

# Impact du calibrage d'un GSE sur le Best Estimate

Journée d'études de l'Institut des Actuaire et du SACEI  
25 Septembre 2015

**Michael Donio**

Directeur

Tel: : +33(0) 7 63 30 22 70

Mail: michael.donio@sia-partners.com

**Thomas Anglade**

Senior consultant

Tel: +44 (0) 7825 305 418

Mail: thomas.anglade@sia-partners.com

**Damien Fontanes**

Consultant

Tel: +44 (0) 7958 613 885

Mail: damien.fontanes@sia-partners.com



section

# Introduction

# Introduction

## Le calcul du Best Estimate en assurance-vie

La valorisation économique d'un contrat d'assurance requiert la projection des cash flows générés par ce contrat, sur la base d'hypothèses cohérentes avec le risque observé sur les marchés financiers :

La Directive Solvabilité 2 (art 77) et l'EIOPA (cf. CP n°26) retiennent comme définition du best estimate :

« La moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. »

Le CFO Forum stipule que la **MCEV doit être valorisée sur la base d'hypothèses market consistent** (principes 12 à 15).

Le Board stipule que sous le projet de norme IFRS4 phase 2, les **provisions techniques devront être valorisées sur la base d'hypothèses financières cohérentes avec le marché**

Les contrats d'assurance-vie s'apparentent à des options financières vendues à l'assuré. Afin de valoriser ces options, il est nécessaire de projeter les différents facteurs de risque sous-jacents (sous la probabilité risque neutre) sur un grand nombre de scénarios afin de prendre en compte :

Les interactions actif / passif influant les Cash Flows générés par les contrats

L'impact des scénarios extrêmes (à la hausse comme à la baisse) sur le Best Estimate

L'anticipation du risque par le marché (contenu dans le prix des produits dérivés utilisés pour la calibration)



Le calcul du Best Estimate en assurance-vie ne peut se faire sans la projection risque neutre des facteurs de risque sous-jacents

# Introduction

## Le GSE risque neutre

L'univers Risque Neutre ou comment calculer une valeur de marché en absence de marché ?

La valorisation Risque Neutre consiste à trouver des **liens structurels** entre un certain nombre d'instruments financiers afin **d'extrapoler un ensemble de prix cohérents entre eux**

### Les étapes de calcul d'une *market consistent value* d'un contrat d'assurance

#### 1. Détermination des flux du contrats sous tous les scénarios possibles

##### Pas d'hypothèse sur le futur

- Les projections utilisées ne le sont que pour identifier la structure des flux
- Les valorisations *market consistent* ne dépendent donc pas des primes de risques
- Utiliser certaines primes de risques permet de simplifier les calculs : on peut choisir une prime de risque nulle

#### 2. Association de ces flux aux flux d'instruments financiers cibles dont on connaît les prix

##### La valorisation RN dépend des prix des instruments financiers cibles

- La plupart des valorisations RN ne pourront répliquer correctement qu'un nombre limité de prix d'instruments financiers
- Le choix des instruments financiers pour la calibration du modèle est donc primordial

#### 3. Le contrat d'assurance a le même prix que les instruments financiers

##### La valorisation RN dépend des modèles de diffusion

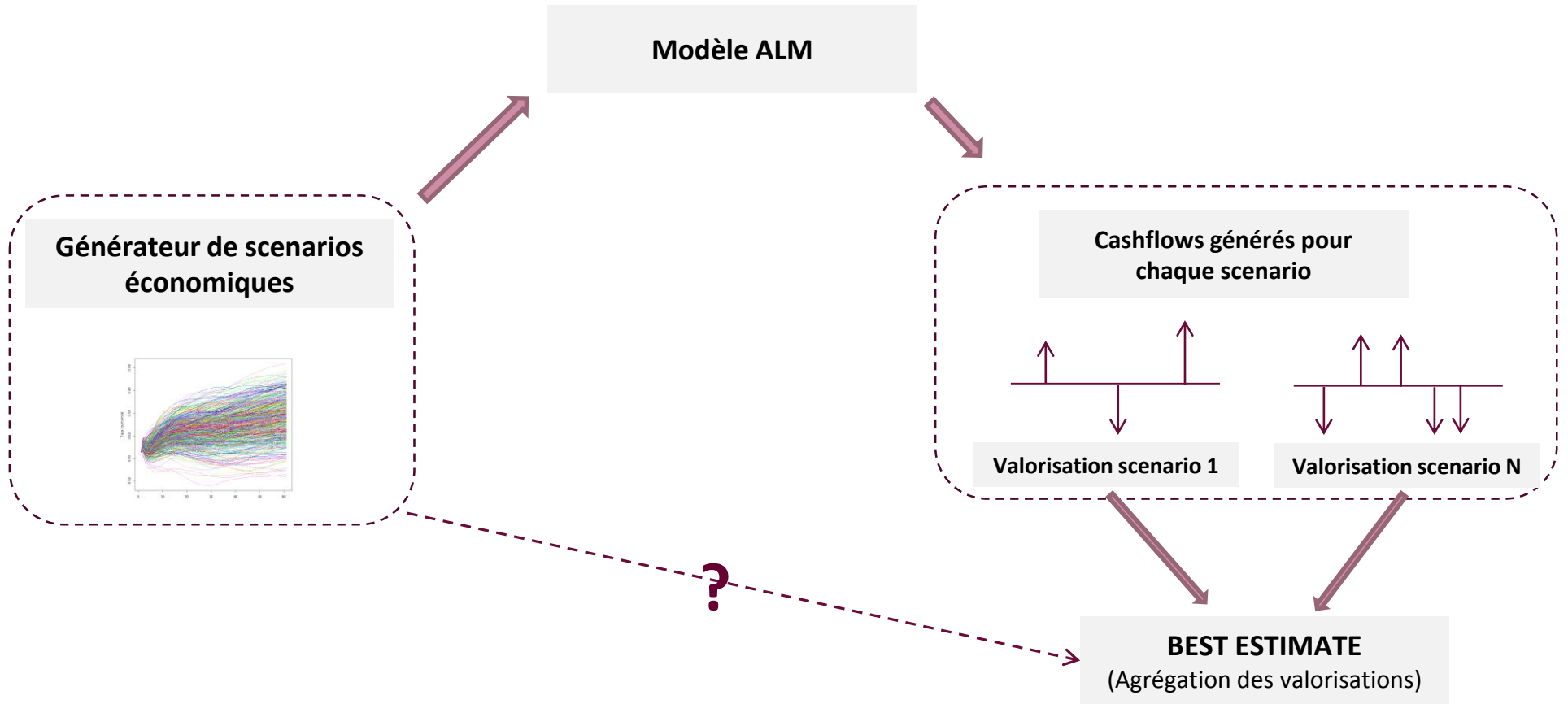
- Le modèle de projection n'a pas d'impact sur les prix connus
- Il a un impact sur l'extrapolation des prix
- Calibrer deux modèles RN sur le même panier d'instruments financiers produira des *market consistent value* différentes



