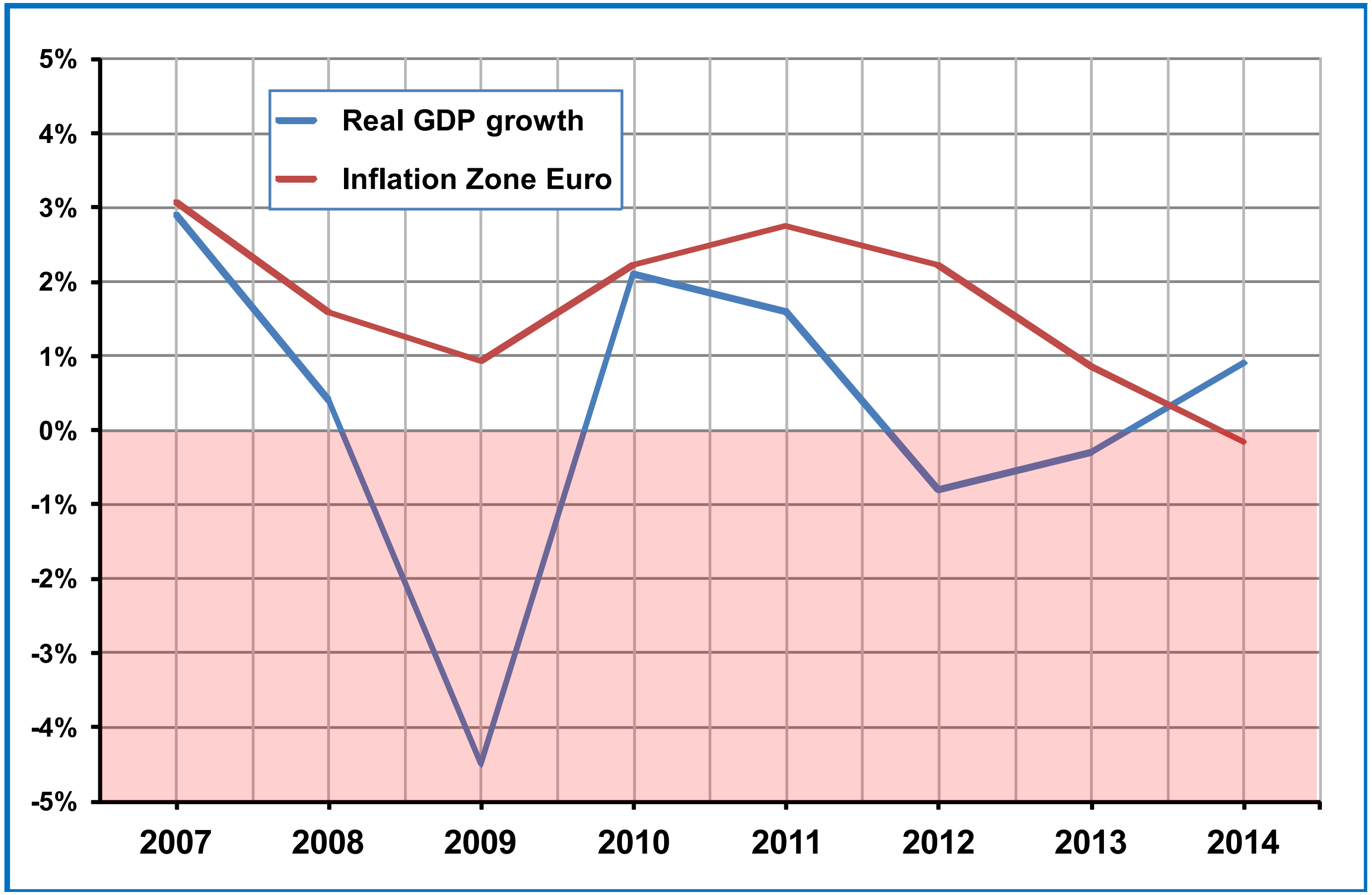
Modélisation des Taux Faibles ou Négatifs

