



Mémoire présenté le :

pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA et l'admission à l'Institut des Actuaires

Par : Alexandre Ndjeng Ndjeng

Titre : Risque de modèle : Analyse qualitative et sensibilité globale des modèles

Confidentialité : NON (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires

..... Catherine PIGEON

.....

.....

Membres présents du jury de l'ISFA

..... Pierre RIBEREAU

.....

.....

Entreprise :

Nom : BNP Paribas Cardif

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Jean-Paul FELIX

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Jean-Paul FELIX

Signature du candidat

~~NDJENG NDJENG~~
NDjeng Ndjeng

Résumé

L'utilisation des modèles mathématiques comme instruments d'aide à la décision, est une pratique devenue incontournable dans l'univers des institutions financières. Ces modèles sont notamment utilisés dans le cadre des calculs prospectifs, la tarification et plus récemment déployés, les modèles d'intelligence artificielle qui accentuent la digitalisation et l'automatisation de nombreuses opérations jusque-là exécutées manuellement : détection de la fraude, acceptation des sinistres et réclamations etc. Au regard de leur rôle central de plus en plus affirmé, il devient essentiel de s'intéresser au risque inhérent à l'utilisation des modèles, ainsi que les dispositifs à implémenter visant à maîtriser ce risque au sein des organisations. Ce mémoire aborde cette problématique sous un double axe qualitatif à travers une présentation modulaire du risque de modèle focalisant sur le cycle de vie des modèles, et un axe quantitatif fondé sur des analyses de sensibilité. Ces travaux s'étendent également aux processus modulaires de mise en œuvre et de validation des modèles : conception des fonctionnalités, implémentation, qualité des données, interprétation des résultats et production des rapports. En plus de procéder à une revue détaillée des modules du risque de modèle, ce mémoire propose une analyse des dispositifs mis en place pour sa maîtrise. L'approche quantitative est abordée à travers l'implémentation de mesures d'importance et de sensibilité classiques utilisant les indices de Sobol, ainsi que des récentes mesures de sensibilité qui se fondent sur des chocs inverses de modèles. Ces méthodes quantitatives ont été évaluées sur un modèle ALM simplifié pour un contrat d'épargne mono support euro, à partir duquel un modèle Proxy a été décliné sous la forme d'un polynôme. Cette analyse a permis enfin de déterminer les entrées qui constituent les principaux drivers du risque sur le résultat du modèle.

Mots-clés : Modèle mathématique, Risque, Validation de modèles, Sensibilité, Indices de Sobol, Sensibilité inverse.

Abstract

The use of mathematical models as decision-making aids has become a common practice within financial institutions. These models are used in particular in the context of prospective calculations, pricing and more recently, artificial intelligence models which accentuate the digitization and automation of many processes previously performed manually: fraud detection, claims management etc. With regard to their increasingly central role, assessing the inherent risk of models has become a key process, as well as the mitigation framework to be implemented aiming at controlling this risk within companies. This work addresses this issue under both a qualitative axis through a modular presentation of model risk focusing on the models life cycle, and a quantitative axis based on sensitivity analyzes. This work also extends to modular model implementation and validation processes: design of functionalities, implementation, data quality, interpretation of results and reporting. In addition to carrying out a detailed review of the model risk modules, this work extends to an analysis of the model risk mitigation framework. The quantitative approach is based the implementation of classical importance and sensitivity measures such as Sobol indices, as well as recent sensitivity measures which are founded on model reverse stress. These quantitative methods were evaluated using a simplified ALM model, that was implemented for a Euro savings contract, from which a Proxy model was developed in the form of a polynomial. This analysis allows to determine the inputs of the model which constitute the main risk drivers on the results of the model.

Keywords : Mathematical Model, Risk, Models validation, Sensitivity, Sobol indices, Reverse sensitivity.

Note de Synthèse

Introduction et problématique

L'utilisation des modèles mathématiques comme instruments d'aide à la décision, est une pratique devenue incontournable dans l'univers des institutions financières et des compagnies d'assurance. Ces modèles sont notamment utilisés dans le cadre des calculs prospectifs, la tarification et plus récemment déployés, les modèles d'intelligence artificielle qui accentuent la digitalisation et l'automatisation de nombreuses opérations jusque-là exécutées manuellement : la détection de la fraude, l'acceptation des réclamations ou encore l'interprétation automatique de clauses bénéficiaires.

Les modèles sont au cœur de l'environnement normatif d'assurance. A ce titre l'une des exigences fondamentales du pilier 1 de la norme Solvabilité II repose sur l'évaluation économique des portefeuilles d'assurance et de réassurance à travers l'estimation des provisions techniques, du capital de solvabilité requis et le minimum du capital requis. Ces exigences sont applicables à travers des modèles mathématiques, qui visent à mieux représenter et avec une meilleure transparence la position financière des assureurs et réassureurs.

Au regard de leur rôle central de plus en plus affirmé, il devient essentiel de s'intéresser au risque inhérent à l'utilisation des modèles, ainsi que les dispositifs à implémenter visant à maîtriser ce risque au sein des organisations. Ce mémoire aborde cette problématique sous un double axe qualitatif et quantitatif. Une première partie est consacrée à la revue des processus de mise en œuvre et validation des modèles, à travers notamment une analyse qualitative des différents modules du risque de modèle focalisant sur les étapes du cycle de vie, et une présentation des dispositifs de suivi en place. L'analyse quantitative est abordée à travers l'implémentation de mesures de sensibilité, laquelle permet de déterminer les entrées du modèle qui constituent les principaux drivers du risque sur le résultat du modèle. Les travaux sont réalisés à partir d'un modèle ALM simplifié, implémenté sur un contrat d'épargne mono support euro.

Modéliser : un processus générique

Quelle que soit la branche industrielle, la mise en place des modèles obéit aux mêmes exigences dont la définition d'un processus de conception, de test et de validation formalisé. Ce processus est la première garantie du bon fonctionnement du futur modèle et repose plus globalement sur les principales étapes suivantes :

- **la définition des objectifs majeurs du modèle**

Le secteur de la banque, finance et assurance n'est pas en reste quant à la nécessité de mettre en place des outils mathématiques de plus en plus évolués, afin de répondre à la complexité accrue des environnements normatifs et exigences des clients.

La complexité des modèles s'accompagne continuellement de (nouvelles) méthodes mathématiques et, bien entendu, d'une puissance de calcul qui semble déjà sans limite.

- **l'identification des indicateurs attendus en sortie**

Les indicateurs attendus en sortie sont à définir de manière à pouvoir répondre à la problématique posée. Ces indicateurs peuvent correspondre directement au résultat attendu, ou constituer eux-mêmes des entrées d'un modèle défini en aval.

De nombreux exemples se déclinent en actuariat, on peut citer le compte de résultat IFRS17 qui est alimenté par un modèle de calcul stochastique de provisions techniques spécifiques à cette norme, qui en constituent des entrées.

- **l'identification des données d'entrée et paramètres du modèle**

Cette étape est fondamentale, et nécessite une forte expertise sur les problématiques à traiter à travers les modèles. L'identification des données d'entrée à elle-seule ne peut suffire pour garantir cette étape. Il est nécessaire de s'assurer que les données fournies sont bien celles attendues pour le modèle, et que leur utilisation est totalement maîtrisée par les modélisateurs. Elles doivent être disponibles et exhaustives, selon l'approche de modélisation adoptée. Le choix des données et paramètres d'entrée des modèles permet de définir leurs domaines de validité, et doivent garantir un niveau de sensibilité cohérent vis-à-vis des sorties, afin de ne pas rendre inutiles ou superflues, certaines variables non sensibles.

- **la définition des tests des fonctionnalités et tests de validation des indicateurs en sortie**

Avant sa validation et une éventuelle mise en production, le modèle doit subir un ensemble de tests, qui permettent de garantir que ce dernier répond à la problématique traitée, et dans le domaine de validité souhaité.

Ces étapes du processus de mise en œuvre des modèles impliquent un risque que les concepts de modélisation ne soient pas adaptés aux besoins exprimés, risque qui est susceptible de se manifester à chaque étape du cycle de vie du modèle. Ce risque se traduit notamment par l'inadéquation du choix des méthodologies avec la qualité des indicateurs attendus en sortie du modèle, les mauvaises décisions concernant le choix des indicateurs à

simuler, les méthodes et données utilisées etc.

Analyse du cycle de vie et risque de modèle

Cette partie traite de l'identification et les définitions des différents modules du risque de modèle : L'utilisation des modèles comme outils de pilotage ou d'aide à la décision s'est largement répandue au sein des organisations, et les compagnies d'assurance ou de réassurance ne font pas exception. Il s'agit de plus, d'outils d'adaptation voir de survie au regard des nouvelles exigences réglementaires, et face aux nouveaux modes de consommation.

Quelles que soient les approches utilisées et leurs finalités, les modèles implémentés comme outils de pilotage ou d'aide à la décision doivent s'inscrire dans un processus de validation et de maintenance strict et maîtrisé, lui-même étant vu comme un sous-processus du dispositif d'ERM* qui régit l'utilisation des modèles au sein de l'entreprise, dans le cadre d'une gouvernance des modèles.

Cette gouvernance doit préciser entre autres les usages réservés aux modèles, leurs domaines de validités ainsi qu'une approche d'évaluation du risque qui leur est associé. Elle doit être présentée aux dirigeants, examinée par ceux-ci et validée au plus haut niveau dans l'entreprise. Notamment, lorsque des modèles sont utilisés comme outils de pilotage de l'entreprise, cette gouvernance doit établir les rôles et responsabilités dans le cycle de vie du modèle, la définition et le niveau de risque associé.

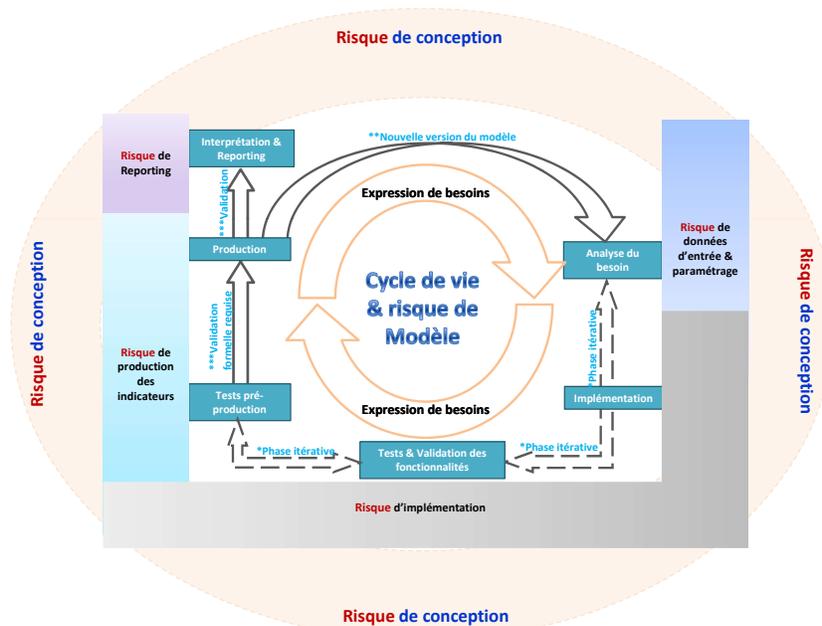


FIGURE 1 – Cycle de vie et risque de modèle

*. Enterprise Risk Management

La définition du cycle de vie du modèle est une étape clé intégrée dans la gouvernance des modèles. Visant à mesurer la capacité du modèle à répondre au besoin initial et à focaliser sur l'objectif de son implémentation, le cycle de vie sert à identifier et à évaluer le risque inhérent à l'implémentation du modèle et enfin, à assurer son évolution tout en garantissant sa non-régression.

La figure 1 présente une synthèse des étapes fondamentales du cycle de vie des modèles, auxquelles obéissent les modèles de calcul des indicateurs Solvabilité II par exemple. Certaines étapes, du fait des itérations mises en place entre équipes spécialisées (matérialisées par « *phase itérative* »), favorisent une correction continue du modèle en cours d'implémentation : expression et analyse du besoin, implémentation et tests fonctionnels etc. Grâce à ces corrections, chaque mise en production du modèle s'inscrit dans un processus d'amélioration continue, qui favorise une meilleure connaissance du risque inhérent à son utilisation.

Le risque de modèle est à prendre en compte à chaque étape du cycle de vie du modèle. Afin de s'assurer de sa maîtrise globale, il est subdivisé en sous-catégories identifiables en rapport avec le cycle de vie, y compris la phase d'analyse des résultats et de Reporting (voir figure 1).

— **Expression du besoin et Risque de conception**

La maîtrise du risque de conception passe par une identification cohérente des fonctionnalités à modéliser, et pour le cas particulier des modèles de risques, une hiérarchisation des principaux facteurs de risque à évaluer. Dans ce cadre le choix des facteurs de risque à modéliser est généralement établi par un expert, et la documentation justifiant ce choix doit être complète.

— **Risque de mauvaises qualité des données**

Les données d'entrée du modèle peuvent être segmentées en données brutes utilisées sans retraitement, et les données calibrées qui sont retraitées. Or dans les deux cas ce risque se manifeste dès lors que les données fournies sont en décalage par rapport à l'usage pour lequel elles sont collectées, ou si leur utilisation est totalement non maîtrisée par les modélisateurs. Il est donc nécessaire de mettre en place un processus de traitement rigoureux des données et une documentation impliquant un personnel qualifié.

— **Risque d'implémentation**

Ce risque repose sur le fait que la mise en œuvre des modèles en Assurance par exemple, est basée sur des logiciels, conçus par des Informaticiens et exploités par des Actuaires ; dans une telle situation la possibilité de commettre des erreurs n'est pas nulle. Afin de la minimiser, le processus d'implémentation doit prendre en compte le fait que la sélection des concepts et implémentation d'algorithmes est faite avec le concours des experts en modélisation et informatique. La gestion de versions du modèle doit également être prise en compte, et complétée d'un dispositif de tests à plusieurs niveaux.

— **Risque de résultats erronés**

Le risque de résultats erronés se manifeste généralement lorsqu'il existe une incohérence entre les données d'entrée et la version du modèle utilisée, lorsque les résultats du modèle ne sont pas reproductibles ou encore lorsque plusieurs versions de modèles sont utilisées au cours d'un même exercice de production. Généralement l'analyse du risque de résultats du modèle intervient post-évaluation du risque des données d'entrée du modèle, imposant le fait que le processus de validation des sorties et l'évaluation du risque de résultat constitue un processus ultérieur. Or, la gestion du risque de résultats démarre par la vérification que les personnes chargées de la production des résultats du modèle soient suffisamment qualifiées pour pouvoir interpréter les sorties du modèle dans le contexte des applications prévues, et bien évidemment, que leur connaissance des données utilisées soit bonne.

Il est primordial de s'assurer que la sélection de paramètres d'entrée est largement partagée dans l'entreprise et fait l'objet d'une validation conjointe entre les experts en modélisation, ceux qui sont chargés de la production des indicateurs et ceux qui pilotent le métier. Cette sélection doit être faite sur la base de la documentation des sensibilités, du domaine de validité du modèle et de la matérialité des paramètres d'entrée, lors de la phase de pré-recette métier du cycle de vie du modèle.

— **Risque de Reporting**

L'analyse de ce risque vise à s'assurer que la présentation des résultats qui constitue une étape importante avant la prise de décision par les dirigeants de l'entreprise, n'est pas trompeuse. Le dispositif à mettre en place doit donc garantir que l'information fournie dans les rapports et qui constituent un support quantitatif à la décision qui s'y fonde, est formulée de la manière la plus juste et adéquate. Plus concrètement, le dispositif de contrôle doit s'assurer que les Reporting

- indiquent les versions de modèle et de données utilisées,
- précisent le domaine de validité et d'éventuels écarts de données par rapport à celui-ci
- présentent des résultats communiqués à l'aide de mesures acceptées et facilement comprises par tous les utilisateurs finaux
- précisent les erreurs d'estimation des paramètres et les différentes hypothèses de modélisation tout en indiquant les plages des résultats.

On identifie des modules de risque similaires dans le cas des modèles issus de méthodes Analytics au sein des compagnies d'assurance. Or pour ceux-ci les entreprises doivent se munir d'un dispositif spécifique de contrôle. Celui-ci doit s'appuyer fondamentalement sur une documentation précise, partagée et conjointement validée par les parties prenantes au processus de mise en place de ces modèles.

Analyse quantitative par la sensibilité des modèles

Du fait de la grande complexité des modèles exploités, l'analyse quantitative modulaire du risque de modèle n'est pas simple. La démarche qui a été adoptée dans cette étude repose principalement sur des mesures de sensibilité globale des modèles : l'approche par la variance est déclinée à travers des indices de Sobol, et l'approche par les VaR est exploitée à travers la sensibilité inverse.

Généralement le modèle est représenté par un système entrées-sorties

$$Y = g(X),$$

où X et Y représentent respectivement le vecteur de données d'entrée et la sortie du modèle, lui-même représenté par g .

En considérant $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ la suite de v.a.r d'entrées et Y la v.a.r sortie du modèle, l'étude de la variation de la réponse du modèle revient dans un premier temps à définir initialement une mesure d'importance d'une variable X_i définie, sur la variabilité de la sortie. On définit la mesure d'importance par

$$I_i = \sqrt{V(Y) - E(V(Y|X_i))},$$

qui devient

$$I_i = \frac{V[E(\log Y|X_i)]}{V(\log Y)}$$

où $V(\cdot)$ est la variance et $E(\cdot)$ l'espérance. Plus tard la mesure du rapport de corrélation est donnée par

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V(Y)}$$

Elle exprime la contribution de X_i dans le modèle, et mesure la dispersion de Y due à la variation de X_i . Il s'agit de l'indice de Sobol de 1^{er} ordre. L'indice de Sobol total associé à X_i exprime la mesure d'influence de cette entrée, en incluant l'effet de ses interactions avec les autres variables du modèle :

$$S_i^T = 1 - \frac{V[E(Y|X_{[1:p]\setminus i})]}{V(Y)}$$

La mesure de sensibilité inverse Γ_i est définie quant à elle à partir d'une variation de la distribution de la sortie du modèle, pour identifier les entrées les plus influentes. Elle est réalisée en 3 étapes : on considère un modèle constitué de plusieurs entrées aléatoires et une sortie (également aléatoire) :

Etape 1 : Un choc est appliqué précisément sur la VaR de la distribution de la sortie du modèle.

Etape 2 : On mesure la probabilité associée au choc, c'est-à-dire la probabilité qui indique que la mesure de risque en sortie du modèle est choquée. Cette probabilité peut être obtenue analytiquement pour la mesure de VaR, implémentable par une approche Monte Carlo.

Etape 3 : La distribution des entrées est alors examinée. Lorsqu'on observe une variation substantielle de la distribution d'une entrée en particulier, on conclut alors que le modèle est sensible à celle-ci. L'analyse s'étend à la dépendance statistique entre les entrées.

Cette approche permet de classer les entrées du modèle selon leur influence sur les sorties, ce qui permettrait d'identifier les distributions des entrées du modèle qui le mettent en dehors du domaine de validité.

Les résultats obtenus portent sur un modèle ALM simplifié à partir duquel un Proxy a été décliné sous la forme d'un polynôme. La mesure de sensibilité S_i ou indice de premier ordre a ainsi été obtenu, ainsi que l'indice de Sobol d'ordre total T_i interprété comme la variance résiduelle de la sortie du modèle si tous les facteurs de risque (ou entrées) étaient fixés en dehors de X_i . Enfin la mesure de sensibilité inverse Γ_i a été obtenue à partir de la méthode de Monte Carlo. Toutes ces mesures de sensibilité sont conçues pour répondre à des questions différentes : Γ_i fait référence à une mesure de risque de la VaR (queue de distribution) et capte ainsi des impacts de la distribution des entrées-sortie du modèle ; elle est différente des mesures de sensibilité basées sur la variance, comme l'illustre les résultats dans la table 1. Dans cette expérience, la VaR à 75% et à 90% de la distribution de la sortie du modèle a été choquée à +5% et comparée aux différents indices de Sobol.

Facteur de risque i	S_i	T_i	$ \Gamma_i (\lambda=1,05) $	
			$\alpha = 0,75$	$\alpha = 0,9$
MV Actions	0,788	0,683	0,85	0,91
Tx PB	0,001	0,010	0,16	0,14
β_0	0,252	0,257	0,72	0,88
β_1	~0	0,001	0,02	0,09

TABLE 1 – Comparaison Indices de sensibilité de Sobol vs Mesure de sensibilité inverse Γ avec un stress à +5% de $VaR_{\alpha=0,75 \text{ et } 0,90}$. *MV Actions* correspond à la valeur de marché du portefeuille Actions, *Tx PB* correspond au taux de participation aux bénéfices du contrat d'épargne modélisé, β_0 et β_1 correspondent respectivement au paramètre de Taux long et de la différence entre taux long et taux court instantané du modèle paramétrique de la courbe de taux de Nelson Siegel.

On observe que toutes les mesures de sensibilité produisent un classement cohérent des facteurs de risque : la valeur de marché actions apparaît la plus influente, alors que les facteurs de la courbe de taux ou encore le taux de PB ont une mesure de sensibilité plus faible.

Conclusion

Dans ces travaux, le choix a été fait de fixer la distribution des facteurs de risques (valeurs de marché actions, taux de PB, et paramètres du modèle de taux de Nelson Siegel). Cette démarche présente essentiellement deux limites :

- la sélection déterministe des facteurs de risque constituant les entrées du modèle réduit repose sur un avis d'expert. Une étude plus complète pourrait prendre en considération plus de variables d'entrée du modèle ALM, et proposer d'autres modèles Proxy avec plus de variables.
- Les plages de variation des facteurs de risque sélectionnés ont été limitées afin de proposer une forme de modèle réduite à un polynôme du 1er degré. Le domaine de validité du modèle se trouve ainsi potentiellement non couvert dans son intégralité. Cette étude n'a pas été étendue à des polynômes d'ordre supérieur.

Les résultats de l'analyse de sensibilité montrent une forte dépendance de la sortie du modèle, le *Best Estimate*, calculé par le modèle réduit, avec les facteurs de risque de la valeur de marché action et le paramètre de taux long β_0 du modèle de Nelson-Siegel. La sensibilité est plus modérée avec le taux de PB et quasi inexistante avec le paramètre de différence entre le taux court instantané et le taux long β_1 .

En pratique, une taille d'échantillon Monte Carlo à partir de 10000 est généralement nécessaire pour estimer les indices de sensibilité d'un modèle comportant plusieurs de variables d'entrée, ce qui est le cas des modèles ALM. Or généralement le modèle demande un temps d'exécution important, rendant illusoire de vouloir utiliser de telles tailles d'échantillon en un temps raisonnable. Une autre simplification qui pourrait être explorée, est d'exploiter des surfaces de réponse, qui permettent de faire des simulations intensives sans trop dégrader la qualité de l'estimation du modèle, et sans limiter le domaine de validité.

Remerciements

Au moment où je rédige cette partie, la reconnaissance prend en moi tout son sens de sentiment le plus profond de la nature humaine. En effet, je tiens à adresser mes sincères remerciements à tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont accompagné dans le passionnant parcours de formation d'actuaire, couronné par la présentation de ce mémoire. Mon encadrement au sein de BNP Paribas Cardif, mes enseignants à l'ISFA, ma famille et mes amis m'ont constamment encouragé, soutenu et rendu l'espoir de continuer lorsque j'en perdais la capacité.

Je tiens donc à exprimer ma reconnaissance :

- à la compagnie d'Assurance BNP Paribas Cardif pour avoir rendu possible cet accomplissement pour moi, en favorisant ma formation continue à l'ISFA ;
- à Jean-Paul FELIX qui m'a accueilli dans ses équipes RISK au sein de Cardif, et m'a accompagné tout au long de mon parcours à l'ISFA, pour ses conseils avisés et nos échanges très fructueux ;
- à Stéphane LOISEL, pour ses remarques pertinentes et son guide très efficaces pour ce mémoire, me permettant d'approfondir mes réflexions sur le risque de modèle ;
- à Grâce, Tessy-Margaux, Richard-Pierre et Alexandre-Pierre, pour leur grande capacité à me redonner espoir lorsque je suis au bord du découragement.

A toutes ces personnes et à beaucoup d'autres, un grand merci.

Table des matières

Note de Synthèse	1
Remerciements	9
Table des matières	11
Introduction	13
Contexte général	13
Etat de l'art	14
Objectifs du mémoire et plan	14
1 Cadre général d'utilisation des modèles en assurance	17
1.1 Les modèles au cœur de l'environnement normatif	18
1.2 Les Algorithmes portés par la Data	20
1.3 Le risque de modèle comme support de validation	21
2 Cycle de vie et risque de modèle : retour d'expérience	23
2.1 Introduction : Modéliser, un processus générique	24
2.2 Cycle de vie et risque de modèle en Assurance	27
2.3 Cas particulier des modèles <i>Analytics</i>	36

3	Intégration d'un dispositif de gestion du risque de modèle	41
3.1	Cadre de définition du dispositif	42
3.2	L'identification	43
3.3	La mesure	43
3.4	Le contrôle permanent tout au long de la chaine de modélisation	45
3.5	Gestion de l'incertitude future	46
3.6	Conclusion	47
4	Analyse quantitative du risque de modèle	49
4.1	Théorie d'estimation du risque	50
4.2	Généralité sur l'analyse de sensibilité	51
4.3	Mesures d'importance et Indices de Sobol	52
4.4	Analyse de sensibilité et mesures de risque	54
4.5	Mise en œuvre de l'analyse de sensibilité inverse	55
5	Analyse de sensibilité d'un modèle Actuariel simplifié	61
5.1	Description du modèle et données d'entrée	63
5.2	Résultats du modèle simplifié en scénario central	67
5.3	Construction d'un modèle Proxy	69
5.4	Analyse de sensibilité du modèle Proxy	78
	Conclusion	91
	Bibliographie	93

Introduction

Contexte général

Les crises successives perturbent régulièrement l'équilibre des marchés. Celles-ci sont d'ordre sanitaires, politiques, économiques ou financières. Pour y faire face, et afin de répondre aux exigences de conformité de plus en plus contraignantes des organismes de supervision et de régulation, les institutions financières se sont dotées d'outils d'aide à la décision tactique et stratégique. Les compagnies d'assurance sont directement concernées : en effet leurs engagements doivent être évalués de manière prospective et probabiliste au regard des situations des marchés financiers. Elles se sont donc lancées dans la construction de modèles de plus en plus complexes. Dans le cadre de la norme Solvabilité II, ces outils d'une grande utilité permettent de décliner quantitativement la valeur économique des portefeuilles d'assurés tout en prenant en compte de nombreux risques, de proposer la tarification ou encore de produire au travers de projections, des plans d'évolution et plans de résolution d'entreprises.

Dans l'univers de l'assurance, on identifie principalement les modèles de calcul prospectif, les modèles de tarification ou plus récemment déployés, les modèles d'intelligence artificielle qui visent à digitaliser et ainsi, automatiser de nombreuses opérations jusque-là majoritairement manuelles : la détection de la fraude, l'acceptation des réclamations ou encore l'interprétation automatique de clauses bénéficiaires.

Au regard du rôle central de plus en plus affirmé attribué aux modèles, il est essentiel de s'intéresser au risque qui leur est inhérent, à savoir sa définition, sa description et les dispositifs mis en place pour sa maîtrise au sein des organisations.

On peut définir le risque de modèle comme le risque d'obtenir des prévisions ou des indications erronées conduisant soit à des décisions inadaptées ou sous optimales des dirigeants, soit à des erreurs d'évaluations en matière comptable, tarifaire ou réglementaire. Ce risque est généralement appréhendé à travers la mise en place des procédures destinées à vérifier la qualité des données, la validité des traitements effectués et la cohérence des résultats. Ces procédures doivent être portées par un personnel qualifié, capable d'apporter un avis qualitatif d'expert en complément des indicateurs quantitatifs. En effet la gestion du risque de modèle s'inscrit pleinement dans une démarche d'amélioration continue des modèles, et

du système de contrôle des risques dans lequel il est intégré.

