

# Résumé

**Mots-clés :** Méthodes de provisionnement, inflation des sinistres, Chain-Ladder, Mack, Indices des prix, méthode de séparation, Verbeek-Taylor, triangle de liquidation, responsabilité civile automobile (RC Auto), Modèles Linéaires Généralisés (MLGs), Multi-triangles, Jarrow-Yildirim, Bootstrap, Solvabilité II, Normes BGAAP

Les méthodes et hypothèses traditionnelles de provisionnement peuvent s'avérer inadéquates pour prendre en compte l'inflation des sinistres au fil du temps. Intégrer l'inflation dans le processus de provisionnement en responsabilité civile automobile présente des défis pour estimer de manière fiable les coûts des sinistres futurs et assurer un niveau de provisionnement adéquat.

Les méthodes traditionnelles de provisionnement, y compris les méthodes autorégressives à facteurs de développement (telles que Chain-ladder et Mack), intègrent implicitement l'inflation en supposant que l'inflation passée observée dans le triangle de liquidation peut être projetée comme une moyenne constante pour expliquer l'inflation future. Cette étude propose des méthodes alternatives qui se basent sur des indices de prix, des méthodes de séparation (dérivées de Verbeek-Taylor), des modèles linéaires généralisés (MLG) et le modèle de taux d'inflation de Jarrow-Yildirim pour modéliser au mieux l'inflation passée et future dans un environnement de provisionnement d'assurance non-vie en évolution.

L'évaluation de la volatilité autour de la provision grâce à la technique de bootstrap et la détection des valeurs aberrantes peuvent nous éviter des inexactitudes et une sous-estimation des provisions. Proposer un modèle alternatif pour prendre en compte l'inflation devrait se faire à la lumière de Solvabilité II et des normes locales belges BGAAP. L'enjeu est alors de s'appuyer sur des méthodes robustes qui répondent au besoin de provisions suffisantes pour que les compagnies d'assurances honorent leurs engagements envers les assurés et qu'elles fournissent aux investisseurs et aux autres parties prenantes des informations transparentes et fiables sur leurs performances et leur situation financières.

# Abstract

**Keywords :** Reserving methods, Claims inflation, Chain-Ladder, Mack, Price index, Separation methods, Verbeek-Taylor, Run-off triangle, Motor third-party liability (MTPL), Generalized Linear Models (GLMs), Multi-triangles, Jarrow-Yildirim, Bootstrap, Solvency II, BGAAP

Traditional reserving methods and assumptions may be inadequate to account for claims inflation over time. Integrating inflation into the motor third-party liability reserving process presents a challenge to accurately estimate future claims and adequately reserve for future claims.

Traditional reserving methods, including the link ratio family methods (such as Chain-ladder and Mack), implicitly incorporate inflation by strongly assuming that past inflation observed in the run-off triangle can be projected as a constant average to explain the future. This study develops alternative methods based on price indices, claims reserving separation methods (derived from Verbeek-Taylor), generalized linear models (GLMs) and the Jarrow-Yildirim inflation rate model to efficiently model past and future inflation in the reserving process over time in a changing non-life insurance environment.

Ultimate risk and volatility assessment through bootstrap and outlier detection can help us avoid inaccuracies and underestimation of reserves. Proposing alternative models to address inflation adjustments should be done in light of Solvency II and Belgian GAAP. Relying on accurate and robust methods meets the need for sufficient reserves to enable insurers to meet their obligations to policyholders and to provide investors and other stakeholders with transparent and reliable information on their financial performance and condition.

# Note de synthèse

En raison des spécificités de l'activité d'assurance et afin de répondre à leurs engagements envers les assurés, les compagnies d'assurance doivent constituer des provisions techniques. Les flux de trésorerie nécessaires aux compagnies d'assurance sont projetés dans le futur. Pour ce faire, nous utilisons des méthodes de provisionnement reposant sur des triangles de liquidation qui agrègent l'information sur l'historique de sinistralité. Dans un souci de conformité avec les normes BGAAP et la directive Solvabilité II, qui fixent les règles de calcul des provisions techniques, l'inflation est prise en compte dans le processus de provisionnement pour les provisions pour sinistres (qui concernent les sinistres déjà survenus avant la date de clôture).

**Anonymisation et simulation des données :** L'historique de sinistralité à notre disposition s'étend de 1997 à 2021 et correspond aux données recueillies pour le portefeuille RC Automobile - Véhicule tourisme et Affaires - Particulier d'une compagnie d'assurance en Belgique. Dans ce mémoire, le jeu de données utilisé pour appliquer les différentes méthodes de provisionnement est simulé à partir des caractéristiques réelles des données recueillies. Cette approche présente l'avantage de rendre les données complètement anonymes tout en préservant les caractéristiques et les tendances (en termes de développement, de volume et d'inflation) observées dans les données recueillies d'origine.

Les méthodes classiques de provisionnement les plus répandues chez les assureurs, comme la méthode de Chain-Ladder, nécessitent un environnement de provisionnement stable, où l'inflation est constante au fil du temps. Dans un contexte inflationniste, il est crucial d'intégrer correctement l'inflation dans le processus de provisionnement des sinistres afin de ne pas sous-estimer l'évaluation des provisions techniques.

**Segmentation des dommages matériels et corporels et Inflation :** Les branches à développement long sont particulièrement sensibles à l'augmentation des coûts des sinistres, car les sinistres, de leur survenance à leur règlement définitif, sont exposés plus longtemps à l'inflation des sinistres. Nous effectuons une segmentation entre les indemnités pour les dommages corporels (à déroulement long) et les indemnités pour les dommages matériels (à déroulement court) :

- L'indice santé (IPC belge alcool, carburant et tabac exclus) est l'indice des prix le plus utilisé en Belgique et sert notamment à l'indexation des salaires et des prestations sociales. Nous l'utilisons pour refléter l'évolution du coût moyen des indemnisations des sinistres. Étant donné la diversité des prestations pour les deux types de sinistres (dommages matériels : dommages aux véhicules, dépannage et gardiennage, indemnité d'indisponibilité... ; dommages corporels : dommages aux personnes, frais médicaux, incapacité personnelle, incapacité domestique, incapacité économique, décès...), il est légitime d'utiliser un indice lié à l'augmentation générale du niveau des biens et services en Belgique.
  
- Il existe une inflation superposée à l'inflation économique (celle contenue dans l'indice santé) qui est spécifique à chaque péril et inhérente à l'activité d'assurance. Par exemple, en Belgique, la révision du tableau indicatif utilisé par les juges pour fixer les indemnisations des sinistres, qu'ils soient matériels ou corporels, affecte le coût moyen des sinistres. Cette inflation superposée n'est pas mesurable par un indice des prix. Les facteurs à l'origine de cette inflation superposée ont un impact indirect sur le coût des sinistres qu'il n'est pas possible à établir. Leur impact n'est pas entièrement prévisible et quantifiable. Le tableau indicatif influence les juges dans le choix des indemnisations, mais ils sont libres de fixer les indemnisations qu'ils estiment appropriées. Cette inflation superposée relève de considérations juridiques, d'appréciations et de phénomènes sociaux qui ne sont pas purement économiques. Par exemple, il est difficile de suivre l'évolution des indemnisations moyennes pour un préjudice esthétique à la suite d'une défiguration à l'aide d'un indice des prix spécifique. Les changements dans l'environnement juridique et social, la politique et les procédures de gestion des sinistres (comme la rapidité des règlements, par exemple) font partie des effets calendaires et affectent le coût moyen de règlements des sinistres au-delà de l'explication économique. Étant donné qu'il n'est pas possible d'utiliser un indice des prix pour modéliser cette inflation superposée, on recourt à un spread stochastique (un processus d'arrivées modélisant des sauts d'inflation) pour tenir compte de ces chocs qui affectent l'activité d'assurance et ont un impact sur le coût des sinistres par année civile. La segmentation entre les dommages corporels et matériels permet de mettre en évidence une inflation différente entre les deux périls et de prendre en compte une inflation spécifique grâce au spread d'inflation spécifique à chaque péril.

La méthode de Chain-Ladder présente un risque systémique de sous-provisionner dans un environnement inflationniste. Afin de remédier à cela, nous mettons en place un ensemble de méthodes de provisionnement qui permettent de mettre à l'épreuve l'intégration de l'inflation dans le processus de provisionnement. Dans un premier temps, nous nous intéressons à des méthodes de provisionnement dérivées de la méthode de Chain-Ladder qui permettent d'ajuster la provision

globale à l'inflation :

- La méthode Chain-Ladder as-if élimine les effets historiques de l'inflation en retraitant les données du triangle comme si elles étaient en euros constants (as-if 2021). Nous appliquons la méthode de Chain-Ladder sur des données qui reflètent un environnement de provisionnement constant et sans inflation. Ensuite, nous projetons nos attentes futures d'inflation pour obtenir une estimation de la provision globale en euros courants.
- L'approche par Cash-flow consiste à faire l'hypothèse (ou l'approximation) selon laquelle la méthode de Chain-Ladder projette un taux d'inflation constant (tel qu'observé dans l'historique) sur les flux de trésorerie futurs attendus. Ensuite, nous remplaçons le taux constant d'inflation censé être projeté dans le futur par nos nouvelles attentes d'inflation future.

#### **Évolution du coût moyen des sinistres - Provisions dossier/dossier :**

L'objectif final de ces approches alternatives de provisionnement est de clarifier la modélisation de l'inflation dans le processus de provisionnement. L'approche multi-triangle consiste à utiliser plusieurs triangles pour le provisionnement :

- Un triangle du nombre de sinistres associés à au moins un paiement.
- Un triangle des paiements effectués pour les sinistres. Nous utilisons un triangle des paiements plutôt qu'un triangle de la charge totale des sinistres (paiements + provisions dossier/dossier). Dans notre historique, les provisions dossier/dossier disponibles ne sont pas établies selon une méthodologie commune à tous les gestionnaires de sinistres en ce qui concerne l'inflation. Certains gestionnaires ajustent les provisions à l'inflation, tandis que d'autres ne le font pas. Afin d'éviter un double comptage de l'inflation dans notre approche de provisionnement, nous choisissons de travailler uniquement avec le triangle des paiements.

On se concentre sur le triangle des paiements moyens (construit à partir du triangle de nombres de sinistres et du triangle des paiements). On normalise en quelque sorte l'effet volume des sinistres afin de se focaliser sur l'évolution du paiement moyen des sinistres.

La méthode de séparation couplée aux modèles linéaires généralisés (MLGs) permet d'avoir une vision stochastique et paramétrique du nombre de sinistres et des paiements, tout en modélisant séparément les effets auxquels l'historique de sinistralité est soumis :

- Triangle des nombres de sinistres associés à au moins un paiement : effet volume (lié à l'exposition au risque et à la fréquence des sinistres) et effet de développement (lié au rythme de règlements et à la durée de règlement des sinistres).

- Triangle des paiements moyens : effet calendaire (lié à l'évolution des paiements moyens et à l'inflation des sinistres selon l'année calendrier) et effet de développement (lié au rythme de règlements et à la durée de règlement des sinistres).

**Projection d'inflation future :** Chacune de ces méthodes de provisionnement nécessite d'être en mesure de projeter les attentes d'inflation dans le futur. L'avantage d'utiliser un indice des prix largement utilisé tel que l'indice santé pour l'inflation économique plutôt qu'un indice des prix spécifique et peu utilisé est qu'il offre davantage d'informations pour les prédictions futures :

- À court terme [2022-2024], on utilise les prédictions du Bureau Fédéral du Plan de Belgique pour l'indice santé. Ces prédictions reflètent des attentes élevées d'inflation en Belgique à court terme en lien avec l'environnement inflationniste.
- À moyen et long terme, on se base sur un générateur de scénarios économiques (GSE) basé sur le modèle de taux Jarrow-Yildirim, permettant de projeter simultanément les taux nominaux, les taux réels et les indices de prix. En se basant sur divers produits financiers, et notamment l'évolution des taux swap d'inflation à différentes échéances, on peut avoir une idée des anticipations d'inflation à moyen et long terme du marché financier pour la zone Euro. Ces projections reflètent un ralentissement puis un rebond de l'inflation à moyen-long terme [2025-2039], restant en ligne avec l'objectif de la Banque centrale européenne de maintenir l'inflation autour de 2%. À long terme [2040-2046], les anticipations d'inflation au 31/12/2021 projettent un scénario pessimiste où la zone euro serait confrontée à une inflation persistante dépassant les 2% et tendant progressivement vers les 4%. On fait le choix de conserver les prédictions issues du GSE, mais on les remet en question par la suite en évaluant leur impact à travers un stress-test.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>L'essentiel sur l'inflation</b>	<b>13</b>
1.1	L'inflation économique . . . . .	14
1.1.1	Définition générale . . . . .	14
1.1.2	Mesure de l'inflation . . . . .	14
1.1.3	Les causes de l'inflation . . . . .	19
1.1.4	Le contexte de l'inflation mondiale . . . . .	22
1.2	L'inflation spécifique à l'assurance non-vie . . . . .	24
1.2.1	Présentation de l'assurance non-vie : le cas de la responsabilité civile automobile en Belgique . . . . .	24
1.2.2	Mesure de l'inflation dans le contexte de l'assurance non-vie	27
1.2.3	L'impact de l'inflation sur les engagements des assureurs .	29
<b>2</b>	<b>Provisionnement en assurance non-vie</b>	<b>31</b>
2.1	Pourquoi provisionner en assurance non-vie ? . . . . .	31
2.1.1	Fonctionnement d'une compagnie d'assurance . . . . .	31
2.1.2	États financiers et provisionnement . . . . .	33
2.2	Cadre réglementaire du provisionnement . . . . .	34
2.2.1	Provisions techniques BGAAP . . . . .	34
2.2.2	Directive Solvabilité II . . . . .	38
2.3	Processus de calcul des provisions techniques . . . . .	42
2.3.1	Valorisation du BE provision pour sinistres . . . . .	43
2.3.2	Valorisation du BE provisions pour primes . . . . .	45
2.3.3	Valorisation du BE pour rentes non-vie . . . . .	46
2.3.4	Résumé . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Méthodes de provisionnement en assurance non-vie</b>	<b>48</b>
3.1	Triangle de liquidation . . . . .	48
3.2	Méthodes classiques de provisionnement . . . . .	52
3.2.1	Chain-Ladder : une méthode déterministe non paramétrique	52
3.2.2	Link Ratio et Extended Link Ratio : des méthodes autorégressives . . . . .	56
3.2.3	Méthode de Mack : une méthode semi-stochastique non paramétrique . . . . .	57
3.2.4	Inflation et effets diagonaux dans les triangles . . . . .	64

3.3	Méthodes de provisionnement permettant de capter l'inflation explicitement . . . . .	65
3.3.1	Des méthodes adaptées à l'inflation et dérivées de Chain-Ladder . . . . .	65
3.3.2	Effets diagonaux dans les triangles de liquidation . . . . .	67
3.3.3	La méthode de séparation de Taylor-Verbeek . . . . .	68
3.3.4	Modèles linéaires généralisés appliqués au provisionnement : des modèles paramétriques stochastiques . . . . .	70
3.3.5	Approche Multi-triangles et MLGs : Fréquence-Sévérité . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Évaluation des provisions au regard de l'inflation en RC Auto</b>	<b>80</b>
4.1	Scope des données . . . . .	80
4.2	Méthode de Mack . . . . .	82
4.2.1	Les hypothèses de la méthode de Mack . . . . .	82
4.2.2	Les résultats de la méthode de Mack . . . . .	87
4.3	Inflation des sinistres dans les triangles . . . . .	91
4.3.1	Tendances de l'inflation historique . . . . .	91
4.3.2	Drivers de l'inflation des sinistres . . . . .	95
4.3.3	Projection de l'inflation dans le futur . . . . .	97
4.4	Prise en compte de l'inflation dans le calcul de la provision . . . . .	100
4.4.1	Inflation économique . . . . .	100
4.4.2	Inflation des sinistres . . . . .	102
<b>5</b>	<b>Backtesting de la méthodologie de provisionnement</b>	<b>109</b>
5.1	Traitement des valeurs atypiques . . . . .	109
5.1.1	Étude des résidus . . . . .	112
5.1.2	Mesure de l'effet de levier . . . . .	114
5.1.3	Détection d'observation influente . . . . .	115
5.2	Validation du modèle MLG . . . . .	116
5.2.1	Ajustement du modèle . . . . .	117
5.2.2	Capacité prédictive du modèle . . . . .	119
5.3	Stress-test sur la projection future d'inflation . . . . .	119
5.4	Volatilité à l'ultime : Bootstrap . . . . .	121



# Dédicaces

*“Sigui-ya-son : « assois-toi en attendant ». Il n’y a pas de vent, de pluie ou de sécheresse qui ne finissent par s’arrêter. Celui qui se confie entièrement au Tout-Puissant n’est jamais honni.”*<sup>1</sup>

---

— Ahmadou Kourouma, actuaire et écrivain panafricain

---

1. citation adaptée du livre *Monnè, outrages et défis* [1990], Ahmadou Kourouma, Le Seuil, Chap. 17

# Remerciements

Je voudrais remercier l'entreprise Reacfin ainsi que son CEO M. Xavier Maréchal pour m'avoir offert une expérience professionnelle enrichissante et précieuse pour mon mémoire. Merci aux membres du Centre d'Excellence Non-vie dirigé par M. Michael Lecuivre pour leur accueil chaleureux et leur disponibilité.

Je souhaite également remercier mon tuteur académique M. Stéphane Loisel et mon école, l'Institut de Science Financière et d'Assurances (ISFA), pour son enseignement de qualité, son ouverture à l'international et les opportunités qui m'ont été offertes.

J'adresse un profond remerciement à ma famille, aux KONÉ et alliés, qui ont été une source constante de motivation, d'encouragement et d'inspiration tout au long de mes études.

Je suis très reconnaissant envers toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la rédaction de ce mémoire.

# Introduction

L'inflation est un phénomène économique qui affecte les activités de divers secteurs en Belgique et dans la zone euro. Ces dernières années, l'inflation est devenue un sujet d'actualité important pour les assureurs non-vie. En effet, l'économie mondiale a connu des niveaux d'inflation sans précédent par rapport à la décennie précédente. Parmi les branches d'assurances, la responsabilité civile automobile, qui est une branche à développement long, est particulièrement vulnérable à l'impact de l'inflation. Les assureurs responsabilité civile automobile doivent indemniser les dommages matériels ou corporels subis par des tiers en cas d'accident causé par leurs assurés. Or, le coût de ces sinistres est affecté par l'inflation, ce qui entraîne des paiements plus élevés pour les assureurs. Ainsi, l'augmentation des prix des biens et des services au fil du temps peut avoir un impact significatif sur la capacité d'un assureur à honorer ses engagements et à maintenir sa solvabilité.

Pour relever ces défis, les assureurs non-vie utilisent différentes stratégies de provisionnement. Cependant, les méthodes traditionnelles de provisionnement les plus couramment utilisées ne tiennent pas compte de manière optimale de l'impact de l'inflation sur les coûts futurs des sinistres. Il est donc essentiel d'intégrer de manière explicite et cohérente l'inflation dans la méthodologie de provisionnement afin d'améliorer la précision et l'efficacité de ce processus.

Cette étude commencera par définir l'inflation en tant que phénomène économique et cherchera à comprendre son origine et ses causes. Il est également important de mettre en évidence les défis spécifiques posés par l'inflation aux assureurs non-vie. Ensuite, le mémoire examinera les différentes méthodes traditionnelles de provisionnement utilisées dans le domaine de l'assurance, en analysant leur prise en compte implicite de l'impact de l'inflation et en identifiant les limites de leur utilisation. Le mémoire proposera ensuite des méthodes alternatives de provisionnement qui intègrent explicitement l'inflation. Ces méthodes peuvent inclure l'utilisation et la création d'indices de prix, l'ajustement des données en fonction de l'inflation, des techniques de projection de l'inflation dans le futur ou le développement de modèles linéaires généralisés qui prennent explicitement en compte l'inflation. La fiabilité de ces méthodes pour prédire avec précision les coûts futurs des sinistres sera évaluée.

Ce mémoire contribuera à une meilleure compréhension de l'impact de l'inflation sur les engagements des compagnies d'assurances et à réduire le risque de sous-provisionnement lié à l'inflation dans le contexte de l'assurance responsabilité civile automobile. Ce travail vise à développer de meilleures pratiques de gestion des risques liées à l'inflation, ainsi qu'à améliorer la solvabilité des compagnies d'assurances et à offrir une meilleure protection aux assurés, conformément à la directive européenne Solvabilité II et aux normes locales BGAAP.

# Chapitre 1

## L'essentiel sur l'inflation

Dans une économie de marché, les acteurs économiques privés ont la liberté de détenir et d'échanger des biens, des services et des capitaux. Ces agents économiques interviennent de manière non coordonnée sur le marché dans l'optique de maximiser leur profit et leur intérêt propre. Sur le marché, le grand nombre d'offreurs et de demandeurs est censé garantir une libre concurrence entre les agents économiques. Les biens et les services s'échangent à un prix résultant des interactions entre les acheteurs et les vendeurs. Les prix sont donc déterminés de manière décentralisée lorsque l'offre et la demande trouvent un équilibre sur le marché. La monnaie joue le rôle d'unité de compte et permet d'exprimer la valeur d'un produit sous la forme du prix nominal. Au regard de la dynamique de l'économie, les prix sont dans leur globalité amenés à évoluer et à ne pas rester statiques. Ainsi, de manière générale, l'inflation se définit comme une augmentation soutenue et généralisée du prix d'un panier de biens et de services au cours d'une période donnée de temps.

L'inflation doit être distinguée d'autres notions relatives à l'évolution des prix, à savoir la désinflation, la déflation et l'hyperinflation :

- La **désinflation** est un ralentissement de l'inflation, c'est-à-dire que les prix continuent à augmenter mais à un rythme moins important qu'auparavant. On constate alors une diminution du taux d'inflation, mais le taux d'inflation reste positif (cas des pays européens dans les années 80 et 90 qui ont connu une désinflation afin de respecter les critères du Traité de Maastricht pour pouvoir adopter l'euro dès 1999).
- La **déflation** est une baisse soutenue et généralisée du prix d'un panier de biens et de services au cours d'une période donnée de temps. On constate alors que le taux d'inflation devient négatif. C'est un signe de récession, puisque la croissance économique est menacée (cas du Japon du début des années 1990).
- L'**hyperinflation** est une croissance extrêmement rapide et élevée du niveau des prix, où l'inflation mensuelle dépasse 50% pendant au moins

un an (cas du Zimbabwe dans les années 2000, où en novembre 2008, le taux mensuel d'inflation a atteint 79,6 milliards %).

## 1.1 L'inflation économique

### 1.1.1 Définition générale

L'inflation désigne une augmentation générale et continue du niveau des prix. Par augmentation « continue » ou « soutenue » des prix, on entend que l'inflation doit pouvoir se mesurer sur une période de temps significative et ne pas se limiter à un instant. Pour illustrer cette notion, on s'intéresse aux prix de  $n$  biens et services. Si les prix des biens et services augmentent à l'instant  $t$  mais restent constants aux périodes suivantes (en  $t + 1, t + 2, \dots$ ), on ne peut pas parler d'inflation. Par ailleurs, lorsque l'on parle d'augmentation « générale » des prix, cela signifie que l'inflation doit affecter de manière globale les différents biens et services du panier considéré. Dans notre exemple avec  $n$  biens et services, si le prix d'un seul de ces biens ou services augmente et les prix des  $n - 1$  autres biens et services restent constants on ne peut pas parler non plus d'inflation.

### 1.1.2 Mesure de l'inflation

L'inflation se mesure le plus souvent à partir de l'indice des prix à la consommation (IPC) qui intègre les biens et les services consommés par les agents économiques d'un pays donné. L'IPC prend en compte les biens et services produits par le pays mais aussi ceux qui ont été importés depuis l'étranger. Pour définir l'IPC, on considère un panier de biens et de services représentatif des choix de consommation d'un individu type du pays étudié. Pour obtenir le niveau général des prix, on calcule la moyenne pondérée des biens et services du panier. On associe à chaque bien ou service une pondération reflétant le profil type de consommation. Ensuite, on estime entre deux périodes données la variation moyenne des prix ce même panier de biens et de services consommés par les ménages sur l'ensemble du territoire étudié.

### **Le calcul de l'indice des prix harmonisé (IPCH) en zone Euro**

L'indice des prix à la consommation harmonisé (IPCH) est un indicateur économique qui permet d'obtenir une mesure comparable de l'inflation pour les pays membres de la zone Euro. L'IPCH sert également pour évaluer la convergence des prix dans les pays candidats à l'accession à la zone Euro. L'IPCH est calculé par l'Eurostat, l'office statistique de l'Union Européenne. L'IPCH joue un rôle important dans la conduite de la politique de stabilité des prix menée par la Banque Centrale Européenne (BCE).

#### **1. La composition du panier**

Pour calculer l'indice des prix à la consommation, on doit sélectionner les biens et services consommés par le ménage type. On parle alors du « panier de la ménagère » contenant les biens et services généralement achetés par les ménages (produits alimentaires, habillements, transports, communications, loisirs, logements...). Les différentes catégories de consommation sont définies sur base de la nomenclature ECOICOP (European Classification of Individual Consumption by Purpose). La nomenclature ECOICOP permet de décomposer, à l'aide d'un système de compilation standardisé, la consommation des ménages par unités de besoin. De plus, à chaque produit du panier de consommation, on attribue une pondération proportionnelle à sa part d'importance dans les dépenses des ménages. On étudie le comportement des consommateurs pour composer un panier de biens et de services consommés par un ménage moyen et établir un profil de consommation type par pays.

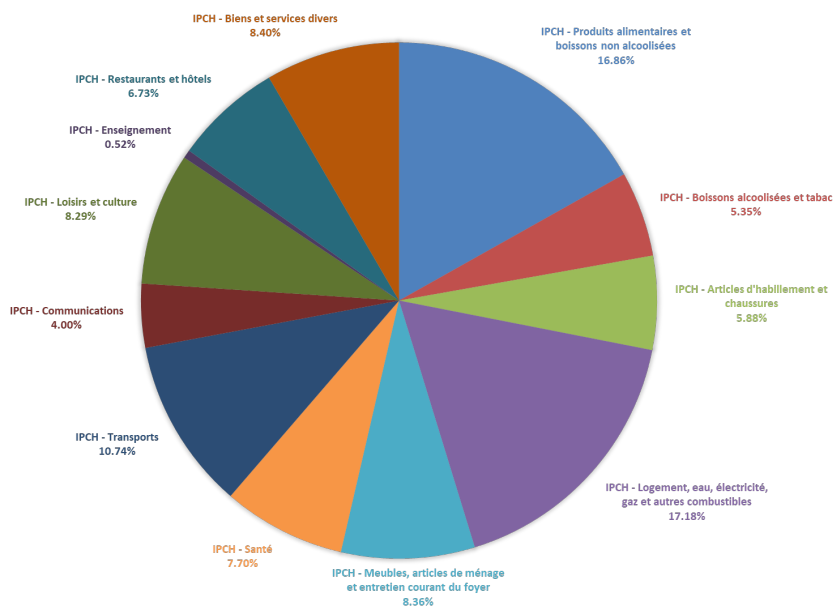


FIGURE 1.1 – Parts de consommation des ménages de biens et services en Belgique (en %). Euro Area Statistics, 2022

## 2. La recherche des prix

On collecte le prix des biens et services appartenant aux différentes catégories de consommation de la nomenclature ECOICOP. Les prix nécessaires à l'IPCH peuvent être collectés en magasin ou de manière centralisée via des enquêtes téléphoniques et/ou électroniques. Afin de s'adapter aux nouveaux modes de consommation, les prix sont également directement collectés sur Internet.

L'IPCH prend en compte les prix réellement supportés par les consommateurs i.e. en prenant en compte les impôts sur les produits (T.V.A. par exemple), les frais annexes ou les soldes.

### 3. L'IPCH, un indice de type Laspeyres

L'IPCH est un indice de type Laspeyres. Un indice de type Laspeyres permet de suivre l'évolution au fil du temps du prix d'un panier fixe acheté à une période référence. Il mesure la variation moyenne des prix entre une période de référence et une période de comparaison en utilisant les poids de pondération des dépenses ajustés pour refléter les tendances de consommation de la période de référence.

Soit 13 périodes mensuelles  $m = 0, 1, \dots, 12$  pour une année considérée  $t$ .  $0t$  correspond au mois de décembre de l'année  $t-1$ .  $0t$  est une période de référence. De manière générale,  $mt$  correspond au  $m^{\text{ème}}$  mois de l'année  $t$ . On considère  $N$  biens et services (où  $i = 1, \dots, N$ ). À chaque bien ou service  $i$ , on associe un prix  $p_i^\tau$  pour la période de temps  $\tau$  et une pondération de dépense  $w_i^{0t, t-1}$  correspondant au profil de consommation utilisé pour la période de référence  $0t, t-1$ .

On commence par définir l'indice des prix de Laspeyres entre une période de référence  $0t$  (mois de décembre de l'année calendaire précédente) et une période de comparaison  $mt$  (le  $m^{\text{ème}}$  mois de l'année  $t$ ) se définit comme suit :

$$P^{0t, mt} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^{mt}}{p_i^{0t}} \cdot w_i^{0t, t-1} \quad (1.1)$$

Par récurrence, on définit l'indice des prix chaîné annuellement entre une année de référence  $b$  et une période de comparaison  $mt$  :

$$\begin{aligned} CP^{b, mt} &= CP^{b, 12(t-1)} \cdot P^{0t, mt} \\ &= \left( P^{b, 12(0)} \cdot P^{0(1), 12(1)} \dots P^{0(t-2), 12(t-2)} \cdot P^{0(t-1), 12(t-1)} \right) \cdot P^{0t, mt} \\ &= \left( P^{b, 12(0)} \cdot \prod_{s=1}^{t-1} P^{0(s), 12(s)} \right) \cdot P^{0t, mt} \end{aligned} \quad (1.2)$$

On remarque que le mois de décembre fait le lien entre les différents indices des prix de Laspeyres pour définir l'indice des prix chaîné annuellement.

### 4. Le choix d'une année de base

On calcule les indices en se rapportant à une année de base (le choix de cette année est totalement arbitraire). Les séries IPCH sont publiées avec 2015



comme année de référence. Pour mettre les indices en année de base, on divise les indices des prix chaînés annuellement par la moyenne arithmétique des indices de prix pour les différents mois de l'année de base. L'indice des prix chaîné annuellement de l'année de base 2015 entre une année de référence  $b$  et une période de comparaison se définit comme suit :

$$CP_{2015}^{b,mt} = \frac{CP^{b,mt}}{\frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} CP^{b,m(2015)}} \quad (1.3)$$

### 5. Le calcul du taux d'inflation

Par soucis de clarté, on notera l'indice des prix à la consommation harmonisé  $I_m^t$  pour le  $m^{\text{ème}}$  mois de l'année  $t$ . Ainsi pour chaque période de temps et pour chaque catégorie de consommation, on peut suivre l'évolution des prix.

IPCH global	124.24
IPCH - Produits alimentaires et boissons non alcoolisées	119.35
IPCH - Boissons alcoolisées et tabac	140.06
IPCH - Articles d'habillement et chaussures	106.57
IPCH - Logement, eau, électricité, gaz et autres combustibles	155.37
IPCH - Meubles, articles de ménage et entretien courant du foyer	110.98
IPCH - Santé	107.94
IPCH - Transports	129.64
IPCH - Communications	108.39
IPCH - Loisirs et culture	112.86
IPCH - Enseignement	127.57
IPCH - Restaurants et hôtels	125.76
IPCH - Biens et services divers	115.49

FIGURE 1.2 –  $I_{Aug}^{2022}$  :IPCH en Belgique pour le mois d'août 2022. Statbel, août 2022

A partir de l'indice des prix à la consommation harmonisé, on peut calculer le taux d'inflation. Le taux d'inflation, exprimé en pourcentage, correspond à la variation de l'indice des prix entre deux périodes données. En fonction de la méthode de calcul et du pas de temps considéré, on peut définir plusieurs taux d'inflation, taux de variation et indices moyens.

Le **taux d'inflation annuel (A)** mesure la variation de l'indice entre le mois en cours et le même mois de l'année précédente :

$$A_m^{t,t-1} = \left( \frac{I_m^t}{I_m^{t-1}} - 1 \right) \cdot 100 \quad (1.4)$$

par exemple, le taux d'inflation annuel entre Août 2022 et Août 2021  $A_{Aug}^{2022,2021}$

se note ainsi :

$$A_{Aug}^{2022,2021} = \left( \frac{I_{Aug}^{2022}}{I_{Aug}^{2021}} - 1 \right) \cdot 100$$

En Belgique, le taux d'inflation annuel (calculé à partir de l'IPCH global) entre Août 2022 et Août 2021  $A_{Aug}^{2022,2021}$  vaut 10.52%.

Le **taux d'inflation mensuel (M)** mesure la variation de l'indice entre le mois en cours et le mois précédent :

$$M_{m,m-1}^t = \left( \frac{I_m^t}{I_{m-1}^t} - 1 \right) \cdot 100 \quad (1.5)$$

par exemple, le taux d'inflation mensuel entre Août et Juillet 2022  $M_{Aug,Jul}^{2022}$  se note ainsi :

$$M_{Aug,Jul}^{2022} = \left( \frac{I_{Aug}^{2022}}{I_{Jul}^{2022}} - 1 \right) \cdot 100$$

En Belgique, le taux d'inflation mensuel (calculé à partir de l'IPCH global) entre Août et Juillet 2022  $M_{Aug,Jul}^{2022}$  vaut 1.81%.

Le **taux de variation moyen (TM)** sur 12 mois glissants se calcule comme suit :

$$TM_m^t = \left[ \frac{(I_m^t + I_{m-1}^t + \dots + I_{m-11}^t)}{(I_{m-1}^{t-1} + I_{m-1}^{t-1} + \dots + I_{m-11}^{t-1})} \right] \cdot 100 \quad (1.6)$$

par exemple, le taux de variation moyen sur 12 mois glissants se terminant en Août 2022  $TM_{Aug}^{2022}$  se note ainsi :

$$TM_{Aug}^{2022} = \left[ \frac{(I_{Aug}^{2022} + I_{Jul}^{2022} + \dots + I_{Sep}^{2021})}{(I_{Aug}^{2021} + I_{Jul}^{2021} + \dots + I_{Sep}^{2020})} \right] \cdot 100$$

En Belgique, le taux de variation moyen sur 12 mois glissants (calculé à partir de l'IPCH global) se terminant en Août 2022  $TM_{Aug}^{2022}$  vaut 108.43%.

L'**indice des prix moyen annuel (AV)** est la moyenne des douze indices mensuels de l'année considérée :

$$AV^t = \frac{1}{12} \cdot (I_{12}^t + I_{11}^t + \dots + I_1^t) \quad (1.7)$$

par exemple, l'indice des prix moyen annuel de l'année 2021  $AV^{2021}$  se note ainsi :

$$AV^{2021} = \frac{1}{12} \cdot (I_{Dec}^{2021} + I_{Nov}^{2021} + \dots + I_{Jan}^{2021})$$

En Belgique, l'indice des prix moyen annuel (calculé à partir de l'IPCH global) de l'année 2021  $AV^{2021}$  vaut 111.72.

Le **taux d'inflation annuel moyen (AR)** de l'année  $t$  se calcule comme suit :

$$AR^t = \left( \frac{AV^t}{AV^{t-1}} - 1 \right) \cdot 100 \quad (1.8)$$

par exemple, le taux d'inflation annuel moyen de l'année 2021  $AR^{2021}$  se note ainsi :

$$AR^{2021} = \left( \frac{AV^{2021}}{AV^{2020}} - 1 \right) \cdot 100$$

En Belgique, le taux d'inflation annuel moyen (calculé à partir de l'IPCH global) de l'année 2021  $AR^{2021}$  vaut 3.22%.

### L'indice des prix à la consommation en Belgique

L'**indice des prix à la consommation (IPC) nationale** de la Belgique, publié par Statbel, est un indice permettant de suivre l'évolution des prix au cours du temps en Belgique. L'IPC reprend les grands concepts et principes de calcul applicables à l'IPCH (sans pour autant y être identique). Afin de préserver l'objectivité de l'indice, les définitions exactes de calcul entourant les biens et les services sont tenues confidentielles. En plus de l'IPC national, Statbel fournit d'autres indices des prix utiles au monitoring de l'inflation en Belgique :

- l'**indice santé** déduit de l'IPC national en retirant un certain nombre de produits du panier de consommation en l'occurrence les boissons alcoolisées, le tabac et les carburants (à l'exception du LPG). Par exemple, l'indice santé est utilisé pour l'indexation des salaires en Belgique.
- l'**indice santé lissé** ou **indice lissé** correspond à la moyenne mobile des indices santé des 4 derniers mois. Il sert de base à l'indexation des pensions, des allocations sociales et de certains salaires lorsque l'indice-pivot, défini préalablement, est atteint ou dépassé.
- l'**indice général des prix à la consommation sans produits pétroliers** exclut le butane, le propane, les combustibles liquides et carburants.
- l'**indice général des prix à la consommation sans produits énergétiques** exclut l'électricité, le gaz naturel, le butane, le propane, les combustibles liquides, les combustibles solides et carburants.

#### 1.1.3 Les causes de l'inflation

L'inflation est un phénomène complexe qui s'explique par différents facteurs qu'il convient d'étudier. Face à la complexité de l'inflation, loin de s'exclure mutuellement, ces différentes explications se complètent souvent pour éclaircir le phénomène.

## L'explication de l'inflation par la demande

Le modèle offre globale et demande globale (OG-DG) introduit l'hypothèse de flexibilité des prix et des salaires nominaux. Ainsi c'est l'équilibre entre l'offre et la demande sur le marché des biens et des services qui détermine un prix d'équilibre et un niveau de production d'équilibre. Sous cet angle d'approche, l'inflation résulte d'un déséquilibre entre l'offre et la demande de biens et services en l'occurrence d'un excès de la demande par rapport à l'offre.

La courbe OG représente l'offre globale de biens, i.e. la quantité de biens que les entreprises sont prêtes à produire et à mettre sur le marché. La courbe OG est une fonction croissante du prix. La courbe DG représente la demande globale de biens, i.e. la quantité de biens que l'ensemble des agents économiques (ménages, entreprises, administrations publiques, reste du monde...) sont prêts à acheter. La courbe DG est une fonction décroissante du prix. L'intersection des courbes OG et DG, au point E, assure l'équilibre macro-économique à court et moyen terme entre l'offre et la demande. Cet équilibre permet de déterminer une production agrégée d'équilibre, noté Y, ainsi qu'un prix d'équilibre, noté P.

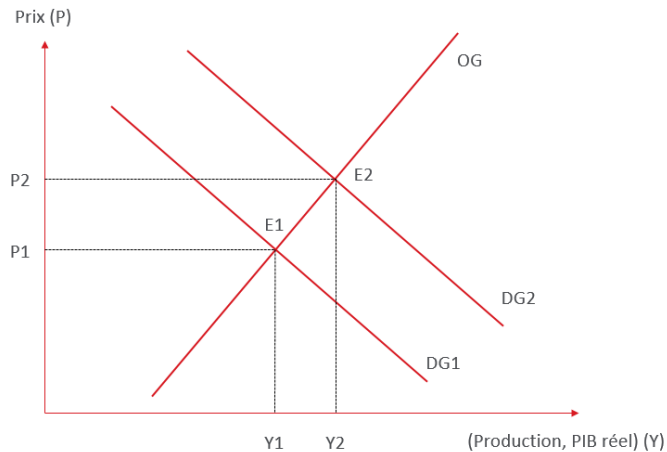


FIGURE 1.3 – Modèle offre globale et la demande globale

Lorsque la demande globale augmente, deux cas de figure se présentent. Soit l'offre est parfaitement élastique, alors on peut répondre immédiatement à la hausse de la demande par une augmentation de la production. Sinon dans le cas contraire, les capacités de production sont insuffisantes pour pouvoir réagir. L'excès de demande par rapport à l'offre engendre alors un phénomène inflationniste.

Dans ce cas de figure, la courbe OG reste la même et la courbe DG se déplace vers la droite pour symboliser la hausse de la demande. On constate que le prix

d'équilibre augmente pour passer de P1 à P2.

En se ramenant à un point de vue monétaire, l'inflation par la demande s'explique par un excédent de monnaie en circulation par rapport au nombre de biens et services proposés en vente sur le marché.

### L'explication de l'inflation par coûts de production

L'inflation peut se voir sous l'angle des coûts de production. L'augmentation des coûts de production entraîne la hausse des prix. Au cas contraire, la rentabilité de l'entreprise serait amoindrie. Ces hausses de coûts de production peuvent avoir plusieurs origines :

- la **hausse des salaires nominaux** : la rémunération totale versée aux salariés des entreprises est la composante essentielle du coût de production. Si ces derniers augmentent cela aura une répercussion à la hausse sur les prix de vente.
- l'**augmentation du prix des matières premières importées** tel que le pétrole, les céréales, les matériaux industriels, etc... Dans ce cas, on parle alors d'**inflation importée**.
- l'**augmentation du taux de marge ou markup rate** : en fonction du degré de monopole et de concurrence du marché, les entreprises peuvent ajouter un taux de marge plus important à leurs coûts de production et créer ainsi de l'inflation.