DEAUVILLE LE 25 SEPTEMBRE 2015

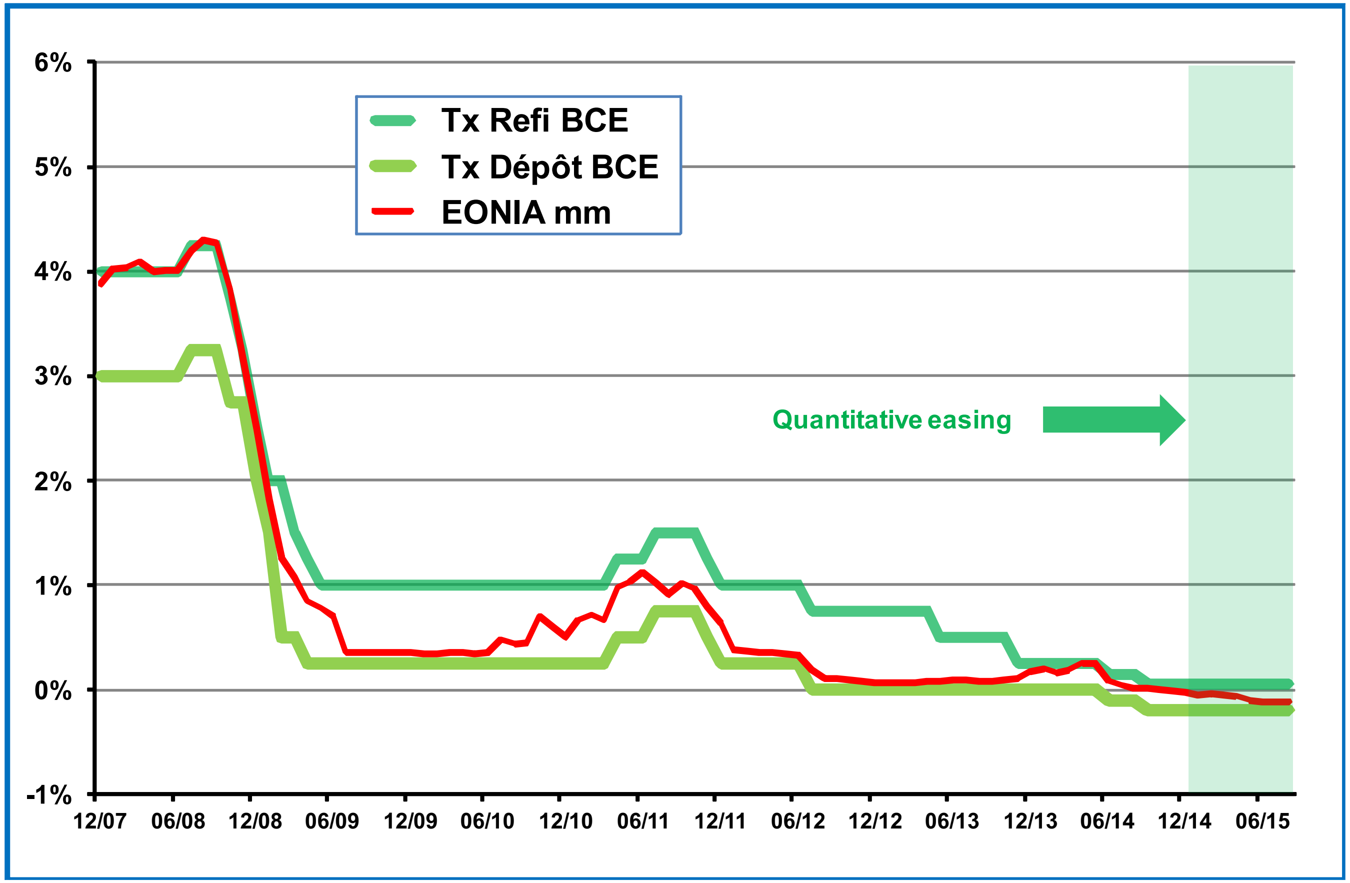
1. Des taux négatifs ! Où ça ?
2. Problèmes, problèmes…
3. GSS : la fin du modèle log-normal
4. Suite : le modèle log-normal revient (et il n’est pas content)