L'univers Risque Neutre permet donc de calculer des **espérances et des prix cohérents avec le marché**  
C'est le **standard de marché** (bien que des méthodologies de calcul alternatives existent)

# Introduction

## Objectif de l'étude



**OBJECTIF DE L'ETUDE : Déterminer l'impact des différents choix effectués en matière de GSE sur la valeur finale du Best Estimate**



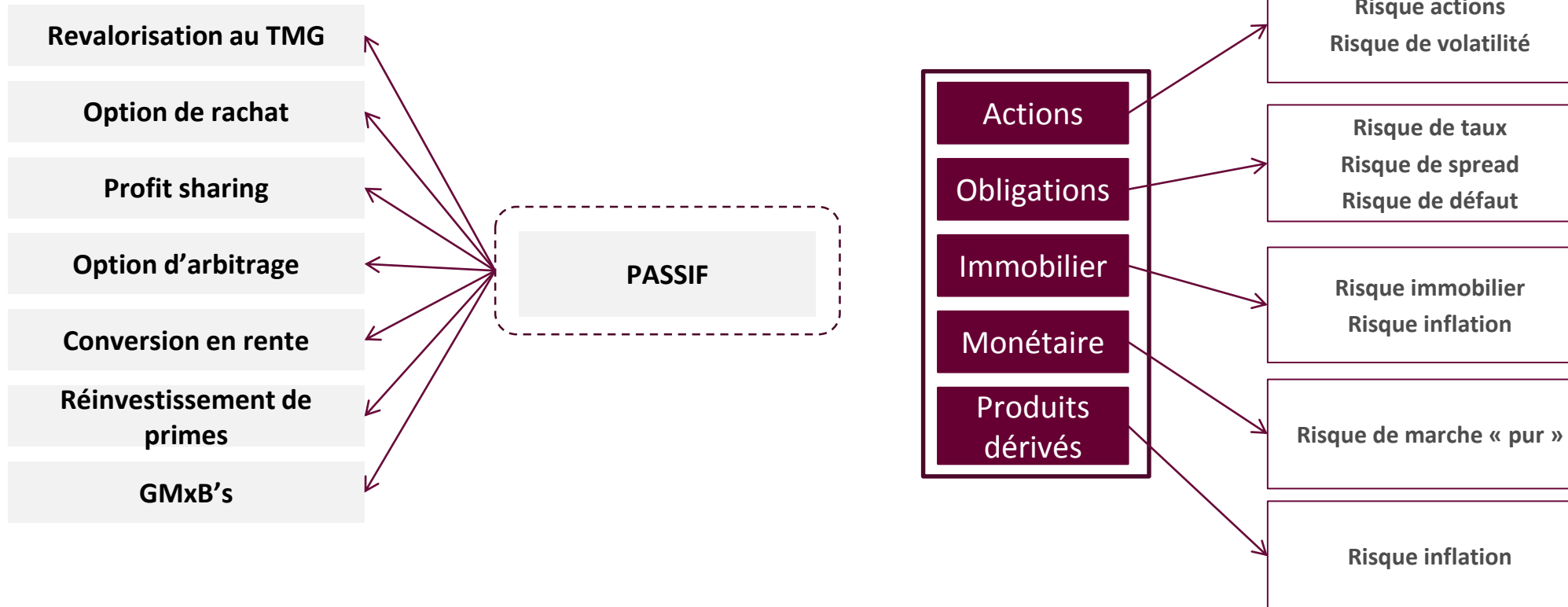
section

## Portefeuilles, facteurs de risques et produits dérivés

# Portefeuille, facteurs de risques et produits dérivés

Les risques de marche a modéliser dans le GSE

L'assureur offre des options a ses assures  
et prend des engagements financiers...

