

# Théorie moderne de la gestion de portefeuille CEA

Cours n°3/3

[thierry.granger@dauphine.fr](mailto:thierry.granger@dauphine.fr)

# Références (manuels)

- Bodie, Kane, Marcus, *Investments*, 2010
- Etner, Granger, *Economie financière*, 2011
- Roncalli, *La gestion d'actif quantitative*, 2010

# Références (histoire)

- Peter Bernstein, *Des idées capitales*, 1992
- —————, *Capital Ideas Evolving*, 2009

# PLAN

- I. La gestion du portefeuille selon Markowitz
- II. Le CAPM et la gestion active de portefeuille
- III. L'APT
- IV. Remarques sur l'efficience informationnelle des marchés

# Partie 1 – La gestion de portefeuille selon Markowitz

# Plan de la 1<sup>re</sup> Partie

« La gestion de portefeuille selon Markowitz »

1. Gestion traditionnelle
2. Gestion moderne par la Frontière des portefeuilles efficients
3. Gestion moderne par la droite du marché du capital

# I-1 Gestion traditionnelle...

- Avant 1950 : gestion traditionnelle
  - Analyse financière des titres (qualitative)
  - Sélection individuelle des titres à mettre en portefeuille (*stock picking*)
  - Allocation des actifs (diversification) : à l'appréciation du gérant =>
    - Performance qui repose sur le talent du gérant
  - Approche générale : *bottom-up*

## ... gestion traditionnelle (suite)

- Remarque 1 : la gestion moderne n'a pas entièrement éliminée la gestion traditionnelle, mais celle-ci a été « modernisée », elle est maintenant basée sur une théorie de l'évaluation incorporant le risque (CAPM)
- Remarque 2 : Le *stock-picking* fait partie de ce qu'on appelle aujourd'hui la « gestion active » fondée sur le CAPM

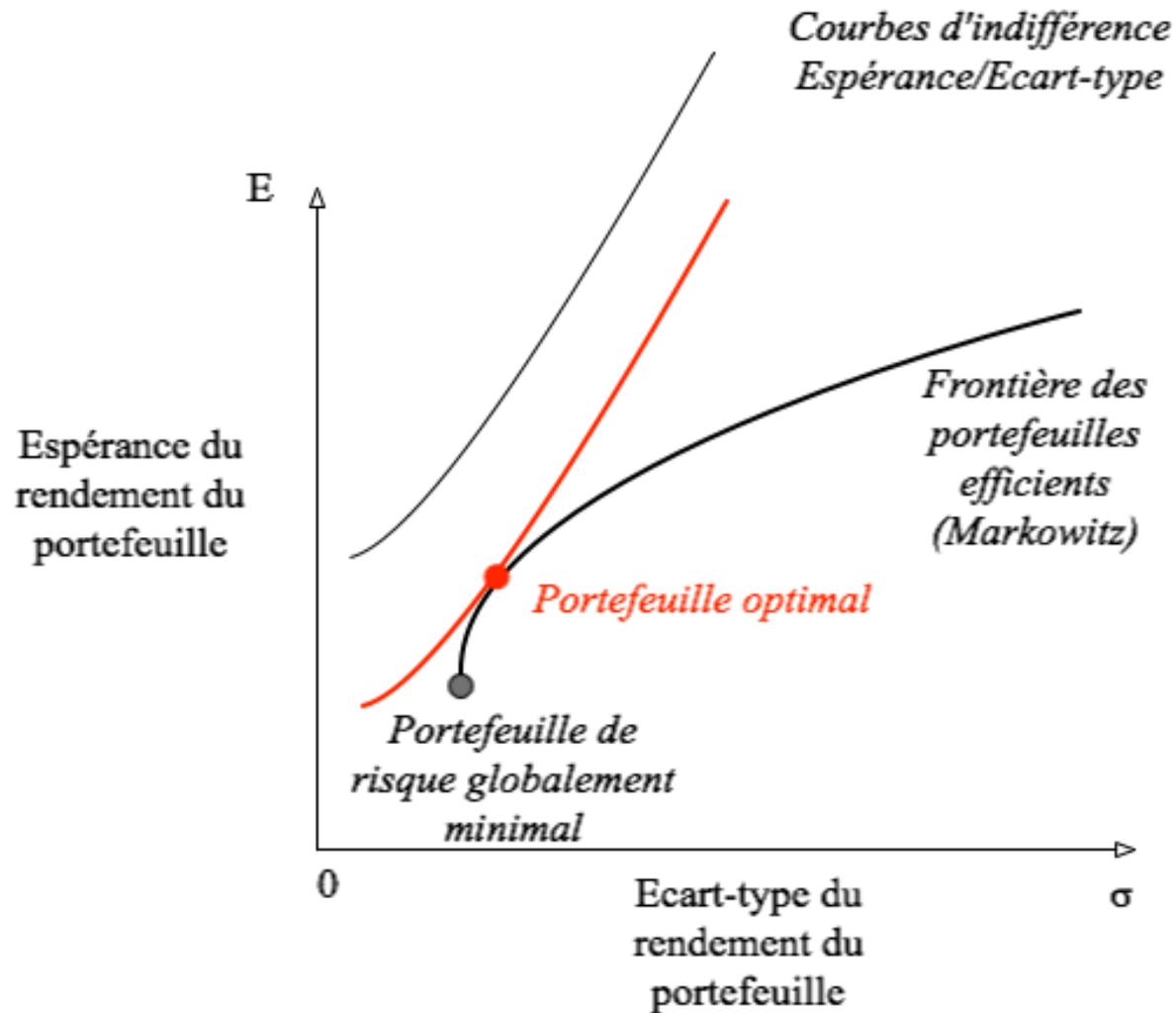
# I-2 Gestion moderne par la FPE

- Depuis 1950 : **gestion moderne**, qui repose sur la théorie moderne du choix de portefeuille dont le point de départ est dû à Harry Markowitz (prix Nobel en 1997)
- On parle aussi, pour la gestion moderne, de **gestion quantitative**, lorsqu'il s'agit
  - de gestion d'actifs (*asset management*) pratiquée par des sociétés de gestion d'actif (AXA, BlackRock, State Street Global Advisors, etc.)
  - basée sur des méthodes mathématiques de construction de portefeuilles
  - Markowitz pratiquait déjà la gestion quantitative, mais celle-ci a pris plus d'importance, et une certaine autonomie, en marge de la théorie générale du choix de portefeuille,
  - le développement de la gestion quantitative est fortement corrélée avec le développement de la gestion d'actif (*asset management*) et de la gestion dite alternative (*hedge funds*)

# Hypothèses pour établir la FPE et le portefeuille optimal

- Hypothèses
  - Il n'existe pas d'actif sans risque
  - L'horizon de placement est à long terme
- Les 3 étapes de l'allocation d'actifs
  - (1) Constitution d'une base de données des espérances de rendement et des variances-covariances de tous les titres dans l'approche de Markowitz.
  - (2) Calcul de la frontière des portefeuilles efficients.
  - (3) Choix du portefeuille optimal sur la frontière des portefeuilles efficients, en fonction du degré d'aversion à l'égard du risque.
- La performance dépend principalement de la méthode et secondairement du talent du gérant
- Style de gestion : *top-down*
  - des données individuelles concernant les titres sont nécessaires, mais c'est le portefeuille global qui est optimisé et non pas le choix des titres individuels