L'inflation par coût de production peut mener à une spirale inflationniste. En effet, l'augmentation des prix entraîne la diminution du salaire réel des salariés. Pour maintenir le pouvoir d'achat des salariés, ils peuvent demander une hausse de leur salaire (en fonction de leur pouvoir de négociation) qui entraînera une nouvelle hausse des coûts de production et entretiendra une boucle d'inflation prix-salaire.

### L'explication de l'inflation par facteurs structurels

Il ne s'agit pas d'une inflation due à un phénomène transitoire comme c'est le cas pour une inflation conjoncturelle. L'inflation structurelle s'opère lorsque les caractéristiques durables de l'économie, du marché et de ses acteurs sont à l'origine de l'inflation :

- les **fondements économiques** : le degré de concurrence sur les marchés (concurrence pure et parfaite, concurrence imparfaite, monopole...), les modes de production (système archaïque ou moderne), l'environnement international (relatif à l'inflation importée) ont un impact déterminant dans l'explication de l'inflation.
- les **fondements socioculturels** : l'inflation peut être influencée par des facteurs psychologiques. La crainte par anticipation de la hausse des prix

peut mener les consommateurs à acheter des biens dans la précipitation. Ces achats compulsifs mèneront à une inflation qui confirmera les craintes des consommateurs.

- les **fondements institutionnels** : le degré de l'interventionnisme de l'État (prix administrés, dépenses publiques, impôts et taxes) est également un facteur clé pour pouvoir expliquer l'inflation.

### 1.1.4 Le contexte de l'inflation mondiale

Depuis mi-2021, la zone Euro connaît une inflation galopante. En Belgique, l'inflation a atteint des niveaux records absolus, en enregistrant une hausse des prix annuel de 12,27% au mois d'octobre 2022.

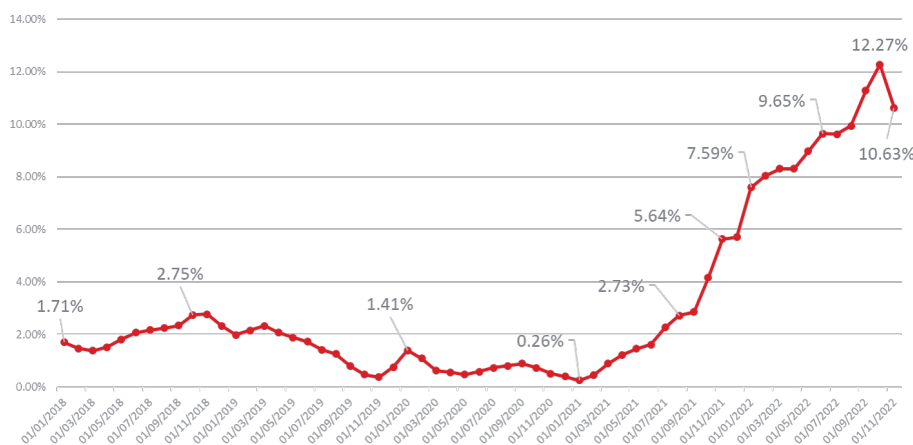


FIGURE 1.4 – Évolution de l'inflation annuelle calculée sur base de l'IPC national belge. Statbel, 2022

Les causes de cette explosion des prix sont multiples. De nombreux facteurs précités interagissent ensemble pour expliquer la situation actuelle autour de l'inflation. La pandémie de Covid-19 a mis en lumière l'interconnectivité et l'interdépendance des économies des différents pays. La mondialisation économique a contribué à la propagation de l'inflation à travers les économies, avec des pressions inflationnistes provenant de sources variées.

A partir de mars 2020, en raison de la crise du COVID-19 et l'arrêt des activités, la demande des consommateurs, et par conséquent, les prix de certains biens et services (comme les produits pétroliers par exemple) ont chuté. La plupart d'entre eux se sont redressés avec un retour à la normal au début de l'année 2021. L'inflation en 2021 a été poussée mécaniquement à la hausse. On

parle alors d'effet de base.

En 2021, La réouverture des économies et la fin des restrictions sanitaires a conduit à une relance de la demande. Les politiques monétaires et de relance budgétaire visant à soutenir les ménages et les entreprises ont provoqué une forte reprise de l'activité. Les chaînes mondiales de production et d'approvisionnement n'ont pas pu répondre à l'explosion de la demande (lenteur de la production, mises en quarantaine du personnel, goulot d'étranglement logistique, fermeture de plusieurs ports chinois...). Au même moment, les prix de l'énergie se sont non seulement redressés, mais ont continué à augmenter fortement, surtout à partir du second semestre 2021) été affecté par une hausse étaient eux aussi à la hausse (inadéquation offre-demande, conditions météorologiques défavorables, pressions géopolitiques autour du projet du gazoduc Nord Stream 2, forte hausse du prix des quotas d'émission CO2...).

Au début de l'année 2022, les chaînes d'approvisionnement semblaient se réadapter progressivement à la forte demande. Depuis février 2022, le conflit russo-ukrainien a entraîné une forte hausse des prix. L'enlisement dans les conflits et les sanctions économiques ont fortement entravé l'exportation par ces deux pays d'un certain nombre de matières premières essentiels au commerce mondial et à la zone Euro en particulier. Les cours du pétrole et du gaz, les prix de certains métaux (nickel, acier) et de plusieurs matières premières alimentaires (céréales, huile de tournesol) ont flambé.

## 1.2 L'inflation spécifique à l'assurance non-vie

### 1.2.1 Présentation de l'assurance non-vie : le cas de la responsabilité civile automobile en Belgique

L'assurance non-vie couvre le patrimoine des personnes physiques et morales en indemnisant des sinistres ayant causé des pertes matérielles et/ou immatérielles. En contrepartie de cette garantie financière, le souscripteur verse une prime à l'assureur.

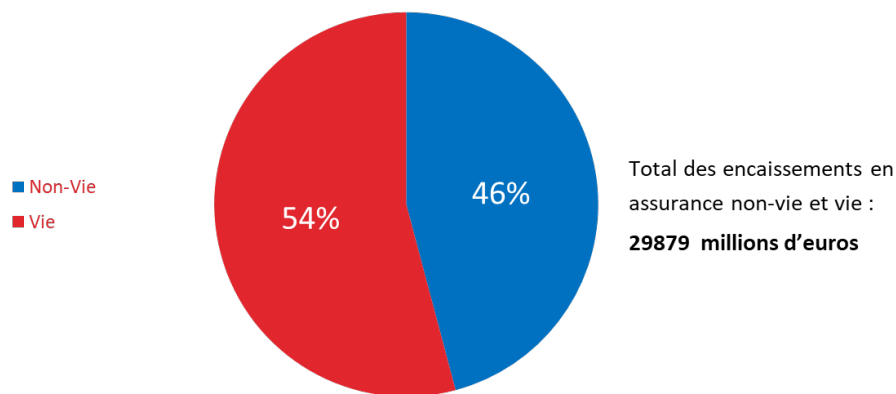


FIGURE 1.5 – Encaissements des primes en assurance non-vie et vie en Belgique. Assuralia, 2021.

L'assurance non-vie regroupe un large éventail de contrats d'assurance :

- les assurances de choses et de biens
- les assurances de responsabilité et de dettes
- les assurances de personnes

Les compagnies d'assurances segmentent leurs engagements en groupe de risques homogènes appelés line of business (LoB) ou branche d'activité. Dans le contexte de l'assurance non-vie, les compagnies d'assurances adoptent généralement la segmentation minimale suivante :

- Assurance responsabilité civile automobile
- Autres assurance des véhicules à moteur
- Assurance maritime, aérienne et transport
- Assurance incendie et autres dommages aux biens
- Assurance de responsabilité civile générale
- Assurance crédit et cautionnement
- Assurance de protection juridique



- Assistance
- Pertes pécuniaires diverses
- Assurance de frais médicaux
- Assurance de protection du revenu
- Assurance d'indemnisation des travailleurs

L'assurance de responsabilité a pour objet de garantir les conséquences de dommages causés par l'assuré à des tiers. Dans la suite du mémoire, on mettra l'accent sur les assurances de responsabilité et plus spécifiquement les contrats d'assurance de responsabilité civile résultant de l'emploi de véhicules terrestres automoteurs.

Le droit civil belge de 1804 institue le principe de réparation. En effet, lorsqu'un fait générateur cause à autrui un dommage, la personne (physique ou morale) qui répond de la faute à l'origine du dommage est tenue de réparer le dommage causé à un tiers. En cas d'accident, l'assurance responsabilité civile automobile (RC auto) couvre les dommages causés aux victimes tierces si la responsabilité de la partie impliquée dans l'accident est engagée.

Cette assurance est obligatoire en matière de responsabilité concernant les véhicules automoteurs<sup>1</sup>. Tous les propriétaires de véhicules sont tenus de posséder une assurance responsabilité civile automobile pour que leur véhicule puisse circuler sur la voie publique. De leur côté, les assurances doivent respecter des exigences minimales<sup>2</sup> dans leurs contrats pour pouvoir garantir les indemnisations lors d'un accident et proposer des contrats types d'assurance obligatoire de la responsabilité civile en matière de véhicules automoteurs.

L'assurance RC auto intervient pour prendre en charge les conséquences pécuniaires de la mise en cause de la responsabilité civile du propriétaire, de tout conducteur du véhicule assuré, de tous passagers du véhicule. L'assurance RC auto du conducteur entrera en jeu pour indemniser les victimes tierces d'un accident (dommages causés à la partie adverse, lésions corporelles causées aux passagers du véhicule qui sont considérés comme des tiers). Les usagers faibles à savoir passager du véhicule, piéton ou cycliste sont indemnisés même si ces derniers sont responsables de l'accident. Le conducteur fautif ainsi que son véhicule impliqué ne sont pas couverts par l'assurance RC auto. L'assurance RC auto ne prend en charge que les indemnités concernant les dommages aux choses et frais et les dommages corporels aux victimes tierces. De manière générale en responsabilité civile, pour les dommages corporels causés à des tiers, il y a un caractère illimité en matière d'indemnisation.

Le ratio combiné est indicateur couramment utilisée pour communiquer au-

---

1. Loi du 21 novembre 1989 relative à l'assurance obligatoire de la responsabilité civile en matière de véhicules automoteurs

2. Arrêté royal du 14 décembre 1992 relatif au contrat type d'assurance obligatoire de la responsabilité en matière de véhicules automoteurs

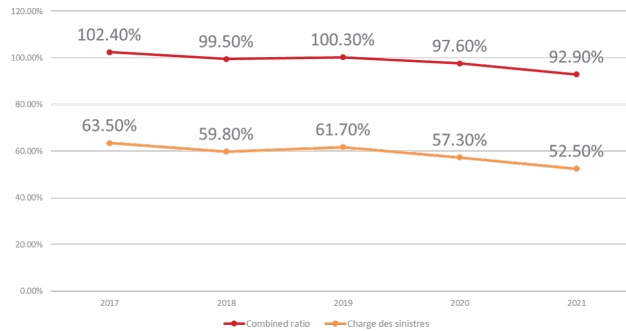


FIGURE 1.6 – Charge de sinistres et combined ratio (en fonction des primes acquises). Assuralia, 2021

tour de la rentabilité des produits d'assurance. C'est le rapport entre les décaissements (frais de gestion, commissions versées, provisions pour sinistres, remboursement des sinistres), et les encaissements (primes, cotisations encaissées). On constate au cours de ces deux dernières années une diminution de la charge des sinistres (et donc une augmentation de la rentabilité), due à une baisse à la fois des prestations et de la fréquence des sinistres résultant des divers confinements successifs en lien avec la pandémie de Covid-19.

En assurance RC auto, il est primordial de pouvoir fixer les responsabilités et de déterminer l'ampleur des dommages subis. Pour que la responsabilité soit retenue, un lien de causalité doit être établi entre l'acte et ses conséquences.

Au sein de la branche RC automobile, on regroupe souvent les contrats en fonction du type de véhicule (voiture de tourisme et d'affaires (moins de 3.5 tonnes), deux roues, bus, camions ...) et/ou du type de contrat (contrat individuel ou collectif).

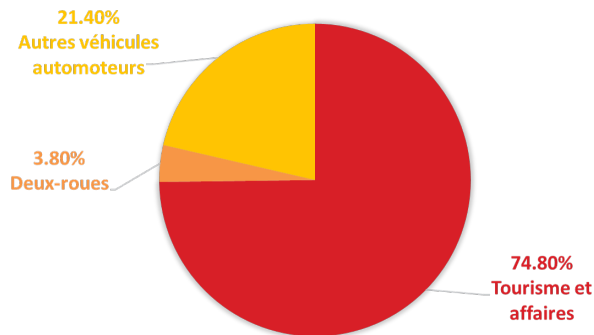


FIGURE 1.7 – Parts des encaissements des primes en RC Auto par type de véhicule. Assuralia, 2021

La catégorie « tourisme et affaires » réalise la majeure partie de l'encaissement de la branche RC automobile.

### 1.2.2 Mesure de l'inflation dans le contexte de l'assurance non-vie

Afin de transposer la définition de l'inflation vue précédemment, il est important d'identifier le « panier de biens et services » dans le contexte de l'assurance non-vie. Les assureurs en contrepartie du paiement d'une prime d'assurance couvrent l'assuré contre un risque pendant une période de couverture prédéfinie (généralement un an pour l'assurance non-vie). En cas de survenance d'un sinistre pendant cette période de couverture, la compagnie d'assurances indemnise le bénéficiaire selon les conditions déterminées dans le contrat. Dans l'industrie du monde des assurances, il y a une inversion du cycle de production. En effet, l'assureur ne connaît pas les coûts de ses produits avant d'en fixer le prix, ce qui génère un risque de souscription (risque que les coûts observés soient supérieurs aux revenus) pour ce dernier. Pour résumer, les assureurs vendent leur engagement de couvrir un risque selon les termes définis par la police d'assurance. Le panier de produits dans le contexte de l'assurance est défini par la police d'assurance. Le coût de ce panier est évalué par le coût des sinistres à rembourser.

L'inflation des sinistres se définit comme la hausse du coût (moyen) attendu d'indemnisation des sinistres d'une couverture d'assurance.

Pour mesurer cette inflation en Assurance Non-Vie, il est important de se baser un groupe de polices d'assurances homogènes au sens où les contrats d'assurance évoluent au cours du temps en restant en lien avec ce qui a été défini dans le passé (en termes de franchise, d'inclusion ou d'exclusion de certains périls et d'exposition au risque sous-jacente). La définition d'une police d'assurance conditionne la mesure de l'inflation des sinistres. Dans un premier temps, il faut

être en mesure d'identifier et d'isoler l'impact des modifications du contrat d'assurance sur les coûts attendus des sinistres.

L'inflation des sinistres comprend une inflation économique et une inflation superposée :

- l'**inflation économique** est capturée par des indices type IPC ou indice santé. Du point de vue économique, il s'agit d'une augmentation générale des prix de biens et services du panier des consommateurs. Ce panier peut être constitué de manière adéquate afin de s'adapter au type de sinistres indemnisés.
- L'**inflation superposée** concerne la hausse des coûts des sinistres au-delà de l'inflation économique générale. Elle est spécifique à chaque branche d'activité et comprend tous les effets calendaires que l'on peut observer dans cette branche.

"Inflation des sinistres" = "Inflation économique générale" + "Inflation superposée"

L'inflation superposée fait référence à un ensemble de facteurs tels que :

- les **changements de l'environnement juridique et social** : l'interprétation des textes de loi et jurisprudence, les dommages-intérêts (révision du Tableau indicatif par exemple), la cession de prestation (le prestataire de services peut facturer directement la compagnie d'assurances),...
- la **politique de gestion de sinistres** : la rapidité des règlements, ...
- des **mutations sociétales** : base de remboursement des institutions publiques, propension des individus à réclamer des indemnités, résilience et inégalités face au risque, sentiment du public envers les assureurs et les grandes entreprises, changements démographiques et politiques,...
- les **risques émergents** : nouvelles catégories de sinistres, avancées technologiques et médicales,...

L'**inflation sociale** est une sous-catégorie de l'inflation superposée. Elle est le reflet des évolutions liées aux litiges et aux changements législatifs qui vont impacter les coûts des sinistres. L'inflation sociale tire son origine dans des tendances sociétales (mouvements sociaux de grande ampleur, financement de litiges, méfiance croissante du public envers les assureurs et les grandes entreprises, ...), une définition plus large de la responsabilité et des décisions juridiques plus favorables aux plaignants.

En Belgique, le Tableau Indicatif est un facteur d'inflation sociale. Face à la complexité d'évaluation des coûts des sinistres le Tableau Indicatif a été mis

au point par l'Union royale des juges de paix et de police. Le Tableau Indicatif est un guide proposant des montants pour l'indemnisation d'un ensemble de dommages qui ne peuvent être chiffrés avec précision. Ce tableau est mis à jour régulièrement (généralement tous les 4 ans) afin de prendre en compte l'évolution des conditions socio-économiques, de la législation et de la jurisprudence. Même si ce tableau n'a aucune force contraignante et est purement indicatif, il sert de guide aux magistrats pour calculer l'indemnité la plus juste possible pour la victime. Le Tableau Indicatif est subdivisé de la manière suivante :

1. Dommage aux personnes
  - Préjudice temporaire (frais médicaux, aides, incapacité personnelle, ménagère et économique, préjudice né pendant les études, dommage des proches)
  - Dommage permanent (méthodes d'indemnisation, frais médicaux, aides, incapacité personnelle, ménagère et économique, dommage subi par les proches, réserves, tableau des indemnités forfaitaires)
  - Décès (Frais funéraires, Frais funéraires, Dommage des proches)
2. Dommage aux choses et frais
  - Dommage aux véhicules (Principes, TVA, Dépannage et gardiennage, Indemnité d'indisponibilité)
  - Frais de déplacement
  - Frais administratifs
  - Frais vestimentaires
3. Intérêts et provisions
  - Intérêts compensatoires
  - Intérêts moratoires
  - Provisions

### **1.2.3 L'impact de l'inflation sur les engagements des assureurs**

Les branches à développement long (en l'occurrence la RC automobile) sont particulièrement sensibles à la hausse des coûts de sinistres. Par exemple, dans le cas de la RC automobile, les sinistres corporels les plus graves peuvent rester ouverts pendant plusieurs années. En cas de survie de la victime, il est nécessaire d'attendre que son état se stabilise et que les lésions soient consolidées avant de pouvoir évaluer le coût du sinistre. Selon l'évolution de l'état de la victime, il peut être nécessaire de réévaluer le coût du sinistre. Les dommages matériels sont également affectés par l'augmentation des prix à court et moyen terme (puisqu'en RC automobile, les dommages matériels sont indemnisés selon les prix en vigueur au moment de l'établissement des responsabilités). L'écart de l'inflation par rapport à un niveau moyen représente un risque systémique d'inflation pour les engagements des assureurs et dans l'évaluation des provisions.

Les méthodes actuarielles traditionnelles de provisionnement prennent en compte implicitement l'inflation en projetant dans le futur un niveau moyen de l'inflation historique observée dans les données de sinistres. Dans un premier temps, il est primordial de développer une compréhension fine et détaillée de la méthodologie existante de provisionnement. Il faut être en mesure de comprendre les hypothèses concernant l'inflation et dans quelle mesure l'inflation des sinistres est-elle déjà prise en compte par l'existant.

Néanmoins, il se peut que l'inflation ne soit pas suffisamment provisionnée ou que les hypothèses d'inflation soient amenées à changer dans l'avenir. Ne pas estimer correctement les engagements d'assurance peut nuire gravement à la santé de l'entreprise et même conduire à se ruiner dans les cas les plus extrêmes. Pour cette raison, il devient important de prendre en compte explicitement l'inflation dans le provisionnement pour les différentes branches d'activités d'assurance non-vie concernées.

Quantifier l'impact de l'inflation sur les engagements en assurance non-vie n'est pas si simple. S'il est vrai que des indices économiques (tels que l'IPC) existent, il n'est pas certain qu'ils soient toujours pertinents pour modéliser l'augmentation du coût des sinistres. En effet, en fonction de la branche d'activité étudiée, une inflation superposée doit peut-être être prise en compte en plus de l'inflation économique. Par conséquent, il est pertinent pour prendre en compte l'inflation des sinistres d'analyser l'évolution des coûts moyens des sinistres et de tous les éléments qui conduisent aux changements des coûts des sinistres au cours du temps.

Au regard de cette complexité, il est important de pouvoir expliciter clairement comment l'inflation a été prise en compte et quelles hypothèses ont été faites. La prise en compte de l'inflation dans les provisions passe par deux éléments clés :

- capturer l'inflation des sinistres (de l'historique passé jusqu'à présent) pour les sinistres qui n'ont pas encore été réglés
- prédire l'évolution de l'inflation sur le coût des sinistres entre aujourd'hui et leur règlement

Il est important d'adopter une approche qui reflète la spécificité de la branche d'activité étudiée. Cette approche se doit d'être flexible pour pouvoir se réadapter à la sévérité et à la persistance des chocs inflationnistes.

## Chapitre 2

# Provisionnement en assurance non-vie

### 2.1 Pourquoi provisionner en assurance non-vie ?

#### 2.1.1 Fonctionnement d'une compagnie d'assurance

L'assureur s'engage vis-à-vis d'un assuré, moyennant le paiement d'une prime, à garantir le versement d'une prestation en cas de survenance d'un événement aléatoire défavorable. Le contrat d'assurance est un contrat aléatoire puisqu'il repose sur un événement incertain dont on ignore si et/ou quand il aura lieu. Néanmoins, le contrat d'assurance ne se résume pas à un simple pari entre l'assureur et l'assuré. L'opération d'assurance consiste en un transfert de risque à l'assureur qui vise à réduire l'incertitude globale autour de ce risque tout en évitant la faillite de l'assureur.

Le fonctionnement d'une compagnie d'assurances repose sur trois grands principes économiques :

- la **mutualisation** : en offrant une couverture d'assurance à un pool d'assurés, l'assureur mutualise les risques et réduit ainsi l'incertitude globale
- la **diversification** : en offrant une couverture d'assurance pour différents types de sinistres, l'assureur réduit la probabilité d'occurrence de sinistres en même temps et au même endroit sur l'ensemble de son portefeuille
- l'**inversion du cycle de production** : l'assureur ne connaît pas les coûts de ses produits d'assurance avant d'en fixer le prix

La mutualisation consiste à mettre en commun les risques des assurés. On réduit le risque individuel en le faisant porter par un pool d'assurés. La mutualisation repose sur la loi des grands nombres. La loi des grands nombres permet de dire, sous certaines conditions (indépendance et homogénéité au sein d'un

pool d'assurés), que des phénomènes aléatoires engendrent, à grande échelle, des résultats stables et prévisibles. En regroupant ensemble plusieurs assurés pour se prémunir contre un même risque, l'assureur est en mesure de prédire la sinistralité pour son pool d'assurés et de réduire l'incertitude.

Dans la pratique, l'indépendance des risques au sein d'un pool d'assurés n'est pas toujours respectée (à cause du changement de comportement des conducteurs par exemple). Il est important pour les assureurs de regrouper des risques différents et indépendants pour réduire le risque global. Le principe de diversification permet aux assureurs de réduire la probabilité de devoir faire face à des sinistres au sein de leur portefeuille au même moment et au même endroit.

L'assureur peut avoir recours à la réassurance et ainsi élargir le champ de mutualisation et de diversification des risques.

Une autre spécificité de l'assurance c'est l'inversion du cycle de production. Dans une industrie classique, les coûts des biens et services produits sont toujours connus avant que les revenus ne soient récoltés. Le principe de transfert de risque conduit dans le secteur de l'assurance à un cycle de production inversé. En fonction des pertes attendues, l'assureur fixe le prix de ses produits d'assurance (la prime) avant de connaître les coûts de revient de ces produits d'assurance (le coût du sinistre). En assurance, les revenus sont déterminés avant que les coûts effectifs ne soient observés.

Le paiement d'une prime d'assurance donne droit à l'assuré d'être couvert contre un risque pendant une période de couverture prédéfinie par le contrat d'assurance (généralement un an pour l'assurance non-vie). En cas de sinistre survenant pendant la période de couverture, la compagnie d'assurances indemnisera l'assuré selon les conditions déterminées dans le contrat.

Lorsqu'un sinistre survient, il arrive souvent qu'il ne soit pas réglé directement après la date de survenance. Une déclaration tardive du sinistre par l'assuré, une longue procédure judiciaire ou des paiements étalés sur plusieurs années expliquent souvent ce délai de règlement des sinistres.

Parallèlement à la chronologie liée au cycle de vie des contrats d'assurance (flux de primes, survenance de sinistres, paiement des sinistres, règlement des sinistres), les compagnies d'assurances doivent suivre un autre échéancier. En effet, l'activité d'une compagnie d'assurances est rythmée par des périodes appelées exercices comptables. L'exercice comptable, par convention, contient une durée de 12 mois d'année calendaire. À la fin de chaque période, la compagnie d'assurances doit établir ses états financiers ou comptes annuels, comprenant le bilan et le compte de résultat.



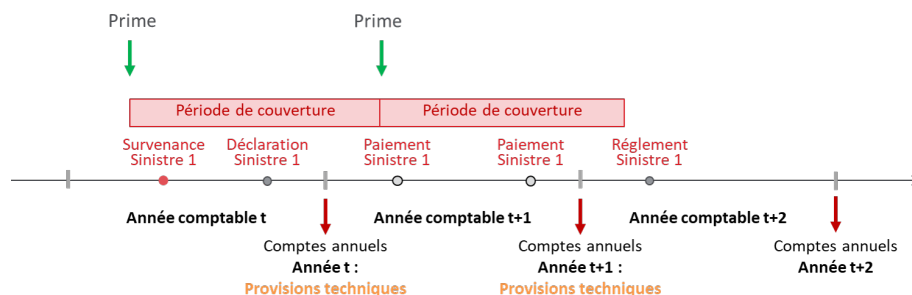


FIGURE 2.1 – Échéancier comptable et échéancier des contrats d’assurance

### 2.1.2 États financiers et provisionnement

Pour résumer, les compagnies d’assurances font face à de nombreuses sources d’incertitude (inversion du cycle de production, non-correspondance entre l’échéancier du contrat d’assurance et l’échéancier comptable). Pour avoir une vue sur la qualité de la gestion, la santé financière et les performances de l’entreprise, les compagnies d’assurances sont tenues de publier leurs états financiers (bilan et compte de résultat). En Belgique, la Banque Nationale de Belgique (National Bank of Belgium (NBB) en anglais) est chargée de la surveillance prudentielle des assureurs. Pour respecter leurs engagements envers leurs assurés, les compagnies d’assurances doivent constituer des provisions techniques.

Pour un exercice donné, la compagnie d’assurance enregistre dans le compte de résultat les produits (les recettes) et les charges (les coûts) liés à son portefeuille d’assurés. D’un côté il y a les primes reçues, et de l’autre les indemnités versées en cas de sinistre ainsi que les provisions pour anticiper les sinistres et coûts futurs. La différence entre les produits et les charges nous donne le résultat de l’exercice.

Le bilan représente une vue du patrimoine de l’entreprise à la date de clôture. À l’actif, on retrouve principalement des placements financiers, les provisions techniques cédées à la réassurance et des autres créances. Le passif du bilan de l’assureur est principalement constitué de provisions techniques, des fonds propres et des autres dettes. Le résultat de l’exercice (obtenu dans le compte de résultat) est repris au passif du bilan comptable dans les capitaux propres.

Actif	Passif
Actifs financiers	Fonds propres
Provisions techniques cédées à la réassurance	Provisions techniques
Autres (créances, disponibilités)	Autres (dettes, dettes fiscales...)

FIGURE 2.2 – Bilan simplifié d’une compagnie d’assurances

L’assureur cherche à maximiser sa rentabilité comptable tout en préservant sa solvabilité. Il doit adopter une méthode de calcul prudente, fiable et objective permettant de déterminer la meilleure estimation des engagements. Les provisions techniques sont constituées à la date de clôture, au 31/12 de chaque année.

La manière dont un actif ou un passif est évalué dépend du référentiel comptable considéré. Dans notre étude, on s’intéresse à deux référentiels qui peuvent s’appliquer aux compagnies d’assurances belges :

- les normes locales ou BGAAP (Belgian Generally Accepted Accounting Principles)
- la directive Solvabilité 2

## 2.2 Cadre réglementaire du provisionnement

### 2.2.1 Provisions techniques BGAAP

Les normes locales, Belgian GAAP ou BGAAP (Belgian Generally Accepted Accounting Principles)<sup>1</sup> sont un ensemble de normes communes régissant la comptabilité et le reporting des entreprises en Belgique. Les normes BGAAP standardisent et réglementent les définitions, les méthodologies et les hypothèses utilisées dans la comptabilité belge dans tous les secteurs d’activité, y compris l’assurance non-vie.

1. Arrêté royal relatif aux comptes annuels des entreprises d’assurance et de réassurance - 17 Novembre 1994 (RD17/11/1994)

Dans les normes BGAAP, les compagnies d'assurances non-vie distinguent deux types de provisions :

- les **provisions pour sinistres** : une provision pour les sinistres déjà survenus au moment de la clôture
- les **provisions pour primes** : une provision pour les sinistres qui pourraient survenir dans le futur

Ces dénominations standards des provisions techniques définies dans les normes BGAAP se retrouvent dans l'application de la directive de Solvabilité 2 présentée plus loin.

Les provisions pour primes représentent des engagements relatifs à des sinistres non encore survenus à la date de clôture. On compte trois provisions pour primes :

- la provision pour primes non acquises (**PPNA**)
- la provision pour risques en cours (**PREC**)
- la provision pour égalisation et catastrophes

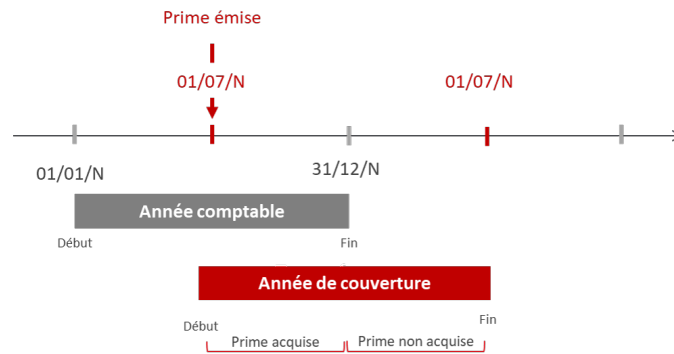


FIGURE 2.3 – Prime non acquise

Les contrats d'assurance non-vie prévoient généralement une période de couverture d'un an. La prime est payée au début de la période de couverture. En général, cette période de couverture ne coïncide pas avec l'exercice comptable. En fin d'exercice, lorsqu'on établit le bilan, une partie des primes reçues par l'assureur est destinée à couvrir les risques de l'exercice suivant. On constitue alors les provisions pour primes non acquises (PPNA). Les PPNA sont calculées au prorata temporis.

La provision pour risques en cours (PREC) est constituée complémentairement à la PPNA lorsque le ratio combiné correspondant au rapport de la charge de sinistres et des frais d'administration sur la prime acquise pour les contrats

en cours est supérieur à 1. La PREC que l'assureur reflète dans son bilan lui permet de se prémunir contre un risque de modèle. En effet, si le modèle de tarification retenu se révèle être erroné ou insuffisant par rapport aux sinistres attendus, l'assureur fait face à des pertes systémiques.

Les provisions pour égalisation et catastrophes sont des provisions destinées à couvrir des événements imprévus tels que des catastrophes. Elles constituent un filet de sécurité et absorbent les pertes importantes liées à ces événements imprévus non encore survenus. Les risques concernés par les provisions pour égalisation et catastrophes sont les risques naturels (grêle, tempête, ouragan, cyclone, gel, inondation, tremblement de terre, ...), les risques nucléaires, les risques de responsabilité civile dus à la pollution, les risques spatiaux et les risques liés aux attentats, au terrorisme et au transport aérien.

Les provisions pour sinistres concernent les sinistres qui sont déjà survenus avant la date de clôture. Elles représentent les engagements de la compagnie envers les assurés pour les sinistres survenus avant la date de clôture. Il s'agit d'une provision pour les sinistres survenus qu'ils restent encore à payer. Il existe deux catégories de sinistres qui sont déjà survenus :

- les sinistres déclarés mais toujours en cours
- les sinistres pas encore déclarés

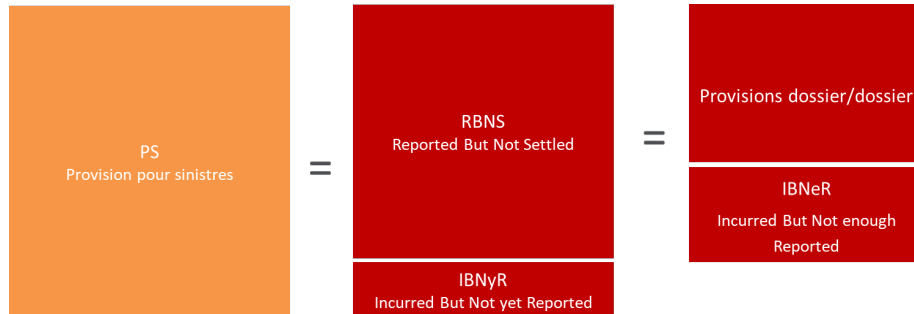


FIGURE 2.4 – Provision pour sinistres

A chaque catégorie de sinistres, on lui associe une provision :

- la provision **RBNS (Reported but not settled)** : Il s'agit d'une provision globale pour les sinistres déjà déclarés mais qui ne sont pas encore réglés (i.e. déclarés mais toujours en cours).
- les provisions **dossier/dossier** (case by case provision en anglais) : A l'ouverture du sinistre, le montant du sinistre est déterminé d'un point de vue prospectif mais il reste tout ou partie du paiement à effectuer. Une provision dite dossier/dossier est déterminée par le gestionnaire de sinistres lors de l'ouverture du dossier d'un nouveau sinistre.

- la provision **IBNeR (Incurred But Not enough Reserved)** : Il s'agit d'une provision qui tient compte du fait que les provisions dossier/dossier peuvent être réévaluées dans le futur et être actuellement sous-estimées ou surestimées. C'est une provision relative à l'erreur d'estimation des provisions dossier/dossier.
- la provision **IBNyR (Incurred But Not yet Reported)** : il s'agit de la provision pour les sinistres non encore déclarés à l'assureur. On parle de provision pour sinistres tardifs. Pour évaluer cette provision, il faut être en mesure d'estimer le nombre et le coût de ces sinistres tardifs.

La provision **IBNR** (IBNeR+IBNyR) s'ajoute aux provisions **dossier/dossier** pour former la **provision pour sinistres** sous la norme BGAAP.

Les normes BGAAP reposent sur un certain nombre de principes comme l'évaluation sur la base du coût historique (la valeur d'acquisition d'un actif ou d'un passif est évaluée à la valeur de marché au moment d'acquisition) et le concept de prudence.

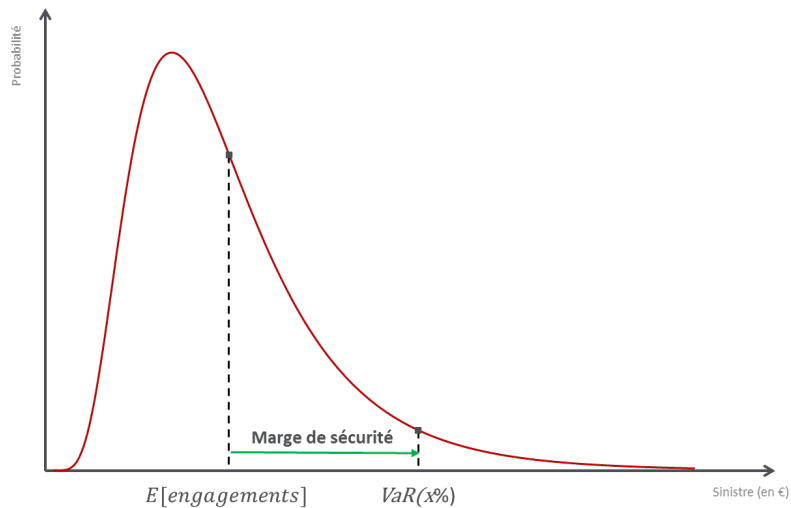


FIGURE 2.5 – Value-at-risk des engagements de sinistre

Dans un univers BGAAP, l'objectif est de fixer un niveau de prudence sur les provisions pour sinistres en déterminant une marge de sécurité (en €) et le niveau de protection qui leur est associé. Une  $VaR(x\%)$  est définie comme le montant des provisions pour sinistres à régler, tel qu'il existe une probabilité de  $x\%$  que le montant des paiements futurs ne dépasse pas cette valeur, compte tenu des informations disponibles au moment du calcul. Il est recommandé de provisionner les sinistres au moins à la  $VaR(75\%)$  de la distribution des engagements. Il n'y a pas de norme exigeant de réserver à une  $VaR$  supérieure à la  $VaR(75\%)$ . Cela dépend de la taille de l'entreprise.

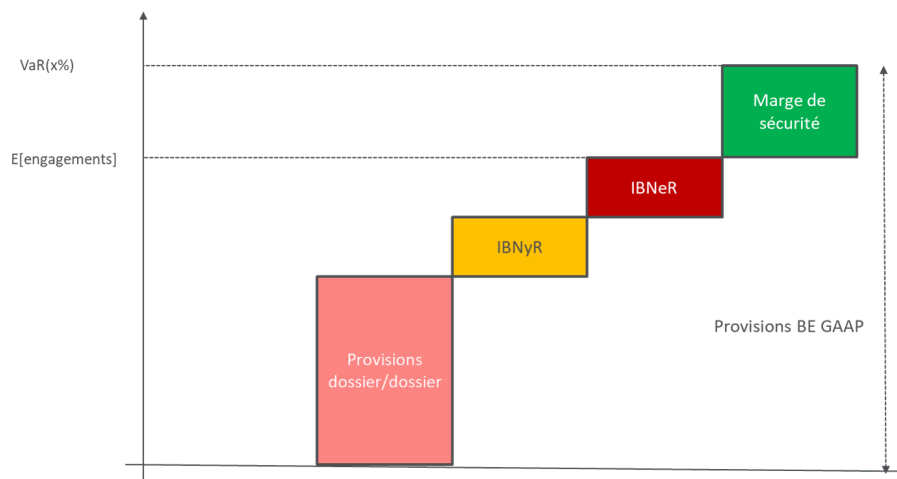


FIGURE 2.6 – Provisions BGAAP

## 2.2.2 Directive Solvabilité II

La solvabilité désigne la capacité d'un assureur à honorer ses engagements envers les assurés du contrat d'assurance. La directive de Solvabilité II permet de contrôler la solvabilité des assureurs par le respect d'un certain nombre de normes prudentielles.

Le pilier 1 de la directive Solvabilité II représente les exigences quantitatives en capital que les compagnies d'assurances doivent respecter. Cette exigence de solvabilité doit se traduire à plusieurs niveaux :

- Un niveau adéquat de provisions techniques qui couvrent le « business as usual » (i.e. les engagements techniques vis-à-vis des assurés)
- l'exigence en capital que l'assureur doit détenir pour garantir sa résilience à horizon d'un an face à des scénarios extrêmes et défavorables. Deux seuils d'exigence en capital existent pour les compagnies d'assurances : le solvency capital requirement (SCR - capital de solvabilité requis) et le

minimum capital requirement (MCR - capital minimum requis)

Le pilier 1 de la directive Solvabilité II permet l'harmonisation des principes de calcul entre les différentes compagnies à l'échelle européenne.

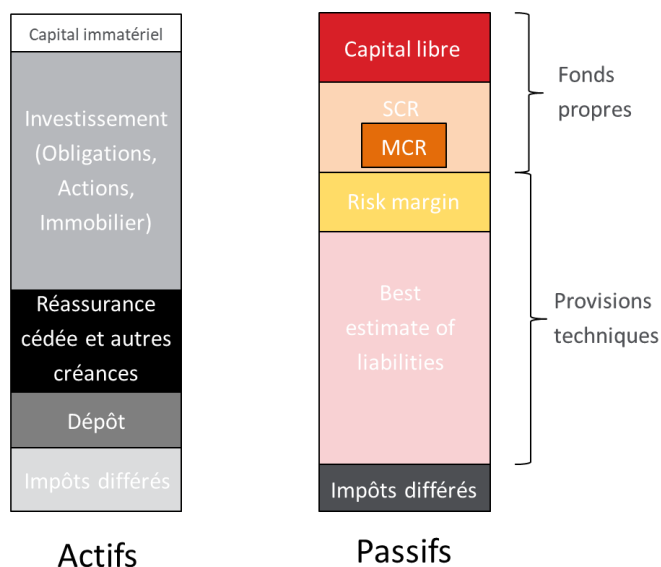


FIGURE 2.7 – Bilan prudentiel simplifié d'une compagnie d'assurances sous Solvabilité II

### Exigence de capitaux propres

Selon la directive Solvabilité II, l'actif et le passif des compagnies d'assurances sont évalués en juste valeur (fair value ou mark-to-market). Les actifs sont évalués en valeur d'échange et les passifs en valeur de transfert (à une autre partie). Le bilan de la compagnie d'assurance est volatil :

- les actifs à la valeur marché sont volatils
- les provisions techniques sont évaluées en juste valeur et sur une base conforme au *best-estimate*. Elles correspondent à la valeur attendue (capturant également les mouvements des taux d'intérêt) permettant à l'assureur de régler tous ces engagements. Il y a de l'incertitude autour des provisions techniques puisque le montant réel des engagements n'est pas encore connu.