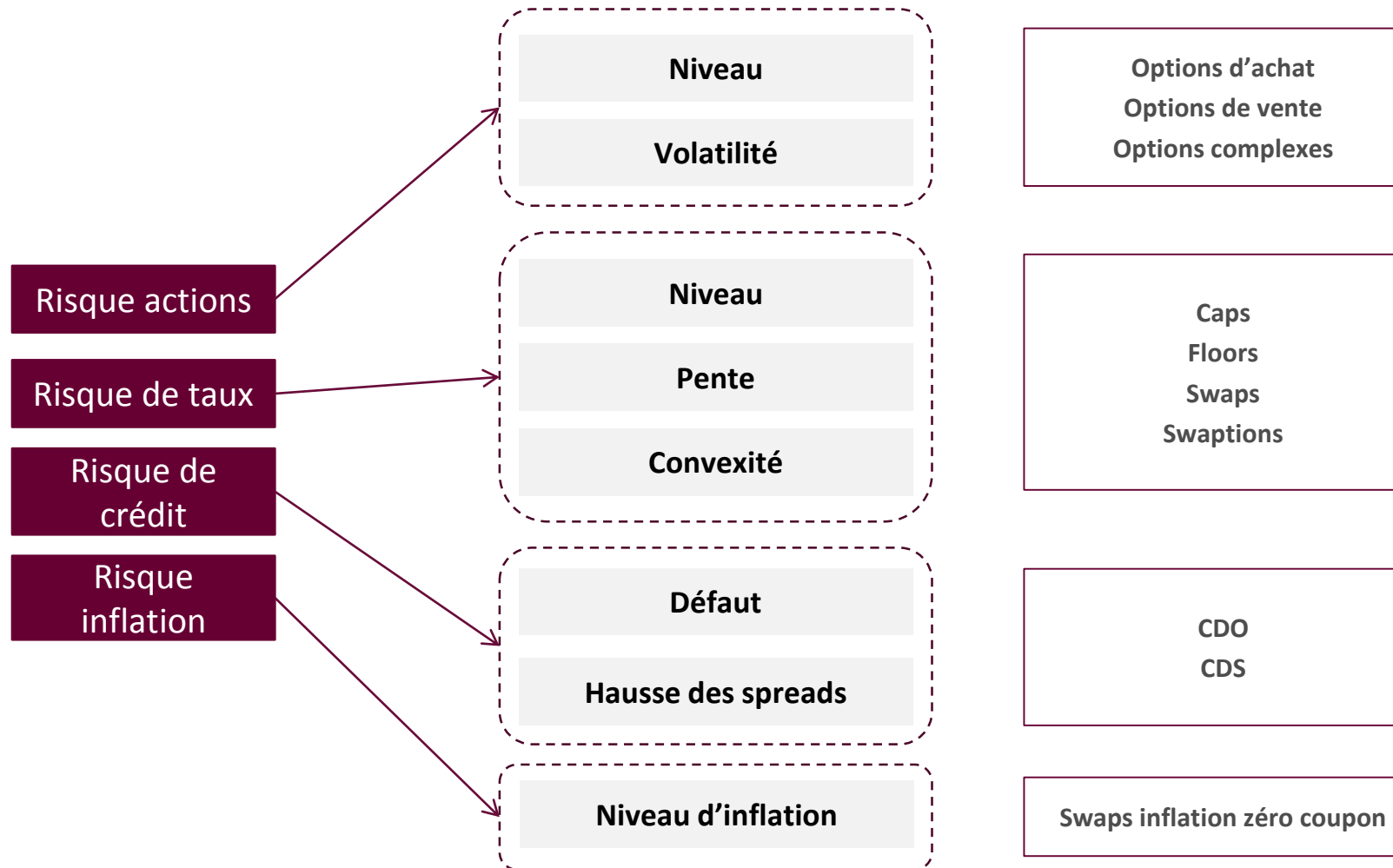


...pour honorer ces engagements, il investit dans  
un portefeuille d'actifs variés qui l'exposent a  
différents types de risques de marche