Etat de l'art

La gestion du risque de modèle a été traitée depuis plus longtemps pour des activités bancaires et d'autres acteurs de la finance des marchés. [REBONATO \(2002\)](#) le présente comme un risque survenant lorsqu'on observe une différence « significative » entre le prix de marché et le prix calculé par le modèle sur des produits dont les prix ne sont pas disponibles de façon triviale. Cette définition est déclinée de la généralité qui considère le risque de modèle comme une manifestation de l'écart entre le phénomène qu'on cherche à représenter et sa réalisation, en supposant une utilisation parfaite des modèles et des données qui les alimentent. Or, il apparaît en particulier que la réalisation et l'observation d'un prix de marché sur des produits d'assurance sont elles-mêmes des résultats de modèles.

[LE RHUN and RENOUF \(2013\)](#) présentent un cadre intéressant de définition du risque de modèle pour un assureur/réassureur, en rappelant que dans le cadre de Solvabilité II ce risque est associé au risque opérationnel, et ses sources sont identifiées entre autres comme étant : la spécification inappropriée des modèles, l'utilisation incorrecte ou la mauvaise implémentation, les erreurs dans l'estimation des paramètres, les données insuffisantes ou incorrectes, ou encore la déviation de la réalité malgré un choix correct de modèle à l'initialisation des calculs.

L'identification de ces sources est particulièrement utile dans la mise en œuvre de processus de validation des modèles. Une fois les sources identifiées, quelques méthodes d'estimation sont proposées dans la littérature, dont certaines reprises par [LALLEMENT \(2014\)](#). En particulier, [BRANGER and SCHLAG \(2004\)](#), [SIBBERTSEN et al. \(2008\)](#) et [BARRIEU and SCANDOLO \(2013\)](#) proposent différentes approches d'analyse du risque de modèle qui présentent un intérêt à minima applicatif. Toutefois la présentation d'une démarche combinant des critères qualitatifs et des mesures quantitatives de risque sont plus rares. Ces méthodes une fois mises en œuvre, sont constitutives des gouvernances de construction et d'utilisation des modèles au sein des organisations.

Objectifs du mémoire et plan

Ce mémoire a pour objectif principal d'étudier le risque inhérent à l'utilisation des modèles, en conjuguant une démarche qualitative avec une approche quantitative. Une attention particulière sera portée à la définition de l'approche basée sur la déclinaison de sous-catégories du risque de modèle, et l'identification d'une analyse quantitative basée sur la sensibilité des modèles. Ces approches d'évaluation sont mises en œuvre successivement dans le processus de validation des modèles.

Dans la démarche proposée, la première partie de l'étude consiste à mener une réflexion

générale sur la problématique d'utilisation des modèles au sein d'une compagnie d'assurance ; le cadre des modèles de risque sous solvabilité II est présenté. Cette présentation est suivie en deuxième partie, par un exposé de mon retour d'expérience sur les modèles et une analyse qualitative et modulaire du risque de modèle associé à chaque étape du cycle de vie des modèles. Celle-ci s'achève par un aperçu des dispositifs de contrôle du risque de modèle et de réduction de leur incertitude. En dernière partie, une approche d'évaluation quantitative est présentée et appliquée. Celle-ci vise à décliner des indicateurs de sensibilité des modèles sur la base d'hypothèses usuelles sur un modèle ALM simplifié.

Chapitre 1

Cadre général d'utilisation des modèles en assurance

Le premier pilier[†] de la directive Solvabilité II regroupe les exigences quantitatives applicables aux entreprises d'assurance et de réassurance, relatives à l'évaluation :

- des provisions techniques
- du capital requis
- des actifs éligibles à la couverture

Cette évaluation s'appuie sur le nouveau référentiel de la juste valeur[‡], qui devient le nouveau principe de base de cette norme, déclinable à travers des modèles mathématiques complexes.

[†]. Le premier pilier de la norme Solvabilité II pose les plus récentes exigences quantitatives applicables aux entreprises d'assurance et de réassurance. Deux autres piliers sont définis dans cette norme : le pilier 2 porte sur les exigences qualitatives et la surveillance prudentielle, le pilier 3 porte quant à lui sur les exigences de reporting et de communication

[‡]. Fair Value

1.1 Les modèles au cœur de l'environnement normatif

L'une des exigences fondamentales du pilier 1 repose sur l'évaluation économique des portefeuilles d'assurance et de réassurance à travers l'estimation des provisions techniques, du capital de solvabilité requis et le minimum du capital requis. Ces exigences sont applicables à travers des modèles mathématiques, qui visent à mieux représenter et avec une meilleure transparence la position financière des assureurs et réassureurs.

- **Les provisions techniques**

Les provisions techniques sont composées du *Best Estimate* auquel s'ajoute la marge de risque. Le *Best Estimate* est défini comme la valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs, et la marge de risque permet de couvrir les risques liés à l'écoulement des passifs sur la totalité de leur durée.

- **Le capital de solvabilité requis**

Encore appelé SCR *, il s'agit du capital économique nécessaire à l'entreprise pour limiter la probabilité de ruine à 0,5% à horizon un an. Il s'agit de l'exigence de capital nécessaire à la continuité d'activité.

- **Le capital minimum requis**

Encore appelé MCR †, il s'agit du montant minimum de fonds propres constituant le seuil déclencheur de l'intervention des autorités de supervision.

Cette évaluation s'accompagne particulièrement d'une prise en compte des risques et des dispositifs mis en place afin de les maîtriser.

Deux approches sont autorisées : l'utilisation de la formule standard proposée par les superviseurs en est la première ; les entreprises ont également la possibilité de décliner des méthodes spécifiques qui s'adapteraient à la structure de leurs portefeuilles pour l'évaluation de leur SCR, à travers des modèles internes.

1.1.1 La formule standard

La directive Solvabilité II énonce qu'« *il convient d'élaborer une formule standard pour le calcul du capital de solvabilité requis, afin de permettre à toutes les entreprises d'assurance et de réassurance d'évaluer leur capital économique* ».

Les articles 103 à 109 décrivent les objectifs, l'architecture et le calibrage global de la formule standard du calcul du capital de solvabilité requis. L'architecture proposée pour ce modèle repose sur une approche modulaire qui consiste à évaluer le SCR suivant différents modules :

- souscription vie
- souscription non-vie
- souscription santé
- marché
- intangible
- opérationnel

*. SCR : Solvency Capital Requirement

†. MCR : Minimum Capital Required

— contrepartie

Dans cette approche, chaque module généralement constitué de sous-modules, fait l'objet de spécifications propres, et les règles de consolidation du SCR de base ainsi que le SCR global reposant sur des matrices de corrélation sont fournies. Chaque module et sous-module permet ainsi de déterminer le capital requis au titre de chaque risque identifié. Généralement le SCR des principaux modules de risque m est consolidé suivant un ensemble de coefficients de corrélation $Corr^m$:

$$SCR_m = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij}^m \times SCR_i^m \times SCR_j^m} \quad (1.1)$$

Le SCR de base (appelé BSCR *) est déterminé via la relation [1.2](#), impliquant les différents modules consolidés :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij}^{BSCR} \times SCR_i^{BSCR} \times SCR_j^{BSCR}} + SCR_{intangible} \quad (1.2)$$

Enfin, le SCR global est obtenu en prenant en compte le BSCR, le SCR opérationnel et les ajustements.

$$SCR = BSCR + SCR_{opérationnel} - Ajustements \quad (1.3)$$

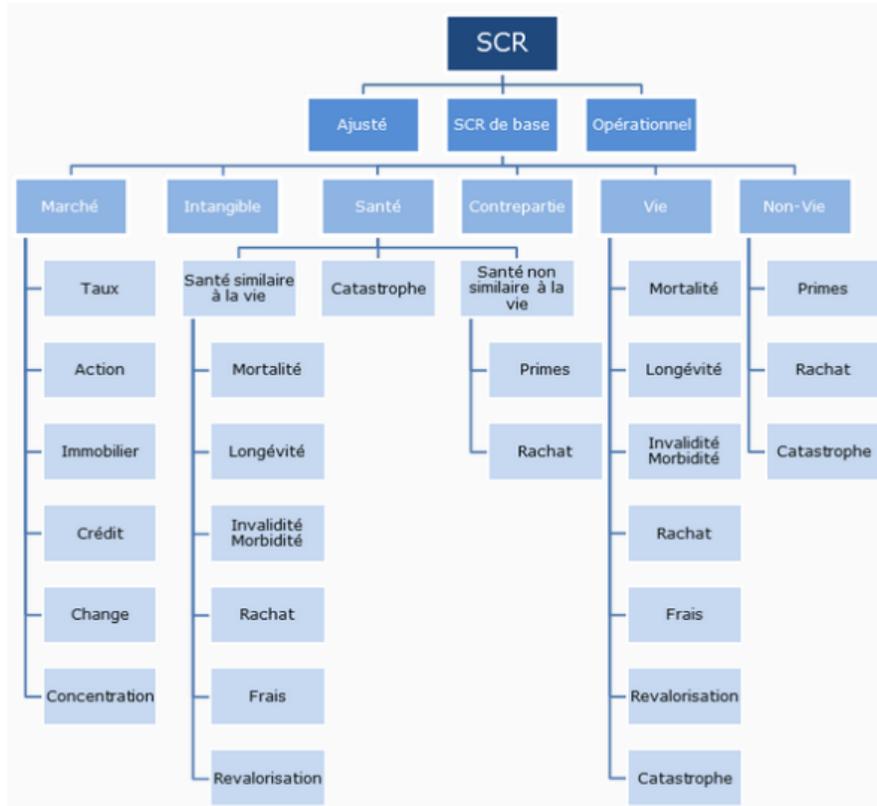


FIGURE 1.1 – Présentation des modules du SCR

*. BSCR = Basic SCR

1.1.2 Le modèle interne

La directive solvabilité II autorise via l'article 100, les entreprises d'assurance et de réassurance à calculer leur SCR à l'aide d'un modèle interne : « *le capital de solvabilité requis est calculé soit à l'aide de la formule standard [...] soit à l'aide d'un modèle interne* ». Ce modèle interne partiel ou intégral est soumis à une gouvernance d'approbation par les instances dirigeantes de l'entreprise qui en garantissent de manière continue, le bon fonctionnement. Une autre approbation est requise de la part des autorités de supervision dont en France, l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution.

Dans le cadre d'un modèle interne partiel, les entreprises ont la liberté de choisir les modules de risque pour lesquels elles choisissent d'appliquer la formule standard pour les calculs, et ceux pour lesquels elles appliquent un modèle interne pour calculer le SCR, sous condition d'approbation des périmètres d'application par les autorités de supervision. A noter également, que ces superviseurs ont la possibilité d'exiger un retour à la formule standard de calcul du SCR si ils estiment que le modèle interne n'est plus conforme au profil de risque de l'entreprise. Parmi les normes exigibles* à déployer dans le cadre de la mise en place d'un modèle interne de calcul du SCR, figurent en bonne place les méthodologies statistiques prises en compte dans les calculs. Celles-ci concernent :

- la distribution des probabilités prévisionnelles qui s'adaptent aux risques de l'entreprise et aux données des modèles. Notamment, les résultats produits par les modèles internes doivent être stables en cas de modification des entrées ne correspondant pas à une modification du profil du risque de l'entreprise.
- la justification des hypothèses et de la qualité des données du modèle
- la prise en compte des effets de diversification
- l'application des techniques d'atténuation des risques
- et enfin, la prise en compte des décisions futures de gestion.

1.2 Les Algorithmes portés par la Data

Le secteur de l'assurance n'est pas en reste dans le mouvement global d'intégration de modèles Analytics et d'intelligence artificielle dans des processus d'entreprises et d'institutions financières. Ces technologies poursuivent leur extension au-delà de la recherche et des secteurs industriels historiques, dont la robotique notamment. En effet, du fait que l'assurance se caractérise par d'importants processus répétitifs (la souscription, la gestion des sinistres etc.) et qu'elle soit amenée à traiter des volumes importants de données, notamment celles des clients, elle constitue ainsi un secteur propice au développement du *Data Analytics* et de l'intelligence artificielle. Le site internet [LE MAGAZINE](#) (2016) présente le *Data Analytics* comme étant une science qui consiste à examiner des données brutes, afin d'en extraire des informations dans le but d'en tirer des conclusions. Le *Data Analytics* est notamment utilisé

*. Différentes normes sont exigibles lors de la mise en place d'un modèle interne : la maîtrise de son utilisation et la compréhension par les dirigeants de l'entreprise, la qualité statistique, les normes de calibrage, de validation et de documentation

afin de proposer des modèles de pilotage et aides à la décision. Ces modèles s'imbriquent aux technologies de l'intelligence artificielle telles que le *Machine Learning*, présenté comme la branche basée sur des algorithmes qui permettent de créer automatiquement des modèles à partir des données. Parmi les domaines d'application des algorithmes dans le secteur de l'Assurance, on peut citer la souscription intelligente, la tarification, le robot conseillé, la gestion du risque (Cyber, fraude etc.), l'automatisation des indemnisations et bien d'autres. Pour aller plus loin, c'est l'ensemble de la chaîne de valeur de l'assurance qui est susceptible d'être impactée par les algorithmes, voir le diagramme en figure 1.2.

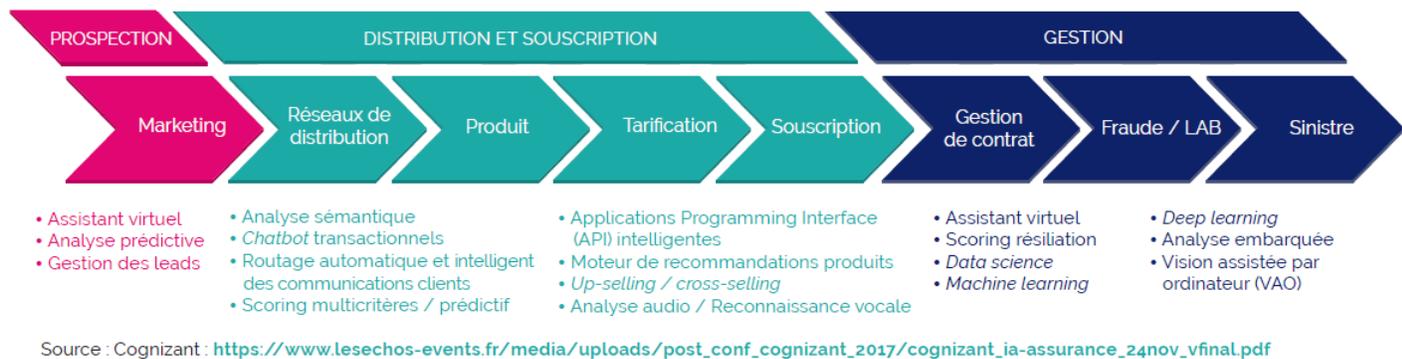


FIGURE 1.2 – Impact des algorithmes sur la chaîne de valeur de l'assurance

Dans sa thèse, Antoine LY (2019) présente des cas concrets du *Machine Learning* en économétrie et le *Deep Learning* au service de l'analyse automatique de documents clients, dans un contexte normatif exigeant avec la publication du règlement RGPD* et l'enjeu toujours fort de transparence des algorithmes. Le livre blanc intitulé Intelligence Artificielle et Éthique dans le Secteur de l'assurance, voir la référence bibliographique de la FABRIQUE (2019), analyse par exemple, la question de la segmentation des clients à partir des informations dont dispose l'assureur à partir des contrats. Les acteurs visent ainsi à proposer des réponses différenciantes et adaptées à chacun, dans un contexte où le rapport à l'information dans ces contrats reste asymétrique entre l'assureur, qui souhaite en détenir un maximum afin de minimiser ses risques, et l'assuré qui peut chercher (sciemment ou non) à minimiser les risques pour bénéficier d'avantages, notamment financiers.

1.3 Le risque de modèle comme support de validation

Il n'existe pas à ce stade, de norme communément partagée décrivant le processus de validation de modèles. Les principes de validation jusqu'ici appliqués reposent généralement sur une adéquation globale entre les composantes (ou les critères) du modèle et le risque

*. RGPD ou Règlement Général sur la Protection des Données est le nouveau règlement européen qui encadre le traitement des données personnelles sur l'ensemble du territoire de l'Union

associé aux résultats. En pratique cela laisse beaucoup de place à l'interprétation et à différents avis d'experts. Dans leur article, [STRICKER et al. \(2014\)](#) proposent une série de questions pouvant servir de guide dans le processus de validation des modèles :

- quelle documentation doit être vérifiée ?
- quels contrôles mettre en place ? en quoi consistent-ils ?
- le processus de validation est-il structuré et lui-même documenté ?

La définition des principales sous-catégories de risque de modèle, présentées dans le rapport technique de l'EIOPA [CEIOPS-DOC-37/09 \(2009\)](#), et liées aux différentes étapes du cycle de vie, permet de structurer la démarche de validation.

Il existe une forte dépendance entre les étapes de la validation des modèles, et le cycle de vie associé à la sous-catégorisation du risque de modèle. En effet si la validation d'une étape du cycle de vie du modèle échoue, il n'est pas nécessaire de valider les étapes suivantes, ni d'évaluer les sous-catégories associées du risque de modèle. Si le modèle est subdivisé en sous-modèles, cet argument s'applique à chaque sous-modèle. Il est important de noter que si le modèle est décomposé en sous-modèles, chaque sous-modèle doit être validé selon les mêmes approches, à l'instar du modèle agrégé.

Une analyse du cycle de vie des modèles associée à la catégorisation du risque inhérent est présentée au chapitre [2](#). Il s'agit dans cette partie, de faire mon retour d'expérience de quelques années en tant qu'expert dans la mise en place de modèles en robotique et en actuariat.

Chapitre 2

Cycle de vie et risque de modèle : retour d'expérience

Ce chapitre présente une synthèse du processus de mise en place pratique des modèles mathématiques ; il s'inspire largement de mon parcours professionnel porté en grande partie sur la modélisation en robotique mobile et en actuariat. Qu'il s'agisse de l'industrie, la recherche ou précisément le secteur de la finance, banque et assurance, les modèles sont au cœur de toutes les stratégies de développement et d'adaptation des structures à l'évolution des marchés.

2.1 Introduction : Modéliser, un processus générique

Quelle que soit la branche industrielle, la mise en place des modèles obéit aux mêmes exigences dont la définition d'un processus formalisé de conception, de test et de validation.

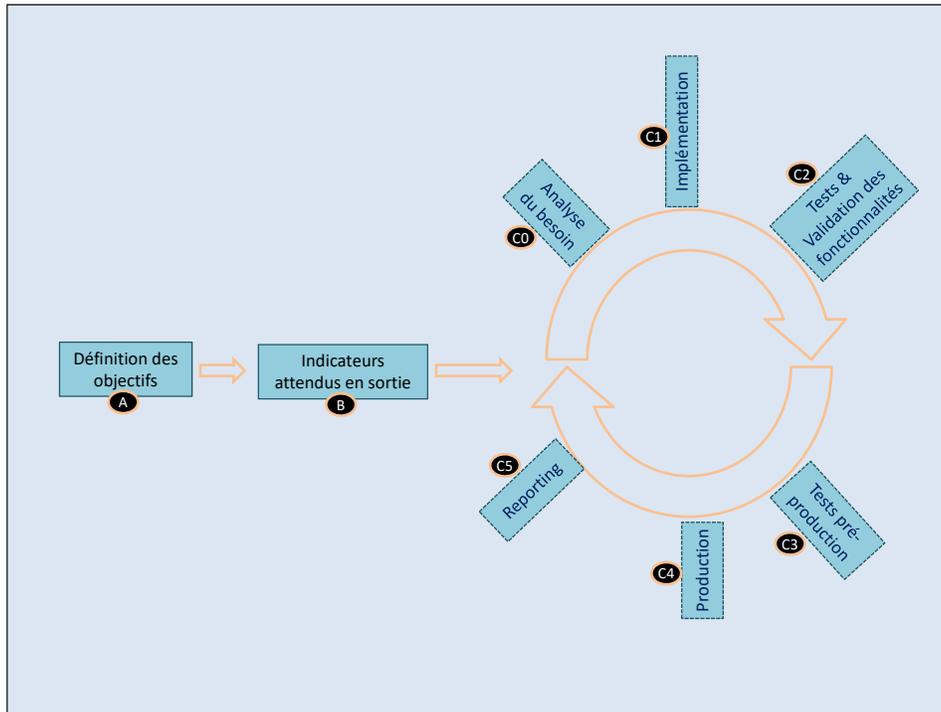


FIGURE 2.1 – Modéliser est un processus

Ce processus est la première garantie du bon fonctionnement du futur modèle et repose plus globalement sur les principales étapes présentées à la figure [2.1](#) et décrites ci-après :

— **A : la définition des objectifs majeurs du modèle**

Le secteur de la banque, finance et assurance n'est pas en reste quand à la nécessité de mettre en place des outils mathématiques de plus en plus évolués, afin de répondre à la complexité accrue des environnements normatifs et exigences des clients. Le parallèle peut être fait avec des modèles de robotiques mobile qui par exemple, se sont continuellement enrichis et complexifiés, dans le but ultime de remplacer progressivement l'humain dans certaines tâches.

La complexité des modèles s'accompagne continuellement de (nouvelles) méthodes mathématiques et, bien entendu, d'une puissance de calcul qui semble déjà sans limite.

— **B : l'identification des indicateurs attendus en sortie**

Les indicateurs attendus en sortie sont à définir de manière à pouvoir répondre à la problématique posée. Ces indicateurs peuvent correspondre directement au résultat attendu, ou constituer eux-mêmes des entrées d'un modèle défini en aval. Exemple

dans l'industrie automobile : un système d'évitement d'obstacles par un véhicule autonome doit pouvoir obtenir en temps réel, la localisation de tous les mobiles environnants à travers un premier modèle, puis dresser sa trajectoire optimale en fonction des sorties de ce premier modèle.

De nombreux exemples parallèles se déclinent également en actuariat : le pilotage d'un compte de résultat IFRS17 qui est alimenté par un modèle de calcul stochastique de provisions techniques spécifiques à cette norme, qui en constituent des entrées.

— **C0 : l'analyse du besoin**

Cette étape inclut l'identification des données d'entrée et paramètres du modèle ; elle est fondamentale et nécessite une expertise importante sur les problématiques à traiter à travers les modèles. L'identification des données d'entrée à elle-seule ne peut suffire pour garantir cette étape. Il est nécessaire de s'appuyer sur leur disponibilité, voire leur exhaustivité et complétude, selon les approches de modélisations retenues. Concrètement, le choix des données et paramètres d'entrée des modèles permet de définir leurs domaines de validité, et doivent garantir un niveau de sensibilité cohérent vis-à-vis des sorties, pour ne pas rendre inutiles ou superflues, certaines variables non sensibles.

— **C1 : l'implémentation des fonctionnalités**

La phase d'implémentation consiste à mettre en place des normes de codage, à structurer le code selon les spécificités des logiciels et langages informatiques, dans un objectif ultime d'optimisation du code et de la production des indicateurs. Cet objectif passe par des tests de codage unitaires, qui doivent être opérés méticuleusement, de manière à couvrir l'exhaustivité des cas possibles selon des échantillons de données d'entrée et paramètres.

— **C2 : la définition des tests des fonctionnalités et tests de validation des indicateurs en sortie**

Avant sa validation et une éventuelle mise en production, un modèle doit subir un ensemble de tests, qui permettent de garantir que ce dernier répond à la problématique traitée, et dans le domaine de validité souhaité.

— **C3 : la mise en place de tests de pré-production**

La phase de tests de pré-production consiste en une série d'opérations qui permettent de garantir la qualité du processus de production des indicateurs. Cette phase comprend les étapes suivantes : la vérification de l'adéquation et de la disponibilité des plateformes de calculs, l'analyse des données utilisées en environnement de production (qualité des données et paramètres), la validation des scénarios permettant de couvrir l'ensemble du périmètre modélisé tout en restant dans le domaine de validité du modèle.

— **C4 : la phase de production**

Par la suite la phase de production conclut le processus de génération des indicateurs quantitatifs attendus. Elle s'accompagne d'une déclinaison des résultats du modèle

et une analyse quantitative des sorties : tendance, analyses des distributions, analyse de cohérence par rapport à d'autres indicateurs exogènes etc. Cette phase permet également, à travers l'identification d'écarts, de l'inadéquation ou de l'inconsistance des résultats, de générer d'autres besoins qui viennent enrichir les versions ultérieures du modèle.

— **C5 : la phase de Reporting**

La phase d'interprétation des résultats et de Reporting est généralement conduite par des acteurs non impliqués dans les étapes précédentes, toutefois il arrive qu'on les retrouve dans les étapes préliminaires d'expression du besoin. Après la production des résultats par des intervenants à profil généralement quantitatif, l'interprétation qui précède la prise de décision par le Management, est souvent confiée à des profils plus « *Business* ».

Le processus « *Modéliser* » ainsi présenté inclut un cycle de vie qui se manifeste par la succession des étapes C0 à C5 (voir fig. 2.1). Afin d'assurer la maîtrise du modèle dans le cadre des objectifs fixés par l'entreprise, il est fondamental de considérer un certain nombre de risques inhérents à chaque étape de ce processus, que l'on peut regrouper sous l'intitulé « *Risque de Modèle* ».

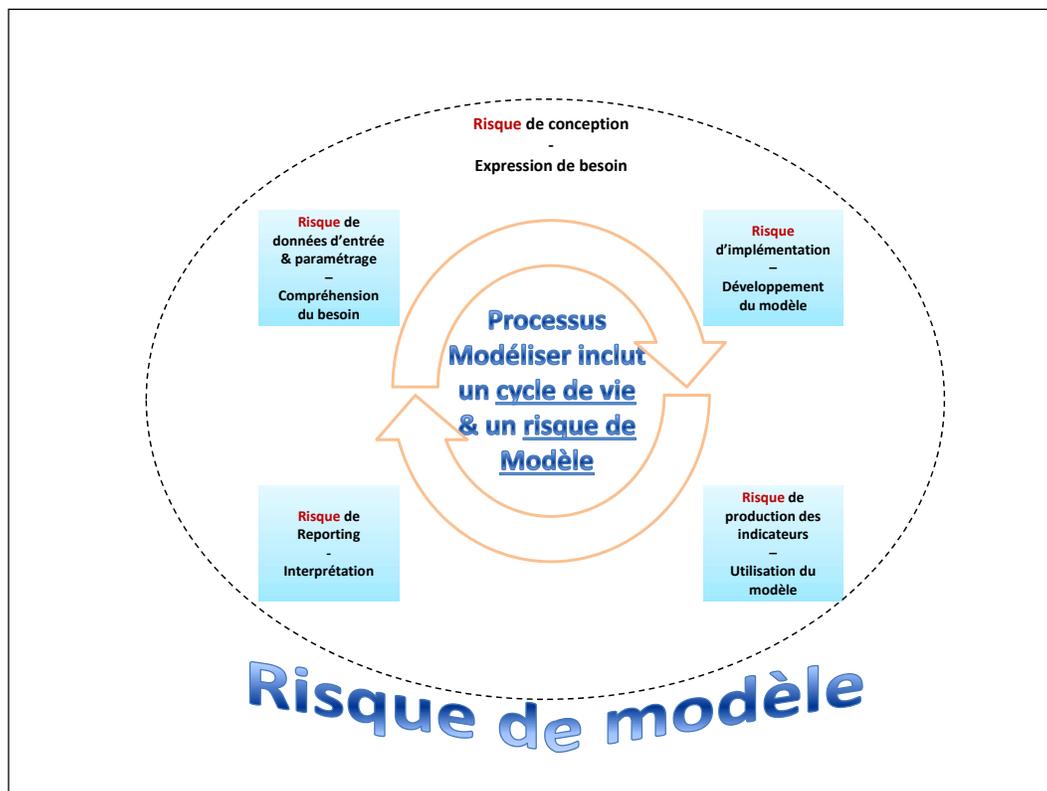


FIGURE 2.2 – Risque inhérent aux étapes du cycle de vie du modèle

Ce risque a pour origine le fait que les concepts de modélisation ne soient pas adaptés aux besoins exprimés ; l'inadéquation du choix des méthodologies avec la qualité des indicateurs attendus en sortie du modèle ; ou encore les mauvaises décisions concernant le choix des indicateurs à simuler, les méthodes et données utilisées etc.