Il est important de fixer un montant de capital économique adéquat pour faire face à une telle volatilité.

Lorsque l'on détermine le bilan économique d'une compagnie d'assurances, on le détermine d'abord sous un scénario central. La différence entre l'actif réel (actifs en juste valeur) et le passif réel (provisions techniques en juste valeur) donne la situation nette de l'entreprise (NAV : Net Asset Value). Cette NAV correspond aux fonds propres de la compagnie d'assurances. Dans un premier temps, on identifie les risques à l'origine de la volatilité du bilan de la compagnie. Pour chaque module de risque, on applique des chocs représentant une situation défavorable à horizon d'un an au bilan. La variation observée suite à ce choc de la situation nette de l'entreprise  $\Delta NAV$  correspond au niveau de capital requis pour ce module de risque. L'EIOPA a mis au point la formule standard permettant d'agrèger les résultats obtenus pour chaque module de risque. Dans la formule standard, on tient compte de coefficients de corrélation entre les différents modules de risque. La formule standard permet de calculer le SCR qui est le capital de solvabilité requis permettant à la compagnie d'assurances de faire face à des scénarios défavorables et extrêmes avec une probabilité de 99.5%. Les entreprises d'assurance qui le souhaitent peuvent demander l'autorisation d'utiliser des paramètres spécifiques (USP : undertaking-specific parameters) à leur activité dans l'application de la formule standard ou développer un modèle interne pour mesurer leur exigence de capital propre. Le MCR correspond au minimum absolu de fonds propres requis en dessous duquel l'agrément peut être retiré à l'assureur. L'autorité de contrôle intervient pour imposer des mesures de redressement à l'assureur.

## Provisions techniques sous Solvabilité II

Sous Solvabilité II, les provisions techniques sont égales à la somme de la meilleure estimation des engagements (*best-estimate of Liabilities*) et de la marge de risque (*Risk Margin*) pour les risques non répliquables (i.e. les risques non couvrables par des instruments financiers - typiquement les risques en assurance non-vie). La provision pour primes et la provision pour sinistres constituent ensemble le *best-estimate of Liabilities (BEL)*.

Provisions techniques = best-estimates of Liabilities + Risk Margin

Provisions techniques = provisions pour primes + provisions pour sinistres  
+ Risk Margin

La notion de «*best-estimate*» ou «meilleure estimation» renvoie à une estimation au plus juste sans marge de sécurité du montant des provisions techniques. Le calcul du *best-estimate of Liabilities (BEL)* repose sur la projection des flux futurs de trésorerie. On projette le portefeuille jusqu'à l'extinction des engagements compte tenu de l'incertitude liée à ces flux de trésorerie. Le *best-estimate* correspond à la valeur actuelle de la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie pour les engagements de la compagnie d'assurance. Pour obtenir ce flux de trésorerie, on fait la différence entre les flux futurs sortants moins les flux futurs entrants. Dans les flux sortants, on compte les prestations



liées au contrat d'assurance (garanties des contrats, paiements de sinistres...), les dépenses et frais (gestion des sinistres, acquisition, administration, ressources humaines, gestion générale...), les commissions aux tiers et prélèvements fiscaux. Dans les flux entrants, on compte les primes, les récupérations et les recouvrements attendus.

Comme en norme BGAAP et selon une définition similaire, on distingue les provisions pour sinistres et pour primes :

- la provision pour sinistres est le *best-estimate* actualisé de tous les flux de trésorerie futurs relatifs aux sinistres survenus avant la date de clôture.
- la provision pour primes est le *best-estimate* actualisé de tous les flux de trésorerie futurs liés à des sinistres futurs non survenus à la date de clôture.

En pratique, le périmètre de calcul des provisions pour sinistres et pour primes sous la directive Solvabilité II est identique à celui sous les normes BGAAP.

De plus, les flux de trésorerie doivent être dans les limites du contrat d'assurance pour être pris en compte dans le calcul des provisions techniques. L'assureur tient compte de tous les flux futurs jusqu'au moment où il peut soit résilier le contrat, soit refuser les primes payables en vertu du contrat, soit modifier les primes ou les prestations futures prévues par le contrat.

Pour prendre en compte la valeur temps de l'argent, les flux futurs sont actualisés en utilisant une courbe de taux sans risque pertinente. L'EIOPA fournit des courbes de taux sans risque de référence.

Le *best-estimate of Liabilities* est calculé brut de cession en réassurance.

Une compagnie d'assurances doit immobiliser du capital pour faire face à ces engagements jusqu'à leur extinction. Le passif d'une compagnie d'assurances ne peut pas être transféré à un tiers au prix uniquement du *best-estimate* des engagements. La marge de risque est le montant supplémentaire qui doit être rajouté au *best-estimate* pour permettre l'hypothétique transfert des engagements d'assurance à un tiers. La marge de risque correspond au coût d'immobilisation des SCR qui est nécessaire pour honorer les engagements de la compagnie. La marge pour risques en assurance non-vie est calculée grâce à une approche par coût du capital :

1. On calcule les SCR futurs pour chaque année jusqu'à l'extinction des engagements du portefeuille.
2. On multiplie le SCR par le taux du coût du capital (fixé par l'EIOPA) pour chaque période.
3. On actualise les montants calculés en (2) en utilisant une courbe de taux sans risque.

## 2.3 Processus de calcul des provisions techniques

Les assureurs utilisent un ensemble de méthodes statistiques et actuarielles pour déterminer de la manière la plus fiable possible les provisions techniques. Ils doivent travailler avec des données crédibles et faire des hypothèses réalistes et mises à jour régulièrement. Les assureurs sont amenés à définir des périmètres et des classes de sinistres pour le provisionnement. Les compagnies d'assurances développent une segmentation homogène entre les sinistres en se basant sur plusieurs critères :

- une **segmentation par LOB ou par branche d'activité** : Une line of business ou LOB est une classification générale des activités des assurances regroupant des groupes homogènes de risques. Une LOB contient un ou plusieurs produits d'assurance. (Assurance responsabilité civile automobile par exemple)
- une **segmentation par produit d'assurance** : Un produit d'assurance est un produit commercialisé par un assureur (Assurance automobile par exemple).
- une **segmentation par garantie** : Une garantie est un ensemble d'engagements (i.e. de risques couverts décrit par les termes du contrat) que prend l'assureur vis-à-vis de l'assuré. Chaque produit d'assurance propose une ou plusieurs garanties. L'assurance automobile propose typiquement plusieurs garanties : garantie Responsabilité civile, garantie personnelle du conducteur, garantie vol, garantie bris de glace...
- une **segmentation par tranche de gravité des sinistres** : Séparation entre sinistres attritionnels et graves. On compare la charge d'un sinistre à un seuil prédéfini pour le classer comme un sinistre grave ou attritionnel.
- une **segmentation par nature du sinistre** : événements CAT, tempêtes, attentats...
- une **segmentation par réseau distribution** : réseaux de bancassurance, courtiers, en ligne...
- une **segmentation par toutes autres informations disponibles pertinentes** : segmentation géographique, segmentation par affaires directes (engagements contractés à partir d'une implantation en Belgique), segmentation par affectation en réassurance, segmentation par activités réalisées à l'étranger (libre prestation de services, filiales à l'étranger)...

La liquidation des sinistres et leur volatilité associée diffèrent entre les différents périmètres de sinistres choisis. En pratique, il convient d'utiliser des méthodes de provisionnement spécifiques à chaque catégorie de sinistres afin d'affiner les estimations de provisionnement. Pour obtenir des résultats objectifs et en lien avec le niveau de prudence adopté par la compagnie, il est important d'avoir une granularité de segmentation adéquate et d'effectuer des regroupements homogènes et pertinents des sinistres. Les choix de segmentation des sinistres ont un impact sur le niveau de prudence et la fiabilité des provisions. Il est important d'avoir une segmentation adéquate pour éviter un sur/sous-provisionnement de

certaines classes de sinistres.

### 2.3.1 Valorisation du BE provision pour sinistres

Le BE provision pour sinistres est relatif à tous les flux à venir relatifs aux sinistres déjà survenus (prestations, frais de gestion des sinistres, recours...) avant la date de clôture.

#### Sinistres attritionnels et atypiques

Les compagnies d'assurances peuvent être amenées à faire la distinction entre les sinistres attritionnels (sinistres de forte fréquence et de montants faibles - "small claims" - sinistralité ordinaire) et les sinistres atypiques ("large claims").

Pour les sinistres attritionnels, on applique un traitement général pour le calcul de la provision. On prend en compte les prestations et frais externes de gestion des sinistres. Pour calculer cette provision, on se base sur des méthodes classiques de triangulation aussi bien en normes BGAAP que sous la directive Solvabilité II.

Il existe deux grandes différences de calcul entre ces normes :

- les flux futurs ne sont pas actualisés en norme BGAAP contrairement à Solvabilité
- Une Value at Risk (VaR) est intégrée dans le calcul des provisions BGAAP alors que sous la directive Solvabilité II le calcul du *best-estimate* correspond au scénario central

La **provision RBNS (Reported But Not Settled)** peut être divisée en deux composantes :

- **Provision dossier/dossier** : c'est la provision qui est déterminée par les gestionnaires de sinistres lors de l'ouverture d'un sinistre. Cette provision est gérée au cas pas cas. Cette provision peut être déterminée de deux façons différentes :
  - **Forfait** : lorsqu'un sinistre est ouvert et si son coût estimé est inférieur à un certain seuil, un montant forfaitaire (coût moyen déterminé sur la base de l'historique de données) est alloué en réserve pour le sinistre en fonction de ces caractéristiques.
  - **Réserve analytique** : lorsque le gestionnaire de sinistres dispose de suffisamment d'informations sur le sinistre et que le coût estimé du sinistre dépasse un certain seuil, il est alors en mesure de déterminer une provision individuelle en tenant compte de toutes les caractéristiques connues du sinistre.
- **Provision IBNeR (Incurred But Not enough Reserved)** : il s'agit d'une provision qui tient compte du fait que la provision dossier/dossier

pourrait être actuellement sous-estimée ou surestimée. La provision IB-NeR peut être vue comme un niveau de prudence défini par l'appétit aux risques de la compagnie d'assurances ajouté à la provision dossier/dossier. La provision IBNeR peut être évaluée en le comparant à l'estimation du *best-estimate* et de sa volatilité sur base des méthodes classiques de triangulation (i.e. déterminé sur une base globale à partir d'un triangle de liquidation).

Les compagnies d'assurances sont amenées à provisionner séparément les sinistres tardifs IBNyR (Incurred But Not yet Reported) pour les sinistres attritionnels. Généralement, la provision IBNyR est déterminée par une méthode fréquence  $\times$  coût moyen.

Les sinistres atypiques en fonction de leur matérialité (au sens du nombre de sinistres disponibles et de la volatilité des données disponibles) sont traités au moyen de technique de triangulation ou sur base des provisions dossier/dossier (réserve analytique). Dans le cas des sinistres atypiques suffisamment matériels, la méthodologie est similaire à celle utilisée pour le provisionnement des sinistres attritionnels.

Une provision IBNyR pour sinistres atypiques et une provision aggravation d'attritionnels (pour les sinistres attritionnels devenant atypiques) peut être calculée à partir d'une méthode fréquence  $\times$  coût moyen.

### **Provision Recours**

Dans le but de renforcer la protection des victimes en responsabilité civile, un assureur peut être amené à indemniser son assuré alors que l'assuré n'est pas responsable du sinistre. Il peut exercer un droit de recours afin d'être lui-même indemnisé par l'assureur du responsable. Une provision pour recours est alors évaluée séparément (prévision de recours, méthode de triangulation...).

### **Frais internes de gestion des sinistres et frais généraux**

Les compagnies d'assurances constituent parallèlement à une provision Prestations et frais externes (attritionnels et atypiques) une provision Frais internes de gestion des sinistres et frais généraux. Les assureurs appliquent un taux de frais à la provision pour sinistres.

### **Provisions add-ons**

Une provision add-ons doit être constituée pour les engagements qu'il est difficile de traiter dans les chaînes de calcul classique du provisionnement. Il

s'agit d'éléments très spécifiques des engagements (nature spécifique du risque, changements de la nature des engagements, flux de trésoreries gérées en externe) qui sont estimés séparément via jugements d'expert, via des méthodes actuarielles ou de façon comptable.

On peut par exemple constituer une provision add-ons pour changement du tableau indicatif. Il s'agit là d'une provision pour l'inflation sociale. Environ tous les 4 ans, le tableau indicatif d'indemnisation des sinistres est mis à jour afin de prendre en compte l'évolution des conditions socio-économiques, de la législation et de la jurisprudence. Il pourrait y avoir un saut important d'inflation dans les jugements pour tous les sinistres ouverts et des réévaluations de sinistres. Ce changement pour tableau indicatif n'est pas pris en compte par les méthodes de provisionnement mais il est possible de challenger son évaluation en développant des méthodes actuarielles adéquates.

### 2.3.2 Valorisation du BE provisions pour primes

Sous les normes BGAAP, il existe principalement trois provisions pour primes en assurance non-vie :

- la **provision pour primes non acquises (PPNA)** : une partie de la prime émise est destinée à couvrir les sinistres et les dépenses à venir après la date de clôture. Elle est calculée au prorata temporis.
- la **provision pour risques en cours (PREC)** : elle est constituée en complément de la PPNA si elle s'avère insuffisante (i.e. pour faire face à un risque de modèle en tarification). La PREC est calculée à partir du ratio combiné (rapport entre les décaissements (charge de sinistres et des frais d'administration) et en encaissements (prime acquise) ) et de la PPNA.

$$\text{PREC} = \max(\text{ratio combiné} - 1, 0) * \text{PPNA}$$

- la **provision pour égalisation et catastrophes** permet de couvrir des événements catastrophiques non encore survenus. Le montant théorique est le montant cible fixé par la compagnie d'assurances selon la nature des risques et la méthode de calcul retenue<sup>2</sup>. La provision pour égalisation est augmentée chaque année jusqu'à atteindre ce montant théorique.

Sous Solvabilité II, le *best-estimate* de la provision pour primes est calculé comme une projection des profits et pertes futurs liés à l'exposition future (en net et brut de réassurance). Il est possible d'obtenir un BE provision pour primes négatif (si les encaissements dépassent les décaissements). Il n'existe pas de méthodologies communes à toutes les compagnies d'assurances permettant le calcul du BE provision pour primes. Les compagnies d'assurances peuvent se baser sur

---

2. Communication NBB D.151 : Provision pour égalisation et catastrophes

un ensemble de méthodes actuarielles (modélisation fréquence/sévérité, simulations de Monte-Carlo...). En pratique, si les compagnies d'assurances ne sont pas en mesure d'obtenir une estimation fiable des sinistres et des dépenses futurs, elles utilisent un modèle proxy pour la provision pour primes.

Cette approche proxy<sup>3</sup> s'appuie sur la segmentation en groupe de risques homogènes définis par Solvabilité II et les indicateurs suivants :

$RC_i$  = Ratio Combiné pour le groupe de risque  $i$

$PPNA_i$  = provision pour primes non acquises pour le groupe de risque  $i$

$VAPF_i$  = valeur actuelle des primes futures pour le groupe de risque  $i$

Les flux suivants sont comptabilisés dans le *best-estimate* provision pour primes :

- les flux pour les sinistres futures et les dépenses associées (flux sortants) :  $RC_i \cdot PPNA_i + RC_i \cdot VAPF_i$
- Primes futures (flux entrant) :  $VAPF_i$

En prenant en compte la différence entre les flux de trésoreries sortants et entrants et en agrégeant tous les groupes de risque, le proxy du *best-estimate* de la provision pour primes est calculé comme suit :

$$BE_{premium} = \sum_i RC_i \cdot PPNA_i + (RC_i - 1) \cdot VAPF_i$$

### 2.3.3 Valorisation du BE pour rentes non-vie

Les rentes découlant de contrats d'assurance Non-Vie (en assurance responsabilité civile générale ou automobile par exemple) sont valorisées comme des engagements d'assurance vie. Ces méthodes de valorisations ne sont pas étudiées dans ce mémoire.

### 2.3.4 Résumé

En pratique, bien que les normes BGAAP et la directive Solvabilité II diffèrent d'un point de vue réglementaire, elles reposent sur des méthodes de provisionnement en assurance non-vie qui sont similaires.

Pour le calcul des provisions techniques (en particulier les provisions pour sinistres), les normes BGAAP<sup>4</sup> et la directive Solvabilité II<sup>5</sup> exigent une prise en compte de tous les facteurs pouvant entraîner une augmentation de la charge ultime des sinistres.

---

3. Milliman [Nov. 2008], Valuation of non-life technical provisions under Solvency II

4. RD17/11/1994, Art. 34sexies : 6d

5. Directive Solvabilité II - Article 78 : d

	Norme BE GAAP	Norme Solvabilité II
Marge de sécurité	<p><b>Oui</b></p> <p>(Pour les grandes compagnies, il est recommandé de constituer une provision avec une VaR supérieure à 75 % pour renforcer sa capacité à faire face à ses engagements. Il est possible que cette marge ne soit pas totalement considérée comme fiscalement déductible.)</p>	<p><b>Non</b></p>
Marge de risque	<p><b>Non</b></p>	<p><b>Oui</b></p> <p>(Coût d'immobilisation des SCR qui est nécessaire pour honorer les engagements de la compagnie)</p>
Actualisation des flux	<p><b>Non</b></p>	<p><b>Oui</b></p> <p>(Actualisation des flux au taux sans risque)</p>
Frontières des contrats	<p>Contrats souscrits ou renouvelés avant la date de clôture</p>	<p>Tous les engagements dans la frontière des contrats sont pris en compte. La frontière des contrats prends fin à partir du moment où l'assureur peut mettre fin unilatéralement au contrat, rejeter les primes ou modifier les primes ou prestations (afin que les risques soient entièrement représentés).</p>

FIGURE 2.8 – Différences réglementaires entre les normes BGAAP et SII dans le calcul des provisions techniques

## Chapitre 3

# Méthodes de provisionnement en assurance non-vie

Les méthodes de provisionnement sont utilisées pour projeter les flux de trésorerie futurs qui seront nécessaires pour couvrir les obligations de l'assureur en matière d'indemnisation de sinistres et de prestations d'assurance. La compagnie d'assurance est alors en mesure de constituer les provisions nécessaires pour couvrir les paiements futurs attendus.

Dans cette étude, l'accent sera mis sur l'évaluation de la provision pour sinistres, qui constitue la part essentielle des provisions techniques en assurance non-vie. Pour ce faire, un ensemble de méthodes actuarielles sera introduit, permettant de prendre en compte explicitement l'impact de l'inflation dans la projection de la charge de sinistres attendue. Ces méthodes peuvent être adaptées en fonction du contexte pour modéliser tous flux futurs de trésorerie dans le contexte de l'assurance non-vie soumis à l'inflation.

### 3.1 Triangle de liquidation

Les méthodes de provisionnement s'appuient généralement sur des données agrégées et résumées dans un triangle de liquidation (aussi appelé triangle de développement).

Notons  $\mathcal{I} \times \mathcal{J}$  une matrice d'observation de sinistres  $X_{i,j}$  où :

- En ligne  $i = 1, \dots, I$ , on retrouve les années d'accident ou d'origine i.e l'année de survenance des sinistres
- En colonne  $j = 1, \dots, J \leq I$ , on retrouve les années de développement i.e. le délai de développement ou de règlement des sinistres

L'année d'accident la plus récente est notée  $I$  et la dernière année de développement est notée  $J$ .



À l'intérieur de la matrice d'observation, on distingue un ensemble de données sur la sinistralité historique, observée et disponible et un ensemble de données sur la sinistralité future, que l'on cherche à prédire et qui n'est pas encore disponible.

On note  $\mathcal{D}$  l'ensemble des observations disponibles correspondant au triangle supérieur dans la matrice d'observation :

$$\mathcal{D} = \{X_{i,j} | 1 \leq i \leq I \text{ and } 1 \leq j \leq \min(J, I - i + 1)\}$$

L'ensemble complémentaire correspond à l'ensemble des données à prédire. Dans la matrice d'observation, il correspond au triangle inférieur des données :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^C &= \{X_{i,j} | 1 \leq i \leq I \text{ and } \min(J, I - i + 1) < j \leq J\} \\ &= \{X_{i,j} | I - J + 1 < i \leq I \text{ and } I - i + 1 < j \leq J\} \end{aligned}$$

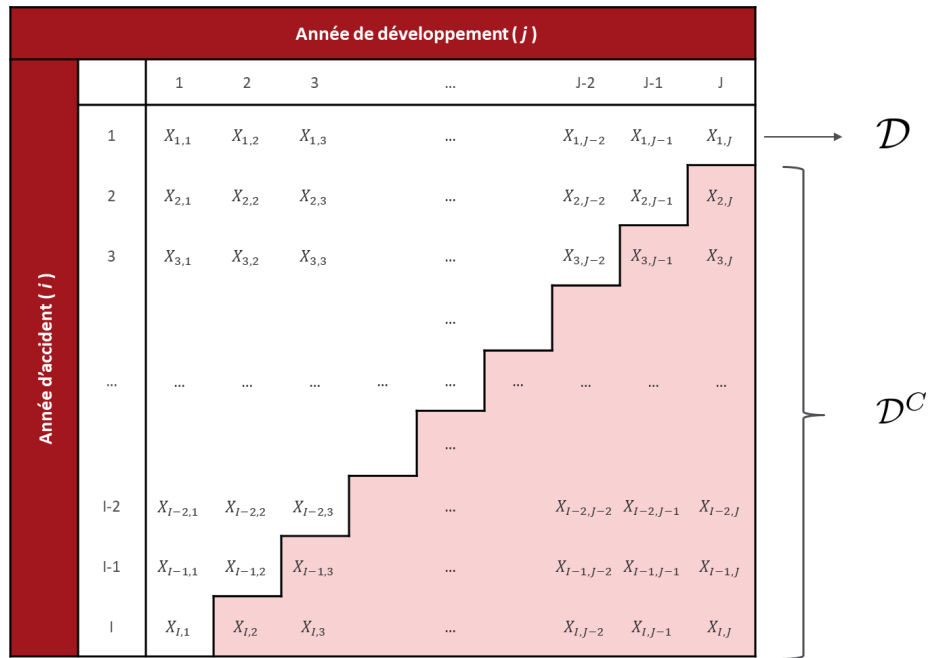


FIGURE 3.1 – Triangle de liquidation des sinistres

Les lignes (années d'accident) reflètent les changements dus à l'exposition au risque (en lien avec la fréquence et le volume de survenance des sinistres). Les colonnes (années de développement) permettent de prendre en compte la cadence de développement des sinistres associée à chaque LoB. Pour les LoBs à développement long (RC Auto, RC générale, accidents du travail,...), les sinistres peuvent prendre des années avant d'être réglés. Les diagonales (années

calendaires) reflètent les effets diagonaux (aussi appelés effets calendaires). Dans ces effets diagonaux, on distingue l'inflation économique des coûts de sinistres et l'inflation superposée comprenant un large éventail d'effets diagonaux autres que l'inflation économique (changements réglementaires, changements dans la gestion des sinistres...). Chaque nouvelle année calendaire ou comptable, on rajoute une diagonale à notre triangle dans l'historique d'observation.

Les triangles de liquidation permettent d'agréger par année d'accident et année de développement différentes données sur la sinistralité :

- montants : paiement des sinistres, charge des sinistres, recours
- primes émises, primes acquises
- nombre de sinistres : déclarés, réglés, ouverts, IBNyR tardifs

Dans les méthodes classiques de provisionnement, les  $X_{i,j}$  peuvent représenter :

- les paiements (concernant les prestations et éventuellement les frais externes de gestion des sinistres) pour l'année d'accident  $i$  et l'année de développement  $j$  :
- la charge de sinistre pour l'année d'accident  $i$  et l'année de développement  $j$ . La charge de sinistre correspond à la somme des paiements déjà effectués et des provisions dossier/dossier

Les triangles de paiements et charge de sinistres permettent de calculer une **provision globale** pour sinistres. Le triangle des paiements est plus objectif dans le sens où il repose sur la facturation des sinistres que l'assureur a déjà réglée et non sur l'avis plus subjectif d'un gestionnaire de sinistres ou de leur méthodologie de provisionnement (grille de provisionnement dossier/dossier, forfaits, IA...). Les changements dans la législation ou l'émergence de phénomènes nouveaux (inflation sociale par exemple) apparaissent plus tardivement dans les triangles de paiements. Les sinistres graves sont identifiés plus difficilement surtout s'il y a peu de paiements les premières années de développement. A contrario, pour les triangles de charges, les sinistres graves sont identifiés plus tôt grâce à l'inclusion des provisions dossier/dossier. Les changements dans la législation impactent beaucoup plus rapidement l'évaluation des provisions dossier/dossier. Le triangle de charges est beaucoup plus sensible à la méthodologie de gestion des sinistres et à l'estimation des provisions dossier/dossier. La prise en compte de l'inflation dans les provisions dossier/dossier peut varier d'un sinistre à l'autre et ne répond pas toujours à un ensemble de règles claires et communes à tous les gestionnaires de sinistres.

Dans la suite du mémoire, on simplifie les notations en supposant qu'il y a le même nombre d'années d'accident que d'années de développement ( $I = J = n$ ).  $i$  est l'indice des années d'accident ( $i = 1, \dots, n$ ) et  $j$  est l'indice des années de développement ( $j = 1, \dots, n$ ).  $n$  correspond au nombre d'années d'observation. De plus, pour l'illustration des méthodes de provisionnement, on s'appuie désormais sur le triangle des paiements. On considère que  $X_{i,j}$  représente le montant

de paiements incrémentaux au cours de l'année  $i + j - 1$  pour des sinistres survenus au cours de l'année  $i$ . Les éléments de la colonne  $j$  représentent les paiements incrémentaux effectués à la  $j^{\text{ème}}$  année de développement pour toutes les années d'accident. Les éléments de la ligne  $i$  représentent tous les paiements incrémentaux effectués pour les sinistres survenus à l'année d'accident  $i$  pour toutes les années de développement. Les éléments de la dernière diagonale connue du triangle correspondent aux paiements incrémentaux effectués pour l'année  $n$ .

Les triangles de liquidation sont observés au 31/12/n, à la date de clôture.

On définit le montant cumulé  $C_{i,j}$  de paiements effectués pour les sinistres d'année d'accident  $i$  jusqu'à la  $j^{\text{ème}}$  année de développement de la manière suivante :

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j X_{i,k}$$

Le but du provisionnement est de prédire la partie inférieure du triangle  $\mathcal{D}^C$  sur la base de la partie observée  $\mathcal{D}$  du triangle. On suppose que les sinistres sont clôturés au bout de  $n$  année de développement. Une fois la partie inférieure du triangle prédite, la dernière colonne de la matrice d'observation des paiements cumulés correspond à la charge ultime des sinistres  $S_i$  par année d'origine. La charge ultime est égale à la somme finale cumulée des paiements effectués pour le règlement des sinistres selon les années d'origine. En connaissant la charge ultime (dernière colonne de la matrice complétée d'observation des paiements cumulés) et le montant des paiements cumulés jusqu'à l'année  $n$  (dernière diagonale connue du triangle de liquidation), on peut déterminer le somme des montants qu'il reste à payer.

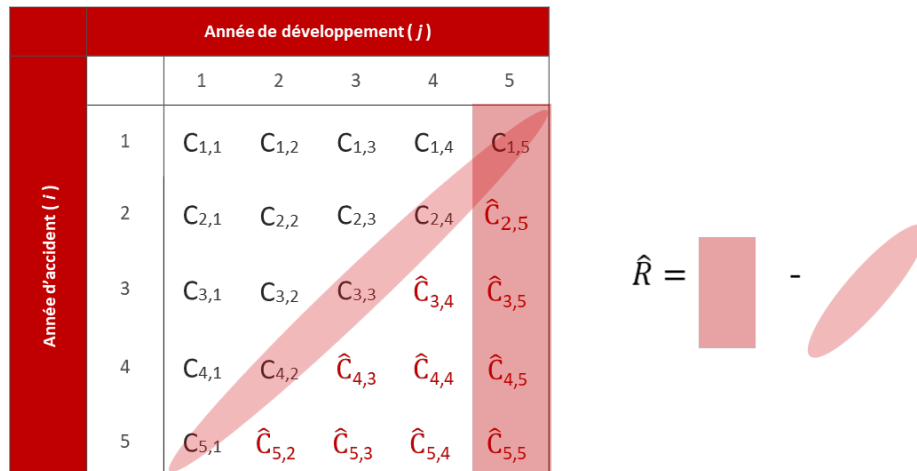


FIGURE 3.2 – Calcul de la provision à partir du triangle de liquidation complété

La provision  $\hat{R}_i$  correspond au montant qu'il reste à payer pour les sinistres déjà survenus l'année de survenance  $i$  :

$$\begin{aligned}\hat{R}_i &= \sum_{j=n-i+2}^n \hat{X}_{i,j} \\ &= \hat{S}_i - C_{i,n-i+1} \\ &= \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}\end{aligned}$$

On observe que  $\hat{R}_1 = C_{1,n} - C_{1,n} = 0$  puisque l'année d'accident 1 est complètement déroulée i.e. que l'on suppose que tout est complètement payé au bout de  $n$  années (et l'on connaît déjà ces  $n$  paiements).

La provision globale pour sinistres correspond à la somme des provisions pour sinistres pour toutes les années d'accident observées :

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i$$

Les différentes méthodes de provisionnement reposent sur des hypothèses et des techniques d'estimation différentes pour prédire la partie inférieure de la matrice d'observation. Mais à partir d'un triangle de liquidation complété la méthode est toujours la même pour calculer la provision globale.

## 3.2 Méthodes classiques de provisionnement

### 3.2.1 Chain-Ladder : une méthode déterministe non paramétrique

La méthode Chain-Ladder (CL) est la méthode de provisionnement la plus fréquemment utilisée pour compléter la partie inférieure des triangles de liquidation et estimer la charge ultime des sinistres. La méthode CL est simple à mettre en œuvre. Elle suppose que le développement des sinistres futurs suit l'évolution des sinistres passés. La méthode CL détermine alors une cadence constante de règlement des sinistres pour une année de développement donnée quelle que soit l'année de survenance. En d'autres termes, cela signifie que tous les sinistres quelle que soit leur année de survenance ont un même échéancier de développement de la survenance à la clôture des sinistres. La méthode CL est une méthode déterministe non paramétrique de provisionnement. Elle ne fait aucune hypothèse sur la distribution du coût et de fréquence des sinistres.

#### Hypothèses de la méthode Chain-Ladder

La méthode Chain-Ladder repose sur des triangles de paiements cumulés (ou de charges cumulées). La méthode CL fait l'hypothèse que :

- (H1) : les paiements cumulés  $C_{i,j}$ ,  $C_{i',j}$  pour différentes années d'origine  $i$  et  $i'$  sont indépendants : les lignes du triangle de liquidation sont indépendantes
- (H2) : il existe de uniques facteurs de développement  $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1} > 0$  tels que pour tout  $j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$  et  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ , on a :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j}$$

En d'autres termes, le coût cumulé du sinistre au bout de  $j$  années de développement est proportionnel au coût de l'année précédente. Ce facteur de proportionnalité est appelé facteur de développement. Les facteurs de développement ne dépendent que de l'année de développement  $j$  i.e. qu'ils sont constants pour toutes les années d'origine pour une année de développement donnée.

De manière pratique, les facteurs de développement sont déterminés de la façon suivante en se basant sur le triangle de liquidation déjà connu :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \text{ pour } j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$$

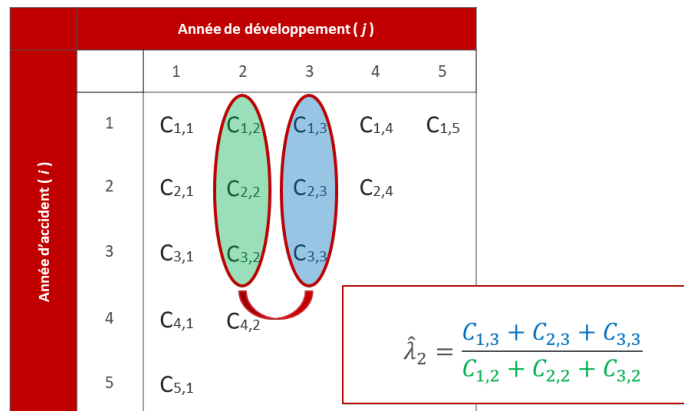


FIGURE 3.3 – Calcul des facteurs de développement

On peut également déterminer les facteurs de développement comme une moyenne pondérée par les paiements cumulés des facteurs individuels de développement  $\lambda_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$  (où  $i \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$ ,  $j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$  et  $i + j \leq n$ ) :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} \lambda_{i,j} C_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \text{ pour } j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$$

Sous les hypothèses de la méthode Chain-Ladder, si on observe le triangle des facteurs individuels de développement, on devrait obtenir des éléments constants

par colonne. En pratique, selon le jugement d'un expert, on peut détecter et exclure les facteurs individuels aberrants pour le calcul des facteurs de développement.

À partir des facteurs de développement qui sont des facteurs de passage, on peut prédire la partie inférieure du triangle de liquidation. En utilisant ce lien de proportionnalité entre les paiements cumulés entre deux années consécutives, on peut déterminer de manière empirique les paiements cumulés non encore observés au 31/12/n :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{i,j} &= (\hat{\lambda}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{\lambda}_{j-1}) C_{i,n-i+1} \text{ pour } i + j - 1 > n \\ &= \left( \prod_{k=n-i+1}^{j-1} \hat{\lambda}_k \right) \cdot C_{i,n-i+1}\end{aligned}$$

Ici, les  $C_{i,n-i+1}$  (pour  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ ) correspondent aux éléments de la diagonale des derniers paiements cumulés connus au 31/12/n.

En particulier, la charge ultime est donnée par les paiements cumulés estimés à la fin du développement des sinistres :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{i,n} &= (\hat{\lambda}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{\lambda}_{n-1}) C_{i,n-i+1} \text{ pour } i + j - 1 > n \\ &= \left( \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_k \right) \cdot C_{i,n-i+1}\end{aligned}$$

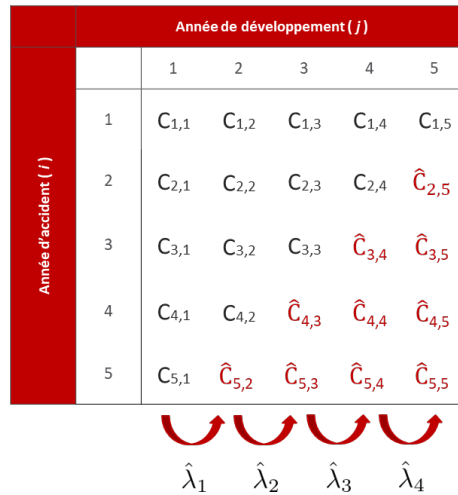


FIGURE 3.4 – Estimation de la partie inférieure du triangle de liquidation

À partir de la charge ultime, on peut déterminer la provision globale comme vu dans la section précédente 3.1.

### Estimation des tail factors

Dans la section précédente 3.1, nous avons supposé que tous les sinistres étaient réglés au bout de  $n$  années de développement. Au bout de ces  $n$  années plus aucun paiement n'est effectué pour les sinistres. En pratique, pour les branches à développement long, la compagnie ne dispose pas d'un historique de données suffisamment long. La compagnie d'assurances dispose d'un triangle de développement avec  $n$  années de développement mais au bout de ces  $n$  années de développement il reste encore un montant important de paiements à effectuer pour les différentes années d'origine.

Pour faire face à cette problématique, l'idée est d'extrapoler les facteurs de développement jusqu'à l'ultime afin d'obtenir des facteurs de développement qui reflètent le développement complet des sinistres (i.e. jusqu'à leur règlement). Les facteurs de développement tendent à diminuer vers 1. Cela indique que les paiements cumulés atteignent leur montant à l'ultime. Si le dernier facteur de développement calculé avec la méthode Chain-Ladder est différent de 1, cela signifie que le déroulé des sinistres n'est pas encore terminé.

On extrapole les facteurs de développement  $(\lambda_j)_{j=1, \dots, n-1}$  en calibrant sur ces  $n-1$  points une fonction paramétrique  $t \mapsto \lambda(t)$  régulière (i.e. indéfiniment dérivable) et vérifiant pour tout  $t \in \mathbb{R}^+$ ,  $\lambda(t) \geq 1$ . Ces fonctions utilisées pour l'extrapolation ont la particularité d'être décroissante sur  $\mathbb{R}^+$  et de converger en 1 quand  $t$  tend vers  $+\infty$ . Parmi les fonctions paramétriques fréquemment utilisées pour extrapoler les facteurs de développement, on retrouve :

- la **fonction inverse** :
  - à 2 paramètres :  $\lambda(t) = 1 + a(1+t)^{-b}$      $a, b > 0$
  - à 3 paramètres :  $\lambda(t) = 1 + a(c+t)^{-b}$      $a, b, c > 0$
- la **fonction exponentielle négative** :  $\lambda(t) = 1 + a \exp(-bt)$      $a, b > 0$
- la **fonction Weibull** :  $\lambda(t) = 1 + a(1+t)^b \exp(-ct)$      $a, b, c > 0$

En passant au log, les paramètres inconnus peuvent être estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires en minimisant :

$$\Delta(a, b, c) = \sum_{j=1}^{n-1} [\ln(\lambda_j - 1) - \ln(\lambda(j) - 1)]^2$$

où  $\lambda_j$  correspond aux facteurs de développement calculés par la méthode Chain-Ladder.

Une autre possibilité pour extrapoler les facteurs de développement  $(\lambda_j)_{j=1, \dots, n-1}$  est d'utiliser la méthode de Bondy. La fonction de Bondy vérifie la récurrence suivante :

$$\begin{cases} \lambda(1) = \lambda_1 \\ \lambda(t+1) = (\lambda(t))^B \end{cases}$$

On cherche à estimer le paramètre  $B$  vérifiant  $0 < B < 1$  par la méthode des moindres carrés ordinaires en minimisant :

$$\Delta(B) = \sum_{j=1}^{n-1} [\ln(\lambda_{j+1}) - B \cdot \ln(\lambda(j))]^2$$

où  $\lambda_j$  correspond aux facteurs de développement calculés par la méthode Chain-Ladder et on pose  $\lambda_n = 1$

Une fois la méthode d'extrapolation choisie, on estime les facteurs de développement  $(\hat{\lambda}_k)_{k=n, \dots, +\infty}$  pour les années de développement  $k \geq n$  et jusqu'à ce que les facteurs de développement extrapolés tendent vers 1. On calcule un tail factor (ou facteur de queue) avec ces facteurs de développement extrapolés :

$$\hat{\lambda}_{ult} = \prod_{k=n}^{+\infty} \hat{\lambda}_k$$

Le tail de factor permet de calculer la charge ultime pour chaque année d'origine.  $\hat{C}_{i,n}$  correspond aux paiements cumulés au bout de  $n$  années de développement. Ces paiements cumulés sont différents de la charge ultime puisque l'on attend encore des paiements après ces  $n$  années. Pour calculer la charge ultime pour chaque année d'accident, on applique le tail factor sur les paiements cumulés de l'année de développement  $n$  (obtenus par la méthode Chain-Ladder) :

$$\hat{C}_{i,ult} = \hat{\lambda}_{ult} \cdot \hat{C}_{i,n}$$

### 3.2.2 Link Ratio et Extended Link Ratio : des méthodes autorégressives

Les modèles autorégressifs de provisionnement relient les montants cumulés de paiement de l'année de développement  $j$  à celles de l'année de développement  $j + 1$ . La méthode Chain-Ladder appartient à la famille des modèles "Link Ratio". Les modèles « Link Ratio » peuvent être interprétés comme des modèles d'autorégression avec une ordonnée passant par l'origine. Pour une année de développement  $j$  donné, le modèle "Link Ratio" est le suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j} + \varepsilon_i, \text{ pour } i \in \llbracket 1, n \rrbracket$$

Où  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_j^2 C_{i,j}^{\delta_j})$  et  $\delta_j$  un paramètre de poids. Si  $\delta_j = 1$ , le modèle « Link Ratio » correspond à la méthode standard de Chain-Ladder.

