

MODÉLISATION DU RISQUE DE SPREAD ET DU RISQUE SOUVERAIN DANS LE CADRE DE L'ORSA

Isabelle Chaumien-Hetroy

- **S'assurer de la cohérence des hypothèses de calibrage du choc de *spread* de la formule standard en proposant un calibrage en adéquation avec le profil de risque de l'assureur => introduction de la dimension secteur d'activité des *corporates*.**
- **Mesurer un risque non pris en compte dans la formule standard : le risque souverain.**

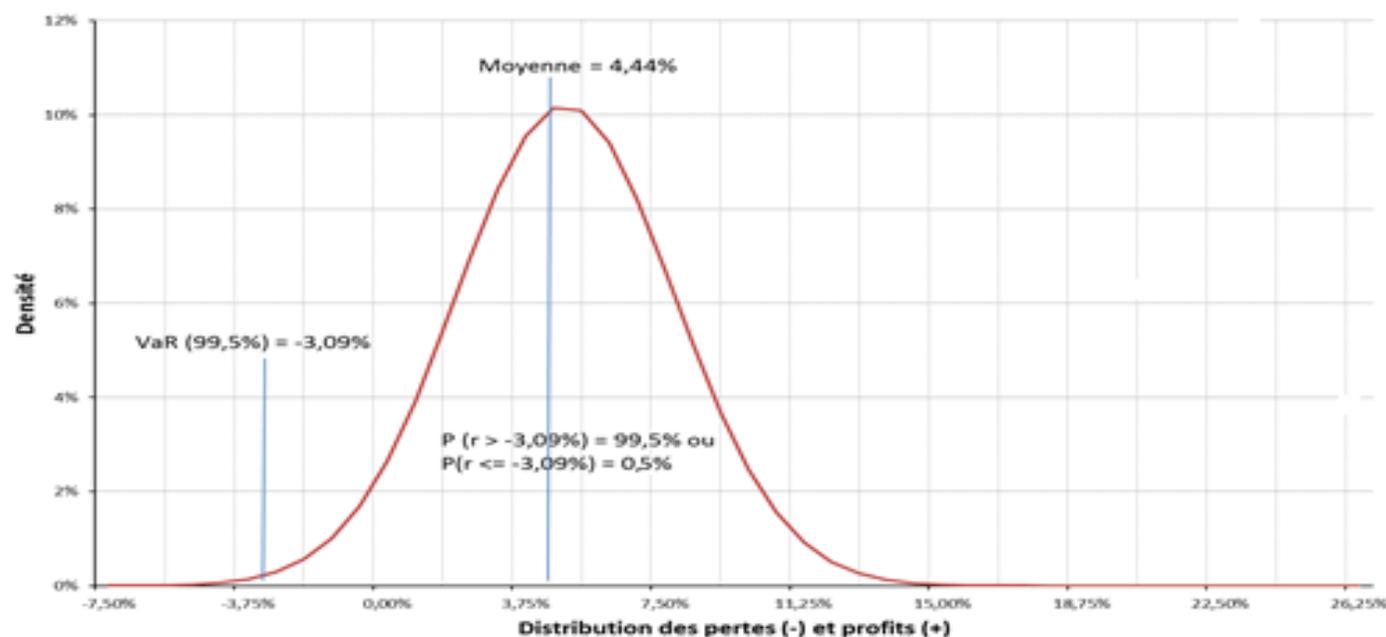
- **Méthodologie de calibrage du risque de *spread* de l'ÉIOPA**
 - L'approche retenue : la VaR Cornish Fisher
 - Calibrage des facteurs de chocs (2 dimensions : la notation et la sensibilité)
- **Intégration d'une troisième dimension au calibrage du risque de *spread***
 - La dimension secteur d'activité des *corporates*
 - Les émetteurs financiers
 - Les émetteurs non financiers
 - Application au risque souverain
- **Impacts chiffrés en terme de SCR / comparaison avec la Formule Standard**

Méthodologie de calibrage du risque de *spread* de l'EIOPA

Point de départ => la Value-At-Risk (VaR)

Les coefficients de chocs du risque de *spread* de la formule standard sont calibrés de façon à délivrer un choc cohérent avec une VaR à 99,5% à un an après une augmentation des *spreads* de crédit.