# Exemple : choix d'un portefeuille de titres pour une société d'assurance vie...



## ...exemple (suite)

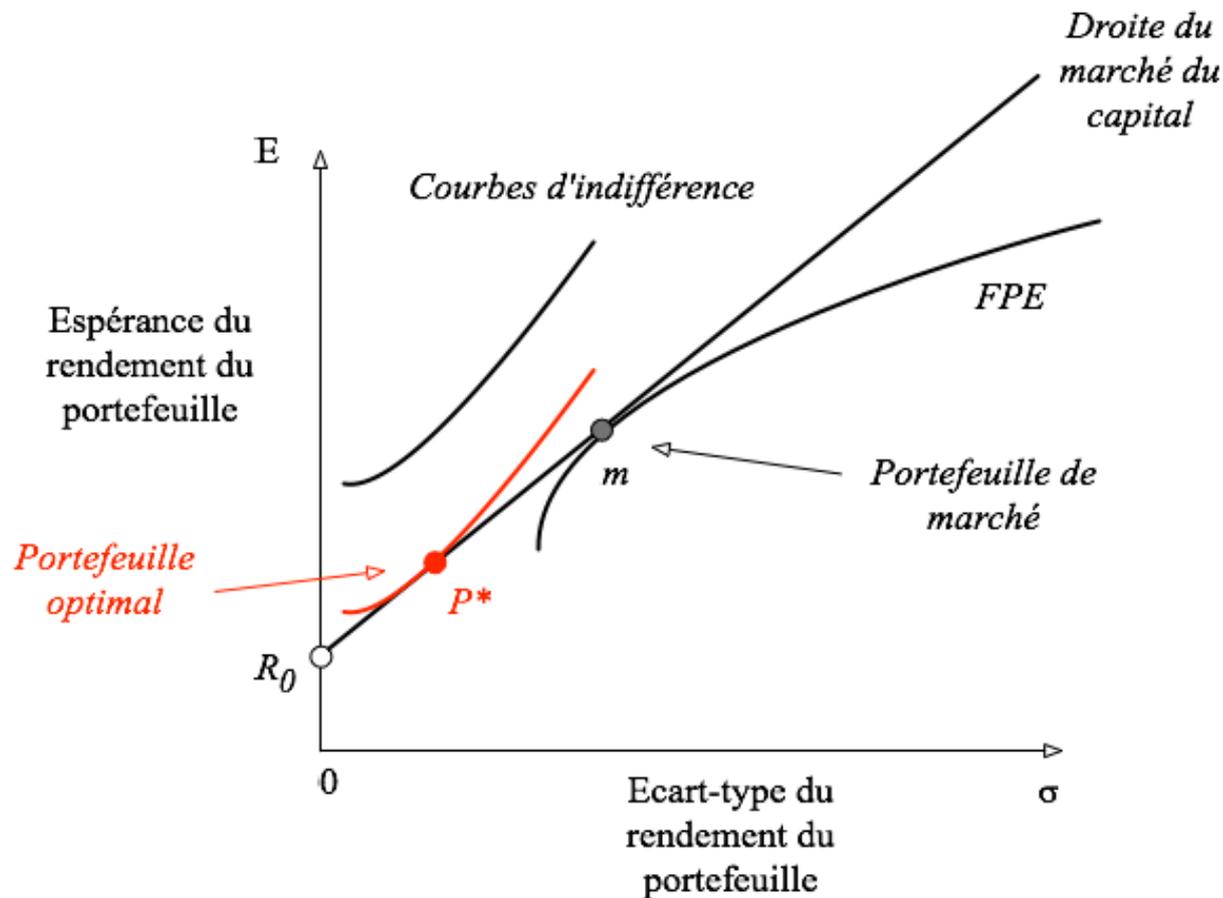
- Le choix du portefeuille optimal se situe à gauche de la FPE, avec peu de risque (faible écart-type)
- Le portefeuille optimal est surtout composé d'obligations à long terme, moins risqué que les actions
- Le portefeuille optimal ne contient pas de ventes à découvert (pas d'effet de levier)

# I-3 Gestion moderne par la droite du marché du capital (DMC)

- Hypothèses
  - Existence d'un actif sans risque (bon du Trésor à court terme)
  - Horizon de placement à court terme ( $\leq 1$  an)
- Les 2 étapes (théorème de séparation)
  1. Choix d'un portefeuille dupliquant le « portefeuille de marché »
  2. Choix de la part de l'actif sans risque dans le portefeuille global
    - La performance dépend principalement du choix du *benchmark* et de l'écart autorisée par rapport à ce *benchmark* (secondairement du gérant)
- Style de gestion : *top-down*
  - aucune donnée sur les titres individuels n'est nécessaire dans cette approche

# La droite du marché du capital

- Choix d'un portefeuille optimal sur la droite du marché du capital passant par  $R_0$  et le point  $m$  représentant le « portefeuille de marché »



## Application 1 : stratégie *buy and hold*

- C'est l'ancêtre des stratégies indicielles (voir Application 2)
- Le portefeuille est constitué d'une part d'actions provenant des plus grandes entreprises (grosses capitalisations) d'autre part d'obligations à long terme
- Le gérant ne remanie pas le portefeuille pendant un longue période (5, 10 ou 20 ans)
- **Avantage** : très faible coût de transaction et de gestion

# Application 2 : la « gestion indicielle »

- Choix d'un *benchmark* à la place du portefeuille  $m$ 
  - Le *benchmark* est supposé être une **approximation** du « portefeuille de marché » (que personne ne connaît précisément)
  - Le *benchmark* peut être un portefeuille constitué des titres d'un indice comme le CAC 40, ou le World Morgan Stanley Capital Index (MSCI world)
  - Plus l'indice est diversifié internationalement, moins il est risqué, à espérance de rendement donné
  - Mais certains *benchmark* sont plus coûteux que d'autres (coûts de transaction)
  - Une fois choisi le *benchmark*, le gérant construit un portefeuille qui **réplique** au mieux le *benchmark*, c'est-à-dire avec un minimum d'erreur :

*tracking error* < 1 %, par exemple

# Petit historique de la gestion indicielle

- 1952 Markowitz et la frontière des portefeuilles efficients
- 1958 Tobin et le théorème de séparation (ou théorème des deux fonds)
- 1964 Sharpe, Lintner, Mossin et le CAPM
- 1970 Fama et l'efficienne des marchés financiers EMH
- 1973 Premier fonds indiciel S&P 500 par Wells Fargo Bank
- 1976 Premier fonds mutuel indiciel S&P 500
- 1979 Premier fonds indiciel Non-U.S
- 1980 Les fonds indiciels se répandent auprès des particuliers
- 1993 Premier ETF (State Street Global Advisors)
- 2000 Premiers ETF Européens

(d'après Frédéric Jamet, *State Street Global Advisors*)