2.2 Cycle de vie et risque de modèle en Assurance

L'utilisation des modèles comme outils de pilotage ou d'aide à la décision s'est largement répandue au sein des organisations, et les compagnies d'assurance ou de réassurance ne font pas exception. Il s'agit de plus, d'outils d'adaptation voir de survie au regard des nouvelles exigences de la société, et face aux nouveaux modes de consommation.

En effet la nécessaire transformation des entreprises d'assurance visant à répondre aux attentes des clients, repose inévitablement sur leur capacité à décliner des modèles robustes. Ceux-ci doivent pouvoir capter et mesurer les risques inhérents à l'activité, qu'ils soient de nature endogène ou liés à des facteurs exogènes, qu'ils se fondent sur les outils de modélisation "traditionnels" ou qu'ils soient induits par l'utilisation des outils innovants visant à intégrer des concepts d'intelligence artificiel.

Quelles que soient les approches utilisées et leurs finalités, les modèles implémentés comme outils de pilotage ou d'aide à la décision doivent s'inscrire dans un processus de validation et de maintenance strict et maîtrisé, lui-même étant vu comme un sous-processus du dispositif d'ERM* qui régit l'utilisation des modèles au sein de l'entreprise, dans le cadre d'une gouvernance des modèles.

Cette gouvernance doit préciser entre autres les usages réservés aux modèles, leurs domaines de validités ainsi qu'une approche d'évaluation du risque qui leur est associé. Elle doit être présentée aux dirigeants, examinée par ceux-ci et validée au plus haut niveau dans l'entreprise. Notamment, lorsque des modèles sont utilisés comme outils de pilotage de l'entreprise, cette gouvernance doit établir les rôles et responsabilités dans le cycle de vie du modèle, la définition et le niveau de risque associé.

*. Enterprise Risk Management

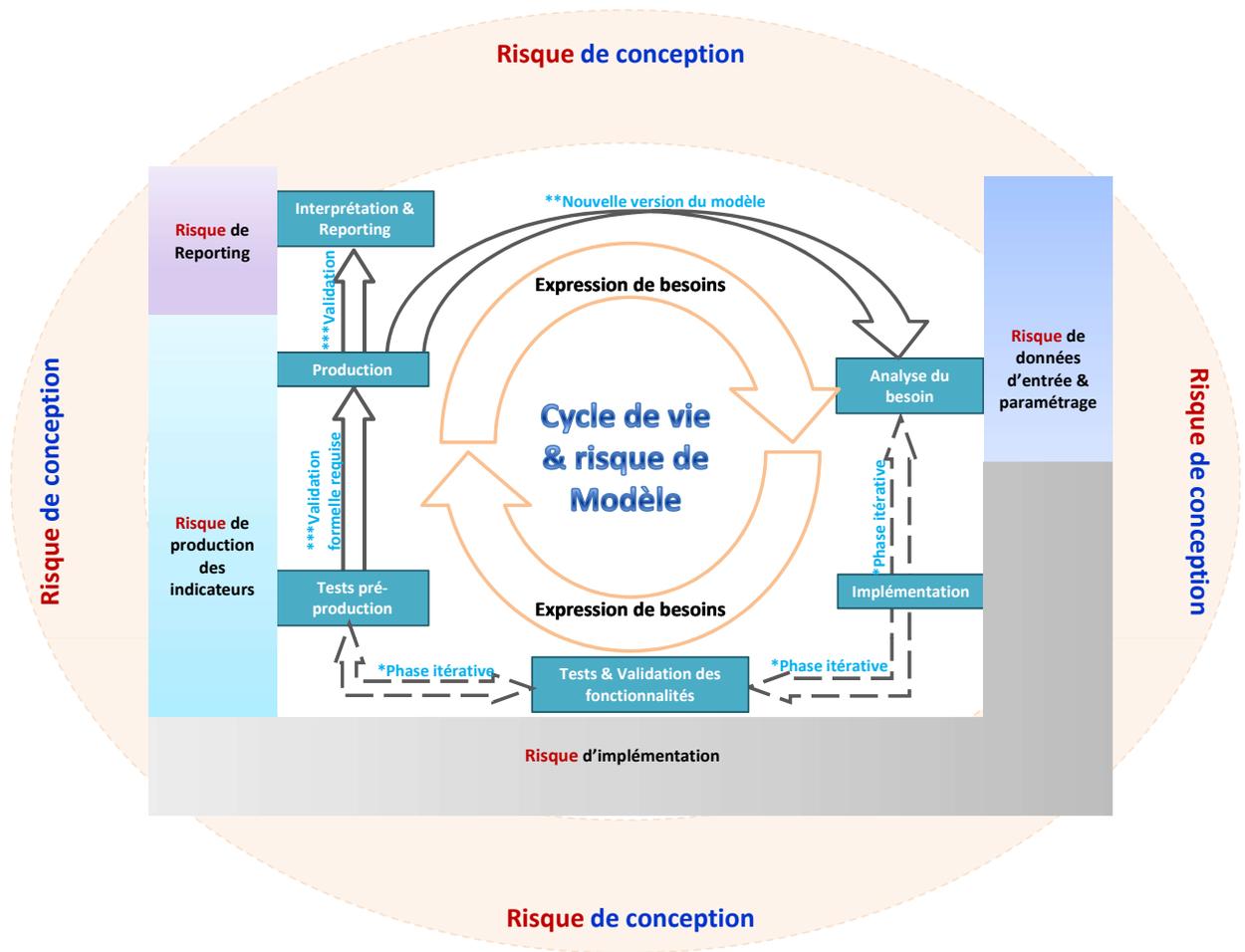


FIGURE 2.3 – Cycle de vie et risque de modèle

La définition du cycle de vie du modèle est une étape clé intégrée dans la gouvernance des modèles. Visant à mesurer la capacité du modèle à répondre au besoin initial et à focaliser sur l'objectif de son implémentation, le cycle de vie sert à identifier et à évaluer le risque inhérent à l'implémentation du modèle et enfin, à assurer son évolution tout en garantissant sa non-régression.

La figure 2.3 présente une synthèse des étapes fondamentales du cycle de vie des modèles, auxquelles obéissent les modèles de calcul des indicateurs Solvabilité II par exemple. Certaines étapes, du fait des itérations mises en place entre équipes spécialisées (matérialisées par « *phase itérative* »), favorisent une correction continue du modèle en cours d'implémentation : expression et analyse du besoin, implémentation et tests fonctionnels etc. Grâce à ces corrections, chaque mise en production du modèle s'inscrit dans un processus d'amélioration continue, qui favorise une meilleure connaissance du risque inhérent à son utilisation.

Le risque de modèle est à prendre en compte à chaque étape du cycle de vie du modèle. Afin de s'assurer de sa maîtrise globale, le risque de modèle est subdivisé en sous-catégories identifiables en rapport avec le cycle de vie, y compris la phase d'analyse des résultats et de Reporting (voir figure 2.3).

2.2.1 Expression du besoin et Risque de conception

La mise en place de modèles répond en priorité à deux questions primordiales :

- Quels fonctionnalités doivent être modélisées ?
- Quelles méthodes de modélisation faut-il appliquer ?

La question de savoir quelles fonctionnalités répondent suffisamment à la problématique posée pour nécessiter une modélisation est d'une importance centrale. Elle doit être traitée en premier lieu et indépendamment de la méthode de modélisation. Ainsi dans le processus de conception des modèles de risques, le point de départ doit être l'identification des fonctionnalités. Ce point englobe l'ensemble du cycle de vie des modèles, qui s'appuie à chaque étape sur ces fonctionnalités. Le choix des méthodologies bien que important, devient donc secondaire.

Dans le cadre des modèles de calcul d'indicateurs de risque (type modèle de calcul des SCR), le choix des risques à modéliser est central en termes de gestion du risque modèle. Cette étape est généralement exécutée par classement subjectif des risques ou des tests de matérialité. Or, l'application de tests de matérialité ou de statistiques pour ordonner linéairement les facteurs de risque peut s'avérer problématique, notamment dans des contextes où certains risques peuvent influencer le modèle plus que d'autres. L'ordre établi des risques (par exemple, par coefficient de variation ou écart type, ou le poids de la queue de la distribution) suppose que tous les facteurs de risque ont la même influence sur le modèle. Si toutefois des statistiques différentes sont utilisées pour différents facteurs de risque, il est difficile de savoir comment les comparer ; et si une statistique différente est appliquée, l'ordre peut changer. Dans cette situation la règle la plus judicieuse suggère que le choix des facteurs de risque à modéliser soit établi par un expert. Par conséquent, il est important que la justification du choix des risques soit bien documentée.

Par ailleurs, le choix des risques à inclure dans le modèle doit être fait, de manière à ce que la sortie du modèle ne reflète pas de risque initialement exclu. L'observation de cette situation entraîne inévitablement un retour à l'étape initiale de sélection des risques à modéliser. Par conséquent et en pratique, la sélection des risques à modéliser ne doit pas seulement impliquer les spécialistes de modélisation et statisticiens, mais doit impérativement associer le métier, qui maîtrise en premier lieu les raisons pratiques pour lesquelles le modèle est utilisé. Cette question de sélection des risques doit également précéder celle de la matérialité des risques, qui est généralement étudiée post sélection des risques à modéliser.

Jusque très récemment, de nombreuses nouvelles approches de modélisation reposaient en grande partie sur une recombinaison des concepts dans les modèles traditionnels existants. Cela présente notamment l'avantage que les concepts de modélisation existants, leurs avantages et leurs limites sont déjà compris. Or depuis peu, les progrès continus en intelligence

artificielle suggèrent de plus en plus, l'utilisation d'algorithmes de Machine Learning pour la modélisation de risques et l'implémentation des dispositifs d'aide à la décision. Ces nouveaux outils présentent de nombreux avantages dont la capacité à utiliser des nombreuses sources de données volumineuses, montrant ainsi un potentiel de modélisation de risques quasi-infini, ou la mise en évidence de la donnée comme un élément clé de la chaîne de valeur. Toutefois, ces outils présentent également des inconvénients dont un très remarquable, relatif au risque d'asymétrie introduit entre les concepteurs et utilisateurs d'algorithmes d'intelligence artificielle (au sein des compagnies d'assurance par exemple), et les assurés qui n'ont aucune maîtrise de la manière dont leurs informations sont exploitées par l'assureur.

Quelle que soit l'approche introduite dans le cadre de la modélisation des risques, il est primordial de s'assurer qu'une documentation « officielle » expliquant les concepts utilisés est disponible. Celle-ci doit indiquer les méthodologies, les usages des différents modules, avantages et inconvénients etc. On devra également démontrer l'adéquation des méthodologies présentées dans la documentation, et le contexte du modèle à concevoir. En particulier, une attention particulière doit être portée à la documentation des modules mis à disposition par des éditeurs de modèles externes. Cette documentation doit établir que les modules génériques mis à disposition peuvent s'adapter aux spécificités de l'entreprise.

2.2.2 Analyse du besoin et Risque de mauvaise qualité des données

La phase d'analyse du besoin est menée en parallèle de l'expression du besoin. Elle comprend entre autres l'identification des périmètres couverts par le modèle dont les branches, filiales, familles de risques etc., les méthodologies requises, les technologies disponibles et applicables, les ressources humaines à savoir les compétences requises pour implémenter le modèle, et surtout, les données nécessaires et disponibles pour alimenter ce modèle et les paramètres à actionner.

En effet, il est fondamental de noter que la donnée doit être utilisée pour l'usage pour lequel elle a été collectée ; cela implique que les intervenants dans le processus de modélisation comprennent parfaitement le besoin exprimé, mais également le Business. Ainsi donc en plus du risque de conception à surveiller lors de cette phase, l'analyse du besoin requiert une attention particulière sur la gestion du risque de la mauvaise qualité des données en entrée du modèle :

- les données à disposition sont-elles destinées pour un usage dans le processus de modélisation ? Un retraitement peut s'avérer incontournable.
- le contenu répond-il aux attentes des modélisateurs ? (ex. les âges à 0, les tables de passage incohérentes, etc.)
- le format correspond-il à celui attendu par le modèle ?

Cette analyse couvre également le risque d'inadéquation des paramètres sélectionnés avec le domaine de validité du modèle fixé par le périmètre des observations disponibles.

Le risque de mauvaise qualité des données est le risque que les paramètres d'entrée soient inappropriés, incomplets ou inexacts.

La mise en place de modèles s'appuie sur le principe fondamental de disponibilité de données appropriées, exactes et complètes. Quoiqu'en apparence simple à comprendre, il n'est pas évident de mettre en œuvre et de valider ce principe qui repose sur des notions qui peuvent se chevaucher, voire porter des sens opposés : des données plus appropriées n'impliquent pas nécessairement qu'elles soient plus précises, et des données plus complètes n'impliquent pas nécessairement des données plus appropriées, on peut observer tout le contraire ! Ainsi, la formulation de ce principe ainsi présenté étant contestable, la cohérence plutôt que l'exactitude sera généralement préférée ou utilisée comme principe complémentaire. Les données d'entrée du modèle peuvent être segmentées en deux classes :

- Données brutes : il s'agit de données provenant d'un système source et utilisées comme entrées pour le modèle sans traitement intermédiaire.
- Données calibrées : ce sont des données retraitées de paramètres (des regroupements par réseau de distribution visant à réduire la quantité par exemple), ou des paramètres utilisés en entrée du modèle.

Partant du principe que les données et paramètres d'entrée du modèle doivent être attribués à l'une des deux catégories ci-dessus, le risque de mauvaise qualité de données se manifeste notamment lorsqu'il y a confusion de catégorie. Par exemple, le fait que des données brutes directement chargées dans le modèle puissent être modifiées par les utilisateurs du modèle sans laisser de trace, démontre clairement un défaut du processus de modélisation, car cela signifierait que des données calibrées sont déclarées comme données brutes.

Le processus de calibrage des données doit intégrer une phase de définition des sources de données, et de documentation de l'étalonnage impliquant un personnel qualifié.

Par ailleurs, la définition et l'encodage des données brutes doivent être vérifiés par rapport à l'interprétation de chaque élément dans le modèle. Cette vérification est particulièrement importante car elle permet de s'assurer que des codes spécifiques à l'entreprise sont utilisés pour désigner des informations importantes telles que le type de contrat ou les options choisies.

De plus, dans le contexte de modèles complexes de risques, il est primordial de s'assurer que les données utilisées pour étalonner les paramètres sont compatibles avec le cadre de modélisation. En particulier, dans certains modèles d'assurance, les pertes attritionnelles et les pertes sévères ou catastrophiques sont modélisées différemment par approche probabiliste pour les premiers, ou sur la base de scénarios déterministes avec des paramètres fixes pour les autres.

De nombreux paramètres d'entrée des modèles ne peuvent pas être dérivés uniquement en appliquant des méthodes statistiques. Dans ce cas, il doit y avoir un processus qualitatif

efficace d'examen mené de façon appropriée par des évaluateurs qualifiés. Cette démarche met l'accent sur l'analyse comparative, qui nécessite la définition à minima de données de référence par les experts en modélisation du risque. Or, bien que utile pour la validation, des questions restent posées sur l'analyse comparative : à quelle maille faut-il définir les données de références ? quel est le niveau utile de segmentation ? l'entreprise ? l'industrie ? l'ensemble de la population ? A quelle fréquence renouveler les données de référence ?

Ces questions se posent d'autant plus qu'arrivent les algorithmes d'intelligence artificielle dans monde de l'assurance. En effet de nouvelles sources de données apparaissent comme détentrice de forte valeur informative et parfaitement exploitables dans des algorithmes avancés de Machine Learning. Typiquement, il est montré qu'en matière de garantie santé, en plus des données personnelles, au même titre que les données environnementales ou autres données liées à la consommation, constituent des sources d'informations désormais utiles à sa modélisation selon [PLANCHET and ROBERT \(2020\)](#). Dans ces modèles encore nouveaux mais inévitablement majoritaires à l'avenir, le risque de mauvaise qualité des données en entrée des modèles est défini à travers une gouvernance spécifique.

2.2.3 Implémentation, tests de fonctionnalités et risque d'implémentation

La norme de codage et les tests unitaires impliquent de retenir systématiquement un commentaire en plus de la description des contenus, afin de constituer une documentation technique complète du modèle, qui peut ainsi tracer les évolutions de celui-ci.

Les tests mis en œuvre lors de ces phases permettent ainsi de maîtriser le risque d'implémentation, qui se manifeste par un choix inadapté d'algorithmes pour la mise en œuvre des concepts de modélisation spécifiés, ainsi que des erreurs de codage

Les tests permettant de valider les fonctionnalités des modèles après la phase de codage recherchent avant tout, à mettre en évidence leur robustesse. En effet, pouvoir anticiper la phase de production des indicateurs implique de disposer d'un échantillon de données qui permettent de valider le comportement du modèle et ainsi de fixer son domaine de validité. Or celui-ci n'est pas toujours observable et ses limites ne sont pas toujours identifiables clairement. Afin de disposer d'une évaluation de la consistance des résultats et de la robustesse du modèle, il s'avère primordial de définir plusieurs types de tests, différents des tests unitaires, qui permettent de porter un avis sur son comportement global : Sensibilité, Non régression, Reproductibilité des résultats, Stress tests. Bien entendu, tous les éléments notables sont à insérer dans la documentations du modèle, pour consultation notamment lors de la phase de production des indicateurs.

La mise en œuvre des modèles en Assurance est basée sur des logiciels. Partant de là, le fait que la modélisation puisse contenir des erreurs est une hypothèse réaliste. Le risque d'implémentation est généralement sous-estimé, puisque le modèle est exploité par des actuaires et gestionnaires du risque ayant généralement des compétences informatiques limitées. Or, il peut être utile d'associer des compétences informatiques pour construire un dispositif plus efficace de maîtrise du risque d'implémentation. R. Panko notait déjà que le risque associé à la mise en œuvre d'outils de type Excel est fortement sous-estimé par les experts qui les implémentent, voir [PANKO \(1998\)](#). Notamment, les systèmes informatiques implémentés par l'utilisateur final, dont de nombreux outils Excel, sont difficiles à tester et à valider dans le cadre d'une gouvernance classique des modèles. D'une manière générale, le contrôle du risque d'implémentation des modèles ne repose pas sur une inspection détaillée et un examen direct du code informatique, mais bien sur la documentation des algorithmes et le code informatique utilisé pour la mise en œuvre. Ce contrôle peut également consister en une implémentation indépendante de divers tests fonctionnels.

Le processus d'implémentation doit prendre en compte le fait que la sélection des concepts et algorithmes est faite avec le concours des experts en modélisation. Il doit également présenter une approche de gestion de versions du modèle, qui permet notamment de suivre l'évolution des changements et des responsables sur les différentes versions du modèle. Ce processus est complété d'un dispositif de tests à plusieurs niveaux, tests de premier et de second niveaux.

L'objectif du dispositif de test est de vérifier les limites des algorithmes. De nombreux tests doivent être déployés, prenant en compte les limites conceptuelles des algorithmes et les plages de validité des données d'entrée.

En particulier, les back-testing ou tests d'adéquation des résultats doivent être prévus dans la mesure du possible. Toutefois, cette approche peut dépendre de la nature de l'entreprise modélisée et du modèle lui-même. Typiquement certains modèles d'assurance traitent des données à très basse fréquence, ce qui peut rendre moins utile le back-testing des résultats stochastiques, par exemple, les modèles CAT et l'apparition de catastrophes naturelles. L'alternative dans ce cas est de passer d'un modèle probabiliste à un modèle déterministe.

En général, seule une fraction des contrôles appliqués aux modèles traitent du contenu, la grande partie traitant du processus de modélisation. L'application de techniques d'ingénierie logicielle et de tests automatisés étendus ne peut garantir un logiciel exempt d'erreurs, mais il peut réduire considérablement le risque de mise en œuvre. Un poids plus important est accordé à ce deuxième axe du processus d'implémentation des modèles basés sur les algorithmes d'intelligence artificielle. Concrètement dans le cadre des algorithmes alternatifs en assurance basés sur l'intelligence artificielle, afin de réduire le risque inhérent à la phase d'implémentation, celle-ci intègre l'identification des limites technologiques, la définition des tests quantitatifs de validation, de même que l'information aux utilisateurs sur les domaines de validité, la qualité de données requises ou encore les corrections et améliorations

envisagées.

2.2.4 Production des indicateurs et le risque de résultats erronés

La phase de production a pour risque sous-jacent, le risque que les chiffres clés et statistiques produits par le modèle ne soient pas cohérents avec les objectifs fixés, ou qu'ils soient trop sensibles aux paramètres d'entrée. Ce dernier risque ne peut pas toujours être détecté lors de l'expression de besoin. L'analyse du risque de modèle permet alors de mettre en évidence, le fait que des données d'entrée et paramètres ne sont parfois qu'une grossière estimation et que la sortie est très sensible à ces données. Au-delà d'une certaine limite de sensibilité, on doit considérer le modèle en dehors de son domaine de validité.

La littérature et la pratique en entreprise établissent l'évidence que l'analyse du risque de résultats du modèle doit intervenir post-évaluation du risque des données d'entrée du modèle, qui doit être jugé acceptable.

Le point de départ en est la vérification que les personnes chargées de la production des résultats du modèle soient suffisamment qualifiées pour pouvoir interpréter les sorties du modèle dans le contexte des applications prévues, et bien évidemment, que leur connaissance des données utilisées soit bonne.

Le risque de résultats erronés se manifeste généralement lorsqu'il existe une incohérence entre les données d'entrée et la version du modèle utilisée, lorsque les résultats du modèle ne sont pas reproductibles ou encore lorsque plusieurs versions de modèles sont utilisées au cours d'un même exercice de production. Le processus de production des résultats doit intégrer un référencement des données de sortie par rapport aux données d'entrée du modèle y compris des générateurs de scénarios économiques lorsqu'il en existe pour le modèle. Notamment, des situations dans lesquelles certaines données d'entrée se retrouvent en dehors du domaine de validité du modèle doivent être identifiées en sortie.

La maîtrise du risque de modèle s'attèle également à s'assurer que le comportement dynamique du modèle reste sous contrôle, dans le domaine de validité de celui-ci. Ce point nécessite conjointement une expertise technique et une compréhension des exigences du métier. L'objectif global est de vérifier que les sorties sont cohérentes et significatives au regard des variations des entrées. Il est généralement admis qu'une mesure des sensibilités des chiffres clés de sortie au regard des données et paramètres d'entrée donne un bon aperçu de la dynamique d'un modèle. Ce mémoire décline au chapitre 5 une étude de sensibilité sur un modèle simplifié de calcul du capital économique d'un portefeuille d'assurance vie.

2.2.5 Interprétation des résultats et Risque de Reporting

Le risque de Reporting se traduit par des sorties du modèle incomplètes ou trompeuses et il est généralement révélé par des tests de cas d'usage (Use Case Tests). Lors d'un *Use Case Test*, on doit prouver que les sorties du modèle sont utilisées dans un processus de décision, par exemple, la tarification ou la planification commerciale. Bien que cette phase semble éloignée de l'étape d'implémentation des modèles, les résultats, lorsqu'ils sont détaillés, peuvent tout à fait révéler une situation de risque pour un expert (exploitant d'indicateurs modélisés). Or, si ces résultats sont condensés et synthétisés en quelques chiffres et statistiques clés communiqués aux dirigeants, sans détails, ils peuvent se prêter facilement à une mauvaise interprétation.

Le module d'analyse du risque de Reporting est donc crucial. Il fait l'objet d'une étude à part entière, bien que lié au module de production des résultats. Dans un dispositif cohérent pour ce module de risque, l'hypothèse est faite que le dispositif de contrôle du risque des résultats est en place, et que la question de savoir quels chiffres clés doivent être présentés dans le rapport est traitée. L'objectif est alors de s'assurer que la présentation des résultats qui constitue une étape importante avant la prise de décision par les dirigeants de l'entreprise, n'est pas trompeuse. Il s'agit de constituer le dispositif qui garantit que l'information, fournie dans les rapports et qui constituent un support quantitatif à la décision qui s'y fonde, est formulée de la manière la plus juste et adéquate. Le gestionnaire des risques doit s'assurer que sa présentation n'induisse pas la prise de mauvaises décisions. Ce point qui fait régulièrement l'objet de débats évoque notamment un défi de communication, amplifié par le fait que ceux qui construisent des modèles et ceux qui les examinent baignent généralement dans un contexte presque exclusivement quantitatif (actuaire, ingénieurs financiers, etc.), alors que les destinataires des rapports ont souvent une formation quantitative plus limitée. Cette situation évoque une problématique importante et le risque de mauvaise interprétation s'avère ainsi élevé : les utilisateurs finaux des modèles doivent produire et comprendre le rapport, puis le communiquer à des instances de décision parfois moins impliquées dans des problématiques quantitatives.

Et dans le cadre de modèles de risque, les Reporting d'indicateurs de risque doivent être reconnus comme une aide à la décision utile au pilotage des risques de l'entreprise ; et cette reconnaissance s'étend à l'ensemble de la chaîne décisionnaire au sein de l'entreprise. Toutefois le fait que certains utilisateurs ne soient alertés par les sorties du modèle que dans une mesure limitée crée une asymétrie à prendre en compte dans le dispositif de maîtrise du risque de Reporting. En effet ceux-ci sont enclins à minimiser les impacts du modèle dans les décisions. Lorsque les résultats du modèle sont favorables pour certains utilisateurs, ceux-ci sont enclins à donner un avis plus positif que si les sorties du modèle les mettent sous pression, ou encore lorsque la rémunération des gestionnaires est plus étroitement liée aux résultats produits indiqués dans les Reporting. Plus concrètement, le dispositif de contrôle doit s'assurer que les Reporting

- indiquent les versions de modèle et de données utilisées,
- précisent le domaine de validité et d'éventuels écarts de données par rapport à celui-ci,
- présentent des résultats communiqués à l'aide de mesures acceptées et facilement comprises par tous les utilisateurs finaux,
- précisent les erreurs d'estimation des paramètres et les différentes hypothèses de modélisation tout en indiquant les plages des résultats.

2.3 Cas particulier des modèles *Analytics**

Ce paragraphe est inspiré des récents travaux relevant la transformation digitale au sein des entreprises d'assurance, les modèles *Analytics* et l'analyse des risques inhérents à ces nouveaux outils. En particulier, l'ouvrage [PLANCHET and ROBERT \(2020\)](#) produit par la chaire DAMI[†], étend les principes d'analyse du risque de modèle aux cas des modèles *Analytics* ; par ailleurs le livre [DREYFUSS \(2018\)](#) également consulté expose les enjeux de la transformation digitale et les risques inhérents à celle-ci.

2.3.1 Contexte global de la révolution numérique en Assurance

L'utilisation de volumes de données plus importants ou Big Data, constitue une opportunité pour les compagnies d'assurance qui peuvent ainsi améliorer la gestion du risque à travers l'identification de facteurs de risque et l'implémentation de modèles de prévention de celui-ci. A titre d'exemple l'assureur du risque Santé pourrait grâce à une gestion de données massives, proposer des solutions préventives pour certaines affections ; grâce au temps de traitement de données qui s'améliore continuellement, il peut proposer des conseils pratiques en temps quasi réel et un accompagnement des assurées à plus forte valeur ajoutée.

Toutefois cette transformation technologique et les opportunités d'innovation qu'elle présente doit être menée dans l'intérêt des assurés, et doit renforcer la fidélité aux valeurs et à l'éthique de l'assurance.

Par ailleurs, la révolution numérique révèle un certain nombre de défis liés à la concurrence accrue du fait de l'arrivée de nouveaux acteurs en quête d'opportunités dans le secteur de l'assurance, l'accentuation ou l'apparition de nouveaux risques opérationnels de type cyber risque, la protection de données, ou encore des risques stratégiques et risques de réputation. Le tableau ci-dessous produit en 2018 par l'ACPR présente les principales opportunités pour les assureurs en place dans le contexte de la révolution numérique, ainsi que les défis à relever.