La VaR est une mesure utilisée pour quantifier le risque de marché d'un instrument financier à laquelle est reliée une probabilité et un horizon de temps. Elle permet de répondre à la question suivante : Combien un établissement financier peut-il perdre avec une probabilité α pour un horizon de temps figé ?



Méthode retenue par l'EIOPA → méthode paramétrique

La VaR d'une distribution normale : $VaR(T, \alpha) = \mu_T + \sigma_T \times k_{1-\alpha}$

Avec :

T : l'horizon de détention

α : le niveau de probabilité

μ_T : la moyenne de la distribution en T

σ_T : l'écart type de la distribution en T

$k_{1-\alpha}$: le quantile de la loi normale standard associé au niveau de probabilité α

Actifs qui ne respectent pas l'hypothèse de normalité (notamment les *spreads* de crédit) => utilisation du développement de Cornish Fisher

$$VaR = \mu + \sigma \left[k_{1-\alpha} + \frac{S_k}{6}(k_{1-\alpha}^2 - 1) + \frac{K_u}{24}(k_{1-\alpha}^3 - 3k_{1-\alpha}) - \frac{S_k^2}{36}(2k_{1-\alpha}^3 - 5k_{1-\alpha}) \right]$$

Avec :

μ : la moyenne de la distribution

σ : l'écart type de la distribution

S_k : le coefficient d'asymétrie de la distribution (*Skewness*)

K_u : le coefficient d'aplatissement de la distribution (*Kurtosis*)

$k_{1-\alpha}$: le quantile de la loi normale standard associé au niveau de probabilité α

Données :

- ✓ VaR Cornish Fisher des indices Merrill Lynch européens
- ✓ Performances des indices gouvernementaux retranchées aux performances des indices *corporates* => composante *spread* isolée
- ✓ Performances annuelles glissantes (données journalières)
- ✓ Utilisation des données historiques pour le calibrage des 4 1^{ers} moments des distributions
- ✓ Période d'observation du 31 décembre 1998 au 31 juillet 2009
- ✓ Etude limitée aux indices de notation AAA à BBB
- ✓ Lissage des données sur les émetteurs notés A pour gommer l'impact de la crise financière

Résultats : 12 VaR représentatives des *spreads corporates*:

Maturités	Notation			
	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans	3,33%	4,57%	9,82%	10,27%
5-10 ans	6,86%	11,39%	21,57%	24,27%
> 10 ans	8,48%	16,65%	24,00%	27,25%

Passage des VaR aux facteurs de chocs Stress_i : $a_i + b_i * (dur_i - x)$

Pour les durations jusqu'à 5 ans, les b_i sont obtenus en divisant la VaR_{1-5 ans} par 5

$$b_i = \frac{VaR_{1-5\text{ ans}}}{5}, \forall i \in [0; 5]$$

Pour les durations comprises entre 6 et 10 ans, le a_i est la VaR_{1-5 ans} et les b_i sont obtenus en divisant le delta des VaR par 5 soit $b_i = (VaR_{5-10\text{ ans}} - VaR_{1-5\text{ ans}}) / 5$

$$a_i = VaR_{1-5\text{ ans}}, \forall i \in [6; 10]$$

$$b_i = \frac{VaR_{5-10\text{ ans}} - VaR_{1-5\text{ ans}}}{5}, \forall i \in [6; 10]$$

Maturités	Notation			
	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans	3,33%	4,57%	9,82%	10,27%
5-10 ans	6,86%	11,39%	21,57%	24,27%
> 10 ans	8,48%	16,65%	24,00%	27,25%

Notation		AAA		AA		A		BBB	
Duration modifiée (dur _i)	Stress _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i	a _i	b _i
0-5 ans	b _i * dur _i		0,67%		0,91%		1,96%		2,05%
6-10 ans	a _i + b _i * (dur _i - 5)	3,33%	0,71%	4,57%	1,36%	9,82%	2,35%	10,27%	2,80%
11-15 ans	a _i + b _i * (dur _i - 10)	6,86%	0,33%	11,39%	1,05%	21,57%	0,49%	24,27%	0,60%
16-20 ans	a _i + b _i * (dur _i - 15)	8,48%	0,33%	16,65%	1,05%	24,00%	0,49%	27,25%	0,60%
> 20 ans	a _i + b _i * (dur _i - 20)	10,11%	0,33%	21,90%	1,05%	26,43%	0,49%	30,24%	0,60%