# La *tracking error* dans la gestion indicielle

- Calcul de la *tracking error*
  - *benchmark* = MSCI world
  - $R_{\text{MSCI}}$  = Rendement annuel de l'indice MSCI
  - $R_p$  = Rendement annuel du portefeuille répliquant
  - $e_p$  = erreur de réplication égale à la différence entre  $R_{\text{MSCI}}$  et  $R_p$
  - *Tracking error (TE)* :  $\sigma_{e_p}$  (écart-type de l'erreur)
  - TE < 1 %, par exemple
  - Si l'on peut faire l'hypothèse que les rendements sont des variables aléatoires normales, TE < 1 %, signifie que 2 années sur 3 en moyenne le rendement du portefeuille sera à moins d'1 % d'écart du rendement du *benchmark*
    - *En effet, il existe 2 chance sur 3 qu'un résultat soit à l'intérieur de l'intervalle d'1 écart-type par rapport à la moyenne.*

# « Rebalancer » le portefeuille dans la gestion indicielle

- Le rebalancement d'un portefeuille est nécessaire, **même si celui-ci est une réplique exacte de l'indice**. Cela se produit en cas où se produisent
  - des fusions d'entreprises,
  - des sociétés ajoutées ou retranchées à l'indice,
  - des sociétés fractionnées,
  - des versements de dividendes qui doivent être réinvestis.
- **Si le portefeuille que l'on a constitué n'est pas une réplique exacte du benchmark**. Par exemple, le *benchmark* est le S&P de 500 valeurs et le portefeuille que l'on gère ne contient que 450 valeurs. La proportion de chacune des 450 valeurs dans le portefeuille est différente de la proportion du *benchmark*. C'est une réplique corrigée.
- D'une manière générale, le portefeuille doit être régulièrement rebalancé, de façon à rester à l'intérieur de l'erreur de réplique admise
  - Ces rebalancements sont coûteux en terme de coût de transaction
  - L'industrie financière met au point des produits financiers qui répliquent des indices avec de faibles coûts de transaction (une des formes de l'innovation financière) : par exemple, les fonds mutuels (FCP, Sicav), plus récemment les Exchange Traded Funds

# Partie 2 – Le CAPM et la gestion active de portefeuille

# Plan de la 2<sup>e</sup> Partie

« Le CAPM et la gestion active de portefeuille »

1. La construction du CAPM
2. Les propriétés du CAPM
3. La représentation graphique du CAPM : la DMT
4. La droite du marché des titres et les stratégies  
« alpha »

# À quoi sert le CAPM ?

- À expliquer le rendement des actifs à l'équilibre  
OU (de manière équivalente)
- À expliquer le prix des actifs à l'équilibre

# II-1 La construction du CAPM : les hypothèses

- H1 – Tous les agents ont une richesse petite par rapport à la taille du marché : ils sont donc preneurs de prix, la concurrence est pure et parfaite
- H2 - Tous les agents ont le même horizon de placement (analyse statique)
- H3 - Tous les agents choisissent leur portefeuille dans le **même univers de titres échangeables**
- H4 – Il n'existe pas de taxes et de coûts de transactions

## ...les hypothèses du CAPM

- H5\* - Les bases de données des agents sont les mêmes (espérances, variances-covariances des rendements) et les anticipations des agents sont les mêmes (**anticipations homogènes**)
- H6\* - Tous les agents maximisent une fonction d'utilité qui ne dépend que de l'espérance et de la variance du rendement du portefeuille

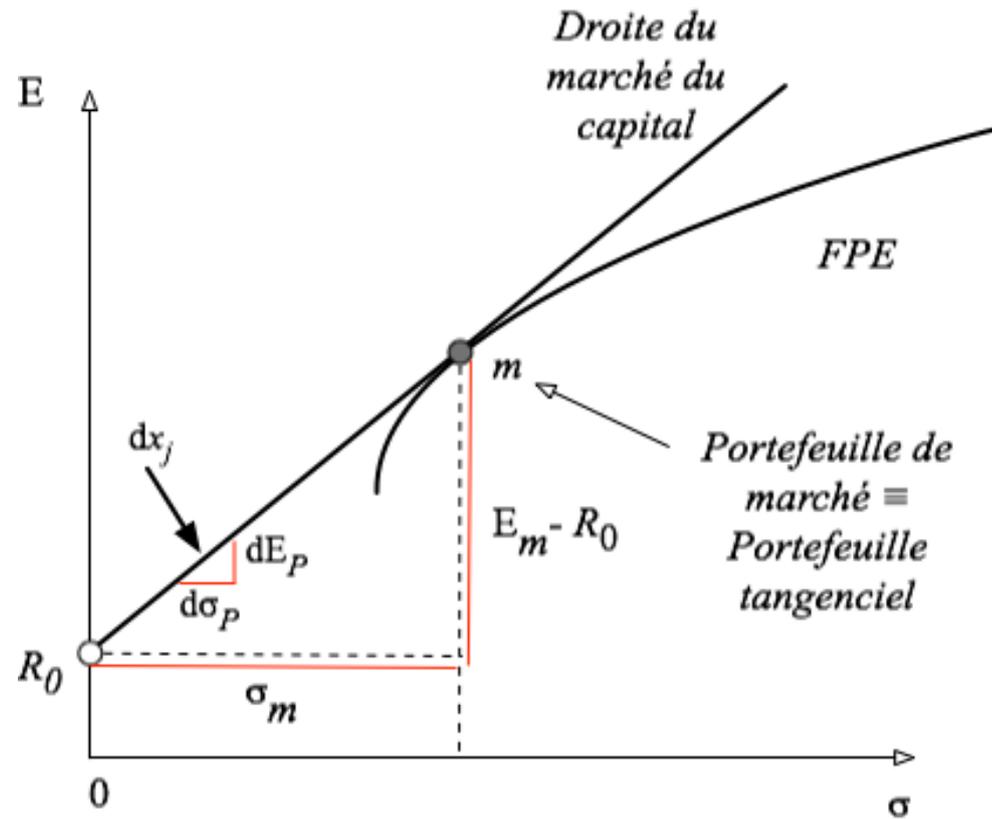
# Construction du CAPM (1) : la DMC

- Soit l'équilibre des prix et des rendements anticipés [les mêmes pour tous les investisseurs]
- Pour chaque agent : tous les portefeuilles efficients sont situés sur la *même droite du marché du capital* passant par le « portefeuille tangenciel » et le titre sans risque
- Tous les agents rejettent les portefeuilles qui ne sont pas efficients au sens de l'espérance et de la variance de leur rendement
- **Donc, tous les agents choisissent un portefeuille situé sur la DMC (théorème de séparation)**

# Construction du CAPM (2) : le portefeuille de marché

- Le portefeuille tangenciel – ne contenant que des actifs risqués – est le même pour tous les investisseurs : c'est le « portefeuille de marché »
- **Définition** : on appelle « portefeuille de marché » le portefeuille constitué de tous les titres financiers échangeables accessibles aux investisseurs.
  - Les proportions des titres dans ce portefeuille de marché sont égales aux **capitalisations boursières** de ces titres.
  - Par exemple, la proportion des actions IBM dans le portefeuille de marché est égale au rapport de la capitalisation boursière d'IBM sur la somme des capitalisations boursières de toutes les bourses mondiales