*. Modèles basés sur les algorithmes de Machine Learning manipulant des volumes de données plus importants, plus diverses et moins structurées (Big Data)

†. Data Analytics and Model for Insurance

Les principales opportunités et menaces de la révolution numérique pour le secteur de l'assurance

Opportunités Principales	Menaces principales
<ul style="list-style-type: none"> • Réduction de coûts, de sinistralité (tarification optimisée) • Différentiation par rapport aux concurrents (nouvelles offres, services personnalisés) • Rétenion accrue de clients (par amélioration de l'expérience client) • Revenus additionnels tirés des nouveaux risques garantis/écosystèmes couverts) • Nouvelles propositions de valeur, nouveau positionnement dans un service plus global 	<ul style="list-style-type: none"> • Pression sur les marges alors que simultanément d'importants investissements IT • Perte de parts de marché due à l'entrée de nouveaux acteurs à moindre <i>Legacy</i> • Sécurité informatique : cyber risque, protection des données • Hausse de sinistralité par insuffisante maîtrise des nouveaux risques • Perte de l'accès à la donnée client en devenant uniquement fournisseur du capital

Source : « La révolution numérique dans le secteur français de l'Assurance » ACPR Analyses et synthèses n°87 Mars 2018

TABLE 2.1

Ce contexte donne lieu au sein de compagnies d'assurance, à la mise en place de modèles de type *Analytics* dont la conception, l'implémentation, l'interprétation des résultats et la mise en place de la gouvernance globale constituent un enjeux pour les prochaines années.

2.3.2 Analyse du risque inhérent aux modèles *Analytics*

Risque de conception

En réalité la problématique de conception des modèles *Analytics* est identique à celle de la mise en place de modèles classiques d'indicateurs de risque. La définition de la finalité du modèle à implémenter est prioritaire sur le choix de l'approche de modélisation à mettre en place. Parmi les techniques les plus utilisées, le *Machine Learning* ou apprentissage automatique et apparenté à l'intelligence artificielle a le vent en poupe. Cette méthode permet à un algorithme d'apprendre de manière plus ou moins autonome, et de travailler moins lorsqu'il s'agira de résoudre un nouveau cas.

Alors que le *Machine Learning* cherche d'avantage à prédire des situations le plus précisément possible, les approches purement statistiques visent d'avantage à exprimer des probabilités et à expliquer les causalités et les inférences. Ces deux approches sont cependant complémentaires dans la mesure où la fiabilité des algorithmes de *Machine Learning* est renforcée par des techniques statistiques ; et cette complémentarité débouche sur la notion de *Data Science*.

Le dispositif de maîtrise du risque de conception de modèles de *Data Science* repose, de même, sur la mise en place d'un processus de documentation et de validation partagé entre

les experts métier qui sont les utilisateurs finaux du modèles, les experts informatiques et les experts en modélisation.

Risque de données

Selon les techniques de modélisation sélectionnées, il peut être nécessaire de faire une différenciation entre les données dites d'apprentissage et les données de validation de l'implémentation : on parle d'analyse supervisée.

Pour les méthodes non supervisées, il n'est pas nécessaire d'implémenter cette phase d'apprentissage, les ensembles des données sont utilisés directement pour la prédiction.

Il existe également les méthodes dites semi-supervisées, pour lesquelles une seule fraction des données d'apprentissage est accessible. Il existe 3 principaux type d'analyse de données développées en fonction des applications en présence :

- les méthodes de régression et de classification selon que le phénomène décrit est continu ou discret. Ces méthodes de traitement servent à prédire des situations à partir d'observations (analyse supervisée). Elles sont déjà utilisées pour la prédiction de survenance de risque, la tarification, le coût de frais de maladies etc.
- les méthodes de « *clustering* » ou de classification de données dans des environnements non supervisés. Dans ces cas le phénomène étudié n'est pas prédit, mais des tendances peuvent être observées (par exemple la classification des populations à risque en fonction de l'âge ou du niveau de revenus etc.).
- les méthodes dites de "réduction dimensionnelle" permettent de préparer, voire de simplifier les données en éliminant les variables explicatives redondantes ou très fortement corrélées, ou d'étudier les corrélations entre différentes variables.

L'implémentation de procédures de contrôle de la qualité de données est primordiale dans ce nouvel environnement de modélisation basé sur les algorithmes de *Data science*. Ces procédures doivent mettre en avant de nombreux critères et principes de qualité, conjointement validés entre toutes les parties prenantes à la construction des modèles :

- la complétude des données ;
- l'adéquation des données pour les applications à développer, que leur source soit interne à l'entreprise ou externe ;
- la revue indépendante et la mise en place d'un dispositif de contrôle de la qualité de données.

Risques d'implémentation et de résultats

L'utilisation de méthodes alternatives d'évaluation du risque, ou de modèles *Analytics* au sein des compagnies d'assurance s'accompagne de la mise en place d'un dispositif spécifique de contrôle. Celui-ci s'appuie fondamentalement sur une documentation précise, partagée et conjointement validée par les parties prenantes au processus de mise en place de ces modèles.

- la description des méthodes utilisées, les objectifs poursuivis, les hypothèses appliquées, limites d'utilisation des modèles implémentés et les résultats ;
- le domaine de validité du modèle ;
- la description et analyse du processus de supervision et d'évaluation de la méthode déployée ;

- l’analyse des incertitudes associées aux résultats
- la description des outils et programmes utilisés
- la description des procédures de validation des résultats, basés généralement sur la comparaison à d’autres modèles (classiques) ou à d’autres référentiels.

Concrètement, la mise en place d’un tel dispositif peut être limité par la disponibilité insuffisante d’expertise au sein des équipes, pour exercer les contrôles nécessaires, la validation, et l’implémentation des procédures qui gouvernent le gestion des modèles Analytics et le risque qui leur est inhérent. Cette situation doit être portée à l’attention des dirigeants de l’entreprise, qui sont garants des rôles et responsabilités y compris en cas de défaillance dont l’origine est un modèle Analytics.

Synthèse

Sept principes fondamentaux de tout dispositif de contrôle du risque inhérents aux modèles *Analytics* et algorithmes d’aide à la décision, sont introduits par [GARFINKEL et al. \(2017\)](#) :

1. La sensibilisation des publics sur la manière dont la prise de décision est automatisée.
2. L’accès aux algorithmes, systèmes d’alertes et la possibilité de revenir sur des décisions erronées.
3. La responsabilité des institutions et entreprises au regard des décisions prises basées sur les algorithmes
4. La logique suivie par les algorithmes, aussi complexe soit-elle, doit être expliquée par les entreprises qui les implémentent.
5. Les données d’apprentissage doivent être décrites et leurs biais doivent être analysés. Cette description et ces analyses doivent démontrer la transparence de l’entreprise sur les données utilisées.
6. Les modèles Analytics doivent garantir une piste d’audit jusqu’à l’étape de prise de décision. Ce principe est utile en cas de contrôle de conformité ou de traitement de certaines réclamations.
7. Les processus de tests et validation des modèles doivent être systématiques et rigoureux, et doivent faire l’objet d’une documentation non confidentielle.

La révolution numérique en cours impacte bien au delà de l’assurance, et va probablement conduire à une évolution de la réglementation dans ce secteur. En effet l’introduction d’algorithmes d’intelligence artificielle implique une évolution des pratiques, mais elle occasionne de même l’intensification de certains risques ou encore l’apparition d’autres :

- les risques opérationnels dont l’interdépendance des systèmes d’information, les risques de cybersécurité et ceux générés par le *Cloud Computing* vont gagner en sévérité, et nécessiteront de re-dimensionner les dispositifs de maîtrise actuellement en place.
- En parallèle, les risques d’exécution liés à la transformation digitale vont apparaître. En cause : des algorithmes et modèles *Analytics* sont mis en place sans formaliser suffisamment une gouvernance dédiée, et sans que les expertises requises pour maîtriser les enjeux techniques et opérationnels liés à ces outils ne soient largement disponibles au sein des compagnies.

Les compagnies d'assurance doivent donc s'engager dans la mise en place d'un dispositif de contrôle des risques, et d'une gouvernance qui s'adapte au mieux à ce nouvel environnement.

Chapitre 3

Intégration d'un dispositif de gestion du risque de modèle

La validation des modèles s'intègre dans un cadre global de gestion du risque au sein de l'entreprise. Elle implique les instances dirigeantes et s'applique à l'ensemble des étapes du cycle de vie du modèle décrites au chapitre 2. Le processus de validation s'appuie donc sur le dispositif de contrôle du risque inhérent au processus de mise en œuvre des modèles.

3.1 Cadre de définition du dispositif

Le modèle est défini comme étant toute méthode, système ou approche qui applique les statistiques, des concepts mathématiques, économiques ou financiers. Il traite des données d'entrée comme des données quantitatives et génère des sorties en suivant un processus calculatoire qui généralement, est une représentation simplifiée de la réalité.

A ce titre le risque de modèle est analysé d'une part, au travers de conséquences découlant d'erreurs d'implémentation ou de mauvaise qualité des données. Il se manifeste alors par les décisions fondées sur les résultats, de même que les rapports utilisant les sorties des modèles. D'autre part le risque de modèle peut être analysé au titre de l'incertitude inhérente au modèle lui-même, à travers les approximations successives des phénomènes ou processus modélisés.

Les conséquences du risque de modèle peuvent ainsi prendre la forme d'une mauvaise décision pouvant toucher à la réputation de l'entreprise, tout comme elle peuvent être d'ordre financier.

Le dispositif de gestion du risque de modèle s'articule autour de l'identification, la mesure et l'atténuation des conséquences ainsi que la mise en œuvre d'un contrôle permanent tel que synthétisé à la figure 3.1.

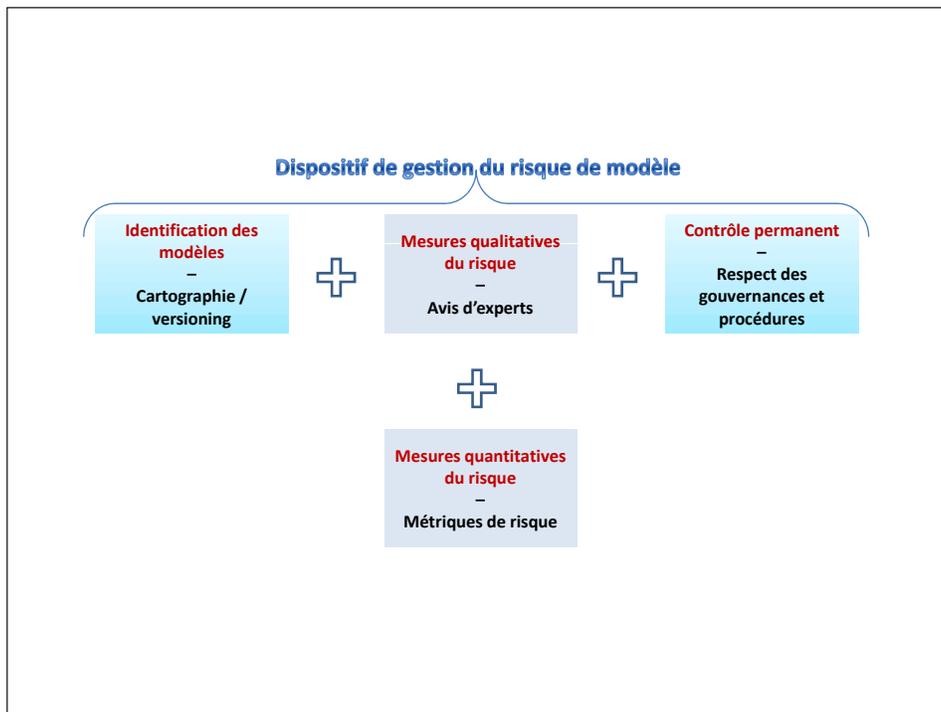


FIGURE 3.1 – Composantes du dispositif de gestion du risque de modèle

3.2 L'identification

Il s'agit de mettre en place et de maintenir une cartographie de modèles utilisés au sein de l'entreprise. Cette cartographie comprend la documentation officielle dont les spécifications des modèles et modules, rapports des contrôles indépendants visant entre autres, à identifier les différentes fonctionnalités et usages des modèles. L'historique des mises en production, décisions et recommandations ayant fait évoluer les modèles sont à prendre en compte.

3.3 La mesure

3.3.1 Évaluation qualitative du risque de modèle

Les mesures qualitatives généralement à dire d'experts sont actuellement les plus utilisées. Elles permettent d'attribuer une note au risque de modèle qui exprime la manière dont on appréhende l'impact sur l'entreprise d'une erreur ou d'une incertitude sur le résultat d'un modèle. Ces mesures reposent sur la portée et la fréquence d'utilisation du modèle, la complexité du modèle, la capacité des équipes à comparer et interpréter ses résultats etc. Parmi les éléments majeurs pris en compte dans cette évaluation on peut citer la qualité et l'exhaustivité de la cartographie, l'expertise associée au développement des modèles et la définition claire des rôles et responsabilités, l'avis des utilisateurs, la qualité des contrôles et le respect de la gouvernance du dispositif.

Modèles et jugement d'experts

Il apparaît généralement que, bien que les exigences en fonds propres soient sensibles aux jugements d'experts, ceux-ci constituent une partie nécessaire et incontournable dans le processus de modélisation. À cette fin, il est important que les entreprises identifient clairement où ce jugement intervient. Ce point est tout aussi important que le choix des facteurs de risque à modéliser ou le choix du modèle, qui ne doivent pas être sous-estimés.

Étant donné que dans certains cas le jugement d'expert est incontournable dans le processus de modélisation, il est primordial de porter un regard critique sur les pratiques de jugement d'expert au sein des compagnies d'assurance. Les principaux aspects pris en compte sont le champ d'expertise du jugement : il doit couvrir toutes les catégories objet de discussion, et en particulier le choix ou les facteurs de risque ou des modèles à implémenter. Il peut être pertinent dans certains cas, de choisir des experts indépendants (notamment lorsqu'il en manque au sein de l'entreprise).

En synthèse les équipes en charge des modèles doivent donc être conscients du choix judicieux des experts, garantissant leur indépendance et la bonne agrégation des jugements si plusieurs avis sont donnés. Toutefois, il n'existe pas d'approche parfaite ; les équipes doivent viser une meilleure coordination de tous les experts afin de s'assurer des spécifications les mieux adaptées aux modèles.

Modèles et Éthique

La réflexion sur le traitement de l'éthique spécifique aux choix de modélisation ou aux responsabilités des modélisateurs mérite d'être enrichie, au moment où de plus en plus de décisions du Management vont être motivées par les résultats de modèles. Jusqu'à présent les actuaires et ingénieurs financiers ou mathématiciens intègrent peu les notions d'éthique dans les modèles, dont le rôle est de plus en plus présent dans le pilotage des compagnies d'assurance. Dans ce cadre certaines associations et organisations professionnelles offrant des formations en gestion des risques et finance mathématique accentuent de plus en plus cette thématique. Par ailleurs, certaines entreprises comme BNP Paribas ont lancé de vastes programmes visant à déployer au sein de toutes leurs filiales un dispositif de formation et de contrôle sur l'éthique et le code de conduite.

On ne considère généralement pas que l'éthique mérite d'être intégrée dans les connaissances de base des actuaires spécialisés en modélisation, ce qui peut avoir des conséquences dans les modèles et les décisions prises à partir des résultats. On pourrait soutenir que l'éthique dans le domaine de la finance mathématique et modélisation actuarielle n'est pas pertinente puisque ceux qui développent ces modèles ne s'engagent généralement pas en première ligne, ou ne sont pas directement consultés dans les décisions qui engagent l'entreprise ; or il apparaît que les résultats des modèles sont de plus en plus pris en compte dans les décisions des dirigeants, et le risque que des sujets liés à l'éthique voient le jour est donc de plus en plus important.

Parmi les enjeux éthiques identifiés aux modèles quantitatifs actuariels ou financiers, on peut citer la prise en compte de la stabilité du marché dans les algorithmes, la vente à découvert, l'arbitrage réglementaire, l'égalité des genres, la non discrimination des lois de règlement, ou encore les principes de négociation. Généralement, on adopte une approche « large » de l'éthique et l'optimisation du résultat financier reste le principal objectif à atteindre.

3.3.2 Évaluation quantitative

Il n'est pas simple de décliner une mesure quantitative du risque de modèle, au-delà des mesures relatives à l'incertitude ou à la sensibilité intrinsèque des modèles. Dans ce mémoire les chapitres 4 et 5 présentent quelques métriques issues de la théorie de la mesure du risque et fondées sur la sensibilité ou l'interdépendance entre entrées et sorties du modèle.

3.4 Le contrôle permanent tout au long de la chaîne de modélisation

Compte-tenu du rôle de plus en plus central des modèles mathématiques au sein des entreprises, il doit être mis en place un dispositif de contrôle robuste. Celui-ci doit garantir un respect ferme des processus de mise en place des modèles, eux-mêmes formalisés dans une documentation suivie et maintenue à jour. Et comme indiqué au paragraphe 2.2, pour être efficace, le contrôle permanent des processus de modélisation doit pouvoir être déployé au sein même de chaque module du risque de modèle. En effet appliquer une approche modulaire calquée sur les modules constitutifs du risque de modèle permet au gestionnaire, de décliner un cadre de gestion plus précis et robuste. L'élément clé du dispositif de contrôle permanent porte sur la définition et la documentation des critères de validation des modèles. Cette validation permet d'assurer via une approche modulaire, le contrôle de chaque étape du processus de modélisation.

Critères de validation des modèles

Tous les modèles ne sont pas destinés à des fins réglementaires. Toutefois, il est utile pour les entreprises qui dédient aux modèles une large utilisation dans la prise de décision, de définir un processus unique de leur validation, qui devrait relever la pertinence du modèle, et sa cohérence globale de la phase de conception et la définition des objectifs, à la production des indicateurs attendus. La validation des modèles consiste ainsi, en l'analyse et l'évaluation du risque inhérent à chaque étape de son cycle de vie, la définition et la mise en place d'un dispositif qui permet de maintenir sous contrôle ce risque. D'un point de vue global sous la norme Solvabilité II, de nombreux critères sont à prendre en compte dans le cadre de la validation de modèles. Ceux-ci peuvent s'appliquer à l'ensemble des modèles développés pour divers usages au sein de l'entreprise d'assurance :

- La qualité des méthodes statistiques mises en œuvre :
Les méthodes statistiques doivent prendre en compte entre autres, l'adéquation des techniques statistiques et actuarielles avec les indicateurs recherchés, la cohérence

avec les dispositions techniques internes ou réglementaires, des hypothèses réalistes, la capacité à justifier ces hypothèses, l'exactitude, l'exhaustivité et la pertinence des données à jour ou encore la non-prescription de distributions particulières etc.

— La calibration :

Une étape importante dans la mise en œuvre des modèles. Cette étape est particulièrement utile, puisqu'elle permet de prendre en compte, les écarts entre les résultats du modèle et la réalité, lorsque celle-ci est observable. La calibration peut être mise à jour sur la base d'un échantillon de données d'entrée. Sous Solvabilité II par exemple, la calibration des méthodes statistiques peut reposer sur les niveaux d'exigences en fonds propres exprimés en termes probabilistes, et non sur la capacité à survivre à un test de résistance spécifique.

— L'analyse des résultats :

Celle-ci est portée par les risques à couvrir, notamment dans le cadre de modèles réglementaires, doit être menée sous le prisme de la variance par rapport à l'historique ou aux prévisions.

— La mise en place d'un cycle de validation :

Elle repose sur la surveillance des performances, la pertinence des spécifications, les tests sur les résultats par rapport à l'observation ou l'expérience. Pour cela un processus statistique efficace démontrant la pertinence des spécifications doit être construit ; les méthodes statistiques doivent pouvoir s'appliquer aux nouvelles données et informations importantes ; l'analyse de la stabilité du modèle, de la sensibilité des résultats, de l'exactitude, de l'exhaustivité et de la pertinence des données doivent intégrer ce processus de validation.

— La documentation adéquate

Elle fait partie du processus de validation des modèles. Celle-ci doit permettre de vérifier l'adéquation de la théorie sous-jacente des méthodes développées ainsi que les hypothèses. Elle doit également montrer les limites et l'historique des évolutions successives des modèles.

3.5 Gestion de l'incertitude future

Lorsqu'en 2003 Donald Rumsfeld alors secrétaire d'État à la Défense Américaine, évoquait au sujet des armes de destruction massive en Irak que "*[...] there are also unknown unknowns - the ones [things] we don't know we don't know*", que l'on traduit par *des inconnues inconnues*, c'est-à-dire des choses que nous ne savons pas que nous savons pas, il faisait mention avec habileté à la théorie de l'incertitude future inhérente aux organisations et aux décisions.

La théorie de l'incertitude dont l'un des pionniers est F. Knight (voir son livre *Risk, Uncertainty and Profit* publié en 1921), est largement développée dans la littérature scientifique en économie notamment. Une des thématiques clés dans cette théorie est la mise en œuvre de moyens de la réduction de cette incertitude. Dans la revue d'analyse économique **BOUVIER-PATRON (1996)** présente en 1996 une analyse détaillée de cette question de réduction d'incertitude au sens de F. Knight, applicable au cadre de développement de modèles comme outils de pilotage des organisations. Dans cette analyse, il interprète notamment la question de la réduction d'incertitude comme « *un processus de transformation de cette incertitude imputable aux opinions et aux actes en termes de risques mesurables* ». Knight définit l'incertitude dans le cadre des organisations, comme *l'acte effectué par le décideur, d'évaluation d'une situation non encore survenue dans le but de prendre sa décision*. Or, Cette évaluation est généralement appuyée par des modèles.

Dans les organisations pour lesquelles des modèles constituent des outils d'aide au pilotage et à la décision des dirigeants, la réduction de l'incertitude des modèles est capitale, et place le facteur humain au centre de ce processus : mise en place des modèles par des experts et prise de décision par les dirigeants après jugement. Il s'agit tout d'abord de déterminer les décisions qui se révéleront ex post les meilleures, mais aussi de mettre en place la meilleure organisation de l'activité de modélisation à travers un dispositif d'appui aux décisions prises et afin d'assurer leur réalisation. En effet il est nécessaire pour les dirigeants de prendre en compte la complexité et l'incertitude du monde économique dans le but d'évaluer une situation future (ou l'anticiper) de manière à s'y adapter le mieux possible. Cette complexité et cette incertitude doivent être prises en compte dans le cadre des modèles, afin de réduire l'incertitude des modèles et rendre compatible la réalisation d'une fin recherchée en adaptant les moyens à cette fin. En effet le dispositif de gestion du risque devra proposer une organisation proportionnelle aux risques modélisés, et à travers une socialisation de l'incertitude par concentration de ressources spécialisées. Par conséquent la réduction de l'incertitude consiste à rechercher sa transformation en risque, et à garantir que ceux qui ont la faculté de décider en incertitude ont une bonne compréhension des enjeux et des options résultant des modèles.

3.6 Conclusion

Le dispositif de gestion du risque de modèle repose généralement sur des mesures qualitatives appuyées par des avis d'experts. Or, analyser quantitativement le risque de modèle n'est pas simple, car il n'est pas possible d'extraire une mesure limitée à chacun des modules présentés au chapitre 2. Le but recherché dans la suite est donc d'évaluer une multitude d'états du modèle, afin d'en obtenir des mesures de sensibilité. Celles-ci permettent de conclure sur l'adéquation du modèle au regard de ses entrées et sorties.

Chapitre 4

Analyse quantitative du risque de modèle

Quantifier les risques est une préoccupation essentielle des actuaires dans l'exercice de leur métier. De nombreux outils de mesure de risque sont présents dans l'ensemble de la chaîne actuarielle, notamment dans le calcul de primes, la détermination et l'allocation du capital de solvabilité, l'évaluation d'un contrat de réassurance, l'estimation d'une perte ou d'une probabilité de ruine etc. Les mesures de risque sont au cœur de toute opération visant la maîtrise du risque.

Comme indiqué au paragraphe [3.3.2](#) il n'est pas simple de décliner une mesure quantitative permettant de mesurer le risque inhérent à chaque module du processus de modélisation. Afin de décliner une métrique de risque, nous faisons donc le choix dans cette étude de focaliser sur des mesures relatives à l'incertitude ou à la sensibilité intrinsèque des modèles dans l'intégralité du processus.

L'exemple d'application choisi et présenté au chapitre [5](#) est un modèle actuariel Actif-Passif simplifié qui favorise la génération d'un polynôme comme forme réduite, plus réaliste pour mener la phase de tests itératifs de mesure de sensibilité.

4.1 Théorie d'estimation du risque

On considère les variables aléatoires X représentant des risques. Une mesure de risque ρ est définie comme une application sur l'ensemble des variables aléatoires qui prend ses valeurs dans \mathbb{R} , et dont la valeur représente le montant nécessaire pour que ce risque devienne acceptable. Ce qui se traduit mathématiquement par

$$\rho(X) = \inf\{r : X - r \in A_\rho\}, \quad (4.1)$$

où A_ρ est l'ensemble d'acceptation, c'est-à-dire l'ensemble des risques qui peuvent être considérés comme acceptables du point de vue économique, ou par le régulateur dans un contexte actuariel.

Quatre axiomes permettent d'établir la cohérence d'une mesure du risque ainsi définie :

1. L'*invariance par translation* : Pour toute constante c ,

$$\rho(X + c) = \rho(X) + c;$$

2. L'*homogénéité positive* : Pour toute constante positive c ,

$$\rho(cX) = c\rho(X),$$

en particulier $\rho(0) = 0$;

3. La *monotonie* : Pour tous risques X et Y définis sur le même espace de probabilité,

$$\mathbb{P}(X \leq Y) = 1 \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y);$$

4. La *sous-additivité* : Pour tous risques X et Y définis sur le même espace de probabilité,

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

Plusieurs familles de mesures de risque sont présentées dans la littérature de la théorie du risque. Les mesures usuelles les plus utilisées par les praticiens sont :

- La *Value at Risk* de seuil α est le quantile d'ordre α de la distribution de X

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X \leq x) \geq \alpha\} \quad (4.2)$$

La VaR n'est pas une mesure cohérente car elle ne satisfait pas la propriété de la sous-additivité. Elle vérifie toutefois, pour toute fonction croissante et continue ψ , la propriété suivante :

$$VaR_\alpha(\psi(X)) = \psi(VaR_\alpha(X)).$$

En pratique, le principal inconvénient de la VaR est son incapacité à fournir l'information sur le comportement du risque au-delà de sa valeur.

- La Tail Value at Risk(TVaR) avec un niveau de confiance α est définie comme une moyenne des VaR dépassant la $VaR_\alpha(X)$:

$$TVaR_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_\kappa(X) d\kappa. \quad (4.3)$$

La TVaR est une mesure cohérente pour tous les risques de distribution continue. Elle représente la plus petite mesure cohérente majorant la VaR, et elle fournit l'information sur le comportement du risque et l'épaisseur de la queue de sa distribution.

- La Conditional Tail Expectation(CTE) est définie par

$$CTE_\alpha(X) = \mathbb{E}[X|X > VaR_\alpha(X)], \quad (4.4)$$

La CTE et la TVaR coïncident pour les risques de distribution continue.

- La Conditional VaR(CVaR) est définie par

$$CVaR_\alpha(X) = \mathbb{E}[X - VaR_\alpha(X)|X > VaR_\alpha(X)] = CTE_\alpha(X) - VaR_\alpha(X) \quad (4.5)$$

- L'Expected Shortfall(ES) est définie par

$$ES_\alpha(X) = \mathbb{E}[(X - VaR_\alpha(X))_+] = CVaR_\alpha(X)\mathbb{P}(X > VaR_\alpha(X)) \quad (4.6)$$

Généralement en assurance, l'espérance et la variance sont des mesures de risques limitées dans leur utilisation. Toutefois elles peuvent s'avérer utiles, notamment pour certaines sous-catégories du risque de modèle, pour lesquelles la formalisation quantitative sous l'une des mesures évoquées plus haut n'est pas évidente. En effet l'acceptabilité d'un point de vue économique n'étant pas toujours évidente à définir ou à justifier pour certaines catégories, d'autres critères peuvent être énoncés pour celles-ci. Dans ce mémoire, nous nous attachons à proposer une approche quantitative de mesure du risque de modèle, basée sur des mesures de sensibilité. Cette démarche ne s'étendra pas à la théorie de dépendance qui relève des analyses multivariées et qui vise à agréger ces mesures en une seule en fonction de la structure du modèle.