Comparaison des facteurs de chocs

Données EIOPA (actes délégués)

Echelon de qualité de crédit		AAA		AA		A		BBB	
Duration modifiée (dur_i)	Stress _i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,90%		1,10%		1,40%		2,50%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	4,50%	0,50%	5,50%	0,58%	7,00%	0,70%	12,50%	1,50%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	7,00%	0,50%	8,40%	0,50%	10,50%	0,50%	20,00%	1,00%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	9,50%	0,50%	10,90%	0,50%	13,00%	0,50%	25,00%	1,00%
> 20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	12,00%	0,50%	13,40%	0,50%	15,50%	0,50%	30,00%	0,50%

Données calculées à l'aide des indices Merrill Lynch

Notation		AAA		AA		A		BBB	
Duration modifiée (dur_i)	Stress _i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,67%		0,91%		1,96%		2,05%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	3,33%	0,71%	4,57%	1,36%	9,82%	2,35%	10,27%	2,80%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	6,86%	0,33%	11,39%	1,05%	21,57%	0,49%	24,27%	0,60%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	8,48%	0,33%	16,65%	1,05%	24,00%	0,49%	27,25%	0,60%
> 20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	10,11%	0,33%	21,90%	1,05%	26,43%	0,49%	30,24%	0,60%

Des différences en raison des hypothèses retenues :

- ✓ Mix 75% d'indices européens / 25% d'indices américains
- ✓ Période d'observation des données
- ✓ Lissage sur les émetteurs notés A pour gommer l'impact de la crise financière (lissage CP 70 + lissage actes délégués)
- ✓ Choix des indices (découpage par maturités 1-3; 3-5; 5-7...)

Intégration d'une troisième dimension au calibrage du risque de *spread*



La dimension secteur d'activité des *corporates* : les émetteurs financiers

Problématique : pas de disponibilité des indices par notation (seulement par maturité)

Solution pour reconstituer une matrice à la même granularité que celle de l'EIOPA :

- ✓ **Emetteurs notés A** : les indices financiers sont fortement exposés en émetteurs notés A => Les VaR des indices financiers sont utilisées pour calibrer les chocs des émetteurs notés A.
- ✓ **Emetteurs notés AA** : par prudence, application des mêmes chocs.
- ✓ **Emetteurs notés AAA** : les indices AAA ayant servi à calibrer les chocs de la formule standard sont composés à 95% d'émetteurs financiers => conservation des chocs de la formule standard.
- ✓ **Emetteurs notés BBB** : par prudence, application des chocs de la formule standard.

Résultats :

Chocs de la FS
Chocs spécifiques
Chocs de la FS

Notation		AAA		AA		A		BBB	
Duration modifiée (dur_i)	Stress _i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i	a_i	b_i
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,90%		2,04%		2,04%		2,50%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	4,50%	0,50%	10,18%	2,62%	10,18%	2,62%	12,50%	1,50%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	7,00%	0,50%	23,27%	0,15%	23,27%	0,15%	20,00%	1,00%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	9,50%	0,50%	24,00%	0,15%	24,00%	0,15%	25,00%	1,00%
> 20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	12,00%	0,50%	24,73%	0,15%	24,73%	0,15%	30,00%	0,50%

Avantage de la méthode :

- des facteurs spécifiques en adéquation avec le profil de risque de l'assureur.

Limites / pistes d'amélioration :

- des facteurs de chocs plus forts sur les émetteurs notés AA et A du fait de données qui tiennent compte des impacts de la crise financière.
- Recalibrage sur une période d'observation différente ou lissage des données pour gommer l'impact de la crise.



