettant à disposition plus de 3,000 obligations dans l'outil d'optimisation. Nous n'avons pas limité l'univers à des obligations gouvernementales et d'entreprises européennes : nous avons aussi des obligations USD, des obligations high yield (EUR et USD) et des obligations de pays émergents. Des contraintes ont été mises en place pour s'assurer que les portefeuilles générés soient investissables. Nous avons mis en place les contraintes suivantes :

Type	Description
Duration	La duration du portefeuille sera comprise en +/- 0.25 ans par rapport au portefeuille de référence
SCR Spread	Le SCR Spread est contraint au niveau du SCR Spread du Port 4 de l'optimisation précédente donc à 5.55%
Limites par secteur	Maximum 10% de Covered Bonds Maximum 5% d'obligations émergentes Maximum 5% d'obligation High Yield
Note de crédit minimale	Toutes les obligations devront avoir une notation minimale B-
Limite maximale par émetteur ¹³	Maximum 20% pour les gouvernements notés AAA à A- Maximum 15% pour les gouvernements notés BBB
Limite maximale par émetteur ¹⁴	Maximum 2.5% pour les entreprises notées AAA à A- Maximum 1.5% pour les entreprises notées BBB Maximum 1.0% pour les entreprises notées BB Maximum 0.5% pour les entreprises notées B
Limites par pays	+/- 10% par rapport au portefeuille de référence
Limites par devise	Maximum 10% en obligations USD
Limites sur les dettes subordonnées	Maximum 2.5% obligations hybrides / AT1 ¹⁵

TABLE 5.18 – Contraintes d'investissement utilisées dans l'exercice d'optimisation ascendante

La figure 5.5 montre la frontière efficiente résultant de cet exercice d'optimisation. Nous pouvons remarquer que le portefeuille de référence se trouve assez loin de la frontière efficiente. Ainsi, l'exercice d'optimisation a permis de créer des portefeuilles dont les erreurs de suivi par rapport au VA spread sont plus faibles que le portefeuille de référence (VA Benchmark).

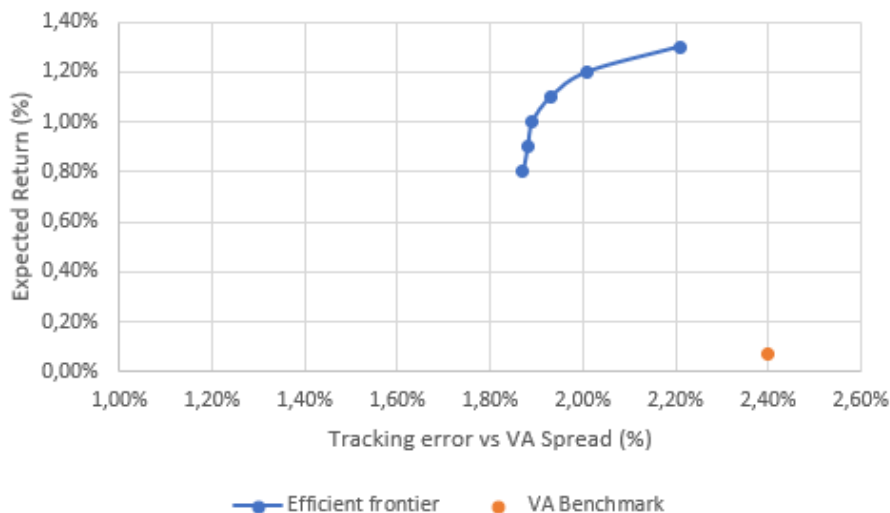


FIGURE 5.5 – Frontière efficiente - optimisation ascendante

La table 5.19 donne les statistiques des différents portefeuilles optimisés. Nous pouvons constater que tous les portefeuilles optimisés ont de meilleures statistiques que le portefeuille de référence. En effet, tous ces portefeuilles ont : de meilleurs niveaux de rendement espéré, des yields plus importants, des volatilités plus faibles et des tracking errors vs le VA spread plus faible. Ces

13. Pour les obligations gouvernementales

14. Pour les obligations d'entreprise

15. Additional Tier 1 bonds : titres négociables émis par des banques avec un paiement de coupon régulier

portefeuilles optimisés ont au moins des niveaux de notation de crédit égales ou supérieures au portefeuille de référence. Cependant, ils ont aussi des coûts en capitaux (Spread SCR) un peu plus élevés.

Statistiques	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F
Rendement estimé	0.07%	0.80%	0.90%	1.00%	1.10%	1.20%	1.30%
Volatilité des actifs	3.64%	3.63%	3.63%	3.62%	3.58%	3.53%	3.43%
Tracking error vs VA spread	2.40%	1.87%	1.88%	1.89%	1.93%	2.01%	2.21%
FI Duration	7.08	6.96	6.96	7.15	7.15	7.15	7.15
Spread duration	6.70	5.74	5.74	5.74	5.74	5.74	5.74
Avg FI credit rating	A	A	A+	A+	A+	A	A
Duration	7.08	6.38	6.38	6.56	6.56	6.56	6.56
Default costs	0.18%	0.26%	0.17%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%
Spread SCR	4.44%	5.50%	5.50%	5.55%	5.47%	5.05%	4.52%

TABLE 5.19 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante - statistiques des portefeuilles

Regardons quelle est la composition de ces portefeuilles optimisés. La table 5.20 donne les allocations d'actifs de ces portefeuilles. Nous pouvons voir que les portefeuilles optimisés ont des allocations plus variées que le portefeuille de référence. L'ajout des actifs alternatifs et crédit illiquides permet d'avoir des meilleurs niveaux de diversification. Ces allocations ont été fixées mais nous pouvons voir que l'outil d'optimisation cherche aussi à diversifier les portefeuilles en allouant 5% des actifs dans de la dette émergente et plus de 2% des actifs dans de la dette US High Yield pour tous les portefeuilles optimisés.

Classes d'actifs	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F
EUR Sovereign AAA to A	3.54%	6.09%	6.72%	6.65%	5.96%	3.25%	4.68%
Belgium Tsy	3.97%	8.31%	8.31%	8.31%	8.31%	7.50%	5.00%
Germany Tsy	6.06%	12.15%	12.15%	11.76%	8.01%	7.15%	5.86%
France Tsy	14.04%	2.56%	2.69%	2.76%	3.45%	5.55%	5.95%
Netherlands Tsy	1.31%	-	-	-	2.50%	2.50%	2.50%
Italy Tsy	9.65%	1.73%	0.12%	-	1.15%	2.18%	5.48%
Portugal Tsy	0.44%	-	-	-	-	-	-
Spain Tsy	3.94%	-	-	-	0.09%	1.35%	-
EUR Gov-Guaranteed	4.11%	2.59%	3.01%	3.00%	3.17%	4.00%	6.29%
EUR Covered	-	8.67%	8.67%	8.67%	7.65%	3.09%	0.71%
EUR Corporate AAA to A	36.46%	22.92%	22.92%	22.92%	23.44%	27.17%	27.25%
EUR Corporate BBB	16.48%	12.34%	12.76%	13.29%	13.62%	13.62%	13.62%
EUR Corporate HY	- %	2.00%	2.00%	1.47%	2.00%	1.75%	1.42%
USD Corporate HY	-	2.33%	2.33%	2.86%	2.33%	2.59%	2.92%
USD Corporate EM IG	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Direct Lending	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Infra Equity	-	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%
Real Estate	-	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%
DM Equities	-	0.74%	0.74%	0.74%	0.74%	0.74%	0.74%
EM Equities	-	0.08%	0.08%	0.08%	0.08%	0.08%	0.08%
Private Equity	-	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%

TABLE 5.20 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante

Comparons les allocations du portefeuille de référence et celle du Port D. Les figures ci-dessous (5.6, 5.7 et 5.8) donnent la décomposition de ces portefeuilles par rating, par secteur et par niveau de maturité. Sur la figure 5.6, nous pouvons remarquer que le Port D a une allocation

en obligations AA moins importante que le portefeuille VA BMK. Cependant, il a une allocation en obligations AAA plus importante. Le rating moyen du Port D est meilleur que celui du VA BMK (A vs A+).

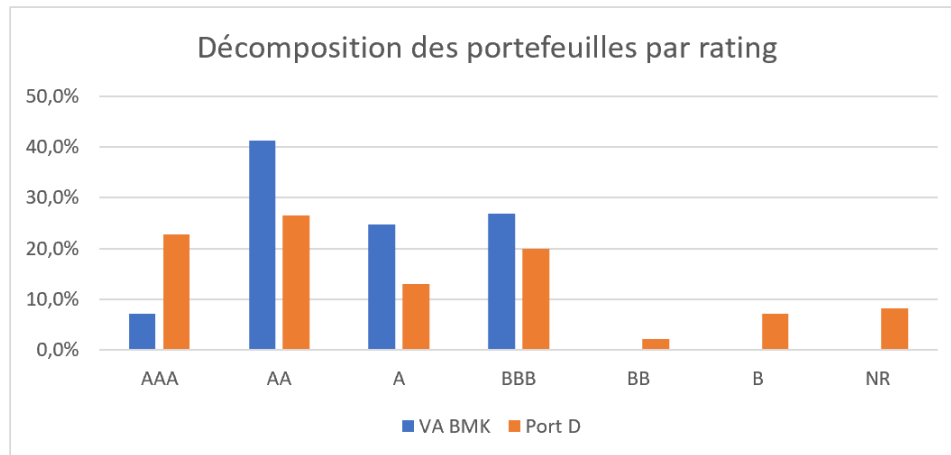


FIGURE 5.6 – Décomposition des portefeuilles VA BMK et Port D par rating

En terme d'allocation par secteur, les portefeuilles VA BMK et Port D ont des allocations aux secteurs government related, finance, industriel et utilitaire assez similaires. Cependant, le portefeuille VA BMK a une allocation plus importante aux obligations d'État. L'allocation « Autre » du portefeuille Port D correspond à l'allocation en produits alternatifs, actions et immobilier.

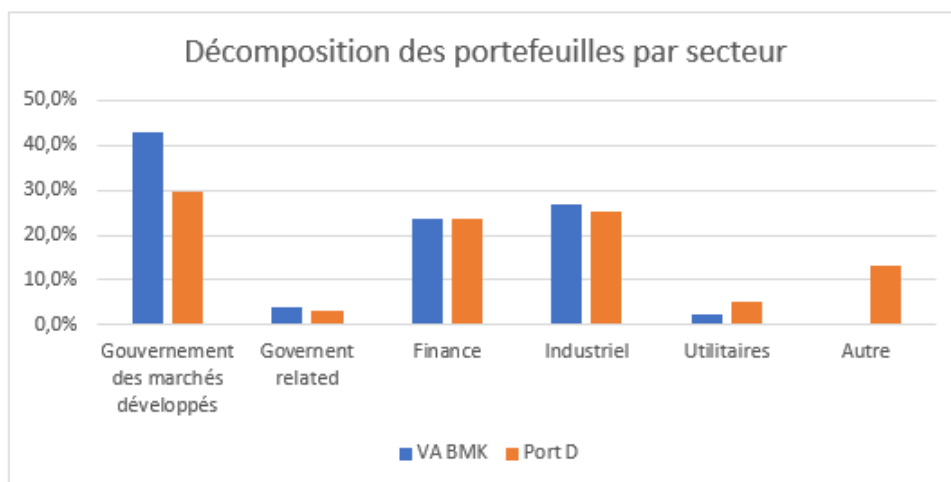


FIGURE 5.7 – Décomposition des portefeuilles VA BMK et Port D par secteur

Lorsque l'on compare la décomposition par tranche de maturité des portefeuilles VA BMK et Port D, on peut remarquer que le Port D est mieux diversifié en terme de tranche de maturité. Le VA BMK a une allocation en obligations de maturité 7 à 10 ans beaucoup plus importante.