Dans le but de corriger l'approche standard, on peut utiliser la famille des modèles « Extended Link Ratio » qui tient compte en plus d'une ordonnée à l'origine et d'une tendance dans les années d'origine. Pour une année de développement  $j$  donnée, le modèle est le suivant :

$$C_{i,j+1} = a_j + b_j i + \lambda_j C_{i,j} + \varepsilon_i, \text{ ; pour } i \in \llbracket 1, n \rrbracket$$



Où  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_j^2 C_{i,j}^{\delta_j})$  et  $\delta_j$  un paramètre de poids.  $a_j$  représente l'ordonnée à l'origine,  $b_j$  la tendance dans les années d'origine et  $\lambda_j$  le facteur de développement ou la pente de l'autorégression.

Les paramètres inconnus du modèle peuvent être estimés par la méthode des moindres carrés (MC).

### 3.2.3 Méthode de Mack : une méthode semi-stochastique non paramétrique

La méthode de Mack est la version stochastique de la méthode Chain-Ladder. L'approche de Mack fournit les mêmes résultats que l'algorithme Chain-Ladder et à l'avantage de donner également des informations supplémentaires sur la volatilité de la provision (écart-type). La méthode de Mack est non paramétrique puisqu'elle ne suppose aucune distribution sur le montant des paiements cumulés. La méthode de Mack permet d'obtenir une estimation centrale de la provision globale ainsi que des quantiles et des intervalles de confiance autour de cette estimation centrale. La méthode de Mack propose une estimation de l'erreur de provision globale sans fournir une distribution complète de la provision globale. On parle alors de méthode semi-stochastique.

#### Hypothèses de la méthode de Mack

Les éléments du triangle de liquidation (paiements cumulés en l'occurrence) sont considérés comme des réalisations de variable aléatoire réelles observées à la date de clôture au 31/12/n. Le modèle de Mack reprend les hypothèses de la méthode Chain-Ladder :

- (H1) : Indépendance ligne par ligne : les paiements cumulés  $C_{i,j}$ ,  $C_{i',j}$  pour différentes années d'origine  $i$  et  $i'$  sont indépendants i.e.  $(C_{i,1}, \dots, C_{i,n})$  et  $(C_{i',1}, \dots, C_{i',n})$  sont des vecteurs de variables aléatoires indépendantes pour  $i \neq i'$
- (H2) : Il existe des facteurs de développement  $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1} > 0$  tels que pour tout  $j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$  et  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ , on a :

$$\mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = \mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,j}] = \lambda_j C_{i,j}$$

- (H3) : Il existe des paramètres de volatilité  $\sigma_1^2, \dots, \sigma_{n-1}^2 > 0$  tels que pour tout  $j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$ , on a :

$$\mathbb{V}[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = \mathbb{V}[C_{i,j+1} | C_{i,j}] = \sigma_j^2 C_{i,j}$$

Les estimateurs de facteurs de développement sont donnés par le modèle

Chain-Ladder :

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_j &= \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \text{ pour } j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{n-j} \lambda_{i,j} C_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \text{ pour } j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket\end{aligned}$$

où  $\lambda_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$  correspond aux facteurs individuels de développement (avec  $i \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$ ,  $j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$  et  $i+j-1 \leq n$ )

**Proposition 1.** *Sous les hypothèses (H1) et (H2), les estimateurs des facteurs de développement  $\hat{\lambda}_j$  sont sans biais et non corrélés.*

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\hat{\lambda}_j] &= \lambda_j \text{ pour } j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket \\ \text{Cov}(\hat{\lambda}_j, \hat{\lambda}_{j'}) &= 0 \text{ pour } j, j' \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket \text{ avec } j \neq j'\end{aligned}$$

On note  $\hat{C}_{i,j}$  l'estimateur de  $\mathbb{E}[C_{i,j}|\mathcal{D}_n]$ . En particulier, on s'intéresse à l'estimateur du *best-estimate* de la charge ultime des paiements  $\hat{C}_{i,n}$  pour  $i+j-1 > n$ . Ici la notion de *best-estimate* renvoie au fait que l'on cherche considère l'espérance de flux futurs (ou d'une variable aléatoire). Dans ce chapitre, la notion de *best-estimate* ne prend pas en compte l'actualisation des flux futurs.

**Proposition 2.** *L'estimateur  $\hat{C}_{i,n}$  du best-estimate de la charge ultime des paiements est de la même forme que sous le modèle de Chain-Ladder.*

$$\begin{aligned}\hat{C}_{i,n} &= \hat{\mathbb{E}}[C_{i,n}|\mathcal{D}_n] \\ &= (\hat{\lambda}_{n-i+1} \times \cdots \times \hat{\lambda}_{n-1}) \cdot C_{i,n-i+1} \\ &= \left( \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{\gamma}_k \right) \cdot C_{i,n-i+1}\end{aligned}$$

Les  $C_{i,n-i+1}$  (pour  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ ) correspondent aux éléments de la diagonale des derniers paiements cumulés connus au 31/12/n.

**Proposition 3.** *En se référant à la proposition 1, l'estimateur  $\hat{C}_{i,n}$  est un estimateur sans biais du best-estimate de la charge ultime des paiements  $\mathbb{E}[C_{i,n}|\mathcal{D}_n]$ .*

**Corollaire 1.** *L'estimateur  $\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$  est un estimateur sans biais du best-estimate de la provision globale  $\mathbb{E}[R_i|\mathcal{D}_n]$ .*

Nous pouvons également estimer les paramètres de volatilité  $\sigma_j$  par année de développement  $j$ . Ces paramètres de volatilité représentent la volatilité des facteurs de développement :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{\lambda}_j \right)^2, & j \in \llbracket 1, n-2 \rrbracket \\ \hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left[ \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2) \right] \end{cases}$$

L'intérêt majeur de la méthode de Mack par rapport à la méthode Chain-Ladder est d'introduire la notion d'erreur quadratique moyenne de prédiction ("mean squared error of prediction" (mse) en anglais). Sachant l'information dans le triangle de liquation  $\mathcal{D}_n = \{C_{i,j} | 1 \leq i \leq n, i+j \leq n+1\}$ , on quantifie l'incertitude de l'estimateur  $\hat{R}_i$  associée au *best-estimate* de la provision pour l'année d'accident  $i$ .

$$mse_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i) = \mathbb{E}[(\hat{R}_i - R_i)^2 | \mathcal{D}_n]$$

L'erreur quadratique moyenne de prédiction de l'estimateur du *best-estimate* de la provision pour l'année d'accident  $i$  est égale à l'erreur quadratique moyenne de prédiction du *best-estimate* de la charge ultime pour l'année d'accident  $i$  :

$$\begin{aligned} mse_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i) &= \mathbb{E}[(\hat{R}_i - R_i)^2 | \mathcal{D}_n] \\ &= \mathbb{E}[\left( (\hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}) - (C_{i,n} - C_{i,n-i}) \right)^2 | \mathcal{D}_n] \\ &= \mathbb{E}[(\hat{C}_{i,n} - C_{i,n})^2 | \mathcal{D}_n] = mse(\hat{C}_{i,n}) \end{aligned}$$

En utilisant la formule  $\mathbb{E}[(X - a)^2] = \text{Var}[X] + (\mathbb{E}(X) - a)^2$ , on trouve que l'erreur quadratique moyenne de prédiction sur l'estimateur du *best-estimate* de la provision s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} mse_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i) &= mse_{\mathcal{D}_n}(\hat{C}_{i,n}) \\ &= \underbrace{\text{Var}[C_{i,n} | \mathcal{D}_n]}_{\text{Variance du processus}} + \underbrace{(\hat{C}_{i,n} - \mathbb{E}[C_{i,n} | \mathcal{D}_n])^2}_{\text{Erreur d'estimation}} \end{aligned}$$

On distingue la variance du processus et l'erreur d'estimation des paramètres. La variance du processus est la variabilité intrinsèque du modèle stochastique. Il s'agit de l'aléa pur (i.e. l'erreur du modèle) qui ne peut être éliminé du modèle. Elle correspond au comportement stochastique de la charge ultime (et donc des provisions). L'erreur d'estimation des paramètres reflète l'incertitude dans l'estimation des paramètres. Cette erreur d'estimation devient de plus en plus petite au fur et à mesure que l'on dispose d'observations.

En utilisant la proposition 2, on réécrit l'erreur quadratique moyenne de prédiction comme suit :

$$\begin{aligned} msep_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i) &= \text{Var}[C_{i,n}|\mathcal{D}_n] + (\hat{C}_{i,n} - \mathbb{E}[C_{i,n}|\mathcal{D}_n])^2 \\ &= \text{Var}[C_{i,n}|\mathcal{D}_n] + C_{i,n-i}^2 \cdot \left( \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \hat{\lambda}_j - \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \lambda_j \right)^2 \end{aligned}$$

**Théorème 1.** *Sous les hypothèses (H1), (H2), (H3) et les propositions précédentes, on peut montrer que l'erreur quadratique moyenne de prédiction de l'estimateur peut être estimée par :*

$$\begin{aligned} msep_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i) &= msep_{\mathcal{D}_n}(\hat{C}_{i,n}) \\ &= \underbrace{\hat{C}_{i,n}^2 \cdot \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \frac{1}{\hat{C}_{i,j}}}_{\text{Variance du processus}} + \underbrace{\hat{C}_{i,n}^2 \cdot \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}}}_{\text{Erreur d'estimation}} \\ &= \hat{C}_{i,n}^2 \cdot \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \left( \frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right) \end{aligned}$$

Pour calculer l'erreur quadratique moyenne de prédiction de l'estimateur du *best-estimate* de la provision globale, il n'est pas correct de simplement additionner les erreurs quadratiques moyennes de prédiction des estimateurs des *best-estimates* des provisions annuelles car elles sont corrélées entre elles (présence d'estimateurs communs de  $\lambda_k$  et  $\sigma_k$  dans l'estimation des erreurs) :

$$\begin{aligned} m\hat{sep}_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}) &= m\hat{sep}_{\mathcal{D}_n} \left( \sum_{i=2}^n \hat{R}_i \right) \\ &= \sum_{i=2}^n \left( m\hat{sep}_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i) + 2\hat{C}_{i,n} \left( \sum_{k=i+1}^n \hat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right) \end{aligned}$$

L'erreur type de l'estimateur du *best-estimate* de la provision pour l'année d'accident  $i$  se définit comme suit :

$$\hat{se}(\hat{R}_i) = \sqrt{m\hat{sep}_{\mathcal{D}_n}(\hat{R}_i)}$$

En faisant des hypothèses sur la distribution des provisions, il est possible d'obtenir des quantiles. Ainsi, on peut obtenir un intervalle de confiance au seuil de 95% du *best-estimate* de la provision :

— **Loi Normale** :  $R_i$  suit une loi normale

$$\left[ \hat{R}_i - 2se(\hat{R}_i), \hat{R}_i + 2se(\hat{R}_i) \right]$$

— **Loi Log-normale** :  $R_i \sim \text{lognormal}(\mu_i, \sigma_i^2)$

$$[\exp(\mu_i - 2\sigma_i), \exp(\mu_i + 2\sigma_i)]$$

avec  $\sigma_i^2 = \ln\left(1 + \left(\frac{\text{sc}(\hat{R}_i)}{\hat{R}_i}\right)^2\right)$  et  $\mu_i = \ln(\hat{R}_i) - \frac{\sigma_i^2}{2}$

**Vérification des hypothèses de la méthode de Mack**

**Hypothèse (H1)** : L'hypothèse d'indépendance des années d'accident est violée par des effets calendaires significatifs, tels que l'inflation, des changements au niveau des décisions judiciaires, des changements dans la gestion des sinistres ou de la provision dossier/dossier.

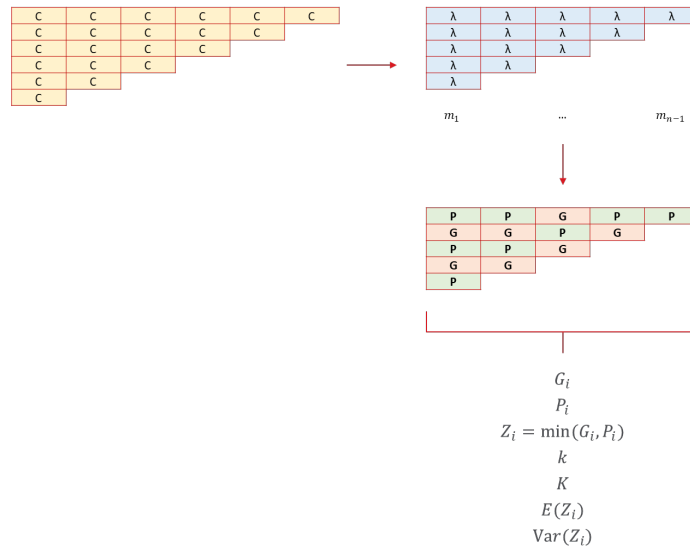


FIGURE 3.5 – Illustration de la démarche du test statistique

Supposons qu'un effet calendaire ait un impact sur une des diagonales du triangle de liquidation :

$$d_i = \{C_{i,1}, C_{i-1,2}, \dots, C_{2,i-1}, C_{1,i}\}, i \in \llbracket 1, n \rrbracket$$

Cet effet diagonal se reportera sur le triangle des facteurs individuels de développement  $\lambda_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ .

Cet effet diagonal va influencer deux diagonales de facteurs individuels de développement qui ont été calculés à partir des éléments de la diagonale du triangle de liquidation influencée :

- les facteurs individuels de développement où les paiements cumulés de la diagonale  $d_i$  sont au dénominateur

$$a_i = \left\{ \frac{C_{i,2}}{C_{i,1}}, \frac{C_{i-1,3}}{C_{i-1,2}}, \dots, \frac{C_{2,i}}{C_{2,i-1}}, \frac{C_{1,i+1}}{C_{1,i}} \right\}, i \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$$

$$= \{\lambda_{i,1}, \lambda_{i-1,2}, \dots, \lambda_{2,i-1}, \lambda_{1,i}\}$$

- les facteurs individuels de développement où les paiements cumulés de la diagonale  $d_i$  sont au numérateur

$$a_{i-1} = \left\{ \frac{C_{i-1,2}}{C_{i-1,1}}, \frac{C_{i-2,3}}{C_{i-2,2}}, \dots, \frac{C_{2,i-1}}{C_{2,i-2}}, \frac{C_{1,i}}{C_{1,i-1}} \right\}, i \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$$

$$= \{\lambda_{i-1,1}, \lambda_{i-2,2}, \dots, \lambda_{2,i-2}, \lambda_{1,i-1}\}$$

Ensuite, on calcule la médiane  $m_j$  des facteurs de développement pour l'ensemble des éléments de la  $j^{\text{ème}}$  colonne (avec  $j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$ ).

On considère un facteur individuel de développement  $\lambda_{i,j}$ . On peut faire correspondre à chaque facteur individuel de développement  $\lambda_{i,j}$  une colonne du triangle des facteurs de développement  $j$  et donc une médiane associée  $m_j$ . Si le facteur individuel de développement  $\lambda_{i,j}$  est inférieur à la médiane  $m_j$  associée, on le labélise comme "petit". Dans le cas contraire on le labélise comme "grand". Par construction de ces catégories à partir de la médiane, pour une diagonale donnée du triangle des facteurs individuels de développement, chaque facteur individuel de développement a une probabilité de 50% d'être labélisé comme "petit" ou comme "grand". Pour chaque diagonale du triangle des facteurs individuels de développement, on regarde si le groupe de facteurs individuels de développement identifiés comme "grand" prédomine le groupe de ceux identifiés comme "petit" et inversement. Ce déséquilibre entre groupe de "petits" et de "grands" facteurs s'explique par l'impact des effets calendaires.

On note :

- $G_i$  le nombre de facteurs labélisés comme "grand" pour la diagonale  $a_i$  du triangle des facteurs individuels de développement.
- $P_i$  le nombre de facteurs labélisés comme "petit" pour la diagonale  $a_i$  du triangle des facteurs individuels de développement.
- $Z_i = \min(G_i, P_i)$  la statistique du test : Sous l'hypothèse nulle, cette statistique est supposée être normalement distribuée.

On note  $k = G_i + P_i$ . Sous l'hypothèse nulle chaque facteur individuel de développement a une probabilité de 50% d'être identifié comme "petit" ou "grand". On en déduit que  $G_i$  (et  $P_i$  également) suit une loi binomiale  $\mathcal{B}(k, 0.5)$ .

On peut déduire l'espérance et la variance de la statistique  $Z_i$  :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Z_i) &= \frac{k}{2} - \binom{k-1}{K} \cdot \frac{k}{2^k} \\ \mathbb{V}ar(Z_i) &= \frac{k(k-1)}{4} - \binom{k-1}{K} \cdot \frac{k(k-1)}{2^k} + \mathbb{E}(Z_i) - (\mathbb{E}(Z_i))^2\end{aligned}$$

On considère la statistique de test global  $Z = Z_2 + \dots + Z_{n-1}$ . Sous l'hypothèse nulle, les statistiques  $Z_i$  ne sont pas corrélées entre elles.

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Z) &= \mathbb{E}(Z_2) + \dots + \mathbb{E}(Z_{n-1}) \\ \mathbb{V}ar(Z) &= \mathbb{V}ar(Z_2) + \dots + \mathbb{V}ar(Z_{n-1})\end{aligned}$$

Il est donc possible de définir un intervalle de confiance. Cette statistique permet de rejeter (ou non) l'hypothèse d'indépendance des lignes du triangle de liquidation et donc de mettre en lumière (ou non) la présence d'effets calendaires.

**Hypothèse (H2) :** Cette hypothèse implique que les facteurs de développement ne sont pas corrélés entre eux. Pour vérifier cette hypothèse, on s'appuie sur le coefficient de corrélation de Spearman pour définir une statistique de test. Le test statistique permet d'accepter ou de rejeter l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) suivante : les facteurs de développement ne sont pas corrélés entre eux.

On construit un triangle de facteurs individuels de développement à partir du triangle de paiements cumulés. Pour chaque colonne  $k$  du triangle des facteurs individuels de développement, on associe un rang  $r_{i,k}$  à chaque facteur individuel de développement. Il s'agit du rang du facteur de développement en fonction de sa grandeur. On attribue le rang 1 au plus petit facteur individuel de développement de la colonne  $k$  concernée. Ensuite, on attribue un rang  $s_{i,k}$  à chaque facteur individuel de la colonne  $k-1$  à laquelle on a retiré le dernier élément (afin qu'il y ait le même nombre d'éléments pour dans la colonne  $k$  et  $k-1$ ). Le coefficient de corrélation de Spearman  $T_k$  se définit comme suit :

$$T_k = 1 - 6 \cdot \sum_{i=1}^{n-k} \frac{(r_{i,k} - s_{i,k})^2}{(n-k)^3 - n + k}$$

Sous l'hypothèse  $H_0$ , on a :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(T_k) &= 0 \\ \mathbb{V}ar(T_k) &= \frac{1}{n-k-1}\end{aligned}$$

Une valeur de  $T_k$  proche de 0 indique que les facteurs de développement  $k$  et  $k-1$  ne sont pas corrélés entre eux.

Nous calculons la statistique  $T$  comme la somme pondérée des coefficients de Spearman  $(T_2, \dots, T_{n-2})$  :

$$T = \sum_{k=2}^{n-2} \frac{n-k-1}{(n-2)(n-3)/2} T_k$$

Sous l'hypothèse nulle, les coefficients de Spearman  $T_k$  sont non corrélés. Il est possible de calculer l'espérance et la variance de la statistique  $T$  :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(T) &= 0 \\ \text{Var}(T) &= \sum_{k=2}^{n-2} \text{Var} \left( \frac{n-k-1}{(n-2)(n-3)/2} T_k \right) \\ &= \sum_{k=2}^{n-2} \left( \frac{n-k-1}{(n-2)(n-3)/2} \right)^2 \text{Var}(T_k) \\ &= \frac{1}{(n-2)(n-3)/2} \end{aligned}$$

Puisque sous l'hypothèse nulle la statistique  $T$  suit une loi de normale, il est possible de déterminer un intervalle de confiance autour de la moyenne de la statistique. Si la valeur de la statistique de test est en dehors de son intervalle de confiance, on rejette l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) d'absence de corrélation entre les facteurs de développement.

**Hypothèse (H3) :**

On définit les résidus standardisés de la manière suivante :

$$\hat{\epsilon}_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - \hat{\lambda}_j C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$$

On vérifie cette hypothèse graphiquement en traçant les graphiques des résidus standardisés (en fonction des montants cumulés). Les résidus doivent être centrés autour de zéro et ne présenter aucune structure non aléatoire.

### 3.2.4 Inflation et effets diagonaux dans les triangles

Les méthodes classiques de provisionnement mentionnées précédemment supposent que le développement futur des sinistres se déduit du développement passé des sinistres. Ces méthodes requièrent un environnement stable, incompatible avec tous changements significatifs entourant l'activité d'assurance. Ces méthodes classiques de provisionnement prennent en compte implicitement les effets diagonaux (comme l'inflation par exemple) en faisant l'hypothèse forte que les effets diagonaux sont constants à travers le temps. De plus, elles ne donnent pas une indication objective de l'inflation qui est prise en compte. Pour pouvoir obtenir une provision au plus juste, il faut que l'environnement passé soit



le même que l'environnement futur (un taux d'inflation constant par exemple). Tous changements au niveau de l'environnement économique (évolution du taux d'inflation), de l'environnement juridique et social (inflation sociale, révisions du tableau indicatif par exemple) ou de la politique de gestion des sinistres (vitesse de déclaration/paiements des sinistres) peuvent conduire à une mauvaise estimation de la provision pour sinistres. Pour faire face à l'évolution de ces effets diagonaux, l'idée est de pouvoir les modéliser explicitement et de pouvoir adapter le provisionnement en fonction de leur évolution passée et future.

### 3.3 Méthodes de provisionnement permettant de capter l'inflation explicitement

#### 3.3.1 Des méthodes adaptées à l'inflation et dérivées de Chain-Ladder

La méthode Chain-Ladder est largement utilisée pour le provisionnement en assurance non-vie. C'est une méthode simple et facile à mettre en œuvre d'un point de vue opérationnel. L'adoption de nouvelles méthodes de provisionnement a un coût pour les compagnies d'assurances, elle peut se révéler longue et difficile. Si l'on conserve Chain-Ladder comme méthode principale de provisionnement (pour des raisons opérationnelles par exemple), il est important de pouvoir développer des approches actuarielles permettant d'adapter l'utilisation de cette méthode à un environnement changeant. Dans cette section, on propose des méthodes dérivées de Chain-Ladder pour permettre une prise compte explicite des évolutions d'inflation économique (adapter le provisionnement à un environnement économique inflationniste en l'occurrence).

##### Chain-Ladder as-if

La méthode Chain-Ladder ne prend pas en compte les effets calendaires. Pour pallier ce problème, il est possible d'utiliser la méthode Chain-Ladder (ou d'autres méthodes Extended Link Ratio) sur des triangles de liquidation as-if ajustés. Ici, l'objectif est de neutraliser les effets calendaires dus à l'inflation économique. Pour ce faire, il est important de faire des hypothèses d'inflation passées et futures qui soient pertinentes et adaptées à la branche d'activité étudiée, afin de désinflater la sinistralité historique et réinflater la sinistralité future au mieux.

On travaille avec le triangle des paiements incrémentaux. On choisit un indice des prix qui reflètent au mieux l'inflation économique auquel sont sujets les paiements de sinistres. Il faut être en mesure de projeter dans le futur des taux d'inflation pour cet indice des prix choisi.

La première étape est de désinflater le triangle de liquidation des paiements incrémentaux à partir de l'indice des prix, en calculant des coefficients de désin-

flation  $\tau$  pour chaque diagonale/année calendaire. On note  $k = i + j - 1$  la  $k^{\text{ème}}$  année calendaire correspondant à la  $k^{\text{ème}}$  diagonale du triangle de paiements.

$$\tau(k) = \frac{I(n)}{I(k)}, k \in \llbracket 1, n \rrbracket$$

où  $I(k)$  fait référence à l'indice des prix pour l'année  $k$  et on choisit  $n$  comme l'année de référence de l'indice des prix

On multiplie chaque diagonale du triangle de liquidation par le coefficient de désinflation associée. On obtient un triangle de liquidation as-if ajusté au niveau d'inflation de référence. En d'autres termes, on a un triangle en euros constants. On applique la méthode Chain-Ladder sur le triangle de paiements incrémentaux en euros constants. On obtient un triangle complété en euros constant (avec le niveau des prix de l'année de référence).

La prochaine étape est d'être en mesure de prédire dans le futur l'indice des prix et donc de prédire les taux d'inflation future. Pour la partie inférieure du triangle, on introduit le niveau d'inflation pour les années futures. De manière similaire à ce que vu précédemment, on réinflat le partie inférieure du triangle des paiements incrémentaux avec les coefficients de réinflation  $\tau$  pour les années futures  $\llbracket n, 2n - 1 \rrbracket$  :

$$\begin{cases} \tau(n) = 1 \\ \tau(k) = \prod_{t=k}^n (1 + r(t)), k \in \llbracket n + 1, 2n - 1 \rrbracket \end{cases}$$

où on note  $r(k)$  le taux d'inflation prédit pour l'année future  $k$

On peut ensuite calculer la provision globale pour sinistres.

### Approche Cash-Flow

Lorsque ces hypothèses sont vérifiées, la méthode Chain-Ladder projette dans le futur une tendance constante d'inflation passée. On développe une approche par cash-flows ou flux futurs afin d'ajuster le *best-estimate* de la provision pour sinistres à l'inflation.

La méthode Chain-Ladder nous permet de déterminer les cash-flows ou flux futurs attendus pour le règlement des sinistres. On suppose qu'au bout des  $n$  années de développement, les sinistres seront réglés. Dans le cas contraire, on extrapole les facteurs de développement et on applique un tail factor sur le triangle de liquidation (cf. section 3.2.1 : Estimation des tails factors).

Pour déterminer les cash-flows futurs, on passe par le triangle complété des paiements incrémentaux. On retrouve les cash-flows futures  $CF(i, t)$  pour les

années calendaires futures  $t \in \llbracket n + 1, 2n - 1 \rrbracket$  (jusqu'à l'extinction de tous les engagements survenus) pour les différentes années de survenance des sinistres  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$  de la manière suivante :

$$\widehat{CF}(i, t) = \hat{X}_{i,j}$$

tels que  $i + j - 1 = t$ ,  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$  et  $t \in \llbracket n + 1, 2n - 1 \rrbracket$ . Dans les autres cas,  $\widehat{CF}(i, t) = 0$ .

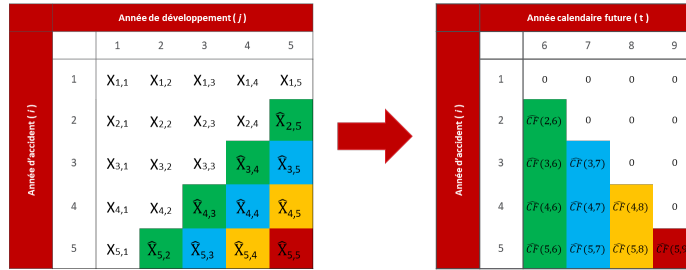


FIGURE 3.6 – Cash-Flows futurs

Le *best-estimate* de la provision globale des sinistres pour l'année d'origine  $i$  peut se réécrire à l'aide des cash-flows futurs :

$$\hat{R}_i = \sum_{t=n+1}^{2n-1} \widehat{CF}(i, t)$$

Dans l'historique passé, on suppose qu'il y a une inflation constante de  $\hat{r}\%$ . Comme on utilise la méthode CL, on suppose qu'il y a toujours une inflation constante de  $\hat{r}\%$  qui se projette dans les cash-flows futurs. On remarque que cette hypothèse n'est pas toujours vérifiable si les hypothèses de CL (en l'occurrence l'absence d'effets diagonaux comme l'inflation dans l'historique) sont violées. Dans ce cas, on ne sait pas exactement ce qui est projeté dans le futur même si cela reste l'hypothèse la plus vraisemblable à faire. On désinflatte les cash-flows futurs en supposant que l'inflation future est constante égale à  $\hat{r}\%$ . On inflat les cash-flows futurs avec une projection attendue de l'inflation future ( $\hat{r}_{n+1}, \dots, \hat{r}_{2n-1}$ ) :

$$\hat{R}_i^* = \sum_{t=n+1}^{2n-1} \frac{\widehat{CF}(i, t)}{(1 + \hat{r})^{t-n}} \prod_{s=n+1}^t (1 + \hat{r}_s)$$

### 3.3.2 Effets diagonaux dans les triangles de liquidation

Dans cette section, l'objectif des méthodes présentées est de modéliser de manière explicite les effets calendaires passés et futurs. Il ne s'agit plus uniquement d'adapter la provision globale à l'inflation, sans lever le flou sur sa modélisation

dans la méthode de provisionnement. Au contraire, l'objectif est de capturer de la manière la plus fidèle possible l'inflation des sinistres intrinsèque aux triangles de liquidation.

### 3.3.3 La méthode de séparation de Taylor-Verbeek

La méthode de séparation de Taylor-Verbeek permet d'isoler les différents effets auxquels sont soumis les montants de paiements des sinistres.

On note  $N_i$  le nombre de sinistres (à l'ultime) survenus au cours de l'année d'origine  $i$ . En pratique,  $N_i$  n'est pas connu pour toutes les années d'origine. En appliquant la méthode Chain-Ladder sur un triangle de nombre de sinistres déclarés, on peut obtenir un estimateur du *best-estimate* du nombre de sinistres  $\hat{N}_i = \hat{\mathbb{E}}[N_i|\mathcal{D}]$  survenus au cours de chaque année d'origine.  $\mathcal{D}$  désigne l'ensemble de l'historique à disposition au 31/12/ $n$ .  $\hat{N}_i$  est assimilable à l'effet de volume de l'année de survenance.

On définit un montant normalisé de paiements incrémentaux effectués à l'année de développement  $j$  pour les sinistres survenus l'année d'origine  $i$  :

$$S_{i,j} = \frac{X_{i,j}}{\hat{N}_i}$$

où  $X_{i,j}$  correspond aux paiements incrémentaux effectués à l'année de développement  $j$  pour les sinistres survenus l'année d'origine  $i$

On fait l'hypothèse qu'il s'applique sur chaque paiement normalisé un effet de développement et un effet calendaire :

$$\mathbb{E}[S_{i,j}|\mathcal{D}] = \beta_j \gamma_k, \quad i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket \text{ et } k = i + j - 1$$

- Effet de développement :  $\beta_j$  est la cadence de développement pour l'année  $j$  i.e. le pourcentage moyen de de la charge ultime de sinistres payée la  $j^{\text{ème}}$  année de développement et tel que  $\sum_{j=1}^n \beta_j = 1$ . Tous les sinistres sont réglés au bout de  $n$  années de développement.
- Effet calendaire :  $\gamma_k$  permet de capturer les effets calendaires (dont l'inflation) sur le montant des paiements. Ici, on note l'année calendaire  $k = i + j - 1$ . Le coefficient  $\gamma_k$  permet de suivre l'évolution du coût moyen des sinistres (et non une évolution de la charge due à une augmentation du nombre de sinistres par exemple).

La méthode de séparation de Verbeek-Taylor repose sur l'indépendance entre l'effet de développement et l'effet calendaire. L'indépendance entre ces deux effets permet de les isoler l'un de l'autre après avoir neutralisé l'effet des années de survenance.

		Année de développement ( $j$ )				
		1	2	3	4	5
Année d'accident ( $i$ )	1	$\beta_1\lambda_1$	$\beta_2\lambda_2$	$\beta_3\lambda_3$	$\beta_4\lambda_4$	$\beta_5\lambda_5$
	2	$\beta_1\lambda_2$	$\beta_2\lambda_3$	$\beta_3\lambda_4$	$\beta_4\lambda_5$	
	3	$\beta_1\lambda_3$	$\beta_2\lambda_4$	$\beta_3\lambda_5$		
	4	$\beta_1\lambda_4$	$\beta_2\lambda_5$			
	5	$\beta_1\lambda_5$				

FIGURE 3.7 – Méthode de séparation : Triangle des montants de paiements normalisés  $S_{i,j}$

On note  $d_k = \sum_{l=1}^k S_{k-l+1,l}$  la somme de la  $k^{\text{ème}}$  diagonale du triangle.

En particulier, la somme  $d_n$  de la dernière diagonale n vaut :

$$d_n = \sum_{l=1}^n S_{n-l+1,l}$$

$$d_n = \gamma_n \cdot \sum_{j=1}^n \beta_j$$

$$d_n = \gamma_n \cdot 1$$

On en déduit un estimateur évident de  $\gamma_n$  :

$$\hat{\gamma}_n = d_n$$

On note  $s_j = \sum_{i=1}^{n-j+1} S_{i,j}$  la somme de la  $j^{\text{ème}}$  colonne du triangle.

En particulier, la somme  $s_n$  de la dernière colonne n vaut :

$$s_n = \sum_{i=1}^1 S_{i,n}$$

$$s_n = \beta_n \cdot \gamma_n$$

On en déduit un estimateur évident de  $\beta_n$  :

$$\hat{\beta}_n = \frac{s_n}{\hat{\gamma}_n}$$

On effectue une autre itération. On s'intéresse d'abord à la somme  $d_{n-1}$  de la  $n-1$ <sup>ème</sup> diagonale pour déduire un estimateur de  $\gamma_{n-1}$ .

$$\begin{aligned} d_{n-1} &= \gamma_{n-1} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \beta_j \\ d_{n-1} &= \gamma_{n-1} \cdot \left( \sum_{j=1}^n \beta_j - \beta_n \right) \\ d_{n-1} &= \gamma_{n-1} \cdot (1 - \beta_n) \end{aligned}$$

En connaissant un estimateur de  $\beta_n$ , on obtient :

$$\hat{\gamma}_{n-1} = \frac{d_{n-1}}{1 - \hat{\beta}_n}$$

On s'intéresse également à la somme  $s_{n-1}$  pour déduire un estimateur de  $\beta_{n-1}$

$$\begin{aligned} s_{n-1} &= \sum_{i=1}^2 S_{i,n-1} \\ s_{n-1} &= \beta_{n-1} \cdot (\gamma_n + \gamma_{n-1}) \end{aligned}$$

En connaissant un estimateur de  $\gamma_n$  et  $\gamma_{n-1}$ , on obtient :

$$\hat{\beta}_{n-1} = \frac{s_{n-1}}{\hat{\gamma}_n + \hat{\gamma}_{n-1}}$$

Par récurrence successive, on détermine la formule générale permettant de trouver l'estimateur  $\hat{\gamma}_k$  et l'estimateur  $\hat{\beta}_j$  :

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_n = d_n \\ \hat{\gamma}_k = \frac{d_k}{1 - \sum_{j=k+1}^n \hat{\beta}_j}, \quad k \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket \end{cases}$$

et

$$\hat{\beta}_j = \frac{s_j}{\sum_{k=j}^n \hat{\lambda}_k}, \quad j \in \llbracket 1, n \rrbracket$$

### 3.3.4 Modèles linéaires généralisés appliqués au provisionnement : des modèles paramétriques stochastiques

Les modèles linéaires généralisés ("MLGs", "Generalised Linear Models" ou "GLMs" en anglais) permettent de relier une variable à expliquer à un jeu de variables explicatives. Les modèles linéaires généralisés permettent d'étendre les

hypothèses concernant la variable à expliquer (les paiements de sinistres ou les nombres de sinistres) et de modéliser plus finement les différents effets auxquels elle est soumise.

On s'intéresse aux observations  $(Y_{i,j})_{i+j-1 \leq n}$  pour le triangle supérieure de la matrice d'observation. Si l'on considère des paiements, il est plus approprié d'utiliser des paiements incrémentaux pour détecter des changements de tendance. Si l'on considère le nombre de sinistres, il est important de les définir avec précaution. Pour utiliser un MLG comme méthode de provisionnement, il ne faut pas utiliser des observations qui contiennent un mélange de tendances passées et de tendances actuelles (comme c'est le cas pour les paiements cumulés).

On considère les  $(Y_{i,j})_{i+j-1 \leq n}$  comme des réalisations des variables aléatoires indépendantes.

On cherche à modéliser le *best-estimate* de la variable à expliquer  $\mu_{i,j} = \mathbb{E}(Y_{i,j})$  pour différentes années d'origine et de développement. On modélise ce *best-estimate* à partir de plusieurs variables explicatives représentant les différents effets (effets de développement, effets de volume, effets calendaires).

On fait l'hypothèse que les variables aléatoires  $Y_{i,j}$  suivent une distribution. En pratique, les paiements incrémentaux ou les nombres de sinistres n'obéissent pas à la distribution gaussienne. On utilisera une distribution de poisson, log-normale ou toute autre distribution pertinente appartenant à la famille exponentielle. On parle alors de modèles paramétriques puisque l'on modélise la variable à expliquer à l'aide d'une loi aléatoire dont on cherche à estimer les paramètres.

En provisionnement, un modèle MLG se structure autour de 3 éléments principaux :

- **Composante aléatoire** : On note les variables aléatoires à expliquer  $Y_{i,j}$ . Elles peuvent correspondre à des paiements incrémentaux ou des nombres de sinistres. Les variables  $Y_{i,j}$  suivent une loi dont la densité appartient à la famille exponentielle :

$$Y_{i,j} \sim f(y_{i,j} | \theta_{i,j}, \phi)$$

Une loi appartient à la famille exponentielle si sa fonction de densité de probabilité peut s'écrire sous la forme de facteurs séparables :

$$f(y_{i,j} | \theta_{i,j}, \phi) = \exp \left( \frac{y_{i,j} \theta_{i,j} - b(\theta_{i,j})}{a(\phi)} + c(y_{i,j}, \phi) \right)$$

$\theta_{i,j}$  : paramètre canonique

$\phi$  : paramètre de dispersion

$a(\cdot)$  : une fonction réelle et non nulle. En pratique, on utilise  $a(\phi) = \frac{\phi}{\omega_{i,j}}$

pour les lois usuelles. Avec  $\omega_{i,j}$  correspondant au poids associé à chaque observation  $y_{i,j}$ .

$b(\cdot)$  : la fonction cumulant détermine entièrement les moments (et donc la loi de la distribution)

$c(\cdot)$  : la fonction de normalisation permettant d'obtenir une fonction de densité de probabilité totale égale à un

- **Composante déterministe** : les variables intervenant dans la modélisation correspondent aux trois directions du triangle de liquidation.

La variable explicative d'année d'origine est qualitative ordinale et prend les modalités  $1, \dots, i, \dots, n$ . On la remplace par  $n$  variables indicatrices dont les paramètres sont notés  $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n$ .

$$\mathbb{1}_i^{\alpha_i}(l) = \begin{cases} 1 & \text{si } l = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La variable d'année d'origine est représentative de l'effet ligne i.e. de l'effet volume du portefeuille.

De manière similaire, on associe les paramètres  $\beta_1, \dots, \beta_j, \dots, \beta_n$  à la variable explicative d'année de développement. La variable d'année de développement est représentative de l'effet colonne i.e. l'effet cadence de paiement des sinistres.

On associe les paramètres  $\gamma_1, \dots, \gamma_{k=i+j-1}, \dots, \gamma_n$  à la variable explicative d'année calendaire. La variable d'année calendaire est représentative de l'effet diagonal ou l'effet calendaire" permettant de modéliser l'inflation des sinistres.

On peut alors définir la fonction du prédicteur linéaire :

$$\eta_{i,j} = \gamma_k + \alpha_i + \beta_j$$

- **Fonction lien** : La fonction lien  $g(\cdot)$  (fonction réelle, déterministe, strictement monotone et bijective) fournit une relation entre le prédicteur linéaire et le *best-estimate* (i.e. l'espérance) de la variable à expliquer  $\mu_{i,j} = \mathbb{E}[Y_{i,j}]$  :

$$\begin{aligned} g(\mu_{i,j}) &= \eta_{i,j} \\ g(\mathbb{E}[Y_{i,j}]) &= \gamma_k + \alpha_i + \beta_j \end{aligned}$$

### Estimateur du maximum vraisemblance

Les paramètres du modèle  $((\gamma_k)_k, (\alpha_i)_i, (\beta_j)_j)$  sont estimés par maximum de vraisemblance à l'aide d'un estimateur  $((\hat{\gamma}_k)_k, (\hat{\alpha}_i)_i, (\hat{\beta}_j)_j)$ .



Les équations de vraisemblance du modèle ne sont pas linéaires et requièrent des algorithmes itératifs pour être résolus, en l'occurrence :

- la méthode Newton-Raphson repose sur la matrice hessienne
- la méthode des scores de Fisher qui se base sur la matrice d'information
- l'algorithme "IRLS" ("Iteratively reweighted least squares") est une version améliorée de la méthode Newton-Raphson. L'algorithme IRLS met à jour de manière itérative les estimations des paramètres du MLG en résolvant un problème de moindres carrés pondérés, où les poids sont basés sur les dérivées première et seconde de la fonction de log-vraisemblance par rapport au prédicteur linéaire.

En R, la fonction `glm()` utilise l'algorithme IRLS pour estimer les estimations du maximum de vraisemblance des coefficients de régression.

Les paramètres du modèle sont reliés au paramètre canonique  $\theta_{i,j}$ .