Zone Euro : la menace déflationniste

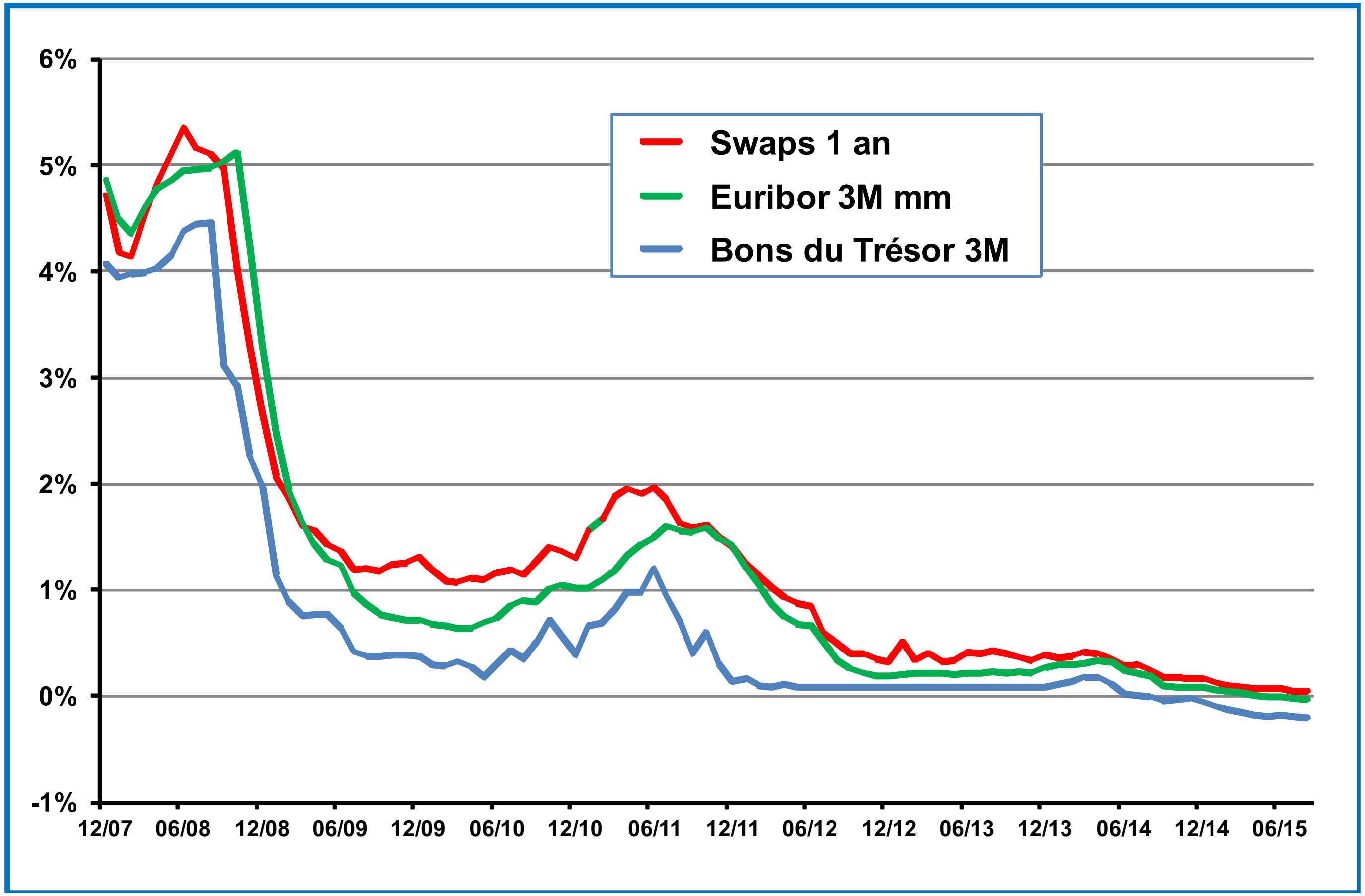


- Depuis 2008 la BCE fait face à une situation économique difficile, agrémentée d’une crise de la dette des pays du sud, et même d’une menace d’éclatement de la zone euro…
- Pour faire face la BCE a baissé agressivement le taux de refinancement des banques, et entrepris diverses opérations de Quantitative Easing, sensiblement renforcées en 2015
- Le programme de rachat d’obligations par la BCE (QE 2015) accompagne un mouvement de baisse de l’Euro, mais aussi une forte baisse des taux de marché conduisant certains d’entre eux en territoire négatif