La dimension secteur d'activité des *corporates* : les émetteurs non financiers

Problématique : un seul indice par secteur (pas de disponibilité par maturité, ni notation)

Solution pour reconstituer une matrice à la même granularité que celle de l'EIOPA :

- Trouver un proxy pour les VaR des 12 sous-indices composants l'indice global sectoriel (IG)
- Application de l'approche Variances-Covariances pour estimer les VaR
- Point de départ : VaR d'une distribution normale

$$VaR_{IG} = \mu_{IG} + \sigma_{IG} \times k_{1-\alpha}$$

Pour obtenir la VaR de l'indice global, il suffit de calculer la moyenne et l'écart type de l'indice global et notamment de décomposer l'écart type de l'indice global en écart type des sous-indices le composant.

$$VaR_{IG} = \mu_{IG} - \sqrt{(\alpha VaRd)^T C (\alpha VaRd)}$$

Avec

- ✓ $(\alpha VaRd)$: le vecteur colonne dont l'élément i (allant de 1 à 12) est $\alpha_i (VaR_i - \mu_{IG})$,
- ✓ $(\alpha VaRd)^T$: le vecteur transposé de $(\alpha VaRd)$
- ✓ C : la matrice de corrélation. Cette matrice contient les coefficients de corrélation ρ_{ij} entre les sous-indices i et j à la ligne i et à la colonne j . Hypothèse : cette matrice est identique quel que soit l'indice sectoriel considéré (celle des sous-indices composant l'indice Merrill Lynch Euro Corporate).

Méthode :

- ✓ Estimer une $VaRd$ parmi les 12 ($VaRd_3$)
- ✓ Considérer les rapports entre les VaR et cette VaR estimée constants ($VaRd_i = \beta_i VaRd_3$) et identiques quel que soit l'indice sectoriel considéré (celui des rapports des VaR des sous-indices composant l'indice Merrill Lynch Euro Corporate).
- ✓ Considérer les α_i (poids des sous-indices dans l'IG) constants dans le temps
- ✓ Considérer les μ_i égaux à μ_{IG}

$$VAR_{IG} - \mu_{IG} = - \sqrt{(\alpha_1 \beta_1 VaRd_3 \quad \alpha_2 \beta_2 VaRd_3 \quad \dots \quad \alpha_{12} \beta_{12} VaRd_3) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,12} \\ \rho_{2,1} & 1 & & \vdots \\ \rho_{12,1} & \rho_{12,2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \beta_1 VaRd_3 \\ \alpha_2 \beta_2 VaRd_3 \\ \vdots \\ \alpha_{12} \beta_{12} VaRd_3 \end{pmatrix}}$$

Une seule inconnue : $VaRd_3$.

Déduction des autres VaR puis calcul des facteurs de chocs pour chaque secteur d'activité.

Avantage de la méthode :

- des facteurs de chocs spécifiques en adéquation avec la composition du portefeuille

Limites / pistes d'amélioration :

- de nombreuses hypothèses nécessaires sur les VaR (normalité,...).

Résultats :

VaR Cornish Fisher du secteur Auto Group				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans		5,56%	11,09%	11,56%
5-10 ans		12,74%	23,47%	26,32%
> 10 ans				29,46%

VaR Cornish Fisher du secteur Retail				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans			5,76%	6,00%
5-10 ans			12,01%	13,45%
> 10 ans			13,30%	

VaR Cornish Fisher du secteur Capital Goods				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans		3,60%	7,04%	7,33%
5-10 ans		8,07%	14,75%	16,53%
> 10 ans				18,49%

VaR Cornish Fisher du secteur Telecommunications				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans		1,95%	4,65%	4,88%
5-10 ans			10,71%	12,11%
> 10 ans			11,97%	13,65%

VaR Cornish Fisher du secteur Consumer Goods				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans		3,60%	6,71%	6,98%
5-10 ans		7,64%	13,67%	15,27%
> 10 ans		10,75%		

VaR Cornish Fisher du secteur Transportation				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans		4,09%	7,59%	7,89%
5-10 ans		8,64%	15,45%	17,26%
> 10 ans		12,16%	17,08%	19,26%

VaR Cornish Fisher du secteur Energy				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans	5,21%	6,86%	13,82%	14,42%
5-10 ans	9,89%	15,91%	29,43%	33,01%
> 10 ans		22,89%		36,98%