# Portefeuille, facteurs de risques et produits dérivés

Lien entre facteurs de risque et produits dérivés

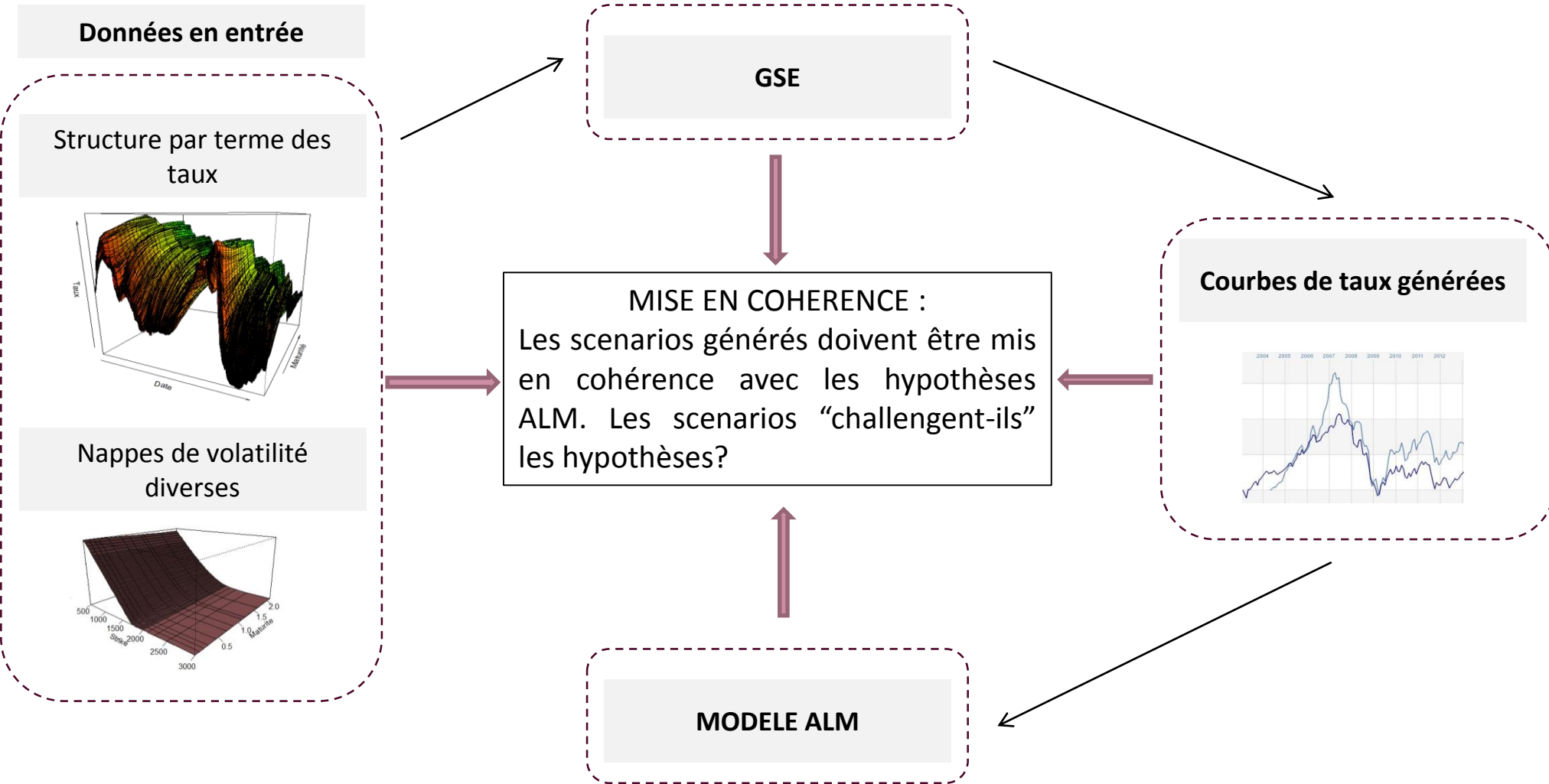
Pour capter la structure et la complexité de ces différents risques, le GSE doit prendre en compte une variété de produits dérivés





# Portefeuille, facteurs de risques et produits dérivés

Les différents types de portefeuilles nécessitant l'utilisation d'un GSE





section

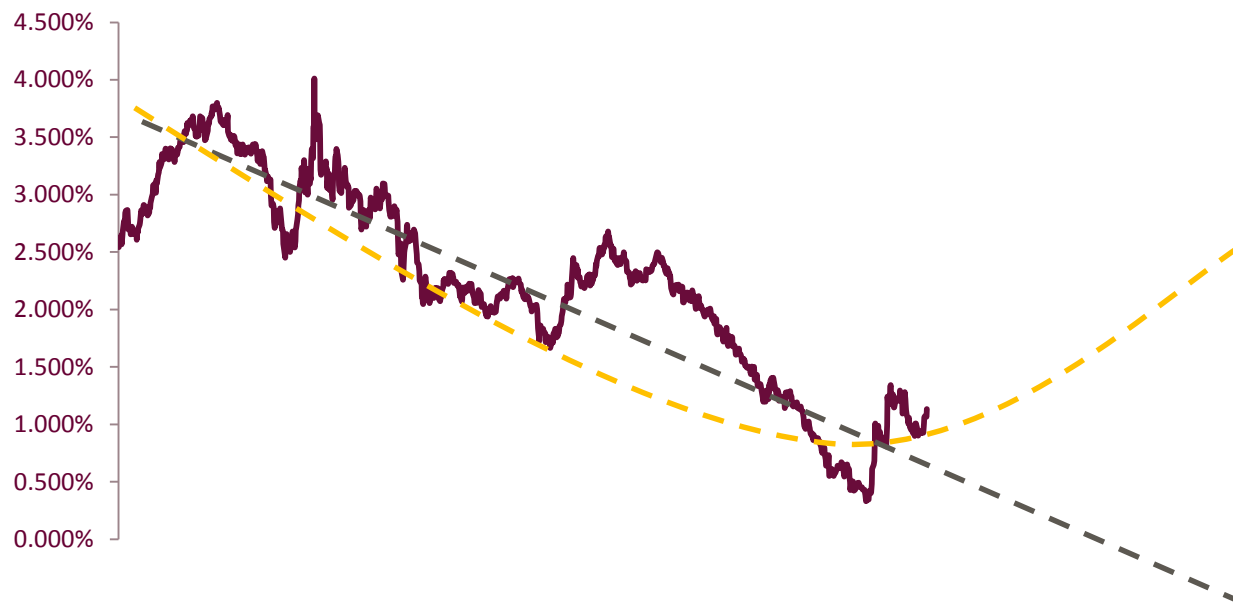
## Les différents modèles et la problématique de la calibration

# Les différents modèles utilisés et la problématique de la calibration

## Illustration de la problématique

### Historique du TEC 10

2010 2011 2012 2013 2014 2015



Les modèles à deux facteurs ont la capacité de capter des inversions de la courbe mais ne gèrent pas la convexité des taux.