4.2 Généralité sur l'analyse de sensibilité

Dans le cadre de l'utilisation de modèles mathématiques, recours classique de représentation simplifiée de systèmes complexes, il arrive que ces représentations atteignent elles-mêmes une telle complexité qu'il devient difficile d'en maîtriser finement les résultats.

La cause principale de cette complexité est liée au fait que de multiples fonctionnalités intégrées aux modèles interagissent, à l'instar de modèles Actif-Passif en Assurance.

De tels modèles sont alors caractérisés par :

- une incertitude sur certains paramètres et données d'entrée, souvent attribuée à des erreurs de mesure ou au fait qu'il s'agit des résultats de modèles amont. Cette incertitude introduit de la variabilité dans le modèle et contribue ainsi à réduire sa consistance.
- un nombre important de fonctionnalités intégrées, associé à un nombre important d'entrées et de paramètres, tendent à complexifier l'interprétation des résultats, en présence notamment d'interactions entre ces fonctionnalités ou encore en présence de corrélation entre paramètres utilisés.

L'analyse de sensibilité est une composante essentielle dans la mise en place, l'interprétation et la validation de modèles complexes. Elle permet de proposer un compromis entre fidélité à la réalité qui engendre souvent de la complexité, et la simplification qui facilite l'interprétation de ses résultats, voir [SALTELLI et al. \(2004\)](#) et [SALTELLI et al. \(2008\)](#).

L'analyse de sensibilité favorise la compréhension des impacts des variations des entrées sur la sortie du modèle. A ce titre, elle permet :

- d'évaluer la robustesse du modèle en prenant en compte la contribution des paramètres d'entrée à l'incertitude du modèle ;
- de décliner des indicateurs de risque liés à l'utilisation du modèle et de certains paramètres d'entrée.

Ce chapitre [4](#) présente plusieurs approches d'analyse de sensibilité des modèles, qui seront appliquées à un modèle simplifié Actif-Passif en assurance au chapitre [5](#). Tout d'abord les mesures d'importance et indices de Sobol sont introduits. Puis la déclinaison de la sensibilité des modèles à partir de mesures de risque est présentée, ces mesures seront interprétées comme des métriques quantitatives du risque de modèle. La démarche développée dans ces travaux est inspirée des travaux de Pesenti, Tsakanas et Millossovich, publiés dans les articles [PESENTI et al. \(2018, 2019\)](#) et [TSANAKAS and MILLOSOVICH \(2016\)](#).

4.3 Mesures d'importance et Indices de Sobol

Généralement le modèle est représenté par un système entrées-sorties

$$Y = g(X),$$

où X et Y représentent respectivement le vecteur de données d'entrée et la sortie du modèle, le modèle étant lui-même représenté par g .

En considérant $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ la suite de v.a.r d'entrées et Y la v.a.r sortie du modèle, l'étude de la variation de la réponse du modèle revient dans un premier temps à

définir initialement une mesure d'importance d'une variable X_i définie, sur la variabilité de la sortie. On définit la mesure d'importance par

$$I_i = \sqrt{V(Y) - E(V(Y|X_i))},$$

qui devient

$$I_i = \frac{V[E(\log Y|X_i)]}{V(\log Y)}$$

où $V(\cdot)$ est la variance et $E(\cdot)$ l'espérance. Plus tard la mesure du rapport de corrélation est proposée par [MCKAY \(1997\)](#)

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V(Y)}$$

Elle exprime la contribution de X_i dans le modèle, mesure la dispersion de Y due à la variation de X_i , et correspond à l'indice de Sobol de 1^{er} ordre.

L'indice de Sobol est largement utilisé comme mesure de sensibilité, il dérive de la décomposition de la variance de la sortie en fonction des entrées et traduit la variance globale du modèle.

Les indices d'ordre supérieur prennent en compte l'interaction entre deux, trois ou plus d'entrées X_i , X_j ou X_k etc. On définit par exemple l'indice d'ordre 2 comme

$$S_{ij} = \frac{V[E(Y|X_i, X_j)] - V[E(Y|X_i)] - V[E(Y|X_j)]}{V(Y)}$$

L'indice de Sobol total associé à X_i exprime la mesure d'influence de cette entrée, en incluant l'effet de ses interactions avec les autres variables du modèle :

$$S_i^T = 1 - \frac{V[E(Y|X_{[1:p]\setminus i})]}{V(Y)}$$

Les méthodes de calcul des indices de Sobol sont largement exposées dans la littérature. Parmi les méthodes d'évaluation proposées, on distingue la méthode de Monte Carlo, la méthode FAST qui repose sur la décomposition de Fourier ou encore l'application de polynômes de chaos.

4.4 Analyse de sensibilité et mesures de risque

Il est bien connu que dans le cadre d'utilisation des modèles, la décision prend généralement en compte les mesures de risque qui sont associées aux sorties. Etant donnée l'impossibilité d'évaluer quantitativement et unitairement le risque inhérent à chaque module du cycle de vie des modèle complexes, on doit prendre en compte le lien existant pour un modèle quantitatif, entre l'incertitude des entrées, celle des sorties et des mesures de risque. Il existe notamment une méthode d'analyse de sensibilité basée sur les dérivés de la mesure du risque sur la sortie du modèle, en fonction des entrées. Cette approche relie explicitement via une sensibilité globale du modèle les analyses de sensibilité et d'incertitude.

Certaines entrées du modèle étant incertaines, on peut faire appel aux méthodes d'analyse globale de sensibilité. Une approche innovante et récente a été présentée par [PESENTI et al. \(2019\)](#) et repose sur une **analyse de sensibilité** dite « *inverse* ». Cette approche est conceptuellement différente des méthodes historiques proposées dans la littérature, car elle part d'une variation de la sortie du modèle pour identifier les entrées les plus influentes à travers une mesure de sensibilité.

Cette approche est réalisée en 3 étapes : on considère un modèle constitué de plusieurs entrées aléatoires et une sortie (également aléatoire) :

Etape 1 : Un choc est appliqué à la sortie, traduisant ainsi une variation à la hausse ou à la baisse de la mesure de risque en sortie du modèle. La mesure de risque étudiée est ici la VaR. Le choc à réaliser doit être tel qu'il permette de sortir du domaine de validité du modèle, c'est-à-dire lorsque celui-ci n'est plus apte à l'aide à la décision.

Etape 2 : On mesure la probabilité associée au choc, c'est-à-dire la probabilité qui indique que la mesure de risque en sortie du modèle est choquée. Cette probabilité peut être obtenue analytiquement pour la mesure de VaR, implémentable par une approche Monte Carlo.

Etape 3 : La distribution des entrées est alors examinée. Lorsqu'on observe une variation substantielle de la distribution d'une entrée en particulier, on conclut alors que le modèle est sensible à celle-ci. L'analyse s'étend à la dépendance statistique entre les entrées. Cette approche permet de classer les entrées du modèle selon leur influence sur les sorties, ce qui permettrait ainsi d'identifier les distributions des entrées du modèle qui le mettent en dehors du domaine de validité.

4.5 Mise en œuvre de l'analyse de sensibilité inverse

On considère un espace mesurable (Ω, \mathcal{A}) et on note \mathcal{P} l'ensemble des mesures de probabilité sur (Ω, \mathcal{A}) .

Une variable aléatoire Z sur (Ω, \mathcal{A}) a une distribution $F_Z^Q(\cdot) = Q(Z \leq \cdot)$ sous $Q \in \mathcal{P}$, et une espérance $E^Q(\cdot)$.

Dans cette analyse on se sert de la mesure de divergence de Kullback-Leibler (ou KL-divergence) comme indicateur d'écart entre deux mesures de probabilité Q^1 et Q^2 . Elle est interprétée comme étant l'entropie relative de Q^1 par rapport à Q^2 , positive et généralement non symétrique telle que

$$D_{KL}(Q^1||Q^2) = \begin{cases} \int \frac{dQ^1}{dQ^2} \log\left(\frac{dQ^1}{dQ^2}\right) & \text{si } Q^1 \ll Q^2 \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$$

Ces dernières années, les mesures de risque basées sur les quantiles sont devenues incontournables en assurance, notamment par la réglementation Solvabilité II. Parmi celles-ci, les mesures de risque les plus couramment utilisées pour les modèles de calcul d'exigence en capital et fond propre sont la VaR et la CVaR.

En considérant notre v.a.r univariée Z la mesure de risque de la *VaR* de niveau $\alpha \in [0, 1]$ est définie comme

$$VaR_\alpha^Q(Z) = F_Z^{Q,-1}(\alpha) = \inf\{z \in \mathbb{R} | F_Z^Q(z) \geq \alpha\},$$

en considérant que $\inf \emptyset = +\infty$.

Dans le cadre de notre étude nous nous limiterons à la mesure de risque de la VaR, largement utilisée en Assurance.

La *CVaR* ou *VaR* conditionnelle de niveau α peut quant à elle, être déclinée à partir de la VaR :

$$CVaR_\alpha^Q(Z) = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_u^Q(Z) du = \frac{1}{1-\alpha} E^Q \left((Z - VaR_\alpha^Q(Z))_+ \right) + VaR_\alpha^Q(Z).$$

4.5.1 Problématique

On considère une fonction $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, qui à un vecteur aléatoire d'entrée $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ défini sur l'espace mesurable (Ω, \mathcal{A}) , associe une sortie $Y = g(\mathbf{X})$.

On appellera modèle *de base* la fonction g avant application de stress. Ce modèle est caractérisé par le triplet $(\mathbf{X}, g, P \in \mathcal{P})$. La probabilité P est considérée comme une indication de la confiance en la distribution de X , et par simplification du formalisme sous la probabilité P on note $F_Z(\cdot) = F_Z^P(\cdot)$; et $E^P(\cdot) = E(\cdot)$. L'écriture de la VaR se simplifie également par $VaR_\alpha(\cdot) = VaR_\alpha^P(\cdot)$.

Soit $Q \in \mathcal{P}$ une mesure alternative de probabilité associée au modèle alternatif (\mathbf{X}, g, Q) , on définit la densité de Radon-Nikodym (RN) comme une variable aléatoire non négative ζ sur (Ω, \mathcal{A}) telle que $E(\zeta) = 1$ et $\zeta = \frac{dQ^\zeta}{dP}$, où Q^ζ est la mesure de probabilité absolument continue par rapport à P , et ayant une RN-densité ζ .

La problématique d'analyse de sensibilité inverse a pour point de départ, la définition d'un stress (choc) important sur la distribution de la sortie du modèle. On désigne par (\mathbf{X}, g, Q) le modèle dont la distribution des sorties est stressée (ou fortement perturbée, encore appelé modèle modèle stressé) avec une mesure de probabilité stressée $Q \in \mathcal{P}$. De plus Q présente une KL-divergence minimale par rapport à P si, sous Q , la sortie Y vérifie la contrainte sur la VaR (voir paragraphe 4.5.2 et la proposition 2), et si Q (probabilité de stress) est solution de l'équation 4.7

$$\min_{Q \in \mathcal{P}} D_{KL}(Q||P), \text{ t.q les contraintes sur la distribution de } Y \text{ sous } Q \text{ sont maintenues.} \quad (4.7)$$

4.5.2 Contraintes sur la VaR

Nous considérons le problème d'optimisation 4.7 sous une contrainte sur la mesure de risque VaR appliquée à la sortie Y .

Proposition 1 *Soit $0 < \alpha < 1$ et $q \in \mathbb{R}$ tels que $VaR_\alpha(Y) < \text{ess sup } Y^*$, on considère le problème d'optimisation suivant*

$$\min_{Q \ll P} D_{KL}(Q||P), \text{ t.q } VaR_\alpha^Q(Y) = q. \quad (4.8)$$

*. on définit pour une v.a Z de distribution F , le supremum essentiel sous la mesure de probabilité Q par $\text{ess sup}^Q Z = F_Z^{Q,-1}(1)$

Il existe une solution à [4.8](#) si et seulement si $P(q - \epsilon < Y < q) > 0, \forall \epsilon > 0$. Cette solution a une densité RN

$$\zeta = \frac{\alpha}{P(Y < q)} \mathbb{1}_{\{Y < q\}} + \frac{1 - \alpha}{P(Y \geq q)} \mathbb{1}_{\{Y \geq q\}}.$$

L'hypothèse $P(q - \epsilon < Y < q) > 0, \forall \epsilon > 0$ limite le choix arbitraire de q . Toutefois, la forme ζ dans la proposition [2](#) a du sens dès lors qu'elle est la solution d'un problème d'optimisation dans lequel la contrainte $VaR_\alpha^Q(Y) = q$ est remplacée par $Q(Y < q) = \alpha$.

La densité RN ζ de la solution à l'équation [4.8](#) est une fonction non décroissante de Y puisque $\alpha \leq P(Y \leq VaR_\alpha(Y)) \leq P(Y < q)$. Ainsi donc sous la mesure de probabilité stressée, les sorties adverses du modèle seront associées à une probabilité d'occurrence plus élevée.

Remarque Soit $VaR_\alpha(Y) < q < \text{ess sup } Y$ le stress pour lequel la fonction de distribution de Y sous la probabilité P est croissante et continue au voisinage de q , et tel qu'il existe une solution à l'équation [4.8](#) pour tout q dans ce voisinage, alors la densité RN $\zeta(q)$ est continue sous P p.s.. Par conséquent la mesure de probabilité $Q^{\zeta(q)}$, solution de [4.8](#), converge vers $Q^{\zeta(q)}$, ce qui implique que les modèles stressés restent robuste dans le cadre de stress sur la VaR.

La forme explicite de la densité RN de la proposition [2](#) permet d'implémenter aisément le changement de mesure de probabilité en simulation Monte Carlo. On note que la densité RN est une fonction de Y dans la mesure où $\zeta(\omega) = \eta(Y(\omega)), \omega \in \Omega, \eta$ étant une fonction.

Le processus d'implémentation suivant est proposé :

1. préparer M échantillons de scénarios multivariés $x^{(1)}, \dots, x^{(M)}$ du vecteur d'entrée \mathbf{X} sous P . Puis calculer $y^k = g(x^{(k)}), k = 1, \dots, M$;
2. calculer $\zeta^{(k)} = \eta(y^{(k)}), k = 1, \dots, M$.
3. en déduire l'estimation des distributions de la sortie ainsi que celles des entrées sous la mesure de probabilité de stress Q :

$$F_Y^Q(y) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \zeta^{(k)} \mathbb{1}_{\{y^k \leq y\}}, y \in \mathbb{R} \text{ pour la sortie univariée}$$

et

$$F_{X_i}^Q(x) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \zeta^{(k)} \mathbb{1}_{\{x_i^k \leq x\}}, x \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n \text{ pour les entrées du modèle.}$$

Ce processus (élaboration de la distribution des entrées sous la mesure de probabilité stressée) s'apparente à un échantillonnage d'importance de poids $\zeta^{(k)}$. Par ailleurs cette approche permet de stresser le modèle sans avoir à re-simuler les scénarios sous la probabilité de stress Q . Le coût informatique est donc de $M(n+1)$ simulations, pour M scénarios Monte Carlo et n facteurs d'entrée du modèle.

4.5.3 Déclinaison de la mesure de sensibilité des modèles

L'équation [4.8](#) permet d'estimer la sensibilité de la mesure de risque VaR de seuil α de la sortie du modèle par rapport aux différentes entrées.

Afin de produire un classement des entrées du modèle, il est nécessaire d'introduire une mesure formelle d'importance notamment pour des modèles disposant d'un nombre important de variables à l'instar de modèles actuariels. Une mesure de sensibilité quantifie les variations des distributions des variables d'entrée des modèles sous la mesure de probabilité de stress de la VaR_α de la sortie, par rapport au modèle de base.

La mesure de sensibilité permet ainsi de capter l'étendue de l'impact sur une variable aléatoire affectée par une contrainte sur la distribution de base, c'est-à-dire un changement de la mesure de probabilité.

Definition 1 Soit Q^ξ une mesure de probabilité de stress avec une densité RN $\xi = \frac{dQ^\xi}{dP}$, la sensibilité d'une variable aléatoire V au changement de la mesure de probabilité est donnée par

$$\Gamma(V, \xi) = \begin{cases} \frac{E(V\xi) - E(Z)}{\max_{\psi \stackrel{d}{=} \xi} E(V\psi) - E(V)} & \text{si } E(V\xi) \geq E(Z) \\ -\frac{E(V\xi) - E(Z)}{\min_{\psi \stackrel{d}{=} \xi} E(V\psi) - E(V)} & \text{sinon.} \end{cases}$$

On adopte ici la convention $\pm \frac{\infty}{\infty} = \pm 1$ et $\frac{0}{0} = 0$.

Dans cette définition de $\Gamma(V, \xi)$, le numérateur $E(V\xi) - E(Z)$ traduit la croissance de l'espérance de V sous la probabilité de stress. Le dénominateur normalise cette différence par le max (ou le min) de la croissance de l'espérance de V dans l'ensemble des probabilités de stress de densité ψ égale en distribution à ξ . Ceci permet de fixer les bornes de la mesure de sensibilité dans l'intervalle $[-1; 1]$, sachant que $\Gamma(V, \xi) = 1$ ou $\Gamma(V, \xi) = -1$ indiquent que le stress de la mesure de probabilité produit une effet maximal sur la variable V , avec un impact positif ou négatif respectivement.

En considérant que $\operatorname{argmax}_{\psi \stackrel{d}{=} \xi} E(V\xi) = \xi_{|V}$ et $\operatorname{argmin}_{\psi \stackrel{d}{=} \xi} E(V\xi) = \xi_{|V^y}$, alors on a la

possibilité d'obtenir immédiatement la mesure de sensibilité : dans un contexte de simulations Monte Carlo, elle est obtenue par tri des échantillons de ξ dans le même ordre que les échantillons de V (resp. dans l'ordre opposé). On déduit de la relation $\psi \stackrel{d}{=} \xi$ que, si les éléments de ξ représentent un schéma particulier des poids de scénarios Monte Carlo, alors ψ représente des vecteurs de même poids, mais potentiellement affecté à des scénarios différents.

Definition 2 Soit Q^ζ une mesure de probabilité de stress avec une densité RN $\zeta = \frac{dQ^\zeta}{dP} = \eta(Y)$, η étant une fonction non décroissante. Pour une variable d'entrée X_i du modèle dont la sortie est Y , on définit la mesure de sensibilité inverse par

$$\Gamma_i = \Gamma(X_i, \zeta).$$

Ici, $\zeta = \eta(Y)$ peut être obtenu comme solution du problème d'optimisation [4.8](#). Dès lors Γ_i indique l'étendue de l'impact du stress sur l'espérance de la variable d'entrée X_i . Sachant que pour $E(X_i\zeta) \geq E(X_i)$ on on peut écrire $\Gamma_i = \frac{Cov(X_i, \zeta)}{\max_{\psi \stackrel{d}{=} \zeta} Cov(X_i, \psi)}$, ce qui montre que la le mesure de sensibilité inverse peut être comprise comme une mesure de dépendance entre X_i et Y .

Bien que pertinente pour l'analyse de sensibilité des modèles y compris en Actuariat et en Finance, la mesure de sensibilité inverse peut néanmoins connaître certaines limites. En effet appliquer un stress sur la distribution de la sortie du modèle Y peut conduire à un changement substantiel dans la distribution du facteur d'entrée X_i . Or, cette perturbation de la distribution de X_i ne mène pas toujours à une déviation importante dans la distribution de la sortie Y . Cet écart est théoriquement possible et a été appelé *dissonance probabiliste* par [COOKE and VAN NOORTWIJK \(1999\)](#).

Cela a motivé l'introduction de la mesure de sensibilité dite « directe », qui met l'accent sur le changement de l'espérance de Y suite à la perturbation de la distribution de l'entrée du modèle X_i . Cette mesure de sensibilité n'a pas été intégrée dans cette étude, mais le lecteur pourra trouver sa définition et ses propriétés dans [PESENTI et al. \(2019\)](#).

Proposition 2 *Quelques propriétés de la mesure de sensibilité inverse sont :*

1. $-1 \leq \Gamma_i$
2. $\Gamma_i = 0$ si X_i et Y sont indépendantes
3. $\Gamma_i = 1$ si (X_i, Y) constitue un couple de variables aléatoires comonotones.
4. $\Gamma_i = -1$ si (X_i, Y) constitue un couple de variables aléatoires contrecomonotones.
5. $\Gamma_i \geq 0$ si (X_i, Y) sont positivement quadrant dépendants
6. $\Gamma_i \leq 0$ si (X_i, Y) sont négativement quadrant dépendants

Une application de ces méthodes à la problématique d'évaluation du risque de modèle est proposée au prochain chapitre.

Chapitre 5

Analyse de sensibilité d'un modèle Actuariel simplifié

L'analyse de sensibilité constitue un moyen d'évaluation quantitative du risque de modèle. En effet il est important pour cela, de pouvoir classer l'importance relative des variables d'entrée sur la variabilité des sorties. Cette démarche permet d'assurer la qualité des contrôles du caractère raisonnable des résultats, et aboutit généralement à l'identification des domaines de raffinement du modèle.

La déclinaison et l'analyse de métriques quantitatives du risque de modèle n'est pas une pratique courante en entreprise, principalement du fait de la grande complexité des modèles exploités, notamment en assurance. Dans ce chapitre, la démarche proposée repose sur des mesures spécifiques, dont l'approche par la variance déclinée à travers des indices de Sobol, et l'approche par les VaR à travers la sensibilité inverse.

Afin de pouvoir déployer les méthodes numériques envisagées, il est nécessaire de générer une forme réduite du modèle ALM simplifié, par exemple, un polynôme. L'objectif principal est de permettre l'exploitation massive de méthodes Monte Carlo, afin de déterminer ainsi à faible coût, une estimation fiable des dépendances entre sorties et entrées sélectionnées du modèle.

Dans le cadre de l'étude menée, la sortie du modèle qui est prise en compte est le BE[†]. Notre démarche est constituée successivement des étapes suivantes :

1. identification des données d'entrée simulées et implémentation du modèle simplifié d'interactions Actif/Passif ;
2. construction d'une cartographie des entrées les plus significatives sur la base d'indica-

†. Best Estimate

- teurs de type indice de Pearson et déclinaison d'un modèle proxy de type polynomial ;
3. première analyse de sensibilité à base d'indices de Sobol ;
 4. application des méthodes de sensibilité inverse basées sur des chocs de VaR de la sortie du modèle proxy et évaluation de sensibilité ;
 5. discussion de la pertinence des mesures de sensibilité pour ce type de modèle.

5.1 Description du modèle et données d'entrée

L'une des spécificités de l'assurance vie réside dans le lien étroit qui existe entre :

- la performance financière constatée à l'actif,
- la revalorisation des contrats par le biais de la participation aux bénéfices,
- le comportement de rachats des assurés.

Par conséquent la mise en place de modèles Actif-Passif visant à représenter les interactions qui existent entre l'actif et le passif de l'assureur pour le calcul du Best Estimate est requise. De plus, la nécessité de prendre en compte différents scénarios économiques futurs permet à l'assureur d'avoir une meilleure estimation des coûts des options et différentes garanties financières dont bénéficient les assurés.

Formulation du *Best Estimate* selon Solvabilité II

L'article 77 de la Directive Solvabilité II introduit le concept de *Best Estimate* pour désigner la valorisation économique des engagements de l'assureur envers l'assuré. Il le définit comme la « *moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente* ». Cette valorisation doit impliquer l'évaluation des options et garanties proposées par l'assureur dans ses contrats : rémunération minimale de l'épargne, rachats... Il s'écrit de la manière suivante :

$$BE(0) = \sum_{t>0} \frac{F_t}{(1+r_t)^t},$$

avec F_t les flux de trésorerie de l'année comptable t , et r_t le taux sans risque de maturité t . Or, l'approche stochastique repose sur la projection des variables économiques et financières sur un grand nombre de scénarios, en utilisant un générateur de scénarios économiques dans un univers risque neutre *. Dans le cadre de notre étude, les variables suivantes sont projetées au sein d'un même scénario et constituent les entrées du modèles d'interactions Actif-Passif simplifié :

- La performance des actions selon le modèle de Black-Scholes ;

*. Cette hypothèse est matérialisée par une évaluation cohérente des variables économiques avec les prix de marché et qui ne dépend pas des primes de risque des actifs

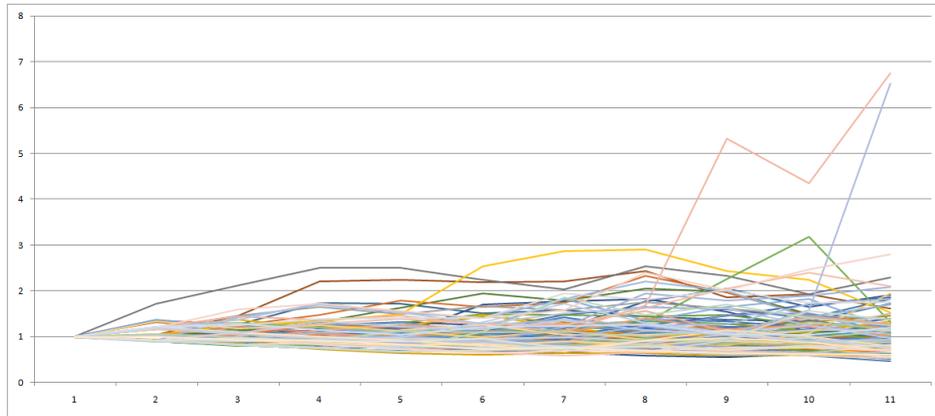


FIGURE 5.1 – Faisceau du rendement action projeté (100 scénarios)

- Le niveau des taux d'intérêt obtenu selon le modèle de Hull-White. Il permet par exemple de revaloriser les instruments monétaires, ou de déterminer les coupons d'une obligation.

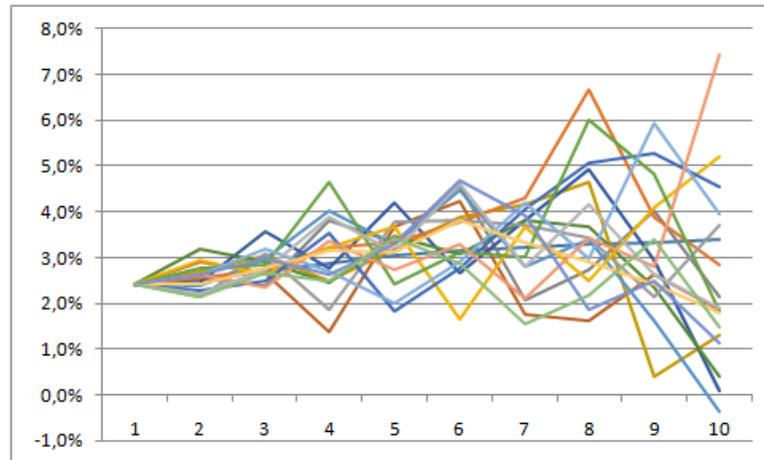


FIGURE 5.2 – Projection du taux 10 ans (20 premiers scénarios)

La construction des scénarios est hors du périmètre de cette étude. Les générateurs de scénarios économiques sont en général des solutions de marché mises à disposition par des éditeurs spécialisés. Dans ce mémoire nous avons utilisé un extrait des scénarios générés par Moody's Risk Integrity. Toutefois certaines compagnies d'assurance comme BNP Paribas Cardif ont fait le choix de construire leur propre générateur de scénarios économiques, en se servant de l'expérience sur leur portefeuille pour sélectionner de manière adéquate les modèles de projection à implémenter et les règles de calibrage à mettre en œuvre.

Description du modèle utilisé simplifié mais réaliste

Grâce aux scénarios économiques fournis en entrée du modèle, le calcul du *Best Estimate* simule l'évolution des actifs selon la stratégie financière de l'assureur à savoir : la stratégie d'investissement, la politique de gestion de participation aux bénéfices et les provisions qui

interagissent chaque année pour impacter le portefeuille.

Les principales hypothèses du modèle simplifié qui a été utilisé sont décrites ci-après.