La politique de la BCE

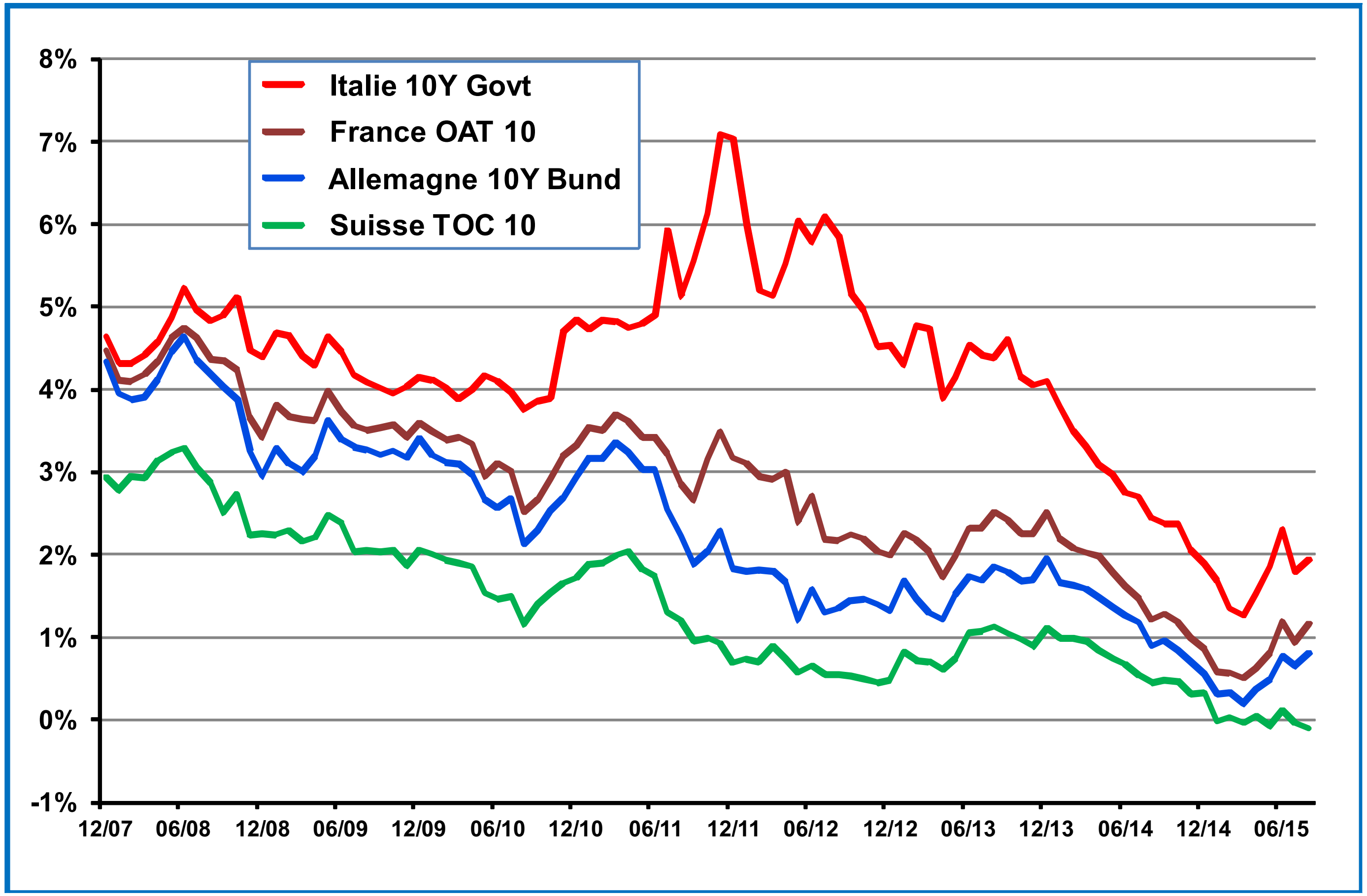


Impact sur le marché interbancaire

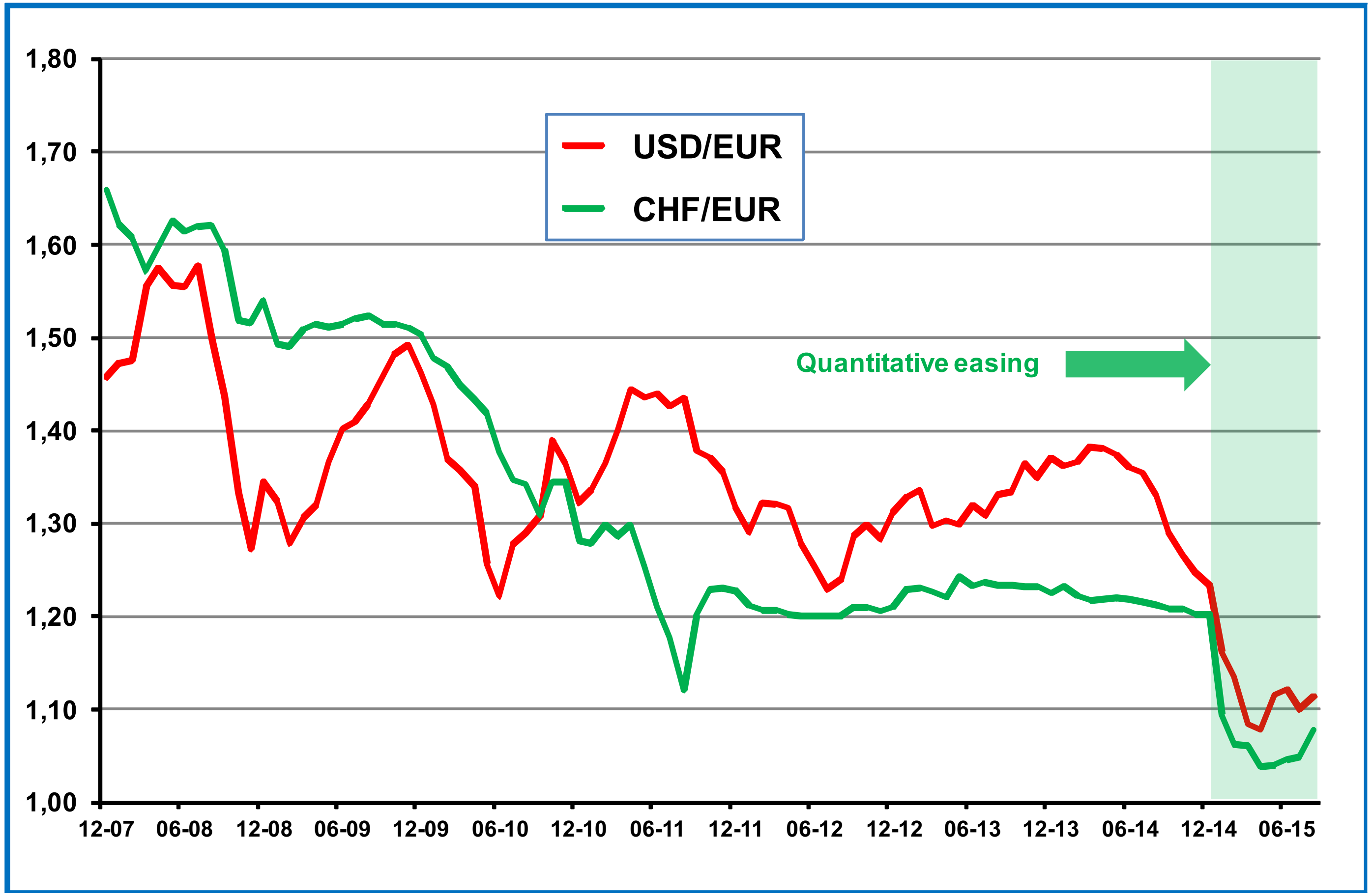


- En principe les taux obligataires ne peuvent pas être pilotés directement par une Banque Centrale (mais le QE 2015 vise précisément à peser directement sur les taux souverains)
- Habituellement le contexte économique mondial et la comparaison entre économies (croissance, inflation, balance des paiements, sécurité etc.) sont les principaux déterminants des taux longs
- La situation de l'euro est plus complexe, en raison des menaces de fragmentation de l'union monétaire
- Par exemple, les inquiétudes concernant la Grèce sont à l'origine du rebond des taux des emprunts d'Etat depuis avril 2015