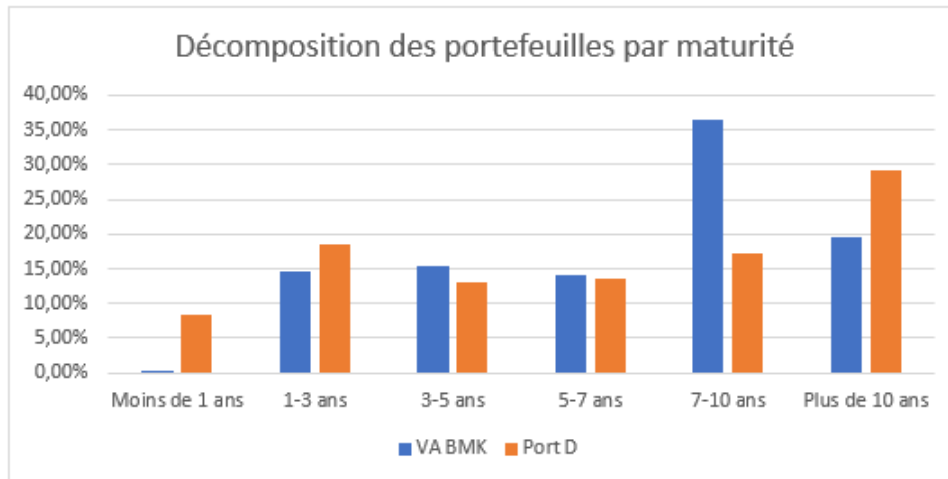


FIGURE 5.8 – Décomposition des portefeuilles VA BMK et Port D par niveau de maturité

Ainsi, le Port D semble assez diversifié en terme d'allocation par notation de crédit, secteur et bloc de maturité. Afin de vérifier que le portefeuille Port D est un bon candidat pour le bilan de notre assureur, il nous reste à vérifier la position ALM lors de l'utilisation du Port D et de regarder les performances historiques de ce portefeuille.

Nous avons représenté la position ALM de notre compagnie d'assurance en calculant les KRDs sur l'allocation de l'actif ainsi que les KRDs sur la contribution du passif. Pour la contribution des KRDs au passif, on utilise 85% des KRDs du passif car le passif représente 85% des actifs financiers (nous avons un surplus qui correspond à 15% des actifs). Cette position ALM est représentée en figure 5.9.

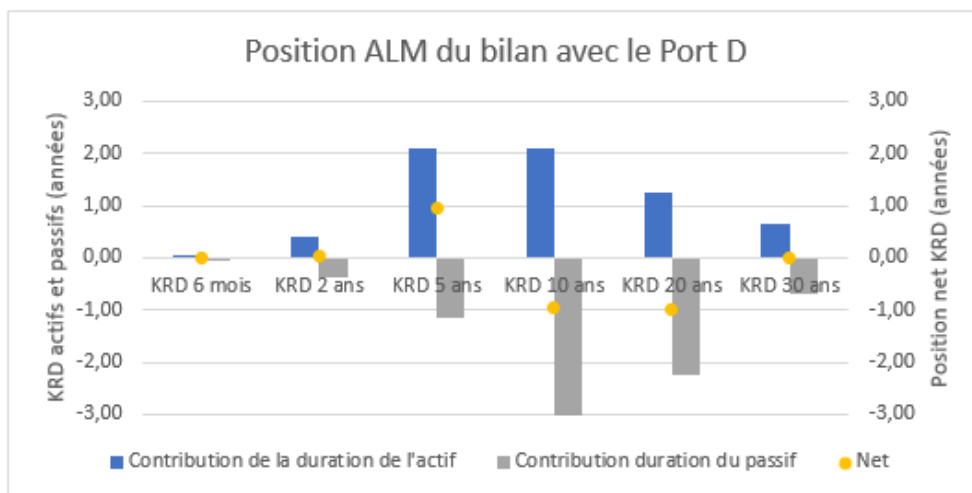


FIGURE 5.9 – Position ALM de l'assureur en utilisant le Port D

Enfin, nous avons effectué un backtest pour observer les performances de cette stratégie (Port D) entre Juin 2007 et Juin 2020. Sur le graphique en figure 5.10, on peut remarquer que le Port D a de meilleures performances que le VA BMK.

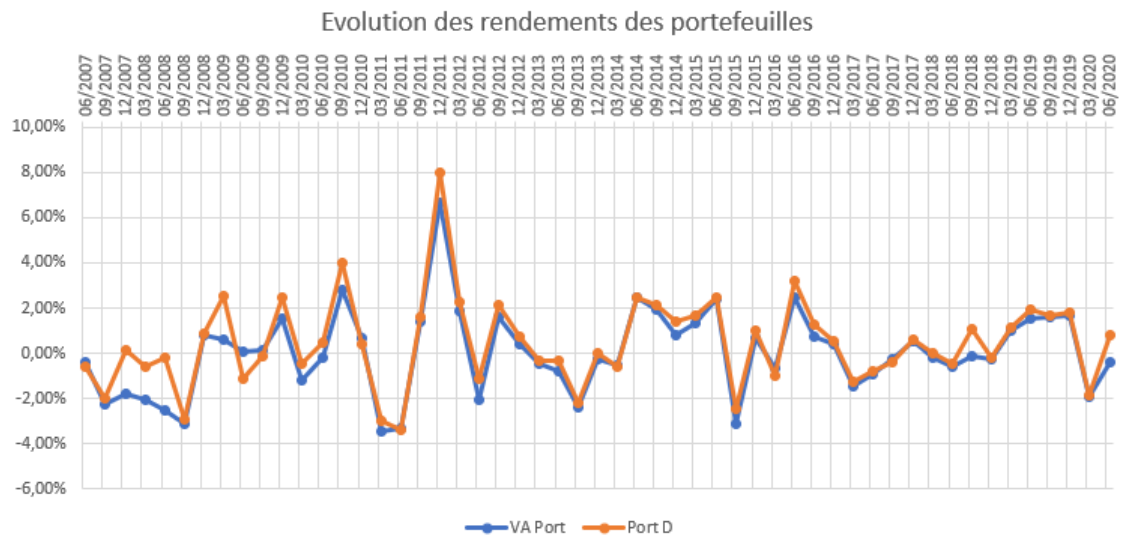


FIGURE 5.10 – Backtest : rendements historique des portefeuilles VA Bmk et du Port D

5.1.5 Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons mis en évidence que l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité peut introduire de la volatilité au niveau des ratios de solvabilité. La méthode en deux étapes présentées précédemment, a permis de construire des portefeuilles qui aident à réduire la sensibilité du bilan des assureurs vis-à-vis des variations de l'ajustement pour la volatilité. En plus d'immuniser partiellement la volatilité introduite par l'utilisation de la VA, ces portefeuilles ont de meilleurs statistiques :

- des rendements estimés plus importants que le VA Benchmark
- des niveaux de volatilité identiques ou inférieurs au VA Benchmark
- des tracking error par rapport au VA spread bien inférieurs à celui du VA Benchmark

Cependant, on peut remarquer que ces portefeuilles ont des niveaux de spread SCR plus élevés que le portefeuille de référence (VA Bmk). En effet, le but de cet exercice était de définir le portefeuille d'actifs le mieux adapté par rapport au passif de notre assureur et de conserver son budget initial pour les coûts en capitaux. Le portefeuille actuel a un risque de marché qui représente 7.63% de la valeur des actifs. Nous avons choisi de contraindre le risque de marché à 7.50% lors de la première optimisation. Nous avons poursuivi la suite de l'exercice d'optimisation en utilisant le portefeuille Port 4 donc le risque de marché atteint 7.50% avec un risque « SCR spread » de 5.55%. C'est pour cela que le portefeuille D dans notre second exercice d'optimisation a un risque de marché plus élevé que le portefeuille VA Benchmark (VA Bmk).

La méthode précédente s'est donc avérée efficace pour la construction d'un portefeuille immunisé pour les variations de VA. Il faut garder à l'esprit que le portefeuille VA Benchmark est une représentation théorique du portefeuille permettant d'obtenir la VA. C'est pourquoi, ce portefeuille a une tracking error plus élevée que le portefeuille optimisé.

Certains assureurs n'utilisent pas le modèle standard de la directive Solvabilité II et définissent leur appétit au risque à l'aide de modèles internes. La plupart du temps, l'appétit au risque est défini en terme de Value-at-Risk dans ces modèles internes. Ainsi, nous avons cherché à répéter l'exercice précédent en remplaçant dans la première étape (minimisation de la volatilité des fonds propres) les contraintes de SCR marché par des contraintes en VaR.

5.2 Étude de cas : optimisation de l'allocation d'actifs dans le cadre de l'utilisation de l'ajustement pour la volatilité et de l'utilisation d'un modèle interne

Comme proposé dans la partie précédente, nous allons dans cette section reprendre la méthode utilisée précédemment pour définir une allocation d'actifs qui va minimiser la volatilité du ratio de solvabilité. Cependant, nous allons modifier la première étape de cette méthode à savoir l'allocation descendante. Nous voulons voir si les résultats obtenus sont différents si l'on se place cette fois ci dans le cas où l'assureur ne cherche pas à contraindre son SCR marché (utilisation de la formule standard) mais sa VaR à 99.5% (modèle interne).

Là encore, l'objectif de cette optimisation est de minimiser la volatilité des fonds propres. Ainsi, notre objectif est quadratique. La mise en place de contraintes non linéaire dans notre problème d'optimisation devient là encore délicate. Pour cela, nous avons choisi de remplacer les contraintes en VaR par des contraintes en CVaR¹⁶ équivalentes. Avant d'élaborer sur cette méthode, nous allons d'abord revenir sur les concepts de VaR et CVaR.

5.2.1 Introduction des mesures de risques VaR et CVaR

Value-at-Risk

La Value-at-Risk (VaR) a été mise en place par la banque J.P. Morgan dans les années 2000. La VaR est maintenant une mesure de risque largement utilisée dans les milieux de la banque et de l'assurance. Cette mesure est populaire grâce à sa simplicité d'utilisation et d'interprétation. C'est d'ailleurs la mesure de risque utilisée dans le référentiel de la directive Solvabilité II. La VaR correspond à la perte maximale possible pendant une période donnée pour un certain niveau de confiance. La VaR peut aussi être définie comme le quantile de distribution de pertes du portefeuille. Nous avons défini la VaR mathématiquement dans la première partie de ce mémoire. La Value-at-Risk (VaR) de niveau α associée au risque X est donnée par :

$$VaR_{\alpha}(X) = \text{Inf}(x, Pr(X \leq x) \geq \alpha)$$

Voici quelques limitations de la mesure de risque VaR :

- La $VaR_{\alpha}(X)$ est une fonction non convexe et discontinue de l'intervalle de confiance de niveau α pour des distribution discrètes. Le fait que la fonction VaR ne soit pas convexe va poser des problèmes lors de l'optimisation de la VaR.
- La $VaR_{\alpha}(X)$ n'est pas sous additive donc ce n'est pas une mesure de risque cohérente (sauf si la distribution jointe des rendements est elliptique)[3].
- Il est difficile de contrôler la VaR ou de l'intégrer dans des exercices d'optimisation car cette mesure de risque a plusieurs extremums pour des distributions discrètes.