# La DMC



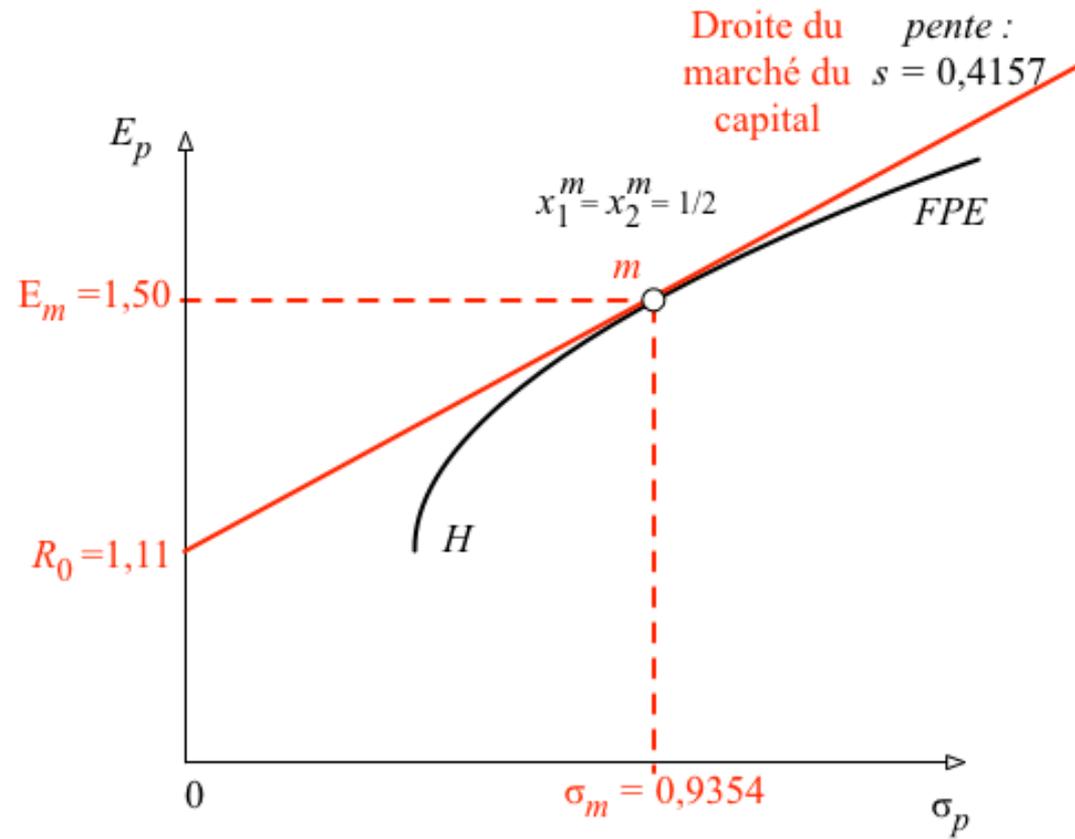
## Interprétation de l'équilibre du CAPM (3)...

- Soit un portefeuille efficient  $P$
- Une petite augmentation du risque du portefeuille ( $d\sigma_p$ ), causée par une petite augmentation d'un titre dans le portefeuille ( $dx_j$ ), se traduit par une petite augmentation du rendement ( $dE_p$ ) du portefeuille
- À l'équilibre, le ratio  $dE_p / d\sigma_p$  est égal à la pente de la DMC, soit  $(E_m - R_0) / \sigma_m$

## ...interprétation de l'équilibre du CAPM (3)

- Raisonement marginaliste :
  - si un titre risqué apportait à la marge moins que ce rendement espéré, il faudrait le diminuer dans le portefeuille, **jusqu'à l'équilibre**
  - si un titre risqué apportait à la marge plus que ce rendement espéré, il faudrait l'augmenter dans le portefeuille, **jusqu'à l'équilibre**
- Le ratio  $(E_m - R_0)/\sigma_m$  est appelé le « prix du risque »
- Exemple numérique :  $(1,50 - 1,11)/0,9354 = 0,42$ . Pour 1 % d'écart-type en plus, la rémunération d'équilibre doit augmenter de 0,42 %

# La DMC (numérique)



## Déduction de l'équation du CAPM (4)...

- De l'égalité marginale :

$$\frac{dE_P}{dx_j} / \frac{d\sigma_P}{dx_j} = \frac{E_m - R_0}{\sigma_m}$$

on déduit l'équation du CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) aussi appelé Médaf (Modèle d'évaluation des actifs financiers)

$$E(R_j) - R_0 = \frac{\text{Cov}(R_j, R_m)}{\text{Var}(R_m)} [E(R_m) - R_0]$$

## II-2 Les propriétés du CAPM...

- Le rendement et l'écart-type du portefeuille de marché,  $E(R_m)$  et  $\sigma_m$ , sont supposés exogènes, ils dépendent de l'aversion au risque dans la population
- Le risque de marché est la source fondamentale du risque d'un portefeuille : les agents ne peuvent tous y échapper, il faut le partager
- Le bêta du titre  $j$  est, par définition égal à

$$\beta_j = \frac{Cov(R_j, R_m)}{Var(R_m)}$$

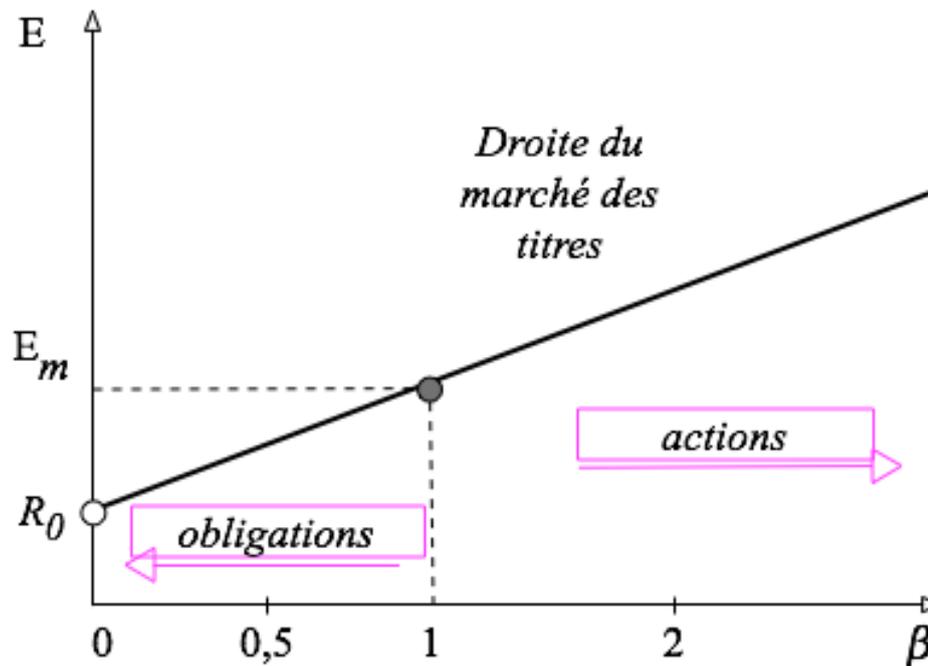
- Nous avons vu que **le risque d'un portefeuille très grand tend à être égal à la somme des covariances des titres. Le bêta mesure donc la part de risque (covariance) qui résulte du titre  $j$  dans le portefeuille de marché**