Par invariance fonctionnelle de l'estimateur du maximum de vraisemblance, on peut déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance du paramètre canonique  $\hat{\theta}_{i,j}$  et du *best-estimate* de la variable à expliquer  $\hat{\mu}_{i,j}$ .

Si on revient au cas où l'on modélise des paiements incrémentaux. Notre modèle linéaire généralisé nous permet de prédire le *best-estimate* des paiements incrémentaux futurs (issus des paramètres du MLG obtenus par maximum de vraisemblance).

On peut alors utiliser l'indépendance des paiements incrémentaux pour obtenir l'estimateur du maximum de vraisemblance du *best-estimate* de la provision globale :

$$\hat{R}_i = \sum_{j=n-i+2}^n \hat{\mu}_{i,j}$$

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^n \sum_{j=n-i+2}^n \hat{\mu}_{i,j}$$

### Choix de la fonction lien

Pour chaque loi de la famille exponentielle, il existe une fonction lien dite canonique. La fonction lien  $g(\cdot)$  relie l'espérance de la variable réponse au prédicteur linéaire  $\eta_{i,j}$  :

$$g(\mu_{i,j}) = \eta_{i,j}$$

La fonction lien canonique est donnée par  $g = (b')^{-1}$ .

La fonction lien canonique choisie permet de mesurer l'effet des variables explicatives sur la variable à expliquer via le paramètre canonique  $\theta_{i,j}$  :

$$\theta_{i,j} = g(\mu_{i,j})$$

Loi	Lien	$\theta_{i,j}$	$b(\theta_{i,j})$	$\phi$	$\mathbb{E}[Y_{i,j}]$	$V(\mu_{i,j})$
$\mathcal{P}(\mu_{i,j})$	$\eta_{i,j} = \ln(\mu_{i,j})$ (log)	$\ln(\mu_{i,j})$	$\exp(\theta)$	1	$\mu_{i,j}$	$\mu_{i,j}$
$\mathcal{N}(\mu_{i,j}, \sigma^2)$	$\eta_{i,j} = \mu_{i,j}$ (id)	$\mu_{i,j}$	$\frac{\theta^2}{2}$	$\sigma^2$	$\mu_{i,j}$	1
$\Gamma(\mu_{i,j}, \nu)$	$\eta_{i,j} = \frac{1}{\mu_{i,j}}$ (inverse)	$-\frac{1}{\mu_{i,j}}$	$-\ln(-\theta)$	$\frac{1}{\nu}$	$\mu_{i,j}$	$\mu_{i,j}^2$
$IG(\mu_{i,j}, \sigma^2)$	$\eta_{i,j} = \frac{1}{\mu_{i,j}^2}$	$-\frac{1}{2\mu_{i,j}^2}$	$-\sqrt{-2\theta}$	$\sigma^2$	$\mu_{i,j}$	$\mu_{i,j}^3$

Lorsque l'on utilise la fonction lien canonique, on remplit des conditions optimales d'un point de vue mathématique. Néanmoins, ce n'est pas la seule motivation pour laquelle la fonction lien est choisie. En provisionnement, les modèles multiplicatifs sont couramment utilisés pour séparer les différents effets explicatifs qui influencent la variable à expliquer. Il est naturel d'utiliser la fonction lien logarithme, en particulier dans notre cas où nous cherchons à isoler les différentes tendances.

On définit la fonction variance  $V$  tel que :

$$V(\mu) = \frac{\partial \mu}{\partial \theta}$$

De plus,  $V(\mu) = b''(\theta(\mu))$ . Attention, bien qu'il existe une relation entre la variance de la variable à expliquer ( $\text{Var}$ ) et la fonction variance  $V$ , il ne faut pas les confondre.

Pour rappel, il est possible de déterminer le moment d'ordre 1 et 2 de la loi étudiée grâce à la fonction cumulant  $b(\cdot)$  :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X_{i,j}] &= b'(\theta_{i,j}) \\ \text{Var}[X_{i,j}] &= a(\phi)b''(\theta_{i,j}) = a(\phi)V(\mu) \end{aligned}$$

### Famille Tweedie

Les distributions Tweedie forment un sous-groupe de la famille exponentielle avec une variance liée à l'espérance par la fonction puissance.

Si  $Y_{i,j}$  suit une loi Tweedie, alors la variance  $\text{Var}[Y_{i,j}]$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\text{Var}[Y_{i,j}] = \phi \mathbb{E}[Y_{i,j}]^p$$

où  $\phi$  correspond au paramètre de dispersion.

Pour  $p \leq 0$ , les distributions Tweedie sont définies sur  $\mathbb{R}$ . Pour  $p \geq 1$ , les distributions Tweedie sont définies sur  $\mathbb{R}^+$ . Il n'y a pas de distribution Tweedie pour

$p \in ]0, 1[$ .

Les membres les plus connus de la famille Tweedie sont les suivants :

- Loi stable :  $p < 0$
- Loi Normale :  $p = 0$
- Loi Poisson :  $p = 1$
- Loi composée Poisson-Gamma :  $1 \leq p < 2$
- Loi Gamma :  $p = 2$
- Loi Inverse Gaussienne :  $p = 3$

La lourdeur de la queue des distributions Tweedie augmente avec la valeur de  $p$ . Plus une distribution est à queue lourde, plus la probabilité que des événements extrêmes surviennent est élevée.

### Régression de Poisson surdispersé

Sans mention contraire, on fixe à 1 le poids attribué à chaque observation du modèle linéaire généralisée.

Le modèle de Poisson ne permet pas d'ajuster la variance indépendamment de la moyenne. On généralise le modèle à l'aide d'un paramètre de dispersion  $\phi$ .

$$\forall i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket, X_{i,j} \sim \mathcal{P}(\mu_{i,j})$$

On travaille avec les paiements incrémentaux. On fait intervenir plusieurs effets correspondant aux différentes directions du triangle de liquidation :

- les **effets lignes** appelés également **effets d'année d'origine/d'accident** ou **effets de volume** reflètent les changements dus à l'exposition au risque. Ces effets sont modélisés par les paramètres  $\alpha_i$
- Les **effets colonnes** appelés également **effets d'année de développement** reflètent la cadence de règlement des sinistres. Ces effets sont modélisés par les paramètres  $\beta_j$
- Les **effets diagonaux** appelés également **effets calendaires** reflètent l'inflation des sinistres. Afin de simplifier le modèle, une hypothèse d'inflation constante est faite ( $\gamma_k = \gamma$ )

On choisit comme fonction lien le logarithme népérien :

$$\begin{aligned} \ln(\mathbb{E}[X_{i,j}]) &= \eta_{i,j} \\ \ln(\mu_{i,j}) &= \gamma + \alpha_i + \beta_j \end{aligned}$$

Avec une contrainte  $\alpha_1 = \beta_1 = 0$  qui assure l'identifiabilité statistique (les paramètres du modèle sont estimés de manière unique et sans ambiguïté à partir

des données disponibles).

La régression de Poisson surdispersée donne exactement les mêmes résultats pour le *best-estimate* de la provision globale pour sinistres que ceux donnés par la méthode Chain-ladder standard.

### Régression Log-Normale

On fait l'hypothèse suivante sur les paiements incrémentaux  $X_{i,j}$  :

$$\forall i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket, X_{i,j} \sim IG(m_{i,j}, \sigma^2)$$

On considère  $Z_{i,j} = \ln(X_{i,j})$ . Par définition de la loi Log-Normale,  $Z_{i,j} \sim \mathcal{N}(m_{i,j}, \sigma^2)$ . La loi normale appartient à la famille exponentielle. Sa fonction lien canonique est la fonction identité. On modélise les mêmes tendances que ceux modélisés pour la loi de Poisson surdispersé :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Z_{i,j}] &= m_{i,j} \\ \mathbb{E}[Z_{i,j}] &= \gamma + \alpha_i + \beta_j \end{aligned}$$

$Z_{i,j}$  est modélisé par une régression linéaire. Le modèle peut être réécrit de la manière suivante :

$$Z_{i,j} = \gamma + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{i,j}$$

Avec l'erreur de la variable explicative  $\epsilon_{i,j} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

En utilisant la fonction génératrice des moments de l'erreur et les propriétés de l'espérance, on modélise les moments d'ordre 1 et 2 pour la régression log-normale des paiements :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X_{i,j}] &= \mu_{i,j} \\ \mathbb{E}[X_{i,j}] &= \exp\left(m_{i,j} + \frac{\sigma^2}{2}\right) \\ \text{Var}(X_{i,j}) &= \exp(2m_{i,j} + \sigma^2) (\exp(\sigma^2) - 1) \end{aligned}$$

### 3.3.5 Approche Multi-triangles et MLGs : Fréquence-Sévérité

Dans le modèle de régression de Poisson surdispersé et le modèle de régression Log-Normale, on fait l'hypothèse que l'inflation des sinistres est constante. Afin de modéliser une évolution de l'inflation des sinistres au cours du temps, on introduit une tendance non constante pour les effets diagonaux. À partir du triangle de paiements incrémentaux, les modèles linéaires généralisés permettent de capturer les tendances dans les trois directions du triangle de liquidation : année d'origine, année de développement et année calendaire.

L'introduction des effets dans les trois dimensions du même triangle soulève des problèmes d'identifiabilité statistique. Il est nécessaire de développer une approche multi-triangles si l'on veut pouvoir prendre en compte tous ces effets en même temps.

### Approche MLGs

Cette approche multi-triangles est couplée avec les modèles linéaires généralisés.

On note  $X_{i,j}$  le paiement incrémental effectué à la  $j^{\text{ème}}$  année de développement pour les sinistres survenus l'année d'origine  $j$ . On définit un coût/paiement moyen des sinistres  $\overline{X_{i,j}}$  pour les sinistres survenus à l'année d'origine  $i$  effectué l'année de développement  $j$  de la manière suivante :

$$\overline{X_{i,j}} = \frac{X_{i,j}}{N_{i,j}}$$

avec  $N_{i,j}$  correspond au nombre de sinistres avec paiements survenus l'année d'origine  $i$  auxquels ont associé au moins un paiement au cours de l'année de développement  $j$

Ici, nous voulons expliquer le nombre de sinistres avec paiements et les paiements moyens par trois effets différents :

- l'année de l'accident
- l'année de développement
- l'année calendaire

Une pratique efficace de provisionnement est d'ajuster un modèle linéaire généralisé Poisson pour la fréquence des sinistres (nombre de sinistres avec paiements) et un modèle linéaire généralisé Gamma pour la sévérité des sinistres (coût moyen des sinistres).

#### Composante aléatoire

Nous supposons que les observations du triangle de liquidation (coût moyen des sinistres et nombre de sinistres avec paiements) sont des variables aléatoires indépendantes qui suivent une densité dans la famille de distribution exponentielle.

#### - Régression de Poisson surdispersée pour $N_{i,j}$

$$N_{i,j} \sim \text{Poisson}(\lambda_{i,j}, \phi)$$

où  $\lambda_{i,j}$  correspond au paramètre de moyenne de la loi Poisson et  $\phi$  correspond au paramètre de dispersion (en pratique, le paramètre de dispersion est obtenue de la variance observée des données)

### - Régression Gamma pour $\overline{X_{i,j}}$

$$\overline{X_{i,j}} \sim \text{Gamma}(\mu_{i,j}, \nu)$$

où  $\mu_{i,j}$  correspond au paramètre de moyenne de la loi Gamma et  $\nu$  correspond au paramètre de forme ( $\nu = \frac{1}{\phi}$  et  $\phi$  désigne le paramètre de dispersion). On attribue un poids en fonction du nombre  $N_{i,j}$  de sinistres avec paiements à chaque observation des paiements moyens  $\overline{X_{i,j}}$  dans la régression Gamma.

#### Fonction lien

La fonction lien est définie comme la fonction logarithme népérien :  $g(\cdot) = \ln(\cdot)$ . L'inverse de la fonction lien  $g^{(-1)}(\cdot) = \exp(\cdot)$  correspond à la fonction exponentielle.

La fonction exponentielle possède la propriété avantageuse suivante :

$$\exp(a + b) = \exp(a) \cdot \exp(b)$$

#### Composante déterministe

Afin de définir le modèle linéaire généralisé, on introduit les paramètres de régression suivante :

- $\alpha_i$  = paramètre pour l'année de survenance  $i$
- $\beta_j$  = paramètre pour l'année de développement  $j$
- $\gamma_k$  = paramètre pour l'année calendaire  $k = i + j - 1$

• La fréquence ou le nombre de sinistres avec paiements est donc modélisée par une distribution de Poisson :

$$N_{i,j} \sim \text{Poisson}(\lambda_{i,j}, \phi) \text{ avec } \ln(\lambda_{i,j}) = \alpha_i + \beta_j$$

Sur base de la régression Poisson, nous pouvons prédire les paramètres ( $\alpha_i$ ) et ( $\beta_j$ ) par maximum de vraisemblance pour  $i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket$ . Ensuite, il est possible de compléter la partie inférieure du triangle de nombre de sinistres en calculant les valeurs attendues ( $\widehat{N}_{i,j}$ ) pour  $i + j - 1 > n$  et  $i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket$ .

$$\begin{aligned} \widehat{N}_{i,j} &= \widehat{\mathbb{E}}[N_{i,j}] = \widehat{\lambda}_{i,j} \\ \ln(\widehat{N}_{i,j}) &= \widehat{\alpha}_i + \widehat{\beta}_i \\ \widehat{N}_{i,j} &= e^{\widehat{\alpha}_i + \widehat{\beta}_i} = e^{\widehat{\alpha}_i} e^{\widehat{\beta}_i} \end{aligned}$$

• Les paiements moyens des sinistres  $\overline{X_{i,j}}$  sont modélisés par une distribution Gamma. On associe un poids à chaque paiement moyen en fonction du nombre associé de sinistres avec paiements :

$$\overline{X_{i,j}} \sim \text{Gamma}(\mu_{i,j}, \nu) \text{ avec } \mu_{i,j} = \gamma_k + \beta_j$$

Sur base de la régression Gamma, nous pouvons prédire les paramètres  $(\gamma_k)$  et  $(\beta_j)$  par maximum de vraisemblance pour  $j, k \in \llbracket 1, n \rrbracket$ . Il faut être attentif au fait que la régression Gamma ne donne les paramètres diagonaux  $\hat{\gamma}_k$  que pour la partie supérieure du triangle. Il faut prédire les paramètres diagonaux  $\hat{\gamma}_k$  dans le futur pour  $k \in \llbracket n + 1, 2n - 1 \rrbracket$  afin de pouvoir compléter la partie inférieure du triangle de liquidation.

On complète la partie inférieure du triangle de paiements moyens de sinistres en calculant les valeurs attendues  $(\widehat{X}_{i,j})$  pour  $i + j - 1 > n$  et  $j \in \llbracket 1, n \rrbracket$  et  $k \in \llbracket 1, 2n - 1 \rrbracket$  :

$$\begin{aligned}\widehat{X}_{i,j} &= \widehat{\mathbb{E}[X_{i,j}]} = \hat{\mu}_{i,j} \\ \ln(\widehat{X}_{i,j}) &= \hat{\gamma}_k + \hat{\beta}_j \\ \widehat{X}_{i,j} &= e^{\hat{\gamma}_k + \hat{\beta}_j} = e^{\hat{\gamma}_k} e^{\hat{\beta}_j}\end{aligned}$$

Ces paramètres diagonaux  $\gamma_k$  s'interprètent comme un indice des prix spécifique à la branche d'activité étudiée et capturent l'inflation des sinistres (inflation économique + inflation superposée). À partir des paramètres diagonaux, on peut déterminer l'inflation historique des sinistres :

$$r_k = \frac{e^{\gamma_k}}{e^{\gamma_{k-1}}} - 1$$

où  $k = i + j - 1$  désigne l'année calendaire  $k$

Ainsi, prédire les paramètres diagonaux pour l'avenir revient à anticiper l'inflation des sinistres que l'on s'attend à observer dans le futur.

## Chapitre 4

# Évaluation des provisions au regard de l'inflation en RC Auto

### 4.1 Scope des données

L'objectif de ce chapitre est de développer un certain nombre d'outils, d'indicateurs et de méthodes actuarielles pour prendre en compte de manière explicite l'évolution de l'inflation dans le calcul du *best-estimate* des provisions pour sinistres en RC Automobile. Les données de sinistralité utilisées dans ce chapitre sont des données simulées à l'aide d'un outil statistique développé pendant mon alternance au sein de Reacfin. On observe des tendances réelles sur les données recueillies (en termes de volume, de développement et d'inflation) grâce à des modèles linéaires généralisés. On peut ensuite simuler nos données en basant sur un modèle Poisson (pour le triangle des nombres) et un modèle Gamma (pour le triangle des paiements). Les données sont calibrées pour être représentatives du portefeuille client d'une compagnie d'assurances en RC automobile sur le marché belge. L'historique de sinistralités et les différentes tendances (de développement, d'accident et calendaires) sont simulées avec des jugements d'expert afin de conserver leur cohérence et leur représentativité du périmètre étudié. Les résultats obtenus avec les données simulées restent en totale adéquation avec ceux obtenus avec les données recueillies mais sont anonymisés.

On construit un triangle de paiements et un triangle de nombre pour trois périls différents : le péril "Dégâts Matériels" (DM), le péril "Dommages Corporels" (DC) et le péril "Total" (DM + DC) regroupant les périls DM et DC.

Le triangle des paiements contient tous les paiements effectués pour indemniser les dommages causés aux tiers dans le cadre des dispositions prévues par le



contrat d'assurance de responsabilité civile automobile (cf. Annexes : Figure 14).

Les sinistres indemnisés sont rattachés aux années de survenance des sinistres. Les années d'origine ( $i = 1997, \dots, 2021$ ) correspondent aux lignes du triangle de liquidation. L'année de développement désigne l'année pour laquelle un paiement a été effectué après l'année de survenance des sinistres. L'année de développement du sinistre ( $j = 1, \dots, 25$ ) correspond aux colonnes du triangle de liquidation. Les données sont agrégées dans le triangle de liquidation. Les données ne sont disponibles que jusqu'à la date de clôture (ici le 31/12/2021). Seul le triangle supérieur de la matrice d'observation contient des paiements. Chaque cellule de ce triangle correspond au paiement annuel effectué lors de la  $j^{\text{ème}}$  année de développement pour l'ensemble des sinistres survenus l'année d'origine  $i$ .

Nous utilisons un triangle de paiements plutôt qu'un triangle de la charge totale contenant des réserves dossier/dossier, qui sont moins objectives et beaucoup plus influencées par la subjectivité des gestionnaires de sinistres. En effet, les pratiques des gestionnaires de sinistres ne sont pas uniformisées et peuvent ne pas être adaptées pour une bonne prise en compte de l'inflation dans ces réserves dossier/dossier.

L'historique de sinistralités contient uniquement les paiements effectués pour les prestations en RC Auto. On filtre les données entre les paiements pour l'indemnisation des sinistres et les frais afin de ne pas intégrer les multiples impacts et effets calendaires liés à la gestion des frais.

Les triangles de paiements sont bruts de réassurance. De plus, on déduit des triangles tous les recours. On augmente la granularité des données en faisant une distinction entre les paiements pour les dommages matériels et corporels. On travaille avec des triangles attritionnels (sinistres dont la charge totale ne dépasse pas le seuil d'1 million d'euros) pour les sinistres corporels et matériels.

On reprend les notations précédentes pour étudier le triangle de paiements incrémentaux ( $X_{i,j}$ ) et cumulés ( $C_{i,j}$ ).

Parallèlement à cela, on comptabilise le nombre de sinistres avec paiements. On construit un triangle du nombre de sinistres avec paiements (cf. Annexes : Figure 17). On comptabilise le nombre de sinistres survenus l'année d'origine  $i$  qui sont associés à au moins un paiement. Si au moins un paiement est effectué pour un sinistre et pour une année donnée, on le considère comme un unique sinistre avec paiements (i.e. un sinistre indemnisé). Dans le cas contraire, aucune entrée n'est ajoutée.

On note  $N_{i,j}$  le nombre de sinistres avec paiements pour l'année d'origine  $i$  et l'année de développement  $j$ .

Toutes les hypothèses d'inflation ont été réalisées sur base de l'ensemble de l'information disponible jusqu'au mois de septembre 2022 pour la Belgique.

## 4.2 Méthode de Mack

On applique la méthode de Mack afin d'obtenir le *best-estimate* de provisions pour sinistres. Pour avoir une vue d'ensemble sur nos données, on trace le graphique du développement des sinistres par année d'origine à partir du triangle de paiements cumulés. On visualise l'évolution des paiements cumulés pour chaque année d'origine au fil du temps.

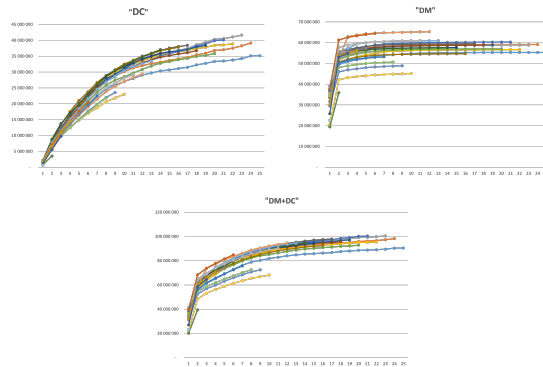


FIGURE 4.1 – Développement des sinistres par année d'origine

### 4.2.1 Les hypothèses de la méthode de Mack

La vérification des hypothèses de Chain-Ladder s'effectue dans la pratique par jugements d'expert et nécessite de vérifier plusieurs éléments afin de légitimer l'utilisation de la méthode Chain-Ladder.

**Hypothèse (H1) :** Indépendance des années d'origine

On développe un test statistique consistant à accepter ou à rejeter l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) suivante : les lignes du triangle de liquidation sont indépendantes (équivalent à dire qu'il n'y a pas d'effets calendaires significatifs).

Précédemment, on a défini la démarche qui fournit une règle permettant de décider si l'hypothèse nulle est confirmée ou rejetée. On note  $Z$  la statistique qui convient pour ce test.

On choisit le seuil de risque du test qui est la probabilité  $\alpha$  de rejeter à tort l'hypothèse nulle  $H_0$  alors que l'hypothèse nulle est vraie.

$$\alpha = \mathbb{P}(\text{rejeter } H_0 | H_0 \text{ est vraie})$$

Ici, le seuil de risque  $\alpha$  vaut 0.05.

Sous l'hypothèse nulle  $H_0$ , la statistique  $Z$  suit une loi de distribution normale. On calcule la métrique  $Z = z_o$  de la statistique du test à partir des informations du triangle. Sous l'hypothèse nulle  $H_0$ , la métrique  $Z = z_o$  doit se trouver dans l'intervalle de confiance au seuil de 95% autour de l'espérance de la statistique  $Z$ . La zone en gris correspond à la zone où doit se trouver la métrique pour accepter l'hypothèse nulle.

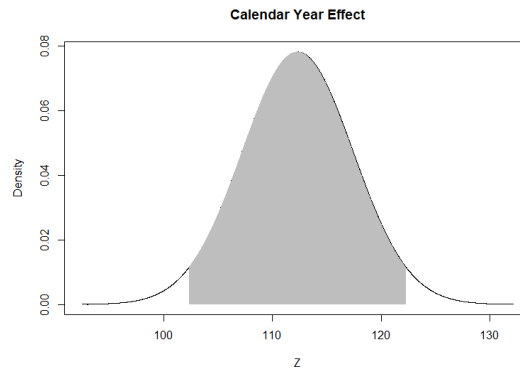


FIGURE 4.2 – Distribution de la statistique de test  $Z$  pour le péril DM + DC

Pour les trois périls, on obtient les résultats suivants :

Péril	Métrique $Z = z_o$	Borne Inf	Borne Sup	Hypothèse
DM + DC	98	102.29	122.19	Rejetée
DC	95	102.37	122.39	Rejetée
DM	74	102.37	122.52	Rejetée

On rejette l'hypothèse nulle pour les trois périls. Cela signifie que des effets calendaires significatifs sont présents dans les triangles. D'un point de vue opérationnel, cela n'empêche pas de mettre en œuvre la méthode de Mack mais la provision obtenue risque d'être sous-estimée à cause de la non-prise en compte des effets calendaires.

**Hypothèse (H2) :** Hypothèse des moments d'ordre 1

L'hypothèse 2 de la méthode de Mack implique que les facteurs de développement ne sont pas corrélés entre eux. À partir de la statistique de test  $T$  définit

grâce aux coefficients de corrélation de Spearman, on peut accepter ou rejeter l'hypothèse ( $H_0$ ) suivante : les facteurs de développement ne sont pas corrélés entre eux.

Généralement, on définit le seuil de risque du test statistique à 50% du fait de la nature plus approximative de ce test.

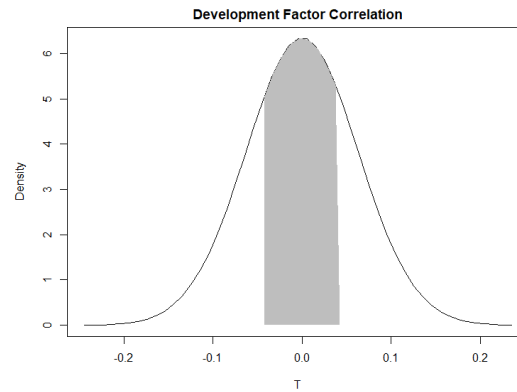


FIGURE 4.3 – Distribution de la statistique de test  $T$  pour le péril DM + DC

Pour les trois périls, on obtient les résultats suivants :

Péril	Métrique $T = t_0$	Borne Inf	Borne Sup	Hypothèse
DM + DC	0.37	-0.042	0.0424	Rejetée
DC	0.40	-0.042	0.0424	Rejetée
DM	0.55	-0.042	0.0424	Rejetée

On rejette l'hypothèse nulle pour les trois périls. Cette statistique de test est conçue pour prouver l'indépendance des facteurs de développement plutôt que la non-corrélation de ceux-ci.

**Hypothèse (H3) :** Hypothèse des moments centrés d'ordre 2

La vérification de cette hypothèse est assez subjective puisqu'elle repose essentiellement sur des arguments graphiques. On trace les résidus standardisés en fonction des paiements cumulés prédits.

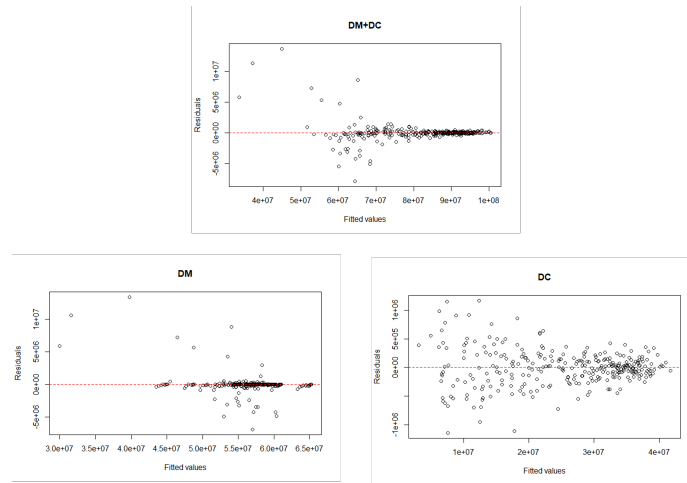


FIGURE 4.4 – Résidus standardisés en fonction des paiements cumulés prédits

On observe que la grande majorité des résidus est centrée dans l'ensemble autour de 0 et ne présente aucune structure non aléatoire pour les trois périls.

#### Vérification opérationnelle des hypothèses de la méthode de Mack :

La méthode de Mack comporte des hypothèses difficiles à vérifier en pratique. Ainsi, il est souvent nécessaire de recourir à d'autres jugements d'experts pour évaluer la pertinence d'appliquer cette méthode.

Il est important d'analyser la corrélation entre les facteurs individuels de développement. On vérifie si une légère augmentation ou baisse du facteur individuel de développement  $\lambda_{i,j}$  entraîne ou non une augmentation ou baisse du facteur de développement  $\lambda_{i,j+1}$ . Cette étude peut conduire à l'exclusion de certains facteurs individuels de développement dans le calcul des facteurs de développement. Une alternative serait d'utiliser des pondérations dans le calcul des facteurs de développement.

Il faut également s'intéresser à la volatilité des facteurs individuels de développement. Nous constatons une volatilité des facteurs individuels de développement entre la première et la deuxième année de développement des sinistres pour les trois périls, tandis que pour les autres années de développement, la volatilité est significativement proche de 0.

Péril	Moyenne	Écart-type
DM + DC	1.69	0.036
DC	4.16	0.127
DM	1.57	0.038

FIGURE 4.5 – Moyenne et écart-type des facteurs individuels de développement entre l'année de développement 1 et 2

Puisque la méthode de Mack repose sur une modélisation autorégressive des paiements cumulés, les C-C plots sont utilisés pour justifier la procédure de calcul des facteurs de développement.

Graphiquement, on observe que les points sont globalement alignés sur une droite de régression passant par l'origine dans la très grande majorité des cas (cf. Annexes : Figure 20).

Afin de tester cette hypothèse des moments d'ordre 1 de manière plus objective, une régression linéaire est appliquée entre les paiements cumulés de deux années de développement consécutives :

$$C_{i,j+1} \sim \lambda_j C_{i,j} + a_j$$

Pour que la méthode de Mack soit valide, il est nécessaire que la pente de la régression (correspondant au facteur de développement) soit statistiquement significative, tandis que l'ordonnée à l'origine soit statistiquement non significative.

Ce critère est vérifié dans tous les cas, à l'exception de la régression entre l'année de développement 1 et 2, la pente ainsi que l'ordonnée à l'origine sont statistiquement significatives pour le péril "DC".

	DM + DC	DC	DM
$\lambda_j$	$8.824 \times 10^{-01}$	$3.331 \times 10^{+00}$	$7.556 \times 10^{-01}$
$\sigma$	$1.350 \times 10^{-01}$	$4.062 \times 10^{-01}$	$1.331 \times 10^{-01}$
$t$	6.535	8.199	5.678
p-value	$1.42 \times 10^{-06}$	$3.91 \times 10^{-08}$	$1.04 \times 10^{-05}$
$a_j$	$2.767 \times 10^{+07}$	$1.357 \times 10^{+06}$	$2.644 \times 10^{+07}$
$\sigma$	$4.824 \times 10^{+06}$	$6.964 \times 10^{+05}$	$4.527 \times 10^{+06}$
$t$	5.737	1.948	5.840
p-value	$9.03 \times 10^{-06}$	0.0642	$7.09 \times 10^{-06}$

Pour voir si l'on peut toujours appliquer cette méthode, il faut que l'on observe si la pente de la régression est toujours significative si l'on enlève l'ordonnée à l'origine dans la régression. Dans ce cas, on pourra malgré tout appliquer la méthode de Mack afin de calculer le facteur de développement pour ces deux

années.

	DM + DC	DC	DM
$\lambda_j$	1.64848	4.1120	1.52389
$\sigma$	0.03099	0.0694	0.03126
$t$	53.19	59.25	48.75
p-value	$< 2 \times 10^{-16}$	$< 2 \times 10^{-16}$	$< 2 \times 10^{-16}$

La pente de la régression entre l'année de développement 1 et 2 reste statistiquement significative pour les trois périls. De plus, la valeur du coefficient de pente ainsi obtenu est proche de la valeur du facteur de développement donné par la méthode Chain Ladder.

En résumé, on peut estimer que l'hypothèse des moments d'ordre 1 de la méthode Mack est validée. Néanmoins, il aurait été possible de développer une méthode alternative "Extended Link Ratio" (par exemple, la méthode "London Pivot" qui inclut une ordonnée à l'origine dans l'autorégression sur les paiements cumulés) et d'effectuer des exclusions/pondérations pour rendre la méthode de Mack pleinement applicable aux triangles. Cependant, ces changements auraient eu un impact mineur sur la provision. Dans notre étude, la présence d'effets calendaires est considérée comme étant susceptible d'avoir le plus grand impact.

#### 4.2.2 Les résultats de la méthode de Mack

Une fois les hypothèses de la méthode de Mack vérifiées, on s'intéresse à la cadence de règlements pour des paiements cumulés pour chaque péril.

On calcule les cadences cumulées de règlements de sinistres (i.e. le pourcentage cumulé des sinistres payés par rapport à la charge ultime attendue) :

$$\begin{cases} \hat{\beta}_j^{cum} = \left( \prod_{k=j}^{n-1} \hat{\lambda}_k \right)^{-1}, & j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket \\ \hat{\beta}_n^{cum} = 1 \end{cases}$$

En d'autres termes, au bout de  $j$  années de développement,  $\hat{\beta}_n^{cum}$  % de la charge ultime attendue a été réglée.

On note  $\hat{\beta}_j^{inc}$  la cadence incrémentale de règlements de sinistres :

$$\begin{cases} \hat{\beta}_j^{inc} = \hat{\beta}_j^{cum} - \hat{\beta}_{j-1}^{cum}, & j \in \llbracket 2, n \rrbracket \\ \hat{\beta}_1^{inc} = \hat{\beta}_1^{cum} \end{cases}$$

En d'autres termes, à la  $j^{\text{ème}}$  année de développement,  $\hat{\beta}_n^{\text{inc}}$  % de la charge ultime attendu a été réglée.

On observe qu'en fonction du péril la cadence de développement n'est pas la même. Pour la branche "DM" est une branche à développement court comparée à la branche "DC". La branche "DM + DC" mixe les deux schémas de développement.

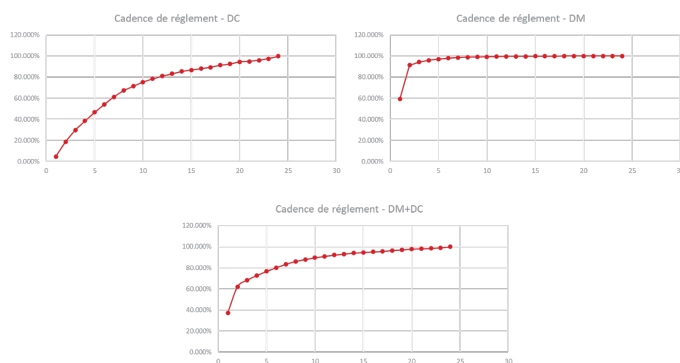


FIGURE 4.6 – Cadence de règlement (en%) pour chaque péril

Le déroulement des sinistres s'explique par la nature des sinistres et les modalités d'indemnisation (cf. section 1.2.1).

On remarque que la séparation entre péril "DM" et "DC" a un impact sur le calcul de la provision globale.



€	DM+DC	€	DC	DM	Total
1997	-	1997	-	-	-
1998	58.953	1998	59.287	1.162	60.449
1999	1.015.020	1999	1.080.428	4.588	1.085.016
2000	1.557.339	2000	1.629.198	6.175	1.635.373
2001	2.084.484	2001	2.144.587	8.072	2.152.659
2002	2.099.529	2002	2.089.927	8.982	2.098.909
2003	3.043.912	2003	3.117.113	17.564	3.134.677
2004	3.524.106	2004	3.524.614	30.532	3.555.146
2005	4.540.483	2005	4.641.626	84.320	4.725.946
2006	4.789.846	2006	5.135.005	86.063	5.221.068
2007	5.434.059	2007	5.537.912	114.821	5.652.732
2008	6.105.353	2008	6.325.836	145.467	6.471.303
2009	7.140.209	2009	6.779.186	185.492	6.964.678
2010	8.194.079	2010	6.872.914	265.054	7.137.968
2011	9.079.120	2011	8.073.597	317.218	8.390.815
2012	7.994.985	2012	7.596.090	299.719	7.895.809
2013	10.045.503	2013	9.458.462	424.560	9.883.022
2014	11.797.538	2014	10.619.445	585.836	11.205.281
2015	15.152.627	2015	14.251.176	827.198	15.078.374
2016	21.074.937	2016	17.340.057	1.371.673	18.711.730
2017	22.680.473	2017	19.424.208	1.726.924	21.151.133
2018	26.697.137	2018	23.337.933	2.407.582	25.745.515
2019	30.178.359	2019	23.062.956	3.318.898	26.381.853
2020	24.226.572	2020	15.504.517	3.429.489	18.934.006
2021	39.375.050	2021	13.617.647	15.615.962	29.233.609
<b>Total</b>	<b>267.889.673</b>	<b>Total</b>	<b>211.223.721</b>	<b>31.283.352</b>	<b>242.507.073</b>
<b>Δ</b>	<b>-25.382.600</b>				
	<b>-9.48%</b>				

FIGURE 4.7 – Provision globale obtenue par la méthode de Mack

La distinction entre les sinistres pour les dégâts matériels et les dégâts corporels conduit à une diminution de 9,48 % de la provision globale. Lorsque l'on agrège les deux périls, on mélange des sinistres ayant des durées différentes de développement. Le développement des sinistres pour les dégâts corporels allonge artificiellement le développement des sinistres pour les dégâts matériels lorsque les deux périls sont agrégés. Il est plus prudent de ne pas séparer les deux périls en ce qui concerne la provision globale. Néanmoins, il convient de noter que les deux périls ne sont pas exposés à l'inflation de la même manière. Plus une branche est à développement long, plus elle est exposée au risque d'une évolution de l'inflation. De plus, il est intéressant de distinguer une inflation plus spécifique à chaque branche due à la nature différente des sinistres entre les deux périls.

En étudiant les cadences et les facteurs de développement des sinistres, il n'est pas certain que tous les sinistres soient liquidés au bout de 25 années de développement (surtout pour la branche "Dégâts Corporels" qui est réputée pour être longue). On extrapole les facteurs de développement afin d'obtenir un tail factor. On utilise la fonction inverse à 2 paramètres :

$$\lambda(t) = 1 + a(1 + t)^{-b}, \quad a, b > 0$$

Péril	Tail factor
DC	1.04973
DM	1.00058
DM + DC	1.02286

Pour chaque péril, on observe l'impact du tail factor sur la provision globale.

DC			DM			DM+DC		
€	Provision	Provision*	€	Provision	Provision*	€	Provision	Provision*
1997	-	1.748.242	1997	-	31.828	1997	-	2.067.906
1998	59.287	2.009.577	1998	1.162	35.185	1998	58.953	2.306.888
1999	1.080.428	3.205.365	1999	4.588	38.451	1999	1.015.020	3.335.346
2000	1.629.198	3.644.736	2000	6.175	38.791	2000	1.557.339	3.777.669
2001	2.144.587	4.245.983	2001	8.072	42.762	2001	2.084.484	4.426.864
2002	2.089.927	3.977.923	2002	8.982	41.781	2002	2.099.529	4.270.245
2003	3.117.113	5.179.457	2003	17.564	51.422	2003	3.043.912	5.334.763
2004	3.524.614	5.527.363	2004	30.532	64.434	2004	3.524.106	5.790.714
2005	4.641.626	6.784.122	2005	84.320	118.598	2005	4.540.483	6.882.729
2006	5.135.005	7.271.798	2006	86.063	117.586	2006	4.789.846	7.014.430
2007	5.537.912	7.624.978	2007	114.821	148.073	2007	5.434.059	7.709.310
2008	6.325.836	8.484.938	2008	145.467	178.682	2008	6.105.353	8.408.867
2009	6.779.186	8.783.175	2009	185.492	220.710	2009	7.140.209	9.464.380
2010	6.872.914	8.674.807	2010	265.054	302.769	2010	8.194.079	10.544.650
2011	8.073.597	9.925.522	2011	317.218	352.533	2011	9.079.120	11.348.959
2012	7.596.090	9.119.133	2012	299.719	325.867	2012	7.994.985	9.736.023
2013	9.458.462	11.100.747	2013	424.560	452.940	2013	10.045.503	11.931.467
2014	10.619.445	12.234.407	2014	585.836	615.351	2014	11.797.538	13.725.053
2015	14.251.176	16.079.828	2015	827.198	858.292	2015	15.152.627	17.230.035
2016	17.340.057	19.219.182	2016	1.371.673	1.409.540	2016	21.074.937	23.496.938
2017	19.424.208	21.231.374	2017	1.726.924	1.760.819	2017	22.680.473	24.892.542
2018	23.337.933	25.221.959	2018	2.407.582	2.441.286	2018	26.697.137	28.923.720
2019	23.062.956	24.694.884	2019	3.318.898	3.352.382	2019	30.178.359	32.345.392
2020	15.504.517	16.451.892	2020	3.429.489	3.452.111	2020	24.226.572	25.681.652
2021	13.617.647	14.326.795	2021	15.615.962	15.637.995	2021	39.375.050	40.808.081
<b>Total</b>	<b>211.223.721</b>	<b>256.768.187</b>	<b>Total</b>	<b>31.283.352</b>	<b>32.090.169</b>	<b>Total</b>	<b>267.889.673</b>	<b>321.454.625</b>

Δ	45.544.466
	21.6%

Δ	806.817
	2.6%

Δ	53.564.952
	20.0%

FIGURE 4.8 – Impact du tail factor sur la provision pour chaque péril

On remarque que la branche "DM" est à développement court (au bout de la 5<sup>ème</sup> année de développement, on a développé 95.89% des sinistres "Dégâts matériels"). Le tail factor a un impact moindre sur le calcul de la provision globale (augmentation de 2.6% de la provision globale). Les facteurs de développement pour cette branche convergent rapidement vers 1 dès les premières années de développement. Étant donné que les sinistres sont quasi-complètement développés au bout de 25 années de développement il est moins essentiel d'y appliquer un tail factor. A contrario, on constate que l'application d'un tail factor sur la branche "DC" a un grand impact sur la provision globale (augmentation de 21.6% de la provision globale). De manière analogue, en regroupant les deux périls et en y appliquant un tail factor, la provision globale augmente de 20%.