Les modèles à un facteur ne peuvent pas intégrer les changements de tendance et risquent de générer des taux négatifs dans le contexte actuel

**Les modèles de taux doivent être calibrés de manière à reproduire les différents "facteurs" contenus dans les données : NIVEAU, PENTE et CONVEXITE**

# Les différents modèles utilisés et la problématique de la calibration

## Les modèles de taux d'intérêt – critères de sélection

Le choix du modèle de taux se définit par une discussion du choix du nombre de facteurs retenus, la structure par terme des taux cible et la volatilité modélisée.

### Choix du nombre de facteurs

- Les différentes maturités des courbes de taux n'évoluent pas de façon indépendante
- 99% de la courbe des taux s'expliquent par 3 facteurs propres (période 2000-2013)
- Le passage de 2 à 3 facteurs augmente considérablement la complexité des modèles de taux à disposition

### Intégration de la structure par terme des taux et la nappes de volatilité

- La volatilité implicite est bien modélisée pour des modèles à 2 facteurs (98% de corrélation)
- Mauvaise réplcation de certaines nappes de volatilité via des modèles à 1 facteur de risque

## Complexité et précision

### 1 Black Karasinski à 2 facteurs

$$r(t) = x(t) + y(t)$$

$$d \ln(x(t)) = \alpha_1 (\ln(y(t)) - \ln(x(t))) dt + \sigma_1 dW_t^1$$

$$d \ln(y(t)) = \alpha_2 (\mu - \ln(y(t))) dt + \sigma_2 dW_t^2$$

$W_1$  et  $W_2$  sont 2 Browniens de variation quadratique  $dW_t^1 dW_t^2 = \rho dt$   
 $\alpha_1, \alpha_2$  sont des paramètres de vitesse et  $\mu$  le taux moyen long terme.

### 2 Hull and White à 2 facteurs

$$r(t) = x(t) + y(t)$$

$$dx(t) = (\theta_t + y(t) - ax(t))dt + \sigma_1 dW_t^1$$

$$dy(t) = -by(t)dt + \sigma_2 dW_t^2$$

$W_1$  et  $W_2$  sont 2 Browniens de variation quadratique  $dW_t^1 dW_t^2 = \rho dt$   
 $a, b$  sont les vitesses de retour à la moyenne du processus,  $\theta_t$  est le taux moyen à long terme et  $\sigma_1, \sigma_2$  sont les volatilités instantanées.

### 3 LMM à p facteurs

$$\frac{dF_k(t)}{F_k(t)} = \sum_{i=m(t)}^k \frac{\delta_i F_i(t) \sum_{q=1}^p \zeta_{i,q}(t) \zeta_{k,q}(t)}{1 + \delta_i F_i(t)} dt + \sum_{q=1}^p \zeta_{k,q}(t) dz_q$$

$\zeta_{k,q}$  représentent la volatilité associée au  $q^{\text{ième}}$  facteur.

$\delta_i$  représente le pas de temps entre deux prix de caps  
 $m(t)$  représente le plus petit entier tel  $t \leq m(t)$

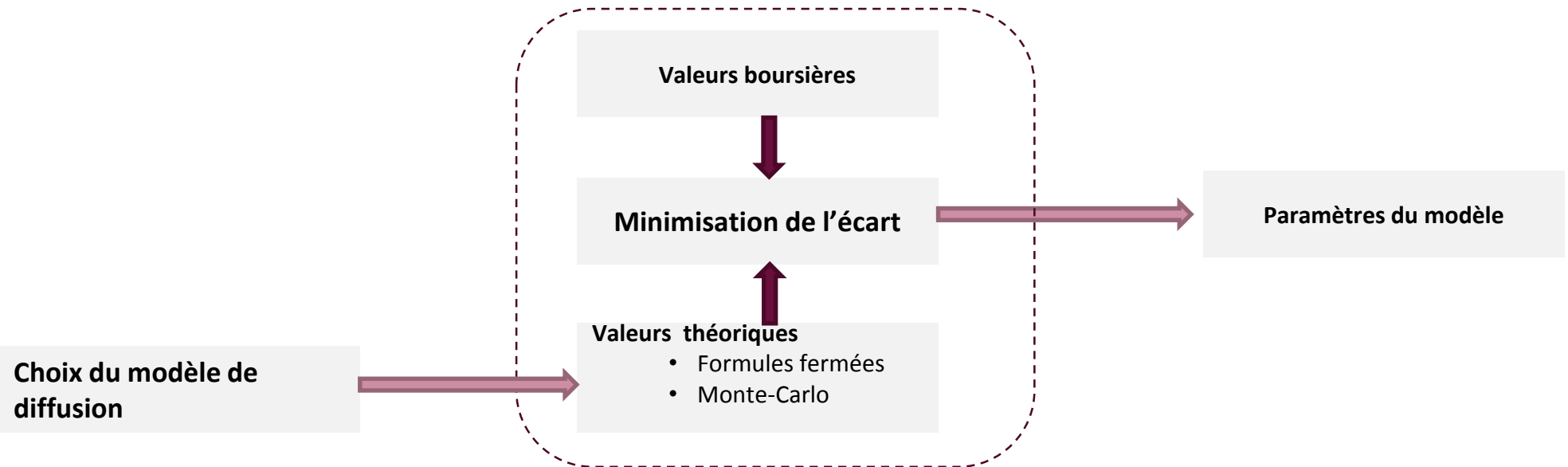
# Les différents modèles utilisés et la problématique de la calibration