Le portefeuille en *Run off** de l'assureur est constitué de 385 polices d'assurance vie ayant une PM[†] initiale totale de 500 millions d'euros, et il est projeté sur 10 ans par pas de 1 an.

Parmi les options qui lui sont offertes, l'assuré a la possibilité d'effectuer des versements sur son contrat, ou de récupérer tout ou partie de son capital à travers les rachats partiels ou totaux. Son capital est garanti, et sa revalorisation dépend de la performance des investissements de l'assureur dont il bénéficie à travers la PB[‡].

Hypothèse H1 - Allocation cible à l'actif et participation aux bénéficiaires : l'allocation cible de l'assureur est constituée de $q_r = 80\%$ d'obligations, $q_a = 15\%$ d'actions et $q_c = 5\%$ de cash. Les assurés perçoivent immédiatement une participation aux bénéficiaires à hauteur de $Taux_{PB} = 95\%$ des rendements financiers. Ces hypothèses restent inchangées tout au long de la projection. Si il dispose d'un TMG[§], l'assuré percevra au minimum une revalorisation de son capital égale à ce taux, quelle que soit la performance des investissements de l'assureur. Dans nos hypothèses le TMG est fixé à $TMG = 0,3\%$. Il est pris équivalent au taux de frais de gestion sur encours prélevé par l'assureur $TFGSE = 0,3\%$.

Hypothèse H2 - Fonds propres : $FP = 50$ millions d'euros.

Hypothèse H3 - Provisions : pour notre modèle simplifié, la provision prise en compte est la provision mathématique.

Hypothèse H4 - Prestations : elles sont constituées des décès et les rachats, sont versées fin d'année, et sont revalorisées au taux servi l'année précédente. Les taux annuels de mortalité sont définis par la table de mortalité TH00-02 (voir figure 5.3), construite à partir de la table INSEE 2000-2002, pour la population masculine. Il existe également une table TF00-02 pour la population féminine. Il s'agit des tables réglementaires pour les contrats d'assurance vie.

Les taux de rachat structurel sont définis via une table d'expérience, voir figure 5.4. On observe un pic de rachat au cours de la première année de contrat (dynamique de rétractation courante en assurance vie), puis un pic de rachat au bout de 8 ans (du fait des taxes plus avantageuses), un niveau de rachat constant sur la période 2 à 7 ans et un second pour le reste de la vie du contrat.

*. On n'admet pas de nouvelle souscription durant la phase de projection

†. Provision Mathématique

‡. Participation aux bénéficiaires

§. Taux Minimum Garanti

Quant aux rachats conjoncturels, ils sont induits par les écarts observés par les assurés, entre l'évolution des marchés financiers (en particulier des taux d'intérêts qui indiquent le taux attendu) et les taux servis par l'assureur. Un indicateur réaliste du taux attendu par les assurés est le Taux Moyen des emprunts d'État (*TME*). Le taux servi étant le taux de PB servi l'année précédente.

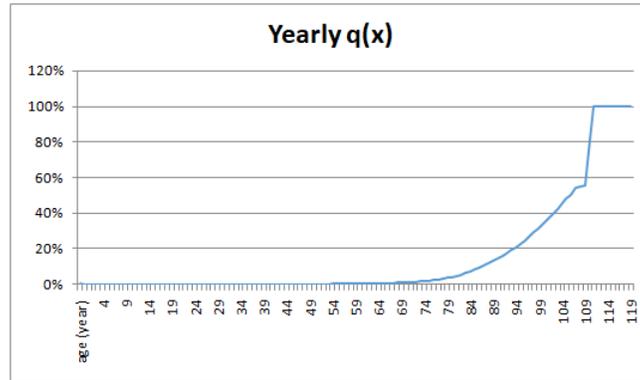


FIGURE 5.3 – Taux de mortalité utilisé

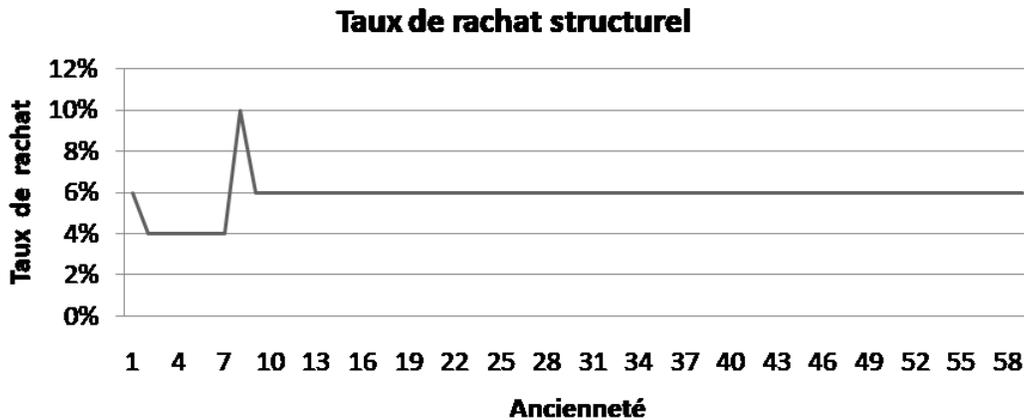


FIGURE 5.4 – Taux de rachat structurel utilisé

Les produits financiers

En fin d'année t les produits financiers obtenus suite à la stratégie financière sont constitués des coupons, des revenus de trésorerie, des gains ou pertes de vente d'actions et des gains ou pertes de la vente d'obligations. On considère que la trésorerie est rémunérée annuellement au taux zéro coupon. Et par simplification le taux de rendement de l'actif ($TRA(t)$) pour l'exercice t se calcule par le rapport des produits financiers de l'année sur la valeur de marché. Enfin le taux servi cible est obtenu par la formule suivante :

$$Taux_{servi}(t) = \max(Taux_{PB} \cdot TRA(t), TMG)$$

Revalorisation des passifs et calcul du *Best Estimate* (BE)

La revalorisation de la provision mathématique prend en compte le taux de frais de gestion sur encours (*TFGSE*) et le taux servi (*Taux_{servi}*).

$$PM_{fin}(t) = \max [0, (PM_{fin}(t-1) \cdot (1 - TFGSE) - Prestations_{deces+rachats}(t)) \cdot (1 + Taux_{servi}(t))] \quad (5.1)$$

La Moyenne pondérée des flux futurs prend en compte les scénarios économiques à travers la formule suivante

$$BE = \sum_{N_{sc}} \frac{1}{N_{sc}} \sum_{t=1}^T \frac{Prestations_{deces+rachats}(t)}{(1 + ZC(0, t))^t} \quad (5.2)$$

avec $ZC(0, j)$ le taux zéro-coupon pris à la date $t = 0$ de maturité $t = j$, et N_{sc} le nombre de scénarios économiques projetés.

5.2 Résultats du modèle simplifié en scénario central

5.2.1 Convergence du *Best Estimate*

Le calcul du Best Estimate devant rester réaliste, le choix a été fait de mesurer la convergence du modèle en observant la stabilité du résultat par rapport au nombre de scénarios. Cette convergence est nécessaire car elle contribue entre autre, à réduire les fuites du modèle ou perte de valeur entre l'actif initial et le projeté.

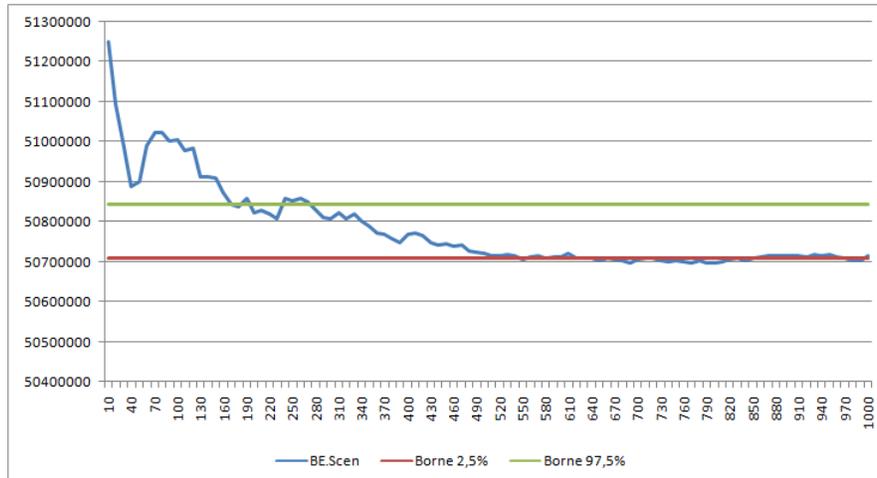


FIGURE 5.5 – Convergence du *Best estimate* selon le nombre de scénarios

D'après la figure 5.5, le résultat du *Best Estimate* se stabilise dès lors que nous avons atteint 500 scénarios économiques. L'intervalle de confiance de ces valeurs de BE a été construit en utilisant la méthode Bootstrap. Un tirage aléatoire (avec remise) de 50 échantillons de 10 valeurs est réalisé et retirant les 100 premiers scénarios qui apparaissent éloignés de la zone de convergence. Une moyenne de chaque échantillon est calculée, puis l'intervalle de confiance à 97,5% est obtenu. En valeurs de *Best Estimate* cet intervalle est [507 086 636 euros ; 508 427 444 euros].

En projetant 500 scénarios, on obtient un résultat dans cet intervalle.

5.2.2 Analyse de la valorisation du portefeuille

Au début de chaque simulation, le modèle calcule les montants de prestations rachat et décès avant la stratégie financière. Puis il procède au calcul des nouvelles valeurs des actifs en fonction des scénarios. Ensuite, les prestations sont payées puis l'actif rebalancé, pour s'assurer que l'allocation cible est respectée. Pour cela on va réaliser des investissements et desinvestissements des différentes classes d'actifs. Enfin, le modèle calcule la revalorisation de la PM assurée.

Sur le premier scénario les résultats sont présentés à la figure 5.1.

	Année 0	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Année 6	Année 7	Année 8	Année 9	Année 10
TFGSE		0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%
TMG		0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%	0,30%
Taux de PB		95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%	95%
TRA		2,49%	2,61%	2,79%	2,99%	3,33%	3,51%	3,65%	3,78%	3,81%	11,04%
Taux cible		2,36%	2,48%	2,65%	2,84%	3,17%	3,33%	3,47%	3,59%	3,62%	10,49%
Montant Rachats	0	27,3	27,3	27,0	27,9	51,3	53,2	53,9	52,0	43,2	196,4
Montant Décès	0	0,1	2,6	2,7	2,8	3,0	2,9	2,8	3,2	2,5	0,0
PM avant PB	0	472,6	452,4	432,5	411,9	368,0	322,4	275,4	228,9	190,4	0,0
PM fin (avec PB)	500	482,3	462,2	442,6	422,3	378,5	332,1	284,0	236,1	196,4	0,0

TABLE 5.1 – Valorisation de la PM Scénario 1 (tous les montants exprimés en MEur)

Dans ce scénario, la PM des assurés est toujours revalorisée au taux cible servi, celui-ci affichant un niveau supérieur au TMG fixé à 0,3% tout au long de la projection. Dans ce modèle simplifié, la PM est consommée au travers de prestations décès et rachat. En fin de projection à T=10, la PM est entièrement rachetée (voir figure 5.6).

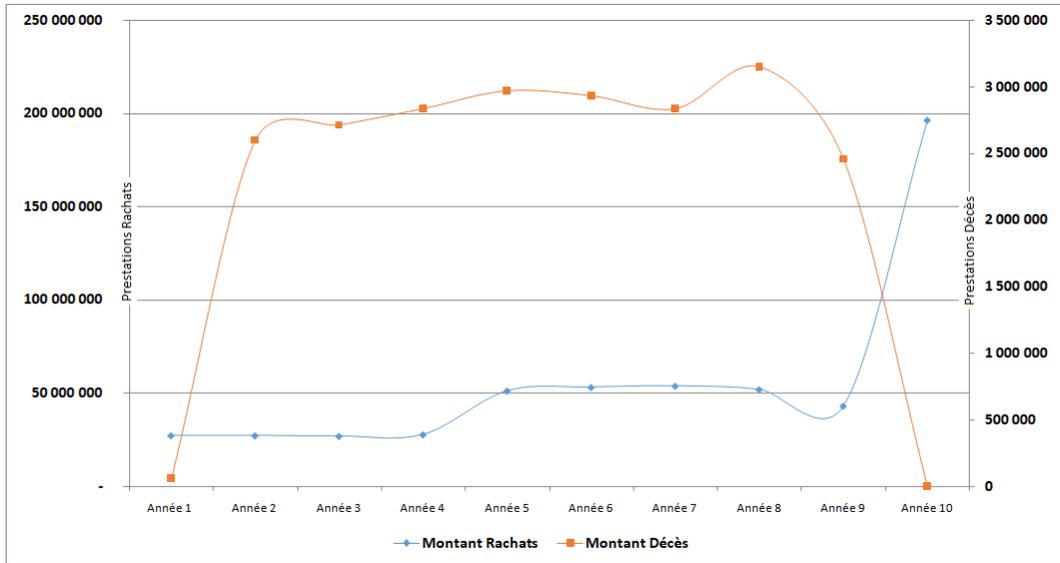


FIGURE 5.6 – Projection des prestations Décès et Rachats (Scénario 1)

5.3 Construction d'un modèle Proxy

La mise en place d'un modèle Actif Passif sous la forme d'un proxy (modèle polynomiale), permet de disposer d'un outil certes approximatif, mais facile à calibrer et à utiliser afin de prédire quasi-instantanément, par exemple, le niveau des engagements de l'assureur. Ce type d'outil permet également de se rapprocher des modèles *Analytics* généralement polynomiaux. Enfin, ils offrent la possibilité d'évaluer la sensibilité du *Best Estimate* par rapport à certaines variables bien sélectionnées.

5.3.1 Méthodologie

Dans l'article publié en 2019, [MERIGUET et al. \(2019\)](#) montrent qu'il est possible de réduire à une forme plus classique d'un polynôme, sous certaines hypothèses, un modèle complexe estimant le *Best estimate* d'un portefeuille d'assurance vie. Les termes du polynôme sont expliqués par des facteurs de risque sélectionnés de manière empirique.

Parmi les transformations mises en œuvre pour arriver à réduire la forme du modèle, il apparaît que la représentation de la courbe de taux sous une forme quantifiable est une étape pré-requise. Puis on procède à la sélection des variables en observant leur corrélation au *Best Estimate*.

5.3.2 Approximation de la courbe de taux

La forme quantifiable de la courbe de taux qui a été retenue par MERIGUET et al. (2019) est une représentation selon le modèle de NELSON and SIEGEL (1987). Ce modèle propose une représentation paramétrique de la courbe de taux de la forme

$$f(t, T) = \beta_0(t) + \beta_1(t)\exp(-T/\lambda(t)) + \beta_2(t)\exp(-T/\lambda(t)),$$

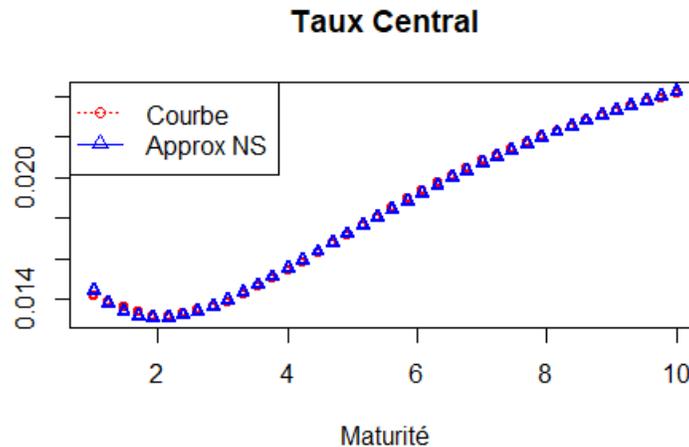
Dans cette expression, β_0 représente le taux long terme, β_1 la différence entre le taux court instantané et le taux long, β_2 correspond à la courbure et λ au paramètre d'échelle. Ces paramètres sont à estimer.

Le choix de ce modèle est généralement motivé par sa flexibilité, qui lui confère une capacité intéressante d'approximation de la forme générale de la courbe, tout en réduisant sa représentation à 4 paramètres. La table 5.2 présente les différents paramètres obtenus pour la courbe approchée (taux central). L'écart global entre la courbe initiale et la courbe de taux approchée est également proposée dans ce tableau, sous la forme de l'erreur quadratique moyenne RMSE*.

Courbe de taux	β_0	β_1	β_2	λ	RMSE
Central	0,02065274	0,03417911	-0,04713839	1,66086618	9,646747e - 05

TABLE 5.2 – Paramètres du modèle de Nelson Siegel pour les courbes de taux central, choc *Up* et choc *Down* - Ecart RMSE

Les tables 5.2 et 5.3 confirment le fait que le modèle de Nelson Siegel capte bien la complexité de la courbe de taux, au regard du niveau de l'écart global faible obtenu par rapport à la courbe initiale. Les figures 5.7, 5.9 et 5.10 le confirment graphiquement.



*. Root-Mean-Square-Error

FIGURE 5.7 – Courbe de taux central et approximation *Nelson Siegel* (Maturité en Années)

5.3.3 Sélection des paramètres du modèle

Définitions des sensibilités

Dans le cadre de cette étude, différentes sensibilités sont réalisées, celles-ci portent à la fois sur le passif et l'actif. Ces sensibilités permettent de mesurer les impacts sur le BEL de différents facteurs de risque. De cette mesure d'impact seront déclinés les paramètres à utiliser pour le modèle proxy.

Choc Action

De nombreux chocs sont opérés sur les actions, soit à la hausse, soit à la baisse. Ce choc sera appliqué à la valeur de marché initiale des actions. Les chocs vont de -50% à 0 , par pas de 10% . Tous les autres paramètres du modèle étant identiques au scénario central, nous observons sur la figure 5.8, que le *Best Estimate* décroît quasi linéairement vers la valeur du scénario central.

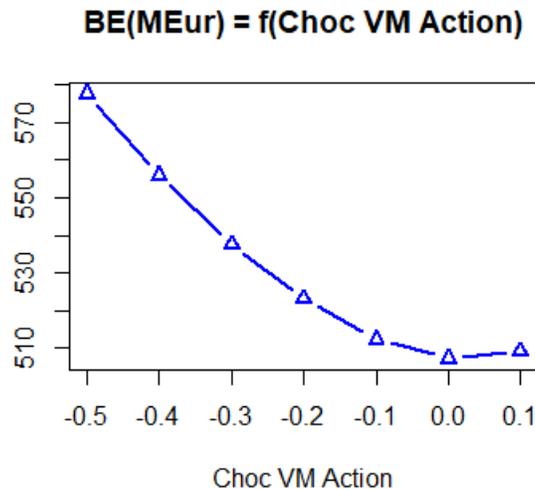


FIGURE 5.8 – Évolution du BE en fonction du choc de la VM Action sur le domaine sélectionné

Dans un premier temps ce choc est monodirectionnel, c'est-à-dire qu'aucun autre choc sur un facteur de risque différent ne sera actionné simultanément.

Choc de taux

Le but de ce choc est de mesurer la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant la courbe des taux d'intérêt. Le choc de taux peut impliquer une diminution des taux d'intérêt et une réduction des revenus, des profits et donc induire une incapacité de l'assureur à servir le taux cible et la PB. Le choix a été fait d'appliquer deux chocs : un choc à la hausse (Up) et un choc à la baisse ($Down$), selon les modalités définies par l'ACPR pour les calculs de SCR de taux dans la table 5.4. Pour chaque taux dont la maturité est indiquée dans la courbe, le décalage est défini dans la table 5.4.

Ces différents chocs sont matérialisés au travers des paramètres du modèle de *Nelson Siegel* :

Courbe de taux	β_0	β_1	β_2	λ	$RMSE$
Choc Up	0,03511473	0,04489942	-0,06049311	1,47340541	2,270259e - 04
Choc Down	0,00344726	0,03237934	-0,03156547	2,82013996	2,665787e - 05

TABLE 5.3 – Paramètres du modèle de *Nelson Siegel* pour les courbes de taux choc Up et choc $Down$ - Ecart $RMSE$

Maturité en années	Choc à la hausse	Choc à la baisse
1 ou moins	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%

TABLE 5.4 – Chocs à hausse et à la baisse de la courbe de taux

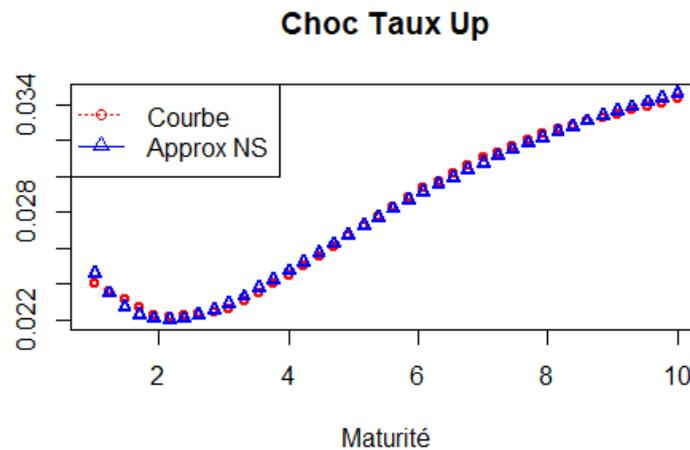


FIGURE 5.9 – Courbe de taux choc Up et approximation *Nelson Siegel* (Maturité en Années)

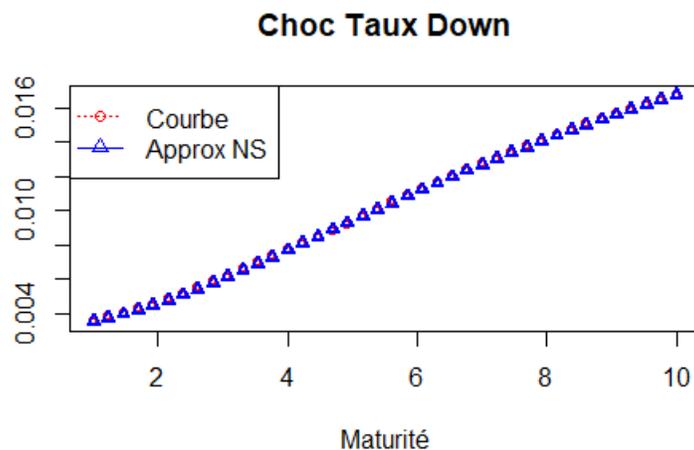


FIGURE 5.10 – Courbe de taux choc *Down* et approximation *Nelson Siegel* (Maturité en Années)

Dans le modèle simplifié étudié une part majoritaire des actifs dont dispose l'assureur est investie en obligations à taux fixe ; voir le tableau 5.5 pour la composition du portefeuille d'actifs.

MP	TYPE	VM	VNC	NOMINAL	MATURITE	DUR_TX_VAR	COUPON_TX	SPREAD
1	TAUX_FIXE	100	100	100	10		0,023	0
3	ACTION	100	100					
5	CASH	5	5					

TABLE 5.5 – Description Actif. On rappelle que l'allocation d'actif est la suivante : Obligations 80% - Action 15% - Trésorerie - 5%

Autre facteur de risque

Afin de prendre en compte le pilotage de la PB par l'assureur, la sensibilité à la variation du taux de PB est étudiée. Pour cela on fait varier celui-ci de 90% à 95%. On observe une évolution linéaire du *Best estimate* en fonction du taux de PB. Dans le cadre de notre modèle simplifié le niveau de TMG est généralement faible en comparaison avec le taux de rendement des actifs, qui définit donc le niveau de re-valorisation des prestations des assurés, créant ainsi un lien quasi proportionnel entre BE et taux de PB.

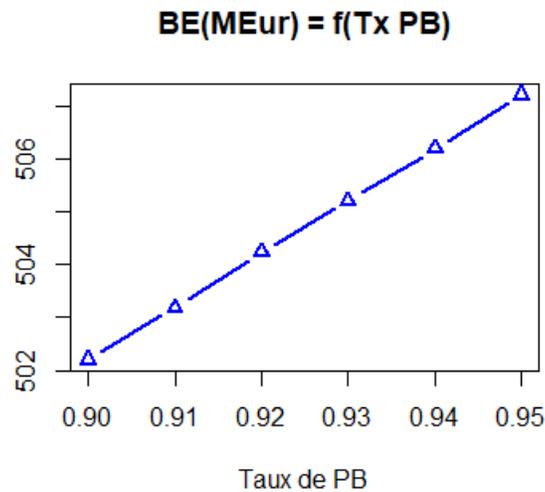


FIGURE 5.11 – Évolution du BE en fonction du taux de PB

Afin de procéder à la sélection des variables à utiliser dans le modèle, une étude de corrélation entre le *Best Estimate* et des facteurs de risque est réalisée. Pour cela le coefficient de corrélation de Pearson, qui mesure une dépendance linéaire entre deux variables est utilisé. L'objectif est ici d'évaluer les colinéarités entre facteurs de risque et ensuite d'identifier les plus significatifs pour le *Best Estimate*. La matrice de corrélation entre facteurs de risque est représentée en figure [5.12](#).

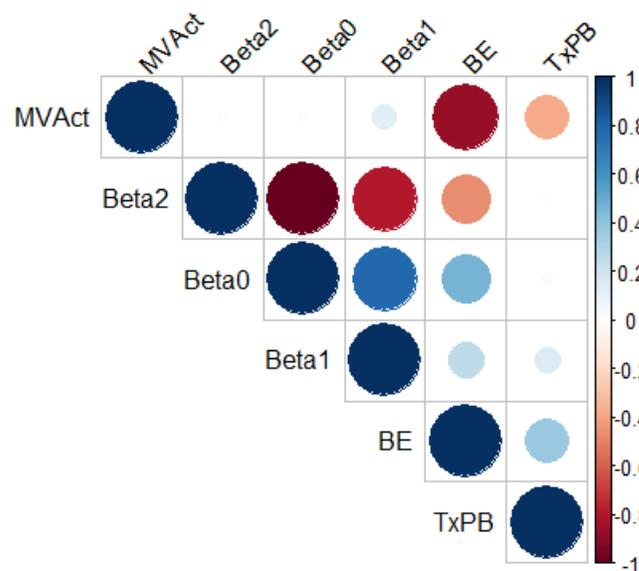


FIGURE 5.12 – Représentation des coefficients de corrélation linéaire des facteurs de risque

Les corrélations positives sont affichées en bleu et les corrélations négatives en rouge, l'inten-

sité de la couleur et la taille des cercles étant proportionnelles aux coefficients de corrélation indiqués sur la légende.

On observe que les variables explicatives du *Best Estimate* selon la corrélation linéaire, sont les 3 paramètres β_0 , β_2 et *MVAct*, le paramètre β_1 présente un coefficient de corrélation faible. Or dans la présente étude la faible influence du facteur modélisant les taux longs β_1 , se justifie notamment par le faible horizon de projection limité à 10 ans. De même on constate que la corrélation entre le *Best Estimate* et le taux de PB est relativement faible, mais plus importante que celle avec le paramètre β_1 .

Calibration du modèle proxy

Dans le but de conserver un modèle simple, les chocs croisés ne sont pas pris en compte dans cette étude. Les variables sélectionnées pour construire le proxy sont donc :

- la valeur de marché des actions : *VMact* ;
- les paramètres de Nelson siegel : β_0 , β_1 et β_2
- le taux de PB : *TxPB*

La forme générale du modèle proxy de notre modèle Actif Passif simplifié est la suivante :

$$\text{Best Estimate} = x \cdot \text{VMact} + y \cdot \text{TxPB} + a_0 \cdot \beta_0 + a_1 \cdot \beta_1 + a_2 \cdot \beta_2 + \epsilon \quad (5.3)$$

Dans cette expression x , y , a_0 , a_1 et a_2 sont des constantes et ϵ une variable aléatoire gaussienne centrée en 0.

Le modèle est calibré en utilisant une approche de régression linéaire multiple. Deux modèles sont testés. Dans le premier (*Proxy 1*), le paramètre β_1 est exclu en prenant en compte sa faible corrélation avec le BE. Dans le deuxième modèle (*Proxy 2*) tous les paramètres sont intégrés sauf β_2 qui est exclu car il sur-paramètre le modèle. Les caractéristiques sont décrites dans la table [5.6](#) ci-après.

