

Valeur économique de dettes subordonnées pour des sociétés non-vie

Le Mans – 24/03/2015

François BONNIN
Amédée de CLERMONT-TONNERRE
Frédéric PLANCHET
Montassar TAMMAR

- Afin de satisfaire les exigences de capital dans le cadre de S2, certaines entreprises d'assurance, notamment parmi les mutuelles, devraient être amenées à émettre dans les prochains mois des titres obligataires subordonnés assimilables à des quasi-fonds propres par les autorités de tutelle.
- Ces instruments constituent à ce titre une modalité intéressante de financement du besoin en capital (les modalités de leur prise en compte sont précisées à l'article A334-1 du Code des Assurances).
- Mais pour pouvoir effectuer une telle opération, il est nécessaire de disposer d'un accès aux marchés financiers pour y trouver des contreparties. Au surplus, le volume de l'émission doit être suffisant pour que les frais ne soient pas rédhibitoires. Une émission d'environ 10 M€ dont pourrait avoir besoin une mutuelle typique est de ce point de vue trop faible.

- La création d'un fonds commun de titrisation (FCT) dont l'actif est constitué par ce type d'émissions permet a priori de contourner ces difficultés et d'apporter ainsi un financement sous forme de titres subordonnés remboursables. Ce type de fonds commun rémunère alors les investisseurs à l'aide de coupons indexés sur des taux variables offrant une rémunération additionnelle au-dessus de l'Euribor.
- Du point de vue de l'entreprise d'assurance, ce type de montage vient s'ajouter aux instruments permettant de disposer d'un financement dont la charge est modulée en fonction d'indicateurs de solvabilité tels que le l'exigence de capital minimum (MCR) ou le capital de solvabilité requis (SCR).
- La mise en place d'un tel dispositif implique toutefois de fournir une valeur économique de la dette subordonnée pour une entité supposée ici non cotée. Ceci n'est pas immédiat, en l'absence d'indicateurs de marché sur le niveau des primes de risque attendues par les investisseurs en fonction des caractéristiques de l'émetteur.

1. **Le modèle de valorisation**
2. Application numérique

1. Le modèle de valorisation

■ Le modèle présenté ici est issu de

BONNIN F., COMBES F., PLANCHET F., TAMMAR M. [2015] « Un modèle de projection pour des contrats de retraite dans le cadre de l'ORSA », *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 14, n°28.

- En l'absence de données financières directes permettant d'apprécier l'évaluation des anticipations de défaut des mutuelles émettrices de dette subordonnée sur un marché, une approche *mark to model* est proposée : l'évaluation de la valeur des dettes subordonnées est donc effectuée sur la base du calcul sous une mesure martingale de la somme des flux futurs servis par ces instruments actualisés au taux sans risque.

■ Les risques suivants sont intégrés au modèle :

- le risque de taux, *via* un modèle de projection risque-neutre du taux court (utilisé comme proxy pour le taux Euribor) ;
- le risque de marché de chaque mutuelle ;
- le risque de souscription de chaque mutuelle.

1. Le modèle de valorisation

- La prise en compte de ces risques est effectuée dans le cadre d'un modèle de projection de flux dont les principales caractéristiques sont les suivantes :
 - les données disponibles sont des données synthétiques sur la structure de bilan des mutuelles : valeur de marché de l'actif, montant des engagements (provisions techniques S2) et hypothèses sur la volatilité de ces grandeurs (données de marché ou issues des spécifications techniques de l'EIOPA) ;
 - la logique générale du modèle s'inspire du modèle de Merton dans une vision dynamique et multi-sociétés de ce modèle. On propose donc de décrire le bilan d'une mutuelle par un actif aléatoire modélisé par un brownien géométrique et un passif aléatoire log-normal (par branche) également.
- Le modèle est dynamique car les défauts peuvent survenir à des dates distinctes. Cela implique de tenir compte des cotisations acquises par les mutuelles, année après année, et des prestations qu'elles paient auprès de leurs assurés.