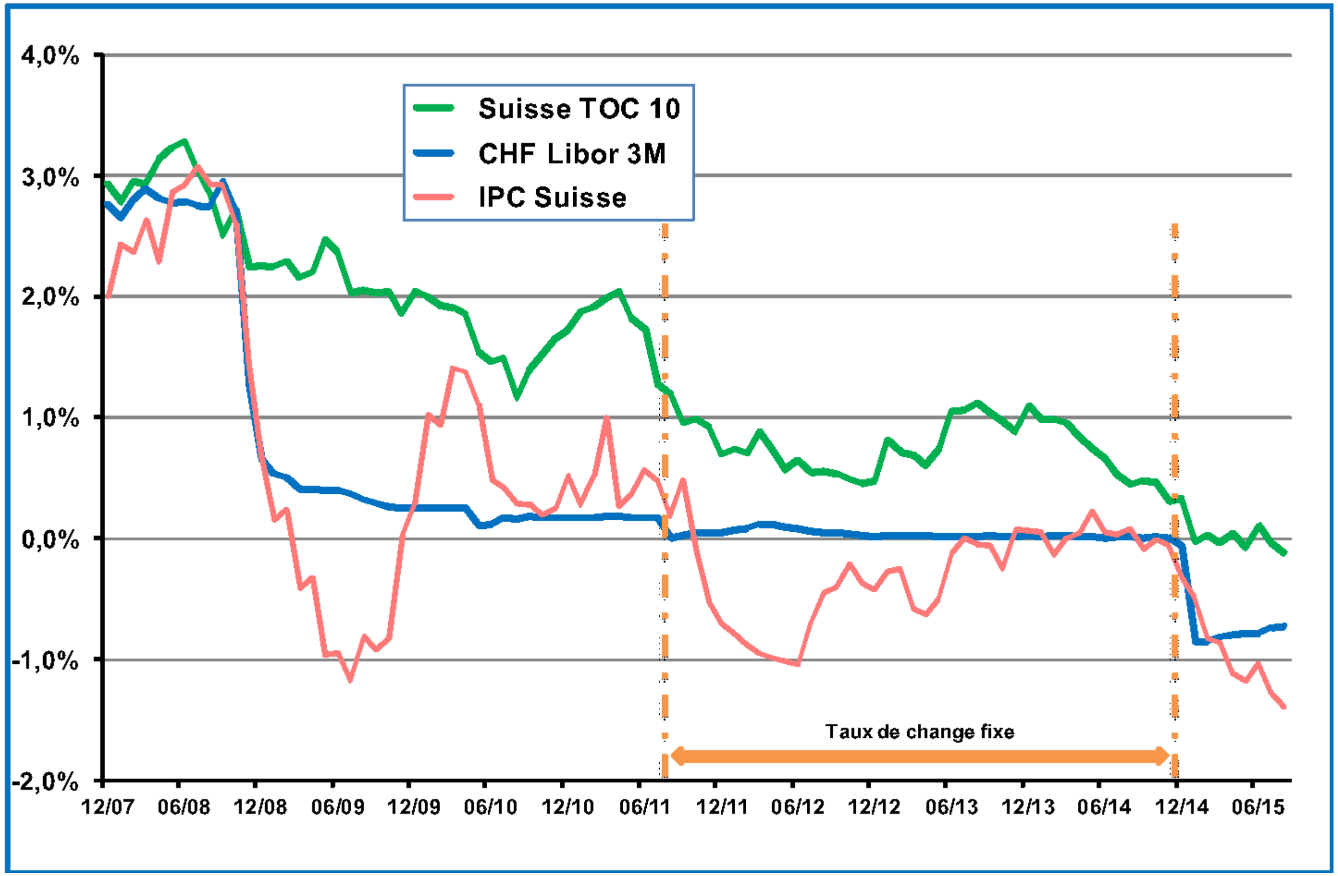
Taux des emprunts d'Etat



Taux de change



Le cas extrême de la Suisse



1. Des taux négatifs ! Où ça ?
2. Problèmes, problèmes…
3. GSS : la fin du modèle log-normal
4. Suite : le modèle log-normal revient (et il n'est pas content)

Des marchés dysfonctionnels

- Sauf exception seuls les états et les banques peuvent emprunter à taux négatif. Inversement les ménages, les entreprises et les investisseurs institutionnels refusent d'investir à taux négatif
- De fait, le marché monétaire devient un marché purement interbancaire, faussé par l'afflux des liquidités mises à disposition des banques
- Globalement, ces liquidités sont aussi à l'origine d'une bulle financière portant sur les emprunts d'Etat de la zone Euro

Problèmes techniques et juridiques

- Un grand nombre de logiciels ne sont pas prévus pour gérer les taux négatifs. La récupération des « intérêts » par les emprunteurs est d'ailleurs difficile sur le plan opérationnel, et donne lieu à des contentieux juridiques complexes
- Les conventions ou instruments financiers concernés sont multiples et variés :
  - obligations à taux variable dont le coupon devient négatif
  - emprunts immobiliers indexés sur le Libor suisse
  - systèmes d'appel de marge dans les transactions financières
  - pénalités de retard de paiement négatives (!) etc., etc.