## ...les propriétés du CAPM (suite)

- Ce n'est pas la variance d'un titre ou d'un portefeuille qui mesure le risque, mais le bêta du titre (covariance relative)
- Donc, un titre de variance élevée, mais de bêta nul, a un rendement égal à celui du titre sans risque
- Donc, un titre de bêta égal à 1, quelle que soit sa variance, a un rendement égal à celui du marché

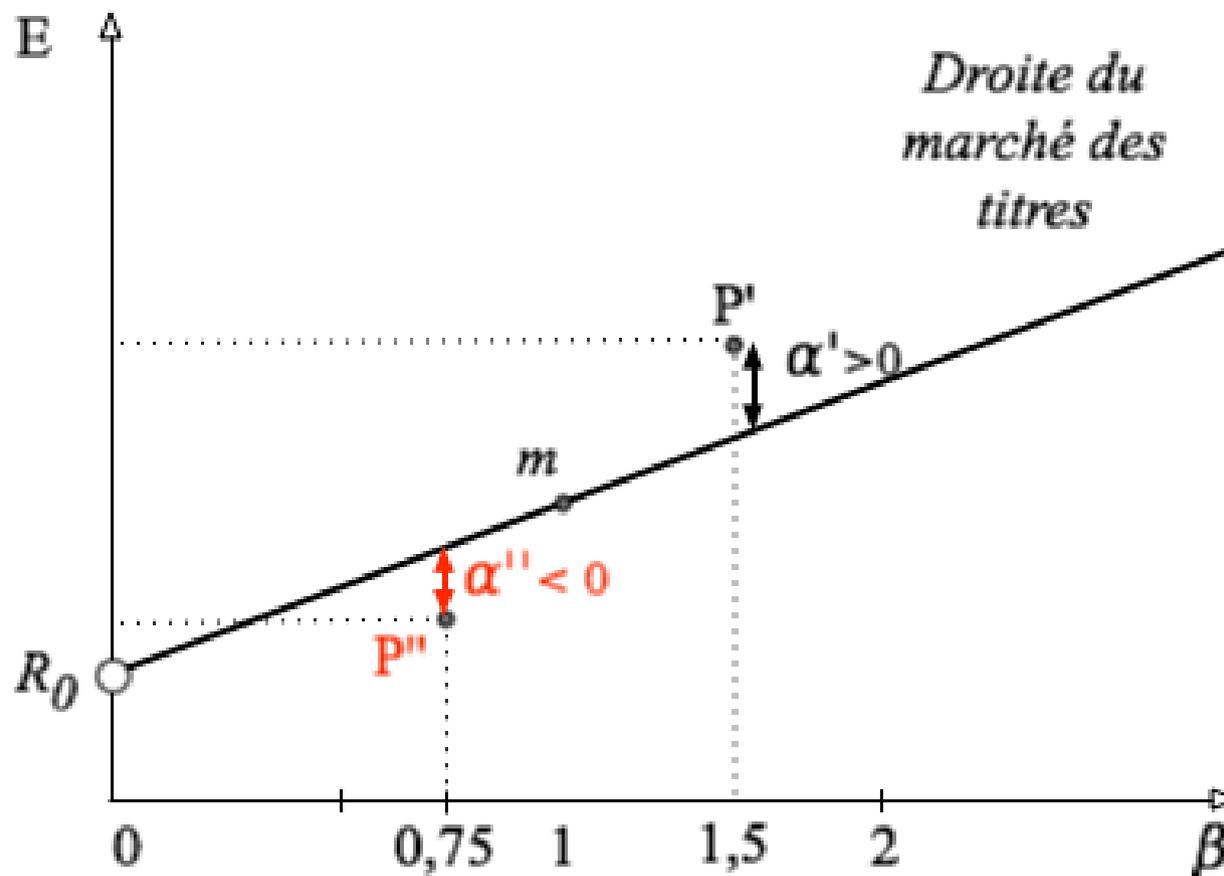
## II-3 Représentation graphique du CAPM : la **droite du marché des titres** (*Security Market Line*)

Le CAPM est une relation linéaire croissante entre le bêta et la prime de risque du titre  $j$



## II-3 Gestion active sur la droite du marché des titres...

- Mesure de la performance *ex post* : le alpha



## ...gestion active sur la DMT...

- *Ex post*, le alpha peut être supérieur ou égal à 0. Le CAPM reste vrai si en moyenne, sur une assez longue période, le alpha est nul
- Si en moyenne le alpha n'est pas nul, il y a 2 possibilités :
  - Le CAPM n'est pas vérifié
  - Le CAPM est vrai mais il existe un déséquilibre temporaire qui peut être supprimé par un arbitrage de portefeuille : **c'est la gestion active...**

## ...gestion active : achat/vente...

- Le rendement du portefeuille P' « surperforme » par rapport au « marché » : *alpha* positif
  - $R' = Y'/V' > R_{\text{normal}} \Rightarrow$
  - le prix du portefeuille P', V', est sous-évalué  $\Rightarrow$
  - il faut acheter P'
- Le portefeuille P'' « sous-performe » par rapport au marché: *alpha* négatif
  - $R'' = Y''/V'' < R_{\text{normal}} \Rightarrow$
  - le prix du portefeuille P'', V'', est sous-évalué  $\Rightarrow$
  - il faut vendre P''

# Autre forme très pratiquée de gestion active : le *market timing*

- Il est basé sur l'anticipation du rendement du marché et s'appuie sur l'idée que **certains investisseurs** ont des capacités de prévision supérieures aux autres.
- En cas de hausse anticipée, on achète les titres avec des bêtas  $>1$ , pour bénéficier d'un rendement supérieur à celui du marché
  - Exemple anticipation d'une hausse de 5 % du marché  $\Rightarrow$  portefeuille  $\beta=2 \Rightarrow$  hausse du portefeuille de 10 %
- En cas de baisse anticipée, on achète les titres avec des bêtas  $<1$ , pour bénéficier d'un rendement supérieur à celui du marché
  - Exemple anticipation d'une baisse de 5 % du marché  $\Rightarrow$  portefeuille  $\beta=0,5 \Rightarrow$  baisse du portefeuille de 2,5 %
- **Autre application : entrer et sortir du marché en détenant moins ou plus d'actif sans risque**

# Partie 3 – Peut-on avoir confiance dans le CAPM ?

Attention ! de fortes controverses  
depuis les années 1980 sur les tests  
théoriques et la validité pratique du  
CAPM

MAIS ! MALGRÉ SES INSUFFISANCES, LE CAPM  
RESTE UNE RÉFÉRENCE,

- Mesure de la performance des portefeuilles
- Choix d'un taux d'actualisation ( $r^*$ ) pour mesurer la VAN d'un investissement (sa rentabilité)

$$VAN = Y/(1+r^*) - I_n$$

- Enseignement
- ...