L'un des avantages de la méthode de Mack est d'introduire une estimation de l'erreur autour de l'estimation centrale de la provision globale. On calcule un intervalle de confiance au seuil de 95% pour chaque péril. On fait l'hypothèse que la provision globale suit une loi log-normale. À partir de l'erreur type de l'estimateur  $\hat{se}(R)$  du *best-estimate* de la provision globale (obtenu sans tail factor), on obtient les intervalles suivants :

Péril	Borne Inf	Scenario centrale	Borne Sup
DC	200.269.544	211.223.721	222.776.948
DM	21.461.478	31.283.352	45.543.169
DM + DC	248.640.383	267.889.673	288.628.651

## 4.3 Inflation des sinistres dans les triangles

### 4.3.1 Tendances de l'inflation historique

Dans l'estimation de la provision globale obtenue par la méthode de Mack, il y a une projection implicite de l'inflation dans la provision globale. On cherche à étudier l'inflation passée dans nos triangles et à comprendre comment elle se projette dans le futur en gardant un cadre méthodologique défini par la méthode de Mack.

Pour estimer l'inflation passée dans nos triangles, on construit un indice des prix spécifique à chaque triangle pour suivre l'évolution du coût moyen des sinistres. Pour appréhender cette notion de coût moyen des sinistres, on utilise deux types de triangles pour chaque péril :

- **Matrice de paiements non cumulés** : on comptabilise les paiements effectués à l'année de développement  $j$  pour les sinistres survenus au cours de l'année d'accident  $i$
- **Matrice de nombre de sinistres avec paiements** : on comptabilise le nombre de sinistres survenus au cours de l'année d'accident  $i$  et ayant fait l'objet d'au moins un paiement au cours de l'année de développement  $j$

Pour un même nombre d'années de développement de sinistres, on s'intéresse aux diagonales auxquelles on associe une année calendaire.

On note  $X_k$  la somme des paiements non cumulés par année calendaire (où  $k$  désigne l'année calendaire  $k$ ) :

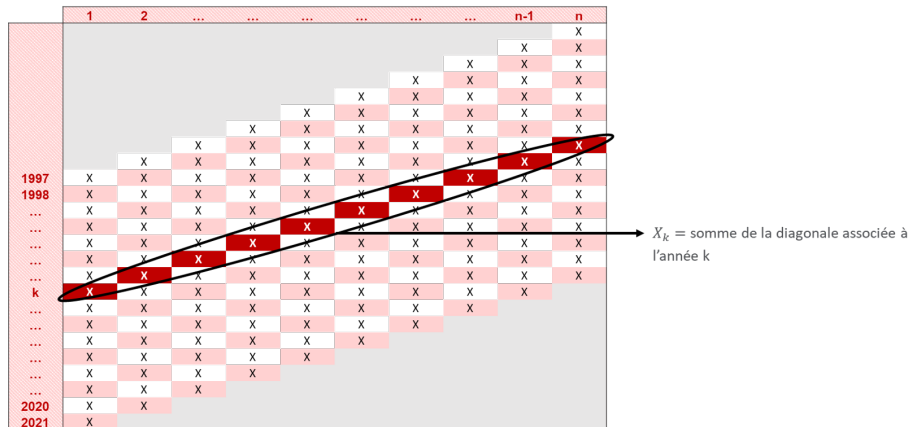


FIGURE 4.9 – Matrice de paiements non cumulés

On note  $N_k$  la somme du nombre de sinistres avec paiements par année calendaire (où  $k$  désigne l'année calendaire  $k$ ) :

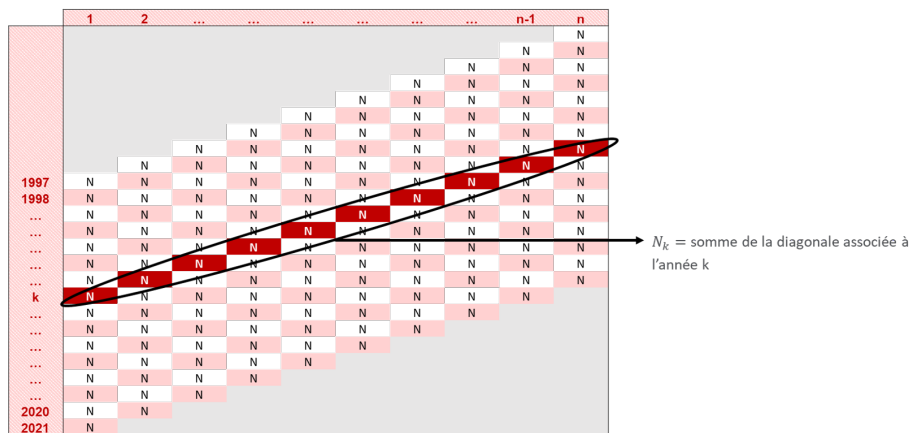


FIGURE 4.10 – Matrice de nombre de sinistres avec paiements

On calcule le paiement moyen  $I(k)$  par sinistre avec paiements pour chaque année calendaire :

$$I(k) = \frac{X_k}{N_k} = \overline{X_k}$$

On s'intéresse à l'évolution du coût moyen des sinistres plutôt qu'au coût total des sinistres (qui pourrait être impacté par la fréquence de sinistres).

À partir du paiement moyen des sinistres, on calcule le taux d'inflation des sinistres sous-jacent au triangle aux paiements des sinistres. Le taux d'inflation empirique (assimilé à un taux d'inflation annuel) est défini comme le rapport de deux indices d'année calendaire consécutive :

$$r_k = \frac{I(k)}{I(k-1)} - 1$$

C'est le taux d'inflation qui permet de suivre au plus proche l'inflation des sinistres. L'inflation des sinistres comprend une inflation économique (capturée par des indices de référence type IPC) et une inflation superposée spécifique à chaque LoB comprenant un spectre large d'effets diagonaux et qui n'ont pas une origine économique mais viennent des spécificités de l'activité d'assurance.

Quand ces hypothèses sont vérifiées, la méthode de Mack projette une tendance passée observée de l'inflation des sinistres dans le futur. Dans le cas où il y a présence d'effets calendaires, on ne sait pas exactement ce que projette la méthode de Mack. Néanmoins, on décide de capter une approximation de cette tendance grâce à une approche par régression linéaire. À partir du paiement moyen, on cherche à décrire le taux d'inflation comme étant constant (c'est-à-dire mettre en lumière une tendance constante dans l'évolution du taux d'inflation passée). Si le taux d'inflation historique est une constante  $r$ , l'indice  $I(k)$  pour l'année calendaire  $k = i + j - 1 \in \llbracket n, 2n - 1 \rrbracket$  peut s'écrire, à une constante près, comme suit :

$$\begin{aligned} I(k) &\approx A \cdot (1 + r)^k \\ \ln[I(k)] &\approx \ln[A] + k \cdot \ln[1 + r] \\ \ln[I(k)] &\approx \text{ordonnée} + k \cdot \text{pente} \end{aligned}$$

On trace le nuage de points de coordonnées  $(k, \ln[I(k)])$ . On détermine par régression linéaire au sens des moindres carrés la droite de régression du nuage de points permettant de modéliser le taux d'inflation comme une constante.

À partir de la relation qui existe entre la pente de la droite de régression et la tendance constante d'inflation annuel, on trouve que la tendance constante d'inflation annuel vaut :

$$\hat{r} = \exp(\widehat{\text{pente}}) - 1$$

Dans notre cas, nous suivons l'évolution des paiements moyens pour 10 années de développement des sinistres de l'année calendaire 2006 à 2021. Il est important de pouvoir comparer les paiements pour des sinistres ayant eu le même schéma de développement entre chaque année calendaire. L'idéal serait

de suivre l'évolution du paiement moyen pour des sinistres qui sont complètement liquidés, mais nous sommes limités par l'historique disponible pour une application optimale de cette approche. Nous allons donc suivre l'évolution des paiements moyens qui ont servi à indemniser un certain pourcentage de la charge ultime (et non pas pour des paiements qui ont servi à indemniser 100% de la charge ultime) :

- 71.36% pour le péril "DC"
- 99.14% pour le péril "DM"
- 87.82% pour le péril "DM + DC"

On s'attend à ce que le péril "DM" donne la tendance constante d'inflation des sinistres la plus fiable.



FIGURE 4.11 – Taux et tendance d'inflation des sinistres

En observant l'évolution des paiements moyens, on arrive à distinguer une inflation des sinistres qui évolue de manière différente entre le péril "DM" et "DC". L'évolution de l'inflation des sinistres pour le péril "DM+DC" est fortement marquée par l'évolution de l'inflation des sinistres du péril "DM". En agrégeant les deux périls, on projette une tendance d'inflation proche de celle du péril "DM" sur des sinistres du péril "DC". De manière générale, on observe une inflation qui évolue avec des sauts qu'il est difficile de modéliser par une tendance constante.

Péril	Tendance historique $r$	$se(r)$	$R^2$
DC	1.46%	0.44%	43.74%
DM	3.95%	1.08%	48.08%
DM + DC	3.66%	1.05%	45.82%

Pour juger de la qualité de la régression linéaire, on calcule le coefficient de détermination de Pearson  $R^2$  et on constate qu'il est assez faible pour les trois périls. La tendance historique constante n'est pas la manière optimale de

modéliser l'inflation des sinistres passée. Il faut mettre cela en lien avec le fait qu'il existe des effets diagonaux dans nos triangles qui diffèrent d'une évolution constante.

Suivre l'inflation des sinistres en construisant un indice robuste des paiements moyens n'est pas toujours facile et requiert l'utilisation de méthodes plus avancées. Une alternative est donc d'utiliser un ou plusieurs indices de prix de référence pour modéliser au mieux l'inflation qui impacte l'indemnisation des sinistres.

On utilise comme indice de référence l'indice santé belge fourni par l'Institut de statistique Statbel. Son utilisation pour indexer les salaires, son panier de biens et de services en fait un candidat idéal pour modéliser une inflation économique affectant l'indemnisation des sinistres en RC automobile sur le marché belge.

Indice	Tendance historique $r$	$se(r)$	$R^2$
Indice santé (HI)	1.86%	0.03%	99.36%

Il est possible de modéliser de manière adéquate une tendance historique constante pour l'inflation économique.

### 4.3.2 Drivers de l'inflation des sinistres

L'indemnisation des sinistres en RC Automobile est soumise à une inflation des sinistres contenant une inflation économique et une inflation superposée provenant des spécificités de l'activité d'assurance. Ainsi, on considère l'inflation économique comme un facteur expliquant l'inflation des sinistres.

On réalise une régression linéaire pour comprendre dans quelle mesure l'inflation économique explique l'inflation des sinistres (i.e. l'évolution des paiements moyens) :

$$I(k) = c + \sum_{j=1}^m b_j I_{j,k} + \epsilon_k$$

$I(k)$  représente l'indice des paiements moyens obtenus à partir des coûts moyens à l'année calendaire  $k$

$c$  la constante de la régression

$b_j$  le coefficient de la régression associée à la  $j^{\text{ème}}$  variable explicative

$I_{j,k}$  la  $j^{\text{ème}}$  variable explicative (indice des prix) à l'année calendaire  $k$

$\epsilon_k$  le terme d'erreur de la régression pour l'année  $k$

Ici, on se concentre sur l'indice santé comme principale variable explicative de l'indice des paiements moyens.



FIGURE 4.12 – Indice des paiements moyens et taux d’inflation observés et prédits

À l’aide d’une p-value au seuil de 5%, on montre qu’il existe une relation statistiquement significative entre l’indice santé et l’indice des paiements moyens.

En comparant les montants prédits par la régression et les montants observés, on constate que l’indice santé explique efficacement l’indice des paiements moyens à l’exception des sauts d’inflation. Ces sauts d’inflation tirent leur origine dans l’inflation superposée provenant des spécificités de l’activité d’assurance.

Pour évaluer la qualité de la régression linéaire, on calcule le coefficient de détermination de Pearson ajusté  $adj.R^2$ , ainsi que la p-value associée au coefficient de l’indice santé dans la régression.

Péril	$p.value$	$adj.R^2$
DC	$1.51 \times 10^{-18}$	92.81%
DM	$1.36 \times 10^{-11}$	88.94%
DM + DC	$6.25 \times 10^{-12}$	89.38%



### 4.3.3 Projection de l'inflation dans le futur

Une fois que l'on a étudié l'inflation historique, il est nécessaire de projeter cette inflation dans le futur en fonction des informations et des attentes futures d'inflation que l'on possède. Ainsi, il est plus facile de prédire l'inflation économique, pour laquelle on dispose de beaucoup plus d'informations, plutôt qu'une inflation très spécifique à une branche d'activité d'assurance. Pour ce faire, on peut avoir recours à des modèles de taux afin de prédire l'évolution de l'inflation dans le futur. Dans notre cas, nous avons décidé de projeter le taux d'inflation annuel obtenu à partir de l'indice santé en utilisant le mois de décembre comme mois de référence.

Un lien entre les marchés financiers et l'inflation est établi à travers l'équation de Fisher. Le taux d'inflation sur une période donnée  $[t, T]$  est défini comme le taux auquel il aurait fallu placer son argent en  $t$  afin de conserver son pouvoir d'achat initial en  $T$  dans un contexte d'inflation où les agents économiques perdent leur pouvoir d'achat. L'équation de Fisher nous permet d'approximer la relation suivante :

$$r_r(t, T) \approx r_n(t, T) - i(t, T)$$

où  $r_n(t, T)$  désigne le taux d'intérêt nominal sur la période  $[t, T]$  (i.e. le taux d'intérêt défini au moment de la signature d'un contrat entre un emprunteur et un prêteur)

$i(t, T)$  désigne le taux d'inflation sur la période  $[t, T]$

$r_r(t, T)$  désigne le taux réel sur la période  $[t, T]$  (i.e. le taux nominal corrigé des effets de l'inflation)

Les investisseurs utilisent des titres financiers indexés sur l'inflation pour se prémunir contre l'inflation. Ces titres fournissent des indications sur les anticipations d'inflation par les acteurs du marché.

Un swap d'inflation, et plus spécifiquement un swap d'inflation zéro-coupon (ZCIIS : Zero-Coupon Indexed Inflation Swap en anglais), est un contrat à terme où une partie paie une inflation fixe (jambe fixe du swap), tandis que l'autre partie paie l'inflation réelle mesurée par un indice de prix spécifique. La jambe fixe du swap peut donc être interprétée comme une mesure des attentes des investisseurs en matière d'inflation sur une certaine durée de contrat. La jambe fixe du swap n'est pas un estimateur parfait de l'attente d'inflation future puisqu'elle contient le taux d'inflation attendu et une éventuelle prime de risque d'inflation (puisque l'on transfère le risque d'inflation à une autre partie). En surveillant l'évolution des jambes fixes du swap d'inflation à différentes échéances, on peut avoir une idée des anticipations d'inflation à moyen et long terme du marché.

On introduit le modèle de Jarrow-Yildirim. Le modèle de Jarrow-Yildirim est un modèle complet permettant de projeter de manière simultanée des taux nominaux, des taux réels et des indices de prix. Le modèle de Jarrow et Yildirim repose sur l'analogie de la monnaie étrangère. On distingue la monnaie locale

euros courants ("monnaie nominale"), de la monnaie étrangère euros constants ("monnaie réelle") où le taux de change entre les deux monnaies est le taux d'inflation dérivé de l'IPC. Le modèle Jarrow-Yildirim permet une modélisation risque neutre de l'inflation, compatible avec une évaluation des engagements cohérente avec des prix de marché.

On considère les dynamiques suivantes sous la probabilité risque neutre :

— Modèle étendu de Cox-Ingersoll-Ross (CIR++) pour le taux nominal

$$\begin{cases} dx_n(t) = (\theta_n - \kappa_n x_n(t))dt + \sigma_n \sqrt{x_n(t)} dW_n^Q \\ r_n(t) = x_n(t) + \phi_n(t) \end{cases}$$

$\phi_n(t)$  est une fonction déterministe choisie de manière que le modèle reproduise exactement les conditions initiales du marché.

— Modèle Hull-White à 1 facteur (HW) pour le taux réel

$$dr_r(t) = (\theta_r(t) - \kappa_r r_r(t))dt + \sigma_r dW_r^Q$$

— Mouvement brownien géométrique (GBM model) pour l'indice santé

$$dI(t) = (r_n(t) - r_r(t))I(t)dt + \sigma_I I(t)dW_I^Q$$

Les swaps d'inflation zéro-coupon (ZCIIS) sont basés sur l'indice harmonisé des prix à la consommation hors tabac (IPCHxT) pour la zone Euro et non à l'indice santé belge. En intégrant cette approche risque-neutre, le modèle Jarrow-Yildirim est capable de capturer la dynamique du marché de l'inflation de manière plus précise et de fournir des estimations plus réalistes de l'inflation pure attendue.

On calibre les paramètres en univers historique par maximum de vraisemblance sur base d'information disponible sur le marché européen :

- pour le taux nominal avec le modèle CIR++, on utilise la courbe nominale des taux Zéro-Coupon et la surface de volatilité des swaptions
- pour le taux réel avec le modèle HW, on utilise les séries temporelles historiques des taux réels 10 ans et la courbe des taux zéro-coupon réels (déduits à partir de la courbe des taux zéro-coupon nominaux et de la courbe des taux zéro-coupon swaps d'inflation [ZCIIS : Zero-coupon indexed inflation swaps])
- pour l'indice santé avec le modèle GBM, on utilise les séries temporelles historiques des taux swap d'inflation 1 an, des taux nominaux et réels 1 an et de l'indice santé belge

Il n'y a pas de corrélation entre les bruits browniens des différentes dynamiques.

Les scénarios futurs ont été obtenus à partir de l'information marché disponible au 31/12/2021. Les taux futurs d'inflation s'alignent avec les attentes futures d'inflation du marché au 31/12/2021.

Le générateur de scénarios économiques (GSE) de Reacfin permet d'obtenir 1000 scénarios différents sur l'inflation future. L'inconvénient principal du modèle Jarrow-Yildirim est sa complexité à être calibré et à son nombre de paramètres. L'indice santé est projeté pour les 25 prochaines années (avec le mois de décembre comme référence). On garde le scénario central comme référence pour calculer les projections futures d'inflation pour l'indice santé.

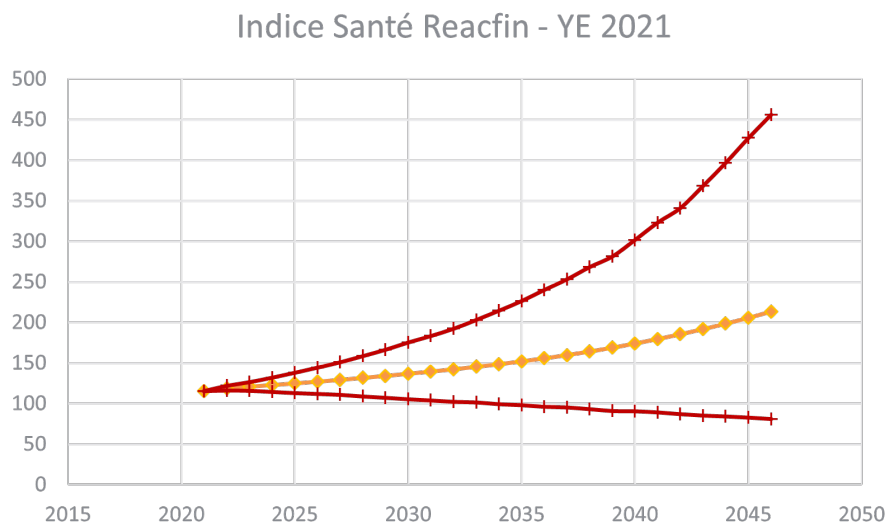


FIGURE 4.13 – Projection future de l'indice santé

En jaune, la projection de l'indice santé pour les 25 prochaines années. En rouge, on a l'intervalle de confiance au seuil de 95% de l'indice santé projeté pour les 25 prochaines années.

Les attentes d'inflation à court terme ont fortement évolué au cours de l'année 2022. Au 01/06/2022, on a corrigé les attentes futures d'inflation en se basant sur les prévisions du Bureau fédéral du Plan belge pour les années 2022, 2023 et 2024.

Les taux annuel d'inflation ont été obtenus à partir de l'indice santé projeté dans le futur en utilisant le mois de décembre comme mois de référence.

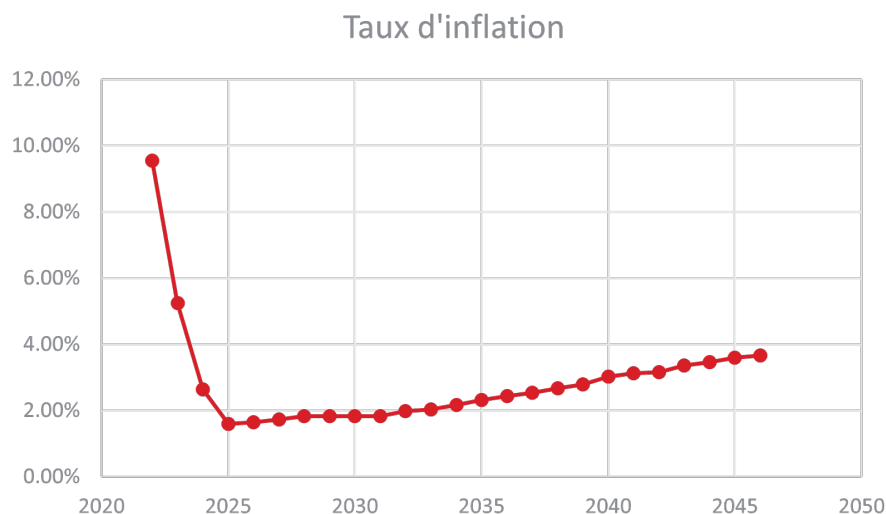


FIGURE 4.14 – Projection future du taux d'inflation corrigé

## 4.4 Prise en compte de l'inflation dans le calcul de la provision

### 4.4.1 Inflation économique

Dans cette section, on adapte le calcul du *best-estimate* de la provision à l'inflation économique. Dans ce cas, on ne se préoccupe pas de l'inflation superposée spécifique à l'activité d'assurance. Pour ce faire on utilise la méthode Chain-Ladder as-if et l'approche par cash-flows futurs qui conviennent à cette adaptation à l'inflation.

#### Chain-Ladder as-if

**Notice :** La méthode Chain-Ladder as-if est utilisée pour éliminer les effets calendaires présents dans un triangle de liquidation (dans notre exemple, on souhaite enlever l'impact de l'évolution de l'inflation sur les paiements de sinistres). Pour les paiements futurs, on prévoit une inflation évoluant au fil du temps selon une certaine attente d'inflation.

Pour inflater les triangles et travailler en euros constants, on utilise l'indice santé de 1997 à 2021. Puis, on réinflat les paiements futurs en euros constants en utilisant les projections de l'indice santé de 2022 à 2046 obtenues avec l'GSE Reacfin.

On calcule l'impact de la méthode Chain-Ladder as-if par rapport à la provision globale obtenue initialement avec la méthode de Mack (sans tail factor et avec tail factor\*).

DC			DM			DM+DC		
€	Provision	Provision*	€	Provision	Provision*	€	Provision	Provision*
1997	-	1.748.242	1997	-	31.828	1997	-	2.067.906
1998	1.679.873	3.710.756	1998	2.443.698	2.479.127	1998	4.122.014	6.462.842
1999	3.878.333	6.142.411	1999	3.851.843	3.887.920	1999	7.653.876	10.125.986
2000	4.493.555	6.651.539	2000	4.007.041	4.041.961	2000	8.413.846	10.790.933
2001	4.886.849	7.124.619	2001	3.917.709	3.954.649	2001	8.728.559	11.222.840
2002	4.365.459	6.366.619	2002	3.423.348	3.458.111	2002	7.785.884	10.086.605
2003	5.455.282	7.633.904	2003	3.339.494	3.375.263	2003	8.695.246	11.115.302
2004	5.711.026	7.822.506	2004	3.238.556	3.274.305	2004	8.913.483	11.303.306
2005	7.193.723	9.463.136	2005	3.751.575	3.787.964	2005	10.751.439	13.235.684
2006	7.749.331	10.016.136	2006	3.546.578	3.580.093	2006	10.844.535	13.207.545
2007	8.136.720	10.353.027	2007	3.825.630	3.861.018	2007	11.730.943	14.150.157
2008	9.065.356	11.360.695	2008	3.924.081	3.959.471	2008	12.603.911	15.055.999
2009	9.362.664	11.495.131	2009	4.259.585	4.297.149	2009	13.807.587	16.284.192
2010	9.354.177	11.279.465	2010	4.914.862	4.955.254	2010	15.387.580	17.902.613
2011	10.794.039	12.781.252	2011	4.949.963	4.987.945	2011	16.476.838	18.915.808
2012	9.998.410	11.640.921	2012	3.974.558	4.002.821	2012	14.079.409	15.959.552
2013	12.264.038	14.945.845	2013	4.737.055	4.767.917	2013	17.175.695	19.224.673
2014	13.630.812	15.395.531	2014	5.461.730	5.494.031	2014	19.731.250	21.840.156
2015	18.011.754	20.027.421	2015	6.459.145	6.493.480	2015	24.534.116	26.826.010
2016	21.654.341	23.748.017	2016	9.016.170	9.058.437	2016	33.269.224	35.970.019
2017	24.069.568	26.107.750	2017	9.372.497	9.410.793	2017	35.132.928	37.629.692
2018	28.717.891	30.869.464	2018	10.820.286	10.858.832	2018	40.578.574	43.122.523
2019	28.264.144	30.154.729	2019	12.599.867	12.638.693	2019	45.193.284	47.703.598
2020	18.910.300	20.027.046	2020	10.397.008	10.423.641	2020	35.447.699	37.159.323
2021	16.566.962	17.422.780	2021	23.900.370	23.927.172	2021	52.744.925	54.483.626
<b>Total</b>	<b>284.214.608</b>	<b>333.388.945</b>	<b>Total</b>	<b>150.132.649</b>	<b>151.007.876</b>	<b>Total</b>	<b>463.802.844</b>	<b>521.846.884</b>
<b>Δ</b>	<b>72.990.887</b>	<b>76.620.758</b>	<b>Δ</b>	<b>118.849.297</b>	<b>118.917.707</b>	<b>Δ</b>	<b>195.913.171</b>	<b>200.392.259</b>
	<b>34.6%</b>	<b>29.8%</b>		<b>379.9%</b>	<b>370.6%</b>		<b>73.1%</b>	<b>62.3%</b>

FIGURE 4.15 – Provision globale obtenue par la méthode Chain-Ladder As-if

La méthode Chain-Ladder as-if a un impact considérable sur le résultat de la provision globale. Par exemple, pour le péril "DM", la méthode Chain-Ladder as-if conduit à une augmentation de 379%. On constate que l'utilisation de triangles corrigés modifie drastiquement le schéma de développement des sinistres.

On étudie les facteurs de développement et les cadences de règlement du triangle as-if en euros constants.

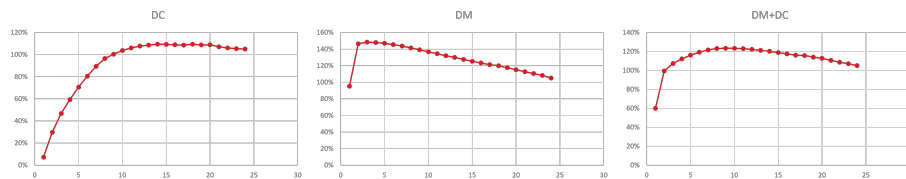


FIGURE 4.16 – Cadence de règlements des triangles As-if

**Limites :** D'un point de vue opérationnel, malgré sa simplicité d'application, les triangles as-if ne s'adaptent pas à l'application de la méthode de Mack/Chain-Ladder. Le retraitement des triangles à l'inflation ne donne pas nécessairement des résultats plus pertinents puisque ce retraitement peut remettre en cause les hypothèses et jugements d'experts sous-jacents à l'application de

la méthode de Mack/Chain-Ladder. En voulant éliminer les effets calendaires du triangle, on se retrouve avec un schéma de développement qui est difficile à interpréter dans le contexte de l'assurance.

### Approche par cash-flow

**Notice :** L'approche par cash-flow est à privilégier lorsque l'on estime que dans le passé, l'inflation contenue dans nos triangles était constante ou suivait une tendance constante au cours du temps et qu'à partir du 31/12/n, un contexte inflationniste vient remettre en cause l'environnement stable de la méthode de Mack pour l'estimation des paiements futurs à effectuer.

On suppose que la méthode de Mack projetée dans le futur une tendance d'inflation économique de 1.86% (calculée à partir de la tendance historique de l'indice santé). Puis on retraits les cash-flows futurs avec les projections GSE Reacfin de l'indice santé.

DC			DM			DM+DC		
€	Provision	Provision*	€	Provision	Provision*	€	Provision	Provision*
1997	-	1.748.242	1997	-	31.828	1997	-	2.067.906
1998	63.792	2.014.307	1998	1.250	35.273	1998	63.433	2.311.471
1999	1.164.883	3.294.020	1999	4.979	38.842	1999	1.094.368	3.416.519
2000	1.790.819	3.814.195	2000	6.815	39.432	2000	1.711.526	3.935.381
2001	2.378.957	4.492.008	2001	8.964	43.655	2001	2.311.867	4.659.444
2002	2.330.352	4.230.396	2002	9.987	42.786	2002	2.340.856	4.517.090
2003	3.450.465	5.529.384	2003	19.284	53.143	2003	3.368.876	5.667.157
2004	3.914.359	5.936.490	2004	33.543	67.447	2004	3.913.164	6.188.664
2005	5.150.312	7.318.105	2005	91.972	126.254	2005	5.036.144	7.389.722
2006	5.714.736	7.890.360	2006	95.624	127.153	2006	5.330.214	7.567.152
2007	6.167.802	8.286.193	2007	127.494	160.754	2007	6.051.362	8.346.728
2008	7.045.344	9.240.227	2008	161.274	194.498	2008	6.798.529	9.117.891
2009	7.540.808	9.582.672	2009	205.937	241.167	2009	7.941.135	10.283.619
2010	7.652.922	9.493.665	2010	293.424	331.155	2010	9.121.650	11.483.427
2011	8.993.309	10.890.972	2011	351.485	386.820	2011	10.111.088	12.464.519
2012	8.467.009	10.093.363	2012	332.245	358.411	2012	8.969.482	10.671.427
2013	10.548.578	12.245.074	2013	470.391	498.798	2013	11.159.651	13.112.093
2014	11.858.247	13.534.815	2014	648.791	678.323	2014	13.167.688	15.126.528
2015	15.908.765	17.819.849	2015	915.959	947.103	2015	16.966.678	19.024.189
2016	15.309.889	21.389.958	2016	1.518.352	1.556.304	2016	23.527.287	26.005.356
2017	21.750.381	23.652.234	2017	1.910.020	1.944.021	2017	25.350.936	27.624.059
2018	26.144.385	28.167.977	2018	2.663.021	2.696.871	2018	29.873.232	32.172.429
2019	25.870.148	27.641.679	2019	3.672.375	3.706.063	2019	33.802.233	36.052.118
2020	17.897.113	18.438.666	2020	3.785.232	3.808.058	2020	27.123.872	28.646.182
2021	15.281.533	16.073.427	2021	16.842.448	16.965.246	2021	43.619.554	45.148.624
<b>Total</b>	<b>235.934.908</b>	<b>282.708.272</b>	<b>Total</b>	<b>34.270.869</b>	<b>35.079.406</b>	<b>Total</b>	<b>298.674.825</b>	<b>352.943.606</b>
Δ	24.711.187	25.940.083	Δ	2.887.517	2.989.237	Δ	30.785.152	31.488.981
	11.7%	10.1%		9.3%	9.3%		11.5%	9.8%

FIGURE 4.17 – Provision globale obtenue par la méthode par cash-flows

**Limites :** L'approche par cash-flows futurs permet d'adapter le *best-estimate* de la provision globale à l'inflation tout en conservant la méthodologie existante Chain-Ladder/Mack pour le calcul de la provision. Néanmoins, cela nécessite d'étudier la manière dont l'inflation passée est projetée dans le futur afin de corriger la provision globale à l'inflation. Or, puisque la méthode de Mack/Chain-Ladder intègre l'inflation implicite, il est très difficile de savoir exactement ce qu'elle projette dans le futur, surtout en présence d'effets calendaires dans les triangles. Calculer une tendance constante de l'inflation passée n'est qu'une approximation de ce que projette en réalité la méthode de Mack/Chain-Ladder.

### 4.4.2 Inflation des sinistres

En plus de l'inflation économique, le paiement des sinistres sont soumis à une inflation superposée. Cette inflation superposée s'explique par la nature spéci-

fique de l'activité d'assurance (tableau indicatif par exemple) et s'exprime par un écart et des sauts d'inflation par rapport à une inflation économique modélisable par des indices de type indice santé. Pour capturer plus fidèlement cette inflation des sinistres dans le calcul de la provision, on a recours à la méthode du multi-triangles couplé aux MLGs.

### Modélisation de l'inflation

Pour construire un indice des paiements moyens plus robuste et suivre au plus près l'inflation pour sinistres, on a recours aux MLGs.

Pour le triangle des paiements moyens, on capture un effet de développement et un effet diagonal :

$$\overline{X_{i,j}} = \exp(\beta_j) \exp(\gamma_k)$$

On construit un indice à partir des paramètres du modèle linéaire généralisé pour suivre l'inflation des sinistres :

$$I(k) = \exp(\gamma_k)$$

où  $k = i + j - 1$  désigne l'année calendaire  $k$

On peut alors suivre l'inflation des sinistres. Cette inflation des sinistres comprend une inflation économique et une inflation superposée.

Dans un premier temps, on explique l'inflation des sinistres l'indice santé grâce à une régression linéaire à partir de :

$$I(k) = c + bI_k + \epsilon_k$$

$I(k)$  représente l'indice des paiements moyens obtenus à partir des paramètres diagonaux de la régression Gamma des paiements moyens.

$b$  le coefficient de la régression associée à l'indice santé

$I_k$  l'indice santé à l'année  $k$

$\epsilon_k$  le terme d'erreur de la régression pour l'année  $k$

En étudiant la qualité de la régression (p-value associée au coefficient de la régression et coefficient de détermination de Pearson ajusté  $adj.R^2$ ), on constate que l'inflation économique explique efficacement l'inflation des sinistres.

Péril	<i>p.value</i>	<i>adj.R<sup>2</sup></i>
DC	$3.13 \times 10^{-27}$	95.11%
DM	$1.49 \times 10^{-20}$	93.24%
DM + DC	$5.89 \times 10^{-21}$	93.44%

L'inflation économique est un facteur expliquant l'inflation des sinistres. Néanmoins, on observe un écart et des sauts, qui sont dus à l'inflation superposée, entre l'inflation économique et l'inflation des sinistres.

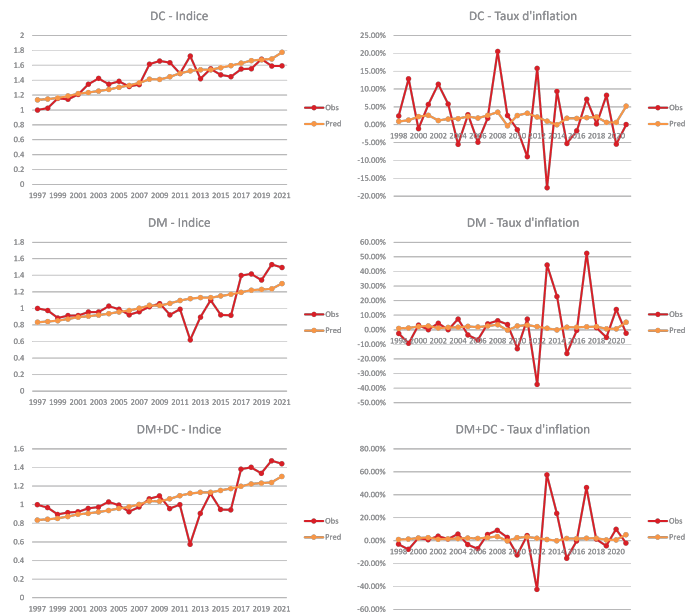


FIGURE 4.18 – Indice des paiements moyens et taux d'inflation observés et prédits

Dans un premier temps, l'objectif est de modéliser cette inflation superposée, spécifique à chaque péril, comme un écart entre l'inflation économique et l'inflation des sinistres :

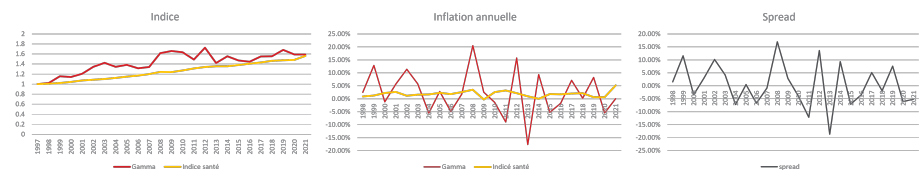


FIGURE 4.19 – Spread pour le péril "Dégât Corporel"



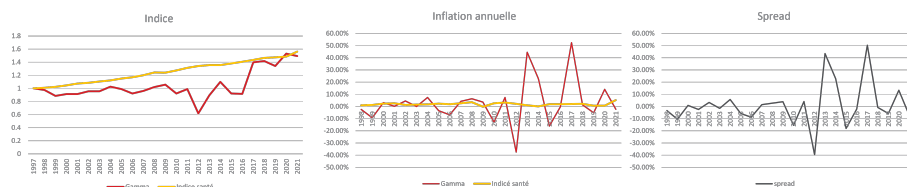


FIGURE 4.20 – Spread pour le péril "Dégât Matériel"

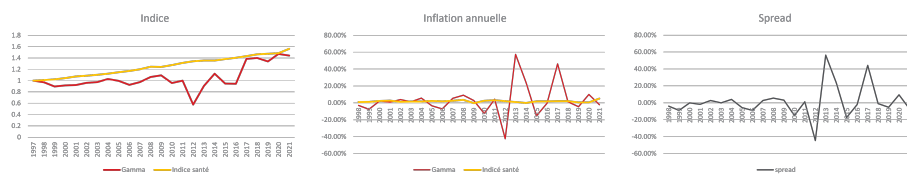


FIGURE 4.21 – Spread pour le péril "DM + DC"

On constate que les indices de paiements moyens suivent la tendance de l'indice santé. L'inflation des sinistres est similaire à celle de l'inflation économique avec des sauts d'inflation spécifiques à chaque péril.

Les sauts d'inflation, observables dans le graphe "Spread", sont dus à la politique de gestion de sinistres et à des changements de l'environnement juridique et social (tableau indicatif). On calcule un *spread*<sup>1</sup> moyen spécifique à chaque péril comme la différence moyenne entre l'inflation des sinistres et l'inflation économique.

Ainsi, on a pu décrire l'inflation historique des sinistres de la manière suivante :

$$\text{inflation des sinistres} = \text{inflation économique} + \text{spread moyen d'inflation}$$

Pour la projection de l'inflation dans le futur, il est difficile de projeter l'inflation des sinistres directement dans le futur car on dispose très peu d'informations sur les attentes futures d'inflation des sinistres. Ce que l'on fait, c'est donc de projeter dans le futur une inflation économique à l'aide de l'GSE Reacfin et y rajouter un *spread* d'inflation stochastique modélisant le comportement de l'inflation superposée.

On modélise ces sauts d'inflation dus à l'inflation superposée par un processus poissonnien. Dans cette configuration, les temps d'attente entre les sauts sont des lois exponentielles *i.i.d.* de paramètre  $\lambda > 0$ . En choisissant  $\lambda = 0.5$ , on modélise des sauts qui ont lieu en moyenne tous les 2 ans. Chaque saut a

1. Communication NBB - Évaluation des provisions techniques des assurances soins de santé individuelles, 2021

une intensité qui suit une loi normale calibrée sur le *spread* moyen avec une volatilité associée au *spread* et spécifique pour chaque péril. On calibre le *spread* stochastique en fonction des attentes futures que l'on attend pour l'inflation superposée.

Péril	Spread Moyen	Volatilité du spread
DC	0.42%	8.33%
DM	1.25%	17.84%
DM + DC	1.31%	18.98%

Si l'on a des attentes d'inflation plus spécifiques en fonction de la LOB que l'on étudie, on peut spécifier plus particulièrement la modélisation du *spread*. Dans notre cas, on estime que l'impact de l'inflation superposée que l'on a observé dans le passé est susceptible de se répéter dans le futur. De plus, le *spread* d'inflation permet aussi d'ajuster les attentes d'inflation à une inflation que l'on observe spécifiquement en Belgique.