Problèmes actuariels et financiers

- L'idée de valoriser les flux futurs au-dessus de leur montant facial me laisse perplexe. Les assureurs pourront-ils s'enrichir en faisant payer toutes les primes à terme échu ?
- L'existence de comptes courants à rendement nul offre des possibilités d'arbitrage par rapport à une courbe des taux sans risque partiellement négative (les suisses ont trouvé la solution : taxer les dépôts bancaires)
- La plupart des générateurs de scénarios stochastiques utilisés par les assureurs ne prennent pas en charge les taux négatifs, et d'ailleurs la volatilité implicite d'un taux nul est infinie !

1. Des taux négatifs ! Où ça ?
2. Problèmes, problèmes…
3. GSS : la fin du modèle log-normal
4. Suite : le modèle log-normal revient (et il n’est pas content)

Modèle log-normal

$$dr_t = \mu r_t dt + \sigma r_t dZ_t$$

$$\mathrm{r_t} = r_0 \cdot \mathrm{e}^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t} \cdot e^{\sigma Z_t}$$

$$\mathrm{r_t} = r_0 \cdot \boxed{\text{Tendance déterministe}} \cdot \boxed{\text{Alea log-normal}}$$

- L'alea est multiplicatif par rapport au taux initial
- Si le taux initial est négatif tous les taux futurs seront aussi négatifs !!
- Hypothèse : $r_t > 0$

Modèle de Black 76

$$dr_t = \sigma r_t dZ_t$$

- Cas du modèle log-normal avec $\mu = 0$

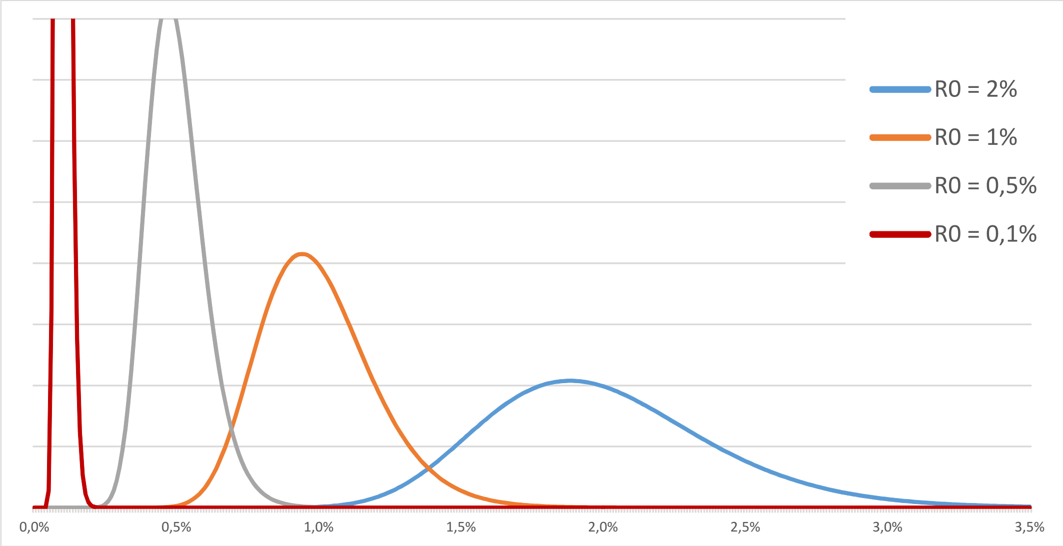
- Le paramètre σ correspond à la volatilité de Black
  - Si r_t est un taux swap futur, le paramètre σ est la volatilité de Black des swaptions (« volatilité implicite » ou « volatilité Black »)

  - Si r_t est un taux spot futur, le paramètre σ est la volatilité de Black des caplets