Conditional Value-at-Risk

Le concept de linéarisation de la VaR conditionnelle (CVaR - Conditional Value-at-Risk) a été introduit par Rockaffellar et Uryasev dans leur papier de recherche *Optimization of Conditional Value-at-Risk*[20]. La CVaR est définie mathématiquement de la manière suivante :

$$CVaR_{\alpha}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (z * dF_X^{\alpha}(z))$$

$$dF_X^{\alpha}(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z < VaR_{\alpha}(X); \\ \frac{F_X(z) - \alpha}{1 - \alpha} & \text{si } z \geq VaR_{\alpha}(X). \end{cases}$$

¹⁶. VaR conditionnelle

Voici quelques propriétés intéressantes de la mesure de risque CVaR :

- La $CVaR_\alpha(X)$ est une fonction continue de l'intervalle de confiance de niveau α pour des distribution discrètes.
- La $CVaR_\alpha(X)$ est une fonction convexe. Cette propriété de convexité va être intéressante lors de l'optimisation de la CVaR.
- La $CVaR_\alpha(X)$ est une mesure de risque cohérente. Elle est donc sous-additive.

Il existe d'autres manières de définir la CVaR. Par exemple, Georg Ch Pflug définit la VaR conditionnelle comme un problème d'optimisation[18] :

$$CVaR_\alpha(X) = \min_c (C + \frac{1}{1-\alpha} * E[X - C]^+)$$

Acerbi a montré que la CVaR est équivalente à l'expected shortfall[1] :

$$CVaR_\alpha(X) = \frac{1}{\alpha} * \int_0^\alpha (VaR_\beta(X) * d\beta)$$

Value-at-Risk vs Conditional Value-at-Risk

Dans les problèmes d'optimisation, la mesure CVaR est en général mieux adaptée que la mesure de risque VaR notamment car :

- La $CVaR_\alpha(X)$ a des propriétés mathématiques supérieures à la $VaR_\alpha(X)$. Elle est continue et convexe.
- La $CVaR_\alpha(X)$ peut être optimisée et contrainte avec des méthodes de programmation convexes et linéaires. La $VaR_\alpha(X)$ est relativement difficile à optimiser.

Cependant, il faut garder en mémoire que la $VaR_\alpha(X)$ à quelques avantages sur la $CVaR_\alpha(X)$ [21] :

- Les estimations de la $VaR_\alpha(X)$ sont statistiquement plus stables que les estimations de $CVaR_\alpha(X)$.
- La précision de la $CVaR_\alpha(X)$ est fortement affectée par la précision de la modélisation de la queue de distribution.

5.2.2 Ajout de contraintes CVaR dans l'optimisation descendante

Mise en place mathématiques des contraintes en CVaR équivalentes

Comme nous l'avons vu précédemment, il est difficile de travailler avec des VaR quand les séries de rendements de sont pas « normalement » distribuées. Par ailleurs, dans le cadre d'exercice d'optimisation, la CVaR a des propriétés supérieures à la VaR. En effet, la CVaR peut être utilisée assez simplement comme objectif ou comme contrainte. Pour chaque x , on note $\Psi(x, \cdot)$ sur \mathbb{R} la fonction de distribution résultante pour la perte $z = f(x, y)$, c'est-à-dire :

$$\Psi(x, \zeta) = P(y|f(x, y) \leq \zeta)$$

Définition : La perte $CVaR_\alpha$ associée à la décision x est la valeur $\phi_\alpha(x)$ égale à la moyenne de la distribution de queue α de $z = f(x, y)$ où la distribution en question est celle avec la fonction de distribution définie de la manière suivante :

$$\Psi_\alpha(x, \zeta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \zeta < VaR_\alpha(x); \\ \frac{\Psi(x, \zeta) - \alpha}{1 - \alpha} & \text{si } \zeta \geq VaR_\alpha(x). \end{cases}$$

La fonction de distribution $\Psi_\alpha(x, \zeta)$ est obtenue en mettant à l'échelle la fonction $\Psi(x, \zeta)$ sur l'intervalle $[\alpha, 1]$.

Les deux grands avantages de la CVaR sont le fait que d'une part elle peut être définie comme un problème de minimisation et que d'autre part, elle conserve la convexité qui permet d'éviter de trouver un extremum local. Dans cette partie, nous allons utiliser la fonction spéciale suivante :

$$F_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1 - \alpha} * E([f(x, y) - \zeta]^+)$$

Théorème - Formule de minimisation fondamentale : Pour tout $\zeta \in \mathbb{R}$, $F_\alpha(x, \zeta)$ est une fonction finie et convexe définie par :

$$\phi_\alpha(x) = \min_{\zeta} (F_\alpha(x, \zeta))$$

Proposition - Convexité de la CVaR : Si pour tout couple de réels (x, y) , la fonction $f(x, y)$ est convexe par rapport à x , alors $\phi_\alpha(x)$ est aussi convexe par rapport à x .

Le théorème de la formule de minimisation fondamentale ainsi que la propriété de convexité de la CVaR sont démontrées dans le papier de recherche de *Conditional value-at-risk for general loss distribution* de Rockafellar et Uryasev[19]. Le théorème de la formule de minimisation fondamentale permet de transformer le problème de minimisation de $\phi_\alpha(x)$ pour tout $x \in X$ en un problème beaucoup plus traitable de minimisation de $F_\alpha(x, \zeta)$ pour tout $(x, \zeta) \in X * \mathbb{R}$.

Théorème - Raccourci d'optimisation : Minimiser $\phi_\alpha(x)$ par rapport à $x \in X$ est équivalent à minimiser $F_\alpha(x, \zeta)$ par rapport à $(x, \zeta) \in X * \mathbb{R}$ dans le sens où :

$$\min_{x \in X} (\phi_\alpha(x)) = \min_{(x, \zeta) \in X * \mathbb{R}} (F_\alpha(x, \zeta))$$

De plus :

$$(x^*, \zeta^*) \in \operatorname{argmin}_{(x, \zeta) \in X * \mathbb{R}} (F_\alpha(x, \zeta)) \Leftrightarrow x^* \in \operatorname{argmin}_{x \in X} (\phi_\alpha(x)), \zeta^* \in \operatorname{argmin}_{\zeta \in \mathbb{R}} (F_\alpha(x^*, \zeta))$$

Il en découle le corollaire suivant : si un couple (x^*, ζ^*) minimise F_α sur $X * \mathbb{R}$ alors :

- x^* minimise ϕ_α sur X
- $\phi_\alpha(x^*) = F_\alpha(x^*, \zeta^*)$, $\zeta_\alpha(x^*) \leq \zeta^* \leq \zeta_\alpha^+(x^*)$

Ainsi, la minimisation de la CVaR ne nécessite pas de procéder à des calculs itératifs sur $\phi_\alpha(x)$ pour différentes valeurs de x . On peut résoudre facilement le problème d'optimisation défini dans le théorème de raccourci d'optimisation en utilisation des techniques de programmations linéaires dans le cas où la fonction f est linéaire par rapport à x c'est-à-dire quand f peut être écrite sous la forme :

$$f(x, y) = x_1 * f_1(y) + \dots + x_n * f_n(y)$$

Ici, grâce au théorème de raccourci d'optimisation et corollaire qui en découle, les restrictions précédentes peuvent être supprimées.

La CVaR peut être définie différemment que comme un problème de minimisation de $\phi_\alpha(x)$ par rapport à x . La CVaR peut également être amenée à « façonner » le risque dans un modèle d'optimisation.

Théorème - Façonner les risques avec la CVaR : Pour tout seuil de probabilité α_i et des tolérances de perte ω_i pour i variant de 1 à l , le problème :

$$\text{minimiser } g(x) \text{ pour } x \in X \text{ sous la condition } \phi_{\alpha_i}(x) \leq \omega_i, \text{ pour } i = 1, \dots, l$$

où g est une fonction qui définit l'objectif d'optimisation sous X , est équivalent au problème

$$\text{minimiser } g(x) \text{ sur } (x, \zeta_1, \dots, \zeta_l) \in X * \mathbb{R}^l \text{ sous les conditions } F_{\alpha_i}(x, \zeta_i) \leq \omega_i \text{ pour } i = 1, \dots, l$$

Lorsque X et g sont convexes et $f(x, y)$ est convexe en x , on a vu précédemment que les problèmes d'optimisation des théorèmes de raccourci d'optimisation et de façonnage de risques avec la CVaR sont des problèmes de programmation convexe.

Des techniques de programmation linéaire peuvent également être utilisées pour résoudre ce problème. Prenons l'exemple où Y est un espace de probabilité discret avec des éléments y_k ayant des probabilités p_k , $k = 1, \dots, N$. Nous avons vu que :

$$F_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1 - \alpha} * E([f(x, y) - \zeta]^+)$$

Ce qui nous donne :

$$F_{\alpha_i}(x, \zeta_i) = \zeta_i + \frac{1}{1 - \alpha_i} * \sum_{k=1}^N p_k [f(x, y_k) - \zeta_i]^+$$

La contrainte $F_{\alpha_i}(x, \zeta_i) \leq \omega_i$ peut être gérée en introduisant des variables supplémentaires $\eta_{i,k}$ sous réserve des conditions :

$$\eta_{i,k} \geq 0, f(x, y_k) - \zeta_i - \eta_{i,k} \leq 0 \quad (1)$$

et en exigent que :

$$\zeta_i + \frac{1}{1 - \alpha_i} * \sum_{k=1}^N p_k * \eta_{i,k} \leq \omega_i \quad (2)$$

Le problème de minimisation du théorème de façonnage des risques avec les CVaR a été transformé en un problème de minimisation de $g(x)$ sur $x \in X$. Les contraintes ont été remplacées par les contraintes (1) et (2) énoncées précédemment. Lorsque la fonction f est linéaire en x , ces contraintes reconstituées sont linéaires.

Mise en place opérationnelle des contraintes en CVaR équivalentes

Pour mettre en places des contraintes en VaR, l'assureur a besoin d'utiliser un Générateur de Scénario Économique (GSE). Dans cette partie, nous avons utilisé 25,000 scénarii économiques pour chacune des classes d'actifs utilisées précédemment. De plus, nous avons besoin des sorties du modèles interne complet (ex : les passifs).

Ensuite, on va calculer la VaR du portefeuille en utilisant ces données. L'objectif est de minimiser la volatilité des fonds propres en utilisant des contraintes de VaR à 99.5% (1 événement sur 200). On va devoir calibrer l'intervalle de confiance de la $CVaR$ nécessaire pour atteindre la VaR à 99.5%. On peut utiliser le code suivant sur Matlab pour réaliser cette calibration :

```

VarConf = 0.995;

N1 = size(GSE_scenarios, 1);
% Correspond au nombre de simulation, ici 25,000
N2 = size(GSE_scenarios, 2);
% Correspond au nombre de classes d'actifs, ici 122

SampleVar995 = quantile(GSE_scenarios, 1 - VarConf, 1);
Sorted_GSE = sort(GSE_scenarios);
SampleCVaRN = cumsum(Sorted_GSE) ./ cumsum(ones(N1, N2));
[~, mi] = min(abs(SampleCVaRN - repmat(SampleVar995, N1, 1)));

NewCVaRconf = 1 - mean(mi/N1);
% CVaR a utiliser pour obtenir une VaR a 99.5%

```

Dans le cadre de notre étude, la CVaR équivalente à la VaR à 99.5% est la CVaR à 98.5%.