## La problématique de la calibration (1/2)

### « Market consistency » et Calibration

- Le caractère « market consistent » des trajectoires générées par un GSE risque-neutre impose que les prix des instruments financiers donnés par les modèles soient égaux à leurs valeurs boursières à la date d'évaluation.
- ➔ Dans ce cadre précis, la calibration du GSE consiste à trouver les paramètres des modèles de diffusion de manière à avoir des trajectoires « market consistent »  
Il s'agit de l'étape la plus délicate de la mise en place d'un GSE

### Grandes Etapes de la calibration



# Les différents modèles utilisés et la problématique de la calibration

## La problématique de la calibration (2/2)

### Contraintes liées à la calibration

#### Instruments de calibration

- Quels instruments financiers choisir pour quel modèle ?
- Quelle est l'influence de ce résultat sur la qualité de la calibration ?

#### Retraitement des prix observés

- Parmi les prix de marché observés lesquels reflètent la réalité du marché
- Les critères de choix :
  - Maturité/Tenor
  - Liquidité
  - A la monnaie/Hors la monnaie

#### Choix de l'algorithme de minimisation

- Choix de la fonction objectif à minimiser
- Choix de l'algorithme de minimisation
  - Optimisation locale : Nelder-Mead
  - Optimisation Globale : Recuit simulé
- Choix des paramètres des algorithmes

### Illustration

#### Modèle : G2++

$r(t) = x(t) + y(t) + \varphi(t)$   
 $dx(t) = -a \times x_t \times dt + \sigma \times dW_t^1$   
 $dy(t) = -b \times y_t \times dt + \eta \times dW_t^2$   
 $W_1$  et  $W_2$  sont 2 Browniens de variation quadratique:

$$d\langle W_t^1, W_t^2 \rangle_u = \rho du.$$

#### Calibration avec les Swaptions

$$\begin{array}{lll} a = 0,77 & \sigma = 0,022 & \rho = -0,7 \\ b = 0,08 & \eta = 0,01 & \end{array}$$

#### Calibration avec les Caps

$$\begin{array}{lll} a = 0,54 & \sigma = 0,005 & \rho = -0,99 \\ b = 0,07 & \eta = 0,01 & \end{array}$$

#### Conclusion

- La calibration dépend du choix des instruments de calibration
- Ici les Swaptions sont mieux adaptées puisqu'ils font apparaître une imparfaite corrélation entre les deux facteurs du modèle



section

## Analyse de sensibilité sur un contrat classique

# Analyse de sensibilité sur un contrat classique

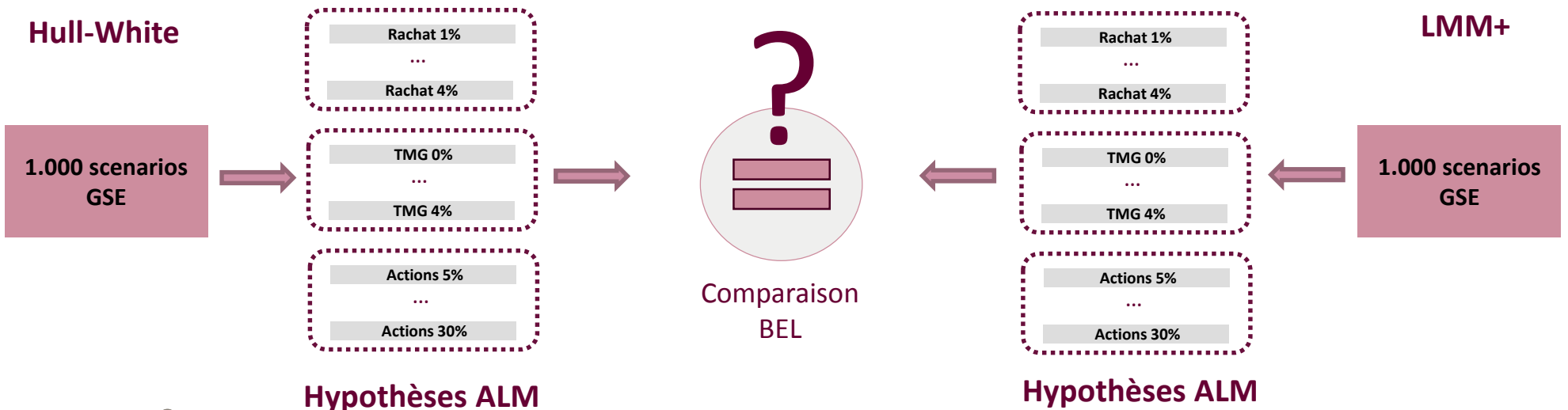
## Cadre d'étude

### Portefeuille support EURO considéré – hypothèses ALM

Rachat	TMG	Profit Sharing	Réallocation cible
<ul style="list-style-type: none"> <li>Rachat économique</li> <li>Rachat dynamique</li> </ul>	Fixe en début de contrat	<ul style="list-style-type: none"> <li>PPE</li> <li>Reserve de Capitalisation</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Allocation cible des produits a l'actif : actions/obligations/cash</li> </ul>

### Tests de sensibilité (scenarios barrie+hibbert )

On fait varier les hypothèses ALM les plus importantes en entrée d'outil pour comparer les résultats Best Estimate obtenus via deux modeles GSE différents : Hull-White et LMM+.