L'effet du niveau de taux sur la volatilité

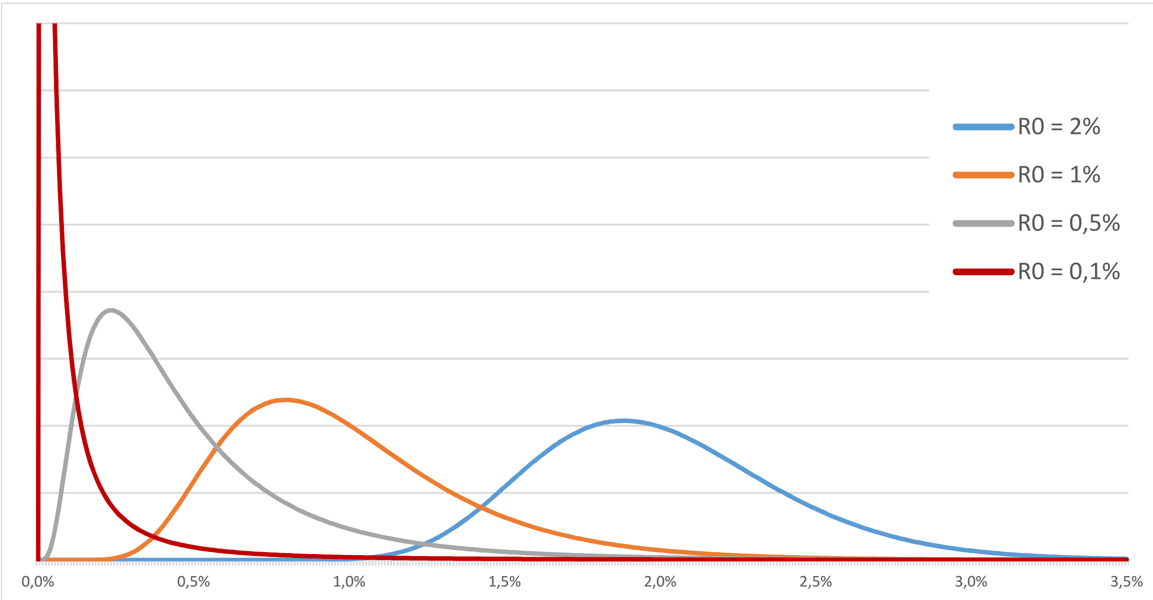
❑Dans le graph suivant la volatilité de black est constante et on fait varier le taux initial.

- La dispersion de la distribution diminue => effet multiplicatif de l'alea
- Dans la réalité si le taux diminue la volatilité des swaptions augmente en compensation
- Si les taux sont très faibles, la volatilité Black doit augmenter considérablement pour conférer un minimum de dispersion



L'effet du niveau de taux sur la volatilité

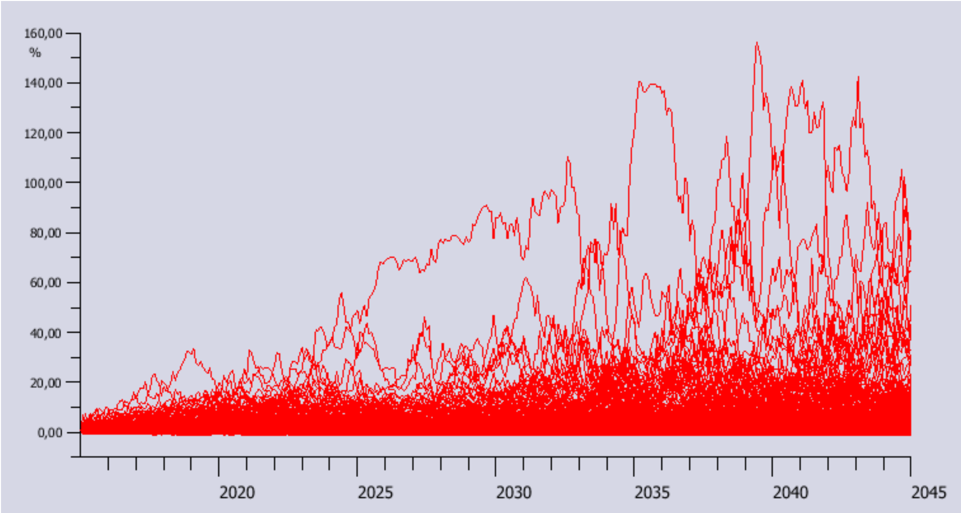
- Si on maintient l'écart-type constant (et on change la vol de Black):



- Les queues de distribution augmentent
  - ❖La probabilité d'avoir des taux extrêmes augmente

Cas Pratique

- Trajectoires du taux couponné 10 ans simulées avec les taux EIOPA /12/2014



- Certaines trajectoires deviennent explosives ! Cependant le *pay-off* des options financières reste facile à calculer quelle que soit le niveau des des taux.
- Mais comment projeter le comportement des assurés (et de l'assureur) quand les taux sont à 150% ?

La fin du modèle log-normal

- Les modèles log-normaux (et donc le modèle Black 76 en particulier) dégénèrent lorsque les taux sont bas

- Ils ne fonctionnent plus si les taux sont nuls ou négatifs.

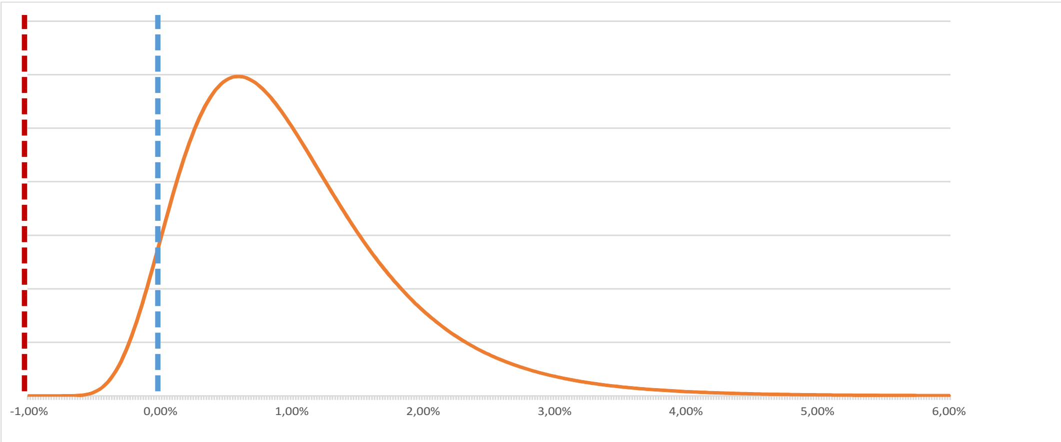
1. Des taux négatifs ! Où ça ?
2. Problèmes, problèmes…
3. GSS : la fin du modèle log-normal
4. Suite : le modèle log-normal revient (et il n’est pas content)