1. Le modèle de valorisation

- Sous l'hypothèse qu'une mutuelle émettrice de dette est une mutuelle sans interactions actif / passif matérielles et dont le passif est peu sensible au risque de taux, la dynamique proposée dans Guibert et *al.* [2012] est utilisée, avec toutefois une dynamique d'actif risque-neutre et non historique.
- Il reste alors à décrire les flux servis par l'actif tenant compte d'éventuels défauts et d'un taux de recouvrement. L'évaluation de la somme actualisée de ces flux (en probabilité risque neutre pour l'actif et historique pour le passif), fournit une « valeur économique » de l'actif du FCT.

1. Le modèle de valorisation

Projection des facteurs de risque

- La projection du bilan d'une entité repose ainsi sur les équations suivantes :

$$A_t = A_{t-1} \times (1 + R_t) - I_t - \sum_{j=1}^n (F_t^j - C_t^j)$$
$$L_t = BEL_t + RM_t = \sum_{j=1}^n BEL_t^j + \alpha \times D_t \times SCR_t$$

- Les différents facteurs de risque (actif, cotisations, réserve, tarification) sont projetés en suivant la démarche décrite dans le travail de Guibert et al. [2012], qui repose sur l'utilisation des équations de récurrence suivantes :

$$S_{t+1} = S_t \times \exp\left(\mu_a - \frac{\sigma_a^2}{2} + \sigma_a \times \varepsilon_{t+1,a}\right) \quad C_{t+1} = C_t \times \exp\left(\mu_c - \frac{\sigma_c^2}{2} + \sigma_c \times \varepsilon_{t+1,c}\right)$$

$$BEL_{t+1} = BEL_t \times \exp\left(\mu_p(t) - \frac{\sigma_p^2}{2} + \sigma_p \times \varepsilon_{t+1,p}\right) + \beta_{t+1} \times C_{t+1} \quad \beta_{t+1} = \beta \times \exp\left(-\frac{\sigma_\beta^2}{2} + \sigma_\beta \times \varepsilon_{t+1,\beta}\right)$$

1. Le modèle de valorisation

Calcul du SCR

- Le SCR est calculé dans le cadre d'une approche « modèle interne » qui conduit à résoudre par dichotomie une équation de la forme

$$SCR_t = \frac{1}{1 + \alpha \times D_t} \left(\exp(\mu_t(\chi) + \sigma_t(\chi) \times \phi^{-1}(99,5\%)) - BEL_t \right)$$

avec

$$\mu_t(\chi) = \mu_t - \mu_a + \frac{\sigma_a^2}{2} \quad \sigma_t^2(\chi) = \sigma_t^2 + \sigma_a^2 \quad \sigma_t^2 = \ln(1 + \omega_t^2)$$

$$\mu_t = \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^n \left((c_t + \theta^j) \times BEL_t^j \times e^{\mu_p^j} - (1 - c_t \times \beta^j) \times C_t^j \times e^{\mu_c^j} \right)}{\sqrt{1 + \omega_t^2}} \right)$$

$$\omega_t = \frac{\sqrt{V_t \left(\sum_{j=1}^n \left((c_t + \theta^j) \times BEL_{t+1}^j - (1 + \beta_{t+1}^j \times \theta^j) \times C_{t+1}^j \right) \right)}}{\left(\sum_{j=1}^n \left((c_t + \theta^j) \times BEL_t^j \times e^{\mu_p^j} - (1 - c_t \times \beta^j) \times C_t^j \times e^{\mu_c^j} \right) \right)}$$

1. Le modèle de valorisation

Détermination des flux

- La détermination des flux reçus par le FCT repose sur l'évaluation de la probabilité de défaut, de la perte en cas de défaut et conduit à une variable aléatoire égale à la somme des flux issus de chaque entité :

$$\Lambda = \sum_{i \in I} \Lambda_i = \sum_{i \in I} N_i \times \left(d_p \times \sum_{t \leq T \wedge \tau_i} \delta(t) \times (r(t) + p_i) + (1 - LGD_i(T \wedge \tau_i)) \times \delta(T \wedge \tau_i) \right)$$

- La valeur du FCT s'en déduit directement

$$V_d = E^{P^a \otimes Q^f} [\Lambda] = \sum_{i \in I} E^{P^a \otimes Q^f} [\Lambda_i]$$

- Elle est approchée numériquement par simulation

$$V_{i,d} \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \Lambda_i^{(k)}$$