VaR Cornish Fisher du secteur Utility				
Maturités	AAA	AA	A	BBB
1-5 ans		1,86%	4,22%	4,42%
5-10 ans		4,93%	9,50%	10,72%
> 10 ans		7,29%	10,60%	12,06%

Application au risque souverain

Problématique : un seul indice par pays (pas de disponibilité par maturité)

Solution : pour calibrer des chocs selon la sensibilité des titres, il faut des VaR par maturités

- Trouver un proxy pour les VaR des 3 sous-indices composant l'indice « pays » global (découpage par maturités 1-5 ans, 5-10 ans et > 10 ans)
- Application de l'approche variance-Covariances pour estimer les VaR
- La matrice des coefficients de corrélation est identique quel que soit l'indice pays considéré (celle des sous indices composants l'indice Merrill Lynch Euro Gouvernement)

$$\begin{aligned}
 &VAR_{IG} \\
 &= \mu_{IG} - \sqrt{(\alpha_1\beta_1VaRd_1 \quad \alpha_2\beta_2VaRd_1 \quad \alpha_3\beta_3VaRd_1) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} \\ \rho_{2,1} & 1 & \rho_{2,3} \\ \rho_{3,1} & \rho_{3,2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1\beta_1VaRd_1 \\ \alpha_2\beta_2VaRd_1 \\ \alpha_3\beta_3VaRd_1 \end{pmatrix}}
 \end{aligned}$$



Intégration d'une troisième dimension au calibrage du risque de *spread*

Une seule inconnue : $VaRd_1$.

Déduction des autres VaR puis calcul des facteurs de chocs pour chaque pays.

Avantages de la méthode :

- des facteurs de chocs spécifiques pour chaque pays.
- une différenciation autre que par la notation.

Limites / pistes d'amélioration :

- de nombreuses hypothèses nécessaires sur les VaR.
- Période d'observation des données. Nécessité de prendre en compte les dernières données disponibles pour capter toute l'information.

Résultats :

Pays		Autriche		Belgique	
Duration modifiée (dur _i)	Stress _i	ai	bi	ai	bi
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,20%		0,18%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	1,02%	0,71%	0,88%	0,69%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	4,56%	0,61%	4,34%	0,59%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	7,59%	0,61%	7,29%	0,59%
>20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	10,62%	0,61%	10,24%	0,59%

Pays		Espagne		France	
Duration modifiée (dur _i)	Stress _i	ai	bi	ai	bi
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,20%		0,06%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	1,01%	0,74%	0,29%	0,19%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	4,71%	0,63%	1,24%	0,16%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	7,86%	0,63%	2,04%	0,16%
>20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	11,02%	0,63%	2,85%	0,16%

Pays		Irlande		Italie	
Duration modifiée (dur _i)	Stress _i	ai	bi	ai	bi
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,54%		0,28%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	2,69%	1,80%	1,40%	0,97%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	11,70%	1,54%	6,25%	0,83%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	19,38%	1,54%	10,39%	0,83%
>20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	27,07%	1,54%	14,52%	0,83%

Pays		Pays-Bas	
Duration modifiée (dur _i)	Stress _i	ai	bi
0-5 ans	$b_i * dur_i$		0,12%
6-10 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 5)$	0,58%	0,39%
11-15 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 10)$	2,54%	0,34%
16-20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 15)$	4,22%	0,34%
>20 ans	$a_i + b_i * (dur_i - 20)$	5,89%	0,34%

Résultats SCR / comparaison avec la Formule Standard



Résultats SCR de spread

Titres choqués	Ecart par rapport à la FS (2014)	Ecart par rapport à la FS (2015)
Financiers (FS pour les non financiers)	9.4%	
Non Financiers (FS pour les financiers)	0.6%	
Financiers et Non Financiers	9.7%	9.3%

Avantages	Inconvénients
• Meilleure connaissance des risques	• Choix de la période d'observation
• Réponse à la question de l'adéquation du profil de risque aux hypothèses de la formule standard	
• Modélisation du risque souverain	• Utilisation d'hypothèses et de simplifications



Merci de votre attention