Le signe du coefficient associé à une variable indique le sens de l'effet de cette variable sur *Best Estimate*. Pour nos deux modèles, les coefficients associés à la valeur de marché initiale Action sont négatifs ; cela signifie que toutes choses égales par ailleurs, augmenter ce paramètre dans le domaine d'étude sélectionné, va avoir tendance à réduire le *Best Estimate*, il en est de même du paramètre β_1 du Proxy 2. La tendance est inversée pour les autres paramètres, dont les coefficients sont positifs dans les deux Proxys.

La qualité de la régression (au regard des données), est mesurée par le coefficient de détermination (R-Squared ou R2), qui se définit comme la part de variation du *Best Estimate* expliquée par des variations des variables explicatives. Pour les deux modèles le R2 est à un bon niveau à 95%. Afin de prendre en compte le nombre de variables explicatives incluses dans la régression, Le R2 ajusté est mesuré à un niveau de 92,7%, ce qui indique une bonne

Paramètres	Proxy 1	Proxy 2
x	-1,4191***	-1,4191***
y	126,4794	126,4794
a_0	6087,3252	1920,7135**
a_1		-132,9175
a_2	4618,7725	
ϵ	597,0958	469,9693**
R^2	0,9492	0,9492
R^2 ajusté	0,9267	0,9267
Écart-type résiduel	6,965	6,965
Statistique F	42,07 (p-value : $7.887e - 06$)	42.07 (p-value : $7.887e - 06$)

TABLE 5.6 – Paramètres des modèles Proxy (Proxy 1 : paramètre β_1 exclu suite à la faible corrélation linéaire avec le *Best estimate*; Proxy 2 : paramètre β_2 éliminé suite au sur-paramétrage du modèle. ** et *** indiquent la significativité des paramètres à 5% et à 1%

qualité du modèle compte-tenu des données utilisées.

Le test *F-test* basé sur la statistique de Fisher, consiste à valider le rejet de l’hypothèse H_0 qu’au moins une variable n’est pas significativement différente de zéro. Pour les deux proxys, on obtient une *p-value* de l’ordre de $1e - 06$. On peut donc dire que l’on rejette fortement H_0 , et les modèles proxys sont donc globalement significatifs.

Enfin, la robustesse du modèle Proxy repose sur la significativité des variables explicatives du *Best Estimate*, en utilisant un test de Student (sur l’hypothèse H_0 d’absence d’effet sur le *Best estimate*). Le tableau 5.7 indique que pour le Proxy 1, l’hypothèse H_0 n’est rejetée que pour les variables MV initiale Actions, et le Taux de PB. Quant au deuxième modèle, les variables retenues sont la MV initiale Actions, le Taux de PB, β_0 et la constante ϵ .

	Modèle Proxy 1		Modèle Proxy 2	
	t value	Pr(> t)	t value	Pr(> t)
ϵ	0.531	0.608	3,943	0,00339
MV Act	-9.391	6.02e-06	-9,391	6,02E-06
Tx PB	0.970	0.357	0,97	0,35743
β_0	0.161	0.875	3,524	0,00648
β_1			-0,112	0,91352
β_2	0.112	0.914		

TABLE 5.7 – Test de significativité des facteurs de risque : facteurs sélectionnés en cellules vertes, facteurs rejetés en cellules oranges

Les valeurs prédites par les deux modèles proxys, réduits aux variables significatives selon le test de Student, sont contenues dans l’intervalle de prédiction à 95%, voir figures 5.13 et 5.14.

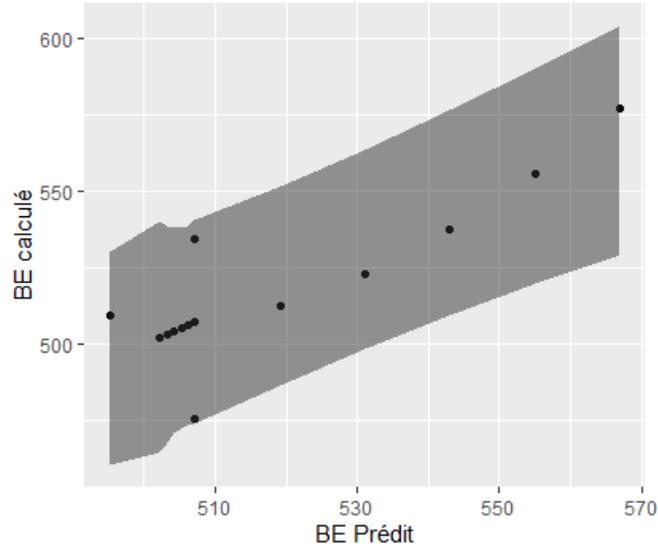


FIGURE 5.13 – Intervalle de prédiction modèle Proxy 1

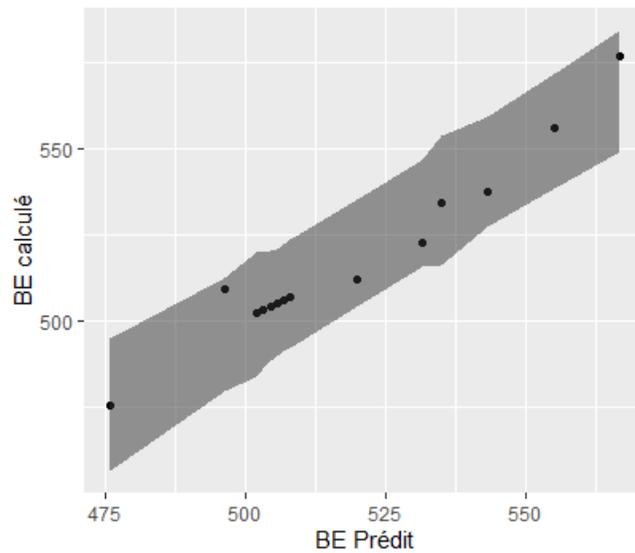


FIGURE 5.14 – Intervalle de prédiction modèle Proxy 2

Une fois le modèle Proxy calibré, nous passons à l'étape d'estimation de sa sensibilité. Le fait de disposer d'un modèle réduit à une expression linéaire présente un avantage important pour atteindre cet objectif. En effet les modèles actuariels implémentés au sein d'entreprise demandent généralement un temps d'exécution important. Or, évaluer la sensibilité requiert généralement d'utiliser des approches Monte Carlo avec des échantillons d'une taille importante. Ceci rend illusoire la volonté d'utiliser directement ces modèles pour atteindre l'objectif dans un temps raisonnable. Cette approximation permet donc de faire des simulations

intensives, aidant ainsi à proposer une première réponse à l'estimation de la sensibilité du modèle aux perturbations des différents facteurs de risque.

5.4 Analyse de sensibilité du modèle Proxy

Dans un premier temps l'objectif est d'évaluer l'impact de la variabilité des facteurs de risque en entrée du modèle sur celle du *Best Estimate*. Elle consiste notamment à déterminer les entrées responsables de cette variabilité à l'aide d'indices de sensibilité. Dans le cadre de cette étude, le modèle retenu est celui décrit à l'équation [5.3](#) pour lequel le paramètre a_2 est fixé à 0, et pour lequel tous les autres paramètres sont décrits dans le tableau [5.7](#), nous appellerons ce modèle *Proxy total*.

Notre approche repose sur les méthodes de sensibilité globale, caractérisées par

- 1 une variation simultanée de tous les paramètres
- 2 une mesure de sensibilité sur toute la plage de variation de chaque paramètre d'entrée.

La sensibilité globale s'intéresse à la variabilité de la sortie du modèle dans le domaine dans lequel ses résultats sont acceptables ; elle permet ainsi de déterminer les variables qui interagissent avec les autres variables, et examine quelle part de variance du résultat est due à chaque entrée. Afin de déterminer les indices de sensibilité, une approche Monte Carlo est adoptée. De plus nous faisons le choix d'estimer la variabilité des estimateurs obtenus par Bootstrap.

5.4.1 Estimation des indices de sensibilité par Monte Carlo

En utilisant une taille d'échantillon de Monte Carlo de M , la méthodologie globale nécessite $2M$ simulations des variables d'entrée ou facteurs de risque, pour l'estimation des indices de sensibilité [JACQUES \(2011\)](#). On appelle alors $2^p M$ fois le modèle à p paramètres d'entrée. Si on se limite aux indices du 1er ordre et totaux, $M(2p+1)$ appels sont nécessaires. Pour notre modèle Proxy total à 4 facteurs de risque, l'estimation des indices de sensibilité du 1er ordre et totaux nécessiterait $9M$ appels à la fonction.

Une comparaison entre ces deux indices nous permettra de conclure sur la part de variabilité due aux interactions entre facteurs de risque, sans toutefois calculer ces indices d'ordres intermédiaires.

Estimation des indices de Sobol

Les indices de Sobol du 1er ordre et indices totaux sont calculés pour le modèle Proxy total, selon les définitions du paragraphe [4.3](#). L'échantillonnage Monte Carlo est générée sur chaque facteur de risque en entrée du modèle, selon une loi normale caractérisée par la valeur

moyenne enregistrée et l'écart-type correspondant aux observations. Une deuxième loi est étudiée, correspondant à une loi uniforme délimitée par les valeurs min et max observées.

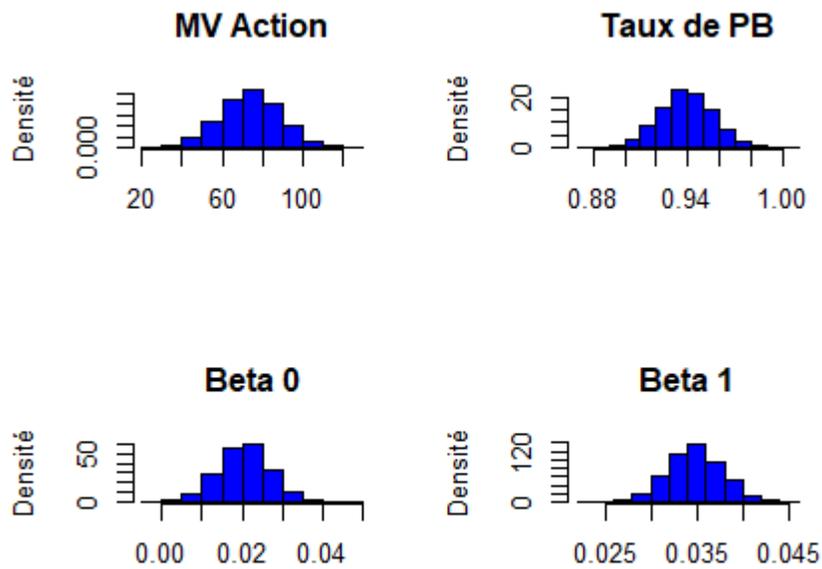


FIGURE 5.15 – Distribution des facteurs de risque dans l'échantillon Monte Carlo : loi normale

Cette deuxième loi vise à limiter strictement la variabilité des facteurs de risque dans la plage des observations. Le nombre d'échantillons Monte Carlo est fixé à 20000 et 50000 afin de discuter de la convergence des indices, le nombre de réplifications Bootstrap est quant à lui fixé à 100.

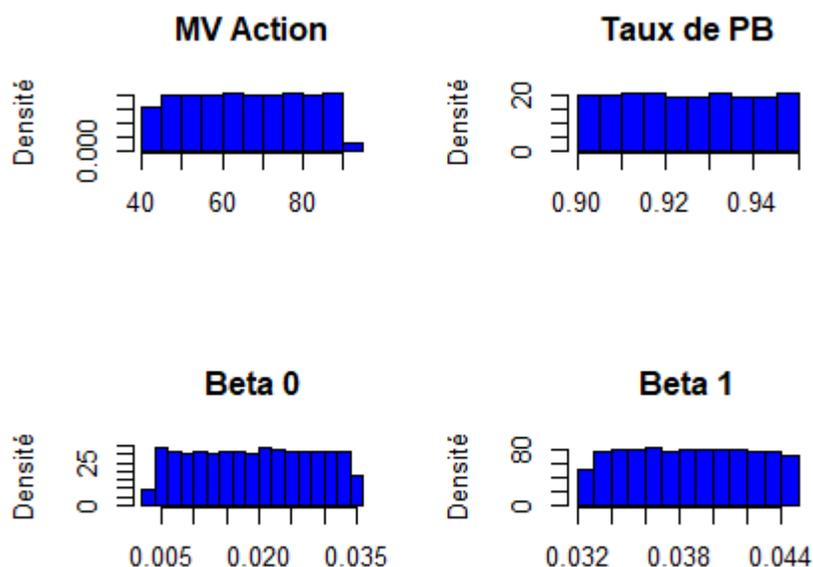


FIGURE 5.16 – Distribution des facteurs de risque dans l'échantillon Monte Carlo : loi uniforme

Variable	Indices d'ordre 1	Intervalle de confiance	Indices d'ordre total	Intervalle de confiance
20000 Echantillons Monte Carlo				
MV_Action	0,851	[0,47;1,19]	0,643	[0,31;1,02]
Tx_PB	0,012	[-0,03;0,04]	0,006	[-0,03;0,05]
BEta0	0,115	[-0,09;0,29]	0,365	[0,19;0,57]
BEta1	0,003	[0;0,009]	~0]0;0,003]
50000 Echantillons Monte Carlo				
MV_Action	0,846	[0,56;1,05]	0,644	[0,44;0,93]
Tx_PB	0,010	[-0,01;0,03]	0,005	[-0,02;0,03]
BEta0	0,290	[0,14;0,41]	0,197	[0,07;0,34]
BEta1	0,005	[0;0,009]	~0	[0;0]

TABLE 5.8 – Sensibilité du modèle Proxy - Indices de sensibilité de Sobol sur 2 jeux d'échantillons Monte Carlo

De la table 5.8, on observe l'indice du premier ordre et l'indice d'ordre total de chacun des facteurs de risque du modèle simplifié. Cette observation est basée sur :

- le choix de la distribution de tous les facteurs de risque selon une loi normale de centre et d'écart type égaux à la moyenne et à l'écart type des observations ;
- deux jeux de simulations Monte Carlo, à 20000, puis à 50000 simulations.

Les résultats détaillés peuvent être synthétisés ainsi qu'il suit : le facteur de risque qui a la plus grande influence sur la variance du *Best Estimate* au sens de l'indice total, c'est-à-dire en prenant en compte les interactions avec les autres variables, est la variable MVAct, avec un indice total de 64%, pour les deux jeux de simulations. En observant les indices de premier ordre, ce facteur de risque explique à lui seul approximativement 85% de la variance du *Best Estimate* calculé par le modèle Proxy total.

Si on observe la variable β_0 , pour 20000 simulations elle a une influence en interaction plus importante en expliquant 37% de la variance de la sortie. Sur le jeu de 50000 simulations son influence lorsqu'elle agit seule devient plus importante à 29%, mais son influence en interaction reste non négligeable à 20%. Le facteur de risque β_0 est, pour les deux jeux de simulations, le plus influent après MVAct.

Le taux de PB conserve un influence faible, avec peu d'interaction avec les autres entrées du modèle. Quant au facteur β_1 son influence est négligeable dans les jeux de simulation y compris en interaction avec les autres entrées. En conclusion la variance du *Best Estimate* calculée par le modèle Proxy est essentiellement expliquée par la valeur de marché des actions, et le paramètre de la courbe de taux β_0 .

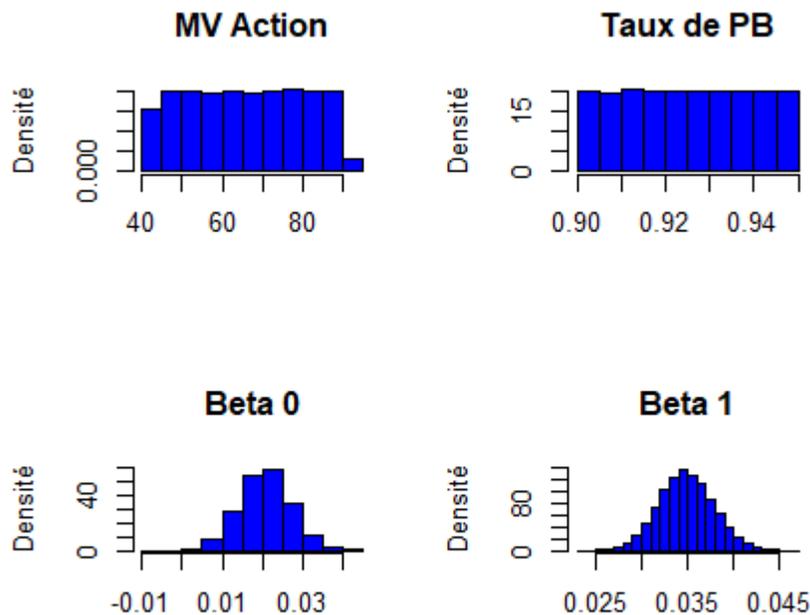


FIGURE 5.17 – Distribution des facteurs de risque dans l'échantillon Monte Carlo : la VM Action et le taux de PB sont simulés selon une loi uniforme, β_0 et β_1 selon une loi normale

Variable	Indices d'ordre 1	Intervalle de confiance	Indices d'ordre total	Intervalle de confiance
50000 Echantillons Monte Carlo				
MV_Action	0,7879	[0,5532 ; 1,0224]	0,6831	[0,4426 ; 0,9107]
Tx_PB	0,0010	[-0,0187 ; 0,0201]	0,0105	[-0,0086 ; 0,0301]
BEta0	0,2524	[0,1408 ; 0,3899]	0,2573	[0,1178 ; 0,3695]
BEta1	~0	[-0,0060 ; 0,0043]	0,0014]-0,0036 ; 0,0064]

TABLE 5.9 – Sensibilité du modèle Proxy - Indices de sensibilité de Sobol sur le jeux de 50000 d'échantillons Monte Carlo : la VM Action et le taux de PB sont simulés selon une loi uniforme, β_0 et β_1 selon une loi normale.

Dans ce cas, les paramètres issus de la courbe de taux β_0 et β_1 sont simulés selon une loi normale, alors que la MV Action et le taux de PB sont modélisés selon la loi uniforme, voir les distributions obtenues en figure 5.17. 50000 simulations Monte Carlo sont effectuées. Les résultats sont présentés au tableau 5.9. On constate immédiatement ici, que la variable β_0 qui à elle-seule explique 25% de la variance du *Best Estimate* sans interagir avec les autres variables : son indice d'ordre 1 est équivalent à l'indice d'ordre total. Le facteur de risque MVAct reste le plus influent, en interagissant marginalement avec le Taux de PB notamment.

5.4.2 Application de la sensibilité inverse

Estimation des lois des entrées selon la mesure de probabilité

On rappelle que la démarche mise en œuvre repose sur la résolution du problème d'optimisation 5.4 à partir de la distribution du *Best Estimate* sorti par le modèle Proxy.

Dans une première simulation on fixe la valeur $\alpha = 0.90$. L'exercice consiste donc à appliquer un choc à la $VaR_{0.90}$ du *Best estimate*, choc à la hausse de +5%. Le problème d'optimisation à traiter dans ce cas se traduit par la formule

$$\min_{Q \ll P} D_{KL}(Q||P), \text{ t.q } VaR_{0.90}^Q(\text{Best Estimate}) = 1.05VaR_{0.90}(\text{Best Estimate}). \quad (5.4)$$

La solution est estimée par simulation d'échantillons Monte Carlo des facteurs de risque et le *Best Estimate*. La démarche mise en œuvre repose sur les modèles présentés en figure 5.17, pour une taille de 50000 échantillons.

La fonction de distribution empirique (sous la probabilité de Base) du *Best Estimate*, ainsi que sa distribution sous la probabilité de stress sont représentées à la figure 5.18. La distribution du *Best Estimate* sous la probabilité de stress se trouve en dessous, et donc domine stochastiquement la distribution sous la probabilité de base. La distribution sous la probabilité de stress décroche de la distribution de base dès que les valeurs de *Best Estimate* dépassent les 500M €.

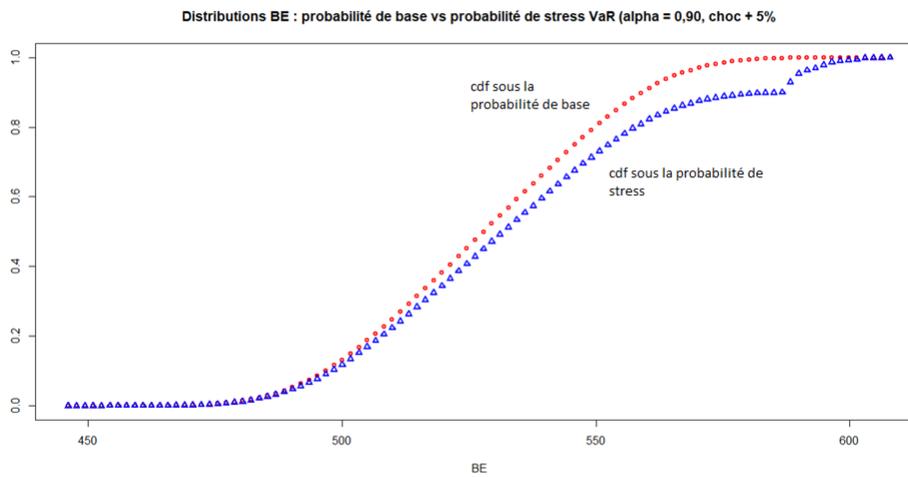


FIGURE 5.18 – Distribution cdf du *Best Estimate* de base et BE suite stress $VaR_{0,90}$, et choc à +5% : cdf Base en points rouges et cdf sous la proba de stress en triangles bleus

Les figures [5.19](#) et [5.20](#) montrent l’impact sur la distribution des facteurs de risque en entrée du modèle, lors du passage de la probabilité de base à la probabilité de stress de la $VaR_{0,90}$ du *Best Estimate*. On peut voir que tous les facteurs n’ont pas le même comportement. En effet pour la valeur de marché des Actions, la distribution sous la probabilité de stress est au dessus de la distribution sous la mesure de probabilité de base, contrairement au facteur β_0 .

Globalement le comportement de chaque facteur de risque est cohérent avec son sens de variation conjointement à celui du *Best Estimate* : nous avons vu que dans notre modèle simplifié le *Best Estimate* et la valeur de marché des Actions évoluent dans des sens opposés, contrairement, par exemple, à β_0 . Au niveau des histogrammes à la figure [5.20](#), l’impact apparaît ainsi pour la VM Actions à gauche de la distribution, et à droite pour β_0 .

Cependant, tous les facteurs d’entrée ne sont pas impactés de la même manière : les distributions de la valeur de marché des Actions et de β_0 sont plus sollicitées par le changement de la mesure de probabilité, que les distributions du taux de PB et de β_1 . Cela indique une sensibilité plus élevée pour les deux premiers facteurs, par rapport à ces derniers.

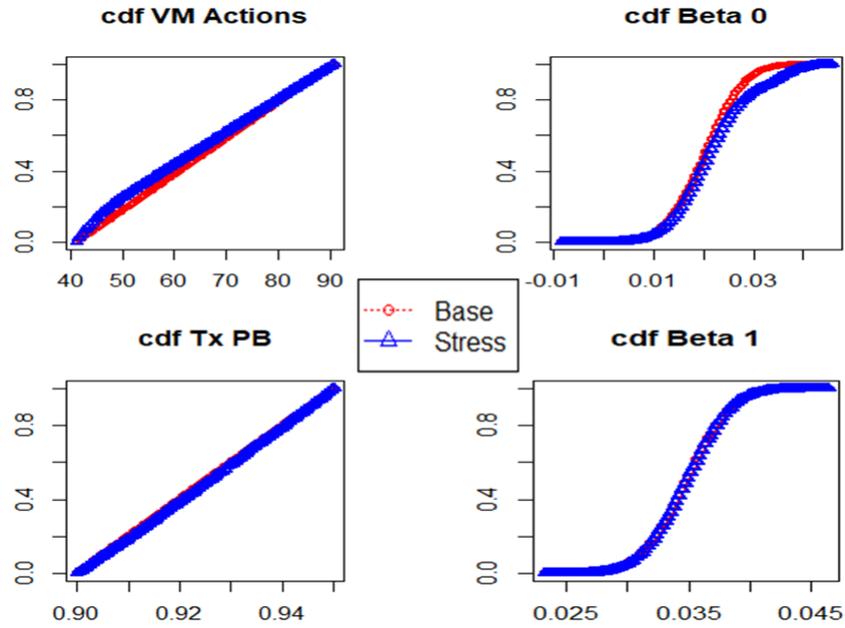


FIGURE 5.19 – Distributions cdf des facteurs de risque suite stress $VaR_{0,90}$ du *Best estimate*, et choc à +5%

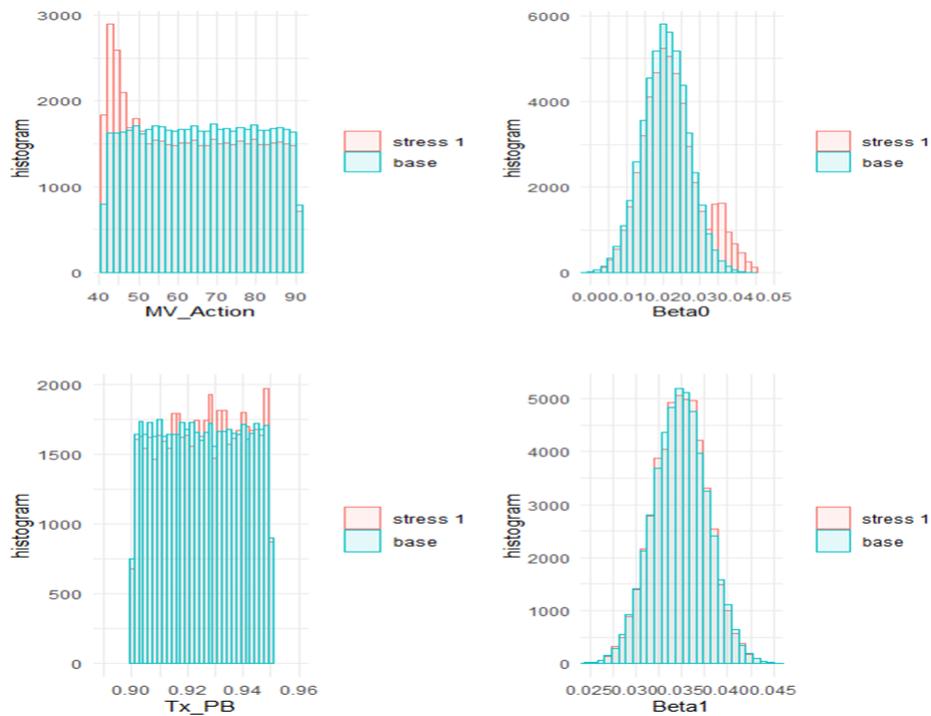


FIGURE 5.20 – Distributions des facteurs de risque suite stress $VaR_{0,90}$ du *Best estimate*, et choc à +5%

Les données présentées en table 5.10 résument quelques caractéristiques de base des distributions du *Best Estimate* et l'impact sur la distribution des facteurs de risque sous les deux mesures de probabilité. Conformément à la figure 5.19, on voit que la VM Actions et β_0 sont les distributions les plus impactées par le passage à la probabilité de stress ; par exemple, pour une variation de l'écart-type de la distribution du Best Estimate de 25%, ces facteurs sont soumis à une variation 6% pour la VM Actions, 25% pour β_0 et -1% pour les deux autres facteurs.

	BE	MV_Action	Tx_PB	Beta0	Beta1
Mean Base	527,9000	66,0400	0,9250	0,0205	0,0348
Mean Stress	534,1909	63,8779	0,9255	0,0221	0,0348
Median Base	527,9000	66,0500	0,9250	0,0205	0,0348
Median Stress	531,7573	63,3824	0,9257	0,0213	0,0348
Sd Base	23,5940	14,2290	0,0145	0,0062	0,0029
Sd Stress	29,3830	15,0221	0,0144	0,0078	0,0029

TABLE 5.10 – Comparaison des moments statistiques entre distributions sous la probabilité de base et distribution sous la probabilité de stress $VaR_{0,90}$ du *Best estimate*, et choc à +5%

Influence du paramètre α

Dans cette partie nous considérons α dans l'intervalle $[0,75; 0,95]$. Pour chaque valeur de α un choc de -10% est appliqué à la VaR_α du *Best estimate* calculé par le modèle Proxy Total. Le nombre de simulations est de 50000, et les paramètres du modèle sont ceux présentés à la table 5.7.