1. Le modèle de valorisation

Expression de la valorisation en termes de *spread*

- Une fois la valeur économique du fonds (ou de la dette d'une entité) déterminée, il est commode de l'exprimer sous la forme d'un *spread* fixe à ajouter au taux sans risque de sorte que la valeur des flux sans prise en compte du défaut actualisée avec le taux sans risque majoré du *spread* soit égale à la valeur économique du contrat.
- La valeur des flux sans défaut basée sur cette courbe d'actualisation décalée est égale à

$$V_{sd}(x) = N \times \left(d_p \times \sum_{t \leq T} P_x(0,t) \times \left(p + r_\infty - \frac{\sigma^2}{2a^2} - e^{-at} \left(r_\infty - \frac{\sigma^2}{2a^2} - r_0 \right) \right) + P_x(0,T) \right)$$

avec
$$P_x(0,t) = E^{Q_f} \left(\exp \left(- \int_0^t (r_u + x) du \right) \right) = P(0,t) e^{-xt}$$

- Pour une entité donnée, on peut donc calculer le *spread* associé en résolvant (par dichotomie) l'équation

$$V_{i,sd}(x) = V_{i,d}$$

1. Le modèle de valorisation
2. **Application numérique**

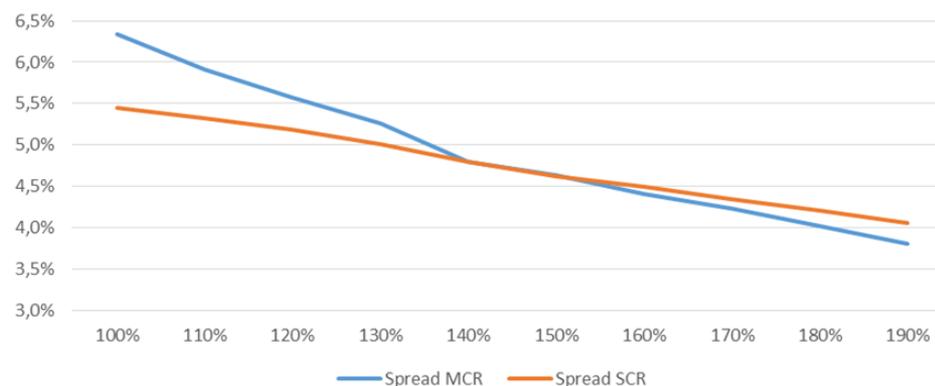
2. Application numérique

- La mise en œuvre du modèle est illustrée ici dans le cas d'une société typique d'assurance non-vie exerçant une activité santé et prévoyance.
- Dans cet exemple, l'entité de référence exerce son activité en santé / prévoyance sur 3 branches (n°6, 13 et 14) et couvre deux fois son SCR. Il est supposé de manière normative que le contrat sert 600 bp au-dessus du taux court.

Nom de la variable	Notation dans le modèle de projection	Valeur	Valeur (si Ventilation par branches)																
			B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	
Actif			Actif																
Valeur de marché de l'Actif	A	164251																	
Taux de croissance de l'Actif (historique)	mu_a	4,36%																	
Volatilité de l'Actif	s_a	7,0%																	
Fonds propres			Fonds propres																
Nominal de la Dette Subordonnée	NDS	10000																	
Spread de la Dette Subordonnée	Spread	0,06																	
Maturité initiale	Matini	10,00																	
BEL			BEL																
Best Estimate Liabilities - BEL	BEL		0	0	0	0	0	2052	0	0	0	0	0	0	0	47197	30977	0	0
Volatilité du BEL	s_p		9,0%	8%	11%	10%	11%	19,0%	12%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	24,0%	14,0%	11,0%	20,0%
Cote-part des réserves servies en prestations	phi		10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%
Duration du Passif ventilée par branche	D		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
Cotisations			Cotisations																
Montant des cotisations perçues	C		0	0	0	0	0	205	0	0	0	0	0	0	0	4720	3098	0	0
Taux de croissance des cotisations	mu_c		1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%
Volatilité des cotisations	s_c		1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%
Ratio combiné			Ratio combiné																
Ratio combiné réalisé initial	B		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Ratio combiné cible	beta		100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Volatilité du ratio combiné	s_b		10%	8%	15%	8%	14%	12,0%	7%	9%	13%	17%	17%	17%	10,0%	9,0%	8,0%	17,0%	
Indicateurs de Solvabilité initiaux			Indicateurs de Solvabilité initiaux																
SCR	SCR_entite	37 845																	
MCR	MCR_entite	9644																	