# Analyse de sensibilité sur un contrat classique

## Analyse des résultats (1/3) – étude globale des écarts

	TMG	rachat	actions	BEL LMM	BEL HW	ecart
	0.0%	1.0%	5%	102076906	93603853	8.30%
	0.0%	1.0%	10%	105487056	96284379	8.72%
	0.0%	1.0%	15%	109362893	99387858	9.12%
	0.0%	1.0%	20%	113699210	102913640	9.49%
	0.0%	1.0%	25%	118450206	106841823	9.80%
	0.0%	1.0%	30%	123593993	111167351	10.05%
	0.0%	1.5%	5%	102253368	94510167	7.57%
	0.0%	1.5%	10%	105646569	97214221	7.98%
	0.0%	1.5%	15%	109386168	100237965	8.36%
	0.0%	1.5%	20%	113526529	103629186	8.72%
	0.0%	1.5%	25%	118043466	107386017	9.03%
	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...
	2.0%	2.0%	10%	115906904	113036439	2.48%
	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...
	1.0%	1.0%	30%	127727053	116871005	8.50%
	1.0%	1.5%	5%	110031716	103548570	5.89%
	1.0%	1.5%	10%	112729855	105622838	6.30%
	1.0%	1.5%	15%	115687521	107991405	6.65%
	1.0%	2.5%	25%	120432414	112946898	6.22%
	1.0%	2.5%	30%	123979087	115856278	6.55%
	1.0%	3.0%	5%	107870432	103178825	4.35%
	1.0%	3.0%	10%	110612330	105376087	4.73%
	1.0%	3.0%	15%	113506263	107752697	5.07%
	1.0%	3.0%	20%	116456619	110199978	5.37%
	1.0%	3.0%	25%	119610146	112781644	5.71%
	1.0%	3.0%	30%	123032367	115607591	6.03%

Hypothèses  
agressives :  
TMG (<1%)  
Rachat (<1.5%)  
Actions (0-30%)

Hypothèses  
centrales :  
TMG (1-2%)  
rachat (2-3%)  
actions (10-20%)

10%

Ecart maximum constaté entre BEL LMM+ et BEL Hull-White sur hypothèses agressives

2,5%

Ecart moyen entre BEL LMM+ et BEL Hull-White pour des hypothèses conservatrices



Les hypothèses ALM sont sensibles aux scénarios GSE et le choix ALM doit se faire en cohérence avec les scénarios GSE.

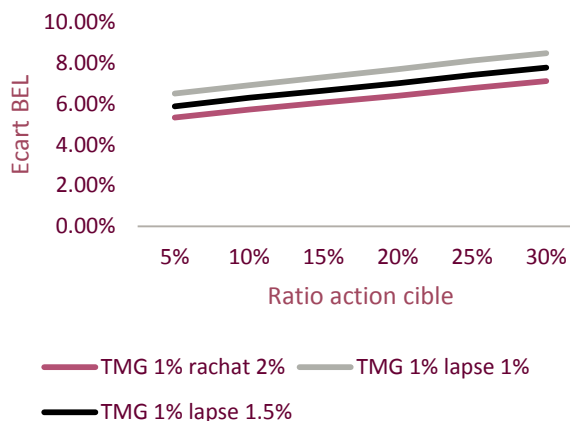
# Analyse de sensibilité sur un contrat classique

## Analyse des résultats (2/3) – étude des écarts ventilés par type d’hypothèses ALM

On focalise sur chaque hypothèse ALM pour déterminer laquelle est la plus impactée par le modèle GSE : Réallocation cible, Rachat ou TMG?

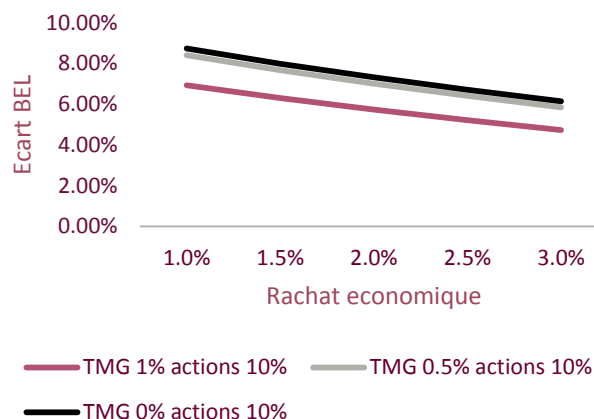
### Variation ratio action cible

On fixe des hypothèses centrales TMG et rachat + on fait varier le ratio actions cible.



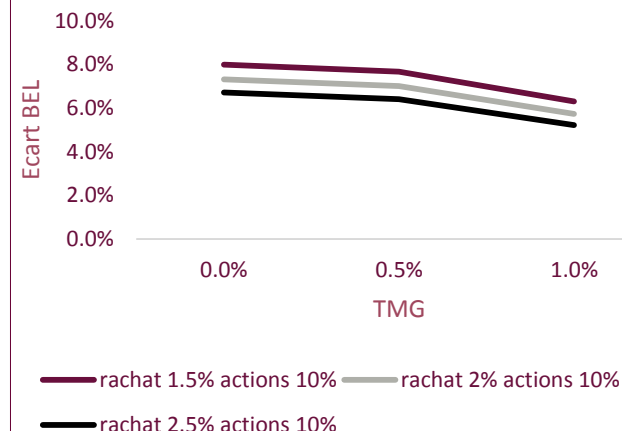
### Variation Rachat Economique

On fixe des hypothèses centrales ratio actions cible et TMG + on fait varier le rachat.