5.2.3 Résultats de l'optimisation descendant avec des contraintes en CVaR

Dans cette section, nous avons remplacé dans l'exercice d'optimisation descendante précédente la contrainte de risque de marché (Market SCR) par une contrainte en CVaR. Cette technique peut être utilisée dans le cas d'un assureur qui utilise un modèle interne. D'abord, on a commencé par calculer la VaR à 99.5% du portefeuille initial. Puis, on calcule la CVaR équivalente à cette VaR à 99.5% - c'est la CVaR à 98.5%. Enfin, on peut réaliser l'exercice d'optimisation avec cette nouvelle contrainte. Les résultats de cette optimisation sont présentés dans la table 5.21.

On remarque que les résultats sont très similaires aux résultats de l'optimisation avec la contrainte en Market SCR. Dans cette optimisation sous contrainte de CVaR, nous obtenons un portefeuille de moins le long de la frontière. En effet, dans l'optimisation sous contrainte en Market SCR, nous arrivons à obtenir un portefeuille avec un rendement estimé de 1.17%¹⁷. Ici, le portefeuille avec le rendement estimé le plus élevé est le portefeuille Port 4 avec un rendement de 1.10%. Cependant, les statistiques des volatilités (volatilité des actifs et volatilité des fonds propres) et des Sharpe Ratio sont quasiment identiques dans les deux exercices d'optimisation. Il en est de même pour les notations de crédit des portefeuilles et des durations. Pour le Port 4, on observe une petite différence au niveau de la durée. Le Port 4 dans la première optimisation était de 7.16 années et il est maintenant à 7.27 années. Le Market SCR est maintenant un peu plus faible : 7.46% vs 7.50% précédemment.

Statistiques	Port actuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
Rendement estimé	0.99%	0.50%	0.70%	0.90%	1.10%
Volatilité des actifs	4.64%	3.40%	3.52%	3.64%	4.43%
Volatilité du surplus	2.85%	1.81%	1.90%	2.10%	2.72%
Sharpe Ratio	0.47	0.47	0.55	0.60	0.53
FI Duration	8.86	7.46	7.44	7.29	7.84
Avg FI credit rating	A+	AA-	A+	A	A-
Duration	7.71	6.88	6.90	6.74	7.27
Net duration	-0.02	-0.85	-0.82	-0.99	-0.46
Default costs	0.10%	0.11%	0.17%	0.21%	0.18%
FX costs	0.14%	0.09%	0.09%	0.09%	0.09%
SCR IR down	-0.01%	-0.15%	-0.15%	-0.12%	-0.15%
SCR IR up	0.01%	-0.89%	-0.87%	-1.03%	-0.52%
SCR Spread	3.88%	2.49%	2.97%	3.47%	5.79%
SCR Equity type 1	2.73%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Equity type 2	0.98%	0.65%	0.37%	0.49%	0.49%
SCR Equity infrastructure	0.00%	0.90%	0.90%	0.90%	0.85%
SCR Property	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%
SCR Currency	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Concentration	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Market SCR	7.63%	4.50%	4.69%	5.27%	7.46%
VaR 99.5%	26.0%	24.4%	24.3%	25.2%	25.8%
CVaR 98.5%	26.3%	25.0%	24.9%	25.6%	26.3%

TABLE 5.21 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante - statistiques des portefeuilles. Les statistiques de VaR et CVaR sont exprimées en pourcentage de la valeur de marché des actifs.

Au niveau de l'allocation d'actifs, encore une fois les portefeuilles sont similaires. Les résultats sont présentés dans la table 5.22. Les différences les plus importantes sont visibles au niveau du portefeuille Port 4. L'allocation en EUR Sovereign AAA to A est réduite de 0.09%, l'allocation en infrastructure equity de -0.15% et les allocations actions de -0.74% pour les actions listées et -0.08% pour les actions non listées. L'allocations en EUR Corporate AAA to A est

17. Ce portefeuille n'a pas été présenté dans la table des résultats, mais on peut le retrouver dans le graphique de la frontière efficiente

augmentée de 0.09%, l'allocation en USD Corporate HY de 0.63% et l'allocation en USD Corporate EM HY de 0.34%.

Classes d'actifs	Port actuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
EUR Cash	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%
EUR Sovereign AAA to A	44.91%	48.25%	38.87%	32.36%	21.62%
EUR Sovereign BBB	2.00%	2.54%	2.05%	1.70%	1.14%
EUR Gov-Guaranteed	-	12.70%	10.23%	8.52%	-
EUR Covered	-	2.07%	3.20%	-	-
EUR ABS	-	4.25%	2.24%	-	-
EUR Corporate AAA to A	18.49%	10.84%	6.29%	5.43%	25.24%
EUR Corporate BBB	9.56%	1.36%	19.13%	33.99%	34.00%
EUR Corporate HY	1.50%	-	-	-	-
USD Corporate AAA to A	-	2.18%	1.09%	-	-
USD Corporate BBB	-	-	-	-	-
USD Corporate HY	1.00%	2.99%	4.65%	5.00%	1.12%
USD Corporate EM IG	3.00%	-	-	-	-
USD Corporate EM HY	-	-	-	-	1.53%
Direct Lending	2.00%	2.00%	2.00%	2.50%	5.00%
Bank Loans	1.50%	-	-	-	-
Infra Equity	-	2.50%	2.50%	2.50%	2.35%
Real Estate	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%
DM Equities	7.00%	-	-	-	-
EM Equities	0.80%	-	-	-	-
Private Equity	0.70%	0.50%	0.50%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	0.50%	0.83%	0.25%	-	-

TABLE 5.22 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante

Les deux exercices d'optimisation donnent des résultats très similaires. Ainsi, il n'est pas utile de mettre à jour l'allocation ascendante car seul l'allocation en infrastructure equity serait modifiée : elle passerait de 2.50% à 2.35%. Par ailleurs, dans les deux optimisations descendantes précédentes, les budgets de risque sont similaires.

Dans cette section 5.2, nous avons pu voir que la méthode d'optimisation qui vise à réduire la sensibilité des bilan des assureurs par rapports aux variations de VA peut s'adapter à l'utilisation d'un modèle interne. Les résultats sont similaires dans les deux cas. Dans cette partie, nous avons aussi montré comment les assureurs utilisant un modèle interne basé sur des calculs de VaR peuvent réaliser des optimisations convexes avec des contraintes en VaR.

Chapitre 6

Limites & Conclusions de l'étude

Le but primaire de ce mémoire a été de présenter une méthode qui permet de mettre en place des portefeuilles *immunisés* vis-à-vis des changements de valeurs extrêmes de la VA. Nous avons montré qu'il était possible de réduire la tracking error du portefeuille par rapport au VA spread tout en augmentant significativement le rendement espéré du portefeuille. Les portefeuilles obtenus présentent de bonnes caractéristiques et les backtests de ces stratégies ont donné de bons résultats. Nous avons vu que cette méthode peut même être adaptée dans le cadre de l'utilisation d'un modèle interne.

Cependant, de nombreuses hypothèses ont été utilisées dans cette étude. En effet, comme dans tout exercice de modélisation, la méthodologie présentée dans ce mémoire va avoir un impact sur les résultats de l'étude. Dans cette partie, nous allons mettre en évidence certains des paramètres et des hypothèses qui pourraient avoir une incidence sur les résultats de l'étude à savoir :

- Le choix du modèle utilisé
- L'impact des futures changements proposés par l'EIOPA sur la méthode proposée

6.1 Choix du modèle utilisé

Les choix du modèle d'optimisation ont en effet un impact significatif sur les résultats de l'étude. Dans cette étude, nous avons utilisé une allocation d'actifs ainsi qu'un ensemble de contraintes types d'un assureur vie européen. Dans cette section, nous allons regarder les hypothèses faites dans la modélisation du bilan de l'assureurs. Pour mettre en évidence l'impact de ces hypothèses sur les résultats de l'étude, nous avons répété la méthode proposée précédemment en y modifiant certaines hypothèses :

- **L'appétit au risque de l'assureur** : nous avons mis à jour l'étude présentée précédemment en modifiant la contrainte de Market SCR. L'annexe A présente les résultats de l'étude avec un appétit au risque maximal de 5.0%.
- **La taille du surplus** : nous avons réitéré l'étude précédente en modifiant la taille du surplus (fonds propres). L'annexe B présente les résultats de l'étude avec un surplus de 20.0%.
- **Le positionnement de duration du portefeuille de départ** : nous avons appliqué la méthode précédente sur le bilan d'un assureur avec une duration de passif plus courte. La duration du passif est maintenant de 5 ans.

Les résultats détaillés de ces exercices d'optimisation sont disponibles en annexe. Par souci de concision, nous avons choisi de ne pas présenter ici l'intégralité des résultats. L'idée est de comparer les résultats des exercices d'optimisation avec des hypothèses différentes et comparer les résultats. Nous avons représenté les frontières efficientes de ces différents exercices d'optimisation ascendantes sur la figure 6.1 ci-dessous.

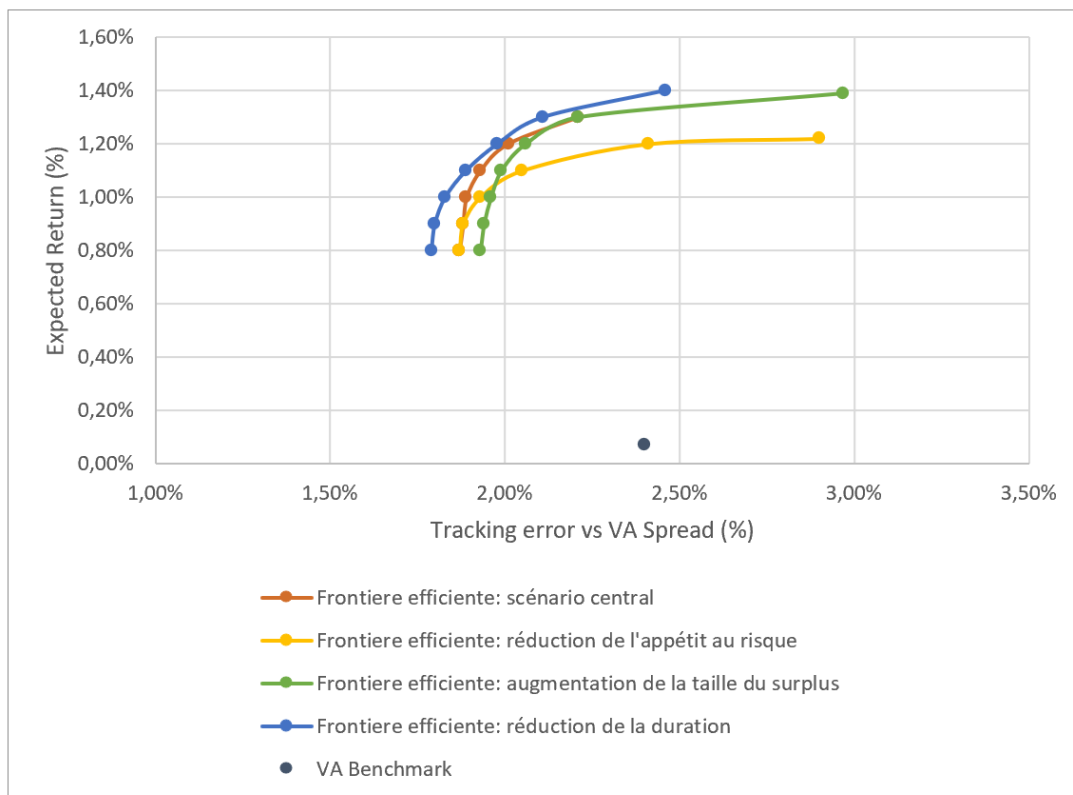


FIGURE 6.1 – Frontières efficaces des différentes itérations de l'étude

Tout d'abord nous pouvons remarquer que les frontières efficaces sont relativement proches les unes des autres et que les résultats sont assez logiques :