2. Application numérique

- Sur cette base, on peut comparer les *spreads* de défaut du contrat en fonction du taux de couverture du SCR, selon que le défaut est défini par le non-respect du MCR ou du SCR :



- Le défaut défini sur la base du SCR se produit plus souvent, mais avec une intensité moindre que lorsqu'il est défini en référence au MCR. On observe que le *spread* de défaut défini avec le MCR comme déclencheur de défaut décroît plus rapidement que celui défini avec le SCR, ce qui s'explique par le fait qu'une variation du taux de couverture du SCR engendre une meilleure amélioration de la solvabilité de l'entité lorsqu'on utilise le MCR comme déclencheur de défaut plutôt que le SCR.

Conclusion

- Fournir une valeur *mark-to-model* à l'actif d'un fonds commun de titrisation mutualisation des dettes subordonnées d'organismes non cotés est un exercice *a priori* complexe et nécessite une mesure de la probabilité de défaut de chaque entité concernée.
- En supposant que seuls les risques financiers peuvent être couverts et que les risques d'assurance ne le sont pas, la modélisation des bilans proposée dans Guibert et *al.* [2012] permet de construire les flux de ressources du FCT et d'en déduire la valeur de ce dernier.
- Disposer d'un modèle de valorisation de ce type d'instruments de financement doit faciliter leur émission, en permettant aux acteurs de disposer d'une base de discussion autour de la valeur, aussi bien au moment de l'émission que sur un éventuel marché secondaire. Comme cela est usuel, le fait de disposer d'un modèle de valorisation permet également une approche en risque en permettant une correspondance entre variation de facteurs de risques d'une part et impacts sur la valeur d'autre part.

Conclusion

- Il est intéressant de noter que la valeur modélisée ici repose sur une hypothèse de continuité d'activité, conformément à la réalité du FCT, alors que la valorisation dans le bilan prudentiel des passifs sous-jacents (*i.e.* le *best estimate*) se fera quant à elle sous une hypothèse de run-off pour les contrats résiliables à l'initiative de l'assureur et de primes futures des contrats en cours pour ceux qui ne le sont pas.
- Les impacts de ces écarts entre hypothèse prudentielle et réalité économique sur l'efficacité de ce type d'instrument dans le pilotage de la solvabilité réglementaire pourront faire l'objet de travaux ultérieurs.

Bibliographie

BONNIN F., COMBES F., PLANCHET F., TAMMAR M. [2015] « Un modèle de projection pour des contrats de retraite dans le cadre de l'ORSA », *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 14, n°28.

BONNIN F., JUILLARD M., PLANCHET F. [2014a] « Best Estimate Calculations of Savings Contracts by Closed Formulas - Application to the ORSA », *European Actuarial Journal*, doi: 10.1007/s13385-014-0086-z.

EWALD F. (Editeur) [2013] *Gestion d'une entreprise d'assurance*, Collection : Management Sup, Paris : Dunod.

GUIBERT Q., JUILLARD M., NTEUKAM T. O., PLANCHET F. [2014] *Solvabilité Prospective en Assurance - Méthodes quantitatives pour l'ORSA*, Paris : Economica.

GUIBERT Q., JUILLARD M., PLANCHET F. [2012] « Measuring Uncertainty of Solvency Coverage Ratio in ORSA for Non-Life Insurance », *European Actuarial Journal*, 2:205-226, doi: 10.1007/s13385-012-0051-7.

GUILLAUMAT DE BLIGNIERES A., MILANESI J.P. [2014] « Les conséquences de Solvabilité II sur le financement des entreprises », Conseil Économique et Social, Étude n°2014-06.

PLANCHET F., THÉRON P.E., JUILLARD M. [2011] Modèles financiers en assurance. Analyses de risques dynamiques - seconde édition revue et augmentée, Paris : Economica (première édition : 2005).