### Variation TMG

On fixe des hypothèses centrales ratio actions cible et rachat + on fait varier le TMG.



- Plus le lien est étroit entre l’hypothèse testée et les scénarios GSE et plus les variations sont importantes.
- Un ratio action cible agressif entraîne un décrochage des résultats BEL LMM+ et BEL HW.



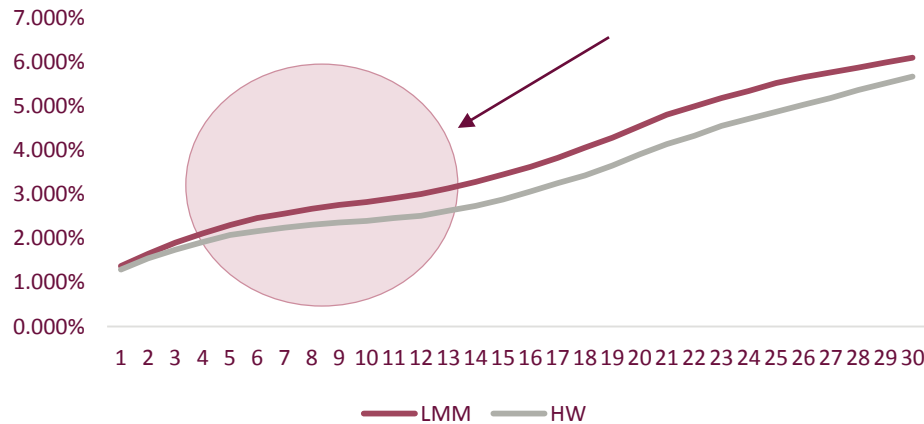
La réallocation cible est l’hypothèse ALM la plus sensible aux évolutions des taux fournis par les deux GSE étudiés.

# Analyse de sensibilité sur un contrat classique

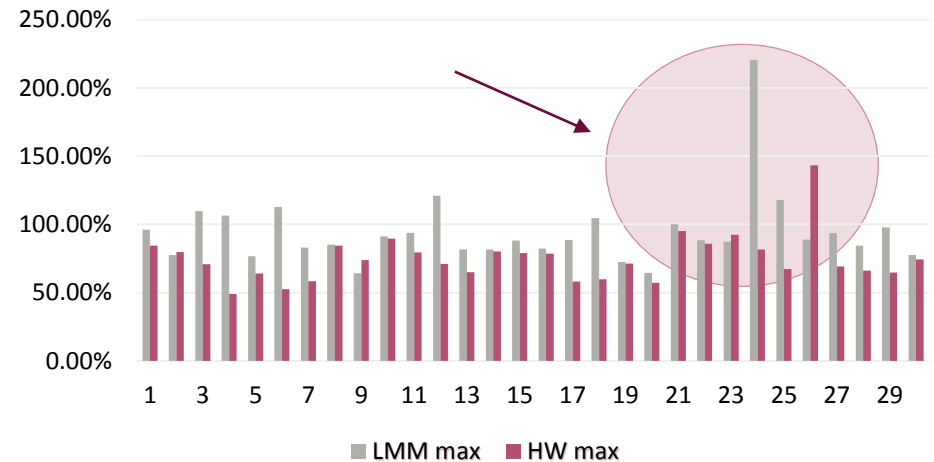
## Analyse des résultats (3/3) – justification des écarts

On focalise sur les scénarios actions/obligations des deux modèles GSE pour tenter d'expliquer les écarts BEL constatés notamment sur des hypothèses fortement dépendantes des évolutions de taux.

Evolution moyenne sur 1.000 scenarios du taux  
ZC 10 ans



Evolution scenarios actions extremes



- Décrochage progressif du modèle HW impactant les résultats relatifs au rachat dynamique et à la réallocation cible.
- Le modèle LMM+ est à privilégier ici si on envisage des hypothèses ALM agressives.

- Queue de distribution plus épaisse pour les scénarios GSE actions issus du LMM+.
- Préconiser l'usage du LMM+ dans un cadre de réallocation d'actions cible agressif.



Le choix du GSE doit se faire au vue des hypothèses ALM considérées. Ici une mauvaise corrélation de la réallocation d'actions cible impacte considérablement le Best Estimate.



section

## Mise en place d'une démarche d'audit

### Les préconisations quant a l'audit des GSE

1

Analyse du portefeuille considéré et des garanties contenues dans le contrat. Les produits dérivés utilisés pour la calibration sont-ils adaptés aux options du portefeuille ?

2

Mise en cohérence des scénarios GSE et des hypothèses ALM de l'assureur : les scénarios générés permettent-ils de "challenger" les hypothèses / choix de l'assureur ?

3

Il faut évaluer la cohérence pratique des concepts théoriques sous-jacents (algorithme de minimisation, utilisation de taux spots ou taux forward, model market ou modèles de diffusion ?)



section

# Questions/ Réponses