On lance 300 scénarios afin de recréer les sauts d'inflation autour du scénario moyen d'inflation futur de l'indice santé (GSE Reacfin). On est donc en mesure de projeter une inflation dans le futur et de compléter la partie inférieure de nos triangles.

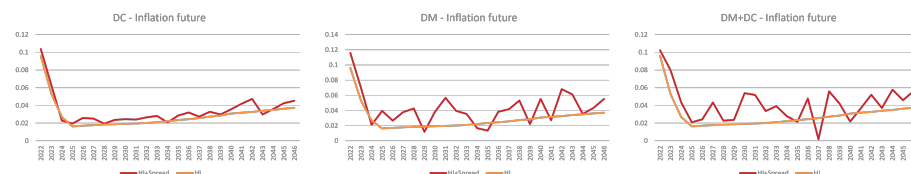


FIGURE 4.22 – Projection de l'inflation future Indice santé +Spread

## Présentation des résultats

**Notice :** Cette méthode de MLGs couplée à une approche multi-triangles permet une intégration explicite de l'inflation et de s'adapter à un environnement changeant aussi bien passé que futur.

Dans un premier temps, on utilise une projection de l'inflation économique sans modélisation du *spread* et on observe l'impact de la prise en compte de l'inflation sur le *best-estimate* de la provision par rapport au *best-estimate* initial (obtenue par la méthode Mack).

DC		DM		DM+DC	
€	Provision*	€	Provision*	€	Provision
1997	1.874.078	1997	31.915	1997	2.061.819
1998	2.110.134	1998	34.927	1998	2.271.738
1999	3.121.888	1999	39.593	1999	3.429.447
2000	3.672.759	2000	40.561	2000	4.008.673
2001	4.070.997	2001	43.805	2001	4.663.363
2002	4.158.881	2002	44.349	2002	4.737.132
2003	5.321.967	2003	55.233	2003	5.799.399
2004	5.830.498	2004	71.150	2004	6.414.309
2005	7.005.963	2005	141.189	2005	7.879.473
2006	7.561.094	2006	151.164	2006	8.341.284
2007	7.848.864	2007	191.353	2007	9.277.580
2008	8.369.218	2008	238.371	2008	10.160.001
2009	8.986.002	2009	306.531	2009	12.354.951
2010	8.962.734	2010	515.221	2010	17.485.916
2011	10.373.713	2011	576.223	2011	17.582.494
2012	10.502.104	2012	613.011	2012	16.838.829
2013	12.475.694	2013	732.350	2013	18.155.472
2014	14.118.097	2014	915.081	2014	19.741.181
2015	17.864.646	2015	1.497.117	2015	28.391.204
2016	21.712.810	2016	2.119.241	2016	35.238.594
2017	23.605.886	2017	1.934.695	2017	27.594.867
2018	26.816.250	2018	2.685.826	2018	31.828.609
2019	26.299.580	2019	3.609.992	2019	35.020.570
2020	18.200.132	2020	3.757.733	2020	27.310.439
2021	16.586.421	2021	16.865.042	2021	44.620.549
<b>Total</b>	<b>277.450.409</b>	<b>Total</b>	<b>37.211.671</b>	<b>Total</b>	<b>401.207.897</b>
<b>Δ</b>	<b>20.682.222</b>	<b>Δ</b>	<b>5.121.509</b>	<b>Δ</b>	<b>79.753.272</b>
	<b>8.1%</b>		<b>16.0%</b>		<b>24.8%</b>

FIGURE 4.23 – Résultats du best-estimate de la provision globale pour la projection future d'inflation économique (sans spread)

Ensuite, on projette une inflation des sinistres (inflation économique + *spread*) dans le calcul du *best-estimate* des provisions :

DC		DM		DM+DC	
€	Provision*	€	Provision*	€	Provision*
1997	1.874.078	1997	31.915	1997	2.061.819
1998	2.110.507	1998	34.950	1998	2.272.129
1999	3.130.380	1999	39.717	1999	3.438.179
2000	3.694.907	2000	40.778	2000	4.050.405
2001	4.097.984	2001	44.108	2001	4.747.485
2002	4.191.761	2002	44.796	2002	4.850.006
2003	5.375.643	2003	56.005	2003	5.948.009
2004	5.910.793	2004	72.547	2004	6.632.410
2005	7.109.731	2005	144.325	2005	8.184.496
2006	7.690.299	2006	155.867	2006	8.718.637
2007	7.999.889	2007	197.316	2007	9.771.083
2008	8.552.749	2008	247.989	2008	10.802.570
2009	9.202.083	2009	320.448	2009	13.206.635
2010	9.201.575	2010	540.386	2010	18.814.604
2011	10.660.340	2011	607.028	2011	19.009.915
2012	10.806.993	2012	645.847	2012	18.278.244
2013	12.856.259	2013	773.618	2013	19.749.139
2014	14.569.307	2014	968.562	2014	21.517.318
2015	18.438.737	2015	1.584.859	2015	30.972.518
2016	22.418.261	2016	2.242.019	2016	38.432.037
2017	24.386.749	2017	2.041.792	2017	30.114.528
2018	27.727.771	2018	2.830.375	2018	34.752.421
2019	27.234.898	2019	3.800.787	2019	38.325.271
2020	18.855.764	2020	3.938.415	2020	29.850.855
2021	17.184.226	2021	17.339.564	2021	47.813.618
<b>Total</b>	<b>285.281.771</b>	<b>Total</b>	<b>38.744.008</b>	<b>Total</b>	<b>432.319.331</b>
<b>Δ</b>	<b>28.513.585</b>	<b>Δ</b>	<b>6.653.839</b>	<b>Δ</b>	<b>110.864.706</b>
	<b>11.1%</b>		<b>20.7%</b>		<b>34.5%</b>

FIGURE 4.24 – Résultats du best-estimate de la provision globale pour la projection future d'inflation des sinistres (inflation économique + *spread*)

On peut également distinguer l'impact du *spread* d'inflation due à l'inflation superposée sur le calcul du *best-estimate* des provisions de sinistres. On calcule l'écart de *best-estimate* due au *spread* d'inflation par rapport au *best-estimate* initial (obtenue par la méthode de Mack).

DC		DM		DM+DC	
$\Delta$	7.831.362	$\Delta$	1.532.236	$\Delta$	31.111.434
	3.0%		4.8%		9.7%

FIGURE 4.25 – Contribution du spread dans le best-estimate

Cette contribution de l'inflation superposée peut permettre de challenger la constitution d'une provision complémentaire pour l'inflation superposée spécifique à la RC Auto - "tourisme et affaires".

**Limites :** Cette méthode repose sur l'intégration explicite des effets diagonaux et est donc très sensible aux hypothèses d'inflation que l'on prend.

## Chapitre 5

# Backtesting de la méthodologie de provisionnement

L'approche multi-triangles couplée aux MLGs permet de prendre en compte l'inflation des sinistres dans le calcul de la provision pour sinistres. Le backtesting de la méthode de provisionnement consiste à tester la capacité de la méthode à prédire et à estimer les paiements des sinistres sur base des données historiques. L'objectif est de développer un certain nombre d'outils et d'indicateur afin de valider notre modèle de provisionnement.

### 5.1 Traitement des valeurs atypiques

Les modèles de provisionnement utilisant des données agrégées (par année de survenance et de développement) reposent sur une quantité relativement faible de données. Les sinistres atypiques inclus dans les triangles de liquidation peuvent avoir un impact très important sur l'estimation des provisions pour sinistres.

Un paiement pour un sinistre atypique peut fausser le schéma et les cadences de développement des sinistres. Ainsi, l'exclusion des facteurs individuels de développement par des jugements permet de corriger le schéma de règlement des sinistres perturbés par des sinistres atypiques. Dans cette section, l'idée est de développer des outils statistiques à la place des jugements d'experts afin de détecter les observations aberrantes. Les sinistres atypiques pouvant perturber le règlement des sinistres sont alors retirés et traités séparément.

Dans notre cas, nous ajoutons artificiellement des observations extrêmes au

péril "DM + DC" afin de modéliser des sinistres corporels atypiques (avec une charge de sinistres supérieure à 1 million d'euros). Nous comptabilisons les sinistres dans le triangle de nombre de sinistres avec paiements pour chaque sinistre atypique créé.

Supposons un modèle de régression dans lequel Y est la variable à expliquer (par exemple le nombre de sinistres avec paiements, les paiements totaux...) et X est une variable explicative (par exemple, l'année d'accident, de développement ou calendaire). Afin de simplifier les illustrations, nous présentons une droite de régression.

Il existe différents types de données inhabituelles qui peuvent être observées dans un jeu de données :

### 1. Valeur aberrante sans levier ni influence

Une valeur aberrante de régression est un point de données qui ne semble pas suivre la tendance générale des données. C'est une valeur qui se trouve à une distance inhabituelle des autres observations. Pour une valeur aberrante sans levier ni influence, conditionnellement à la variable explicative X (l'observation se trouve dans une même fourchette de valeur que les autres observations pour la variable X), la variable réponse Y présente une valeur inhabituelle (en rouge).

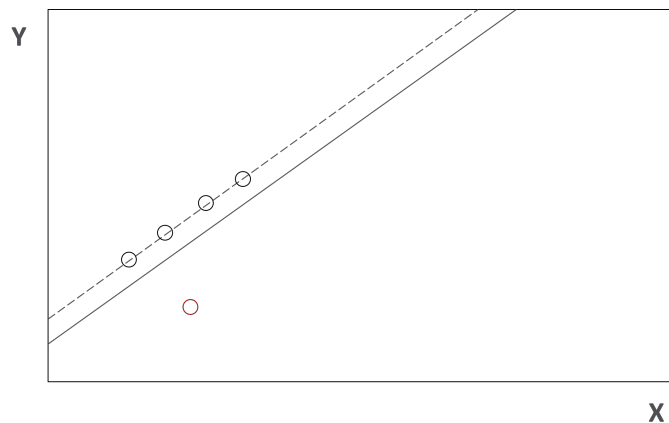


FIGURE 5.1 – Valeur aberrante sans levier ni influence

Une valeur aberrante de la régression aura un résidu important mais n'affectera pas nécessairement le coefficient de la pente de régression. Dans l'illustration, bien que la valeur Y soit inhabituelle compte tenu de la valeur X pour ce point, elle a peu d'influence sur la pente de régression (parce que le point en rouge se trouve en plein milieu de la fourchette des valeurs pour la variable X).

## 2. Observation avec effet de levier

Une observation dont la valeur pour la variable  $X$  est éloignée de la moyenne des valeurs de  $X$  pour les autres observations a un effet de levier sur (i.e. le potentiel d'influencer) la pente de régression.

Plus une observation est éloignée de la moyenne de valeurs de  $X$  pour les autres observations, plus elle a un effet de levier important sur l'ajustement de la régression.

Un effet de levier important ne signifie pas nécessairement que l'observation influence les coefficients de régression. Il est possible que l'observation ait un effet de levier important tout en suivant la tendance générale des autres données et ne soit pas une valeur aberrante.

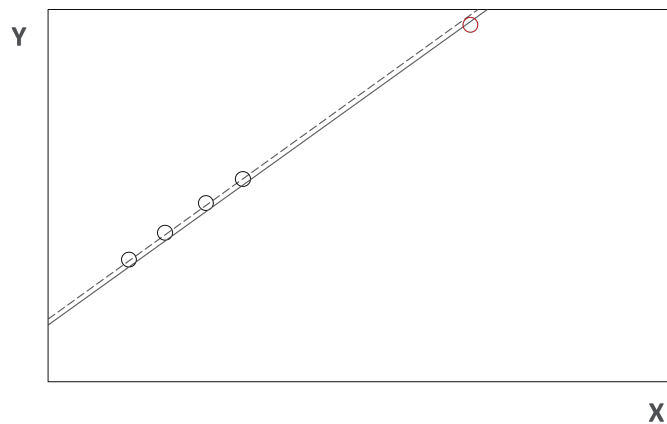


FIGURE 5.2 – Observation avec effet de levier

L'effet de levier de l'observation en rouge est important puisque sa valeur pour la variable explicative  $X$  est éloignée de la moyenne des valeurs de  $X$  pour les autres observations. Néanmoins, sa valeur de  $Y$  suit la droite de régression et n'a pas d'influence sur la pente de la régression.

## 3. Observation influente

Une observation influente est une valeur aberrante de la régression avec un effet de levier important. En d'autres termes, c'est une observation avec une valeur éloignée de la moyenne des valeurs des autres observations pour la variable explicative  $X$  et une valeur anormale pour la variable réponse  $Y$  sachant sa valeur pour la variable explicative  $X$ . L'observation qui a un fort effet de levier et

qui est également une valeur aberrante de la régression influencera fortement la pente de régression.

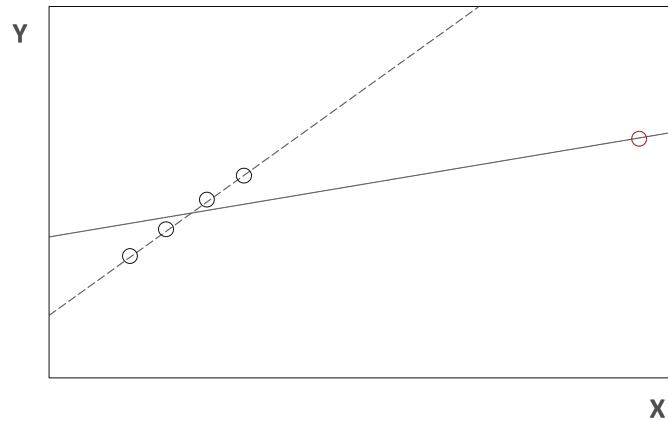


FIGURE 5.3 – Observation influente

La combinaison de l'écart statistique (valeur inhabituelle de Y) et de l'effet de levier (valeur inhabituelle de X) conduit à une forte influence de l'observation.

### 5.1.1 Étude des résidus

Les résidus sont à la base de la plupart des méthodes de diagnostic des modèles linéaires généralisés.

De manière similaire à une régression linéaire standard, on définit les résidus empiriques ou de réponse du MLG comme la différence entre les observations du triangle et leur valeur estimée par le modèle :

$$r_{i,j} = y_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}$$

Les résidus de réponse peuvent être utilisés pour vérifier l'hypothèse d'homoscédasticité (variance constance) de la variable de réponse Y. Néanmoins dans le cas d'un MLG, la relation entre la variance et la moyenne de la variable de réponse est plus complexe et peut ne pas être correctement prise en compte par la simple définition des résidus de réponse.

On définit alors d'autres résidus tels que les résidus de Pearson, les résidus de déviance et les résidus studentisés qui sont mieux adaptés à la complexité des MLGs.



Les résidus de Pearson sont définis par :

$$r_{i,j}^P = \frac{y_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{V(\hat{\mu}_{i,j})/\omega_{i,j}}}$$

Les résidus de Pearson standardisés sont définis par :

$$r_{i,j}^{PS} = \frac{y_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{\phi V(\hat{\mu}_{i,j})(1 - h_{i,j})/\omega_{i,j}}}$$

où  $h_{i,j}$  correspond à la hat-value (mesure la plus courante de l'effet de levier) associée à l'observation  $y_{i,j}$ .

La déviance d'un MLG est définie comme la différence entre la log-vraisemblance du modèle étudié et la log-vraisemblance du modèle saturé (modèle qui possède autant de paramètres que d'observations). La déviance est une mesure de la qualité de l'ajustement adapté aux modèles linéaires généralisés.

On peut considérer que chaque observation  $y_{i,j}$  contribue à hauteur d'une quantité  $d_{i,j}$  à la déviance :  $D = \sum d_{i,j}$ . Les résidus de déviance sont définis par :

$$r_{i,j}^D = \text{signe}(y_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}) \times \sqrt{\omega_{i,j} d_{i,j}}$$

Les résidus de déviance standardisés sont définis par :

$$r_{i,j}^{DS} = \frac{r_{i,j}^D}{\sqrt{\phi(1 - h_{i,j})}}$$

Pour un MLG, les résidus studentisés sont obtenus par l'approximation suivante :

$$r_{i,j}^{Ti} \approx \text{signe}(y_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}) \sqrt{(1 - h_{i,j})(r_{i,j}^{DS})^2 + h_{i,j}(r_{i,j}^{PS})^2}$$

Les résidus studentisés suivent une loi de Student :

$$r_{i,j}^{Ti} \sim \text{Student}(n_{obs} - p - 1)$$

où  $n_{obs}$  = le nombre d'observations

$p$  = le nombre de paramètres dans la régression

Une observation dont le résidu studentisé  $r_{i,j}^{Ti}$  est plus grand (en valeur absolue) que le quantile  $\alpha$  de la distribution de probabilité de Student avec  $n_{obs} - p - 1$  degrés de liberté est considérée comme une valeur aberrante :

$$|r_{i,j}^{Ti}| > t_{(\alpha, n_{obs} - p - 1)}$$

Dans notre cas, on choisit  $t = t_{(0.975, n_{obs} - p - 1)}$ . 95% des résidus doivent être compris dans l'intervalle  $[-t, t]$  et les résidus doivent être centrés autour de 0. Les observations associées aux résidus hors de cet intervalle sont détectées comme des valeurs aberrantes (en rouge).

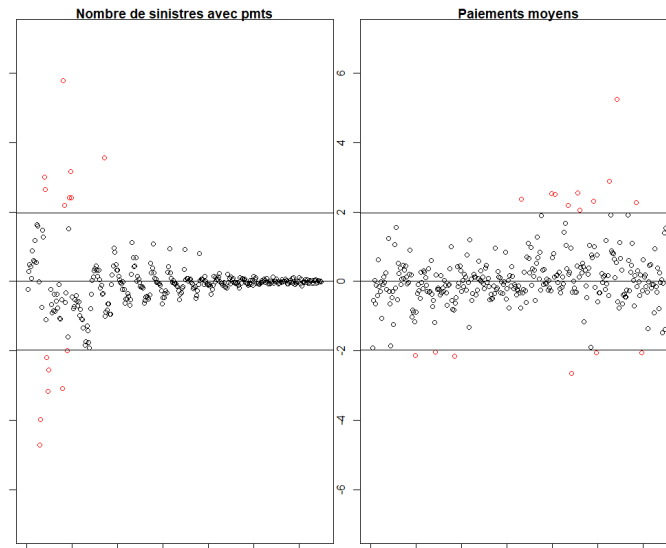


FIGURE 5.4 – Résidus studentisés

### 5.1.2 Mesure de l'effet de levier

Pour mesurer l'effet levier d'une observation, il faut s'intéresser à la matrice de projection  $H$ . Avec les notations matricielles d'un MLG, la matrice de projection  $H$  lie les observations de la variable réponse et les valeurs prédites par le MLG pour les mêmes observations :  $\hat{Y} = HY$ .

Pour les MLGs, la matrice de projection  $H$  s'obtient de la manière suivante :

$$H = W^{\frac{1}{2}} X (X^T W X)^{-1} X^T W^{\frac{1}{2}}$$

où  $W$  désigne la matrice de poids qui permet de tenir compte des différences de variance de la variable de réponse entre les différentes observations :

$$W = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\text{var}(Y_{i,j}) \left( \frac{\partial \eta_{i,j}}{\partial \mu_{i,j}} \right)} \right\}.$$

$X$  désigne la matrice du modèle contenant les variables explicatives.

Les éléments de la diagonale de la matrice de projection  $H$  correspondent à la hat-value qui mesure l'effet de levier d'une observation. On associe à l'observation  $Y_{i,j}$  sa hat-value  $h_{i,j}$  correspondante (un élément de la diagonale de la matrice de projection  $H$ ).

Si la hat-value est plus grande qu'un certain seuil, on estime que l'observation associée a un effet de levier important et une capacité importante d'influencer la régression. Dans la littérature plusieurs seuils sont proposés pour déterminer si une hat-value est élevée :

- Seuil 1 :  $h_{i,j} > 0.5$  (rouge)
  - Seuil 2 :  $h_{i,j} > \frac{2(p+1)}{n_{obs}}$  (vert)
  - Seuil 3 :  $h_{i,j} > \frac{3(p+1)}{n_{obs}}$  (noir)
- Avec  $p$  le nombre de paramètres dans la régression et  $n$  le nombre d'observations

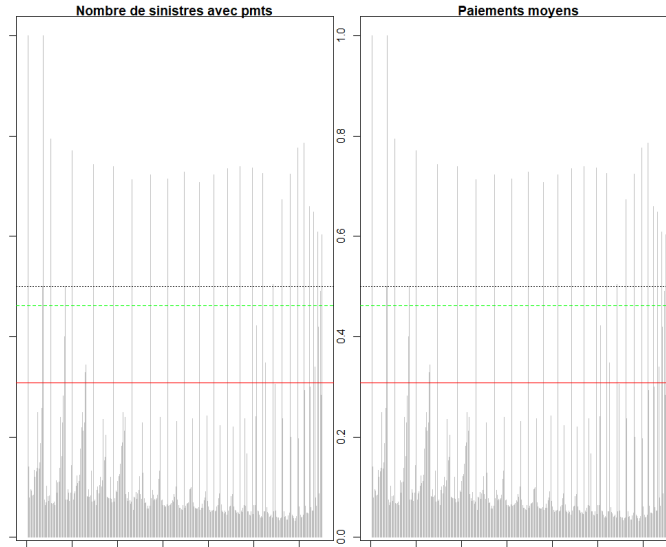


FIGURE 5.5 – Hat-value

### 5.1.3 Détection d'observation influente

En croisant l'ensemble des observations identifiées comme valeur aberrante et celle ayant un effet de levier important, on obtient l'ensemble des observations influentes.

On peut également utiliser une mesure d'influence pour détecter les observations influentes. La distance de Cook permet de mesurer l'ampleur de la variation des coefficients estimés par le modèle lorsqu'une seule observation est retirée du modèle. Pour les MLGs, la distance de Cook pour l'observation  $Y_{i,j}$  est approximée par la formule suivante :

$$D_{i,j}^{Cook} = \frac{(r_{i,j}^{PS})^2}{p+1} \times \frac{h_{i,j}}{1-h_{i,j}}$$

On considère qu'une observation est influente si la distance de Cook associée dépasse le seuil suivant :

$$D_{i,j}^{Cook} > \frac{4}{n_{obs} - p - 1}$$

Il est également possible de représenter graphiquement ces informations sur le triangle de liquidation. En fonction de la valeur de la distance de Cook, on attribue une couleur à chaque cellule du triangle de liquidation. Les observations influentes sont en rouge.

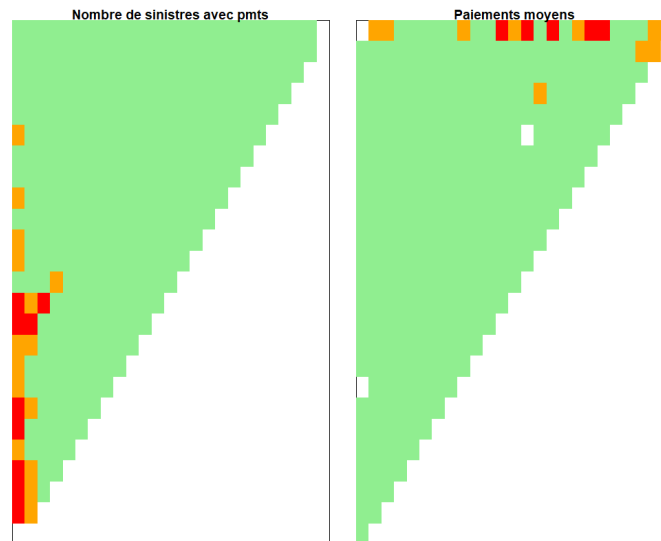


FIGURE 5.6 – Disance de Cook

On constate également que les observations ayant la plus grande influence sont celles qui se trouvent aux extrémités des triangles de liquidation. La première année de développement et la première année d'accident contiennent le plus d'information. Il semble intuitif de pouvoir y trouver le plus d'observation influente sur la régression.

## 5.2 Validation du modèle MLG

La p-value du test statistique de significativité associée à chaque coefficient de la régression permet d'évaluer si chaque paramètre est significativement différent de zéro ou pas. La p-value permet d'évaluer la pertinence de certains paramètres dans le modèle de régression. Pour les modèles expliquant le nombre de sinistres avec paiements (quel que soit le péril), on observe que tous les coefficients sont significatifs ce qui confirme que l'on peut utiliser les effets d'accident et de développement pour expliquer le nombre de sinistres avec paiements. Pour les paiements moyens, l'effet de développement est significatif pour toutes les années (quel que soit le péril). Uniquement pour le péril "DM + DC", on constate que l'effet calendaire n'est pas significatif pour certaines années (2003-2005, 2007, 2011). Cela signifie que puisque les périls sont agrégés, il est plus difficile d'y modéliser l'inflation historique des sinistres (mélange de deux niveaux

d'inflations différents). Séparer les périls permet de mieux modéliser l'inflation historique intrinsèque à chaque péril.

Il n'existe pas de critère universel permettant de définir un bon modèle dans l'absolu. On parle toujours de meilleur modèle par rapport à un critère donné.

Il existe deux types de critères principaux pour juger de la qualité d'un modèle :

- l'**ajustement du modèle** : il s'agit d'évaluer la qualité d'ajustement du modèle sur la base des différences entre observations et estimations
- la **capacité de prédiction** du modèle

### 5.2.1 Ajustement du modèle

La déviance est utilisée comme mesure de la qualité de l'ajustement du modèle. La déviance peut être interprétée comme la quantité d'information perdue lorsque le modèle ajusté est utilisé pour estimer la vraie distribution de la variable réponse. Plus une déviance est faible, plus cela indique une meilleure adéquation du modèle aux données.

La déviance est une mesure de l'écart entre les données observées et le modèle ajusté.

Considérons un modèle de régression linéaire généralisé  $\mathcal{M}$  à  $p$  paramètres sur un jeu de données de taille  $n_{obs}$ ,  $\hat{\eta}$  l'estimateur de maximum de vraisemblance des paramètres du modèle,  $\mathcal{L}(\hat{\eta})$  la log-vraisemblance du modèle.

Le **modèle saturé** possède autant de paramètres que d'observations (soit  $n_{obs}$  paramètres) et estime donc « exactement » les données. Le **modèle null** suppose l'exact opposé, c'est-à-dire qu'il suppose un paramètre pour toutes les observations. Le **modèle estimé** explique nos observations avec  $p$  paramètres :

- **Déviance résiduelle** : le modèle estimé est comparé avec le modèle saturé

$$D_{\text{Résiduelle}} = 2(\mathcal{L}_{\text{Sat}}) - \mathcal{L}(\hat{\eta})$$

- **Déviance null** : le modèle null est comparé au modèle saturé

$$D_{\text{Null}} = 2(\mathcal{L}_{\text{Sat}}) - \mathcal{L}_{\text{Null}}$$

Le test de significativité global du MLG est basé sur la déviance. Ce test de significativité global compare la déviance du modèle estimé et la déviance du modèle null à l'aide d'une distribution khi-carré :

- $test = D_{\text{Null}} - D_{\text{Résiduelle}}$
- $df = df_{\text{Null}} - df_{\text{Résiduelle}}$  où  $df$  désigne le degré de liberté

—  $p_{value} = 1 - F_{\chi^2}(test, df)$  où  $F_{\chi^2}$  désigne la fonction de répartition de la loi  $\chi^2$

Si la p-value est inférieure à 0.05, le modèle estimé est considéré comme étant nettement plus adapté pour expliquer les données que le modèle null.

	DM+DC	DC	DM
p-value	$< 2 \times 10^{-16}$	$< 2 \times 10^{-16}$	$< 2 \times 10^{-16}$

Pour tous les modèles sur les triangles de nombre de sinistres avec paiements et de paiements moyens, il y a une significativité statistique globale du modèle.

Pour permettre une meilleure comparaison des modèles, on pénalise la vraisemblance par la complexité du modèle.

L'AIC (Akaike Information Criterion) du modèle est défini par :

$$AIC(\mathcal{M}) = -2\mathcal{L}(\hat{\eta}) + 2p$$

Le critère d'information d'Akaike corrigé, AICc , est défini par :

$$AICc(\mathcal{M}) = AIC(\mathcal{M}) + \frac{2(p+2)(p+3)}{n_{obs} - p - 1}$$

Pour les paiements moyens, on compare l'indicateur AICc pour d'un modèle MLG Gamma avec les effets diagonaux et un modèle Poisson sans effets diagonaux (comprenant uniquement l'effet de développement et d'accident comme dans un modèle Chain-Ladder).

	AICc		
	Sans prise en compte	Avec prise en compte	delta
<b>DM+DC</b>	27466741	25227201	-2239540
<b>DC</b>	1649583	1447039	-202544
<b>DM</b>	23699723	15941372	-7758351

FIGURE 5.7 – AICc

Les modèles incluant les effets diagonaux minimisent l'indicateur AICc. Cela signifie que les modèles incluant les effets diagonaux ont une meilleure qualité d'ajustement aux données du triangle que les modèles ne prenant pas en compte explicitement ces modèles. Intégrer explicitement des effets diagonaux dans un modèle MLG a donc une réelle plus-value au sens de la qualité d'ajustement du modèle sur les données historiques.

## 5.2.2 Capacité prédictive du modèle

L'objectif est d'analyser le pouvoir prédictif du modèle sur des données qui n'ont pas servi à sa calibration. Chaque année, on peut ainsi comparer les prévisions obtenues à partir de l'information disponible au 31/12/n aux paiements qui seront effectués pour l'année calendaire prochaine  $n + 1$  (une fois ceux-ci connus). Nos analyses se concentrent sur le péril "DM + DC".

Dans notre cas, en l'absence d'information des paiements effectués pour l'année 2022, une diagonale du triangle des paiements moyens est retirée. On pourra ainsi appliquer un modèle Chain-Ladder sur le triangle réduit et projeter les flux futurs attendus pour l'année 2021. On projettera ces flux futurs avec trois prises en compte de l'inflation pour l'année 2021 : Prise en compte implicite de l'inflation, prise en compte de l'inflation économique, prise en compte de l'inflation des sinistres. On compare ensuite les prédictions à l'observé pour l'année 2021.

La racine de l'écart quadratique moyen (appelé aussi RMSE en anglais) permet alors d'évaluer la capacité de prédiction des modèles.

	CL	Inflation Eco	Inflation Sinistre
RMSE	4529.55	5818.1	3841.7

FIGURE 5.8 – RMSE

De facto, prendre en compte une inflation des sinistres (inflation économique + *spread*) permet de prédire de meilleurs résultats au sens du RMSE pour l'année 2021. On projette une inflation au plus près de ce qui se passe dans la LoB étudiée. Pour cette même année 2021, une prise en compte implicite de l'inflation est meilleur au sens du RMSE qu'une prise en compte explicite de l'inflation économique. L'inflation économique reste une inflation générale et pour cette année 2021 elle ne reflète pas une inflation plus représentative des sinistres que celle prise en compte implicitement par la méthode de Chain-Ladder.

## 5.3 Stress-test sur la projection future d'inflation

Le modèle de Jarrow-Yildirim est utilisé pour prédire l'inflation future. Les investisseurs financiers sont prêts à payer une prime pour se protéger contre l'inflation en achetant des titres indexés sur l'inflation (tels que les swaps d'inflation ou les zéro-coupons indexés sur l'inflation). Le prix de ces titres reflète les attentes du marché en matière d'inflation future. Ces titres sont utilisés par le modèle de Jarrow-Yildirim pour projeter l'inflation dans le futur. Toutefois, les attentes d'inflation future ne sont pas toujours réalisées en pratique.

La prévision de l'inflation future est une tâche difficile en raison de la complexité et de l'incertitude de l'environnement économique et financier. De nombreuses variables peuvent interagir de manière imprévisible pour conduire à des niveaux d'inflation inattendus. Ces variables peuvent inclure l'industrie, les chaînes d'approvisionnement, les catastrophes naturelles, les guerres, les pandémies, les politiques publiques et monétaires, la croissance, le chômage, les comportements humains, les avancées technologiques, les prix de l'énergie et des matières premières et des aliments, et bien d'autres.

De même, en ce qui concerne la responsabilité civile automobile, l'inflation spécifique à cette branche est soumise à de nombreuses sources d'incertitude. Les changements juridiques et sociaux, tels que les modifications du tableau indicatif, peuvent avoir un impact significatif sur le coût des sinistres en modifiant le montant de l'indemnisation, sans que l'on ne puisse circonscrire l'ampleur de ces changements dans le futur. Il est également important de comprendre les modifications de l'exposition sous-jacente et de la couverture pour isoler l'impact de l'inflation seule dans l'analyse.

En comparaison avec le scénario central d'inflation économique (déterminé en utilisant la méthode de Jarrow-Yildirim), des erreurs d'estimation et des attentes d'inflation différentes ont été introduites artificiellement en utilisant un *spread* d'inflation (-3%, -2%, -1%, +1%, 2%, +3%). Ce *spread* d'inflation est modélisé par une loi normale de volatilité de 0,5%.

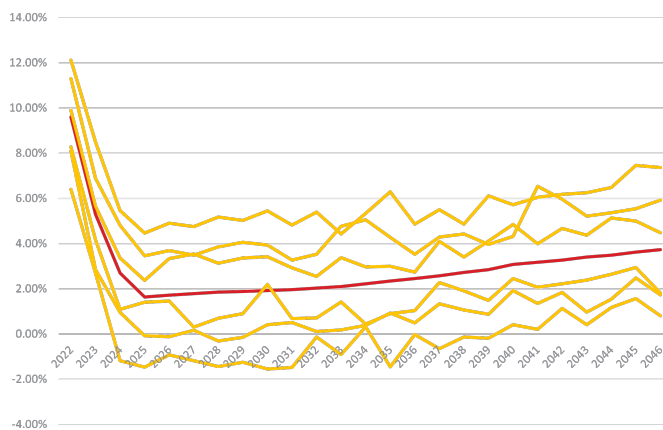


FIGURE 5.9 – Scénarios stress-test d'inflation

L'étude de la sensibilité du modèle de provisionnement aux projections futures d'inflation permet de quantifier l'impact que peut avoir sur les provisions globales des projections d'inflation différentes de quelques pourcents.

À partir des résultats des tests, il a été observé que le *spread* d'inflation a un



	Spread -3%		Spread -2%		Spread -1%		Spread +1%		Spread +2%		Spread +3%	
	€	%	€	%	€	%	€	%	€	%	€	%
Impact	-56.543.395	-14.09%	-35.163.489	-8.76%	-20.449.685	-5.10%	19.510.074	4.86%	42.264.640	10.53%	71.438.415	17.81%

FIGURE 5.10 – Impact des tests de stress sur la provision globale

effet qui suit une forme légèrement courbe sur la provision globale. Pour estimer cet effet, un polynôme de second a été utilisé pour interpoler la relation entre le *spread* d'inflation et la provision globale.

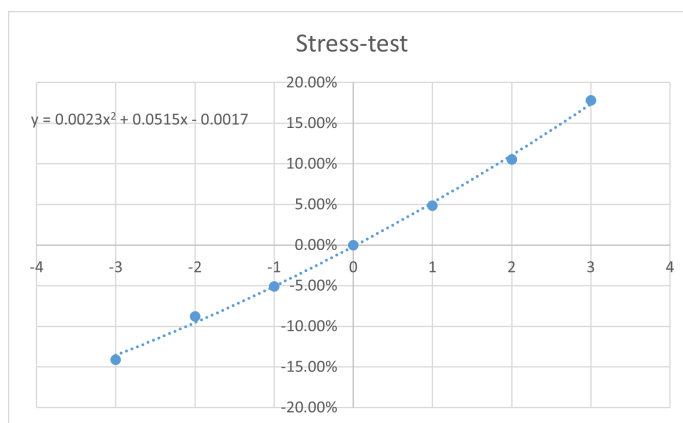


FIGURE 5.11 – Interpolation de l'impact du *spread* d'inflation sur la provision globale

En interprétant les coefficients du polynôme, on peut dire que si le scénario central est augmenté (ou diminué) d'un *spread* de 1%, cela aura en moyenne un impact de 5,152% sur la provision (soit 20 670 205.87€). En plus de cet effet linéaire, il y a également un effet quadratique du *spread* d'inflation sur la provision globale. Le coefficient de l'effet quadratique (0,0023) représente le taux de variation ou de changement. En utilisant une analogie avec la physique, cela indique la "vitesse" à laquelle la provision globale est impactée par rapport à la valeur du *spread*. Le taux de variation positif indique que plus le *spread* augmente et plus l'impact (non linéaire) sur la provision globale augmente.

## 5.4 Volatilité à l'ultime : Bootstrap

Les compagnies d'assurances doivent adopter une approche prudente du provisionnement des sinistres, tout en veillant à ce que leurs estimations soient fondées sur les meilleures informations et techniques disponibles. Il est important de pouvoir trouver un équilibre entre le besoin de précision dans le provisionnement des sinistres et un certain degré de prudence lorsque l'on intègre l'inflation dans les provisions.

L'intégration de l'inflation dans le provisionnement s'inscrit dans une approche globale de gestion des risques. L'appétence pour le risque d'une organisation telle qu'une compagnie d'assurances aura un impact sur les hypothèses et l'approche utilisée pour intégrer cette inflation. Précédemment, il a été associé à chaque méthode de prise de l'inflation un impact que cette prise en compte avait en euros et un pourcentage par rapport à un scénario de base. L'idée est de prolonger cette approche en associant à chaque estimation des provisions pour sinistres un niveau de prudence par rapport à un scénario de base ne prenant pas en compte explicitement l'inflation. L'intégration explicite de l'inflation dans le processus de provisionnement permet alors de définir une sorte de marge pour risque associée à l'inflation.

Dans notre cas, on choisit le péril "DM + DC" comme péril de référence pour étudier le niveau de prudence pour la prise en compte de l'inflation. En pratique les compagnies d'assurances ne séparent pas systématiquement leur branche d'activité RC Automobile entre dégâts corporels et dégâts matériels. Notre modèle de base est un modèle de régression de Poisson surdispersé (comportant uniquement les effets de développement et d'accident donnant des résultats similaires à ceux de Mack ou de Chain-Ladder) appliqué sur le triangle des paiements incrémentaux  $X_{i,j}$ . Dans la pratique, on aurait pu rajouter à cette provision de base toutes les provisions add-ons constituée pour faire face à l'inflation.

La méthode de *bootstrap* peut servir à obtenir la distribution de la provision pour sinistres. Le *bootstrap* est basé sur une technique de rééchantillonnage qui permet de simuler de multiples jeux de données à partir d'un seul jeu de données initial. Ces différents jeux de données simulés sont ensuite utilisés pour estimer la distribution des provisions pour sinistres et donner une indication de l'incertitude associée à l'estimation de la provision. La distribution de la provision pour sinistres aide à mieux comprendre l'éventail des résultats possibles et à prendre des décisions plus éclairées quant à l'adéquation des provisions.

Le modèle de régression de Poisson surdispersé appliqué aux paiements incrémentaux fournit les résidus de Pearson :

$$r_{i,j} = \frac{x_{i,j} - \hat{x}_{i,j}}{\sqrt{\phi * V(\hat{x}_{i,j})}}$$

Chaque simulation correspond à un rééchantillonnage. On rééchantillonne des résidus de Pearson (tirage aléatoire avec remise des résidus) :  $r_{i,j}^b$ .

À partir ce rééchantillonnage de résidus, il est possible de construire un pseudo-triangle de paiements par rétro conception des résidus de Pearson :  $X_{i,j}^b = r_{i,j}^b * \sqrt{\phi * V(\hat{x}_{i,j})} + \hat{X}_{i,j}$ .

On calibre le modèle de régression de Poisson surdispersé avec le  $b^{\text{ème}}$  jeu de données simulés et on projette les paiements futurs  $\hat{X}_{i,j}^b$  pour  $i + j - 1 > n$ .

Sur base des projections  $\hat{X}_{i,j}^b$  pour  $i + j - 1 > n$ , on calcule une provision  $\hat{R}^b$ . Au final on obtient  $B = 1000$  provisions pour sinistres obtenues par *bootstrap*. On peut définir de ces provisions obtenues par *bootstrap* une distribution de la provision pour sinistres.