- **L'appétit au risque de l'assureur** : Lorsque l'appétit au risque en Market SCR est réduit de 7.5% à 5.0%, on remarque logiquement que la frontière efficace descend. D'abord, le dernier portefeuille (Port 6) à un rendement espéré de 1.22% vs 1.30% dans le cas du scénario central. De plus, pour chaque niveau de rendement espéré, les tracking errors vs VA spread sont plus importantes dans le cas d'une contrainte en Market SCR plus stricte. Plus les niveaux de rendement augmentent et plus cette tracking error est importante.
- **La taille du surplus** : En augmentant la taille du surplus, on obtient des résultats différents. Cette fois-ci, la frontière efficace contient un portefeuille supplémentaire. Le dernier portefeuille obtenu a un rendement de presque 1.40% vs 1.30% dans le cas du scénario central. Cela est dû au fait que dans le cas d'un surplus plus élevé, les actifs adossant le passif sont moins importants et ainsi la durée à l'actif n'a plus besoin d'être aussi importante. L'assureur peut alors réduire ses investissements en actifs obligataires de longue durée pour les investir en produits alternatifs, en actions ou en immobilier. Par ailleurs, l'augmentation de la taille du surplus donne des portefeuilles avec des tracking error plus importantes que dans le cas central.
- **Le positionnement de durée du portefeuille de départ** : En réduisant la durée du bilan du passif de l'assureur à 5 ans, on obtient des résultats assez différents. Là encore, tout comme dans le cas où l'on a réduit la taille du surplus, on obtient une frontière plus longue car les contraintes d'ALM sont moins restrictives. Cependant, cette fois-ci, on obtient des tracking error vs VA spread plus faibles.

Dans la table 6.1, nous avons choisi de comparer les statistiques du portefeuille D (portefeuille avec un rendement espéré de 1.10%) issues des différentes optimisations précédentes. La table 6.2 contient les allocations d'actif de ces portefeuilles.

Statistiques	Port D	Appétit au risque réduit	Taille du surplus augmentée	Réduction de la durée
Rendement estimé	1.10%	1.10%	1.10%	1.10%
Volatilité des actifs	3.58%	3.49%	3.54%	3.45%
Tracking error vs VA spread	1.93%	2.05%	1.99%	1.89%
FI Duration	7.15	7.17	7.14	3.39
Spread duration	5.74	5.95	5.66	2.78
Avg FI credit rating	A+	A	A+	A
Duration	6.56	6.80	6.43	3.04
Default costs	0.16%	0.16%	0.15%	0.15%
Spread SCR	5.47%	3.95%	3.64%	4.35%
Market SCR	7.50%	5.00%	6.45%	7.29%

TABLE 6.1 – Comparaison des statistiques des différents portefeuilles Port D

Classes d'actifs	Port D	Appétit au risque réduit	Taille du surplus augmentée	Réduction de la durée
EUR Sovereign AAA to A	5.96%	2.50%	4.74%	6.44%
Belgium Tsy	8.31%	6.18%	8.15%	5.00%
Germany Tsy	8.01%	7.10%	7.01%	9.07%
France Tsy	3.45%	4.61%	4.42%	5.00%
Netherlands Tsy	2.50%	2.50%	-	2.50%
Italy Tsy	1.15%	5.00%	1.60%	0.89%
Portugal Tsy	-	-	-	-
Spain Tsy	0.09%	2.90%	3.64%	-
EUR Gov-Guaranteed	3.17%	9.51%	6.97%	4.11%
EUR Covered	7.65%	1.80%	8.50%	3.65%
EUR Corporate AAA to A	23.44%	24.27%	22.47%	25.74%
EUR Corporate BBB	13.62%	14.07%	8.25%	13.35%
EUR Corporate HY	2.00%	2.00%	2.19%	1.74%
USD Corporate HY	2.33%	2.50%	2.06%	2.51%
USD Corporate EM IG	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Direct Lending	5.00%	5.00	5.00%	4.68%
Infra Equity	2.50%	0.06%	2.50%	-
Real Estate	4.00%	4.00%	4.38%	4.00%
DM Equities	0.74%	-	-	4.79%
EM Equities	0.08%	-	-	0.53%
Private Equity	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	-	-	2.12%	-

TABLE 6.2 – Comparaison des allocations d'actifs des différents portefeuilles Port D

On peut observer les différences suivantes au niveau des statistiques et des allocations des portefeuilles :

- **L'appétit au risque de l'assureur** : pour un rendement estimé équivalent, le portefeuille a une volatilité des actifs légèrement plus faible mais une tracking error vs VA spread plus importante. Les niveaux de durée et de spread duration sont similaires. On peut remarquer que le rating du Port D est plus faible lorsque l'on abaisse la contrainte de risque de marché SCR à 5.0%. Cela peut sembler contre intuitif. Cela est dû au fait que l'optimiseur va augmenter l'allocation en obligations d'États italiennes (de 1.15% 5.00%) et espagnoles (de 0.09% 2.90%) pour atteindre le niveau de 1.10% sous une contrainte de SCR plus faible. En effet, bien que les notations de crédit de ces obligations d'États soient respectivement BBB- pour l'Italie et A- pour l'Espagne, ces obligations n'attirent pas de coût en spread SCR.

- **La taille du surplus** : lorsque l'on augmente la taille des fonds propres, cela permet de réduire légèrement la volatilité des fonds propres. En effet, comme nous l'avons expliqué précédemment, lorsque les fonds propres sont plus importants, l'assureur a moins d'actifs à adosser au passif. Ainsi, l'allocation va comporter une plus grande portion d'actifs non obligataires liquides (ex : immobilier, actifs et produits alternatifs). Cette allocation passe de 13.32% à 15% et permet d'obtenir un portefeuille avec de meilleures statistiques.
- **Le positionnement de duration du portefeuille de départ** : en diminuant la duration du passif de l'assureur, la duration de l'actif diminue elle aussi. En effet, dans notre exercice d'optimisation, nous avons mis des contraintes de KRDs et de duration pour limiter la sensibilité du bilan de l'assureur aux risques de taux. Comme dans le cas de l'optimisation *Augmentation de la taille du surplus*, l'allocation d'actifs en produits alternatifs va être augmenté jusqu'à 15% de l'allocation d'actifs. Cette fois-ci le risque de marché est plus important que dans l'exercice d'optimisation *Augmentation de la taille du surplus* car pour atteindre un niveau de rendement espéré de 1.10%, cette fois-ci l'allocation en obligations long termes va être limitée. L'assureur va devoir investir plus sur les actions. Bien que le coût en capital du portefeuille ne soit que légèrement plus faible que celui du Port D, le portefeuille actuel bénéficie d'un meilleur niveau diversification. La tracking error vs le VA spread est elle aussi moins importante.

Ainsi, cette étude de sensibilité nous a permis de voir que certaines hypothèses (ex : appétit au risques, taille du surplus, duration du passif) vont avoir un impact significatif sur les résultats de notre exercice d'optimisation en deux étapes. Cependant, dans chacun des scénarios, il nous a été possible de trouver des portefeuilles avec des niveaux de rendements espérés plus importants que le VA BMK et des tracking error vs VA spread plus faibles. La méthode proposée donne des résultats satisfaisants.

6.2 Impact des futures changements proposés par l'EIOPA sur la méthode proposée

Nous avons pu voir que la méthode proposée pour construire des portefeuilles *immunisés* vis-à-vis des changements de valeurs extrêmes de la VA est valide dans le cadre règlementaire actuel. Après avoir testé la méthode dans différents cas (ex : modèle standard vs modèle interne, hypothèse de bilan différentes), nous avons vu que la méthode donne de bons résultats.

Cependant, dans la partie 3.2 *Refonte de l'ajustement pour la volatilité* de ce mémoire, nous avons mis en évidence que l'EIOPA souhaite modifier l'utilisation actuelle de la VA. L'idée est principalement de réduire les effets d'*overshooting* / *undershooting* dus principalement aux différences entre le portefeuille benchmark et les portefeuilles des assureurs européens.

En effet, les portefeuilles des assureurs européens sont très différents les uns des autres en particulier en terme de duration. Dans sa revue annuelle des garanties long termes, l'EIOPA compare les durations des portefeuilles d'obligations d'État et d'obligations d'entreprises des pays européens[12]. Les figures 6.2 et 6.3 ci-dessous sont extraites de ce rapport et montrent les disparités des durations des portefeuilles obligataires des assureurs européens.

Sur la figure 6.2, nous pouvons observer que les assureurs utilisant des mesures transitoires ont des portefeuilles obligataires avec des durations plus importantes. C'est surtout le cas pour les portefeuilles d'obligations d'État. Le phénomène est aussi vrai pour les portefeuilles d'obligations d'entreprises mais dans une moindre mesure. Dans certains cas, les écarts peuvent être très importants. C'est le cas notamment de l'Allemagne, la France, l'Italie et la Norvège.

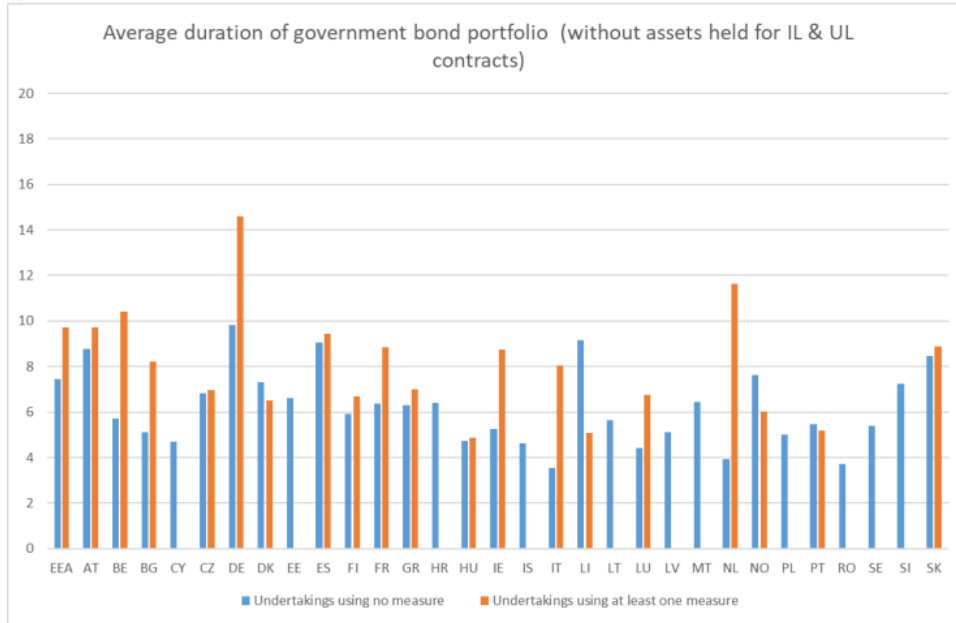


FIGURE 6.2 – Duration moyenne des portefeuilles d’obligations d’États européens (hors contrats unités de compte). Source : Report on long-term guarantees measures and measures on equity risk 2020