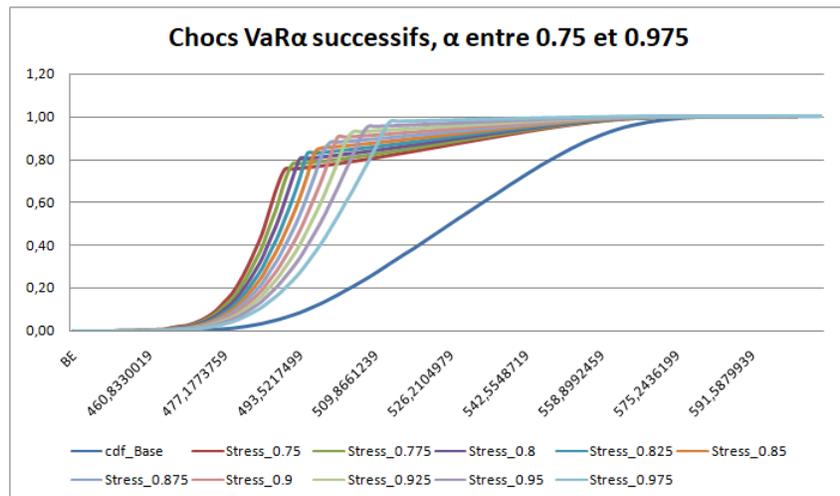


FIGURE 5.21 – Distributions cdf du *Best Estimate* pour $\alpha \in [0,75; 0,95]$ et choc $VaR_\alpha = -10\%$

Les figures 5.21 à 5.25 confirment les observations faites précédemment, lorsque nous avons appliqué un choc de +5% à la $VaR_{0,90}$ du *Best estimate*. En effet sous la probabilité de stress, les principaux facteurs impactés sont à nouveau la VM Actions (voir figure 5.22) et β_0 (voir figure 5.23). Cette observation permet de dire que la sensibilité ne dépend pas du sens du stress (positif ou négatif) appliqué à la VaR_α .

Or, en se focalisant sur l'évolution du paramètre α , on observe un décrochage net de toutes les distributions sous la probabilité de stress, pour la VM Actions et β_0 . Ce décrochage est plus modéré pour la distribution du taux de PB (voir figure 5.24), et quasi inexistant pour β_1 (voir figure 5.25), malgré l'ampleur du choc de +10% appliqué.

Lorsque les distributions sous la probabilité de stress décrochent de la base, celles-ci sont « encadrées » par les distributions $stress_{0,75}$ et $stress_{0,975}$, qui correspondent au stress de la $VaR_{0,75}$ et $VaR_{0,975}$. Cela signifie que ces distributions sont soit au dessus, soit en dessous de $stress_{0,75}$ et $stress_{0,975}$. On observe une zone de basculement, c'est-à-dire de changement de la position relative des distributions cdf par rapport aux courbes $stress_{0,75}$ et $stress_{0,975}$, qui se situe entre le point du stress appliqué à la $VaR_{0,75}$ et à la $VaR_{0,975}$.

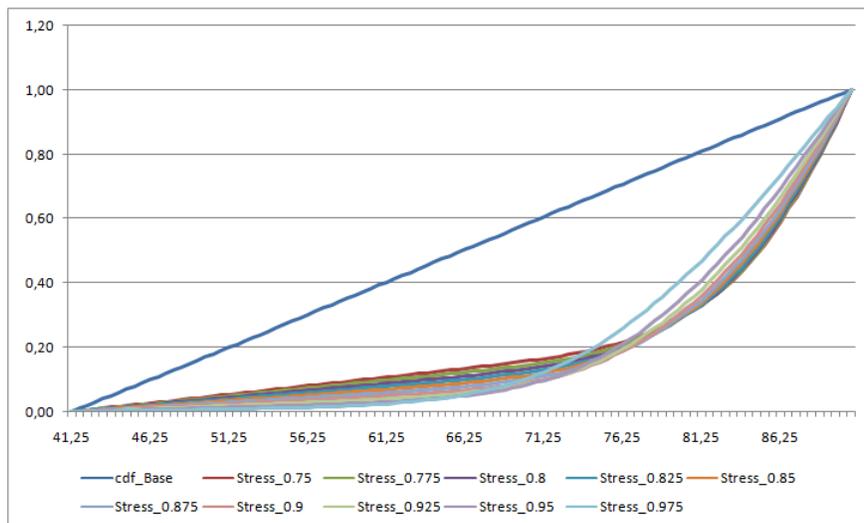


FIGURE 5.22 – Distributions cdf de la VM Actions pour $\alpha \in [0, 75; 0,95]$ et choc $VaR_\alpha = -10\%$

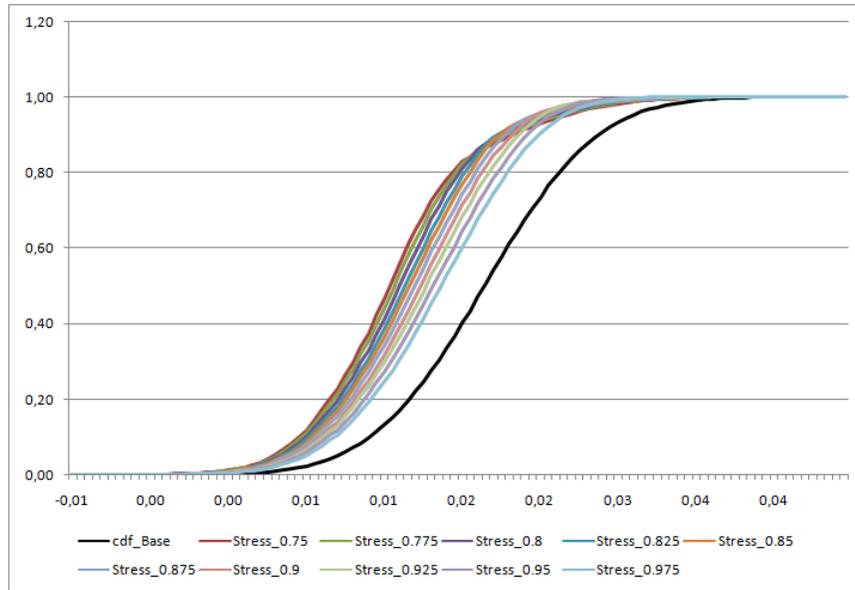


FIGURE 5.23 – Distributions cdf de β_0 pour $\alpha \in [0, 75; 0, 95]$ et choc $VaR_\alpha = -10\%$

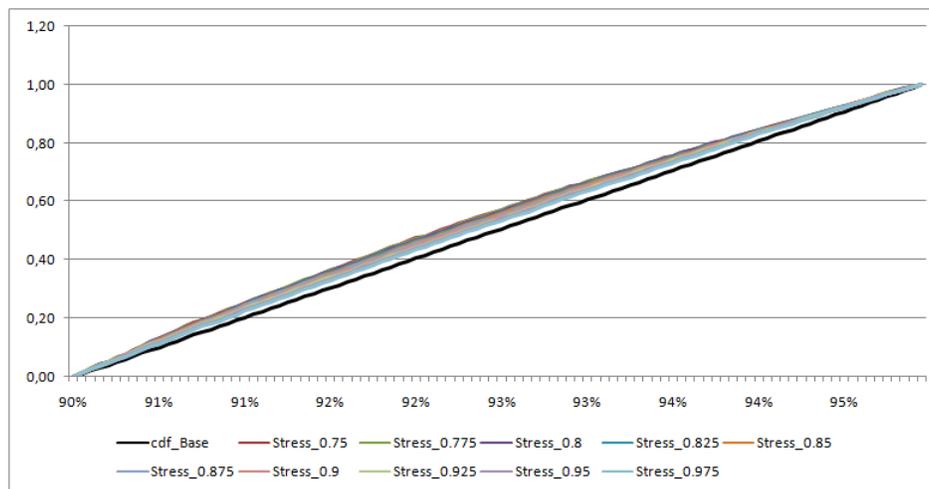


FIGURE 5.24 – Distributions cdf du taux de PB pour $\alpha \in [0, 75; 0, 95]$ et choc $VaR_\alpha = -10\%$

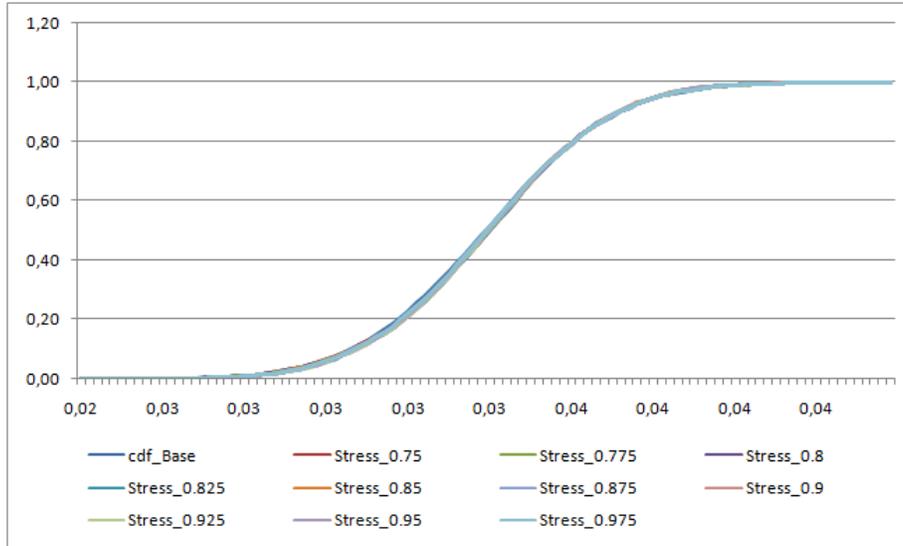


FIGURE 5.25 – Distributions cdf de β_1 pour $\alpha \in [0, 75; 0, 95]$ et choc $VaR_\alpha = -10\%$

Étude de la mesure de sensibilité : application 2

Pour illustrer l'impact sur la mesure de sensibilité Γ_i de la contrainte appliquée à la mesure de risque VaR_α du modèle, α a été fixé à 0,75 et on pose $q = \lambda VaR_{0,75}(Y)$, avec λ qui varie entre 0,9 et 1,1. Les résultats de cette expérience sont présentés à la table 5.11. Selon que le stress λ appliqué est supérieur ou inférieur à 1, les valeurs de la mesure de sensibilité Γ_i vont être positives ou négatives :

- lorsque $\lambda < 1$ alors on applique un stress négatif sur la sortie du modèle, de manière à ce que la densité RN ζ en devienne une fonction décroissante. On observe alors que Γ_i prends une valeur négative pour les facteurs Tx PB et β_0 , alors qu'elle est positive pour le facteur $MVAct$.
- Le basculement vers des valeurs de $\lambda > 1$ inverse le signe des facteurs de risque (sauf β_1) tous en restant asymétrique par rapport aux stress négatifs de la VaR. Il peut même arriver qu'on observe un changement de rang parmi les variables si on considère la valeur absolue de la mesure de sensibilité quel que soit le type de stress appliqué. C'est notamment le cas pour $MVAct$ et β_0 pour les deux stress $\lambda = 0.90$ et $\lambda = 1.1$. Pour le premier $|\Gamma_{MVAct}^{\lambda=0.90}| = 0.84$ et $|\Gamma_{\beta_0}^{\lambda=0.90}| = 0.67$. Le *Best Estimate* est dans ce cas, plus sensible au facteur $MVAct$ que β_0 . Dans le cas où $\lambda = 1.1$, on a $|\Gamma_{MVAct}^{\lambda=1.1}| = 0.89$ et $|\Gamma_{\beta_0}^{\lambda=1.1}| = 0.94$, β_0 l'emporte sur le facteur $MVAct$.
- Il n'est pas possible de tirer de conclusion sur le facteur de risque β_1 , autre que sa mesure de sensibilité reste la plus faible en valeur absolue quel que soit le signe ou l'intensité du stress appliqué à la VaR. Et qu'elle est négligeable dans certains cas.

Lorsque l'ensemble des facteurs de risque sont positivement ou négativement quadrant dépendants, selon les cas, alors aucune comonotonie ou contrecomonotonie n'est observée. Cette mesure de sensibilité permet ainsi d'évaluer l'importance des facteurs de risque en

Facteurs de risque	$\lambda = 0.90$	$\lambda = 0.95$	$\lambda = 1.05$	$\lambda = 1.1$
MV Actions	0.84	0.88	-0.85	-0.89
Tx PB	-0.13	-0.06	0.16	0.15
β_0	-0.67	-0.45	0.72	0.94
β_1	0.01	0.01	-0.02	0.10

TABLE 5.11 – Mesure de la sensibilité inverse Γ_i pour un choc à la baisse puis à la hausse de $VaR_{0.75}$ du *Best Estimate* en sortie du modèle Proxy total.

entrée de notre modèle Proxy Total, à travers la mise en œuvre de la distance Γ . Γ mesure la sensibilité inversée, défini pour chaque facteur de risque $X_i, i = 1, 2, 3, 4$ et selon le poids de chaque scénario w par

$$\Gamma = \frac{(E(X_i * w) - E(X_i))}{c},$$

où c est une constante de normalisation telle que $|\Gamma| \leq 1$. Globalement, la mesure de sensibilité inverse est la différence normalisée entre les moments de 1er ordre des distributions stressées et de base de X_i .

5.4.3 Analyse comparative entre mesures de sensibilité

L'objectif de ce paragraphe est de comparer les mesures de sensibilité inverse et celles basées sur la variance et présentées au paragraphe 4.3. Plus haut dans ce mémoire la mesure de sensibilité S_i ou indice de premier ordre, a été présentée comme la réduction de la variance atteinte sur la sortie du modèle Proxy, si l'entrée X_i était fixée ; alors que l'indice de Sobol d'ordre total T_i est interprété comme la variance résiduelle du *Best Estimate* sorti du modèle Proxy si tous les facteurs de risque étaient fixés en dehors de X_i .

L'interprétation de la mesure de sensibilité inverse Γ_i est alors perçue différemment de S_i et T_i . En effet ces mesures de sensibilité sont conçues pour répondre à des questions différentes : Γ_i fait référence à une mesure de risque de la VaR (queue de distribution) et capte ainsi des impacts de la distribution des entrées-sortie du modèle ; elle est différente des mesures de sensibilité basées sur la variance, comme l'illustrent les résultats dans la table 5.12.

Facteur de risque i	S_i	T_i	$ \Gamma_i (\lambda=1,05) $	
			$\alpha = 0,75$	$\alpha = 0,9$
MV Actions	0,788	0,683	0,85	0,91
Tx PB	0,001	0,010	0,16	0,14
β_0	0,252	0,257	0,72	0,88
β_1	~ 0	0,001	0,02	0,09

TABLE 5.12 – Comparaison Indices de sensibilité de Sobol vs Mesure de sensibilité inverse Γ avec un stress à $+5\%$ de $VarR_{\alpha=0,75 \text{ et } 0,95}$

Dans ce tableau on voit que toutes les mesures de sensibilité produisent un classement cohérent des facteurs de risque : $MVAct$ est la variable la plus influente, alors que β_1 obtient tout le temps la mesure de sensibilité la plus faible.

Les variations des valeurs de Γ_i sont liées à la distribution des facteurs de risque. On rappelle que $MVAct$ suit une distribution uniforme β_0 une distribution normale. En augmentant les valeurs de α on se focalise sur la queue de distribution (à droite) du *Best Estimate*, pour laquelle les queues épaisses des distributions de ces deux facteurs de risque gagnent en importance, d'où la croissance de Γ_{MVAct} et Γ_{β_0} .

Conclusion

Poussée par les évolutions continues du cadre réglementaire et appuyée par des avancées technologiques récentes, l'industrie de l'assurance entre dans une véritable transformation digitale, et octroie aux modèles mathématiques une place de plus en plus centrale dans le pilotage des compagnies. C'est dans ce contexte que ce mémoire aborde de manière extensive la problématique du risque de modèle par sa définition et son identification à travers le cycle de vie des modèles, ses enjeux en termes de sa gestion, et son analyse dans une approche qualitative, puis quantitative via la sensibilité aux des paramètres d'entrée.

En effet la gestion du risque de modèle intègre le cadre global de gestion des risques de l'entreprise, avec la spécificité qu'il doit être géré en prenant en compte le cycle de vie des modèles, des cas particuliers liés au concept des modèles analytics, les données utilisées, les algorithmes autant que les différentes contributions qui peuvent parfois se limiter à un avis d'expert.

Dans le processus de mise en place des modèles, l'étape de la validation est fondamentale. Dans le paragraphe [3.4](#), il est expliqué que le processus de validation des modèles repose sur une approche dynamique applicable à chaque module du modèle, au même titre que l'analyse du risque de modèle s'appuie sur les différentes étapes du cycle de vie des modèles. La validation implique ainsi une l'analyse et l'évaluation du risque inhérent à chaque étape du cycle de vie, la définition et la mise en place d'un dispositif de test et de contrôle intégrant des contrôles de deuxième niveau. La validation des modèles doit donc s'appuyer sur la qualité des données, le calibrage des paramètres, la qualité des résultats et la maîtrise de leur sensibilité aux entrées du modèles et enfin une documentation précise et maintenue à jour.

L'analyse quantitative modulaire du risque de modèle n'est pas une pratique très répandue en entreprise du fait de la grande complexité des modèles exploités. Dans ce mémoire, la démarche qui a été adoptée repose principalement sur deux approches de mesure de sensibilité globale des modèles : l'approche par la variance est déclinée à travers des indices de Sobol, et l'approche par les VaR est exploitée à partir de la sensibilité inverse. Pour y parvenir un modèle ALM simplifié, puis réduit à un polynôme a été utilisé. L'objectif de ce travail est

d'apporter une méthodologie quantitative qui permet d'exploiter des méthodes Monte Carlo sur une forme réduite de modèle ALM, et de déterminer ainsi à faible coût, une estimation fiable des dépendances entre sorties et entrées du modèle.

L'analyse de sensibilité globale permet d'identifier à partir de leurs distributions, les données d'entrées (ou facteurs de risque) sur lesquelles il existe une incertitude. Elle peut également aider à déceler des erreurs de modèles, ou le fait qu'on ne soit pas certain du modèle lui-même. Or, lorsqu'il existe une incertitude de modèle, de donnée ou de paramètre, le problème d'estimation du résultat tel que le capital de solvabilité pour les modèles Solvabilité II devient ambigu. Des auteurs discutant de l'incertitude des paramètres présentent généralement des méthodes d'estimation basées sur des distributions statistiques.

Dans ces travaux, le choix a été fait de fixer la distribution des facteurs de risques (valeurs de marché actions, taux de PB, et paramètres du modèle de taux de Nelson Siegel). Cette démarche présente essentiellement deux limites :

- la sélection déterministe des facteurs de risque constituant les entrées du modèle réduit repose sur un avis d'expert. Une étude plus complète pourrait prendre en considération plus de variables d'entrée du modèle actif-passif, et proposer d'autres modèles Proxy avec plus de variables.
- Les plages de variation des facteurs de risque sélectionnés ont été limitées afin de proposer une forme de modèle réduite à un polynôme du 1er degré. Le domaine de validité du modèle se trouve ainsi potentiellement non couvert dans son intégralité. Cette étude n'a pas été étendue à des polynômes d'ordre supérieur.

Les résultats de l'analyse de sensibilité montrent une forte dépendance du *Best Estimate* calculé par le modèle réduit, avec les facteurs de risque de la valeur de marché action et le paramètre de taux long β_0 du modèle de Nelson-Siegel. La sensibilité au taux de PB est plus modérée et quasi inexistante vis-à-vis de la différence entre le taux court instantané et le taux long β_1 .

En pratique, une taille d'échantillon à partir de 10000 est généralement nécessaire pour estimer les indices de sensibilité d'un modèle comportant plusieurs de variables d'entrée, ce qui est le cas des modèles de gestion actif-passif. Or généralement le modèle demande un temps d'exécution important, rendant illusoire de vouloir utiliser de telles tailles d'échantillons en un temps raisonnable. Une autre approche qui pourrait être explorée, serait d'exploiter des surfaces de réponse, qui permettent de faire des simulations intensives sans trop dégrader la qualité de l'estimation du modèle, et sans en restreindre le domaine de validité.

Bibliographie

- BARRIEU, P. and SCANDOLO, G. (2013). Assessing financial model risk. *European Journal of Operational Research*, 242.
- BOUVIER-PATRON, P. (1996). La question de la réduction d'incertitude chez f. knight. *L'Actualité économique, Revue d'analyse économique*, 72(4) :397–415.
- BRANGER, N. and SCHLAG, C. (2004). Model risk : A conceptual framework for risk measurement and hedging. *Working Paper, EFMA Basel Meetings*.
- CEIOPS-DOC-37/09 (2009). Advice for level 2 implementing measures on solvency ii : Article 86f, standards for data quality. Technical report, CEIOPS-DOC-37/09.
- COOKE, R. M. and VAN NOORTWIJK, J. M. (1999). Local probabilistic sensitivity measures for comparing form and monte carlo calculations illustrated with dike ring reliability calculations. *Computer Physics Communications*, 1-2(117) :86–98.
- DREYFUSS, M.-L. (2018). *La révolution digitale dans l'Assurance*. L'Argus de l'Assurance.
- FABRIQUE, L. (2019). *Intelligence artificielle et éthique dans le secteur de l'assurance*. La Fabrique d'Assurance.
- GARFINKEL, MATTHEWS, J., SHAPIRO STUART, S., and SMITH, J. M. (2017). Toward algorithmic transparency and accountability. *COMMUNICATIONS OF THE ACM*, 60(9) :5.
- JACQUES, J. (2011). Pratique de l'analyse de sensibilité : comment évaluer l'impact des entrées aléatoires sur la sortie d'un modèle mathématique. Technical report, Université de Lille.
- LALLEMENT (2014). Le risque de modèle. Master's thesis, Mémoire IA.
- LE MAGAZINE, I. A. (2016). "qu'est-ce que le big data." accessed : 2020-09-30.
- LE RHUN, G. and RENOUF, A. (2013). Le risque de modèle, mise en pratique dans un contexte de réassurance vie. Technical report, SCOR.
- LY, A. (2019). *Algorithmes de machine learning en assurance : solvabilité, textmining, anonymisation et transparence*. PhD thesis.

- MCKAY, M. (1997). A robust measure of uncertainty importance for use in fault tree system analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, 3(57) :267–279.
- MERIGUET, A., NDJENG-NDJENG, A., SALHI, Y., and THEROND, P.-E. (2019). A reduced-form model for a life insurance’s net asset value. *Bankers, Markets Investors*, (157) :3–15.
- NELSON, C. and SIEGEL, A. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *The Journal of Business*, 4(60) :473–489.
- PANKO, R. (1998). What we know about spreadsheet errors. *End User Computing’s Special Edition on Scaling Up End User Development*, 10(2) :15–21.
- PESENTI, S., MILLOSOVICH, P., and TSANAKAS, A. (2019). Reverse sensitivity testing : What does it take to break the model? *European Journal of Operational Research*, 274(2) :654–670.
- PESENTI, S., MILLOSOVICH, P., and TSANAKAS, A. (2018). *Cascade Sensitivity Measures*. Cass Business School, City, University of London, DEAMS, University of Trieste, LONDON, UK.
- PLANCHET, F. and ROBERT, C. (2020). *Insurance Data Analytics*. Economica.
- REBONATO, R. (2002). Theory and practice of model risk management. Technical report, Quantitative Risk Management of the Royal Bank of Scotland, Oxford University.
- SALTELLI, A., RATTO, M., ANDRES, T., CAMPOLONGO, F., CARIBONI, J., GATELLI, D., SAISANA, M., and TARANTOLA, S. (2008). *Global sensitivity analysis : The primer*. Wiley-Interscience, West Sussex.
- SALTELLI, A., TARANTOLA, S., CAMPOLONGO, F., and RATTO, M. (2004). *Sensitivity analysis in practice : a guide to assessing scientific models*. Wiley, West Sussex.
- SIBBERTSEN, P., STAHL, G., and LUEDTKE, C. (2008). Measuring model risk. *The Journal of Risk Model Validation*, 2.
- STRICKER, M., WANG, S., and STROMMEN, S. J. (2014). Model validation for insurance enterprise risk and capital models. Technical report, Casualty Actuarial Society, Canadian Institute of Actuaries, Society of Actuaries.
- TSANAKAS, A. and MILLOSOVICH, P. (2016). Sensitivity analysis using risk measures. *European Journal of Operational Research*, 1(36) :30–48.

Annexes

Loi de rachat conjoncturel du modèle simplifié

L'ACPR propose* un « tunnel » de rachat constitué d'un plafond maximum et un plancher minimum de rachat conjoncturel (RC). Les organismes sont en conséquence invités à ajuster leurs lois de rachat afin de se situer dans ce « tunnel » de rachat. Ce taux est fonction de l'écart entre le taux servi R et le taux attendu TA .

$$RC(R) = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } R - TA < \alpha \\ RC_{max} \frac{R - TA - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R - T < \gamma \\ RC_{min} \frac{R - TA - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } R - TA > \delta. \end{cases}$$

Les différents paramètres pouvant s'interpréter de la façon suivante :

- α est le seuil en-deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à RC_{max} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.
- β et γ sont respectivement les seuils d'indifférence à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces 2 seuils, le comportement de l'assuré n'est pas modifié.
- δ est le seuil au-delà duquel la diminution du taux de rachat structurel est constante et fixée à RC_{min} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.

Plafond	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
Max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

Pour le modèle simplifié utilisé dans ce mémoire la moyenne des bornes a été appliquée pour chaque paramètre.

Le taux de rachat total RT s'exprime alors comme :

*. Cette proposition est faite à titre indicatif, dans le cadre des Orientation Nationales Complémentaires de 2013

$$RT(R, TA, \cdot) = \min(1, \max(0, RS(\cdot) + RC(R, TA)))$$

où RS représente le taux de rachat structurel.

Le taux minimum d'emprunt d'Etat a été utilisé comme taux attendu :

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
TME	3,23%	2,03%	2,41%	0,98%	0,97%	0,80%	0,62%	0,74%	0,08%	-0,29%

Comparaison de distributions stochastiques

Le cadre d'étude de la sensibilité inverse est basé sur le changement d'une mesure de probabilité de référence P à une probabilité stressée Q . Les problèmes d'optimisation de la section 4.5 permettent de s'assurer que sous Q , la mesure de risque VaR appliquée à la sortie du modèle Y augmente.

Toutefois les changements plus importants dans les distributions des facteurs de risque \mathbf{X} à l'entrée du modèle de même que dans la distribution de la sortie Y résultant du changement de mesure présentent également un intérêt dans un contexte de gestion des risques. En particulier les concepts de dépendance suivants sont à noter :

- Un vecteur aléatoire \mathbf{Z} à m dimensions est stochastiquement croissant selon une variable aléatoire W , si $P(\mathbf{Z} > \mathbf{z} | W = w)$ est non décroissante en w , pour tout $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$.
- Un vecteur aléatoire \mathbf{Z} à m dimensions est dit associé si $Cov(h_1(\mathbf{Z}), h_2(\mathbf{Z})) \geq 0$, pour toutes fonctions non décroissantes par composante h_1 et $h_2 : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, pour lesquelles une covariance existe.
- Un couple de variables aléatoires (W, Z) est dit positivement quadrant dépendant si $P(W \leq w, Z \leq z) \geq P(W \leq w)P(Z \leq z)$ pour tout $w, z \in \mathbb{R}$.
- Un couple de variables aléatoires (W, Z) est dit négativement quadrant dépendant si $P(W \leq w, Z \leq z) \leq P(W \leq w)P(Z \leq z)$ pour tout $w, z \in \mathbb{R}$.