# 3 points clés

1. CONFIRMATION : dans toutes les études scientifiques, la gestion indicielle surperforme la gestion active ; en tous cas lorsqu'on prend en compte les frais de transactions
2. ANOMALIES : la pente de la droite du marché des titres est négative ; le portefeuille de risque globalement minimum a un rendement supérieur au rendement du marché...
3. INFIRMATION : Les rendements des titres particuliers ou de portefeuilles particuliers **ne dépendent pas seulement du risque de marché** des titres échangeables

## 3 -1 Le portefeuille de marché (des titres échangeables) est efficient

- Lorsqu'on compare les rendements corrigés du risque des portefeuilles des fonds mutuels (*mutual funds*) ou des fonds alternatifs (*hedge funds*), par rapport aux rendements des indices de marché (S&P 500, MSCI, etc.) on ne trouve pas que ces fonds obtiennent une meilleure performance.
  - Malkiel, 1995, 2005
- **Donc le portefeuille de marché des titres échangeables est efficient (apparemment)**

# Exemple...

- Le calcul du rendement corrigé du risque : on se situe sur la droite du marché du capital (CAPM)
- Le portefeuille de marché (S&P500)
  - Espérance :  $E_m = 14,62 \%$
  - Ecart type  $\sigma_m = 23,11 \%$
  - Rendement du titre sans risque  $r_0 = 0,67 \%$
- Le fonds P
  - Espérance :  $E_p = 7,33 \%$
  - Ecart type  $\sigma_p = 11,04 \%$

...exemple...

- Le rendement (moyen) ajusté du risque, à l'équilibre, est égal à

$$E(R_p) = R_0 + [E(R_m) - R_0] \frac{\sigma_p}{\sigma_m}$$

- Il est déduit de l'égalité du prix du risque d'un portefeuille au prix du risque du marché (pente de la DMC)

## ...exemple

- On vérifie que dans notre exemple numérique, le rendement ajusté du risque est

$$E(R_p) = 0.67 + [14.62 - 0.67] \frac{11.04}{23.11} = 7.33$$

...qui correspond bien au rendement moyen observé.

- L'étude de Malkiel montre que la plupart des fonds mutuels ont un rendement ajusté du risque inférieur au rendement des indices de marché (S&P500, MSCI, etc.), même les *hedge funds* !

# Malkiel (1995) « Returns from investing in Equity Mutual Funds »

## Nouvelle étude en 2005 et conclusion :

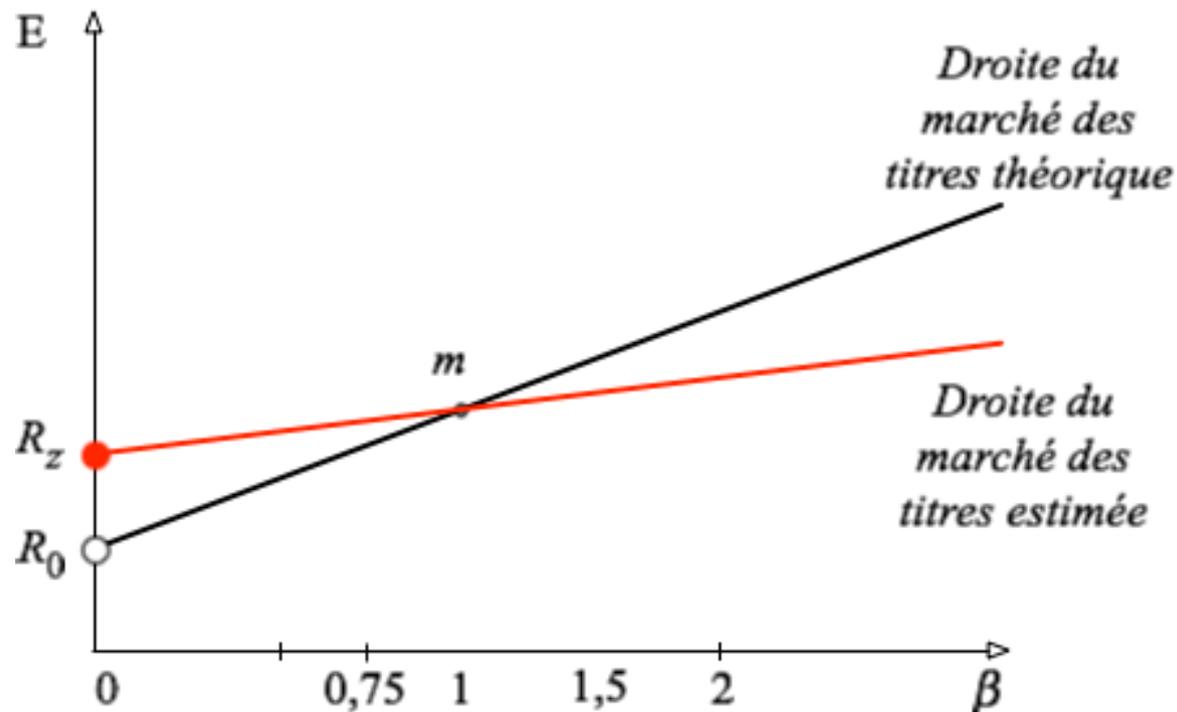
« The evidence is overwhelming that active equity management is, in the words of Ellis (1998), a “loser’s game.” Switching from security to security accomplishes nothing but to increase transactions costs and harm performance. Thus, even if markets are less than fully efficient, indexing is likely to produce higher rates of return than active portfolio management. Both individual and institutional investors will be well served to employ indexing for, at the very least, the core of their equity portfolio.

Even the legendary Benjamin Graham, in an interview given shortly before he died, was quoted as saying:

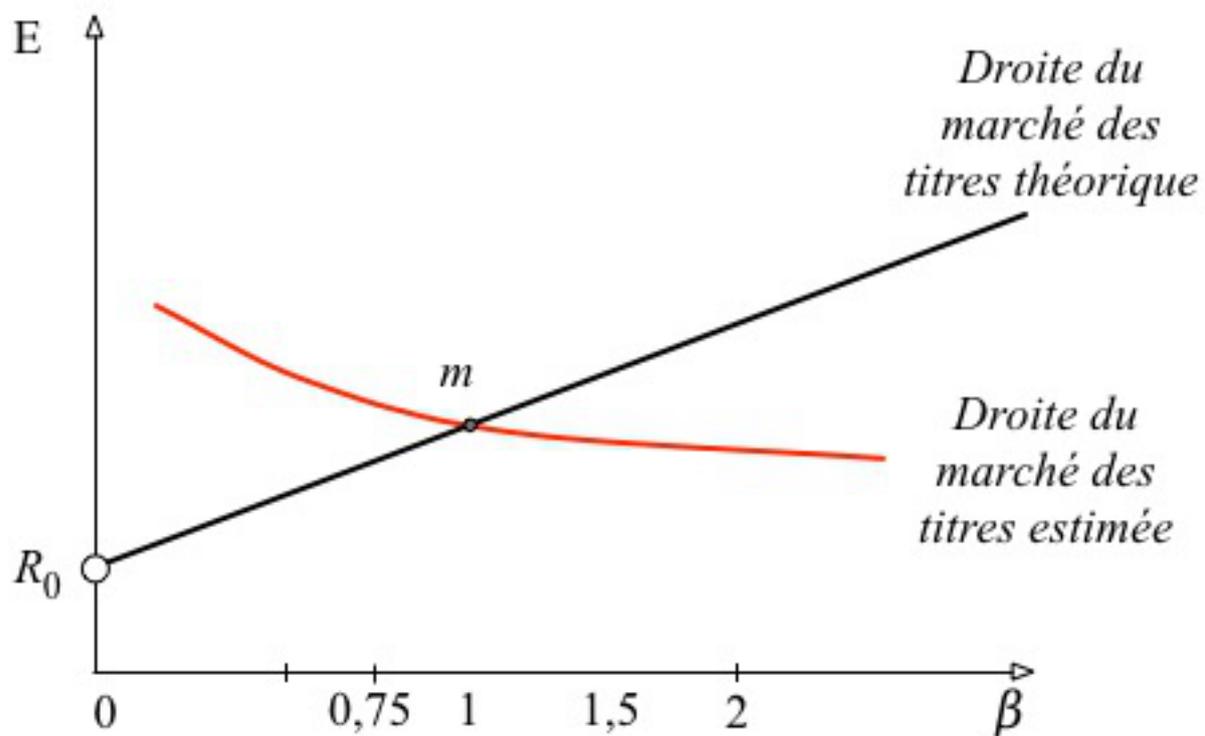
“I am no longer an advocate of elaborate techniques of security analysis in order to find superior value opportunities. This was a rewarding activity, say, 40 years ago, when Graham and Dodd was first published; but the situation has changed . . . . [Today] I doubt whether such extensive efforts will generate sufficiently superior selections to justify their cost . . . . I’m on the side of the ‘efficient market’ school of thought.” »

## 3-2 La droite du marché des titres n'est pas vérifiée...

- Dès les années 1970, les premiers travaux économétriques ont montré que la droite du marché des titres n'était pas vérifiée :



# ...ou pire



Non linéarité, pente négative...

# Le glas du bêta ?

L'étude de Fama et French (1992) :

« The cross-section of Expected Stock Return »

- L'espérance de rendement d'un titre ne dépend pas seulement de son bêta par rapport à l'espérance de rendement du marché des titres échangeables.

=> le portefeuille de marché des titres échangeables n'est pas efficient, il existe un portefeuille plus large qui l'est, mais qu'on ne connaît pas (critique de Roll)

=> il existe d'autres **facteurs de risque** que le marché des titres échangeables

## 3-3 Au delà du CAPM : le modèle factoriel

- Comme tout modèle, le CAPM est une approximation fondée sur des hypothèses simplificatrices.
  - Certaines hypothèses sont peut-être trop fortes, comme **l'homogénéité des anticipations ou l'idée que la maximisation de la richesse finale est le seul objectif**
  - Certaines hypothèses sont difficiles à intégrer en amont, comme **l'existence d'actifs non échangeables** – le capital humain ou l'immobilier (« critique de Roll »)
- => Il est alors plus simple de partir, en aval, de l'idée qu'il existe des facteurs de risque autres que le risque de marché*

# Partie 3 – L'Arbitrage Pricing Theory (L'APT)

# Plan de la 3<sup>e</sup> Partie

« L'Arbitrage Pricing Theory (APT) »

1. Les hypothèses de l'APT
2. L'équation d'évaluation de l'APT
3. Le modèle de Fama-French
4. Exemple numérique

# III-1 Les hypothèses de l'APT

L'APT n'est pas un modèle où il est supposé que les investisseurs choisissent leur portefeuille en maximisant leur utilité espérance-variance, comme dans le CAPM.

H1 – Concurrence pure et parfaite sur les marchés financiers [idem CAPM]

H2 – Tous les investisseurs ont le même horizon de placement [idem CAPM]

H3 – Les rendements des titres (de variances finies) dépendent de facteurs communs

H4 – Il n'y a pas de taxes et de coûts de transaction [idem CAPM]

H5 – Certains investisseurs préfèrent avoir plus de richesse que moins [ils sont « rationnels » dans ce sens élémentaire, mais tous ne sont pas nécessairement rationnels]

H6 – Ces investisseurs peuvent constituer des portefeuilles diversifiés [mais il n'est pas nécessaire que tous le fasse]

- *Pas d'optimisation espérance-variance comme dans le CAPM, à la place une hypothèse d'équation factorielle des rendements et la diversification des portefeuilles...*

## H3 - L'équation de base de l'APT...

- Le rendement d'un titre ( $j$ ) dépend de plusieurs « facteurs »

$$\tilde{R}_j = E_j + \beta_{j1}\tilde{f}_1 + \dots + \beta_{jK}\tilde{f}_K + \tilde{\epsilon}_j$$

- Ces facteurs sont **communs** à l'ensemble des titres (ou des portefeuilles de titres).
- Par exemple, pour le titre  $a$

$$\tilde{R}_a = E_a + \beta_{a1}\tilde{f}_1 + \dots + \beta_{aK}\tilde{f}_K + \tilde{\epsilon}_a$$

- Ce qui distingue les rendements des titres ce sont les sensibilités aux facteurs (les bêtas)

... anatomie de l'équation de base...

$$\tilde{R}_j = E_j + \beta_{j1}\tilde{f}_1 + \dots + \beta_{jK}\tilde{f}_K + \tilde{\varepsilon}_j$$

- $E_j$  est l'espérance mathématique du rendement du titre  $j$
- $\beta_{jk}$  est la sensibilité du titre  $j$  au facteur  $k$
- $f_k = F_k - E[F_k]$  : les facteurs interviennent dans leur composante non anticipée (la composante anticipée étant  $E[F_k]$ )
- on a  $E[f_k]=0$ ,  $E[\varepsilon_j]=0$ , etc.

# ...quels sont les facteurs ?

- On distingue les facteurs macroéconomiques
  - Taux de croissance du PIB
  - Taux de croissance de la production industrielle
  - Taux d'inflation
  - Taux d'intérêt directeur de la BCE
  - Taux d'intérêt sur les BT à long terme
  - Le prix des matières premières (index)
  - L'indice du marché boursier (actions)
  - Etc.
- Les facteurs microéconomiques
  - La taille de l'entreprise
  - La valeur de son bilan par rapport à la valeur du marché
  - Etc.
- **Le choix des facteurs est empirique (critique)**

## III-2 L'équation d'évaluation de l'APT...

- On suppose que les investisseurs forment des portefeuilles diversifiés, qui permettent d'annuler leur risque spécifique
- En conséquence de cette diversification et d'une condition d' « absence d'opportunité d'arbitrage » on obtient l'équation d'évaluation des rendements suivantes

$$E(\tilde{R}_j) = R_0 + \beta_{j1}(E_{\tilde{f}_1} - R_0) + \dots + \beta_{jK}(E_{\tilde{f}_K} - R_0)$$

... contrairement au CAPM, il existe plusieurs « primes de risque » que l'on peut calculer

- Les primes de risque sur les facteurs

$$E_{\tilde{f}_k} - R_0$$

et les sensibilités aux facteurs pour chaque titre

$$\beta_{jk}$$

sont calculés par des méthodes économétriques standards

# Exemple numérique de l'APT...

- Soit 3 actifs

Actif	$\beta_1$	$\beta_2$
A	0,5	1,0
B	1,5	0,2
C	1,0	0,6

- Sachant que le taux sans risque est de 5 % et que les primes de risque sur les facteurs sont respectivement 8 % et -2 % quel est le taux de rendement d'équilibre des actifs A, B, C ?
- Supposons que le facteur 1 représente le rendement du marché boursier, que le facteur 2 représente le taux d'inflation, quel portefeuille permet de se « couvrir » du risque d'inflation ?