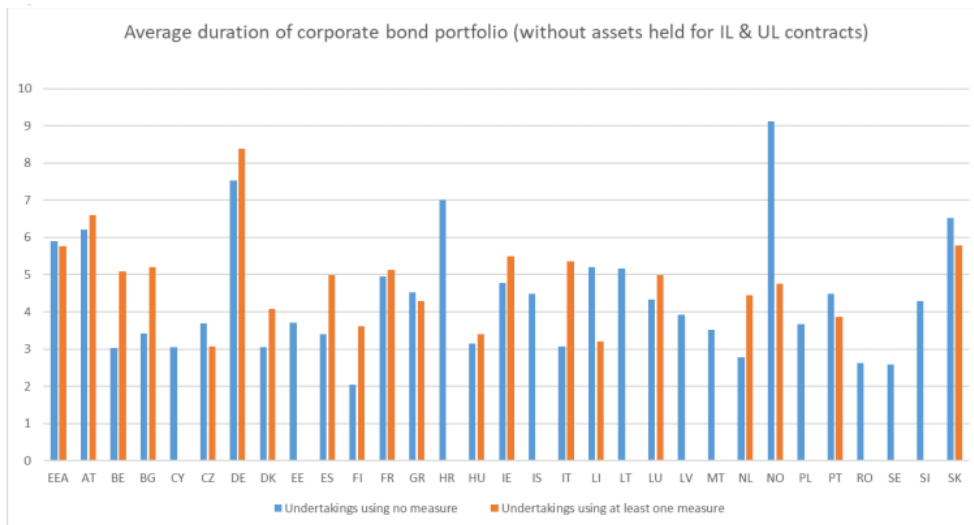


FIGURE 6.3 – Duration moyenne des portefeuilles d’obligations d’entreprises européens (hors contrats unités de compte). Source : Report on long-term guarantees measures and measures on equity risk 2020

6.2.1 Prise en compte de la modification du calcul de l’ajustement pour la volatilité

L’EIOPA souhaite modérer l’utilisation de la VA, notamment en la multipliant par des ratios d’application :

- un ratio d’application capturant le niveau d’illiquidité des passifs AR_j^5
- un ratio d’application capturant la quantité d’instruments obligataires dans le portefeuille ainsi que sa duration $AR_{i,c}^4$

Si ces changements étaient amenés à être implémentés, il faudrait modifier la méthode que nous avons proposée. D’abord, il faudra commencer par calculer les ratios d’application ainsi

que le facteur de correction au risque en utilisant le bilan initial de l'assureur. On pourra prendre l'hypothèse que les ratios d'application historiques sont similaires aux ratios calculés en utilisant le bilan initial. Puis, on viendra modifier les VA historiques en utilisant ces ratios de la manière suivante :

$$VA_{i,c} = GAR * AR_{i,c}^4 * AR_{i,c}^5 * RC_{i,c}$$

GAR : ratio d'application général qui est fixé à 85%

$AR_{i,c}^4$: ratio d'application pour la devise c et le pays i

AR_j^5 : ratio d'application où j est égal à I, II ou III

$RC_{c,i}$: facteur de correction du risque pour la devise c et le pays i

6.2.2 Prise en compte de la modification du calcul de la courbe de taux sans risque

En décembre 2020, dans sa dernière proposition de la revue de la directive Solvabilité II, l'EIOPA propose de remplacer la méthode actuelle de construction des taux sans risque (RFR). L'EIOPA souhaite notamment modifier[9] :

- La méthode pour construire la RFR
- La méthode pour construire la RFR ajustée pour la VA

La méthode pour construire la RFR

L'EIOPA recommande de remplacer la méthode d'extrapolation actuelle (Smith-Wilson). Une méthode de bootstrapping est proposée par l'EIOPA pour construire la courbe de taux forward (1-year forward) jusqu'à la maturité $T = 50$. Cela permet de construire la courbe de taux 1y-forward *marché*. Elle sera utilisée pour déterminer le *Last Liquid Forward Rate* :

$$LLFR = w_{20} * f_{15,20} + w_{25} * f_{20,25} + w_{30} * f_{20,30} + w_{40} * f_{20,40} + w_{50} * f_{20,50}$$

$LLFR$: first smoothing point

w_i : facteur de pondération basé sur la liquidité du marché des swaps[10]. Nous avons illustré le calcul des w_i par le calcul de w_{20} ci-après

$f_{t,k}$: courbe de taux forward

$$w_{20} = \frac{V_{20}}{V_{20} + V_{25} + V_{30} + V_{40} + V_{50}}$$

Pour le calcul des 1-y forward *EIOPA*, l'EIOPA propose d'utiliser la courbe de taux 1y-forward *marché* jusqu'au FSP¹. Ensuite, on utilisera la formule suivante pour les maturités supérieures à $T = \text{FSP}$:

$$f_{20,20+h} = \ln(1 + UFR) + (LLFR - \ln(1 + UFR)) * B(a, h)$$

$$B(a, h) = \frac{1 - \exp(-a * h)}{a * h}$$

UFR : Ultimate Forward Rate

h : maturité (du FSP à la maturité souhaitée)

a : facteur de convergence est égal à 10%

1. FSP = First Smoothing Point. Le FSP pour la devise EUR correspond à la maturité $T=20$ ans

La méthode pour construire la RFR ajustée pour la VA

La méthode utilisée actuellement consiste à ajouter la VA directement à la courbe de taux sans risque. L'EIOPA suggère d'ajouter dorénavant l'ajustement pour la volatilité à la courbe de taux 1-year forward. Pour les maturités jusqu'au FSP, cela se fait de la manière suivante :

$$f_{x,x+y}^{VA} = f_{x,x+y} + VA_{i,c}$$

$VA_{i,c}$: nouvelle VA propre à l'assureur pour la devise c et le pays i

$f_{x,x+y}$: courbe de taux forward *EIOPA* pour la devise c

$f_{x,x+y}^{VA}$: courbe de taux forward *EIOPA* ajustée pour la VA pour la devise c et le pays i

Il sera nécessaire d'ajuster le LLFR :

$$LLFR^{VA} = w_{20} * f_{15,20}^{VA} + w_{25} * f_{20,25} + w_{30} * f_{20,30} + w_{40} * f_{20,40} + w_{50} * f_{20,50}$$

Une fois la courbe de taux 1y-forward *EIOPA* calculée, on en déduit la courbe de taux sans risque de l'EIOPA ajustée pour l'ajustement pour la volatilité.

6.2.3 Adaptation des exercices d'optimisation

On devra utiliser la méthode précédente pour créer de nouvelles courbes de taux sans risque historiques. Ces nouvelles courbes de taux sans risque seront utilisées dans le premier exercice d'optimisation. Elles permettront de recalculer la volatilité du passif.

Par ailleurs, nous devons nous assurer de créer des portefeuilles dont le positionnement de la duration et la quantité d'instruments obligataires soient similaires au portefeuille de départ afin que le ratio d'application $AR_{i,c}^4$ reste valide pour les portefeuilles optimisés.

Pour la seconde optimisation, nous devons revoir le calcul du VA spread afin de calculer ce VA spread sur notre nouvelle $VA_{i,c}$. Là encore, il conviendra de s'assurer que les portefeuilles optimisés aient un positionnement de duration et une quantité d'instruments obligataires similaires au portefeuille de départ. Cela pourra être implémenté en ajoutant des contraintes relatives par rapport à la duration du portefeuille de départ et à la quantité d'instruments obligataires dans le portefeuille.

Bibliographie

- [1] Acerbi, C. 2002, ■Spectral measures of risk : A coherent representation of subjective risk aversion■, *Journal of Banking & Finance*, vol. 26, n^o 7, p. 1505–1518.
- [2] AGEFI. 2013, ■Solvabilité ii, une étape franchie■, URL <https://www.agefi.fr/banque-assurance/actualites/hebdo/20151210/solvabilite-ii-etape-franchise-150742#:~:text=La%20derni%C3%A8re%20C3%A9tude%20d'impact,volatilit%C3%A9%20des%20exigences%20en%20capital>.
- [3] Artzner, P., F. Delbaen, J.-M. Eber et D. Heath. 1999, ■Coherent measures of risk■, *Mathematical finance*, vol. 9, n^o 3, p. 203–228.
- [4] Belov, G., P. J. Stuckey, G. Tack et M. Wallace. 2016, ■Improved linearization of constraint programming models■, dans *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, Springer, p. 49–65.
- [5] Denuit, M., A. Charpentier et C. Bébéar. 2004, *Mathématiques de l'Assurance Non-Vie. Tome I : Principes Fondamentaux de Théorie du Risque*.
- [6] EIOPA. 2019, *Consultation paper on the opinion on the 2020 review of Solvency II*, EIOPA-BoS-19/465.
- [7] EIOPA. 2019, *Report on insurers' asset and liability management in relation to the illiquidity of their liabilities*, EIOPA-BoS-19-593.
- [8] EIOPA. 2019, *Technical documentation of the methodology to derive EIOPA's risk-free interest rate term structures*, EIOPA-BoS-19/408.
- [9] EIOPA. 2020, *Background document on the opinion on the 2020 review of Solvency II, Analysis*, EIOPA-BoS-20/750.
- [10] EIOPA. 2020, *Background document on the opinion on the 2020 review of Solvency II, Impact assessment*, EIOPA-BoS-20/751.
- [11] EIOPA. 2020, *Opinion on the 2020 review of Solvency II*, EIOPA-BoS-20/749.
- [12] EIOPA. 2020, *Report on long-term guarantees measures and measures on equity risk 2020*, EIOPA-BoS-20-706.
- [13] EIOPA. 2020, *Technical specification of the complementary information request on the 2020 review of Solvency II*, EIOPA-BoS-20/422.
- [14] EIOPA. 2020, *Technical specification of the information request on the 2020 review of Solvency II. Holistic impact assessment*, EIOPA-BoS-20/107.
- [15] ERM, I. 2020, ■Comment : French life insurers and their €37bn christmas present■, URL <https://www.insuranceerm.com/news-comment/comment-french-life-insurers-and-their-37bn-christmas-present.html>.
- [16] John Bilton, K. W. et collab.. 2019, *Long Term Capital Market Assumptions*, J.P. Morgan Asset Management.
- [17] Parliament, E. 2009, *Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II)*.
- [18] Pflug, G. C. 2000, ■Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk■, dans *Probabilistic constrained optimization*, Springer, p. 272–281.
- [19] Rockafellar, R. T., Uryasev et Stanislav. 2002, ■Conditional value-at-risk for general loss distributions■, *Journal of banking & finance*, vol. 26, n^o 7, p. 1443–1471.

- [20] Rockafellar, R. T., S. Uryasev et collab.. 2000, ■Optimization of conditional value-at-risk■, *Journal of risk*, vol. 2, p. 21–42.
- [21] Sarykalin, S., G. Serraino et S. Uryasev. 2008, ■Value-at-risk vs. conditional value-at-risk in risk management and optimization■, dans *State-of-the-art decision-making tools in the information-intensive age*, Informs, p. 270–294.
- [22] Stephan, V. et B. Illouz. 2020, *Covid-19 crisis : Assessing the impact of market volatility on European insurers*, *Portfolio Insights*, J.P. Morgan Asset Management.
- [23] Thérond, P.-E. 2007, *Mesure et gestion des risques d'assurance : analyse critique des futurs référentiels prudentiel et d'information financière*.