Retour du modèle log-normal

- Le modèle log-normal décalé

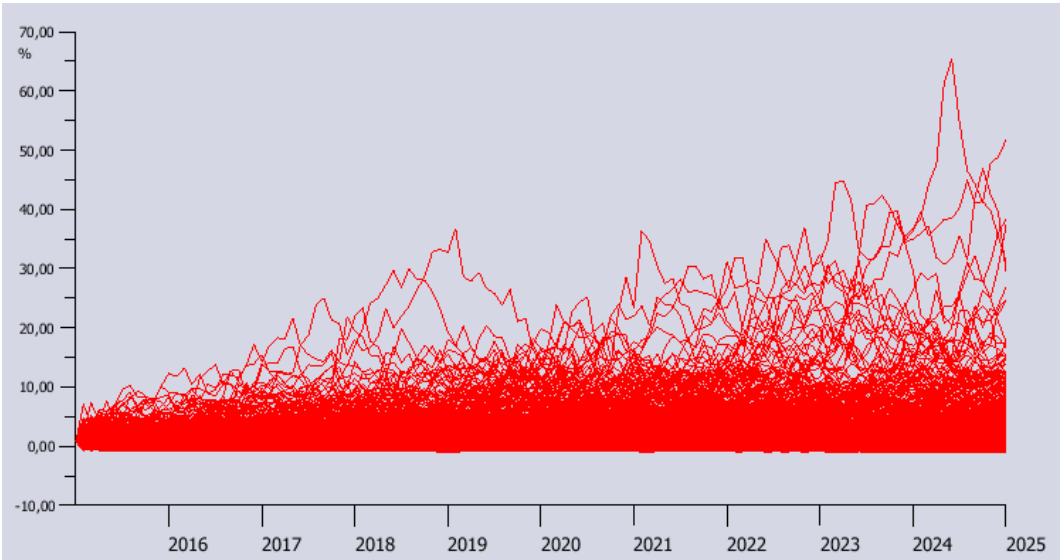
$$dr_t = \mu(r_t - \alpha)dt + \sigma(r_t - \alpha)dZ_t$$
$$r_t = (r_0 - \alpha) \cdot e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t} \cdot e^{\sigma Z_t} + \alpha$$

- (Taux - α) est log-normal
  - On choisit $\alpha < 0$ pour modéliser des taux négatifs
  - Le paramètre α est le plancher des taux modélisés
- Modèle fréquemment utilisé pour le taux d'inflation



Cas Pratique

- Trajectoires de taux couponés 10 ans simulés avec taux EIOPA 31/12/2014 et $\alpha = -1\%$



- Les taux restent inférieures à 100%
- Quel est le bon α à utiliser ?

Comment estimer le plancher α?

- Il faut un compromis entre:
  - Le niveau le plus bas que les taux négatifs pourraient « raisonnablement » atteindre
    - 0% ? - 1% ? - 2% ?
  - Le plancher α limite l'explosion des taux. Il permet d'éviter des taux positifs extrêmes et irréalistes.
- Un autre critère possible est lié à la valorisation des dérivés hors de la monnaie.
  - Dans la pratique la liquidité des dérivés hors de la monnaie rend ce critère difficilement applicable

Formule de Black pour le modèle décalé

- Le payoff des swaptions et des caplets contient un terme:

$$\max(r_t - K, 0)$$

- Dans le modèle de Black, r_t est log-normal et K est une constante
- Ce terme peut être écrit comme :

$$\max(r_t - K, 0) = \max\big((r_t - \alpha) - (K - \alpha), 0\big)$$

- Dans le modèle décalé, $(r_t - \alpha)$ est log-normal et $(K - \alpha)$ est constante
- La formule de Black se transforme, passant ainsi de :

$$\mathrm{Prix} = \mathrm{Num}_0 \cdot \mathrm{BL}(\mathrm{r}_0, \mathrm{K}, \sigma, t)$$

à

$$\mathrm{Prix} = \mathrm{Num}_0 \cdot \mathrm{BL}(\mathrm{r}_0 - \alpha, \mathrm{K} - \alpha, \sigma_{dec}, t)$$

- La volatilité du modèle décalé est la volatilité implicite où on décale le taux initial et le strike.
- La volatilité décalé dépend alors du choix du taux plancher α

FRACTALES

FRACTALES sa

logiciels d'aide à la décision financière

64 rue Tiquetonne, 75002 Paris

01 53 30 29 28 – www.fractales.com