# solutions.

- $E_A = 5\% + 0,5 \times 8\% + 1,0 \times (-2\%) = 7\%$
- $E_B = 5\% + 1,5 \times 8\% + 0,2 \times (-2\%) = 16,6\%$
- $E_C = 5\% + 1,0 \times 8\% + 0,6 \times (-2\%) = 11,8\%$

Si le portefeuille de marché est composé à part égale des 3 titres, on peut détenir le portefeuille de marché dont l'espérance de rendement sera

$$(1/3) \times (7\% + 16,6\% + 11,8\%) = 11,8\%$$

- Si on veut se couvrir de l'inflation on choisira un portefeuille  $x, y, z$ , tel que

$$x \cdot 1 + y \cdot 0,2 + z \cdot 0,6 = 0 \text{ et } x + y + z = 1$$

Par exemple :  $x=0$ ,  $y=1,5$ ,  $z = -0,5$ , **pour un portefeuille de 1€**, on vend à découvert le titre C (-0,5) et on achète (1,5) du titre B, ce qui implique une sensibilité du portefeuille :

$$1,5 \times 0,2 - 0,5 \times 0,6 = 0$$

## III-4 Le modèle à 3 facteurs de Fama-French

- Prime de risque du marché
- Ecart de rendement entre petite (*Small*) et grande (*Big*) firme
- Ecart de rendement entre firme à grand ratio *Book to Market* et firme à petit ratio *Book to Market*

$$E(\tilde{R}_j) - R_0 = \beta_{jm}(E_{\tilde{f}_M} - R_0) + \beta_{jS}E(SML) + \beta_{jH}E(HMB)$$

# ...interprétations

- Les **primes de risque** des deux derniers facteurs ne se rapportent pas au rendement de l'actif sans risque, mais
  - au rendement des entreprises de grande taille (plus petit que celui des entreprises de petite taille)
  - au rendement des entreprises ayant une petite valeur comptable relativement à leur valeur de marché :

Book to market ratio : Valeur comptable/Valeur de marché

- Si la valeur comptable est proche de la valeur de marché, on ne s'attend pas à ce que le cours de l'action augmente, le rendement attendu est faible. Au contraire si le B/M est élevé, on s'attend à un « rattrapage » de la valeur de l'action et donc à un rendement plus élevé, d'où la prime de risque sur ce facteur.
- La sensibilité au facteur SML sera d'autant plus élevée que l'entreprise est de petite taille.
- La sensibilité au facteur HML sera d'autant plus élevée que l'entreprise aura un ratio valeur comptable/valeur de marché élevé.

# Fama-French : exemple numérique...

- Primes de risque
  - Marché : 5,2 %
  - SML (Small minus Large) : 3,2 %
  - HML (High minus Low) : 5,4 %
- Sensibilité aux facteurs
  - Transports aériens : 1,15 0,51 0,00
  - Secteur bancaire : 1,13 0,13 0,35
  - Pharmacie : 0,84 -0,25 -0,63
- Calculer les primes de risque d'équilibre pour ces trois secteurs dans l'APT et dans le CAPM

# Solutions.

- Transport aéronautique
  - APT :  $1,15 \times 5,2 + 0,51 \times 3,2 + 0,00 \times 5,4 = 7,61 \%$
  - CAPM :  $1,15 \times 5,2 = 5,98 \%$
- Secteur bancaire
  - APT  $1,13 \times 5,2 + 0,13 \times 3,2 + 0,35 \times 5,4 = 8,18 \%$
  - CAPM :  $1,13 \times 5,2 = 5,87 \%$
- Pharmacie
  - APT :  $0,84 \times 5,2 - 0,25 \times 3,2 - 0,63 \times 5,4 = 0,16 \%$
  - CAPM :  $0,84 \times 5,2 = 4,36 \%$

# Partie 4 – Remarques sur l'idée d'efficience des marché

# IV-1 Marchés efficients au sens de Markowitz

- Au sens de Markowitz-Sharpe, le marché des titres est efficient si (1) le portefeuille de marché des titres échangeables est efficient et (2) les rendements des titres sont à l'équilibre compte tenu de leur bêta par rapport au rendement du marché

## IV-2 Marchés efficients au sens informationnel

- Au sens informationnel : toute les informations nécessaires pour construire la frontière des portefeuilles efficients ou la droite du marché du marché du capital sont partagées par tous les agents. Aucun investisseur (spéculateur) ne peut sur-performer le marché en disposant d'une information que les autres n'ont pas.

# Équilibre informationnel sur les marchés financiers : le paradoxe de Grossman-Stiglitz

- On peut dire aussi le « paradoxe des marchés efficients »
- Si les marchés sont parfaitement efficients, il est inutile de rechercher de l'information qui est coûteuse (l'analyse financière, le calcul des frontières des portefeuilles efficients)
- Si personne ne recherche d'information, les marchés ne sont pas efficients – ils ne sont pas à l'équilibre -- et l'utilité de l'information est supérieur à son coût.
- Il existe un équilibre avec gestion passive et gestion active où l'utilité marginale de l'information de la gestion active égale son coût marginal.

## Deux formes extrêmes d'efficience informationnelle...

- On parle d'**efficience forte** lorsque toutes les informations (y compris les informations *privées* dont disposent les dirigeants politiques ou les dirigeants des entreprises ou les analystes financiers) sont partagées par tous les investisseurs
- On parle d'**efficience faible**, lorsque les investisseurs ne disposent que des séries temporelles passées des actifs (l'« analyse technique » ne surperforme pas)

# Une forme moyenne d'efficience informationnelle

- On parle d'**efficience semi-forte** lorsque certaines informations privées, comme les rapports des analystes financiers, restent privées au moins un certain temps
- **On considère en pratique que les marchés sont efficients sous forme semi-forte**
- Jusqu'à un certain point, la gestion active n'est pas inutile sous forme d'analyse financières des titres, d'analyse macro-économique, voir d'analyse technique (interprétation des figures d'évolution des cours)

# Justifier la gestion indicielle

- L'efficience semi-forte ne permet pas de justifier entièrement la gestion indicielle (voir Malkiel)... par rapport à la gestion active
- Si les marchés étaient efficients au sens fort, tous les prix seraient à l'équilibre et aucune gestion active ne permettrait d'obtenir un supplément de performance par rapport au portefeuille de marché : les études de Malkiel seraient universellement validées
- Le développement des modèles factoriels a permis de relancer l'intérêt pour la gestion active...

Fin du troisième et dernier cours  
Merci de votre attention !