Annexe A

Portefeuille VA optimisé : réduction de l'appétit au risque

Annexe A.1 : Résultats de l'étude d'allocation descendante

Statistiques	Port ac- tuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
Rendement estimé	0.99%	0.50%	0.70%	0.90%	0.96%
Volatilité des actifs	4.64%	3.43%	3.53%	3.67%	3.85%
Volatilité du surplus	2.85%	1.84%	1.94%	2.15%	2.31%
Sharpe Ratio	0.47	0.46	0.54	0.58	0.57
FI Duration	8.86	7.44	7.44	7.32	7.13
Avg FI credit rating	A+	AA-	A+	A	A-
Duration	7.71	6.95	6.94	6.84	6.77
Net duration	-0.02	-0.78	-0.78	-0.89	-0.95
Default costs	0.10%	0.13%	0.18%	0.21%	0.22%
FX costs	0.14%	0.09%	0.09%	0.09%	0.09%
SCR IR down	-0.01%	-0.16%	-0.15%	-0.13%	-0.13%
SCR IR up	0.01%	-0.82%	-0.83%	-0.94%	-1.00%
SCR Spread	3.88%	2.66%	3.11%	3.44%	3.95%
SCR Equity type 1	2.73%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Equity type 2	0.98%	0.75%	0.35%	0.49%	0.49%
SCR Equity infrastructure	0.00%	0.41%	0.70%	0.57%	0.02%
SCR Property	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%
SCR Currency	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Concentration	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Market SCR	7.63%	4.29%	4.63%	4.94%	5.00%

TABLE A.1 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante - statistiques des portefeuilles

Classes d'actifs	Port ac- tuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
EUR Cash	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%
EUR Sovereign AAA to A	44.91%	47.29%	38.39%	34.08%	37.06%
EUR Sovereign BBB	2.00%	2.49%	2.02%	1.79%	1.95%
EUR Gov-Guaranteed	-	12.44%	10.10%	8.97%	-
EUR Covered	-	2.22%	3.28%	-	-
EUR ABS	-	4.20%	1.20%	-	-
EUR Corporate AAA to A	18.49%	10.47%	6.90%	4.14%	8.99%
EUR Corporate BBB	9.56%	2.89%	20.11%	33.01%	34.00%
EUR Corporate HY	1.50%	-	-	-	-
USD Corporate AAA to A	-	2.44%	1.33%	-	-
USD Corporate BBB	-	-	-	-	-
USD Corporate HY	1.00%	3.91%	4.99%	5.00%	4.94%
USD Corporate EM IG	3.00%	-	-	-	-
USD Corporate EM HY	-	-	-	-	-
Direct Lending	2.00%	2.00%	2.00%	3.42%	5.00%
Bank Loans	1.50%	-	-	-	-
Infra Equity	-	1.13%	1.95%	1.58%	0.06%
Real Estate	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%
DM Equities	7.00%	-	-	-	-
EM Equities	0.80%	-	-	-	-
Private Equity	0.70%	0.50%	0.50%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	0.50%	1.02%	0.22%	-	-

TABLE A.2 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante

Annexe A.2 : Résultats de l'étude d'allocation ascendante

Statistiques	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F
Rendement estimé	0.07%	0.80%	0.90%	1.00%	1.10%	1.20%	1.22%
Volatilité des actifs	3.64%	3.62%	3.60%	3.55%	3.49%	3.20%	2.87%
Tracking error vs VA spread	2.40%	1.87%	1.88%	1.93%	2.05%	2.41%	2.90%
FI Duration	7.08	7.17	7.17	7.17	7.17	7.17	7.08
Spread duration	6.70	6.02	5.95	5.95	5.95	5.95	5.95
Avg FI credit rating	A	A+	A+	A	A	A-	A-
Duration	7.08	6.80	6.80	6.80	6.80	6.80	6.72
Default costs	0.18%	0.24%	0.15%	0.15%	0.16%	0.16%	0.16%
Spread SCR	4.44%	3.95%	3.95%	3.95%	3.95%	3.95%	3.95%

TABLE A.3 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante - statistiques des portefeuilles

Classes d'actifs	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F
EUR Sovereign AAA to A	3.54%	6.38%	5.68%	2.00%	2.50%	5.57%	4.62%
Belgium Tsy	3.97%	8.62%	8.62%	8.62%	6.18%	0.23%	-
Germany Tsy	6.06%	9.92%	7.42%	7.42%	7.10%	3.23%	2.80%
France Tsy	14.04%	3.29%	3.99%	4.70%	4.61%	7.71%	8.71%
Netherlands Tsy	1.31%	-	-	-	2.50%	2.50%	2.50%
Italy Tsy	9.65%	1.87%	1.97%	2.61%	5.00%	11.34%	11.34%
Portugal Tsy	0.44%	-	-	-	-	-	-
Spain Tsy	3.94%	2.71%	3.99%	5.24%	2.90%	-	0.61%
EUR Gov-Guaranteed	4.11%	6.81%	6.92%	8.39%	9.51%	9.35%	8.40%
EUR Covered	-	8.99%	8.99%	7.02%	1.80%	0.50%	-
EUR Corporate AAA to A	36.46%	23.78%	23.78%	23.78%	24.27%	25.88%	27.34%
EUR Corporate BBB	16.48%	8.73%	9.09%	10.68%	14.07%	14.13%	14.13%
EUR Corporate HY	- %	1.91%	2.00%	2.50%	2.00%	1.00%	1.00%
USD Corporate HY	-	1.91%	2.50%	2.00%	2.50%	3.49%	3.49%
USD Corporate EM IG	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Direct Lending	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Infra Equity	-	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%
Real Estate	-	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%
DM Equities	-	-	-	-	-	-	-
EM Equities	-	-	-	-	-	-	-
Private Equity	-	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%

TABLE A.4 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante

Annexe B

Portefeuille VA optimisé : augmentation de la taille du surplus

Annexe B.1 : Résultats de l'étude d'allocation descendante

Statistiques	Port ac- tuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4	Port 5
Rendement estimé	0.99%	0.50%	0.70%	0.90%	1.10%	1.30%
Volatilité des actifs	4.64%	3.36%	3.38%	3.56%	3.65%	4.23%
Volatilité du surplus	2.85%	1.72%	1.77%	1.92%	2.19%	2.87%
Sharpe Ratio	0.47	0.49	0.59	0.65	0.66	0.57
FI Duration	8.86	7.40	7.44	7.53	7.15	7.28
Avg FI credit rating	A+	AA-	A+	A	A-	A-
Duration	7.71	6.80	6.70	6.75	6.44	6.56
Net duration	0.44	-0.47	-0.57	-0.52	-0.83	-0.71
Default costs	0.10%	0.11%	0.16%	0.19%	0.21%	0.24%
FX costs	0.14%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.11%
SCR IR down	-0.01%	-0.16%	-0.17%	-0.17%	-0.12%	-0.12%
SCR IR up	0.46%	-0.51%	-0.61%	-0.57%	-0.88%	-0.77%
SCR Spread	3.88%	2.52%	2.62%	3.21%	3.64%	5.20%
SCR Equity type 1	2.73%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.74%
SCR Equity type 2	0.98%	1.42%	1.68%	1.88%	1.53%	0.59%
SCR Equity infrastructure	0.00%	0.46%	0.90%	0.90%	0.90%	0.18%
SCR Property	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.10%	1.60%
SCR Currency	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Concentration	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Market SCR	7.63%	4.84%	5.58%	6.31%	6.45%	7.50%

TABLE B.1 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante - statistiques des portefeuilles

Classes d'actifs	Port actuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4	Port 5
EUR Cash	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%
EUR Sovereign AAA to A	44.91%	48.70%	45.56%	33.82%	31.74%	20.51%
EUR Sovereign BBB	2.00%	2.56%	2.40%	1.78%	1.67%	1.08%
EUR Gov-Guaranteed	-	12.82%	11.99%	8.90%	8.12%	-
EUR Covered	-	1.61%	1.96%	3.42%	-	-
EUR ABS	-	1.50%	2.29%	-	-	-
EUR Corporate AAA to A	18.49%	10.63%	8.16%	3.96%	4.26%	23.41%
EUR Corporate BBB	9.56%	-	4.64%	25.11%	31.21%	32.00%
EUR Corporate HY	1.50%	-	-	-	-	-
USD Munis	-	3.39%	-	-	-	-
USD Corporate AAA to A	-	2.39%	2.59%	1.74%	-	-
USD Corporate BBB	-	-	-	-	-	-
USD Corporate HY	1.00%	3.32%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
USD Corporate EM IG	3.00%	-	-	-	-	-
USD Corporate EM HY	-	-	-	-	-	-
Direct Lending	2.00%	2.00%	2.49%	2.93%	5.00%	5.00%
Bank Loans	1.50%	-	-	-	-	-
Infra Equity	-	1.27%	2.50%	2.50%	2.50%	0.49%
Real Estate	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.38%	6.40%
DM Equities	7.00%	-	-	-	-	1.90%
EM Equities	0.80%	-	-	-	-	0.21%
Private Equity	0.70%	0.50%	0.50%	0.50%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	0.50%	2.41%	2.92%	3.34%	2.12%	-

TABLE B.2 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante

Annexe B.2 : Résultats de l'étude d'allocation ascendante

Statistiques	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F
Rendement estimé	0.07%	0.80%	0.90%	1.00%	1.10%	1.20%	1.30%
Volatilité des actifs	3.64%	3.60%	3.59%	3.57%	3.54%	3.49%	3.43%
Tracking error vs VA spread	2.40%	1.93%	1.94%	1.96%	1.99%	2.06%	2.21%
FI Duration	7.08	7.14	7.14	7.14	7.14	7.14	7.14
Spread duration	6.70	5.74	5.67	5.73	5.66	5.64	5.63
Avg FI credit rating	A	A+	A+	A+	A+	A	A
Duration	7.08	6.43	6.43	6.43	6.43	6.43	6.43
Default costs	0.18%	0.19%	0.11%	0.12%	0.14%	0.15%	0.15%
Spread SCR	4.44%	3.64%	3.64%	3.64%	3.64%	3.64%	3.64%

TABLE B.3 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante - statistiques des portefeuilles

Classes d'actifs	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F
EUR Sovereign AAA to A	3.54%	6.10%	6.26%	5.63%	4.74%	2.50%	2.50%
Belgium Tsy	3.97%	8.15%	8.15%	8.15%	8.15%	7.65%	5.85%
Germany Tsy	6.06%	12.01%	12.01%	9.41%	7.01%	7.01%	6.14%
France Tsy	14.04%	3.61%	3.73%	3.59%	4.42%	5.12%	4.40%
Netherlands Tsy	1.31%	-	-	-	-	-	2.50%
Italy Tsy	9.65%	1.47%	0.55%	1.10%	1.60%	1.96%	4.96%
Portugal Tsy	0.44%	-	-	-	-	-	-
Spain Tsy	3.94%	3.09%	2.50%	4.07%	3.64%	4.78%	2.88%
EUR Gov-Guaranteed	4.11%	4.35%	5.24%	5.77%	6.97%	9.45%	9.39%
EUR Covered	-	8.50%	8.50%	8.50%	8.50%	4.24%	1.35%
EUR Corporate AAA to A	36.46%	22.47%	22.47%	22.47%	22.47%	22.47%	22.63%
EUR Corporate BBB	16.48%	8.25%	8.25%	8.25%	8.25%	10.56%	13.16%
EUR Corporate HY	- %	1.00%	1.17%	1.53%	2.19%	2.25%	1.75%
USD Corporate HY	-	1.00%	1.17%	1.53%	2.06%	2.00%	2.50%
USD Corporate EM IG	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Direct Lending	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Infra Equity	-	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%
Real Estate	-	4.38%	4.38%	4.38%	4.38%	4.38%	4.38%
DM Equities	-	-	-	-	-	-	-
EM Equities	-	-	-	-	-	-	-
Private Equity	-	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	-	2.12%	2.12%	2.12%	2.12%	2.12%	2.12%