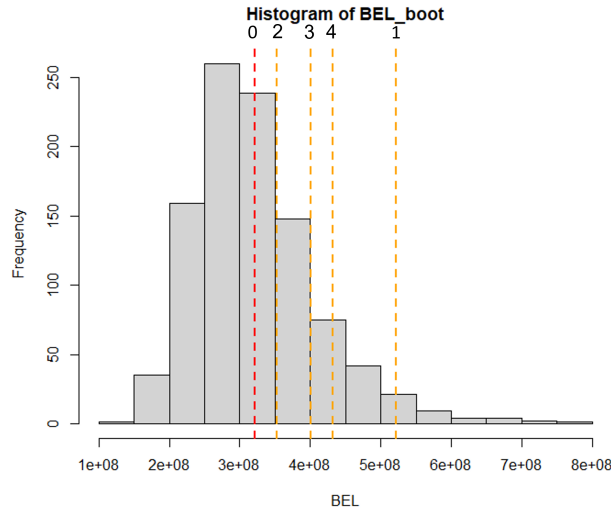


FIGURE 5.12 – Distribution de la provision pour le péril "DM + DC"

On obtient la distribution de la provision pour sinistres. Le scénario de base (Scenario 0) correspond au *best-estimate* obtenue par une méthode similaire à celle de Chain-Ladder. Grâce à la distribution de la provision globale pour le modèle de base, un quantile est associé à chaque estimation de provisions obtenue pour chaque méthode provisionnement (le quantile le plus proche de l'estimation) :

- **Scenario 0** : Régression de Poisson surdispersé donnant des résultats pour la provision similaires à ceux que l'on obtiendrait avec la méthode de Mack/Chain Ladder.  $BE = 321.454.626$ . Niveau de prudence : 50%, il s'agit du scenario de base
- **Scenario 1** : Chain-Ladder as-if.  $BE = 521.846.884$ . Niveau de prudence : 97.10%.
- **Scenario 2** : Approche Cash-Flow.  $BE = 352.943.606$ . Niveau de prudence : 70.80%.
- **Scenario 3** : Modèle MLG + Multi-triangles prenant en compte une inflation économique.  $BE = 401.207.897$ . Niveau de prudence : 84.90%.

— **Scenario 4** : Modèle MLG + Multi-triangles prenant en compte une inflation des sinistres.  $BE = 432.319.331$ . Niveau de prudence : 89.90%. Toutes ces méthodes sont appliquées sur le péril "DM + DC".

Dans notre cas, on a estimé que la séparation entre dégâts matériels et dégâts corporels permettait une prise en compte de l'inflation spécifique à chaque LOB plus pertinente et d'obtenir des résultats plus robustes. On peut sommer les résultats le *best-estimate* obtenu pour chaque péril et appliquer un scaling afin d'obtenir une prudence similaire à celle que l'on aurait obtenue si les deux périls étaient agrégés.

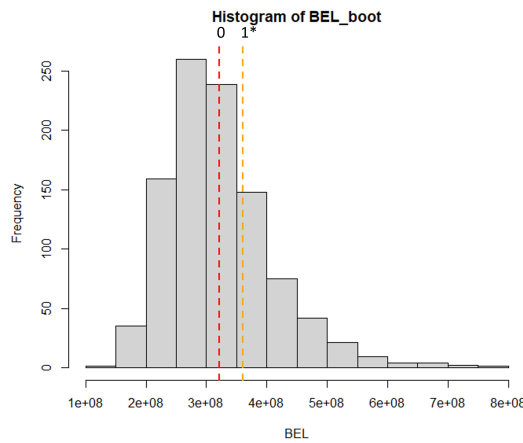


FIGURE 5.13 – Distribution de la provision pour le péril "DM + DC"

- **Scenario 0** : Régression de Poisson surdispersé donnant des résultats pour la provision similaires à ceux que l'on obtiendrait avec la méthode de Mack/Chain Ladder.  $BE = 321.454.626$ . Niveau de prudence : 50%, il s'agit du scénario de base. Méthode appliquée sur le péril "DM + DC"
- **Scénario 1\*** : Modèle MLG + Multi-triangles prenant en compte une inflation des sinistres sur le péril "DM" et "DC" séparément. Application d'un scaling afin d'obtenir une prudence similaire à celle que l'on aurait obtenue si les deux périls étaient agrégés.  $BE = 360.590.522$ . Niveau de prudence : 73.10%.

# Conclusion

Au regard de la situation actuelle caractérisée par un contexte inflationniste, intégrer l'inflation dans le provisionnement des sinistres est devenue un défi majeur pour les fonctions actuarielles des compagnies d'assurances. La branche de responsabilité civile automobile, qui est une branche à développement long, constitue un cadre d'étude propice pour développer une série d'approches et de méthodes actuarielles permettant de prendre en compte de manière adéquate l'inflation. Pour être efficace, cette intégration de l'inflation peut se résumer par quelques étapes simples :

**1. Définir l'inflation et son contexte** Il est important de définir ce que l'on entend par "inflation" dans le contexte spécifique d'une compagnie d'assurances. Il convient de distinguer les différentes sources d'inflation et d'identifier la nature des engagements des assureurs.

**2. Méthodologie de provisionnement existante** Il est important de comprendre ce qui est pris en compte en termes d'inflation par le modèle existant. On vérifie si les hypothèses prises sont adéquates et pertinentes pour modéliser l'inflation dans la branche d'activité étudiée en fonction du contexte et des projections attendus.

**3. Proposer une approche pertinente et équilibrée** L'approche choisie doit provisionner de manière suffisante pour l'inflation sans faire preuve d'une prudence excessive.

En pratique, l'assureur constitue une provision complémentaire (ou provisions add-ons) pour tenir compte de l'augmentation attendue des coûts des sinistres due à l'évolution de l'inflation, qui n'est pas déjà prise en compte par le modèle de provisionnement utilisé par la compagnie. Par rapport à la provision obtenue grâce à la méthode de Chain-Ladder, on observe l'écart ( $\Delta$ ) avec les provisions obtenues pour chaque méthode alternative de provisionnement. Les  $\Delta$  représentent ces provisions complémentaires/add-ons. À l'aide du bootstrap, on quantifie le niveau de prudence supplémentaire que ces provisions add-ons permettent d'ajouter à une provision provenant d'un modèle qui ne prend pas en compte explicitement l'inflation.

Le backtesting a pu démontrer la plus-value en termes de qualité d’ajustement et de capacité de prédiction d’un modèle de provisionnement intégrant explicitement l’inflation. Il reste malgré tout important de se poser une question principale lorsque l’on prend en compte l’inflation dans le provisionnement :

Dans quelle mesure peut-on avoir confiance en ces provisions complémentaires ?

Cela nécessite que l’on questionne la pertinence des hypothèses formulées par chaque méthode de provisionnement :

### **Adaptation de la provision à l’inflation**

- Chain-Ladder As-if

La méthode de Chain-Ladder as-if donne les résultats les moins fiables dans notre cas. En effet, cette méthode conduit à un échéancier de règlement des sinistres qui n’est pas cohérent avec ce que l’on observe en RC Automobile. Les limites de la méthode Chain-Ladder as-if soulèvent le problème du choix de l’indice des prix pour le retraitement des données en as-if et, de manière générale, pour la prise en compte de l’inflation. En complément, cela aurait été utile d’utiliser un ou plusieurs indices spécifiques à l’évolution du coût des sinistres observés (santé, voitures automobiles neuves, pièces de rechange et accessoires pour véhicules particuliers, tarif horaire d’un garagiste, salaires conventionnels, etc.) ou en construisant un indice de l’évolution des paiements moyens, on obtiendrait des résultats plus cohérents après le retraitement as-if. La difficulté principale de cette approche est que l’on ne dispose pas de beaucoup d’informations (pas de données de marché ou de prévisions institutionnelles) pour prédire ces divers indices de prix dans le futur, comparé à un indice santé beaucoup plus répandu.

- Approche par cash-flow

L’approche par cash-flow repose sur l’hypothèse/approximation que la méthode de Chain-Ladder projette dans le futur un taux moyen d’inflation constant observé dans l’historique. En pratique, l’hypothèse statistique d’indépendance des années de survenance n’est que très rarement vérifiée par un triangle de liquidation (c’est une hypothèse forte et très théorique, même lorsque l’on considère un environnement de provisionnement stable). Dans la grande majorité des cas, on ne peut pas dire que la méthode de Chain-Ladder prend en quelque sorte une valeur moyenne de l’inflation passée et l’utilise comme tendance constante pour les projections futures. En complément, une idée pour mieux comprendre la prise en compte implicite de l’inflation par Chain-Ladder serait de comparer les cash-flows à vieillissement équivalent obtenus avec des triangles de liquidation simulés contenant divers scénarios d’évolution de l’inflation. Sans une connaissance certaine de ce qui est projeté, il est difficile d’adapter à l’inflation de manière totalement fiable les flux futurs projetés grâce à la méthode de Chain-Ladder.

## Modélisation explicite de l'inflation

En modélisant explicitement l'inflation, nos résultats dépendent fortement des hypothèses d'inflation que l'on fait. Nous n'adaptions pas simplement la provision à une projection d'inflation, mais c'est la projection d'inflation qui permet d'établir la provision. La projection de l'inflation dans le futur est d'autant plus complexe que nous devons projeter une inflation spécifique à chaque type de sinistre étudié. Le parti pris est de distinguer l'inflation des sinistres entre l'inflation économique (pouvant être facilement projetée dans le futur) et l'inflation superposée.

### • Inflation économique

L'inflation économique est représentée par l'indice santé. Les prédictions d'inflation à court terme sont fiables puisqu'elles proviennent du Bureau Fédéral du Plan de Belgique. À moyen et long terme, les prédictions d'inflation proviennent des attentes du marché financier. Le générateur de scénarios économiques (GSE) s'appuie sur le modèle de taux de Jarrow-Yildirim. En intégrant une vision risque-neutre, le modèle Jarrow-Yildirim permet de décrire les dynamiques des taux nominaux, réels et d'inflation. Cependant, ce modèle complexe implique la calibration de multiples facteurs et paramètres, ce qui peut entraîner un risque de modèle.

En étudiant l'intervalle de confiance de nos projections à moyen-long terme, nous constatons que les anticipations d'inflation provenant des marchés financiers de la zone Euro sont entourées d'incertitudes importantes et peuvent être erronées. Dans les faits, ces projections d'inflation sont sujettes à des ajustements fréquents en réponse à de nouvelles informations ou à des changements de circonstances. Il est difficile de prédire l'inflation à long terme. De 2040 à 2046, les attentes du marché projettent un taux d'inflation tendant progressivement vers 4%, ce qui va à l'encontre de l'objectif de la Banque Centrale Européenne de maintenir le taux d'inflation dans la zone Euro autour de 2%. Ces prédictions suggèrent une anticipation d'une inflation structurelle à long terme, pouvant être due à une augmentation des coûts de production, à la raréfaction des ressources, à la raréfaction de la main-d'œuvre, à des politiques interventionnistes, etc., sans que cette anticipation ne soit pleinement nécessairement justifiée au 31/12/2021. Des jugements d'experts ou des avis divergents peuvent alors émerger, conduisant à une réévaluation des hypothèses et projections d'inflation. Effectuer un stress-test sur les projections d'inflation à long terme permettrait de comprendre la sensibilité de notre prédiction par rapport à ces différents scénarios d'inflation possibles.

### • Inflation Superposée

Une autre limite de cette projection est qu'elle repose sur des instruments financiers de la zone Euro, ce qui ne fournit pas une projection spécifique à la Belgique ou à la branche étudiée. La solution consiste donc à calibrer un spread d'inflation afin d'obtenir une projection prenant en compte à la fois l'inflation

observée en Belgique et dans notre branche d'activité. Le spread d'inflation permet de prendre en compte l'inflation superposée à l'inflation économique. En complément, on aurait pu comparer l'impact de l'utilisation du différents spread sur l'estimation de la provision globale :

- Un spread moyen déterministe qui permet de projeter dans le futur un écart d'inflation observé dans le passé.
- Un spread stochastique qui consiste à modéliser un écart d'inflation calibré sur l'observation, mais de manière stochastique dans son évolution future. Il aurait également été intéressant d'utiliser différents modèles stochastiques et calibrations pour exprimer différentes attentes d'inflation superposée.

- **Segmentation des sinistres**

La segmentation entre dégâts matériels et dégâts corporels permet d'éviter l'effet de l'inflation des sinistres matériels sur les sinistres corporels et de modéliser une inflation spécifique à chaque péril. En plus de l'effet de l'inflation, il est important de remarquer que la segmentation des sinistres a aussi un impact sur l'effet de développement. Le calcul de la provision sur un périmètre agrégé conduit à une provision globale plus élevée en raison de l'effet de développement des sinistres corporels (qui ont un déroulement plus long) sur les sinistres matériels. Calculer la provision pour chaque péril permet une prise en compte plus adéquate de l'inflation, mais cela peut diminuer le niveau de prudence de la provision globale. On peut compenser cet effet en appliquant un facteur de scaling qui ajoute un niveau de prudence supplémentaire à la provision calculée sur des périls séparés. Pour les branches avec un développement long, l'évolution de la législation ou l'apparition de nouveaux phénomènes (qui sont compris dans l'inflation superposée) n'apparaissent que progressivement et avec un retard dans les triangles de paiement des sinistres. En complément, il peut être utile d'intégrer des provisions dossier/dossier relatives à chaque sinistre qui sont évaluées et ajustées en fonction des informations dont disposent les gestionnaires de sinistres au fil du règlement. Les sinistres atypiques sont reconnus plus tôt et plus facilement grâce à l'inclusion des provisions dossier/dossier. Il est cependant très important de discuter avec les gestionnaires de sinistres pour comprendre sur quelles bases ces provisions dossier/dossier sont établies et si on peut les intégrer à notre prise en compte de l'inflation. De plus, tout changement dans l'établissement des provisions dossier/dossier a un impact d'autant plus considérable en termes d'effets calendaires.

Intégrer l'inflation dans le provisionnement s'inscrit dans une approche globale de gestion des risques et dépend également du niveau de prudence supplémentaire qu'une compagnie d'assurance est prête à prendre. Les différentes méthodes et techniques présentées dans ce mémoire constituent une boîte à outils qui permet d'adopter une approche pluridisciplinaire sur le sujet de l'inflation.



# Table des figures

1.1	Parts de consommation des ménages de biens et services en Belgique (en %). Euro Area Statistics, 2022 . . . . .	15
1.2	$I_{Aug}^{2022}$ :IPCH en Belgique pour le mois d'août 2022. Statbel, août 2022 . . . . .	17
1.3	Modèle offre globale et la demande globale . . . . .	20
1.4	Évolution de l'inflation annuelle calculée sur base de l'IPC national belge. Statbel, 2022 . . . . .	22
1.5	Encaissements des primes en assurance non-vie et vie en Belgique. Assuralia, 2021. . . . .	24
1.6	Charge de sinistres et combined ratio (en fonction des primes acquises). Assuralia, 2021 . . . . .	26
1.7	Parts des encaissements des primes en RC Auto par type de véhicule. Assuralia, 2021 . . . . .	27
2.1	Échéancier comptable et échéancier des contrats d'assurance . . . . .	33
2.2	Bilan simplifié d'une compagnie d'assurances . . . . .	34
2.3	Prime non acquise . . . . .	35
2.4	Provision pour sinistres . . . . .	36
2.5	Value-at-risk des engagements de sinistre . . . . .	37
2.6	Provisions BGAAP . . . . .	38
2.7	Bilan prudentiel simplifié d'une compagnie d'assurances sous Solvabilité II . . . . .	39
2.8	Différences réglementaires entre les normes BGAAP et SII dans le calcul des provisions techniques . . . . .	47
3.1	Triangle de liquidation des sinistres . . . . .	49
3.2	Calcul de la provision à partir du triangle de liquidation complété . . . . .	51
3.3	Calcul des facteurs de développement . . . . .	53
3.4	Estimation de la partie inférieure du triangle de liquidation . . . . .	54
3.5	Illustration de la démarche du test statistique . . . . .	61
3.6	Cash-Flows futurs . . . . .	67
3.7	Méthode de séparation : Triangle des montants de paiements normalisés $S_{i,j}$ . . . . .	69
4.1	Développement des sinistres par année d'origine . . . . .	82

4.2	Distribution de la statistique de test $Z$ pour le péril DM + DC	83
4.3	Distribution de la statistique de test $T$ pour le péril DM + DC	84
4.4	Résidus standardisés en fonction des paiements cumulés prédits	85
4.5	Moyenne et écart-type des facteurs individuels de développement entre l'année de développement 1et 2	86
4.6	Cadence de règlement (en%) pour chaque péril	88
4.7	Provision globale obtenue par la méthode de Mack	89
4.8	Impact du tail factor sur la provision pour chaque péril	90
4.9	Matrice de paiements non cumulés	92
4.10	Matrice de nombre de sinistres avec paiements	92
4.11	Taux et tendance d'inflation des sinistres	94
4.12	Indice des paiements moyens et taux d'inflation observés et prédits	96
4.13	Projection future de l'indice santé	99
4.14	Projection future du taux d'inflation corrigé	100
4.15	Provision globale obtenue par la méthode Chain-Ladder As-if	101
4.16	Cadence de règlements des triangles As-if	101
4.17	Provision globale obtenue par la méthode par cash-flows	102
4.18	Indice des paiements moyens et taux d'inflation observés et prédits	104
4.19	Spread pour le péril "Dégât Corporel"	104
4.20	Spread pour le péril "Dégât Matériel"	105
4.21	Spread pour le péril "DM + DC"	105
4.22	Projection de l'inflation future Indice santé +Spread	106
4.23	Résultats du best-estimate de la provision globale pour la projection future d'inflation économique (sans spread)	107
4.24	Résultats du best-estimate de la provision globale pour la projection future d'inflation des sinistres (inflation économique + spread)	107
4.25	Contribution du spread dans le best-estimate	108
5.1	Valeur aberrante sans levier ni influence	110
5.2	Observation avec effet de levier	111
5.3	Observation influente	112
5.4	Résidus studentisés	114
5.5	Hat-value	115
5.6	Disance de Cook	116
5.7	AICc	118
5.8	RMSE	119
5.9	Scénarios stress-test d'inflation	120
5.10	Impact des tests de stress sur la provision globale	121
5.11	Interpolation de l'impact du spread d'inflation sur la provision globale	121
5.12	Distribution de la provision pour le péril "DM + DC"	123
5.13	Distribution de la provision pour le péril "DM + DC"	124
14	Triangle de paiements incrémentaux pour la branche RC Auto (Péril "DM + DC")	132
15	Triangle de paiements incrémentaux pour la branche RC Auto (Péril "DC")	132

16	Triangle de paiements incrémentaux pour la branche RC Auto (Péril "DM") . . . . .	133
17	Triangle de nombre de sinistres avec paiements pour la branche RC Auto (Périls "DM + DC") . . . . .	133
18	Triangle de nombre de sinistres avec paiements pour la branche RC Auto (Périls "DC") . . . . .	133
19	Triangle de nombre de sinistres avec paiements pour la branche RC Auto (Périls "DM") . . . . .	134
20	C-C plot pour le péril "DM+DC" . . . . .	134
21	C-C plot pour le péril "DC" . . . . .	135
22	C-C plot pour le péril "DM" . . . . .	135

# Annexes

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1997	3513427	2068676	5569404	3832590	3832287	3888261	3381002	2597674	1445799	1461295	1083066	1177491	754265	680043	350790	503061	393078	803197	494734	594071	146547	292558	445507	875378	54232
1998	38747159	21534319	5447913	4724794	4825910	4391781	3344011	2579952	1858438	1443161	1257908	779476	737235	467014	596295	469664	493168	851027	479504	896306	203914	518930	722450	899392	281824
1999	3730815	20207811	5811232	5110454	5208875	4451365	3281861	2974065	1841700	1715932	1585814	1199684	829846	1145239	666696	620802	644127	1174336	878221	909700	304415	539114	722450	899392	281824
2000	3630805	20803097	6599432	5095050	4586121	3970804	3849310	2869826	1844357	1877046	1388465	827116	922488	840836	577840	469887	526615	647834	350872	687761	119329	323945	191534	722450	899392
2001	37057037	24466609	6621637	4965394	3959143	3605037	3432966	2772741	2175770	1676858	1010338	1205175	964262	1345028	726444	638506	626934	1253485	601204	1073248	191534	722450	899392	281824	54232
2002	37407233	22391783	5707689	4415895	3465022	3027448	3204455	2430875	1821517	1105984	1245102	1200525	1141980	908009	562863	570603	479520	636889	245198	722450	899392	281824	54232	54232	54232
2003	37727926	24038582	5791933	4485967	3737336	4158958	3218599	2810984	1674715	1908181	1810221	1419509	976346	811076	504506	395498	372536	822367	490600	191534	722450	899392	281824	54232	54232
2004	39418492	22440347	6170053	4206005	4155201	3626407	3158325	2150482	1773118	1841453	1480514	1231322	825785	961653	526139	588610	411675	699488	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232
2005	40909381	22127366	5824966	4802490	4252723	3713991	3085161	2430016	1864054	1870164	1623529	1299891	904682	930733	803901	522693	402763	588610	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232
2006	35239066	23186231	7145168	4901912	4101742	3101851	3110783	2371747	1967364	1815290	1224396	1230694	887669	1073585	583848	581044	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232
2007	38451324	24275988	6129510	4209602	3643271	3191900	3102584	2954690	1864485	1476777	1215134	1123208	984897	968233	593097	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2008	38408907	23372313	6202804	3700964	3242959	3214492	3600338	2975221	1822018	1835742	1447257	1455228	1273927	1108156	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2009	41085746	22715849	4945784	3856948	3740310	3652801	3053521	2411106	1963995	1829758	1345807	1054028	862292	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2010	37475923	21781586	4532281	3453747	3428615	2878833	2633514	2574496	1765290	1613669	1331162	1151684	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2011	36277284	2856380	6625867	4225124	3428472	3006412	2908888	2562627	1690370	1659966	1195856	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2012	22320518	26227297	4602239	3117479	2658382	2508046	1994282	2080558	1317965	1330398	1691017	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2013	31018609	21547451	4382234	2907171	2444990	2881938	2391653	2380393	1691017	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2014	36004412	18561378	4111377	3165791	3047368	2544935	2622648	3328390	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2015	38627716	17816213	5385444	3926446	3523860	3228109	3204254	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2016	39273163	2885455	5398412	3989361	3747009	3288551	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2017	39307509	27442004	5131704	4183988	4008968	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2018	31746905	28420957	5841146	4681551	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2019	28988207	31634505	5953875	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2020	32164666	41920329	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2021	23340007	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232	54232

FIGURE 14 – Triangle de paiements incrémentaux pour la branche RC Auto (Péril "DM + DC")

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1997	1586961	4789935	4161563	2951013	3069103	2919626	2934552	2324564	1212822	1122625	976714	1072498	657110	642307	311255	469890	382112	744714	487482	588828	145878	291762	444293	872606	581445
1998	1469293	5659743	4019460	3724551	3597311	3625518	2925123	2213085	1382168	1318952	1174300	704583	682858	437009	561221	451352	484442	831362	471574	892429	202893	512602	720429	896488	581445
1999	1635044	4973776	4446902	3991931	4054658	3745941	2794882	1387603	1459356	1579490	1437440	1109741	833589	1109391	633427	596235	638893	1319796	858610	892582	202079	536565	581153	896488	581445
2000	1656922	5113219	4959788	3928279	3636971	3286599	3060159	2572626	1651419	1799719	1293050	750575	865636	902466	546057	439366	517969	579698	333422	675725	117378	322686	581153	896488	581445
2001	1618460	5700529	4134739	3734298	3093440	2764618	3022611	2513087	1994136	1554953	902388	1146786	912000	1112864	694369	622174	615393	1194672	583657	1056729	790331	322686	581153	896488	581445
2002	1793378	6209945	4049167	3406801	2862375	2561227	2856976	2179168	1665390	1000548	1168535	1139008	1082824	885925	541946	551719	466768	608319	239491	668142	191534	722450	899392	281824	54232
2003	2028192	6033092	4244811	3371055	2989752	3649302	2889435	2166228	1497725	1616823	1716359	1348207	934800	788855	475227	371195	363191	747088	476871	668142	191534	722450	899392	281824	54232
2004	1950164	5605367	4711423	3288199	2492341	3102119	2889917	1927380	1164327	1757219	1410197	1184500	783573	928137	495391	514677	408711	623708	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232
2005	1862789	5871355	4607439	4044713	3596511	3276702	2775321	2500717	1850348	1781776	1548548	1268977	858631	912269	781880	473257	395272	623708	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232
2006	1788052	5945092	5784745	4021746	3520836	2693964	2922527	2214655	1844932	1757460	1369971	1165127	841017	1050276	552575	559507	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232
2007	1800813	6780096	4908869	3479387	3087534	2942025	2663262	2007833	1483308	1413125	1149129	1064097	940195	840326	593904	191534	722450	899392	281824	54232	54232	54232	54232	54232	54232
2008	2192292	6655814	4951814	2914342	3121083	2883821	3359540	2852711	1539166	1538816	1342808	1361494													

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1997	33547286	15927741	1407840	881577	763384	968635	446449	273110	232978	338669	106352	104992	97155	37736	39355	33172	10967	38484	7252	5243	669	796	1234	2765	1087
1998	37077990	15874575	1428873	1000242	1228600	766263	418888	366867	475775	124208	83518	74893	54397	30005	35074	18312	8727	19646	7990	3877	1021	1148	2020	2765	1087
1999	35487771	17084034	1394300	1118523	1354216	705324	480379	380462	182343	136442	108474	90943	96257	35838	33269	24567	5234	42560	19441	17348	2385	2545	2123	2765	1087
2000	34627883	15489878	1439644	1346771	945126	684205	789151	297200	192398	337327	89454	72041	56822	38370	31783	30250	8166	68336	17451	12087	2150	2447	2123	2765	1087
2001	35488576	18746080	1786658	1210997	867703	840419	410335	259655	181634	121905	108040	58389	52263	32944	32075	16332	11641	16332	11641	16332	6516	703	6516	703	6516
2002	35768855	16141888	1458521	1006094	802649	466215	348479	231707	156127	100035	76658	61517	59136	20164	20917	18885	12752	18560	3664	4114	1824	1824	1824	1824	1824
2003	35709784	18005460	1547122	1131912	741583	515056	329165	194758	176990	93308	93862	71302	41547	21221	29280	24903	9245	75308	1824	1824	1824	1824	1824	1824	1824
2004	37469328	16834979	1438630	917806	662860	524288	274408	223102	108791	84234	70317	46732	42192	33516	30748	23933	6964	75968	1824	1824	1824	1824	1824	1824	1824
2005	39311142	16341391	1217557	847777	657211	437190	309840	129299	113707	88389	59941	30913	46051	18464	22021	20445	7403	7403	7403	7403	7403	7403	7403	7403	7403
2006	33441035	17241139	1360433	880166	380906	407887	188256	157692	122432	57831	54425	65567	46652	23809	31272	21544	7403	7403	7403	7403	7403	7403	7403	7403	7403
2007	36650511	17477873	1230641	730215	555737	249876	239222	146858	81177	63252	66005	57111	44702	27758	33736	33736	33736	33736	33736	33736	33736	33736	33736	33736	33736
2008	37268305	16710719	1251080	786622	421876	300672	240799	123409	82852	96926	84489	53734	68134	35454	35454	35454	35454	35454	35454	35454	35454	35454	35454	35454	35454
2009	30088183	16904331	1225391	223798	456325	404040	183151	119396	140710	94700	64398	61653	20723	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541
2010	35636546	16688134	10584688	773219	603742	337779	159769	166269	89885	78443	105479	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541	74541
2011	34788979	21089442	1016578	724069	517619	254304	251789	176884	105722	112678	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821	78821
2012	20407568	21407923	1011180	525714	393353	412638	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2013	29589659	16462081	928236	502607	594518	319733	202997	197145	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2014	34352586	17366360	745562	649522	476941	292557	213100	150333	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2015	38906582	13169655	1386887	637707	467617	344281	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2016	37847807	23435331	1329312	687030	643361	473266	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2017	31648790	22807748	1217475	80364	691059	473266	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2018	30142481	23501049	1331517	763626	691059	473266	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2019	25784331	27301720	1768120	763626	691059	473266	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2020	19453218	16419040	763626	691059	473266	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429
2021	24692824	763626	691059	473266	202714	157526	141725	161654	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429	163429

FIGURE 16 – Triangle de paiements incrémentaux pour la branche RC Auto (Péril "DM")

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1997	64405	19743	3708	1817	1204	1236	657	385	311	376	133	118	83	57	37	46	31	23	18	13	11	9	7	5	4
1998	72123	20633	3687	2141	1665	1058	580	477	539	178	110	81	63	43	52	31	27	18	17	15	15	16	15	12	10
1999	47962	21213	4009	2213	1653	960	675	717	259	156	146	111	92	84	50	36	30	30	31	22	16	18	18	18	18
2000	72907	20274	4016	2274	1346	933	984	410	257	190	126	79	86	71	40	37	31	18	17	16	13	11	11	11	11
2001	73255	21873	4243	2202	1258	1075	582	353	251	184	124	109	74	72	50	39	33	28	28	18	14	14	14	14	14
2002	71863	18536	3165	1963	1204	670	484	300	227	142	136	95	78	51	38	30	28	13	9	12	12	12	12	12	12
2003	71399	20383	3667	2118	1096	751	492	322	239	203	160	103	66	51	33	26	21	21	18	18	18	18	18	18	18
2004	69592	20373	3710	1834	1008	693	442	292	240	165	108	82	63	52	33	30	20	19	19	19	19	19	19	19	19
2005	74384	20234	3414	2725	999	672	453	301	217	149	101	76	74	48	35	13	21	19	19	19	19	19	19	19	19
2006	69786	21082	4482	1718	943	590	433	282	197	139	98	79	51	49	35	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
2007	72353	18578	3124	1494	835	576	420	263	159	132	85	71	55	48	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2008	70769	18117	3018	1487	952	573	396	248	171	138	101	76	74	48	35	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
2009	70177	20630	2964	5315	875	592	358	226	182	134	83	69	56	46	34	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
2010	74001	19361	30471	1476	864	527	312	217	141	117	102	78	76	49	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2011	66586	19862	2841	1352	813	482	316	225	139	120	85	71	55	48	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2012	63551	25959	2316	1124	861	432	259	195	140	132	85	71	55	48	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2013	63602	17288	2485	1131	668	386	262	210	169	120	85	71	55	48	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2014	59485	16849	2168	1030	590	351	225	139	120	85	71	55	48	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2015	76685	16626	2445	1094	609	431	301	217	149	101	76	74	48	35	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
2016	78264	18203	2406	1155	722	502	312	217	141	117	102	78	76	49	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2017	44208	17689	2467	1151	777	502	312	217	141	117	102	78	76	49	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2018	41160	19465	2422	1151	777	502	312	217	141	117	102	78	76	49	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2019	36767	20440	2453	1151	777	502	312	217	141	117	102	78	76	49	36	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
2020	23928	17719																							

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1997	63160	17693	2657	1273	845	997	484	258	242	318	84	78	57	36	23	27	16	8	4	4	2	2	2	2	1
1998	70189	18460	2613	1495	1209	783	399	364	462	113	64	56	37	28	30	10	10	3	5	2	3	3	3	2	
1999	75811	19261	2880	1465	1238	659	514	592	175	131	93	71	57	49	20	12	7	7	8	9	7	6	6	5	
2000	71838	18361	2924	1666	950	665	787	278	178	121	79	49	53	38	17	17	12	7	7	7	6	3	3	2	
2001	72227	20010	3280	1604	942	832	393	239	161	121	83	69	33	28	18	9	10	6	7	5	2	2	2	2	
2002	70832	17626	2852	1440	873	466	348	208	149	97	93	49	33	19	12	7	12	2	2	2	2	2	2	2	
2003	70243	18442	2756	1540	760	497	338	211	158	130	83	51	26	20	12	9	9	7	5	5	5	5	5	5	
2004	68461	18525	2686	1264	697	483	302	206	162	85	50	37	27	21	12	9	6	7	7	7	7	7	7	7	
2005	73319	18277	2363	1168	673	439	306	199	121	78	34	25	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2006	68709	19157	2441	1184	640	386	294	171	100	61	44	35	19	15	12	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
2007	71318	16714	2189	1019	561	383	261	135	78	63	37	31	20	15	12	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
2008	69604	16405	2159	1041	674	352	228	121	86	69	45	30	26	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	
2009	69218	18990	2163	4870	547	353	201	115	91	62	36	30	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	
2010	73132	17933	29752	1047	584	329	176	105	61	54	34	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2011	65749	38413	2031	884	521	276	189	114	69	64	41	30	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	
2012	62723	24558	1622	740	427	280	163	118	83	60	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2013	62763	15852	1731	749	415	207	158	118	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2014	58575	15445	1470	666	348	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2015	75776	15203	1659	638	348	225	181	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2016	77323	16099	1597	718	441	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2017	43847	16453	1553	712	464	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2018	40395	18170	1784	859	464	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2019	36218	18348	2055	859	464	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2020	23575	11543	2055	859	464	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	
2021	28125	11543	2055	859	464	202	141	119	96	64	35	24	21	12	9	10	6	7	7	7	7	7	7	7	

FIGURE 19 – Triangle de nombre de sinistres avec paiements pour la branche RC Auto (Périls "DM")

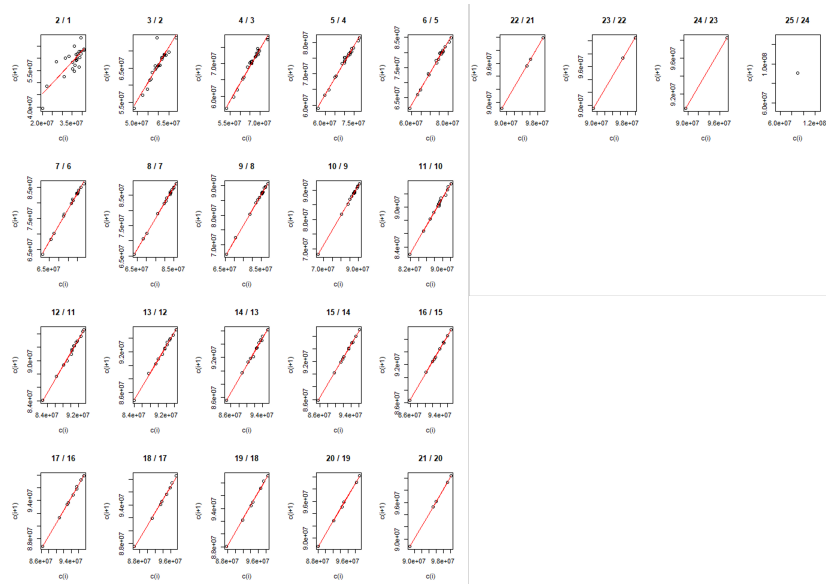


FIGURE 20 – C-C plot pour le péril "DM+DC"

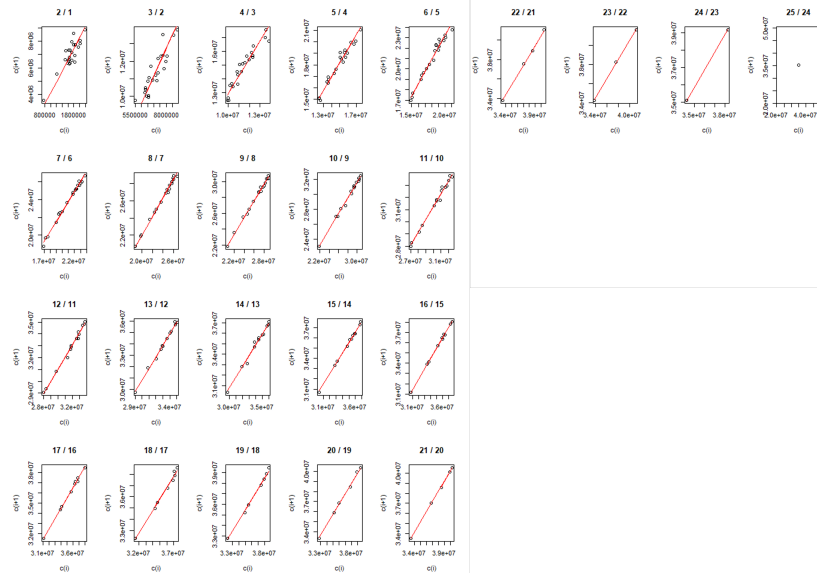


FIGURE 21 – C-C plot pour le péril "DC"

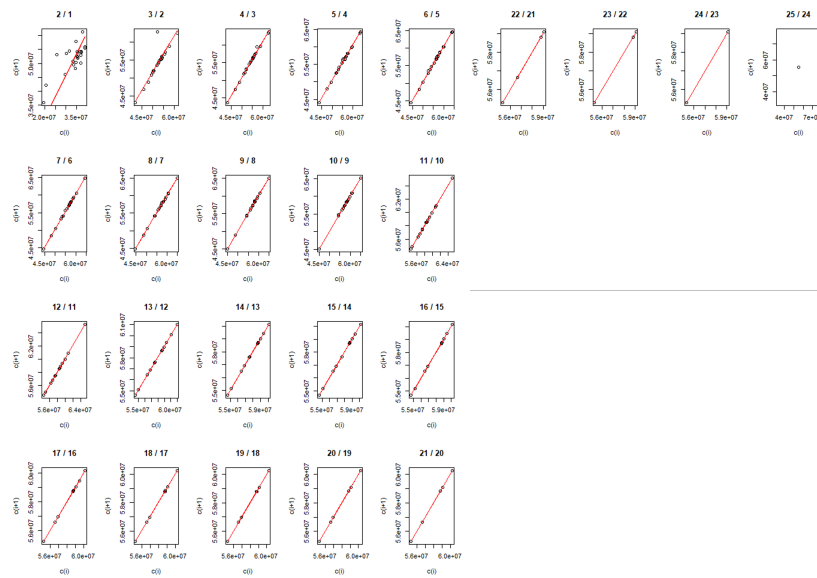


FIGURE 22 – C-C plot pour le péril "DM"

# Bibliographie

- [1] Rob Kaas, Marc Goovaerts, Jan Dhaene, Michel Denuit [2009], *Modern Actuarial Risk Theory*, Springer, p.265-320.
- [2] Pietro Parodi [2015], *Pricing in General Insurance*, CRC Press, p.115-121.
- [3] Mario V. Wüthrich, Michael Merz [2008], *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*, John Wiley & Sons Ltd.
- [4] Annette J. Dobson [2002], *An Introduction to Generalize Linear Models*, Chapman & Hall/CRC.
- [5] Cyriac Guillaumin [2020], *Macroéconomie*, Dunod, p.102-120.
- [6] LLloyd's [2022], *Allowing for inflation in reserving*, Rapport.
- [7] Kennedys [2022], *Insurance : bracing for claims inflation*, Rapport.
- [8] Swiss Re [2022], *L'impact de l'inflation sur les assureurs*, sigma n°4/2010.
- [9] National Bank of Belgium [2022], F. De Sloover, J. Jonckheere, A. Stevens, *The return of inflation : what are its causes and will it persist ?*, Rapport.
- [10] National Bank of Belgium [2021], *Évaluation des provisions techniques des assurances soins de santé individuelles*, Communication.
- [11] Lloyd's [2014], Markus Gesmann, Tracey Moore, Roland Ramsahai, Lydia Rhodes, Gillian Yeomans, *Claims Inflation* Rapport.
- [12] The Geneva Association, Darren Pain *Social Inflation : Navigating the evolving claims environment*, Rapport.
- [13] Assuralia [2021], *Chiffres clés et principaux résultats de l'assurance belge en 2021*, Rapport.
- [14] Journal officiel de l'Union européenne, *Directive 2009/138/CE ("Solvabilité II")*.
- [15] Marie Louis, *Évaluation des provisions techniques non-vie dans le contexte de Solvabilité II*, Mémoire.
- [16] EIOPA [2022], *Supervisory Statement on inflation*, Rapport.
- [17] BelgiliqueLex.be, *Arrêté royal du 17 novembre 1994 relatif aux comptes annuels des entreprises d'assurances (Belgium GAAP)*.
- [18] Eurostat [2018], *Harmonised Index of Consumer Prices (HICP) - Methodological Manual*, Manuel.



- [19] DONDJIO KENFACK Carnot [2021], *Sensibilité du passif à l'inflation en assurance non-vie*, Mémoire.
- [20] Martine LE CAMUS [2014], *Méthodes de provisionnement en RC corporelle automobile*, Mémoire.
- [21] TERRASSON Marine [2017], *Le provisionnement des sinistres corporels en RC Automobile : enjeu et risque*, Mémoire.
- [22] Augustin MANSOUR [2019], *Mesure et impacts de l'inflation des sinistres en responsabilité civile automobile*, Mémoire.
- [23] Thibaud Lopez [2017], *Modélisation risque neutre de l'inflation, appliquée aux régimes de retraite*, Mémoire.
- [24] The Actuary [30/04/2013], *A known unknown*, Article en ligne.
- [25] E. Masiello [2021], *Provisionnement non-vie*, Cours.
- [26] G. C. Taylor [2014], *Separation of Inflation and other Effects from the Distribution of Non-Life Insurance Claim Delays*, Article de recherche.
- [27] T. Mack [1993], *Distribution-free calculation of the standard error of chain-ladder reserve estimates*, Article de recherche.
- [28] T. Mack [1994], *Measuring the variability of chain-ladder reserve estimates*, Article de recherche.
- [29] Richard Verrall [2009], *Calendar Year Effects, Claims Inflation and the Chain-Ladder Technique*, Article de recherche.
- [30] Alexander Bohnert, Nadine Gatzert, Andreas Kolb [2015], *Assessing Inflation Risk in Non-Life Insurance*, Article de recherche.
- [31] Simon Brickman, Will Forster, Simon Sheaf [2005], *Claims Inflation Uses and Abuses*, Article de recherche.