TABLE B.4 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante

Annexe C

Portefeuille VA optimisé : réduction de la duration

Annexe C.1 : Résultats de l'étude d'allocation descendante

Statistiques	Port ac- tuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
Rendement estimé	0.82%	0.50%	0.70%	0.90%	0.96%
Volatilité des actifs	3.17%	1.55%	1.89%	2.45%	3.04%
Volatilité du surplus	2.66%	1.14%	1.49%	2.05%	2.65%
Sharpe Ratio	0.44	0.74	0.71	0.61	0.50
FI Duration	4.36	2.88	2.86	2.85	2.86
Avg FI credit rating	A+	A+	A	A-	A-
Duration	3.79	2.56	2.56	2.56	2.56
Net duration	1.23	0.00	0.00	0.00	0.00
Default costs	0.09%	0.09%	0.14%	0.11%	0.12%
FX costs	0.14%	0.07%	0.07%	0.08%	0.09%
SCR IR down	-0.04%	-0.05%	-0.02%	-0.02%	0.00%
SCR IR up	1.21%	-0.02%	-0.01%	-0.01%	0.00%
SCR Spread	3.70%	2.10%	2.85%	3.71%	4.56%
SCR Equity type 1	2.73%	0.00%	0.00%	0.61%	1.87%
SCR Equity type 2	0.98%	1.11%	0.77%	0.58%	0.75%
SCR Equity infrastructure	0.00%	0.90%	0.90%	0.90%	0.00%
SCR Property	1.00%	1.57%	1.60%	1.23%	1.00%
SCR Currency	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SCR Concentration	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Market SCR	7.56%	5.02%	5.40%	6.20%	7.29%

TABLE C.1 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante - statistiques des portefeuilles

Classes d'actifs	Port actuel	Port 1	Port 2	Port 3	Port 4
EUR Cash	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%
EUR Sovereign AAA to A	44.91%	37.31%	26.87%	10.09%	11.09%
EUR Sovereign BBB	2.00%	1.96%	1.41%	0.53%	0.58%
EUR Gov-Guaranteed	-	9.82%	7.07%	1.20%	-
EUR Covered	-	-	-	-	-
EUR ABS	-	-	-	-	-
EUR Corporate AAA to A	18.49%	10.12%	12.64%	36.17%	36.32%
EUR Corporate BBB	9.56%	22.79%	34.00%	34.00%	34.00%
EUR Corporate HY	1.50%	-	-	-	-
USD Corporate AAA to A	-	0.77%	-	-	-
USD Corporate BBB	-	-	-	-	-
USD Corporate HY	1.00%	1.21%	2.55%	-	-
USD Corporate EM IG	3.00%	-	-	-	-
USD Corporate EM HY	-	-	-	-	-
Direct Lending	2.00%	2.00%	2.00%	4.83%	4.68%
Bank Loans	1.50%	-	-	-	-
Infra Equity	-	2.50%	2.50%	2.50%	-
Real Estate	4.00%	6.27%	6.38%	4.94%	4.00%
DM Equities	7.00%	-	-	1.56%	4.97%
EM Equities	0.80%	-	-	0.17%	0.53%
Private Equity	0.70%	0.59%	1.00%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	0.50%	1.66%	0.57%	-	-

TABLE C.2 – Résultats de l'allocation d'actifs descendante

Annexe C.2 : Résultats de l'étude d'allocation ascendante

Statistiques	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F	Port G
Rendement estimé	0.07%	0.80%	0.90%	1.00%	1.10%	1.20%	1.30%	1.40%
Volatilité des actifs	3.64%	3.49%	3.48%	3.46%	3.45%	3.45%	3.40%	3.36%
Tracking error vs VA spread	2.18%	1.79%	1.80%	1.83%	1.89%	1.98%	2.11%	2.46%
FI Duration	7.08	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39
Spread duration	6.70	2.46	2.51	2.60	2.78	2.80	2.85	3.12
Avg FI credit rating	A	A+	A+	A+	A	A	A-	A-
Duration	7.08	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04
Default costs	0.18%	0.18%	0.14%	0.14%	0.15%	0.15%	0.16%	0.16%
Spread SCR	4.44%	3.52%	3.76%	4.05%	4.35%	4.56%	4.56%	4.56%

TABLE C.3 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante - statistiques des portefeuilles

Classes d'actifs	VA Bmk	Port A	Port B	Port C	Port D	Port E	Port F	Port G
EUR Sovereign AAA to A	3.54%	8.40%	7.74%	6.43%	6.44%	2.52%	2.50%	4.57%
Belgium Tsy	3.97%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	2.50%
Germany Tsy	6.06%	13.35%	12.01%	9.97%	9.07%	8.49%	7.01%	2.50%
France Tsy	14.04%	3.98%	4.63%	5.00%	5.00%	5.04%	5.06%	5.49%
Netherlands Tsy	1.31%	-	-	2.50%	2.50%	2.50%	-	-
Italy Tsy	9.65%	0.75%	-	-	0.89%	2.85%	7.61%	10.72%
Portugal Tsy	0.44%	-	-	-	-	-	-	-
Spain Tsy	3.94%	-	-	-	-	2.50%	1.71%	3.12%
EUR Gov-Guaranteed	4.11%	2.00%	2.10%	3.25%	4.11%	4.26%	4.25%	4.45%
EUR Covered	-	7.50%	6.83%	6.42%	3.65%	1.50%	1.00%	0.50%
EUR Corporate AAA to A	36.46%	22.47%	24.08%	23.83%	25.74%	27.74%	28.25%	28.55%
EUR Corporate BBB	16.48%	12.30%	13.35%	13.35%	13.35%	13.35%	13.35%	13.35%
EUR Corporate HY	- %	2.63%	2.63%	2.13%	1.74%	1.63%	1.38%	1.25%
USD Corporate HY	-	1.63%	1.63%	2.13%	2.51%	2.63%	2.88%	3.00%
USD Corporate EM IG	-	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Direct Lending	-	4.68%	4.68%	4.68%	4.68%	4.68%	4.68%	4.68%
Infra Equity	-	-	-	-	-	-	-	-
Real Estate	-	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%	4.00%
DM Equities	-	4.79%	4.79%	4.79%	4.79%	4.79%	4.79%	4.79%
EM Equities	-	0.53%	0.53%	0.53%	0.53%	0.53%	0.53%	0.53%
Private Equity	-	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%	1.00%
Hedge Funds	-	-	-	-	-	-	-	-

TABLE C.4 – Résultats de l'allocation d'actifs ascendante

Annexe D

Démonstration sur la non-cohérence de la VaR

Proposition : La VaR_α n'est pas une mesure de risque cohérente car elle n'est pas sous additive dans tous les cas.

Démonstration : Pour prouver que cette mesure de risque n'est pas cohérente, il suffit de trouver un contre-exemple. On rappelle que :

$$VaR_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$$

Une variable aléatoire X de loi de Pareto $Par(\alpha, \theta)$ a pour fonction de répartition :

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - (\frac{\theta}{\theta+x})^\alpha & \text{si } x > 0; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On commence par calculer la fonction quantile de la loi de Pareto :

$$\begin{aligned} F_X(x) &= 1 - (\frac{\theta}{\theta+x})^\alpha \\ \Leftrightarrow \frac{\theta}{\theta+x} &= (1 - F_X(x))^{1/\alpha} \\ \Leftrightarrow \theta + x &= \theta * (1 - F_X(x))^{-1/\alpha} \\ \Leftrightarrow x &= \theta * ((1 - F_X(x))^{-1/\alpha} - 1) \end{aligned}$$

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes de lois de Pareto de paramètres respectifs (1;1) et (1;1). On commence par calculer la $VaR_\alpha(X)$:

$$\begin{aligned} F_X^{-1}(t) &= \theta * ((1 - F_X(x))^{-1/\alpha} - 1) \\ \Rightarrow F_X^{-1}(t) &= 1 * ((1 - t)^{-1/1} - 1) \\ \Rightarrow F_X^{-1}(t) &= \frac{1}{1-t} - 1 \\ \Rightarrow F_X^{-1}(t) &= \frac{t}{1-t} \\ \Rightarrow VaR_\alpha(X) &= \frac{\alpha}{1-\alpha} \end{aligned}$$

Maintenant on calcule $F_{X+Y}(t)$:

$$\begin{aligned} F_{X+Y}(t) &= \mathbb{P}(X + Y \leq t) \\ \Rightarrow F_{X+Y}(t) &= \int_0^t \mathbb{P}(X + Y \leq t) * dF_X(x) \\ \Rightarrow F_{X+Y}(t) &= \int_0^t \mathbb{P}(Y \leq t - x) * f(x) * dx \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F_{X+Y}(t) = \int_0^t \left(1 - \frac{1}{1+t-x}\right) * \frac{1}{(1+x)^2} * dx$$

$$\Rightarrow F_{X+Y}(t) = \int_0^t \frac{t-x}{(1+t-x) * (1+x)^2} * dx$$

Afin de résoudre l'intégrale précédente, on cherche à déterminer a, b et c tel que :

$$\frac{t-x}{(1+t-x) * (1+x)^2} = \frac{a}{1+x} + \frac{b}{(1+x)^2} + \frac{c}{1+t-x}$$

$$\Rightarrow \frac{t-x}{(1+t-x) * (1+x)^2} = \frac{a * (1+x) + b}{(1+x)^2} + \frac{c}{1+t-x}$$

$$\Rightarrow \frac{t-x}{(1+t-x) * (1+x)^2} = \frac{(a * (1+x) + b) * (1+t-x) + c * (1+x)^2}{(1+t-x) * (1+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{t-x}{(1+t-x) * (1+x)^2} = \frac{(c-a) * x^2 + (a * t - b + 2 * c) * x + (a + a * t + b + b * t + c)}{(1+t-x) * (1+x)^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a * t - b + 2 * c = -1 \\ a + a * t + b + b * t + c = t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a * t + 2 * a = b - 1 \\ b * (t+2) = t + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = \frac{t+1}{t+2} \\ b * (t+2) = t + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{(2+t)^2} \\ b = \frac{t+1}{t+2} \\ c = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{X+Y}(t) = -\frac{1}{(2+t)^2} * \int_0^t \frac{1}{1+x} * dx + \frac{t+1}{t+2} * \int_0^t \frac{1}{(1+x)^2} * dx - \frac{1}{(2+t)^2} * \int_0^t \frac{1}{1+t-x} * dx$$

$$\Rightarrow F_{X+Y}(t) = -\frac{1}{(2+t)^2} * \ln(1+t) + \frac{t+1}{t+2} * \frac{t}{1+t} - \frac{1}{(2+t)^2} * \ln(1+t)$$

$$\Rightarrow F_{X+Y}(t) = \frac{t}{t+2} - \frac{2 * \ln(1+t)}{(2+t)^2}$$

Enfin, on déduit la valeur de $F_{X+Y}(2 * VaR_\alpha(X))$:

$$F_{X+Y}(2 * VaR_\alpha(X)) = \alpha - 1/2 * \frac{\ln(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})}{(\frac{1}{1-\alpha})^2}$$

$$F_{X+Y}(2 * VaR_\alpha(X)) = \alpha - \frac{(1-\alpha)^2}{2} * \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)$$

Or comme $\frac{(1-\alpha)^2}{2} * \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) > 0$ on a :

$$F_{X+Y}(2 * VaR_\alpha(X)) < \alpha$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 2 * VaR_\alpha(X) < F_{X+Y}^{-1}(\alpha) \\ &\Rightarrow VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y) < VaR_\alpha(X + Y) \end{aligned}$$

Ainsi, puisque il existe un α tel que

$$\forall X, Y, VaR_\alpha(X + Y) > VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y)$$

La VaR n'est pas sous-additive est ainsi, ce n'est pas une mesure de risque cohérente.